

М. М. МАШНЕВ
Е. Я. КРАСКОВСКИЙ
П. А. ЛЕБЕДЕВ.

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН И ДЕТАЛИ МАШИН

Второе издание,
переработанное и дополненное

Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов немашиностроительных
специальностей вузов



ЛЕНИНГРАД «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ 1980

ББК 34.41 + 34.44

М38

УДК 531.8 + 621.81 (075.3)

Рецензенты: д-р техн. наук В. А. Щепетильников,
кафедра «Детали машин и ПТУ» Ленинградского
текстильного института им. С. М. Кирова

Машнев М. М., Красковский Е. Я., Лебедев П. А.

М38 Теория механизмов и машин и детали машин: Учеб.
пособие для студентов немашиностроительных специальностей вузов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. — 512 с., ил.

В пер.: 1 р. 40 к.

М $\frac{31302-005}{038(01)-80}$ 5-80. 2702000000

ББК 34.41 + 34.44
6П5.1 + 6П5.3 (075)

ИБ № 1796

Михаил Михайлович МАШНЕВ,
Евгений Яковлевич КРАСКОВСКИЙ,
Павел Александрович ЛЕБЕДЕВ

**ТЕОРИЯ
МЕХАНИЗМОВ
И МАШИН
И ДЕТАЛИ
МАШИН**

Редактор Р. Н. Михеева
Художественный редактор С. С. Венедиктов
Технический редактор Т. Н. Витошинская
Корректоры И. Г. Жукова и З. С. Романова
Переплет художника И. М. Сенского

Сдано в набор 12.10.79. Подписано в печать 09.04.80. Формат 60x90^{1/16}.
Бумага типографская № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 32,0.
Уч.-изд. л. 33,26. Тираж 60 000 (2-й з-д 30 001—60 000) экз. Заказ 144. Цена 1 р. 40 к.

Ленинградское отделение издательства «Машиностроение»
191065, Ленинград, Д-65, ул. Дзержинского, 10

Ленинградская типография № 6
Ленинградского производственного объединения «Техническая книга»
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
193144, Ленинград, С-144, ул. Моисеенко, 10.

Издательство «Машиностроение», 1980 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга представляет собой учебное пособие, содержащее основы двух разделов курса прикладной механики. Учебное пособие написано по новой программе курса для студентов немашиностроительных специальностей вузов.

Материал первого издания книги того же наименования подвергся коренной переработке в связи с развитием машиноведения и машиностроения после опубликования первого издания (1963 г.). Во второе издание книги включены новые материалы по общим проблемам машиностроения, анализу и синтезу механизмов, точности механизмов, промышленным роботам и манипуляторам. Заново написаны главы 1, 3, 4, 10—13, 17, 20, 25, 28, 30 и отдельные параграфы других глав. Основой пособия является курс теории механизмов и машин, излагаемый авторами в течение многих лет в ленинградских вузах.

Во все разделы книги внесены изменения в связи с введением новых ГОСТов и Единой системы конструкторской и технологической документации — ЕСКД и ЕСТД. Включены также сведения по допускам и посадкам на различные виды соединений из Единой системы допусков и посадок для стран — членов СЭВ (ЕСДП СЭВ), которые будут введены в странах — членах СЭВ с 1977 по 1980 г. Методические указания, необходимые для самостоятельного изучения разделов курса, содержатся в соответствующих разделах пособия, а также в пояснениях к решению задач.

Главы 1 (§ 1, 3), 10—13, 15 (§ 1, 2), 16, 22, 24, 26—29 и общие сведения о передачах в машинах (стр. 254—260), а также общие сведения о соединениях деталей машин (стр. 442—443) написаны М. М. Машневым; главы 5—9, 23 — Е. Я. Красковским; главы 2 (§ 6, 7), 3, 4, 14, 15 (§ 3—5), 17—20, 25, 30 — П. А. Лебедевым; главы 1 (§ 2), 2 (§ 1—5), 21 написаны М. М. Машневым и П. А. Лебедевым совместно.

Авторы будут признательны всем, кто найдет возможность сообщить свои замечания и предложения с целью дальнейшего улучшения книги по адресу: 191065, Ленинград, ул. Дзержинского, д. 10, ЛО издательства «Машиностроение».

Механизмы и машины, их механика и основы проектирования

А. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В ПРИКЛАДНУЮ МЕХАНИКУ

§ 1.1. МАШИНОСТРОЕНИЕ И ЕГО РОЛЬ В РАЗВИТИИ ОТРАСЛЕЙ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

В создании материально-технической базы коммунизма решающая роль принадлежит тяжелой промышленности как основе всего народного хозяйства. В. И. Ленин писал, что «единственной материальной основой социализма может быть крупная машинная промышленность»¹. Коммунистическая партия на протяжении всей истории Советского государства уделяла и уделяет главное внимание созданию и развитию промышленности, особенно машиностроительной. За время, прошедшее между XXIV и XXV съездами партии, ведущие отрасли тяжелой индустрии достигли значительного развития. Выпуск стали только за последние десять лет (1967—1976 гг.) увеличился на 43 млн. т. В 1975 г. ее выплавлено на 36 млн. т больше, чем в США². Производство многих новых видов машин и оборудования, автомобилей, самолетов, тракторов, сельскохозяйственных машин, энергетических агрегатов, оборудования для черной и цветной металлургии, угольной промышленности, химического производства, приборостроения и других отраслей увеличилось в несколько раз. Особо высокими темпами развивались тяжелое машиностроение, радиоэлектроника, производство электромашин, электронное и атомное машиностроение. Советский Союз по насыщенности производства новой техникой является самым передовым государством в мире, способным производить весьма сложные и точные машины.

Непрерывное увеличение скоростей движения рабочих органов механизмов и машин с одновременным ростом единичной их мощности является одной из отличительных особенностей советского гидротурбостроения, генераторостроения, самолетостроения и др.

¹ Ленин В. И. ПСС, т. 44, 1964, с. 9.

² Выплавка стали в нашей стране (млн. т): 1913 г. — 4,3; 1940 г. — 18,3; 1975 г. — 142; 1980 г. — 160—170 (план); в США: 1974 г. — 132; 1975 г. — 106.

(так, мощность одного генератора уже достигла 1200 тыс. кВт, что равно мощности всех электростанций дореволюционной России).

Общественное производство выдвигает перед всей промышленностью (в том числе и перед машиностроением) ряд новых и весьма сложных проблем, особенно повышения точности, надежности и долговечности машин и приборов. Научно обоснованная организация машиностроения дает возможность обеспечить повышение производительности труда во всех отраслях народного хозяйства СССР. В эпоху стремительно развивающейся научно-технической революции происходит тесное взаимодействие науки и производства. Всемирное использование науки становится необходимым условием прогресса в машиностроении. Это выражается в материализации научных достижений в технике, технологии и управлении. Например, создание и внедрение новых механизмов, машин, автоматов, промышленных роботов, манипуляторов и их комплексов обеспечивает непрерывное увеличение производительности труда, способствует ликвидации ручных и трудоемких процессов с одновременным повышением качества продукции и эффективности производства.

«Мы, коммунисты, — сказал на XXV съезде КПСС Л. И. Брежнев, — исходим из того, что только в условиях социализма научно-техническая революция обретает верное, отвечающее интересам человека и общества направление. В свою очередь, только на основе ускоренного развития науки и техники могут быть решены конечные задачи революции социальной — построено коммунистическое общество»¹.

Повышение уровня производства в нашей стране происходит на базе улучшения комплексной механизации и автоматизации производственных процессов. Машины, используемые в одном технологическом потоке, должны быть автоматизированы настолько, чтобы труд людей, управляющих ими, сводился к операциям наблюдения и наладки. Каждая вновь выпускаемая машина должна быть более экономичной, производительной и надежной в эксплуатации, простой в уходе и дешевой в изготовлении. Советские машины должны быть также красиво и рационально оформлены.

Машиностроение нашей страны в ходе своего исторического развития прошло большой и славный путь и превратилось в ведущую и наиболее крупную отрасль социалистической промышленности, развивающуюся опережающими темпами по отношению к объему валовой продукции всей промышленности². Она имеет первостепенное значение для технического перевооружения всего народного хозяйства страны, является необходимым условием быстрого подъема социалистической экономики.

¹ Материалы XXV съезда КПСС. М., Политиздат, 1976, с. 47.

² Коэффициент опережения объема производства машиностроения составил: в 1950 г. — 1,36; в 1960 г. — 2,25; в 1965 г. — 2,73; в 1975 г. — 3,22.

В создании современных машин и механизмов и в постоянном их совершенствовании большая заслуга принадлежит отечественным, и особенно советским, ученым.

§ 1.2. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Прикладная механика является одной из старейших отраслей наук, возникновение и развитие которой обусловлено потребностями практики. Известно, например, что при постройке египетских пирамид применялись простейшие механизмы и механические устройства: рычаги, блоки, наклонная плоскость. Однако дальнейшее развитие теории механизмов и машин следует отнести к значительно более поздним временам, когда в результате накопления опыта стали возможными некоторые обобщения и частично выкристаллизовались методы этой науки. В этом смысле датой рождения науки о машинах и механизмах можно считать конец XVIII в. Задачи теории механизмов и машин рассматривались ранее в курсах прикладной механики, выделившейся из состава теоретической механики более 180 лет тому назад. Теория механизмов и машин оформилась как самостоятельная ветвь науки в XX в.

В 1724 г. по инициативе Петра I была основана Российская Академия наук, деятельность которой с первых же дней существования была посвящена решению практических задач по постройке сооружений и машин, развитию отечественного кораблестроения, артиллерии и другой техники. Достойный вклад в развитие практической механики в России в XVIII в. внес гениальный ученый—акад. М. В. Ломоносов, разработавший конструкции машин для производства стекла и испытаний материалов. Его научные открытия *послужили источником творчества русских умельцев, изобретателей и конструкторов*: И. И. Ползунова — творца паровой машины; И. П. Кулибина — создателя механизма протеза, часов-автоматов, «водохода», «самокатки» и др.; К. Д. Фролова — строителя механизированного комплекса рудо- и водоподъемных устройств; отца и сына Е. А. и М. Е. Черепановых, построивших первый в России паровоз, и многих других. Интересно отметить, что конструкция «самокатки», созданной И. П. Кулибиным в 1791 г., носила черты будущих автомобилей: она имела устройства для переключения зубчатых передач и свободного хода, тормоз, управляемые колеса.

В это же время протекала плодотворная деятельность величайшего математика и механика акад. Л. Эйлера, разработавшего теорию плоских зацеплений и предложившего эвольвентный профиль зубьев колес. Эти исследования послужили основой для создания французом Т. Оливье общей теории пространственных зацеплений, которая была переработана и дополнена одес-

ским профессором Х. И. Гохманом — автором фундаментального труда «Кинематика машин» (1890 г.).

К середине XIX в. в России выросла плеяда талантливых ученых, заложивших основы современной теории механизмов и машин. Основателем русской школы этой науки был великий математик акад. П. Л. Чебышев (1821—1894 гг.), которому принадлежит ряд оригинальных исследований, посвященных синтезу механизмов, теории регуляторов и зубчатых зацеплений, структуре плоских механизмов. Он создал схемы свыше 40 различных механизмов и большое количество их модификаций. Акад. И. А. Вышнеградский явился основателем теории автоматического регулирования; его работы в этой области нашли достойного продолжателя в лице выдающегося русского ученого проф. Н. Е. Жуковского, а также словацкого инженера А. Стодолы и английского физика Д. Максвелла. Н. Е. Жуковскому — отцу русской авиации — принадлежит также ряд работ, посвященных решению задачи динамики машин (теорема о жестком рычаге), исследованию распределения давления между витками резьбы винта и гайки, трения смазочного слоя между шипом и подшипником, выполненных им в соавторстве с акад. С. А. Чаплыгиным и др. Глубокие исследования в области теории смазочного слоя, а также по ременным передачам выполнены почетным академиком Н. П. Петровым. В 1886 г. проф. П. К. Худяков заложил научные основы курса деталей машин. Ученик И. А. Вышнеградского проф. В. Л. Кирпичев известен как автор графических методов исследований статики и кинематики механизмов. Он первым начал читать (в Петербургском технологическом институте) курс деталей машин как самостоятельную дисциплину и издал в 1898 г. первый учебник под тем же названием. В его популярной до сих пор книге «Беседы о механике» решены задачи равновесия сил, действующих в стержневых механизмах, динамики машин и др. Выдающийся советский ученый проф. Н. И. Мерцалов дал новые оригинальные решения задач кинематики и динамики механизмов. В 1914 г. он написал труд «Динамика механизмов», который явился первым систематическим курсом в этой области. Н. И. Мерцалов первым начал исследовать пространственные механизмы. Акад. В. П. Горячкин провел фундаментальные исследования в области теории сельскохозяйственных машин.

Проф. Л. А. Ассур разработал строгую в научном отношении классификацию плоских шарнирно-рычажных механизмов, которая послужила базой для многочисленных исследований в этой области советских ученых. В XIX и XX столетиях большое значение для развития практической механики в России приобретают исследования академиков М. В. Остроградского и А. М. Ляпунова, проф. И. В. Мещерского и др.

Достижения отечественной школы теории механизмов и машин в дореволюционный период заслуживают высокой оценки.

Однако подлинный расцвет она получила после Великой Октябрьской социалистической революции в связи с бурным развитием советского машиностроения и в настоящее время занимает ведущее место в мире.

Здесь трудно проанализировать или даже перечислить многочисленные и значительные исследования советских ученых в этой области, упомянем лишь о некоторых из них.

На протяжении более сорока лет в Москве плодотворную научно-исследовательскую и научно-организаторскую деятельность в области теории механизмов и машин вел акад. И. И. Артоблевский. Его труды по теории структуры, по теории пространственных механизмов, синтезу и динамике машин и механизмов стали классическими. Он создал новые методы проективной и кинематической геометрии и аналитической динамики. Акад. Н. Г. Бруевич приложил методы теории вероятностей к исследованию погрешностей действия машин и приборов и явился основателем теории точности механизмов. Он также развил аналитические методы исследования плоских и пространственных механизмов.

Разнообразны и значительны достижения теории механизмов и машин большого коллектива ученых Москвы.

В 1967 г. была организована Международная Федерация по теории механизмов и машин (ИФТОММ), призванная координировать развитие науки о машинах, планировать международные съезды, симпозиумы по тематике машиноведения, подготовку специалистов и др.

Членами ИФТОММ являются СССР и многие развитые страны. ИФТОММ имеет свой научный печатный орган — журнал «Mechanism and Machine Theory».

В создании отечественной школы расчета и конструирования машин значительные заслуги принадлежат также русским и советским ученым. В настоящее время прогрессивные методы расчета и конструирования деталей машин общего назначения успешно разрабатываются коллективами сотрудников многих научных учреждений и учебных заведений. Значительный вклад в развитие науки о деталях машин и практики преподавания этой дисциплины в вузах внесли профессора Н. С. Ачеркан, И. А. Стожаров, М. М. Саверин, В. А. Добровольский, Д. Н. Решетов, Н. А. Спицын, В. Н. Кудрявцев и др.

§ 1.3. ПРЕДМЕТ И ЦЕЛИ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ, ЗАДАЧИ КУРСА И ОБЩАЯ МЕТОДИКА ЕГО ИЗУЧЕНИЯ

Курс прикладной механики объединяет дисциплины: сопротивление материалов, теорию механизмов и машин, детали машин, а также (для многих специальностей) подъемно-транспортные устройства.

Теория механизмов и машин представляет собой один из важных разделов прикладной механики, в котором изложены методы исследования и построения механизмов и машин. Под исследованием механизмов и машин понимают изучение движения звеньев машин и их точек. Построение, или синтез, механизмов представляет разработку рациональных методов определения параметров механизмов машин и приборов по заданным функциям их движения.

Часть курса, посвященная деталям машин, представляет собой раздел прикладной механики, в котором изложены методы расчета и рационального конструирования деталей и сборочных единиц (узлов) общего применения, т. е. присущих любой машине, независимо от ее назначения.

Научными основами прикладной механики являются математика и теоретическая механика. Существенное значение для проектирования деталей машин имеет курс сопротивления материалов, технологии конструкционных материалов, сварки и др. Курс прикладной механики составляет теоретическую основу современного машиностроения.

В условиях научно-технической революции успешная производственная и научно-исследовательская деятельность специалиста невозможна без соответствующей теоретической, практической и общинженерной конструкторско-технологической подготовки.

Этот курс является фундаментальным в системе подготовки инженеров. Структура и содержание курса предусматривают обязательное последовательное изучение составляющих его дисциплин и их разделов при творческой направленности лабораторного практикума и курсового проектирования.

Эффективность изучения курса может быть достигнута при условиях: правильной дозировки учебной нагрузки (в целом и по отдельным разделам и главам); четкости и ясности выдаваемых заданий; обеспеченности учебными и другими пособиями высокого качества (системности, краткости, обстоятельности); систематичности в руководстве работой студентов, осуществляемом по плану; своевременного контроля сроков, объема и качества выполнения заданий и проектов.

Цель написания учебного пособия: изложение научных основ теории механизмов и машин и деталей машин для творческого применения полученных знаний в практике машиностроения.

Задача изучения курса: научить студентов методам исследования механизмов и машин, умению технически грамотно выполнять расчеты и рационально конструировать детали, сборочные единицы и машины в целом.

Глава 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

§ 2.1. МАШИНЫ, МАШИННЫЕ АГРЕГАТЫ, МЕХАНИЗМЫ, МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЯ И ПРИБОРЫ, ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Изложение любой науки естественно начать с определения объектов, которые в ней изучаются.

В технике широко применяются изменяемые, или подвижные, механические системы, подразделяемые на машины, машинные агрегаты, механизмы, механические приспособления и приборы¹.

Машиной называется совокупность согласованно (циклически) движущихся звеньев, предназначенная для преобразования одного вида энергии в другой или преобразования параметров движения с целью повышения производительности труда и замены ручного труда машинным. Это определение находится в полном соответствии с высказыванием К. Маркса о том, что «... машина одарена чудесной силой сокращать и делать производительнее человеческий труд»². Следовательно, социально-экономическое назначение машины состоит в механизации и автоматизации трудовых процессов человека. К. Маркс, рассматривая техническое назначение машины, писал: «Всякая развитая совокупность машин состоит из трех существенно различных частей: машины-двигателя, передаточного механизма, наконец, машины-орудия, или рабочей машины»².

На рис. 2.1, а в качестве примера представлена конструктивная схема машинного агрегата, состоящего из одноцилиндрового двигателя внутреннего сгорания с непосредственным впрыском топлива *Д*, передаточного механизма *ПМ*, рабочей машины *РМ* — генератора, вырабатывающего электрическую энергию, и маховика, выполняющего роль регулятора, *Р*.

Машинами-двигателями называются машины, в которых тот или иной вид энергии (электрической, тепловой и др.) преобразуется в энергию, необходимую для приведения в движение рабочих машин. К рабочим машинам относятся машины, предназначенные для облегчения и замены физического труда человека по изменению свойств, состояния, формы, размеров и положения обрабатываемого материала и объекта, а также для облегчения и замены его логической деятельности по выполнению расчетных операций и операций контроля и управления производственными процессами. К таким машинам относятся транспортные, землеройные, прядильно-ткацкие, вычислительные и др.

¹ Теория, расчет и конструирование неизменных, или неподвижных, систем, к числу которых относятся строительные, мостовые и другие фермы и металлоконструкции, изучаются в курсе строительной механики.

² К. Маркс. Капитал. Т. 1, 1951, с. 378—379.

По мере развития науки и техники современные машины и машинные агрегаты помимо тех частей, которые были указаны К. Марксом, приобрели еще и другие устройства для выполнения функций управления при контроле над ними со стороны человека. К ним относятся следящие и регулирующие устройства, назначением которых является регулирование процесса производства,

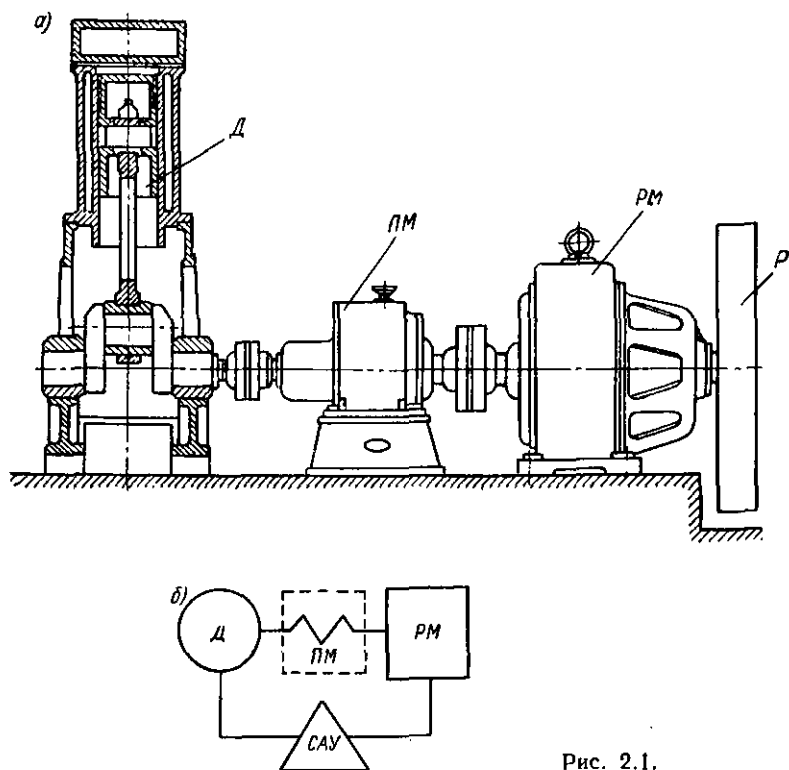


Рис. 2.1.

предупреждение самопроизвольной остановки агрегата, сигнализация о выпуске недоброкачественной продукции, предотвращение аварий узлов машин и др. Принципиальная схема такого машинного агрегата представлена на рис. 2.1, б). В его состав входит система автоматического управления (САУ), дающая возможность осуществлять процесс производства без видимого участия человека. Этот машинный агрегат может быть назван машиной-автоматом.

Существует большое количество разнообразных машин. Различие между ними обуславливается многообразием рабочих процессов, протекающих в машинах. Их сходство определяется наличием механизмов, служащих для передачи и преобразования движения.

Механизм представляет собой совокупность связанных звеньев, предназначенную для передачи и преобразования движения одного или нескольких звеньев (входных, ведущих) в определенные движения остальных звеньев (выходных, ведомых).

Механическое приспособление представляет собой систему, предназначенную для передачи и преобразования сил. В технике широкое применение находят такие механические приспособления, как рычажные и винтовые прессы, домкраты, динамометры, весы и др.

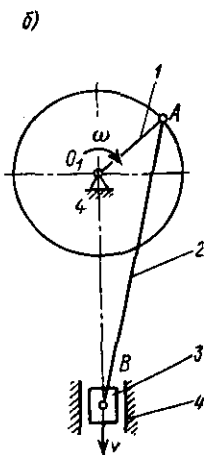
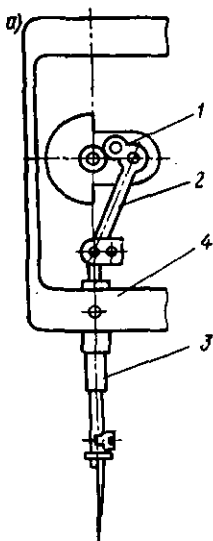


Рис. 2.2.

К приборам относятся изменяемые системы (механические, электрические и др.), служащие для передачи и преобразования движений и предназначенные, например, для вычерчивания кривых, регистрации и регулирования физических и технологических процессов

производства, технических измерений, приема и передачи различной информации и сигналов, а также выполнения счетно-аналитических, статистических и других операций. Многие приборы представляют собой сложные системы, имеющие в своем составе двигатели, передаточные механизмы и другие устройства.

На рис. 2.2, а представлен кривошипно-ползунный механизм игловодителя швейной машины, который состоит из четырех звеньев. Игла, связанная с ползуном 3, приводится в движение от вращающегося кривошипа 1 посредством шатуна 2. Последний служит для преобразования вращательного движения кривошипа в возвратно-поступательное движение ползуна, на котором закреплена игла. Звено 4 является стойкой.

Кривошипно-ползунные механизмы получили широкое распространение в технике. Независимо от форм конструкций кинематическая схема таких механизмов универсальна (рис. 2.2, б). Определенность движения механизма обеспечивается последовательным соединением звеньев в кинематические пары, а кинематических пар — в цепи.

Развитие механизмов осуществляется путем усовершенствования ранее известных их модификаций и создания новых их видов.

Примерами современных механизмов могут служить:

1) самонастраивающиеся механизмы, дающие возможность автоматически изменять функции движения рабочих органов соответственно оптимальному осуществлению рабочих процессов;

2) механизмы медицинских аппаратов, дающие возможность реализовать физиологические функции органов человека; к таким аппаратам и устройствам относятся: искусственные почки, легкие, массажер сердца и др.;

3) механизмы манипуляторов и роботов (см. гл. 30), дающие возможность осуществлять рабочие процессы в средах, недоступных или вредных для человека, а также освободить его от однообразных утомительных операций.

§ 2.2. ЗВЕНЬЯ, КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРЫ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

В теории механизмов и машин вместо термина «тело», используемого в теоретической механике, принят термин «звено». Звенья в зависимости от вида их материалов могут быть: твердые, гибкие, противодействующие лишь силам растяжения, а также жидкие и газообразные, противодействующие лишь силам сжатия.

Твердым звеном называется деталь или совокупность деталей машины, соединенных между собой неподвижно. *Гибкие звенья* (канаты, цепи и др.), так же как жидкие и газообразные, отличаются изменением своей формы вследствие относительной подвижности их частей или частиц. Звено в общем случае может состоять из нескольких деталей. Деталью называется изделие, изготовленное без сборочных операций. На рис. 2.3 изображены двигатель внутреннего сгорания (*а*) и кинематическая схема его кривошипно-шатунного механизма (*б*), состоящая из звена 1 (кривошип), звена 2 (шатун) и звена 3 (поршень). Шатун состоит из стержня (тела шатуна) *а*, запрессованной в него втулки *б*, двух половин вкладышей *с* и *д*, разъемной головки *е*, двух болтов *ф* и гаек *г* с шайбами и шплинтами. Все детали этого звена (*в*) соединены друг с другом неподвижно и движутся как одно целое.

Два звена, соединенные между собой неподвижно, образуют кинематическую пару. Точка, линия или поверхность соприкосновения звеньев кинематической пары называются *элементами кинематической пары*. Например, элементами поступательной кинематической пары являются наружная поверхность поршня и внутренняя поверхность цилиндра, а вращательной — наружная поверхность цапфы и внутренняя поверхность подшипника.

Кинематические пары отличаются следующими признаками: числом простейших относительных движений, которых звенья лишаются при соединении их в кинематические пары; видом элементов кинематических пар; свойством обратимости; видом относительного движения звеньев. Рассмотрим эти признаки. Любое перемещение свободного тела в пространстве можно рассматривать как совокупность шести независимых друг от друга

движений: трех поступательных движений параллельно осям координат x , y , z и трех вращательных движений относительно осей, параллельных осям x , y , z (рис. 2.4).

Допустим, что два звена соединены подвижно и образуют кинематическую пару. В этом случае эти звенья уже нельзя считать свободными, так как их соединение налагает определенные

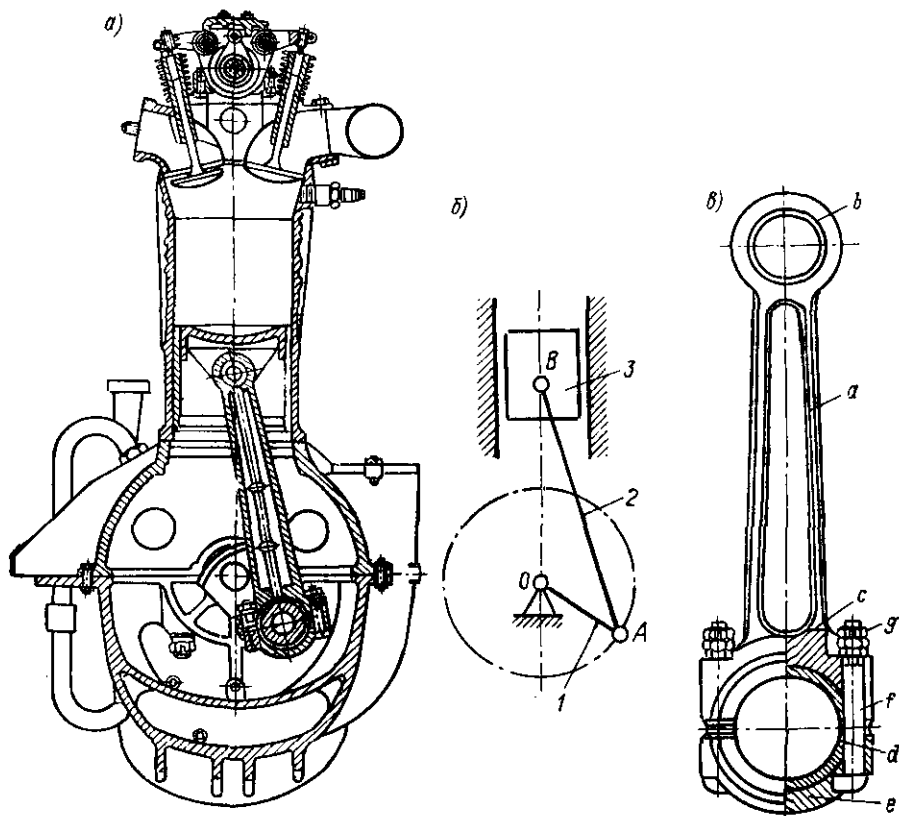


Рис. 2.3.

условия связи. В зависимости от вида соединения одно из звеньев сможет совершать одно, два, три, четыре или пять движений относительно другого звена из шести движений, перечисленных выше. Это же обстоятельство можно сформулировать так: из шести возможных движений одного из звеньев кинематической пары относительно другого звена этой же пары обязательно будет исключено пять, четыре, три, два или одно движение (табл. 2.1). В соответствии с изложенным акад. И. И. Артоболевский разделяет кинематические пары на пять классов, причем класс пары определяется количеством отнятых свобод (количеством потерян-

ных простейших относительных движений звеньев кинематической пары).

В зависимости от вида элементов кинематических пар различают: низшие кинематические пары, элементами которых являются поверхности, и высшие, элементами которых являются точки или линии. Низшими кинематическими парами являются: винтовая, вращательная, поступательная, шаровая. Вращательную и поступательную пары можно рассматривать как частный случай винтовой при шаге резьбы, соответственно равно нулю или бесконечности. *Преимуществом низших пар* по сравнению с высшими является способность их элементов воспринимать и передавать значительные силы при меньшем износе. *Достоинством высших пар* является возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения.

Кинематические пары по своим свойствам делятся на обратимые и необратимые. Свойство обратимости состоит в том, что

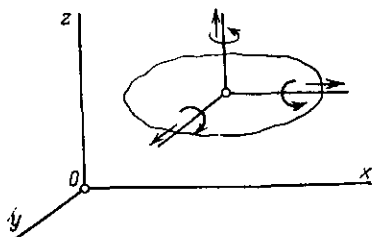


Рис. 2.4.

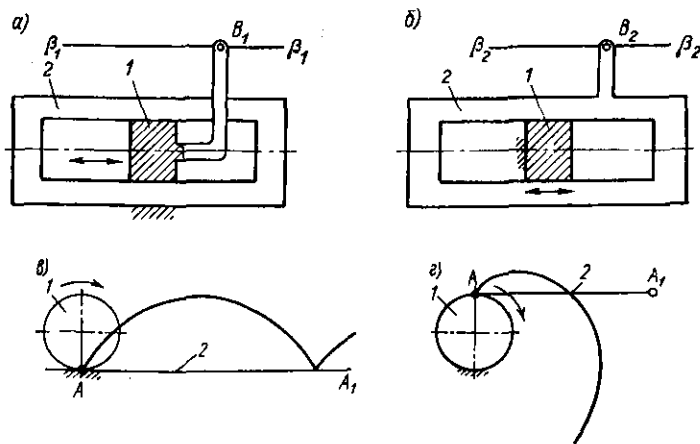
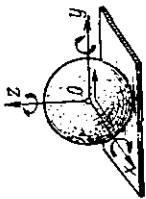
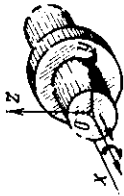
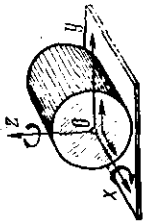
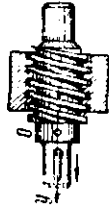


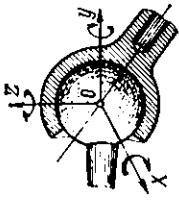
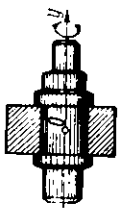
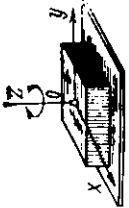
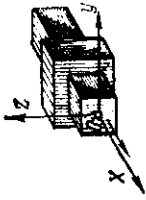
Рис. 2.5.

при закреплении любого из звеньев, образующих кинематическую пару, вид траектории, описываемой точкой другого звена, не меняется. Рассмотрим кинематическую пару, состоящую из винта и гайки. Пусть в этой паре неподвижным звеном является винт, а подвижным — гайка. Траектория любой точки при движении гайки будет описывать винтовую линию. Теперь обратим движение, т. е. сделаем подвижным звеном винт, а неподвижным —

Таблица 2.1. Классификация кинематических пар

Примеры схем кинематических пар	Количество наложенных относительных связей (n)	Количество свобод движения (W)	Класс кинематической пары	Примеры схем кинематических пар	Количество наложенных относительных связей (n)	Количество свобод движения (W)	Класс кинематической пары
Шар на плоскости 	1	5	1	Цилиндрическая пара 	4	2	4
Цилиндр на плоскости 	2	4	2	Витовая пара 	5	1	5

Продолжение табл. 2.1

Примеры схем кинематических пар	Количество наложенных относительно-ных связей (n)	Количество свобод движения (W)	Класс кинематиче-ской пары	Примеры схем кинематических пар	Количество наложенных относительно-ных связей (n)	Количество свобод движения (W)	Класс кинематиче-ской пары
<p>Сферический шар-нир</p> 	3	3	3	<p>Вращательная па-ра</p> 	5	1	5
<p>Плоская пара</p> 	3	3	3	<p>Поступательная пара</p> 	5	1	5

гайку. И в этом случае любая точка винта также будет описывать винтовую линию. Аналогичными свойствами обладает и поступательная кинематическая пара, представленная на рис. 2.5. В этой кинематической паре траектория точки B является прямой независимо от того, подвижна ли рамка (рис. 2.5, б, точка B_2) или движется ползун (рис. 2.5, а, точка B_1). Примером необратимой пары может служить высшая кинематическая пара, состоящая из колеса 1 и рельса 2 (рис. 2.5). Если прямая AA_1 неподвижна, а по ней перекачивается без скольжения колесо (рис. 2.5, в), то точка, принадлежащая последнему, опишет кри-

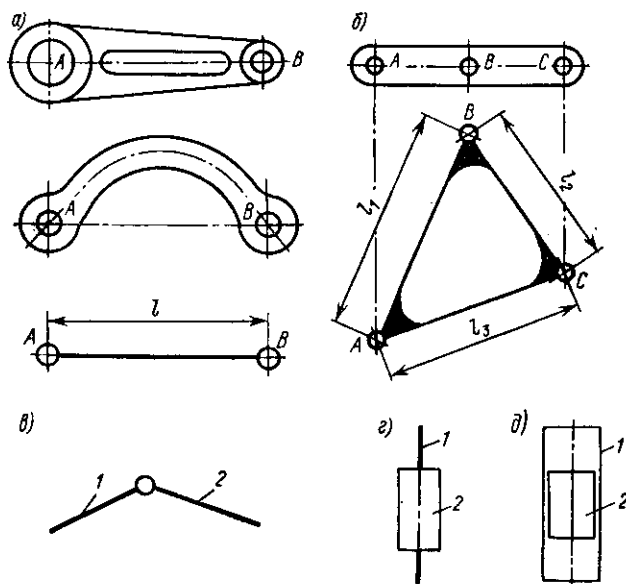


Рис. 2.6.

вую, называемую *циклоидой*. Если же колесо неподвижно, а прямая AA_1 обкатывается вокруг него (рис. 2.5, г), точка, принадлежащая прямой, опишет кривую, называемую *эвольвентой окружности*. Очевидно, что траектории, полученные в первом и во втором случае, различны, и при наложении они не совпадут (кинематическая пара необратима).

Существует большое разнообразие форм конструкций звеньев и составленных из них совокупностей кинематических пар. Для удобства изображения звеньев и кинематических пар приняты следующие условные их изображения, независимо от действительного конструктивного оформления (рис. 2.6). Рычаги с двумя и тремя элементами кинематических пар обозначаются по рис. 2.6, а, б. Вращательные кинематические пары, образованные двумя рычагами, изображены на рис. 2.6, в. Поступательные пары представлены на рис. 2.6, г, д.

§ 2.3. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЦЕПИ. КОЛИЧЕСТВО СВОБОД ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ

Кинематической цепью называется совокупность звеньев, соединенных в кинематические пары. Кинематические цепи могут быть простыми и сложными, открытыми и замкнутыми, определенными и неопределенными, плоскими и пространственными. Кинематическая цепь называется *простой*, если каждое из ее звеньев входит в состав не более двух кинематических пар (рис. 2.7, а, б, в). К сложным относятся цепи, включающие звенья, которые входят в состав трех и более кинематических пар (рис. 2.7, г). В открытой цепи имеются звенья, входящие в состав

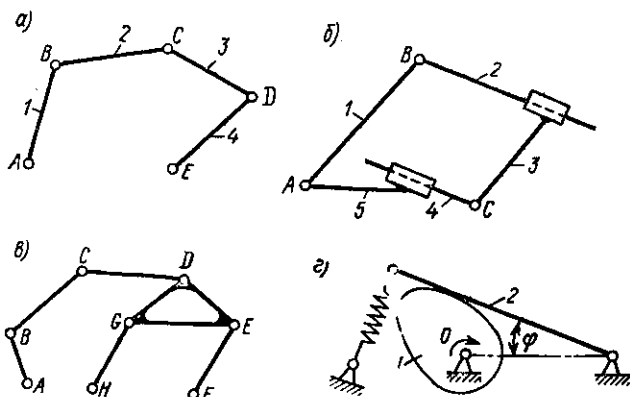


Рис. 2.7.

только одной кинематической пары, т. е. соединяющиеся только с одним звеном, например звенья 1 и 4 на рис. 2.7, а. *Замкнутой* называется такая цепь, в которой каждое звено входит, по крайней мере, в состав двух кинематических пар (рис. 2.7, б, в). В механизмах можно встретить как открытые, так и замкнутые кинематические цепи. Примером открытой кинематической цепи являются обычные рычажные весы. В машиностроении применяются преимущественно замкнутые кинематические цепи.

В машинах и приборах наиболее широкое применение получили плоские кинематические цепи. К плоским относятся цепи, все точки звеньев которых совершают движения в параллельных плоскостях. Точки звеньев пространственных цепей описывают различные пространственные кривые.

Каждый механизм представляет собой некоторую замкнутую кинематическую цепь. Основными свойствами механизма являются подвижность его звеньев и определенность (согласованность) их движения. Для определенности движения механизма относительно друг друга параметры их движения (например, перемещения, скорости, ускорения) удобно оценивать относительно

одного из них. Такое звено называют *станиной* или *стойкой*. В большинстве случаев одно из звеньев механизма является неподвижным относительно поверхности земли. Неподвижное звено обычно и принимают за стойку. Однако при исследовании механизмов транспортных машин — автомобилей, тракторов, локомотивов, самолетов, ракет и других — стойкой считают раму или корпус, совершающие движение относительно поверхности земли. Примером механизмов, различные звенья которых могут поочередно становиться неподвижными, являются механизмы шагания экскаваторов, у которых за интервал времени одного цикла поочередно становятся неподвижными корпус и опорные лыжи.

Важнейшим свойством любого механизма является его подвижность, которая в общем случае может определяться следующим образом.

Пусть механизм состоит из n звеньев. Каждое свободное звено, как уже отмечалось, обладает в общем случае шестью свободами движения, т. е. движение такого звена может быть разложено на шесть простейших движений. Одно из звеньев механизма (стойка) или в действительности является неподвижным, или условно принимается за неподвижное. Поэтому количество подвижных звеньев механизма составляет $n - 1$. Если бы звенья механизма не были связаны одно с другим, то общее количество простейших движений всех подвижных звеньев механизма составило бы $6(n - 1)$. Однако звенья механизма не являются свободными, так как входят в состав кинематических пар. Допустим, что число пар 1-го класса в рассматриваемом механизме составляет P_1 ; число пар 2-го класса равно P_2 ; число пар 3-го класса — P_3 ; число пар 4-го класса — P_4 и, наконец, число пар 5-го класса составляет P_5 . Каждая кинематическая пара 1-го класса исключает одно простейшее движение, а все P_1 пар 1-го класса сделают невозможными $1P_1$ простейших движений. Каждая пара 2-го класса устраняет два простейших движения, а все P_2 пар 2-го класса — $2P_2$ простейших движений. Рассуждая аналогично, можно показать, что все кинематические пары 3, 4 и 5-го классов уменьшают общее количество свободных движений подвижных звеньев на числа, соответственно равные $3P_3$, $4P_4$ и $5P_5$. Вычтем эти числа из того количества простейших движений, которое имели бы все подвижные звенья механизма, если бы не входили в состав кинематических пар. Обозначим полученную таким путем разность через W и получим

$$W = 6(n - 1) - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - 1P_1. \quad (2.1)$$

Формула (2.1), служащая для определения количества свободных движений механизма, в самом общем случае впервые была выведена проф. А. П. Малышевым в 1923 г.

Из (2.1) нетрудно получить формулы для определения количества свободных движений плоского механизма. Пусть плоский механизм состоит из n звеньев (при одном неподвижном), из

которых образованы кинематические пары 5-го класса в количестве P_5 и 4-го класса в количестве P_4 . Все P_5 кинематических пар 5-го класса лишат подвижные звенья $2P_5$ простейших относительных движений, а все P_4 кинематических пар 4-го класса — $4P_4$ простейших движений. В результате формула для определения количества свобод движения плоского механизма будет следующей:

$$W = 3(n - 1) - 2P_5 - 1P_4. \quad (2.2)$$

Кинематические пары 5-го класса, входящие в состав плоского механизма, могут существовать в трех видах: в виде вращательной, поступательной и винтовой пар. Отметим, что формула, аналогичная формуле (2.2), была выведена акад. П. Л. Чебышевым в 1869 г. применительно к плоской кинематической цепи с парами 5-го класса и явилась первой формулой по определению количества свобод движения механизмов.

§ 2.4. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ

Метод образования и рациональной классификации плоских шарнирных механизмов впервые был предложен в 1914 г. русским ученым Л. В. Ассуром. Позднее акад. И. И. Артоболевский распространил идеи Л. В. Ассура на пространственные механизмы.

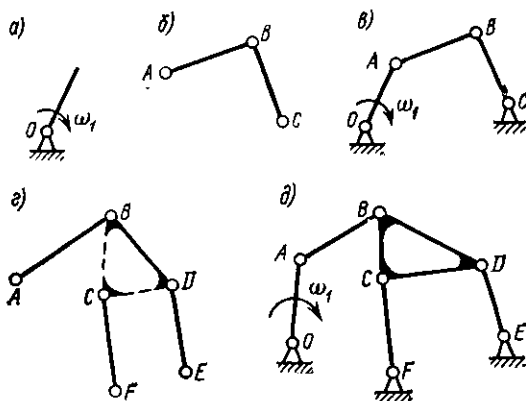


Рис. 2.8.

Образование механизмов по Л. В. Ассуру заключается в последовательном присоединении к ведущим звеньям и стойке кинематических цепей исходного механизма без изменения количества свобод движения. Сочетание ведущего звена и стойки Л. В. Ассур назвал механизмом первого порядка (исходный механизм, рис. 2.8, а). Образование более сложных плоских механизмов достигается путем присоединения к исходному механизму кинематических групп Ассура. *Кинематической группой*

Ассура называется плоская кинематическая цепь, присоединение которой к некоторой другой кинематической цепи не изменяет количества свобод движения последней. Структурная формула такой плоской кинематической группы имеет вид

$$W = 3n - 2P_5 - 1P_4 = 0.$$

Если рассматривать кинематические группы, в которых отсутствуют кинематические пары 4-го класса, то структурная формула упростится:

$$3n - 2P_5 = 0,$$

откуда

$$P_5 = 3n/2. \quad (2.3)$$

Количество кинематических пар и звеньев может быть только целым, поэтому кинематические группы Ассура определяются следующим сочетанием звеньев и кинематических пар 5-го класса: $n = 2, 4, 6, 8, 10$ и т. д.; $P_5 = 3, 6, 9, 12, 15$ и т. д. Таким образом, количество звеньев группы должно измеряться четным числом, а количество кинематических пар — числом, кратным 3. Приведенные выше сочетания звеньев и кинематических пар дают возможность получить группы различного строения, а присоединение их к исходным механизмам — более сложные механизмы.

Группа, представленная на рис. 2.8, б, состоит из двух звеньев-поводков, образующих вращательную пару. Каждый из поводков свободными элементами *A* и *C* может быть присоединен к другим кинематическим цепям. Эта простейшая группа называется *двухповодковой* или *диадой*. Если она одним из элементов (например, *A*) присоединяется к кривошипу *OA*, а другим (*C*) — к стойке, то образуется плоский четырехзвенный механизм (рис. 2.8, в). Этот механизм находит весьма широкое применение в технике (тестомесильные, гребнечесальные, снегопогрузочные машины, сеноворошилки, порталные краны, маятниковые пилы, устройства открывания дверей автобусов, капотов автомобилей и др.).

Образование каждой последующей группы Ассура может быть осуществлено так называемым методом развития поводка. Этот метод состоит в замене одного из поводков, например *BC* (рис. 2.8, з), базисным звеном *BCD* (д) с двумя поводками *FC* и *ED*. При этом вместо двухповодковой группы получится трехповодковая группа. Аналогично строятся четырехповодковая группа и другие группы Ассура.

Класс механизма определяется наивысшим номером класса группы. Так, например, если из пяти присоединенных групп четыре относятся к 1-му классу, и лишь одна — к 3-му классу, то механизм относится к 3-му классу. Внутри одного и того же класса группы могут отличаться друг от друга порядком. Порядок группы определяется числом поводков, которыми группа может быть присоединена к другим цепям.

Порядок механизма определяется наибольшим порядком группы наивысшего класса. Так, например, если в состав механизма входят группы 2-го класса второго порядка и 2-го класса третьего порядка, то механизм следует отнести ко 2-му классу и третьему порядку. Анализ показывает, что механизмы 2-го класса могут быть только с шестого порядка.

В настоящее время получила распространение классификация механизмов И. И. Артоболевского. По этой классификации двухповодковая группа относится ко 2-му классу и имеет второй порядок; группа, состоящая из базисного звена и трех поводков, принадлежит к 3-му классу и имеет третий порядок.

При проектировании машин, приборов, счетно-решающих и других устройств конструктору приходится выбирать наиболее простые и надежные схемы их механизмов, которые могли бы наилучшим образом выполнять заданные преобразования движения ведущих и ведомых звеньев. При этом работоспособность и надежность устройств во многом зависят от того, насколько правильно выбрана схема построения механизма, его структура. Под структурным анализом механизма понимается определение количества звеньев и кинематических пар, входящих в его состав, классификация последних, определение подвижности, а также установление класса и порядка механизма.

§ 2.5. ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Наибольшее распространение четырехзвенные механизмы получили в технике. Четырехшарнирные кривошипно-коромысловые (рис. 2.9, б) механизмы обычно применяются для преобразования вращательного движения ведущего звена в колебательное движение ведомого. Такие механизмы находят применение в конструкциях швейных машин, различных приборов, ткацких станков, гребнечесальных и месильных машин, погрузчиков, киноаппаратов и др. Звено 1, совершающее полнооборотное вращательное движение (рис. 2.9, а, б), называется *кривошипом*, а звено 2, совершающее неполнооборотное вращательное движение, — *коромыслом*. Звено 3, совершающее сложное движение, называется *шатунном*. Возможно и обратное преобразование колебательного движения коромысла во вращательное движение кривошипа, которое имеет место в приводе токарных станков по дереву, точил, кузнечных горнов, балансирных паровых машин и др. Если звенья этого механизма имеют длины a , b , c и d , подчиненные неравенству $a < b < c < d$, то существование кривошипа возможно при условии $a + d < b + c$, т. е. если сумма длин наибольшего и наименьшего звеньев меньше суммы длин двух других звеньев (теорема Грасгофа). В противном случае существование кривошипа невозможно (рис. 2.9, б).

На рис. 2.9, в изображен четырехзвенный механизм, у которого одна из кинематических пар образована криволинейным

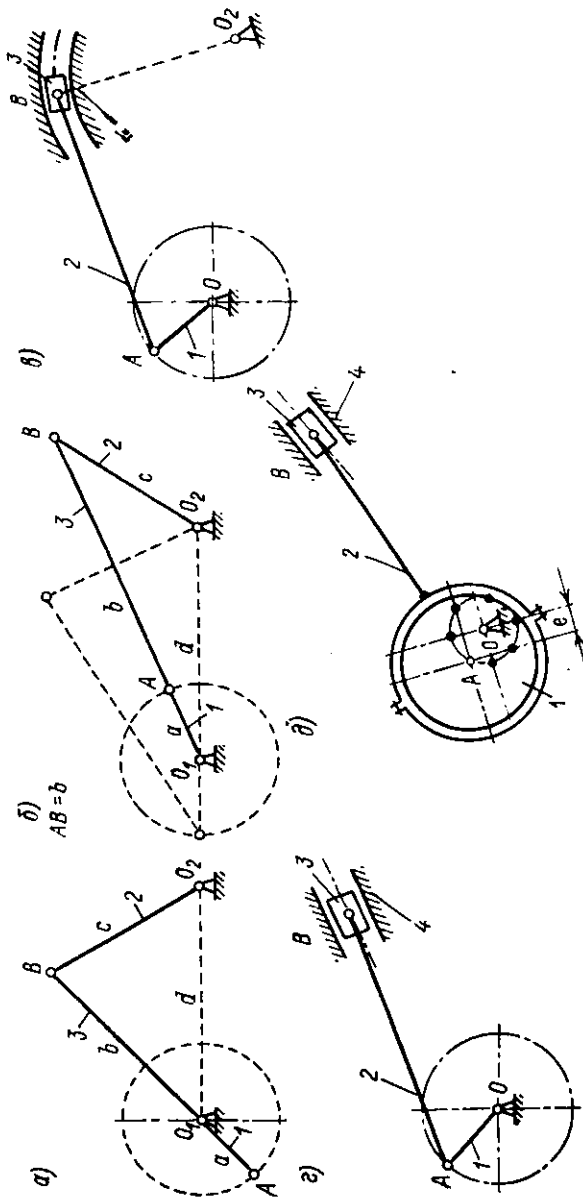


Рис. 2.9.

ползуном и дугowymi направляющими. При бесконечно большом радиусе кривизны дугowych направляющих получается кривошипно-ползунный механизм, который называется *центральным*, если прямая, вдоль которой движется точка B , пересекает ось O вращения кривошипа (рис. 2.10, б), или *смещенным* в противном случае (рис. 2.9, в). Такой способ видоизменения четырехзвенника называют заменой вращательных кинематических пар поступательными.

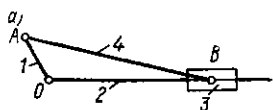
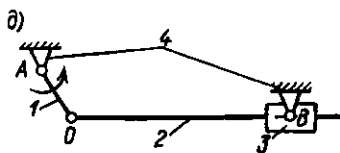
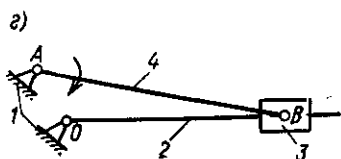
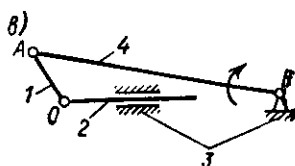
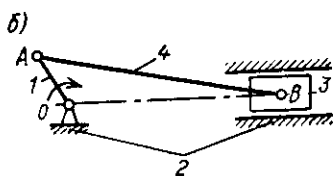


Рис. 2.10.



На рис. 2.9, д представлена схема эксцентрикового механизма, в котором ведущее звено имеет форму эксцентрика, охватываемого разъемной головкой шатуна 2. Применение этой разновидности механизма целесообразно в тех случаях, когда длина кривошипа OA настолько мала, что изготовление отдельных подшипниковых узлов O и A невозможно по соображениям прочности, а также при нежелательности применять коленчатый вал. Этот способ преобразования называют *методом расширения цапфы* (в рассмотренном случае цапфы A). Такие механизмы применяются в конструкциях локомотивов, лесопильных рам, насосов и др.

Получение модификаций четырехзвенных механизмов возможно и путем обращения в стойку различных звеньев кинематической цепи. На рис. 2.10, а изображена замкнутая кинематическая цепь с одной поступательной и тремя вращательными парами. Превращая в стойку звено 2 или 3, получаем кривошипно-ползунный механизм (рис. 2.10, б, в). Делая неподвижным звено 1 или 4, получаем кулисный механизм с качающимся звеном — кулисой (рис. 2.10, г) или цилиндром (рис. 2.10, д). Подобные механизмы находят применение в конструкциях поперечно-строгальных станков, опрокидных устройств автомобилей-

самосвалов, вагонов типа думпкара, в конструкциях устройств для изменения наклона рам автопогрузчиков и др.

Многочисленные модификации механизмов, дающие возможность различного рода преобразования движений, могут быть получены путем изменения длин отдельных звеньев. Так, если принять противоположные звенья четырехшарнирного механизма

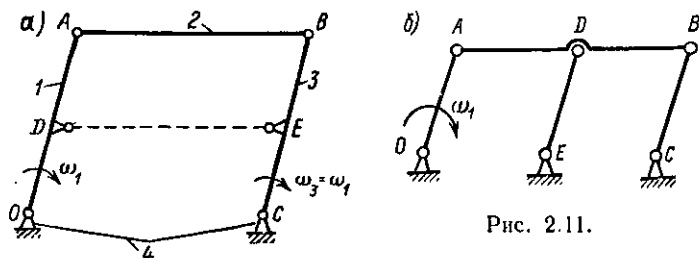


Рис. 2.11.

попарно равными, то получим механизм, называемый *шарнирным параллелограммом* (рис. 2.11, а), который применяется для передачи синхронного движения различным колесам локомотива (рис. 2.11, б) в пантографах (токосъемных устройствах) электрического подвижного состава, копировальных приспособлениях и др.

§ 2.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДВИЖНОСТИ МЕХАНИЗМОВ С УЧЕТОМ ДЕЙСТВУЮЩИХ СИЛ

В ранний период развития теории механизмов и машин — в XIX и начале XX столетий — определение подвижности кинематических цепей и механизмов основывалось лишь на учете геометрокинематических связей между звеньями. На этом основании были получены формулы акад. П. Л. Чебышева, проф. А. П. Малышева и другие для определения подвижности кинематических цепей механизмов и машин. Однако эти формулы в значительном количестве случаев не обеспечивали верных результатов, так как в них не были учтены действующие на звенья силы, пассивные звенья, находящиеся в составе механизмов, но не влияющие на движение других звеньев, общие ограничения, накладываемые на движение всех звеньев, наличие изменяемых по длине звеньев и т. п.

Известно, что возможные перемещения звеньев под действием сил и моментов сил, находящихся в равновесии, связаны с величинами этих сил принципом возможных перемещений, на что обратили внимание Р. П. Войня и М. Атанасиу и построили новый метод определения подвижности кинематических цепей и механизмов, не требующий предварительного выявления входящих в них пассивных звеньев.

Приведем краткое описание этого метода.

Пусть S_x, S_y, S_z и $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — линейные и угловые относительные перемещения звеньев в системе координат S_{xyz} (рис. 2.12, а); R_x, R_y, R_z и M_x, M_y, M_z — соответствующие силы и моменты

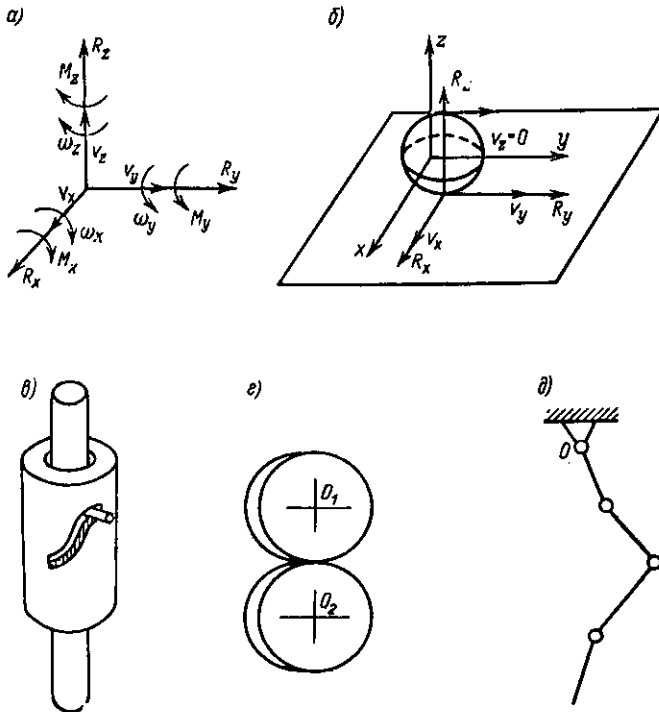


Рис. 2.12.

сил реакций связей. В соответствии с принципом виртуальных работ для системы сил, находящихся в равновесии, имеем

$$R_x S_x + R_y S_y + R_z S_z + M_x \Omega_x + M_y \Omega_y + M_z \Omega_z = 0. \quad (2.4)$$

Это соотношение или эквивалентное ему соотношение мощностей

$$R_x v_x + R_y v_y + R_z v_z + M_x \omega_x + M_y \omega_y + M_z \omega_z = 0, \quad (2.5)$$

где v_i, ω_i — соответствующие линейные и угловые скорости относительного движения, должны выполняться при всех значениях компонентов.

Очевидно, что при отсутствии связей между двумя звеньями все реакции связей обращаются в нуль и каковы бы ни были значения проекций скоростей относительного движения (или перемещений), равенства (2.4) и (2.5) верны.

При жестком соединении звеньев обращаются в нуль все проекции скоростей и равенства (2.4) и (2.5) также верны. При промежуточных случаях между этими двумя граничными случаями количество условий связи, которое может изменяться от единицы до пяти, определяет соответствующий класс кинематической пары, причем это количество условий связи соответствует количеству обращенных в нуль проекций скоростей и дополнительному — до шести — количеству обращенных в нуль проекций реакций связей (связи предполагаются идеальными, т. е. без трения).

Пример 1. Кинематическая пара плоскость — сфера (рис. 2.12, б) определяется $v_z = 0$; v_x ; v_y ; ω_x ; ω_y , $\omega_z \neq 0$ или $R_x = R_y = M_x = M_y = M_z = 0$; $R_z \neq 0$, причем

$$R_x v_x + R_y v_y + M_x \omega_x + M_y \omega_y + M_z \omega_z + R_z v_z = 0. \quad (2.6)$$

Для дальнейшего изложения необходимы следующие две теоремы.

Теорема 1. Каждая кинематическая пара 5-го класса эквивалентна в бесконечно малом движении винтовой кинематической паре.

Доказательство. Каждая кинематическая пара 5-го класса может быть, вообще говоря, определена пятью линейно независимыми соотношениями между пятью из следующих шести параметров: v_x , v_y , v_z , ω_x , ω_y , ω_z . Можно, например, выразить пять параметров в зависимости от шестого или все шесть через некоторый произвольный параметр:

$$\omega_x = a\lambda; \quad \omega_y = b\lambda; \quad \omega_z = c\lambda; \quad v_x = d\lambda; \quad v_y = e\lambda; \quad v_z = f\lambda, \quad (2.7)$$

причем a , b , ..., f не зависят от λ .

Можно показать, что положение мгновенной оси винтового движения и отношение $S = |\mathbf{v}|/|\boldsymbol{\omega}|$ в точке мгновенной оси не зависят от λ ,

$$S = \frac{|i v_x + j v_y + k v_z|}{|i \omega_x + j \omega_y + k \omega_z|} = \frac{|d + e j + f k|}{|a i + b j + c k|},$$

где i , j , k — орты осей координатного декартова триедра.

Следовательно, бесконечно малое относительное движение двух звеньев кинематической пары может быть уподоблено движению винта относительно гайки, если мгновенная ось винтового движения совпадает с осью винта, а шаг винта $p = 2\pi S$. При этом вращательная пара, как известно, является частным случаем винтовой при $p = 0$, а поступательная — при $p = \infty$ ($\omega = 0$).

Из теоремы следует, что кинематическая пара 5-го класса, эквивалентная винтовой паре, может претерпевать мгновенное изменение вследствие изменения шага p (рис. 2.12, в) или изменения положения оси винтового движения, как это имеет место

в паре винтовых зубчатых колес 5-го класса с постоянным шагом и переменной осью (рис. 2.12, *г*). Аналогично может быть доказана и теорема 2.

Теорема 2. Каждая кинематическая пара класса k эквивалентна $6 - k$ винтовым кинематическим парам.

О подвижности кинематических цепей

Связностью кинематической цепи называется связность области, полученной заменой кинематических пар жесткими связями (жесткими закреплениями). Известно, что связность полученной таким образом области имеет порядок s , если через любую точку области проходит s замкнутых кривых, не приводимых одна к другой топологическими преобразованиями. Пусть такими кривыми будут $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_{s-1}$.

Открытой кинематической цепью называется односвязная кинематическая цепь ($s = 1$). Любую открытую кинематическую цепь на основании теоремы 2 можно привести эквивалентным преобразованием к цепи, составленной из кинематических пар 5-го класса. Пусть N — количество таких пар, каждой из которых соответствует независимый скалярный параметр ω , ν или $S\nu'\omega$. В таком случае подвижность такой кинематической цепи с одним неподвижным звеном определяется количеством свобод движения, равным количеству кинематических пар,

$$\omega = N. \quad (2.8)$$

Пример II. На рис. 2.12, *д* представлена кинематическая цепь — четырехзвенный маятник, подвижность которой равна количеству вращательных кинематических пар $\omega = 4$.

Простой замкнутой кинематической цепью называется двухсвязная кинематическая цепь ($s = 2$).

Приведем кинематические пары этой цепи к кинематическим парам 5-го класса. В этом случае цепь будет содержать количество звеньев, равное количеству кинематических пар. Заномеруем звенья числами натурального ряда: 0, 1, 2, ..., n . Закрепим одно из $n + 1$ звеньев замкнутой кинематической цепи, например звено с номером нуль. Тогда скорости его движения $\nu_0 = 0$ и $\omega = 0$ могут рассматриваться как результат сложения движений остальных звеньев цепи.

Из кинематики относительного движения твердых тел известно, что угловая скорость звена ω и линейная скорость ν какой-либо его точки являются соответственно результирующим вектором и результирующим вектор-моментом относительно этой точки векторов ω_i как скользящих векторов и векторов $\frac{\rho_i}{2\pi} \omega_i$ как свободных векторов (по аналогии с силами и парами сил, действующих на твердое тело). Пусть ρ — радиус-вектор точки относительно оси вектора ω , тогда, очевидно,

$$\nu_i = \frac{\rho_i}{2\pi} \omega_i + \rho_i \times \omega_i. \quad (2.9)$$

Обозначая орты координатного триедра xyz через i, j, k , находим проекции, раскрыв векторное произведение

$$\rho_i \times \omega_i = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{ix} & \rho_{iy} & \rho_{iz} \\ \omega_{ix} & \omega_{iy} & \omega_{iz} \end{vmatrix} = i(\rho_{iy}\omega_{iz} - \rho_{iz}\omega_{iy}) + j(\rho_{iz}\omega_{ix} - \rho_{ix}\omega_{iz}) + k(\rho_{ix}\omega_{iy} - \rho_{iy}\omega_{ix}). \quad (2.10)$$

Принимая для краткости обозначения:

$$m_{ix} = \rho_{iy}^{\alpha} \omega_{iz} - \rho_{iz}^{\alpha} \omega_{iy}; \quad m_{iy} = \rho_{iz}^{\alpha} \omega_{ix} - \rho_{ix}^{\alpha} \omega_{iz}; \quad m_{iz} = \rho_{ix}^{\alpha} \omega_{iy} - \rho_{iy}^{\alpha} \omega_{ix}, \quad (2.11)$$

перепишем (2.9) в проекциях на оси координатного триедра с учетом (2.10) и (2.11):

$$\begin{aligned} v_{ix} &= \left(\frac{\rho_i}{2\pi} \alpha_{ix} + m_{ix} \right) \omega_i; \quad v_{iy} = \left(\frac{\rho_i}{2\pi} \alpha_{iy} + m_{iy} \right) \omega_i; \quad v_{iz} = \\ &= \left(\frac{\rho_i}{2\pi} \alpha_{iz} + m_{iz} \right) \omega_i, \end{aligned} \quad (2.12)$$

после чего составим геометрические суммы для неподвижного звена:

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^n \omega_i = 0; \quad v_0 = \sum_{i=1}^n v_i = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_i}{2\pi} \omega_i + \rho_i \times \omega_i \right). \quad (2.13)$$

Уравнения (2.13) в проекциях на оси координат получают вид:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1x}\omega_1 + \alpha_{2x}\omega_2 + \dots + \alpha_{nx}\omega_n &= 0; \\ \alpha_{1y}\omega_1 + \alpha_{2y}\omega_2 + \dots + \alpha_{ny}\omega_n &= 0; \\ \alpha_{1z}\omega_1 + \alpha_{2z}\omega_2 + \dots + \alpha_{nz}\omega_n &= 0; \\ \left(m_{1x} + \frac{\rho_1}{2\pi} \alpha_{1x} \right) \omega_1 + \left(m_{2x} + \frac{\rho_2}{2\pi} \alpha_{2x} \right) \omega_2 + \dots + \\ &+ \left(m_{nx} + \frac{\rho_n}{2\pi} \alpha_{nx} \right) \omega_n = 0; \\ \left(m_{1y} + \frac{\rho_1}{2\pi} \alpha_{1y} \right) \omega_1 + \left(m_{2y} + \frac{\rho_2}{2\pi} \alpha_{2y} \right) \omega_2 + \dots + \\ &+ \left(m_{ny} + \frac{\rho_n}{2\pi} \alpha_{ny} \right) \omega_n = 0; \\ \left(m_{1z} + \frac{\rho_1}{2\pi} \alpha_{1z} \right) \omega_1 + \left(m_{2z} + \frac{\rho_2}{2\pi} \alpha_{2z} \right) \omega_2 + \dots + \\ &+ \left(m_{nz} + \frac{\rho_n}{2\pi} \alpha_{nz} \right) \omega_n = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

где $\alpha_{ix}, \alpha_{iy}, \alpha_{iz}$ — направляющие косинусы вектора ω_i .

Система (2.14) линейна и однородна относительно ω_i (относительно v_i , если имеются поступательные кинематические пары). Пусть r — ранг матрицы

$$M = \begin{vmatrix} \alpha_{1x} & \alpha_{2x} & \dots & \alpha_{nx} \\ \alpha_{1y} & \alpha_{2y} & \dots & \alpha_{ny} \\ \alpha_{1z} & \alpha_{2z} & \dots & \alpha_{nz} \\ m_{1x} + \frac{p_1}{2\pi} \alpha_{1x} & m_{2x} + \frac{p_2}{2\pi} \alpha_{2x} & \dots & m_{nx} + \frac{p_n}{2\pi} \alpha_{nx} \\ m_{1y} + \frac{p_1}{2\pi} \alpha_{1y} & m_{2y} + \frac{p_2}{2\pi} \alpha_{2y} & \dots & m_{ny} + \frac{p_n}{2\pi} \alpha_{ny} \\ m_{1z} + \frac{p_1}{2\pi} \alpha_{1z} & m_{2z} + \frac{p_2}{2\pi} \alpha_{2z} & \dots & m_{nz} + \frac{p_n}{2\pi} \alpha_{nz} \end{vmatrix}. \quad (2.15)$$

Это означает, что матрица M имеет r линейно независимых столбцов (или строк), т. е. из n параметров $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ лишь r являются линейно независимыми и могут быть определены через $n - r$ свободно выбираемых остальных параметров. При этом, очевидно, подвижность замкнутой кинематической цепи с неподвижным звеном определяется количеством свобод

$$\omega = N - r, \quad (2.16)$$

где N — количество кинематических пар 5-го класса.

Геометрическая интерпретация определения подвижности кинематических цепей

Можно избежать определения ранга матрицы (2.15), если рассматривать ее элементы как однородные (плюккеровы) координаты винтов, заменяющих кинематические пары замкнутого контура механизма. Ранг матрицы (2.15) в таком случае равен рангу подмножества винтов, заменяющих кинематические пары замкнутого контура.

Ниже приведены ранговые характеристики некоторых подмножеств винтов.

1. Подмножество винтов имеет ранг $r = 1$, если все винты имеют одну и ту же ось и одинаковый параметр $S = p/2\pi$ или, что то же, одинаковый шаг.

2. Подмножество винтов имеет ранг $r = 2$, если оно содержит два винта или некоторое количество винтов, не меньшее двух, оси которых принадлежат поверхности Болла, в частности, если оси совпадают. Если подмножество имеет винты одинакового шага, оно будет 2-го ранга, если при этом содержит два винта с произвольными осями или не меньше двух винтов пересекающихся (рис. 2.13, а) и компланарных осей (рис. 2.13, б) или не меньше двух параллельных и компланарных осей.

3. Подмножество винтов имеет ранг $r = 3$, если оно состоит из трех произвольно ориентированных винтов или из большего количества винтов, оси которых принадлежат биквадратической конгруэнции.

Если подмножество содержит винты одного шага, оно имеет ранг $r = 3$, если при этом содержит три произвольно ориентированных винта или не меньше трех винтов, оси которых принадлежат серии прямых, которые:

- пересекают три данные прямые (рис. 2.14, а);
- пересекают две прямые и в то же время параллельны заданной плоскости (б);
- произвольны между собой, но компланарны (в);
- принадлежат двум плоским пучкам прямых, исходящих из своих точек (г);

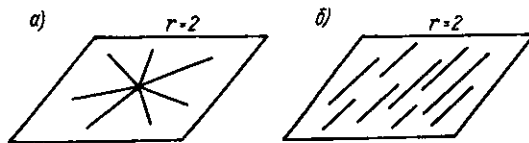


Рис. 2.13.

пересекаются в одной точке, образуя пространственный пучок (д);

параллельны в пространстве (е).

4. Подмножество винтов имеет ранг $r = 4$, если состоит из четырех произвольно ориентированных винтов или из количества винтов не меньше четырех, таких, что оси их принадлежат одному квадратическому комплексу, или оси которых, в частности, параллельны в пространстве (рис. 2.14, е).

Если подмножество имеет винты одинакового шага, то оно будет ранга $r = 4$, если при этом содержит четыре винта с произвольно ориентированными осями или содержит не меньше четырех винтов, оси которых образуют линейную конгруэнцию, в частности:

пересекают две данные прямые, являющиеся трансверсалиями конгруэнции (ж);

пересекают данную прямую и параллельны плоскости (з);

одни параллельны одному заданному направлению, другие — суть прямые на бесконечном пространстве (плоскость на бесконечности в пространстве представлена сферой, прямые на бесконечности — большими кругами — и);

одни расположены в данной плоскости, другие пересекаются в пространстве в точке данной плоскости (к);

одни расположены в плоскости, другие параллельны прямой, расположенной в этой плоскости (л).

5. Подмножество винтов имеет ранг $r = 5$, если оно состоит из пяти ориентированных винтов или некоторого количества винтов, не меньшего пяти, параллельных одной плоскости (м).

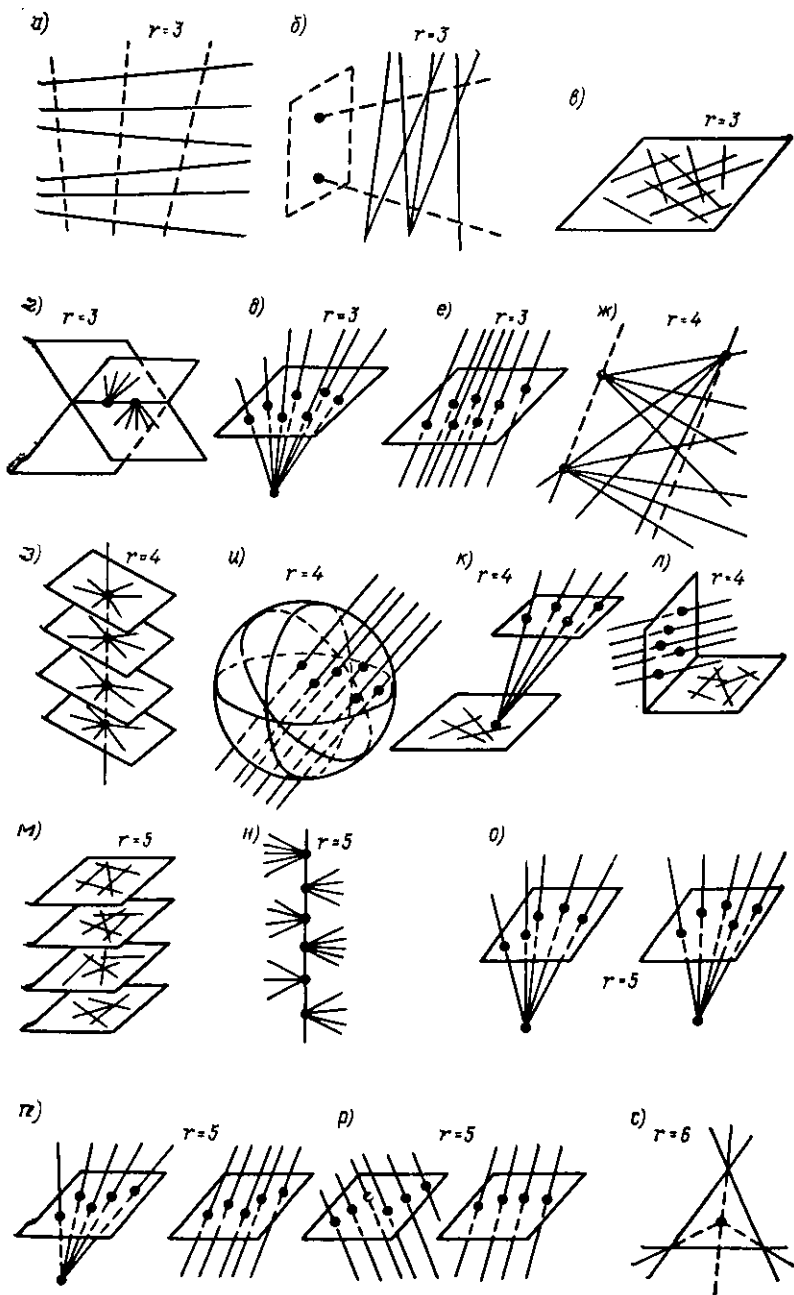


Рис. 2.14.

При условии, что подмножество содержит винты r равного шага, оно будет ранга $r = 5$, если при этом содержит пять произвольно ориентированных винтов или некоторое количество винтов, не меньшее пяти, оси которых принадлежат линейному комплексу n , в частности:

- пересекают данную прямую (n);
- параллельны данной плоскости (m);
- принадлежат двум пучкам пересекающихся прямых (o);
- принадлежат пучку пересекающихся и пучку параллельных прямых (n);

принадлежат двум пучкам параллельных прямых (p).

6. Подмножество винтов имеет ранг $r = 6$, если содержит произвольное количество винтов (шесть) с произвольно ориентированными осями, в частности если все оси совпадают со сторонами тетраэдра (рис. 2.14, c).

Примеры определения подвижности простых кинематических цепей

Пример III. Определить подвижность механизма 1-го класса (по классификации акад. И. И. Артоболевского), представленного на рис. 2.15, a .

Эта кинематическая цепь является открытой и содержит всего лишь одну кинематическую пару. Поэтому в соответствии с формулой (2.8) подвижность этой цепи $\omega = 1$.

Пример IV. Определить подвижность плоского шарнирного пятизвенника (рис. 2.15, b). Он имеет пять вращательных кинематических пар. Оси всех этих пар параллельны, а поэтому ранг их $r = 3$ (рис. 2.14, e). По формуле (2.16) находим подвижность $\omega = 5 - 3 = 2$.

Пример V. Определить подвижность двойного карданного шарнира (рис. 2.15, e).

По формуле (2.16) $N = 6$. Оси кинематических пар одного простого карданного шарнира пересекаются в одной точке, другого — в другой точке, что соответствует рис. 2.14, n , т. е. $r = 5$. Следовательно, подвижность механизма $\omega = 6 - 5 = 1$.

Приведем еще один пример, иллюстрирующий достоинство метода, не нуждающегося в предварительном выявлении пассивных связей.

Пример VI. Исследовать подвижность соединения, представленного на рис. 2.15, g , являющегося соединением двух звеньев; тем не менее считать, что они образуют одну кинематическую пару, нельзя, так как шарниры 1 и 2 несоосны, а поэтому полагают, что $N = 2$. В соответствии с рис. 2.13, b ранг комплекса, образуемого двумя параллельными осями, $r = 2$. По формуле (2.16) $\omega = 2 - 2 = 0$, т. е. соединение неподвижно.

Пример VII. Определить подвижность пространственного четырехзвенника с двумя вращательными, одной сферической и одной сферической с пальцем кинематическими парами (рис. 2.15, d). В соответствии с теоремой 2 (см. стр. 29) сферическая пара A может быть заменена тремя вращательными, сферическая пара B с пальцем — двумя вращательными, причем оси всех семи вращательных пар заменяющего механизма (рис. 2.15, e) образуют комплекс произвольно ориентированных в пространстве прямых, ранг которых в соответствии с п. 6 равен шести. На этом основании по формуле (2.16) находим $\omega = N - r = 7 - 6 = 1$.

Очевидно, что пространственный четырехшарнирник с двумя сферическими и двумя вращательными кинематическими парами имеет подвижность, определяемую двумя свободами движения.

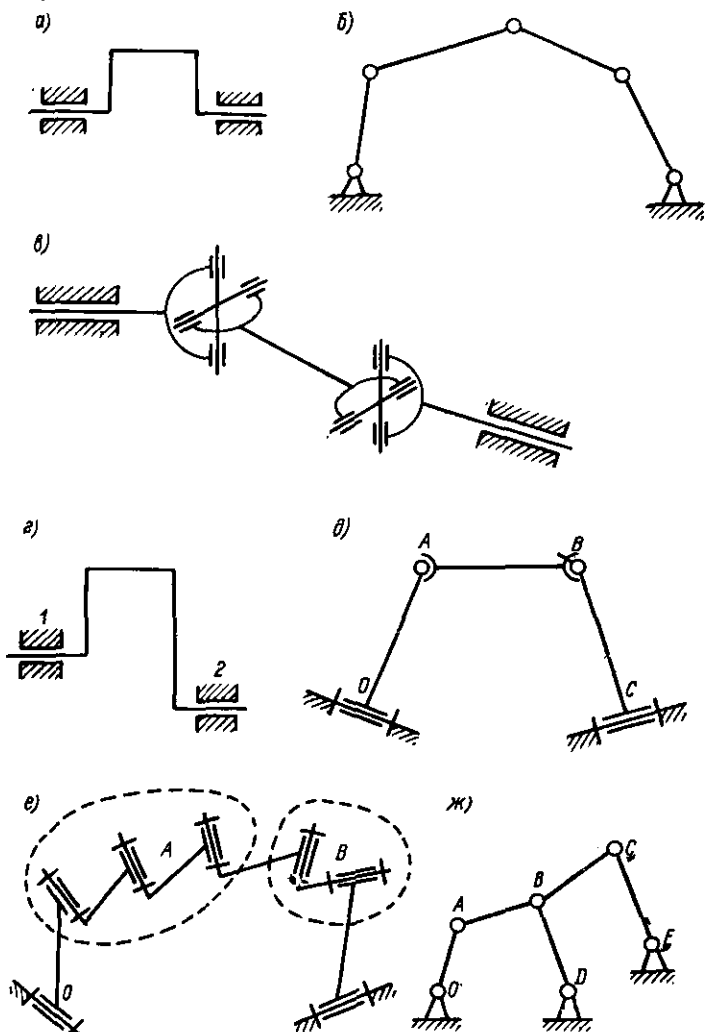


Рис. 2.15.

О подвижности сложных многоконтурных замкнутых кинематических цепей

Пусть кинематическая цепь имеет более одного замкнутого контура, а именно: контуры $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, образованные звеньями, соединенными в кинематические пары, причем эти контуры взаимно неприводимы никакими топологическими преобразова-

ниями. Каковы бы ни были кинематические пары, имеющиеся в составе контуров, они могут быть заменены в соответствии с теоремой 2 эквивалентным количеством кинематических пар 5-го класса. Ранг r_i матрицы вида (2.15) каждого i -го контура может быть определен известными методами. Подсчитав количество N кинематических пар 5-го класса всей цепи, можно определить подвижность цепи следующим количеством свобод движения:

$$\omega = N - \sum_{i=1}^{c-1} r_i = N - \sum_{i=1}^n r_i,$$

где $c = n + 1$ — связность n -контурной замкнутой кинематической цепи.

Пример VIII. Определить подвижность кинематической цепи шести-звенного плоского механизма (рис. 2.15, ж).

Общее количество кинематических пар 5-го класса этого механизма составляет $N = 7$. Связность цепи $c = 3$ (количество замкнутых контуров $n = 2$). Ранг контура $OABD$ $r_1 = 3$, равно как и контура $DBCE$, $r_2 = 3$ (см. рис. 2.15, ж). Таким образом, имеем

$$\omega = N - (r_1 + r_2) = 7 - (3 + 3) = 1.$$

§ 2.7. ИЗБЫТОЧНЫЕ СВЯЗИ. ПАССИВНЫЕ ЗВЕНЬЯ

Способ соединения звеньев механизмов должен обеспечивать требуемую свободу движения независимо от погрешностей изготовления отдельных элементов и монтажа механизма. Так, например, при изготовлении деталей плоского четырехшарнирника, представленного на рис. 2.11, невозможно гарантировать идеальную параллельность осей всех кинематических пар ввиду естественных погрешностей оборудования, применяемого при изготовлении деталей, и по другим причинам. Вследствие этого после сборки механизма возможен натяг соединений, сопровождающийся излишними затратами энергии на относительное движение звеньев. Такой натяг может быть обусловлен существованием так называемых избыточных (лишних) связей. Количество избыточных связей механизма определяется как разность общего количества уравнений связей и количества независимых уравнений связей.

В соответствии с изложенным в § 2.6 методом количество избыточных связей одноконтурных механизмов можно определить как разность наивысшего ранга матрицы (2.15) r_m и ранга r механизма или множества осей простейших кинематических пар

$$q = r_m - r.$$

Так, например, количество избыточных связей четырехшарнирного плоского механизма, представленного на рис. 2.11, а, составляет $q = 6 - 3 = 3$, двойного карданного шарнира (рис. 2.15, в) $q = 6 - 5 = 1$.

Для многоконтурных механизмов количество избыточных св. зей

$$q = 6n - \sum_{i=1}^n r_i,$$

где n — количество контуров.

Таким образом, механизм, представленный на рис. 2.11, б, имеет $q = 6 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6$ избыточных связей.

Устранение избыточных связей способствует повышению коэффициента полезного действия путем уменьшения вредных сопротивлений относительно движению звеньев механизма и может достигаться различными конструктивными приемами. Так, например, избыточные связи плоского четырехшарнирника (см. рис. 2.11, а) могут быть исключены заменой вращательных кинематических пар, ограничивающих шатуны сферическими кинематическими парами. После такой замены ранг механизма оказывается равным шести, а количество избыточных связей — равным нулю.

При конструировании машин возникает необходимость введения в механизмы звеньев, которые не влияют на их кинематические параметры. Такая необходимость обусловлена, например, стремлением придать механизму требуемую жесткость (звено DE , показанное штриховой линией на рис. 2.11, а) или распределить силу на несколько элементов, как это имеет место в движущихся механизмах паровых локомотивов (см. рис. 2.11, б). Удаление или прибавление звена DE не влечет изменения движения контура $OABC$ с одним жестким звеном AB , а поэтому такой механизм должен считаться одноконтурным, так же как и механизм, представленный на рис. 2.9, а, б. В этом случае звенья DE и ограничивающие его кинематические пары не должны учитываться. Механизм, представленный на рис. 2.11, б, должен рассматриваться как двухконтурный, если вдоль отрезка AB располагаются два отдельных звена AD и DB . При этом общее количество кинематических пар равно 7 и механизм имеет одну свободу движения $\omega = 7 - 2 \cdot 3 = 1$.

Глава 3. АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМОВ

§ 3.1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ

Движение реальных механизмов машин происходит под действием различных сил и является переменным во времени в соответствии с изменением режимов и целей движения машин. Конечной целью исследования машин является определение возможных режимов их движения, для чего необходимо устано-

вить допустимые значения сил, действующих на различные звенья в процессе движения, коэффициент полезного действия, перемещения скорости и ускорения движения звеньев и их отдельных точек.

Построение положений звеньев механизма и траекторий их наиболее характерных точек дает возможность анализировать правильность действия механизма, соответствие траекторий движения рабочих органов машин технологическим процессам, для осуществления которых они предназначены, а также определять пространство, необходимое для размещения механизма. Знание величин скорости движения звеньев и их точек необходимо для определения кинетической энергии отдельных звеньев и механизма в целом при решении задач динамики машин. По векторам ускорений определяют величины и направления сил инерции, а следовательно, и действительных нагрузок, приложенных к деталям механизмов, по которым может быть проверена прочность деталей эксплуатируемых машин или рассчитаны размеры проектируемых машин, гарантирующие их прочность. По известным силам и перемещениям звеньев могут быть определены величины к. п. д. машин и мощности, необходимой для их источников энергии.

Исследование движения механизмов с учетом действующих сил часто доставляет значительные трудности, в особенности при проектировании новых машин. Поэтому для приближенного определения параметров движения—перемещений, скорости и ускорения движения звеньев и их точек — на первой стадии исследования не учитывают действующие силы. Такое исследование осуществляется при помощи методов кинематики механизмов, являющейся одним из основных разделов теории механизмов и машин. Для выполнения кинематического исследования механизма должны быть заданы его схема и размеры звеньев, а также функции зависимости, перемещения ведущих звеньев от параметра времени или от других параметров движения.

Исследование движения звеньев механизмов производится различными способами: аналитическими, графическими и экспериментальными.

Аналитические способы отличаются большим разнообразием и основываются на различных методах математики. Они обеспечивают наиболее высокую точность вычисления исследуемых параметров (при правильном учете влияющих на них факторов) в каждое мгновение промежутка времени действия механизма. Современное интенсивное развитие электронных вычислительных машин обеспечивает широкие возможности применения аналитических методов в теории механизмов, а оснащение ЭВМ средствами наглядного отображения результатов вычисления — построителями и дисплеями — в значительной мере устраняет недостатки аналитических методов, заключающиеся в отсутствии наглядности получаемых результатов.

Графические способы основаны на непосредственном геометрическом построении траекторий движения наиболее характерных точек звеньев плоских механизмов. При этом на чертеже отображаются действительная форма этих траекторий, действительные значения углов, составляемых звеньями, а следовательно, и действительная конфигурация (разумеется, с погрешностями, свойственными графическим построениям) механизма в соответствующие мгновения времени. Все это дает возможность наглядного суждения о движении звеньев плоских механизмов и их отдельных точек. Преимущества графических методов в меньшей мере относятся к пространственным механизмам, получающим все большее распространение, так как пространственные траектории и другие объекты не поддаются полноценному представлению на плоскости.

Экспериментальные способы дают возможность измерений различных параметров движения в производственной обстановке на образцах механизмов, машин и приборов или на их моделях. Возникновение и совершенствование электронной техники и полупроводниковых устройств расширило возможности измерений быстротеменяющихся параметров движения и способствовало повышению точности измерений.

§ 3.2. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ

Среди многочисленных методов кинематического анализа механизмов наиболее широкое распространение приобретают тензорно-матричные методы, отличающиеся простотой алгоритмизации и исследования параметров движения и реализации на ЭВМ, один из которых и изложен ниже применительно к пространственным механизмам с низшими кинематическими парами. Все результаты применимы к плоским механизмам как к частным случаям пространственных, для чего следует лишь положить равной нулю одну из трех координат декартовой прямоугольной системы координат.

Однородные координаты точки в пространстве

Обозначим XYZ — декартовы прямоугольные координаты точки в трехмерном пространстве. Введем параметр t и выразим координаты точки через новые величины x, y, z , пропорциональные координатам X, Y, Z , при помощи равенств:

$$X = x/t; Y = y/t; Z = z/t. \quad (3.1)$$

Со-вокупность четырех чисел t, x, y, z представляет собой однородные или проективные координаты точки. Нетрудно сделать заключение, что однородные координаты определяют положение

точки относительно некоторой четырехмерной системы координат. Для составления матрицы преобразования однородных координат необходимо составить уравнения преобразования однородных координат, которые могут быть построены на основе преобразования систем декартовых координат в трехмерном пространстве. Пусть положение начала первой декартовой системы координат определяется во второй системе координат a, b, c , а относительный поворот координатных осей — направляющими косинусами m_{kl} ($k, l = 1, 2, 3$). Как известно, преобразование координат какой-либо точки из первой системы $X_1 Y_1 Z_1$ во вторую систему XYZ в общем случае относительного движения систем координат определяется уравнениями вида:

$$\left. \begin{aligned} X &= a + X_1 m_{11} + Y_1 m_{12} + Z_1 m_{13}; \\ Y &= b + X_1 m_{21} + Y_1 m_{22} + Z_1 m_{23}; \\ Z &= c + X_1 m_{31} + Y_1 m_{32} + Z_1 m_{33}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Переходим к соответствующим однородным координатам по равенствам:

$$x = Xt; \quad y = Yt; \quad z = Zt; \quad x_1 = X_1 t_1; \quad y_1 = Y_1 t_1; \quad z_1 = Z_1 t_1. \quad (3.3)$$

При этом параметрам t и t_1 могут быть приданы любые числовые значения. С целью упрощения вычислений целесообразно принять

$$t = t_1 = 1. \quad (3.4)$$

Делая замену переменных в системе (3.2) в соответствии с (3.3) и учетом (3.4), получим систему уравнений преобразования однородных координат точки при переходе от одной системы к другой:

$$\left. \begin{aligned} t &= t_1 = 1; \\ x &= a + x_1 m_{11} + y_1 m_{12} + z_1 m_{13}; \\ y &= b + x_1 m_{21} + y_1 m_{22} + z_1 m_{23}; \\ z &= c + x_1 m_{31} + y_1 m_{32} + z_1 m_{33}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Преобразование, определяемое уравнениями (3.5), может быть истолковано как ортогональное аффинное преобразование¹ координат в четырехмерном пространстве, называемом *проективным пространством*.

¹ Аффинным преобразованием (отображением) называется такое преобразование плоскости или пространства, при котором любая прямолинейно расположенная тройка точек переходит в тройку точек, расположенную на одной прямой.

Системы уравнений (3.2) и (3.5) могут быть записаны в эквивалентной матричной форме:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}; \quad (3.6)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ b & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ c & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Равенства (3.6) и (3.7) могут быть записаны в краткой форме при переходе к более однотипным обозначениям, применяемым в тензорном исчислении и линейной алгебре:

$$\left. \begin{aligned} X &\sim X_1; Y \sim X_2; Z \sim X_3; X_1 \sim X_1^{(1)}; \\ Y_1 &\sim X_2^{(1)}; Z_1 \sim X_3^{(1)}; \\ x &\sim x_1; y \sim x_2; z \sim x_3; x_1 \sim x_1^{(1)}; y_1 \sim x_2^{(1)}; z_1 \sim x_3^{(1)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

В таком случае эти равенства принимают вид:

$$X_i = \gamma + V^{(1,0)} X_i^{(1)} \quad (i = 1, 2, 3); \quad (3.9)$$

$$x_i = T^{(1,0)} x_i^{(1)} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3.10)$$

где X_i , $X_i^{(1)}$, x_i , $x_i^{(1)}$, γ — столбцовые матрицы:

$$X_i = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}; \quad X_i^{(1)} = \begin{pmatrix} X_1^{(1)} \\ X_2^{(1)} \\ X_3^{(1)} \end{pmatrix}; \quad x_i^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \end{pmatrix}; \quad \gamma = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Символом $V^{(1,0)}$ обозначен оператор поворота второй системы координат относительно первой, который называется верзором (от латинского слова *vertere* — вращать) и является разновидностью тензоров второго ранга. Он отображается квадратной матрицей, входящей в (3.6),

$$V^{(1,0)} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Символом $T^{(1,0)}$ обозначен оператор сложного преобразования второй системы координат в первую (рис. 3.1), состоящего из

переноса начала (поступательное движение) и поворота (вращательное движение). Этот тензор является разновидностью тензоров второго ранга и отображается квадратной матрицей, входящей в равенство (3.7):

$$T^{(1,0)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ b & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ c & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix}. \quad (3.13)$$

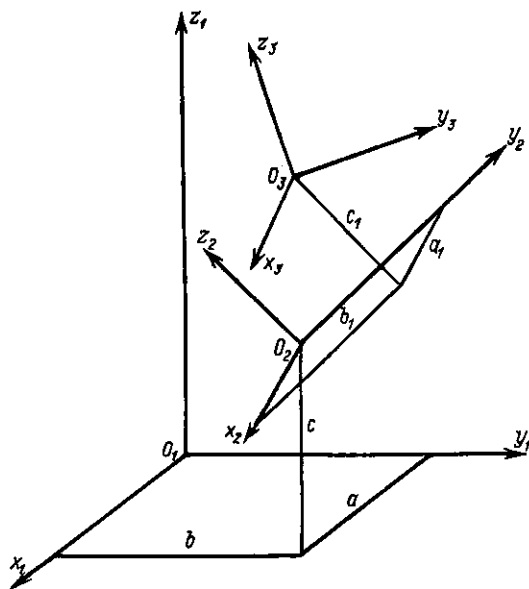


Рис. 3.1.

Нетрудно сделать вывод, что введение однородных (проективных) координат ведет к упрощению взаимных преобразований произвольно ориентированных систем координат, сводя эти преобразования лишь к операциям умножения квадратных матриц одинакового порядка.

Произведение преобразований

Пусть производятся последовательные преобразования ряда систем координат, например системы $O_3x_3y_3z_3$ в систему $O_2x_2y_2z_2$, а затем системы $O_2x_2y_2z_2$ в систему $O_1x_1y_1z_1$. Для перехода к однородным координатам в соответствии с (3.13) и рис. 3.1 составим

тензоры и матрицы соответствующих преобразований третьей системы координат во вторую и второй в первую:

$$T^{(3, 2)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_1 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ c_1 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad (3.14)$$

$$T^{(2, 1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ c & b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}, \quad (3.15)$$

где a_{kl}, b_{kl} ($k, l = 1, 2, 3$) — соответствующие направляющие косинусы координатных осей.

По аналогии с равенством (3.10) составим уравнение расматриваемых преобразований третьей системы координат во вторую

$$x_2 = T^{(3, 2)}x_3 \quad (3.16)$$

и второй — в первую

$$x_1 = T^{(2, 1)}x_2. \quad (3.17)$$

Подставляя (3.16) в (3.17), приходим к равенству

$$x_1 = T^{(2, 1)}T^{(3, 2)}x_3 = T^{(3, 1)}x_3, \quad (3.18)$$

определяющему преобразование третьей системы координат в первую. Такому преобразованию ставится в соответствие тензор второго ранга

$$T^{(3, 1)} = T^{(2, 1)}T^{(3, 2)}, \quad (3.19)$$

матрица которого определяется как произведение матрицы (3.15) на матрицу (3.14) справа.

Таким образом, последовательные преобразования систем координат эквивалентны одному преобразованию, но с более сложной матрицей, являющейся результатом произведения двух матриц, что дает основание называть сложные преобразования систем координат *произведением преобразований*.

Обращаем внимание читателя на то обстоятельство, что в произведении (3.19) тензоры располагаются слева направо в последовательности, противоположной последовательности преобразований систем координат. Равенство (3.19) легко обращается на случай любого количества взаимно преобразуемых систем координат

$$T^{(n, 1)} = T^{(2, 1)}T^{(3, 2)} \dots T^{(n-1, n-2)}T^{(n, n-1)}, \quad (3.20)$$

**Определение перемещений звеньев механизмов.
Уравнение замкнутости кинематических цепей
в тензорной и матричной формах**

Полученные результаты нетрудно распространить на замкнутые и незамкнутые кинематические цепи.

Замкнутые (закрытые) кинематические цепи. Замкнутые кинематические цепи могут быть одно- и многоконтурными. В общем случае следует рассматривать пространственные кинематические цепи. Какова бы ни была одноконтурная кинематическая цепь, с каждым ее звеном связывается пространственная система координат $O_i x_i y_i z_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$, где n — количество звеньев). Тензоры преобразования последующей системы координат в предыдущую обозначим $T^{(i, i-1)}$. Каждому из тензоров $T^{(i, i-1)}$ ставится в соответствие матрица четвертого порядка вида (3.13), элементы которой в каждом конкретном случае определяются в зависимости от вида кинематических пар, образуемых смежными звеньями. Если произвести последовательные преобразования систем координат вдоль замкнутого контура звеньев, начиная с некоторого звена или, иначе говоря, с некоторой системы координат, и вернуться к исходному звену или к исходной системе координат, то такое преобразование будет являться тождественным. На операторном языке это означает, что произведение операторов равно единичному оператору или произведение тензоров равно единичному тензору E :

$$T^{(2, 1)} T^{(3, 2)} \dots T^{(n-1, n-2)} T^{(n, n-1)} T^{(1, n)} = E, \quad (3.21)$$

причем единичному тензору ставится в соответствие единичная матрица соответствующего (в рассматриваемом случае четвертого) порядка

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.22)$$

Уравнение (3.21) называется уравнением замкнутости контура кинематической цепи. Подставив в уравнение (3.21) соответствующие тензорам матрицы четвертого порядка и выполнив операции умножения матриц, в левой части соответствующего матричного уравнения получим результирующую матрицу четвертого порядка. Приравнявая соответственные элементы этой матрицы и единичной (3.22), получим систему двенадцати уравнений, необходимую для решения задачи определения положения звеньев рассматриваемого контура. Эти уравнения содержат параметры абсолютного и относительного движения звеньев, так как элементы первых строк матрицы приводят к тождествам вида $1 = 1$ и $0 = 0$, не представляющим интереса. Если коли-

чество искомым параметров оказывается меньшим, чем количество уравнений, то часть из этих уравнений может быть использована для проверки правильности решений.

В случае многоконтурных замкнутых кинематических цепей уравнения вида (3.21) должны быть составлены для каждого из контуров. Естественно, что параметры звеньев, принадлежащих нескольким контурам, войдут в каждое из уравнений замкнутости контуров и, таким образом, установится зависимость функций движения звеньев от всех параметров механизма и обобщенных координат, количество которых соответствует количеству свобод движения системы.

При решении практических задач перемножение матриц тензоров, входящих в уравнения замкнутости вида (3.21), может повлечь громоздкие вычисления. Облегчение этих вычислений может быть достигнуто путем перенесения части сомножителей в правую часть. Такое перенесение осуществляется на основании правил, существующих в тензорном и матричном исчислении, следующим образом. Умножим сначала уравнение (3.21) слева на тензор $T^{(1,2)}$, обратный тензору $T^{(2,1)}$, зная, что произведение тензора на обратный тензор равно единичному тензору, т. е. $T^{(1,2)}T^{(2,1)} = E$, и, опуская обозначение E единичных тензоров, получим

$$T^{(3,2)} \dots T^{(n-1, n-2)} T^{(n, n-1)} T^{(1, n)} = T^{(1, 2)}. \quad (3.23)$$

Умножая далее слева уравнение (3.23) на тензор $T^{(2,3)}$, обратный тензору $T^{(3,2)}$, и учитывая, что $T^{(2,3)}T^{(3,2)} = E$, аналогично получим

$$T^{(4,3)} \dots T^{(n-1, n-2)} T^{(n, n-1)} T^{(1, n)} = T^{(2, 3)} T^{(1, 2)}. \quad (3.24)$$

Продолжая этот процесс умножения, уравнение (3.21) можно привести к такому виду, при котором количество сомножителей в левой и правой частях будет равно (при четном количестве звеньев в замкнутом контуре) или различаться на единицу (при нечетном количестве звеньев в замкнутом контуре). При этом в правой части соответствующего (3.24) матричного уравнения будут фигурировать обратные матрицы. После вычисления произведений матриц в левой и правой частях равенства получим матрицы четвертого порядка, элементы второй—четвертой строк которых будут содержать постоянные и переменные параметры механизма. Приравнявая эти элементы, получим соответственно двенадцать уравнений, из которых отбирается нужное количество независимых уравнений для определения переменных параметров перемещений звеньев механизма (см. примеры на стр. 63).

Незамкнутые (открытые) кинематические цепи. При исследовании незамкнутых кинематических многозвенных цепей существо изложенного выше метода не меняется, но для решения задач исследования или синтеза незамкнутых кинематических

цепей следует применять уравнения преобразования системы координат в форме (3.20), причем количество таких уравнений соответствует количеству ветвей незамкнутых кинематических цепей. Такие цепи встречаются, в частности, в современных устройствах манипуляторов и роботов. Следует, однако, заметить, что любой монотонный процесс манипулирования устройствами с незамкнутыми кинематическими цепями после настройки и введения в действие связей, наложенных на относительное движение звеньев, превращается в процесс движения с одной свободой движения. То же самое можно заметить и относительно более сложных систем робототехники, оснащенных чувствительными вычислительными устройствами для ориентации в окружающем пространстве и выработки вариантов относительных и абсолютных движений звеньев. Поэтому в этих случаях уравнения вида (3.20) должны быть дополнены уравнениями связей, налагаемых на движения звеньев, после чего полученная таким способом система уравнений оказывается полной и определенной и может быть решена обычными методами.

Определение скоростей и ускорений движения звеньев и их отдельных точек

Тензорные уравнения замкнутости закрытых кинематических цепей в форме (3.21), (3.24) или открытых кинематических цепей в форме (3.20) содержат всю информацию о параметрах движения этих цепей. Для определения, например, абсолютных и относительных перемещений звеньев конкретной цепи необходимо заменить входящие в перечисленные уравнения тензоры отображения матриц и приравнивания соответствующих элементов правой и левой частей получить систему алгебраических уравнений, решение которой даст возможность определить перемещения звеньев. Как известно, скорости и ускорения движения звеньев и их точек представляют собой соответственно первые и вторые производные по параметру времени от перемещений звеньев. Дифференцируя дважды по параметру времени полученную систему алгебраических уравнений, получим соответственно две системы уравнений: одну для определения ускорений, другую для определения скоростей. Разумеется, первая система может иметь коэффициенты, зависящие от величины перемещений, которые следует считать известными после решения исходной системы уравнений. Аналогично коэффициенты системы линейных уравнений для определения ускорений могут содержать величины перемещений и скорости звеньев. Решение линейных систем не представляет принципиальных трудностей и может быть осуществлено по методам Крамера (при помощи определителей) или Гаусса (при последовательном исключении неизвестных). Иллюстрация изложенного дана на примерах (с. м. § 3.4).

Возможен и другой путь составления уравнений для определения скорости и ускорений движения механизмов и кинематических цепей. Соотношения между скоростями, ускорениями, перемещениями звеньев и постоянными их параметрами могут быть получены путем дифференцирования по параметру времени тензорных уравнений (3.20), (3.21), (3.24) и т. д. Такие производные, очевидно, многокомпонентных произведений тензоров, входящих в уравнения, будут содержать в качестве сомножителей в правой и левой частях уравнений как сами тензоры, так и их производные первого порядка в уравнениях для определения скоростей и производные первого и второго порядка в уравнениях для определения ускорений.

Раскрытие таких сложных произведений, эквивалентных тензорам матриц, представляется более громоздким, нежели получение уравнений для определения скоростей и ускорений путем непосредственного дифференцирования алгебраических уравнений для определения перемещений механизма после раскрытия матричных уравнений в форме (3.21), (3.24) или (3.20). Однако непосредственное дифференцирование тензорно-матричных уравнений может быть использовано в том случае, если правые и левые части упомянутых уравнений являются достаточно простыми, например содержат по одной матрице. При этом необходимо знать операцию дифференцирования тензор-матрицы по скалярному аргументу, имея в виду, что ее элементы являются функциями этого скалярного аргумента.

Известно, что производная тензора T по скалярному аргументу определяется при помощи следующего предельного перехода:

$$\frac{dT}{dt} = \dot{T} = \lim_{\Delta t} \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}. \quad (3.25)$$

В соответствии с этим равенством производная соответствующей матрицы определяется путем дифференцирования каждого элемента матрицы. Таким образом, производные матрицы

$$T^{(t, t-1)} = \| m_{kl} \| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a^{(t, t-1)} & m_{11}^{(t, t-1)} & m_{12}^{(t, t-1)} & m_{13}^{(t, t-1)} \\ b^{(t, t-1)} & m_{21}^{(t, t-1)} & m_{22}^{(t, t-1)} & m_{23}^{(t, t-1)} \\ c^{(t, t-1)} & m_{31}^{(t, t-1)} & m_{32}^{(t, t-1)} & m_{33}^{(t, t-1)} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

представляются в следующем виде:

$$\dot{T}^{(t, t-1)} = \frac{dT^{(t, t-1)}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{a}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{11}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{12}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{13}^{(t, t-1)} \\ \dot{b}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{21}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{22}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{23}^{(t, t-1)} \\ \dot{c}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{31}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{32}^{(t, t-1)} & \dot{m}_{33}^{(t, t-1)} \end{pmatrix}; \quad (3.27)$$

$$\ddot{T}^{(i, t-1)} = \frac{d^2 T^{(i, t-1)}}{dt^2} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \ddot{a}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{11}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{12}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{13}^{(i, t-1)} \\ \ddot{b}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{21}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{22}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{23}^{(i, t-1)} \\ \ddot{c}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{31}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{32}^{(i, t-1)} & \ddot{m}_{33}^{(i, t-1)} \end{vmatrix}. \quad (3.28)$$

Напомним, что при наличии в каждой части тензорного уравнения нескольких тензоров-сомножителей их дифференцирование по скалярному параметру t осуществляется по обычным правилам дифференцирования произведений функций. Например,

$$(AB)' = (CD)' \Rightarrow A'B + AB' = C'D + CD'. \quad (3.29)$$

Если звенья i и $i - 1$ совершают только вращательное относительное движение (как это имело место, например, в сферических механизмах), то для определения угловой скорости движения звена i вокруг звена $i - 1$ можно ограничиться матрицей вращения, получаемой исключением первой строки и первого столбца из матрицы (3.26) и затем ее дифференцированием по параметру t :

$$\dot{V}^{(i, t-1)} = \begin{vmatrix} \dot{m}_{11}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{12}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{13}^{(i, t-1)} \\ \dot{m}_{21}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{22}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{23}^{(i, t-1)} \\ \dot{m}_{31}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{32}^{(i, t-1)} & \dot{m}_{33}^{(i, t-1)} \end{vmatrix}. \quad (3.30)$$

Известно, что угловая скорость звена i в относительном движении вокруг звена $i - 1$ есть антисимметричный тензор второго ранга, матрица которого имеет вид

$$\omega^{(i, t-1)} = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_{x_{i-1}, z_i}^{(i, t-1)} & \omega_{x_{i-1}, y_i}^{(i, t-1)} \\ \omega_{x_{i-1}, z_i}^{(i, t-1)} & 0 & -\omega_{x_{i-1}, x_i}^{(i, t-1)} \\ -\omega_{x_{i-1}, y_i}^{(i, t-1)} & \omega_{x_{i-1}, x_i}^{(i, t-1)} & 0 \end{vmatrix}, \quad (3.31)$$

где элементы матрицы могут быть получены перемножением рядов матриц (3.12) и (3.30), т. е.

$$\omega_{x_{i-1}, x_i}^{(i, t-1)} = m_{12}^{(i, t-1)} \dot{m}_{13}^{(i, t-1)} + m_{22}^{(i, t-1)} \dot{m}_{23}^{(i, t-1)} + m_{32}^{(i, t-1)} \dot{m}_{33}^{(i, t-1)}; \quad (3.32)$$

$$\omega_{x_{i-1}, y_i}^{(i, t-1)} = m_{13}^{(i, t-1)} \dot{m}_{11}^{(i, t-1)} + m_{23}^{(i, t-1)} \dot{m}_{21}^{(i, t-1)} + m_{33}^{(i, t-1)} \dot{m}_{31}^{(i, t-1)}; \quad (3.33)$$

$$\omega_{x_{i-1}, z_i}^{(i, t-1)} = m_{11}^{(i, t-1)} \dot{m}_{12}^{(i, t-1)} + m_{21}^{(i, t-1)} \dot{m}_{22}^{(i, t-1)} + m_{31}^{(i, t-1)} \dot{m}_{32}^{(i, t-1)}, \quad (3.34)$$

и представляет собой проекции вектора $\omega^{(i, t-1)}$ на оси координат звена i в системе координат звена $i - 1$.

Относительное движение звеньев поступательных пар является лишь поступательным, вследствие чего элементы a , b и c матрицы (3.13) должны рассматриваться как функции обобщенной координаты или параметра времени t , т. е. $a = a(t)$; $b = b(t)$; $c = c(t)$, а элементы, определяющие относительный поворот звеньев, $m_{kl} = 0$ ($k, l = 1, 2, 3$). В этом случае тензор скорости относительного движения будет представлен матрицей

$$v^{(t, t-1)} = \begin{vmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{c} \end{vmatrix}. \quad (3.35)$$

Угловое ускорение относительного движения звеньев i и $i-1$ определится косоугольной матрицей — производной по параметру t от матрицы (3.31) по правилу

$$\varepsilon^{(t, t-1)} = (\omega^{(t, t-1)})' = \ddot{m}_{kl} m_{kl} + \dot{m}_{kl} \dot{m}_{kl}, \quad (3.36)$$

где \dot{m}_{kl} и \ddot{m}_{kl} — производные от транспонированной матрицы $\|m_{kl}\|$;

$$\varepsilon^{(t, t-1)} = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_{x_{i-1}, z_i}^{(t, t-1)} & \varepsilon_{x_{i-1}, y_i}^{(t, t-1)} \\ \varepsilon_{x_{i-1}, z_i}^{(t, t-1)} & 0 & -\varepsilon_{x_{i-1}, x_i}^{(t, t-1)} \\ -\varepsilon_{x_{i-1}, y_i}^{(t, t-1)} & \varepsilon_{x_{i-1}, x_i}^{(t, t-1)} & 0 \end{vmatrix}; \quad (3.37)$$

$$\varepsilon_{x_{i-1}, x_i}^{(t, t-1)} = \sum_{k=1}^3 (m_{k2}^{(t, t-1)} \ddot{m}_{k3}^{(t, t-1)} + \dot{m}_{k2}^{(t, t-1)} \dot{m}_{k3}^{(t, t-1)}); \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_{x_{i-1}, y_i}^{(t, t-1)} = \sum_{k=1}^3 (m_{k3}^{(t, t-1)} \ddot{m}_{k1}^{(t, t-1)} + \dot{m}_{k3}^{(t, t-1)} \dot{m}_{k1}^{(t, t-1)}); \quad (3.39)$$

$$\varepsilon_{x_{i-1}, z_i}^{(t, t-1)} = \sum_{k=1}^3 (m_{k1}^{(t, t-1)} \ddot{m}_{k2}^{(t, t-1)} + \dot{m}_{k1}^{(t, t-1)} \dot{m}_{k2}^{(t, t-1)}). \quad (3.40)$$

§ 3.3. МАТРИЦЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ¹ РАЗЛИЧНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАР

В кинематических цепях современных механизмов наибольшее распространение получили низшие кинематические пары: поступательная, вращательная, винтовая, цилиндрическая, сферическая и сферическая с пальцем. Установим матрицы преобразования систем координат, ассоциированных звеньям, образующим перечисленные кинематические пары.

¹ Лебедев П. А., Хрусталева Р. С. К методике изложения темы «Кинематический анализ механизмов» курса «Прикладная механика» (матричные методы). — В кн.: Теория механизмов и машин. 1979, вып. 9.

Поступательная кинематическая пара

На рис. 3.2 представлено схематическое изображение элементов поступательной кинематической пары, составленной звеньями i и $i-1$, которые на своих противоположных концах образуют различные кинематические пары со смежными звеньями. Свяжем с каждым из звеньев пространственную трехмерную декартову прямоугольную систему координат $O_i x_i y_i z_i$ и $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$.

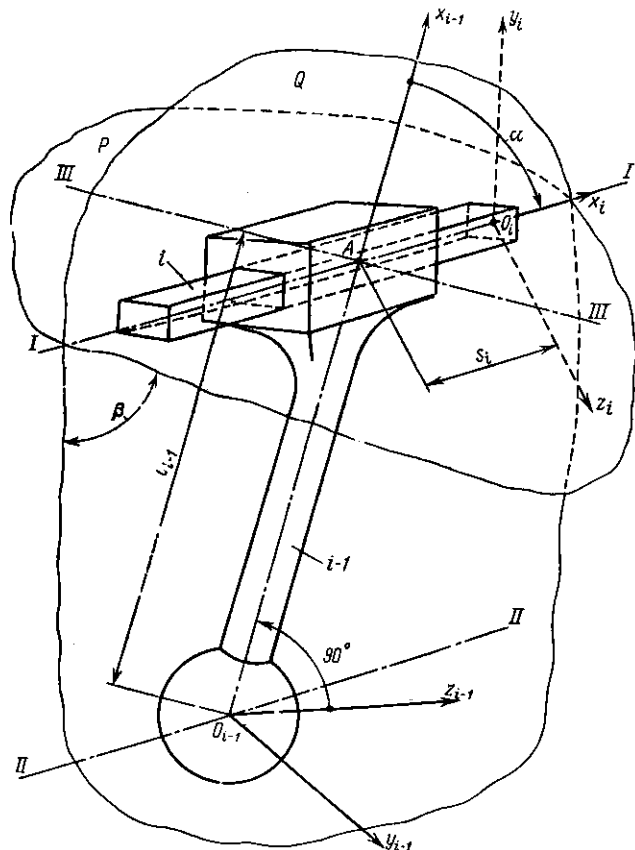


Рис. 3.2.

Для общности выберем начало O_{i-1} в точке пересечения продольной оси $(i-1)$ -го звена с продольной осью $II-II$ элемента противоположной кинематической пары (в случае, если этот элемент принадлежит вращательной, поступательной, винтовой или цилиндрической кинематической паре) или в центре сферы (в случае, если этот элемент принадлежит сферической или сферической с пальцем кинематической паре). При этом направим ось $O_{i-1}x_{i-1}$ вдоль продольной оси $(i-1)$ -го звена, а ось $O_{i-1}y_{i-1}$ перпендикулярно плоскости Q , образуемой продольной осью $(i-1)$ -го звена и продольной осью $I-I$ рассматриваемой поступательной

пары. Ось $O_{i-1}z_{i-1}$ направляется так, чтобы она составила правую тройку с другими осями координат.

Начало O_i системы координат выберем в некоторой фиксированной на i -м звене точке, расположенной на продольной оси $I-I$ рассматриваемой поступательной кинематической пары. Ось координат $O_i x_i$ направим вдоль оси $I-I$, а ось $O_i y_i$ — перпендикулярно плоскости P , составленной осями $I-I$ и $III-III$ (ось $III-III$ перпендикулярна оси $I-I$ и грани параллелепипеда поступательной пары). Ось $O_i z_i$ направим так, чтобы с двумя предыдущими она составила правую тройку. При этом ось $O_i z_i$ располагается в плоскости P . По аналогии с (3.26) составим матрицу преобразования системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему координат $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$:

$$T_n^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a & \cos(\widehat{x_i x_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_i x_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_i x_{i-1}}) \\ b & \cos(\widehat{x_i y_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_i y_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_i y_{i-1}}) \\ c & \cos(\widehat{x_i z_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_i z_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_i z_{i-1}}) \end{vmatrix}. \quad (3.41)$$

В соответствии с существующим правилом знаков обозначим величины углов: $(\widehat{x_i x_{i-1}}) = \alpha$; $(\widehat{x_i y_{i-1}}) = 90^\circ$; $(\widehat{x_i z_{i-1}}) = 90^\circ + \alpha$; $(\widehat{y_i y_{i-1}}) = \beta$ как угол, составленный перпендикулярами $O_i y_i$ и $O_{i-1} y_{i-1}$ соответственно к плоскостям P и Q ; $(\widehat{z_i y_{i-1}}) = 90^\circ + \beta$. Также определяются значения пяти косинусов углов, и матрица (3.41) принимает вид

$$T_n^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} + s_{i, i-1} \cos \alpha & \cos \alpha & \cos(\widehat{y_i x_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_i x_{i-1}}) \\ 0 & 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ -s_{i, i-1} \sin \alpha & -\sin \alpha & \cos(\widehat{y_i z_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_i z_{i-1}}) \end{vmatrix}, \quad (3.42)$$

где координаты начала O_i в системе $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ определены в соответствии с рис. 3.2. Неизвестные еще элементы матрицы (3.42), находящиеся в точках пересечения второй и четвертой строк и третьего и четвертого столбцов, определяются из условий ортогональности рядов матрицы третьего порядка, стоящей в правом нижнем углу матрицы (3.42) и отображающей вращение системы координат $O_i x_i y_i z_i$ относительно системы координат $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$. По условиям ортогональности составим следующие две системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \cos(\widehat{y_i x_{i-1}}) \cos \alpha - \cos(\widehat{y_i z_{i-1}}) \sin \alpha &= 0; \\ \cos^2 \beta + \cos^2(\widehat{y_i x_{i-1}}) + \cos^2(\widehat{y_i z_{i-1}}) &= 1; \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\widehat{z_i x_{i-1}}) \cos \alpha - \cos(\widehat{z_i z_{i-1}}) \sin \alpha &= 0; \\ \cos^2(\widehat{z_i x_{i-1}}) + \sin^2 \beta + \cos^2(\widehat{z_i z_{i-1}}) &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (3.44)$$

из которых определяются искомые значения

$$\cos(\widehat{y_i x_{i-1}}) = \mp \sin \alpha \sin \beta, \quad \cos(\widehat{y_i z_{i-1}}) = \pm \cos \alpha \sin \beta; \quad (3.45)$$

$$\cos(\widehat{z_i x_{i-1}}) = \mp \sin \alpha \cos \beta, \quad \cos(\widehat{z_i z_{i-1}}) = \pm \cos \alpha \cos \beta. \quad (3.46)$$

Подставляя значения (3.45) и (3.46) в (3.42), приходим к следующей форме матрицы:

$$T_n^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} + s_{i, i-1} \cos \alpha & \cos \alpha & \mp \sin \alpha \sin \beta & \mp \sin \alpha \cos \beta \\ 0 & 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ -s_{i, i-1} \sin \alpha & -\sin \alpha & \mp \cos \alpha \sin \beta & \mp \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix}, \quad (3.47)$$

где последовательность вторых знаков элементов (3.45) и (3.46) изменена на обратную в соответствии с требованием ортогональности строк и столбцов матрицы вращения.

Выбор определенных знаков элементов матрицы вращения (3.47) может быть сделан с учетом правой ориентации системы координат. Заметим, что каждый элемент матрицы вращения может рассматриваться как проекции ортов e_{1i}, e_{2i}, e_{3i} i -й системы координат на оси $(i-1)$ -й системы координат. Составим смешанное (скалярно-векторное) произведение этих ортов

$$\begin{aligned} \lambda = e_{1i} e_{2i} e_{3i} &= \begin{vmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ \mp \sin \alpha \cos \beta & \cos \beta & \pm \cos \alpha \sin \beta \\ \pm \sin \alpha \cos \beta & \sin \beta & \mp \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix} = \\ &= \mp (\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \\ &\quad + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta), \end{aligned}$$

где знак «минус» соответствует выбору верхних знаков элементов определителя λ или левой ориентации тройки векторов e_{1i}, e_{2i}, e_{3i} , а «плюс» — выбору нижних знаков элементов определителя или правой ориентации системы координат. Так как ранее был сделан выбор правой ориентации систем координат, принимаем окончательно матрицу преобразования систем координат, связанных со звеньями поступательной кинематической пары в форме

$$T_n^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} + s_{i, i-1} \cos \alpha & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ 0 & 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ -s_{i, i-1} \sin \alpha & -\sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{vmatrix}. \quad (3.48)$$

Вращательная кинематическая пара

Вращательная кинематическая пара, образованная звеньями i и $i - 1$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$ — номера звеньев), представлена на рис. 3.3.

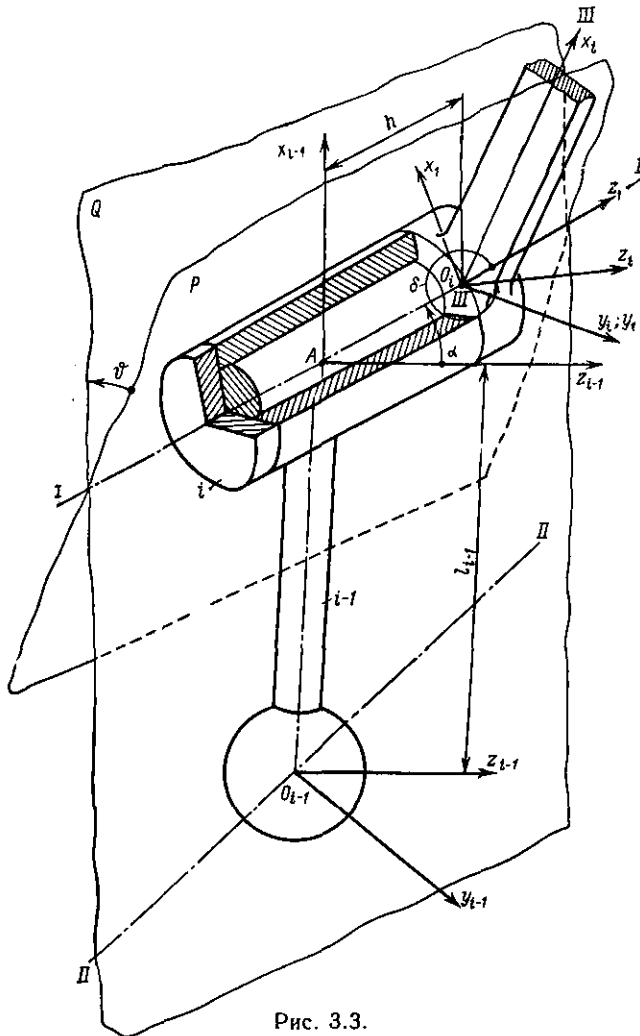


Рис. 3.3.

Принимаем следующую ориентацию систем координат для каждого из звеньев $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ и $O_ix_iz_i$. Начало координат системы $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ совместим с O_{i-1} — точкой пересечения оси II-II смежного звена $i - 2$ и продольной оси звена $i - 1$. Ось $O_{i-1}x_{i-1}$ направим по продольной оси звена $i - 1$ от точки O_{i-1} к точке A рассматриваемой кинематической пары. Ось $O_{i-1}y_{i-1}$ направим перпендикулярно плоскости Q ,

образованной продольной осью звена $i-1$ и общей осью вращения $I-I$ цилиндрической пары. Направление оси $O_{i-1}z_{i-1}$ определяется правой ориентацией тройки координатных осей.

Начало O_i системы координат $O_i x_i y_i z_i$ выберем в точке пересечения продольной оси $III-III$ звена i с осью $I-I$ относительного вращения рассматриваемых звеньев. Ось $O_i x_i$ направим вдоль оси $III-III$ звена i , а ось $O_i y_i$ — перпендикулярно плоскости P , образованной осями $I-I$ и $III-III$; ось $O_i z_i$ образует правую тройку с остальными осями и лежит в плоскости P .

Обозначим ϑ — переменный угол, составленный плоскостями P и Q , равный углу между перпендикулярными к этим плоскостям осями $O_{i-1}y_{i-1}$ и $O_i y_i$. Введем промежуточную систему координат $O_i x_1 y_1 z_1$, направим ось $O_i x_1$ в плоскости P перпендикулярно оси $I-I$, ось $O_i y_1$ перпендикулярно плоскости P (оси $O_i y_i$ и $O_i y_1$ совпадают), а ось $O_i z_1$ вдоль оси $I-I$. Обозначим δ — угол, образованный осями z_1 и z_i .

Матрица преобразования (поворота вокруг оси $O_i y_i$) системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему $O_i x_1 y_1 z_1$ имеет вид

$$T^{(i, 1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\widehat{x_i x_1}) & \cos(\widehat{y_i x_1}) & \cos(\widehat{z_i x_1}) \\ 0 & \cos(\widehat{x_i y_1}) & \cos(\widehat{y_i y_1}) & \cos(\widehat{z_i y_1}) \\ 0 & \cos(\widehat{x_i z_1}) & \cos(\widehat{y_i z_1}) & \cos(\widehat{z_i z_1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & \sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \delta & 0 & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

После такого преобразования оси $O_i x_1$ и $O_i z_1$ будут расположены в плоскости P , причем ось $O_i z_1$ совместится с осью $I-I$.

Обозначим величины углов: $(\widehat{z_1 z_{i-1}}) = \alpha$; $(\widehat{z_1 y_{i-1}}) = 90^\circ$; $(\widehat{y_1 y_{i-1}}) = (\widehat{y_i y_{i-1}}) = \vartheta$ как переменный угол, составленный перпендикулярами к плоскостям Q и P .

Составим матрицу преобразования вращения системы координат $O_i x_1 y_1 z_1$ в систему $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$, обозначая неизвестные пока элементы символом a_{ij} :

$$V^{(1, i-1)} = \begin{pmatrix} \cos(\widehat{x_1 x_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_1 x_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_1 x_{i-1}}) \\ \cos(\widehat{x_1 y_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_1 y_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_1 y_{i-1}}) \\ \cos(\widehat{x_1 z_{i-1}}) & \cos(\widehat{y_1 z_{i-1}}) & \cos(\widehat{z_1 z_{i-1}}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \cos \vartheta & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

Очевидно, $a_{13} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sin \alpha$, $a_{21} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta} = \pm \sin \vartheta$. В дальнейшем принимаем отрицательный знак a_{13} , так как в соответствии с правилом отсчета углов ($\widehat{z_1 x_{i-1}} = 270^\circ + \alpha$ и $\cos(z_1 x_{i-1}) = \sin \alpha$).

Неизвестные пока a_{11} , a_{12} , a_{31} и a_{32} определяем из следующей системы уравнений:

$$\pm a_{11} \sin \vartheta + a_{12} \cos \vartheta = 0; \quad \pm a_{31} \sin \vartheta + a_{32} \cos \vartheta = 0;$$

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 + \sin^2 \alpha = 1; \quad a_{31}^2 + a_{32}^2 + \cos^2 \alpha = 1,$$

откуда

$$a_{11} = \pm (1 - \sin^2 \alpha)^{1/2} \left(1 + \frac{\sin^2 \vartheta}{\cos^2 \vartheta} \right)^{-1/2} = \pm \cos \alpha \cos \vartheta.$$

Принимаем в дальнейшем $a_{11} > 0$, так как при $\alpha, \vartheta < \pi/2$ величина $\cos \alpha \cos \vartheta$ должна быть положительной. Таким образом, установлены знаки четырех элементов матрицы $V^{(1, i-1)}$, знаки остальных элементов определяются по условиям ортогональности рядов матрицы (3.50):

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 + \sin^2 \alpha = 1; \quad a_{31}^2 + a_{32}^2 + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$a_{11} = \pm \cos \alpha \cos \vartheta; \quad a_{31} = \pm \sin \alpha \cos \vartheta;$$

$$a_{12} = -\cos \alpha \sin \vartheta; \quad a_{32} = -\sin \alpha \sin \vartheta$$

и матрица преобразования системы $O_i x_1 y_1 z_1$ в систему $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ приобретает вид

$$T^{(1, i-1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} + h \sin \alpha & \cos \alpha \cos \vartheta & -\cos \alpha \sin \vartheta & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ h \cos \alpha & \sin \alpha \cos \vartheta & -\sin \alpha \sin \vartheta & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (3.50)$$

где приняты знаки элементов, соответствующие правой ориентации систем координат. Перемножая матрицы (3.49) и (3.50), находим

$$T_B^{(i, i-1)} = T^{(1, i-1)} T^{(i, 1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} + h \sin \alpha \cos \alpha \cos \vartheta \cos \delta + \sin \alpha \sin \delta & -\cos \alpha \sin \vartheta \cos \alpha \cos \vartheta \sin \delta - \sin \alpha \cos \delta \\ 0 & \sin \vartheta \cos \vartheta & \cos \vartheta & \sin \vartheta \sin \delta \\ h \cos \alpha \sin \alpha \cos \vartheta \cos \delta - \cos \alpha \sin \delta & -\sin \alpha \sin \vartheta \sin \alpha \cos \vartheta \sin \delta + \cos \alpha \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

Винтовая кинематическая пара

Различие между винтовой и вращательной кинематической парами состоит в том, что в винтовой кинематической паре i и $(i - 1)$ -е звенья соединены при помощи винтовой резьбы. Полагая,

что ось $I-I$ является продольной осью винтовой кинематической пары (рис. 3.4), составим матрицу преобразования координат, сохраняя все введенные на рис. 3.3 обозначения и имея в виду,

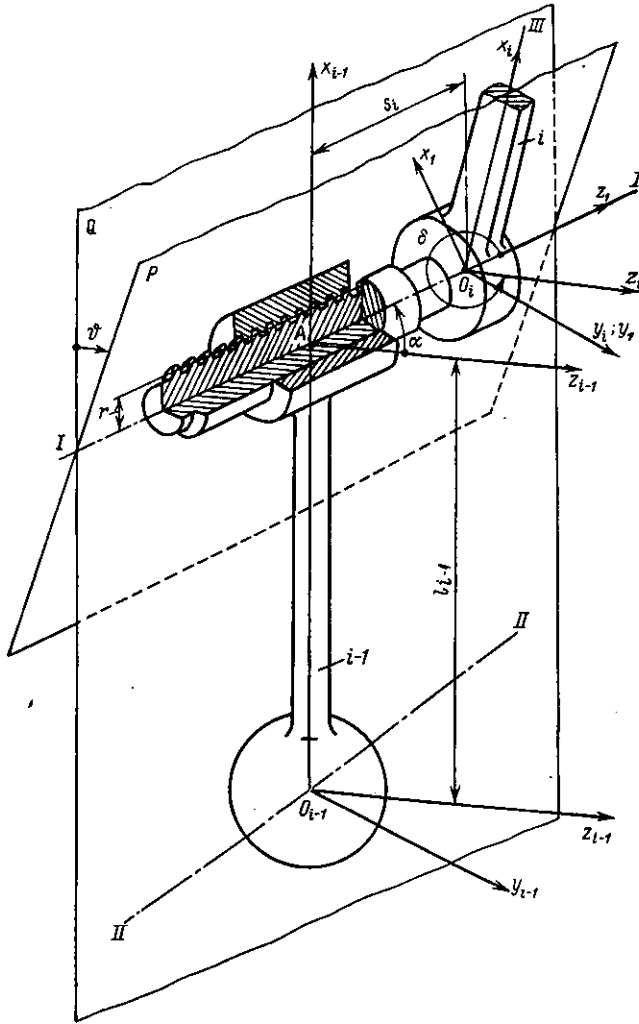


Рис. 3.4.

что зависимость между углом ϑ поворота звеньев и их осевым перемещением s определяется параметрами винта:

$$s = r\vartheta \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.52)$$

где r — средний радиус резьбы; ϑ — угол относительного вращения звеньев, рад; φ — угол подъема винтовой линии. По аналогии с (3.51) и с учетом соотношения (3.52) составим матрицу преобразования систем координат звеньев, образующих винтовую кинематическую пару:

$$T_{\text{вн}}^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ l_{i-1} + r\vartheta \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha & \cos \alpha \cos \vartheta \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta \\ 0 & -\sin \vartheta \cos \delta \\ r\vartheta \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \vartheta \cos \delta - \cos \alpha \sin \delta \\ 0 & 0 \\ \cos \alpha \sin \vartheta & \cos \alpha \cos \vartheta \sin \delta + \sin \alpha \cos \delta \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta \sin \delta \\ -\sin \alpha \sin \vartheta & -\sin \alpha \cos \vartheta \sin \delta + \cos \alpha \cos \delta \end{vmatrix}. \quad (3.53)$$

Цилиндрическая кинематическая пара (рис. 3.5)

В отличие от винтовой кинематической пары цилиндрическая кинематическая пара не имеет конструктивных особенностей, которые обеспечивали бы определенную зависимость между вращательным и поступательным относительным перемещениями звеньев. Такая зависимость устанавливается в процессе действия механизма, в составе которого имеются цилиндрические винтовые пары, при условии, что механизм обладает одной свободой движения.

Построим матрицу преобразования систем координат звеньев, образующих цилиндрическую кинематическую пару по аналогии с матрицей (3.51), заменив расстояние h переменным линейным перемещением s и считая s и ϑ независимыми,

$$T_{\text{ц}}^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ l_{i-1} + s \sin \alpha & \cos \alpha \cos \vartheta \cos \delta + \sin \alpha \sin \delta \\ 0 & \sin \vartheta \cos \delta \\ s \cos \alpha & \sin \alpha \cos \vartheta \cos \delta - \cos \alpha \sin \delta \\ 0 & 0 \\ -\cos \alpha \sin \vartheta & \cos \alpha \cos \vartheta \sin \delta - \sin \alpha \cos \delta \\ \cos \vartheta & \sin \vartheta \sin \delta \\ -\sin \alpha \sin \vartheta & \sin \alpha \cos \vartheta \cos \delta + \cos \alpha \cos \delta \end{vmatrix}. \quad (3.54)$$

Сферическая кинематическая пара с пальцем (рис. 3.6)

Начало координат $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ совместим с O_{i-1} — точкой пересечения продольной оси $\Pi-\Pi$ звена $i-2$ с пло-

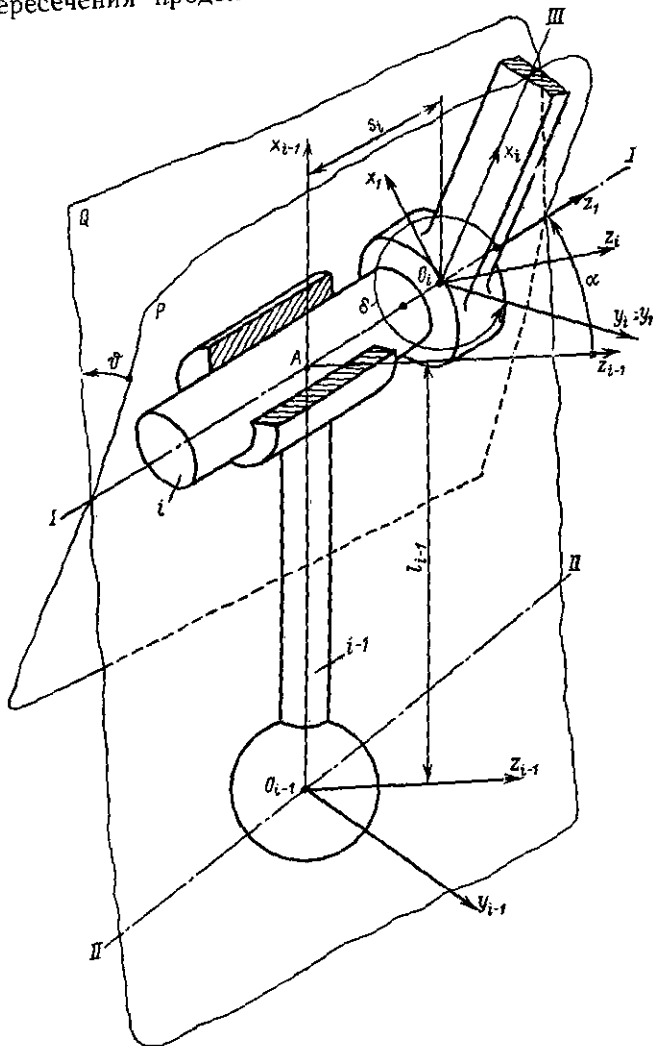


Рис. 3.5.

скостью Q , проходящей через продольные оси звена $i-1$ и пальца $I-I$, которые пересекаются в точке O_i .

Принимаем положительное направление оси $O_{i-1}x_{i-1}$ вдоль продольной оси звена $i-1$ от точки O_{i-1} к точке O_i . Направим ось $O_{i-1}z_{i-1}$ перпендикулярно к плоскости Q , тогда ось $O_{i-1}y_{i-1}$

будет лежать в этой плоскости и образует с осями $O_{i-1}x_{i-1}$ и $O_{i-1}z_{i-1}$ правую тройку координат.

С i -м звеном свяжем систему координат $O_i x_i y_i z_i$ так, чтобы начало O_i совпадало с центром сферы, ось $O_i x_i$ совпадала с осью III—III этого звена, а ось $O_i y_i$ была бы перпендикулярна к пло-

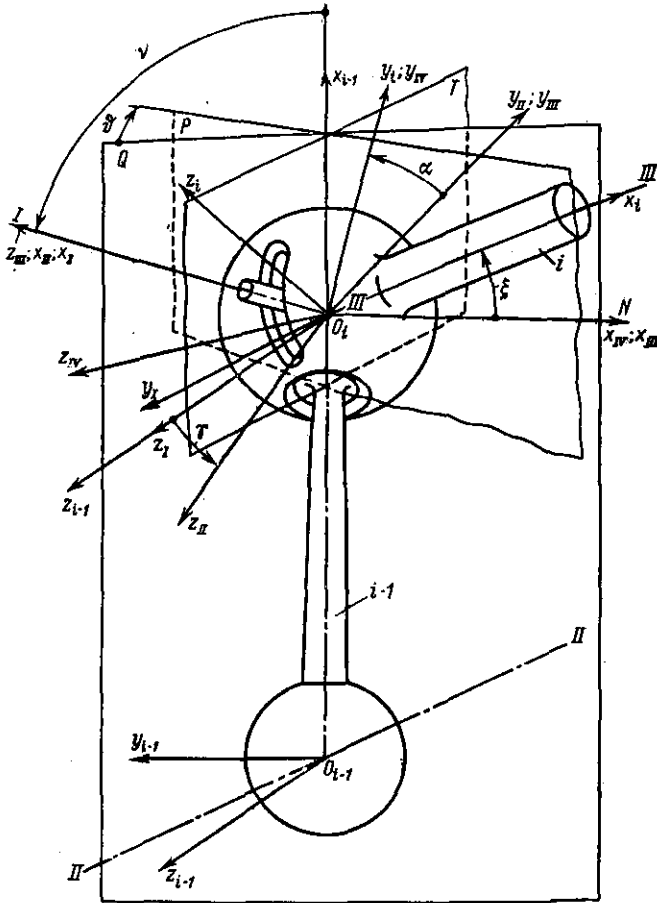


Рис. 3.6.

сти P , вмещающей ось III—III и перпендикуляр $O_i N$ к плоскости прорези, принадлежащей охватывающей сфере i -го звена. При этом ось $O_i z_i$, образуя правую тройку с двумя предыдущими осями, расположится в плоскости P .

Для определения матрицы преобразования системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему координат $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ рассмотрим простейшие последовательные промежуточные преобразования, произведение которых эквивалентно искомому преобразованию.

Обозначим ξ постоянный угол, составленный осью $O_i x_i$ с перпендикуляром N , и введем прямоугольную систему координат $O_i x_{iV} y_{iV} z_{iV}$, направив ось $O_i x_{iV}$ вдоль перпендикуляра N , ось $O_i y_i$ — перпендикулярно плоскости P . При этом, очевидно, оси $O_i y_i$ и $O_i y_{iV}$ совпадают, а ось $O_i z_{iV}$ располагается в плоскости P .

Преобразование системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему $O_i x_{iV} y_{iV} z_{iV}$ путем вращения вокруг оси $O_i y_i$ с помощью матрицы

$$T^{(i, iV)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \xi & 0 & \sin \xi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \xi & 0 & \cos \xi \end{vmatrix} \quad (3.55)$$

приводит к совмещению координатной плоскости $y_{iV} O_i z_{iV}$ с плоскостью прорези.

Введем систему координат $O_i x_{iIII} y_{iIII} z_{iIII}$, совместив ось $O_i x_{iIII}$ с перпендикуляром N к плоскости прорези, а ось $O_i z_{iIII}$, расположенную в плоскости прорези, равно как и ось $O_i y_{iIII}$, с продольной осью симметрии пальца. Обозначим α переменный угол, составленный осью $O_i y_{iV}$ с осью $O_i y_{iIII}$, и преобразуем систему координат $O_i x_{iV} y_{iV} z_{iV}$ в систему $O_i x_{iIII} y_{iIII} z_{iIII}$ путем вращения вокруг перпендикуляра N на угол α при помощи матрицы

$$T^{(iV, iIII)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}. \quad (3.56)$$

Повернем теперь систему координат $O_i x_{iIII} y_{iIII} z_{iIII}$ на угол $\delta = 3\pi/2$ вокруг оси $O_i y_{iIII}$ так, чтобы совместить ось абсцисс с продольной осью пальца, и назовем это новое положение системы координат $O_i x_{iII} y_{iII} z_{iII}$. Угол $\delta = 3\pi/2$ соответствует положительному направлению вращения системы координат вокруг оси $O_i y_{iIII}$. Соответствующая матрица имеет вид

$$T^{(iIII, iII)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & \sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \delta & 0 & \cos \delta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (3.57)$$

Обозначим ν постоянный угол, составленный осью $O_i x_i$ с осью $O_{i-1} x_{i-1}$, и введем систему координат $O_i x_i y_i z_i$ так, чтобы ось $O_i z_i$ была параллельна оси $O_{i-1} z_{i-1}$ или, что то же, перпендикулярна к плоскости Q , ось $O_i x_i$ совпадала с осью $O_i x_{i-1}$, а ось $O_i y_i$ образовала с двумя другими осями правую тройку. Обозначим γ переменный угол, составленный осью $O_i z_i$ с осью $O_i z_{iII}$,

и преобразуем систему $O_i x_{i1} y_{i1} z_{i1}$ в систему $O_i x_i y_i z_i$ вращением на угол γ относительно оси $O_i x_i = O_i x_{i1}$ при помощи матрицы

$$T^{(ii, i)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{vmatrix}. \quad (3.58)$$

После такого преобразования остается преобразовать систему координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему координат $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ путем поворота вокруг оси $O_i z_i$ и параллельного переноса вдоль оси $O_{i-1} x_{i-1}$ на расстояние, равное длине l_{i-1} ($i - 1$)-го звена. Соответствующая матрица имеет вид

$$T^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} & \cos \nu & -\sin \nu & 0 \\ 0 & \sin \nu & \cos \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.59)$$

Теперь нетрудно получить равенство искомого преобразования

$$T_{сн}^{(i, i-1)} = T^{(i, i-1)} T^{(ii, i)} T^{(iii, ii)} T^{(iv, iii)} T^{(i, iv)}. \quad (3.60)$$

Подставляя в равенство (3.60) матрицы (3.55) — (3.59), найдем матрицу — произведение преобразования системы координат $O_i x_i y_i z_i$ в систему координат $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$

$$T_{сн}^{(i, i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} & \sin \nu \sin \gamma \cos \xi - (\sin \nu \cos \gamma \sin \alpha - \cos \nu \cos \alpha) \sin \xi \\ 0 & -\cos \nu \sin \gamma \cos \xi + (\cos \nu \cos \gamma \sin \alpha + \sin \nu \cos \alpha) \sin \xi \\ 0 & \cos \gamma \cos \xi + \sin \gamma \sin \alpha \sin \xi \\ 0 & -\sin \gamma \cos \gamma \cos \alpha - \cos \nu \sin \alpha \\ \cos \nu \cos \gamma \cos \alpha - \sin \nu \sin \alpha \\ \sin \gamma \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \nu \sin \gamma \sin \xi + (\sin \nu \cos \gamma \sin \alpha - \cos \nu \cos \alpha) \cos \xi \\ -\cos \nu \sin \gamma \sin \xi - (\cos \nu \cos \gamma \sin \alpha + \sin \nu \cos \alpha) \cos \xi \\ \cos \gamma \sin \xi - \sin \gamma \sin \alpha \cos \xi \end{vmatrix}, \quad (3.61)$$

где переменными, определяющими две свободы относительного движения i и $(i - 1)$ -го звеньев, являются величины α и γ .

Операция определения матрицы (3.61) может быть приведена к более лаконичной форме при введении двух косоугольных пространственных координатных систем, ассоциированных звеньями i и $i - 1$.

Сферическая кинематическая пара

Элементами сферической кинематической пары являются две (охватывающая и охватываемая) сферические поверхности, что не дает признаков определенной ориентации системы координат. В этом случае необходимо опираться на кинематические пары смежных звеньев.

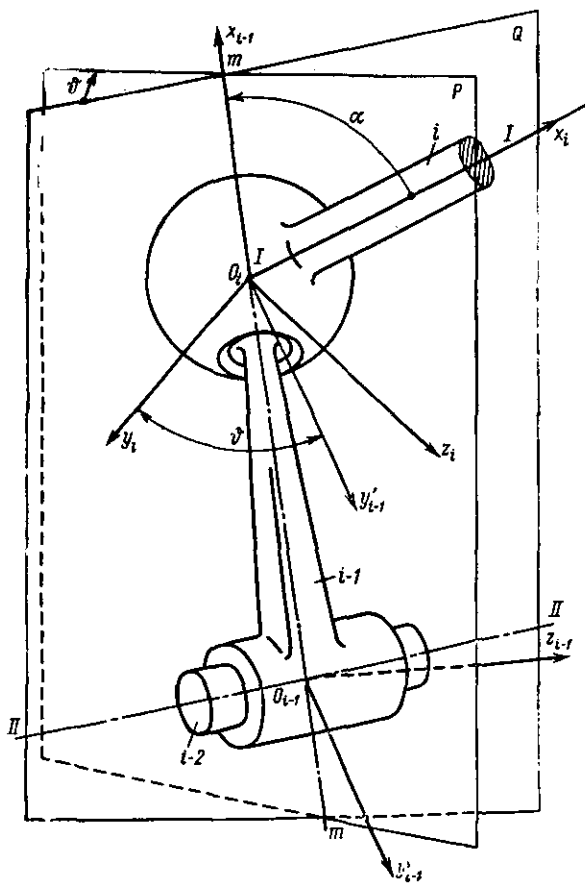


Рис. 3.7.

Предположим, что звено $i-1$ образует со звеном $i-2$ вращательную пару, ось которой направлена по оси $II-II'$ (рис. 3.7). Тогда ось $O_{i-1}x_{i-1}$ системы $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ направим вдоль оси звена $i-1$ от точки O_{i-2} к точке O_i . Ось $O_{i-1}y_{i-1}$ перпендикулярна к плоскости Q , образованной осью $II-II'$ и продоль-

ной осью звена $i - 1$; ось $O_{i-1}z_{i-1}$ образует правую тройку с остальными координатными осями и лежит в плоскости Q .

Ось $O_i x_i$ системы $O_i x_i y_i z_i$, связанной со звеном i , направим вдоль продольной оси $I-I$ звена i , ось $O_i y_i$ — перпендикулярно к плоскости P , образованной продольными осями звеньев $O_i O_{i-1}$ и $I-I$; ось $O_i z_i$ образует правую тройку координатных осей и лежит в плоскости P . Заметим, что ось $O_{i-1} x_{i-1}$ идет вдоль линии пересечения $m - m$ плоскостей P и Q .

Обозначим α переменный угол, составленный осями $O_i x_i$ и $O_{i-1} x_{i-1}$; ϑ переменный угол между плоскостями P и Q или угол, составленный осями $O_i y_i$ и $O_{i-1} y_{i-1}$.

Преобразование координат системы $O_i x_i y_i z_i$ в систему $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ осуществим в три этапа: поворот на угол α вокруг оси $O_i y_i$ до совмещения осей x_i и x_{i-1} ; поворот на угол ϑ вокруг оси $O_i x_{i-1}$ до совмещения осей y_i и y_{i-1} ; перемещение точки O_i вдоль оси $O_{i-1} x_{i-1}$ на величину l_{i-1} до совмещения точек O_i и O_{i-1} .

Перемножая матрицы

$$a = \begin{vmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{vmatrix}; \quad (3.62)$$

$$b = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{vmatrix} \quad (3.63)$$

в последовательности ba и учитывая поступательное смещение l_{i-1} системы координат вдоль оси $O_{i-1} x_{i-1}$, получим матрицу преобразования системы координат звеньев, образующих сферическую кинематическую пару,

$$T_{сф}^{i, i-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} & \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha \sin \vartheta & \cos \vartheta & -\cos \alpha \sin \vartheta \\ 0 & -\sin \alpha \cos \vartheta & \sin \vartheta & \cos \alpha \cos \vartheta \end{vmatrix}. \quad (3.64)$$

§ 3.4. ПРИМЕРЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ

Пример I. Произвести кинематический анализ пространственного кривошипно-коромыслового механизма с двумя вращательными, одной сферической и одной сферической с пальцем кинематическими парами.

Этот пример подробно изложен в монографии [11], а потому здесь не приводится.

Пример II. Произвести кинематический анализ плоского четырехшарнирника.

С каждым из звеньев механизма (рис. 3.8) свяжем плоскую правую прямоугольную систему координат, направив оси абсцисс вдоль продольных осей

звеньев, причем начало неподвижной системы координат поместим в центр шарнира D .

Уравнение замкнутости контура четырехшарнирника (3.21) принимает вид

$$T^{(1,0)}T^{(2,1)}T^{(3,2)}T^{(0,3)} = E. \quad (3.65)$$

В рассматриваемом случае тензоры, входящие в (3.65), отображаются матрицей вида (3.51), которая при $\alpha = 0$, $h = 0$, $\delta = 0$ принимает вид

$$T^{(i,i-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{i-1} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 & 0 \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (3.66)$$

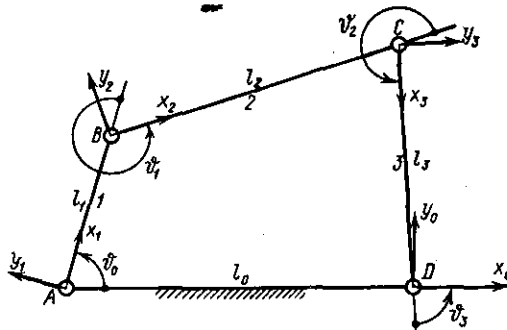


Рис. 3.8.

Для сокращения записи при плоском движении можно устранить четвертые ряды матрицы (3.66) в последующих вычислениях этого примера. При этом с учетом обозначений, принятых на рис. 3.8, получаем

$$T^{(1,0)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -l_0 \cos \vartheta_0 & -\sin \vartheta_0 & 0 \\ 0 & \sin \vartheta_0 & \cos \vartheta_0 \end{vmatrix};$$

$$T^{(2,1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_1 \cos \vartheta_1 & -\sin \vartheta_1 & 0 \\ 0 & \sin \vartheta_1 & \cos \vartheta_1 \end{vmatrix};$$

$$T^{(3,2)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_2 \cos \vartheta_2 & -\sin \vartheta_2 & 0 \\ 0 & \sin \vartheta_2 & \cos \vartheta_2 \end{vmatrix};$$

$$T^{(0,3)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_3 \cos \vartheta_3 & -\sin \vartheta_3 & 0 \\ 0 & \sin \vartheta_3 & \cos \vartheta_3 \end{vmatrix}.$$

Подставляя необходимые значения в (3.65) и перемножая матрицы, стоящие в левой части уравнения, приходим к матричному уравнению

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_1 \cos \vartheta_0 - l_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.67)$$

где

$$\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3. \quad (3.68)$$

Приравнявая соответствующие элементы матриц (3.67), получим систему уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \vartheta_0 - l_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) &= 0; \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (3.69)$$

$$\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 = 4\pi. \quad (3.70)$$

Из (3.67) следует, что $\cos \vartheta = 1$, т. е. сумма углов ϑ_0 , ϑ_1 , ϑ_2 , ϑ_3 всегда кратна 2π . Так как сумма внутренних углов четырехугольника равна 2π , то в соответствии с рис. 3.8

$$\vartheta_0 + (\vartheta_1 - \pi) + (\vartheta_2 - \pi) + \vartheta_3 = 2\pi,$$

откуда следует уравнение (3.70).

Переносим третьи члены первых двух уравнений (3.69) в правые части, возводя их в квадрат и складывая, после упрощений приходим к уравнению вида

$$A + B \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) + C \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) = 0, \quad (3.71)$$

где

$$A = l_0^2 + l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 - 2l_0l_1 \cos \vartheta_0;$$

$$B = 2l_1l_2 \sin \vartheta_0; \quad C = 2l_2(l_1 \cos \vartheta_0 - l_0).$$

Уравнение (3.71) приводится к виду

$$(B^2 + C^2) \sin^2 (\vartheta_0 + \vartheta_1) + 2AB \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) + (A^2 - C^2) = 0, \quad (3.72)$$

из которого определяем

$$\sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) = \frac{1}{B^2 + C^2} (-AB \pm C\sqrt{B^2 + C^2 - A^2}); \quad (3.73)$$

$$\vartheta_1 = \arcsin \left[\frac{1}{B^2 + C^2} (-AB \pm C\sqrt{B^2 + C^2 - A^2}) \right] - \vartheta_0. \quad (3.74)$$

Далее из второго уравнения (3.69) находим

$$\vartheta_2 = \arcsin \frac{-l_1 \sin \vartheta_0 - l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1)}{l_3} - (\vartheta_0 + \vartheta_1) \quad (3.75)$$

и, наконец, из (3.70) получим

$$\vartheta_3 = 4\pi - (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2). \quad (3.76)$$

Здесь не останавливаемся на определении величин скорости и ускорения движения звеньев, весьма просто осуществимом дифференцированием по параметру времени функций (3.74)—(3.76).

Пример III. Произвести кинематический анализ плоского четырехзвенника с поступательной парой (рис. 3.9).

Как и в предыдущем примере, с каждым из звеньев механизма свяжем плоскую правую систему координат, направив оси абсцисс вдоль продольных осей звеньев, причем начало неподвижной системы координат Ox_0y_0 поместим в центр A вращения кривошипа, а ось Ox_0 направим параллельно траектории перемещения ползуна. Начало системы координат Ox_3y_3 поместим в центре шарнира C , направив ось Ox_3 вдоль линии его перемещения.

Уравнение замкнутости контура четырехшарнирника (3.65) верно и для рассматриваемого механизма, если в соответствующих матрицах положить $l_0 =$

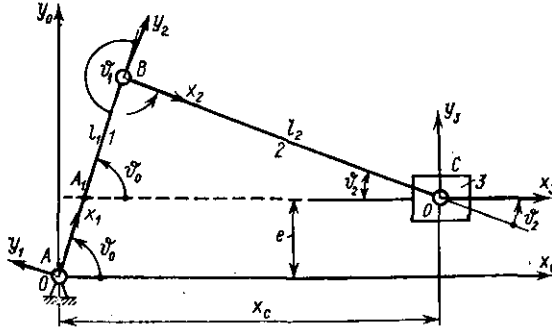


Рис. 3.9.

$= 0$, $l_3 = -x_C$, $\vartheta_3 = 0$, заменив нулевой элемент матрицы $T^{(0,3)}$, стоящий на пересечении третьей строки и первого столбца, $-e$. При этом

$$T^{(0,3)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -x_C & 1 & 0 \\ -e & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

При подстановке упомянутых величин в уравнение (3.65) приходим к следующему матричному равенству:

$$\begin{vmatrix} l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) - x_C \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) + e \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) - x_C \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) - e \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (3.77)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) - x_C \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) + e \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) &= 0; \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) - x_C \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) - e \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) &= 0; \end{aligned} \right\} \vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 = 2\pi. \quad (3.78)$$

Последнее равенство отображает сумму углов треугольника A_1BC и дает возможность упростить первые два уравнения, приводимые к виду:

$$l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) - x_C = 0; \quad l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) - e = 0. \quad (3.79)$$

Применяя подстановку $\vartheta_0 + \vartheta_1 = 2\pi - \vartheta_2$, преобразуем (3.79) в систему уравнений

$$l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos \vartheta_2 = x_C; \quad l_1 \sin \vartheta_0 - l_2 \sin \vartheta_2 = e, \quad (3.80)$$

из которой определяем

$$\vartheta_2 = \arcsin \frac{l_1 \sin \vartheta_0 - e}{l_2}; \quad x_C = l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos \vartheta_2. \quad (3.81)$$

Очевидно также, что

$$\vartheta_1 = 2\pi - (\vartheta_0 + \vartheta_2). \quad (3.82)$$

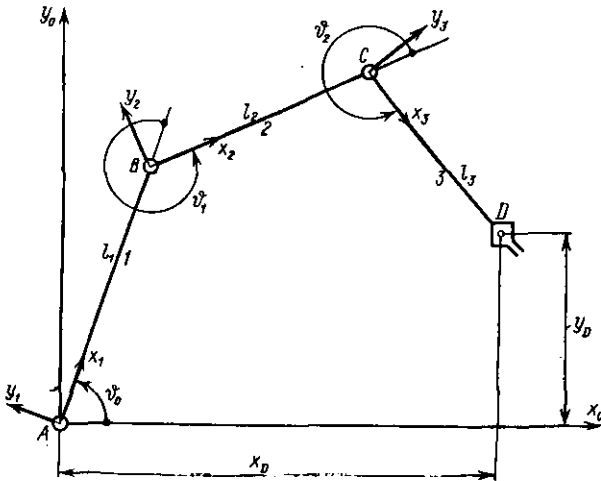


Рис. 3.10.

Скорости и ускорения движения звеньев механизма определяются дифференцированием равенств (3.81) и (3.82) по параметру времени.

Пример IV. Определить параметры движения плоской четырехзвенной открытой цепи манипулятора, схема которого представлена на рис. 3.10.

Выберем неподвижную прямоугольную систему координат x_0, y_0 , совместив ее начало с центром A вращения звена AB , и введем подвижные системы координат — такие, как в примере II.

Для определения неизвестных величин координат точки D , определяющей движение захвата манипулятора, воспользуемся уравнением (3.20), которое в рассматриваемом случае примет вид

$$T^{(3,0)} = T^{(1,0)} T^{(2,1)} T^{(3,2)}, \quad (3.83)$$

где

$$T^{(1,0)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta_0 & -\sin \vartheta_0 \\ 0 & \sin \vartheta_0 & \cos \vartheta_0 \end{vmatrix}; \quad T^{(2,1)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_1 & \cos \vartheta_1 & -\sin \vartheta_1 \\ 0 & \sin \vartheta_1 & \cos \vartheta_1 \end{vmatrix};$$

$$T^{(3,2)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_2 & \cos \vartheta_2 & -\sin \vartheta_2 \\ 0 & \sin \vartheta_2 & \cos \vartheta_2 \end{vmatrix}. \quad (3.84)$$

Подставляя значения (3.84) в (3.83), найдем

$$T^{(3,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) & \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) & -\sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) & \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) & \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \end{pmatrix}. \quad (3.85)$$

Перемещение точки D ($x_{3D} = l_3$; $y_{3D} = 0$) относительно неподвижной системы координат x_0y_0 определяется преобразованием координат из системы x_3y_3 в систему x_0y_0 при помощи матрицы (3.85)

$$\begin{pmatrix} x_{0D} \\ y_{0D} \end{pmatrix} = T^{(3,0)} \begin{pmatrix} x_{3D} \\ y_{3D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ l_1 \cos \vartheta_0 + l_2 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \cos (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \\ l_1 \sin \vartheta_0 + l_2 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1) + l_3 \sin (\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2) \end{pmatrix}. \quad (3.86)$$

Таким образом, задача определения положения точки D в общем виде решена. Для числового ее решения необходимо задать функции ϑ_0 , ϑ_1 и ϑ_2 , предполагая известными l_1 , l_2 , l_3 . Скорости и ускорения движения точки D определяются дифференцированием по параметру времени координат (3.86).

§ 3.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

Кинематической диаграммой принято называть зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или параметра перемещения ведущего звена, графически представленную кривой в прямоугольной системе координат.

С точки зрения изучения движения звеньев механизмов наибольший интерес представляют графики перемещений, скоростей и ускорений ведомых звеньев и их точек в зависимости от параметра времени или перемещения ведущего звена. В качестве параметра перемещения ведущего звена могут быть выбраны либо угол поворота, либо одна из координат принадлежащей ему точки. Эти параметры, разумеется, связаны определенной зависимостью с параметром времени.

Зависимость параметров движения механизмов в виде графиков дает возможность наглядно представить их изменение за длительный промежуток времени. При составлении графиков для циклично движущихся систем достаточно ограничиться продолжительностью времени одного цикла. Необходимость составления графиков может быть оправдана при любых методах определения параметров: аналитических, графических и экспериментальных.

Как известно, функции перемещения, скорости и ускорения движения какой-либо точки или звена могут быть определены при помощи дифференцирования или интегрирования. Поэтому для определения всех этих функций достаточно иметь диаграмму одной из них, так как диаграммы других функций могут быть построены по заданной функции путем графического дифференцирования или графического интегрирования. Примеры построения различных кинематических диаграмм приведены ниже.

1. Построение диаграммы перемещений. Построим диаграмму перемещений поршня кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.11, а) вида $S_B = S_B(t)$. Пусть кривошип OA вращается равномерно с угловой скоростью ω .

Разделив окружность, описываемую центром кривошипа A , на 12 равных частей, размечаем траекторию движения поршня (точка B) методом засечек. За начало отсчета принимаем положение поршня B_0 . Затем, выбрав систему координат S_B, t , по оси абсцисс откладываем отрезок L (мм), соответствующий времени T одного оборота кривошипа (рис. 3.11, б). Делим этот отрезок на такое же число частей, что и окружность, описываемую точкой A . Из каждой точки деления на оси абсцисс проводим линию, параллельную оси ординат, и на ней откладываем ординаты, пропорциональные перемещениям точки B : $y_1 = k\overline{B_0B_1}$; $y_2 = k\overline{B_0B_2}$; $y_3 = k\overline{B_0B_3}$ и т. д., где $\overline{B_0B_1}$, $\overline{B_0B_2}$, $\overline{B_0B_3}$ и т. д. — отрезки, отражающие перемещения точки B на планах механизма; k — коэффициент кратности ординат графика $S_B = S_B(t)$ и отрезков, отражающих перемещения B_0B_1, B_1B_2, \dots точки B на планах механизма (рис. 3.11, а).

Между масштабом плана механизма μ_s и масштабом ординат диаграммы перемещений μ'_s существует зависимость

$$\mu'_s = \frac{1}{k} \mu_s.$$

Масштаб параметра времени (с/мм²), откладываемого по оси абсцисс, определяется по равенству

$$\mu_t = T/L,$$

где T — продолжительность одного оборота ведущего звена, с. Если частота вращения кривошипа n (об/мин), то $T = 60/n$ с. При этом

$$\mu_t = 60/(nL).$$

В рассмотренном примере при помощи графика исследовалось поступательное перемещение звена (поршня). Аналогично строится график угловых перемещений звена, совершающего вращательное движение. В последнем случае по оси ординат следует откладывать отрезки, пропорциональные величинам угловых перемещений.

2. Построение графиков скорости и ускорения по графику перемещений. Построение графиков скорости $v = v(t)$ и ускорения $a = a(t)$ по графику перемещения $S = S(t)$ осуществляется методом графического дифференцирования, сущность которого заключается в следующем.

Пусть ΔS — перемещение некоторой точки за малый промежуток времени Δt (рис. 3.12, а). Проведем секущую BC , а из полюса P , выбранного на оси абсцисс на произвольном расстоянии H

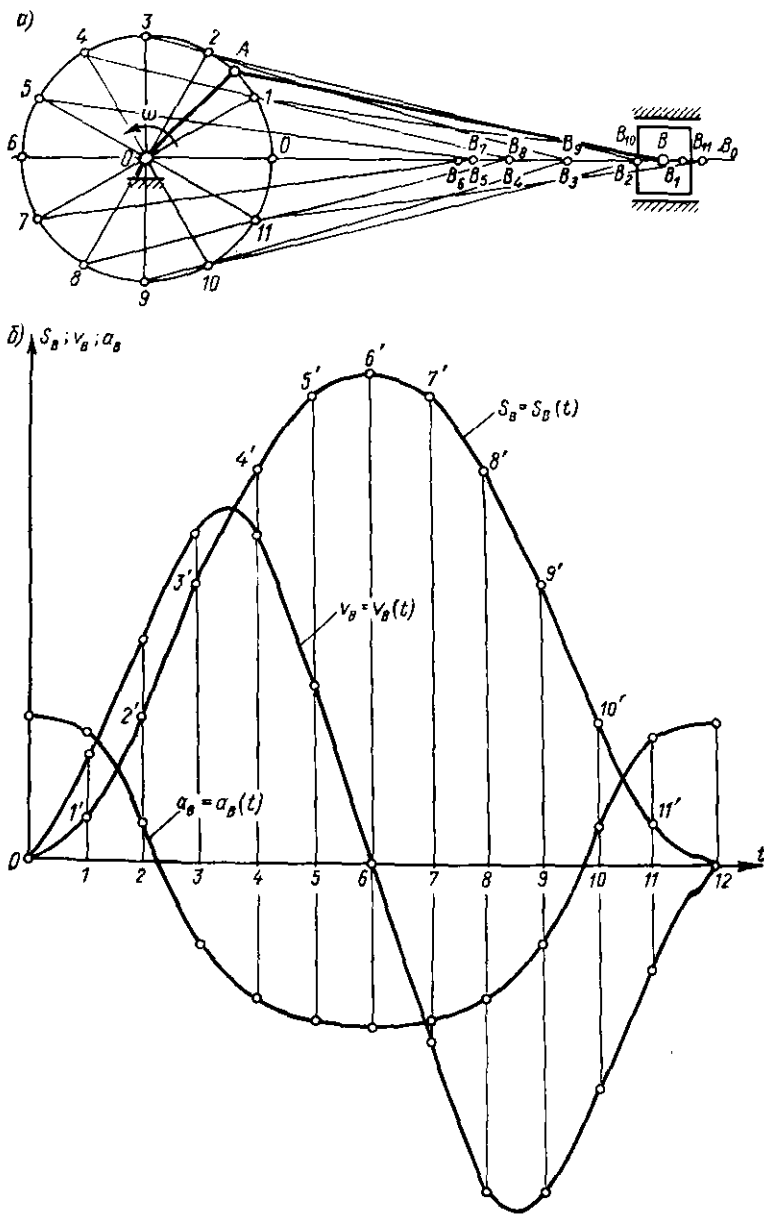


Рис. 3.11.

от начала координат, — луч, параллельный BC . Из подобия треугольников PAO и BCD следует

$$\overline{OA} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} H. \quad (3.87)$$

Действительное значение перемещения за время Δt отображается на графике отрезком $CD = \Delta S / \mu_s$, где μ_s — масштаб перемещений. Отрезок оси абсцисс $a_1 a_2 = \overline{BD} = \Delta t / \mu_t$ отображает длительность интервала времени Δt в масштабе μ_t . Подставив эти значения \overline{CD} и \overline{BD} в равенство (3.87), найдем

$$\overline{OA} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \frac{\mu_t}{\mu_s} H. \quad (3.88)$$

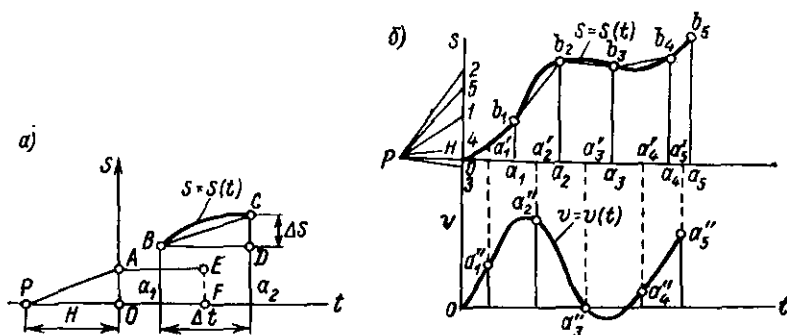


Рис. 3.12.

Отношение $\Delta S / \Delta t$ представляет собой среднее значение скорости движения точки на пути длиной ΔS . Таким образом, как следует из равенства (3.87),

$$v_{\text{cp}} = \overline{OA} \frac{\mu_s}{\mu_t H}. \quad (3.89)$$

Если принять масштаб скорости

$$\mu_v = \mu_s / (\mu_t H), \quad (3.90)$$

то из равенства (3.89) следует, что отрезок OA отображает величину средней скорости движения точки. Допуская некоторую погрешность, считают, что это среднее значение скорости соответствует среднему мгновению промежутка Δt , т. е. точке F (рис. 3.12, а).

При изложенном выше способе дуга BC диаграммы $S = S(t)$ заменялась хордой BC . Допустима также замена дуги соответствующим отрезком касательной. Однако в обоих случаях результаты получаются с некоторой погрешностью.

Последовательность выполнения графического дифференцирования рассмотрим на примере построения графика скорости

$v = v(t)$ по заданному графику перемещения $S = S(t)$ (рис. 3.12, б). Разделим абсциссу кривой $S = S(t)$ на n частей. С целью повышения точности абсциссы отдельных частей кривой, отличающихся резким изменением кривизны, рекомендуется делить на более мелкие участки. Проведем до пересечения с кривой ординаты $a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, a_4b_4, a_5b_5$. Далее проводим хорды, соединяя прямолинейными отрезками точки O и b_1, b_1 и b_2, b_2 и b_3, b_3 и b_4, b_4 и b_5 . Откладываем по оси абсцисс влево от начала координат O полюсное расстояние $OP = H$. Проводим из полюса P лучи, параллельные хордам, и получаем на оси ординат ряд точек пересечения: $1, 2, 3, 4, 5$. Из середины отрезков (точки $a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, a'_5$) проводим линии ординат и откладываем от оси t_1 соответственно расстояния $0-1, 0-2, 0-3, 0-4, 0-5$. Соединяем полученные точки $a''_1, a''_2, a''_3, a''_4, a''_5$ плавной кривой, которая и будет представлять собой функцию скорости движения точки от параметра времени t . Масштаб этой кривой определяется по равенству (3.90).

График ускорения движения точки строится аналогично, путем дифференцирования графика скорости. При этом новое полюсное расстояние H_1 может отличаться от полюсного расстояния H . Определение масштаба графика ускорения выполняется по равенству (3.90), если заменить величину масштаба μ_v графика перемещения величиной μ_a масштаба графика скорости и вместо H подставить H_1 :

$$\mu_a = \mu_v / (\mu_t H). \quad (3.91)$$

Следует иметь в виду, что вследствие неточности самого метода графического дифференцирования, тем более двукратного, диаграммы скорости, а особенно диаграммы ускорения, могут получаться со значительными искажениями.

Глава 4. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

§ 4.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМОВ. МЕТОДЫ СИНТЕЗА

В понятие о синтезе механизмов в настоящее время вкладывается значительное содержание. В переводе с греческого слово *synthesis* буквально переводится как сочетание, составление. В современной теории механизмов термин «синтез» означает проектирование, создание. В соответствии с основными разделами теории механизмов и машин, в которых устройство и свойства механизмов изучаются при ограничительных предположениях (теория структуры, кинематика, статика, динамика и др.), раз-

личают структурный синтез, кинематический синтез, динамический синтез механизмов и машин. В каждой из этих областей теории синтеза имеются значительные достижения.

Теория синтеза тесно связана с теорией анализа механизмов и машин, что вполне соответствует философскому понятию о диалектическом единстве противоположностей. Единство методов анализа и синтеза в теории механизмов и машин обусловлено единством (идентичностью, совпадением) методов решения задач анализа и синтеза и, в частности, совпадением уравнений, определяющих взаимозависимость переменных величин и фиксируемых параметров механизмов. Противоположность методов анализа и синтеза механизмов состоит в том, что одни и те же уравнения при решении задач анализа и синтеза служат разным целям.

При анализе механизмов обычно известны их кинематические схемы и размеры звеньев, и поэтому в уравнениях, отображающих движение механизмов, известными являются коэффициенты при переменных величинах, а искомыми — эти переменные величины или функции обобщенных координат, например функции движения ведомых звеньев в зависимости от независимых переменных, определяющих движение ведущих звеньев.

При синтезе механизмов обычно задаются функции движения ведомых и ведущих звеньев и требуется определить фиксируемые параметры звеньев (длины, координаты, массы, моменты инерции и т. п.) при некоторых дополнительных критериях. Обращаясь к тем же уравнениям анализа, нетрудно заключить, что искомыми в них являются коэффициенты при переменных функциях, зависящие от параметров механизмов, а переменные функции заранее определены. Как правило, задачи синтеза являются более трудными, сложными, чем и обусловлено еще недостаточное развитие теории синтеза механизмов в настоящее время.

Термины «анализ» и «синтез механизмов» применимы ко всем их разновидностям, точно так же, как могут быть применимы и различные методы синтеза, которые разделяются на графические, аналитические, графоаналитические и экспериментальные.

Графические методы основаны на представлении механизмов и параметров их движения на чертежах. При этом длины звеньев и линейные параметры плоских механизмов изображают в некотором масштабе, а угловые перемещения — без искажения. При исследовании пространственных механизмов, представляемых при помощи метода проекций более чем в одной плоскости, такие искажения возможны. Графические способы дают наглядное представление о строении механизмов и закономерностях движения их звеньев, но отличаются погрешностями, свойственными графическим методам.

Аналитические методы отличаются большим разнообразием и основываются на различных методах математики. Они обеспечивают наиболее высокую точность определения искоемых величин (при правильном учете влияющих на них факторов)

в каждое мгновение промежутка времени действия механизма. С развитием электронных вычислительных машин значение этих методов быстро растет и заслуживает постоянного внимания. Исключительным преимуществом аналитических методов при применении ЭВМ является высокая их производительность, определяемая высоким и растущим быстродействием ЭВМ. Вместе с тем они не отличаются достаточной наглядностью, что затрудняет проверку получаемых результатов в самом процессе вычислений. Эти трудности, однако, могут быть преодолены таким построением программ вычислений на ЭВМ, при котором интересующие величины выводятся на печать для контроля в ходе вычислений, а также применением графопостроителей ЭВМ, при помощи которых на экранах дисплеев может быть представлена графическая интерпретация исследуемых зависимостей — графиков, траекторий движения точек и звеньев в различных ракурсах и масштабах.

Графоаналитические методы объединяют преимущества и недостатки графических и аналитических методов, представляя собой сочетание тех и других.

Экспериментальные методы основаны на изготовлении моделей и макетов проектируемых механизмов, требуемые качества которых достигаются путем доводок или последовательных приближений. Возникновение и совершенствование электронной техники и в особенности аналоговых вычислительных машин открывает возможности выполнения операций по экспериментальному синтезу механизмов на аналоговых моделях механизмов и машин, реализуемых на АВМ.

В этой главе отдано предпочтение наиболее перспективным аналитическим методам синтеза стержневых механизмов с низшими кинематическими парами, значение которых в современной технике возрастает, поскольку они отличаются меньшим износом и допускают значительные скорости движения звеньев по сравнению с другими механизмами — кулачковыми, зубчатыми и др. Основное внимание уделено кинематическому синтезу механизмов.

Проектирование механизмов и машин (синтез) должно быть завершено обоснованным определением конфигураций и расчетом размеров всех их элементов, деталей и сборочных единиц по критериям прочности, надежности, долговечности и требуемого выполнения технологических функций. Однако такая цель может быть достигнута лишь методом последовательных приближений. Действительно, для реализации требуемых движений рабочих органов какой-либо машины должны быть выбраны подходящая кинематическая схема механизма и размеры длин звеньев. Для преодоления сил полезных и вредных сопротивлений, свойственных технологическому процессу, необходимо обеспечить прочные размеры звеньев, которые зависят не только от технологических факторов, но и от сил инерции, сил трения звеньев машины и т. д. Но силы инерции и моменты сил инерции их не могут быть опре-

делены, пока не известны массы, моменты инерции звеньев и их геометрические параметры. Это и предопределяет необходимость последовательных приближений при решении задач синтеза механизмов. Поэтому, очевидно, и оправдывается необходимость поэтапной реализации синтеза механизмов. Сначала осуществляют структурный синтез, т. е. выбор простейших схем и структуры механизма, которые возможно полно и точно удовлетворяли бы поставленным к проектируемому (синтезируемому) механизму требованиям. При этом определяют вид механизма, количество звеньев, виды кинематических пар, выбор неподвижного звена и ведущих звеньев и др.

После установления принципиальной схемы механизма решают задачу геометрокинематического синтеза, составляя соответствующую систему уравнений и решая эту систему при заданных ограничениях или ограничениях, которые уместно выбрать в ходе решения задачи.

Установление геометрокинематических параметров механизма даст возможность перейти к следующей стадии решения задачи синтеза механизмов — динамическому синтезу, при котором движение механизма рассматривается под действием сил, заданных и возникающих в процессе движения механизмов и машин. В этой стадии завершается определение размеров звеньев, их масс и моментов инерции, решаются задачи уравнивания сил инерции, регулирования плавности хода, уровней колебаний, демпфирования колебаний и снижения уровней шумов, обеспечения устойчивости движения и др.

§ 4.2. ВХОДНЫЕ И ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ.

ОСНОВНЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ СИНТЕЗА. ЦЕЛЕВЫЕ ФУНКЦИИ И ОГРАНИЧЕНИЯ

Входными параметрами при постановке и решении задач синтеза механизмов называются параметры механизмов, заранее известные или заранее заданные при постановке задач синтеза. *Выходными параметрами* называют или размеры механизма и его отдельных частей, или параметры движений звеньев, или величины, определяющие интегральные свойства проектируемого механизма (например, угол сервиса манипулятора), и другие, которые должны быть определены в результате решения задачи синтеза. Так, например, при решении задачи геометрокинематического синтеза пространственного механизма, приведенного в § 4.6, по методу интерполяционного приближения входными параметрами синтеза являются координаты точек φ_i, ψ_i , а также величины c и α , выходными — размеры звеньев механизма l_1, l_2, l_3, b .

При формулировке задания для решения задач синтеза часто выдвигается несколько различных требований, часто не вполне

совместимых или противоречивых, относящихся к параметрам синтезируемых механизмов. Среди этих требований можно всегда установить одно доминирующее (главное) условие, а остальные отнести ко второстепенным, или дополнительным. *Основными условиями синтеза* называются основные требования, а *дополнительными условиями синтеза механизмов* называются требования, отнесенные ко второй группе. Одни и те же условия в одной задаче могут быть основными, а в другой — дополнительными.

Пусть, например, необходимо спроектировать механизм поперечно-строгального станка, точка одного из звеньев которого должна описывать заданную траекторию, соответствующую циклическому возвратно-поступательному движению режущего инструмента при приводе от электродвигателя трехфазного переменного тока. Очевидно, в этом случае оба условия могут рассматриваться как обязательные. Но первое из них определяет вид механизма как механизма направляющего, и потому может быть отнесено к основному требованию. Известно, что электродвигатели общего назначения отличаются сравнительно высокой частотой вращения роторов, близкой к $n = 60f/p$, где f — частота переменного тока (преимущественно $f = 50\text{Hz}$); p — количество пар магнитных полюсов статора электродвигателя. При p , равном 1, 2, 3, 4, частота синхронного вращения якоря двигателя составляет соответственно 3000, 1500, 1000, 750 об/мин. Это означает, что ведущее звено стержневого механизма, соединяемое с электродвигателем, должно иметь возможность полнооборотного вращения. Следовательно, второе обязательное условие синтеза предопределяет выбор механизма, входное звено которого должно быть полнооборотным, или кривошипным. Это условие хотя и является обязательным, но может рассматриваться как дополнительное ограничение. При этом дополнительным условием, не существенным для постановки задачи, может быть обеспечение желательных габаритных размеров пространства, в котором должен размещаться механизм, и др.

При проектировании пространственного четырехзвенника для ориентации солнечных батарей искусственных спутников наряду с основным условием обеспечения требуемой передаточной функции в качестве обязательного дополнительного условия может фигурировать требование возможности размещения механизма в заданном ограниченном пространстве.

Обратимся теперь к целевым функциям и ограничениям. При аналитическом синтезе механизмов их математические модели отображают уравнениями или неравенствами, в которых фигурируют независимые переменные x_i и функции

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \{ \leq, =, \geq \} b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (4.1)$$

Если основное условие синтеза определено некоторой функцией

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (4.2)$$

то эта функция называется *функцией цели* (целевой функцией), а условия (4.1) — *ограничениями*.

Часто при постановке задач синтеза механизмов требуется обеспечить экстремальное значение целевой функции. Так, например, если z определяет средневзвешенное отклонение траектории, описываемой точкой звена синтезируемого механизма, от заданной траектории, то естественно поставить требование обеспечения минимума функции z .

К ограничениям наряду с упомянутыми условиями существования кривошипов стержневых механизмов, обеспечения требуемых габаритных размеров могут быть отнесены и многие другие условия: обеспечение заданного к. п. д. механизма, заданного ритма движения точки вдоль кривой, заданного отношения скоростей звеньев и т. п.

Следует иметь в виду, что, как правило, количество уравнений и неравенств, составляющих математическую модель синтеза механизма, должно соответствовать количеству искомых параметров синтеза.

§ 4.3. ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ КРИВОШИПОВ В СТЕРЖНЕВЫХ МЕХАНИЗМАХ

Взаимозависимость параметров четырехшарнирников. Одним из важнейших ограничений при синтезе стержневых плоских и пространственных механизмов является условие существования кривошипа или возможности обеспечения полнооборотности входного звена, а в некоторых случаях — входного и выходного звеньев. Ниже сформулирована теорема существования кривошипов в четырехшарнирниках.

На рис. 4.1 представлена схема плоского четырехзвенника $OABC$ с вращательными кинематическими парами. Из рисунка следует простая зависимость между параметрами механизма

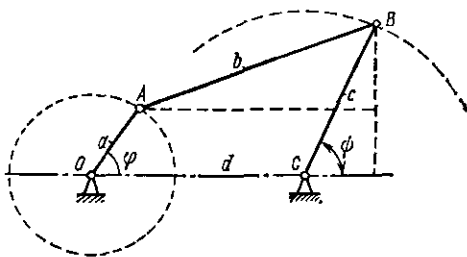


Рис. 4.1.

$$b^2 = (-a \cos \varphi + d + c \cos \psi)^2 + (c \sin \psi - a \sin \varphi)^2,$$

приводимая к виду

$$F(\varphi, \psi) = b^2 = a^2 + c^2 + d^2 - 2d(a \cos \varphi - c \cos \psi) - 2ac \cos(\varphi - \psi). \quad (4.3)$$

Функция $F(\varphi, \psi)$ двух переменных φ и ψ и трех параметров a , c и d механизма отображает все структурные и кинематические

свойства механизма. Не нарушая общности рассуждений, в дальнейшем всюду будем полагать $a < c$. При $c < a$ достаточно поменять местами эти величины во всех дальнейших рассуждениях.

Для существования кривошипа a необходимо (но еще недостаточно), чтобы для любого действительного значения угла φ уравнение (4.3) определяло бы, по крайней мере, одно действительное значение угла ψ . Следовательно, для суждения о возможности существования кривошипа a прежде всего необходимо установить область существования функции $\psi(\varphi)$, заданной неявно равенством (4.3). Существование этой функции при любом действительном значении φ может рассматриваться как условие существования кривошипа a .

Найдем необходимое и достаточное условие существования неявной функции $\psi(\varphi)$, которая представляет собой функцию положения ведомого звена c .

Из (4.3) находим

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi &= \frac{1}{2u^2c} [a(u^2 + c^2 - b^2) \sin \varphi \pm \\ &\pm (d - a \cos \varphi) \sqrt{4u^2c^2 - (u^2 + c^2 - b^2)^2}]; \\ \cos \psi &= \frac{1}{2u^2c} [(d - a \cos \varphi)(b^2 - u^2 - c^2) \pm \\ &\pm a \sqrt{4u^2c^2 - (u^2 + c^2 - b^2)^2} \sin \varphi], \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

где $u^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos \varphi$.

Комбинации функций $\sin \psi$ и $\cos \psi$ при $u^2 \neq 0$ представляют все решения уравнения (4.3). Анализ равенств (4.3) и (4.4) дает возможность представить области существования значений комплексной неявной функции $\psi(\varphi)$ при помощи табл. 4.1.

Т а б л и ц а 4.1. Область существования и значений функции $\psi(\varphi)$

Взаимозависимость параметров a, b, c, d		Существование функции $\psi(\varphi)$	Значения функции $\psi(\varphi)$
$d \neq a$		Всюду	См. формулы (4.4)
$d = a$	$b = c$	Всюду	При $\varphi \neq 0$ см. формулы (4.4) При $\varphi = 0$ произвольные
	$b \neq c$	Всюду за исключением точки $\varphi = 0$	При $\varphi \neq 0$ см. формулы (4.4) При $\varphi = 0$ не имеет никакого значения

Для установления возможности существования кривошипа a необходимо выяснить условие, гарантирующее действительные

значения функции $\psi(\varphi)$. Множители при радикалах в равенствах (4.4) не обращаются в нули одновременно, а поэтому функция $\psi(\varphi)$ имеет действительные значения, если подкоренной многочлен

$$\Phi_1(\varphi) = 4u^2c^2 - (u^2 + c^2 - b^2)^2 \quad (4.5)$$

неотрицателен. Для этого необходимо и достаточно одновременного выполнения неравенств

$$(d - a)^2 \geq (b - c)^2; \quad d + a \leq b + c \quad (4.6)$$

или

$$(b - c)^2 \geq (d + a)^2; \quad (d - a)^2 \geq (b + c)^2. \quad (4.7)$$

Заметим, что суммирование неравенств (4.7) ведет к абсурду ($ad + bc \leq 0$), так как величины a, b, c и d больше нуля. Равенство $ad + bc = 0$ возможно при обращении в нуль двух размеров звеньев. При этом четырехзвенник вырождается, а поэтому такая ситуация не представляет практического интереса.

Решая систему неравенств (4.6) относительно b , получаем необходимое и достаточное условие существования действительной функции $\psi(\varphi)$ при любом φ

$$\max [d + a - c, c - |d - a|] \leq b \leq c + |d - a|, \quad (4.8)$$

откуда следует, что для существования и действительности неявной функции $\psi(\varphi)$, по крайней мере, при одном каком-либо исполнительном значении b необходимо и достаточно выполнить неравенство

$$2c - d - a + |d - a| \geq 0. \quad (4.9)$$

На основании условия (4.8), а также свойства инвариантности

$$\left. \begin{aligned} F(a, c, d, b, \varphi, \psi + \pi) &= F(c, a, d, b, \psi + \pi, \varphi); \\ F(a, c, d, b, \varphi, \psi) &= F(a, c, d, b, -\varphi, -\psi) \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

функции F , отображающей зависимость (4.3), получаем необходимое и достаточное условие совместного существования действительных функций $\psi(\varphi)$ и $\varphi(\psi)$ при любых φ и ψ

$$d + c - a \leq b \leq a + |d - c|. \quad (4.11)$$

Таким образом, для определения хотя бы одного положительного значения b , для которого неявные функции $\psi(\varphi)$ и $\varphi(\psi)$ существуют и действительны при любых действительных значениях φ и ψ , необходимо и достаточно выполнить неравенство

$$2a - d - c + |d - c| \geq 0. \quad (4.12)$$

Неравенство (4.8) является необходимым условием существования кривошипа a . Докажем, что оно является достаточным.

Пусть существует такое $b > 0$, при котором неравенство (4.8) выполнено.

В таком случае на основании (4.6)

$$(d - a)^2 \geq (b - c)^2.$$

Пусть, например, сначала $d = a$. Из последнего неравенства следует, что $b = c$. При этом существование кривошипа доказано ранее ¹.

Рассмотрим более общий случай. Пусть теперь $d \neq a$. Тогда (см. табл. 4.1) функция $\psi(\varphi)$ определяется равенствами (4.4) и является непрерывной при $u^2 = 0$, что гарантирует существование кривошипа a . Следовательно, непрерывность функции $\psi(\varphi)$ является достаточным условием существования одного кривошипа a .

Для существования двухкривошипного механизма необходимо существование каждого кривошипа в отдельности, т. е. выполнение неравенств (4.11). Для совместного существования обоих кривошипов необходимо, чтобы интеграл

$$I = \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi} (d\psi/d\varphi) d\varphi \quad (4.13)$$

неограниченно возрастал при неограниченном увеличении $\Delta\varphi$. Каково бы ни было φ_0 , в (4.13) символ $d\psi/d\varphi$ отображает передаточную функцию механизма, когда функция $\psi(\varphi)$ дифференцируема.

Известно ², что условие (4.11) существования кривошипа в отдельности является достаточным и для совместного существования обоих кривошипов.

Стационарные точки функции (4.3). Стационарные точки функции определяются по условию обращения в нуль ее частных производных первого порядка. Дифференцируя правую часть (4.3), получаем:

$$\begin{aligned} \partial F/\partial\varphi &= d \sin \varphi - c \sin(\psi - \varphi) = 0; \quad \partial F/\partial\psi = \\ &= d \sin \psi + a \sin(\varphi - \psi) = 0. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Пары значений переменных φ и ψ , удовлетворяющих системе (4.14), удобно представить эквивалентными значениями функций \sin и \cos :

$$(\varphi_3, \psi_3) = (\pi, \pi) \sim \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}; \quad (4.15)$$

$$(\varphi_4, \psi_4) = (\pi, 0) \sim \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.16)$$

Далее, решая каждое из уравнений (4.14) относительно одной из тригонометрических функций и приравнивая их значения,

¹ См. Бюллетень Ясского политехнического ин-та. Т. XV (XIX), вып. 1, 2, 1969, с. 7—14.

² См. Механика машин. М., Наука, 1973, вып. 42, с. 21—22.

приходим к квадратным уравнениям, из которых определяются следующие два решения системы (4.14):

$$\left. \begin{aligned}
 & (\varphi_5, \psi_5) \sim \\
 & \sim \left\| \begin{array}{cc} \frac{1}{a} \sqrt{4a^2 d^2 - (a^2 - c^2 + d^2)^2} & \frac{1}{c} \sqrt{4c^2 d^2 - (c^2 + d^2 - a^2)^2} \\ \frac{1}{a} (a^2 + d^2 - c^2) & \frac{1}{c} (a^2 - c^2 - d^2) \end{array} \right\|; \\
 & (\varphi_6, \psi_6) \sim \\
 & \sim \left\| \begin{array}{cc} \frac{1}{a} \sqrt{4a^2 d^2 - (a^2 - c^2 + d^2)^2} & -\frac{1}{c} \sqrt{4c^2 d^2 - (c^2 + d^2 - a^2)^2} \\ \frac{1}{a} (a^2 + d^2 - c^2) & \frac{1}{c} (a^2 - c^2 - d^2) \end{array} \right\|.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

Два последних решения имеют место в случае пересечения окружностей входного и выходного звеньев четырехшарнирника и соответствуют минимуму функции $b^2 = 0$, причем функция (4.3) имеет шесть стационарных точек (4.16) и (4.17). При отсутствии пересечения окружностей, т. е. при $\lambda = 4a^2 d^2 - (a^2 - c^2 + d^2)^2 \leq 0$ функция (4.3) имеет только четыре стационарные точки (4.16).

Выделение эллиптических, гиперболических и параболических точек из общего числа стационарных точек осуществляется, как известно, в зависимости от знака дискриминанта квадратичной формы разложения функции (4.3) в ряд Тейлора по двум переменным

$$\Delta(\varphi, \psi) = \frac{\partial^2 b^2}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 b^2}{\partial \psi^2} - \left(\frac{\partial^2 b^2}{\partial \varphi \partial \psi} \right)^2, \quad (4.18)$$

где частные производные функции (4.3) второго порядка:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 b^2}{\partial \varphi^2} &= 2a [d \cos \varphi + c \cos(\varphi - \psi)]; & \frac{\partial^2 b^2}{\partial \varphi \partial \psi} &= -2ac \cos(\varphi - \psi); \\
 \frac{\partial^2 b^2}{\partial \psi^2} &= 2c [a \cos(\varphi - \psi) - d \cos \psi],
 \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

причем

$$\Delta(\varphi, \psi) = 4acd [(a \cos \varphi - c \cos \psi) \cos(\varphi - \psi) - d \cos \varphi \cos \psi]. \quad (4.20)$$

Подставляя последовательно значения (4.16) и (4.17) в (4.3) и (4.20), получаем значения квадрата длины шатуна и дискриминанта Δ :

$$\left. \begin{aligned}
 b^2(\varphi_1, \psi_1) &= (c + d - a)^2; \\
 b^2(\varphi_2, \psi_2) &= (a + c - d)^2; \\
 b^2(\varphi_3, \psi_3) &= (a - c + d)^2; \\
 b^2(\varphi_4, \psi_4) &= (a + c + d)^2; \\
 b^2(\varphi_5, \psi_5) &= 0; \\
 b^2(\varphi_6, \psi_6) &= 0;
 \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta(\varphi_1, \psi_1) &= 4acd(a - c - d); \\
 \Delta(\varphi_2, \psi_2) &= 4acd(d - a - c); \\
 \Delta(\varphi_3, \psi_3) &= 4acd(c - a - d); \\
 \Delta(\varphi_4, \psi_4) &= 4acd(a + c + d); \\
 \Delta(\varphi_5, \psi_5) &= 4a^2d^2 - (a^2 - c^2 + d^2)^2; \\
 \Delta(\varphi_6, \psi_6) &= 4c^2d^2 - (a^2 - c^2 - d^2)^2.
 \end{aligned} \right\} (4.22)$$

Перебирая всевозможные сочетания величин b и Δ , составим табл. 4.2, из которой следует, что возможны пять различных вариантов соотношений знаков величин λ , Δ и значения длины шатуна b . Гиперболические точки функции $b^2(\varphi, \psi)$ выделены в табл. 4.2, из которой следует, что функция длины шатуна плоского четырехшарнирника имеет две или три гиперболические точки. Выделение гиперболических точек функции длины шатуна плоского четырехшарнирника дает возможность формулировать теорему существования кривошипов в четырехшарнирниках в форме, не зависящей ни от выбора систем координат, ни от способа выбора параметров механизма.

Теорема 1. Существование двух кривошипов в плоских шарнирных четырехзвенниках возможно, если $2a - d - c + |d - c| \geq 0$ [неравенство (4.12)] и длина шатуна не выходит за пределы интервала, образованного двумя наибольшими значениями функции $b(\varphi, \psi)$ в гиперболических точках.

2. Существование одного кривошипа в плоских шарнирных четырехзвенниках возможно, если длины вращающихся звеньев различны ($a \neq c$), межосевое расстояние превосходит длину меньшего вращающегося звена ($d > a$) и длина шатуна не выходит за пределы интервала, образуемого двумя наибольшими значениями функции $b^2(\varphi, \psi)$ в гиперболических точках.

3. Существование кривошипов в шарнирных четырехзвенниках невозможно, если длина шатуна принадлежит открытой области, представляющей собой разность интервалов, образуемых значениями функции $b(\varphi, \psi)$ в эллиптических точках и двумя наибольшими значениями этой функции в гиперболических точках.

При этом возможно существование двух коромысел.

Доказательство. Выполнение условия (4.12) означает, что если длина шатуна не выходит за пределы закрытого интервала $[d + c - a, a + |d - c|]$, то двухкривошипный механизм существует. С помощью значений (4.21) убеждаемся, что в каждом случае, предусмотренном табл. 4.2, интервал $[d + c - a, a + |d - c|]$ совпадает с интервалом, образованным двумя наибольшими значениями функции (4.3) в гиперболических точках.

Докажем теперь 2-ю часть теоремы. Условия $a < c$ и $a < d$ гарантируют выполнение неравенств:

$$2c - d - a + |d - a| \geq 0; \quad 2a - d - c + |d - c| \leq 0,$$

Т а б л и ц а 4.2. Возможные сочетания знаков величин λ , Δ и длины b шатуна

Стационарные точки		$\lambda < 0$		$\lambda = 0$		$\lambda > 0$	
		Варианты					
		1	2	3	4	5	
(Ψ_1, Ψ_1)	b	$c + d - a > 0$					
	Δ	< 0					
(Ψ_2, Ψ_2)	b	$\frac{a+c}{-d} > 0$	$\frac{d-a}{-c} > 0$	$\frac{d-a}{-c} = 0$	$a + c - d > 0$		
	Δ	< 0	> 0	0	< 0		
(Ψ_3, Ψ_3)	b	$\frac{c-a}{-d} > 0$	$a + c - d > 0$		$\frac{c-a}{-d} = 0$	$\frac{d+a}{-c} > 0$	
	Δ	> 0	< 0		0	< 0	
(Ψ_4, Ψ_4)	b	$a + c + d > 0$					
	Δ	> 0					
(Ψ_5, Ψ_5)	b	—	—	—	—	0	
	Δ	—	—	—	—	> 0	
(Ψ_6, Ψ_6)	b	—	—	—	—	0	
	Δ	—	—	—	—	> 0	

Примечание. Значения b и Δ , соответствующие гиперболическим точкам ($\Delta < 0$), обведены рамкой.

но это означает, что если неравенства

$$\max [d + a - c, c - |d - a|] \leq b \leq c + |d - a|$$

выполнены, то кривошип a существует, а кривошип c не существует. Так же, как и при доказательстве 2-й части теоремы, убеждаемся в справедливости 1-й части теоремы. 3-я часть теоремы является следствием первых двух.

Аналогичная теорема может быть сформулирована и для пространственных четырехзвенников. Так, например, для пространственного четырехзвенника с двумя сферическими и двумя

вращательными кинематическими парами (рис. 4.2) в случае, когда $l_3 = 0$, верна следующая теорема¹: кривошип a существует тогда и только тогда, когда

$$\max \{ \min [b^2(0, 0); b^2(0, \pi)]; \min [b^2(\pi, \pi); b^2(\pi, 0)] \} \leq b^2(\varphi, \psi) \leq \min \{ \max [b^2(0, 0); b^2(0, \pi)]; \max [b^2(\pi, \pi); b^2(\pi, 0)] \},$$

где

$$b^2(\varphi, \psi) = (l_1 + a \cos \varphi)^2 + (l_2 + c \cos \psi)^2 - 2(l_1 + a \cos \varphi)(l_2 + c \cos \psi) \cos \alpha. \quad (4.23)$$

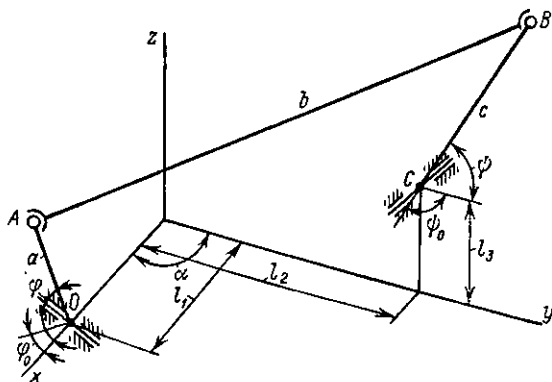


Рис. 4.2.

§ 4.4. УЧЕТ ОСОБЕННОСТЕЙ ФУНКЦИЙ ПОЛОЖЕНИЙ И ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Стержневые, зубчатые, кулачковые, комбинированные и другие механизмы являются многозвенными.

Для установления зависимости параметров движения входных и выходных звеньев от геометрических параметров механизма вводят в рассмотрение функции, определяющие эти движения, к которым относятся функции положения, перемещения звеньев, функции отношения скоростей, ускорений различных порядков движения звеньев. Функции перемещений, скоростей, ускорений первого, второго и т. д. порядков движения звеньев называют также передаточными функциями механизмов соответственно нулевого, первого, второго и т. д. порядков.

Функцией $\Phi(\varphi)$ положения какого-либо звена механизма называется аналитическое представление зависимости координаты,

¹ Тихонов Н. А. Исследование проблемы существования кривошипов в четырехзвенниках. Автореф. канд. дисс. Л., 1972.

определяющей положение этого звена, от координаты φ положения входного звена и геометрических параметров механизма.

Функцией $\Pi(\varphi)$ перемещения или передаточной функцией нулевого порядка какого-либо звена механизма называется аналитическое представление зависимости координаты, определяющей перемещение этого звена от координаты φ перемещения входного звена и геометрических параметров механизма.

Функцией $\Pi'(\varphi)$ скорости движения или передаточной функцией первого порядка какого-либо звена называется аналитическое представление производной первого порядка функции перемещения по координате входного звена

$$\Pi'(\varphi) = \frac{d\Pi}{d\varphi}.$$

Аналогично вводятся определения передаточных функций второго $\Pi''(\varphi) = \frac{d^2\Pi(\varphi)}{d\varphi^2}$ и более высоких порядков.

Механизмы являются многозвенными системами, в которых фиксированным положениям каких-либо звеньев могут соответствовать при определенных условиях два или несколько положений других звеньев. Эта особенность отображается многозначностью функции положения. Поскольку в механике машин изучаются реальные механизмы и машины, звенья которых имеют массу и конечные размеры, то на истинное движение их оказывают влияние силы инерции, реакции связей и другие силы, под действием которых звенья механизмов и машин движутся однозначно. Поэтому отображающие движение таких звеньев передаточные функции также должны быть однозначными.

Эта особенность функций положения называется ветвлением функций положения, которое обусловлено многозначностью решений уравнений высоких степеней, отображающих положения звеньев. Наряду с ветвлением функции положения могут иметь и другие особенности, например точки разрыва, изучаемые в курсе математического анализа.

Все особенности функций положения должны быть учтены при составлении алгоритмов и программ синтеза механизмов при помощи ЭВМ. Пренебрежение изучением передаточных функций приводит к ошибкам и излишним затратам времени расчетчика и ЭВМ.

В качестве примера приведем построение функции, корректно отображающей перемещение ведомого вала простой карданной передачи.

Как известно, функция положения ведомого вала простого карданного сочленения, находящего широкое применение в современных машинах и приборах (станки, тепловозы, автомобили, строительные и дорожные машины, гироскопы и пр.), отображается равенством

$$\psi = \arctg(\operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta), \quad (4.24)$$

где φ — угол поворота входного (ведущего) вала 1; ϑ — угол отклонения оси вращения выходного (ведомого) вала 2 от оси вращения входного вала (рис. 4.3).

Функция (4.24) является многозначной функцией двух независимых переменных φ и ϑ и отображает множество поверхностей, заполняющих бесконечный слой толщиной $\pi/2$, измеренной вдоль оси ϑ (рис. 4.4) и соответствующей принятому колебанию ϑ в интервале $[-\pi/4, \pi/4]$, симметричном относительно плоскости φ, ψ .

Истинное движение выходного вала при изменении φ и ϑ определяется одной поверхностью (см. полоску на рис. 4.4, симметричную относительно биссектрисы первого координатного квадранта плоскости $\varphi\psi$). Построим уравнение этой полоски, которое и отображит функцию перемещения выходного вала карданного сочленения.

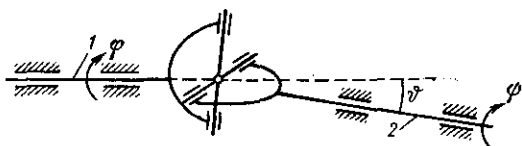


Рис. 4.3.

Ограничимся случаем относительного вращения ведущего вала, которое будем считать положительным ($\varphi > 0$). В силу конструктивных особенностей карданного шарнира направление вращения ведомого вала совпадает с направлением вращения ведущего вала, а поэтому координата $\psi > 0$. Таким образом, можно ограничиться построением корректной функции $\psi(\varphi)$ в первом координатном квадранте прямоугольной системы координат φ, ψ .

Структура функции ψ , определяемой равенством (4.24), дает возможность сделать вывод о существовании прямой зависимости величины ψ от величины φ и их близости, так как при фиксированном значении ϑ , которое практически составляют величины, не превышающие 20° , когда значение $\cos \vartheta$ близко к единице, ψ мало отличается от φ . При этом корректное использование формулы (4.24) могло бы быть обеспечено дополнительным указанием о близости значений φ и ψ . Однако ценность математической формулы, применение которой обусловлено словесными указаниями, в существенной мере теряется. Необходимо стремиться к тому, чтобы математическая формула определяла бы корректно и автономно взаимозависимости параметров. Это требование в рассматриваемом случае вынуждает конструирование функции, автономно, корректно и однозначно представляющей взаимозависимость $\psi = \psi(\varphi, \vartheta)$. Очевидно, что такая функция может быть получена последовательным стыкованием куска поверхности $ABCD$ на интервале $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ (рис. 4.4), что эквивалентно последовательной стыковке аналогичных $ABCD$ кусков функции (4.24). Таким образом, мы представили способ корректного построения

графика функции $\psi(\varphi, \theta)$. Теперь перейдем к построению соответствующей формулы.

Заметим, что в соответствии с вышензложенным и формулой (4.24), ввиду наличия определенной кинематической связи ведущего и ведомого валов, значения φ и ψ одинаковы при значениях

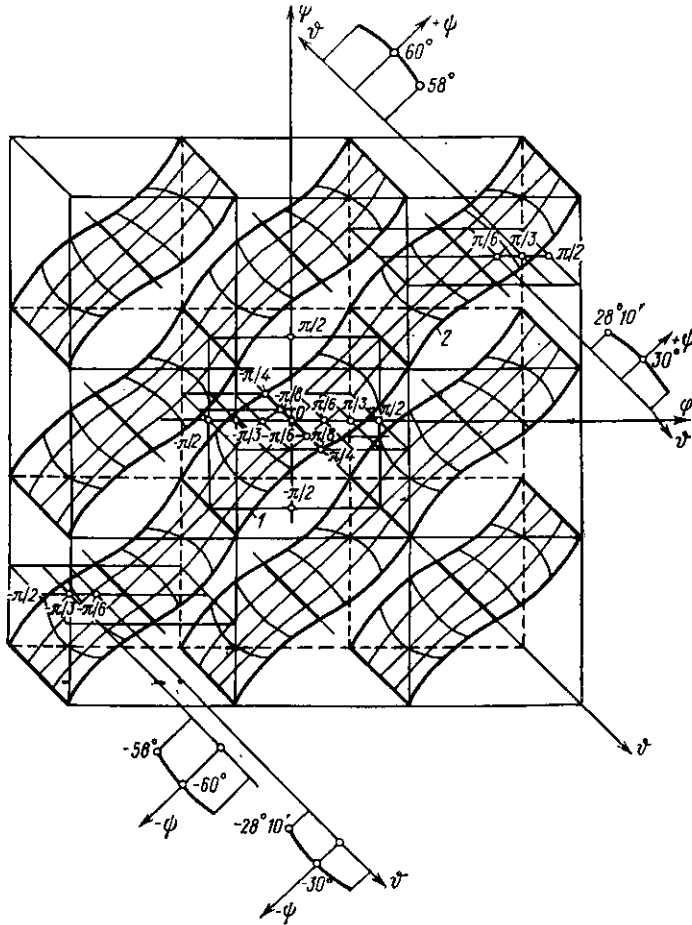


Рис. 4.4.

$\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, каков бы ни был угол θ . Это дает основание считать, что график зависимости $\psi(\varphi)$ должен иметь ось в виде прямой линии, проходящей через начало координат O .

Если масштабы величин φ и ψ одинаковы, то такой осью будет биссектриса первого координатного угла. Из этого также следует, что в точках $\varphi, \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$ значения ψ могут определяться без равенства (4.24). Таким образом, возникает возможность и необ-

ходимость представить функцию $\psi(\varphi)$ состоящей из двух слагаемых, одно из которых должно отображать часть величины угла ψ в точках $\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$, а другое — обеспечить коррекцию значения ψ в промежутках между значениями $\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$ в соответствии с формулой (4.24). Естественно оба слагаемые поставить в зависимость от величины n , принимающей значения натурального ряда чисел и представляющей целую часть частного от деления угла φ (в радианах) на $\pi/2$. Значение $\pi/2$ принимаем потому, что функция $\psi(\varphi, \vartheta)$, как это видно из рис. 4.4, имеет равную структуру на смежных интервалах длиной $\pi/2$ области вариации переменной φ , повторяющуюся на интервалах такой же длины и разделенных интервалом $\pi/2$. В соответствии с этим отобразим первое слагаемое функции ψ величиной $n\pi/2$. Тогда при значениях φ , целократных $\pi/2$, должно быть $\psi = n\pi/2$, а корректирующий второй член должен обращаться в нуль.

Так как второе слагаемое должно отображаться формулой (4.24), то естественно теперь представить аргумент φ в форме $\varphi = n\pi/2$; при этом

$$\psi = \frac{n\pi}{2} + \arctg \left[\operatorname{tg} \varphi \left(\varphi - \frac{n\pi}{2} \right) \cos \vartheta \right] \quad (4.25)$$

точно отображает значение искомой функции в точках $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, \dots$ при любом φ , кратном $\pi/2$. Равенство (4.25) также корректно отображает значения функции на всех нечетных интервалах $(0, \pi/2), (\pi, 3\pi/2), (2\pi, 5\pi/2), \dots$. Для того чтобы искомая функция правильно отображалась и на четных интервалах, необходимо к значениям, определяемым первым слагаемым, прибавлять величину $\frac{\pi}{2} - \arctg \left\{ \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} - \left(\varphi - \frac{n\pi}{2} \right) \right] \cos \vartheta \right\}$, что оправдывается следующими рассуждениями. При n нечетном в интервалах $(\pi/2, \pi), (3\pi/2, 2\pi), \dots$ следует добавлять значения $\Delta\psi$, определяемые разностью значений функции ψ и величин $\pi/2, 3\pi/2, \dots$ соответственно. Так как подстановка значения $\left(\varphi - \frac{n\pi}{2} \right)$ в формулу (4.24) определяет величины, соответствующие интервалу $(0, \pi/2)$, то для определения $\Delta\psi$ на четных интервалах $(\pi/2, \pi), (3\pi/2, 2\pi), \dots$ значения этого приращения следует определять как разность $\pi/2$ и $\arctg(\operatorname{tg} \varphi \cos \vartheta)$ для угла φ , дополнительного до $\pi/2$. Итак, для четных интервалов

$$\psi = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \arctg \left\{ \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{2} - \left(\varphi - \frac{n\pi}{2} \right) \right] \cos \vartheta \right\}. \quad (4.26)$$

Теперь необходимо обобщить результаты (4.25) и (4.26) в одной формуле. Для этого за основу нужно взять равенство (4.26), в которое следует ввести такие коэффициенты при значениях $\pi/2$, чтобы они обращались в нуль при n четном и сохраняли свое значение при n нечетном и чтобы при четном n знак аргумента $\varphi - n\pi/2$ был бы положительным. Обращение в нуль слагаемых

$\pi/2$ при n четном возможно путем дополнения к ним множителя $\frac{1 - (-1)^n}{2}$ и к аргументу $\varphi - \pi n/2$, а также функции arctg множителя $(-1)^{n+1}$. После таких изменений искомая функция приобретает вид

$$\psi = \frac{\pi n}{2} + \frac{1 - (-1)^n}{2} \frac{\pi}{2} - (-1)^{n+1} \operatorname{arctg} \left\{ \operatorname{tg} \left[\frac{1 - (-1)^n}{2} \frac{\pi}{2} - (-1)^{n+1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\varphi - \frac{\pi n}{2} \right) \right] \cos \vartheta \right\},$$

или после упрощений

$$\psi = [2n + 1 - (-1)^n] \frac{\pi}{4} + (-1)^n \operatorname{arctg} \left\{ \operatorname{tg} \left([1 - (1 + 2n) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (-1)^n] \frac{\pi}{4} + (-1)^n \varphi \right) \cos \vartheta \right\}, \quad (4.27)$$

где $n = E \left(\frac{2\varphi}{\pi} \right)$ (E — начальная буква французского слова *entier* — целый).

Функция (4.27) точно отображает процесс движения ведомого вала карданного шарнира и построена из кусков многозначной функции.

Примеры построения передаточных функций ведомого звена четырехзвенного стержневого механизма, корректно отображающих движение ведомого звена, см. в статьях ¹.

§ 4.5. МЕТОДЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ В СИНТЕЗЕ МЕХАНИЗМОВ

При синтезе механизмов приходится решать две основные задачи: воспроизведение заданных передаточных функций и воспроизведение заданных траекторий движения точек. Механизмы, предназначенные для реализации требуемых передаточных функций, называются *передаточными*. Механизмы, предназначенные для воспроизведения заданных траекторий движения звеньев или их точек, называются *направляющими*.

Целевая функция тех и других механизмов в обобщенном виде может быть представлена в векторной форме

$$y = F(x), \quad (4.28)$$

¹ Лебедев П. А., Ростовцев В. Н. Аналитическое определение функции перемещения пространственных двухкривошипных четырехшарнирников. — Машиноведение, 1975, № 1. Лебедев П. А., Ростовцев В. Н. Аналитическое определение функции перемещения ведомого звена кривошипных пространственных четырехшарнирников. — Машиноведение, 1976, № 5. Лебедев П. А., Ростовцев В. Н. О бифуркации функции положения пространственного четырехзвенника ВССВ. — Машиноведение, 1978, № 6.

где x — независимая переменная, в качестве которой могут быть выбраны координаты перемещения входного (ведущего) звена, параметр времени и т. п. Для передаточных механизмов переменная y может представлять угол поворота ведомого звена, угловую его скорость, перемещение ползуна и т. п. Для направляющих механизмов под функцией y следует понимать, например, уравнение кривой линии.

Функция (4.28) задается в некоторой системе координат. Наилучшим решением задачи синтеза было бы то, при котором требуемая функция (4.28) принципиально точно могла бы быть реализована подходящим механизмом как по структуре, так и по его геометрическим параметрам. Однако такое соответствие не всегда может быть обеспечено ввиду недостаточной изученности множества механизмов, а также и потому, что принципиально точное соответствие схемы механизма заданной функции не гарантирует абсолютную точность воспроизведения функции вследствие погрешностей изготовления звеньев, наличия зазоров в кинематических парах, износа их элементов и других причин. Из-за этого в синтезе механизмов широкое применение нашли методы приближения функций.

Функцию, воспроизводимую механизмом, будем обозначать $y_m = y_m(x) = p(x)$. Введем необходимые определения.

Определение 1. Отклонением Δ воспроизводимой функции $y_m(x)$ от заданной функции $y(x)$ называется разность между их значениями, измеренная в каком-либо направлении (осей координат, нормали к траектории в данной точке и т. п.).

Ввиду сложности точного аналитического представления отклонения Δ при решении задач синтеза механизмов в рассмотрение зачастую вводят приближенные значения отклонения или взвешенные отклонения.

Определение 2. Весовой функцией, или весом называется заданная на сегменте $[a, b]$ знакоопределенная суммируемая функция $q(x)$ или

$$0 \leq t \leq q(x) < M; \quad 0 > t \geq q(t) \geq M.$$

Если t и M имеют близкие значения, то вес считается приблизительно постоянным.

Определение 3. Параметрическим весом называется функция q_p , зависящая как от аргумента x , так и от искомым параметров механизма.

Аналитическое представление параметрического веса может быть выполнено при введении следующих обозначений. Пусть p_0, p_1, p_2, \dots — коэффициенты, зависящие от параметров механизма. Тогда параметрический вес

$$q_p = q_p(x, p_0, p_1, p_2, \dots). \quad (4.29)$$

Приведем пример. Пусть заданная функция постоянна, например $y = b$ (прямая, параллельная оси x), а осуществляемая функция

$$y = \sqrt{\rho_3 x^3 + \rho_2 x^2 + \rho_1 x + \rho_0}. \quad (4.30)$$

Если принять отклонение Δ за разность ординат, т. е. $\Delta = \Delta_y$, то

$$\Delta_y = b - \sqrt{\rho_3 x^3 + \rho_2 x^2 + \rho_1 x + \rho_0}. \quad (4.31)$$

В равенстве (4.31) содержится радикал 2-й степени, вследствие чего операции вычисления независимых коэффициентов ρ_0, ρ_1, \dots , а следовательно, и искомым параметров механизмов затруднительны. Разность Δ_y целесообразно привести к рациональному виду, хотя бы путем приближенного представления ее величины. Это возможно сделать если принять параметрический вес

$$q_p = b + \sqrt{\rho_3 x^3 + \rho_2 x^2 + \rho_1 x + \rho_0} \quad (4.32)$$

и заменить разность (4.31) значением

$$\Delta_q = b^2 - (\rho_3 x^3 + \rho_2 x^2 + \rho_1 x + \rho_0). \quad (4.33)$$

Определение 4. *Взвешенным отклонением* Δ_q (взвешенной разностью) называется произведение отклонения Δ на весовую функцию (вес) q .

Определение 5. *Приближением* (аппроксимацией) *функций* называют замену заданной функции некоторой другой (приближающей, аппроксимирующей) функцией, значения которой мало отклоняются от значений заданной функции (в допустимых пределах).

Для иллюстрации этого определения вернемся к рассмотренному выше примеру. Была задана функция $y = b$, которая не осуществлена механизмом, а заменена функцией (4.30). Такая замена представляет собой приближение.

Определение 6. *Взвешенным приближением* с весом q функции называется приближение функций, осуществляемое по взвешенному отклонению (взвешенной разности) — см. определение 4. В частности, может рассматриваться взвешенное приближение с параметрическим весом q_p .

В рассмотренном нами выше примере приближение функции $y = b$ может осуществляться при помощи функции (4.30) по взвешенному отклонению (4.33). Для этого определим значения коэффициентов $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$, при которых взвешенные отклонения (4.33) мало уклоняются от нуля в рассматриваемом промежутке, т. е.

$$\Delta_q \approx 0, \quad (4.34)$$

но из этого следует, что

$$y = \sqrt{\rho_3 x^3 + \rho_2 x^2 + \rho_1 x + \rho_0} \approx b. \quad (4.35)$$

Подставив это значение радикала в равенство (4.32), получим приближенное значение весовой функции

$$q_p \approx 2b.$$

Полученное приближение вида (4.35) следует называть взвешенным приближением с параметрическим весом q_p (это приближение впервые было применено знаменитым русским ученым акад. П. Л. Чебышевым в 1854 г.).

Приближенные значения отклонений функции при решении задач синтеза могут быть также получены путем разложения их в тригонометрические или степенные ряды функций одной и многих переменных.

Задачи о приближении функций в теории синтеза механизмов могут решаться различными методами; среди них значительное распространение получили метод интерполирования, метод квадратического приближения и метод наилучшего (равномерного) приближения.

Интерполирование функций

Определение 7. *Интерполированием* называется определение непрерывной в конечном промежутке $[a, b]$ функции $y = P(x)$, принимающей в k заданных точках $a \leq x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_k \leq b$ значения заданной функции $y = F(x)$. Такое интерполирование называется *точечным*.

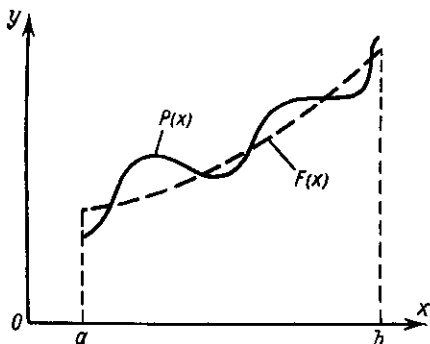


Рис. 4.5.

В аналитическом аспекте решение такой задачи приводится к решению систем k уравнений вида

$$\Delta(x_i) \equiv F(x_i) - P(x_i) = 0$$

$$(i = 1, 2, \dots, k). \quad (4.36)$$

Геометрическая интерпретация процесса интерполирования видна на рис. 4.5.

Определение 8. Точки, в которых удовлетворены условия (4.36), называются *узлами*, или *точками интерполирования*.

В теории синтеза механизмов встречаются задачи, в которых приближающая функция получает вид так называемого обобщенного полинома

$$P(x_i) = P_0 f_0(x_i) + P_1 f_1(x_i) + \dots + P_n f_n(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, k), \quad (4.37)$$

где P_0, P_1, \dots, P_n — неизвестные коэффициенты, зависящие от параметров синтезируемого механизма; $f_0(x), f_1(x), \dots, f_n(x)$ —

линейно-независимые непрерывные функции переменного аргумента x .

Необходимое и достаточное условие линейной независимости системы функций f_i на сегменте $[a, b]$ состоит в тождественном неравенстве нулю определителя

$$D = D(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{vmatrix} f_0(x_0) f_1(x_0) \dots f_n(x_0) \\ f_0(x_1) f_1(x_1) \dots f_n(x_1) \\ \dots \dots \dots \\ f_0(x_n) f_1(x_n) \dots f_n(x_n) \end{vmatrix}$$

при любой совокупности значений x_0, x_1, \dots, x_n из $[a, b]$.

Отличительная особенность обобщенного полинома — линейность относительно всех входящих в него коэффициентов P_0, P_1, \dots, P_n .

Подставляя значения (4.37) в уравнения (4.36), найдем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta(x_1) &= F(x_1) - P_0 f_0(x_1) - P_1 f_1(x_1) - \dots - P_n f_n(x_1) = 0; \\ \Delta(x_2) &= F(x_2) - P_0 f_0(x_2) - P_1 f_1(x_2) - \dots - P_n f_n(x_2) = 0; \\ &\dots \dots \dots \\ \Delta(x_k) &= F(x_k) - P_0 f_0(x_k) - P_1 f_1(x_k) - \dots - P_n f_n(x_k) = 0, \end{aligned} \right\} (4.38)$$

которая приводится к виду:

$$\left. \begin{aligned} f_{01}P_0 + f_{11}P_1 + \dots + f_{n1}P_n &= F_1; \\ f_{02}P_0 + f_{12}P_1 + \dots + f_{n2}P_n &= F_2; \\ &\dots \dots \dots \\ f_{0k}P_0 + f_{1k}P_1 + \dots + f_{nk}P_n &= F_k \end{aligned} \right\} (4.39)$$

и решается относительно $n + 1$ неизвестных путем предварительного вычисления коэффициентов f_{ij} ($i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, k$) преимущественно при $n + 1 = k$ по методу, например, Крамера, причем решение имеет место, если

$$\begin{vmatrix} f_{01}f_{11} \dots f_{n1} \\ f_{02}f_{12} \dots f_{n2} \\ \dots \dots \dots \\ f_{0k}f_{1k} \dots f_{nk} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (4.40)$$

Если количество неизвестных коэффициентов $n + 1 > k$, то система имеет бесчисленное количество решений, что эквивалентно возможности свободного выбора значений $n + 1 - k$ неизвестных коэффициентов P .

После нахождения неизвестных P_0, P_1, \dots, P_n определяются параметры механизма по уравнениям их связи с коэффициентами P_0, P_1, \dots, P_n ; отклонение приближающей функции от заданной может быть значительным в промежутке между смежными узлами. Однако надлежащим выбором узлов это отклонение может быть уменьшено, так же как и увеличением количества узлов.

В практике находит применение интерполирование с кратными узлами, которое состоит в совпадении не только самих заданных и приближающих функций в узлах, но и в совпадении производных их до k -го порядка включительно. При этом узлы имеют кратность порядка $k + 1$ и каждый кратный узел эквивалентен $k + 1$ простым узлам.

Квадратическое приближение функций ¹

Определение 9. Средним квадратическим отклонением приближающей функции $P(x)$ от заданной $F(x)$ на отрезке $[a, b]$ называется величина

$$\Delta = \sqrt{\frac{\int_a^b [F(x) - P(x)]^2 dx}{b - a}}. \quad (4.41)$$

При выборе второй степени отклонений случайные погрешности (например, погрешности эксперимента) менее всего оказывают влияние на приближающую функцию. Величина отклонения Δ будет наименьшей при условии минимизации интеграла, стоящего в числителе подкоренного выражения равенства (4.41). Чтобы убедиться в преимуществе выбора второй степени отклонений при отыскании аппроксимирующей функции, достаточно сравнить ее с минимизацией интеграла от первой степени отклонения

$$I = \int_a^b [F(x) - P(x)] dx. \quad (4.42)$$

В последнем случае при минимальном значении I отдельные отклонения (в различных точках) разного знака могут быть весьма значительными, и, взаимно уничтожаясь, не оказывают влияния на I (4.42). Это исключено при выборе (4.41).

При выборе в качестве аппроксимирующей функции обобщенного полинома необходимо обеспечить минимум интеграла

$$I = \int_a^b [F(x) - P_0 f_0(x) - P_1 f_1(x) - \dots - P_n f_n(x)]^2 dx. \quad (4.43)$$

¹ Введено в синтез механизмов проф. Н. И. Левитским.

Минимум I имеет место при обращении в нуль частных производных по искомым коэффициентам P_0, P_1, \dots :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial I}{\partial P_0} &= \int_a^b [F(x) - P_0 f_0(x) - P_1 f_1(x) - \dots - P_n f_n(x)] f_0(x) dx = 0; \\ \frac{1}{2} \frac{\partial I}{\partial P_1} &= \int_a^b [F(x) - P_0 f_0(x) - P_1 f_1(x) - \dots - P_n f_n(x)] f_1(x) dx = 0; \\ &\dots \\ \frac{1}{2} \frac{\partial I}{\partial P_n} &= \int_a^b [F(x) - P_0 f_0(x) - P_1 f_1(x) - \dots - P_n f_n(x)] f_n(x) dx = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

Обозначая:

$$\left. \begin{aligned} C_{kl} = C_{lk} &= \int_a^b f_k(x) f_l(x) dx \quad (k = 0, 1, \dots, n; l = 0, 1, \dots, n); \\ d_k &= \int_a^b F(x) f_k(x) dx \quad (k = 0, 1, \dots, n), \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

получим систему линейных уравнений относительно P_0, P_1, \dots, P_n , которую можно решать методом Крамера или другими методами:

$$\left. \begin{aligned} C_{00}P_0 + C_{10}P_1 + \dots + C_{n0}P_n &= d_0; \\ C_{01}P_0 + C_{11}P_1 + \dots + C_{n1}P_n &= d_1; \\ \dots &\dots \\ C_{0n}P_0 + C_{1n}P_1 + \dots + C_{nn}P_n &= d_n. \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

Наилучшее приближение функций

Определение 10. *Наилучшим (равномерным) приближением функции $P(x)$ к заданной $F(x)$ называется такое приближение на отрезке $[a, b]$, при котором достигается минимально возможное отклонение от заданной функции на всем интервале изменения аргумента.*

Поясним сущность наилучшего приближения. Если по-прежнему считать, что приближающая функция имеет вид обобщенного полинома

$$P(x) = P_0 f_0(x) + P_1 f_1(x) + \dots + P_n f_n(x), \quad (4.47)$$

то при изменении параметров P_0, \dots, P_n меняется значение функции $P(x)$. Требуется определить такой механизм, для которого

$$\Delta_{\max} = \min \{ \max |P(x) - F(x)| \}. \quad (4.48)$$

Прежде всего возникает вопрос, существует ли такая система коэффициентов, для которой имеет место (4.48). На этот вопрос в теории приближения функций отвечает нижеследующая теорема П. Л. Чебышева.

Определение 11. Значения аргумента x , при которых все функции $f_0(x), \dots, f_n(x)$, а следовательно, и полином $P(x)$ обращаются в нуль, называются *нулевыми точками*.

Определение 12. Совокупность $n + 1$ непрерывных и линейно-независимых функций $f_0(x), \dots, f_n(x)$ образует на сегменте $[a, b]$ систему Чебышева порядка n , если всякий полином $P(x) = P_0 f_0(x) + \dots + P_n f_n(x)$, составленный из этих функций, имеет на сегменте $[a, b]$ не более n корней, не считая нулевых точек.

Примером является совокупность функций $\sqrt{x(1-x)}$, x , 1 , рассматриваемая Чебышевым при решении задачи аппроксимации окружности шатунной кривой плоского механизма. Соответствующий полином, составленный из этих функций, имеет вид

$$P(x) = P_0 \sqrt{x(1-x)} + P_1 x + P_2.$$

Для определения корней полинома решаем уравнение:

$$P_0 \sqrt{x(1-x)} + P_1 x + P_2 = 0;$$

$$P_0^2 (x - x^2) = P_1^2 x^2 + 2P_1 P_2 x + P_2^2;$$

$$x^2 + \frac{P_0^2 - 2P_1 P_2}{P_1^2 - P_0^2} x - \frac{P_2^2}{P_1^2 - P_0^2} = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-(P_0^2 - 2P_1 P_2) \pm P_0 \sqrt{P_0^2 - 4P_1 P_2 + 4P_2^2}}{2(P_1^2 - P_0^2)}.$$

Совокупность функций $1/t^2$, $1/t$, 1 , t также образует систему Чебышева. Полином из этих функций имеет вид

$$P(t) = \frac{P_0}{t^2} + \frac{P_1}{t} + P_2 + P_3 t.$$

Определение 13. Если полином Чебышева имеет нулевые точки, то он называется *полиномом Чебышева с нулевыми точками*. При этом нулевые точки могут располагаться только на концах сегмента $[a, b]$.

Определение полинома наилучшего приближения функций для системы функций Чебышева основывается на его знаменитой теореме, подробное доказательство которой дано самим Чебышевым, а также акад. С. Н. Бернштейном.

Теорема. Для того чтобы полином $P(x) = \sum_{i=0}^n P_i f_i(x)$ системы Чебышева порядка n наименее уклонялся от данной непрерывной функции $F(x)$ на отрезке $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы

разность $\Delta(x) = P(x) - F(x)$ не менее чем $n + 2$ раза достигала на этом отрезке своих предельных значений $\pm L$, последовательно меняя знак.

На основании этой теоремы может быть составлено $2n + 4$ уравнений, из которых определяются $n + 1$ параметров P_0, \dots, P_n , значение модуль-максимума $\pm L$ и значения x_1, \dots, x_{n+2} аргумента, при которых отклонение $\Delta = P(x) - F(x)$ достигает максимума $\pm L$.

Вот эта система уравнений:

$$\Delta(x_1) = \varepsilon L; \Delta(x_2) = -\varepsilon L; \dots; \Delta(x_{n+2}) = (-1)^{n+1} \varepsilon L; \quad (4.49)$$

$$\frac{d\Delta(x_1)}{dx} = 0; \frac{d\Delta(x_2)}{dx} = 0; \dots; \frac{d\Delta(x_{n+2})}{dx} = 0, \quad (4.50)$$

где $\varepsilon = +1$ или $\varepsilon = -1$.

Эти уравнения следуют из того очевидного условия, что при достижении функцией экстремальных значений ее производные обращаются в нуль.

С. Н. Бернштейн доказал, что для заданной системы функций $f_0(x), f_1(x), \dots, f_n(x)$ полином, обеспечивающий наилучшее равномерное приближение, является единственным. Такие полиномы называются полиномами Чебышева; им может быть придана следующая форма, обозначаемая по французской транскрипции фамилии Чебышева *Tschebicheff* символом

$$T_n(x) = \frac{1}{2^{n-1}} \cos(n \arccos x)$$

или

$$T_n(x) = \frac{2}{2^n} [x^n + C_n^2 x^{n-2} (x^2 - 1) + C_n^4 x^{n-4} (x^2 - 1)^2 + \dots].$$

Могут быть даны следующие ориентировочные рекомендации по выбору метода приближения функций при решении задач синтеза механизмов.

Интерполирование следует применять при задании параметров механизма в отдельных его положениях. Количество поставленных при этом условии ограничений не должно превышать количество определяемых параметров схемы механизма. Интерполирование может рассматриваться как вспомогательное средство для получения первого приближения при решении задач синтеза механизмов по методу квадратического или наилучшего приближения.

Квадратическое приближение целесообразно применять при требуемом малом среднем отклонении от заданной функции.

Наилучшее приближение применяют при необходимости воспроизведения заданной зависимости с наибольшей точностью.

Следует иметь в виду, что класс задач, поддающихся решению по методу наилучшего приближения, ограничен.

§ 4.6. ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ

Рассмотрим применение методов синтеза механизмов на примерах синтеза пространственного четырехшарнирника с плавающим шатуном.

Метод интерполирования

Пространственные четырехзвенные кривошипно-коромысловые механизмы с плавающим шатуном нашли широкое применение как передаточные механизмы ткацких станков (см. кинематическую схему на рис. 4.2), а также в машинах легкой промышленности (швейных, обувных) и сельскохозяйственных. Подобный механизм применен для ориентации солнечных батарей искусственных спутников земли. В ряде случаев для проектирования таких механизмов можно ограничиться заданием четырех или пяти соответствующих положений коромысла и кривошипа, причем возникает необходимость вычисления соответственно четырех и пяти постоянных параметров.

Здесь приведен простой аналитический способ решения упомянутой задачи, основанный на введении косоугольной системы координат. Обозначения параметров ясны из кинематической схемы. Зависимость между семью постоянными параметрами механизма $a, b, c, \alpha, l_1, l_2, l_3$ и двумя переменными φ и ψ имеет вид

$$b^2 = (l_1 + a \cos \varphi)^2 + (l_2 + c \cos \psi)^2 - 2(l_1 + a \cos \varphi)(l_2 + c \cos \psi) \times \\ \times \cos \alpha + (l_3 + c \sin \psi - a \sin \varphi)^2. \quad (4.51)$$

Уравнение (4.51) может быть использовано для решения различных задач синтеза пространственного четырехзвенника с плавающим шатуном, вращение которого вокруг продольной оси не имеет значения. Разделив на a все слагаемые (4.51), будем полагать под b, c, l_1, l_2 и l_3 относительные (безразмерные) длины соответствующих отрезков и приведем это равенство к виду

$$k^2 + 2(l_1 \cos \varphi + l_2 c \cos \psi + l_3 c \sin \psi - l_3 \sin \varphi - c \sin \varphi \sin \psi) - \\ - 2(l_1 l_2 + l_2 \cos \varphi + l_1 c \cos \psi + c \cos \varphi \cos \psi) \cos \alpha = 0, \quad (4.52)$$

где

$$k^2 = 1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - b^2.$$

Рассмотрим решение различных задач синтеза исследуемого механизма, опираясь на равенство (4.52), по методу точечного интерполирования.

Вычисление четырех параметров механизма. Наиболее простое решение задачи синтеза механизма может быть получено при вычислении следующих четырех параметров: b, l_1, l_2, l_3 . При этом должны быть заданы четыре точки функции $\psi = \psi(\varphi)$. Обозначим эти точки φ_i, ψ_i ($i = 1, 2, 3, 4$). Параметры c и α могут быть вы-

браны произвольно. Подставляя значения φ_i, ψ_i в (4.52), получим четыре уравнения относительно искомым неизвестных

$$k^2 + 2(l_1 \cos \varphi_i + l_2 c \cos \varphi_i + l_3 c \sin \psi_i - l_3 \sin \varphi_i - c \sin \varphi_i \sin \psi_i) - 2(l_1 l_2 + l_2 \cos \varphi_i + l_1 c \cos \psi_i + c \cos \varphi_i \cos \psi_i) \cos \alpha = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (4.53)$$

Вычитая из первого (при $i = 1$) уравнения (4.53) остальные три (при $i = 2, 3, 4$), получим три линейных уравнения относительно l_1, l_2, l_3

$$H_{1j} l_1 + H_{2j} l_2 + H_{3j} l_3 = H_{4j} c \quad (j = 2, 3, 4), \quad (4.54)$$

где

$$\begin{aligned} H_{1j} &= \cos \varphi_1 - \cos \varphi_j + c(\cos \psi_1 - \cos \psi_j) \cos \alpha; \\ H_{2j} &= c(\cos \psi_1 - \cos \psi_j) - (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_j) \cos \alpha; \\ H_{3j} &= c(\sin \psi_1 - \sin \psi_j) - \sin \varphi_1 + \sin \varphi_j; \\ H_{4j} &= c[\sin \varphi_1 \sin \psi_1 - \sin \varphi_j \sin \psi_j - (\cos \varphi_1 \cos \psi_1 - \cos \varphi_j \cos \psi_j) \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Из системы уравнений (4.54) легко определяются:

$$l_1 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} H_{42} & H_{22} & H_{32} \\ H_{43} & H_{23} & H_{33} \\ H_{44} & H_{24} & H_{34} \end{vmatrix}; \quad l_2 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} H_{12} & H_{42} & H_{32} \\ H_{13} & H_{43} & H_{33} \\ H_{14} & H_{44} & H_{34} \end{vmatrix};$$

$$l_3 = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} H_{12} & H_{22} & H_{42} \\ H_{13} & H_{23} & H_{43} \\ H_{14} & H_{24} & H_{44} \end{vmatrix},$$

где

$$D = \begin{vmatrix} H_{12} & H_{22} & H_{32} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \\ H_{14} & H_{24} & H_{34} \end{vmatrix}. \quad (4.56)$$

Четвертый параметр b определяется по любому из уравнений (4.53):

$$b = \sqrt{1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 + 2(l_1 \cos \varphi_i + l_2 c \cos \psi_i + l_3 c \sin \varphi_i - l_3 \sin \varphi_i - c \sin \varphi_i \sin \psi_i) - 2(l_1 l_2 + l_2 \cos \varphi_i + l_1 c \cos \psi_i + c \cos \varphi_i \cos \psi_i) \cos \alpha}. \quad (4.57)$$

Если механизм с определенными вышеописанным способом размерами должен иметь кривошип и надлежащий коэффициент полезного действия, то его размеры нужно проверить по усло-

виям геометрической и статической проворачиваемости¹. Рассмотренная задача существенно упрощается при $\alpha = 90^\circ$. В этом случае в равенствах (4.53), (4.54), (4.56), (4.57) следует исключить члены, имеющие множитель $\cos \alpha = 0$.

Вычисление пяти параметров механизма. В качестве свободно выбираемого параметра возьмем α . В таком случае b , l_1 , l_2 , c и l_3 подлежат определению. По заданным пяти положениям кривошипа и коромысла (φ_i, ψ_i) ($i = 1, 2, \dots, 5$) составим пять уравнений вида (4.53). Вычитая из первого уравнения (4.53) остальные четыре, получим четыре уравнения вида (4.54). Разрешая их относительно c , получим четыре равенства

$$c = \frac{E_j l_1 - F_j l_2 - G_j l_3}{k_j - L_j \cos \alpha - F_j (l_1 \cos \alpha + l_2) - G_j l_3}, \quad (4.58)$$

где

$$\left. \begin{aligned} E_j &= \cos \varphi_1 - \cos \varphi_j; \quad F_j = \cos \psi_1 - \cos \psi_j; \quad G_j = \sin \psi_1 - \sin \psi_j; \\ k_j &= \sin \varphi_1 \sin \psi_1 - \sin \varphi_j \sin \psi_j; \quad L_j = \cos \varphi_1 \cos \psi_1 - \cos \varphi_j \cos \psi_j \end{aligned} \right\} \\ (j = 2, 3, 4, 5). \quad (4.59)$$

Приравнявая, например, правую часть первого из уравнений (4.58), для которого $j = 2$, правым частям трех остальных уравнений, получим три уравнения, являющиеся квадратными уравнениями относительно l_1 и линейными относительно l_2 и l_3 :

$$\begin{aligned} & \frac{E_2 l_1 - F_2 l_2 - G_2 l_3}{k_2 - L_2 \cos \alpha - F_2 (l_1 \cos \alpha + l_2) - G_2 l_3} = \\ & = \frac{E_j l_1 - F_j l_2 - G_j l_3}{k_j - L_j \cos \alpha - F_j (l_1 \cos \alpha + l_2) - G_j l_3} \quad (j = 3, 4, 5). \end{aligned} \quad (4.60)$$

Решив эти уравнения относительно l_2 , получим

$$l_2 = \frac{M_j l_1^2 + N_j l_1 + P_j l_1 l_3 + Q_j l_3}{R_j l_1 + S_j}, \quad (4.61)$$

где

$$\left. \begin{aligned} M_j &= (E_2 F_j - E_j F_2) \cos \alpha; \quad N_j = (E_2 L_j - E_j L_2) \cos \alpha - (k_1 E_2 - k_2 E_j); \\ P_j &= E_2 G_j - E_j G_2 - (G_2 F_j - G_j F_2) \cos \alpha; \\ Q_j &= k_j G_2 - k_2 G_j - (G_2 L_j - G_j L_2) \cos \alpha; \\ R_j &= E_j F_2 - E_2 F_j; \quad S_j = (F_2 L_j - F_j L_2) \cos \alpha - k_j F_2 + k_2 F_j \end{aligned} \right\} \\ (j = 3, 4, 5). \quad (4.62)$$

¹ Лебедев П. А. О статическом и динамическом условиях проворачиваемости пространственного четырехзвенника. Изв. вузов. Технология легкой промышленности, 1967, № 4.

Приравнивая правую часть равенства (4.61), соответствующего значению $j = 3$, правой части двух других равенств, соответствующих значениям $j = 4, 5$, получим два уравнения, являющихся кубическими относительно l_1 и линейными относительно l_3 следующего вида

$$T_j l_1^3 + U_j l_1^2 + V_j l_1 l_3 + W_j l_1 l_3 + X_j l_1 + Y_j l_3 = 0 \quad (j = 4, 5), \quad (4.63)$$

откуда

$$l_3 = - \frac{T_j l_1^3 + U_j l_1^2 + X_j l_1}{V_j l_1 + W_j l_1 + Y_j} \quad (j = 4, 5), \quad (4.64)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T_j &= M_3 R_j - M_j R_3; \quad U_j = N_3 R_j - N_j R_3 + M_3 S_j - M_j S_3; \\ V_j &= R_j P_3 - R_3 P_j; \quad W_j = R_j Q_3 - R_3 Q_j + P_3 S_j - P_j S_3; \\ X_j &= N_3 S_j - N_j S_3; \quad Y_j = Q_3 S_j - Q_j S_3. \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

Из двух уравнений (4.63) получим уравнение четвертой степени общего вида для определения параметра l_1

$$\begin{aligned} &(T_4 V_5 - T_5 V_4) l_1^4 + (U_4 V_5 - U_5 V_4 + T_4 W_5 - T_5 W_4) l_1^3 + \\ &+ (U_4 W_5 - W_4 U_5 + X_4 V_5 - X_5 V_4 + T_4 Y_5 - T_5 Y_4) l_1^2 + \\ &+ (U_4 Y_5 - U_5 Y_4 + X_4 W_5 - X_5 W_4) l_1 + (X_4 Y_5 - X_5 Y_4) = 0. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Таким образом, задача определения пяти перечисленных выше параметров механизма имеет алгебраическое решение в общем виде. Приемлемость решения может быть проверена, как и в предыдущем случае, по геометрическому и статическому условиям существования кривошипа. Конструктивно приемлемый вариант механизма может быть найден также и путем варьирования параметра α . Заметим, что вместо решения (4.66) следует предпочесть совместное решение двух квадратных уравнений (4.64) методом последовательных приближений или графическим методом путем построения кривых второго порядка.

Метод взвешенного квадратического приближения

Рассмотрим теперь применение метода взвешенного квадратического приближения к синтезу того же механизма (см. рис. 4.2). Преобразуем равенство (4.52) к виду

$$\begin{aligned} \Delta_q &= 1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - b^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha + 2(l_1 - l_2^2 \cos \alpha) \cos \varphi + \\ &+ 2c(l_2 - l_1 \cos \alpha) \cos \psi + 2l_3 c \sin \psi - 2(l_3 + c \sin \psi) \sin \varphi - \\ &- 2c \cos \alpha \cos \varphi \cos \psi. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Известно, что в обсуждаемом методе синтеза необходимо обратить в минимум интеграл $\int_{\varphi'}^{\varphi''} \Delta_q^2 d\varphi$, где взвешенной разности Δ_q придается форма обобщенного полинома

$$\Delta_q = A \left[F(\varphi) - \sum_i p_i f_i(\varphi) \right]. \quad (4.68)$$

Здесь φ' и φ'' — границы интервала изменения аргумента, в котором должна быть реализована заданная функция $\psi = f(\varphi)$. Индекс i в (4.68) зависит от количества вычисляемых параметров механизма; p_i — коэффициенты полинома, зависящие только от постоянных параметров механизма; $f_i(\varphi)$ — функции, входящие в полином и зависящие только от переменных углов поворота кривошипа и коромысла, равно как и $F(\varphi)$.

Для обращения в минимум приведенного выше интеграла приравнивают нулю все его частные производные первого порядка по p_0, p_1, \dots, p_{n-1} , получая систему линейных уравнений

$$\sum_i c_{ij} p_j = d_i, \quad (4.69)$$

где

$$c_{ij} = -A^2 \int_{\varphi'}^{\varphi''} f_i(\varphi) f_j(\varphi) d\varphi; \quad d_i = -A^2 \int_{\varphi'}^{\varphi''} F(\varphi) f_i(\varphi) d\varphi.$$

Здесь $i, j = 0, 1, 2, \dots, n-1$, причем n — количество определяемых параметров механизма.

Решение системы (4.69) позволяет определить все коэффициенты полинома (4.68), а по ним — все искомые постоянные параметры механизма. Отбор значений коэффициентов p_i , действительно определяющих минимум интеграла, проще всего осуществить путем их подстановки в (4.67) и сравнения полученных отклонений. Таким образом, можно избежать анализа экстремумов интеграла по достаточному условию, т. е. по знаку второй производной. Учитывая, что функция (4.51) непрерывна, отклонения Δ_q и Δ_ψ малы, и, полагая $\Delta_q/\Delta_\psi = \partial\Delta_q/\partial\psi$, Δ_ψ можно проверить путем пересчета отклонения Δ_q по равенству

$$\Delta_\psi = \frac{\Delta_q}{\partial\Delta_q/\partial\psi} = \frac{\Delta_q}{\{2c(l_3 - \sin\varphi)\cos\psi + [(l_1 + \cos\varphi)\cos\alpha - l_2] \sin\psi\}}. \quad (4.70)$$

Ниже приведены обобщенные полиномы и уравнения для вычисления постоянных параметров механизма в трех случаях синтеза.

Вычисление шести параметров механизма. Пусть, например, необходимо определить параметры b, l_1, l_2, l_3, c и α . Придаем (4.67) вид обобщенного полинома (4.68) при $n = 6$:

$$\Delta_q = A \left[F(\varphi) - \sum_{i=0}^5 p_i f_i(\varphi) \right], \quad (4.71)$$

где

$$A = 2c \cos \alpha; p_0 = -l_1 (c \cos \alpha)^{-1}; p_1 = (l_2 + l_3) (c \cos \alpha)^{-1}; p_2 = \cos^{-1} \alpha;$$

$$p_3 = (l_1 - l_2) \cos^{-1} \alpha; p_4 = -l_3 \cos^{-1} \alpha;$$

$$p_5 = -(1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - b^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha) (2c \cos \alpha)^{-1};$$

$$F(\varphi) = \cos \varphi \cos \psi; f_0(\varphi) = \cos \varphi; f_1(\varphi) = \sin \varphi; f_2(\varphi) = \sin \varphi \sin \psi;$$

$$f_3(\varphi) = \cos \psi; f_4(\varphi) = \sin \psi; f_5(\varphi) = 1.$$

Определяя коэффициенты p_i по (4.69), находим $\alpha = \arccos p_2^{-1}$;
 $l_3 = -p_4 p_2^{-1}$; $l_2 = -(p_1 p_3 + p_0 p_4) [p_2 (p_0 + p_1)]^{-1}$;

$$l_1 = p_0 (p_3 - p_4) [p_2 (p_0 + p_1)]^{-1}; c = (p_4 - p_3) (p_1 + p_0)^{-1};$$

$$b = \sqrt{1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - 2(l_1 l_2 + p_5 c) \cos \alpha}.$$

Вычисление семи параметров механизма. Добавим к рассмотренным выше шести параметрам значение угла наклона кривошипа φ_0 , при котором начинается осуществление заданной зависимости $\psi = \psi(\varphi)$. Следовательно, подлежат определению параметры $b, l_1, l_2, l_3, c, \alpha$ и φ_0 . Полиному (4.68) придаем вид

$$\Delta_q = A \left[F(\varphi) - \sum_{i=0}^6 p_i f_i(\varphi) - p_0 p_7 f_7(\varphi) \right], \quad (4.72)$$

положив $\varphi = \varphi_0 + \varphi_s$, где φ_s — текущее значение угла поворота кривошипа. После подстановки этого значения φ в (4.67) и перегруппировки членов, коэффициенты и линейно-независимые функции, входящие в (4.72), принимают следующие значения:

$$A = 2c \cos \alpha \cos \varphi_0; p_0 = -\operatorname{tg} \varphi_0; p_1 = \cos^{-1} \alpha; p_2 = |(l_1 - l_2 \cos \alpha) \sin \varphi_0 + l_3 \cos \varphi_0| (2c \cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1};$$

$$p_3 = (l_1 \cos \alpha - l_2) (\cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1}; p_4 = -l_3 (\cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1}; p_5 = |(l_2 \cos \alpha - l_1) \cos \varphi_0 + l_3 \sin \varphi_0| (2c \cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1};$$

$$p_6 = -(1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - b^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha) (2c \cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1}; F = -\cos \varphi_s \cos \psi;$$

$$f_0 = \sin \varphi_s \cos \psi; f_1 = \sin \varphi_s \sin \psi; f_2 = \sin \varphi_s; f_3 = \cos \psi; f_4 = \sin \psi;$$

$$f_5 = \cos \varphi_s; f_6 = 1.$$

После вычисления коэффициентов p_i по (4.69) находим постоянные параметры механизма:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(-p_0); \alpha = \arccos p_1^{-1}; l_3 = -p_4 (p_1 \sqrt{1 + p_0^2})^{-1};$$

$$l_1 = \frac{1}{p_0^2} \left[\frac{p_4 (p_3 - p_2 p_0)}{p_5 p_0 - p_2} - \frac{p_3}{\sqrt{1 + p_0^2}} \right];$$

$$l_2 = \frac{1}{p_0^2 p_1} \left[\frac{p_4 (p_5 - p_2 p_0)}{p_5 p_0 - p_2} - p_3 \sqrt{1 + p_0^2} \right].$$

По уже найденным параметрам и значениям p_5 и p_6 находим:

$$c = |(l_1 - l_2 \cos \alpha) \sin \varphi_0 + l_3 \cos \varphi_0| (2p_2 \cos \alpha \cos \varphi_0)^{-1};$$

$$b = \sqrt{1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha + 2c p_6 \cos \alpha \cos \varphi_0}.$$

Заметим, что при вычислении шести и семи параметров механизма все параметры определяются весьма просто из линейных уравнений.

Вычисление восьми параметров механизма. В этом случае должно быть определено максимально возможное количество постоянных параметров механизма $b, l_1, l_2, l_3, c, \alpha, \varphi_0$ и ψ_0 , где ψ_0 — значение угла поворота коромысла, начиная с которого должно быть воспроизведено его заданное движение. Вводя обозначения φ_s и ψ_s для текущих значений углов поворота кривошипа и коромысла и подставляя $\varphi = \varphi_0 + \varphi_s$ и $\psi = \psi_0 + \psi_s$ в равенство (4.67), приведем его к виду обобщенного полинома

$$\Delta_q = A_0 \left[F(\varphi) - \sum_{i=0}^7 p_i f_i(\varphi) \right], \quad (4.73)$$

где

$A_0 = 2cA$; $A = \cos \alpha \cos \varphi_0 \cos \psi_0 + \sin \varphi_0 \sin \psi_0$; $p_0 = -(2cA)^{-1} \times (1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - b^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha)$; $p_1 = [l_3 \sin \varphi_0 - (l_1 - l_2 \cos \alpha) \cos \varphi_0] (cA)^{-1}$; $p_2 = [(l_1 - l_2 \cos \alpha) \sin \varphi_0 + l_3 \cos \varphi_0] \times (cA)^{-1}$; $p_3 = -A^{-1} [(l_1 - l_2 \cos \alpha) \cos \psi_0 + l_3 \sin \psi_0]$; $p_4 = -A^{-1} \times [\cos \alpha \sin \varphi_0 \cos \psi_0 - \cos \varphi_0 \sin \psi_0]$; $p_5 = -A^{-1} [l_3 \cos \psi_0 - (l_2 - l_1 \cos \alpha) \sin \psi_0]$; $p_6 = -A^{-1} (\cos \alpha \cos \varphi_0 \sin \psi_0 - \sin \varphi_0 \cos \psi_0)$; $p_7 = A^{-1} (\cos \alpha \sin \varphi_0 \sin \psi_0 + \cos \varphi_0 \cos \psi_0)$; $F(\varphi) = -\cos \psi_s \cos \varphi_s$; $f_0 = 1$; $f_1 = \cos \varphi_s$; $f_2 = \sin \varphi_s$; $f_3 = \cos \psi_s$; $f_4 = \sin \varphi_s \cos \psi_s$; $f_5 = \sin \psi_s$; $f_6 = \cos \varphi_s \sin \psi_s$; $f_7 = \sin \varphi_s \sin \psi_s$.

Из равенств для p_4, p_6 и p_7 с учетом значения A , исключая α , находим уравнения относительно φ_0 и ψ_0

$$\cos \alpha = \operatorname{tg} \varphi_0 \frac{1 - p_6 \operatorname{tg} \psi_0}{\operatorname{tg} \psi_0 - p_6} = \frac{p_7 \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} \psi_0 - 1}{\operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} \psi_0 - p_7} = \operatorname{tg} \psi_0 \frac{1 - p_4 \operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi_0 + p_4},$$

которые проще решать графически, в результате чего определяем φ_0 и ψ_0 , а затем и α . После этого параметры, представляющие длины, определяются из линейных соотношений:

$$\begin{aligned} l_3 &= A (p_5 \cos \psi_0 + p_3 \sin \psi_0) (-\cos 2\psi_0)^{-1}; \\ c &= (A p_2)^{-1} [(l_1 - l_2 \cos \alpha) \cos \psi_0 + l_3 \sin \psi_0]; \\ l_2 &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left[l_3 \left(\frac{p_2 \sin \varphi_0 - p_1 \cos \varphi_0}{p_1 \sin \varphi_0 + p_2 \cos \varphi_0} \cos \alpha + \operatorname{ctg} \psi_0 \right) + \frac{A p_5}{\sin \psi_0} \right]; \\ l_1 &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left[l_3 \left(\frac{p_2 \sin \varphi_0 - p_1 \cos \varphi_0}{p_1 \sin \varphi_0 + p_2 \cos \varphi_0} + \operatorname{ctg} \psi_0 \right) + \frac{A p_5 \cos \alpha}{\sin \psi_0} \right]; \\ b &= \sqrt{2cA p_0 + 1 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + c^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha}. \end{aligned}$$

Аналогичная методика может быть разработана и для других стержневых механизмов.

Метод наилучшего приближения

Проиллюстрируем этот метод на примере синтеза пространственного четырехзвенного механизма с двумя сферическими и двумя вращательными кинематическими параметрами¹ (см. рис. 4.2), предназначенного для воспроизведения функции $F(\varphi) = K\varphi$ в интервале $[0, 20^\circ]$ при изменении аргумента φ на сегменте $[0, \pi]$ методом равномерного приближения при помощи ЭВМ. Известно, что перемещение ведомого звена такого механизма может быть определено функцией

$$\psi(\varphi) \sim \left\| \frac{\sin \psi}{\cos \psi} \right\| = \frac{1}{U^2 + W^2} \left\| \begin{array}{l} WV \pm U\sqrt{U^2 + W^2 - V^2} \\ -UV \pm W\sqrt{U^2 + W^2 - V^2} \end{array} \right\|, \quad (4.74)$$

где приняты обозначения:

$$\begin{aligned} W &= 2r_2(l_3 - a_1 \sin \varphi); \quad U = 2r_2(l_2 - l_1 \cos \alpha - c_1 \cos \alpha \cos \varphi); \\ V &= a_1^2 + c_2^2 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - 2l_1 l_2 \cos \alpha - 2l_3 a \sin \varphi + \\ &\quad + 2a_1(l_1 - l_2 \cos \alpha) \cos \varphi - b^2, \end{aligned}$$

а также формальное представление угла ψ через его тригонометрические функции $\psi \sim \left\| \frac{\sin \psi}{\cos \psi} \right\|$. Радикалы, входящие в (4.74), были приняты с нижними знаками. Запись (4.74) означает, что функция $\psi(\varphi)$ может быть представлена как через функции \sin , так и \cos .

Исследования дают возможность констатировать, что радикал в представлении (4.74) сохраняет знак, если длина b шатуна, рассматриваемая как функция двух переменных φ и ψ , не достигает своих значений в гиперболических точках. Подкоренной многочлен $U^2 + W^2 - V^2 \geq 0$, так как в противном случае существование реального механизма невозможно. Величины W , U и V являются элементарными тригонометрическими функциями независимой переменной φ — угла поворота кривошипа. Их произведения, квадраты и суммы, входящие в (4.74), сохраняя периодичность, вносят в (4.74) тригонометрические компоненты в виде функций кратных дуг, например $\sin 2\varphi$. Наличие последних приводит к тому, что на сегменте $[0, \pi]$ точки перегиба периодической функции (4.74) смещаются внутрь сегмента $[0, \pi]$. Это дает основание считать, что пересечение функции (4.74) с прямой

$$F(\varphi) = K\varphi \quad (4.75)$$

на сегменте $[0, \pi]$ будет происходить не более чем в трех точках.

Следует иметь в виду, что функция (4.75) представляет собой полином, слагаемые функции которого содержат операторы

¹ Лебедев П. А., Гарбарук В. В., Денисенко А. И. — В кн.: Механика машин. М.: Наука, 1976, вып. 50.

(например, дробные степени), под которыми находятся искомые коэффициенты. Ограниченное количество узлов (три) функций приближающей и приближаемой и значительное количество искомых параметров механизма (восемь) заставляет в рассматриваемой задаче отказаться от конкретизации систем уравнений (4.49) и (4.50) для синтезируемого механизма и путем варьирования всех параметров c , l_1 , l_2 , l_3 , b , α , а также начальных значений

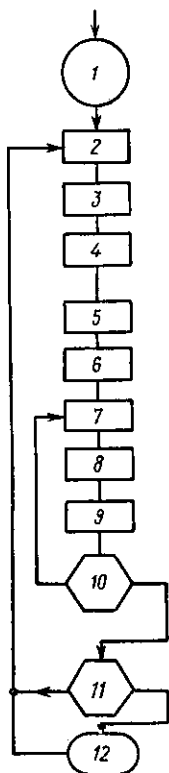


Рис. 4.6.

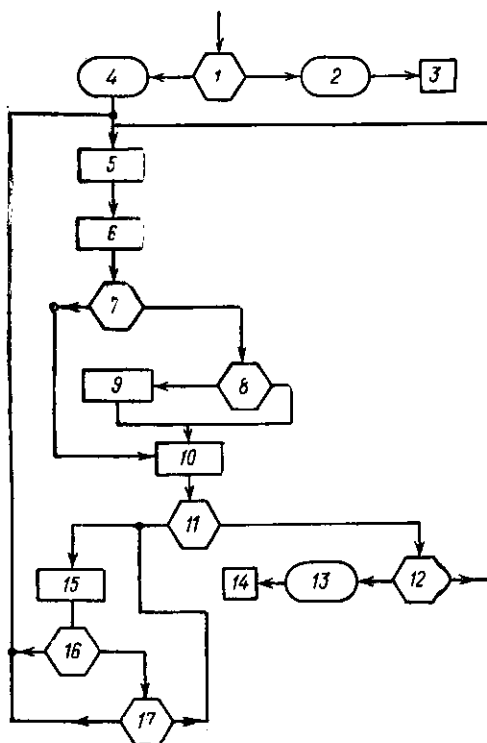


Рис. 4.7.

ний углов φ_0 и ψ_0 при $a = 1$ непосредственно минимизировать при помощи ЭВМ целевую функцию, составленную из функций (4.74) и (4.75),

$$Q = \max |\psi(\varphi) - F(\varphi)| \quad (4.76)$$

на сегменте $[0, \pi]$ вариации угла φ с постоянным шагом, равным 10° , при условии обеспечения существования кривошипа.

Алгоритмы поиска глобального минимума функционала Q . Для минимизации функционала (4.76) применялись последовательно два алгоритма — алгоритмы I и III (рис. 4.6 и 4.7). Алгоритм I предназначен для поиска точек области вариации пара-

метров механизма, могущих доставить минимум функционалу (4.76).

Условные обозначения блок-схемы алгоритма I (рис. 4.6):

1 — ввод границ вариации r_2 , l_1 , l_2 , α , φ_0 , ψ_0 ;

2 — программа выработки псевдослучайных чисел, равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$;

3 — вычисление значений параметров r_2 , l_1 , l_2 , α , φ_0 , ψ_0 , равномерно распределенных в заданных интервалах;

4 — вычисление границ вариаций b_1 и b_{11} параметра b по формуле (4.77);

5 — вычисление количества измерений n , необходимых для вычисления минимума целевой функции (4.76) по параметру b с заданной точностью;

6 — формирование F_n , F_{n-1} , F_{n-2} последовательности чисел Фибоначчи;

7 — вычисление соответствующего значения b [$b = b_1 + F_{n-1}/F_n (b_{11} - b_1)$];

8 — вычисление значения целевой функции (4.76) при выбранных по пунктам 3 и 7 значениях параметров;

9 — формирование F_k последовательности чисел Фибоначчи;

10 — анализ количества измерений целевой функции;

11 — сравнение значения целевой функции (4.76) с заранее заданным малым числом;

12 — печать результата.

Алгоритм III предназначен для поиска локальных минимумов того же функционала (4.76) при условии существования кривошипа.

Условные обозначения блок-схемы алгоритма III (рис. 4.7), которая отображает продолжение вычислений минимума функционала (4.76), вследствие чего предполагается, что начальное значение восьмимерного вектора x_0 содержится в памяти машины:

1 — проверка принадлежности начального вектора x_0 области Ω , определенной ограничениями; если $x_0 \in \Omega$, то вычисляется значение функции качества и осуществляется переход к оператору 4, в противном случае — переход к оператору 2;

2 — выдача на печать текста: «НЕУДАЧНОЕ НАЧАЛО» и передача управления оператору 3;

3 — остановка;

4 — печать координат начальной точки x_0 и значения функции качества в этой точке;

5 — начало цикла выбора случайных проб;

6 — оператор, вырабатывающий случайный вектор, равномерно распределенный в единичном кубе, и очередную случайную точку x_1 в окрестности x_0 ;

7 — проверка ограничений, если они выполняются; после вычисления функции качества в точке x_1 работа передается оператору 8; если эти ограничения не выполняются, то управление передается оператору 10;

8 — вычисление относительного уменьшения функции качества при переходе от x_0 к x_2 ; если оно больше всех полученных ранее — работает оператор 9, в противном случае — оператор 10;

9 — запоминание точки x_2 как дающей наибольшее относительное уменьшение функционала Q ;

10 — конец цикла выбора случайных проб;

11 — проверка получения точек, дающих уменьшение функции качества; при уменьшении работает оператор 15, в противном случае — оператор 12;

12 — проверка величины шага поиска: если шаг больше ϵ , он уменьшается, и управление дальнейшим поиском передается оператору 5; если шаг меньше ϵ , работает оператор 13;

13 — печать координат вектора x_0 и значения функции качества в этой точке;

14 — оператор остановки — окончания поиска;

15 — получение координат очередной точки по алгоритму спуска;

16 — проверка ограничений: если они выполняются, то осуществляется переход к оператору 17; в противном случае — к оператору 5;

17 — проверка уменьшения значений функционала Q в новой точке по сравнению со старой: при наличии уменьшения выполнялся переход к оператору 15, в противном случае — переход к оператору 5.

Сначала осуществлялся алгоритм, при котором принимались $l_3 = 0$ и соответствующее условие существования кривошипа, следующее из (4.23):

$$a^2 + c^2 + l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha - 2B \leq b^2 \leq a^2 + c^2 + l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha - 2A, \quad (4.77)$$

где

$$A = \max (aa_1 - c |a \cos \alpha + a_2|, -aa_1 - c |a \cos \alpha - a_2|);$$

$$B = \min (aa_1 + c |a \cos \alpha + a_2|, -aa_1 + c |a \cos \alpha - a_2|);$$

$$a_1 = l_1 - l_2 \cos \alpha; \quad a_2 = l_2 - l_1 \cos \alpha.$$

Значения параметров механизма выбирались случайно в шестимерном параллелепипеде: $1 \leq c \leq 6$; $-4 \leq l_1 \leq 4$; $-4 \leq l_2 \leq 4$; $0 \leq \alpha \leq \pi$; $-\pi \leq \varphi_0 \leq \pi$; $-\pi \leq \psi_0 \leq \pi$, определяемом в пространстве параметров $c, l_1, l_2, \alpha, \varphi_0, \psi_0$, причем случайные множители для длин интервалов изменения параметров выбирались в соответствии со стандартной подпрограммой генерирования псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на сегменте $[0, 1]$. После каждого такого выбора параметров на сегменте (4.77) определялись такие значения b^2 , которые доставляли минимум функционалу (4.76). Выбор значений b^2 осуществлялся ЭВМ в соответствии с последовательностью Фибоначчи, обеспечивающей наиболее быстрый поиск по заданной точности,

которая достигала 0,1—1 и менялась в процессе машинного решения задач для сокращения машинного времени. Такая последовательность операций осуществлялась до тех пор, пока значение функционала Q становилось меньше 0,3 рад. Такие значения Q и соответствующих параметров механизма выдавались на печать. Для определения значений параметра b , доставляющего минимум функционалу Q , применялся и случайный выбор, однако применение последовательности Фибоначчи обеспечивало лучшее быстроедействие.

Таким образом, было получено 50 вариантов сочетаний параметров механизмов, из которых отобраны четыре наилучших. Эти последние были приняты в качестве начальных приближений для реализации алгоритма поиска локального минимума и достижения равномерного приближения функции, воспроизводимой механизмом, к заданной линейной функции.

Наряду с алгоритмом I может быть реализован алгоритм II поиска точек восьмимерного пространства, способных доставить минимум функционалу (4.76), свободный от ограничения $l_3 = 0$. Этот алгоритм начинается с выбора начальной точки x_0 ($c, b, l_1, l_2, l_3, \alpha, \varphi_0, \psi_0$) в восьмимерном пространстве целого числа $N = 5 \div 7$ случайных проб выбора параметров, шага $h = 1$ или модуля приращения вектора x_0 . На первом шаге поиска вокруг начальной точки строится гиперкуб с ребром $2h$ и внутри этого куба берется $N = 5 \div 7$ равномерно распределенных точек, среди которых выбирается точка x_1 , значение функционала в которой минимально. Вектор $\overrightarrow{x_0x_1}$ определяет направление второго шага поиска. На втором шаге берется снова N точек по формуле

$$x_2 = x_1 + \left(\frac{\overrightarrow{x_0x_1}}{|\overrightarrow{x_0x_1}|} + \xi_i \right) h\eta = x_1 + a + a_1. \quad (4.78)$$

Здесь ξ_i — векторы, равномерно распределенные в восьмимерном кубе с ребром $2\alpha_1$ и центром в конце вектора $a = x + \frac{\overrightarrow{x_0x_1}}{|\overrightarrow{x_0x_1}|} h\eta$, где $h \in [0, 1]$ — случайное число; $a_1 = \xi_i h\eta$; $\alpha_1 = 0,2$ — постоянное значение, выбираемое при движении вниз по восьмимерной поверхности целевой функции.

Упрощенная геометрическая интерпретация формулы (4.78), редуцированной к двумерному пространству, дана на рис. 4.8, а. После выбора случайных векторов ξ_i получается N векторов x_{2i} , среди которых выбирается один x_2 , доставляющий минимум функционалу Q , после чего по аналогии с формулой (4.78) строится вектор

$$x_3 = x_2 + \left(\frac{\overrightarrow{x_2x_3}}{|\overrightarrow{x_2x_3}|} + \xi_i \right) h\eta = x_2 + a' + a'_1 \quad (4.79)$$

После получения трех точек (x_0, x_1, x_2) делается проверка значений функционала Q , вычисленного в этих точках. Если наименьшее из этих значений соответствует промежуточной точке x_1 , то она считается способной доставить минимум функционала Q , и ее координаты выводятся на печать для дальнейшего исследования по алгоритму локального поиска. Упрощенная геометрическая интерпретация этого случая представлена на рис. 4.8, б.

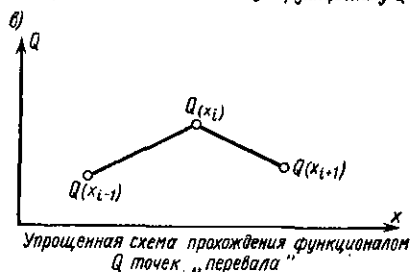
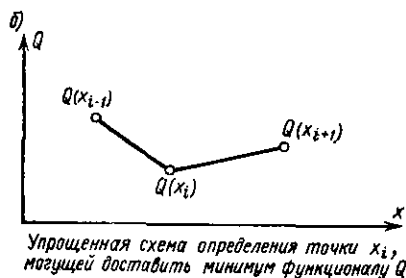
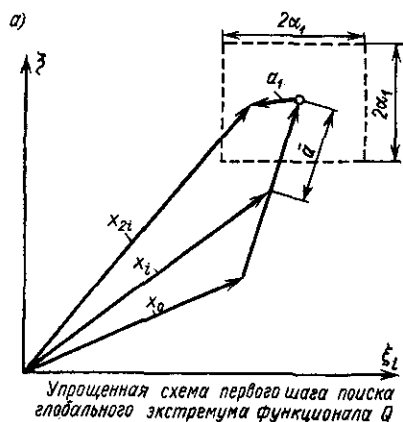


Рис. 4.8.

Работа алгоритма останавливается вручную при получении достаточного количества точек, могущих обеспечить определение минимума функционала Q .

Одновременно с выбором параметров механизма, определяемым последовательно получаемыми точками x_1, x_2 и т. д., проверяется существование кривошипа по знаку дискриминанта полинома

Таким образом, проверяется каждая тройка точек x_1, x_2, x_3 и т. д. С каждым таким итогом значение α_1 уменьшается так, что $\alpha_2 = 0,01 < \alpha_1$, чтобы процесс поиска не ограничивался окрестностью одного минимума. При проверке может оказаться, что значение функционала Q в промежуточной точке оказывается большим, чем в предшествующей и последующих точках (см. упрощенную схему на рис. 4.8, в). При этом точка x_i может рассматриваться как точка «перевала» функционала Q . После этого в формуле вида (4.78) значение α_2 снова заменяется значением α_1 .

Наконец, если на очередном шаге из точки x_i все N проб не приводят к выполнению ограничения (4.80), весь процесс поиска повторяется сначала, начиная со значения $x = x_i$, причем в качестве центра следующего восьмимерного куба с ребром $2h$ выбирается конец вектора x_i , и так далее, как описано выше.

четвертой степени, полученного в результате замены $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ через $\operatorname{tg}(\varphi/2)$ в подкоренном выражении функции перемещения (4.74). Условие проворачиваемости может быть записано в символах алгебры логики

$$(D > 0) \wedge (\alpha > 0) \wedge ((p > 0) \vee (p^2 - 4s > 0)), \quad (4.80)$$

где

$$D = 16p^4s - 4p^3q^2 - 128p^2s^2 + 144psq^2 + 256s^3 - 27q^2;$$

$$p = \frac{\gamma}{\alpha} - \frac{3}{8} \frac{\beta^2}{\alpha^2}; \quad s = \frac{\delta}{\alpha} - \frac{1}{2} \frac{\beta\gamma}{\alpha^2} + \frac{1}{8} \frac{\beta^3}{\alpha^3};$$

$$q = \frac{\sigma}{\alpha} - \frac{1}{4} \frac{\delta\beta}{\alpha^2} + \frac{1}{16} \frac{\beta^2\gamma}{\alpha^3} - \frac{3}{256} \frac{\beta^4}{\alpha^4};$$

$$\alpha = 4c^2 [(c + a \cos \alpha)^2 + l_3^2] - (\rho - 2r_1a_1)^2; \quad \beta = 8l_3a (\rho - 2c^2 - 2aa_1);$$

$$\gamma = 2 [4l_3^2 (c^2 - 2a_1^2) + 4a^2c^2 (1 + \sin^2 \alpha) + 4a^2a_1^2 + 4c^2a^2 - \rho^2];$$

$$\delta = 8l_3a (\rho - 2c^2 + 2aa_1); \quad \sigma = 4c^2 [(a_2 - a \cos \alpha)^2 + l_3^2] - (\rho + 2aa_1)^2;$$

$$\rho = a^2 + c^2 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - 2l_1l_2 \cos \alpha - b^2.$$

Несмотря на кажущуюся громоздкость, условие (4.80) легко программируется и его проверка практически не увеличивает затрат машинного времени на вычисление целевой функции Q .

Алгоритм III локального поиска минимума функционала Q . Для определения локального минимума целевой функции Q был выбран метод случайного поиска по наилучшей пробе со спуском. Этот метод дает возможность легко учесть наличие ограничений, накладываемых на параметры, по сравнению с методами детерминированного поиска. Кроме того, при большом количестве переменных количество вычислений функционала, осуществляемых за один шаг, оказывается меньше, чем в градиентных методах.

Алгоритм локального поиска состоит в следующем. Из точки x_0 , могущей доставить минимум функционалу, делается N пробных шагов внутри восьмимерного куба с центром в точке x_0 и ребром 2δ , где $\delta = 0,1$ — шаг или модуль приращения вектора x_0 . Из полученных точек отбирается точка x_1 , дающая максимальное относительное приращение функционалу. Далее вдоль вектора $\overline{x_0x_1}$ делается m шагов соответствующей длины $\vartheta^m h$ ($\vartheta \geq 1$, было принято $\vartheta = 1,2$) до тех пор, пока функционал Q начнет убывать. При обнаружении точки с большим значением Q процесс повторяется сначала с тем же шагом δ . Если из сделанных N пробных шагов ни один не дает уменьшения Q , шаг δ заменяется на шаг $\vartheta\delta$ ($\vartheta < 1$, было принято $\vartheta = 0,7$), и снова делается N пробных шагов. Если на очередном шаге обнаруживается, что $\delta \leq \varepsilon = 0,0001$, процесс счета заканчивается, и уточненные координаты точки минимума выдаются на печать. Полученные результаты считались окончательными, если отклонения воспроизводи-

Т а б л и ц а 4.3. Размеры пространственных передаточных четырехзвенных механизмов

Вариант механизма	r_1	b	r_2	l_1	l_2	l_3	α	Φ_0	Φ_0
1	1	4,9081	6,5476	-4,4953	1,5628	3,9973	0,9777	-2,2085	-2,6888
2	1	7,4554	5,3946	-0,2075	4,0885	-1,4125	1,7982	1,2680	1,1890
3	1	4,6236	3,1058	-0,6889	-6,4595	5,1152	1,3628	-4,7357	-0,5722
4	1	8,0401	4,4627	0,7127	4,2392	-0,5794	1,4730	-1,7089	0,8724

Т а б л и ц а 4.4. Значения функции перемещения ведомых звеньев вариантов синтезированных механизмов (см. табл. 4.3)

Угол поворота	Функция перемещения ψ (φ) ведомого звена				Кинематическая ошибка перемещения			
	Варианты механизма (по табл. 4.3)							
	1	2	3	4	1	2	3	4
0°	0° 35'	1° 3'	1° 18'	1° 23'	-0° 35'	-1° 3'	-1° 18'	-1° 23'
10	1 15	1 14	1 28	1 16	-0 8	-0 7	-0 21	-0 10
20	2 2	4 42	1 51	1 31	0 10	0 30	0 22	0 41
30	2 56	2 26	2 26	2 7	0 23	0 53	0 53	1 12
40	3 54	3 24	3 14	3 2	0 31	1 2	1 11	1 24
50	4 57	4 33	4 14	4 13	0 35	0 59	1 18	1 19
60	6 4	5 51	5 25	5 37	0 35	0 48	1 14	1 2
70	7 14	7 15	6 45	7 10	0 32	0 31	1 0	0 35
80	8 27	8 42	8 13	8 48	0 25	0 10	0 39	0 5
90	9 43	10 10	9 46	10 25	0 16	-0 10	0 13	-0 25
100	11 0	11 37	11 21	11 58	0 5	-0 31	-0 15	-0 51
110	12 19	13 1	12 55	13 24	-0 6	-0 47	-0 42	-0 11
120	13 38	14 18	14 23	14 42	-0 18	-0 58	-1 3	-1 22
130	14 55	15 29	15 43	15 49	-0 28	-1 3	-1 17	-1 23
140	16 8	16 32	16 51	16 45	-0 35	-0 59	-1 18	-1 12
150	17 15	17 25	17 45	17 30	-0 35	-0 45	-1 5	-0 50
160	18 12	18 7	18 22	18 3	-0 26	-0 21	-0 35	-0 17
170	18 57	18 38	18 40	18 25	-0 3	0 14	0 12	0 27
180	19 24	18 56	18 41	18 36	0 35	1 3	1 18	1 23
190	19 32	19 1	18 23	18 37				
200	19 17	18 52	17 48	18 27				
210	18 39	18 28	16 57	18 6				
220	17 36	17 49	15 52	17 34				
230	16 10	16 56	14 36	16 53				
240	14 24	15 48	13 11	16 0				
250	12 22	14 27	11 42	13 58				
260	10 9	12 56	10 10	13 46				
270	7 53	11 17	8 40	12 26				
280	5 42	9 33	7 13	10 59				
290	3 43	7 50	5 52	9 28				
300	2 5	6 11	4 40	7 55				
310	0 53	4 42	3 37	6 23				
320	0 7	3 24	2 45	4 57				
330	-0 12	2 22	2 5	3 41				
340	-0 11	1 37	1 37	2 37				
350	0 5	1 10	1 21	1 51				

мой функции от заданной были равномерными. В противном случае осуществлялись дополнительные вычисления на ЭВМ до получения равномерных уклонов.

Такой алгоритм был применен к поиску равномерного приближения функции (4.74) к функции $F(\varphi) = K\varphi$ для четырех отобранных вариантов механизма, упомянутых выше. После приближений получены размеры, приведенные в табл. 4.3. Лучшим из этих

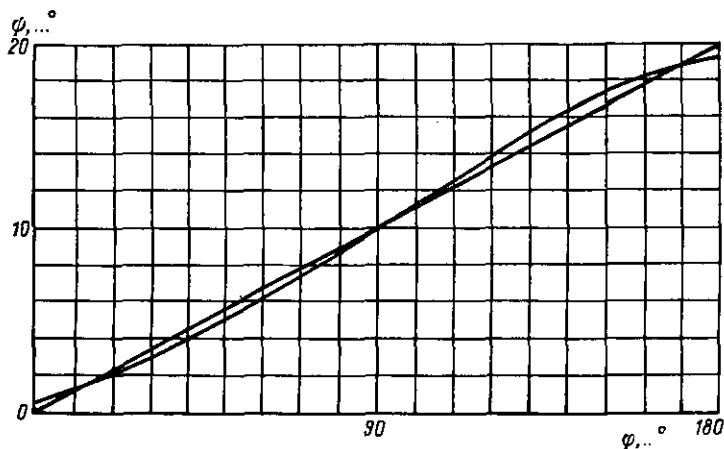


Рис. 4.9.

равномерных приближений считается вариант 1, функция перемещения которого представлена на рис. 4.9. Функции перемещения ведомых звеньев других вариантов механизмов представлены в табл. 4.4, где приведены значения отклонений функций φ при различных значениях аргумента φ . Все вычисления произведены на ЭВМ «Наирн-К».

§ 4.7. ПОНЯТИЕ О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДАХ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

При постановке задач синтеза механизмов возникает необходимость обеспечения оптимальных (наилучших) значений функционалов, зависящих от многочисленных параметров механизмов.

При высокой размерности пространства параметров целевые функции, или функционалы, могут иметь весьма сложную структуру, отличаться значительным количеством критических точек, аналитическое определение которых не представляется возможным или сопряжено со значительными, часто непреодолимыми трудностями. В ряде случаев такие трудности могут быть облегчены применением для поиска оптимальных решений современных быстродействующих электронных вычислительных машин, с помощью которых искомые решения определяются путем

перебора вариантов. Высокое быстродействие машин и специально разработанные приемы и методы поиска решений облегчают достижение требуемых решений.

Многочисленные методы поиска решений могут быть объединены в три основные группы, первую из которых составляют методы случайного поиска, вторую — методы направленного поиска, третью — комбинированные методы.

Случайный поиск. Этот поиск основан на вычислении лишь значений функций или функционалов в случайно или определенным образом выбранных точках пространства, размерность которого определяется количеством переменных величин и сравнением предыдущих вычисленных значений функций или функционалов с последующими. Последовательность реализации методов случайного поиска такова.

1. Выбор некоторых значений входных параметров синтеза из набора случайных чисел и проверка их допустимости по ограничениям, которые должны быть приняты по условиям задачи.

2. Вычисление и запоминание значений целевой функции по значениям входных параметров, удовлетворяющих поставленным ограничениям, а также запоминание этих параметров ЭВМ.

3. Выбор новых случайных значений входных параметров синтеза и проверка их допустимости по поставленным ограничениям.

4. Вычисление значений целевой функции по новым допустимым значениям входных параметров и сравнение нового значения целевой функции с предыдущими. Если это новое значение целевой функции больше предыдущего при поиске максимума или меньше предыдущего при поиске минимума, то оно вводится в память машины вместе с соответствующими значениями входных параметров, а предыдущие удаляются из памяти. Если же сравнение новых и предыдущих значений целевой функции не удовлетворяет направлению поиска, то выбираются новые случайные значения входных параметров и т. д. Для сокращения вычислительных операций выбор значений входных параметров подчиняют некоторым закономерностям последовательности Фибоначчи, последовательности Хаара и т. п.

Из вышесказанного следует, что метод случайного поиска не требует вычисления производных целевой функции по определяющим ее переменным.

Направленный поиск. В отличие от случайного поиска направленный поиск осуществляется по некоторым выбираемым направляющим. Выбор направлений поиска должен, разумеется, определяться конечной целью достижения искомого оптимума. Как известно, вектор $\text{grad } z$ определяет направление наискорейшего изменения функции, а поэтому выбор направления поиска особенно удобно связывать с направлением вектора градиента функции цели z , если возможно определить частные производные последней. Однако определение направления поиска по вектору

градиента оказывается достаточно сложным, так как требует вычисления частных производных и значений градиента в каждой точке области, вследствие чего поиск часто направляют по координатам. При этом может быть принята следующая последовательность вычислительных операций.

Операции 1 и 2 те же, что и при случайном поиске.

3. Изменение принятого ранее значения одной из переменных, например x_1 на величину Δx_1 , и вычисление значения целевой функции при новом значении $x_1 + \Delta x_1$ этой переменной и неизменных значениях остальных переменных. Если определяется минимум функции цели z и если вычисленное значение $z(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots, x_n)$ меньше значения $z(x_1, x_2, \dots, x_n)$, то направление поиска по переменной x_1 выбрано правильно и в памяти ЭВМ следует удерживать это значение функции цели. Если же новое значение функции цели больше предыдущего, то знак приращения Δx_1 следует изменить на обратный, вычисляя новое значение целевой функции по координате $x_1 - \Delta x_1$. При этом значение $z(x_1 - \Delta x_1, x_2, \dots, x_n)$ либо уменьшается по сравнению со значением $z(x_1, x_2, \dots, x_n)$, либо увеличивается, если достигнут минимум z по переменной x_1 . При поиске максимума функции цели все изложенные рассуждения соответственно обращаются.

4. Последовательное изменение значений переменных x_2, \dots, x_n и выполнение для каждой из них операций, упомянутых в п. 3.

Затем переменной $x_1 + \Delta x_1$ дается новое приращение Δx_1 и т. д. по изложенной последовательности, пока не будет достигнут искомый оптимум.

Комбинированный поиск. Описанный выше направленный поиск обычно дает возможность определить тот оптимум функции цели, который расположен вблизи точки многомерного пространства, соответствующей начальным значениям параметров.

Поскольку при высокой размерности пространства количество стационарных точек велико, а их исследование и классификация бывают практически невозможны, то найденный вышеописанным способом оптимум может не соответствовать поставленным требованиям задачи синтеза. В таких случаях возникает необходимость «прощупывания или зондирования» многомерного пространства для выявления более подходящих оптимумов, из которых можно отобрать подходящий, который часто называют *глобальным* в отличие от общего количества оптимумов, которые называют *локальными*.

В таких ситуациях целесообразно комбинировать методы поиска, например применять для зондирования пространства случайный поиск, а для уточнения оптимумов — направленный. При этом программа вычислений на ЭВМ будет содержать две соответствующие подпрограммы, чередование действия которых надлежащим образом управляется.

Существует много разновидностей методов поиска оптимумов функции, охватываемых вышеизложенными группами.

Глава 5. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ. КОНСТРУКЦИИ. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ

§ 5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМАХ

Кулачковые механизмы предназначены для преобразования движения ведущего звена, обычно вращающегося кулачка, в заданное движение ведомого звена (толкателя или коромысла).

Устройство и принцип действия кулачкового механизма рассмотрим на примере простейшего трехзвенного механизма, схема которого изображена на рис. 5.1, а. При вращении кулачка 1 с угловой скоростью ω толкатель 2 совершает возвратно-посту-

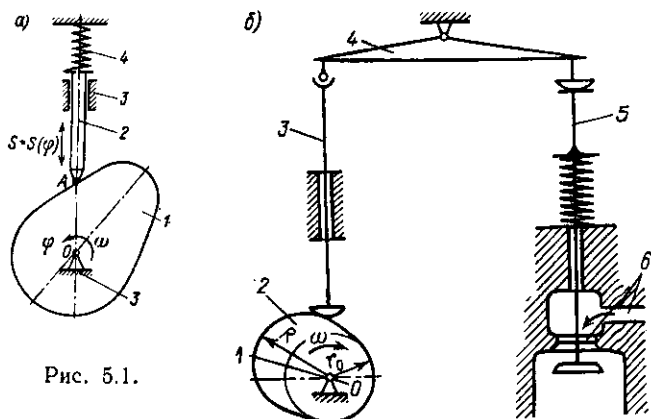


Рис. 5.1.

пательное движение относительно стойки 3. Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается с помощью пружины 4. В структурном отношении кулачковый механизм представляет собой трехзвенный механизм с двумя низшими кинематическими парами (кулачок—стойка и толкатель—стойка) и одной высшей парой (кулачок—толкатель). Число степеней свободы механизма W может быть найдено по формуле Чебышева

$$W = 3(n - 1) - 2p_1 - p_2 = 3(3 - 1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1,$$

где n — число звеньев; p_1 и p_2 — число кинематических пар соответственно с одной и двумя степенями свободы.

Кулачковые механизмы дают возможность легко воспроизвести необходимую функцию $S = S(\varphi)$ движения ведомого звена путем соответствующего очертания профиля кулачка (φ — угол поворота кулачка). Благодаря этому достоинству кулачковые механизмы получили широкое распространение в различных машинах, счетно-вычислительных устройствах, приборах, и особенно в машинах-автоматах. В качестве примера на рис. 5.1, б изображена схема кулачкового механизма двигателя внутреннего сгорания. Распределительный вал 1 двигателя вращает кулачок 2,

который через толкатель 3 сообщает качательное движение коромыслу 4. Второй конец коромысла упирается в стержень клапана 5, вызывая попеременное открытие и закрытие клапаном канала 6 для впуска в цилиндр топлива.

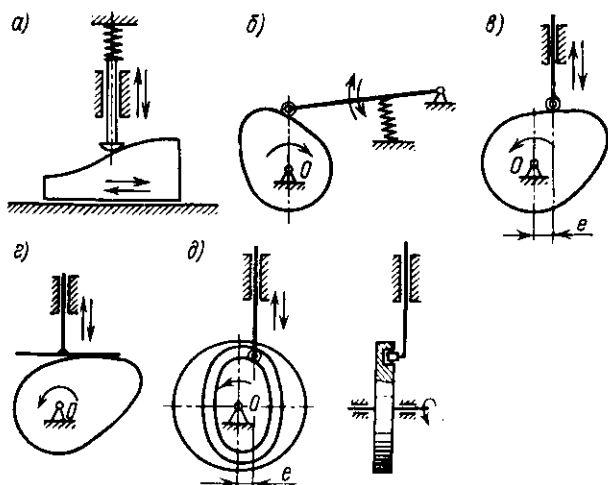


Рис. 5.2.

В зависимости от вида относительного движения звеньев кулачковые механизмы делятся на две группы: *плоские кулачковые механизмы* (рис. 5.2), все точки которых совершают движение в параллельных плоскостях, и *пространственные кулачковые механизмы*, точки звеньев которых совершают относительное движение по пространственным траекториям (рис. 5.3).

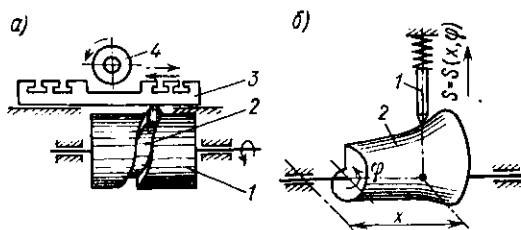


Рис. 5.3.

Некоторые типы плоских кулачковых механизмов показаны на рис. 5.2. Рассматривая приведенные схемы, нетрудно заметить, что движение ведущего звена (кулачка) и ведомого звена (толкателя или коромысла) может быть возвратно-поступательным, вращательным и сложным. На схемах вид возможного движения звеньев показан стрелками.

Для нормального действия кулачковых механизмов необходимо гарантировать постоянный контакт кулачка с ведомым звеном. Такой контакт достигается в результате либо силового, либо геометрического замыкания. Силовое замыкание в большинстве случаев обеспечивается с помощью пружины (рис. 5.2, а, б). Геометрическое замыкание может быть осуществлено, например, путем образования в кулачке паза (рис. 5.2, д), которым направляется движение ролика толкателя.

В процессе движения звенья кулачкового механизма скользят одно по другому, что вызывает их износ. При этом наибольшему износу подвержен заостренный толкатель, поскольку острие его A (см. рис. 5.1, а) непрерывно скользит по поверхности кулачка. С целью уменьшения износа толкателя в качестве промежуточного звена часто вводится ролик (рис. 5.2, б и в), благодаря чему трение скольжения заменяется трением качения. Иногда толкатель оформляется в виде «грибка» (см. рис. 5.1, б) или имеет вид плоской тарелки, как это показано на рис. 5.2, г.

Кулачковые механизмы могут быть центральными и смещенными. *Центральным* называется такой кулачковый механизм, у которого линия перемещения острия или центра ролика толкателя пересекает ось вращения кулачка O (см. рис. 5.1). Если эта линия перемещения толкателя проходит на некотором расстоянии e от оси вращения кулачка (рис. 5.2, в и д), то механизм называется *смещенным*. Смещенный кулачковый механизм при одинаковых с центральным механизмом размерах звеньев дает возможность повысить коэффициент полезного действия, а также изменить скорость движения толкателя при его удалении или сближении относительно оси вращения кулачка.

На рис. 5.3, а изображена схема пространственного кулачкового механизма привода суппорта станка-автомата. Цилиндрический кулачок 1 имеет паз 2 , который направляет движение ролика суппорта 3 с закрепленными на нем резцами для обработки заготовки 4 . Другим примером пространственных механизмов является коноидный механизм, имеющий две степени свободы (рис. 5.3, б). Движение толкателя 1 этого механизма является функцией двух аргументов: угла поворота φ коноида 2 и его осевого перемещения x ; следовательно, $S = S(x, \varphi)$.

Пространственные механизмы сложны в изготовлении, поэтому их стоимость значительно выше по сравнению с плоскими.

§ 5.2. АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Основной задачей анализа движения (кинематики) звеньев плоских кулачковых механизмов является определение перемещения, скорости и ускорения ведомого звена по заданному ~~определению~~ профилю кулачка и функции движения ведущего звена.

Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическим и графическим методами. Аналитический метод дает возможность более точно определять значения параметров кинематики в любой момент движения кулачка. Например, перемещение толкателя механизма, изображенного на рис. 5.1, б, может быть задано зависимостью $S = S_{\max} \sin k\varphi$, где S_{\max} — наибольшее перемещение толкателя; φ — угол поворота кулачка. В этом случае скорость толкателя $v_T = dS/dt = S_{\max} k\omega \cos k\varphi$, ускорение (при $\omega = \text{const}$) $a_T = dv_T/dt = -S_{\max} k^2 \omega^2 \sin k\varphi$.

Графический метод менее точен, но он прост и нагляден, поэтому находит широкое применение. Сущность этого

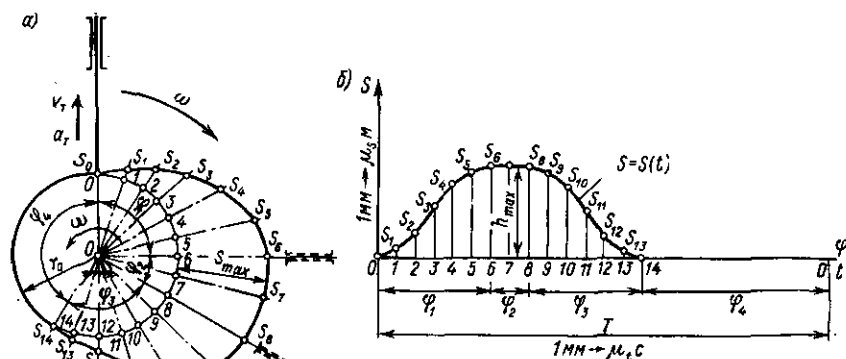


Рис. 5.4.

метода рассмотрим на следующем примере. Дан центральный кулачковый механизм (рис. 5.4, а), кулачок которого совершает равномерное вращательное движение с угловой скоростью ω . Требуется построить графики перемещения, скорости и ускорения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка φ (или от времени t).

Построение плана положений механизма и графика перемещения толкателя. План положений может быть построен методом, который заключается в том, что всему механизму мысленно сообщается вращение с угловой скоростью, по величине равной заданной угловой скорости кулачка ω , но противоположной по направлению (рис. 5.4, а). В результате кулачок станет неподвижным, а толкатель будет вращаться в направлении, противоположном действительному направлению вращения кулачка, с угловой скоростью ω .

Перемещение S толкателя в зависимости от угла поворота кулачка определяется следующим образом. Из точки O (рис. 5.4, а) наименьшим радиусом кулачка r_0 проводится основная окружность, которая делится на равное число частей. За

начало отсчета обычно принимается точка профиля кулачка, соответствующая началу подъема толкателя, а отсчет точек ведется в направлении, противоположном направлению заданной угловой скорости ω . Продолжив радиус-векторы основной окружности до пересечения с профилем кулачка, получим отрезки $\overline{IS_1}$, $\overline{2S_2}$ и т. д., которые в масштабе чертежа представляют собой перемещение толкателя при соответствующих значениях угла поворота кулачка.

Построение графика перемещения толкателя $S = S(t)$.

1. На горизонтальной оси графика (рис. 5.4, б) откладывается отрезок OO (мм), равный в масштабе μ_t периоду вращения кулачка T ; этот отрезок делится на такое же число равных частей, что и кулачок. При этом вычислительный масштаб времени (с/мм)

$$\mu_t = T/\overline{OO} = \frac{60}{n} / \overline{OO},$$

где n — частота вращения кулачка, об/мин.

2. Из точек 1, 2, 3... откладываются ординаты $\overline{IS_1}$, $\overline{2S_2}$ и т. д., равные в масштабе μ_s соответствующим перемещениям толкателя. Соединив точки O , S_1 , S_2 ... плавной кривой, получим график $S = S(t)$. При $\omega = \text{const}$ этот график является также графиком $S = S(\varphi)$. Вычислительный масштаб графика

$$\mu_s = S_{\max}/h_{\max}.$$

Углы поворота кулачка $\varphi_1, \dots, \varphi_4$, которые соответствуют удалению толкателя от центра кулачка (φ_1), дальнему стоянию его (φ_2), сближению (φ_3) и ближнему стоянию толкателя (φ_4), принято называть *фазовыми углами*. Наибольшее удаление толкателя S_{\max} называется его *ходом*.

Если конец толкателя снабжен роликом, то построение графика пути толкателя ведется по отношению к центрному (теоретическому) профилю кулачка, который описывает центр ролика. Центральной профиль отстоит от действительного профиля кулачка на расстоянии, равном радиусу ролика r_p . Построение участка этого профиля кулачка показано на рис. 5.8, б.

Определение скорости и ускорения толкателя. Скорость и ускорение толкателя в любой момент движения могут быть определены методом графического дифференцирования графика перемещений толкателя $S = S(t)$. В основе этого метода лежат известные из теоретической механики зависимости:

$$v_T = dS/dt; \quad a_T = dv_T/dt = d^2S/dt^2,$$

где v_T и a_T — мгновенные значения скорости и ускорения толкателя.

§ 5.3. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Одной из важных задач динамики кулачковых механизмов является анализ сил и условий нормального взаимодействия звеньев. При этом существенное значение имеют угол давления и к. п. д. механизма.

Понятие об угле давления. Пусть дан центральный кулачковый механизм (рис. 5.5). Положение точки A касания кулачка и толкателя относительно оси вращения кулачка определяется радиус-вектором ρ , величина которого

$$\rho = r_0 + S(\varphi), \quad (5.1)$$

где r_0 — радиус основной шайбы кулачка; $S(\varphi)$ — перемещение толкателя, соответствующее повороту кулачка на угол φ .

Движущая сила P_d , действующая со стороны кулачка на толкатель, всегда совпадает с нормалью NN к профилю кулачка в точке A . Вектор этой силы и вектор скорости толкателя составляют угол α , который принято называть *углом давления*. Величина угла давления может быть выражена следующим образом. Повернем кулачок на небольшой угол $\Delta\varphi$. Согласно рис. 5.5, имеем

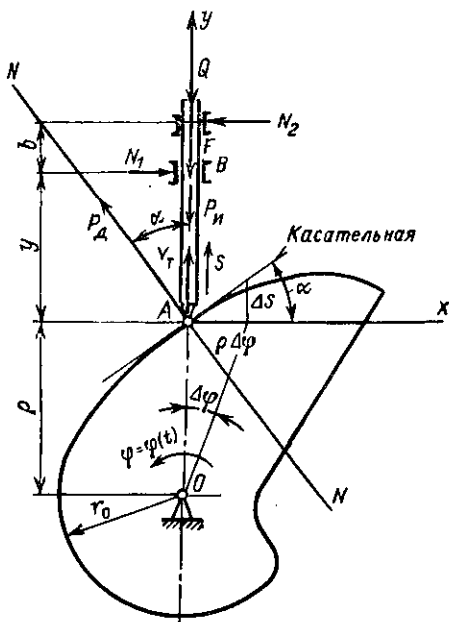


Рис. 5.5.

$$\operatorname{tg} \alpha = \Delta S / \rho \Delta \varphi \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{dS}{d\varphi} / (r_0 + S(\varphi)) = v_T / \omega [r_0 + S(\varphi)]. \quad (5.2)$$

Из выражения (5.2) следует, что угол давления представляет собой переменную величину, зависящую от очертания профиля кулачка и угла поворота φ , и может изменяться от 0 до наибольшего значения α_{\max} .

Анализ сил, действующих на звенья кулачкового механизма. К. п. д. Рассмотрим центральный кулачковый механизм с роликовым толкателем (рис. 5.5), к которому приложены следующие силы: Q — сила полезного сопротивления (сила пружины, масса толкателя и др.); $F = f(N_1 + N_2)$ — сила трения толкателя в направляющей (f — коэффициент трения скольжения);

$P_a = -ma_T$ — сила инерции толкателя. Обозначения параметров и размеров механизма показаны на рис. 5.5.

Величина движущей силы P_d при перемещении толкателя с ускорением a_T может быть найдена с помощью уравнений равновесия:

$$\begin{aligned}\sum x &= 0; P_d \sin \alpha = N_1 - N_2; \\ \sum y &= 0; P_d \cos \alpha = Q + f(N_1 + N_2) + ma_T; \\ \sum M_b &= 0; P_d y \sin \alpha = N_2 b.\end{aligned}$$

Решив эту систему уравнений, получим

$$P_d = \frac{Q + ma_T}{\cos \alpha - f[1 + (2y/b)] \sin \alpha}. \quad (5.3)$$

При равномерном движении толкателя ($a_T = 0$) имеем

$$P_d = \frac{Q}{\cos \alpha - f[1 + (2y/b)] \sin \alpha}. \quad (5.4)$$

К. п. д. механизма

$$\eta = \frac{A_{п.с}}{A_d} = \frac{Q dS}{P_d dS \cos \alpha},$$

где $A_{п.с}$ — работа сил полезных сопротивлений; A_d — работа движущих сил.

Подставив значение P_d из (5.4), получим

$$\eta = (1/\cos \alpha) [\cos \alpha - f[1 + (2y/b)] \sin \alpha] = 1 - f[1 + (2y/b)] \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.5)$$

Таким образом, к. п. д. механизма, при прочих равных условиях, возрастает по мере уменьшения угла давления α . Ранее было показано, что величина угла давления α может изменяться от 0 до α_{\max} . Однако нормальное действие кулачкового механизма возможно при условии $\alpha_{\max} < \alpha_{кр}$, где $\alpha_{кр}$ — критическое значение угла давления, при котором движение толкателя и направляющей становится невозможным вследствие самоторможения от трения (заклинивания).

Величина $\alpha_{кр}$ определяется условием

$$\eta = 1 - f[1 + (2y/b)] \operatorname{tg} \alpha_{кр} = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} \alpha_{кр} = b/[f(b + 2y)]. \quad (5.6)$$

Из формулы (5.6) следует, что $\alpha_{кр}$ уменьшается по мере увеличения f и y . В большинстве конструкций кулачковых механизмов наибольший угол давления α_{\max} обычно не превышает 30° .

Определение величины вращающего момента на приводном валу кулачкового механизма. Пусть дан кулачковый механизм с поступательно-движущимся толкателем (рис. 5.6). Суммарная нагрузка P_y , действующая со стороны толкателя на кулачок,

равна алгебраической сумме сил: пружины $P_{пр}$, внешней нагрузки Q , массы G , силы инерции $P_{и}$ и силы трения толкателя направляющей F :

$$P_y = P_{пр} + P_{и} + G + F + Q.$$

Величина силы P_y изменяется в зависимости от угла поворота кулачка, достигая максимального значения в моменте действия наибольшей силы инерции, прижимающей толкатель к кулачку. Для преодоления силы P_y к валу кулачка надо приложить вращающий момент M_k , который создаст нормальную к профилю кулачка в точке A силу $P = P_y / \cos \alpha$. Величина этого момента

$$M_k = P \rho \sin \alpha = P_y \rho \operatorname{tg} \alpha;$$

имея в виду, что для центрального механизма согласно формуле (5.2) $\operatorname{tg} \alpha = v_t / (\omega \rho)$, величина вращающего момента может быть найдена по выражению

$$M_k = P_y \rho \operatorname{tg} \alpha = P_y v_t / \omega. \quad (5.7)$$

С учетом силы трения $F_k = fP = fP_y / \cos \alpha$, возникающей при скольжении толкателя по профилю кулачка (см. рис. 5.5), имеем

$$M_k = P_y v_t / \omega + F_k \rho \cos \alpha = P_y (v_t / \omega + f \rho). \quad (5.8)$$

Определив среднее значение вращающего момента, нетрудно вычислить мощность на валу кулачкового механизма и подобрать приводной двигатель.

§ 5.4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Проектирование (синтез) кулачковых механизмов предусматривает: 1) разработку наиболее целесообразной схемы кулачкового механизма и определение размеров его звеньев; 2) выбор функций или графика движения ведомого звена; 3) построение профиля кулачка, при котором обеспечивается заданное движение толкателя; 4) динамические расчеты механизма; 5) расчеты деталей на прочность и надежность.

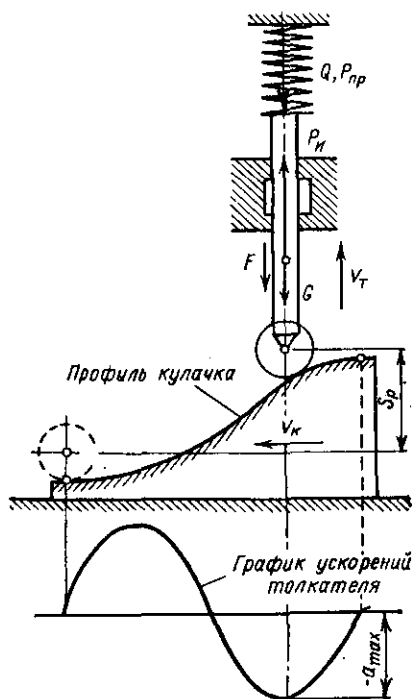


Рис. 5.6.

Проектированию кулачковых механизмов, например машин-автоматов, предшествует разработка технологических процессов операций, выполняемых рабочими органами автомата, приводом которых служат кулачковые механизмы. Эти задачи, как и выбор схемы кулачкового механизма, расчет деталей на прочность и другие, подробно рассматриваются в специальной литературе.

Выбор функции движения ведомого вала. Движение ведомого звена кулачкового механизма может быть задано в виде зависимости его перемещения, скорости или ускорения от времени или от угла поворота кулачка, т. е. в виде одной из функций $S = S(t)$, $v = v(t)$ и $a = a(t)$. При проектировании кулачковых механизмов различных машин движение толкателя полностью определяется той технологической операцией, которая осуществляется с помощью кулачкового механизма. Например, перемещение (подача) суппортов металлорежущих станков-автоматов при резании производится с заданной скоростью, поэтому движение толкателя определяется зависимостью $v = \text{const}$.

В общем машино- и приборостроении часто задается лишь наибольшая величина перемещения толкателя за определенный промежуток времени движения кулачка, а зависимость этого перемещения от угла поворота кулачка необходимо подбирать.

Рассмотрим три часто встречающихся вида движения толкателя: равномерное $v = \text{const}$, равнопеременное $a = \text{const}$ и синусоидальное $a = c \sin k\varphi$. На рис. 5.7 приведены графики перемещения, скорости и ускорения толкателя для периода его удаления (подъема) при равномерном (линия 1), равнопеременном (2) и синусоидальном (3) движении. Для удобства сравнения этих графиков исходные данные приняты одинаковыми: наибольший подъем толкателя $S_{\text{max}} = 38$ мм, частота вращения кулачка $n = 300$ об/мин, фазовый угол поворота кулачка при удалении толкателя $\varphi_1 = 150^\circ$.

При равномерном движении наблюдается мгновенное изменение скорости в точках O и A , что вызывает теоретически бесконечно большие значения ускорений толкателя. Однако в действительности звенья механизма обладают некоторой упругостью (податливостью), благодаря чему ускорения толкателя будут иметь хотя и большую, но конечную величину. Возникающие значительные силы инерции толкателя влекут за собой жесткие удары и вибрацию звеньев, которые вызывают повышенный износ трущихся элементов звеньев. С учетом этого равномерное движение толкателя может быть применено лишь в тихоходных механизмах.

При равнопеременном движении (рис. 5.7, линии 2) толкатель сначала совершает равноускоренное движение, а затем — равнозамедленное. Ускорения толкателя имеют конечную величину, благодаря чему динамические нагрузки на звенья механизма уменьшаются по сравнению с законом $v = \text{const}$.

Наиболее совершенным является синусоидальный график изменения ускорения, при котором наблюдается плавное, безударное действие кулачкового механизма; благодаря этому снижаются вибрации, шум и износ звеньев.

Синусоидальный закон движения с успехом применяется при больших скоростях движения. Недостатком этого вида движения является медленный подъем толкателя в начале хода. Кроме рассмотренных, применяются и другие виды законов движения.

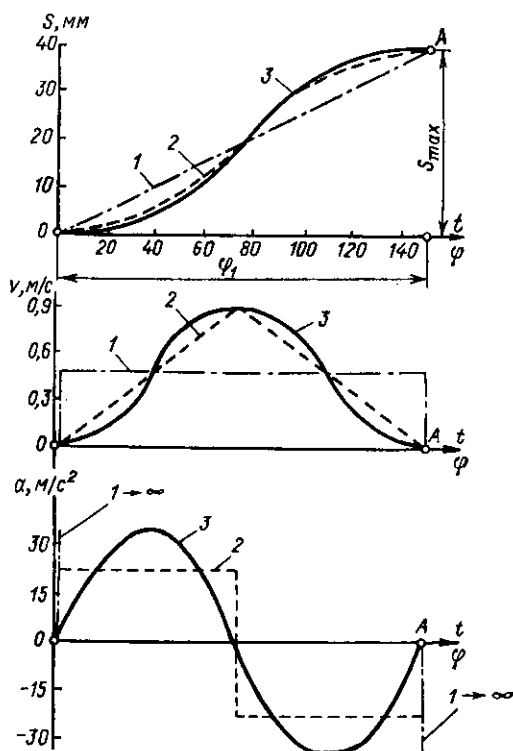


Рис. 5.7

Профилирование кулачков. Профилирование кулачка имеет своей целью построение профиля кулачка, при котором обеспечивается заданное движение толкателя.

Для профилирования кулачка должны быть даны общая схема механизма с основными размерами (r_0 — радиус основной окружности профиля кулачка; r_p — радиус ролика толкателя; e — величина смещения) и функция движения ведомого звена вида $S = S(t)$. Если движение задано зависимостью $v = v(t)$ или $a = a(t)$, то график перемещения ведомого звена (толкателя) строится методом графического интегрирования.

Пусть задан график перемещения толкателя для поворота кулачка на угол φ_1 , соответствующий удалению (подъему) толкателя на величину его хода S_{\max} (рис. 5.8, а). Для построения соответствующего элемента профиля кулачка центрального механизма ($e = 0$) с роликовым толкателем из центра O вращения кулачка (рис. 5.8, б) проводится окружность радиуса $r_0 + r_p$. Эта окружность пройдет через начальное положение центра

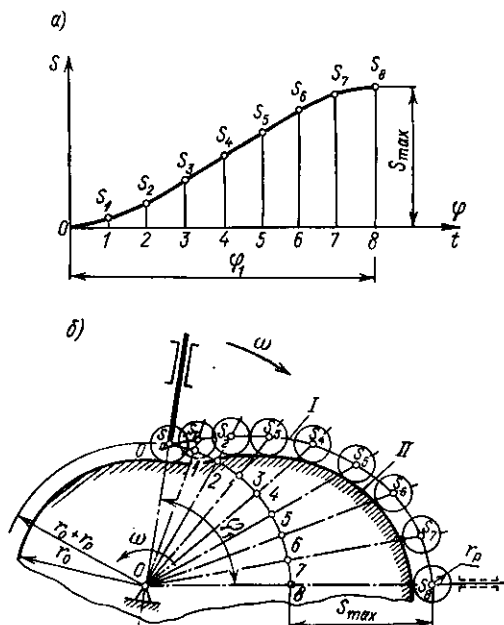


Рис. 5.8.

ролика S_0 . От радиальной линии $\overline{OS_0}$, соответствующей начальному положению толкателя, откладывается в направлении, обратном ω , угол φ_1 поворота кулачка, который делится на такое же число равных частей, что и заданный график $S = S(t)$. Затем от окружности радиуса $r_0 + r_p$, проведенной через начальное положение центра ролика, откладываются по радиальным линиям величины перемещения S толкателя, взятые по графику $S = S(t)$ (с учетом масштабов). Полученные точки S_0, S_1, S_2, \dots соединяются плавной кривой, которая и будет являться теоретическим I (центровым) профилем кулачка. Для построения действительного профиля из любых точек, расположенных на центровом профиле, проводятся дуги окружностей радиуса, равного радиусу ролика r_p . Огибающая к этим дугам является искомым профилем II кулачка.

Построение профиля кулачка для смещенного механизма показано на рис. 5.9.

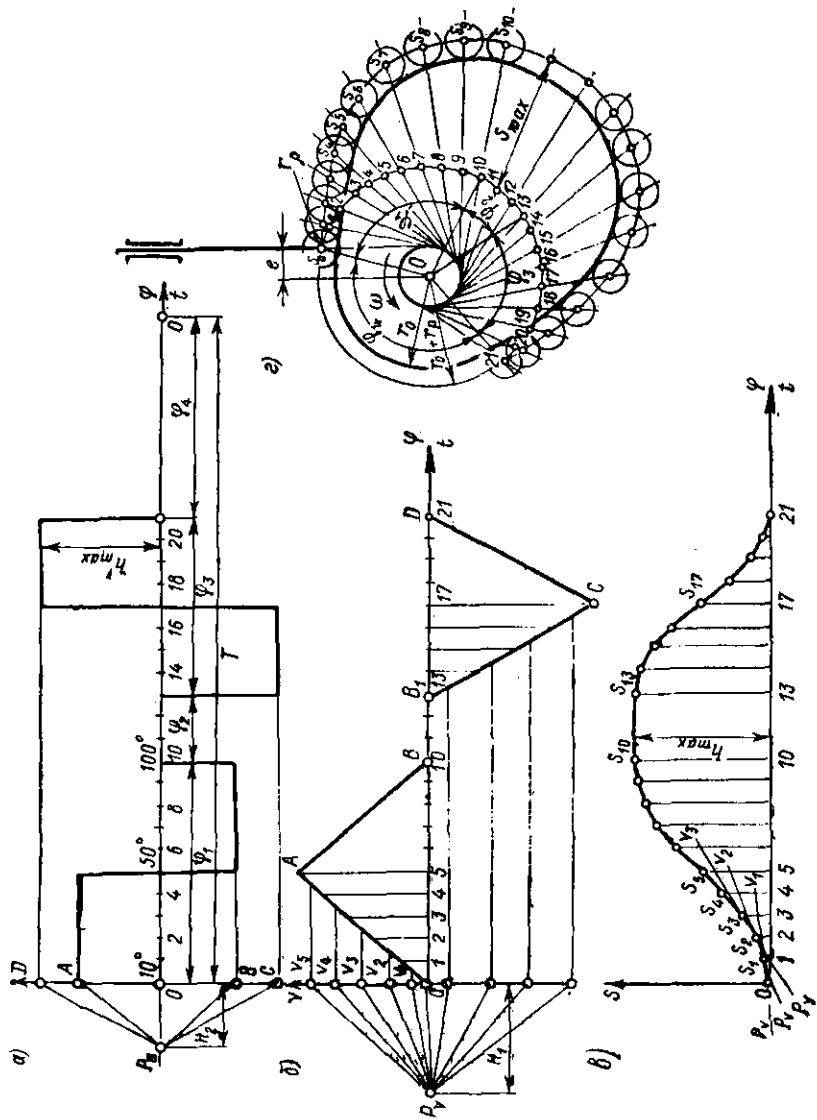


Рис. 5.9.

При проектировании кулачковых механизмов необходимо, чтобы радиус ролика r_p не превышал наименьшего радиуса кривизны центрального профиля кулачка ρ_{\min} . В противном случае, когда $r_p > \rho_{\min}$, действительный профиль не может быть получен.

Пример. Построить профиль кулачка для смещенного механизма с поступательно-движущимся роликовым толкателем, график ускорения которого изображен на рис. 5.9, а, а также определить наибольшее ускорение толкателя a_{\max} . При этом заданы: ход толкателя $S_{\max} = 0,06$ м; наименьший радиус профиля $r_0 = 90$ мм; радиус ролика $r_p = 15$ мм; величина смещения $e = 25$ мм; фазовые углы поворота кулачка: при удалении толкателя $\varphi_1 = 100^\circ$, при дальнейшем стоянии $\varphi_2 = 30^\circ$, при сближении $\varphi_3 = 80^\circ$, при ближайшем стоянии $\varphi_4 = 150^\circ$; кулачок вращается равномерно с частотой вращения $n = 300$ об/мин.

Решение. Построить график перемещений толкателя.

График перемещения $S = S(t)$ строится методом графического интегрирования, которое представляет собой действие, обратное графическому дифференцированию (см. § 3.5). Для этого ось абсцисс графика ускорений разбивают на интервалы, соответствующие, например, углам поворота кулачка, равным 10° . Отложив полюсное расстояние H_2 , проводят лучи P_0A , P_0B , P_0C и P_0D . Параллельно этим лучам на строящемся графике скорости $v = v(t)$ проводят линии OA , AB , BC и CD (рис. 5.9, б).

Далее производится графическое интегрирование графика $v = v(t)$. На оси ординат отмечают точки v_1 , v_2 , v_3 и т. д., которые соответствуют средним ординатам графика в одноименных интервалах по оси абсцисс. Выбрав на расстоянии H_1 полюс P_0 , его соединяют с этими точками лучами P_0v_1 , P_0v_2 , P_0v_3 и т. д. Затем на строящемся графике пути толкателя (рис. 5.9, в) через начальную точку координат O проводят прямую P_0v_1 [параллельную лучу P_0v_1 на графике $v = v(t)$], которая на пересечении с ординатой 1 образует точку S_1 . Далее через точку S_1 проводят параллельно лучу P_0v_2 одноименную прямую и в результате на пересечении с ординатой 2 получают точку S_2 . Последующее построение ведут аналогичным образом. Соединив точки S_1 , S_2 , S_3 и т. д. плавной кривой, получают график $S = S(t)$.

Вычислительные масштабы построенных графиков перемещений и ускорений толкателя определяются по следующим формулам:

$$\mu_s = S_{\max}/h_{\max} \text{ м/мм}; \quad \mu_a = \mu_s / (\mu_t^2 H_1 H_2) \text{ (м/с}^2\text{)/мм}; \quad \mu_t = 60 \cdot (\pi \overline{OO}) \text{ с/мм},$$

где h_{\max} — наибольшая величина ординаты на графике перемещений ($h_{\max} = 20$ мм); $H_1 H_2$ — полюсные расстояния ($H_1 = 16$ мм; $H_2 = 10$ мм); μ_t — вычислительный масштаб времени, откладываемого по оси абсцисс; \overline{OO} — длина отрезка оси абсцисс графика, соответствующая времени одного оборота кулачка ($T = 120$ мм).

После подстановки значений входящих в формулы величин получим:

$$\mu_s = 0,06/20 = 0,003 \text{ м/мм}; \quad \mu_t = 60/(300 \cdot 120) = 0,0016 \text{ с/мм};$$

$$\mu_a = 0,003/(0,0016^2 \cdot 16 \cdot 10) = 7,3 \text{ (м/с}^2\text{)/мм}.$$

Наибольшая величина ускорения толкателя $a_{\max} = \mu_a h'_{\max} = 7,3 \cdot 17 = 125 \text{ м/с}^2$, где $h'_{\max} = 17$ мм — наибольшая ордината графика ускорений.

Для построения профиля кулачка из центра его вращения (рис. 5.9, г) проводят окружности радиусов $r_0 + r_p$ и e . Положение центра ролика толкателя S_0 , соответствующее началу его подъема, определяется пересечением окружности радиуса $r_0 + r_p$ с вертикальной касательной к окружности радиуса e . Отсчет фазовых углов кулачка и их деление на участки производят от начального луча, проходящего через точки O и S_0 . Далее через точки 1, 2, 3 и т. д. проводят касательные к окружности радиуса e , по которым от окружности радиуса $r_0 + r_p$ откладывают (с учетом масштаба) соответствующие ординаты графика перемещений толкателя. Соединив точки S_0 , S_1 , S_2 и т. д. плавной кривой, получают теоретический (центральной) профиль кулачка.

Б. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Глава 6. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВЕНЬЕВ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

§ 6.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЗВЕНЬЯ МЕХАНИЗМОВ

Движение звеньев любой механической системы происходит под действием различных по своей природе сил, которые обуславливают определенные перемещения, скорости и ускорения звеньев. Установление общих зависимостей между силами и парами сил, действующими на реальные звенья (обладающие конечной массой и моментом инерции) механизма, с одной стороны, и параметрами кинематики этого механизма, с другой, составляет главную цель динамики механизмов и машин. Эти зависимости могут быть выражены уравнением движения в простом или дифференциальном

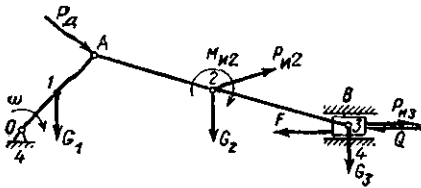


Рис. 6.1.

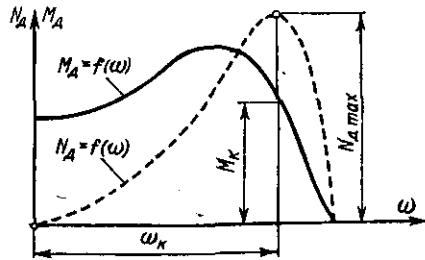


Рис. 6.2.

виде. Если известны силы, действующие на звенья, то с помощью уравнения движения можно определить параметры кинематики (скорости и ускорения) звеньев и, наоборот, по заданным параметрам кинематики найти требуемые и возникающие в процессе движения силы.

Определение действующих на звенья сил имеет важное практическое значение как для обеспечения заданного движения механизма, так и для расчета звеньев на прочность и износостойкость.

Все силы и пары сил, которые могут действовать на звенья 1—4 механизма или машины (рис. 6.1), удобно разделить на следующие группы.

1. Движущие силы P_d (или пары сил с моментом M_d). Эти силы приложены к ведущим звеньям и предназначены для преодоления сопротивления машины. К числу движущих сил и моментов можно отнести: давление газов на поршень двигателя внутреннего сгорания; момент, развиваемый электродвигателем, и др.

Зависимость движущей силы (или момента сил) двигателя от скорости его рабочего звена (вала) принято называть *механической характеристикой*.

В качестве примера на рис. 6.2 приведена механическая характеристика асинхронного электродвигателя, на которой движущий момент M_d и мощность N_d показаны в виде функции угловой скорости ω вала двигателя.

2. Силы полезных или технологических сопротивлений Q . *Полезными* (или *рабочими*) называются такие сопротивления, для определения которых предназначена данная машина. К силам полезных сопротивлений, например, можно отнести силу тяжести поднимаемого лебедкой груза, сопротивление резанию металла, древесины, грунта и др. Силы полезных сопротивлений приложены к ведомым звеньям машины и направлены так, что препятствуют их движению.

3. Силы вредных сопротивлений F . *Вредными* называются сопротивления, вызывающие непроизводительную затрату энергии движущихся сил. Вредные сопротивления составляют главным образом силы трения звеньев кинематических пар, которые возникают при относительном движении звеньев. Иногда при исследовании сил, действующих в механизмах, силы трения ввиду их малости по сравнению с другими силами не учитываются. Однако в ряде случаев силы трения играют существенную роль, поэтому они будут подробно рассмотрены в следующей главе.

4. Вес звеньев G . Действие его может быть как полезным, так и вредным, в зависимости от направления скорости центров тяжести звеньев. Например, вес G_1 звена OA (см. рис. 6.1) при опускании его центра тяжести способствует движению, а при подъеме — препятствует. Действие веса G_3 ползуна Z при перемещении по горизонтальной направляющей равно нулю.

5. Силы инерции P_n и моменты сил инерции M_n звеньев. Силы инерции возникают при переменном движении звеньев механизма и могут быть как движущими силами, так и силами сопротивлений, в зависимости от направления их действия относительно направления движения. При движении с большими ускорениями давления звеньев кинематических пар и напряжения в них от сил инерции могут значительно превышать давления и напряжения от действия других сил.

В инженерной практике широко применяются механизмы с жесткими звеньями, обладающие одной свободой движения. Для таких механизмов методы определения сил и моментов сил, приложенных к звеньям и возникающих в процессе их движения, излагаются в классической теории механизмов и машин. В быстрходных механизмах, а также в пространственных механических системах с несколькими свободами движения возникает необходимость учитывать упругие свойства звеньев, зазоры в кинематических парах и другие особенности. Эти вопросы рассматриваются в специальной литературе.

§ 6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ И МОМЕНТОВ СИЛ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ

Сила инерции материального тела представляет собой реакцию, возникающую при всяком изменении его относительного движения. Сила инерции проявляется в действии тела, движение которого изменяется, на его связи с другими телами. Чем больше масса тела, тем больше энергии следует затратить, чтобы изменить скорость его движения. Зависимость силы инерции тела от количества содержащейся в нем материи (массы) M . В. Ломоносов сформулировал следующим образом: «Тела сопротивляются силе инерции, зависящей от материи; ... сила инерции пропорциональна количеству материи».

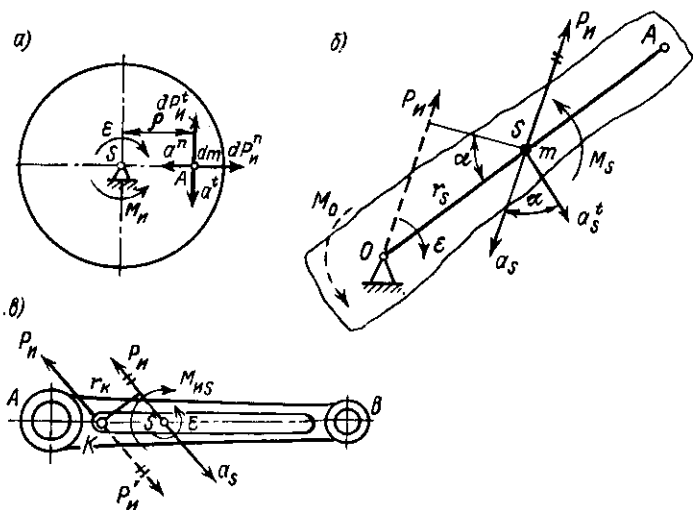


Рис. 6.3.

Как отмечалось ранее, звенья механизмов могут совершать поступательное, вращательное и сложное движения, поэтому определение сил инерции удобно рассмотреть отдельно для каждого из этих видов движения.

1. Поступательное движение. В механизме, изображенном на рис. 6.1, ползун совершает возвратно-поступательное движение. Сила инерции $P_{из}$ ползуна равна произведению массы m на ускорение центра тяжести a_s и направлена противоположно ускорению, т. е. $P_{из} = -ma_s$. Эта сила инерции условно приложена в центре тяжести ползуна и проявляется в давлении его на сопряженные звенья.

2. Вращательное движение вокруг неподвижной оси. Рассмотрим случай, когда звено, имеющее, например, форму диска (рис. 6.3, а), вращается вокруг оси, проходящей через центр его тяжести S , с угловым ускорением ε . Элементарная сила инерции,

действующая в какой-либо точке A звена, складывается из нормальной dP_n^n и касательной dP_n^t составляющих. При этом

$$dP_n^n = -dm a^n; \quad dP_n^t = -dm a^t,$$

где dm — элементарная масса, сосредоточенная в точке A ; a^n и a^t — нормальное и касательное ускорение этой точки.

Элементарный момент силы инерции dP_n относительно оси вращения $dM_n = dP_n^t \rho$, где ρ — расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки. Суммарный момент сил инерции звена $M_{нс}$

$$M_{нс} = \int_m dm a^t \rho.$$

Учитывая, что $a^t = \varepsilon \rho$, получим

$$M_{нс} = -\varepsilon \int_m dm \rho^2 = -J_s \varepsilon. \quad (6.1)$$

Знак «минус» в этой формуле показывает, что момент сил инерции звена направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения ε . Величина $J_s = \int dm \rho^2$ представляет собой момент инерции звена относительно оси, перпендикулярной к плоскости движения и проходящей через центр тяжести. Момент инерции звеньев определяется аналитическим или опытным путем, с помощью специальных лабораторных установок.

Рассмотрим второй случай вращательного движения — вращение звена вокруг неподвижной оси, расположенной вне его центра тяжести (рис. 6.3, б), с угловым ускорением ε . Элементарные силы инерции частиц звена приводятся к результирующей силе инерции (главному вектору) $P_n = -m a_s$, которая приложена в центре тяжести S звена, и к паре сил инерции (главному моменту) $M_{нс} = -J_s \varepsilon$. Сила P_n может быть перенесена на ось вращения звена. В результате переноса получим силу инерции P_{n0} , приложенную в точке O оси вращения и воспринимаемую опорой, и момент сил инерции

$$M_{n0} = M_{нс} + P_n r_s \cos \alpha = -J_s \varepsilon + m a_s r_s \cos \alpha,$$

где r_s — расстояние между осью вращения O и параллельной ей осью, проходящей через центр тяжести звена.

Учитывая, что $a_s \cos \alpha = a_s^t = \varepsilon r_s$, получим

$$M_{n0} = -(J_s + m r_s^2) \varepsilon = -J_0 \varepsilon, \quad (6.2)$$

где J_0 — момент инерции звена относительно оси вращения O .

При равномерном вращении звена с угловой скоростью ω момент сил инерции равен нулю (так как $\varepsilon = 0$), и на опору в точке O будет действовать только центробежная сила инерции

$$P_n^n = -m a_s^n = -m \frac{v_s^2}{r_s} = -m \omega^2 r_s. \quad (6.3)$$

3. Сложное движение. Сложное плоскопараллельное движение тела можно рассматривать состоящим из двух простых движений: поступательного вместе с произвольной точкой, выбранной за полюс, и вращательного вокруг этого полюса. Звено AB (см. рис. 6.1 и 6.3, θ) совершает плоскопараллельное движение, которое состоит из поступательного движения, когда ускорения точек звена одинаковы и равны ускорению a_s центра тяжести S , и вращательного вокруг оси, проходящей через центр тяжести, с угловым ускорением ε .

При сложном движении, как и при вращении тела вокруг оси, проходящей на некотором расстоянии от центра тяжести, элементарные силы инерции частиц звена могут быть приведены к силе инерции $P_i = -ma_s$, приложенной в центре тяжести звена, и паре сил с моментом $M_{ис} = -J_s\varepsilon$. Сила P_i и пара сил с моментом $M_{ис}$ при необходимости могут быть заменены одной равнодействующей силой инерции. Для этого достаточно выбрать точку K звена (рис. 6.3, θ), относительно которой главный момент сил инерции $M_{ик}$ ($M_{ик} = M_{ис} - P_i r_{ик}$) обращается в нуль.

§ 6.3. ПРИВЕДЕННАЯ И УРАВНОВЕШИВАЮЩАЯ СИЛЫ МЕХАНИЗМА. МЕТОД Н. Е. ЖУКОВСКОГО

Понятие о приведенной и уравновешивающей силах. Многообразие сил и пар сил, действующих на звенья механизма, затрудняет решение практических задач по динамике механизмов и машин. Их решение можно значительно упростить путем условной замены реальных сил и пар сил одной силой, которая по своему

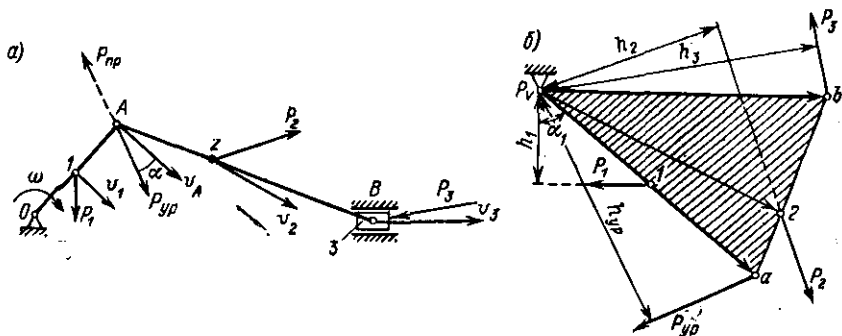


Рис. 6.4.

действию эквивалентна всем другим силам. Такая сила называется *приведенной силой* $P_{пр}$, а звено, к которому она приложена, называется *звеном приведения* (рис. 6.4, a). Величина приведенной силы определяется из условия, что ее элементарная работа на возможном перемещении точки приложения равна сумме элементарных работ приводимых сил.

Уравновешивающей силой $P_{ур}$ механизма называется сила, равная по величине приведенной и противоположная ей по направлению. По своей сути — это движущая сила для заданных условий. Понятие об уравновешивающей силе широко используется в инженерных расчетах по динамике механизмов и машин. Например, мощность двигателя (Вт), необходимая для приведения механизма в действие в том положении, которое изображено на рис. 6.4, а, может быть вычислена по равенству

$$N = P_{ур} v_A \cos(P_{ур}, v_A),$$

где $P_{ур}$ — уравновешивающая сила механизма; N ; v_A — скорость точки ее приложения, м/с.

Изложенные выше положения о приведенной и уравновешивающей силах механизма справедливы также в отношении приведенного и уравновешивающего моментов сил.

Определение уравновешивающей силы аналитическим методом. Представим себе, что на звенья кривошипно-ползунного механизма (рис. 6.4, а) действуют заданные силы P_1 , P_2 и P_3 . Требуется уравновесить эту систему сил одной силой $P_{ур}$, которая должна быть приложена в точке А ведущего звена и направлена под углом α к вектору скорости v_A .

Для определения уравновешивающей силы $P_{ур}$ воспользуемся известным из теоретической механики уравнением, выражающим принцип возможных перемещений; он может быть сформулирован следующим образом: при равновесном положении системы материальных точек работа действующих на нее сил на возможных перемещениях их точек приложения равна нулю.

Аналитическое выражение принципа возможных перемещений для рассматриваемого примера имеет вид

$$\sum P_i dS_i \cos(P_i, dS_i) - P_{ур} dS_A \cos(P_{ур}, dS_A) = 0,$$

где P_i — заданные силы; dS_i и dS_A — возможные элементарные перемещения точек приложения сил P_i и $P_{ур}$.

Рассматривая перемещение точек системы за элементарный промежуток времени dt , получим

$$\sum P_i \frac{dS_i}{dt} \cos(P_i, dS_i) - P_{ур} \frac{dS_A}{dt} \cos(P_{ур}, dS_A) = 0.$$

Так как абсолютные скорости точек приложения сил направлены по касательным к соответствующим элементарным траекториям, то это уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\sum P_i v_i \cos(P_i, v_i) - P_{ур} v_A \cos(P_{ур}, v_A) = 0,$$

откуда искомая уравновешивающая сила

$$P_{ур} = \frac{\sum P_i v_i \cos(P_i, v_i)}{v_A \cos(P_{ур}, v_A)}. \quad (6.4)$$

Уравновешивающая сила может быть приложена к любой точке звена, однако величина ее всякий раз будет зависеть от выбора точки приложения и положения линии действия. Обычно за точку приложения уравновешивающей силы принимают центр подвижного шарнира ведущего звена механизма (рис. 6.4, а, точка А), а линию ее действия совмещают с вектором абсолютной скорости v_A центра шарнира. Кроме аналитического метода определения уравновешивающей силы [по формуле (6.4)] часто пользуются изложенными ниже графическими и графоаналитическими методами, упрощающими решение задачи.

Определение уравновешивающей силы с помощью рычага Жуковского. Н. Е. Жуковский показал, что любой механизм может быть приведен к системе рычага с приложенными к нему соответствующими силами и парами сил. *Рычагом Жуковского* называется план скоростей механизма (с точкой опоры в полюсе), к отображающим отрезкам которого приложены приведенные к плану скоростей пары сил, а к отображающим точкам приложены повернутые на 90° силы, действующие на соответствующие звенья механизма и их точки.

Введение понятия о рычаге Жуковского дает возможности заменить решение задачи о равновесии сил, действующих на движущиеся звенья механизма или машины, решением задачи о равновесии сил, приложенных к рычагу Жуковского в статическом его состоянии. Другими словами, метод Жуковского дает возможность решать сложные задачи динамики с помощью уравнений равновесия статики. Этот метод используется в инженерных расчетах для определения уравновешивающей силы и сил давления звеньев кинематических пар и является более простым по сравнению с другими методами.

Построение рычага Жуковского и доказательство возможности его применения для решения задачи по определению уравновешивающей силы рассмотрим на примере механизма, схема которого приведена на рис. 6.4, а.

Построим план скоростей механизма (рис. 6.4, б). К концам векторов, изображающих скорости точек приложения сил P_1 , P_2 , P_3 и P_{yp} (т. е. в точках 1, 2, b и а), приложим сами силы, предварительно повернув их вокруг своих точек приложения на угол 90° в одном направлении, например по движению часовой стрелки.

Рассматривая план скоростей как жесткий рычаг, составим уравнение равновесия моментов всех сил относительно полюса P_v , который принят за опорную точку рычага:

$$\sum M_{P_v} = -P_1 h_1 - P_2 h_2 + P_3 h_3 - P_{yp} h_{yp} = 0$$

или

$$\sum P_i h_i - P_{yp} h_{yp} = 0,$$

откуда

$$P_{yp} = \sum P_i h_i / h_{yp}, \quad (6.5)$$

где h_i — плечи заданных сил P_1 , P_2 и P_3 относительно полюса плана скоростей; $h_{ур}$ — плечо искомой уравнивающей силы.

Далее докажем, что результаты вычислений уравнивающей силы с помощью рычага Жуковского [равенство (6.5)] и аналитическим методом [равенство (6.4)] совпадают.

Из рис. 6.4, б следует, например, что плечо $h_1 = v_1 \cos \alpha_1$. Так как вектор силы P_1 при построении рычага Жуковского был повернут на 90° , то плечо h_1 на рычаге параллельно истинной линии действия силы P_1 , следовательно, $\cos \alpha_1 = \cos (P_1, v_1)$. Это дает основание записать, что $h_1 = v_1 \cos \alpha_1 = v_1 \cos (P_1, v_1)$ и аналогично $h_i = v_i \cos (P_i, v_i)$ и $h_{ур} = v_A \cos (P_{ур}, v_A)$.

Подставив значение плеч в равенство (6.5), получим

$$P_{ур} = \frac{\sum P_i h_i}{h_{ур}} = \frac{\sum P_i v_i \cos (P_i v_i)}{v_A \cos (P_{ур}, v_A)}.$$

Таким образом, величина уравнивающей силы механизма легко определяется из уравнения равновесия плана скоростей, построенного в виде рычага Жуковского. При этом из приложенных сил должны быть учтены силы инерции и пары сил инерции звеньев, так как использование уравнений равновесия статики для решения задач динамики возможно лишь при условии соблюдения известного из теоретической механики принципа Даламбера.

В общем случае величина уравнивающей силы механизма определяется с помощью метода Жуковского по следующему выражению:

$$P_{ур} = \frac{\sum Q_i h_i + \sum F_i h_i + \sum G_i h_i + \sum P_i h_i + \sum k_i M_i}{h_{ур}}, \quad (6.6)$$

где Q_i — сила полезного сопротивления, действующая на звено i ; F_i — сила вредного сопротивления; G_i — вес звена i ; P_i — сила инерции; M_i — момент сил инерции звена i ; h_i — плечи соответствующих сил на плане скоростей — рычаге Жуковского; k_i — коэффициент приведения действительных моментов сил инерции к рычагу Жуковского.

Необходимость приведения моментов сил вызвана тем, что, во-первых, результат вычислений уравнивающей силы механизма по формуле (6.6) зависит (в части моментов сил) от выбора масштаба плана скоростей, используемого в качестве рычага Жуковского, так как этот масштаб оказывает влияние на величину плеча $h_{ур}$; во-вторых, отношения длин отрезков, отображающих звенья на плане скоростей, к действительным значениям длин самих звеньев различны.

Приведение действительных моментов сил к рычагу Жуковского осуществляется следующим образом. Пусть дано звено AB механизма (рис. 6.5, а), к которому приложен момент сил инерции $M_{и}$. Скорости точек A и B звена обозначим соответственно v_A и v_B . Построив в произвольном масштабе план скоростей

(рис. 6.5, б), получим отрезок \overline{ab} , к которому необходимо привести заданный момент M_H . Для этого представим момент M_H в виде пары сил P, P' с плечом AB (рис. 6.5, а); очевидно, что $P = M_H/AB$. Далее, повернув силы P, P' по направлению вращения стрелки часов на 90° , перенесем их в точки a и b (рис. 6.5, б) плана скоростей. В результате на отрезке ab плана скоростей (рычага Жуковского) получим приведенную пару сил P, P' , которую вновь можно заменить дуговой стрелкой, изображающей момент $M'_H = Pab$. Подставив значение $P = M_H/AB$, получим

$$M'_H = \frac{ab}{AB} M_H = k_{AB} M_H,$$

где $k_{AB} = ab/AB$ — коэффициент приведения.

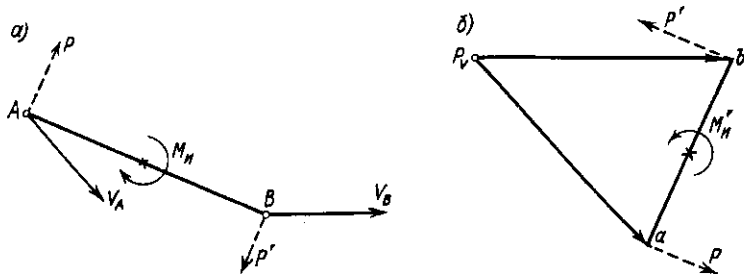


Рис. 6.5.

В заключение отметим, что при построении рычага Жуковского вместо поворота всех сил на угол 90° можно на этот же угол заранее повернуть все скорости. Подобный план скоростей называется *повернутым*. Перенос сил на повернутый план скоростей производится с сохранением их действительного направления.

Пример. Определить величину уравнивающей силы для положения механизма поршневого насоса, изображенного на рис. 6.6, при следующих значениях параметров:

Звенья механизма	...	OA	AB	AC	BD	CE	Ползун E
Длина звеньев, м	...	0,12	0,6	0,2	0,2	0,3	—
Масса, кг	...	5	10	—	5	8	15

Центры тяжести звеньев совпадают с серединами изображающих их отрезков. Сила полезного сопротивления $Q = 2000$ Н приложена к точке E. Ведущее звено OA совершает равномерное вращение при $n = 300$ об/мин. Для вычисления моментов сил инерции звеньев принять радиус инерции $\rho = 0,29 l$. Планы скоростей и ускорений приведены на рис. 6.6, масштабы их соответственно равны: $\mu_v = 0,1$ м/с/мм, $\mu_a = 3$ (м/с²)/мм.

Решение. Для определения уравнивающей силы необходимо: 1) построить план нагрузок, представляющий собой механизм в заданном положении, к звеньям которого приложены все действующие на них силы и моменты сил; 2) построить рычаг Жуковского (на рис. 6.6 для этой цели помимо действительного плана скоростей построен также повернутый план скоростей); 3) составить уравнение равновесия рычага Жуковского и, пользуясь формулой (6.6),

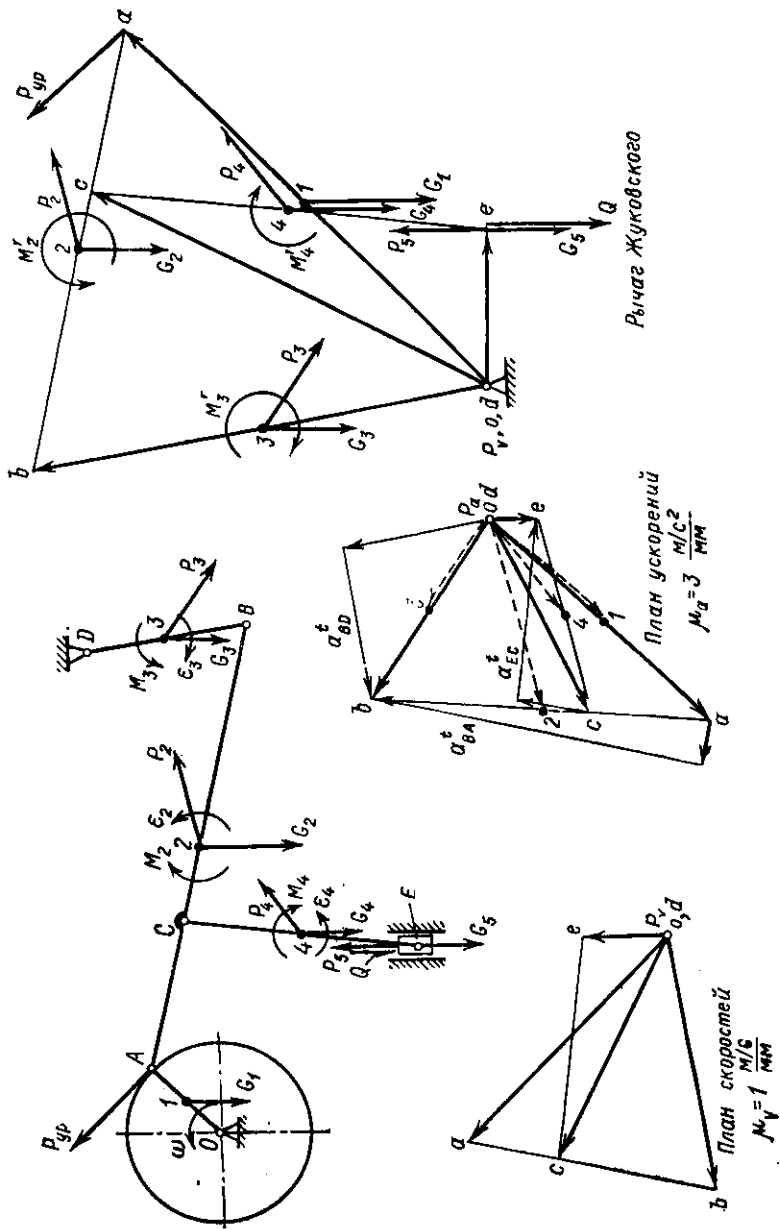


Рис. 6.6.

Т а б л и ц а 6.1. Расчетные данные к определению уравнивающей силы механизма

№ пп.	Задающие и вычисляемые величины	Обозначения и расчетные формулы	Звенья механизма				
			OA	AB	BD	CE	Пол-зун
1	Масса звена, кг	m	5	10	5	8	15
2	Отрезки плана ускорений, отображающие ускорения центров масс звеньев, мм	\bar{a}_s	20	27	15	16	6
3	Масштаб плана ускорений, (м/с ²)/мм	$\mu_a = 3$	—	—	—	—	—
4	Ускорение центра масс звеньев, м/с ²	$a_s = \mu_a \bar{a}_s$	60	81	45	48	18
5	Сила инерции звеньев, Н	$P_H = -ma_s$	300	810	225	384	270
6	Длина звеньев, м	l	0,12	0,60	0,20	0,30	—
7	Радиус инерции звеньев, м	$\rho = 0,29l$	—	0,17	0,06	0,09	—
8	Момент инерции звеньев, кг·м ²	$J_s = m\rho^2$	—	0,302	0,012	0,065	—
9	Отрезки плана ускорений, отображающие касательные ускорения звеньев, мм	\bar{a}^t	—	45	21	25	—
10	Касательное ускорение звеньев, м/с ²	$a^t = \mu_a \bar{a}^t$	—	135	63	75	—
11	Угловое ускорение звеньев, рад/с ²	$\varepsilon = a^t/l$	—	225	315	250	—
12	Момент сил инерции звеньев, Н·м	$M_{H_i} = -J_s \varepsilon$	—	67,9	5,7	16,3	—
	<i>Вычисление приведенных к рычагу Жуковского моментов сил инерции звеньев</i>						
13	Отрезки на рычаге Жуковского, к которым приложены моменты, мм	ab, bd и т. д.	—	60	62	53	—
14	Коэффициент приведения моментов, мм/м	$k_2 = ab/l_2;$ $k_3 = bd/l_3$ и т. д.	—	100	310	177	—
15	Моменты сил инерции звеньев, приведенные к рычагу Жуковского, Н·мм	$M_2' = k_2 M_2;$ $M_3' = k_3 M_3$ и т. д.	—	6790	1767	2885	—
	<i>Вычисление уравнивающей силы по формуле (6.6)</i>						
16	Плечо сил тяжести звеньев, мм	h	25	19	7	23	21
17	Плечо сил инерции, мм	h_H	—	47	22	6	21
18	Плечо сил полезного сопротивления, мм	h_{II}	—	—	—	—	21
19	Плечо уравнивающей силы, мм	$h_{ур}$	68	—	—	—	—

вычислить искомую величину уравновешивающей силы $P_{ур}$. Для удобства все расчеты представлены в табл. 6.1. Подставив в формулу (6.6) значение сил, плеч и моментов сил, найдем искомую величину уравновешивающей силы механизма

$$P_{ур} = \frac{(2000 \cdot 21) + (50 \cdot 25 + 100 \cdot 19 - 50 \cdot 7 + 80 \cdot 23 + 150 \cdot 21) + (810 \cdot 47 + 225 \cdot 22 + 384 \cdot 6 - 270 \cdot 21) + (-6790 + 1767 + 2885)}{68} = 1284 \text{ Н.}$$

Напомним, что направления угловых ускорений звеньев устанавливались по направлению касательных ускорений, определяемых по плану ускорений.

§ 6.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ ДАВЛЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Силами давлений называются силы взаимодействия звеньев, образующие кинематические пары механизмов и машин. Эти силы для пары сопряженных звеньев равны по величине, противоположны по направлению, а линия их действия (если не учитывать силы трения) совпадает с нормалью к поверхности касания звеньев (рис. 6.7). Условимся обозначать $N_{1,2}$ — силу давления звена 1 на звено 2, а $N_{2,1}$ — реакцию звена 2 на звено 1. При этом всегда имеет место равенство $N_{1,2} = -N_{2,1}$.

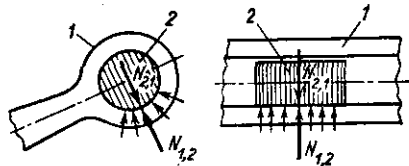


Рис. 6.7.

Определение сил давлений звеньев имеет важное значение для расчета звеньев механизма на прочность и износостойкость, а также для вычисления сил трения. Величина сил давлений может быть най-

дена аналитическим или графоаналитическим методом (посредством построения планов сил). Сущность графоаналитического метода состоит в следующем.

Пусть на звенья четырехшарнирного механизма, изображенного на рис. 6.8, действуют силы P_1 , P_2 и P_3 и моменты сил M_2 и M_3 , в число которых входят силы инерции и моменты сил инерции звеньев. Точка приложения уравновешивающей силы $P_{ур}$ и ее линия действия заданы. Задача состоит в определении сил давлений звеньев и величины уравновешивающей силы механизма $P_{ур}$.

Обозначим силы взаимодействия звеньев кинематических пар следующим образом: $N_{1,2}$ — сила давления звена 1 на звено 2 в шарнире A ; $N_{2,1}$ — сила реакции звена 2 на звено 1, причем $N_{1,2} = -N_{2,1}$; $N_{2,3}$ и $N_{3,2}$ — силы взаимодействия звеньев 2 и 3 в шарнире B ($N_{2,3} = -N_{3,2}$); $N_{4,1}$ и $N_{1,3}$ — силы давления неподвижного звена 4 (стойки механизма) на звенья 1 и 3 в закрепленных шарнирах O и C (рис. 6.8).

Каждая из этих сил может быть разложена на составляющие по двум взаимно перпендикулярным направлениям — вдоль соответствующего звена и перпендикулярно к звену. Составляющую силы давления, действующую, например, со стороны звена 1 на звено 2, направленную вдоль звена 2, будем называть нормальной и обозначать $N_{1,2}^n$, а составляющую, направленную перпендикулярно к звену 2, — касательной и обозначать $N_{1,2}^t$. Задача определения сил, действующих на каждое звено, является ста-

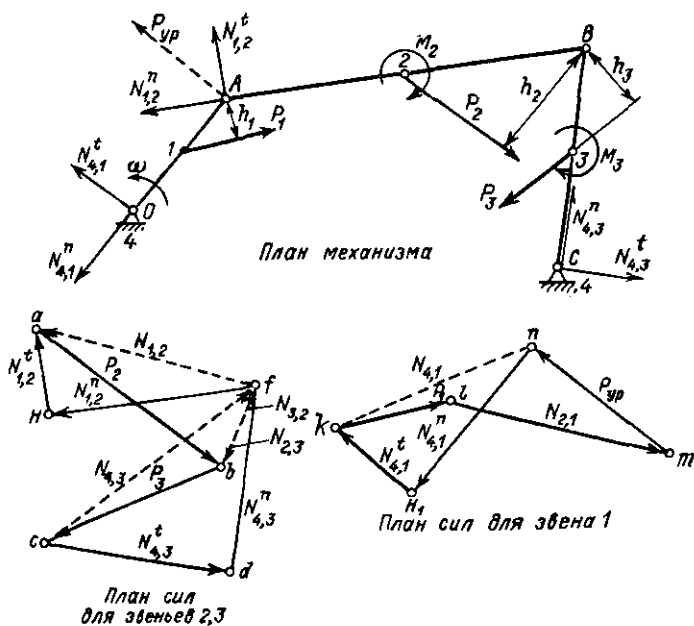


Рис. 6.8.

тически неопределимой, так как при четырех неизвестных силах можно составить три уравнения равновесия статики. Однако для двух звеньев, входящих в кинематическую пару, например 2 и 3, число неизвестных сил не превышает числа возможных уравнений равновесия статики, так как силы $N_{2,3}$ и $N_{3,2}$ равны по величине и противоположны по направлению.

В этом случае задача легко решается с помощью уравнений равновесия статики и построения плана сил (рис. 6.8). Касательные составляющие $N_{1,2}^t$ и $N_{4,3}^t$ для звеньев 2 и 3 определяются путем решения следующих уравнений равновесия статики ($\sum M_B = 0$):

$$N_{1,2}^t l_2 - P_2 h_2 + M_2 = 0,$$

$$- N'_{4,3} l_3 + P_3 h_3 + M_3 = 0,$$

откуда

$$N'_{1,2} = \frac{P_2 h_2 - M_2}{l_2}; \quad N'_{4,3} = \frac{P_3 h_3 + M_3}{l_3},$$

где l_2, l_3 — длины звеньев; h_2, h_3 — плечи сил P_2 и P_3 относительно центра шарнира B , взятые с учетом масштаба μ_s плана механизма.

Далее составим векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на звенья 2 и 3:

$$\underline{N}_{1,2}^n + \underline{N}_{1,2}^f + \underline{P}_2 + \underline{P}_3 + \underline{N}_{4,3}^f + \underline{N}_{4,3}^n = 0.$$

Здесь силы, известные по величине и направлению, подчеркнуты дважды, а силы, у которых известна только линия действия, — один раз. Для решения этого векторного уравнения построим в масштабе μ_p (мм/Н) план сил. Построение плана сил ведется в следующем порядке. Из произвольно выбранной точки H в масштабе сил μ_p откладывают векторы сил $N'_{1,2}$, P_2 , P_3 и $N'_{4,3}$. Затем через точку H проводят линию действия силы $N''_{1,2}$, а через точку d (конец вектора $N'_{4,3}$) — линию действия силы $N''_{4,3}$, на пересечении которых получают замыкающую точку f плана сил. Отрезки af , cf , bf плана сил (на рис. 6.8 показаны штриховыми линиями) представляют собой в масштабе μ_p суммарные силы взаимодействия звеньев кинематических пар (в шарнирах A , B и C).

Определение реакции $N_{4,1}$ звена 4 на звено 1 (шарнир O) и уравновешивающей силы $P_{ур}$ механизма производится аналогичным образом. Сначала по уравнению равновесия определяют касательную составляющую $N'_{4,1} = P_1 h_1 / l_1$, после чего по векторному уравнению

$$\underline{N}_{4,1}^n + \underline{N}_{4,1}^f + \underline{P}_1 + \underline{N}_{2,1} + \underline{P}_{ур} = 0$$

строят план сил.

Для этого из точки H_1 последовательно откладывают в масштабе μ_p силы $N'_{4,1}$, P_1 и $N_{2,1}$. Затем через точки H_1 и m проводят линии действия нормальной реакции $N''_{4,1}$ и уравновешивающей силы $P_{ур}$, пересечение которых даст точку n . Отрезок nk построенного плана сил представляет собой в масштабе μ_p искомую реакцию $N_{4,1}$, а отрезок mn — искомую уравновешивающую силу $P_{ур}$.

Естественно, та же величина силы $P_{ур}$ может быть найдена и с помощью рычага Жуковского, который в данном случае может быть использован для проверки правильности результата.

§ 6.5. ПРИВЕДЕННАЯ МАССА И ПРИВЕДЕННЫЙ МОМЕНТ ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА

При исследовании динамики механизмов и машин действительные массы и моменты инерции звеньев удобно заменять эквивалентными им значениями масс и моментов инерции, которые условно приписывают обычно одному звену. Эта условная замена масс и моментов инерции называется *приведением масс и моментов инерции*, а звено, относительно которого осуществляется приведение, называется *звеном приведения*.

Приведение масс и моментов инерции, а также приведение сил, действующих на звенья механизма, дает возможность заменить совокупность звеньев и сил, приложенных к ним, одним звеном

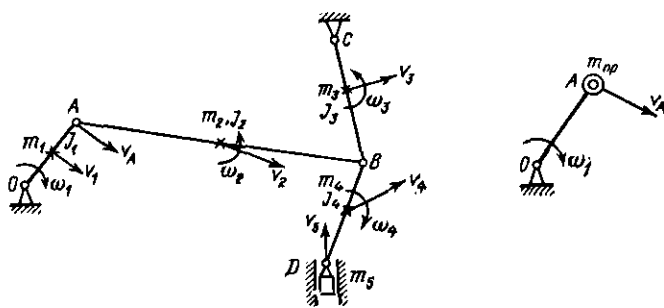


Рис. 6.9.

с эквивалентной массой и приведенной к этому звену силой. Следовательно, движение звеньев действительного механизма условно может быть заменено эквивалентным движением звена приведения, что существенно упрощает решение задач динамики машин. Условием эквивалентности действительных масс и моментов инерции приведенной массе или приведенному моменту инерции является равенство величин кинетической энергии приводимых звеньев, с одной стороны, и звена приведения — с другой. Рассмотрим это на следующем примере.

Пусть дан механизм насоса (рис. 6.9), параметры движения которого известны. Кинетическая энергия любого звена механизма определяется по равенству

$$T_i = m_i v_i^2 / 2 + J_i \omega_i^2 / 2$$

где $m_i v_i^2 / 2$ — кинетическая энергия звена i при его поступательном движении; $J_i \omega_i^2 / 2$ — кинетическая энергия при вращательном движении этого звена вокруг оси, проходящей через центр тяжести.

Общая кинетическая энергия механизма равна сумме величин кинетической энергии его звеньев

$$T = m_1 v_1^2 / 2 + J_1 \omega_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2 + J_2 \omega_2^2 / 2 + \dots + m_5 v_5^2 / 2,$$

или

$$T = \sum_i m_i v_i^2 / 2 + \sum_i J_i \omega_i^2 / 2.$$

Кинетическая энергия ведущего звена, принятого за звено приведения, $T_{\text{пр}} = m_{\text{пр}} v_A^2 / 2$, где $m_{\text{пр}}$ — приведенная масса; v_A — окружная скорость точки A звена приведения.

Так как по условию эквивалентности $T_{\text{пр}} = T$, то приведенная масса определится по формуле

$$m_{\text{пр}} = 2T / v_A^2 = \sum_i (m_i v_i^2 / v_A^2) + \sum_i (J_i \omega_i^2 / v_A^2). \quad (6.7)$$

При вращательном движении звена приведения удобно пользоваться не массой $m_{\text{пр}}$, а приведенным моментом инерции $J_{\text{пр}}$ относительно оси вращения звена, величина которого определяется из выражения

$$J_{\text{пр}} = 2T / \omega_1^2 = \sum_i (m_i v_i^2 / \omega_1^2) + \sum_i (J_i \omega_i^2 / \omega_1^2). \quad (6.8)$$

Если в формулу (6.8) подставить значение угловой скорости звена приведения $\omega_1 = v_A / r$, где r — радиус-вектор точки приведения масс, то зависимость между приведенным моментом инерции и приведенной массой получит вид: $J_{\text{пр}} = m_{\text{пр}} r^2$.

Таким образом, *приведенной массой* или *моментом инерции* механизма называется масса или момент инерции звена приведения, которое обладает кинетической энергией, равной сумме величин кинетической энергии приводимых звеньев.

Так как скорость любой точки механизма пропорциональна угловой скорости ведущего звена, то величина приведенного момента инерции, а равно и величина приведенной массы не зависят от угловой скорости звена приведения и являются лишь функцией положения механизма (т. е. угла поворота ведущего звена).

§ 6.6. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

Современное состояние техники характеризуется применением различных машин, предназначенных для выполнения разнообразных технологических процессов. Это обуславливает весьма широкий диапазон закономерностей, по которым изменяются полезные сопротивления, преодолеваемые машинами. Кроме того, нередко одна и та же машина может иметь несколько режимов движения, определяемых различными значениями параметров кинематики и сил сопротивлений. Воспроизведение заданного режима движения любой машины возможно лишь при точном соответствии закономерностей изменения приложенных к ее звеньям сил движущих и сил сопротивлений. Однако такое соответствие практически воспроизвести трудно, поэтому скорости и ускорения точек звеньев механизмов, а также силы, действующие на их звенья, могут значительно отличаться от заданных.

Решение задачи об определении действительных параметров кинематики звеньев в зависимости от сил, вызывающих их движение, а также и других задач динамики осуществляется с помощью уравнения движения механизма.

Уравнением движения принято называть аналитическую зависимость между силами, действующими на звенья механизма или машины, и параметрами их движения. Оно может быть выражено в форме уравнения сил или моментов сил, а также в дифференциальной форме. Основой уравнения движения механизма является известная теорема механики: изменение кинетической энергии механической системы за некоторый промежуток времени равно величине работы всех сил, действующих на эту систему, на возможных перемещениях их точек приложения за тот же промежуток времени. В общем случае уравнение движения имеет вид

$$T - T_0 = A_d - A_{п.с} - A_{в.с} \pm A_v, \quad (6.9)$$

где T_0 , T — кинетическая энергия механизма в начале и в конце рассматриваемого времени движения; A_d , $A_{п.с}$, $A_{в.с}$, A_v — работа сил соответственно движущих, полезных и вредных сопротивлений и веса.

Любой действительный механизм условно может быть заменен приведенным, в котором: $m_{пр}$, $J_{пр}$ — приведенные масса и момент инерции; $P_{пр}$, $M_{пр}$ — приведенная (уравновешивающая) сила и момент сил; v_0 , v , ω_0 , ω — скорости звена приведения в начале и в конце рассматриваемого промежутка времени движения; dS , $d\varphi$ — элементарные перемещения звена приведения.

В этом случае уравнение движения (6.9) в форме сил и моментов сил получит вид:

$$\frac{m_{пр}v^2}{2} - \frac{m_{пр}v_0^2}{2} = \int_s P_{пр} dS; \quad (6.10)$$

$$\frac{J_{пр}\omega^2}{2} - \frac{J_{пр}\omega_0^2}{2} = \int_{\varphi} M_{пр} d\varphi. \quad (6.11)$$

При более точном исследовании движения механизма, учете переменного значения параметров $m_{пр}$ и $J_{пр}$ (например, $J_{пр} = J_{пр}(\varphi)$) уравнение движения удобно выразить в дифференциальной форме следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{J_{пр}\omega^2}{2} \right) &= \frac{d}{dt} (M_{пр}\varphi); \\ \frac{dJ_{пр}}{dt} \frac{\omega^2}{2} + \frac{2J_{пр}\omega}{2} \frac{d\omega}{dt} &= \\ = \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{пр}}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + J_{пр} \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\omega}{dt} &= M_{пр} \frac{d\varphi}{dt}; \\ \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_{пр}}{d\varphi} + J_{пр} \frac{d\omega}{dt} &= M_{пр}. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Принято различать три основных периода движения механизма: пуск, или разбег, установившееся движение и выбег, заканчивающийся остановкой машины (рис. 6.10).

1. Разбегом называется процесс увеличения скорости движения звеньев машины от нуля до некоторого значения v_1 , соответствующего величине скорости установившегося движения. В этом случае уравнение (6.9) имеет вид

$$m_{\text{пр}}v_1^2/2 = A_d - A_{\text{п.с}} - A_{\text{в.с}} \pm A_{\text{в.}}$$

Часто с целью сокращения промежутка времени разбега звенья машины не нагружаются силами полезного сопротивления. Например, процесс резания в металлорежущих станках начинается после того, как станок пущен в ход, т. е. после разбега. В этих случаях работа сил полезных сопротивлений при разбеге $A_{\text{п.с}} = 0$. Учитывая, что вес звеньев за рассматриваемый период движения машины (при целом количестве циклов) может быть принят равным нулю, уравнение движения машины получит следующий вид:

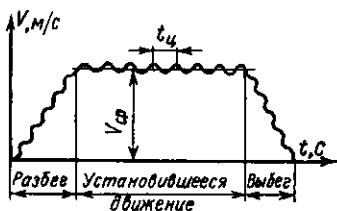


Рис. 6.10.

$$A_d = A_{\text{в.с}} + m_{\text{пр}}v_1^2/2.$$

Это означает, что энергия движущих сил в период пуска затрачивается на преодоление сил сопротивлений и на увеличение кинетической энергии машины. Сокращение времени пуска машины может быть достигнуто путем увеличения мощности двигателя и уменьшения сил вредных сопротивлений.

2. Период установившегося движения является, как правило, наиболее продолжительным и характеризуется постоянством средней скорости $v_{\text{ср}}$ движения ведущего звена (рис. 6.10). Мгновенная скорость ведущего звена в течение одного цикла движения машины (т. е. за промежуток времени $t_{\text{ц}}$) изменяется, однако среднее ее значение за цикл, а следовательно, и за весь период установившегося движения остается постоянным. Изменение кинетической энергии машины за период установившегося движения равно нулю, и уравнение (6.9) принимает вид

$$A_d = A_{\text{п.с}} + A_{\text{в.с}} \quad (6.13)$$

Следовательно, энергия движущих сил в период установившегося движения машины затрачивается только на преодоление работы сил полезных и вредных сопротивлений. Чем меньше работа сил вредных сопротивлений (сил трения и др.), тем полезнее используется энергия в машине.

3. Выбег характеризуется постепенным уменьшением скорости движения звеньев машины до нуля. Для остановки машины приток энергии к двигателю должен быть прекращен, поэтому $A_d = 0$.

Уравнение движения машины для периода выбега может быть записано в следующем виде:

$$m_{\text{пр}} v_1^2 / 2 = A_{\text{п.с}} + A_{\text{в.с.}}$$

Из этого уравнения следует, что кинетическая энергия движущихся частей машины при выбеге должна быть израсходована на преодоление сил полезных и вредных сопротивлений. Сокращение времени выбега машины достигается искусственным увеличением сил вредных сопротивлений, которое называется *торможением*.

§ 6.7. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ МАШИНЫ

Под коэффициентом полезного действия (к. п. д.) машины понимают параметр, при помощи которого оценивается полезный эффект использования энергии в машине. Величина к. п. д. определяется как отношение затраты энергии на преодоление сил полезных сопротивлений за некоторый промежуток времени к общей затрате энергии в машине за тот же промежуток времени. В зависимости от вида преобразуемой или используемой в машине энергии, например механической, электрической, тепловой и др., различают к. п. д. соответственно механический, электрический, термический и др. В этом параграфе ограничимся рассмотрением механического к. п. д., который учитывает затрату энергии только на преодоление сил вредных сопротивлений: сил трения звеньев, сопротивления окружающей среды (воздуха, смазывающей жидкости). Величина к. п. д. механизма или машины для периода установившегося движения определяется по равенству

$$\eta = A_{\text{п.с}} / A_{\text{д}}. \quad (6.14)$$

Рассматривая работу $A_{\text{д}}$ и $A_{\text{п.с}}$ за промежуток времени Δt (с), получим

$$\eta = N_{\text{п.с}} / N_{\text{д}}.$$

где $N_{\text{д}}$ и $N_{\text{п.с}}$ — мощность соответственно на ведущем и ведомом звеньях машины.

Иногда к. п. д. удобно выразить через работу сил вредных сопротивлений $A_{\text{в.с.}}$, имея в виду, что для периода установившегося движения $A_{\text{п.с}} = A_{\text{д}} - A_{\text{в.с.}}$. В этом случае

$$\eta = A_{\text{п.с}} / A_{\text{д}} = (A_{\text{д}} - A_{\text{в.с.}}) / A_{\text{д}} = 1 - (A_{\text{в.с.}} / A_{\text{д}}). \quad (6.15)$$

Анализируя полученное выражение, нетрудно заметить, что к. п. д. всегда меньше единицы, так как работа сил вредных сопротивлений не может быть равной нулю.

К. п. д. одной и той же машины в значительной мере зависит от величины полезно используемой в ней энергии. К. п. д. машины при холостом ходе ее равен нулю, так как в этом случае энергия движущихся сил затрачивается только на преодоление сил вредных сопротивлений. Наибольшая величина к. п. д. машины

наблюдается при некотором оптимальном значении полезно используемой мощности. На величину к. п. д. оказывают влияние многочисленные факторы, связанные с конструкцией машины и их эксплуатацией: например, применение подшипников качения вместо подшипников скольжения, а также применение рациональной смазки поверхностей трения звеньев дает возможность при прочих равных условиях увеличить к. п. д. машин.

Отметим, что при вычислении к. п. д. по уравнению (6.15) может быть получена отрицательная его величина, если $A_{в.} > A_{д}$. Это означает, что механизм или машина под действием приложенных сил не может совершать движение в рассматриваемом направлении. Такое явление принято называть *самоторможением*.

В состав механизма или машины могут входить несколько более простых механизмов, которые соединяются между собой для передачи энергии последовательно или параллельно.

Последовательное соединение механизмов имеет широкое распространение. В качестве примера на рис. 6.11, а изображена схема привода к ленточному транспортеру. Привод состоит из трех последовательно соединенных механизмов: ременной передачи и двух пар зубчатых передач. Для определения к. п. д. этого привода введем следующие обозначения: A_1 — работа, совершаемая движущим моментом электродвигателя; A_2, A_3 — полезная работа на соответствующих валах привода; A_4 — полезная работа, совершаемая на валу барабана транспортера; η_1, η_2, η_3 — к. п. д. механизмов, входящих в привод; при этом

$$\eta_1 = A_2/A_1; \eta_2 = A_3/A_2; \eta_3 = A_4/A_3.$$

Общий к. п. д. привода транспортера

$$\eta_0 = A_{п.с}/A_{д} = A_4/A_1.$$

Подставив значение

$$A_4 = A_3\eta_3 = A_2\eta_2\eta_3 = A_1\eta_1\eta_2\eta_3,$$

получим

$$\eta_0 = A_4/A_1 = A_1\eta_1\eta_2\eta_3/A_1 = \eta_1\eta_2\eta_3.$$

Таким образом, если в состав машины входят n простых механизмов, соединенных между собой последовательно, то общий к. п. д. машины равен произведению к. п. д. отдельных ее механизмов, т. е.

$$\eta_0 = \prod_{i=1}^{i=n} \eta_i. \quad (6.16)$$

Из этого выражения следует, что наличие в машине большого числа последовательно соединенных механизмов влечет за собой снижение общего к. п. д. машины.

Параллельное соединение механизмов показано на схеме привода грузоподъемного крана (рис. 6.11, б), в котором энергия дви-

жущих сил через распределительный вал передается к барабану подъемной лебедки, поворотному устройству и ходовым колесам.

Общий к. п. д. η параллельно соединенных механизмов определяется следующим образом. Обозначим: A_d — работа движущих

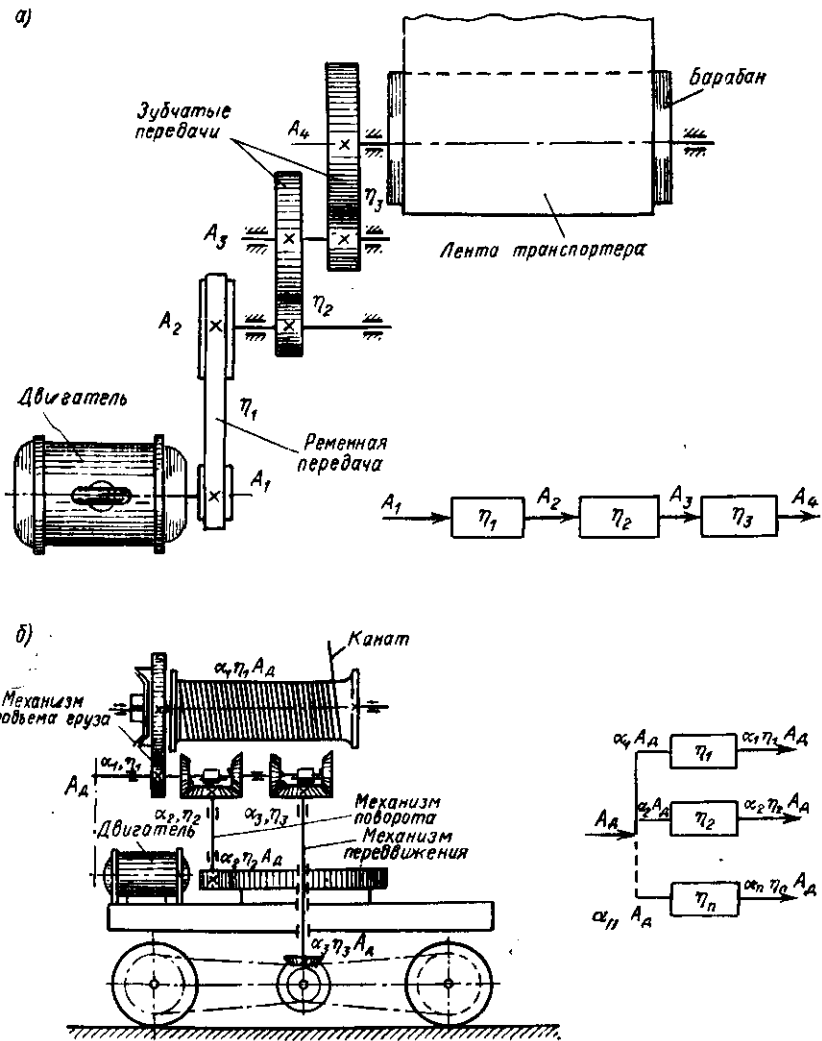


Рис. 6.11.

щих сил распределительного вала; $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — коэффициенты, характеризующие распределение работы движущих сил между отдельными механизмами (при этом $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$),

$$A_{п.с} = \alpha_1 \eta_1 A_d + \alpha_2 \eta_2 A_d + \dots + \alpha_n \eta_n A_d.$$

Общий к. п. д. машины может быть вычислен из равенства

$$\eta = A_{п.с}/A_d = (\alpha_1 \eta_1 A_d + \alpha_2 \eta_2 A_d + \dots + \alpha_n \eta_n A_d) / A_d$$

или

$$\eta = \alpha_1 \eta_1 + \alpha_2 \eta_2 + \dots + \alpha_n \eta_n = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i \eta_i. \quad (6.17)$$

Следовательно, при параллельном соединении механизмов общий к. п. д. машины зависит не только от к. п. д. отдельных механизмов, но и от распределения всей энергии движущих сил, передаваемой этими механизмами. В частном случае, когда к. п. д. механизмов, составляющих машину, равны между собой, т. е. $\eta_i = \eta$, общий к. п. д.

$$\eta_0 = \sum \alpha_i \eta = \eta \sum \alpha_i = \eta,$$

так как $\sum \alpha_i = 1$.

Параллельное соединение механизмов при прочих равных условиях дает возможность получать более высокий к. п. д. машины, чем при последовательном соединении.

В современных машинах встречается смешанное соединение механизмов, включающее как последовательное, так и параллельное соединение. В этом случае общий к. п. д. машины определяется путем совместного использования формул (6.6) и (6.17).

§ 6.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ МОЩНОСТЬЮ И ВРАЩАЮЩИМ МОМЕНТОМ НА ВЕДУЩЕМ И ВЕДОМОМ ЗВЕНЬЯХ

Мощность представляет собой меру интенсивности процесса преобразования или расходования энергии. В технике мощность определяется как работа, совершаемая машиной в единицу времени, и измеряется в ваттах (Вт) или киловаттах (кВт).

При поступательном движении мощность (Вт) может быть вычислена по равенству

$$N = \frac{PS \cos(P, S)}{t} = Pv \cos(P, v), \quad (6.18)$$

где P — сила, приложенная к звену, Н; v — скорость движения точки приложения силы, м/с.

Если линия действия силы совпадает с направлением вектора скорости, то $N = Pv$.

При вращательном движении мощность (Вт) выражается произведением момента сил M , вызывающего вращение звена, на угловую скорость ω , т. е.

$$N = M\omega. \quad (6.19)$$

В процессе передачи энергии от вала двигателя к ведомому валу рабочей машины часть энергии затрачивается на преодоление сил вредных сопротивлений, вследствие чего мощность, раз-

виваемая на ведомом валу, уменьшается. Кроме того, при изменении скорости движения ведомого звена по сравнению со скоростью ведущего звена вращающий момент преобразуется как по величине так и по направлению. Изменение мощности и момента сил при передаче энергии от ведущего вала машины к ведомому рассмотрим на следующем примере.

Пусть дана передача (рис. 6.12), состоящая из двух зубчатых колес, из которых первое является ведущим 1, а второе — ведомым 2. Мощность, момент и угловую скорость ведущего вала обозначим N_1, M_1, ω_1 , а ведомого вала — N_2, M_2, ω_2 . Трение в зацеплении зубчатых колес и подшипников валов учитывается к. п. д. передачи. В соответствии с формулой (6.14) имеем

$$\eta = N_2/N_1,$$

откуда находим

$$N_2 = N_1\eta. \quad (6.20)$$

Для определения момента сил, вращающих ведомый вал, выразим мощности N_1 и N_2 через величины моментов и угловые скорости каждого из валов по равенству (6.19). Прделав это, получим

$$M_2\omega_2 = M_1\omega_1\eta,$$

откуда

$$M_2 = M_1(\omega_1/\omega_2)\eta.$$

Отношение угловых скоростей ведущего вала к ведомому $\omega_1/\omega_2 = i_{1,2}$ называется их *передаточным отношением*. С учетом этого

$$M_2 = M_1i_{1,2}\eta. \quad (6.21)$$

Пример. Определить мощность, которой должен обладать электродвигатель ленточного транспортера (см. рис. 6.11, а), если известны: момент сил на валу барабана, необходимый для передвижения ленты, $M_6 = 3500$ Н·м; скорость движения ленты $v = 25$ м/мин; диаметр барабана $D_6 = 350$ мм; общее передаточное отношение привода $i_0 = 33$; к. п. д. ременной передачи $\eta_p = 0,96$, зубчатой $\eta_3 = 0,97$.

Решение. Угловая скорость вала электродвигателя

$$\omega_d = \omega_6 i_0 = \frac{v i_0}{0,5 D_6} = \frac{25 \cdot 33}{0,5 \cdot 0,35 \cdot 60} = 78 \text{ рад/с (750 об/мин)}.$$

Момент, который необходимо иметь на валу электродвигателя,

$$M_d = \frac{M_6}{i \eta_p \eta_3^2} = \frac{3500}{33 \cdot 0,96 \cdot 0,97^2} = 117 \text{ Н·м}.$$

Мощность, развиваемая на валу электродвигателя,

$$N = \frac{M_d \omega_d}{1000} = \frac{117 \cdot 78}{1000} = 9,1 \text{ кВт}.$$

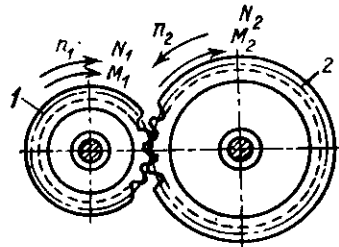


Рис. 6.12.

Глава 7. ТРЕНИЕ В МАШИНАХ

§ 7.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Сцепление и трение элементов звеньев, образующих кинематические пары механизмов и машин, представляют собой сложные физико-химические процессы, имеющие большое значение в технике. Сцепление проявляется в сопротивлении относительному сдвигу контактирующих элементов (в состоянии относительного покоя), а трение — в сопротивлении относительному движению. Одной из количественных мер интенсивности каждого из этих явлений принято считать соответственно силу сцепления и силу трения, векторы которых лежат в плоскости, касательной к поверхностям звеньев в зоне их контакта.

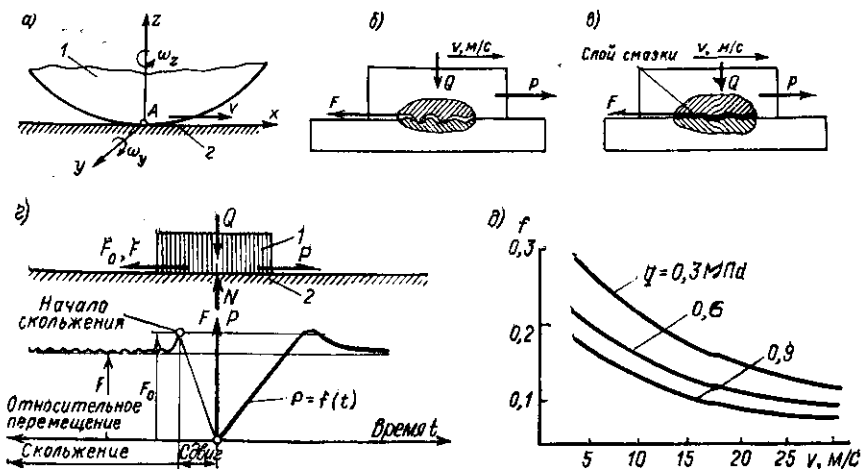


Рис. 7.1.

В зависимости от вида относительного движения звеньев различают трение скольжения и трение качения. Поясним это на следующем примере (рис. 7.1, а). Пусть звено 1 перемещается поступательно по звену 2 со скоростью v так, что точка A звена 1 скользит по поверхности звена 2. Возникающее в этом случае трение называется *трением скольжения*. Если то же звено 1 перекатывается по звену 2, поворачиваясь с угловой скоростью ω_y относительно мгновенной оси вращения y , проходящей через точку A контакта звеньев, то такое трение называется *трением качения*. Разновидностью трения скольжения является *трение верчения*, которое имеет место в случае вращения звена 1 относительно вертикальной оси z с угловой скоростью ω_z .

Сцепление и трение широко используются в современной технике. Так, например, движение различных транспортных машин осуществляется посредством сцепления колес с элементами ос-

нования, по которым они катятся. Принцип действия таких механических передач, как фрикционная, ременная и других, основан также на использовании сил сцепления. Распространение получила сварка деталей машин с помощью трения, в основу которой положено преобразование механической энергии в тепловую. Вместе с тем трение представляет собой вредное явление, так как на преодоление сил трения в механизмах и машинах непроизводительно затрачивается энергия движущих сил, что снижает к. п. д. машин. Кроме того, трение является одной из главных причин, вызывающих износ соприкасающихся деталей машин.

§ 7.2. ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ И ЕГО ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Виды трения скольжения. Трение скольжения может быть *сухим*, когда между соприкасающимися поверхностями звеньев нет какой-либо смазки (рис. 7.1, б), и *жидкостным*, если трущиеся поверхности разделяет слой смазки (рис. 7.1, в). Часто в машинах встречается трение, при котором слой смазки разделяет трущиеся поверхности звеньев лишь частично. Такое трение называется *полусухим* или *полужидкостным*, в зависимости от того, какой вид трения является преобладающим. Сопротивление, возникающее при жидкостном трении, значительно меньше сопротивления сухого трения.

В данной главе рассматриваются основные закономерности сухого трения и методы определения сил трения звеньев, составляющих различные кинематические пары. Основные сведения по теории жидкостного трения скольжения приведены в гл. 23.

Основные закономерности сухого трения. Поверхности звеньев, даже весьма тщательно отполированные, имеют мало заметные для невооруженного глаза выступы и углубления, которые образуют так называемую *шероховатость* (рис. 7.1, б). При скольжении шероховатых поверхностей происходит механическое зацепление и деформирование отдельных выступов, на что затрачивается некоторая часть энергии движущих сил. Кроме того, в местах весьма плотного соприкосновения выступов шероховатых поверхностей возникают силы молекулярного взаимодействия, на преодоление которых также затрачивается энергия движущих сил. Таким образом, сухое трение скольжения и возникающее при этом сопротивление относительно движению звеньев являются, в основном, результатом механического зацепления мельчайших выступов поверхностей и молекулярного взаимодействия их по площадкам контакта.

Процесс нарастания сдвига (деформации) выступов соприкасающихся поверхностей звеньев и возникновения силы трения можно проследить на следующем примере. Пусть к звену, находящемуся в относительном покое, приложена движущая сила P (рис. 7.1, г).

По мере увеличения этой силы возрастают деформация сдвига шероховатостей поверхности звеньев и сопротивление их относительному смещению. Наконец, при некотором значении силы P состояние относительного покоя нарушится, и начнется скольжение. Сила F_0 наибольшего сопротивления относительному смещению, наблюдаемая в мгновение, предшествующее началу скольжения, называется *силой сцепления*. При появлении относительного скольжения звена сила сопротивления движению заметно (скачкообразно) уменьшается и становится равной силе трения F .

Многочисленными исследованиями установлены следующие основные закономерности трения скольжения.

1. Силу сцепления и силу трения скольжения в первом приближении можно считать прямо пропорциональной силе взаимного нормального давления звеньев:

$$F_0 = f_0 N; F = fN, \quad (7.1)$$

где f_0 и f — коэффициент сцепления и коэффициент трения скольжения; N — сила нормального давления (сила взаимодействия звеньев 1 и 2 в направлении общей нормали к их касающимся поверхностям).

2. Вектор силы трения направлен в сторону, противоположную направлению вектора относительной скорости движения.

3. Сила сцепления F_0 для большинства твердых тел несколько больше силы трения скольжения, т. е. $F_0 > F$ и $f_0 > f$; это неравенство нарушается при трении звеньев, изготовленных из некоторых синтетических материалов.

4. Коэффициент трения скольжения f зависит от рода материалов, состояния и качества обработки поверхностей трения звеньев, скорости относительного скольжения, удельного давления и других факторов. График зависимости коэффициента трения скольжения f от скорости скольжения v и удельного давления q тормозных колодок на бандажи колесных пар железнодорожных вагонов показан на рис. 7.1, д.

При ориентировочных расчетах сила трения может быть вычислена по формуле (7.1) в предположении, что коэффициент трения постоянен. Значения коэффициентов сцепления и трения скольжения для некоторых материалов приведены в табл. 7.1. Однако при больших скоростях движения и переменных нагрузках необходимо учитывать влияние на коэффициент трения величин скорости, удельного давления, а также условий работы узла трения¹.

Угол трения. Угол трения представляет собой один из параметров процесса трения. Сущность этого параметра рассмотрим

¹ Значения коэффициентов трения для различных материалов и условий взаимодействия звеньев можно найти в книге И. В. Крагельского и И. Э. Виноградовой «Коэффициенты трения». М., Машгиз, 1962.

Т а б л и ц а 7.1. Ориентировочные значения коэффициента сцепления и коэффициента трения скольжения

Материал трущихся пар	Коэффициент сцепления		Коэффициент трения скольжения	
	при сухом трении	при трении со смазкой	при сухом трении	при трении со смазкой
Сталь по стали	0,3	0,1—0,2	0,25	0,05—0,15
» » чугуны	0,23	—	0,20	0,05—0,1
» » бронзы	0,20	0,1—0,15	0,18	0,05—0,1
» » капрону	—	—	0,1—0,3	0,3—0,05
» » текстолиту (со смазкой водой)	—	—	0,35	0,01—0,05

на следующем примере. Пусть на звено 1 под углом α к вертикали действует сила Q (рис. 7.2, а). Составляющая этой силы $P = Q \sin \alpha$ стремится сдвинуть звено 1 относительно звена 2,

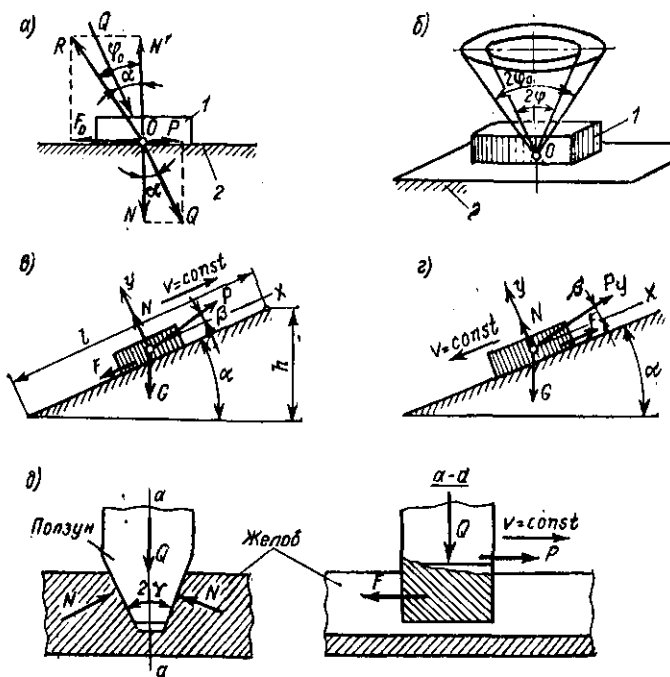


Рис. 7.2.

а составляющая $N = Q \cos \alpha$ вызывает силу сцепления $F_0 = f_0 N = f_0 Q \cos \alpha$, которая препятствует движению. При $P < F_0$ звено 1 остается в покое относительно звена 2. С увеличе-

нием угла α возрастает сила P и уменьшается сила F_0 . Предельное значение угла $\alpha = \varphi_0$, при котором $P = F_0$, называется *углом сцепления*. Рассматривая рис. 7.2, а можем отметить, что угол сцепления есть наибольший угол, на который может отклониться от нормали равнодействующая R сил нормальной реакции N' и сцепления F_0 , возникающих при взаимодействии звеньев 1 и 2. В случае движения звена 1 реакция R всегда отклоняется от нормали на угол трения скольжения φ . Связь между коэффициентом сцепления и углом сцепления может быть установлена следующим образом: при $\alpha = \varphi_0$ $P = F_0$. Подставив значения P и F_0 , получим $Q \sin \varphi_0 = f_0 Q \cos \varphi_0$, откуда $f_0 = \operatorname{tg} \varphi_0$. Аналогично устанавливается зависимость между коэффициентом трения скольжения и углом трения скольжения

$$f = \operatorname{tg} \varphi. \quad (7.2)$$

До сих пор рассматривалось относительное скольжение звеньев в одном направлении. При вращении вектора силы P вокруг нормали NN' (рис. 7.2, а) соответственно вращается и вектор сил F_0 или F . В этом случае линия действия вектора равнодействующей R описывает круглые конические поверхности с углом при вершине O , равным $2\varphi_0$ или 2φ (рис. 7.2, б). Полученные при этом конусы называются соответственно *конусом сцепления* и *конусом трения скольжения*. Значение этих конусов заключается в том, что относительное движение звеньев 1 и 2 возможно лишь в случае, если линия действия главного вектора сил, приложенных к звену 1 (в рассматриваемом примере — силы Q), располагается за пределами конуса сцепления. Относительный покой звеньев будет иметь место при расположении линии действия главного вектора сил внутри конуса сцепления (или конуса скольжения, если до этого звенья находились в движении).

§ 7.3. ТРЕНИЕ ЗВЕНЬЕВ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ ПАР

К числу наиболее часто встречающихся в механизмах поступательных пар можно отнести пары: наклонную плоскость и скользящее по ней тело, ползун и направляющую и др. Под наклонной плоскостью подразумевается настил или помост, с помощью которого осуществляется подъем и спуск какого-либо груза.

Трение на наклонной плоскости. Рассмотрим трение тела при равномерном движении его вверх по наклонной плоскости (рис. 7.2, в).

Пусть дано: G — вес перемещаемого тела; α — угол наклона плоскости; f — коэффициент трения скольжения. Требуется определить величину движущей силы P , линия действия которой направлена под углом β к наклонной плоскости. Для решения этой задачи воспользуемся уравнениями равновесия статики. С этой целью проведем оси координат x , y и обозначим: N — нормальная реакция плоскости; F — сила трения.

Составив уравнения равновесия статики, получим

$$\begin{aligned}\sum x &= -F - G \sin \alpha + P \cos \beta = 0; \\ \sum y &= N - G \cos \alpha + P \sin \beta = 0,\end{aligned}$$

откуда найдем:

$$F = P \cos \beta - G \sin \alpha; \quad N = G \cos \alpha - P \sin \beta.$$

Учитывая, что $F = fN$, имеем

$$P = G (\sin \alpha + f \cos \alpha) / (\cos \beta + f \sin \beta).$$

Подставив сюда значение $f = \operatorname{tg} \varphi$, где φ — угол трения, получим окончательно

$$P = G [\sin (\alpha + \varphi) / \cos (\beta - \varphi)]. \quad (7.3)$$

В частном случае, если сила P направлена параллельно наклонной плоскости, т. е. $\beta = 0$, имеем

$$P = G [\sin (\alpha + \varphi) / \cos \varphi].$$

При движении тела вниз по наклонной плоскости сила трения имеет противоположное направление. В этом случае равномерное движение возможно при условии приложения к телу удерживающей силы P_y (рис. 7.2, з), величина которой определяется по следующему равенству, полученному аналогично (7.3):

$$P_y = G [\sin (\alpha - \varphi) / \cos (\beta + \varphi)]. \quad (7.4)$$

Явление самоторможения. Как уже отмечалось, самоторможением называется явление, при котором относительное движение соприкасающихся звеньев вследствие трения становится невозможным. Явление самоторможения, наблюдаемое при поступательном перемещении тела по наклонной плоскости, можно пояснить следующим образом. Рассматривая формулу (7.4), нетрудно заметить, что при $\alpha < \varphi$ удерживающая сила P_y получит отрицательный знак. Это означает, что тело удерживается на месте вследствие превышения силы сцепления над составляющей веса $G \sin \alpha$. Следовательно, если на тело, помещенное на наклонную плоскость с углом $\alpha < \varphi$ (где φ — угол трения), действует только вес, то оно будет находиться в состоянии покоя или, если оно было ранее приведено в движение другой силой, станет совершать замедленное движение. Такая поступательная пара называется *самотормозящейся*.

Трение клинчатого ползуна в желобе. В ряде случаев поступательную пару составляют ползун клинообразного профиля и направляющая с двумя наклонными поверхностями (рис. 7.2, д). Подобные кинематические пары образуются шкивом и клинчатым ремнем, клинчато-желобчатыми катками фрикционной передачи и др. Рассмотрим трение клинчатого ползуна при равномерном движении его по желобу под действием движущей силы P .

Величина силы трения ползуна по наклонным стенкам желоба определяется по равенству

$$F = f 2N, \quad (7.5)$$

где N — сила нормального давления каждой из стенок желоба на ползун.

Так как сумма проекций всех сил на вертикальную ось равна нулю, имеем $2N \sin \gamma - Q = 0$, откуда $2N = Q/\sin \gamma$. Подставив это значение в равенство (7.5), получим

$$F = fQ/\sin \gamma = f Q_{\text{пр}},$$

где $Q_{\text{пр}} = Q/\sin \gamma$ — приведенная к граням ползуна нагрузка. Часто пользуются выражением

$$F = f'Q, \quad (7.6)$$

где $f' = f/\sin \gamma$ — условный (расчетный) коэффициент трения, причем $f' > f$.

Пример. Груз массой $G = 200$ кг равномерно перемещается вверх по плоскости, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 15^\circ$ (рис. 7.2, а); коэффициент трения скольжения $f = 0,23$. Определить величину движущей силы P , если она направлена параллельно наклонной плоскости, и к. п. д. η .

Решение.

$$P = G \sin \alpha + F = G (\sin \alpha + f \cos \alpha),$$

выражая силу в Н, имеем $P = 2000 \cdot 9,81 (\sin 15^\circ + 0,23 \cos 15^\circ) = 9600$ Н.

Для определения к. п. д. заданной наклонной плоскости воспользуемся формулой (6.12):

$$\eta = \frac{A_{\text{п.с}}}{A_{\text{д}}} = \frac{G \sin \alpha S}{G (\sin \alpha + f \cos \alpha) S} = \frac{\sin 15^\circ}{\sin 15^\circ + f \cos 15^\circ} = 0,53.$$

§ 7.4. ТРЕНИЕ ЗВЕНЬЕВ ВИНТОВЫХ ПАР

Винтовые пары имеют широкое распространение в машиностроении, например в резьбовых соединениях, винтовых прессах и других механизмах. Винтовая кинематическая пара состоит из винта и гайки. *Винтом* называется звено обычно цилиндрической формы, по наружной поверхности которого нарезана резьба. *Гайка* представляет собой звено, охватывающее винт и имеющее резьбу по внутренней поверхности.

Профиль резьбы (очертание поперечного сечения витка) часто имеет вид прямоугольника (рис. 7.3, а) или остроугольного треугольника (рис. 7.3, б), поэтому соответствующая резьба называется *прямоугольной* или *треугольной*. Основными геометрическими параметрами резьбы винтовой пары являются (рис. 7.3, а): d , d_1 и $d_{\text{ср}}$ — наружный, внутренний и средний диаметры резьбы; h — ход резьбы (для однозаходных резьб ход равен шагу S); β — угол подъема винтовой линии резьбы, соответствующей диаметру $d_{\text{ср}}$. Из рис. 7.3, в видно, что $\beta = \text{arctg} \frac{h}{\pi d_{\text{ср}}}$.

Влияние трения на относительное движение звеньев винтовой пары учитывается величиной момента движущих сил $M_{\text{д}}$ отно-

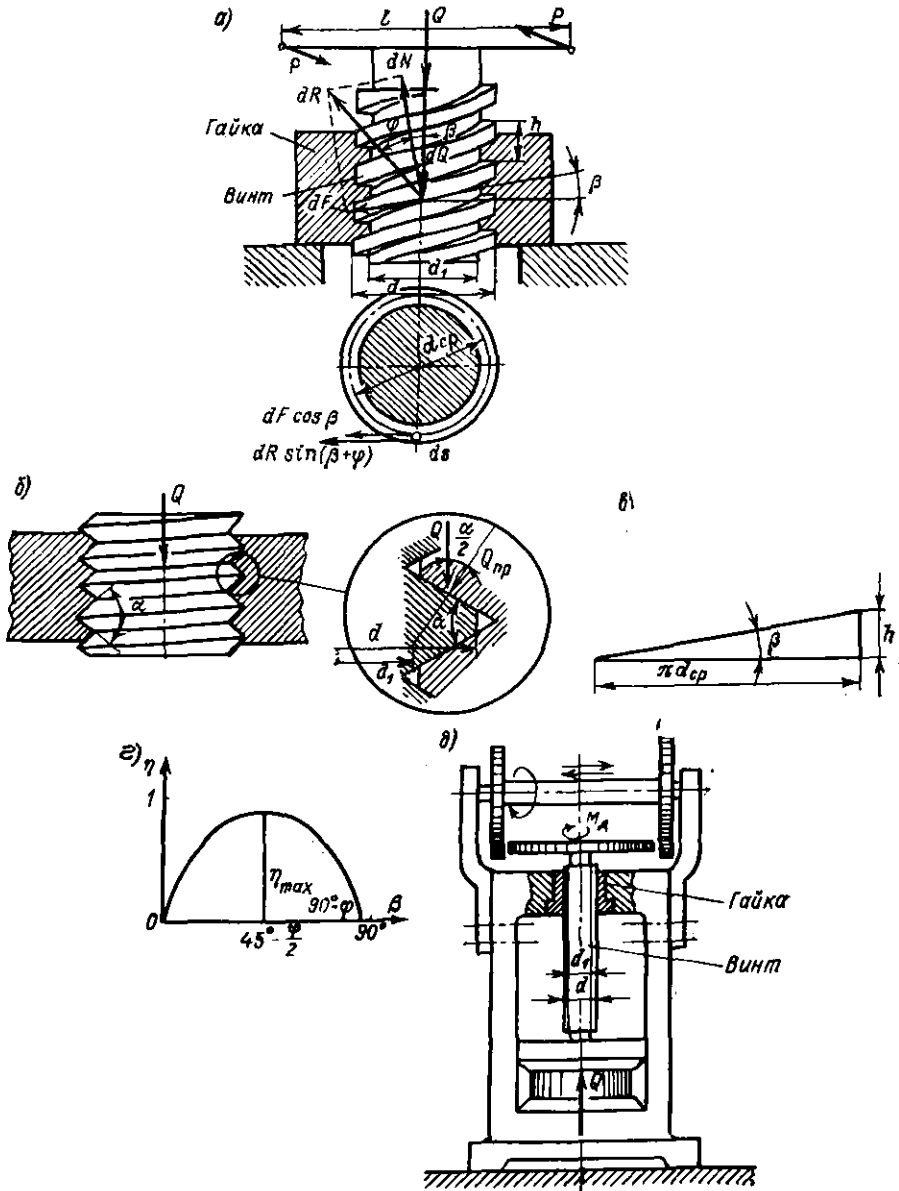


Рис. 7.3.

сительно продольной оси винтовой пары и к. п. д. η_v , Определение этих параметров излагается ниже.

Момент движущих сил винтовой пары. Рассмотрим винтовую пару с прямоугольной резьбой (рис. 7.3, а). Задача состоит в определении момента пары сил $M_d = Pl$, в результате действия которой преодолеваются сила полезного сопротивления Q , приложенная к винту и направленная вдоль его продольной оси, а также сопротивление трения между винтом и гайкой. Для определения величины этого момента выделим на поверхности трения винта элементарную площадку ds , удаленную от оси винта на расстояние $d_{cp}/2$. На эту площадку действуют следующие силы: dQ — осевая нагрузка; dR — сила реакции гайки, состоящая из нормальной составляющей dN и силы трения dF . Реакция dR отклоняется от нормали на угол трения φ . Как видно из рис. 7.3, а, величина этой реакции определяется равенством

$$dR = \frac{dQ}{\cos(\beta + \varphi)}.$$

Составив уравнение равновесия моментов сил относительно продольной оси винтовой пары, получим

$$\sum M_z = M_d - \int_s dR \sin(\beta + \varphi) \frac{d_{cp}}{2} = 0,$$

откуда

$$M_d = \int_s dQ \frac{d_{cp}}{2} \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}.$$

Учитывая, что углы β и φ для данной винтовой пары имеют постоянные значения, а $\int_s dQ = Q$, получим

$$M_d = Q \frac{d_{cp}}{2} \operatorname{tg}(\beta + \varphi). \quad (7.7)$$

При относительном вращении винта в направлении, обратном только что рассмотренному, т. е. в направлении, при котором внешняя осевая сила Q способствует его поступательному движению, элементарная сила трения dF также изменит свое направление на обратное. При этом в результате выводов, аналогичных только что сделанным, получим

$$M_d = Q \frac{d_{cp}}{2} \operatorname{tg}(\varphi - \beta). \quad (7.8)$$

Из равенства (7.8) следует, что при $\beta > \varphi$ величина момента M_d становится отрицательной. Это означает, что равномерное движение винта относительно гайки под действием силы Q возможно лишь при условии приложения к винту удерживающего момента, рассчитываемого по (7.8).

Трение в винтовых парах с треугольной резьбой принято рассматривать как трение клинчатого ползуна на клинообразной винтовой поверхности. В этом случае геометрическая форма витков способствует увеличению нормального давления, приведенное значение которого определяется так же, как в задаче о трении клинчатого ползуна, по формуле

$$Q_{\text{пр}} = Q / \cos (\alpha / 2).$$

Например, для метрической резьбы, имеющей угол профиля $\alpha = 60^\circ$, приведенное нормальное давление

$$Q_{\text{пр}} = Q / \cos 30^\circ = 1,15Q.$$

Это означает, что при прочих равных условиях сопротивление в результате трения в винтовой паре с метрической резьбой на 15 % больше, чем в винтовой паре с прямоугольной резьбой.

Более точные исследования взаимодействия винта и гайки показывают, что элементарные силы трения и нормального давления, распределенные по поверхности витков, образуют сложную пространственную систему. В связи с этим величина движущего момента для винтовых пар с треугольной резьбой имеет более сложную зависимость от параметров резьбы.

В конструкциях машин и приборов часто применяются винтовые пары, подвижным звеном которых является гайка (а не винт, как это рассматривалось выше). Однако и в этом случае полученные ранее выводы, касающиеся учета трения в винтовых парах, остаются справедливыми.

К. п. д. винтовой пары. Этот к. п. д. характеризует полезное использование энергии, развиваемой движущим моментом M_d при относительном движении винта и гайки. Величина к. п. д., как уже неоднократно отмечалось, определяется отношением работы сил полезных сопротивлений к работе сил движущих. Полезная работа, совершаемая осевой силой Q (рис. 7.3 а) за один оборот винта, $A_{\text{п.с}} = Qh = Q\pi d_{\text{ср}} \text{tg } \beta$, а работа движущих сил $A_d = M_d 2\pi = Q \frac{d_{\text{ср}}}{2} 2\pi \text{tg } (\beta + \varphi)$. Подставив эти значения $A_{\text{п.с}}$ и A_d в формулу для к. п. д., получим

$$\eta = \frac{A_{\text{п.с}}}{A_d} = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } (\beta + \varphi)}. \quad (7.9)$$

Пользуясь этим выражением, можно построить график $\eta = \eta(\beta)$, который даст возможность оценить влияние угла подъема винтовой линии резьбы β на величину к. п. д. винтовой пары (рис. 7.3, в). Винтовая пара будет самоотормозившейся при $\beta < \varphi$. При этих значениях β движение винта относительно гайки под действием нагрузки Q становится невозможным. Представляет интерес наибольшая величина к. п. д. винтовой пары, обладающей свойствами самоторможения, т. е. имеющей угол подъема винто-

вой линии резьбы β , равный углу трения φ . В этом случае в соответствии с формулой (7.9) получим

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} 2\varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2\operatorname{tg} \varphi / (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi)} = 0,5 - 0,5\operatorname{tg}^2 \varphi. \quad (7.10)$$

Следовательно, самотормозящиеся винтовые пары имеют к. п. д. меньше 0,5. Однако, несмотря на сравнительно низкие значения к. п. д., самотормозящиеся винтовые пары широко применяются в различных устройствах (грузоподъемные механизмы, прессы и т. п.), так как они дают возможность обеспечить безопасность действия.

Пример. Определить величину момента M_d сил, вращающих винт, и к. п. д. η винтовой пары фрикционного прессы, если осевое усилие $Q = 10$ т (рис. 7.3, *д*). Винт и гайка имеют прямоугольную резьбу с размерами $d = 60$ мм, $d_1 = 48$ мм, шаг резьбы $S = 12$ мм. Коэффициент трения скольжения в резьбовой паре $f = 0,12$.

Решение. Вычислив предварительно:

$$d_{cp} = \frac{d + d_1}{2} = \frac{60 + 48}{2} = 54 \text{ мм};$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{S}{\pi d_{cp}} = \operatorname{arctg} \frac{12}{3,14 \cdot 54} = 4^\circ;$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} f = \operatorname{arctg} 0,12 = 7^\circ,$$

подставляем эти значения в формулу (7.7) и находим

$$M_d = 10\,000 \frac{54}{2} \operatorname{tg} (4^\circ + 7^\circ) = 52\,000 \text{ кгс} \cdot \text{мм} = 510 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

К. п. д. винтовой пары определяется по равенству (7.9):

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} 4^\circ}{\operatorname{tg} (4^\circ + 7^\circ)} = \frac{0,07}{0,194} = 0,36.$$

§ 7.5. ТРЕНИЕ ЗВЕНЬЕВ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПАР

Вращательные пары, образуемые цапфами валов и их опорами, получили широкое распространение в машинах. *Цапфы* называются части валов и осей, посредством которых они опираются на подшипники или подпятники. В зависимости от расположения на валах и направления передаваемой на корпус машины нагрузки различают следующие виды цапф (рис. 7.4, *а*): шип 1, шейка 2 и гребенчатая пята 3. Шипом называется цапфа, расположенная на конце вала или оси и испытывающая действие радиальной нагрузки. Шейка — это цапфа, находящаяся в промежуточной части вала или оси и подверженная радиальной нагрузке. Пята называется цапфа, передающая на корпус машины осевую нагрузку. Она может располагаться как в средней части вала, так и на конце его. Трение цапф в подшипниках 5 или подпятниках 4 удобно оценивать величиной момента сил трения $M_{тр}$ относительно оси вращения.

Определение момента сил трения цилиндрических шипов и шеек.
 Пусть дан цилиндрический шип, нагружающий подшипник силой P (рис. 7.4, б). При вращении шипа в подшипнике на их соприкасающихся поверхностях возникают силы трения скольжения, величина которых зависит от распределения удельного давления p

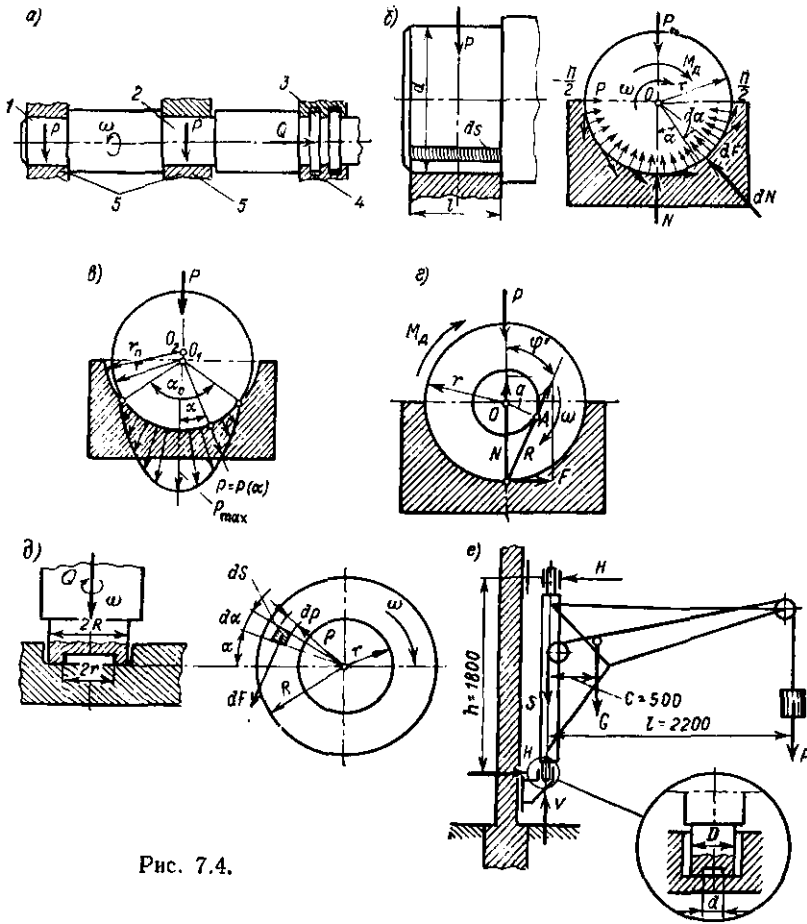


Рис. 7.4.

по поверхности контакта этих звеньев. Теоретическое и экспериментальное изучение распределения удельного давления показало, что оно вследствие упругой деформации звеньев изменяется как в направлении по дуге окружности цилиндрической поверхности контакта так и вдоль образующей этой поверхности. Это в сильной мере затрудняет точное определение сил трения скольжения.

Рассмотрим определение момента сил трения $M_{тр}$ относительно оси вращения в предположении, что удельное давление вдоль образующей шипа постоянно. Введем следующие обозначения:

r — радиус шипа; l — длина подшипника; α_0 — центральный угол, определяющий положение площадки контакта шипа и подшипника; f — коэффициент трения скольжения; $dS = r d\alpha l$ — площадь элемента поверхности контакта; $dN = p dS$ — нормальное давление на элементе dS ; $dF = f dN$ — соответствующая этому давлению сила трения; $dM_{\text{тр}} = dF r$ — момент силы трения на площадке dS . Суммарное значение момента сил трения относительно оси вращения шипа

$$M_{\text{тр}} = \int_S dM_{\text{тр}} = \int_0^{\alpha_0} f p r^2 l d\alpha = f r^2 l \int_0^{\alpha_0} p d\alpha. \quad (7.11)$$

Из этого уравнения следует, что величина момента сил трения зависит от выбора функции распределения удельного давления $p = p(\alpha)$. В частном случае момент сил трения сравнительно легко определяется, если предположить, что удельное давление распределяется по поверхности контакта равномерно, т. е. $p = \text{const}$, а центральный угол $\alpha_0 = \pi$. Проинтегрировав правую часть уравнения (7.11) в пределах от 0 до π , получим $M_{\text{тр}} = \pi f r^2 l p$. Удельное давление p может быть выражено через заданную нагрузку шипа P на подшипник. Для этого составим уравнение равновесия сил, действующих на шип, относительно вертикальной оси P — $\int_S dN: \cos \alpha = 0$. Подставив значение $dN = p r l d\alpha$ и интегрируя это уравнение в пределах от $\alpha = -\pi/2$ до $\alpha = \pi/2$, получим

$$P = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p r l \cos \alpha d\alpha = 2 p r l,$$

откуда

$$p = P/(2rl).$$

Таким образом, при равномерном распределении удельного давления момент сил трения определяется равенством

$$M_{\text{тр}} = \pi f r^2 l P/(2rl) = (\pi/2) f P r.$$

В этом выражении произведение $fP = F_{\text{тр}}$ представляет собой равнодействующую элементарных сил трения шипа, вектор которой перпендикулярен к вертикальной оси, направлен противоположно вращению шипа и отстоит от оси вращения на расстоянии плеча $\frac{\pi}{2} r$. Если в расчетную формулу условно ввести так называемый приведенный коэффициент трения $f_{\text{ш}} = \frac{\pi}{2} f$, то приведенная к окружности шипа сила трения $F_{\text{ш}} = f_{\text{ш}} P$, а момент сил трения шипа (или шейки)

$$M_{\text{тр}} = f_{\text{ш}} P r. \quad (7.12)$$

В реальных вращательных парах всегда имеется зазор между шипом и подшипником, вследствие чего давление распределяется

по площадке контакта неравномерно, а центральный угол α_0 , определяющий положение этой площадки, меньше 180° (рис. 7.4, в). Исследованиями установлено, что удельное давление изменяется по зависимостям, близким к косинусоидальной,

$$p = p_{\max} \cos \alpha$$

или эллиптической

$$p = p_{\max} \sqrt{1 - (4\alpha^2/\alpha_0^2)},$$

где p_{\max} — наибольшее удельное давление, наблюдаемое в центре площадки контакта; α — угол, определяющий положение точки контакта, в которой вычисляется удельное давление.

Если, например, принять косинусоидальную зависимость изменения удельного давления, то плечо равнодействующей сил трения равно $1,27 r$ (или приведенный коэффициент трения шипа $f_{\text{ш}} = 1,27 f$).

Определение давлений звеньев вращательных пар с учетом сил трения. Ранее отмечалось, что линия действия силы давления (реакции) одного звена на другое при отсутствии трения всегда направлена по нормали к поверхностям касания звеньев и проходит через продольную ось вращательной пары. В случае действия силы трения $F_{\text{тр}} = f_{\text{ш}}P$ полная реакция R , состоящая из нормальной реакции N и этой силы трения, отклоняется от нормали на приведенный угол трения $\varphi' = \text{arctg } f_{\text{ш}}$ (рис. 7.4, г). Линия действия реакции R для любого положения звеньев, составляющих вращательную пару, легко определяется с помощью так называемого круга трения. Построение круга трения производится следующим образом. Опустим из центра вращения шипа перпендикуляр OA на линию действия реакции R . Длину этого перпендикуляра обозначим через a , причём из рис. 7.4, г видно, что $a = r \sin \varphi'$. Так как угол трения φ' сравнительно мал, то можно положить $\sin \varphi' = \text{tg } \varphi'$ и $a = r \text{tg } \varphi' = f_{\text{ш}}r$.

Круг радиуса a получил название *круг трения*. Таким образом, полная реакция звена вращательной пары $R = N/\cos \varphi'$ и направлена по касательной к кругу трения.

Определение моментов сил трения цилиндрических пят. Пяты бывают *кольцевыми*, в которых упорная поверхность имеет форму кольца, и *плоскими*, если поверхностью контакта является круг.

Момент сил трения относительно оси вращения кольцевой пяты определяется следующим образом (рис. 7.4, д). Пусть Q — нагрузка пяты на подпятник; R и r — наружный и внутренний радиусы опорного кольца пяты; p — удельное давление; f — коэффициент трения скольжения. Выделим на расстоянии ρ от оси вращения элемент опорной поверхности $dS = \rho d\rho d\alpha$, нормальное давление на которой $dN = p dS$. При вращении пяты на этом элементе поверхности возникает сила трения $dF = f dN$, момент которой относительно оси вращения $dM_{\text{тр}} = dF \rho = f p \rho^2 d\rho d\alpha$.

Для определения суммарного момента сил трения пяты это равенство необходимо проинтегрировать в пределах изменения независимых переменных: α — от 0 до 2π и ρ — от r до R . Таким образом,

$$M_{\text{тр}} = \int_0^{2\pi} \int_r^R p \rho^2 d\rho d\alpha = 2\pi f \int_r^R p \rho^2 d\rho. \quad (7.13)$$

Результат решения уравнения (7.13) зависит от выбора функции $p = p(\rho)$ изменения удельного давления в радиальном направлении. В частном случае для новых пяты и подпятника можно предположить, что давление распределяется по опорной поверхности равномерно, т. е. $p = Q/\pi (R^2 - r^2) = \text{const}$. В этом случае после интегрирования уравнения (7.13) и подстановки значения p получаем

$$M_{\text{тр}} = 2\pi f p \left| \frac{\rho^3}{3} \right|_r^R = \frac{2}{3} f Q \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}. \quad (7.14)$$

Момент сил трения сплошной пяты в случае $p = \text{const}$ легко определяется по равенству (7.14), если положить в нем $r = 0$, т. е.

$$M_{\text{тр}} = \frac{2}{3} f QR. \quad (7.15)$$

Для приработавшихся пяты и подпятника удельное давление переменное, т. е. $p \neq \text{const}$. Зависимость изменения удельного давления может быть принята на основании опытных данных, которые показывают, что износ поверхностей пяты и подпятника пропорционален величине работы сил трения: чем больше работа сил трения, тем больше износ. Между тем в процессе вращения пяты путь скольжения элементарных площадок контакта увеличивается по мере удаления от оси вращения. Следовательно, при допущении, что $p = \text{const}$, стали бы возрастать величина работы сил трения и износ этих площадок, образуя в конечном счете зазор между удаленными от оси вращения элементами опорных поверхностей пяты и подпятника. Равномерный износ пяты и подпятника возможен при условии, что удельное давление в радиальном направлении изменяется обратно пропорционально расстоянию ρ элементарной площадки от оси вращения, т. е. $p = C/\rho$, где C — постоянная величина, зависящая от нагрузки Q и размеров опорной поверхности пяты. Для определения постоянной C спроектируем силы, действующие на подпятник, на ось его вращения, в результате чего получим

$$Q - \int_S dN = 0.$$

Подставив сюда значение $dN = p dS = \frac{C}{\rho} \rho d\rho d\alpha$, найдем

$$Q = C \int_0^{2\pi} \int_r^R d\rho d\alpha = 2\pi C (R - r),$$

откуда
$$C = \frac{Q}{2\pi(R-r)}$$

Момент сил трения приработавшейся кольцевой пяты определится по равенству (7.13), если подставить значение $\rho = \frac{C}{\rho} = \frac{Q}{2\pi(R-r)\rho}$

$$M_{\text{тр}} = 2\pi f \int_r^R \rho r^2 dr =$$

$$= 2\pi f \frac{Q}{2\pi(R-r)} \int_0^R \rho dr = \frac{fQ}{R-r} \frac{R^2 - r^2}{2},$$

и окончательно

$$M_{\text{тр}} = \frac{1}{2} fQ(R+r). \quad (7.16)$$

Пример. Определить мощность, развиваемую силами трения цапф поворотного крана-укосины (рис. 7.4, е), при следующих данных: масса поднимаемого груза $P = 1000$ кг; натяжение троса $S = P$; масса крана $G = 200$ кг; размеры цапф (шипа и пяты): $D = 60$ мм; $d = 20$ мм; коэффициент трения скольжения в опорах стойки крана $f = 0,15$; угловая скорость поворота крана $\omega = 2$ с⁻¹. Остальные размеры приведены на схеме крана. Пята нижней опоры — кольцевая.

Решение. Опорные реакции H и V , возникающие в опорах стойки крана, определяем с помощью уравнений равновесия статики:

$$H = \frac{Pl + GC}{h} = \frac{1000 \cdot 2,2 + 200 \cdot 0,5}{1,8} = 1270 \text{ кгс} = 12\,700 \text{ Н};$$

$$V = P + S + G = 1000 + 1000 + 200 = 2200 \text{ кгс} = 22\,000 \text{ Н}.$$

Момент сил трения в верхней опоре вычисляем по формуле (7.12), положив в ней приведенный коэффициент трения $f_{\text{ш}} = 1,27f$:

$$M_{\text{тр}}^{\text{ш}} = f_{\text{ш}} H \frac{D}{2} = 1,27 \cdot 0,15 \cdot 12\,700 \frac{60}{2 \cdot 1000} = 73 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент сил трения нижней опоры складывается из момента сил трения шипа $M_{\text{тр}}^{\text{ш}}$ и кольцевой пяты $M_{\text{тр}}^{\text{п}}$. Согласно формуле (7.16), имеем

$$M_{\text{тр}}^{\text{п}} = \frac{1}{2} fV \left(\frac{D}{2} + \frac{d}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot 0,15 \cdot 22\,000 \frac{(0,03 + 0,01)}{2} = 66 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Суммарный момент сил трения в опорах

$$M_{\text{тр}} = 2M_{\text{тр}}^{\text{ш}} + M_{\text{тр}}^{\text{п}} = 2 \cdot 73 + 66 = 212 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Искомую мощность, развиваемую силами трения, найдем по равенству

$$N = M_{\text{тр}} \omega = 212 \cdot 2 = 424 \text{ Вт}.$$

§ 7.6. ТРЕНИЕ ГИБКИХ ТЕЛ

Гибкие тела в виде приводных ремней, тормозных лент, канатов и др. имеют широкое распространение в различных механизмах (ременные передачи, ленточные тормоза и пр.). Трение гиб-

ких тел впервые было изучено выдающимся ученым, членом Российской Академии наук Л. Эйлером. Полученные им зависимости широко используются при решении многих практических задач.

Рассмотрим равномерное скольжение идеально гибкого и нерастяжимого тела по неподвижному цилиндру (рис. 7.5, а). Пусть гибкое тело 1 огибает цилиндр 2 по дуге, соответствующей

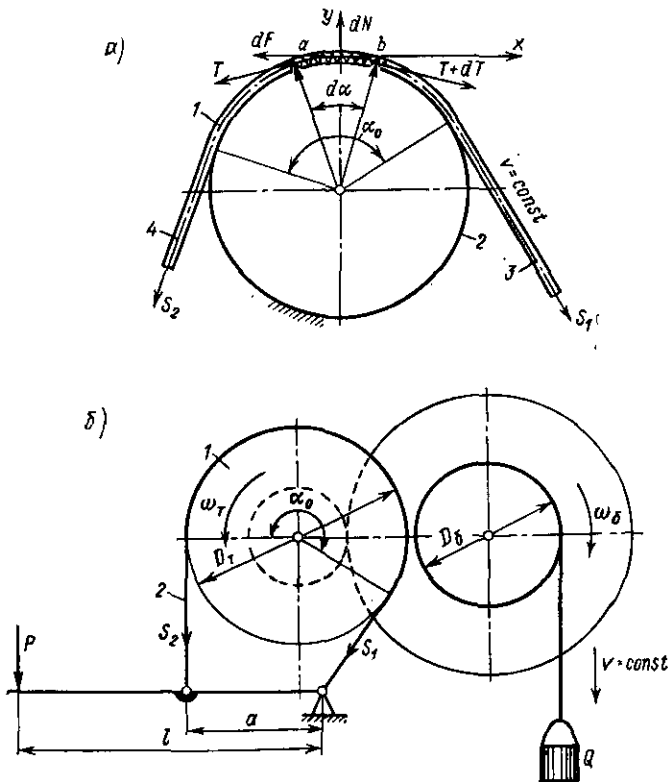


Рис. 7.5.

центральному углу α_0 , называемому *углом обхвата*. Силу в набегающем конце 4 гибкого тела обозначим через S_2 , а коэффициент трения скольжения тела по цилиндру — через f . Задача состоит в определении силы S_1 , которую необходимо приложить к сбегающему концу 3 гибкого тела для преодоления силы S_2 и силы трения скольжения F . Для решения этой задачи выделим элементарный участок ab гибкого тела и приложим к нему следующие силы: T — натяжение в точке a элементарного участка тела; $T + dT$ — натяжение в точке b этого участка; dN — нормальная реакция; $dF = f dN$ — сила трения скольжения.

Составив уравнение равновесия этих сил, будем иметь:

$$\sum X = -T \cos \frac{d\alpha}{2} - dF + (T + dT) \cos \frac{d\alpha}{2} = 0;$$

$$\sum Y = -T \sin \frac{d\alpha}{2} + dN - (T + dT) \sin \frac{d\alpha}{2} = 0.$$

Так как угол $d\alpha$ бесконечно мал, то можно принять:

$$\cos \frac{d\alpha}{2} = 1, \text{ а } \sin \frac{d\alpha}{2} = \frac{d\alpha}{2};$$

произведение же dT ($d\alpha/2$) как бесконечно малую величину второго порядка можно опустить. Решив с учетом этого написанную выше систему уравнений, получим:

$$dF = dT; \quad dN = T d\alpha.$$

Далее подставим значение $dF = f dN = f T d\alpha$, в результате чего первое равенство примет вид $dT = f T d\alpha$ или $\frac{dT}{T} = f d\alpha$.

Для определения зависимости между силами S_1 и S_2 проинтегрируем последнее уравнение в пределах изменения переменных: T — от S_2 до S_1 , α — от 0 до α_0 :

$$\int_{S_2}^{S_1} \frac{dT}{T} = \int_0^{\alpha_0} f d\alpha \text{ или } \ln \frac{S_1}{S_2} = f \alpha_0,$$

откуда

$$S_1 = S_2 \exp f \alpha_0. \quad (7.17)$$

Сила трения скольжения между гибким телом и цилиндром определяется равенством

$$F = S_1 - S_2 = S_2 (\exp f \alpha_0 - 1). \quad (7.18)$$

Полученные формулы (7.17) и (7.18) применимы как в случае скольжения гибкого тела по неподвижному цилиндру, так и когда гибкое тело остается неподвижным, а цилиндр вращается.

Пример. Определить силу P нажатия на рычаг ленточного тормоза лебедки (рис. 7.5, б) для равномерного спуска груза массой $Q = 1000$ кг при следующих данных: угол обхвата лентой шкива $\alpha_0 = 210^\circ$; коэффициент трения скольжения $f = 0,3$; диаметр барабана лебедки $D_6 = 200$ мм; диаметр тормозного шкива $D_T = 500$ мм; передаточное число зубчатой передачи $i = 5$; к. п. д. лебедки $\eta = 0,9$; размеры рычага: $a = 300$ мм; $l = 700$ мм.

Решение. Момент, развиваемый грузом на валу тормозного шкива,

$$M_T = \frac{Q D_6}{2i} \eta = \frac{1000 \cdot 200 \cdot 0,81}{2 \cdot 5 \cdot 1000} \quad 0,9 \approx 180 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент M_T должен быть уравновешен моментом, создаваемым силой трения тормозной ленты по шкиву. Поэтому потребная величина силы трения

$$F = \frac{M_T}{0,5 D_T} = \frac{180}{0,5 \cdot 0,5} = 720 \text{ Н}.$$

При направлении вращения шкива 1, показанном на рис. 7.5, б, левый конец тормозной ленты 2 следует считать «набегающим», а правый — «сбегающим».

Необходимое натяжение левого конца ленты определяется по формуле (7.18). Вставляя в эту формулу значения

$$\alpha_0 = \frac{210}{360} 2\pi = 3,7 \text{ рад и } \exp f\alpha_0 = \exp (0,3 \cdot 3,7) = 3,0,$$

находим

$$S_2 = 720/(3 - 1) = 360 \text{ Н,}$$

а затем

$$P = S_2 a/l = 360 \cdot 0,3/0,7 = 155 \text{ Н.}$$

§ 7.7. ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ

При относительном перекатывании двух упругих тел, например колеса по плоскости (настилу) или по рельсу, валков прокатного стана, на площадке контакта их возникает сопротивление, которое является результатом трения качения. Это сопротивление

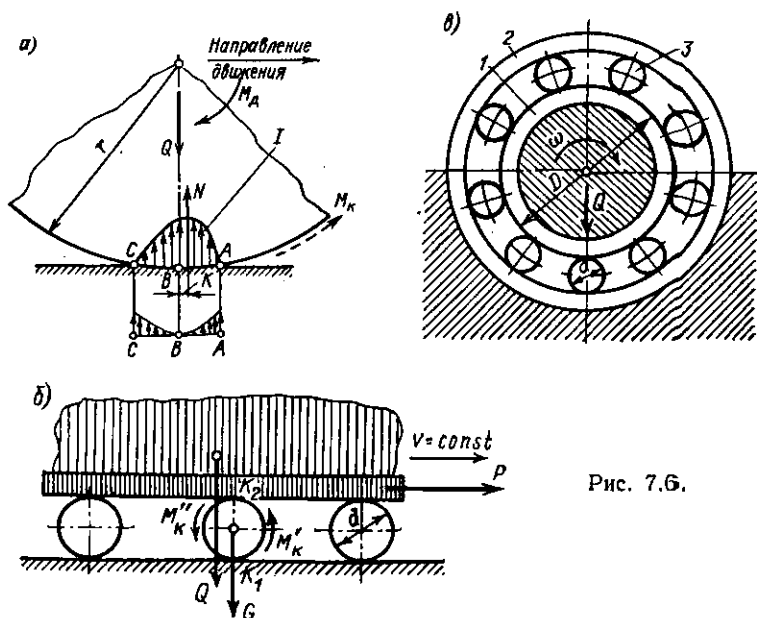


Рис. 7.6.

при прочих равных условиях во много раз меньше сопротивления при скольжении, поэтому подвижные соединения звеньев в современных машинах и механизмах конструируются с учетом замены трения скольжения трением качения (подшипники качения и др.).

Современное представление о природе трения качения исходит из многопричинности возникновения сопротивления при качении. Это положение приблизительно можно пояснить на следующем примере. Пусть колесо (рис. 7.6, а) перекатывается по опорному элементу (рельсовой или асфальтовой дороге и др.) под действием движущего момента M_d . В зоне контакта колеса и опорного эле-

мента будет происходить непрерывная упругая деформация их поверхностных слоев: на участке AB поверхностные слои колеса сжимаются (в направлении вдоль площадки контактов), а опорного элемента — растягиваются. На участке BC зоны контакта эти деформации протекают в обратном направлении. Деформирование слоев материала тел качения при их нагружении и разгрузке протекает неодинаково (из-за несовершенства упругих свойств), вследствие чего возникают внутреннее трение частиц материала в зоне контакта и микроскольжение. Влияние относительного скольжения становится весьма существенным при качении тел в условиях одновременного действия в зоне контакта значительных нормальных и касательных сил (например, при качении движущих колес локомотивов, автомобилей и др.).

Внутреннее трение и другие сопутствующие явления нарушают симметрию эпюры удельных давлений I (рис. 7.6, а). Если в состоянии покоя суммарная реакция N опорного элемента совпадает с линией действия нагрузки Q колеса, то при качении реакция N смещается в сторону направления движения на небольшую величину K . Это смещение определяет сопротивление перекатыванию и называется *плечом трения качения*.

Основные закономерности трения качения. Рассмотрим чистое качение, при котором скольжение (пробуксовка) отсутствует и мгновенная ось вращения колеса проходит через теоретическую точку контакта его с опорным элементом A (рис. 7.6, а). Величина движущего момента M_d , обеспечивающего равномерное движение колеса по горизонтальной плоскости, определится из уравнения равновесия моментов сил, приложенных к колесу,

$$\sum M_A = M_d - NK = 0,$$

следовательно,

$$M_d = NK = M_k, \quad (7.19)$$

где M_k — момент сил трения качения.

Пользуясь этим выражением и учитывая результаты многочисленных опытов, основные закономерности по трению качения можно сформулировать следующим образом.

1. Сопротивление при качении можно оценить моментом сил трения качения M_k , величина которого прямо пропорциональна силе нормального давления N .

2. Плечо трения качения K имеет размерность единиц длины (мм) и зависит от материалов, состояния поверхностей трения (наличия смазки или абразивных частиц), диаметров тел качения, удельного давления, скорости и других факторов.

3. По аналогии с трением скольжения сопротивление при качении можно выразить не моментом M_k , а силой трения качения

$$F_k = \frac{M_k}{r} = \frac{K}{r} N = f_k N, \quad (7.20)$$

где f_k — коэффициент трения качения. При качении, например, стальных колес по рельсам величина f_k составляет 0,001, для автомобильных шин по асфальту или бетону (давление в шине 2 кгс/см²) при скорости 30 км/ч $f_k = 0,015$, а при скорости 130 км/ч $f_k = 0,025$.

4. Качение колеса без скольжения (пробуксовка или юз) возможно при соблюдении условия, что движущая окружная сила $P = M_d/r < F_0$, где F_0 — касательная реакция опорного элемента, предельное значение которой ограничивается силой сцепления колеса с опорным элементом, т. е. $F_0 = f_0 N$ (f_0 — коэффициент сцепления). Например, для стальных колес по рельсам $f_0 \approx 0,3$, для автомобильных шин по чистому сухому асфальту $f_0 \approx 0,8$, а по грязному сырому асфальту коэффициент сцепления падает до 0,07. Сопротивление при перекатывании тел зависит от конкретных условий качения, поэтому для определения достоверных значений плеча K или коэффициента f_k трения качения (а равно и коэффициента сцепления f_0) широко используются экспериментальные методы¹.

Перемещение груза на катках. Для перемещения груза по плоскости (настилу) на небольшие расстояния применяют катки в виде цилиндрических стержней или труб, на которые опирается платформа с грузом (рис. 7.6, б). Величина движущей силы P , необходимой для равномерного перемещения платформы с грузом, в горизонтальном направлении, определится следующим образом. Обозначим: Q — вес груза и платформы; G — суммарный вес катков; d — диаметр катков; K_1, K_2 — плечи трения качения катков соответственно по плоскости (настилу) и платформе.

Если все силы сосредоточить (условно) на одном катке и составить уравнение равновесия моментов сил, то в результате получим $Pd = M_k'' + M_k'$, где M_k'', M_k' — моменты сил трения качения катков по плоскости и по платформе, определяемые по формуле (7.19):

$$M_k'' = K_1(Q + G); \quad M_k' = K_2Q.$$

Подставив значения моментов M_k' и M_k'' , получим

$$P = \frac{K_1(Q + G) + K_2Q}{d}.$$

Так как вес катков по сравнению с весом перемещаемого груза обычно мал, то его можно не учитывать. В этом случае

$$P = \frac{K_1 + K_2}{d} Q = f_k Q, \quad (7.21)$$

где $f_k = \frac{K_1 + K_2}{d}$ — приведенный коэффициент трения при перемещении груза на катках.

¹ Опоры осей и валов машин и приборов. Л., Машиностроение, 1970.

Учет трения в подшипниках качения. Замена трения скольжения в опорах валов и осей трением качения осуществляется с помощью разнообразных подшипников качения. Роликовый подшипник, например, можно рассматривать как систему катков, расположенных по окружности между внутренним 1 и наружным 2 кольцами (рис. 7.6, в).

Внутреннее кольцо подшипника качения обычно насаживается на цапфу вала и вместе с ней вращается, а наружное кольцо опирается на корпус машины и остается неподвижным. Нагрузка Q от внутреннего кольца на наружное передается через ролики 3 (или шарики), которые катятся по беговым дорожкам этих колец.

При этом нагрузка по роликам распределяется неравномерно, наиболее нагруженными являются нижние ролики. Неравномерность распределения нагрузки учитывается при расчете и выборе подшипников качения, она оказывает влияние и на сопротивление относительному движению.

В инженерной практике момент сил трения (Н·см) подшипников качения (относительно оси вращения) обычно определяется по формуле

$$M_{\text{тр}} = f_n Q \frac{d}{2}, \quad (7.22)$$

где Q — нагрузка на подшипник; d — диаметр внутреннего кольца подшипника; f_n — приведенный коэффициент трения, который учитывает все сопротивления в подшипнике (например, для шарикоподшипников $f_n \approx 0,003$; для роликоподшипников $f_n \approx 0,005$).

Передвижение груза на тележке. При передвижении груза на тележке (рис. 7.7, а) возникает трение качения колес по настилу (или рельсам) и трение в опорах цапф осей. Пусть дано: Q — вес груза и кузова тележки; G — вес колесной пары; R — радиус колеса; r — радиус цапф осей колесных пар; K — плечо трения качения; $f_{\text{ц}}$ — приведенный коэффициент трения цапф.

Требуется определить величину движущей силы P , которую надо приложить к тележке для равномерного перемещения ее по горизонтальной плоскости.

Для решения этой задачи приложим (условно) все силы и моменты сил к одному колесу (рис. 7.7, б) и составим уравнение его движения за один оборот

$$P2\pi R = M_{\text{к}}2\pi + M_{\text{ц}}2\pi, \quad (7.23)$$

где $M_{\text{к}} = K(Q + 2G)$ — момент сил трения качения; $M_{\text{ц}} = f_{\text{ц}}Qr$ — момент сил трения скольжения цапф (если тележка имеет подшипники качения, то, соответственно, момент трения в них).

После подстановки значений этих моментов в уравнение (7.23) и сокращения на 2π получим

$$P = \frac{K(Q + 2G) + f_{\text{ц}}Qr}{R}.$$

Обычно вес колесных пар по сравнению с весом перемещаемого груза незначителен, и им можно пренебречь. Тогда

$$P = \frac{K + f_{ur}r}{R} Q = k_0 Q, \quad (7.24)$$

где $k_0 = \frac{K + f_{ur}r}{R}$ — безразмерная величина, называемая коэффициентом тяги.

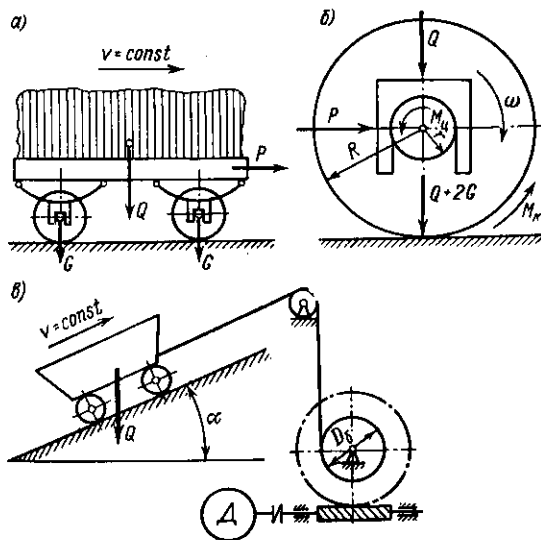


Рис. 7.7.

Пример. Вагонетка весом $Q = 10$ тс равномерно перемещается по наклонной плоскости со скоростью $v = 26$ м/мин с помощью червячной лебедки (рис. 7.7, в). Определить мощность N_d и частоту вращения n_d вала двигателя лебедки, если заданы: угол наклона плоскости $\alpha = 20^\circ$; диаметр колес вагонетки $D_k' = 600$ мм; диаметр цапф $d_{ц} = 100$ мм; плечо трения качения $K = 1$ мм; приведенный коэффициент трения скольжения цапф $f_{ц} = 0,06$; передаточное число лебедки $i = 27$; диаметр барабана $D_б = 300$ мм; к. п. д. лебедки $\eta = 0,7$.

Решение. Вычислив коэффициент тяги $k_0 = \frac{K + f_{ur}r}{R} = \frac{1 + 0,06 \cdot 50}{300} = 0,013$, находим величину силы P , которую необходимо приложить к вагонетке для ее перемещения:

$$P = Q \sin \alpha + K_0 Q \cos \alpha = Q (\sin \alpha + K_0 \cos \alpha) = 10\,000 (0,34 + 0,013 \cdot 0,9) = 3520 \text{ кгс} = 35\,200 \text{ Н}.$$

Потребная мощность двигателя

$$N_d = \frac{Pv}{\eta} = \frac{35\,200 \cdot 26}{60 \cdot 1000 \cdot 0,7} = 21,7 \text{ кВт}.$$

Частота вращения вала двигателя

$$n_d = \frac{v}{\pi D_б} i = \frac{26}{3,14 \cdot 0,3} 27 = 750 \text{ об/мин}.$$

Глава 8. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О РЕГУЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ МАШИН

§ 8.1. НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ХОДА МАШИН И СПОСОБЫ ЕЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Движение машины можно рассматривать состоящим из трех периодов: разбега, установившегося движения и выбега (см. рис. 6.12). Наиболее продолжительным по времени является период установившегося движения, в течение которого машина выполняет определенные технологические операции, т. е. совершает полезную работу.

Установившееся движение в отличие от других периодов характеризуется постоянством скорости движения ведущего звена. Однако в действительности идеальное постоянство скорости движения осуществить трудно, так как многочисленные причины, связанные с конструкцией машины или режимом ее движения, вызывают непрерывное колебание скорости. Поэтому мгновенная угловая скорость ведущего звена механизма непрерывно изменяется в течение каждого цикла движения, сохраняя постоянным лишь свое среднее значение $\omega_{\text{ср}}$ (рис. 8.1).

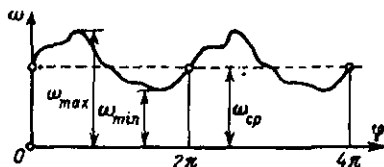


Рис. 8.1.

Колебание угловой скорости вызывает нарушение режима технологического процесса, выполняемого машиной, а также влечет за собой возникновение сил инерции, которые являются причиной вибрации звеньев и повышенного их износа. Многолетний опыт конструирования и эксплуатации различных машин дает возможность установить допустимые пределы изменения угловой скорости ведущих звеньев для периода установившегося движения. Следовательно, одной из задач регулирования хода машин является ограничение колебаний скорости движения в заданных пределах.

Неравномерность скорости движения механических систем принято характеризовать коэффициентом

$$\delta = (\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}) / \omega_{\text{ср}}, \quad (8.1)$$

где ω_{max} и ω_{min} — наибольшее и наименьшее значения угловой скорости ведущего звена; $\omega_{\text{ср}}$ — средняя угловая скорость за рассматриваемый период.

Под средней скоростью звена понимается скорость такого равномерного движения, при котором звено повернется на угол ϕ в тот же промежуток времени, что и при неравномерном движении. Приближенно можно принять

$$\omega_{\text{ср}} = (\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}) / 2.$$

Обычно в паспорте машины указывается номинальная частота вращения n ведущего звена. В этом случае $\omega_{cp} = \pi n/30$. Допускаемый коэффициент неравномерности хода для некоторых машин имеет следующие значения:

Для насосов	1/5—1/30
» металлообрабатывающих станков	1/20—1/50
» двигателей внутреннего сгорания	1/80—1/150
Для тепловозных двигателей и электрических генераторов постоянного тока	1/100—1/200
Для электрических генераторов переменного тока	1/200—1/300
» механизмов телетайпа	1/200

В механических системах колебания угловой скорости ведущего звена могут быть периодическими и непериодическими, или случайными. *Периодическими* называются такие колебания, когда угловая скорость повторяет свои значения через равные промежутки времени, кратные обычно частоте вращения звена. Периодические колебания скорости наблюдаются в механизмах и машинах, в которых силы, действующие на звенья, изменяются в определенной зависимости от угла поворота ведущего звена (двигатели внутреннего сгорания, поршневые насосы и другие подобные машины). *Непериодические* колебания угловой скорости вызываются изменением притока движущей энергии или изменением сопротивлений, преодолеваемых машиной.

При периодических колебаниях скорости требуемый коэффициент неравномерности $[\delta]$ можно обеспечить путем установки на один из быстроходных валов механизма инерционного диска или колеса с большим моментом инерции, называемого *маховиком*. Для регулирования непериодических колебаний угловой скорости применяются специальные устройства — регуляторы скорости.

§ 8.2. РЕГУЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАШИН С ПОМОЩЬЮ МАХОВИКА

Маховик представляет собой колесо с тяжелым ободом 1 (рис. 8.2), имеющее значительный момент инерции относительно оси его вращения (2 — диск, 3 — ступица). Влияние маховика на уменьшение колебаний угловой скорости движения ведущего звена машины можно пояснить следующим образом. Маховик, будучи посаженным на ведущий вал, вращается с угловой скоростью этого вала. Всякое изменение угловой скорости вращения вала влечет за собой возникновение момента сил инерции маховика, который препятствует этому изменению угловой скорости. Чем больше момент инерции маховика, тем больше момент сил инерции, а следовательно, и сопротивление изменению угловой скорости. Кинетическая энергия маховика при увеличении угловой скорости возрастает, что имеет место в случае превышения работы движущих сил над работой сил сопротивления ($A_d > A_c$). Если $A_d > A_c$, то угловая скорость вращения вала маховика

станет уменьшаться. В этом случае накопленная ранее маховиком кинетическая энергия будет служить дополнительным источником энергии, способствующим уменьшению амплитуды колебаний угловой скорости. Маховик как аккумулятор кинетической энергии используется в некоторых транспортных машинах для приведения их в движение. Например, для транспортировки полезных ископаемых или породы в шахтах, недопускающих по условиям техники безопасности применения электровозов (опасность взрыва газов), используются так называемые *гировозы*. Помещенный в гировозе маховик разгоняется до $n = 3000$ об/мин с помощью пневматического двигателя, а затем накопленная кинетическая энергия маховика используется для приведения гировоза в движение. В последние годы ведутся исследования по использованию инерционных систем (маховиков) на городском транспорте.

Основным параметром маховика является его момент инерции относительно оси вращения. Влияние маховика с моментом инерции J_M на неравномерность движения машины, определяемую величиной коэффициента неравномерности δ , рассмотрим на следующем примере. Пусть заданный механизм заменен эквивалентным ему звеном приведения с приведенным моментом инерции $J_{пр}$ относительно оси вращения и приведенными моментами движущих сил M_d и сил сопротивлений M_c (рис. 8.3, а).

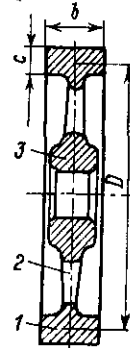


Рис. 8.2.

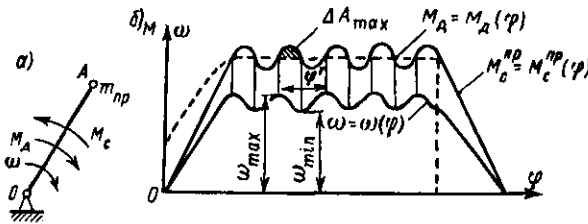


Рис. 8.3.

Угловая скорость ω звена приведения OA (в качестве звена приведения принято ведущее звено механизма) будет оставаться постоянной до тех пор, пока имеет место равенство моментов $M_d = M_c$. В случае нарушения отмеченного равенства угловая скорость станет возрастать или уменьшаться. Возникающее вследствие этого изменение кинетической энергии звена приведения может быть выражено следующим равенством:

$$\frac{J_{пр} \omega_{\max}^2}{2} - \frac{J_{пр} \omega_{\min}^2}{2} = \Delta A_{\max}, \quad (8.2)$$

где ΔA_{\max} — наибольшая избыточная работа приведенного момента движущих сил M_d за промежуток времени изменения угловой скорости от ω_{\min} до ω_{\max} .

На рис. 8.3, б изображены возможные графики изменения моментов M_d , M_c угловой скорости ω в зависимости от угла поворота звена приведения φ , рассмотрение которых дает наглядное представление о периодических колебаниях угловой скорости в связи с изменением приведенного момента сил сопротивлений. При этом угол φ' соответствует повороту звена OA за время одного цикла и в частном случае может быть равен 360° .

Равенство (8.2) может быть представлено в следующем виде:

$$0,5J_{\text{пр}}(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = J_{\text{пр}} \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}} \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \omega_{\text{ср}} = \Delta A_{\max},$$

или
$$J_{\text{пр}} \delta \omega_{\text{ср}}^2 = \Delta A_{\max}, \quad (8.3)$$

где $\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min})/\omega_{\text{ср}}$ — коэффициент неравномерного хода; $\omega_{\text{ср}} = (\omega_{\max} + \omega_{\min})/2$ — среднее значение угловой скорости движения.

Из выражения (8.3) получаем

$$J_{\text{пр}} = \Delta A_{\max}/(\delta \omega_{\text{ср}}^2). \quad (8.4)$$

Для обеспечения заданной величины коэффициента неравномерности движения $[\delta]$ на ведущий вал насаживается маховик с моментом инерции J_m . Равенство (8.4) с учетом момента инерции маховика примет вид

$$J_m + J_{\text{пр}} = \Delta A_{\max}/(\delta \omega_{\text{ср}}^2).$$

В большинстве случаев приведенный момент инерции звеньев механизма или машины $J_{\text{пр}}$ достаточно мал по сравнению с моментом инерции маховика J_m , поэтому его можно не учитывать (при таком допущении неучтенный момент инерции $J_{\text{пр}}$ будет способствовать уменьшению амплитуды колебаний угловой скорости). В этом случае

$$J_m = \frac{\Delta A_{\max}}{[\delta] \omega_{\text{ср}}^2} \approx \frac{90 \Delta A_{\max}}{[\delta] n^2}. \quad (8.5)$$

Проектирование маховика заключается в определении величины его момента инерции, при которой обеспечивается заданный коэффициент неравномерности движения $[\delta]$, а также основных размеров маховика. Существует ряд методов определения момента инерции маховика, например метод касательных усилий, метод приведенных масс и работ и др.

Определение момента инерции маховика по методу касательных усилий рассматривается в следующем параграфе.

Масса и размеры маховика определяются в зависимости от величины его момента инерции следующим образом. Выразим

момент инерции маховика J_m ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$) произведением его массы m на квадрат радиуса инерции i_0^2 :

$$J_m = mi_0^2 = mD^2/4, \quad (8.6)$$

где m — масса маховика в предположении, что она распределена по ободу равномерно; D — диаметр инерции, который равен диаметру окружности, описываемой центром тяжести сечения обода (см. рис. 8.2).

Величина mD^2 называется *маховым моментом маховика*.

Диаметр D назначается по соображениям прочности маховика в зависимости от допускаемой окружной скорости v (м/с)

$$D = 60v/\pi n.$$

Для стальных маховиков окружная скорость не должна превышать 70—120 м/с, для чугунных — $v \leq 30 \div 45$ м/с. При этом рекомендуется, чтобы величина D не превышала 10 r , где r — радиус кривошипа ведущего вала. Масса маховика определяется из равенства (8.6):

$$m = 4J_m/D^2.$$

Если учесть массу ступицы и диска (или спиц) маховика, то масса его обода может быть принята равной $m_{об} = 0,9 m$.

Ширина обода b (см. рис. 8.2) определится из выражения $m_{об} = \pi Dbc\gamma$, где c — толщина обода ($c \approx 0,4b$); γ — масса единицы объема материала обода (обычно $\gamma = 7800$ $\text{кг}/\text{м}^3$).

В этом случае $0,9 m = 3,14D \cdot 0,4b^2 \cdot 7800$, откуда

$$b = 0,01 \sqrt{m/D} \text{ м.}$$

§ 8.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА ПО МЕТОДУ КАСАТЕЛЬНЫХ СИЛ

Метод касательных сил дает приближенное решение задачи определения момента инерции маховика, так как при расчетах не учитываются добавочные силы инерции, возникающие вследствие неравномерности вращения ведущего звена. Этот метод находит широкое применение при расчете маховиков для тихоходных машин.

Определение необходимого момента инерции маховика J_m методом касательных сил сводится к определению наибольшей избыточной работы ΔA_{\max} [см. формулу (8.5)]. С этой целью должны быть построены графики изменения работы сил сопротивлений (A_c) и работы движущих сил (A_d), приведенных к ведущему звену, в зависимости от угла поворота его φ .

На основании этих графиков строится график изменения избыточной работы $\Delta A = \Delta A(\varphi)$, наибольшая разность ординат которого представляет собой искомую величину ΔA_{\max} . Последовательность графических построений и вычислений для определения ΔA_{\max} рассмотрим на следующем примере.

Пример. Определить момент инерции маховиков для механизма насоса, приводимого в движение электродвигателем, по следующим данным (рис. 8.4, а): длина кривошипа $r = 200$ мм; длина шатуна $l = 900$ мм; расстояние от центра тяжести шатуна до центра пальца кривошипа $a = 0,4l$; масса поршня (ползуна) $m_{\text{п}} = 70$ кг; масса шатуна $m_{\text{ш}} = 45$ кг; частота вращения кривошипа $n = 200$ об/мин; допустимый коэффициент неравномерности $[\delta] = 1/50$.

График изменения силы полезного сопротивления Q , действующей на поршень, приведен на рис. 8.4, б, при этом $Q = 15\,000 \text{ Н} = \text{const}$.

Решение. Производим разметку траектории движения ползуна через каждые 30° поворота кривошипа (рис. 8.4), после чего соответственно размечаем заданный график силы Q . Построения ведем в следующих масштабах: траектории $\mu_s = \frac{r}{\rho} = \frac{0,20}{8} = 0,025 \text{ м/мм}$; сил $\mu_Q = \frac{Q}{Q} = \frac{15\,000}{18} = 833 \text{ Н/мм}$ (ρ, Q — значения этих величин, взятые из чертежа, мм).

Строим развернутый график изменения заданной силы Q в зависимости от угла поворота кривошипа φ (рис. 8.4, в). С этой целью по оси абсцисс графика откладываем в масштабе отрезок, равный $2\pi r$, который делим на 12 равных частей, соответствующих углу поворота кривошипа 30° . По ординатам этого графика откладываем в масштабе μ_Q соответствующие значения силы Q , которые берем из ранее размеченного графика.

В рассматриваемом примере график $Q = Q(\varphi)$ изображается прямой линией.

На сетке графика $Q = Q(\varphi)$ строим в масштабе μ_Q график изменения сил инерции поступательно движущихся частей машины $P_{\text{и}} = P_{\text{и}}(\varphi)$. Для этого делаем следующее.

1. Массу шатуна $m_{\text{ш}}$ условно распределяем между двумя точками A и B , которые принадлежат соответственно кривошипу и ползуну. Величины масс в этих точках $m_{\text{ш}}^A$ и $m_{\text{ш}}^B$ определяем путем решения следующих равенств:

$$m_{\text{ш}} = m_{\text{ш}}^A + m_{\text{ш}}^B; \quad m_{\text{ш}}^B = m_{\text{ш}} a/l.$$

Таким образом, расчетное значение массы ползуна

$$m_B = m_{\text{п}} + m_{\text{ш}}^B = 70 + 0,4 \cdot 45 = 88 \text{ кг}.$$

2. Определяем ускорение ползуна при соответствующих значениях угла φ по формуле

$$a = r\omega^2 (\cos \varphi + r/l \cos 2\varphi).$$

3. Вычисляем силу инерции ползуна

$$P_{\text{и}} = -m_B a = -m_B r \omega^2 (\cos \varphi + r/l \cos 2\varphi).$$

Для удобства расчеты представлены в табл. 8.1. При построении графика $P_{\text{и}} = P_{\text{и}}(\varphi)$ силам инерции, увеличивающим сопротивление ползуна Q , приписываем знак «минус» и откладываем их вверх по оси графика, а силам инерции, уменьшающим Q , т. е. способствующим движению ползуна, — знак «плюс» и откладываем вниз по оси графика (рис. 8.4, в).

Строим график суммарной силы $P_{\Sigma} = P_{\Sigma}(\varphi)$, действующей на ползун. Для этого ординаты графиков $Q = Q(\varphi)$ и $P_{\text{и}} = P_{\text{и}}(\varphi)$ суммируем (табл. 8.1).

Строим график $T_{\Sigma} = T_{\Sigma}(\varphi)$ изменения суммарной касательной силы T_{Σ} , приведенной к пальцу кривошипа (рис. 8.4, г). Это построение может быть выполнено графическим и аналитическим методами. Воспользуемся последним. На основании известного из теоретической механики принципа возможных перемещений можем записать, что $T_{\Sigma} v_A = P_{\Sigma} v_B$, где $v_A = \omega r$ — окружная скорость точки A кривошипа, в которой приложена касательная сила T_{Σ} ; v_B — скорость ползуна, при которой действует сила P_{Σ} , причем

$$v_B = \omega r \left(\sin \varphi + \frac{r}{2l} \sin 2\varphi \right).$$

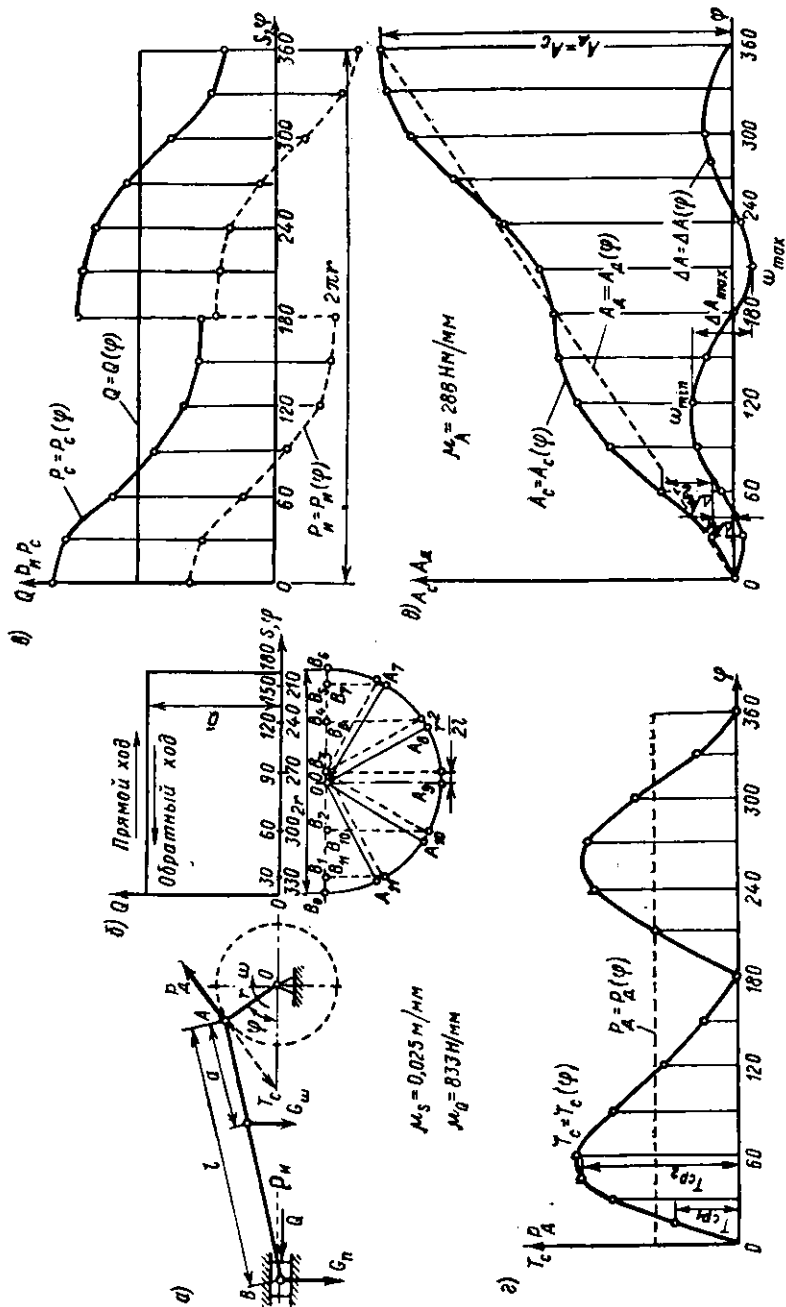


Рис. 8.4.

Т а б л и ц а 8.1. Расчетные данные к примеру определения момента инерции маховика

Вычисляемые величины	Угол поворота φ , ...°												
	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$\cos \varphi$	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0	0,5	0,87	1
$\cos 2\varphi$	1	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,5	1	0,5	-0,5	-1	-0,5	0,5	1
$(r/l) \cos 2\varphi$	0,22	0,11	-0,11	-0,22	-0,11	0,11	0,22	0,11	-0,11	-0,22	-0,11	0,11	0,22
$\cos \varphi + (r/l) \cos 2\varphi$	1,22	0,98	0,39	-0,22	-0,61	-0,76	-0,78	-0,76	-0,61	-0,22	0,39	0,98	1,22
Ускорение полузна, м/с ² :													
$a = r\omega^2 [\cos \varphi + (r/l) \cos 2\varphi]$	107	86	34	-19	-54	-67	-68	-67	-54	-19	34	86	107
$P_H = m_B a$ Н	-9400	-7600	-3000	1600	4800	5900	±6000	-5900	-4800	-1600	3000	7600	9400
$\bar{P}_H = P_H / H$ мм	11	9	4	-2	-6	-7	±8	7	6	2	-4	-9	-11
$\bar{Q} = Q / H$ мм	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Суммарное сопротивление полузна:													
$\bar{P}_C = \bar{Q} + \bar{P}_H$ мм	29	27	22	16	12	11	10; 26	25	24	20	14	9	7
$\sin \varphi$	0	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0
$\sin 2\varphi$	0	0,87	0,87	0	-0,87	-0,87	0	0,87	0,87	0	-0,87	-0,87	0
$(r/2l) \sin 2\varphi$	0	0,09	0,09	0	-0,09	-0,09	0	0,09	0,09	0	-0,09	-0,09	0
$i_{BA} = \sin \varphi + (r/2l) \sin 2\varphi$	0	0,59	0,96	1	0,78	0,41	0	0,41	0,78	1	0,96	0,59	0
$\bar{T}_C = \bar{P}_C i_{BA}$ мм	0	16	21	16	9	4	0	11	18	20	13	5	0
\bar{T}_{cp} мм	-	8	20	19	13	7	2	5	14	20	17	9	2
$\Delta \bar{T} = \bar{T}_{cp}^\alpha$ мм	-	2,5	6	5,5	4	2	0,6	1,5	4,2	6	5	2,7	0,6

В этом случае

$$T_c = P_c (v_B/v_A) = P_c i_{BA},$$

где

$$i_{BA} = \sin \varphi + (r/2l) \sin 2\varphi.$$

Вычисление касательной силы T_c приведено в табл. 8.1.

Строим график $A_c = A_c(\varphi)$ изменения работы касательной силы T_c в зависимости от угла поворота кривошипа (рис. 8.4, δ). Это построение удобно выполнять методом графического интегрирования. Воспользуемся следующим способом графического интегрирования.

Приблизительно можно принять, что работа ΔA касательной силы T_c на участке окружности, соответствующем повороту кривошипа на угол 30° , равна произведению среднего значения этой силы T_{cp} на длину этого участка $\Delta l = \Delta \varphi r = = 2\pi \cdot 30^\circ/360^\circ r$, т. е. $\Delta A = T_{cp} \Delta l = T_{cp} \cdot 0,52 r$.

Это выражение запишем в следующем виде:

$$\Delta A_i \mu_A = T_{cp} \mu_Q \cdot 0,52 r,$$

откуда

$$\Delta A = T_{cp} (\mu_Q/\mu_A) 0,52 r,$$

где ΔA — величина ординаты, соответствующей выбранному участку (мм), откладываемой на строящемся графике $A_c = A_c(\varphi)$; T_{cp} — средняя ордината на этом же участке, взятая из графика $T_c = T_c(\varphi)$; μ_A — масштаб графика $A_c = A_c(\varphi)$.

Если $\Delta A = \alpha T_{cp}$, где α — коэффициент пропорциональности ($\alpha = 0,3$), то масштаб μ_A определится следующим образом. Переписываем равенство $\Delta A = = T_{cp} (\mu_Q/\mu_A) 0,52 r$ в следующем виде:

$$\alpha T_{cp} = T_{cp} (\mu_Q/\mu_A) 0,52 r,$$

откуда

$$\mu_A = \mu_Q 0,52 r / \alpha = 833 \cdot 0,52 \cdot 0,2 / 0,3 = 288 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Построение графика для первого и второго участков кривой показано на рис. 8.4, ϵ и δ . При этом $\Delta A_1 = \alpha T_{cp1}$; $\Delta A_2 = \alpha T_{cp2}$.

На сетке графика $A_c = A_c(\varphi)$ строим график работы движущей силы $A_d = = A_d(\varphi)$. Работа движущей силы за каждый оборот кривошипа должна быть равна работе касательной силы сопротивления, т. е. $A_d = A_c$. Так как электродвигатель создает на пальце кривошипа (точка A) постоянную движущую силу $P_d = = M_d/r$, то ее работа за один оборот должна быть изображена в координатных осях A_d , φ прямой (рис. 8.4, δ), начальная и конечная точки которой должны совпадать с такими же точками графика $A_c = A_c(\varphi)$.

Строим график изменения избыточной работы $\Delta A = \Delta A(\varphi)$, который представляет собой разность графиков работ движущей силы и касательной силы сопротивлений (рис. 8.4, δ). Наибольший размах ΔA_{max} этого графика, соответствующий изменению угловой скорости от ω_{min} до ω_{max} , равен 8,0 мм. Истинное значение ΔA_{max} определится по следующему выражению:

$$\Delta A_{max} = \Delta A_{max} \mu_A = 8,0 \cdot 288 = 2304 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Искомый момент инерции маховика

$$J_m = \frac{90 \Delta A_{max}}{n^2 [\delta]} = \frac{90 \cdot 2304}{200^2 \cdot 1/50} = 259 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

§ 8.4. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РЕГУЛЯТОРАХ СКОРОСТИ

Регуляторами называются механизмы или приборы, предназначенные для автоматического поддержания непериодических колебаний угловой скорости вращения ведущих звеньев машин в заданных пределах. Непериодические колебания скорости возникают вследствие случайного изменения движущих сил или сил

сопротивлений, действующих на звенья машин. Так, например, внезапное увеличение подачи энергии к двигателю вызывает повышение частоты вращения его вала, а увеличение сопротивления на ведомом валу машины влечет за собой снижение этой частоты. Регулирование средней скорости вращения вала машины осуществляется путем воздействия на приток энергии к двигателю или путем изменения сопротивления на ведомом валу машины. В настоящее время широкое распространение получили центробежные, тормозные и электрические регуляторы.

Центробежные регуляторы. Принцип действия центробежных регуляторов основан на использовании силы инерции вращающихся грузов для регулирования притока топлива (или электрической энергии) к двигателю. Схема центробежного регулятора показана на рис. 8.5, а. К валу регулятора 1, получающему вращение от двигателя, с помощью подвижных звеньев и муфты 2 подвешены грузы 3. Возникающие при вращении регулятора центробежные силы инерции грузов $P_{и}$ посредством рычагов 4 и тяг 5 воздействуют на муфту 2, которая может скользить вдоль вала вверх и вниз. Муфта регулятора с помощью рычага 6 соединена с рабочим органом (заслонкой) 7, регулирующим питание двигателя топливом (или турбины — паром).

При нарушении равенства работ движущих сил и сил сопротивления, например когда $A_d > A_c$, угловая скорость вала двигателя станет возрастать. В этом случае увеличится величина сил инерции $P_{и}$, благодаря чему шары начнут расходиться и муфта переместится вверх. При этом заслонка 7 опустится и уменьшится количество топлива, подаваемого в двигатель. В результате вновь восстановится равенство $A_d = A_c$ и угловая скорость двигателя стабилизируется.

Таким образом, перемещение муфты регулятора под воздействием сил инерции грузов дает возможность автоматически поддерживать равновесную угловую скорость вращения вала двигателя.

Установившееся движение машины ($A_d = A_c$) может протекать при различных угловых скоростях ведущего звена. Наибольшая скорость ω_{max} , допустимая по условиям безопасности, соответствует «холостому» ходу машины. Холостым называется такое движение машины, при котором энергия движущих сил затрачивается только на преодоление сил вредных сопротивлений. Наименьшая угловая скорость ω_{min} наблюдается при наибольшей нагрузке машины, когда $A_d = A_{c\ max}$; дальнейшее увеличение сил полезных сопротивлений вызовет нарушение этого равенства работ, которое регулятор не может восстановить, поэтому угловая скорость уменьшится и машина остановится.

Таким образом, регулятор должен обеспечивать поддержание установившегося движения машины при любом изменении скорости вращения вала в пределах от ω_{min} до ω_{max} . Это достигается подбором соответствующих значений параметров регулятора

(массы и размеров звеньев, деформации пружины). Мерой относительного изменения скорости вращения ведущего звена машины в процессе регулирования принято считать коэффициент регулирования, который определяется равенством

$$\delta_p = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}},$$

где

$$\omega_{\text{ср}} = (\omega_{\max} + \omega_{\min})/2.$$

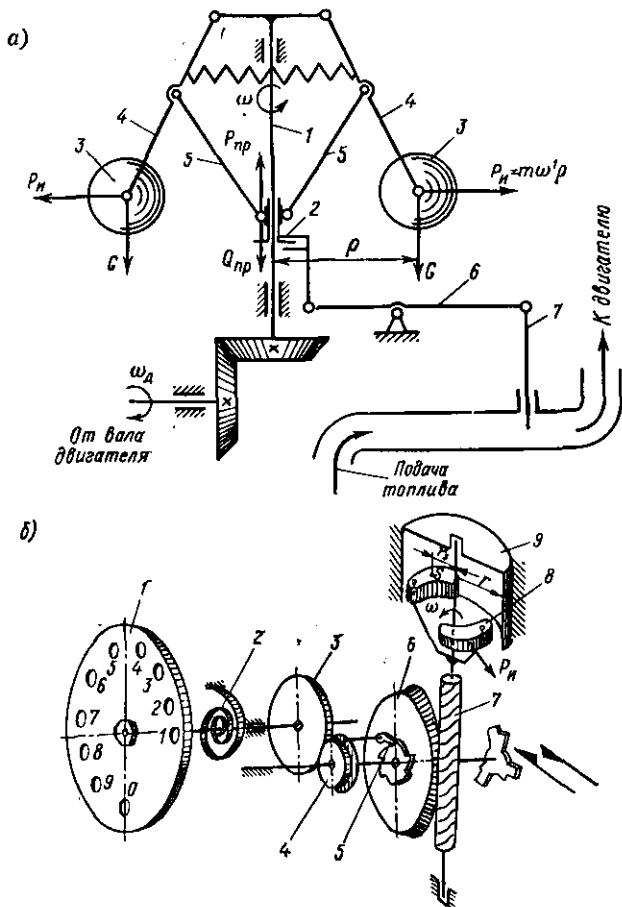


Рис. 8.5.

Чувствительность регулятора к колебаниям угловой скорости, т. е. реагирование его на изменение угловой скорости, зависит от величины сил трения звеньев регулятора. Чем меньше приведенная к муфте регулятора сила трения, тем меньше понадобится

изменение угловой скорости вала регулятора, при котором муфта придет в движение.

Тормозные регуляторы. При регулировании скорости движения с помощью тормозных регуляторов избыточная энергия двигателя затрачивается на преодоление механического, жидкостного или воздушного трения в регуляторе. Тормозные регуляторы применяются в приборах и аппаратах, потребляющих небольшую мощность, например в телеграфных аппаратах, патефонах и других приборах точной механики.

При регулировании посредством тормозных регуляторов уравнение движения машины или прибора для установившегося периода в форме моментов имеет следующий вид: $M_d = M_c + M_{\text{пер}}$, где M_d , M_c и $M_{\text{пер}}$ — приведенные к ведущему звену моменты движущих сил, сопротивлений и трения регулятора.

На рис. 8.5, б приведена схема тормозного регулятора телефонного номеронабирателя. На его валу помещены тормозные колодки 8, которые под действием центробежной силы инерции P_n могут прижиматься к тормозному цилиндру 9. Для определения момента сил трения $M_{\text{пер}}$ регулятора введем следующие обозначения: m — масса колодки; Q — сила упругости пружины; r — радиус тормозного цилиндра; f — коэффициент трения скольжения; ω — угловая скорость вращения вала; r_s — расстояние от оси вращения вала до центра тяжести колодки.

Центробежная сила инерции колодки $P_n = mr_s\omega^2$. Момент сил трения регулятора

$$M_{\text{пер}} = (P_n - Q)fr = fmr_s r\omega^2 - fQr$$

или

$$M_{\text{пер}} = k_1\omega^2 - k_2Q, \quad (8.7)$$

где $k_1 = fmr_s r$ и $k_2 = fr$.

Величина угловой скорости ω_0 вала регулятора, при которой тормозная колодка станет касаться тормозного цилиндра, определится из условия

$$M_{\text{пер}} = k_1\omega_0^2 - k_2Q = 0.$$

Подставив значения k_1 и k_2 , получим

$$\omega_0 = \sqrt{Q/(mr_s)}.$$

Пользуясь уравнением (8.7), нетрудно построить график изменения момента сил трения регулятора в зависимости от угловой скорости ω .

Регуляторы воздушного трения (ветрянки), электрические и др., широко применяемые в приборостроении, рассматриваются в специальной литературе.

Глава 9. УРАВНОВЕШИВАНИЕ СИЛ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

§ 9.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УРАВНОВЕШИВАНИИ

Звенья, центры тяжести которых совершают движение с переменными скоростями, дополнительно нагружают сопряженные с ними звенья силами инерции. Например, при неправильной посадке шкива на вал центр масс его S может не совпадать с геометрической осью вращения O (рис. 9.1, а). Вследствие этого при вращении вала возникает центробежная сила инерции P_n

$$P_n = ma = mr_s \omega^2, \quad (9.1)$$

где m — масса шкива; a — ускорение центра масс; r_s — расстояние от центра масс до оси вращения; ω — угловая скорость вращения шкива.

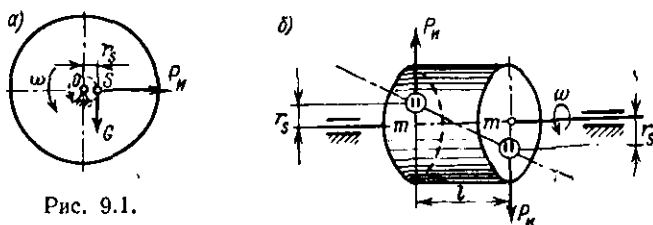


Рис. 9.1.

Векторную величину $D_c = mr$, характеризующую неуравновешенность звена, принято называть *дисбалансом*.

Центробежные силы инерции деформируют валы и дополнительно нагружают подшипники. Кроме того, при вращении неуравновешенных звеньев центробежные силы инерции периодически изменяются по направлению, вследствие чего возникают колебания (вибрации) отдельных звеньев машины, которые могут стать причиной их разрушения. Центробежная сила инерции, как это следует из равенства (9.1), возрастает пропорционально квадрату угловой скорости вращения звена, поэтому даже при небольшой массе звена может достигать весьма больших значений. Например, центробежная сила инерции одной лопатки паровой турбины мощностью 300 тыс. кВт при $n = 3000$ об/мин составляет около 80 тс.

Вращающееся звено может иметь и такую неуравновешенность, когда ось вращения не параллельна, а пересекается с его главной центральной осью инерции в центре масс (рис. 9.1, б). При вращении такого звена возникает момент сил инерции, величина которого может быть найдена по формуле

$$M_n = mr_s l \omega^2, \quad (9.2)$$

где l — расстояние между неуравновешенными массами, измеренное вдоль оси вращения.

Момент $M_{и}$ усиливает переменную нагрузку на опоры вращающегося звена и вибрацию всей системы. При большой частоте вращения силы инерции достигают значительных числовых значений и нередко превосходят внешние силы. Это особенно опасно в тех случаях, когда частота вибрации, вызванная силами инерции, совпадает с частотой собственных колебаний конструкции, т. е. при наличии резонанса.

Устранение вредных явлений, порождаемых действием неуравновешенных сил инерции звеньев, и является задачей уравновешивания. Эта задача решается путем рационального подбора массы, конструкции и размещения звеньев, а также с помощью специальных масс, называемых *корректирующими*.

§ 9.2. УРАВНОВЕШИВАНИЕ СИЛ ИНЕРЦИИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗВЕНЬЕВ

Практически любая деталь имеет некоторую неуравновешенность, обнаружение и устранение которой можно осуществить только при помощи специальных устройств. Такие устройства называются *балансирующими*, а сам процесс устранения неуравновешенности — *балансировкой*. Различают статическую и динамическую балансировки. Статической называется ба-

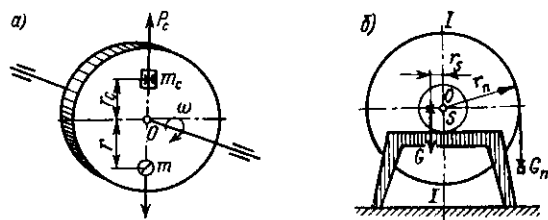


Рис. 9.2.

лансировка, в результате которой определяется и уменьшается главный вектор D_c дисбалансов, характеризующий статическую неуравновешенность. Динамической балансировкой называется процесс определения и уменьшения главного момента дисбалансов вращающихся звеньев ($M_d = m_d r_d l_d$), характеризующего моментную неуравновешенность. Таким образом, вращающееся звено считается полностью уравновешенным, если результирующая сила инерции и результирующий момент сил инерции равны нулю.

Условие полной уравновешенности вращающегося звена имеет вид:

$$D_c = 0; M_d = 0. \quad (9.3)$$

Статическая балансировка. Пусть вращающийся ротор имеет неуравновешенную массу m , которая расположена на расстоянии r от оси вращения (рис. 9.2, а). При вращении этого звена с угловой

скоростью ω возникает центробежная сила инерции $P_{и} = m r \omega^2$. Для статического уравновешивания достаточно поместить в любой плоскости, перпендикулярной к оси вращения, корректирующую массу m_c , которая вызовет уравновешивающую силу инерции P_c , равную по величине силе инерции $P_{и}$ и противоположную ей по направлению, т. е. $P_c = -P_{и}$. Учитывая, что $P_c = m_c r_c \omega^2$, имеем $m_c r_c \omega^2 = m r \omega^2$, откуда необходимая корректирующая масса определится по равенству

$$m_c = m r / r_c, \quad (9.4)$$

где r_c — расстояние от центра корректирующей массы до оси вращения.

Выявление статической неуравновешенности звеньев на практике осуществляется с помощью специальных балансировочных установок. На рис. 9.2, б изображена схема простейшей балансировочной установки. Подлежащее балансировке звено, например шкив ременной передачи, устанавливается на опоры установки так, чтобы он мог свободно поворачиваться вокруг оси вращения. Это достигается путем перекатывания вала шкива по горизонтальной опорной призме. После небольших покачиваний шкив остановится в положении, когда центр тяжести его S будет находиться в вертикальной плоскости $I-I$ ниже оси вращения O . Поэтому корректирующую массу следует поставить на линии $I-I$ выше оси вращения. Путем ряда попыток можно установить, какую корректирующую массу надо иметь, чтобы результирующая центробежная сила инерции шкива обращалась в нуль. При этом будет выполнено условие

$$m r_s = m_c r_c,$$

где m — масса шкива; r_s — смещение центра тяжести его от оси вращения; m_c — корректирующая масса; r_c — радиус ее установки.

Динамическая балансировка. При уравновешивании сил инерции вращающихся роторов, имеющих небольшую длину по сравнению с размером диаметра (маховики, шкивы, зубчатые колеса и др.), можно ограничиться только статическим уравновешиванием. Однако при значительной длине роторов статическое уравновешивание является уже недостаточным, так как становится существенным влияние моментной неуравновешенности, которую методом статической балансировки обнаружить невозможно.

Моментная неуравновешенность, характеризуемая главным моментом $M_d = P l = m r l \omega^2$, дополнительно нагружает подшипники, вызывая деформацию вала и другие вредные явления. Учитывая это, роторы должны подвергаться динамической балансировке. Полное устранение динамической неуравновешенности ротора будет иметь место в том случае, когда главный вектор и главный момент дисбалансов будут равны нулю [условия (9.3)]. Рассмотрим это на следующем примере. Пусть потребуется сбалансировать ротор с неуравновешенной массой двумя корректи-

рующими массами, расположенными в торцовых плоскостях *A* и *B* (рис. 9.3).

Статическую неуравновешенность устраним массой $m_c = mr/r_c$, расположенной в плоскости *B*.

Моментная неуравновешенность определяется моментом относительно оси *y*, равным:

$$M_y = m_c r_c \frac{L}{2} \omega^2 + mrl\omega^2; \quad M_y = mr\omega^2 \left(\frac{L}{2} + l \right).$$

Для уравнивания этого момента без нарушения статического равновесия разместим в плоскостях коррекции *A* и *B* две равные

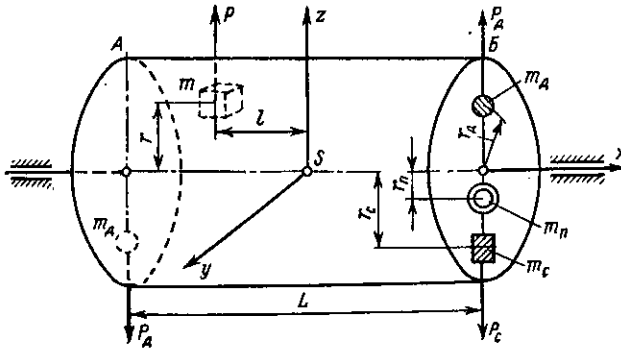


Рис. 9.3.

по величине дополнительные массы m_d , которые создадут пару сил инерции с моментом $M_d = P_d L = m_d r_d \omega^2 L$.

Из условия $M_d = M_y$ получим $m_d r_d \omega^2 L = mr\omega^2 \left(\frac{L}{2} + l \right)$, откуда

$$m_d = m \frac{r}{r_d} \left(\frac{1}{2} + \frac{l}{L} \right).$$

Помещенные в плоскости *B* две массы m_c и m_d можно заменить одной массой m_n , расположив ее на удобном по технологическим условиям расстоянии r_n от оси вращения. При этом должно быть соблюдено условие

$$m_n r_n \omega^2 = m_c r_c \omega^2 + m_d r_d \omega^2,$$

откуда

$$m_n = \frac{m_c r_c + m_d r_d}{r_n}.$$

Отметим, что балансировка роторов в плоскостях коррекции может осуществляться не только размещением соответствующих корректирующих масс, увеличивающих общую массу ротора, но и путем их удаления, например высверливанием.

Динамическая балансировка вращающихся звеньев машин осуществляется в настоящее время на универсальных балансировочных станках различных классов с электронной измерительной аппаратурой. Устройство и теория работы таких станков рассматриваются в специальной литературе. В качестве примера на рис. 9.4 приведена схема балансировочного станка. Ротор 1 вращается в опорах 2 и 4, в которых установлены пьезоэлементы (пьезодатчики) 3 и 5. Балансировка ротора (выявление и устранение дисбаланса) осуществляется в плоскостях А и Б с помощью специальной электроизмерительной аппаратуры. Для этого на станок устанавливают эталонный ротор с дисбалансом лишь

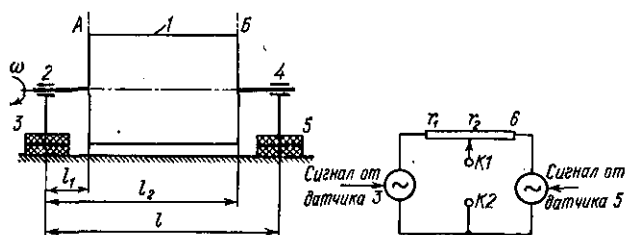


Рис. 9.4.

в одной плоскости; подвижный контакт потенциометра 6 перемещают в положение, при котором для эталонного ротора выходной сигнал на клеммах К1, К2 равен нулю. Для балансировки заданного ротора в плоскости А необходимо устранить влияние дисбаланса в плоскости Б на показания аппаратуры. При этом отношение сопротивлений потенциометра r_1 и r_2 должно удовлетворять условию

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{l - l_2}{l_2}.$$

При балансировке в плоскости Б влияние дисбаланса в плоскости А устраняется установкой подвижного контакта потенциометра в положении, при котором

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{l - l_1}{l_1}.$$

Для определения углового размещения корректирующей массы в плоскостях А и Б электрический сигнал с клемм К1, К2 преобразуется в импульсы напряжения и подается к лампе стробоскопа. При вращении ротора стробоскоп высвечивает место установки или удаления корректирующей массы (при которой общий дисбаланс в данной плоскости был бы равен нулю).

§ 9.3. ПОНЯТИЕ ОБ УРАВНОВЕШИВАНИИ СИЛ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ, СОВЕРШАЮЩИХ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЯ

Силы инерции звеньев машин, совершающих плоскопараллельное или возвратно-поступательное движение, уравновешиваются посредством рационального соединения нескольких механизмов (в многоцилиндровых двигателях внутреннего сгорания, компрессорах и др.) или с помощью противовесов, помещаемых на вращающиеся звенья. Уравновешивание противовесами рассмотрим на примере кривошипно-шатунного механизма (рис. 9.5, а). Масса шатуна $m_{ш}$ приближенно может быть заменена двумя эквивалентными массами $m_{ш}^A$ и $m_{ш}^B$, сосредоточенными в точках А и В. Величины этих масс определяются из выражений:

$$m_{ш}^A = m_{ш} \frac{l_2}{l}; \quad m_{ш}^B = m_{ш} \frac{l_1}{l}.$$

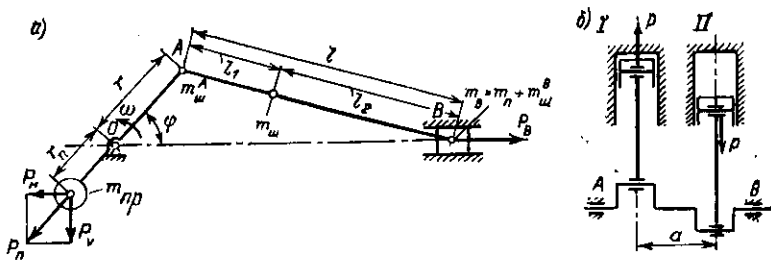


Рис. 9.5.

Таким образом, уравновешиванию подлежат силы инерции, развиваемые массой $m_{ш}^A$, сосредоточенной в точке А, и общей массой m_B , сосредоточенной в точке В и равной $m_B = m_n + m_{ш}^B$, где m_n — масса ползуна (поршня). Сила инерции $P_A = -m_{ш}^A a_A$ легко может быть уравновешена противовесом, расположенным на кривошипе OA по другую сторону от оси вращения. Уравновешивание силы инерции P_B , развиваемой массой m_B , представляет значительную трудность, так как ее величина изменяется по сложной зависимости от угла поворота кривошипа φ . Величина этой силы составляет $P_B = -m_B a_B$, где a_B — ускорение ползуна, которое приближенно определяется по равенству

$$a_B = r\omega^2 \left(\cos \varphi + \frac{r}{l} \cos 2\varphi \right).$$

Следовательно,

$$P_B = - \left(m_B r \omega^2 \cos \varphi + m_B \frac{r}{l} \omega^2 \cos 2\varphi \right)$$

или

$$P_B = P_1 + P_2,$$

где

$$P_1 = m_B r \omega^2 \cos \varphi; \quad P_2 = m_B \frac{r}{l} \omega^2 \cos 2\varphi.$$

На практике часто уравнивают лишь силу инерции P_1 , которая изменяется по наиболее простой зависимости от угла поворота кривошипа φ . Для этого на продолжении кривошипа OA (рис. 9.5, а) размещают противовес m_n , центр тяжести которого отстоит от оси вращения на расстоянии r_n . Центробежная сила инерции этого противовеса $P_n = m_n r_n \omega^2$ может быть разложена на горизонтальную и вертикальную составляющие:

$$P_H = P_n \cos \varphi = m_n r_n \omega^2 \cos \varphi; \quad P_V = P_n \sin \varphi = m_n r_n \omega^2 \sin \varphi.$$

Из рассмотрения этих выражений следует, что слагаемая P_1 силы инерции поступательно движущихся масс может быть уравновешена горизонтальной составляющей P_H силы инерции противовеса. Приняв $P_H = P_1$, получим $m_n r_n \omega^2 \cos \varphi = m_B r \omega^2 \cos \varphi$, откуда необходимая масса противовеса определится по равенству

$$m_n = m_B r / r_n.$$

Однако в этом случае вертикальная составляющая силы инерции противовеса остается неуравновешенной, вредно воздействуя на опоры вала кривошипа и раму. Учитывая это, уравнивание силы инерции P_1 осуществляется только частично, т. е. принимают

$$m_n < m_B r / r_n.$$

В многоцилиндровых двигателях и других поршневых машинах полное или частичное уравнивание может быть достигнуто путем такого расположения механизмов, при котором силы инерции звеньев взаимно уравниваются. На рис. 9.5, б изображена схема механизма двухцилиндрового двигателя внутреннего сгорания, в котором кривошип механизма цилиндра II опережает кривошип механизма цилиндра I на угол 180° . В этом случае силы инерции первого порядка взаимно уравниваются и опоры A и B коленчатого вала нагружаются лишь неуравновешенным моментом $M = Pa$. Уравнивание сил инерции, изменяющихся по более сложным зависимостям, рассматривается в специальной литературе.

Расчеты и конструирование передаточных механизмов и деталей машин

А. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Глава 10. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ МАШИНОСТРОЕНИЯ

§ 10.1. ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Машиностроение по классификации ЦСУ СССР входит в состав промышленности как крупная комплексная отрасль под названием «Машиностроение и металлообработка». Собственно машиностроение включает в себя производство машин и оборудования, аппаратов, приборов и различного рода механизмов.

Металлообработка занимается производством различного рода металлических изделий, конструкций и ремонтом. Продукция машиностроения составляет около 80% всей отрасли, остальные 20% приходятся на долю металлообрабатывающей промышленности.

Современными тенденциями в развитии машиностроения являются:

- увеличение производительности отдельных агрегатов;
- повышение единичной мощности машин при увеличении скорости движения их рабочих органов;
- повышение к. п. д. машин;
- увеличение внедрения стандартизации и унификации деталей, сборочных единиц, комплектов и комплексов;
- повышение точности действия механизмов, качества, надежности и долговечности;
- обеспечение безопасности действия и обслуживания;
- обеспечение компактности и автоматизации управления;
- улучшение внешнего вида машины.

Развитие механизмов приборов связано с повышением точности и чувствительности их действия, безынерционности, плавности, бесшумности работы, увеличением защищенности от внешних воздействий и др.

Машино- и приборостроение призваны обновлять и расширять технику во всех отраслях народного хозяйства и промышленности, оснащать все сферы человеческой деятельности и прежде всего сферу производства высокопроизводительными и более эффективными орудиями труда, обеспечивать ее всеми видами технологического и силового оборудования, машин и приборов.

Основные проблемы современной техники — высокое качество, надежность и долговечность.

§ 10.2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Машины составляют основу всех отраслей техники. Развитие техники может происходить только на базе создания новых машин и совершенствования уже построенных. Теоретические и экспериментальные исследования машин для определения силы взаимодействия их деталей и сборочных единиц (узлов), практика конструирования, а также опыт изготовления машин составляют основу создания современных машин.

Многообразие и сложность факторов, влияющих на конструкцию, изготовление и эксплуатацию оборудования, не дают возможности составить общую расчетную схему и обеспечить соответствие результатов расчета окончательным размерам деталей и машин в целом. В связи с этим при проектировании машин, а также их простых и сложных деталей обычно возникает необходимость разработки нескольких вариантов решений. Иными словами, решение технических задач в отличие от других всегда является многовариантным. При этом рациональное конструирование машин и оборудования возможно только с учетом технологии и организации работ. Машины, спроектированные и изготовленные при нарушении указанных требований, не могут быть эффективно использованы. Поэтому проектирование любой машины и их комплектов для комплексного механизированного и автоматизированного производства начинают с анализа заданного процесса производства и прежде всего принятой технологии. Отсюда исходными принципами проектирования являются заданные объемы работ и темпы их выполнения. Объемы работ можно условно подразделить на малые, средние и большие. Такой подход дает возможность создавать машины, наилучшим образом отвечающие своему назначению как по массо-габаритным характеристикам, так и по характеристикам мощности и производительности. Необходимо обеспечить заданные параметры надежности и долговечности (ресурс) проектируемых машин, повышенный к. п. д. Правильный выбор типа привода, кинематической схемы, вида и материала трущихся пар, применение подшипников качения, совершенной смазки — все это является чрезвычайно важным с точки зрения повышения к. п. д. машины и механизма. Расход энергии в процессе работы машины — постоянно действу-

ющий фактор, поэтому повышение к. п. д. машины дает возможность сберечь государству многие тысячи киловатт-часов электрической или другой энергии. Создание же машин с повышенным ресурсом практически равноценно дополнительному выпуску машин без затраты материалов, труда и денежных средств.

Для проектирования новых машин обычно задаются такие параметры, как мощность, производительность, габаритные размеры, масса, к. п. д. и др.; для транспортных машин — сила тяги, масса, скорость, габаритные размеры, количество перевозимых грузов или пассажиров и др. Исходные параметры для проектирования механизмов и машин уточняются в процессе разработки машины или механизма и зависят от назначения машины и механизма, места их установки, условий эксплуатации и других факторов.

§ 10.3. ВИДЫ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Изделием называется любой предмет или набор предметов производства, подлежащих изготовлению на предприятиях. Производимая машиностроительными заводами продукция подразделяется на изделия основного и вспомогательного производства. Изделиями основного производства машиностроительных предприятий являются машины, механизмы, станки, приборы, аппараты и другие устройства, предназначенные для поставки (реализации). К изделиям вспомогательного производства относятся различные инструменты, штампы, приспособления и другие устройства, предназначенные для изготовления изделий основного производства, т. е. для собственных нужд предприятия. ГОСТ 2.101—68 устанавливает следующие виды изделий: 1) детали; 2) сборочные единицы; 3) комплексы; 4) комплекты. Изделия в зависимости от наличия или отсутствия в них составных частей делятся на: 1) специфицированные (детали) — не имеющие составных частей; 2) специфицированные (сборочные единицы, комплексы, комплекты) — состоящие из двух и более составных частей. Составными частями машины являются: деталь, сборочная единица (узел), комплекс и комплект.

Деталь — изделие, изготовленное из однородного по наименованию и марке материала, без применения сборочных операций.

Сборочная единица — изделие, составные части которого подлежат соединению между собой на предприятии-изготовителе сборочными операциями (ввинчиванием, сочленением, клепкой, сваркой, пайкой и др.).

Комплекс — два и более специфицированных изделия, не соединенных на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначенных для выполнения взаимосвязанных эксплуатационных функций (поточная линия станка, автоматическая телефонная станция и т. п.).

Комплект — два и более изделий, не соединенных на предприятии-изготовителе сборочными операциями и представляющих

набор изделий, имеющих общее эксплуатационное назначение вспомогательного характера (комплект запасных частей, комплект инструмента и принадлежностей и т. п.).

Среди деталей и сборочных единиц, комплектов и комплексов различают специальные (С), типовые (Т), нормальные (Н) и стандартные (ГОСТ). По мере расширения номенклатуры и специализации производства изделий возникает необходимость их унификации, т. е. типизации, нормализации и стандартизации их деталей и узлов.

Применение в машинах стандартных деталей, сборочных единиц, комплектов и комплексов дает возможность уменьшить количество типоразмеров, обеспечить взаимозаменяемость, а также быстрое и дешевое изготовление новых машин, а в период эксплуатации — высокую культуру ремонта машин с наименьшим их простоем.

§ 10.4. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К СОВРЕМЕННЫМ МАШИНАМ, ИХ ДЕТАЛЯМ И СБОРОЧНЫМ ЕДИНИЦАМ

Несмотря на большое многообразие современных машин, отличающихся друг от друга назначением, производительностью, скоростью движения рабочих органов и т. д., установлены общие требования, предъявляемые к конструкции самих машин, а также к их сборочным единицам и деталям. Такими требованиями к машинам являются:

- соответствие производительности заданным объемам и темпам выполнения работы;

- обеспечение высокой надежности и долговечности, а также срока службы машины, соответствующего сроку гарантии в заданных условиях эксплуатации;

- правильность выбора материала и рациональных способов обработки;

- соответствие конструкции машины ее назначению;

- обеспечение наименьших габаритных размеров машины, затрат труда и материально-денежных средств;

- удобство доставки к потребителю;

- привлекательность формы и отделки внешнего вида машины.

Красивый внешний вид машины достигается не только ее внешней отделкой — декоративной полировкой, никелированием, хромированием, воронением, окраской и лакировкой, но и надлежащими формами конструкции. Нельзя рассматривать художественное конструирование как работу над внешней формой промышленного изделия. Механизм, машина или прибор — сложные целостные комплексы, и их недопустимо механически расчленять на внешнюю форму отделки и форму конструкции. Опыт, накопленный дизайнерскими организациями, свидетельствует о том, что хороших результатов при проектировании промышленных

изделий можно добиться только при условии тесного творческого сотрудничества конструктора, технолога и дизайнера.

Декоративная отделка машины придает ей красивый внешний вид, а также предохраняет ее отдельные части от коррозии. Совершенство и красота внешних форм машины повышают ответственность обслуживающего персонала за ее техническое состояние и способствуют развитию бережливости к социалистической собственности.

К конструкциям сборочных единиц предъявляются требования легкой сборки и разборки, легкой замены относительно быстро изнашивающихся частей и т. д.

Детали должны иметь минимальную массу при достаточной прочности и быть надежными в эксплуатации, так как их поломка может привести к авариям в машине. Прочность детали обеспечивается правильным выбором материала, надлежаще рассчитанными размерами. Уменьшение массы деталей достигается применением более прочных и экономичных материалов. Применение наиболее точных методов расчета дает возможность получить размеры деталей без излишних запасов прочности. Многие детали должны также обладать достаточной жесткостью, т. е. способностью сопротивляться образованию остаточных деформаций. Особое значение это имеет для таких деталей, как валы, оси, опоры. Жесткость деталей зависит от свойств материала, размеров и формы деталей, поэтому при конструировании многие детали машин подвергаются проверочным расчетам на жесткость и специальным испытаниям опытных образцов.

Детали должны быть придана достаточная износостойкость. Это требование выполняется применением специальных материалов, различными способами поверхностного упрочнения, например закалкой с нагревом токами высокой частоты, цементацией в газовой среде, наклепом дробью, накаткой шариками или роликами, хромированием.

Детали должны быть возможно простыми по форме и экономичными в изготовлении. Такое требование может быть выполнено при условии тесного содружества конструкторов и технологов, обеспечивающего применение наиболее рациональных конструкций, прогрессивной технологии, более дешевых материалов и т. д.

Одним из существенных критериев оценки конструкции изделия является его технологичность и экономичность.

В ГОСТе предусмотрены следующие виды технологичности конструкции: производственная; эксплуатационная; технического обслуживания; ремонтная и др. В стандарте приведены термины и определения качественных и количественных характеристик и показателей технологичности конструкций.

Технологичность конструкций обеспечивается:

применением в новой машине деталей простейшей конфигурации с минимальной обработкой (штамповка, точное литье, фасонный прокат, сварка, резание);

унификацией деталей в различных сборочных единицах (узлах машины);

стандартизацией конструктивных элементов деталей (канавок, фасок и др.);

системой допусков и посадок и классами точности;

применением в новой машине деталей и сборочных единиц, ранее освоенных в производстве.

Конструкция технологична только при условии, если она изготовлена с минимальными затратами труда и средств в условиях каждого предприятия.

§ 10.5. НАДЕЖНОСТЬ ИЗДЕЛИЙ И УСЛОВИЯ ЕЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Проектирование машин, механизмов и приборов, а также систем автоматики связано с необходимостью наиболее обоснованно планировать их надежность, долговечность и ресурс, т. е. закладывать желаемые их величины в разрабатываемые конструкции.

Надежность — свойство изделий выполнять в течение заданного времени или заданной наработки свои функции, сохраняя в требуемых пределах эксплуатационные показатели. Надежность изделий обуславливается их безотказностью, долговечностью, ремонтпригодностью и сохраняемостью.

Безотказность — свойство сохранять работоспособность в течение заданной наработки без вынужденных перерывов. Безотказность особенно важна для машин, механизмов, приборов, отказы которых связаны с опасностью для жизни людей, например космических кораблей, самолетов, различных транспортных машин и устройств, а также с перерывом в работе большого комплекса машин или систем (конвейерно-поточные линии, системы энергоснабжения и др.).

Долговечность — свойство изделия сохранять работоспособность до предельного состояния с необходимыми перерывами для ремонтов и технического обслуживания¹.

Ремонтпригодность — приспособленность изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей проведением технического обслуживания и ремонтов.

Сохраняемость — свойство изделия сохранять обусловленные эксплуатационные показатели в течение хранения и транспортирования, установленного в технической документации и после этого срока.

Повреждение — событие, заключающееся в нарушении исправности объекта. Оно может быть существенным и несущественным.

¹ Предельное состояние — такое состояние объекта, которое соответствует технической невозможности или нецелесообразности его дальнейшей эксплуатации, обусловленное требованиями безопасности или неустранимым снижением эффективности.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособности изделия (полной или частичной). По своей природе отказы бывают: полные и частичные; внезапные (например, поломка) и постепенные (изнашивание, коррозия); опасные для жизни человека; тяжелые и легкие, устранимые и неустраняемые. В зависимости от причин возникновения отказы подразделяются на конструкционные, производственные и эксплуатационные. На стадии конструирования (проектирования) они обуславливаются ошибками конструктора (проектировщика), несовершенством принятых методов расчета и конструирования. При изготовлении — нарушением принятой технологии, а также ее несовершенством. В эксплуатации — нарушением правил эксплуатации, внешним воздействием, несвойственным нормальной эксплуатации. По времени они могут возникать при испытаниях, в период приработки, нормальной эксплуатации, а также во время последнего периода эксплуатации.

Надежность деталей машин, механизмов и приборов во многом зависит от того, насколько близки предельные запасы основных расчетных критериев работоспособности (прочность, скорость, температура, износостойкость и др.) к действительным рабочим режимам.

Можно рассматривать надежность деталей, сборочных единиц (узлов), отдельных агрегатов и в целом машины, прибора или другого устройства. Теория надежности базируется на статистических данных, собираемых на основе наблюдений за изделием в эксплуатации или с помощью специальных испытаний. Оценка надежности может производиться на основе выбора различных показателей. Выбор того или иного показателя определяется назначением изделия. Например, для транспортных машин (автомобиль, локомотив) обычно устанавливается пробег, а для двигателей — время наработки в часах и др. При этом, если для автомобиля определенного типа установлен пробег 200 000 км до первого капитального ремонта, а среднестатистический пробег составил 190 000 км, то коэффициент надежности таких автомобилей составляет $P(L) = 0,95$.

Главнейшими критериями надежности подобных систем являются: частота отказов $a(L)$, интенсивность отказов $\lambda(L)$; вероятность безотказной работы $P(L)$ в течение заданного пробега (L_1) или заданного промежутка времени от t_1 до t_{i+1} . Так как отказ и безотказная работа представляют собой взаимно противоположные события, то можно записать

$$P(t) + Q(t) = 1, \quad (10.1)$$

где $Q(t) = \int_0^t f(t) dt$ — вероятность отказа за время t ; $f(t)$ — плотность вероятности отказа.

Вероятность безотказной работы системы, состоящей из элементов, по теореме умножения вероятностей равна произведению вероятностей безотказной работы элементов

$$P_{\text{ст}}(t) = P_1(t) P_2(t) \dots P_n(t). \quad (10.2)$$

Если $P_1(t) = P_2(t) = \dots = P_n(t)$, то $P_{\text{ст}}(t) = P_1^n(t)$.

Из этого видно, что чем больше в сложной системе элементов, тем меньше вероятность ее безотказной работы. Это следует помнить и учитывать при проектировании. Вероятность безотказной работы системы в разные периоды ее срока службы различна. Обычно с увеличением срока службы (или, например, пробега) вероятность безотказной работы уменьшается. При этом законы

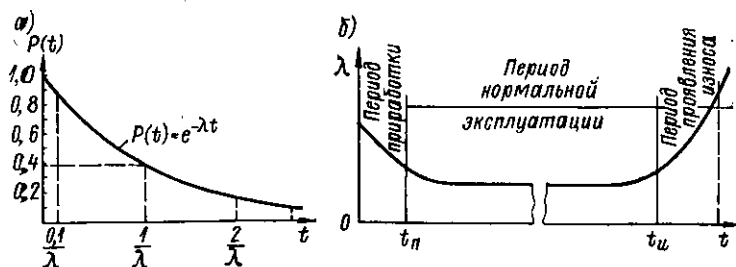


Рис. 10.1.

распределения вероятности безотказной работы могут быть различными: показательный, нормальный, логарифмически-нормальный и др.

Из приведенного графика показательного распределения (рис. 10.1, а) видно, что при $t = 1/\lambda$ всегда $P(t) \approx 0,37$; при $t = 0,1/\lambda$ $P(t) \approx 0,9$; при $t = 0,01/\lambda$ $P(t) = 0,99$ и т. д. Одним из важнейших показателей надежности является интенсивность отказов λ , т. е. число отказов, приходящихся на единицу времени.

На рис. 10.1, б показан типичный график надежности, т. е. зависимости интенсивности отказов от времени. В начале периода приработки (от 0 до t_n) интенсивность отказов имеет повышенное значение, а затем снижается. Период нормальной эксплуатации (от t_n до t_u) характеризуется примерно постоянным значением интенсивности отказов. Третий период ($t > t_u$) характеризуется режимом повышением интенсивности отказов. В этом случае различные виды износа достигают таких величин, которые приводят к нарушению нормальной работы машины, а также к их поломкам.

На рис. 10.2 изображены функции изнашивания элементов кинематической пары при взаимодействии их передающей 1 и воспринимающей 2 поверхностей (а), а также функции интенсивности (скорости) (б) и ускорения (в) изнашивания передающей поверхности ($v_{н.п}$, $\omega_{н.п}$) и воспринимающей ($v_{н.в}$, $\omega_{н.в}$), которые по-

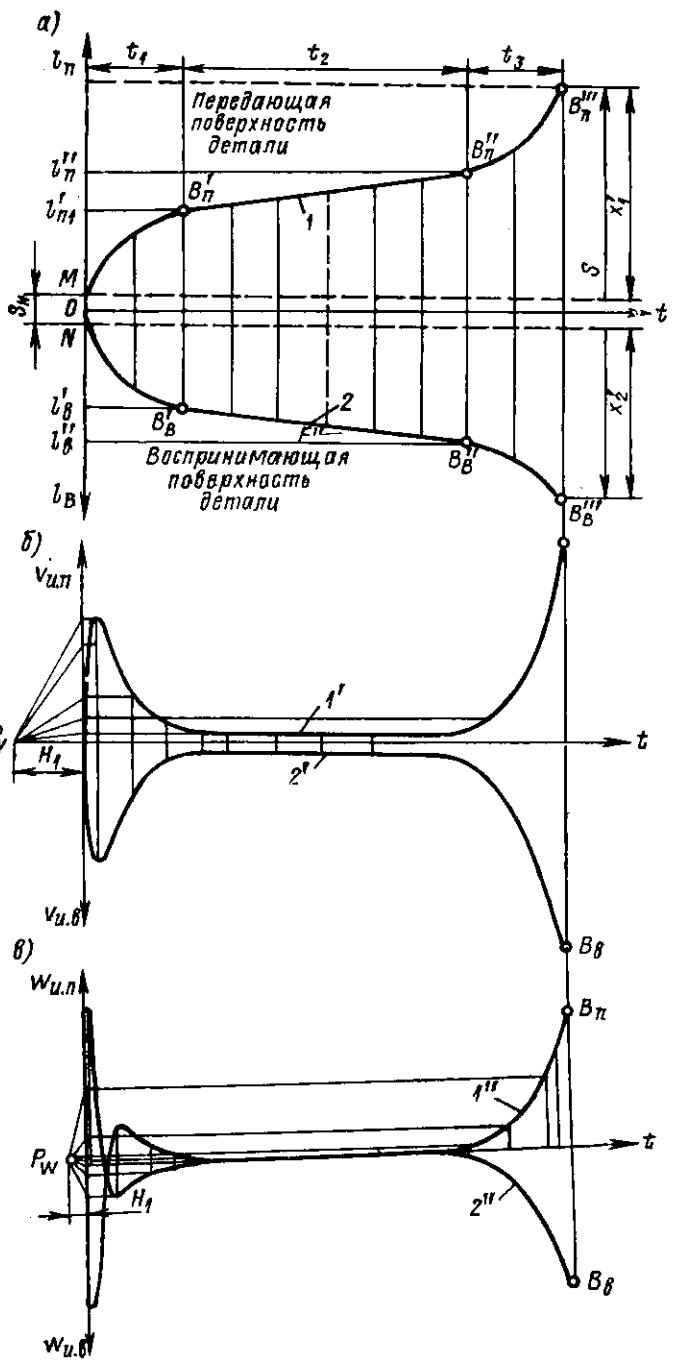


Рис. 10.2.

лучены путем последовательного дифференцирования кривых износа элементов пары, где t_1 — период приработки; t_2 — период нормальной эксплуатации; t_3 — период резкого повышения отказов; S_n, S — начальный и конечный (предельный при $t_3 = 0$) зазоры в сопряжении.

Основные показатели долговечности деталей: *ресурс* — наработка изделия от определенного момента времени до наступления предельного состояния, оговоренного в технической документации. Различают ресурс до первого ремонта, межремонтный ресурс, назначенный ресурс. Ресурс рекомендуется определять по площади подынтегральной кривой износостойкости¹ $\rho(x)$ (рис. 10.3, а)

$$T = \int_0^x \rho(x) dx, \quad (10.3)$$

где x — величина износа трущейся детали на сторону.

Такое представление ресурса дает возможность определять границы периодов интенсивности изнашивания в интервале предельного допуска износа, производить подразделение ресурса в соответствии с терминологией ГОСТ 13377—75 и, что особенно важно, более обоснованно производить синтез пар трения механических систем в отношении их надежности и долговечности с учетом предъявляемых к ним требований. В качестве границы полного ресурса примем точку перегиба кривой износостойкости A с координатами x_A и ρ_A из условия

$$d\rho/dx \neq 0. \quad (10.4)$$

Ограничивая верхний предел интегрирования выражения (10.3)

координатой x_A , получим полный ресурс $T_n = \int_0^{x_A} \rho(x) dx$. Назначенный ресурс (T_n) будет соответствовать точке B на кривой износостойкости; координаты этой точки устанавливаются по соображениям заданной точности механической системы, а также безопасности и экономичности. При достижении этой величины эксплуатация машины или прибора должна быть прекращена. Так, например, износ (прокат) железнодорожных колес для различных единиц подвижного состава установлен в пределах от 5 до 9 мм; при достижении этих значений подвижной состав в эксплуатацию не допускается. И использованный ресурс (T_n) определяется координатами точки C по фактическому времени эксплуатации машины; точка C может совпадать с координатами точки B или смещаться относительно нее в зависимости от предъявляемых к механической системе требований и ее фактического

¹ Износостойкость оценивается величиной, обратной скорости изнашивания. Скорость изнашивания $v_n = dx/dt$; износостойкость $\rho = 1/v_n$; ускорение изнашивания $\omega_n = d^2x/dt^2$ (подробнее см. Сборник научных трудов ЛИИЖТа, 1974, вып. 371).

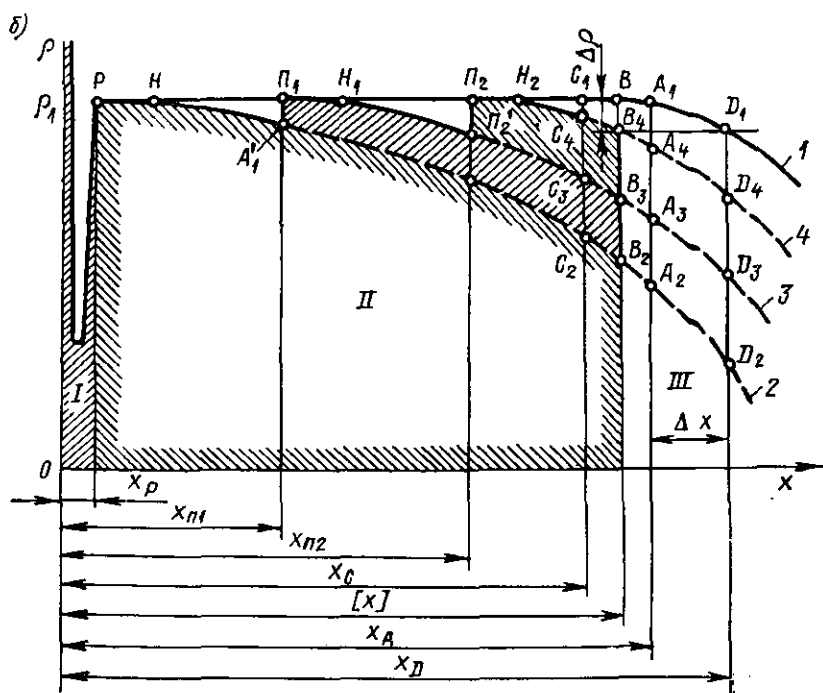
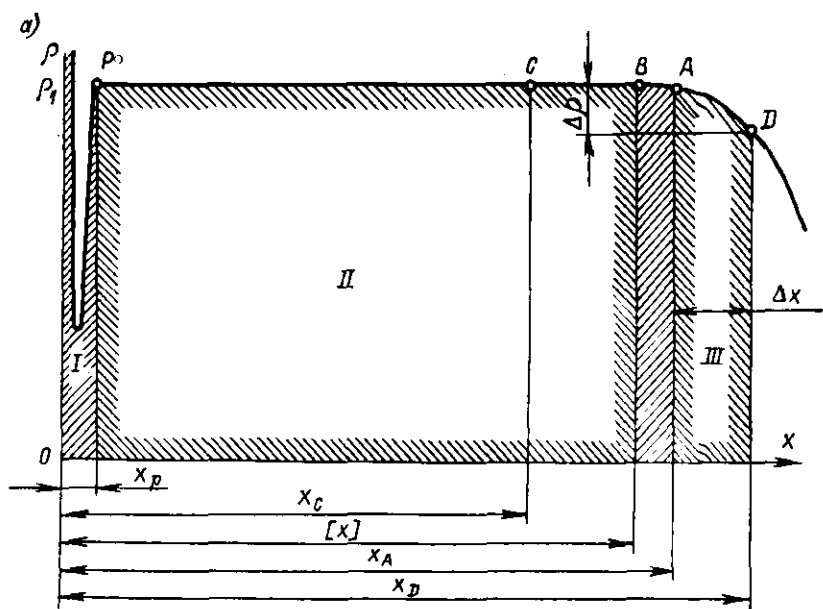


Рис. 10.3.

состояния в рассматриваемый период времени. Неиспользованный ресурс ($T_{ни}$) определяется пределами интегрирования, ограниченными точками C и B .

Площади I , II и III соответствуют ресурсу периода приработки, нормальной эксплуатации и повышенных отказов машины. В случае $x_C \geq x_A$ ресурс соответствует предаварийному периоду работы машины (точка D).

На рис. 10.3, б показаны: 1) уменьшение ресурса зубчатых колес в зависимости от снижения износостойкости их за счет нарушения эвольвенты износом (кривая 2 по сравнению с кривой 1); 2) повышение ресурса зубчатых колес периодическим восстановлением эвольвентности профиля их зубьев (кривые 3, 4)

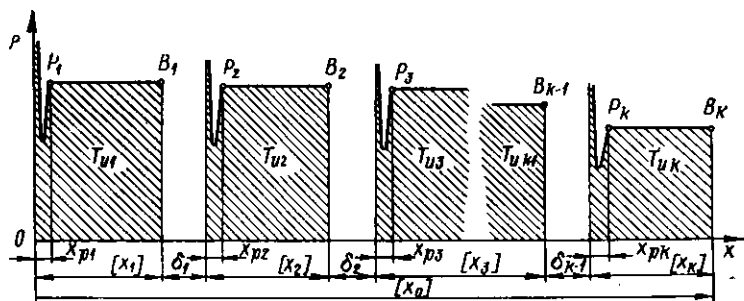


Рис. 10.4.

при двух процессах восстановления эвольвенты (точки P_1 , P_2) за полный срок их службы. Исследования ЛИИЖТа показывают, что подобная мера дает возможность повысить ресурс, например зубчатых колес тяговых передач локомотивов, до 25% в интервале предельного допуска износа зубьев.

Показателем долговечности деталей многократного использования является полный суммарный ресурс

$$T_{п.с} = \sum_{i=1}^k \int_0^{x_{Ai}} \rho_i(x) dx - \sum_{i=1}^k \delta_i \rho_i(x_A). \quad (10.5)$$

В равенстве (10.5) уменьшаемое представляет собой общий ресурс, определяемый предельным износом, а вычитаемое — эквивалентный ресурс, соответствующий размеру снятых слоев δ_i материала при периодических обточках или перешлифовках в интервале полного допуска износа $[x_0]$ детали (рис. 10.4).

Использование при проектировании машин и приборов результатов исследования процесса изнашивания и его приложения к синтезу пар трения дает возможность обеспечить заданную (расчетную) долговечность, наиболее обоснованно установить равную и кратную долговечность элементов пар трения по заданным

параметрам, прогнозировать их надежность и долговечность и на этой основе устанавливать категории ремонта, определять межремонтные сроки, а также составлять ремонтные схемы.

Из приведенных графиков видно, что существует два основных пути повышения ресурса трущихся деталей: первый за счет увеличения площади подынтегральной кривой в направлении оси x , второй — в направлении оси ρ . *Увеличение ресурса за счет повышения износостойкости* — это качественный и наиболее выгодный путь; второй — связан с увеличением предельных допусков износа, которые в связи со все возрастающими требованиями повышения скорости движения машин, а также точности действия механизмов не представляется возможным увеличивать. В этом случае повышение ресурса связано с заменой деталей, достигших предельного состояния. Этот количественный путь менее экономически выгоден.

Основы надежности закладываются конструктором в содружестве с технологом при проектировании. Заданная надежность обеспечивается в процессе производства применением прогрессивной технологии. В эксплуатации заданная функция надежности реализуется выполнением всех правил эксплуатации. Надежность изделия тесно связана с его долговечностью. Эффективных мер повышения долговечности много, в их числе закалка стальных деталей при нагреве т. в. ч., дающая возможность увеличить износостойкость зубчатых передач в 2—4 раза; хромирование трущихся деталей дает возможность увеличивать срок службы по износу в 3—5 раз и др. Хорошая система смазки является необходимым условием обеспечения надежности и долговечности машин. Широкое применение в машиностроении т. в. ч. для упрочнения деталей машин с целью повышения их ресурса объясняется многими их преимуществами по сравнению с другими видами термической обработки деталей. Однако реализовать эти преимущества возможно только при условии правильного установления параметров закалки. Важнейшими из них являются глубина закалки x_k , твердость HRC , зона перехода закаленной части детали к незакаленной, частота тока и скорость процесса упрочнения. Теоретически глубина упрочнения трущейся детали должна равняться предельному допуску ее износа. Однако практически при ее определении следует учитывать условия работы детали, ее геометрические размеры и материал. Опыт применения т. в. ч. показывает, что при невыполнении этих условий закалка при индукционном нагреве приводит к отрицательным результатам. В тех случаях, когда зона перехода закаленной части детали к незакаленной совпадает с наиболее опасным сечением и местом концентрации напряжений, в этих зонах первоначально возможно появление микротрещин, а затем их развитие под действием знакопеременных нагрузок и усталостный излом. Аналогичные результаты могут быть и при недостаточной глубине закаленного слоя.

Постоянное стремление к увеличению ресурса машин является важнейшей задачей машиностроения, наиболее эффективным результатом работы в деле повышения качества и экономической эффективности их труда, одним из главных резервов страны, ведь повышение ресурса в два раза равноценно увеличению выпуска машин во столько же раз. Этим и определяется необходимость постоянного повышения уровня проектирования и производства машин на основе комплексной механизации и автоматизации производственных процессов, а также автоматизации управления ими. Все это даст возможность машиностроителям добиться, чтобы каждая вновь выпускаемая машина была более экономичной, производительной и надежной в эксплуатации, более простой в уходе и дешевой в изготовлении, чем машины подобного типа, выпускавшиеся раньше.

Глава 11. СТАНДАРТИЗАЦИЯ И ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ В МАШИНОСТРОЕНИИ

§ 11.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СТАНДАРТИЗАЦИИ

Стандартизация (ГОСТ 1.0—68) — установление и применение правил с целью упорядочения деятельности в определенной области на пользу и при участии всех заинтересованных сторон и, в частности, для достижения всеобщей максимальной экономии при соблюдении условий эксплуатации (использования) и требований безопасности.

Стандарт — результат конкретной работы по стандартизации. Различают следующие категории стандартов: МС — международные стандарты; СТ СЭВ — стандарт СЭВ; ГОСТ — государственный стандарт; ОСТ — отраслевой стандарт; РСТ — республиканский стандарт; СТП — стандарт предприятия.

Стандартизация имеет важное общегосударственное значение для обеспечения выпуска продукции требуемого качества. При разработке стандартов наиболее действенными методами стандартизации являются взаимозаменяемость, унификация, агрегатирование.

Взаимозаменяемость обеспечивает возможность применения составной части изделия вместо другой без дополнительной обработки с сохранением требуемого качества изделия, в состав которого она входит. Взаимозаменяемостью могут обладать не только отдельные детали, но и узлы, группы. Так, в различных редукторах могут быть взаимозаменяемыми зубчатые колеса, валы, подшипники и др. В различных машинах сами редукторы могут быть взаимозаменяемыми.

Процесс сборки узла машины состоит в присоединении сопрягаемых деталей друг к другу. Наиболее современной и прогрес-

сивной является непрерывно-поточная сборка узлов и всего изделия, производимая на конвейере. При этом каждая сборочная операция строго рассчитана по времени и общий темп сборки оказывается весьма высоким. В таких условиях соединение деталей должно производиться быстро, без взаимной пригонки.

Взаимозаменяемость имеет огромное хозяйственное значение, она дает возможность значительно повысить производительность сборки и удешевить производство изделий. Кроме того, взаимозаменяемость ведет к повышению культуры ремонта машин, а также к упрощению и ускорению ремонтных работ, дает возможность обеспечить ремонтные предприятия запасными частями. Производство взаимозаменяемых деталей, узлов и изделий возможно только при условии соблюдения стандартов на материалы, полуфабрикаты и готовые изделия.

Унификация — рациональное сокращение многообразия видов, типов и типоразмеров изделий одинакового функционального назначения. Она направлена на создание комплексов взаимозаменяемых агрегатов, узлов и деталей.

Агрегатирование — метод создания и эксплуатации машин, основанный на взаимозаменяемости отдельных агрегатов и узлов, каждый из которых может быть использован при создании различных модификаций машин одного или разного функционального назначения. Дает возможность осуществлять кооперацию и специализацию цехов, заводов. При этом резко сокращаются сроки проектирования и освоения новых видов изделий (используются готовые решения), снижаются затраты, повышается производительность труда.

Необходимое качество создаваемых изделий обеспечивается при условии выполнения требований, предъявляемых стандартами, на стадиях: обоснования народнохозяйственной потребности в изделии; проектирования; материально-технической подготовки производства; изготовления; обращения и реализации; эксплуатации (потребления).

На всех этих стадиях должны выполняться требования, устанавливаемые системой стандартов Государственной системы обеспечения единства измерений и точности изготовления.

Исходные положения стандартизации составляет систематизация. Ее разновидностями являются классификация и кодирование. Их цель — расположить материал в определенном порядке и последовательности для удобства пользования. При классификации предметы и понятия подразделяют на классы, подклассы, группы, подгруппы, и при необходимости кодируют их.

§ 11.2. НОРМИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

Точность деталей по геометрическим параметрам характеризуется отклонениями поверхностей и размеров. Отклонения поверхностей определяются отклонениями формы поверхностей,

отклонениями расположения поверхностей, волнистостью и шероховатостью поверхностей.

Нормирование отклонений формы и расположения производится на основе сравнения формы и расположения реальной поверхности и прилегающей. *Прилегающая поверхность* — базовая поверхность, соприкасающаяся с реальной и расположенная так, что рассматриваемое отклонение в наиболее удаленной точке реальной поверхности в пределах нормируемого участка имеет минимальное значение. Отклонение формы и расположения ограничивают допусками.

Волнистость и *шероховатость* — это периодически повторяющиеся неровности на поверхности. К шероховатости относят неровности с отношением шага к высоте неровности менее пятидесяти, а к волнистости — 50—1000.

Шероховатость и волнистость поверхности совместно с другими геометрическими и физико-механическими параметрами (степень и глубина наклепа, структура, остаточные напряжения и т. п.) характеризуют качество поверхностного слоя. От износостойкости, контактной прочности, выносливости поверхностного слоя трущейся детали зависят эксплуатационные свойства узла, изделия.

Одним из основных факторов, определяющих важнейшие эксплуатационные свойства деталей машин, является шероховатость поверхности (рис. 11.1), поэтому при разработке чертежей ее принято во всех случаях регламентировать в соответствии с ГОСТ 2789—73. Этот стандарт устанавливает следующие параметры для оценки шероховатости поверхности: Ra — среднее арифметическое отклонение профиля; Rz — высота неровностей профиля по десяти точкам; R_{\max} — наибольшая высота неровности профиля; S — средний шаг неровностей по вершинам; Sm — средний шаг неровностей профиля по средней линии; t_p — относительная опорная длина профиля.

Эти параметры определяются по следующим зависимостям:

$$Ra = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx;$$

$$Rz = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 h_{i \max} - \sum_{i=1}^5 h_{i \min} \right);$$

$$Sm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Sm_i; \quad S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i;$$

$$t_p = \frac{\eta_p}{l} 100\%,$$

где $y(x)$ — функция сечения профиля; $\eta_p = \sum_{i=1}^n b_i$ — суммарная длина опорной поверхности в пределах базовой длины l ; b_i — длина опорной поверхности на отдельной неровности.

В табл. 11.1 приведены некоторые важнейшие эксплуатационные характеристики, зависящие от шероховатости поверхности, и параметры, с помощью которых обеспечиваются показатели этого свойства поверхности.

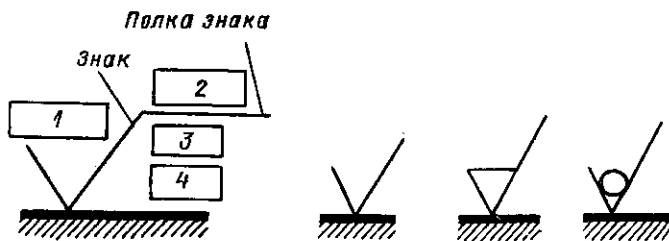
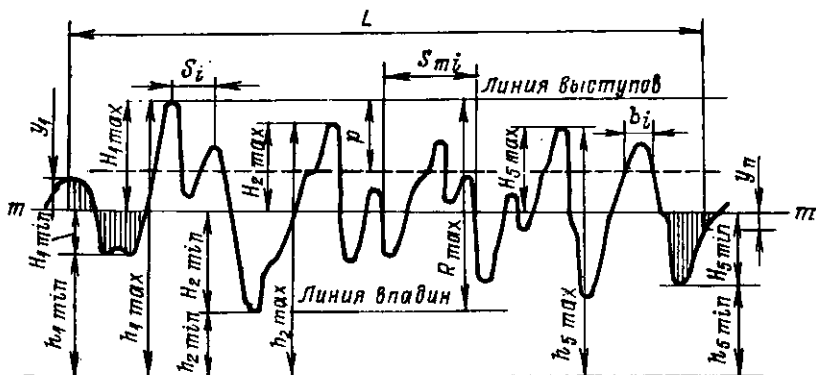


Рис. 11.1.

Номинальные числовые значения параметров шероховатости на чертежах следует указывать в соответствии с требованиями ГОСТ 2.309—73. Этот стандарт устанавливает для обозначения шероховатости три знака (рис. 11.1), над которыми указы-

ваются значения параметров шероховатости. Знак ∇ применяется в случаях, когда конструктор не оговаривает вид обработки поверхности. Этот способ обозначения предпочтителен. Если поверхность должна быть образована без удаления слоя материала (литье, штамповка и т. п.), для обозначения шероховатости применяют знак ∇ .

Т а б л и ц а 11.1. Эксплуатационные свойства поверхности, параметры и характеристики шероховатости ее

Эксплуатационные свойства поверхности	Параметры шероховатости поверхности и характеристики, определяющие эксплуатационное свойство
Износостойкость при всех видах трения	$Ra (Rz), tp$; направление неровностей
Виброустойчивость	$Ra (Rz), Sm, S$; направление неровности
Контактная жесткость	$Ra (Rz), tp$
Прочность соединений	$Ra (Rz)$
Прочность конструкций при циклических нагрузках	R_{max}, Sm, S ; направление неровности
Герметичность соединений	$Ra (Rz), R_{max}, tp$
Сопrotивление в волноводах	Ra, Sm, S

которая должна быть образована удалением слоя материала (точение, шлифование, сверление и т. п.), применяют знак ∇ . Значение параметра шероховатости по ГОСТ 2789—79 указывают в обозначении шероховатости для параметра без символа (как предпочтительного), для остальных — после соответствующего символа. Например: $\sqrt[25]{}$ — $Ra = 25$ мкм, $Rz \sqrt[3,2]{\frac{0,08}{M}}$ — $Rz = 3,2 \div \div 2,0$ мкм, базовая длина $l = 0,08$ мм;

$\sqrt[0,1]{\frac{Sm 0,063}{t 5080}}$ — $Ra = 0,1$ мкм, $Sm = 0,063$ мм, относительная опорная длина профиля 80%, на уровне сечения — 50%.

В дополнение к количественным параметрам для более полной характеристики шероховатости учитывается направление неровностей: произвольное, параллельное, перпендикулярное и др. Произвольное направление обозначают знаком M , параллельное — двумя горизонтальными параллельными линиями, а перпендикулярное — двумя взаимно перпендикулярными линиями.

Т а б л и ц а 11.2. Условное обозначение шероховатости поверхности

ГОСТ 2.309—73	ГОСТ 2.309—68	ГОСТ 2.309—73	ГОСТ 2.309—68
50/	▽1	0,4/	▽8
25/	▽2	0,2/	▽9
12,5/	▽3	0,1/	▽10
6,3/	▽4	0,05/	▽11
3,2/	▽5	0,025/	▽12
1,6/	▽6	0,012/	▽13
0,8/	▽7	0,01/	▽14

Имеется значительное количество документов с обозначением шероховатости по ГОСТ 2.309—68. Сравнительное обозначение параметров шероховатости поверхности по ГОСТ 2.309—73 представлено в табл. 11.2.

Шероховатость поверхностей деталей машин влияет на выбор посадок сопряженных деталей, а также на герметичность и себестоимость их изготовления и соединения. Поэтому в каждом конкретном случае параметры и характеристики шероховатости следует выбирать в соответствии с назначением этих деталей.

§ 11.3. ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ ГЛАДКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ. СИСТЕМЫ ИХ ДОПУСКОВ И ПОСАДОК

Гладкие цилиндрические соединения должны обеспечивать точность центрирования, передавать заданный крутящий момент или осевое усилие за счет гарантированного натяга в соединении либо путем применения дополнительного крепления деталей шпонками, стопорными винтами и т. д.

С целью устранения произвольного выбора характера соединения, т. е. посадки, а также для обеспечения взаимозаменяемости

сопрягаемых деталей и стандартизации режущего и измерительного инструмента в технически развитых странах разработаны системы допусков и посадок. В странах — членах Совета Экономической Взаимопомощи с 01.01.77 введена Единая система допусков и посадок СЭВ (ЕСДП СЭВ).

Применение системы допусков и посадок является необходимым условием современного машино- и приборостроения, так как изготовление изделий и их составных частей по заданным допускам и посадкам дает возможность придать им свойство взаимозаменяемости. Основные положения системы допусков и посадок вытекают из следующих понятий и определений.

Размер детали, служащий началом отсчета отклонений, полученный в результате расчета и нанесенный на чертеж, называется *номинальным* — рис. 11.2. Размер изготовленной детали, найденный путем ее измерения, называется *действительным*. Действительный размер обычно отклоняется от номинального, что объясняется погрешностью изготовления, а также необходимостью обеспечить требуемое соединение деталей машин. Так, например, между валом и подшипником должен быть зазор для смазки, шкив должен плотно насаживаться на вал и т. д.

Из двух поверхностей, входящих одна в другую (рис. 11.3, а), охватывающая поверхность условно называется *отверстием* (размер D), а охватываемая — *валом* (размер d). Детали, соединенные друг с другом, называются *сопряженными*. Положительная разность между размерами отверстия и вала называется *зазором*. *Натягом* называется положительная разность между размерами вала и отверстия.

Предельное отклонение (верхнее или нижнее) — алгебраическая разность соответственно между наибольшим и наименьшим предельными и номинальными размерами. Действительное отклонение — алгебраическая разность между действительным и номинальным размерами.

Поле допуска — поле, ограниченное верхним и нижним отклонениями. На рис. 11.3 представлены схемы возможных вариантов соединений и посадок деталей: а — с охватывающей и охватываемой поверхностями; б — с наименьшим (3) и наибольшим (4) зазорами; в — с наименьшим (5) и наибольшим (6) натягами, где 1 — наибольший и 2 — наименьший предельные размеры. На рис. 11.3, г представлены схемы полей допусков (вала и отверстия) для различных посадок в системе отверстия (СА) и в системе вала (СВ): ■ — основных; ▨ — неосновных.

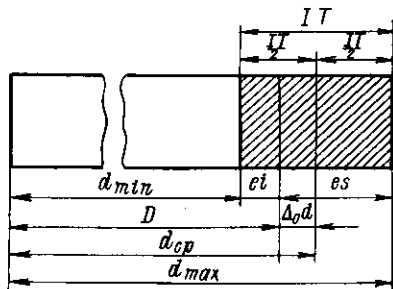


Рис. 11.2.

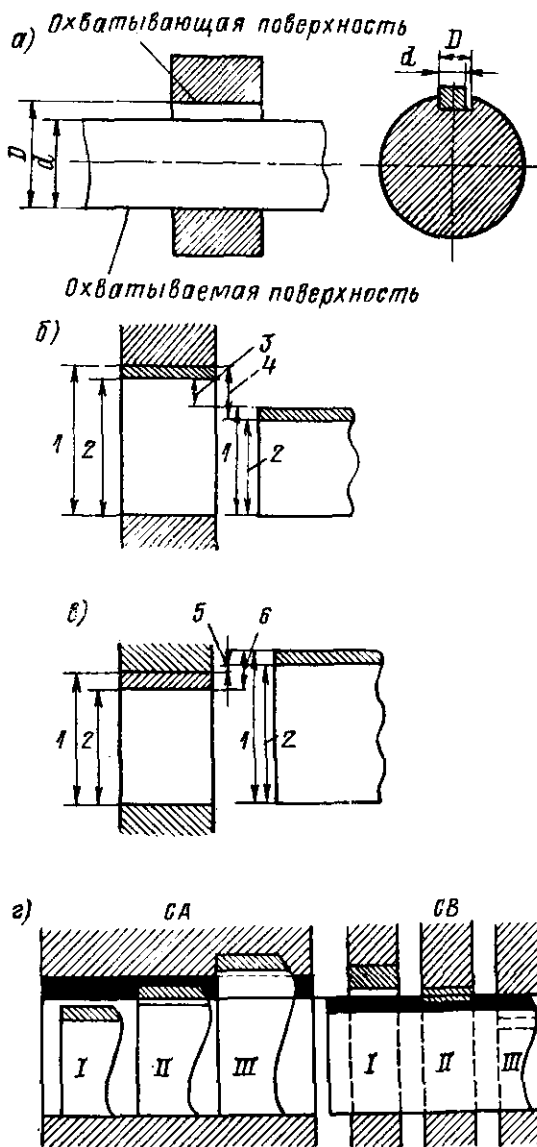


Рис. 11.3.

Для обеспечения нормального действия узла машины для номинального размера детали устанавливаются допускаемые отклонения. В таком случае наибольший (d_{\max}) и наименьший (d_{\min}) размеры называются предельными, а разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами — *допуском размера* (рис. 11.2)

Стандартом СЭВ 145—75 установлены основные положения системы допусков и посадок и введены следующие обозначения: IT — допуск размера; ES и EI — верхнее и нижнее отклонения отверстия; es и ei — верхнее и нижнее отклонения вала;

$$IT = d_{\max} - d_{\min}; \quad (11.1)$$

$$es = d_{\max} - D \text{ (для отверстия } ES); \quad (11.2)$$

$$ei = d_{\min} - D \text{ (для отверстия } EI). \quad (11.3)$$

Средним размером $d_{\text{ср}}$ называется размер, равный среднему арифметическому наибольшего и наименьшего предельных размеров:

$$d_{\text{ср}} = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{2}.$$

Координатой середины поля допуска $\Delta_0 d$ называется разность между средним и номинальным размерами

$$\Delta_0 d = d_{\text{ср}} - D.$$

Из равенств (11.1)—(11.3) нетрудно получить следующие соотношения (см. рис. 11.2):

$$d_{\max} = D + es; \quad d_{\min} = D - ei;$$

$$d_{\text{ср}} = D + \Delta_0 d; \quad IT = es - ei;$$

$$\Delta_0 d = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{2} - D; \quad \Delta_0 d = \frac{es + ei}{2}.$$

Половина поля допуска $IT/2$ определяется следующим образом:

$$IT/2 = (d_{\max} - d_{\min})/2, \quad (11.4)$$

а также

$$IT/2 = d_{\max} - d_{\text{ср}} \quad (11.5)$$

или

$$IT/2 = d_{\text{ср}} - d_{\min}. \quad (11.6)$$

Решив уравнения (11.5) и (11.6) относительно d_{\max} и d_{\min} и используя выражения (11.4) и (11.5), получим:

$$es = \Delta_0 d + IT/2; \quad ei = \Delta_0 d - IT/2.$$

При вычислениях вышеупомянутых значений следует иметь в виду, что величины es , ei и $\Delta_0 d$ могут быть как положительными (расположенными вправо от линии номинала), так и отрицательными. Поэтому все действия по этим формулам должны проводиться алгебраически с учетом знаков es , ei и $\Delta_0 d$.

Различные виды соединений деталей обуславливаются применением различных полей допусков. В ЕСДП СЭВ поля допусков обозначаются буквой и цифрой: $\varnothing 50 K7$, $\varnothing 20 e8$, $\varnothing 30 H5$ (для отверстия — прописные буквы латинского алфавита, для валов — строчные). В принятых обозначениях на первом месте указан номинальный размер ($\varnothing 50$), на втором — основное отклонение (K , e , H), на третьем — квалитет (7, 8, 5-й).

Основные отклонения в ЕСДП СЭВ — это отклонения, ближайšie к нулевой линии и определяющие положение поля допуска.

Посадки в ЕСДП СЭВ обозначаются числом и дробью: $\varnothing 50 H7/e8$, $\varnothing 20 K8/h9$. Число указывает на номинальный диаметр соединения, в числителе — поле допуска отверстия, в знаменателе — вала.

Различают две системы образования посадок: систему отверстия и систему вала. В *системе отверстия* минимальный размер его равен номинальному размеру. Отклонения размеров отверстия направлены в сторону увеличения диаметра отверстия. Размеры отверстия не зависят от вида посадки: необходимая посадка при системе отверстия создается путем изменения размеров вала. В *системе вала*, наоборот, наибольший предельный размер вала принимают равным номинальному размеру. Отклонения размеров вала направлены в сторону уменьшения диаметра вала. Различные посадки при системе вала обеспечиваются путем назначения различных по величине допусков на размеры отверстия (рис. 11.3, *з*): *I* — посадка с зазором; *II* — посадка переходная; *III* — посадка с натягом. Стандартом СЭВ 145—75 введены также понятия проходного и непроходного пределов размера.

Система отверстия является наиболее распространенной в машиностроении, так как изменение размеров вала на современном оборудовании осуществляется проще, чем изменение размеров отверстия. При этой системе уменьшается необходимое количество режущего инструмента (например, разверток), требующегося для обработки поверхностей отверстий. Если при системе отверстия на вал насаживается несколько деталей, то он должен быть изготовлен ступенчатым.

Система вала применяется в тех случаях, когда на гладкий вал постоянного диаметра насаживается несколько деталей с различными видами посадок. Применение системы вала целесообразно при изготовлении осей или валов из калиброванного материала. В случае использования подшипников качения их монтаж осуществляется с применением одновременно обеих систем: системы отверстия — для отверстия подшипников и системы вала — для их наружной поверхности.

Для обеспечения целесообразности и наиболее экономичной (с наименьшими затратами труда) обработки введено нормирование точности изготовления деталей машин и других изделий. Стандарт СЭВ 145—75 устанавливает следующие 19 квалитетов

Т а б л и ц а 11.3. Точность и шероховатость при обработке валов

Обработка	Параметр Ra, мкм	Квалитет	Обработка	Параметр Ra, мкм	Квалитет
Точение: черновое	12,5—25	12—14	Притирка, суперфиниш	0,1—0,4	5
получистовое	3,2—12,5	11—13			
чистовое	1,6—6,3	9—10			
Шлифование: предварительное	0,8—1,6	9	Обкатывание, калибрование, алмазное вы- глаживание	0,8—0,05	5—10
чистовое	0,4—0,8	6—7			
тонкое	0,1—0,4	5—6			

для нормирования точности в порядке понижения точности: 01; 0; 1; 2; 3; ...; 17. Квалитеты 01; 0; 1 предназначены для оценки точности концевых мер длины; 2—4 — для калибров и особо точных изделий; 5—13 — для образования посадок; 14—17 — для свободных размеров.

На выбор квалитета влияют особенности технологического процесса: условия взаимодействия сопряженных деталей, реально достижимые точность обработки (квалитет) и шероховатость поверхности, зависящие от размеров и формы детали.

В табл. 11.3 приведены данные по точности и шероховатости поверхности при различных видах обработки валов.

Предпочтительными способами обозначения посадок и полей допусков деталей на чертежах являются следующие.

1. Указание числовых значений предельных отклонений, например: $\varnothing 18^{+0,018}$, $\varnothing 15_{-0,032}^{-0,059}$.

Т а б л и ц а 11.4. Посадки предпочтительного применения для гладких соединений

Обозначение посадки		Обозначение посадки	
по ЕСДП СЭВ	по ОСТ	по ЕСДП СЭВ	по ОСТ
H7/e8	A/Л	H8/h7	A _{2a} /C _{2a}
H7/f7	A/X	H8/h8	A ₃ /C ₃
H7/g6	A/Ц	H8/d9	A ₃ /Ш ₃
H7/h6	A/С	H11/d11	A ₄ /X ₄
H7/js6	A/П	H11/h11	A ₄ /C ₄
H7/k6	A/H	18/h6	X/B
H7/n6	A/Г	16/h6	—
H7/p6	A/Пл	K7/h6	H/B
H7/r6	A/Пр	N7/h6	Г/B
H7/s6	A/Пр	P7/h6	—
H8/e8	—	E9/h8	X ₃ /B ₃

2. Указание полей допусков размеров и в скобках числовых значений предельных отклонений, например: $\varnothing 18 \frac{H7^{+(0,018)}}{e8^{(-0,032)}}$; $20h10_{(-0,084)}$.

3. Предельные отклонения свободных размеров, не указанных на чертеже, которые оговаривают в технических требованиях,

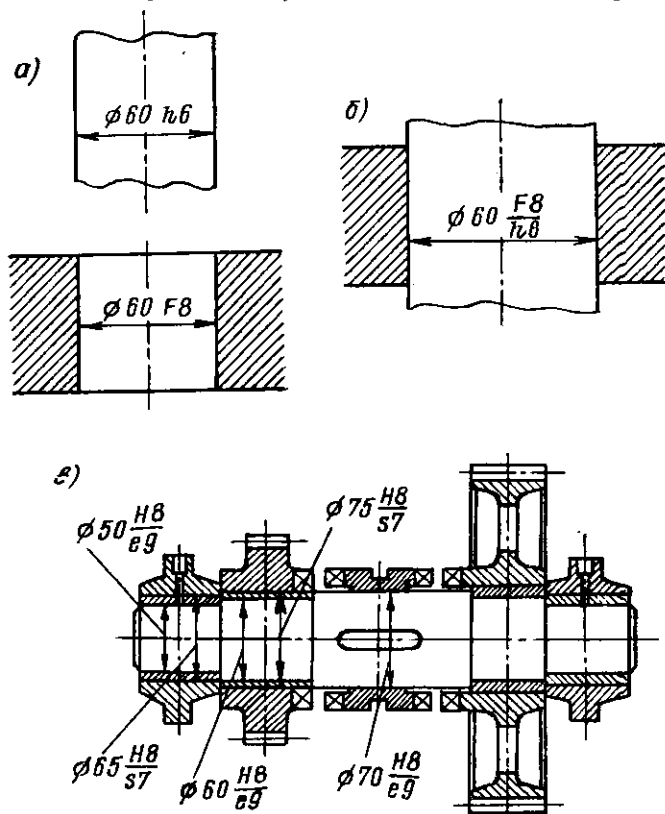


Рис. 11.4.

например: свободные размеры диаметров отверстий $H12$, валов $h12$, остальных размеров $\pm \frac{IT12}{2}$;

Примеры обозначения посадок и полей допусков представлены в табл. 11.4 и на рис. 11.4: *a* — отдельных деталей; *б* — в сборе; *в* — в узле.

§ 11.4. ВЫБОР ПОСАДОК

Посадки системы ЕСДП СЭВ должны обозначаться, как правило, в системе отверстия или в системе вала. Рекомендуемые СТ СЭВ 144—75 посадки предпочтительного применения при-

ведены в табл. 11.4. В этой же таблице даны соответствующие посадки по системе допусков и посадок (система ОСТ) на гладкие цилиндрические соединения, которые применялись в нашей стране до 01.01.77.

В зависимости от взаимного расположения полей допусков отверстия и вала различают посадки с зазором, натягом и переходные.

Посадки с зазором предназначены для получения подвижных соединений. Посадка с наименьшим зазором, равным нулю, может быть применена при требовании хорошего центрирования, а также для соединения различных деталей с направляющими колоннами, осями, валами. В зависимости от точности в этих случаях применяют посадки $H7/h6$, $H8/h7$, $H8/h8$, $H11/h11$. В опорах скольжения при небольшой частоте вращения и высокой точности — $H7/g6$; при средних частотах вращения — $H7/f7$; по мере снижения точности — $H8/d9$, $H11/d11$; при высоких частотах вращения — $H7/e8$, $H8/e8$.

Переходные посадки используются для получения неподвижных соединений, которые подлежат периодической разборке и сборке. Шероховатость сопрягаемых поверхностей по параметру $R_a \geq 0,63$ мкм.

При этом обеспечивается хорошее центрирование. При передаче соединениями крутящего момента используются штифты, шпонки и др. Наиболее распространены посадки $H7/K6$, $K7/h6$.

Посадки с натягом используются для получения неразъемных соединений. Они обеспечивают неподвижность без дополнительных средств крепления. Посадки $H7/r6$, $H7/s6$ допускают при сборке большое осевое усилие и сохраняют относительное положение деталей на всех режимах работы. Для сопряжения тонкостенных деталей или деталей из недостаточно прочного материала рекомендуются посадки $H7/p6$, $P7/h6$.

Квалитеты (классы точности), допуски и посадки при проектировании машин и приборов следует выбирать с учетом эксплуатационных, конструктивно-технологических требований, предъявляемых к деталям, сборочным единицам (узлам) и машинам в целом. Повышение надежности машин и приборов связано с увеличением точности. Однако такие требования нередко ограничиваются технологическими возможностями, т. е. наличием соответствующего станочного оборудования, инструмента и др. Кроме того, обработка деталей по более высокому качеству связана с дополнительными трудовыми и материальными затратами на

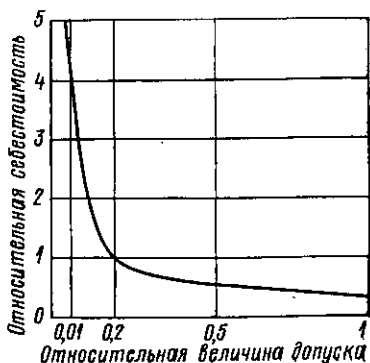


Рис. 11.5.

оборудование, приспособления, инструмент, технический контроль и др.

На рис. 11.5 показана зависимость роста относительной себестоимости от соответствующего изменения допуска на изготовление детали. В связи с этим конструкторам, технологам и метрологам всякий раз на основе технико-экономических расчетов приходится разрешать противоречия между технологическими, экономическими и эксплуатационными требованиями, отдавая из них предпочтение последним.

Совершенствование продукции — проблема комплексная. Успешное ее разрешение требует заботы о непрерывном обновлении техники и технологии производства, налаживании ритмичной работы всех его звеньев, росте квалификации кадров. Качество прямо зависит от того, насколько современны стандарты, эффективны снабжение и планирование, крепка технологическая дисциплина. В конечном счете успех дела зависит от уровня мастерства, сознательности, ответственности рабочих и специалистов.

Глава 12. ТОЧНОСТЬ МЕХАНИЗМОВ И ИХ ДЕТАЛЕЙ. РАЗМЕРНЫЕ ЦЕПИ

§ 12.1. ЗАДАЧИ РАСЧЕТА НА ТОЧНОСТЬ

Основным требованием, общим для большинства механизмов, является точность выполнения заданной функции движения при безотказном действии, плавности и бесшумности их работы. Критерием точности является величина отклонения размеров, формы и других параметров действительных механизмов и их деталей от теоретически правильных, идеальных.

При анализе механизма предполагается, что предписанный ему закон движения воспроизводится с абсолютной точностью. В действительности размеры механизма отличаются от расчетных, в результате чего движения реального и идеального механизмов не совпадают — различаются их положения, скорости и ускорения. Добавочные ускорения, возникающие в действительном механизме, вызывают в кинематических парах добавочные давления, а в звеньях — добавочные напряжения.

Необоснованные допуски размеров приводят к удорожанию производства. Их излишнее ужесточение обычно требует более точного оборудования и соответствующей оснастки, высокой квалификации рабочих и длительного времени изготовления, а также дополнительных затрат (см. рис. 11.5). Наоборот, слишком широкие допуски приводят к дополнительным пригонкам и доделкам при сборке, т. е. к излишним затратам.

Важно отметить, что современное машино- и приборостроение характеризуется: 1) крупносерийностью или массовостью

производства; 2) наличием сложных механизмов со значительным количеством деталей и длинными кинематическими цепями; 3) высокими требованиями точности отдельных размерных и кинематических цепей. Эти обстоятельства обуславливают важность назначения рациональных допусков для обеспечения высокого качества изготовления деталей и сборки узлов механизмов, машин, приборов и оборудования.

Задача расчета механизмов на точность состоит в получении ответа на вопрос, какие отклонения от заданных размеров и конфигурации деталей допустимы и обеспечивают взаимную заменяемость деталей и надлежащую точность механизма или прибора в целом, при которых добавочные факторы не оказали бы вредного влияния на надежность их работы. При определении точности механизмов важно знать причины возникновения погрешностей, уметь определять параметры погрешностей передаточного отношения, положения, перемещения, а также «мертвого» хода механизма.

Погрешностью перемещения механизма принято называть разницу перемещения ведомых звеньев действительного и соответствующего идеального механизмов, при одинаковых перемещениях ведущих звеньев обоих механизмов.

Абсолютной погрешностью передаточного отношения называется разность действительного и теоретического передаточных отношений $\Delta i = i_d - i$.

Погрешностью мертвого хода механизма называется отставание ведомого звена при изменении направления движения ведущего звена.

§ 12.2. ПОГРЕШНОСТИ МЕХАНИЗМОВ И ПРИЧИНЫ ИХ ПОЯВЛЕНИЯ

Погрешностей и причин их появления довольно много. Однако применительно к механизмам их можно разбить на две основные группы.

1. Теоретические погрешности механизма, т. е. погрешности, не зависящие от качества изготовления механизма: а) систематические погрешности, вызванные отступлением от точной кинематической схемы с целью упрощения конструкции механизма; б) погрешности наводки; в) погрешности входных данных.

2. Погрешности изготовления механизма: а) погрешности отсчетных механизмов прибора, являющиеся результатом погрешности изготовления; б) мертвые ходы, вызванные зазорами в кинематических парах в результате износа и упругих деформаций звеньев; в) несовершенство некоторых способов передачи движения (например, проскальзывание во фрикционных передаточных механизмах и в передачах гибкими связями).

Погрешности второй группы происходят в основном от первичных погрешностей механизма, к которым относятся отклонения расположения кинематических пар от идеальных положений,

а также отклонения реальных элементов кинематических пар от заданных геометрических форм. Неправильность поверхности элемента состоит из смещений точек поверхности из идеальных положений, из поворотов нормалей и из изменений радиусов кривизны в каждой точке. Например, если элементом кинематической пары звена является цилиндрическая поверхность, то первичными погрешностями будут: поступательное смещение элемента из идеального положения по любому направлению, перпендикулярному к оси цилиндра, поворот элемента вокруг оси цилиндра, неточность величины радиуса и перекося оси цилиндра.

Первичные погрешности механизма подразделяют на систематические, случайные и грубые. К *систематическим погрешностям* относят постоянные или изменяющиеся по определенному закону погрешности. Например, изменение длины звена, происходящее от воздействия температуры или вследствие деформации от действующих сил, есть систематическая ошибка длины звена.

Случайными называют погрешности, числовое значение которых нельзя заранее предусмотреть, — это погрешности в размерах и конфигурации звеньев, а также зазоры в кинематических парах. К *грубым* относятся погрешности, выходящие из границ по принятой системе допуска. Звенья с грубыми погрешностями подлежат изъятию.

Первичные погрешности механизма, кроме того, принято подразделять на скалярные и векторные. *Скалярной* называется погрешность, определяемая одним числом. *Векторные* погрешности могут быть плоскими и пространственными. *Плоская* векторная погрешность определяется двумя параметрами и может быть заменена двумя скалярными. *Пространственная* векторная погрешность определяется тремя параметрами и может быть заменена тремя скалярными. К скалярным погрешностям относятся отклонения в линейных и угловых размерах (расстояние между поверхностями, осями, параллельность, перпендикулярность поверхностей, осей и т. п.); к векторным относятся, например, радиальные биения поверхностей за счет эксцентриситета осей, биения торцевых поверхностей, овальность и др.

Кинематические цепи в отличие от размерных характеризуют векторным видом погрешностей. Основой математически обоснованного метода расчета случайных погрешностей размерных и кинематических цепей является суммирование в соответствии с правилами теории погрешностей независимых составляющих погрешности конечного звена цепи, т. е. отклонение размера замыкающего звена размерной цепи или положения ведомого звена кинематической цепи. При этом отклонения в размерах деталей в пределах допусков изготовления подчиняются законам распределения случайных величин погрешностей и должны суммироваться согласно формулам теории вероятностей. Величины, характеризующие центры группирования (наиболее вероятные погрешности), должны суммироваться алгебраически, например

линейные погрешности, мертвые ходы в зубчатых передачах и других звеньях. Величины, характеризующие рассеяние отклонений независимых составляющих погрешностей, суммируются квадратично (корень квадратный из суммы квадратов). Сюда, например, относятся векторные погрешности, погрешности зубчатых передач. Систематические погрешности алгебраически складываются между собой и с результатом квадратичного суммирования случайных погрешностей.

Величина первичной погрешности механизма зависит от качества производства, износа, колебаний температуры и от силового воздействия. В правильно спроектированном и эксплуатируемом механизме первичные погрешности почти исключительно зависят от погрешностей производства.

§ 12.3. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Размеры группы деталей, изготовленных по одному чертежу, отклоняются в определенных пределах, а погрешности распределяются по определенному закону теории вероятностей. Статистический анализ показывает, что в массовом и серийном производстве наиболее распространенным законом распределения первичных погрешностей является закон нормального распределения — закон Гаусса.

Аналитическое выражение плотности вероятности нормального закона следующее:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(x)}} \exp \left\{ -\frac{[x - M(x)]^2}{2D(x)} \right\},$$

где $M(x)$ — математическое ожидание, среднее значение признака; $D(x)$ — дисперсия, характеристика рассеяния признака.

На рис. 12.1 представлена кривая Гаусса, которая вполне определяется двумя характеристиками: $M(x)$ и $D(x)$.

Среднее значение $M(x)$ характеризует положение центра рассеяния, а дисперсия $D(x)$ является характеристикой рассеяния относительно центра $M(x)$. В практических расчетах в качестве характеристики рассеяния вместо $D(x)$ принимают значение среднего квадратичного отклонения $\sigma = \sqrt{D(x)}$.

Если кривую Гаусса ограничить координатами $\pm 3\sigma$ относительно центра группирования $M(x)$, то за пределами кривой будет находиться всего 0,27% площади, ограниченной всей кривой. Таким образом, вероятность того, что полученные размеры будут выходить за указанные пределы, очень мала. Это дает основание принимать значение $\pm 3\sigma$ за предельное поле рассеяния.

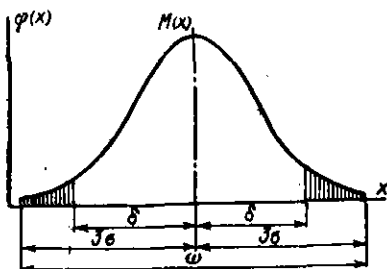


Рис. 12.1.

Т а б л и ц а 12.1. Значения коэффициентов относительного рассеяния k и относительной асимметрии α

Вид производства	Метод обработки	Процесс хорошо отлажен; оборудованные новые		Процесс не отлажен; оборудованные не изношено		Процесс не отлажен; оборудованные изношено	
		k	α	k	α	k	α
Массовое и крупносерийное при соответствии оборудования заданной точности	По размерам, имеющим симметричное распределение Путем автоматического получения размеров Пробными проходами с применением предельных калибров	0,92	0	1,15	0	1,30	0
		0,92	0,08	1,15	0,06	1,3	0,03
		0,82	0,17	1,05	0,15	1,25	0,12
Массовое и крупносерийное при несоответствии оборудования заданной точности. Среднесерийное при соответствии оборудования заданной точности	По размерам, имеющим симметричное распределение Путем автоматического получения размеров Пробными проходами с применением предельных калибров Пробными проходами с измерением универсальными инструментами	1,05	0	1,30	0	1,50	0
		1,05	0,08	1,30	0,06	1,50	0,03
		0,85	0,17	1,2	0,15	1,40	0,12
		0,85	0,23	1,15	0,20	1,35	0,18
Среднесерийное и мелкосерийное при несоответствии оборудования заданной точности	По размерам, имеющим симметричное распределение Путем автоматического получения размеров Пробными проходами с применением предельных калибров Пробными проходами с измерением универсальными инструментами	1,20	0	1,45	0	1,70	0
		1,20	0,08	1,45	0,06	1,70	0,03
		1,07	0,17	1,35	0,15	1,60	0,12
		0,98	0,22	1,30	0,20	1,55	0,18

В связи с рассеянием размеров партии деталей возникает необходимость задавать отдельные пределы этого рассеяния. Так, возникли понятия допуска размера, посадки, т. е. требования, дающие возможность обеспечить нормальную работу сопряженной пары. При проектировании машин, с одной стороны, указывается точность деталей в виде допуска, а с другой, — в качестве характеристики точности процесса принимают практически предельное поле рассеяния ω , равное с вероятностью 99,73% при распределении по закону Гаусса σ . При выборе величины допусков следует иметь в виду, что чем меньше значение поля допуска IT , тем выше стоимость изготовления детали, тем больше процессов (операций) нужно для ее изготовления.

Сопоставление точности процесса изготовления с требуемой точностью производят путем сопоставления поля допуска IT с предельным практическим полем рассеяния ω , т. е.

$$\eta = IT/\omega. \quad (12.1)$$

Если $\eta = 1,0$, точность процесса обеспечивает требуемую точность; если $\eta > 1,0$, точность процесса больше требуемой; если $\eta < 1,0$, точность процесса не обеспечивает требуемой и часть деталей должна быть забракована. Кроме проверки (12.1) необходимо произвести еще сопоставление среднего значения $M(x)$ с серединой поля допуска Δ_{0p} . Для симметричных законов распределения разность между значениями $M(x)$ и Δ_{0p} должна быть равна нулю. В этом случае при $IT = \omega$ в изготовленной партии деталей не будет брака с вероятностью 0,9973.

Несимметричный закон распределений ошибок требует учета асимметрии и коэффициента относительного рассеяния. Тогда

$$M(x) = \Delta_{0p} + \alpha \frac{IT}{2}; \quad \omega = ITk,$$

где α — коэффициент относительной асимметрии; k — коэффициент относительного рассеяния.

Значения α и k зависят от характера кривой распределения, т. е. являются характеристиками применяемого технологического процесса. Эти коэффициенты для различных практических случаев находятся опытным путем и могут приниматься по табл. 12.1.

§ 12.4. РАСЧЕТ НА ТОЧНОСТЬ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Расчет на точность кинематических цепей может производиться графоаналитическими и аналитическими методами. Рассмотрим сущность этих методов.

Графоаналитический метод определения погрешности положения. *Погрешностью положения механизма* называется разница в положении ведомых звеньев действительного и соответствующего теоретического механизмов при одинаковых положениях их ведущих звеньев.

Рассмотрим дезаксиальный кривошипно-ползунный механизм, состоящий из звеньев 1—4 (рис. 12.2, а). Погрешность положения ведомого звена механизма может произойти от первичных погрешностей в размерах кривошипа, шатуна и дезаксиала. Сделаем эти размеры переменными и получим преобразованный механизм с тремя свободами движения (рис. 12.2, б). Строим далее кар-

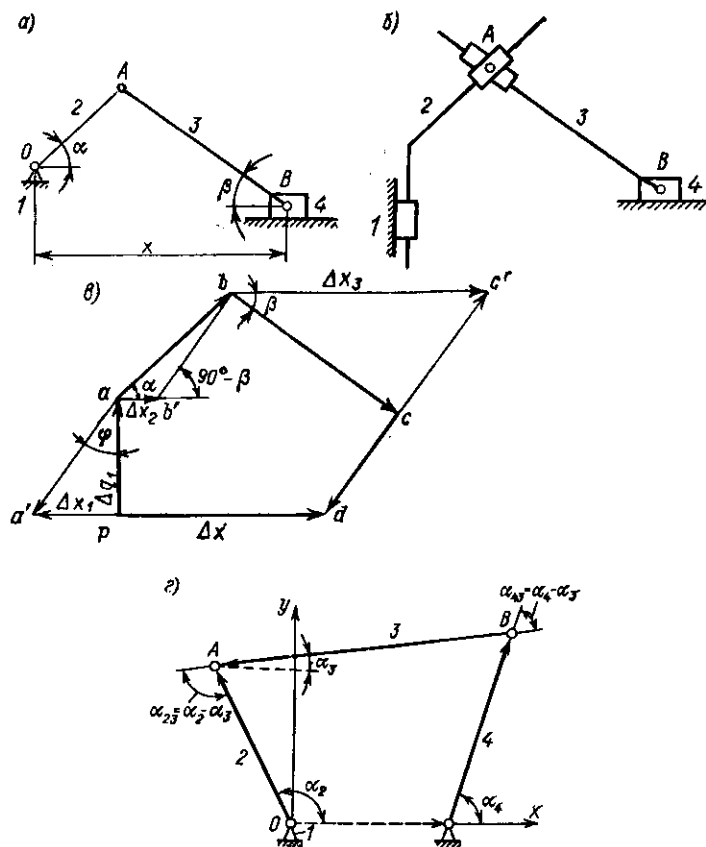


Рис. 12.2.

тину малых перемещений преобразованного механизма, сообщая каждому звену малое перемещение, равное Δq_i . Проводим вектор pa (рис. 12.2, в), перпендикулярный к направляющей ползуна 4, равный по величине погрешности Δq_1 дезаксиала. Через конец вектора ab проводим вектор bc , параллельный шатуну 3 и равный погрешности Δq_3 длины шатуна. Через точку c проводим далее линию, перпендикулярную шатуну, а через точку p — линию, параллельную направляющей поступательной пары. Замыка-

ющая pd представляет погрешность Δx положения ведомого звена. Отрезок cd дает полную погрешность поворота шатуна, умноженную на длину шатуна. Картины малых перемещений строят с увеличением в сотни раз, что дает возможность получить в результате построения погрешности положения с большой точностью. Вместе с тем для повышения точности на основании сделанных построений можно производить аналитические подсчеты. На рис. 12.2, θ треугольник bcc' представляет собой картину малых перемещений для определения действия погрешности длины шатуна на погрешность положения шатуна и ползуна. Из этого треугольника следует:

$$\Delta x = \frac{\Delta q_3}{\cos \beta}; \quad \Delta \beta_3 = \frac{\operatorname{tg} \beta}{l_3} \Delta q_3,$$

где $\Delta \beta_3$ — погрешность в величине угла β (погрешность положения шатуна), происшедшая от неточности длины шатуна; l_3 — длина шатуна.

Так как отрезок cc' направлен вправо вверх, то шатун поворачивается против часовой стрелки, угол β уменьшается и погрешность $\Delta \beta_3$ есть отрицательная величина. Треугольник abb' представляет собой картину малых перемещений, служащую для определения действия погрешности длины кривошипа на погрешность положения шатуна и ползуна. Из этого треугольника получим:

$$\Delta x_2 = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \Delta q_2; \quad \Delta \beta_2 = \frac{\sin \alpha}{l_3 \cos \beta} \Delta q_2.$$

Из треугольника raa' , представляющего картину малых перемещений, предназначенную для определения действия погрешности дезаксиала на погрешность положения шатуна и ползуна, получим:

$$\Delta x_1 = -\operatorname{tg} \beta \Delta q_1;$$

$$\Delta \beta_1 = \frac{\Delta q_1}{l_3 \cos \beta}.$$

Отрезок ra' , изображающий погрешность Δx_1 положения ползуна, направлен влево, и, следовательно, погрешность уменьшает расстояние x между шарнирами O и B механизма (рис. 12.2, a), и потому отрицательна.

Таким образом, погрешности положения ползуна и шатуна, происходящие от всех трех первичных погрешностей:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = \frac{1}{\cos \beta} [\Delta q_3 + \cos(\alpha + \beta) \Delta q_2 - \sin \beta \Delta q_1];$$

$$\Delta \beta = \Delta \beta_1 + \Delta \beta_2 + \Delta \beta_3 = \frac{1}{l_3 \cos \beta} [-\sin \beta \Delta q_3 + \sin \alpha \Delta q_2 + \Delta q_1].$$

Аналитический метод определения погрешности положения шарнирного четырехзвенника. Найдем погрешность положения звена механизма, происходящую от неточности размеров звеньев

и неправильности положения ведущего звена. Ведомое звено при наличии первичных погрешностей займет положение

$$\varphi = \varphi(q_s + \Delta q_s), \quad (12.2)$$

где q_s — заданные независимые между собой параметры, определяющие положения и размеры звеньев; Δq_s — первичные погрешности.

Так как первичные ошибки очень малы и лежат в пределах поля допуска, то при разложении выражения (12.2) в ряд Тейлора по степеням Δq_s можно ограничиться членами, содержащими Δq_s лишь в нулевой и первой степени. Тогда

$$\varphi = \varphi_0 + \sum_s \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right)_0 \Delta q_s.$$

Погрешность положения ведомого звена

$$\Delta \varphi = \varphi_0' - \varphi_0 = \sum_s \left(\frac{\partial \varphi}{\partial q_s} \right) \Delta q_s; \quad (12.3)$$

где $\varphi_0' - \varphi_0$ — погрешность положения ведомого звена, вызванная первичными погрешностями.

Рассмотрим на примере методик определения погрешности положения ведомого звена. Пусть у механизма, изображенного на рис. 12.2, 2, звено 2 ведущее, а звено 4 ведомое. Найдем ошибку $\Delta \alpha_4$ положения ведомого звена, происходящую от неточности размеров звеньев и неправильности ведущего звена. Рассматривая шарнирный механизм как векторный многоугольник и проектируя векторы оси x и y , получим два уравнения:

$$l_2 \cos \alpha_2 + l_3 \cos \alpha_3 = l_1 + l_4 \cos \alpha_4; \quad (12.4)$$

$$l_2 \sin \alpha_2 + l_3 \sin \alpha_3 = l_4 \sin \alpha_4. \quad (12.5)$$

В уравнениях (12.4) и (12.5) l_s — длина звена с номером s .

Применим к каждому уравнению формулу (12.3), предположив, что отступления от правильной схемы механизма нет. Тогда получим

$$-l_2 \sin \alpha_2 \Delta \alpha_2 + \cos \alpha_2 \Delta l_2 - l_3 \sin \alpha_3 \Delta \alpha_3 = \Delta l_1 - l_4 \sin \alpha_4 \Delta \alpha_4 + \cos \alpha_4 \Delta l_4; \quad (12.6)$$

$$l_2 \cos \alpha_2 \Delta l_2 + \sin \alpha_2 \Delta l_2 + l_3 \cos \alpha_3 \Delta \alpha_3 + \sin \alpha_3 \Delta l_3 = l_4 \cos \alpha_4 \Delta \alpha_4 + \sin \alpha_4 \Delta l_4. \quad (12.7)$$

Умножим обе части уравнения (12.6) на $\cos \alpha_3$, а обе части уравнения (12.7) на $\sin \alpha_3$, после чего сложим их:

$$l_2 \sin (\alpha_3 - \alpha_2) \Delta \alpha_2 + \cos (\alpha_3 - \alpha_2) \Delta l_2 + \Delta l_3 = \cos \alpha_3 \Delta l_1 + l_4 \sin (\alpha_3 - \alpha_4) \Delta \alpha_4 + \cos (\alpha_3 - \alpha_4) \Delta l_4. \quad (12.8)$$

Будем обозначать α_{ks} угол, отсчитанный от оси звена номер s до оси звена номер k . Тогда на основании рис. 12.2, z имеем:

$$\alpha_{23} = \alpha_2 - \alpha_3; \alpha_{43} = \alpha_4 - \alpha_3. \quad (12.9)$$

Решая уравнение (12.8) относительно ошибки $\Delta\alpha_4$ и учитывая значения (12.9), получим окончательно

$$\Delta\alpha_4 = \frac{1}{l_4 \sin \alpha_{43}} (\cos \alpha_3 \Delta l_1 - \cos \alpha_{23} \Delta l_2 - \Delta l_3 + \cos \alpha_{43} \Delta l_4 + \\ + l_2 \sin \alpha_{23} \Delta \alpha_2).$$

Приведенный метод нахождения погрешности положения ведомого звена пригоден для любого шарнирного механизма.

§ 12.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ ВЕДОМОГО ЗВЕНА В ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМАХ

Погрешности в угловых перемещениях ведомого звена, снижающие точность работы зубчатой передачи, возникают из-за погрешностей профиля, погрешностей толщины зуба, погрешностей шага и погрешностей межцентрового расстояния. Эти погрешности вызваны неточностями изготовления и монтажа передачи.

Погрешность $\Delta\varphi$ положения ведомого колеса (кинематическая погрешность) может быть вычислена по формуле

$$\Delta\varphi = \frac{1}{R_2 \cos \alpha} (\Delta f_1 + \Delta f_2 + \Delta p_1 + \Delta p_2 - \Delta t_{\Sigma_1} + \Delta t_{\Sigma_2} - \Delta A \sin \alpha), \quad (12.10)$$

где R_2 — радиус начальной окружности ведомого колеса; α — угол зацепления; Δf_1 , Δf_2 , Δp_1 , Δp_2 , Δt_{Σ_1} , Δt_{Σ_2} , ΔA — погрешности профиля ведущего и ведомого колес, толщины их зубьев, шага, межосевого расстояния.

Для получения погрешности $\Delta\varphi$ в минутах необходимо значение, полученное по формуле (12.10), умножить на $(180/\pi) 60$.

Стандартами ГОСТ 1643—72 для цилиндрических и конических колес устанавливаются нормы:

- 1) кинематической точности, определяющие величину полной погрешности угла поворота зубчатых колес за один оборот;
- 2) плавности работы колеса, определяющие величину составляющих полной погрешности угла поворота зубчатого колеса, многократно повторяющиеся за один оборот колеса;
- 3) контакта зубьев, определяющие полноту прилегания боковых поверхностей сопряженных зубьев колес в передаче;
- 4) боковых зазоров в передачах с нерегулируемыми межцентровыми расстояниями, определяющие мертвый ход передачи.

По нормам боковых зазоров устанавливаются различные виды сопряжений: с нулевым зазором, а также с предусмотренным наименьшим боковым зазором.

Кроме погрешности положения ведомого звена, зависящей от степени точности изготовления, в каждой передаче возникает погрешность положения ведомого звена, вызванная наличием мертвого хода. Мертвый ход возникает при отсутствии жесткой кинематической связи, т. е. при наличии зазоров, когда относительное перемещение ведущего звена происходит при неподвижности ведомого звена. Например, при зазоре между диаметром отверстия d_A и диаметром вала d_B при изменении направления вращения возникает мертвый ход, т. е. ведущее зубчатое колесо в начале движения в подшипниках, а ведомая шестерня остается неподвижной. Мертвый ход

$$M_x = \frac{\Delta d_A - \Delta d_B}{R_2} \frac{180}{\pi} 60,$$

где Δd_A , Δd_B — допуски на диаметры отверстия и вала; R_2 — радиус начальной окружности ведомого колеса.

Для сложного зубчатого механизма погрешность положения ведомого звена может находиться следующим образом. Допустим, что зубчатая передача состоит из двух последовательно соединенных зубчатых механизмов. Если ведущее колесо имеет угловую погрешность $\Delta\varphi_1$, то эта погрешность вызовет дополнительный поворот ведомого колеса на угол $\Delta_1\varphi i_{12}$. Если же ведомое колесо имеет при этом собственную погрешность $\Delta_2\varphi$, то эта погрешность прибавится к погрешности $\Delta_1\varphi i_{12}$ и суммарная погрешность будет $\Delta_1\varphi i_{12} + \Delta_2\varphi$. Погрешность на третьем колесе будет равна этой же сумме погрешности плюс собственная погрешность $\Delta_3\varphi$ колеса 3, и, наконец, погрешность на валу четвертого колеса

$$\Delta\varphi = (\Delta_1\varphi i_{12} + \Delta_2\varphi + \Delta_3\varphi) i_{34} + \Delta_4\varphi,$$

где i_{12} , i_{34} — передаточные числа 1-го и 2-го механизмов.

Аналогичным образом находится погрешность положения ведомого звена в зубчатой передаче, состоящей из любого числа механизмов.

§ 12.6. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРНЫХ ЦЕПЕЙ

Для обеспечения правильного функционирования группы взаимодействующих деталей, собираемых в узел, производится анализ взаимно связанных размеров (линейных сопряжений); этот анализ основан на теории размерных цепей.

Размерной цепью называется замкнутая цепь взаимосвязанных размеров, относящихся к одной или к нескольким деталям, определяющая относительное положение поверхностей или геометрических осей этих деталей. Основными свойствами размерной цепи являются: 1) замкнутость размерного контура; 2) влияние на величину одного из размеров цепи отклонений любого размера, входящего в данную размерную цепь.

Все размеры, входящие в размерную цепь, называются *звеньями размерной цепи*. Каждая размерная цепь имеет одно звено, которое

носит название *замыкающего*. Замыкающим считают то звено, размер которого при сборке узла или при изготовлении детали непосредственно не выдерживается, а является результатом выполнения остальных звеньев цепи, которые называют *составляющими*. Составляющее звено, с увеличением которого увеличивается замыкающее звено, называют увеличивающим, и наоборот.

При установлении замыкающего размера необходимо иметь в виду следующее. В сборочной размерной цепи замыкающим всегда является размер, появляющийся в сборке. В детальных размерных цепях замыкающим будет размер, неконтролируемый в процессе обработки и являющийся геометрической суммой других размеров, контролируемых в процессе сборки.

Приступая к расчету на точность кинематических цепей, необходимо.

1. Продумать возможность упрощения кинематической схемы механизма; с уменьшением числа звеньев суммарная ошибка механизма будет уменьшаться.

2. Выбрать по возможности большие масштабы отсчетных механизмов и передаточные отношения; ведомое звено по отношению к отсчетной шкале должно иметь наименьшее число оборотов.

3. Ввести пружины для выбирания мертвых ходов (там, где это практически целесообразно).

Расчет на точность размерных и кинематических цепей дает основу для выбора рациональных допусков в кинематических цепях. Расчет размерных цепей в настоящее время производится либо методом минимума и максимума (по предельным отклонениям), либо вероятностным методом. Преимущество последнего — возможность увеличивать допуски составляющих размеров, что значительно облегчает и удешевляет процесс производства.

Сущность метода максимума-минимума (прямая задача). Исходя из установленных требований к величине замыкающего звена, определяются номинальные размеры, отклонения, допуски и координаты середины полей допусков составляющих звеньев. ГОСТ 16320—70 рекомендует решать прямую задачу способом равных допусков. Порядок решения прямой задачи следующий.

1. Формулируется условие задачи и устанавливается замыкающее звено.

2. На основании задания, расчетов, опыта и т. п. устанавливаются номинальный размер, отклонения, допуск и координата середины поля допуска замыкающего звена.

3. Составляется схема размерной цепи, обозначаются звенья и определяются увеличивающие и уменьшающие звенья.

4. Устанавливаются или определяются номинальные размеры всех составляющих звеньев:

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i A_i,$$

где A_{Δ} — номинальный размер замыкающего звена; m — общее число звеньев размерной цепи; $\xi = \partial A_{\Delta} / \partial A_i$ — передаточное отношение, которое характеризует влияние составляющих звеньев на замыкающее звено. В размерных цепях с параллельными звеньями (плоских) $\xi = +1$ для увеличивающих составляющих и $\xi = -1$ для уменьшающих; A_i — i -я составляющая размерной цепи.

5. Средняя величина допуска составляющих звеньев

$$IT A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i IT A_i, \quad (12.11)$$

где $IT A_{\Delta}$ и $IT A_i$ — допуски замыкающего и составляющих звеньев.

Так как ГОСТ 16320—70 рекомендует метод равных допусков, то принимаем

$$IT A_1 = IT A_2 = \dots = IT A_{m-1} = IT_{\text{ср}} A_i,$$

откуда

$$IT A_{\Delta} = (m - 1) IT_{\text{ср}} A_i;$$

$$IT_{\text{ср}} A_i = \frac{IT A_{\Delta}}{m - 1}.$$

6. Полученные допуски составляющих звеньев корректируются для каждого звена исходя из особенностей конструкции, технологии, а также технико-экономических соображений. При этом рекомендуется использование стандартных полей допусков СТ СЭВ 144—75 и СТ СЭВ 145—75. Одно из звеньев, наиболее простое в изготовлении, назначается увязывающим. Допуск на него не назначается, а определяется.

7. После корректировки допусков определяется допуск увязывающего звена по формуле (12.11):

$$IT A_{\text{увяз}} = \frac{1}{|\xi_{\text{увяз}}|} \left(IT A_{\Delta} - \sum_{i=1}^{m-2} |\xi_i| IT A_i \right), \quad (12.12)$$

где $IT A_{\text{увяз}}$ — допуск увязывающего звена; $\xi_{\text{увяз}}$ — передаточное отношение увязывающего звена; $IT A_i$ — скорректированные допуски составляющих звеньев.

8. На основании величин скорректированных допусков составляющих звеньев назначаются отклонения составляющих звеньев.

9. Координаты середин полей допусков составляющих звеньев за исключением увязывающего определяются по формуле

$$\Delta_0 A_i = es A_i - IT A_i / 2.$$

10. Координата середины поля допуска увязывающего звена определяется по формуле

$$\Delta_0 A_{\text{увяз}} = \frac{1}{\xi_{\text{увяз}}} \left(\Delta_0 A_1 - \sum_{i=1}^{m-2} \xi_i \Delta_0 A_i \right). \quad (12.13)$$

11. Определяются отклонения увязывающего звена:

$$\begin{aligned} esA_{увяз} &= \Delta_0 A_{увяз} + ITA_{увяз}/2; \\ eiA_{увяз} &= \Delta_0 A_{увяз} - ITA_{увяз}/2. \end{aligned} \quad (12.14)$$

12. Производится проверка:

$$\begin{aligned} esA_{\Delta} &= \sum_{i=1}^m esA_i_{увяз} - \sum_{i=1}^p eiA_i_{ум}; \\ eiA_{\Delta} &= \sum_{i=1}^n eiA_i_{увяз} - \sum_{i=1}^0 esA_i_{ум}, \end{aligned} \quad (12.15)$$

где n, p — количество увеличивающихся и уменьшающихся звеньев.

Расчет размерных цепей вероятностным методом (прямая задача). Определение размерных цепей вероятностным методом (см. пп. 1—4) совпадает с решением размерных цепей методом максимума-минимума по п. 5. Поэтому начнем решать размерную цепь вероятностным методом с п. 5.

5. Устанавливается допустимый процент риска P и соответствующий ему коэффициент риска t исходя из экономических соображений. При совпадении центра группирования размеров с координатой середины поля допуска (для нормального закона распределения и равновероятного выхода за обе границы поля допуска) значения принимаются в зависимости от P :

P	32	10	4,5	1,0	0,27	1,0	0,01
t	1,0	1,65	2,0	2,57	3,00	3,29	3,89

6. Выбираются предполагаемые законы рассеяния каждого из звеньев и принимается коэффициент относительного рассеяния λ' : $\lambda' = 1/3$ — если при расчете ничего не известно о характере кривой рассеяния звена (для изделий мелкосерийного и индивидуального производства); $\lambda' = 1/6$ — если предполагается, что закон распределения кривой рассеяния близок к закону треугольника; $\lambda' = 1/9$ — если предполагается, что кривая рассеяния будет иметь нормальный закон распределения (для изделий крупносерийного и массового производства).

7. Рассчитывается средняя величина допуска составляющих звеньев (ГОСТ 16320—70 рекомендует метод равных допусков):

$$\begin{aligned} ITA_1 &= ITA_2 = \dots = ITA_{m-1} = IT_{cp}A_i; \\ ITA_{\Delta} &= t \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \xi_i^2 \lambda_i (ITA_i)^2}; \end{aligned} \quad (12.16)$$

$$IT_{cp}A_i = \frac{ITA_{\Delta}}{t \sqrt{\frac{\lambda' (m-1) \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i^2}{m-1}}}$$

8. Полученная величина $IT_{\text{ср}}A_i$ для каждого звена корректируется на основе технико-экономических соображений. При корректировке следует использовать стандартные поля допусков (по СТ СЭВ 144—75). Одно из звеньев, наиболее простое в изготовлении, принимается за увязывающее.

9. Допуск увязывающего звена определяется исходя из скорректированных допусков остальных составляющих звеньев

$$ITA_{\text{увяз}} = \frac{1}{|\xi_{\text{увяз}}| \sqrt{\lambda'_{\text{увяз}}}} t \sqrt{ITA_{\Delta}^2 - t^2 \sum_{i=1}^{m-2} \xi_i^2 \lambda_i ITA_i},$$

где ITA_i — допуск i -го составляющего звена; $\xi_{\text{увяз}}$, $\lambda'_{\text{увяз}}$ — передаточное отношение и коэффициент относительного рассеяния увязывающего звена.

10. На основании величин скорректированных допусков составляющих звеньев назначаются их отклонения (за исключением увязывающего).

11. Определяются координаты середины полей допусков составляющих звеньев

$$\Delta_0 A_i = es A_i - \frac{ITA_i}{2}.$$

12. Координата середины поля допуска увязывающего звена

$$\Delta_0 A_{\text{увяз}} = \frac{1}{\xi_{\text{увяз}}} \left(\Delta_0 A_{\Delta} - \sum_{i=1}^{m-2} \xi_i \Delta_0 A_i \right).$$

13. Отклонения увязывающего звена:

$$es A_{\text{увяз}} = \Delta_0 A_{\text{увяз}} + \frac{ITA_{\text{увяз}}}{2};$$

$$ei A_{\text{увяз}} = \Delta_0 A_{\text{увяз}} - \frac{ITA_{\text{увяз}}}{2}.$$

14. Производится проверка решения задачи:

$$\left. \begin{aligned} es A_{\Delta} &= \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i \Delta_0 A_i + t \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \lambda_i \xi_i^2 \left(\frac{ITA_i}{2} \right)^2}; \\ ei A_{\Delta} &= \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i \Delta_0 A_i - t \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \lambda_i \xi_i^2 \left(\frac{ITA_i}{2} \right)^2}. \end{aligned} \right\} (12.17)$$

Порядок решения обратной задачи следующий. Исходя из установленных размеров, отклонений и координат середин полей допусков составляющих звеньев определяются величина отклонения и координаты середины поля допуска замыкающего звена.

Последовательность решения обратной задачи.

1. Определяются номинальные размеры замыкающего звена

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i A_i. \quad (12.18)$$

2. Определяются наибольший и наименьший размеры замыкающего звена:

$$\left. \begin{aligned} A_{\Delta_{\text{нб}}} &= \sum_{i=1}^n A_{i \text{ ув. нб}} - \sum_{i=1}^p A_{i \text{ ум. нм}}; \\ A_{\Delta_{\text{нм}}} &= \sum_{i=1}^n A_{i \text{ ум. нм}} - \sum_{i=1}^p A_{i \text{ ув. нб}}, \end{aligned} \right\} \quad (12.19)$$

где $A_{i \text{ ув. нб}}$, $A_{i \text{ ум. нм}}$ — наибольшие и наименьшие предельные допустимые размеры увеличивающего звена; $A_{i \text{ ум. нб}}$, $A_{i \text{ ув. нм}}$ — наибольшие и наименьшие предельные допустимые размеры уменьшающих звеньев.

3. Определяется допуск замыкающего звена

$$IT A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} |\xi_i| IT A_i. \quad (12.20)$$

4. Определяются предельные отклонения замыкающего звена (размеры охватываемые)

$$es A_{\Delta} = \sum_{i=1}^m es A_{i \text{ ув}} - \sum_{i=1}^p ei A_{i \text{ ум}}. \quad (12.21)$$

5. Определяется середина поля допуска замыкающего звена

$$\Delta_0 A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \xi_i \Delta_0 A_i. \quad (12.22)$$

Пример. Определить величину зазора B_{Δ} между торцом подшипника и торцом крышки в подшипниковом узле (рис. 12.3, а). В размерную цепь, определяющую этот зазор, входят двенадцать размеров (звеньев), из которых увеличивающие размеры: $B_2 = 5^{+0,3}$; $B_3 = 140 \pm 0,2$; $B_4 = 5^{+0,3}$ и уменьшающие размеры: $B_1 = 4^{+0,3}$; $B_{11} = 28_{-0,1}$; $B_{10} = 2 \pm 0,5$; $B_9 = 5^{+0,2}$; $B_8 = 68_{-0,2}$; $B_7 = 8_{-0,15}$; $B_6 = 28_{-0,1}$; $B_5 = 5^{+0,3}$.

Решение 1. По формуле (12.18) определяется номинальное значение замыкающего звена: $B_1 = 2$; $B_{\Sigma} = 5$.

2. Наибольший и наименьший размеры замыкающего звена определяются по формулам (12.19): $B_{\Sigma_{\text{нб}}} = 3,85$; $B_{\Sigma_{\text{нм}}} = 0,5$.

3. Допуск замыкающего звена определяется по формуле (12.20): $IT B_{\Sigma} = 3,35$.

4. Отклонения замыкающего звена определяются по формуле (12.21): $es B_{\Sigma} = 1,85$; $ei B_{\Sigma} = -1,5$.

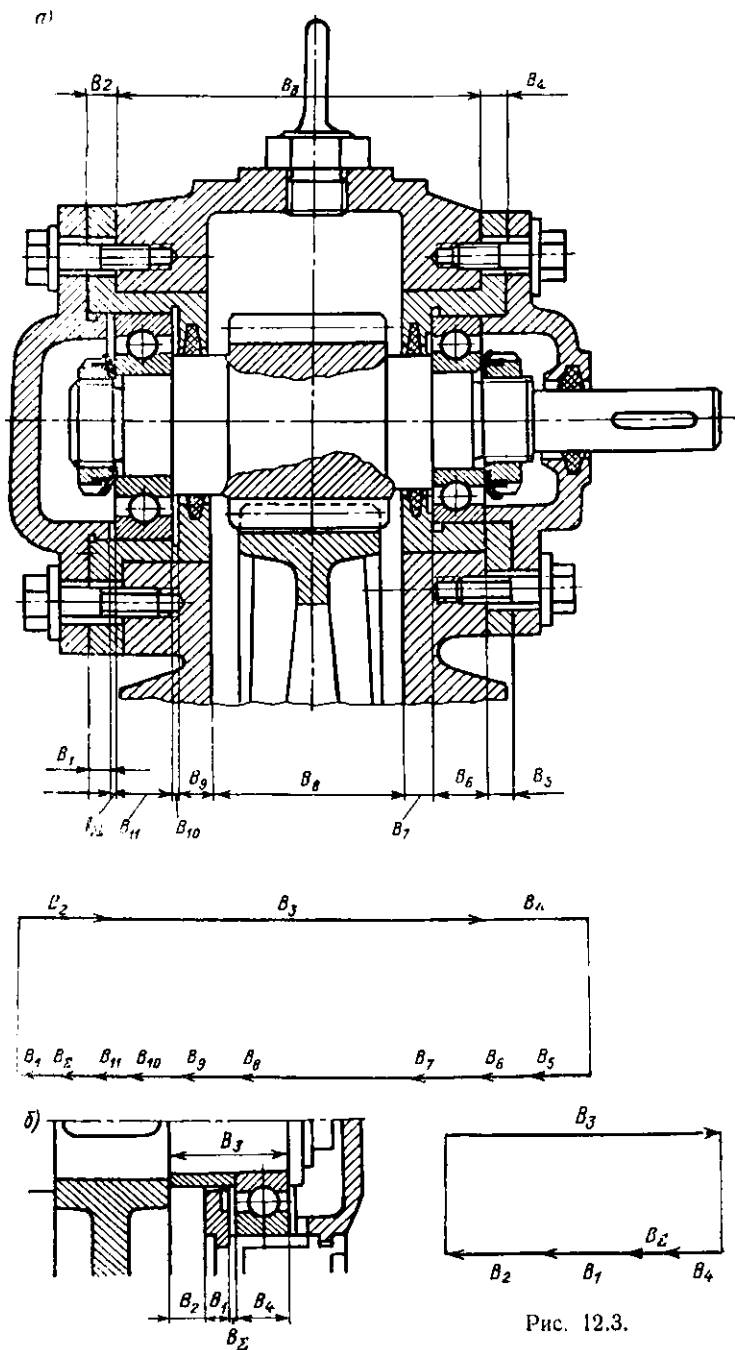


Рис. 12.3.

5. Середина поля допуска замыкающего звена определяется по формуле (12.22): $\Delta_0 B_{\Sigma} = 0,175$.

В качестве примера прямой задачи расчета размерных цепей определим предельные отклонения для звеньев B_1, B_2, B_3, B_4 (рис. 12,3, б) в зависимости от заданного зазора $B_{\Delta} = 2_{-0,5}^{+1,0}$; $B_1 = 9$; $B_2 = 25$; $B_3 = 70$; $B_4 = 34_{-0,2}^{-0,2}$. Используем для решения метод равных допусков.

Для звена рассчитывать отклонения не нужно, так как предельные отклонения по ширине шарикового подшипника регламентируются чертежами завода-изготовителя.

Последовательность расчета следующая.

1. Рассчитываем средние величины допуска составляющих звеньев по формуле (12.10): $IT_{ср} B_1 = IT B_2 = 0,433$.

Для наименьшего B_1 примем допуск 0,4, для B_2 — также 0,4. Увязывающим приемом звено B_3 .

2. Для выполнения равенства (12.11) рассчитываем допуск увязывающего звена по формуле (12.12): $IT B_3 = 0,5$.

3. Назначаем отклонения составляющих звеньев: $B_1 = 9_{-0,4}^{-0,4}$; $B_2 = 25_{+0,2}^{+0,2}$.

4. Координаты середины полей допусков составляющих звеньев определяем по формуле (12.22): $\Delta_0 B_1 = -0,2$; $\Delta_0 B_2 = 0$; $\Delta_0 B_4 = -0,1$; $\Delta_0 B_{\Sigma} = 0,25$.

5. По формуле (12.13) определяем координаты середины поля допуска увязывающего звена: $\Delta_0 B_3 = -0,05$.

6. Отклонения увязывающего звена определяются по формуле (12.14): $es B_3 = +0,2$; $ei B_3 = -0,3$.

7. Проверка решения производится по формуле (12.15): $es B_{\Sigma} = +0,1$; $ei B_{\Sigma} = -0,5$.

Следовательно, $B_3 = 70_{-0,2}^{+0,2}$; $B_1 = 9_{-0,4}^{-0,4}$; $B_2 = 25_{+0,2}^{+0,2}$; $B_4 = 34_{-0,2}^{-0,2}$.

В качестве примера решения обратной задачи расчета размерных цепей вероятностным методом рассмотрим тот же случай, который рассматривался методом предельных отклонений.

1. Определим координаты середин полей допусков составляющих звеньев: $\Delta B_2 = +0,15$; $\Delta B_3 = 0$; $\Delta B_4 = +0,15$; $\Delta B_1 = 0,15$; $\Delta B_{11} = -0,05$; $\Delta B_{10} = 0$; $\Delta B_9 = +0,1$; $\Delta B_8 = -0,1$; $\Delta B_7 = -0,075$; $\Delta B_6 = -0,05$; $\Delta B_5 = +0,15$.

2. Номинальный размер замыкающего звена определяется по формуле (12.17): $B_{\Sigma} = 2$.

3. Координату середины поля допуска замыкающего звена определяем по формуле (12.21): $\Delta_0 B_{\Sigma} = 0,175$.

4. Устанавливаем допустимый процент риска, например 1%. Тогда $t = 2,57$ (см. стр. 233).

5. Выбираем предполагаемый закон рассеяния каждого из звеньев исходя из особенностей технологического процесса.

Принимаем, что кривая рассеяния для всех размеров имеет нормальный закон распределения, тогда $k' = 1/9$.

6. Допуск замыкающего звена определяется по формуле (12.16): $IT B_{\Sigma} = 0,75$.

7. Предельное отклонение замыкающего звена определяем по формулам (12.17): $es B_{\Sigma} = 0,55$; $ei B_{\Sigma} = -0,2$.

Таким образом, замыкающее звено $B_{\Sigma} = 2_{-0,2}^{+0,55}$. Следует иметь в виду, что существует вероятность, хотя и очень малая, того, что замыкающий размер выйдет за пределы допуска. При расчете по предельным отклонениям ранее было получено $2_{-1,30}^{+1,30}$.

Следовательно, допуск замыкающего размера получился значительно меньше, чем в первом случае. В этом, в частности, большое преимущество вероятностного метода расчета размерных цепей, ибо при использовании его мы получаем возможность увеличивать допуски составляющих размеров, что значительно облегчит и удешевит процесс производства.

Глава 13. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

§ 13.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Количество деталей в современных машинах нередко исчисляется десятками и сотнями тысяч. Так, например, современный реактивный самолет имеет более миллиона самых различных деталей, шагающий экскаватор — несколько сотен тысяч и т. д.

Среди многообразия деталей имеются такие, которые в различных машинах выполняют одни и те же функции. Однотипные детали, входящие в состав различных машин, относят к *деталлям общего назначения* (болты, оси, валы, подшипники и др.). Все остальные детали составляют категорию *деталей специального назначения* (лопатка турбины, поршень или шатун двигателя и т. п.)

Детали общего назначения могут быть условно подразделены на четыре основные категории:

1) детали соединений, которые делятся на детали неразъемных соединений (заклепки) и детали разъемных соединений (болты, винты, клинья, шпонки, штифты и др.);

2) детали для поддержания и соединения вращающихся частей машин (оси, валы, подшипники и муфты);

3) детали передач (фрикционных, зубчатых, винтовых, цепных, ременных, канатных, а также гидравлических, пневматических и др.);

4) детали смазочных устройств, трубопроводов и аппаратуры.

Изучение критериев работоспособности, общих методов прочностного расчета и конструирования этих групп деталей машин на основе сил их взаимодействия, правильного выбора материала, использования накопленного опыта проектирования, изготовления и эксплуатации машин является основным содержанием следующего раздела курса прикладной механики.

§ 13.2. ОСНОВНЫЕ КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Работоспособность деталей оценивается рядом технических требований или критериев, которые диктуются заданными условиями и режимом их работы. К ним относятся: прочность, жесткость, износостойкость, теплостойкость, виброустойчивость.

Прочность — главный критерий работоспособности всех деталей. Этим критерием оценивается способность детали сопротивляться разрушению или возникновению пластических деформаций под действием приложенных к ней нагрузок.

Жесткость — способность детали сопротивляться изменению формы и размеров под нагрузкой. Для таких деталей, как валы, точные зубчатые передачи и др., жесткость является основным критерием при определении их размеров.

Износостойкость — свойство материала оказывать сопротивление изнашиванию в определенных условиях трения, оцениваемое величиной обратной интенсивности (или скорости) изнашивания.

Термостойкость — способность конструкции работать в пределах заданных температур в течение заданного срока службы. Перегрев деталей во время работы представляет собой не только вредное, но и опасное явление. Поэтому многие трущиеся пары (подшипники, червячные передачи и др.) подвергаются тепловым расчетам для обеспечения нормального теплового режима работы.

Виброустойчивость — способность конструкции работать в нужном диапазоне режимов, исключая возможность резонансов. Расчеты на виброустойчивость как отдельных деталей, так и механических систем изучаются в курсе «Теория колебаний».

Определением приведенных критериев и их сравнительной оценкой с допускаемыми величинами обеспечивается надежность изделий в заданных условиях эксплуатации в течение гарантированного срока службы. Надежность и долговечность зависят как от качества изготовления изделий, так и от умения (мастерства) использования техники в эксплуатации. В течение срока службы надежность монотонно (по нормальному или другим законам) снижается. Восстановление и обеспечение заданной вероятности безотказной работы достигаются периодическими ремонтами и хорошим уходом за машинами, механизмами, приборами и другими устройствами.

§ 13.3. КОНСТРУКЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИХ ВЫБОР

Основными материалами, используемыми для изготовления деталей машин, являются металлы: чугун, сталь, цветные металлы и их сплавы. В последнее время все более широкое применение получают пластмассы (текстолит, гетинакс, стеклопластики, капролактан, пресс-порошки, древеснослоистый пластик и прессованная древесина). Кроме того, в тяжелом машиностроении для изготовления станин, опор и тому подобных деталей взамен стали и чугуна находят применение железобетон.

Чугун представляет собой сплав железа с углеродом и некоторыми другими присадками. В зависимости от содержания углерода и состояния, в котором углерод находится в чугуне (в свободном или химически связанном), различают чугуны серые и белые. Серый чугун не обладает пластичностью, но легко плавится и хорошо заполняет литейные формы. Он хорошо обрабатывается резанием и поэтому служит одним из основных материалов для изготовления деталей машин.

ГОСТ 1412—70 устанавливает десять марок серого чугуна, имеющих условные обозначения: от СЧ 12-28 до СЧ 38-60. При этом буквы СЧ обозначают серый чугун, первые две цифры — предел прочности при растяжении, а вторые две цифры — предел прочности при изгибе.

В машиностроении получили также применение высокопрочные чугуны (ВЧ), предусмотренные ГОСТ 7293—70. Высокопрочный чугун представляет собой серый чугун, к которому перед затвердеванием добавляются измельченные модификаторы — силикокальций, силикоалюминий, графит и пр. — для повышения прочности и улучшения обрабатываемости.

Для изготовления многих деталей машин применяется ковкий чугун (КЧ), предусмотренный ГОСТ 1215—59. Этот чугун вследствие большой вязкости отличается способностью подвергаться значительным деформациям. Ковкий чугун, как и другие его разновидности, не обладает пластичностью (не поддается ковке даже при высокой температуре), но он менее хрупок, чем серый чугун; его также применяют только для отливок.

Белый чугун — тугоплавкий, плохо заполняет форму и трудно поддается обработке резанием, вследствие чего применяется сравнительно редко (например, для прокатных валов).

Сталь представляет собой сплав железа с углеродом, а также различными присадками. В машиностроении наиболее широко применяются следующие сорта стали: углеродистые стали обыкновенного качества; углеродистые конструкционные стали качественные (ГОСТ 1050—74); низколегированные и легированные конструкционные стали (ГОСТ 4543—71).

Сталь углеродистая обыкновенного качества делится на три группы: I — сталь, качество которой гарантируется только механическими свойствами; II — сталь с гарантированным химическим составом; III — сталь, поставляемая по качеству с гарантированным как химическим составом, так и механическими свойствами.

Легированной называется сталь с присадками различных химических элементов, придающих стали повышенные механические и другие свойства жаростойкости, коррозионной стойкости. В качестве легирующих элементов чаще всего применяются хром (Х), никель (Н), вольфрам (В), ванадий (Ф), молибден (М).

Существуют разнообразные марки стали. Так, для стали обыкновенного качества установлено 13 марок, из которых чаще применяются марки от Ст0 до Ст7. Цифры в наименовании марки стали обозначают приближенное содержание углерода в сотых долях процента. С увеличением номера марки повышаются предел текучести и предел прочности стали.

Конструкционные стали качественные имеют 32 марки, различающиеся содержанием углерода и марганца. Они условно обозначаются, например, так: сталь 40, сталь 45, сталь 30Г и т. д. Буква Г после цифры в приведенном обозначении марки означает повышенное содержание марганца.

Легированных и низколегированных сталей свыше 100 марок: например, 12ХН2, где цифры перед буквами указывают содержание углерода в сотых долях процента (0,12%), а цифры после

буквы указывают примерное содержание легирующих элементов в процентах.

Цветные металлы. Основными цветными металлами, применяемыми в машиностроении, являются медь, цинк, олово, свинец, никель и алюминий. В чистом виде эти металлы применяются сравнительно редко, а чаще всего используются в виде различных сплавов.

Бронза — сплав меди с оловом, свинцом или алюминием с добавками некоторых других элементов (сурьма, железо, кремний, сера и др.), содержащихся в сотых долях процента.

Химический состав и механические свойства оловянистых бронз определяются ГОСТ 613—65, безоловянистых — ГОСТ 943—54.

Латунь — сплав меди с цинком и некоторыми другими элементами (свинец, железо, висмут и др. — в долях процента). Состав и свойства латуней предусмотрены стандартом.

Баббиты — сплавы олова, свинца, сурьмы и меди, применяемые для заливки вкладышей подшипников. Химический состав баббитов предусмотрен ГОСТ 1320—74. Баббиты обладают наименьшим коэффициентом трения по черным металлам, низкой твердостью и хорошей прирабатываемостью.

Пластические массы. Пластмассы обладают многими ценными свойствами (диэлектрической прочностью, антикоррозионной стойкостью, прозрачностью, малой плотностью, быстротой изготовления и др.), выгодно отличающими их от черных, цветных металлов и других известных природных материалов. Применение пластмасс эффективно только тогда, когда выбор их для того или другого назначения производится с учетом их свойств. Практически при выборе полимерных материалов следует руководствоваться потребительскими рядами пластмасс, составленными по таким главнейшим их свойствам, как ударная прочность, износостойкость, фрикционность, антифрикционность, тепло-жаростойкость и химическая стойкость и др. Такой ряд, например, конструкционных, ударопрочных пластмасс содержит несколько наименований и марок, обладающих важными свойствами для выбора материала (табл. 13.1)¹.

Выбор материала должен производиться с учетом способа изготовления и термообработки детали. При этом необходимо учитывать: 1) габаритные размеры, конфигурацию и массу детали; 2) соответствие свойств материала главному критерию работоспособности; 3) стоимость и дефицитность материала; 4) соответствие свойств материала технологии изготовления и обработки.

При выборе материалов необходимо также знать и учитывать их химический состав и механические свойства (вязкость, пластичность, хрупкость и твердость).

¹ Подробнее см.: Альшиц И. Я., Благов Б. Н. «Проектирование деталей из пластмасс». М., Машиностроение, 1977.

Т а б л и ц а 13.1. Конструкционные, ударопрочные пластмассы

Наименование, марка	Разрывная прочность, Н/мм ²	Относительное удлинение, %	Прочность при статическом изгибе, Н/мм ²	Ударная вязкость, Н·см/см ²
Сталь конструкционная	320—750	25	—	8000
Стеклопластики:				
стеклотекстолит	307	—	220	4800
СТ-911-1а				
стекловолокнит АГ-4с	500	—	250	1500
Древеснослоистый пластик	260	—	160	800
ДСП-БЭ				
Полиамиды:				
капролон	95	20	150	1600
капрон	50—80	50	70—100	1600
АК-7	50—65	100	100—120	1300—1600
П-68	45—50	100	80—90	1000
Поликарбонат (дифлон)	67—78	50—110	90—110	1350—1600
Текстолит поделочный	100	1	145	350
Полиуретан	50—85	50	70—80	500
Полиформальдегид	58—72	15—30	120	300—400
Текстолитовая крошка	25—50	0,5	100—120	200—230
Винипласт повышенной ударной прочности	50—64	28—77	55—85	430—880
Полистирол ударопрочный	30—50	8—50	65—110	250—900
Асбокрезол К-6	25—69	0,1	70	180
Этрол ацетобутират целлюлозы и др.	17,5—47	40—80	14—91	400—800

Выбор материала при проектировании деталей в значительной мере зависит от величины и характера нагрузок, условий эксплуатации. Так, например, при высоких значениях температуры окружающей среды необходимо уменьшать допускаемое напряжение (табл. 13.2).

Т а б л и ц а 13.2. Зависимость величины допускаемых напряжений от температуры и заданной скорости ползучести *

Параметры стали	Температура, °С				
	400	450	500	550	600
Предел прочности σ_B , Н/мм ²	425	362	300	232	165
Допускаемое напряжение растяжения (Н/мм ²) при скорости ползучести 10% в год	44	25	14	8	5

* Свойство материала деформироваться при постоянных нагрузках называется ползучестью.

При низкой температуре среды для изготовления деталей следует применять стали, содержащие никель. Присутствие его в стали снижает хрупкость изготовленных из нее деталей. Для деталей, работающих на растяжение, целесообразно применять молибденовые и хромомолибденовые стали, отличающиеся низкой ползучестью.

Весьма существенное значение (а в ряде случаев решающее) имеют особые свойства материала, к которым относятся коррозионная стойкость, кислотная стойкость, жаропрочность и др. В ряде случаев наилучшим образом подобным требованиям, предъявляемым к современным машинам, отвечают синтетические полимерные материалы, обладающие комплексом необходимых свойств: высокой прочностью при малой плотности; антифрикционными качествами; устойчивостью против воздействия агрессивных сред и химических веществ.

Более широкое применение в машиностроении должны получить новые сверхвысокопрочные стали и жаропрочные сплавы; шире должен внедряться бериллий, вольфрам, молибден, ниобий, титан и другие металлы, а также сплавы на их основе.

Выбор материала является первым и весьма ответственным этапом проектирования. Правильный выбор материала дает возможность обеспечить высокую надежность и долговечность изделия машиностроения, а также экономичность изготовления и эксплуатации механизмов и машин. Следует подчеркнуть, что выбор материала неразрывно связан с расчетом и конструированием деталей, а также с разработкой и применением для их изготовления прогрессивной технологии.

§ 13.4. РАСЧЕТЫ ДЕТАЛЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ

Расчеты на прочность необходимы для того, чтобы обеспечить надежность и долговечность деталей машин или конструкций при минимальной массе и размерах. Расчеты и конструирование деталей базируются на теоретических и экспериментальных данных сил взаимодействия деталей, свойств материалов, практики конструирования, а также опыта изготовления и эксплуатации машин.

Прочность обеспечивается при условии:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &\leq [\sigma]; \\ \tau &\leq [\tau], \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

где σ и τ — соответственно расчетное (или фактическое) нормальное и касательное напряжения наиболее опасного сечения рассматриваемой детали; $[\sigma]$ и $[\tau]$ — допускаемые напряжения.

Основными факторами, влияющими на прочность деталей, являются:

1) величина, направление и скорость приложения нагрузки;

- 2) вид деформации (растяжение, сжатие, изгиб, кручение);
- 3) форма и размеры деталей;
- 4) однородность механических свойств материала, вид механической и термической обработки;
- 5) температура окружающей среды.

В практике машиностроения применяются проектировочный (определяющий) и проверочный методы расчета. *Проектировочный расчет* дает возможность определить форму, размеры и материал деталей по заданным величинам внешних сил и видам упругих деформаций. *Проверочный расчет* служит для определения действительных напряжений, испытываемых деталями, с учетом формы размеров, материала детали, а также величины действительных внешних сил и вида упругих деформаций. Однако независимо от способа расчета его основной целью является установление запаса прочности n . При этом должны наиболее полно учитываться конструктивные и технологические факторы, влияющие на прочность, а также режим нагрузки (статический, переменный, ударный, длительный при повышенных или пониженных температурах детали).

При расчетах деталей наибольшие затруднения нередко вызывают составление расчетных схем, отображающих реальную картину сил их взаимодействия, а также определение значения и характера приложения действительных нагрузок с учетом тех или иных видов их соединения или сочленения. Различают два основных вида нагрузки по характеру их действия: статические и динамические.

Статическая нагрузка постоянна или мало изменяется с течением времени. К таким нагрузкам относятся собственная масса конструкции, давление газа или жидкости в резервуарах или трубах, постоянная сила затяжки болтов.

Динамическая нагрузка меняется в течение короткого промежутка времени. К этому виду нагрузок относятся ударная и переменная нагрузки. Ударная нагрузка вызывается значительной скоростью приложения сил. Такими характерными нагрузками являются: удары в деталях дробилок, кузнечных молотов и т. п. Частным случаем ударной нагрузки является внезапная нагрузка, которая прикладывается к элементам конструкции сразу всей своей величиной, например в момент наезда колесных пар локомотива на стыки рельсов и др. В некоторых случаях нагрузки подразделяются на основные, действующие в условиях нормальной работы, и случайные, вызываемые нарушением нормальной работы (ураганный ветер, снегопад и др.).

Нагрузки по характеру их приложения к деталям могут быть сосредоточенными и распределенными, а напряжения в деталях — основными, начальными, исчезающими и остаточными.

Начальные напряжения возникают в процессе сборки узлов машин, например при соединении деталей с гарантированным натягом (горячая, прессовая и другие посадки).

Исчезающие напряжения могут возникнуть при наличии неравномерного нагрева сборочных единиц в процессе работы (например, неравномерный нагрев стенок цилиндра поршневых двигателей внутреннего сгорания). Эти напряжения исчезают после остановки двигателя и выравнивания температуры по всему объему цилиндра.

Остаточные напряжения могут быть вызваны неравномерным остыванием отливок (усадочные или литейные). Такие напряжения могут быть созданы также пластической деформацией, закалкой при нагреве т. в. ч. и др.

Начальные, исчезающие и остаточные напряжения обычно приводят к уменьшению прочности деталей. Однако умелое их использование, наоборот, дает возможность повысить прочность деталей следующими путями: 1) предварительным напряжением в системе соединения тел (предварительно напряженный железобетон); 2) поверхностным наклепом (дробеструйной обработкой), при котором на поверхности детали создаются значительные напряжения сжатия, что приводит к повышению выносливости деталей; 3) химико-термической обработкой (цементация, азотирование и др.), которая изменяет в верхних слоях поверхности химический состав и свойства материала; 4) закалкой, при нагреве токами высокой частоты, с помощью которой в верхних слоях деталей создаются большие напряжения сжатия (для стали 700—900 Н/мм²). Все эти виды термического упрочнения дают возможность не только повысить усталостную прочность деталей, но и их износостойкость в два-три раза.

Основные напряжения в деталях возникают от действия внешних нагрузок, которые в зависимости от условий приложения могут быть статическими и переменными. *Статические напряжения* постоянны или незначительно изменяются в течение времени. *Переменные напряжения* многократно изменяются в течение времени. Они могут возникать и при постоянной нагрузке. Напряжение вала, подвергнутого изгибу постоянной силой, непрерывно меняется как по величине, так и по направлению вследствие его вращения. Изменение переменных напряжений может быть изображено графиком цикла напряжений, который может быть симметричным (рис. 13, 1, а) и несимметричным (рис. 13.1, б, з). Параметры цикла напряжений, если принять обозначения в соответствии с рис. 10.1, можно представить в следующем виде:

амплитуда напряжения цикла

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2; \quad (13.2)$$

среднее напряжение цикла

$$\sigma_{\text{ср}} = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2; \quad (13.3)$$

коэффициент амплитуды цикла

$$r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}. \quad (13.4)$$

При любом цикле напряжений справедливо равенство

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ср}} + \sigma_a \quad (13.5)$$

Детали машин и части сооружений, подвергающиеся длительное время переменным напряжениям (нагрузкам), могут разрушаться внезапно без заметных остаточных деформаций при на-

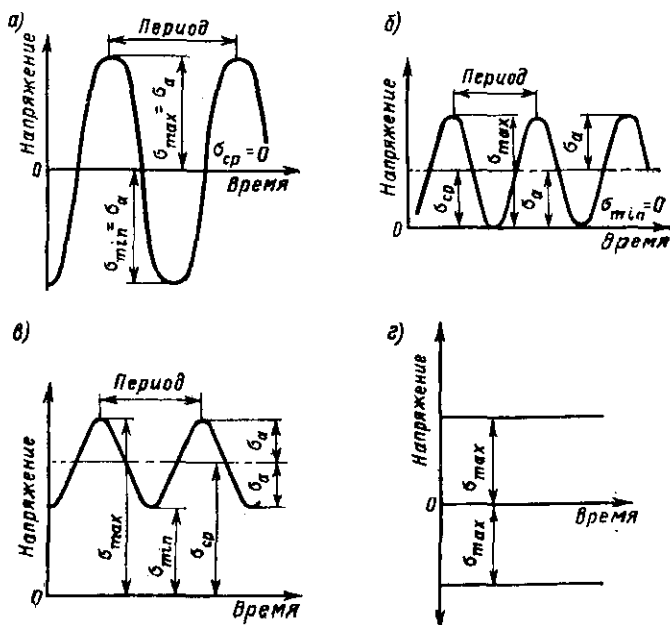


Рис. 13.1.

пряжениях, значительно меньших предела прочности материала. Это явление называется усталостью материала. Предел выносливости (усталости) для данной марки металла определяют экспериментальным путем и обозначают через σ_r , где r — величина оси симметрии цикла.

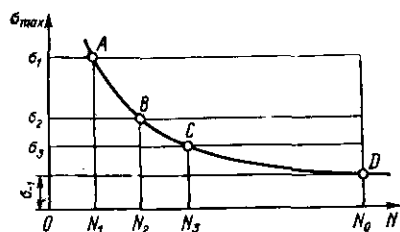


Рис. 13.2.

Например, σ_{-1} — предел выносливости для симметричного цикла ($r = -1$), σ_0 — предел выносливости для пульсирующего цикла ($r = 0$). На рис. 13.2 представлен типичный график зависимости напряжения от числа циклов нагрузки для черных металлов (кривая Велера).

Для многих материалов (цветных металлов, сталей, закаленных до высокой прочности) не удается установить предел выносливости. Для таких материалов вводят понятие условного пре-

дела выносливости (усталости). За условный предел выносливости принимают напряжение, при котором образец способен выдержать 10^8 циклов (принятая база для испытания). Для каждого материала существует такое максимальное значение напряжения, при котором образец выдерживает, не разрушаясь, практически любое количество циклов. Величина такого напряжения называется пределом выносливости (усталости). Выбор предела выносливости обусловлен определенными трудностями, так как для большинства материалов пределы выносливости пока еще не определены. Для получения их требуется произвести механические испытания материала на усталость и по полученным результатам построить кривые выносливости. Если такие кривые отсутствуют, то приходится пользоваться приближенными методами определения предела выносливости. При деформации изгиба, растяжения и кручения пределы выносливости для различных материалов могут быть приближенно определены по величинам пределов текучести и прочности (табл. 13.3).

Т а б л и ц а 13.3. Пределы выносливости для среднеуглеродистых сталей (по И. В. Подзолу)

Вид деформации	Предел текучести при постоянном напряжении	Предел выносливости при цикле напряжения	
		пульсирующем	симметричном
Изгиб Растяжение— сжатие Кручение	$\sigma_{ТН} = (1,5 \div 1,6) \sigma_T$ $\tau_T = 0,7\sigma_T$	$\sigma_{0H} = 0,60\sigma_B$ $\sigma_0 = 0,52\sigma_B$ $\tau_0 = 0,32\sigma_B$	$\sigma_{-1H} = 0,43\sigma_B$ $\sigma_{-1} = 0,36\sigma_B$ $\tau_{-1} = 0,22\sigma_B$

Для переменных нагрузок, которые имеют наибольшее распространение в современных машинах, наименьшая долговечность деталей наблюдается при симметричном цикле напряжений. Наоборот, с увеличением постоянного среднего напряжения σ_{cp} и уменьшением амплитуды σ_a влияние переменного напряжения на прочность деталей уменьшается.

Оценка прочности и выбор запаса прочности материалов сопряжены со значительными трудностями. Расчеты на прочность усложняются, в особенности для деталей, имеющих резкие переходы в сечениях. В местах резкого изменения сечения напряжения распределяются своеобразно, причем образуются добавочные напряжения. Практика показывает, что поломки деталей и появление в них трещин в большинстве случаев происходят в местах надрезов. Надрезами называют резкие изменения формы деталей вследствие изменений толщины стенок, размеров сечений, наличия отверстий, шпоночных канавок, круговых проточек и т. п. В зоне таких надрезов возникают повышенные местные напряжения,

происходит концентрация напряжений, которая оказывает существенное влияние на прочность деталей.

Влияние отверстия и надреза на неравномерность распределения продольных σ_1 и поперечных σ_2 напряжений в поперечном сечении растягиваемого плоского образца представлено на рис. 13.3, а. При этом с уменьшением радиуса дна надреза R и профиля угла надреза α местные напряжения в зоне надреза возрастают, происходит их концентрация, оказывающая существенное влияние на снижение прочности детали. При изгибе и кручении влияние подобных факторов представлено на рис. 13.3, б.

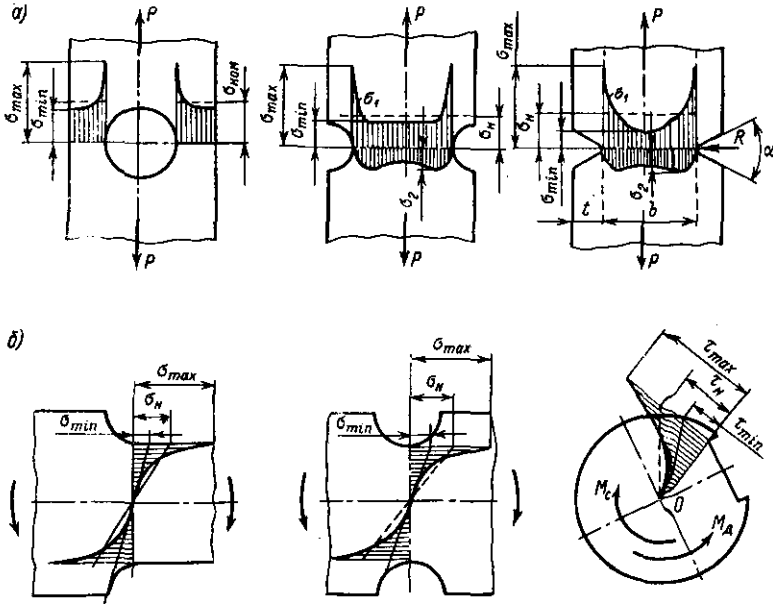


Рис. 13.3.

Как известно, усталостные разрушения начинаются в зоне наибольшего напряжения с образования трещины на поверхности или на небольшой глубине ослабленного сечения (надрезы, отверстия, риски или другие концентраторы напряжения). Разрушение от статического растяжения обычно вызывает сокращение площади поперечного сечения образца вблизи места разрушения. Усталостное разрушение образца заметного сокращения площади его поперечного сечения практически не вызывает. Поверхность усталостного излома, как правило, имеет две зоны: собственно усталостного разрушения и окончательного разрушения (долома). Зоны усталостного излома по внешнему виду поверхности обычно характеризуются мелкозернистостью структуры металла и нали-

чем гладкого, как бы полированного, участка. Зона излома имеет крупнозернистую структуру.

Влияние усталостной прочности металла и, следовательно, надежность и долговечность детали машин или конструкции зависят от многих факторов, еще недостаточно полно изученных. Основными из них являются условия нагружения и величины рабочих и остаточных напряжений, а также наличие у деталей концентраторов напряжения. Все их необходимо учитывать при проектировании машин и механизмов. Это свидетельствует о наличии возможности повышения долговечности многих деталей за счет придания им соответствующей формы увеличением радиуса галтелей, более плавных переходов в размерах сечения, применения разгружающих канавок, повышенной чистоты обработки поверхности и т. д.

Необходимо иметь в виду, что расчет и конструирование являются двумя сторонами единого процесса проектирования, дополняющими друг друга. Не следует ограничиваться расчетными данными. В ряде случаев оказывается целесообразным определять размеры и форму деталей, руководствуясь технологическими требованиями их изготовления, сборки и условиями эксплуатации, т. е. конструктивными соображениями. В таких случаях наиболее целесообразно совмещать расчет и конструирование. Иногда целесообразно предварительно выбрать форму и размеры детали, а затем произвести проверку ее прочности расчетом.

§ 13.5. РАСЧЕТ ДОПУСКАЕМЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Важнейшим условием, обеспечивающим получение надежных, долговечных и в то же время легких и экономичных конструкций, является правильное определение допускаемых напряжений. Допускаемое напряжение — наибольшее напряжение, которое можно допустить в детали или конструкции из условий их безопасности, надежности и долговечности. Иными словами, это такое наибольшее напряжение, которое составляет некоторую долю от предельного (опасного) напряжения.

Существует два метода определения допускаемых напряжений: расчетный и табличный. В различных отраслях промышленности на основе расчета допускаемых напряжений разрабатываются таблицы допускаемых напряжений для ряда типовых деталей (зубчатые колеса, валы, оси и др.). Табличные значения допускаемых напряжений устанавливаются в зависимости от конкретных условий работы отдельных групп деталей и технологии их изготовления. Такой метод дает возможность облегчить и ускорить процесс расчета деталей на прочность. Однако, поскольку эти таблицы рассчитаны для определенных условий работы деталей, изготовленных по определенной технологии, данными таких таблиц следует пользоваться с осторожностью даже при расчете однотипных деталей, но работающих в иных условиях и изготов-

ленных по отличающейся технологии. В последнем случае следует применять расчетный метод определения допускаемых напряжений.

В общем случае допускаемое напряжение определяется по формуле

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / (\beta_k k_d k_n k_m n), \quad (13.6)$$

где $\sigma_{\text{пред}}$ — предельное напряжение, под которым понимаются: предел прочности (σ_n)¹ для чугуна и некоторых цветных металлов; предел текучести (σ_T)² для стали при постоянном напряжении; предел усталости для стали при: симметричном цикле (σ_{-1}), пульсирующем цикле (σ_0) и несимметричном цикле (σ_r); β_k — эффективный коэффициент концентрации напряжений, при постоянном напряжении следует принимать α_k — коэффициент концентрации напряжений; k_d — коэффициент динамичности, учитывающий влияние характера приложения нагрузки; k_n — технологический фактор, учитывающий влияние качества обработки и состояние поверхности детали; k_m — масштабный фактор; n — коэффициент запаса прочности.

Расчет допускаемых напряжений связан с учетом ряда факторов, влияющих на прочность деталей, которыми являются: форма детали (фактор α_k или β_k), качество обработки и состояние поверхности k_n . Состояние поверхности при статическом нагружении не оказывает существенного влияния на изменение прочности. Любое повреждение поверхности вызывает появление концентрации напряжений и при циклически изменяющемся напряжении существенно снижает предел выносливости. Повышение коэффициента k_n ($k_n > 1$) достигается применением различного вида упрочнений.

В подавляющем большинстве случаев появление трещин в деталях и их поломка в условиях эксплуатации машин происходят в местах надрезов, обуславливающих концентрацию напряжений, оказывающих существенное влияние на прочность деталей (рис. 13.3).

Коэффициент концентрации при статическом напряжении

$$\alpha_k = \sigma_m / \sigma_n, \quad (13.7)$$

где σ_m , σ_n — местное (максимальное) и нормальное (среднее) напряжения.

Влияние концентрации напряжения при повторно-переменных напряжениях учитывается эффективным коэффициентом концентрации

$$\beta_k = \sigma_{-1} / \sigma_{-1k}, \quad (13.8)$$

¹ Предел прочности (σ_n) (временное сопротивление) — условное напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой образцом до разрушения.

² Предел текучести (σ_T) — напряжение, при котором происходит рост деформации образца при практически постоянной нагрузке.

где σ_{-1} — предел выносливости (усталости) гладкого образца;
 $\sigma_{-1к}$ — предел выносливости образца с надрезом.

Влияние свойств материала при переменных напряжениях на эффект концентрации напряжений учитывается коэффициентом чувствительности материала

$$q = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1} \quad \text{или} \quad \beta_k = 1 + q(\alpha_k - 1). \quad (13.9)$$

Коэффициент чувствительности зависит от свойств материала и практически почти не зависит от вида и формы надреза. Для углеродистой стали $35 q = 0,40$; для легированной стали 20ХН $q = 0,65$. Серый чугун составляет исключение, он не чувствителен к надрезам. Объясняется это структурой чугуна, изобилующего внутренними концентраторами напряжений.

Коэффициент k_m характеризует изменение предела прочности стали, чугуна и цветных металлов в зависимости от размеров детали: k_m для углеродистых и легированных сталей находится в интервале $1,0—0,85$ при диаметре или толщине детали от 10 до 200 мм; для этих же сталей k_m при наличии высокой концентрации напряжений находится в интервале $1,0—0,67$; k_m для чугуна и цветных металлов находится в интервале $1,0—0,64$. Большим размерам деталей соответствует меньший коэффициент.

Для учета случайных нагрузок, возможных неточностей расчета и изготовления изделий, а также других неизвестных переменных вводят коэффициент запаса прочности. С помощью этого коэффициента обеспечивается уменьшение предельного (опасного) напряжения до величины допускаемого, при котором детали или конструкции могут длительно и надежно работать в заданных условиях.

Запас прочности определяется так:

$$n = n_1 n_2 n_3, \quad (13.10)$$

где n_1 — коэффициент, учитывающий возможные последствия поломки детали и ее стоимость ($n_1 = 1,08 \div 1,30$); n_2 — коэффициент, учитывающий влияние на прочность детали свойств материала в зависимости от характера нагрузки ($n_2 = 1,05 \div 1,50$); n_3 — коэффициент, учитывающий возможные неточности, допущенные при проектировании ($n_3 = 1,0 \div 1,65$).

Таким образом, общий запас прочности для деталей, изготовленных из стали, может изменяться в пределах $n = 1,13 \div 3,22$.

При расчете допускаемых напряжений деталей, изготовленных из серого чугуна или цветных металлов, испытывающих деформации растяжения, запас прочности принимается по отношению к пределу прочности: $n = 4 \div 5$ — при статическом напряжении; $n = 6 \div 7$ — при пульсирующем цикле напряжений; $n = 8 \div 10$ — при симметричном цикле напряжений.

Коэффициент запаса прочности может быть определен также по предельной нагрузке (предельному состоянию). Для этого

сначала определяется величина ее (или их), которая вызывает разрушение конструкции. Затем находится допускаемая (рабочая) нагрузка путем деления предельной нагрузки на выбранный коэффициент запаса прочности. В этом случае при определении рабочих нагрузок величина фактических напряжений, возникающих в деталях или конструкциях, непосредственно не используется.

Однако как в первом, так и во втором случае коэффициент запаса представляет собой некоторую долю от предельного (опасного) напряжения или нагружения.

В заключение отметим, что дифференциальный метод определения допускаемых напряжений, дающий достаточно полное представление о многих факторах, влияющих на общий запас прочности, довольно сложен. Однако при расчете ответственных деталей, а также при расчете деталей массового производства этот метод следует считать наиболее целесообразным.

§ 13.6. СТАДИИ РАЗРАБОТКИ И ЭТАПЫ РАБОТ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Изготовление любой машины, прибора, сооружения и т. п. в настоящее время осуществляется, как правило, по проектам. Такой проект обычно состоит из расчетно-пояснительной записки, чертежей, а в особо ответственных случаях еще и макета или модели запроектированного изделия¹. В СССР создание новых конструкций машин ведется по установившейся многолетней практикой единой системе проектирования.

Функции, выполняемые заказчиком, разработчиком, изготовителем и потребителем продукции, определяет ГОСТ 15.001—73 «Разработка и поставка продукции на производство». Стадии разработки конструкторской документации и этапы выполнения конструкторских работ регламентированы нормами Единой системы конструкторской документации (ЕСКД) — ГОСТ 2.103—68.

1-я стадия: техническое задание (ТЗ), его разработка и утверждение. Техническое задание разрабатывают на основе результатов выполненных научно-исследовательских и экспериментальных работ, научного прогнозирования, анализа передовых достижений и технического уровня отечественной и зарубежной техники, изучения патентной документации, а также на основе исходных требований заказчика — заявки. Техническое задание является исходным документом для разработки продукции технической документации на нее. В техническом задании указывают лимит-

¹ Проектом называется совокупность расчетов, чертежей и пояснений к ним, предназначенных для определения параметров геометрии, кинематики, динамики, производительности и прочности элементов конструкции машины и обоснований ее технической целесообразности и экономических преимуществ. Качество проекта существенно определяется учетом новейших достижений науки и техники.

ную цену продукции, подлежащей разработке. Формулируют специальные требования, предъявляемые к разрабатываемому изделию или объекту. Например, техническим заданием на проектирование той или иной машины, в частности, должно быть определены: 1) назначение машины; 2) производительность (малая, средняя, большая); 3) управление (ручное, полуавтоматическое, автоматическое); 4) применение (одиночное, групповое, комплексное); 5) масса и габаритные размеры машины; 6) затраты труда, средств и материалов на производство машины; 7) сроки выполнения проекта и некоторые другие условия, определяемые специфическими особенностями машины. Техническое задание на разработку продукции утверждают ведущее министерство или установленные им организации.

2-я стадия: техническое предложение. Разработка производится на основе технического задания и представляет собой совокупность конструкторских документов (с литерой П), содержащих технические и технико-экономические обоснования целесообразности разработки изделия или объекта на основе анализа выдвигаемых предложений в техническом задании, рассмотрения вариантов возможных технических решений с учетом уровня разработки и качества изготовления существующих аналогичных изделий или объектов как в нашей стране, так и в передовых странах за рубежом, а также патентных материалов, последних достижений науки и техники. Производятся технико-экономические обоснования принимаемых решений. Техническое предложение утверждается заказчиком и генеральным подрядчиком.

3-я стадия: эскизный проект. Выполняется на основе технического задания и предложения и состоит из документов (с литерой Э), которые содержат принципиальные технические решения и конструкторские разработки в основном общих видов чертежей, дающих представление об устройстве и принципе его действия, основных параметрах и габаритных размерах изделия.

4-я стадия: технический проект. Разработка производится на основе эскизного проекта. Проект состоит из конструкторских документов (с литерой Т), содержащих окончательные технические решения. Технический проект разрабатывается с такой глубиной и в таком объеме материалов, чтобы по нему можно было составить ясное представление об устройстве, размерах и принципе действия проектируемого изделия. Чертежи технического проекта состоят в основном из общих видов и сборочных чертежей узлов, оформленных таким образом, чтобы по ним можно было разработать рабочую конструкторскую документацию.

5-я стадия: рабочая конструкторская документация. Разработка производится на основе технического проекта: 1) для опытного образца или партии (с литерой О₁, О₂); 2) для установочной серии (с литерой А); 3) для устанавливающего серийного или массового производства (с литерой Б). Рабочая конструкторская документация содержит чертежи общих видов, узлов и деталей,

оформленных так, чтобы по ним можно было бы изготовить детали, сборочные единицы (узлы) и изделие в целом. Документация разрабатывается и утверждается в установленном порядке. Документация последовательно подвергается соответствующей корректировке на основе анализа результатов изготовления и испытания соответствующих образцов изделия. В машиностроении существует большое разнообразие конструкторских и технологических документов. Их виды и комплектность устанавливает ГОСТ 2.102—68. Все технические документы должны оформляться в строгом соответствии с требованием ГОСТов. Все эти требования вытекают из того, что качество и надежность готового изделия зависят от качества проекта, а не только от качества изготовления изделия. Главными критериями качества и ценности любого проекта являются содержащиеся в нем идеи, мысли и творческая способность человека, обладающего необходимой суммой значений.

Б. ПЕРЕДАЧИ В МАШИНАХ

Передачами в машинах называются устройства, служащие для передачи энергии механического движения на расстояние и преобразования его параметров. Общее назначение передач совмещается с выполнением частных функций, к числу которых относятся: распределение энергии, понижение или повышение скорости, преобразование видов движения (например, вращательное в поступательное или наоборот), регулирование скорости, пуск, остановка и реверсирование. Наиболее широкое распространение в технике получило вращательное движение, так как оно может быть осуществлено наиболее простыми способами.

Для передачи движений от двигателя к рабочей машине и преобразования скорости применяют различные передаточные механизмы: электрические, механические, гидравлические, пневматические и др. Применение передач обусловлено в основном несовпадением скоростей исполнительных (рабочих) органов машин со скоростями приводных двигателей. Передачи используются как для понижения (редукции), так и для повышения угловой скорости двигателя до заданной угловой скорости рабочего звена (органа) машины. В зубчатых передачах первые называются *редукторами*, а вторые — *мультипликаторами*. С помощью передач реализуются высокие скорости движения валов и осей различных двигателей и механизмов, предельная частота вращения которых указана ниже.

Электродвигатели промышленной частоты (50 Гц)	3 000—3 600
Гидромоторы поршневого типа	8 000
Цепные передачи (с зубчатыми цепями)	10 000
Плоские кожаные и зубчатые проволочные ремни	10 000
Клновые ремни	20 000

Пневматические поршневые двигатели	30 000
Зубчатые ускорители прецизионного исполнения	35 000—60 000
Передачи прорезиненными шнурами	80 000
Гидромоторы (пневматические и электрические)	100 000
Передача тонкими плоскими прорезиненными или тка- ными бесшовными ремнями из льняных или синтетических волокон	100 000
Пневматические турбинки лобового типа	100 000
Передачи плоскими бесшовными ремнями из синтетиче- ских пленок толщиной менее 0,7 мм	120 000
Масляные турбинки высокого давления (до 12 МПа), высокочастотные электрошпиндели	120 000—150 000
Особобыстроходные высокочастотные электродвигатели на аэродинамических подшипниках	200 000
Миниатюрные пневматические турбинки реактивного типа	300 000

Передачи вращения делятся на следующие основные группы.

I. Механические, в том числе:

- 1) передачи с непосредственным соприкосновением звеньев:
 - а) фрикционные; б) зубчатые; в) червячные; г) шарнирно-рычажные; д) винт—гайка; е) волновые;
- 2) передачи с гибкой связью: а) ременные; б) канатные; в) цепные.

II. Передачи с промежуточным звеном в виде жидкости или газа:

- 1) гидравлические;
- 2) пневматические.

III. Электрические передачи или приводы:

- 1) переменного тока;
- 2) постоянного тока.

Механические передачи являются неотъемлемой составной частью любой машины, многих приборов и механических устройств. Например, в электронно-вычислительных машинах используются лентопротяжные механизмы для ввода в машину информации с перфорированной ленты, для продвижения магнитной ленты или магнитного барабана внешней памяти с заданной скоростью.

Электрические, гидравлические, а также фрикционные передачи дают возможность осуществлять бесступенчатое регулирование скорости, которое приобретает весьма важное и все возрастающее значение в современной технике. Такие передачи дают возможность использовать рабочие машины при оптимальных значениях скорости движения в точном соответствии с требованиями технологического процесса, упрощают и облегчают управление машиной.

На рис. 1 представлены схемы передач: ленточный транспортер (а), быстродействующего печатающего механизма ЭВМ (б).

Принцип действия быстропечатающего механизма ЭВМ состоит в следующем. Энергия движения от вала электродвигателя 1 с помощью зубчатой передачи 2 разветвляется на два параллельных потока: налево — через мальтийский механизм 3, конические зубчатые передачи 8 энергия направляется к рабочему валу по-

дачи бумажной ленты 7; направо — с помощью зубчатой передачи 9 эта энергия вновь разветвляется на два параллельных потока: через конические передачи 8 к рабочему валу цифровых печатающих колес 10 и через червячную передачу 11, винтовую передачу 4 и муфту 5 — к рабочему валу перемещения красящей

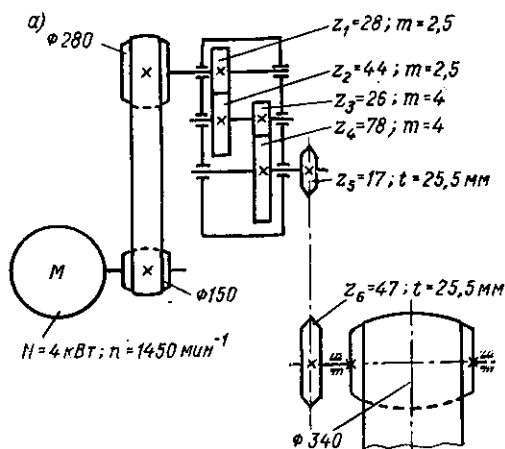
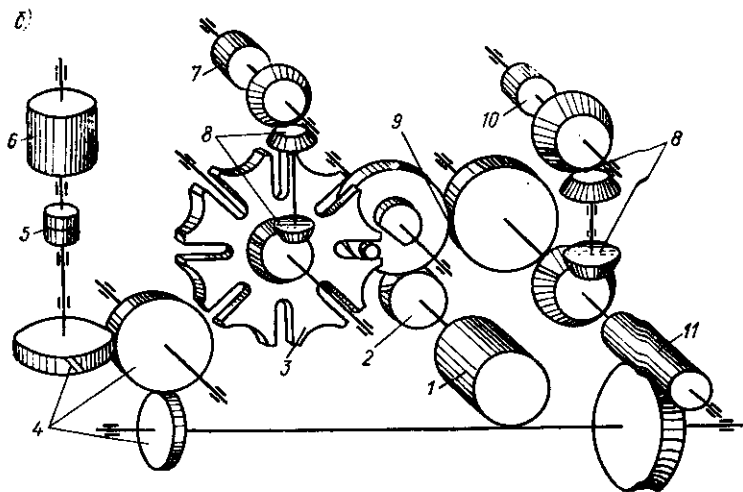


Рис. 1.



ленты 6. В мгновение печатания на бумажной ленте каждой строки цифровых знаков лента должна оставаться неподвижной. Прерывистое (с остановками) перемещение ленты осуществляется с помощью мальтийского механизма.

На рис. 2, а изображена схема механизма автоматического ввода перфокарт в ЭВМ. Вращательное движение вала 1 через эксцентрично посаженную на этот вал шайбу 2, шатун 4, тягу 3

преобразуется в возвратно-поступательное движение ползуна 5. Подача перфокарты в машину осуществляется путем захвата и проталкивания ее в контрольную щель подающим ножом 6, закрепленным на ползуне 5, а далее перфокарта передается транспортными роликами 7.

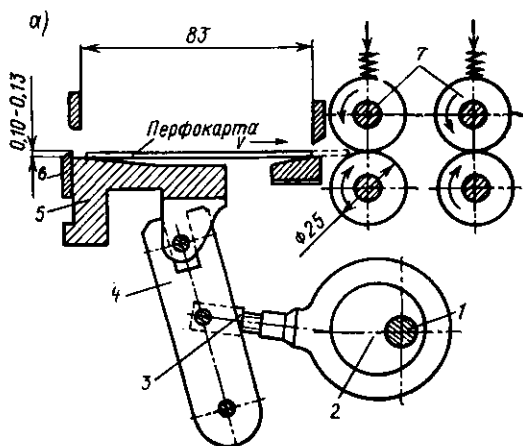
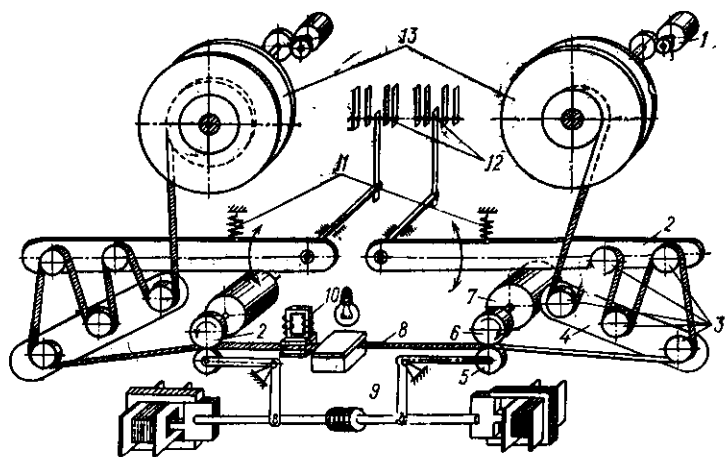


Рис. 2.



На рис. 2, б представлен механизм старт-стопного фотосчитывающего устройства ввода информации с перфоленты в ЭВМ. Перемещение перфоленты 8 в прямом и обратном направлении осуществляется с помощью пары: ведущий ролик 6 и прижимной ролик 5. Ведущие ролики постоянно вращаются в противоположные стороны с помощью двигателей 7. Прижимные ролики 5 и тормозное устройство 10 управляются быстродействующими электромагнитами. Подающая и приемная кассеты 13 приводятся

во вращение двигателями 1. Постоянное усилие натяжения перфоленты в динамических режимах достигается при помощи промежуточных рычажных хранилищ, состоящих из неподвижных стоек 4 и рычагов 2 с направляющими роликами 3. Пружины 11 обеспечивают натяжение перфоленты. Угол поворота рычага 2 преобразуется контактной группой 12 в сигнал, управляющий приводом кассет 13 с перфолентой 8 в зависимости от его амплитуды и полярности. Информация с перфоленты считывается блоком фотоэлементов 9, расположенным под перфолентой.

В табл. 1 приведены наиболее важные преимущества различных видов передач, которые могут оказаться полезными для сравнительной оценки при их выборе.

Т а б л и ц а 1. Сравнительная оценка различных видов передач

Свойства и достоинства передач	Виды передач				
	электрическая	гидравлическая	пневматическая	передача сцеплением и трением	передача зацеплением
Простота передачи энергии на значительные расстояния	+	-	-	-	-
Ступенчатое регулирование скорости в широком диапазоне	+	-	-	+	+
Бесступенчатое регулирование скорости в широком диапазоне	+	+	-	+	-
Точное сохранение передаточного числа	+	-	-	-	+
Относительно высокие значения скорости вращения	+	+	+	+	+
Простота исполнительного механизма для прямолинейного движения	-	+	+	+	+
Нечувствительность к низким значениям температуры окружающей среды	+	-	+	-	+
Возможность развивать значительные силы давления на рабочие органы	-	+	+	-	-
Простота управления, в том числе автоматического и дистанционного	+	+	+	-	-

Параметры передач. Основным параметром кинематики всех передач является передаточное отношение. *Передаточным отношением* называется отношение величин ω_1 и ω_2 двух звеньев машин и механизмов — угловых скоростей зубчатых колес передачи

$$i_{1-2} = \pm \omega_1 / \omega_2. \quad (1)$$

Положительный знак передаточного отношения принимается при одинаковом направлении вращения звеньев, отрицательный — при разных направлениях. Индекс передаточного отношения показывает направление, в котором оно определяется. Таким образом, при помощи равенства определяется преобразование

скорости вращательного движения в направлении от звена 1 к звену 2. Передаточное отношение характеризует процесс передачи энергии и преобразования движения с количественной стороны, не определяя направления передачи энергии и движения.

По ГОСТ 16530—70 для зубчатых передач вводится еще понятие передаточного числа. *Передаточное число* — отношение числа зубьев колеса к числу зубьев шестерни. Например, если ведущим является звено 1, а ведомым звено 2, то передаточное число

$$u = z_2/z_1. \quad (2)$$

Конкретные формы выражения передаточного числа через специфические параметры передач приведены при рассмотрении этих передач.

В табл. 2 даны значения основных параметров механических передач.

Т а б л и ц а 2. Ориентировочные значения основных параметров механических передач и относительная их стоимость

Передача	Передаточное число		Наибольшая скорость, м/с	К. п. д.	Относительная стоимость, %
	рекомендуемое	допустимое			
Цилиндрическая: прямозубая косозубая	3—5	10—12	15—25	0,92—0,98	100
	4—7	12—15	До 100	0,92—0,98	100
	2—4	5—10	10	0,92—0,96	130
Червячная: однозаходная самотормозящаяся однозаходная несамотормозящаяся двухзаходная многозаходная	30—60	До 300	—	0,40	—
	—	—	—	0,60	170
	15—40	50—60	До 20	0,7—0,8	—
	10—20	30—40	—	0,80—0,95	—
Ременная плоскоременная клиноременная круглоременная	2—4	5—7	25	0,9—0,96	60
	3—6	8—10	30	0,98	70
	2—3	5—6	10	0,90	50
Фрикционная	2—4	8—10	20	0,80—0,90	70
Цепная	2—5	8—10	10	0,90—0,95	120

О выборе передач. При проектировании механизмов, приборов и машин возникает необходимость выбора тех или иных передач.

Выбор того или иного вида передачи зависит от конкретных условий проектирования и предъявляемых требований к приводу машины или прибора. К числу общих требований к передачам относятся: надежность и необходимая долговечность передачи; простота конструкции; компактность и малые габаритные размеры;

малое сопротивление движению, особенно в момент пуска двигателя; сравнительно высокая точность преобразования движения; возможность получения наименьшего приведенного к валу двигателя момента инерции вращающихся звеньев (при частых пусках и реверсах привода уменьшение приведенного момента инерции дает возможность ускорить переходные процессы разгона, что имеет важное значение); бесшумность действия и высокая виброустойчивость, а также простота управления, в том числе автоматического и дистанционного. При выборе передачи учитываются технологические требования, предъявляемые к машине, например постоянство передаточного числа, бесступенчатое регулирование скорости, к. п. д., масса, достижимая точность изготовления передачи, а также стоимость изготовления передачи.

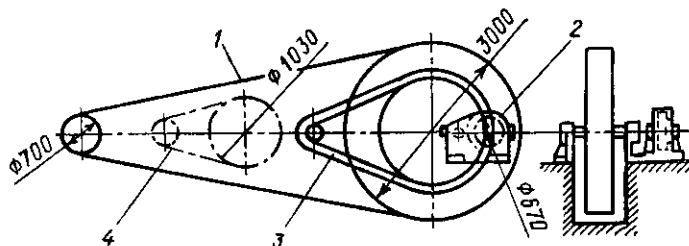


Рис. 3.

Так, например, стоимость червячных передач при прочих равных условиях выше стоимости зубчатых. Важным критерием выбора передач являются также их габаритные размеры. На рис. 3 приведены сравнительные габаритные размеры некоторых механических передач мощностью 100 кВт, с передаточным числом $i = 4$, выполненные в одном масштабе: 1 — плоскоременная передача; 2 — зубчатая; 3 — клиноременная; 4 — цепная.

Исходя из конкретных требований, предъявляемых к приводу машины¹, нередко оказывается целесообразным, используя положительные свойства разных передач, создавать передачи комбинированного типа (гидромеханические, электропневматические, электрогидравлические и др.). Особенностью гидравлических и пневматических передач является их способность развивать большие усилия при относительно малых значениях удельного давления жидкости и воздуха. Недостатком этих видов передач является относительно малая скорость движения жидкости и воздуха в трубопроводах.

В случае необходимости управлять несколькими удаленными друг от друга и от пульта управления объектами используются комбинированные системы управления — электрогидравлические, электропневматические и др.

¹ Приводом называют устройство, состоящее из двигателя, передаточного механизма между двигателем и рабочей машиной и системы управления.

Глава 14. ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 14.1. КЛАССИФИКАЦИЯ, СХЕМЫ КОНСТРУКЦИЙ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Фрикционными передачами называются устройства, предназначенные для преобразования вращательного движения ведущего и ведомого звеньев путем их соприкосновения и относительного качения.

Простейшая фрикционная передача состоит из двух колес (катков), одно из которых закреплено на ведущем валу, другое — на ведомом. Вращательное движение от первого колеса передается второму. При этом колеса прижимаются друг к другу с такой силой, чтобы касательная сила их сцепления по величине была равна передаваемому окружному усилию или превосходила его.

Фрикционные передачи вращательного движения общего назначения делят на две группы: передачи с постоянным передаточным числом и передачи с переменным передаточным числом (вариаторы). Признаки классификации фрикционных передач с постоянным передаточным числом разнообразны. Остановимся на некоторых основных признаках.

Фрикционные передачи с постоянным передаточным числом по взаимной ориентации осей вращения ведущего и ведомого катков делят на следующие виды: а) передачи с параллельными валами; б) передачи с пересекающимися валами. По форме поверхности катания ободьев разграничивают фрикционные передачи с цилиндрическими, конусными и торцевыми катками.

По роду материала, применяемого для изготовления катков или их ободьев, различают передачи с металлическими, текстолитовыми, каучуковыми, деревянными и кожаными ободьями,

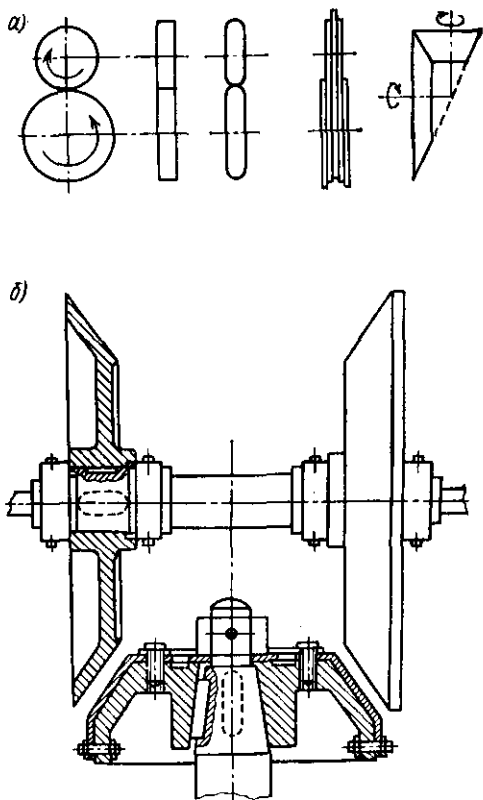


Рис. 14.1.

Схемы конструкций фрикционных передач с постоянным передаточным числом приведены на рис. 14.1, а, пример конструктивного исполнения — на рис. 14.1, б. На рисунке показаны три схемы фрикционных передач с параллельными валами, ведущие и ведомые звенья которых имеют форму тел вращения различного очертания — цилиндрическую, бочкообразную и желобчато-клинчатую. Передачи, выполненные по этой схеме, находят применение в приводе барабанных грохотов, гравиемоек, шаровых мельниц, винтовых прессов, аппаратов для записи и воспроизведения звука и др. На рис. 14.1, б представлена фрикционная передача с коническими катками, допускающая преобразование вращательного движения относительно пересекающихся осей. Эта разновидность фрикционных передач особенно широко применяется в конструкциях винтовых прессов.

Фрикционные передачи обладают плавностью передачи движения, бесшумностью действия, простотой конструкции, достаточной точностью передаточного числа. Их недостатками являются: невозможность передачи значительных нагрузок, вследствие чего их мощность ограничивается малыми (до 10 кВт) и средними (до 20 кВт) значениями; относительно низкий к. п. д. (до 0,85—0,9); значительные нагрузки на валы и подшипники. Последний недостаток устраняют применением жесткого кольца и роликов. Фрикционные передачи не могут применяться в конструкциях, которые должны удовлетворять требованию длительного поддержания постоянства передаточного числа. Вышеуказанные недостатки передач с постоянным передаточным числом привели к ограниченному их применению в настоящее время.

Взаимное прижатие звеньев фрикционной передачи осуществляется различными способами: применением грузового замыкания с рычажными устройствами или без них, при помощи гидравлических или винтовых натяжных устройств, пружин, упругой деформации в зоне контакта ведомого и ведущего звеньев при монтаже. Для повышения долговечности передач, подвергающихся переменной нагрузке, их снабжают устройствами, допускающими автоматическое регулирование силы нажатия катков друг на друга. Поверхности катков с целью увеличения сцепления облицовывают фрикционными материалами: текстолитом, фиброй, резиной, реже — деревом и кожей. Материалы, применяемые для изготовления и облицовки катков фрикционных передач, должны обладать высокими значениями модуля упругости, коэффициента трения и достаточной прочностью. Катки изготавливают из чугуна или из стали марки ШХ-15. В последнем случае поверхности их подвергают закалке, чтобы придать им твердость *HRC* 60.

§ 14.2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФРИКЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Движение звеньев фрикционной передачи сопровождается относительным их скольжением. Различают упругое и геометрическое скольжение, а также буксование. Буксование, возникающее

при превышении движущей силой значения касательной силы сцепления, ведет к местному интенсивному износу соприкасающихся поверхностей катков, и поэтому недопустимо. Скольжение колес вызывает износ деталей фрикционной передачи, повышает непроизводительные затраты энергии и усиливает нагревание звеньев, вследствие чего необходимо всемерно стремиться к уменьшению скольжения.

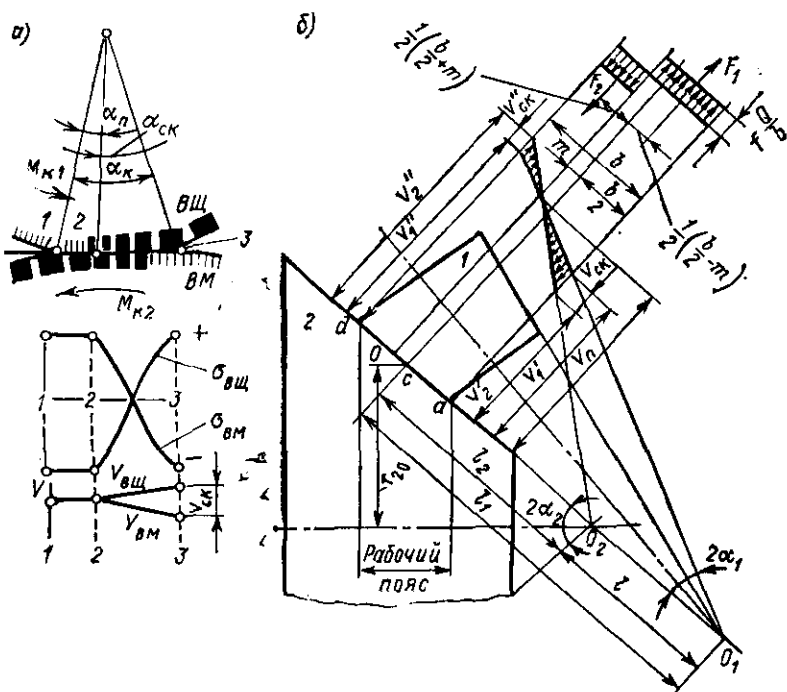


Рис. 14.2.

Упругое скольжение обусловлено различием по знаку и величине напряжений в зоне контакта ведущего и ведомого катков фрикционной передачи. Пусть контакт звеньев осуществляется по площадке 1—3 (рис. 14.2, а), причем α_k — угол контакта. Ведущий каток 1 увлекает за собой ведомый 2, встречая его сопротивление. Поэтому в точке 3 волокна ведущего катка растянуты, а ведомого — сжаты. Под влиянием сил трения растягивающие напряжения на поверхности ведущего катка уменьшаются, а ведомого — увеличиваются и в точке 2, когда сила трения начинает превосходить окружную силу, достигают своих первоначальных по величине, но противоположных по знаку значений. На участке 2—1 волокна ведущего катка сжаты, ведомого — растянуты.

Центральный угол $\alpha_{ск}$, в пределах которого волокна каждого катка меняют свою деформацию, скользя друг по другу, называется углом упругого скольжения. Скорость упругого скольжения обычно составляет 0,5—1% от номинального значения окружной скорости катков и увеличивается с уменьшением упругости материала катка. Поэтому к. п. д. фрикционных передач тем меньше, чем мягче материалы катков.

Геометрическое скольжение обусловлено наличием разности абсолютных значений скорости точек соприкосновения звеньев фрикционной передачи. Геометрическое скольжение разнотипных передач может быть различным, однако известные случаи сочетания форм катков можно рассматривать как частные случаи фрикционной передачи движения между двумя катками конусной формы (рис. 14.2, б) с несовпадающими вершинами.

Пусть угловые скорости катков ω_1 и ω_2 . В таком случае значения абсолютной скорости точек звеньев, совпадающих с точками a и d , определяются для звена 1 по равенствам:

$$v_1' = \omega_1 r_1'; \quad v_1'' = \omega_1 r_1''$$

и для звена 2 по равенствам:

$$v_2' = \omega_2 r_2'; \quad v_2'' = \omega_2 r_2''.$$

Скорости точек, проходящих в промежутке между точками a и d и принадлежащих различным звеньям, меняются прямо пропорционально изменению радиусов окружностей, описываемых этими точками при вращении относительно осей O_1 и O_2 . Поэтому и скорости скольжения точек различных звеньев, располагающихся на полоске контакта, меняются от величины $v_{ск}' = v_1' - v_2'$ до величины $v_{ск}'' = v_1'' - v_2''$ прямолинейно. Нулевое значение скорости скольжения определяет положение полюса качения O . По эпюре скорости относительного скольжения точек звеньев можно сделать заключение о противоположности направлений сил трения F_1 и F_2 , возникающих в зоне контакта катков.

При равномерном движении передачи без нагрузки (вхолостую) и при отсутствии сопротивлений движению со стороны опор валов моменты сил трения F_1 и F_2 относительно осей O_1 и O_2 должны быть одинаковы, так же как и работы этих сил. Предполагаем удельное давление звеньев друг на друга в зоне контакта постоянным

$$P = \frac{Q'}{b} = \frac{Q}{2zb (\sin \beta + f \cos \beta)},$$

где Q' — сила взаимного давления конусов, приходящаяся на одну полоску контакта ad или $a'd'$; Q — общая сила давления катков; $\frac{1}{\sin \beta + f \cos \beta}$ — коэффициент увеличения силы нормального давления на полоску по сравнению с силой радиального давления (см. гл. 7); f — коэффициент трения катков; z — количество ручьев; b — длина полоски контакта.

Найдем величину m смещения полюса качения относительно середины с полоски контакта, приравнявая моменты сил F_1 и F_2 , приложенные к ведомому катку, соответственно одной полоске контакта

$$\begin{aligned}
 F_1 \left[r_{2c} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} - m \right) \sin \alpha_2 \right] &= \\
 = F_2 \left[r_{2c} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} + m \right) \sin \alpha_2 \right]. & \quad (14.1)
 \end{aligned}$$

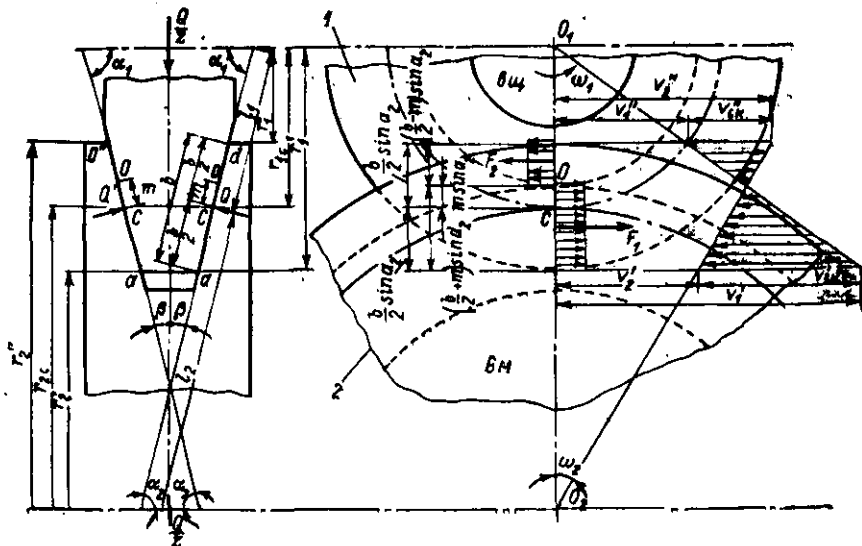


Рис. 14.3.

При принятых выше предположениях в соответствии с рис. 14.3

$$F_1 = f \frac{Q'}{b} \left(\frac{b}{2} + m \right); \quad F_2 = f \frac{Q'}{b} \left(\frac{b}{2} - m \right). \quad (14.2)$$

Подставляя в (14.1) значения (14.2) и решая уравнения, найдем величину смещения

$$m = b^2 / 8r_{2c} (\sin \alpha_2). \quad (14.3)$$

Это значение справедливо, если ведущим является колесо 1. В случае, если ведущим является колесо 2, величина смещения имеет отрицательный знак, сохраняя значение (14.3).

При приложении к ведомому валу момента сил полезных сопротивлений момент силы тяги F_1 должен превышать момент силы сопротивления F_2 (рис. 14.3) на величину, равную сумме

моментов сил полезных и вредных сопротивлений, приложенных к ведомому валу:

$$M'_2 = 2F_{1z} \left[r_{2c} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} - m \right) \sin \alpha_2 \right] - \\ - 2F_{1z} \left[r_{2c} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} + m \right) \sin \alpha_2 \right].$$

После подстановки значений (14.2) и элементарных преобразований найдем

$$M'_2 = \frac{2fQ'z}{b} \left[2mr_{2c} + \left(m^2 - \frac{b^2}{4} \right) \sin \alpha_2 \right]. \quad (14.4)$$

Аналогично определяется и величина момента сил относительно оси вращения ведущего колеса

$$M'_1 = \frac{2fQ'z}{b} \left[2mr_{1c} + \left(m^2 - \frac{b^2}{4} \right) \sin \alpha_1 \right]. \quad (14.5)$$

Из уравнения (14.4) определяется смещение полюса качения

$$m = \sqrt{\frac{r_{2c}^2}{\sin^2 \alpha_2} + \frac{b^2}{4} + \frac{M'_2 b}{2fzQ' \sin \alpha_2}} - \frac{r_{2c}}{\sin \alpha_2}.$$

Имея в виду, что $r_{2c} = l_2 \sin \alpha_2$, преобразуем последнее равенство к виду

$$m = \sqrt{l_2^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{M'_2 b}{2fzQ' \sin \alpha_2}} - l_2. \quad (14.6)$$

Если ведущим является колесо 2, то величина смещения m принимает отрицательное значение.

Приведенные выше равенства справедливы и для передач с пересекающимися осями вращения (см. рис. 14.2, б), причем $\alpha_1 \neq \alpha_2$.

Геометрическое скольжение отсутствует, если катки имеют цилиндрическую форму и вращаются около параллельных осей, а также и в тех случаях, когда вершины конусов O_1 и O_2 (см. рис. 14.2, б) совпадают.

Передаточное число фрикционной передачи общего вида (рис. 14.3) определяется с учетом геометрического скольжения:

$$u = \frac{r_{20}}{r_{10}} = \frac{r_{2c} \pm m \sin \alpha_2}{r_{1c} \pm m \sin \alpha_2}. \quad (14.7)$$

При учете коэффициента упругого скольжения $\varepsilon = 0,005 + \div 0,01$ передаточное число

$$u = \frac{r_{20}}{r_{10}(1 - \varepsilon)}.$$

Анализ уравнения (14.7) дает возможность сделать вывод, что передаточное число фрикционной передачи зависит от вели-

чины передаваемой силы и геометрических параметров передачи. Передаточное число передачи цилиндрическими катками $u = r_2/[r_1(1 - \epsilon)]$, где r_1 и r_2 — значения радиусов поверхностей катания.

Величина смещения m , необходимая для определения передаточного числа лобовой передачи, может быть получена из уравнения (14.6) при $\alpha_2 = 90^\circ$.

Определим теперь коэффициент полезного действия. При движении фрикционной передачи под нагрузкой энергия расходуется на преодоление сил полезных сопротивлений, трения геометрического и упругого скольжения, сопротивления перекачиванию, сопротивления среды (масла или воздуха) и трения элементов подшипников.

Величина мощности, развиваемой при преодолении геометрического скольжения (кВт), определяется по равенству

$$N_{г.с} = \frac{M_{г.с}\omega_1}{102} = \frac{M'_1 - (M'_2/u)}{102} \omega_1.$$

Подставляя значения M'_1 , M'_2 и u в уравнения (14.4), (14.5), (14.7), найдем

$$N_{г.с} = \frac{2zfQ'}{b} \frac{(b_1 - b_2) \sin \alpha_1}{(l_2 \pm m)} \left(m^2 + \frac{b^2}{4} \right) \omega_1.$$

Затраты энергии на разбрызгивание масла определяются также по формуле, полученной в результате экспериментальных исследований:

$$N_m = 0,000736vb \sqrt{E^0} \text{ кВт},$$

где v — окружная скорость катка, м/с; b — ширина катка, окунающегося в масло; E^0 — вязкость масла в градусах Энглера при температуре нагрева его.

Затраты энергии на упругое скольжение в единицах мощности определяются из равенства

$$N_c = \frac{P_{св}}{102} \text{ кВт},$$

где P — окружная сила передачи; v — окружная скорость; $\epsilon = 0,005 \div 0,01$ — параметр относительного скольжения.

Затраты энергии на трение цапф в подшипниках $N_{ц}$, пят о подпятники $N_{п}$ и сопротивление перекачиванию катков $N_{к}$ определяются в соответствии с методикой, изложенной в гл. 7. После определения перечисленных затрат энергии величина к. п. д. фрикционной передачи определяется по следующему равенству:

$$\eta = \frac{N_{п.с}}{N_{п.с} + N_{в.с}},$$

где $N_{в.с} = N_{г.с} + N_c + N_{ц} + N_{п} + N_m + N_{к}$.

Сила нажатия катков фрикционной передачи Q , необходимая для их сцепления, определяется из условия исключения буксования передачи: $F \geq kP$, где P — передаваемая окружная сила; $k = 1,5 \div 2$ — коэффициент запаса сцепления. При этом сила нормального давления катков клинчато-желобчатого очертания определяется из неравенства $2zfQ' = \frac{fQ}{\sin \beta + f \cos \beta} \geq kP$ и составляет

$$Q = kP (\sin \beta + f \cos \beta) / f. \quad (14.8)$$

Для передач с катками цилиндрической формы $\beta = 0$ и $Q = kP/f$.

Анализ равенства (14.8) дает возможность установить, что передачи клинчатыми колесами требуют по сравнению с остальными передачами меньшей силы нажатия при прочих равных условиях. При малых значениях угла β возможно заклинивание передачи. Во избежание такого заклинивания принимают угол $\beta \geq 15^\circ$.

Передача значительных нагрузок может быть осуществлена либо путем увеличения количества ручьев, либо увеличением их размеров. При увеличении количества ручьев затрудняется равномерное распределение нагрузки между ними, при увеличении же размеров отдельных ручьев возрастает геометрическое скольжение, поэтому предельным количеством ручьев считается восемь.

§ 14.3. РАСЧЕТ ФРИКЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ НА ПРОЧНОСТЬ

При действии фрикционной передачи в зоне контакта катков возникают значительные циклически изменяющиеся напряжения смятия. Явления, происходящие в материале катков в зоне их контакта, усложняются в связи с износом и нагреванием поверхности при скольжении. Основным видом разрушения поверхности катков является выкрашивание наружных слоев их материала вследствие усталости. Поэтому расчет фрикционных пар производят по контактным напряжениям.

Величина наибольшего нормального напряжения в зоне контакта катков определяется по формуле Герца

$$\sigma = 0,418 \sqrt{Q'E/(b\rho)},$$

где Q' — сила нормального давления катков по одной полоске контакта; E — приведенный модуль упругости, который определяется по равенству $E = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$, причем E_1 и E_2 — величины модуля нормальной упругости материала катков; b — длина полоски контакта; $1/\rho = 1/\rho_1 + 1/\rho_2$ — приведенная кривизна соприкасающихся поверхностей (знак «плюс» следует принимать при внешнем касании, знак «минус» — при внутреннем касании катков).

При конической форме поверхности качения колес величины радиусов кривизны равны, как известно, отрезкам нормали между точками поверхности и осью вращения. Поэтому $\rho_1 = l_1 \operatorname{tg} \alpha_1$; $\rho_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha_2$ (рис. 14.3).

Допускаемые напряжения, определяемые на основании экспериментов, могут быть приняты при стальных катках (твердостью $HV < 300$): $[\sigma] = (1,5 \div 1,7) \sigma_{-1}$ или $[\sigma]_0 = HV \ 23 \div 26$, где σ_{-1} — предел усталости при симметричном изгибе. При твердости стали $HV > 300$ рекомендуется $[\sigma_0] = HV \ 26 = HRC \ 250$. При чугунных катках принимают $[\sigma]_0 = 1,5 \sigma_{\text{ви}}$, где $\sigma_{\text{ви}}$ — предел прочности чугуна при изгибе.

Приведенные выше значения допускаемых напряжений даны в предположении, что действие передачи происходит при наибольшей нагрузке и число циклов напряжений равно 10^7 . При менее тяжелых условиях допускаемое напряжение можно увеличивать, определяя его по равенству

$$[\sigma] = [\sigma]_0 / \sqrt{k_d},$$

где $k_d = (60 \cdot 10^{-3} T n)^{1/3} k_N k_n$; $k_N k_n$ — коэффициент долговечности; T — общий расчетный срок службы передачи, ч; n — частота вращения рассматриваемого катка, об/мин; k_N и k_n — коэффициенты, учитывающие соответственно изменение мощности и частоты вращения катка.

Долговечность и надежность передач, движение которых происходит без смазки, в значительной мере зависит от их нагрева. Однако до настоящего времени обоснованные технические расчеты фрикционных пар с учетом нагрева не разработаны, и поэтому их также рассчитывают по контактным напряжениям, причем величины допускаемых напряжений определяются опытным путем.

§ 14.4. НАГРУЗКИ НА ВАЛЫ ФРИКЦИОННЫХ ПЕРЕДАЧ

Определение нагрузок, действующих на валы фрикционных передач, необходимо для расчета и конструирования валов и подшипниковых узлов. Наиболее общий случай действия сил представляет передача с двумя коническими колесами с несовпадающими вершинами (рис. 14.4, а). На оба вала действует сила Q нормального прижатия катков друг к другу, которая может быть разложена на составляющие: радиальные $T_1 = Q \cos \alpha_1$ и $T_2 = Q \times \cos \alpha_2$ и параллельные осям вращения катков $S_1 = Q \sin \alpha_1$ и $S_2 = Q \sin \alpha_2$. При нагружении передачи на валы действует также окружная сила P (рис. 14.4, б). Векторы сил P , T , S имеют взаимно перпендикулярные направления. Со стороны опор на валы действуют силы реакций, вызываемые силами P , T , S .

Найдем, например, равенства для определения величин опорных реакций в случае размещения катка на валу между двумя опорами. С этой целью составляем расчетные схемы для определения сил реакций опор отдельно в горизонтальной (II) и верти-

кальной (l) плоскостях. Находим указанные на чертеже алгебраические выражения величин этих сил в зависимости от величин сил P , T , S и размеров вала (рис. 14,4, в). Полученные таким образом значения сил реакций суммируются геометрически. При этом силы реакции опор A и B равны:

$$R_A = 1/l^{-1} \sqrt{(Tb + Sr)^2 + (Pb)^2};$$

$$R_B = 1/l^{-1} \sqrt{(Ta + Sr)^2 + (Pa)^2};$$

где a , b и l — размеры, приведенные в схеме; r — радиус колеса, размещенного на рассчитываемом валу.

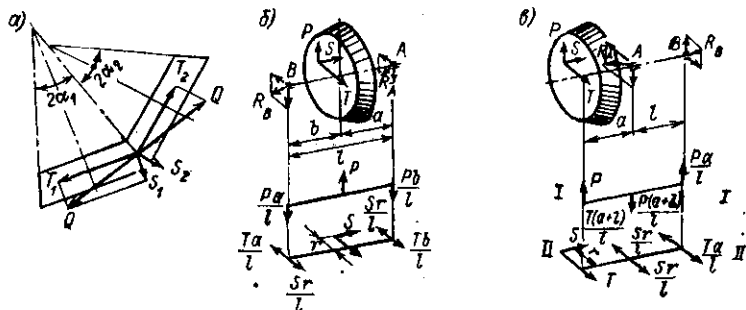


Рис. 14.4.

Аналогично определяются величины опорных реакций и в случае размещения катка на консоли вала (рис. 14.4):

$$R_A = 1/l \sqrt{[T(a + l) - Sr]^2 + P^2(a + l)^2};$$

$$R_B = 1/l \sqrt{(Ta - Sr)^2 + P^2 a^2}.$$

§ 14.5. ФРИКЦИОННЫЕ ВАРИАТОРЫ

Вариаторами называются передачи с бесступенчатым переменным передаточным числом. Они все чаще находят применение в современном машиностроении. Их преимуществами являются простота конструкции, легкость управления, возможность плавного регулирования передаточного числа в широких пределах во время движения машины, высокое значение к. п. д., бесшумность действия, возможность дистанционного и автоматического управления, создающая предпосылки для увеличения производительности машин.

В современных вариаторах передача движения от ведущих к ведомым колесам может осуществляться либо при их непосред-

стенном касании, либо при помощи промежуточных гибких (ремни и цепи) и жестких (кольца, шары, катки, диски) органов. К первым относятся лобовые (рис. 14.5, а) и конусные вариаторы (рис. 14.5, б) с параллельными, а также с пересекающимися осями колес. Вторую группу образуют вариаторы с раздвижными конусами (рис. 14.5, в) и жестким промежуточным кольцом, клиновыми ремнями, пластинчатыми или специальными роликовыми цепями, шаровые (рис. 14.5, г), торцевые (рис. 14.5, д) и др.

В последнее время успешно применяются вариаторы конусные

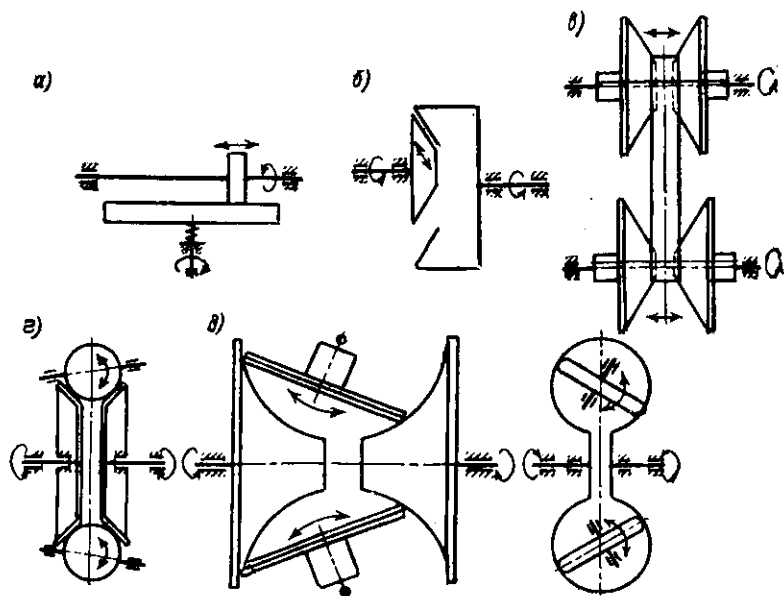


Рис. 14.5.

с широким клиновым ремнем. Каждый фрикционный вариатор должен иметь соответствующие устройства для регулирования передаточного числа и прижатия звеньев друг к другу. Основным параметром кинематики вариаторов является диапазон регулирования, равный отношению наибольшего и наименьшего из возможных значений передаточного числа, допускаемого конструкцией вариатора: $D = u_{\max}/u_{\min}$. Диапазон регулирования современных вариаторов составляет в среднем 3—8.

Элементы теории и расчета фрикционных передач, изложенные в этой главе, справедливы и для фрикционных пар вариаторов.

Глава 15. ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ, ТЕОРИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

§ 15.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Зубчатая передача представляет собой передаточный механизм, звеньями которого являются зубчатые колеса, служащие для передачи движения и сил путем непосредственного зацепления¹. Зубчатые передачи имеют самое широкое применение в технике. В настоящее время трудно найти отрасль машиностроения, в которой не применялись бы зубчатые передачи.

Широкое применение зубчатых передач в технике объясняется их преимуществом перед другими видами передач. Основными их преимуществами являются: высокие значения к. п. д. (до 99%); возможность применения в широких диапазонах окружных скоростей (до 150 м/с) и мощности от долей до десятков тысяч киловатт; высокая кинематическая точность; технологичность изготовления; компактность; надежность действия и долговечность работы в различных условиях эксплуатации.

Применяемые зубчатые передачи подразделяются на: передачи с параллельными валами и цилиндрическими колесами (рис. 15.1); передачи с валами, оси которых пересекаются, и коническими колесами (рис. 15.2, а, б); передачи с валами, оси которых перекрещиваются, — винтовые с цилиндрическими колесами (рис. 15.2, в); червячные и винтовые с коническими колесами, или гипоидные (рис. 15.2, г). По форме профиля зуба передачи различают: эвольвентные (рис. 15.1, а—в); с зацеплением Новикова (рис. 15.1, г); циклоидальные и цевочные (рис. 15.3, а).

В силовых передачах применяются главным образом *зубчатые колеса с эвольвентным профилем зубьев*, который был предложен в 1754 г. акад. Л. Эйлером. Передачи с эвольвентным зацеплением подвергались различным усовершенствованиям путем корригирования профиля зубьев, повышения точности их изготовления, применения упрочнения зубьев и т. п. Однако эвольвентный профиль зубьев не может удовлетворить всем современным требованиям, предъявляемым к зубчатым передачам. В 1955 г. М. Л. Новиков показал, что для очертания зубьев может применяться бесчисленное количество разновидностей поверхностей, и предложил новый, весьма перспективный, профиль зубчатых передач, имеющий в торцевом сечении очертание дугами окружностей. В отличие от эвольвентного *профиль зубьев* одного из парных зубчатых *колес Новикова* является выпуклым, а другого — вогнутым (рис. 15.1, г). Это дает возможность в 2,5—3 раза по-

¹ Меньшее колесо передачи принято называть шестерней, а большее — колесом. Термин «зубчатое колесо» относится как к шестерне, так и к колесу. Параметрам шестерни приписывают индекс 1, а параметрам колеса — 2.

высить значения сил взаимодействия зубьев в зоне контакта и в 2—5 раз сократить затраты энергии на трение по сравнению с эвольвентным зацеплением. Сопряжение выпуклой и вогнутой поверхностей зубьев способствует также образованию между

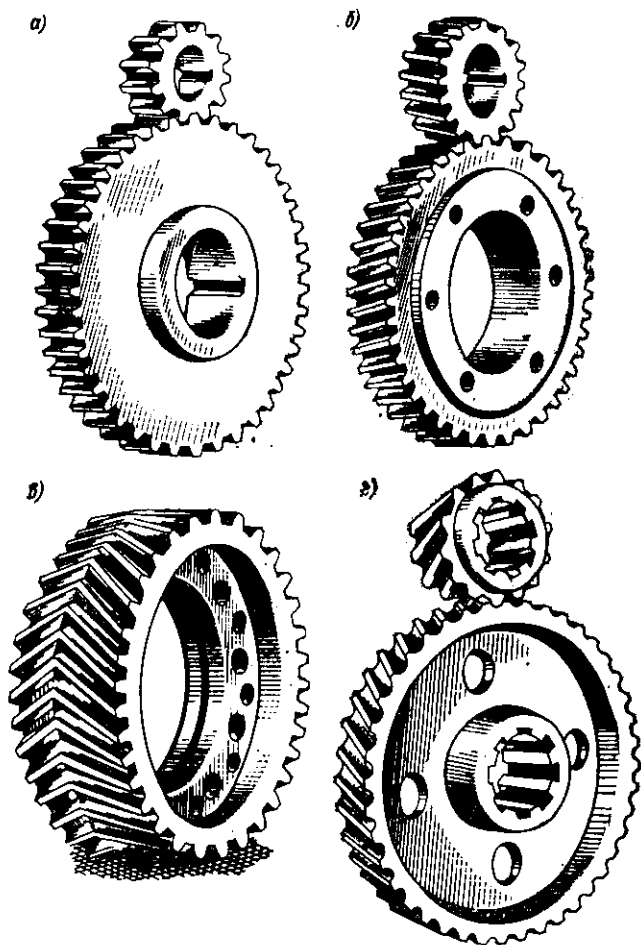


Рис. 15.1.

ними устойчивого слоя смазочных масел. *Циклоидальное зацепление* наиболее дорогое в изготовлении и весьма чувствительное ко всяким ошибкам в профиле, а также к изменению расстояния между центрами, поэтому широкого распространения не получило. *Цевочным* называется зацепление, в котором зубья одного из колес имеют форму цилиндрических пальцев (цевок). Как и циклои-

дальнее, цевочное зацепление применяется весьма редко, преимущественно в приборостроении.

По расположению зубьев на ободу колес их делят на прямозубые (рис. 15.1, а), косозубые (рис. 15.1, б), шевронные (рис. 15.1, в) и с круговым зубом (рис. 15.2, б).

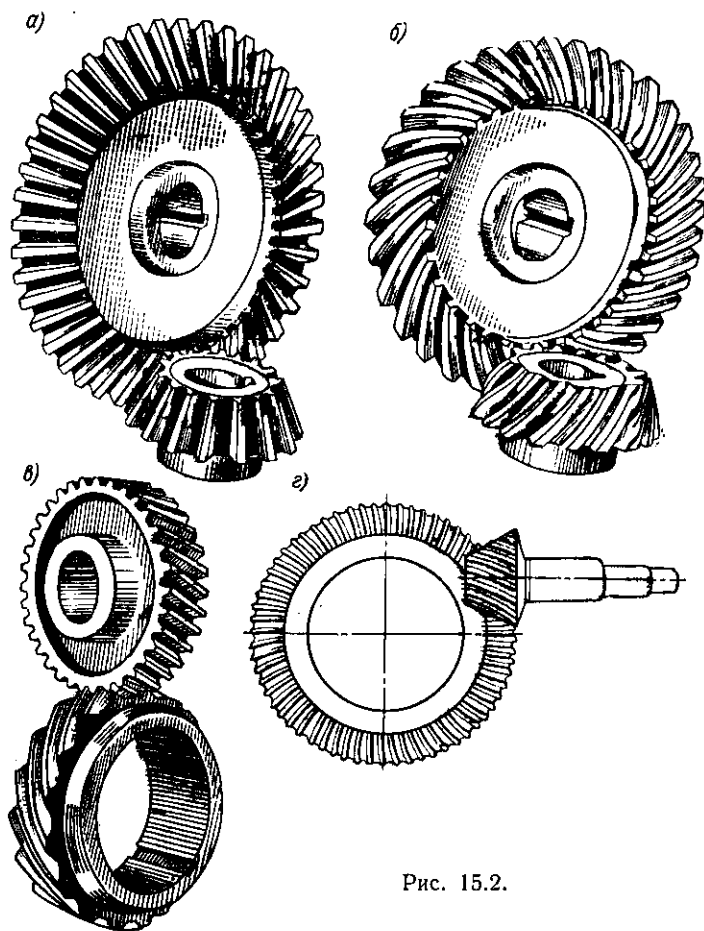


Рис. 15.2.

Прямозубыми называются колеса, у которых направление каждого зуба совпадает с образующей начальной поверхности (цилиндра или конуса). *Косозубыми* называются зубчатые колеса, у которых направление каждого зуба составляет некоторый постоянный угол β с образующей начальной поверхности. *Шевронными* называются колеса, у которых зубчатый венец образуется из двух рядов косых зубьев противоположного направления. Зубчатые колеса с зацеплением Новикова могут быть только косо-

зубыми. Конические колеса могут быть прямыми и с круговым зубом.

В зависимости от передаточного числа передачи могут быть с постоянным передаточным числом — с круглыми колесами и с переменным передаточным числом — с некруглыми колесами (рис. 15.3, б). Наибольшее распространение в технике получили цилиндрические (круглые) зубчатые колеса. Некруглые колеса имеют ограниченное применение в приборостроении.

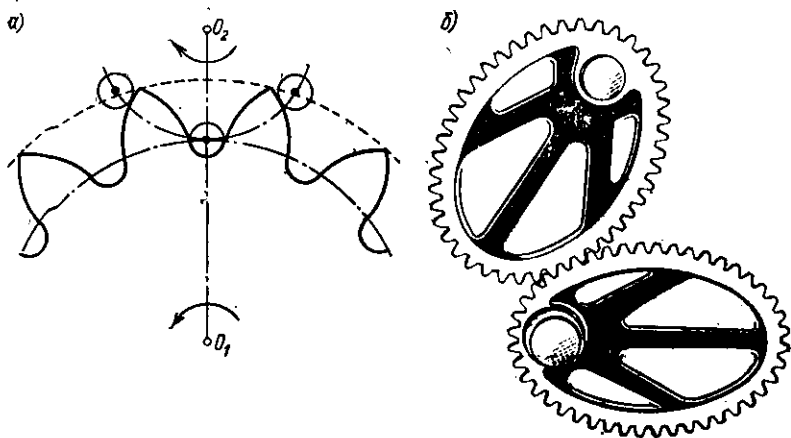


Рис. 15.3.

На рис. 15.4 показаны колеса с внешним (а), внутренним (б) и реечным (в) зацеплениями. Наиболее широкое применение в технике получили передачи с внешним зацеплением, зубчатые колеса которых совершают вращательные движения в противоположных направлениях. Оба же звена зубчатых передач с внутренним зацеплением вращаются в одном направлении.

Реечное зацепление можно рассматривать как зубчатую передачу, у которой радиус одного из колес равен бесконечности. Этот механизм дает возможность преобразовать вращательное движение в поступательное и наоборот.

В зависимости от монтажа зубчатых колес на валах передачи различают передачи

простые, колеса которых монтируются на валах с относительно неподвижными осями вращения (рис. 15.5, а);

планетарные, которые в свою очередь разделяются на две группы: а) эпициклические (рис. 15.5, б), где звено 1 (солнечное колесо) неподвижно, а звено 2 (сателлит) имеет возможность совершать сложное движение вокруг оси O_2 , вращающейся в свою очередь относительно оси O_1 ; б) дифференциальные (рис. 15.5, в), звенья которых 1 и 3 имеют возможность вращаться около неподвижной оси O_1 , а звено 2 может совершать сложное движение,

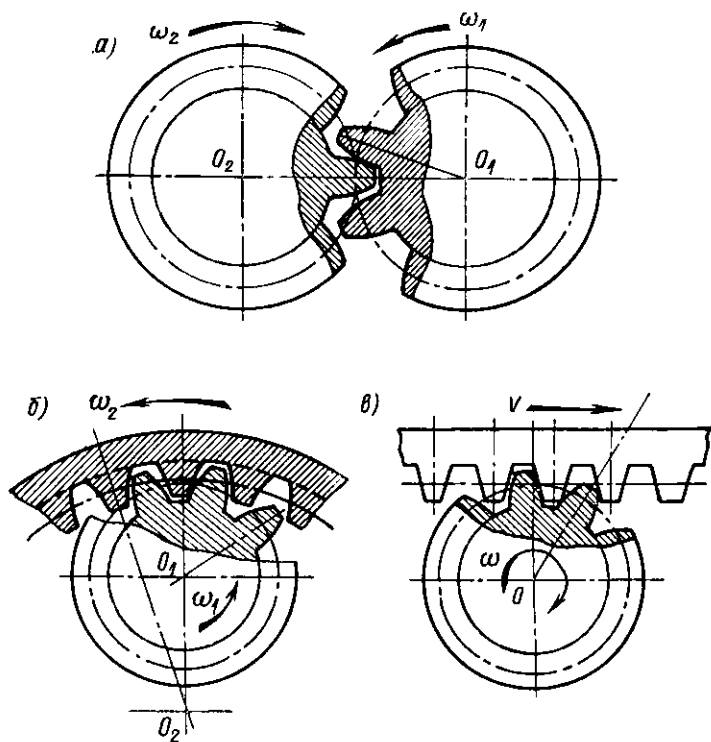


Рис. 15.4.

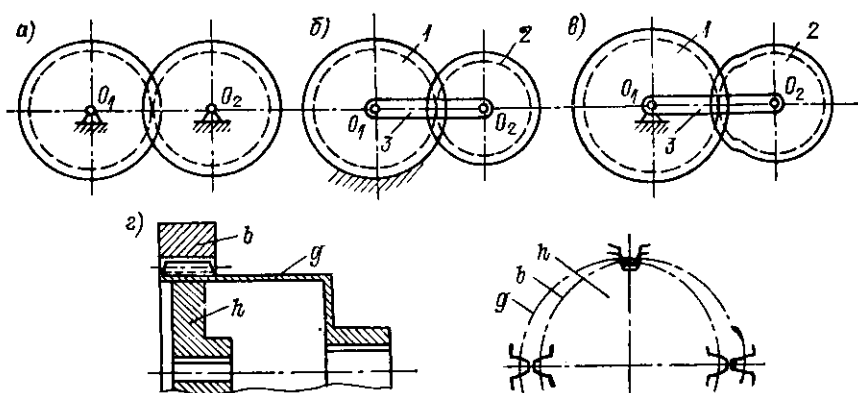


Рис. 15.5.

т. е. вращение вокруг оси O_2 , которая может вращаться относительно оси O_1 . Количество свобод движения дифференциальных механизмов равно двум. Нетрудно заметить, что эпициклические механизмы отличаются от аналогичных по конструкции дифференциальных закреплением так называемого солнечного или центрального колеса, вследствие чего количество свобод движения эпициклических механизмов равно единице.

По окружной скорости различают передачи — тихоходные (до 3 м/с), средних скоростей (3—15 м/с) и быстроходные (свыше 15 м/с). По точности зацепления стандартом предусмотрено 12 степеней точности¹. Передачи общего машиностроения практически изготовляют по степеням точности 6—9: 6-я используется для наиболее ответственных высокоточных скоростных передач; 7-я — для точных передач; 8-я — для передач средней точности; 9-я — для тихоходных передач пониженной точности.

Зубчатые передачи могут быть одноступенчатыми и многоступенчатыми сообразно наличию одного или нескольких зацеплений зубчатых колес, при помощи которых осуществляется последовательное изменение скорости вращения ведомых звеньев по сравнению со скоростью вращения ведущих звеньев.

Зубчатые передачи могут быть волновыми (рис. 15.5, з). Основные детали такой передачи: h — генератор волн упругой деформации; g — гибкое зубчатое колесо; b — жесткое зубчатое колесо. С помощью волновых передач можно реализовать большие передаточные числа ($i = 40 \div 400$).

К зубчатым передачам относят также зубчатые механизмы с секторными колесами, с колесами, имеющими зубья на части обода, так называемые мальтийские механизмы, и, наконец, храповые (зубчато-рычажные) механизмы.

§ 15.2. УСТРОЙСТВО И ГЛАВНЕЙШИЕ ПАРАМЕТРЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

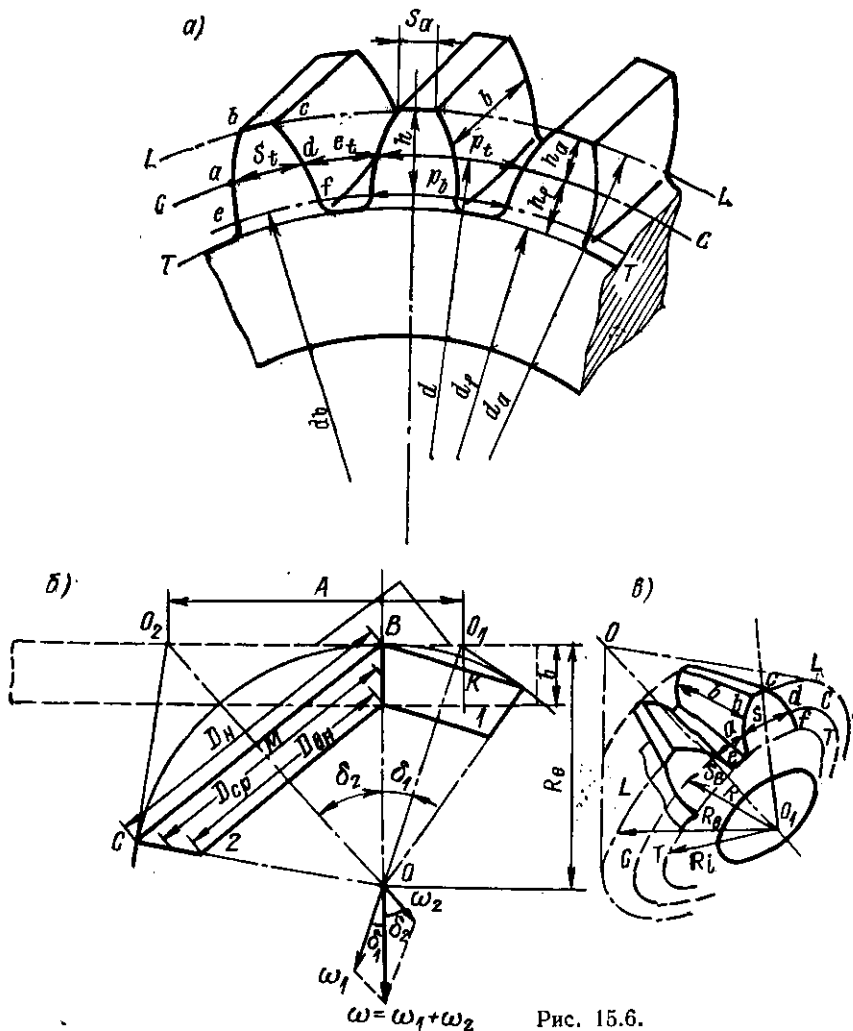
Наиболее широкое применение в машинах и приборах имеют колеса, зубья которых расположены на поверхности кругового цилиндра. Рассмотрим устройство таких колес и дадим необходимые определения их элементам в плоскости нормального сечения (рис. 15.6, а).

Кривые пересечения боковых поверхностей зуба с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения колеса, называются соответственно *правым* (cdf) и *левым* (bae) *профилями зубьев*.

Окружность LL , ограничивающая снаружи головки зубьев, называется *окружностью головок или выступов*. Окружность $T-T$, ограничивающая ножки зубьев изнутри, называется *окружностью ножек или впадин*. Окружность $C-C$ одного круглого зубчатого

¹ Для цилиндрических передач — ГОСТ 1643—72, для конических — ГОСТ 1758—72.

колёса, перекатывающаяся без скольжения по окружности (поверхности) второго из зацепляющихся колёс, называется *начальной окружностью*. *Делительной* называется окружность, принадлежащая концентрической делительной поверхности, принятой за базовую для определения элементов зубьев и их размеров. Эта поверхность делит зуб на головку и ножку. Такая окружность принадлежит отдельно взятому колёсу.



Часть зубьев, выступающая за делительную окружность (цилиндр, конус), называется *головой зуба* ($abcd$); другая его часть, находящаяся внутри делительной окружности (цилиндра, конуса), называется *ножкой* ($adfe$).

Дуга делительной окружности, вмещающая один зуб, называется *окружной толщиной зуба* (s_t), а дуга, вмещающая расстояние между двумя зубьями, называется *окружной шириной впадины* (e_t). Дуга делительной окружности, вмещающая одну толщину зуба и одну ширину впадины, называется *окружным шагом зацепления* (p_t).

Линейная скорость точек соприкосновения начальных окружностей зубчатых колес одинакова и может быть выражена

$$v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2, \quad (15.1)$$

где ω_1 и ω_2 — угловые скорости ведущего и ведомого колес; r_1 и r_2 — радиусы начальных окружностей ведущего и ведомого колес.

Следовательно, передаточное число

$$u = \omega_1 / \omega_2 = r_2 / r_1. \quad (15.2)$$

Для взаимодействия пары зубчатых колес необходимо, чтобы их шаг зацепления был одинаков, т. е.

$$p_t = 2\pi r_1 / z_1 = 2\pi r_2 / z_2. \quad (15.3)$$

Очевидно, $2\pi r_1 = z_1 p_t$; $2\pi r_2 = z_2 p_t$; $\omega_1 = \pi n_1 / 30$; $\omega_2 = \pi n_2 / 30$. Подставляя эти значения в равенство (15.2), получим

$$u = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = z_2 / z_1 = r_2 / r_1, \quad (15.4)$$

где z_1 и z_2 — количество зубьев ведущего и ведомого колес.

Для конических колес с прямыми зубьями, предназначенный для передачи вращения между пересекающимися осями, может быть получено выражение передаточного числа в тригонометрической форме. На рис. 15.6, б представлены начальные конусы (аксоиды) двух зацепляющихся конических колес.

Из треугольника угловых скоростей $u = \omega_1 / \omega_2 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1$.

Если оси вращения колес пересекаются под углом $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = \pi/2$, то

$$u = \operatorname{ctg} \delta_1 = \operatorname{tg} \delta_2. \quad (15.5)$$

Угол Σ называется *межосевым углом*. Расстояние b между торцами зуба (рис. 15.6, в) называется *длиной зуба*. Для конических колес вводятся понятие о конусном расстоянии R_e , представляющем собой длину образующей начальных конусов, и коэффициент полноты зуба $\psi = b/R_e$, определяемый из равенства $\psi = 1,2/(u + 0,6)$ и принимаемый обычно не более 0,35.

Профиль зубчатого зацепления Новикова образуется дугами окружностей (рис. 15.7). Наличие контакта выпуклой поверхности с вогнутой создает благоприятные предпосылки для создания более устойчивого масляного слоя в зоне контакта зубьев по сравнению с эвольвентным профилем.

Число, определяющее количество зубьев, может быть только целым, а величины r_1 и r_2 желательно выражать действительными числами с конечным количеством знаков. В таком случае из

равенства (15.3) следует, что шаг p_t выражается трансцендентным числом. Это обстоятельство могло бы затруднить проектирование зубчатых колес и их измерение. С целью устранения отмеченного выше неудобства вводят понятие о модуле зубчатого зацепления.

Модуль зубчатого зацепления представляет собой количество единиц длины делительного диаметра, приходящееся на один зуб.

На рис. 15.6, а представлены основные элементы зубчатых колес.

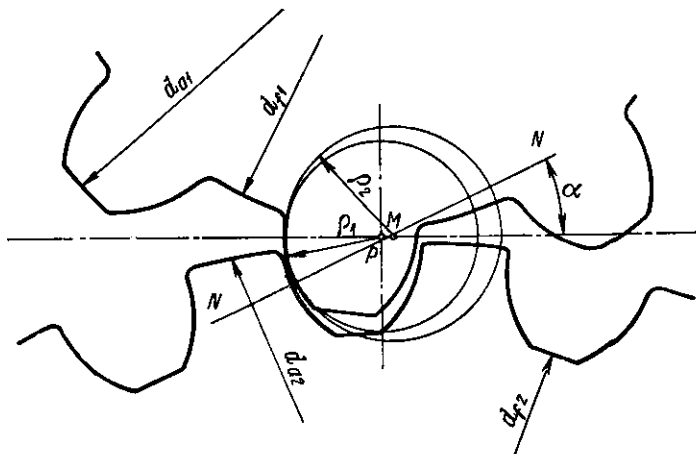


Рис. 15.7.

Размеры цилиндрических прямозубых колес вычисляют по делительному нормальному модулю. Такой модуль зубчатого колеса называют *расчетным* или просто модулем (m). Значения модулей стандартизованы (табл. 15.1). Модуль—базовая величина, в долях которой выражаются все линейные размеры зубчатых колес.

По ОСТ 6922—60 предусматриваются следующие значения элементов зубчатой передачи в зависимости от величины модуля — табл. 15.2.

Следует иметь в виду, что размеры зубьев конических колес различны для разных поперечных сечений зубьев. Поэтому зубья конических зубчатых колес определяются размерами внешнего делительного диаметра d_e и среднего поперечного сечения и соответственными окружностями. При этом зависимость между модулями, например, наружного торца зубьев d_e и среднего сечения d_m , непосредственно следует из очевидного равенства $d_e = d_m + b \sin \delta_j$ (j , равный 1 или 2, — индексам ведущего или ведомого колеса). Разделив это равенство на количество зубьев z , найдем

$$m_{te} = m_{tm} + b \sin \delta_j / z. \quad (15.6)$$

Т а б л и ц а 15.1. Значения модуля зацепления m по ГОСТ 9563—60 (извлечение)

Ряды							
1	2	1	2	1	2	1	2
Значение модуля, мм							
1		3		10		32	
1,25	1,25	4	3,5	12	11	40	36
1,5	1,375	5	4,5	16	14	50	45
2	1,75	6	5,5	20	18	60	55
2,5	2,25	8	7	25	22	80	70
	2,75		9		28		90

Пр и м е ч а н и я: 1. Значения модулей распространяются на зубчатые колеса цилиндрические, конические и червячные с цилиндрическим червяком.
2. При назначении величин модулей первый ряд следует предпочитать второму.

Т а б л и ц а 15.2. Геометрические параметры прямозубой цилиндрической передачи

Параметры	Расчетные формулы
Модуль m	$m = r_t/\pi; m = d/z;$ $m = d_f/(z + 2);$ $m = 2a_w/(z_c)$
Диаметр вершин зубьев d_a	$d_a = m(z + 2)$
Делительный диаметр d	$d = mz$
Основной диаметр d_b	$d_b = mz \cos \alpha$
Диаметр впадин зубьев d_f	$d_f = m(z - 2,5)$
Высота зуба h	$h = 2,25m$
Высота головки зуба h_a	$h_a = m$
Высота ножки зуба h_f	$h_f = 1,25m$
Окружная толщина зуба s_t	$s_t = \pi m/2$
Окружная ширина впадины зубьев e_t	$e_t = \pi m/2$
Радиальный зазор c	$c = 0,25m$
Окружной шаг p_t	$p_t = \pi m$
Длина зуба (ширина обода) $b_e = b$	$b_e = b = \psi d (\psi = 0,5 \div 0,9)$
Межосевое расстояние a_w	$a_w = mz_c/2$

Расстояние между вершинами O_1 и O_2 дополнительных конусов (см. рис. 15.6, б) называется *межосевым расстоянием*. Оно определяется по равенству

$$a_{\omega} = \frac{m\epsilon}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \delta_1} + \frac{z_2}{\cos \delta_2} \right), \quad (15.7)$$

где z_1 и z_2 — действительные количества зубьев конических колес.

§ 15.3. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ. ЭВОЛЬВЕНТА ОКРУЖНОСТИ И ЕЕ СВОЙСТВА

В настоящее время в технике наиболее распространены передачи эвольвентного зацепления — зубчатые цилиндрические и конические, а также червячные. Картина зацепления сопряженных поверхностей зубьев этих передач в пространстве аналогична картине зацепления профилей этих поверхностей. Поэтому в теории указанных передач изучение зацепления звеньев принято заменять изучением зацепления их профилей, которые представляют собой взаимооггибаемые кривые.

Взаимооггибаемыми называются такие кривые, при качении и скольжении которых друг по другу точка их контакта совершает непрерывное движение вдоль каждой кривой.

Правильное зацепление зубьев зубчатых колес плоского зацепления возможно при соблюдении условий, определенных ниже следующей основной теоремой зубчатого зацепления.

Теорема. Нормаль к обоим взаимооггибаемым профилям зубьев в точке их соприкосновения проходит через мгновенный центр относительного вращения зубчатых звеньев и делит прямую, соединяющую центры их абсолютного вращения, на части, обратно пропорциональные величинам угловых скоростей абсолютного вращения этих звеньев.

Доказательство. Пусть ведущее 1 и ведомое 2 звенья (рис. 15.8, а) вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 вокруг осей O_1 и O_2 в противоположных направлениях. Контур K_1 звена 1 взбран произвольно и соприкасается с контуром K_2 звена 2 в некоторой точке контакта, которую будем называть A_1 или A_2 соответственно при рассмотрении звена 1 или 2.

Проведем через точку A нормаль NN к кривым K_1 и K_2 и составим к этой нормали перпендикуляры из центров O_1 и O_2 , обозначив основания перпендикуляров D_1 и D_2 . Построим векторы скорости абсолютного движения точек A_1 и A_2 : $v_1 = \omega_1 L_{O_1 A_1}$; $v_2 = \omega_2 L_{O_2 A_2}$. При взаимодействии контуров 1 и 2 их взаимное внедрение (деформация) должно быть исключено, а поэтому проекции на направление нормали NN векторов v_1 и v_2 должны быть равны. Следовательно, концы a_1 и a_2 векторов v_1 и v_2 , перпендикулярных соответственно к радиусам $O_1 A$ и $O_2 A$, должны быть расположены на одной прямой, перпендикулярной к нормали NN . При этом масштаб векторов должен быть одинаков. Имеет место

подобие следующих пар треугольников: 1) $\triangle AKa_1 \sim \triangle O_1D_1A$, так как $\angle a_1KA = \angle AD_1O_1 = 90^\circ$ и $\angle Ka_1A = \angle D_1AO_1$, как образованных взаимно перпендикулярными сторонами a_1K и AD_1 , а также a_1A и AO_1 ; 2) $\triangle AKa_2 \sim \triangle O_2D_2A$ по аналогичным признакам; 3) $\triangle O_1D_1P \sim \triangle O_2D_2P$ как прямоугольные тре-

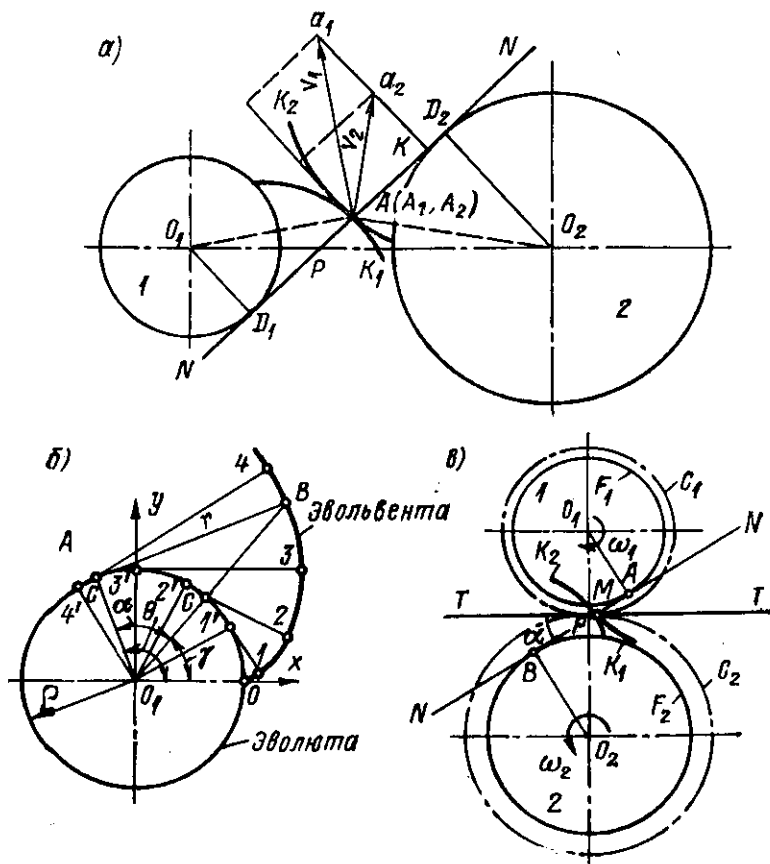


Рис. 15.8.

угольники с равными острыми углами при вершине P . Из подобия первых двух пар треугольников следует соответственно

$$\frac{\overline{AK}}{\overline{Aa_1}} = \frac{\overline{O_1D_1}}{\overline{O_1A}}; \quad \frac{\overline{AK}}{\overline{Aa_2}} = \frac{\overline{O_2D_2}}{\overline{O_2A}}. \quad (15.8)$$

Из равенств (15.8) следует

$$\overline{AK} = \overline{Aa_1} \frac{\overline{O_1D_1}}{\overline{O_1A}} = \overline{Aa_2} \frac{\overline{O_2D_2}}{\overline{O_2A}}. \quad (15.9)$$

Отрезки $\overline{Aa_1}$ и $\overline{Aa_2}$ заменим пропорциональными им величинами v_1 и v_2 векторов \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 , а отрезки $\overline{O_1A}$ и $\overline{O_2A}$ — действительными значениями длин радиусов L_{O_1A} и L_{O_2A} . Имея в виду, что $v_1/L_{O_1A} = \omega_1$ и $v_2/L_{O_2A} = \omega_2$, преобразуем равенство (15.9) к виду

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2D_2}}{\overline{O_1D_1}}. \quad (15.10)$$

Из подобия треугольников третьей пары следует

$$\frac{\overline{O_2D_2}}{\overline{O_1D_1}} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}. \quad (15.11)$$

Объединяя (15.10) и (15.11) и заменяя отрезки $\overline{O_2P}$ и $\overline{O_1P}$ пропорциональными им действительными значениями длин, получим равенство

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{L_{O_2P}}{L_{O_1P}}. \quad (15.12)$$

Согласно теореме теоретической механики, точка P , определяемая равенством (15.12), является мгновенным центром относительного качения звеньев 1 и 2. Таким образом, теорема доказана.

С л е д с т в и е. Если контур K_1 части звена 1, взаимодействующей со звеном 2, выбран произвольно, то контур K_2 звена 2 должен быть выбран так, чтобы нормаль в точке их касания проходила через мгновенный центр относительного вращения звеньев. Очевидно, что по нормали NN направлены силы взаимодействия звеньев 1 и 2, вследствие чего она называется *линией действия* или *линией давления*.

Условиям, поставленным в формулировке основной теоремы зубчатого зацепления, может удовлетворять бесчисленное количество взаимоогibaемых кривых. Однако количество видов взаимоогibaемых кривых, допускающих простой способ промышленного производства зубчатых колес, и их эксплуатация весьма ограничены. Как отмечено выше, наибольшее распространение получило *эвольвентное зацепление*, называемое так потому, что профиль зубьев очерчен по эвольвенте.

*Эвольвотой*¹ некоторой линии называется кривая, представляющая собой геометрическое место центров кривизны этой линии. *Эвольвентой* или *разверткой данной кривой* называется линия, для которой данная кривая является геометрическим местом центров кривизны, т. е. эвольвотой. Если, например, эвольвотой является окружность, то для эвольвенты окружности эта последняя является геометрическим местом центров кривизны. Но центры кривизны являются такими точками, что проведенные из них касательные к эвольвоте одновременно являются нормальными к эволь-

¹ В переводе с латинского слова *evoluta* — развернутая, *evolventis* — развертывающий.

венте. Иначе говоря, эволюта является огибающей семейства нормалей эвольвенты.

Для образования зубьев эвольвентного зацепления в качестве эволюты используется окружность. Из вышеизложенного следует практический прием построения этой эвольвенты путем качения без скольжения прямой по окружности. При этом каждая точка прямой опишет эвольвенту на неподвижной плоскости, связанной с окружностью или цилиндром (рис. 15.8, б). Очевидно, каждая точка эволюты является не только центром кривизны эвольвенты, но и мгновенным центром вращения прямой (или нити), точка A которой описывает эвольвенту. Поскольку скольжение прямой AB по эволюте исключено, то имеет место равенство длин дуг окружности и прямых отрезков образующей прямой: $\overline{O_1I'} = \overline{II'}$; $\overline{O_2I'} = \overline{II'}$ и т. д.

Покажем, что профили зубьев круглых колес, очерченные по эвольвенте окружности, удовлетворяют условиям основной теоремы зацепления.

Пусть центроиды C_1 и C_2 (рис. 15.8, в) зубчатых колес 1 и 2 перекатываются друг по другу без скольжения в полюсе P , вращаясь вместе со звеньями с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 в противоположные стороны. Проведем касательную TT' и под некоторым углом α к ней — прямую NN' . Опустим из центров O_1 и O_2 перпендикуляры O_1A и O_2B . Приняв последние за радиусы, проведем окружности F_1 и F_2 . Примем эти окружности за эволюты и будем называть их основными. Предположим, что основные окружности являются проекциями соответствующих цилиндров F_1 и F_2 , а BA — натянутая нить, сматывающаяся с цилиндра F_1 и навивающаяся на цилиндр F_2 при их вращении со скоростями соответственно ω_1 и ω_2 . Так как центроиды C_1 и C_2 перекатываются друг по другу без скольжения, то линейная скорость их в точке P одинакова

$$v = O_1P\mu_s\omega_1 = O_2P\mu_s\omega_2, \quad (15.13)$$

где μ_s — масштаб длин.

Соотношения сторон треугольников O_1AP и O_2BP определяются равенствами: $O_1P = O_1A/\cos \alpha$; $O_2P = O_2B \cos \alpha$. Подставляя эти значения радиусов центроид в равенство (15.3) и имея в виду, что $O_1A\mu_s\omega_1 = v_A$ и $O_2B\mu_s\omega_2 = v_B$, найдем $v_A = v_B$. Равенство скорости v_A свивания нити с цилиндра F_1 и скорости навивания ее на цилиндр F_2 означает, что нить имеет постоянное натяжение в процессе своего движения.

Нетрудно видеть, что любая точка M нити при ее перематывании с одного цилиндра на другой вычерчивает три линии: прямую AB на неподвижной плоскости, направление которой совпадает с прямолинейным участком нити на рис. 15.8, в;

эвольвенту K_1 на плоскости центроиды C_1 , вращающейся вместе с этой центроидой вокруг центра O_1 со скоростью ω_1 ;

эвольвенту K_2 на плоскости центроиды C_2 , которая вращается вокруг центра O_2 со скоростью ω_2 .

Обе эвольвенты вычерчиваются одной точкой M одновременно, а поэтому точка M является точкой их соприкосновения. Их общая нормаль в той же точке M проходит через мгновенный центр P относительного движения центроид. Следовательно, обе эвольвенты, являясь взаимноогibaемыми кривыми, удовлетворяют условиям основной теоремы зацепления и пригодны для образования профиля зубьев зубчатых колес.

Касание эвольвент K_1 и K_2 все время происходит в вычерчивающей их точке M , которая расположена на прямой NN и движется вдоль нее. Это означает, что линия зацепления эвольвент совпадает с производящей прямой NN . Угол α наклона этой прямой к касательной TT называется углом зацепления.

Ниже приведены основные свойства эвольвентного зацепления.

1. Зубчатое колесо с зубьями эвольвентного профиля образует правильное зацепление с любым колесом эвольвентного же зацепления при одинаковых значениях угла α и шага p_t зубьев, так как размеры профиля (эвольвенты) вполне определяются величиной радиуса основной окружности $\rho = R \cos \alpha$, где R — радиус центроиды (начальной окружности). Это свойство дает возможность вводить в зацепление зубчатые колеса с различным количеством зубьев.

2. Правильность зацепления зубчатых колес сохраняется при незначительных относительных смещениях осей вращения зубчатых колес.

3. Прочность зубьев при изгибе достаточно высока, так как толщина их увеличивается от вершины к основанию соответственно изменению момента их изгиба.

4. Простота и точность изготовления методом обкатки. Это свойство представляет значительное преимущество передач эвольвентного зацепления.

5. Значительное относительное скольжение поверхностей зубьев по сравнению с другими видами зацепления и вследствие этого повышенный износ зубьев.

6. Переменность величины относительного скольжения в процессе зацепления зубьев, а следовательно, и неравномерность износа вдоль профиля, вызывающая нарушение правильности эвольвентного профиля, а следовательно, и зацепления.

7. Прочность зубьев внешнего зацепления в зоне контакта относительно мала вследствие соприкосновения выпуклых поверхностей.

Свойства 5—7 определяют недостатки передач эвольвентного зацепления по сравнению с передачами циклоидального зацепления и зацепления Новикова.

Для аналитического расчета эвольвентных профилей зубьев используют уравнение эвольвенты. Введем обозначения (рис. 15.8, б): θ — угол развернутости эвольвенты; r — радиус

кривизны эвольвенты в текущей точке B ; l и γ — полярные координаты эвольвенты.

Обозначая угол $\theta - \gamma = \alpha$ и определив $\operatorname{tg} \alpha = r/\rho = \sqrt{l^2 - \rho^2}/\rho$, (где ρ — радиус основной окружности — эволюты), заметим, что $r = \overline{BC} = \overline{OC} = \rho\theta$. Поэтому $\operatorname{tg} \alpha = \theta$ (в радианах). Следовательно, $\gamma = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$. Эта функция называется *эвольвентным углом* профиля зуба и обозначается¹ $\operatorname{inv} \alpha$ (инволюта альфа)

$$\gamma = \operatorname{inv} \alpha. \quad (15.14)$$

Соответствующий полярному углу γ радиус-вектор точки B эвольвенты

$$l = \rho/\cos \alpha. \quad (15.15)$$

Совокупность уравнений (15.14) и (15.15) представляет уравнение эвольвенты в параметрической форме относительно полярных координат γ и l , где в качестве параметра принята величина угла α . По этим уравнениям рассчитываются размеры зубьев и проектируются инструменты для образования зубьев и контроля их размеров.

§ 15.4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ. ЛИНИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ. КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕКРЫТИЯ

Построение профилей сопряженных зубьев будет рассмотрено на примере внешнего эвольвентного зацепления цилиндрических зубчатых колес. Для его осуществления должны быть заданы угол зацепления α (при стандартном зацеплении $\alpha = 20^\circ$), количество зубьев ведомого z_2 и ведущего z_1 колес и модуль m зацепления, а также вид конструкции зубьев — нормальная или укороченная.

Пользуясь соотношениями, приведенными в табл. 15.2, определяют значения диаметров d_1 и d_2 начальных окружностей, диаметров d_{a1} , d_{a2} и d_{f1} , d_{f2} , окружностей выступов и впадин обоих колес, а также окружного шага зубьев и межосевого расстояния a .

Выбрав масштаб чертежа, из центров O_1 и O_2 , удаленных друг от друга на величину отрезка O_1O_2 , пропорционального межосевому расстоянию A , проводим начальные окружности a_1 и a_2 (рис. 15.9). Через точку P их касания проводим касательную TT , перпендикулярно к прямой O_1P . Под заданным углом α к касательной TT проводим образующую прямую NN (при этом угол α отсчитывается от направления касательной TT). На этом рисунке прямая NN образует левые профили. При желании произвести построение правых профилей угол α следует отложить в противоположную сторону. Из центров O_1 и O_2 проводят перпендику-

¹ От латинского слова involutio — завиток.

ляры O_1A и O_2B к прямой NN . Приняв отрезки перпендикуляров O_1A и O_2B за радиусы, проводят основные окружности F_1 и F_2 из центров O_1 и O_2 .

Для приближенного построения эвольвент K_1 и K_2 отрезки AP и PB делят на произвольное количество одинаковых долей (на рис. 15.9 эти отрезки разделены на шесть частей). Взяв в раствор циркуля длину одной доли, делают засечки на каждой из основных

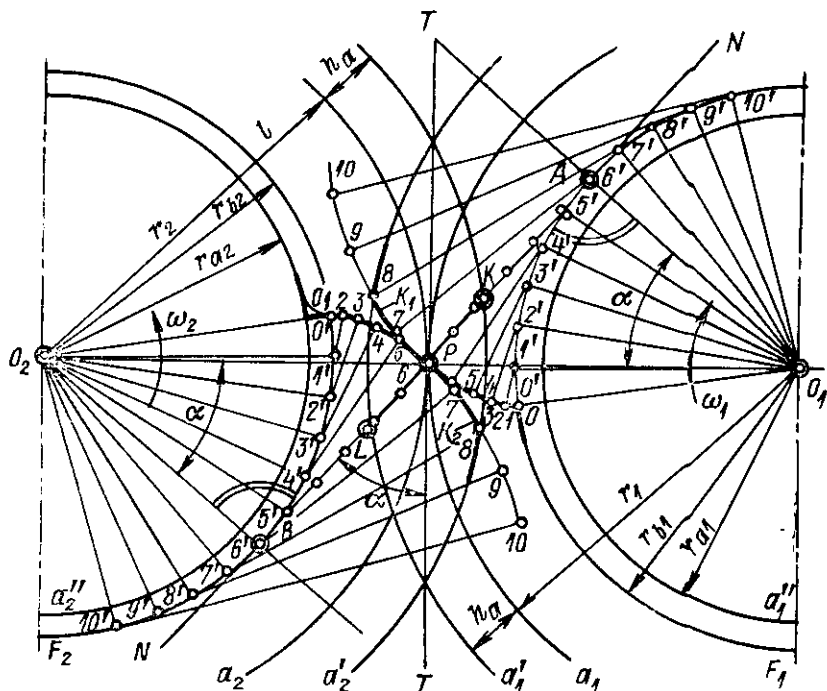


Рис. 15.9.

окружностей F_1 и F_2 по обе стороны от точек A и B , которым дают номер, соответствующий количеству делений отрезков AP и PB .

При этом получают точки $1'—10'$, через которые проводят касательные к соответствующим основным окружностям. Как сказано выше, эти точки являются центрами кривизны эвольвент в определенных точках последних. Известно также, что длина радиуса кривизны равна длине развернутой дуги эвольвенты. На этом основании получим соответствующие точки эвольвент $0, 1, 2, \dots, 10$, отложив от точек касания $0, 1, 2, \dots, 10$ отрезки, равные суммарной длине такого количества долей, которое равно порядковому номеру точек. Так, например, чтобы определить точку 7 эвольвенты K_2 , необходимо от точки 7 окружности F_2 на соответствующей касательной отложить отрезок $7'—7$, длина которого равна семи долям отрезка PB . Полученные точки $0,$

1, 2, ..., 10 соединяем плавными кривыми линиями K_1 и K_2 , представляющими собой развертки окружностей соответственно F_1 и F_2 . Далее проводим окружности вершин a_1' и a_2' и впадин a_2'' и a_1'' .

При количестве зубьев колеса $z < \frac{2f''}{1 - \cos \alpha}$, где f'' — коэффициент, определяющий высоту ножки в долях от модуля (см. табл. 15.2), окружность впадин этого колеса оказывается внутри основной окружности. В этом случае часть зуба, заключенная между названными окружностями, в зацеплении не участвует и обычно очерчивается по направлению радиуса, проведенного в точку O из центра окружностей соответствующего колеса. Профиль зуба у основания ножек очерчивается дугой окружности радиуса, равного $(0,15 \div 0,3) m$, чем достигается уменьшение концентрации напряжений. При профилировании ножки в рассматриваемом случае необходимо позаботиться о беспрепятственном выходе вершины профиля сопряженного зуба из впадины другого колеса. Для этой цели строят траекторию относительного движения вершины этого зуба и колеса, ножки зубьев которого профилируются по только что рассмотренному приему.

Построение, приведенное на рис. 15.9, дает возможность определить границы участков сопряженных профилей зубьев, которые в процессе взаимодействия последних перекатываются друг по другу. Для этого, взяв в раствор циркуля расстояния O_1K и O_2L , делаем ими засечку профилей зубьев K_1 и K_2 обоих зубчатых колес соответственно из центров O_1 и O_2 . Заметим, что длины сопряженных участков головок и ножек, принадлежащих обоим зубьям, существенно различны, что подтверждает наличие относительного скольжения профилей.

При внутреннем зацеплении профили зубьев строятся аналогично, однако при этом окружности малого колеса располагаются внутри окружностей большого колеса.

Построение противоположных профилей зубьев (на рис. 15.9 — правых) может быть выполнено по условию симметрии. Для этого необходимо провести радиальную ось поперечного сечения зуба, отложив от точки P по начальной окружности половину толщины s , зуба, а затем построить правый профиль, являющийся зеркальным отображением левого.

Боковые поверхности прямых зубьев эвольвентного зацепления представляют собой цилиндрические поверхности, направляющими которых являются построенные профили. Образование боковых поверхностей косых зубьев цилиндрических колес формально можно представить как результат деления прямозубого колеса на диски, последовательно сдвигаемые относительно друг друга вокруг оси вращения колеса на один и тот же угол. При стремлении к бесконечности количества дисков, получаемых из колеса конечной ширины, получится плавная поверхность, которая называется *геликоидальной* или *винтовой эвольвентной*.

Простейшими боковыми поверхностями зубьев зацепления Новикова являются круговинтовые, т. е. такие винтовые поверхности, кривые пересечения которых плоскостью, перпендикулярной к оси вращения колеса, являются дугами окружностей (рис. 15.10).

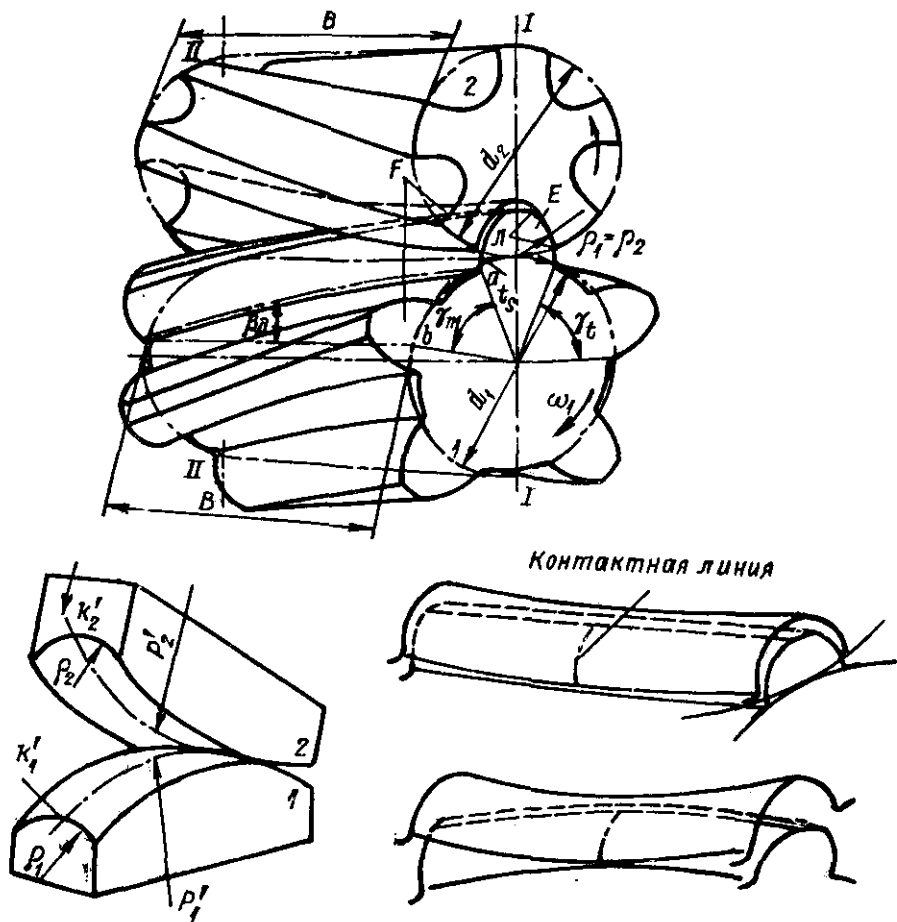


Рис. 15.10.

Построение профилей зубьев колес можно осуществлять не только графическим, но и аналитическим способом. Для этой цели пользуются уравнением эвольвенты относительно полярной системы координат в параметрической форме. Уравнения полярных координат эвольвенты с параметром α применяются также для определения переменной толщины зуба, размеров блочных шаблонов, используемых для контрольных обмеров зубчатых

колес, элементов шлицевых соединений эвольвентного профиля и решения других задач.

Если представить себе пространственные образы линий и точек, проектируемых на плоскость чертежа (см. рис. 15.9), то нетрудно заметить, что прямая P , проведенная касательно к основному цилиндру плоскости AB параллельно линиям касания A и B , каждой своей точкой описывает плоские эвольвенты, образующие эвольвентную цилиндрическую поверхность при перекатывании плоскости AB без скольжения по основному цилиндру. Подобно этому при перекатывании без скольжения круга по основным конусам конических колес 1 и 2 каждая его точка описывает сферические эвольвенты. При этом эвольвентный профиль внешнего торца зуба образуется на сфере радиуса R_e (см. рис. 15.6, б). Ввиду сложности построения профиля зубьев на сферической поверхности прибегают к приближенному профилированию зубьев на поверхности дополнительных конусов O_1AB и O_2BC с вершинами O_1 и O_2 , касающихся сферы радиуса L (см. рис. 15.6, в) и развертывающихся на плоскость.

Профилирование зубьев на развертках конусов осуществляется так же, как это было описано выше для цилиндрических колес. Необходимо, однако, отметить, что количество зубьев полного цилиндрического колеса радиуса, равного длине образующих O_1B и O_2B дополнительных конусов, больше, чем количество зубьев, уместяющееся на их развертках во столько же раз, во сколько длина образующей больше радиуса окружности основания конуса, а именно:

$$\frac{O_1B}{KB} = \frac{z_{\text{цил}}}{z_{\text{кон}}} = \frac{1}{\cos \delta_1}; \quad \frac{O_2B}{MB} = \frac{z_{\text{цил}}}{z_{\text{ком}}} = \frac{1}{\cos \delta_2} \quad \text{или} \quad z_{\text{кон}} = z_{\text{цил}} \cos \delta_1.$$

Линией зацепления называется геометрическое место точек соприкосновения профилей боковых поверхностей зубьев колес, принад лежащее неподвижному пространству.

Ранее было показано, что линия зацепления прямых эвольвентных зубьев цилиндрических колес совпадает с образующей прямой NN , лежащей в плоскости вращения профилей (см. рис. 15.8, в).

Линия зацепления круговинтовых колес зацепления Новикова в простейшем случае направлена параллельно оси вращения колес. При вращении колес зубья своими круговинтовыми поверхностями (рис. 15.11) перекатываются друг по другу так, что контакт их осуществляется по линии профиля. На рис. 15.11, а изображены положения эвольвентного профиля зуба одного из зацепляющихся колес в мгновенные начала и конца зацепления. Предположим, что колесо 1 является ведущим и вращается со скоростью ω_1 в направлении, обозначенном на чертеже. При этом изображенный профиль зуба начинает касаться соответствующего профиля зуба другого колеса в точке a , являющейся точкой пересечения нормали NN с окружностью выступов колеса 2. Зацеп-

ление этой пары зубьев прекратится в точке b пересечения нормали NN с окружностью выступов колеса 1 .

Отрезок LK нормали NN отображает действительное геометрическое место точек зацепления на неподвижной плоскости и называется *длиной активной линии зацепления* (см. рис. 15.9).

Увеличение высоты головок зубьев каждого из колес без нарушения правильности зацепления можно производить до пределов, определяемых прохождением окружности вершин зубьев колеса 1 через точку B и окружности вершин зубьев колеса 2 через точку A . При этом отрезок LK достигнет своей предельной длины, равной длине отрезка ab , который отображает теоретическую длину линии зацепления.

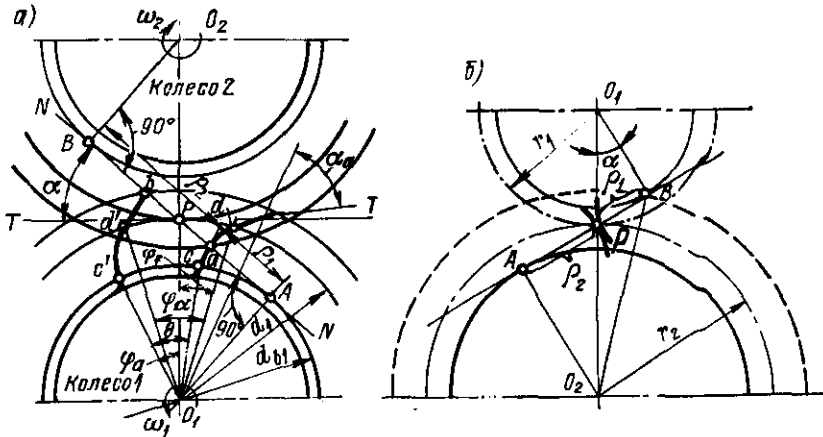


Рис. 15.11.

Угол φ_α поворота колеса за интервал времени зацепления одной пары зубьев называется *углом торцового перекрытия* цилиндрической зубчатой передачи (ГОСТ 16531—70) и определяется суммой $\varphi_\alpha = \varphi_f + \varphi_a$, где φ_f — угол доплюсного перекрытия или угол поворота зубчатого колеса цилиндрической передачи, соответствующий взаимодействию активных торцевых профилей начальной ножки зуба ведущего и начальной головки зуба ведомого зубчатых колес; φ_a — угол заплуюсного перекрытия или угол поворота зубчатого колеса цилиндрической передачи, соответствующий взаимодействию активных торцевых профилей начальной головки зуба ведущего и начальной ножки в ведомого зубчатых колес.

Центральный угол концентрической окружности зубчатого колеса, определяющий угловое расстояние между смежными зубьями цилиндрического зубчатого колеса, называется *угловым шагом* и определяется величиной $\tau = 360^\circ/z$, где z — количество зубьев колеса.

Чем больше величина угла торцевого перекрытия φ_α передачи по сравнению с величиной углового шага τ зубьев, тем больше плавность зацепления. Плавность зацепления зависит от количества пар сопряженных зубьев, находящихся одновременно в зацеплении, и оценивается коэффициентом перекрытия зубчатой передачи

$$\varepsilon_\alpha = \varphi_\alpha / \tau, \quad (15.16)$$

который представляет среднее количество пар зубьев, находящихся в зацеплении, и проверяется по формуле

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_{tw}],$$

где α_{a1} и α_{a2} — углы профиля зуба в точке на окружности вершин, определяемые по равенствам:

$$\cos \alpha_{a1} = d_{b1}/d_{a1}; \quad \cos \alpha_{a2} = d_{b2}/d_{a2};$$

α_{tw} — угол зацепления; z_1 и z_2 — количество зубьев колес с целью исключения перерывов в зацеплении зубьев.

Для прямозубых передач рекомендуется принимать $\varepsilon_\alpha > 1,2$, для косозубых $\varepsilon_\alpha \geq 1,0$.

Рассмотрим значение коэффициента перекрытия зацепления на числовом примере. Пусть, например, $\tau = 1,7$. Число, стоящее до запятой, определяет наименьшее количество пар зубьев, находящихся в зацеплении. В рассматриваемом примере это количество равно 1. Число, стоящее после запятой, определяет, очевидно, угол поворота колеса в долях от величины $2\rho_f/d$, где d — диаметр начальной окружности, на протяжении которого в зацеплении находится еще одна пара зубьев. Таким образом, в нашем случае при угловом перемещении $0,7\rho_f$ в зацеплении найдутся две пары, а при повороте на угол, соответствующий $0,3\rho_f$, — одна пара зубьев.

В связи с тем, что зацепление последующей пары зубьев перекрывает зацепление предыдущей пары, величину ε_α называют *коэффициентом перекрытия*.

§ 15.5. ПОДРЕЗАНИЕ ЗУБЬЕВ. МИНИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО ЗУБЬЕВ КОЛЕСА. ПОНЯТИЕ О МЕТОДАХ РАСЧЕТА ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС СО СМЕЩЕНИЕМ

Увеличение коэффициента перекрытия может быть осуществлено путем удлинения практической линии зацепления. При этом диаметр окружности головок одного из колес может оказаться настолько большим, что граничная точка теоретической линии зацепления (точки A и B на рис. 15.11, а), расположенная на основной окружности другого колеса, будет расположена внутри окружности выступов колеса I . В таком случае возникает возможность интерференции (наложения) профилей зубьев, для устраи-

нения которой осуществляют подрезание ножки зуба, очерчиваемой по траектории движения вершины зуба одного колеса относительно другого. Указанное подрезание может оказаться необходимым и при нормальной высоте зубьев при условии, что количество зубьев колеса мало. Подрезание ножки ослабляет прочность зуба, и поэтому допустимо лишь в отдельных случаях. Вместе с тем уменьшение количества зубьев меньшего из колес дает возможность сокращать габаритные размеры передач или увеличивать передаточное число, вследствие чего весьма важно знать зависимость наименьшего количества зубьев такого колеса от параметров зацепления при отсутствии надобности в подрезании зубьев.

Предельное значение диаметра окружности вершин зубьев большого колеса, при котором отсутствует необходимость подрезания ножек зубьев малого колеса, определяется по условию прохождения этой окружности через точку B (рис. 15.11, б), т. е. $r_{a2} \leq O_2B$. Из косоугольного треугольника O_1O_2B определяется сторона

$$O_2B = \sqrt{O_1O_2^2 + O_1B^2 - 2O_1O_2 \cdot O_1B \cos \alpha}.$$

Подставляя в это равенство значения величин $\overline{O_1O_2} = a_w \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$, $\overline{O_1B} = \frac{mz_1}{2} \cos \alpha$, после элементарных преобразований найдем

$$\overline{O_2B} = \frac{m}{2} \sqrt{z_2^2 + z_1(2z_2 + z_1) \sin^2 \alpha}. \quad (15.17)$$

Имея в виду, что радиус окружности выступов $O_2B = mz_2/2 + f'm$ (f' — коэффициент высоты головок) и передаточное отношение $u_{21} = z_1/z_2$, преобразуем последнее равенство к виду $z_2 + 2f' = z_2 \sqrt{1 + u_{21}(u_{21} - 2) \sin^2 \alpha}$. Раскладывая радикал в ряд по биному Ньютона и отбрасывая ввиду малости члены этого ряда, начиная с третьего, найдем

$$z_2 = 2f' \approx z_2 \left[1 + \frac{1}{2} u_{21}(u_{21} - 2) \sin^2 \alpha \right]. \quad (15.18)$$

Заменяя $z_2 u_{21} = -z_1$ и решая равенство (15.18), найдем наименьшее допустимое значение количества зубьев малого колеса

$$z_1 \geq z_{\min} = \frac{4f'}{(2 - u_{21}) \sin^2 \alpha}, \quad (15.19)$$

при котором отсутствует необходимость подрезания ножки. При стандартном значении угла зацепления $\alpha = 20^\circ$ и $f' = 1$ равенство (15.19) принимает вид $z_1 \geq \frac{34,2}{2 - u_{21}}$. Таким образом, наименьшее допустимое количество зубьев малого колеса при прочих равных условиях зависит от величины передаточного числа.

Равенство (15.19) справедливо и при внутреннем зацеплении колес. Однако в этом случае знак передаточного отношения u должен быть принят положительным. Равенство (15.19) получено для цилиндрических прямозубых колес. Учитывая сведения, приведенные на стр. 291, нетрудно составить аналогичное равенство для конических зубчатых колес

$$z_{i\text{кон}}^{\min} = z_{i\text{кон}}^{\min} \cos \delta_i \geq \frac{4f' \cos \delta_i}{(2 - u_{21}) \sin^2 \alpha}.$$

Выше рассматривались нормальные эвольвентные профили зубьев колес. Иногда допускают преднамеренное отступление от нормальных соотношений параметров зубчатого зацепления. При этом преследуют следующие цели: уменьшение габаритных размеров зубчатых колес путем сокращения количества зубьев, устранение интерференции профилей и сопутствующего ей подрезания зубьев, получение равнопрочных (относительно деформаций изгиба шейки и смятия поверхности) зубьев, уменьшение удельного скольжения, увеличение плавности зацепления (коэффициента перекрытия).

Изменение профилей зубьев может быть распространено лишь на зубчатые колеса, постоянно находящиеся в зацеплении, и непригодно для сменных колес.

Исправление профиля может быть осуществлено путем изменения параметров f' и α , входящих в правую часть равенства (15.19). Изменение параметров зубчатых зацеплений возможно тремя способами.

1. Изменение высоты головки (или коэффициента f'). При уменьшении высоты головки большого колеса может быть уменьшена или устранена интерференция профилей, а следовательно, и подрезание зубьев. По при этом уменьшается длина практической линии зацепления (рис. 15.11, а), а следовательно, и коэффициент перекрытия. Соответствующая компенсация может быть осуществлена путем одновременного увеличения высоты головки малого колеса.

2. Изменение угла зацепления α . Ранее угол зацепления α принимался равным 15° . В соответствии с ныне действующим стандартом величина угла зацепления составляет 20° . В отдельных случаях этот угол увеличивается до 22° и 30° . Уменьшение угла α дает возможность увеличения коэффициента перекрытия, а следовательно, и плавности движения колес. Увеличение же α способствует возрастанию ширины основания зуба, а следовательно, и прочности его. Вместе с тем увеличение угла зацепления приводит к уменьшению коэффициента перекрытия.

3. Одновременное изменение высоты головок и угла зацепления. При расчете параметров зацеплений необходимо заботиться об отсутствии заострения зубьев и обеспечении необходимой величины коэффициента перекрытия зацепления.

Глава 16. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

§ 16.1. ВИДЫ РАЗРУШЕНИЯ ЗУБЬЕВ И КРИТЕРИЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

На зубья в процессе их зацепления при работе передачи действуют циклическая нагрузка и соответствующие ей силы трения. Циклическое изменение этих сил, а также изгибающие и контактные напряжения, вызванные этими силами, являются причиной поломки зубьев и усталостного выкрашивания их рабочей поверхности. Трение, возникающее в зоне контакта зубьев, вызывает их износ и заедание. Потеря работоспособности зубчатых передач происходит по многим причинам, основными из которых являются следующие.

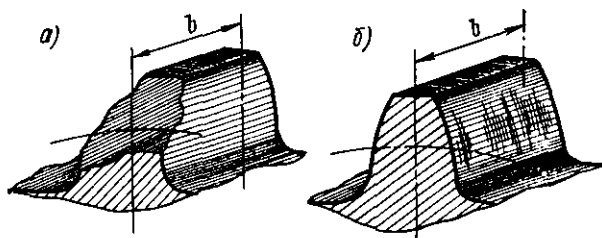


Рис. 16.1.

Поломка зубьев — наиболее опасный вид разрушения (рис. 16.1, а). Она происходит вследствие возникающих в зубьях повторно-переменных напряжений при деформации изгиба. Поломка зубьев происходит также в результате больших перегрузок ударного и даже статического действия, а также усталостного разрушения от действия переменных напряжений в течение длительного срока службы. Трещины усталости возникают у основания зуба из-за неучтенных расчетом перегрузок. Перенапряжение зубьев может вызывать концентрацию нагрузки по длине зуба вследствие неправильного монтажа (чаще всего непараллельности валов), а также из-за грубой обработки поверхности впадин зубьев, заклинивания зубьев при нагреве передачи и недостаточной величины боковых зазоров. Практика показывает, что чаще всего наблюдаются отколы углов зубьев, связанные с концентрацией нагрузки. Важные меры повышения работоспособности — увеличение модуля, повышение твердости, поверхностное упрочнение, уменьшение нагрузок по краям зуба, применение жестких валов, бочкообразные зубья и др.

Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев — основной вид разрушения закрытых передач. Возникает оно в результате действия повторно-переменных контактных напряжений в слоях материала, расположенных на незначительной (0,1 мкм)

глубине от поверхности зубьев, и сопровождается появлением трещин усталости. Эти трещины, развиваясь в сторону наружных поверхностей зубьев, приводят к явлению выкрашивания — «питтинга». Причиной выкрашивания является давление смазки, попадающей в трещины. Вследствие клиновидности трещины давление смазки возрастает по глубине трещины и достигает максимального значения у ее истока. В дальнейшем прогрессирующий износ вызывает искажение профиля, что приводит к быстрому износу и снижению ресурса зубчатых передач.

Износ зубьев — основной вид разрушения открытых передач. В процессе износа уменьшается размер зуба по его толщине, увеличиваются зазоры в зацеплении, нарушается эвольвентность рабочего участка профиля зуба. Разрушению зубьев предшествуют повышенный шум и удары.

Пластические сдвиги наблюдаются у тяжелонагруженных зубчатых колес, выполненных из мягкой стали. На поверхности таких зубьев при перегрузках появляются пластические деформации с последующим сдвигом. Такие сдвиги можно устранить повышением твердости верхних слоев рабочих поверхностей зубьев, применением более вязкого масла.

Задир зубьев может произойти при заклинивании зубьев, что часто бывает при нагреве передачи. В процессе зацепления зубьев частицы металла в зоне контакта привариваются одна к другой и, отрываясь от поверхности зуба, образуют задиры. При загрязненной смазке твердые частицы (продукты износа, кварц и др.), попадая в зону контакта сопряженных поверхностей, под давлением внедряются в тело зубьев и вызывают истирание поверхности. При отсутствии смазки или недостаточной ее подаче и значительных перегрузках возникает опасность задирания рабочих поверхностей зубьев (рис. 16.1, б).

Высокая надежность и долговечность зубчатых колес может быть обеспечена при условии надлежащего расчета зубьев колес по контактным напряжениям и напряжениям изгиба. При этом существенное значение имеют точность изготовления и тщательность обработки колес, жесткость валов, правильность монтажа, достаточная и доброкачественная смазка.

§ 16.2. МАТЕРИАЛЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Выбор материала зубчатых колес определяется назначением передачи, условиями ее работы, способом получения заготовки, методом изготовления и обработки зубьев. В качестве материалов для изготовления зубчатых колес применяют сталь, чугун, цветные металлы и пластмассы. Основными материалами для изготовления зубчатых колес силовых передач служат термически обрабатываемые стали. Основными методами термической обработки зубчатых колес являются: закалка при нагреве т. в. ч., объемная закалка, цементация, азотирование и др. Термическая обработка

производится для повышения твердости, от которой зависят износостойкость, контактная прочность и противозадирные свойства материала колес.

Стальные колеса в зависимости от твердости материала подразделяются на две группы: колеса с твердостью $HV \leq 350$ применяются в передачах с неограниченными габаритными размерами; колеса с твердостью $HV > 350$ — в передачах с ограниченными габаритными размерами и большим ресурсом. Материалами первой группы колес служат качественные конструкционные стали марок Ст5, 35, 40, 45, 50. Для второй группы зубчатых колес используются стали марок 50Г и легированные стали марок 15Х, 20Х, 40Х, 45ХН. На выбор марки стали существенное влияние оказывают также следующие факторы: габаритные размеры зубчатой передачи, вид нагрузки, технологические возможности термической и механической обработки зубьев. Кроме того, выбор марки стали существенно зависит от окружной скорости колес.

Марки сталей и их сочетания для шестерен и колес редукторов общего назначения приведены в табл. 16.1.

Т а б л и ц а 16.1. Рекомендуемые сочетания марок стали для шестерен и колес редукторов

Марка стали			
шестерни	колеса	шестерни	колеса
<i>HV ≤ 350 *</i>			
45	35	50Г	40 или 45
50	35	35Х или 40Х	50 или 55
55	45	30ХГС или 40ХН	35Х или 40Х
<i>HV > 350</i>			
45 или 50	40	40ХН	35Х или 40Х
55 или 50Г	40 или 50	20Х	15Х
35Х или 40Х	50 или 55	20ХН3А	12ХН3А

* *HV ≤ 350* назначается для передач, габаритные размеры которых не ограничены, а окружная скорость — более 1 м/с.

§ 16.3. РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ НА ПРОЧНОСТЬ

Силы, действующие в зацеплении. В процессе взаимодействия зубчатых колес полное давление зуба шестерни на зуб колеса направлено по нормали к профилю зубьев в точке их касания.

По направлению передаваемое давление совпадает с линией зацепления, образующей с перпендикуляром к линии центров угол зацепления, который в стандартном зацеплении равен 20° . Силы взаимодействия зубьев принято определять в зоне однопарного зацепления (рис. 16.2, а). Распределенную по контактным линиям нагрузку в зацеплении заменяют равнодействующей F_n , которая направлена по линии давления, совпадающей с линией зацепления. При этом силами трения в зацеплении пренебрегают, так как они малы. Для расчета зубьев силу F_n раскладывают на составляющие: окружную F_t и радиальную F_r :

$$F_t = F_n \cos \alpha = 2M_1/d_w; \quad (16.1)$$

$$F_r = F_n \operatorname{tg} \alpha, \quad (16.2)$$

где M_1 — вращающий момент на валу шестерни; d_w — диаметр делительной окружности шестерни.

На ведомом колесе направление силы F_t совпадает с направлением вращения, на ведущем — противоположно ему.

За основные критерии работоспособности зубчатых передач приняты контактная и изгибная прочности зубьев.

Расчет на прочность зубьев по напряжениям изгиба. При выводе расчетной формулы принимаются следующие допущения. Зуб рассматривается как балка, защемленная одним концом (рис. 16.2, б). Точка приложения силы к зубу при зацеплении перемещается по рабочему участку профиля зуба. Силу, действующую на зуб, принято рассматривать приложенной к вершине зуба, т. е. когда плечо силы относительно наиболее опасного сечения зуба максимально. Перенеся силу F_n по линии ее действия в точку A , лежащую на оси симметрии зуба, разложим ее на две составляющие: окружную F_t и радиальную F_r силы, из которых первая вызывает изгиб зуба, а вторая — его сжатие. Для определения положения наиболее опасного сечения в действительный профиль зуба вписывают параболу, которая своими ветвями касается точек B и C . Вершина параболы находится в точке A . Параболой ограничено поперечное сечение бруса, равное сопротивлению изгиба, поэтому напряжение в любых сечениях зуба будет меньше, чем в сечении BC . Следовательно, оно и будет наиболее опасным сечением зуба. Максимальные напряжения (сжатия) в точке C наиболее опасного сечения BC будут по абсолютной величине равны

$$\sigma_F = \sigma_{из} - \sigma_{сж} = \frac{M_{из}}{W} - \frac{F_r}{F}, \quad (16.3)$$

где $M_{из}$ — изгибающий момент, $M_{из} = F_t l$; W — момент сопротивления наиболее опасного сечения зуба, $W = bS^2/6$ (здесь b — длина зуба; S — толщина наиболее опасного его сечения).

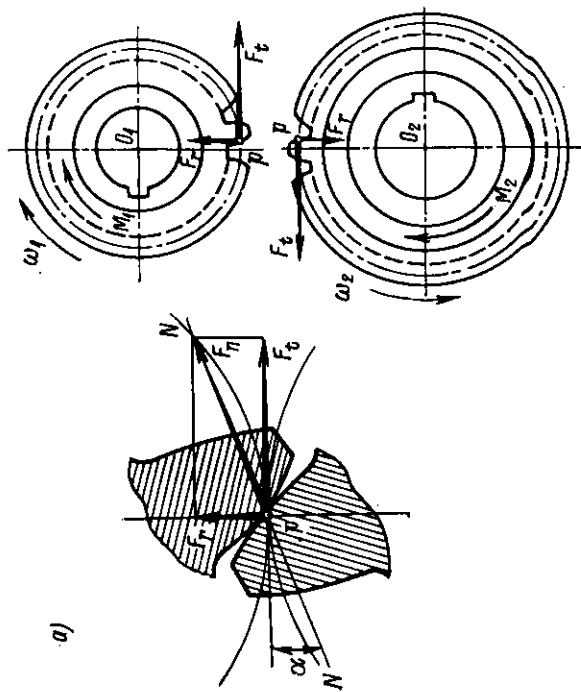
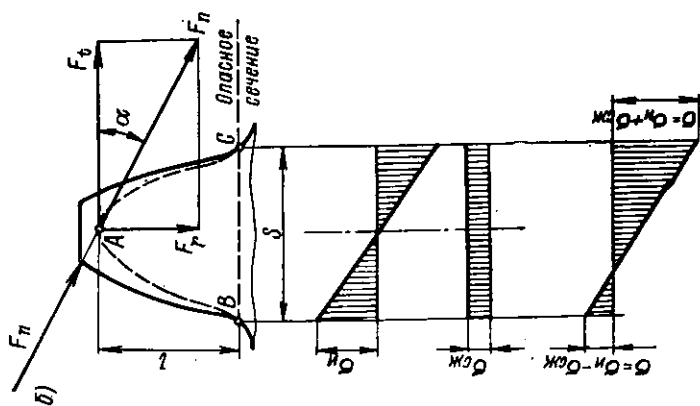


Рис. 16.2.

Сила сжатия $F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha$. Площадь наиболее опасного сечения $F = bS$. Подставляя найденные значения в равенство (16.3), получим

$$\sigma_F = \frac{6F_t l}{bS^2} - \frac{F_r \operatorname{tg} \alpha}{bS}$$

или после умножения и деления правой части равенства на m

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm} \left(\frac{6lm}{S^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha}{S} \right).$$

Обозначим

$$\frac{6lm}{S^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha}{S} = \frac{1}{y_1},$$

где y_1 — коэффициент формы зуба, характеризующий положение наиболее опасного сечения зуба (он зависит от формы зубьев, числа зубьев шестерни и от коэффициента смещения исходного контура).

Введя принятое обозначение, получим основное уравнение пр прочности

$$\sigma_F = \frac{F_t}{by_1 m} \leq [\sigma]_F. \quad (16.4)$$

Так как $F_t = 2M_1 k_n k_d / (mz_1 k_g)$, а $b = \psi m$, то, подставляя эти значения в (16.4) и решая относительно m , получим

$$m = \sqrt[3]{\frac{2M_1 k_d k_n}{\psi y_1 k_g [\sigma]_F z_1}}, \quad (16.5)$$

где M_1 — вращающий момент на валу шестерни; k_d — коэффициент динамической нагрузки; k_n — коэффициент неравномерности нагрузки, $k_n = M_{\max} / M_1$ (здесь M_{\max} — максимальный вращающий момент, который может возникнуть при возможных перегрузках); ψ — коэффициент ширины венца шестерни по модулю ($\psi = 8 \div 15$); k_g — коэффициент, учитывающий одновременность зацепления; z_1 — число зубьев шестерни, определяется оно в зависимости от частоты вращения n (об/мин):

при $n \geq 1000$	24—26
» $n = 500 \div 1000$	22—24
» $n = 100 \div 500$	18—22
» $n < 100$	16—18

Значение k_d можно принимать в зависимости от степени точности изготовления колес и их окружной скорости (табл. 16.2).

Расчет на прочность зубьев по контактным напряжениям. Размеры зубчатых колес определяются из условия наибольших напряжений в зоне контакта зубьев σ_H в процессе их зацепления. В основу такого расчета положена формула Герца—Беляева о напряженном состоянии сжатых цилиндров (рис. 16.3, а). При расчете колес на основе теории двух сжатых цилиндров принимается ряд допущений, так как условия статически сжатых

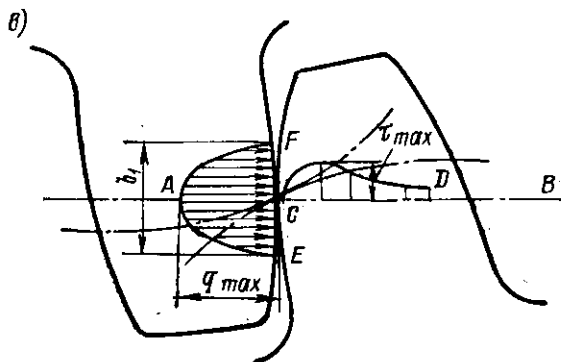
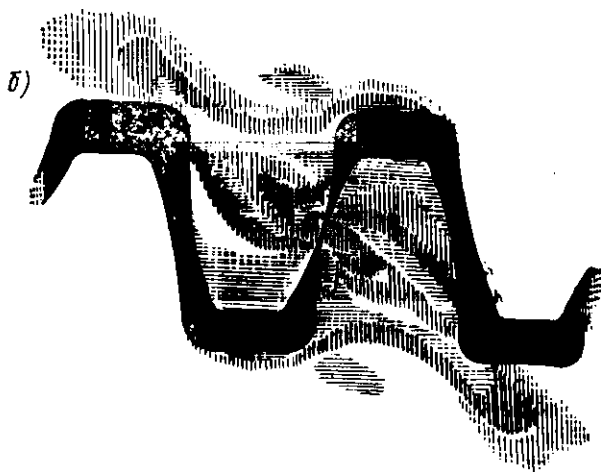
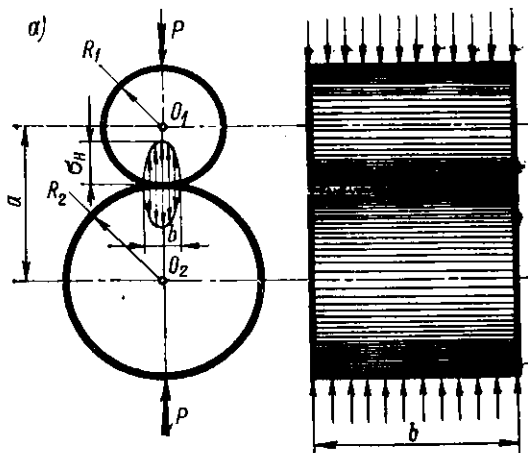


Рис. 16.3.

Т а б л и ц а 16.2. Значение величин k_d для прямозубых цилиндрических колес

Степень точности	Окружная скорость v , м/с					
	1,0	1—3	3—8	8—12	12—18	18—25
6	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,6 *
7	1,0	1,3	1,5	1,6	1,6 *	—
8	1,1	1,4	1,6	1,6 *	—	—
9	1,2	1,5	—	—	—	—

* Фланкированный зуб (снятие металла у вершин зубьев для более плавного входа в зацепление).

цилиндров и взаимодействие зубьев различны. Зубья—не изолированные цилиндры, а консольные балки переменного сечения. Кривизна профиля зуба — величина переменная, а в сжатых цилиндрах постоянная. Поверхности профиля зубьев в зоне контакта помимо сил давления испытывают силы трения, так как зубья в процессе зацепления в отличие от сжатых цилиндров не только перекатываются, но еще и скользят. Наконец, работа зубчатых колес в масляной ванне не может не оказать влияния на характер распределения напряжений в зоне контакта зубьев. На рис. 16.3, б представлена картина изохром, полученных при исследовании напряжений зубьев под нагрузкой оптическим методом. Эпюры распределения нормальных и касательных напряжений в зоне контакта зубьев представлены на рис. 16.3, в.

Максимальные напряжения в зоне контакта зубьев (рис. 16.4) определяются по формуле

$$\sigma_n = 0,418 \sqrt{qE_{np}/\rho_{np}},$$

где q — удельное давление по длине контакта; E_{np} — приведенный модуль упругости материала цилиндров; ρ_{np} — приведенный радиус кривизны цилиндров.

Приведенный модуль упругости

$$E_{np} = 2E_1E_2/(E_1 + E_2),$$

где E_1 и E_2 — соответственно модули упругости шестерни и колеса.

Приведенный радиус кривизны

$$1/\rho_{np} = 1/\rho_1 + 1/\rho_2, \quad (16.6)$$

где ρ_1 и ρ_2 — соответственно радиусы кривизны поверхности зуба шестерни и колеса.

В процессе зацепления зубьев кривизна их профилей в зоне контакта непрерывно изменяется, поэтому определять ее следует для контакта зубьев в полюсе зацепления (рис. 16.4). Радиусы

шестерни и колеса определяются из треугольников O_1N_1P и O_2N_2P : $\rho_1 = 0,5d_1 \sin \alpha$; $\rho_2 = 0,5d_2 \sin \alpha$. Подставляя эти значения в (16.6), получим

$$\rho_{пр} = 0,5d_1d_2 \sin \alpha / (d_1 + d_2). \quad (16.7)$$

Межосевое расстояние

$$a_w = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5(d_1 + ud_1) = 0,5d_1(1 + u), \quad (16.8)$$

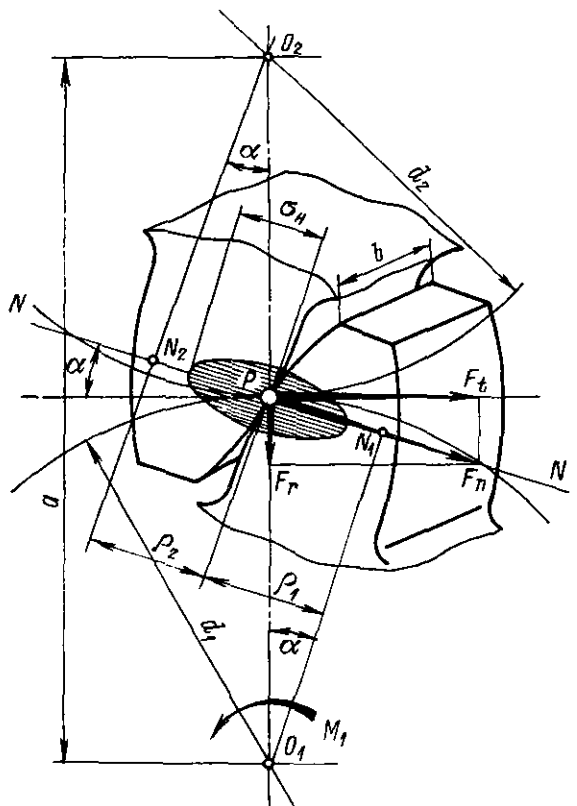


Рис. 16.4.

откуда

$$d_1 = 2a_w / (1 + u); \quad d_2 = 2a_w u / (1 + u). \quad (16.9)$$

Подставляя значения d_1 и d_2 в (16.7), получим

$$\rho_{пр} = a_w u \sin \alpha / (1 + u)^2. \quad (16.10)$$

Удельная нагрузка для прямых зубьев

$$q = F_n / b, \quad (16.11)$$

где b — длина зуба или ширина шестерни; F_n — усилие, которым зубья шестерни прижимаются к зубьям колеса в направлении линии зацепления.

Длина зуба

$$b = \psi_a a_w, \quad (16.12)$$

где $\psi_{aw} = b/a_w$ — коэффициент ширины венца зубчатых колес по межосевому расстоянию ($\psi_a = 0,2 \div 0,5$).

Полное давление

$$F_n = F_t / \cos \alpha, \quad (16.13)$$

где F_t — окружное усилие; α — угол зацепления.

Подставляя в равенство (16.11) значения (16.12) и (16.13), получим

$$q = M_1 (u + 1) k_d / (a_w^2 \cos \alpha \psi_a).$$

После подстановки (16.7) получим

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{2 M_1 (u + 1)^3 k_d E_{np} / (a_w^3 \psi_a u \sin 2 \alpha)} \leq [\sigma]_H. \quad (16.14)$$

Последнее выражение показывает, что с увеличением межосевого расстояния (размеров колес) напряжение смятия уменьшается. Его можно использовать для проверочного расчета зубчатых передач. Решая его относительно a_w при $\alpha = 20^\circ$, получим формулу для определения межосевого расстояния, при котором обеспечена прочность поверхностного слоя профиля зубьев прямозубых колес

$$a_w = 0,817 (u + 1)^{3/4} \sqrt{M_1 k_d E_{np} / (\psi_a u [\sigma]_H^2)}. \quad (16.15)$$

Эта формула используется при проектировочном расчете колес. Значение коэффициента ψ_a можно выбирать для редукторов общего назначения равным 0,1—1,25.

В заключение следует заметить, что из двух напряжений σ_H и σ_F за основные нередко принимают контактные напряжения. Это объясняется тем, что в пределах заданных габаритных размеров колес σ_H остается постоянным, а σ_F можно уменьшать за счет увеличения модуля.

§ 16.4. КОСОЗУБЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ КОЛЕСА И ОСОБЕННОСТИ ИХ РАСЧЕТА

Некоторые особенности передач с косозубыми цилиндрическими колесами. Косозубые цилиндрические колеса отличаются от прямозубых тем, что направление к их продольной винтовой оси симметрии составляет с направлением образующей цилиндра угол β (рис. 16.5, а). Передачи, состоящие из косозубых колес, отличаются большей плавностью движения и издают меньший шум, чем передачи с прямозубыми колесами. Недостатком их является возникновение осевых усилий. Этот недостаток устраняется применением шевронных зубчатых колес с противополож-

ным углом наклона зубьев. Косозубые колеса рекомендуется применять при окружных скоростях $v > 3$ м/с. Основные геометрические параметры этой передачи приведены в табл. 16.3.

Силы, действующие в зацеплении. Вектор силы полного давления зуба ведущего колеса на зуб ведомого лежит в плоскости $I-I$ и направлен нормально к образующей поверхности зуба (рис. 16.5, б). В этой плоскости этот вектор перпендикулярен

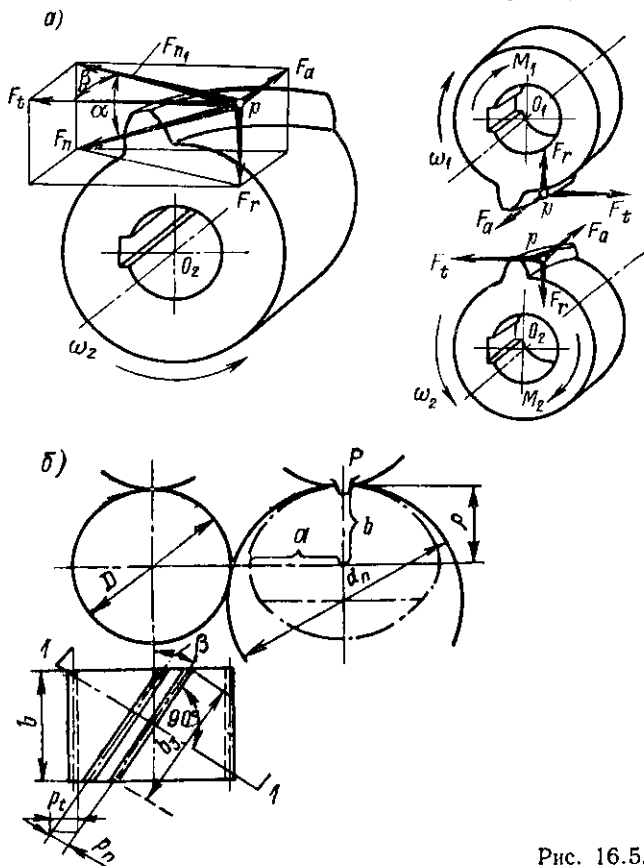


Рис. 16.5.

к профилям в точке касания зубьев, совпадает с линией зацепления и может быть разложен по трем взаимно перпендикулярным направлениям: составляющая F_r (радиальная сила) направлена по радиусу к центру колеса, составляющая F_a (осевая сила) направлена параллельно геометрическим осям колес и составляющая F_t (окружная сила) направлена перпендикулярно к геометрическим осям валов:

$$F_t = 2M_{кр}/d_w; \quad F_a = F_t \operatorname{tg} \beta; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha / \cos \beta,$$

где β — угол наклона зуба колеса, принимаемый обычно $8-15^\circ$.

Т а б л и ц а 16.3. Геометрические параметры цилиндрической косозубой передачи

Параметры	Расчетные формулы
Нормальный модуль m_n	$m_n = p_n/\pi; m_n = d \cos \beta/z$
Торцевой (окружной) модуль m_t	$m_t = p_t/\pi; m_t = m_n/\cos \beta;$ $m_t = d/z$
Диаметр вершин зубьев d_a	$d_a = m_t z + 2m_n;$ $d_a = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta} + 2 \right)$
Делительный диаметр d	$d = m_t z = m_n z / \cos \beta$
Основной диаметр d_b	$d_b = m_t z \cos \alpha_t = m_n z \cos \alpha_t / \cos \beta$
Диаметр впадин зубьев d_f	$d_f = m_t z - 2,5m_n = \frac{m_n z}{\cos \beta} -$ $- 2,5m_n = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta} - 2,5 \right)$
Шаг нормальный p_n	$p_n = m_n \pi; p_n = p_t \cos \beta$
Шаг торцевой (окружной) p_t	$p_t = m_t \pi; p_t = p_n / \cos \beta$
Окружная толщина зубьев s	$s = \pi m_n / 2$
Ширина впадин зубьев e	$e = \pi m_n / 2$
Высота зуба h	$h = 2,25m_n$
Высота ножки зуба h_f	$h_f = 1,25m_n$
Высота головки зуба h_a	$h_a = m_n$
Радиальный зазор c	$c = 0,25m_n$
Ширина венца b_e	$b_e = \psi d \quad (\psi = 0,5 \div 0,9)$
Длина зуба b_l	$b_l = b / \cos \beta$
Межосевое расстояние a_w	$a_w = m_t z_c / 2 = m_n z_c / (2 \cos \beta)$

Пр и м е ч а н и е. Угол профиля зуба рейки в торцевом сечении α_t не равен углу профиля зуба рейки в нормальном сечении α ($\alpha_t > \alpha$).

Особенности определения модуля зацепления косозубых цилиндрических колес. При изучении конструкции и расчета косозубых колес приходится рассматривать геометрию зацепления в торцевой и нормальной плоскостях (рис. 16.5, б). Угол, составленный этими плоскостями, равен $90^\circ - \beta$. Величина шага зубьев в плоскости торца связана с величиной шага в нормальном сечении зависимостью $p_t = p_n / \cos \beta$. Аналогичная зависимость существует и между значениями модуля в торцевом m_t и нормальном m_n сечениях: $m_t = m_n / \cos \beta$.

Величина коэффициента перекрытия косозубых колес

$$\epsilon_k = \epsilon + b \operatorname{tg} \beta / p_t. \quad (16.16)$$

Сечение $1-1$ (рис. 16.5, б) начального цилиндра косозубого колеса имеет эллиптическую форму. Величина радиуса кривизны ρ эллипса в точке P выражается, как известно, через величины большой ($a_w = 0,5d/\cos\beta$) и малой ($b = 0,5d$) его полуосей. Диаметр делительной окружности прямозубого цилиндрического колеса $d_n = 2\rho = d/\cos^2\beta$, а число зубьев $z_n = d_n/m_n$. Подставляя выведенные ранее значения d_n и $m_n = m_t \cos\beta$, найдем $z_n = d/m_t \cos^3\beta = z_1/\cos^3\beta$.

Формулы для определения модуля зацепления косозубых колес выводятся аналогично.

Расчет прочности зубьев по контактным напряжениям и по напряжениям изгиба производится по формулам:

$$a_w = 0,817 (u + 1) \sqrt{M_1 k_d E_{np} \cos\beta / (\psi_a u k_s [\sigma]_H^2)}; \quad (16.17)$$

$$m_t = \sqrt[3]{0,64 M_1 k_p k_d / (k_s \psi y_1 [\sigma]_F z_1 \cos^2\beta)}. \quad (16.18)$$

При вычислении коэффициента y_1 косых зубьев необходимо брать в расчет приведенное количество зубьев z_n .

Размеры зубчатых венцов косозубых колес определяются так же, как и соответствующие размеры прямозубых колес. Значения всех остальных величин принимаются такими же, как и для прямозубых колес.

§ 16.5. КОНИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА И ОСОБЕННОСТИ ИХ РАСЧЕТА

Некоторые особенности передач с коническими зубчатыми колесами. Конические зубчатые колеса применяются для передачи вращения и сил между валами, геометрические оси которых пересекаются под осевым углом $\Sigma = \delta_1 + \delta_2$ (рис. 16.6). В общем машиностроении применяются главным образом передачи с углом между геометрическими осями $\Sigma = 90^\circ$. По форме зуба различают конические колеса с прямым, косым и винтовым зубом.

Основные геометрические параметры этой передачи приведены в табл. 16.4.

Для конических колес с прямыми зубьями может быть получено выражение передаточного числа в тригонометрической форме. На рис. 16.6, б представлены начальные конусы двух зацепляющихся колес. Из треугольника угловых скоростей следует

$$u = \omega_1/\omega_2 = \sin\varphi_2/\sin\varphi_1.$$

В зубчатых колесах различают начальные конусы $ABEK$ и $CBED$ и дополнительные конусы AOB_1 и BO_2C . На начальных конусах нарезаются зубья переменного шага и модуля. Для конических колес вводится понятие о конусном расстоянии, представляющем собой длину R_e образующих начальных конусов.

Силы, действующие в зацеплении конического колеса. Нормальное усилие F_n , лежащее в плоскости перпендикулярно к

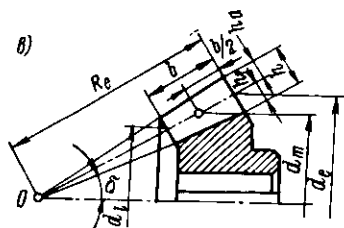
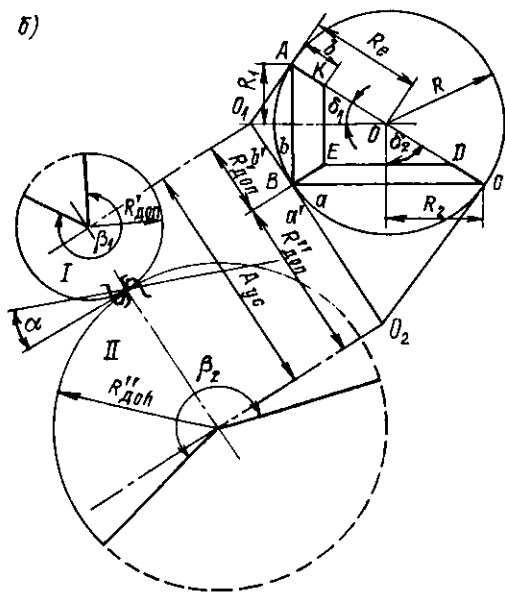
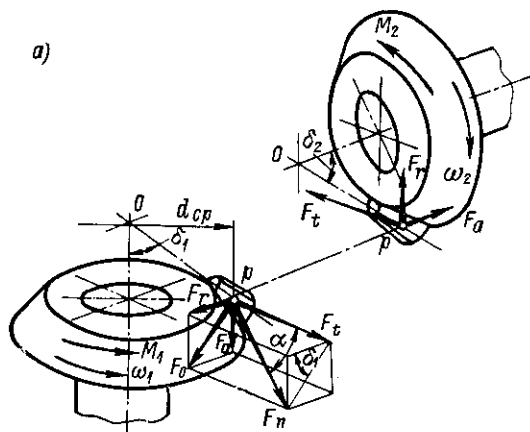


Рис. 16.6.

Т а б л и ц а 16.4. Геометрические параметры
прямоугольной конической передачи

Параметры	Расчетные формулы
Внешний окружной модуль m_{te}	$m_{te} = d_e/z; m_{te} = 2R_e \sin \alpha / z$
Средний окружной модуль m_{tm}	$m_{tm} = m_{te} - \frac{b}{z} \sin \delta$
Внешний диаметр вершин зубьев d_{ae}	$d_{ae} = m_{te}(z + 2 \cos \delta)$
Внешний делительный диаметр d_e	$d_e = m_{te}z$
Диаметр основной окружности d_b	$d_b = m_{te}z \cos \alpha$
Внешний диаметр впадин зубьев d_{fe}	$d_{fe} = m_{te}(z - 2,4 \cos \delta)$
Высота зуба h_e	$h_e = 2,2m_{te}$
Высота головки зуба h_{ae}	$h_{ae} = m_{te}$
Высота ножки зуба h_{fe}	$h_{fe} = 1,2m_{te}$
Окружная толщина зуба s_{te}	$s_{te} = \pi m_{te}/2$
Окружная ширина впадины e_{te}	$e_{te} = \pi m_e/2$
Радиальный зазор c_e	$c_e = 0,25m_{te}$
Внешние делительные конусные расстояния R_e	$R_e = \frac{m_{te}z}{2 \sin \delta}$
Ширина зубчатого венца b	$b = \psi_i R_e (\psi_i = 0,25 \div 0,30)$
Угол делительного конуса: шестерни δ_1 колеса δ_2	$\text{tg } \delta_2 = u; \delta_1 = 90^\circ - \delta_2$

образующей начального конуса, направлено по линии зацепления (рис. 16.6, а). Разложим F_n на две составляющие: F_t и F_0 ; F_t является окружной силой конического колеса,

$$F_t = 2M_{кр}/d_{m1}$$

Разложим далее $F_0 = F_t \text{tg } \alpha$ на две составляющие: F_r и F_a ; F_a направим параллельно геометрической оси колеса, а F_r — перпендикулярно к ней. В результате произведенного разложения на три взаимно перпендикулярных направления получим силы F_t , F_r и F_a , причем

$$[F_r = F_t \text{tg } \alpha \cos \delta_1; F_a = F_t \text{tg } \alpha \sin \delta_1. \quad (16.19)]$$

Особенности расчета конических зубчатых передач. При профилировании зубьев конических колес необходимо иметь в виду, что любая точка колеса движется по шаровой поверхности, центр которой лежит в точке пересечения осей колес (вершина начальных конусов), т. е. ее радиус равен расстоянию рассматриваемой точки до этого центра. Торцевые поверхности зубьев должны быть

вычерчены на полосках шаровой поверхности ab (рис. 16.6, б), примыкающих к окружностям, получающимся в пересечении шаровой поверхности с начальными конусами колес. Поскольку высота зуба мала по сравнению с радиусами, то полоски получаются очень узкими и с достаточной для практики точностью их можно заменить полосками $a'b'$, лежащими на боковых поверхностях конусов, касательных к шаровой поверхности. Эти конусы называются дополнительными и могут быть развернуты на плоскость, в то время как шаровая поверхность на плоскость не разворачивается. При построении дополнительных конусов необходимо, чтобы их образующие были перпендикулярны к образующим начальных конусов. Развертки дополнительных конусов представляются собой секторы I и II , которые можно рассматривать как начальные окружности радиусов $R'_{\text{доп}}$ и $R''_{\text{доп}}$ некоторых условных зубчатых колес. На основании чертежа имеем:

$$R'_{\text{доп}} = R_1 / \cos \delta_1; \quad (16.20)$$

$$R''_{\text{доп}} = R_2 / \cos \delta_2. \quad (16.21)$$

С другой стороны:

$$R'_{\text{доп}} \beta_1 = 2\pi R_1; \quad (16.22)$$

$$R''_{\text{доп}} \beta_2 = 2\pi R_2. \quad (16.23)$$

Подставляя в (16.22) и (16.23) значения $R'_{\text{доп}}$ и $R''_{\text{доп}}$ из (16.20) и (16.21), получим значения центральных углов секторов I и II :

$$\beta_1 = 2\pi \cos \delta_1; \quad \beta_2 = 2\pi \cos \delta_2.$$

Если секторы I и II довести до полных окружностей, то число зубьев на этих условных зубчатых колесах может быть получено из соотношения

$$z_{y1}/z_1 = 2\pi/\beta_1 = 2\pi/(2\pi \cos \delta_1),$$

откуда $z_{y1} = z_1 / \cos \delta_1$ и аналогично $z_{y2} = z_2 / \cos \delta_2$.

Передаточное число u_y условных зубчатых колес

$$u_y = z_{y2}/z_{y1} = z_2 \cos \delta_1 / (z_1 \cos \delta_2) = u \cos \delta_1 / \cos \delta_2.$$

Для случая, когда оси колес пересекаются под углом 90° , $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$, тогда

$$u_y = u \cos \delta_1 / [\cos(90^\circ - \delta_1)] = u \operatorname{ctg} \delta_1.$$

Из рис. 16.6, б видно, что $\operatorname{ctg} \delta_1 = d_2/d_1 = u$, следовательно,

$$u_y = u^2. \quad (16.24)$$

Таким образом, зацепление конических колес эквивалентно зацеплению цилиндрических колес, у которых передаточное число равно квадрату передаточного числа конических колес.

Расстояние между осями условных колес

$$a_y = R_e (\operatorname{tg} \delta_1 + \operatorname{tg} \delta_2), \quad (16.25)$$

где R_e — внешнее делительное конусное расстояние.

Для случая, когда оси валов колес пересекаются под углом 90° , имеем:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = 1/u; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1 = u.$$

Тогда $a_y = R_e (1 + u^2)/u$. При расчете конических передач на контактную прочность удобно определять конусное расстояние

$$R_e = a_y u / (1 + u^2).$$

Используя формулы (16.19) и учитывая (16.25), получим

$$R_e = 0,817 \sqrt[3]{M_1 k_d E_{np} u / (k_{be} [\sigma_{Hn}]^2)}, \quad (16.26)$$

где $k_{be} = b/R_e$ — коэффициент ширины зубчатого венца.

Длина зуба обычно принимается равной $R_e/3$. Учитывая, что $R_e = R'_{доп} \operatorname{ctg} \delta_m = R'_{доп} u$, а $u_y = R'_{доп} + R'_{доп} = R'_{доп} (1 + u_y) = R'_{доп} (1 + u^2)$, получим $k_{be} = u/3 (1 + u^2)$.

После вычисления конусного расстояния R_e , задаваясь числом зубьев z_1 , можем определить максимальный (производственный) модуль m_{max} . Из рис. 16.6, б имеем

$$R_e = R_1 / \sin \delta_1 = m_{max} z_1 / (2 \sin \delta_1),$$

откуда

$$m_{te} = m_{max} = 2R_e \sin \delta_1 / z_1. \quad (16.27)$$

После определения внешнего окружного модуля m_e и округления его величины по стандарту определяют диаметры колес:

$$d_{e1} = m_{te} (z_1 + 2 \cos \delta_1); \quad d_{e2} = m_{te} (z_2 + 2 \cos \delta_2).$$

Расчет конических передач на изгиб ведется по среднему модулю m_{tm} . При этом k_e принимается равным единице, а коэффициент формы y вычисляется по условному количеству зубьев z_y .

Если передачу лимитирует контактная прочность, то расчет на изгиб носит проверочный характер и средний модуль m_{tm} находится из следующего выражения:

$$0,5m_{te}z_1 = 0,5m_{tm}z_1 + 0,5b \sin \delta_1,$$

откуда

$$m_{tm} = m_{te} - b \sin \delta_1 / z_1. \quad (16.28)$$

Для открытых передач, размеры которых лимитируются изгибной прочностью, определяется m_m , а затем по (16.27) находят внешний окружной модуль m_{te} и остальные геометрические размеры конического колеса (рис. 16.6, в).

Расчет как на контактную, так и на изгибную прочность конических передач также производится по формулам, приведенным при расчете цилиндрических передач с использованием кинематических особенностей и понижения нагрузочной способности конических передач, которые учтены при переходе от конических

к эквивалентным цилиндрическим колесам. Приведем эти формулы без выводов для расчета из условия: контактной прочности

$$d_{wm1} \geq \sqrt[3]{44 M_{p1} k_{nc} k_{n\beta} \frac{E_{np} \sin \Sigma}{u [\sigma]_H v_k} \frac{1 - 0,5 k_{be}}{k_{be}}} \text{ мм}; \quad (16.29)$$

$$\sigma_H = \sqrt{22 M_{p1} k_{n\sigma} k_{n\beta} \frac{E_{np} \sin \Sigma}{bd_{wm1}^2 v_k \sin \delta_1 u}} \leq [\sigma]_H; \quad (16.30)$$

изгибной прочности

$$\sigma_{F1} = 23,5 M_{p1} k_{F\sigma} k_{F\beta} \frac{z_1}{bd_{wm1}^2 y_1 \epsilon_\alpha} \leq [\sigma]_F, \quad (16.31)$$

где M_{p1} — расчетный крутящий момент на шестерне; k_{nc} , $k_{F\sigma}$ — коэффициент динамической нагрузки соответственно для расчета передачи на контактную и изгибную прочность; $k_{n\beta}$, $k_{F\beta}$ — коэффициент неравномерности нагрузки для расчета передачи на контактную и изгибную прочность; k_{be} — коэффициент ширины зубчатого венца; v_k — коэффициент, учитывающий повышение нагрузочной способности косозубой передачи; ϵ_α — коэффициент перекрытия.

По сравнению с цилиндрическими конические зубчатые передачи имеют меньшую нагрузочную способность (примерно на 15%), сложнее и дороже в производстве и монтаже, более чувствительны к деформациям валов и т. д. Тем не менее они нашли широкое распространение в машиностроении из-за своих компоновочных особенностей (возможность передачи движения между пересекающимися валами).

§ 16.6. ВИНТОВЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ И ОСОБЕННОСТИ ИХ РАСЧЕТА

Передача движения между валами, оси которых перекрещиваются (рис. 16.7), осуществляется при помощи винтовых зубчатых механизмов. Эти механизмы вследствие точечного контакта зубьев имеют сравнительно небольшую нагрузочную способность и применяются, как правило, в приборостроении. В отличие от косозубых колес, предназначенных для передачи движения между параллельными валами, в винтовых зубчатых колесах должны быть соблюдены следующие правила: 1) углы наклона зубьев не равны между собой ($\beta_1 \neq \beta_2$); 2) ход винтовых линий обоих колес одинаков; 3) сумма углов наклона колес β_1 , β_2 равна углу γ перекрещивания осей валов ($\gamma = \beta_1 + \beta_2$).

Для того чтобы осуществить зацепление двух винтовых колес, необходимо обеспечить равенство их нормальных модулей: $m_{n1} = m_{n2} = m_n$. При этом окружные модули $m_{t1} = m_n / \cos \beta_1$ и

$m_{t2} = m_n / \cos \beta_2$ будут не равны ($m_{t1} \neq m_{t2}$), так как $\beta_1 \neq \beta_2$. Пусть имеем два зацепляющихся винтовых зубчатых колеса, которые вращаются с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 и имеют соответственно числа зубьев, равные z_1 и z_2 . Передаточное число этой передачи

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1. \quad (16.32)$$

Выразив числа зубьев z_1 и z_2 через диаметры делительных окружностей d_1 и d_2

$$d_1 = m_{t1} z_1 = m_n z_1 / \cos \beta_1; \quad d_2 = m_{t2} z_2 = m_n z_2 / \cos \beta_2,$$

находим:

$$z_1 = d_1 \cos \beta_1 / m_n; \quad (16.33)$$

$$z_2 = d_2 \cos \beta_2 / m_n. \quad (16.34)$$

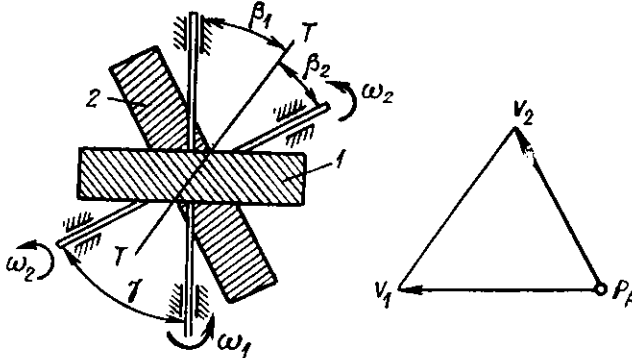


Рис. 16.7.

Подставляя полученные значения z_1 и z_2 в (16.32), имеем окончательно

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = d_2 \cos \beta_2 / (d_1 \cos \beta_1). \quad (16.35)$$

Выражение (16.35) показывает, что в винтовых передачах даже при одинаковых диаметрах делительных окружностей колес d_1 и d_2 можно получить передаточное число, значительно отличающееся от единицы. С увеличением угла β_1 уменьшается число зубьев z_1 . Последнее обстоятельство свидетельствует о больших передаточных возможностях винтовых колес, с помощью которых при малом числе звеньев и небольших габаритных размерах обеспечиваются значительные передаточные числа. В частном случае, когда $\gamma = 90^\circ$:

$$\cos \beta_2 / \cos \beta_1 = \cos (90^\circ - \beta_1) / \cos \beta_1 = \operatorname{tg} \beta_1;$$

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = d_2 \operatorname{tg} \beta_1 / d_1 = d_2 \operatorname{ctg} \beta_2 / d_1. \quad (16.36)$$

Направление вращения ведомого колеса в винтовых передачах рекомендуется определять с помощью треугольников скоростей.

Так, например, если в передаче (рис. 16.7) ведущее колесо 1 вращается по часовой стрелке (если смотреть со стороны нижнего по рисунку конца вала), то вектор скорости точки контакта, принадлежащей этому колесу, изобразится на плане отрезком $\overline{PAV_1}$. Скорости точек контакта, принадлежащие обоим колесам, связаны векторным уравнением:

$$V_2 = V_1 + V_{21}, \quad (16.37)$$

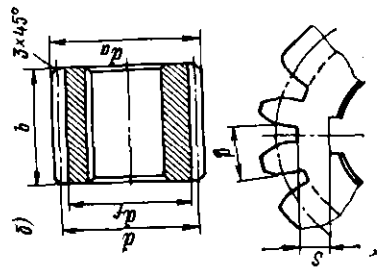
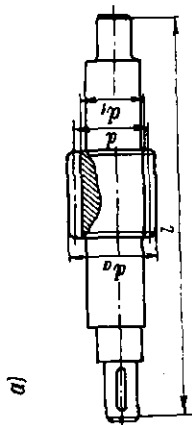
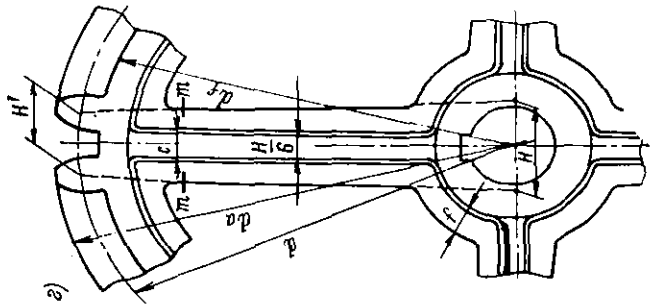
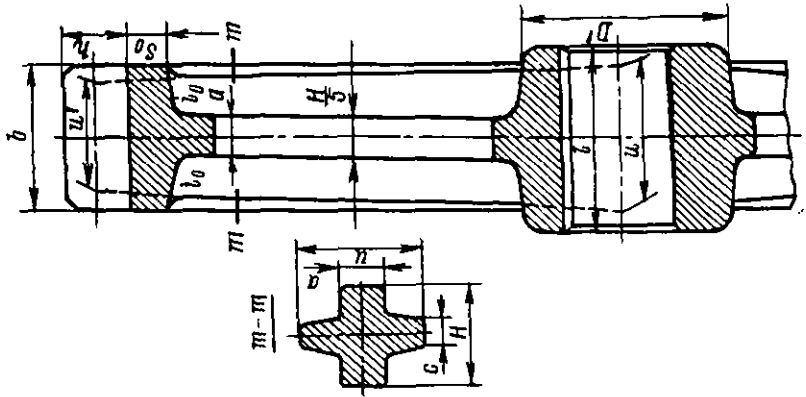
где V_{21} — относительная скорость, линия действия которой совпадает с общей касательной TT в точке контакта.

Проводя из конца вектора V_1 линию, параллельную касательной TT , а из полюса P_A линию, перпендикулярную к валу колеса 2, получим вектор V_2 скорости точки контакта, принадлежащей колесу 2. Таким образом, колесо 2 вращается против часовой стрелки, если смотреть со стороны нижнего по рисунку конца вала.

§ 16.7. КОНСТРУКЦИИ И РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

По конструкции различают следующие зубчатые колеса: вал-шестерня (рис. 16.8, а), сплошное (рис. 16.8, б), дисковое (рис. 16.8, в), со спицами (рис. 16.8, г), бандажное (рис. 16.8, д), сварное (рис. 16.8, е).

Основными элементами, образующими зубчатое колесо, являются: зубья, обод, спицы или диск, ступица (втулка). *Ободом* называется часть колеса, соединяющая все его зубья в одно целое. *Ступицей* (втулкой) называется часть колеса, служащая для установки колеса на валу. Спицы и диск предназначены для соединения обода со ступицей, причем диск применяется преимущественно в колесах малого диаметра. Формы сечения обода и спицы различны. Наиболее распространенной формой сечения обода является тавровая, а спиц — крестообразная и эллиптическая. Зубья колес малого диаметра, у которых диаметр окружности впадин мало отличается от диаметра вала, нарезают на утолщенной части вала (рис. 16.8, а). Наоборот, колеса очень большого диаметра ($d \geq 2000$ мм) или колеса, у которых зубчатые венцы и «центры» должны быть сделаны из различных материалов, изготавливают со съёмными зубчатыми венцами, скрепляя последние с центром колеса (рис. 16.8, д). Для снятия остаточных напряжений при отливке, удобства постановки на место и транспортировки очень большие колеса делают составными из двух половин, причем плоскость разъема колеса должна быть посередине двух диаметрально противоположных спиц и проходить между зубьями. Зубчатые колеса выполняют литыми, коваными, штампованными, сварными. Расчет почти всех размеров элементов зубчатых колес со спицами (рис. 16.8, г) производится по эмпирическим формулам. Ширина обода $b = \psi d$. Толщина обода



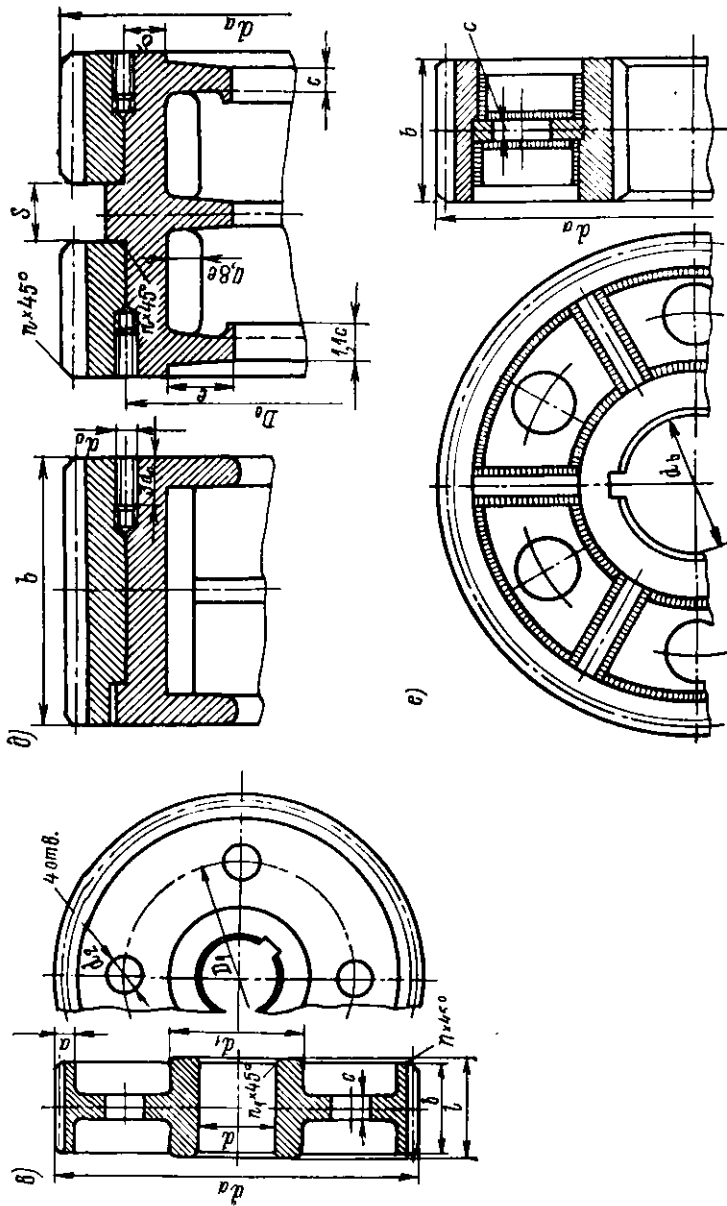


Рис. 16.8.

у торцов $S_0 = (1,6 \div 1,8) m$, причем у литого колеса делается уклон обода i_0 к торцам для удобного изъятия модели колеса из формы ($i_0 = 1/20 \div 1/25$). Высота усиливающегося ребра жесткости обода $e = (1,6 \div 1,8) m$. Число спиц определяется по эмпирическому соотношению

$$B = 0,5 \sqrt{d_w}, \quad (16.38)$$

где d_w — диаметр начальной окружности колеса, см.

Число спиц должно быть $\bar{B} \geq 3$. Ребра спиц, лежащие в плоскости вращения колеса, называются *рабочими ребрами*, и их толщина принимается $a = \bar{H}/5$. Шириной спицы у ступицы считается размер H на линии геометрической оси вала в плоскости вращения колеса. Этот размер определяется путем расчета спицы на изгиб, если рассматривать последнюю как консольную балку. При расчете принимают, что не все спицы воспринимают нагрузку, а лишь $1/3$ их ($B/3$). Тогда

$$M_{\text{н}} = W [\sigma]_F,$$

где

$$M_{\text{н}} = \frac{F_l R}{B/3}; \quad W = \frac{a(H)^2}{6} = \frac{H}{5} \frac{H^2}{6} = \frac{H^3}{30}.$$

Уравнение прочности при изгибе спиц крестообразного сечения имеет вид $F_l R / (B/3) = H^3 [\sigma]_F / 30$, откуда $H = \sqrt[3]{\frac{90 M_{\text{кр}}}{B [\sigma]_F}}$, причем для стали принимают $[\sigma]_F = 9000 \text{ Н/см}^2$, для чугуна $[\sigma]_F = 2700 \text{ Н/см}^2$.

Шириной спицы у обода считается размер $H' = 0,8H$ на линии, касательной к начальной окружности. Толщина вспомогательного ребра (жесткости) спицы $c = H/6$. Ширина вспомогательного ребра спицы у ступицы $u = b$. Ширина его у обода $u' = 0,8 u$. Если рассчитанное число спиц колеса $B < 3$, то вместо спиц делают сплошной диск или диск с несколькими круглыми отверстиями, число и диаметр которых принимают конструктивно. Толщина диска составляет $d' = (3 \div 4) m$, а толщина усиливающегося ребра жесткости диска $a'' = 0,8 a'$. Высота усиливающегося ребра ступицы $f = (1,6 \div 1,8) m$. Длина ступицы $l = (1,0 \div 1,25)b$, но не менее, чем $l \geq 1,5 d$. Паз для шпонки в ступице колеса делается против спицы соразмерно выбранной шпонке.

Сварные швы между диском и ступицей и между диском и зубчатым венцом подвергаются деформациям среза (рис. 16.8, e). Уравнение проверки прочности сварного шва между диском и ступицей $\tau_{\text{ср}} = 2M_{\text{кр}}/dS \leq [\tau]_{\text{ср}}$. Полярный момент сопротивления одного кольцеобразного сечения сварного шва

$$S = 0,2 \left[\frac{(D' + 2m)^4 - (D')^4}{D' + 2m} \right].$$

Толщина сварного шва между диском и зубчатым венцом может быть несколько меньше, чем между диском и ступицей.

§ 16.8. НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА И ОПЫТ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В МАШИНАХ

С целью получения бесшумного хода при окружной скорости $v \geq 3$ м/с одно из колес зубчатой передачи (чаще всего меньшее, обычно являющееся ведущим) иногда изготавливают из какого-либо неметаллического материала. Недостатками неметаллических зубьев шестерен являются меньшая прочность при изгибе и небольшая износостойкость по сравнению с металлическими зубьями. Поэтому неметаллические шестерни не применяют в передачах, отличающихся малыми скоростями движения при больших величинах удельного давления на зуб. Наоборот, их применяют в передачах, движущихся с большими скоростями при небольших значениях передаваемых сил, когда модули зацепления (а следовательно, и размеры колес) для неметаллических шестерен приходится принимать по конструктивным или технологическим соображениям большими, чем они получаются из расчета на сдвиг поверхностных слоев и на изгиб в опасном сечении. Неметаллические зубчатые колеса получили значительное распространение в авиационных и автомобильных двигателях, в ткацких станках и пр.

Расчет неметаллических колес производится, как правило, из условий деформации зубьев на изгиб. Для большинства неметаллических конструкционных материалов контактная прочность выше, чем сопротивление другим видам деформаций. Поэтому расчет допускаемых напряжений (Н/см^2) для неметаллических материалов можно производить по соответствующим равенствам для колес, изготовленных:

из текстолита

$$[\sigma]_{\text{ог}} = 4200 \left(\frac{45}{60 + v} + 0,25 \right);$$

из слоньих древопластиков

$$[\sigma]_{\text{ог}} = 6000 \left(\frac{45}{60 + v} + 0,25 \right);$$

из полиамидов, например капрона, в зависимости от конструктивной скорости составляет:

v , м/с	0,5—3,0	3—15	16—25
$[\sigma]_{\text{ог}}$, Н/см ²	950—1000	1050—1150	1150—1300

Допускаемые напряжения для колес, изготавливаемых из капрона, должны быть снижены на величину k_t . Значение коэффициента снижения допускаемого напряжения выбирается в зависимости от температуры окружающей зубчатые передачи среды:

Температура окружающей среды, °С	20	40	60	80	100	110	115
Коэффициент k_t	1,0	1,1	1,3	1,5	1,8	2,2	2,5

На рис. 16.9 показаны конструкции шестерен, собранных из пластин толщиной от 3 до 15 мм и упрочненных вмонтированной металлической втулкой. Такие шестерни изготовляют из различных пластических материалов: текстолита, лигнолита, гетинакса и др.

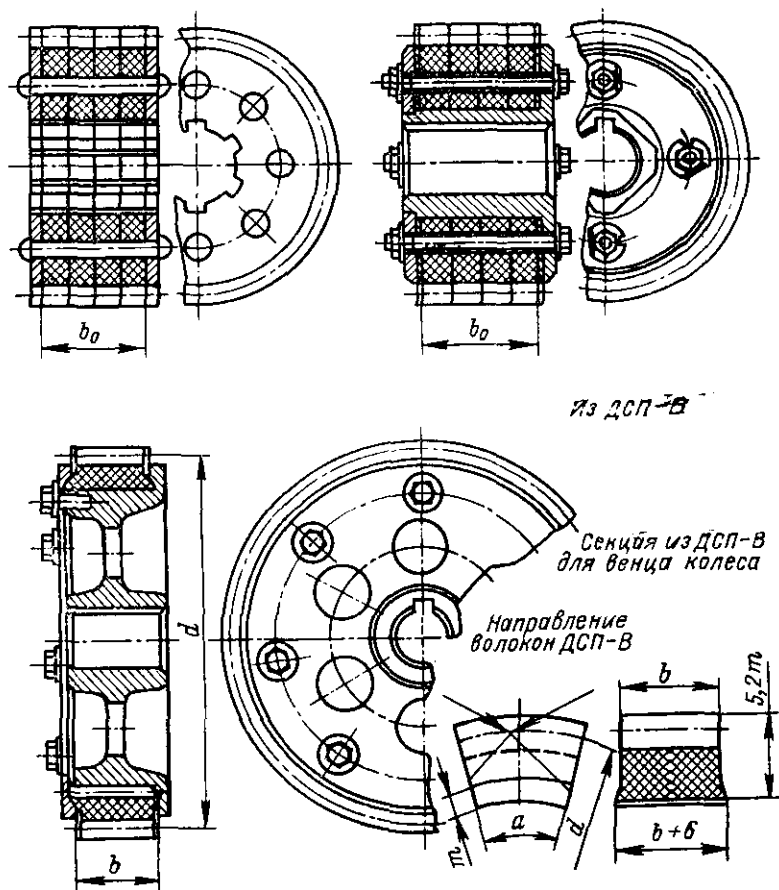


Рис. 16.9.

В заключение следует отметить, что зубчатые колеса из текстолита, капрона, нейлона, лигнофоля лучше работают в паре с металлическим колесом при $m \geq 2$ мм. При этом допускаемые нагрузки на такие колеса в два-три раза меньше, чем для стальных колес тех же размеров.

§ 16.9. МЕТОДЫ НАРЕЗАНИЯ ЗУБЬЕВ

Существует два метода нарезания зубьев зубчатых колес: обкатывания и копирования. Нарезание зубьев по *методу обкатывания* является основным. По этому методу колеса нарезаются:

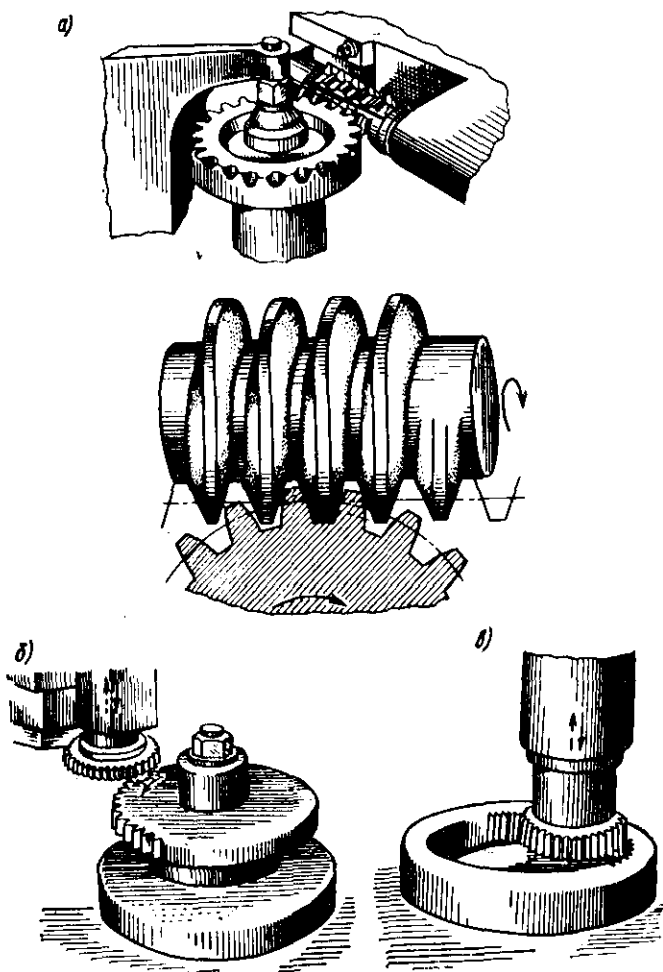


Рис. 16.10.

1) червячными фрезами на зубофрезерных станках; 2) долбьяками—специальными режущими инструментами, имеющими форму зубчатого колеса с внешними зубьями на зубодолбежных станках; 3) гребенками на зубострогальных станках; 4) накаткой зубьев

на заготовке ¹; 5) одним или двумя резами на зубострогальных станках.

Метод обкатывания заключается в том, что режущему инструменту (например, долбяку) и заготовке сообщают такое же относительное движение, которое имело бы место при нормальном зацеплении колеса с рейкой. Одним из преимуществ метода обкатывания является то, что на зуборезных станках, действующих по этому принципу, одним и тем же инструментом можно нарезать зубья эвольвентного профиля, подвергнутые высотному исправлению путем радиальных сдвигов инструмента, различных по величине и знаку. Профили зубьев зубофрезерного инструмента,

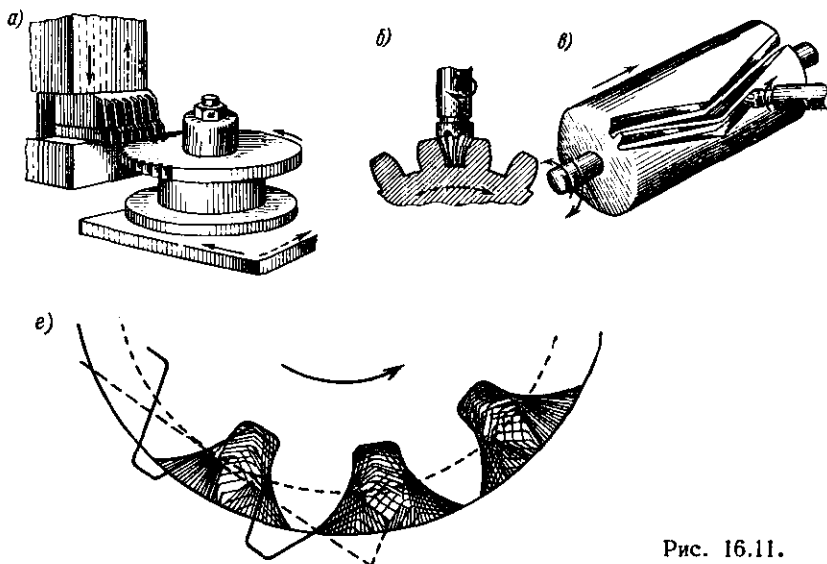


Рис. 16.11.

применяемого при нарезании колес методом обкатывания на зубострогальных и зубофрезерных станках, стандартизованы. Угол профиля рейки $\alpha = 20^\circ$, коэффициент высоты головки зуба для нормальных зубьев равен 1, для укороченных — 0,8.

Цилиндрические прямозубые, косозубые и шевронные колеса с канавкой посередине зуба нарезают главным образом червячными модульными фрезами на зубофрезерных станках (рис. 16.10, а). Для обработки червячных колес также применяются червячные фрезы, получающие радиальную и тангенциальную подачи. С помощью долбяков (рис. 16.10, б и в) возможна обработка зубчатых колес как с внешним зацеплением, так и с внутренним, прямозубых и косозубых колес.

Режущим инструментом при нарезании зубьев рейкой является гребенка (рис. 16.11, а). Гребенки, получающие возвратно-

¹ Наиболее совершенным и экономичным способом изготовления зубчатых колес является накатка зубьев на заготовке без последующей их обработки.

поступательное движение, применяются для нарезания зубчатых колес только наружного зацепления. Нарезание зубьев с помощью гребенки дает возможность получить эвольвентный профиль зубьев с наибольшей точностью (рис. 16.11, *г*). Применяемые при последнем способе нарезания резцы имеют предусмотренные профили. Эти же резцы применяются и для нарезания конических колес с прямым зубом на зубострогальных станках.

Нарезание зубьев по *методу копирования* может осуществляться дисковой модульной либо пальцевой фасонной фрезой (рис. 16.11, *б*). Шевронные колеса без канавки посередине зубьев нарезаются на горизонтально-фрезерных станках фасонной пальцевой фрезой (рис. 16.11, *в*).

Зубофрезерный инструмент изготавливается из специальных сортов стали, твердых сплавов и их заменителей. Качество инструмента во многом определяется качеством его термической обработки и заточки.

Глава 17. ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 17.1. КОНСТРУКЦИИ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБЛАСТЬ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Принцип действия червячной передачи. Червячная передача с червяками цилиндрической формы аналогична передаче винт—гайка. Представим себе винт с трапецеидальной резьбой, который ограничен цилиндрическими цапфами и совершает лишь вращательное движение (рис. 17.1, *а*).

Пусть на винт предварительно насажена гайка с соответствующей резьбой, которая стеснена направляющими и получает возможность перемещаться лишь поступательно. Теперь мысленно вырежем часть гайки двумя плоскостями *A* и *B*, составляющими острый угол и проходящими через продольную ось винта, и свернем эту вырезанную полоску в кольцо, отбросив остальную часть гайки, снабдим его спицами (или диском) и ступицей, пропустив через нее вал, опертый на подшипники. В результате получим передачу, которая называется *червячной* и состоит из винта, называемого *червяком*, и зубчатого колеса, называемого *червячным колесом* (рис. 17.1, *б*). При вращении червяка вокруг продольной оси его витки смещаются вдоль образующей его цилиндрической поверхности и увлекают во вращательное движение червячное колесо.

Разумеется, в действительности червяк и червячное колесо изготавливаются путем нарезания зубьев при помощи специального инструмента из целых заготовок, причем зубья червячного колеса приобретают эвольвентный профиль. Из изложенного следует, что за один оборот вала червяка перемещение по окруж-

ности зуба колеса соответствует шагу винтовой линии червяка, что обеспечивает возможность осуществления значительных величин передаточного числа червячных передач. Обычно $u > 8$, часто достигает величин 25—200, в отдельных случаях до 1000.

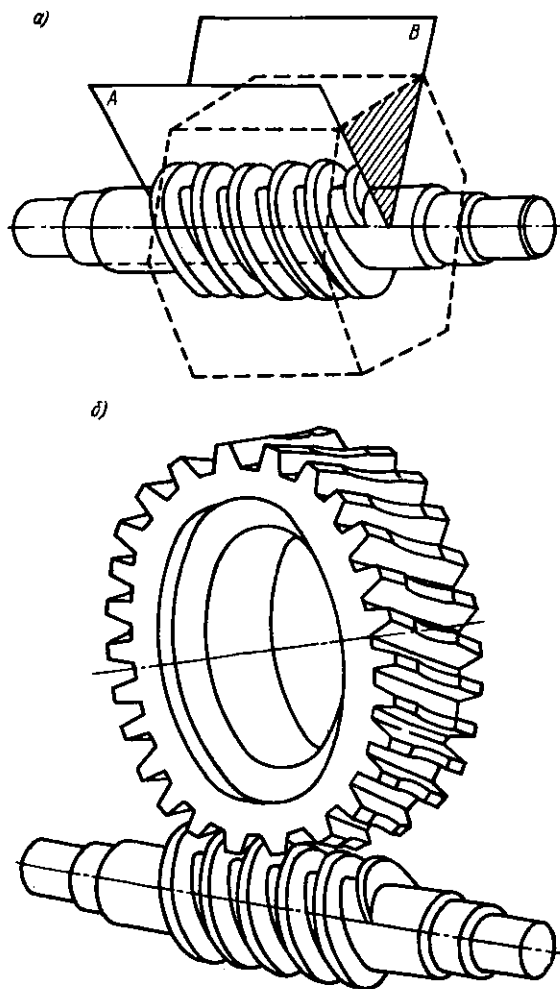


Рис. 17.1.

Другими достоинствами червячной передачи являются бесшумность и плавность зацепления, компактность, свойство самоторможения, заключающееся в том, что под действием вращающего момента, приложенного со стороны червячного колеса, червяк остается неподвижным. Демпфирующие свойства червячных передач способствуют снижению уровня вибраций машин.

К недостаткам червячных передач следует отнести значительное трение зацепляющихся элементов, соответствующий нагрев их и невысокие значения к. п. д. Стремление понизить тепловыделение и повысить долговечность передач вынуждает осуществляться подбор материалов червяков и зубьев колеса, отличающихся низкими значениями коэффициента трения.

Червячные передачи находят применение в устройствах, отличающихся ограниченной (обычно 50 кВт) мощностью при кратковременном действии, так как при этом не возникает необходимости в специальных охлаждающих устройствах, а также в устройствах, требующих реализации значительных величин передаточных чисел.

Червячные передачи применяются в механизмах деления и подачи зуборезных станков, продольно-фрезерных станков, глубокорасточных станков, грузоподъемных и тяговых лебедках, таях и шпилях, механизмах подъема грузов, стрел и поворота автомобильных и железнодорожных кранов, экскаваторах, лифтах, троллейбусах и других машинах.

Классификация червячных передач с цилиндрическим червяком. В зависимости от направления резьбы червяка различают право-заходные и левозаходные передачи, причем передачи с право-заходными червяками имеют преимущественное распространение.

В зависимости от количества параллельных витков резьбы червяка различают передачи одно- и многозаходные (как правило, не более четырех-пяти заходов).

По относительному расположению червяка и червячного колеса различают передачи с нижними червяками (обычно при окружной скорости червяка $v < 4$ м/с), с верхними червяками (обычно при окружной скорости $v > 4$ м/с) и с боковыми червяками.

По форме боковой поверхности резьбы червяков различают передачи с архимедовыми, конволютными и эвольвентными червяками.

Архимедов червяк (рис. 17.2), имеющий в поперечном сечении поверхности витка спираль Архимеда, получается при расположении резца трапецеидальной формы в процессе нарезания червяка так, что плоскость трапецеидальной режущей кромки проходит через продольную ось червяка и продольные оси червяка и резца взаимно перпендикулярны.

Если при тех же условиях продольная ось резца составляет с осью червяка угол, равный углу подъема винтовой линии, то червяк получается конволютным. Это наименование происходит от названия конволюта — удлиненной или укороченной эвольвенты окружности, получающейся в поперечном сечении геликоидальной поверхности плоскостью, перпендикулярной к продольной оси червяка.

Эвольвентный червяк образуется при взаимной перпендикулярности продольных осей червяка и резца с трапеце-

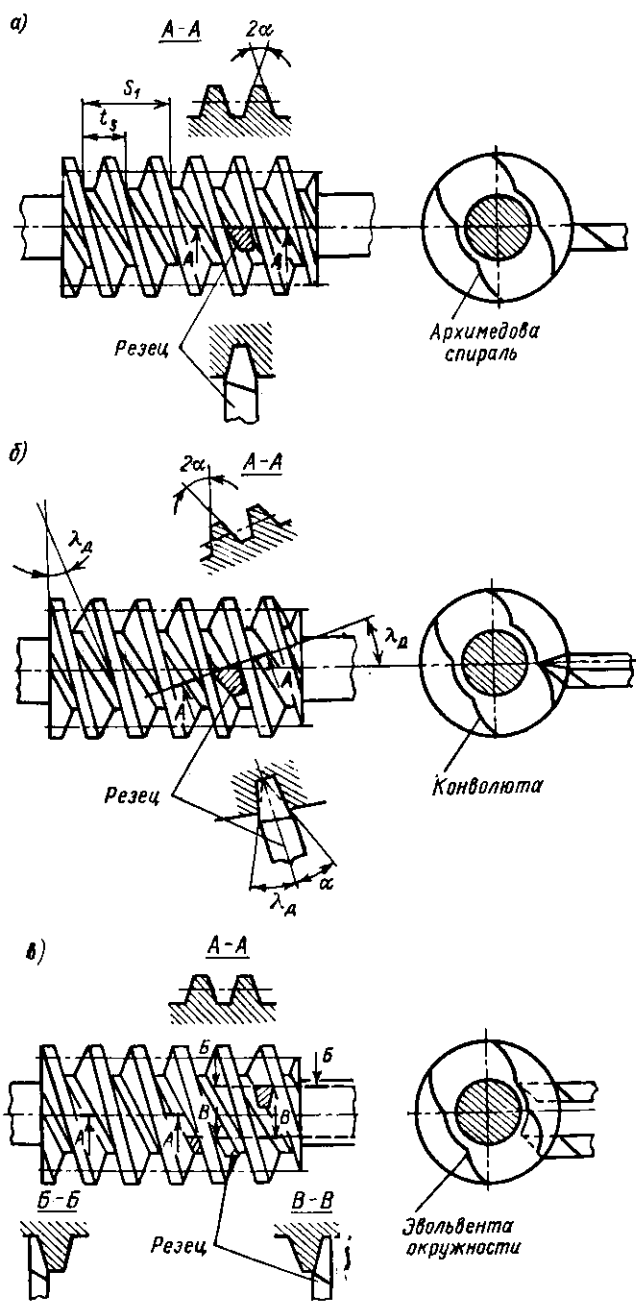


Рис. 17.2.

идальной режущей кромкой, плоскость которой параллельна продольной оси червяка и удалена от последней на расстояние e .

§ 17.2. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Уравнения боковых поверхностей цилиндрических червяков. Построение боковых поверхностей червяков проще всего осуществлять по их уравнениям. Выберем прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$ так, чтобы ось Ox совпала с продольной осью червяка; ось Oy расположена в плоскости торцевого сечения червяка, ограничивающего нарезанную его часть (рис. 17.3). Ось Oz составляет с двумя предыдущими осями пра-

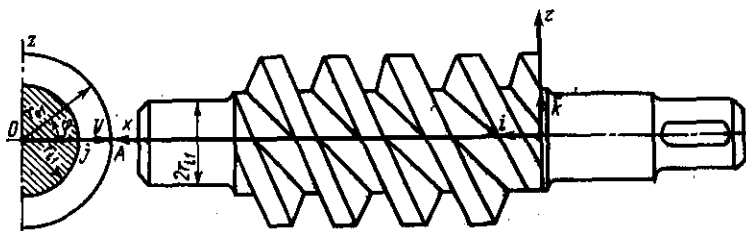


Рис. 17.3.

вую тройку. Обозначив R радиус-вектор произвольной точки геликоидальной поверхности, представим его суммой векторов:

$$R = \rho + \vartheta \tau; \quad (17.1)$$

$$\rho = \rho(\varphi), \quad (17.2)$$

где ρ — радиус-вектор с началом O произвольной точки винтовой линии, представляющей пересечение соответствующей геликоидальной поверхности с внутренней цилиндрической поверхностью резьбы червяка; ϑ — скалярный параметр; τ — единичный вектор прямой с началом на винтовой линии внутреннего цилиндра червяка, направление которого совпадает с направлением соответствующей режущей кромки резца.

Уравнение (17.1) является общим уравнением поверхности. Для его конкретизации определим входящие в него вектор-функции.

Линии пересечения внутренней цилиндрической поверхности резьбы червяка (радиуса r_{i1}) с геликоидальными боковыми поверхностями представляют собой винтовые линии постоянного шага радиуса r_{i1} , смещенные вдоль оси x одна относительно другой на величину толщины витка δ_{i1} , измеренной вдоль образующей внутренней цилиндрической поверхности. Будем называть эти линии соответственно правой и левой опорными винтовыми

линиями правой и левой боковых геликоидальных поверхностей витков резьбы червяка, ограничиваясь наиболее распространенными правозаходными червяками. При этом координаты вектора (17.2) опорных винтовых линий принимают значения:

левой

$$x_n = a\varphi; \quad y_n = r_{i1} \cos \varphi; \quad z_n = r_{i1} \sin \varphi; \quad (17.3)$$

правой

$$x_n = a\varphi + \delta; \quad y_n = r_{i1} \cos \varphi; \quad z_n = r_{i1} \sin \varphi, \quad (17.4)$$

где $a = t/2\pi$ — радианный шаг резьбы; t — шаг винтовой линии; φ — центральный угол винтовой линии.

Определим теперь координаты орта τ для различных разновидностей цилиндрических червяков в системе координат $Oxyz$: архимедов червяк:

$$\tau_x = \pm \sin \alpha; \quad \tau_y = \cos \alpha \cos \varphi; \quad \tau_z = \cos \alpha \sin \varphi, \quad (17.5)$$

где 2α — угол, составленный боковыми режущими кромками резца (см. рис. 17.2, а), соответствующий углу зацепления; положительное значение $\sin \alpha$ соответствует левой стороне витков, отрицательное — правой;

конволютный червяк (см. рис. 17.2, б):

$$\begin{aligned} \tau_x &= \sin(\alpha \pm \lambda_d); \quad \tau_y = \cos(\alpha \pm \lambda_d) \cos \varphi; \\ \tau_z &= \cos(\alpha \pm \lambda_d) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (17.6)$$

где λ_d — угол подъема винтовой линии червяка.

Верхние знаки в равенствах (17.6) верны для левых боковых поверхностей червяка, нижние — для правых;

эвольвентный червяк (см. рис. 17.2, в, 17.4):

$$\begin{aligned} \tau_x &= \pm \sin \alpha; \quad \tau_y = \cos \alpha \cos \left(\varphi \pm \arcsin \frac{e}{r_{i1}} \right); \\ \tau_z &= \cos \alpha \sin \left(\varphi \pm \arcsin \frac{e}{r_{i1}} \right), \end{aligned} \quad (17.7)$$

где e — расстояние от продольной оси червяка до плоскости режущей кромки резца.

Верхние знаки в равенствах (17.7) соответствуют левой стороне резьбы (рис. 17.4, а), нижние — правой стороне витков резьбы (рис. 17.4, б).

Подставляя значения (17.5)–(17.7) в уравнение (17.1), принимающее развернутую форму,

$$R = i(x + \vartheta\tau_x) + j(y + \vartheta\tau_y) + k(y + \vartheta\tau_z), \quad (17.8)$$

получаем уравнения геликоидальных боковых поверхностей червяков:

архимедова

$$R = iA + j(r_{i1} + \vartheta \cos \alpha) \cos \varphi + k(r_{i1} + \vartheta \cos \alpha) \sin \varphi, \quad (17.9)$$

где

$$A = \begin{cases} a\varphi + \vartheta \sin \alpha & \text{— для левой стороны витков резьбы;} \\ a\varphi + \delta - \vartheta \sin \alpha & \text{— « правой » » » ;} \end{cases}$$

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{h_1}{\cos \alpha}; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi;$$

h_1 — глубина резьбы; n — количество витков резьбы червяка; конволютного

$$R = iB + j [r_{i1} + \vartheta \cos (\alpha \pm \lambda_d)] \cos \varphi + k [r_{i1} + \vartheta \cos (\alpha \pm \lambda_d)] \sin \varphi, \quad (17.10)$$

где

$$B = \begin{cases} a\varphi + \vartheta \sin (\alpha + \lambda_d) & \text{— для левой стороны витков резьбы;} \\ a\varphi + \delta + \vartheta \sin (\alpha - \lambda_d) & \text{— « правой » » » .} \end{cases}$$

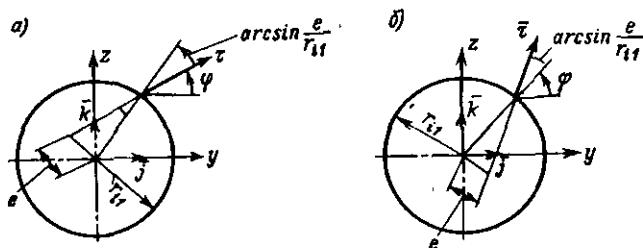


Рис. 17.4.

Верхние знаки в равенстве (17.10) соответствуют левой стороне, нижние — правой стороне витков резьбы;

$$0 \leq \vartheta \leq \begin{cases} h/\cos (\alpha + \lambda_d) & \text{— для левой стороны витков резьбы;} \\ h/\cos (\alpha - \lambda_d) & \text{— « правой » » » ;} \end{cases}$$

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi;$$

эвольвентного

$$R = iC + j \left[r_{i1} \cos \varphi + \vartheta \cos \left(\varphi \pm \arcsin \frac{e}{r_{i1}} \right) \cos \alpha \right] +$$

$$+ k \left[r_{i1} \sin \varphi + \vartheta \sin \left(\varphi \mp \arcsin \frac{e}{r_{i1}} \right) \cos \alpha \right], \quad (17.11)$$

где

$$C = \begin{cases} a\varphi + \vartheta \sin \alpha & \text{— для левой стороны витков резьбы;} \\ a\varphi + \delta - \vartheta \sin \alpha & \text{— « правой » » » .} \end{cases}$$

Верхние знаки в равенстве (17.11) соответствуют левой стороне, нижние — правой стороне витков резьбы:

$$0 \leq \vartheta \leq \frac{h_1}{\cos \alpha}; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Уравнения (17.9)—(17.11) пригодны как для однозаходных, так и для многозаходных червяков.

Основные параметры элементов червячного зацепления. Червячное зацепление отличается особенностями, свойственными винтовым передачам, с одной стороны, и зубчатым передачам, — с другой. Поэтому не случайна аналогия червячного зацепления с винтовыми парами и зубчатым зацеплением.

За основной параметр червячного зацепления принимают осевой модуль червяка m_s , равный торцевому модулю червячного колеса. Величина модуля, как читатель увидит далее, определяется нагрузкой, передаваемой передачей, вследствие чего диаметр червяка также зависит от модуля, и эта зависимость отображается параметром $q = d_d/m_s$, называемым относительным

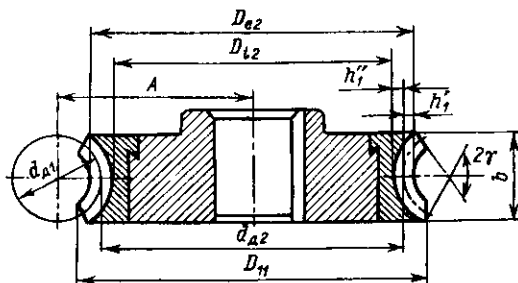


Рис. 17.5.

диаметром червяка, где d_d — диаметр делительной цилиндрической поверхности червяка. Величины m_s и q регламентированы ГОСТ 2144—66, извлечение из которого представлено ниже:

m_s , мм	3	3,5	4	5	6	7	8	10
q	10; 12; 14	10; 12; 14	9; 10; 12; 14;	9; 10; 12; 16	9; 10; 12; 14	9; 10; 12	8; 9; 10; 12	8; 9; 10; 12

В табл. 17.1 приведены соотношения основных параметров червячного зацепления (рис. 17.5).

Значения угла подъема λ_d винтовой линии червяка на его делительной цилиндрической поверхности определяются по табл. 17.2.

Одним из основных параметров червячной передачи является угол подъема витков червяка, определяемый по равенству

$$\operatorname{tg} \lambda_d = \frac{s_1}{\pi d_{d1}} = \frac{t_s z_q}{\pi q m_s} = \frac{z_1}{q}, \quad (17.12)$$

где s_1 — ход (шаг) винтового витка червяка, измеренный по образующей делительной цилиндрической поверхности его диаметра d_{d1} ; z_q — количество заходов червяка; m_s и t_s — осевой модуль и осевой шаг зубьев червяка; q — относительный диаметр червяка.

Т а б л и ц а 17.1. Основные параметры нормального червячного зацепления

Параметры	Расчетные формулы
Осевой модуль червяка и торцевой модуль колеса	$m_s = t_s \pi$
Шаг зубьев червяка и колеса, соответствующий делительной цилиндрической поверхности червяка и делительной окружности колеса	$t_s = \pi m_s$
Диаметр делительной цилиндрической поверхности червяка	$d_1 = m_s q$
Высота головки зуба	$h_{I1} = m_s$
Высота ножки зуба	$h_{II} = 1,2 m_s$
Высота зуба	$h = 2,2 m_s$
Диаметр делительной окружности колеса (в главном сечении)	$d_2 = m_s z_2$
Число зубьев колеса	$z = d_2 / m_s$
Диаметр окружности выступов в главном сечении колеса	$D_{e2} = d_2 + 2 m_s$
Диаметр окружности впадин в главном сечении колеса	$D_{i2} = d_2 - 2,4 m_s$
Диаметр цилиндрической поверхности выступов червяка	$D_{e1} = d_1 + 2 m_s$
Диаметр цилиндрической поверхности впадин червяка	$D_{i1} = d_1 - 2,4 m_s$
Межосевое расстояние	$A = 0,5 (q + z_2) m_s$
Длина нарезанной части червяка *:	$L \geq (11 + 0,06 z_2) m_s$
при $z_q = 1 \div 2$	$L \geq (12,5 + 0,09 z_2) m_s$
» $z_q = 3 \div 4$	
Ширина червячного колеса b :	
при $z_q = 1$	$b < 0,8 D_{e1}$
» $z_q = 2 \div 3$	$b < 0,75 D_{e1}$
» $z_q = 4$	$b < 0,67 D_{e1}$
Условный угол обхвата червяка колесом	$\gamma = \arcsin \frac{b}{D_{e1} - 0,5 m_s}$

* По технологическим требованиям длина фрезеруемых и шлифуемых червяков увеличивается на 25—50 мм.

Т а б л и ц а 17.2. Угол λ_d подъема винтовой линии червяка (ГОСТ 21 44—76)

z_q	Угол λ_d при q						
	16	14	12	10	9	8	7,5
1	3° 34' 35"	4° 05' 08"	4° 45' 49"	5° 42' 38"	6° 20' 25"	7° 07' 30"	7° 35' 41"
2	7 07 30	8 07 48	9 27 44	11 18 36	12 31 44	14 02 10	14 55 53
3	14 02 10	15 56 43	18 25 06	21 48 05	23 57 45	26 33 54	28 04 21

Передаточное число червячной передачи определяется как отношение угловых скоростей ω_1 и ω_2 червяка и червячного колеса или соответственных угловых перемещений этих элементов.

За один оборот или поворот на угол $\psi_1 = 2\pi$ червяка с количеством заходов $z_ч$ червячное колесо повернется на то же количество зубьев. Соответствующий угол поворота составит

$$\psi_2 = \frac{t_s z_ч}{0,5 d_2} = \frac{\pi m_s z_ч}{0,5 m_s z_k} = \frac{2\pi z_ч}{z_k}.$$

При этом передаточное число

$$u \approx \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{z_k}{z_ч} = \frac{d_{2д}}{d_{1д} \operatorname{tg} \lambda_d}, \quad (17.13)$$

где n_1 и n_2 — частота вращения червяка и червячного колеса, об/мин.

Последнее отношение следует из равенств: $z_k t_s = \pi d_{2д}$; $z_ч t_s = \pi d_{1д} \operatorname{tg} \lambda_d$.

Коэффициент полезного действия червячной передачи определяется как к. п. д. последовательной цепи звеньев:

$$\eta = \eta_{в.п} \eta_{з.з} \eta_p \eta_n^n; \quad (17.14)$$

$$\eta_{в.п} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_d}{\operatorname{tg} (\lambda_d + \rho')}, \quad (17.15)$$

где $\eta_{в.п}$ — к. п. д. винтовой кинематической пары, соответствующий подъему гайки по винту,

$$\eta_{в.п} = \frac{\operatorname{tg} (\lambda_d - \rho')}{\operatorname{tg} \lambda_d}, \quad (17.16)$$

где $\eta_{в.п}$ — к. п. д. винтовой пары, соответствующий движению гайки вниз по винту; $\eta_{з.з} = 0,97 \div 0,98$ — к. п. д. зубчатого зацепления; $\eta_p = 0,97 \div 0,98$ — коэффициент, учитывающий затраты энергии на разбрызгивание масла при движении передачи; $\eta_n = 0,99 \div 0,995$ — к. п. д. подшипников качения опор, $\eta_n = 0,97 \div 0,99$ — к. п. д. подшипников скольжения; n — количество подшипников валов червячной пары (обычно $n = 4$, по два

Т а б л и ц а 17.3. Значения приведенного угла трения ρ' червяка и червячного колеса (сталь по оловянной бронзе)

$v_{ск}$ м/с	ρ'	$v_{ск}$ м/с	ρ'	$v_{ск}$ м/с	ρ'
0,1	4° 34'—5° 09'	1,5	2° 17'—2° 52'	3	1° 36'—2° 00'
0,5	3 09—3 43	2	2 00—2 35	4	1 19—1 43
1,0	2 35—3 09	2,5	1 43—2 17	7	1 02—1 29

П р и м е ч а н и е. Нижние пределы значений ρ' соответствуют закаленным шлифованным червякам при хорошей смазке; при отсутствии олова в бронзе значения ρ' следует увеличивать на 30—50%.

подшипника на каждый вал); ρ' — приведенное значение угла трения зубьев колеса по виткам червяка с учетом угла профиля витков, определяемое в зависимости от скорости скольжения зубьев колеса по виткам червяка (табл. 17.3). Эта скорость сколь-

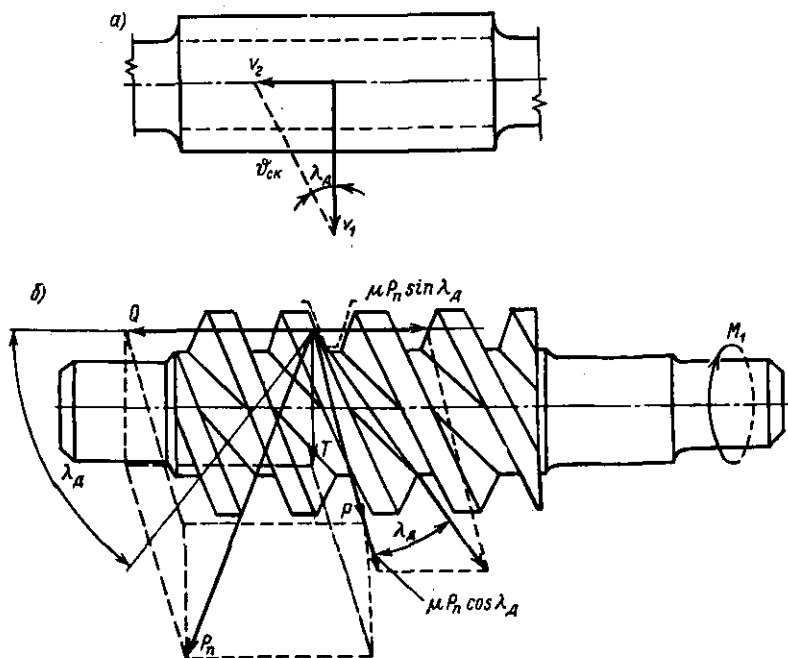


Рис. 17.6.

жения определяется как разность векторов окружных скоростей этих элементов (рис. 17.6, а)

$$v_{\text{ск}} = \frac{v_1}{\cos \lambda_d} = \frac{v_2}{\sin \lambda_d}, \quad (17.17)$$

где $v_1 = \frac{d_{1д}\omega_1}{2000}$, м/с; $v_2 = \frac{d_{2д}\omega_2}{2000}$, м/с.

§ 17.3. СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯКА И КОЛЕСА

В процессе движения и передачи энергии червяк и червячное колесо взаимодействуют с силой давления P_n , направленной по нормали к поверхностям контакта, которая вызывает соответствующую силу трения, направленную одноименно с вектором $v_{\text{ск}}$ скорости относительного скольжения зубьев. Покажем, например, силу P_n реакции колеса, приложенную к червяку, который считаем ведущим звеном. Построим на векторе P_n параллелепипед (рис. 17.6, б) и разложим эту силу на составляющие, направленные по ребрам параллелепипеда P , Q , T , считая, что

сила P_n сосредоточена на одном зубе колеса (или на одном витке червяка). Известно из теории винтовых кинематических пар, что окружные силы червяка P и колеса Q связаны равенством

$$P = Q \operatorname{tg}(\lambda_d + \rho'). \quad (17.18)$$

Распорное усилие

$$T = Q \operatorname{tg} \alpha = \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\lambda_d + \rho')}. \quad (17.19)$$

По равенствам (17.18) и (17.19) определим силу нормального давления зубьев колеса и червяка

$$P_n = P \sqrt{1 + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2(\lambda_d + \rho')}} = \frac{2M_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2(\lambda_d + \rho')}}{d_{1d} \operatorname{tg}(\lambda_d + \rho')}, \quad (17.20)$$

где M_1 — вращающий момент на валу червяка, $M_1 = 975 \frac{N}{n_1}$, кгс·м.

§ 17.4. РАСЧЕТ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Для обеспечения надежного и долговечного действия червячных передач необходимо рассчитать модуль зацепления, конструктивные параметры зацепляющихся элементов, прочные размеры валов, червяка и колеса, необходимую поверхность охлаждения.

Виды разрушения зубьев червячных колес. Червяк изготовляется из стали, червячное колесо — из менее прочных материалов; длина витков (зубьев) червяка превосходит длину зубьев червячного колеса, вследствие чего зубья колеса менее прочны. Поэтому расчету на прочность следует подвергнуть зубья червячного колеса.

Зубья червячных колес могут подвергаться усталостному выкрашиванию боковых поверхностей, истиранию и переносу частиц бронзы на поверхности витков червяка, называемому *заеданием*. При применении твердых (алюминиевых) бронз заедание завершается задиром, вызывающим усиленный износ зубьев червячного колеса уплотненными частицами бронзы, приварившимися к виткам червяка, и последующее разрушение зубьев колеса. Изношенные зубья скорее подвергаются излому.

Червячные колеса сходны с косозубыми цилиндрическими колесами, вследствие чего расчеты модуля зацепления выполняются аналогично. Для расчета червячной передачи должны быть предварительно заданы мощность N , частота вращения (об/мин) валов червяка n_1 и колеса n_2 , режим действия передачи.

Приведем последовательность расчета основных параметров передачи и рекомендации по выбору материалов, допускаемых напряжений и других величин, определяемых экспериментально.

1. Определение передаточного числа u по равенству (17.13).

2. Выбор количества зубьев червячного колеса и количества заходов резьбы червяка. При этом следует иметь в виду, что количество зубьев червячного колеса должно быть не менее 26—28 при отсутствии подрезания.

Количество зубьев (заходов) червяка может быть принято $z_ч = 2 \div 4$ при отсутствии необходимости самоторможения передачи, причем к. п. д. будет тем больше, чем больше $z_ч$ (обычно $z_ч \leq 5$). Для самотормозящихся передач принимают $z_ч = 1$. После выбора $z_ч$ и $z_к$ уточняют передаточное число.

3. Выбор материалов червяка и червячного колеса. Червяки изготовляют преимущественно из стали цементируемой марки 15X, 20X, углеродистых марок 40, 45, 50 и легированных марок 40X, 20XH. Поверхности витков резьбы шлифуют.

Зубчатые венцы изготовляют: из оловянной бронзы марок БрОФС10-1, БрОНФ при скорости скольжения $v_{ск} = 6 \div 25$ м/с и длительном действии передачи; из алюминиевой бронзы марки БрАЖ9-4, устойчивой против задиров при $v_{ск} = 2 \div 8$ м/с; из серого чугуна марок СЧ 12-28, СЧ 15-32 и др. при $v_{ск} \leq 2$ м/с.

4. Выбор допускаемых напряжений для материала червячного колеса (венца) (табл. 17.4).

Т а б л и ц а 17.4. Модуль упругости и допускаемые напряжения материала венцов червячных колес

Марка	Способ отливки	Модуль упругости E , кгс/см ²	Допускаемые напряжения	
			касательные [τ], кгс/см ²	нормальные [σ], кгс/мм ²
БрОНФ1	В песок	750 000	390	2,9
БрОНФ1	» кокиль	850 000	480	4,2
БрОНФ	Центробежный	900 000	545	4,6
БрАЖ9-4	В песок	1 160 000	750	6,4
СЧ 12-28	» »	10 000 000	290	2,1
СЧ 15-32	» »	10 000 000	320	2,4
СЧ 18-36	» »	10 000 000	360	2,7
СЧ 21-40	» »	10 000 000	400	3,0

5. Выбор величины приведенного угла ρ' трения материалов червяка и червячного колеса (табл. 17.3).

6. Ориентировочный выбор к. п. д. червячной передачи в зависимости от количества заходов $z_ч$:

$$z_ч \dots \dots \dots \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \\ \eta \dots \dots \dots \begin{matrix} 0,70-0,75 \\ 0,75-0,82 \\ 0,82-0,87 \\ 0,87-0,92 \end{matrix}$$

Для самотормозящихся передач $\eta < 0,5$.

7. Определение модуля червячного зацепления (мм) по допускаемым контактным напряжениям сдвига поверхностных слоев зубьев

$$m_s = 213 \sqrt[3]{\frac{N_1 E_2 \cos \lambda_d}{k_e \psi z_k^2 [\tau]^2 n_k \sin 2\alpha}} \quad (17.21)$$

и по допускаемому напряжению изгиба и сжатия зубьев колеса

$$m_s = 10 \sqrt[3]{\frac{455 \eta N}{k_e \psi y z_k n_k [\sigma] \cos^2 \lambda_d}}, \quad (17.22)$$

где $E = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ — приведенный модуль упругости материалов червяка и венца колеса; E_1 и E_2 — модуль упругости материалов червяка и колеса соответственно; $\psi = b/m_s = 6 \div 12$ — коэффициент кратности длины зуба осевому модулю зацепления; $\alpha = 20^\circ$ — угол зацепления; $y = 0,175$ — z_k^{-1} — коэффициент формы профиля зуба; $k_e = k_e$ — коэффициент, который учитывает перекрытие зацепления:

$e \dots$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$k_e \dots$	0	0,18	0,33	0,46	0,57	0,67	0,75	0,82	0,89	0,95	1,0

8. Определение основных размеров червячного колеса и червяка (см. стр. 330 и табл. 17.1), а также конструктивных размеров колеса по нормам и формулам, принятым для расчета конструктивных элементов зубчатых передач.

Проверка прочности вала червяка. Вал червяка испытывает сложное напряженное состояние под действием нормальной силы P_n и соответствующей ей силы трения μP_n . На рис. 17.7 представлены составляющие этих сил по трем взаимно ортогональным направлениям. Относя эти составляющие к центру среднего поперечного сечения вала червяка и пользуясь принципом независимости действия сил, составим для каждой из них соответствующие расчетные схемы вала и эпюры нагрузок.

Определим соответствующие нормальные и касательные напряжения в центральном поперечном сечении вала червяка.

Результативное значение момента изгиба

$$M_n = \sqrt{\left(\frac{Q_1 r_{1d}}{2} + \frac{Tl}{4}\right)^2 + \left(\frac{P_1 l}{4}\right)^2}. \quad (17.23)$$

Соответствующее напряжение изгиба $\sigma_n = M_n/W$. Добавляя к этому напряжению напряжение сжатия, найдем суммарное нормальное напряжение вала червяка и касательное напряжение:

$$\sigma = \frac{M_n}{W} + \frac{Q_1}{F}; \quad (17.24)$$

$$\tau = M_1/W_0, \quad (17.25)$$

где $W \approx 0,1d_1^3$ — осевой момент сопротивления круглого поперечного сечения вала червяка; $W_0 \approx 0,2d_1^3$ — полярный момент сопротивления того же поперечного сечения.

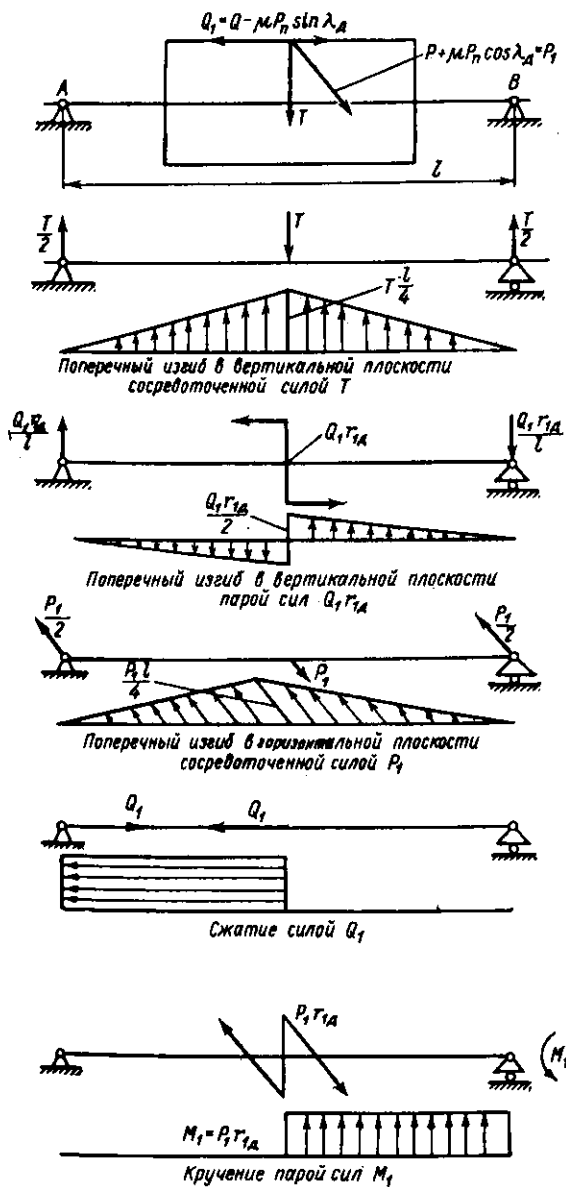


Рис. 17.7.

Пользуясь третьей теорией прочности, определим приведенное напряжение в среднем поперечном сечении вала червяка и сравним его с допускаемым:

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] = 400 \div 600 \text{ кгс/см}^2. \quad (17.26)$$

Если неравенство (17.26) не выполняется, то следует увеличить диаметр вала червяка и после новой проверки по неравенству (17.26) изменить соответственно все зависящие от диаметра вала червяка размеры червячной передачи.

§ 17.5. РАСЧЕТ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ НА НАГРЕВАНИЕ МАСЛА

Червячная передача заключается в корпус (изготавливаемый обычно из чугуна), в который заливается смазочное масло, предназначенное для уменьшения трения зубьев червяка и червячного колеса, а также для отвода теплоты, выделяемой при действии червячной передачи. Во избежание перегрева масла, который приводит к резкому понижению его вязкости, площадь F охлаждаемой поверхности корпуса червячного редуктора (без учета днища, через которое обычно отводится малое количество выделяемой теплоты) должна быть достаточной для надлежащего отвода теплоты и поддержания температуры смазочного масла на уровне, не превышающем допустимую температуру $[t_m] = 70 \div 90^\circ \text{C}$.

При установившемся режиме действия червячной передачи устанавливается и тепловой баланс ее. При этом количество теплоты, выделяемой вследствие трения элементов передачи $Q = (1 - \eta) N$ (где η — к. п. д., N — номинальная мощность червячной передачи), должно быть равно количеству теплоты $Q = k_T (t_m - t_b) F$, отводимой через поверхность F в окружающую, обычно воздушную, среду, температура которой принимается $t_b = 20^\circ \text{C}$. Коэффициент теплопередачи от корпуса редуктора в воздушную среду принимают $k_T = 8 \div 17 \text{ Вт/(м}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$. Из равенства

$$(1 - \eta) N = k_T (t_m - t_b) F \quad (17.27)$$

может быть определена и сравнима с допускаемой величиной температура масла

$$t_m = t_b + \frac{(1 - \eta) N}{k_T F} \leq [t_m] \quad (17.28)$$

или величина необходимой площади поверхности охлаждения

$$F = \frac{(1 - \eta) N}{k_T ([t_m] - t_b)}. \quad (17.29)$$

Если неравенство (17.28) не выполняется или если площадь F , определенная по равенству (17.29), превосходит действительную площадь охлаждаемой поверхности корпуса червячной передачи, то следует либо увеличить поверхность охлаждения при помощи ребер на поверхности корпуса (в расчетах принимают во внимание

Условный множитель $(-1)^k$ показывает, в каком направлении вращается последнее колесо ряда по сравнению с первым. Показатель степени k при отрицательной единице должен быть принят равным числу внешних зацеплений. Таким образом, передаточное число обыкновенного ряда зубчатых колес определяется произведением передаточных чисел зубчатых зацепле-

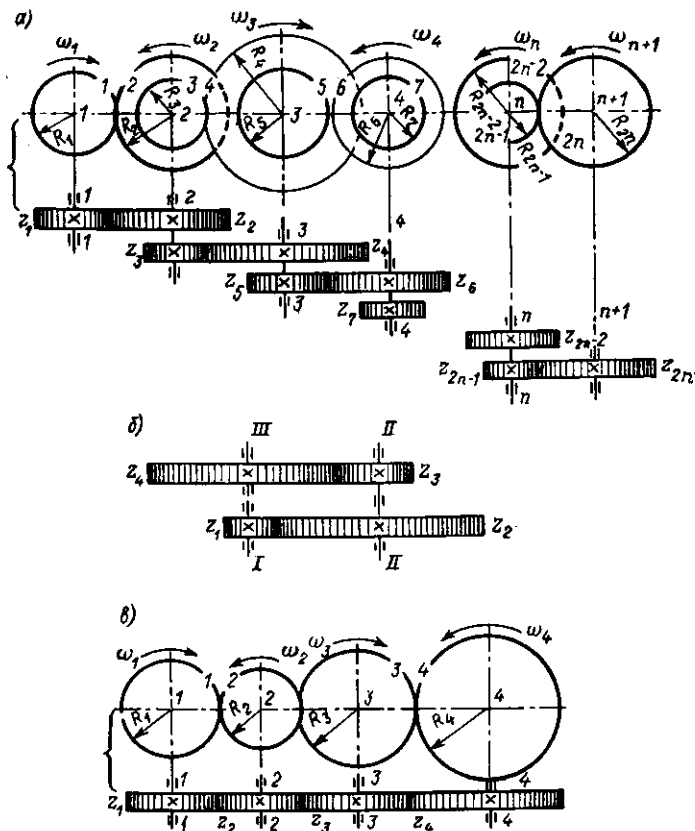


Рис. 18.1.

ний, образующих ряд. Обыкновенный ряд зубчатых колес широко применяется в машиностроении, при необходимости осуществления передачи движения между удаленными друг от друга валами, вращающимися с существенно различными по величине угловыми скоростями.

На рис. 18.1, б представлена схема простейшего двухступенчатого возвратного ряда, называемого также *соосным редуктором*. Передаточное число таких рядов определяется по равенству (18.2). Подобные передачи отличаются компактностью и находят применение в механизмах часов, а также в других устройствах.

Разновидностью обыкновенного ряда зубчатых колес является так называемый паразитный ряд, отличающийся наличием на каждом валу лишь одного зубчатого колеса (рис. 18.1, в). Передаточное число каждого зацепления определяется из равенства:

$$\left. \begin{aligned} u_{1,2} &= -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{z_2}{z_1}; \\ u_{2,3} &= -\frac{\omega_2}{\omega_3} = -\frac{R_3}{R_2} = -\frac{z_3}{z_2}; \dots \\ \dots; u_{n-1,n} &= -\frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = -\frac{R_n}{R_{n-1}} = -\frac{z_n}{z_{n-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (18.3)$$

Как и в предыдущем случае, общее передаточное число ряда определяется произведением передаточных чисел образующих его зацеплений

$$u = (-1)^k \frac{\omega_1}{\omega_{n+1}} = (-1)^k \frac{z_{n+1}}{z_1} = (-1)^k \frac{R_{n+1}}{R_1}. \quad (18.4)$$

Равенство (18.4) дает возможность сделать вывод, что передаточное число рассматриваемого ряда зависит лишь от параметров первого и последнего колес. Промежуточные колеса не оказывают влияния на величину передаточного числа ряда, что и позволило назвать их паразитными. Такие ряды зубчатых колес применяются при необходимости передать движение между удаленными друг от друга валами и при незначительной разнице скорости их вращения, а также в случае необходимости изменения направления движения.

§ 18.2. ПЛАНЕТАРНЫЕ РЯДЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Общее определение разновидностей планетарных механизмов, эпициклического и дифференциального, приведено в § 15.1. Планетарные механизмы классифицируются также по числу имеющихся в их составе зубчатых звеньев. Зубчатое колесо, имеющее неподвижную ось, называется *центральным* или *солнечным*, колеса, имеющие подвижные оси, — *сателлитами*, а звено, в котором укрепляются подвижные оси сателлитов, называется *водилом*.

Преимуществом планетарных передач по сравнению с обыкновенными является возможность осуществления передаточного числа в весьма широких пределах (от долей единицы до нескольких тысяч). Они допускают также суммирование энергии двух источников на одном валу при сохранении независимого действия этих источников. Следует, однако, иметь в виду, что с увеличением передаточного числа резко уменьшается к. п. д. планетарных передач. Определим передаточное число планетарного ряда произвольного вида (рис. 18.2). Пусть $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n+1}$ — значения угловой скорости движения 1, 2, ..., $(n+1)$ -го колеса относительно водила H , вращающегося около оси O_1 со

скоростью Ω_H . Скорости абсолютного движения каждого из колес определяются по теореме сложения скоростей движений переносного (вращение водила) и относительного

$$\Omega_1 = \Omega_H + \omega_1; \quad \Omega_2 = \Omega_H + \omega_2, \dots, \Omega_{n+1} = \Omega_H + \omega_{n+1}. \quad (18.5)$$

Передаточное число между солнечным колесом и последним $(n + 1)$ -м сателлитом в движении относительно водила может быть определено по равенству (18.4), выведенному для паразитного ряда:

$$u = (-1)^k \frac{\omega_1}{\omega_{n+1}} = (-1)^k \frac{z_{n+1}}{z_1} = (-1)^k \frac{R_{n+1}}{R_1}. \quad (18.6)$$

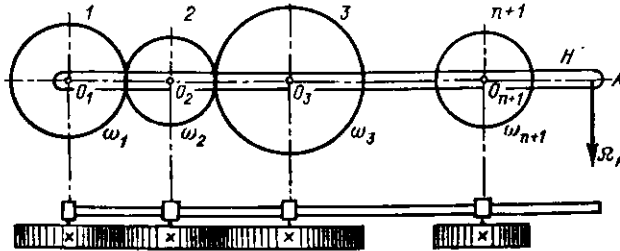


Рис. 18.2.

Определяя значения ω_1 и ω_{n+1} из соответствующих равенств (18.5) и подставляя их в (18.6), найдем универсальную формулу планетарного зубчатого зацепления

$$u_{i, n+1} = (-1)^k \frac{\omega_1}{\omega_{n+1}} = \frac{\Omega_1 - \Omega_H}{\Omega_{n+1} - \Omega_H} = (-1)^k \frac{z_{n+1}}{z_1} = (-1)^k \frac{R_{n+1}}{R_1}. \quad (18.7)$$

Точное определение к. п. д. планетарных механизмов представляет трудности, так как силы трения элементов кинематических пар зависят от центробежных сил сателлитов, условий смазки, нестабильности коэффициента трения и других причин. Поэтому при ориентировочных расчетах к. п. д. планетарной передачи приближенно определяют как к. п. д. так называемого обращенного механизма, получаемого из планетарного при закреплении водила. Методы определения к. п. д. приведены в § 6.7.

§ 18.3. РЕДУКТОРЫ

Редукторами (или мультипликаторами) называются механизмы, состоящие из совокупности одной или нескольких пар зубчатых или червячных передач, заключенных в отдельный кожух, и предназначенные для уменьшения (или увеличения) скорости движения ведомого вала по сравнению с ведущим.

В практике машиностроения встречаются разнообразные схемы редукторов. Некоторые из этих схем (а—е) приведены на рис. 18.3.

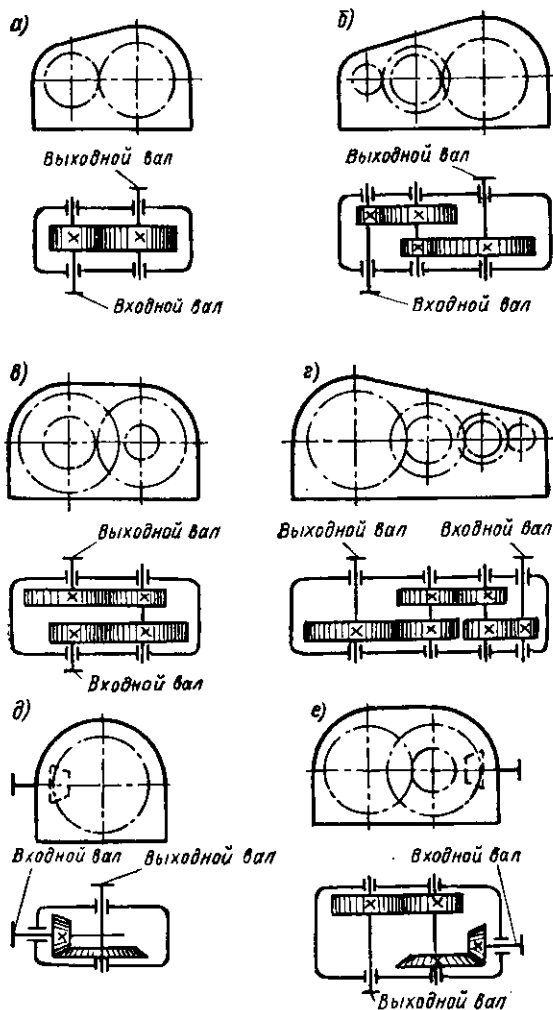


Рис. 18.3.

Выбор редукторов обуславливается величиной передаточного числа, а также взаимным расположением входного и выходного валов. Так, например, редукторы цилиндрические двухступенчатые (рис. 18.3, б, в) применяются чаще всего с косозубой быстроходной ступенью ($v > 3$ м/с) и с прямозубой тихоходной ступенью при $u \leq 50$ с параллельным расположением валов.

При $u \leq 25$ применяют редукторы коническо-цилиндрические (рис. 18.3, *д*, *е*) с пересекающимися входным и выходным валами.

Двухступенчатый редуктор с цилиндрическими зубчатыми колесами (первая пара зубчатых колес с косыми зубьями, вторая — с прямыми). Схема устройства такого редуктора представлена на рис. 18.4, *а*, *б*. Направления сил, приложенных в полюсе зацепления p_1 (рис. 18.4, *б*), относятся к валу III—IV, а направления сил, приложенных в полюсе p_2 , — к валу V—VI. Момент сил вращения ведущего вала (кгс·м) при мощности N , кВт, и частоте его вращения n_1 : $M_{кр1} = 975 N/n_1$. Окружная сила, приложенная к колесу, $P_1 = M_{кр1}/R_1$, где R_1 — радиус начальной окружности колеса. Осевая сила $S_1 = P_1 \operatorname{tg} \beta$. Геометрическая сумма этих сил

$$T_1 = \sqrt{P_1^2 + S_1^2} = P_1/\cos \beta.$$

Распорная (радиальная) сила $Q_1 + T_1 \operatorname{tg} \alpha = P_1 \operatorname{tg} \alpha/\cos \beta$. Сила нормального давления зубьев друг на друга

$$N_1 = \sqrt{P_1^2 + S_1^2 + Q_1^2} = P_1/(\cos \alpha \cos \beta).$$

Суммарное значение опорной реакции

$$R_1 = \sqrt{P_1^2 + (Q_1 + U_1)^2},$$

где $P_1 = P_1 b_1/l_1$; $Q_1 = Q_1 b_1/l_1$; $U_1 = S_1 R_1/l_1$.

Кроме того, на подшипник I действует осевая сила S_1 как упорная. Аналогично определяются соответствующие нагрузки, действующие на вторую опору ведущего вала:

$$R_{II} = \sqrt{P_{II}^2 + (Q_{II} - U_{II})^2},$$

где $P_{II} = P_1 a_1/l_1$; $Q_{II} = Q_1 a_1/l_1$; $U_{II} = S_1 R_1/l_1$.

Момент сил вращения промежуточного вала при мощности ηN и частоте его вращения n_2 : $M_{кр2} = 975 \eta N/n_2$ кгс·м.

Окружная сила $P_2 = M_{кр2}/R_2$. Распорная сила $Q = P_2 \operatorname{tg} \alpha$.

Нормальная сила $N_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = P_2/\cos \alpha$.

Суммарные значения опорных реакций:

$$R_{III}^2 = \sqrt{P_{III}^2 + (Q_{III} + U_{III})^2},$$

где $P_{III} = \frac{P_1 b_2 + P_2 b_3}{l_2}$; $Q_{III} = \frac{Q_1 b_2 - Q_2 b_3}{l_2}$; $U_{III} = \frac{S_1 R_2}{l_2}$;

$$R_{IV} = \sqrt{P_{IV}^2 + (Q_{IV} - U_{IV})^2},$$

где $P_{IV} = \frac{P_1 a_2 + P_2 a_3}{l_2} = P_1 + P_2 - P_{III}$; $Q_{IV} = \frac{Q_1 a_2 - Q_2 a_3}{l_2} = Q_1 - Q_2 - Q_{III}$; $U_{IV} = \frac{S_1 R_2}{l_2} = U_{III}$.

Кроме того, на подшипник IV действует осевая сила S_1 как упорная.

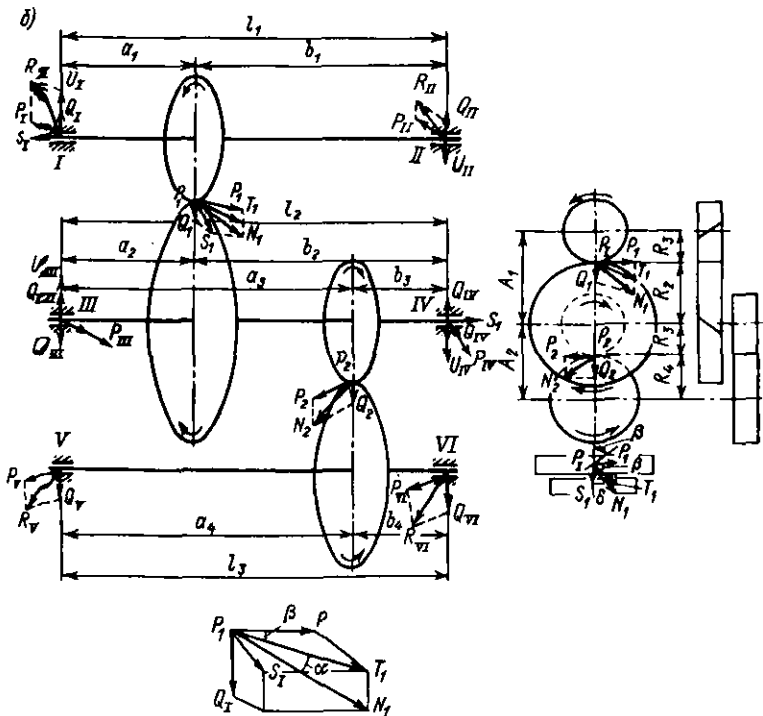
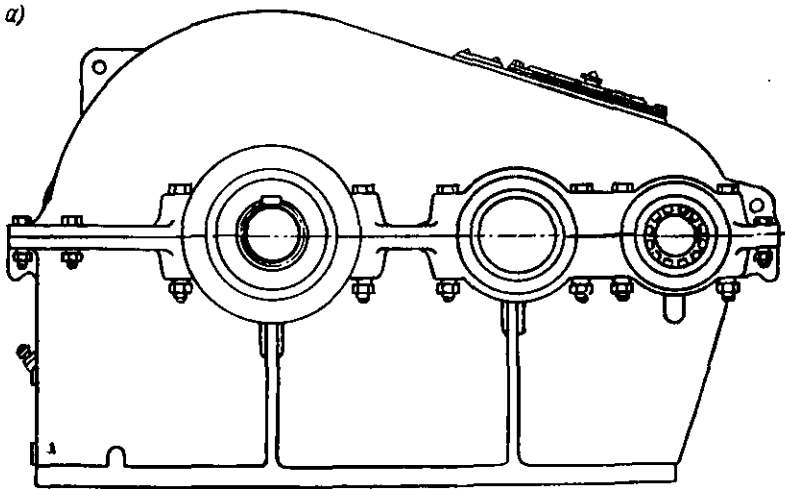


Рис. 18.4.

Реакции опор ведомого вала:

$$R_V = \sqrt{P_V^2 + Q_V^2} = \frac{P_2}{\cos \alpha} \frac{b_4}{l_3},$$

где $P_V = P_2 b_4 / l_3$; $Q_V = Q_2 b_4 / l_3$;

$$R_{V1} = \sqrt{P_{V1}^2 + Q_{V1}^2} = \frac{P_2}{\cos \alpha} \frac{d_4}{l_3},$$

где $P_{V1} = P_2 \frac{a_4}{l_3} = P_2 - P_V$; $Q_{V1} = Q_2 \frac{a_4}{l_3} = Q_2 - Q_V$.

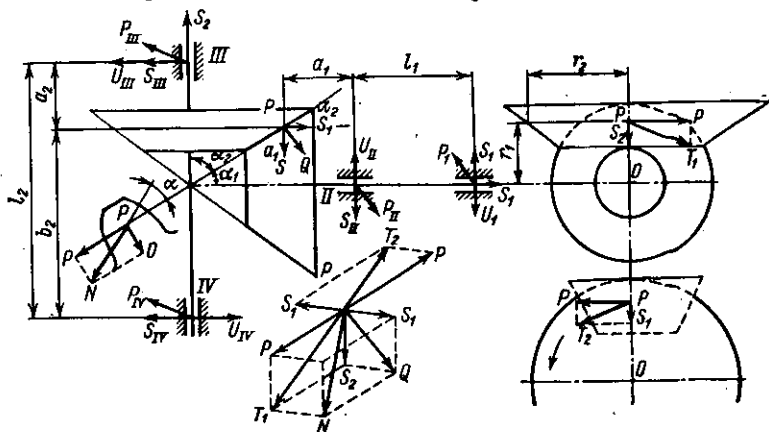


Рис. 18.5.

Вращение ведущего колеса ведущего вала совершается против вращения стрелки часов, если смотреть вдоль ведущего вала со стороны привода, а ведомого колеса промежуточного вала — по направлению вращения стрелки часов.

Направление зубьев ведущего колеса левое, а ведомого — правое.

Конический одноступенчатый редуктор с прямыми зубьями колесами (рис. 18.5). Момент вращения на ведущем валу $M_{кр} = 975 N/n$, где N — мощность, n — частота вращения вала. Сила N , действующая по линии зацепления в плоскости, нормальной к образующей начального конуса и проходящей через середину длины зуба, раскладывается на две составляющих (рис. 18.5): P — окружное усилие, вращающее колесо, и Q — нормальное (распорное) усилие, перпендикулярное к образующей начального конуса и раскладывающееся, в свою очередь, в плоскости, проходящей через пересекающиеся геометрические оси колес, на две составляющих: S_1 и S_2 — осевые силы, стремящиеся сдвинуть колеса вдоль их осей.

Из рис. 18.5 имеем:

$$P = M_{кр}/R_1; \quad Q = P \operatorname{tg} \alpha; \quad N = \sqrt{P^2 + Q^2} = P/\cos \alpha;$$

$$S_1 = Q \sin \alpha_1 = P \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha_1; \quad S_2 = Q \cos \alpha_1 = P \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha_1.$$

Суммарная поперечная сила, действующая на ведущий вал,

$$T_1 = \sqrt{P^2 + S_2^2} = P \sqrt{1 + (\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha_1)^2}.$$

Суммарная поперечная сила, действующая на ведомый вал,

$$T_2 = \sqrt{P^2 + S_1^2} = P \sqrt{1 + (\operatorname{tg} \alpha \sin \alpha_1)^2}.$$

Суммарные нагрузки на подшипники I, II, III, IV

$$R_I = \sqrt{P_I^2 + (S_I - U_I)^2},$$

где $P_I = Pa_1/l_1$; $S_I = S_2 a_1/l_1$; $U_I = S_1 R_1/l_1$.

Кроме того, на подшипник I действует осевая сила S_1 как упорная.

Аналогично определяются нагрузки, действующие на вторую опору ведущего вала:

$$R_{II} = \sqrt{P_{II}^2 + (S_{II} - U_{II})^2},$$

где $P_{II} = P(a_1 + l_1)/l_1 = P + P_I$; $S_{II} = S_2(a_1 + l_1)/l_1 = S_2 - S_I$; $U_{II} = S_1 R_1/l_1 = U_I$;

$$R_{III} = \sqrt{P_{III}^2 + (S_{III} + U_{III})^2},$$

где $P_{III} = Pb_2/l_2$; $S_{III} = S_1 b_2/l_2$; $U_{III} = S_2 R_2/l_2$.

Кроме того, на подшипник III действует осевая сила S_2 как упорная. Аналогично определяются нагрузки, действующие на четвертую опору:

$$R_{IV} = \sqrt{P_{IV}^2 + (S_{IV} - U_{IV})^2},$$

где $P_{IV} = Pa_2/l_2 = P - P_{III}$; $S_{IV} = S_1 a_2/l_2 = S_1 - S_{III}$; $U_{IV} = S_2 R_2/l_2 = U_{III}$.

Глава 19. ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 19.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КОНСТРУКЦИИ ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧ

Цепная передача обычно используется для передачи вращательного движения между двумя параллельными валами.

Передача состоит из цепи, цепных колес—звездочек и валов, на которые звездочки насажены. Цепи огибают ведущую и ведомую звездочки. Зацепление звездочек с цепью обеспечивает передачу движения.

Цепи, применяемые в цепных механизмах, делят на три группы: приводные, грузовые и тяговые. Грузовые и тяговые цепи являются гибкими звеньями машин специального назначения—подъемных кранов, транспортеров и других устройств. Ниже рассматриваются лишь приводные пластинчатые цепи, обычно

используемые для передачи движения в машинах: втулочные (рис. 19.1, а); втулочно-роликовые с прямыми (рис. 19.1, б) или изогнутыми пластинами; зубчатые с боковыми или средними направляющими пластинами (рис. 19.1, в).

По количеству рядов цепи бывают однорядные и многорядные, передающие большие нагрузки.

Втулочные цепи (ГОСТ 13568—75) могут двигаться со скоростью до 18 м/с, имеют относительно малую массу и применяются в приводах малой мощности.

Втулочно-роликовые цепи (ГОСТ 13568—75) несколько тяжелее и дороже втулочных, однако наличие роликов уменьшает

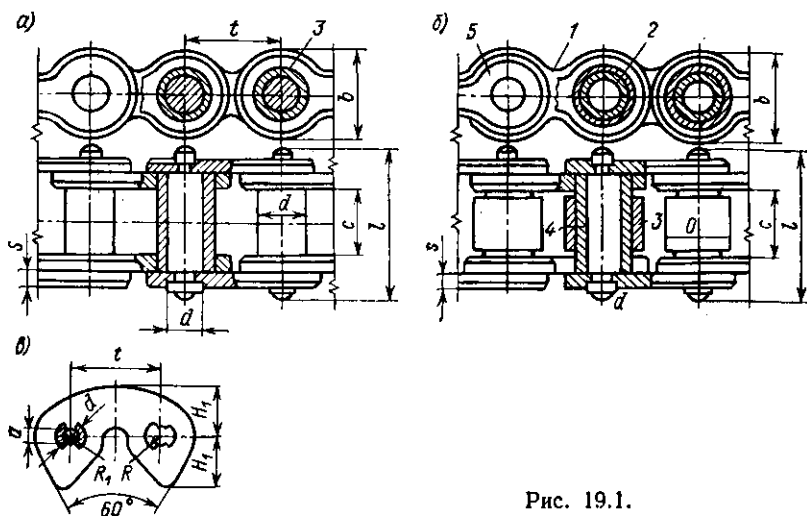


Рис. 19.1.

износ зубьев звездочек. Втулочно-роликовые цепи широко применяются в приводах, работающих со скоростью до 15 м/с. Внутренние пластины 1 втулочно-роликовых цепей (рис. 19.1, б) напрессовываются на втулки 4, свободно вращающиеся на осях 2, наружные же пластины 5 напрессовываются на цапфы осей, которые обычно расклепываются. Ролики 3, свободно насаживаемые на втулки, при действии цепной передачи входят во впадины звездочек, передавая им или воспринимая от них нагрузку. Недостатком втулочно-роликовых цепей является шум в процессе движения, обусловливаемый вытяжкой цепи вследствие износа трущихся деталей — осей, втулок и роликов.

Зубчатые цепи ($v \leq 25$ м/с) собираются из штампованных пластин (рис. 19.1, в) с двумя зубьями, боковые грани которых являются плоскими. В современных конструкциях зубчатых цепей пластины либо запрессовываются на общую втулку, либо снабжаются вкладышами, равномерно распределяющими давление пластин на оси.

Движение зубчатых цепей, зубья которых плотно входят во впадины звездочек, отличаются плавностью, отсутствием толчков и вибраций, равномерным распределением нагрузки между зубьями. Быстроходность, компактность и относительно высокие значения к. п. д. (до 0,98) дают основания для предпочтительного выбора этих цепей в ряде конструкций приводов машин. Вместе с тем конструкция зубчатых цепей сложна, а стоимость их относительно высока. Стандарта на эти цепи пока нет.

При изготовлении пластин приводных цепей применяют сталь марок 45, 50, 40X и 40XН, вкладышей — сталь 10, 15, 20, 15X и 20X, осей — сталь 10, 15, 20, 45, 15X, 20X или 12XНЗ.

Долговечность цепных передач зависит от свойств материалов звездочек, качества их изготовления и монтажа. Звездочки малых диаметров могут изготавливаться заодно с валом. Для экономии материалов зубчатые венцы цепных колес целесообразно делать отдельно от центра. Крупные звездочки изготавливают с диском или со спицами; они могут быть и составными.

Материалом для изготовления звездочек служит серый чугун марки СЧ 15-32 и более высоких марок, модифицированный чугун, сталь марок 10, 15, 20 (звездочки подвергаются цементации, закалке и отпуску), стали 35 и 40 (с нормализацией), легированные стали марок 15X, 20X, 40X и 30XН, а также текстолит и легкие сплавы. Текстолит применяется для снижения шума в передачах мощностью до 4—5 кВт.

Профилирование зубьев звездочек для втулочно-роликовых цепей регламентировано ГОСТ 591—69. Зубья звездочек зубчатых цепей профилируются по ГОСТ 13574—68.

Во избежание перекосов звездочки закрепляют на валах при помощи призматических шпонок. Предотвращение осевого смещения их достигается применением стопорных винтов. Конструирование ободьев, дисков, спиц, ступиц цепных колес осуществляется так же, как и конструирование этих элементов зубчатых колес.

Натяжение цепей осуществляется либо путем изъятия одного-двух звеньев, либо путем продольного смещения подвижных опор валов, либо при помощи натяжных звездочек, отжимаемых весом груза или силой пружины. При удалении одного звена из цепи с прямыми пластинами необходимо иметь переходное звено.

Смазка цепей достигается окунанием нижней ветви цепи в масло, находящееся в картере, или при помощи капельных масленок. При движении цепей с малой скоростью применяют консистентную смазку.

Цепные передачи применяются в машинах мощностью до 1500 кВт, а в отдельных случаях и до 4000 кВт. Передаточное число их достигает $u = 15$ (оптимальным считается $u \leq 8$); расстояние между осями вращения ведущей и ведомой звездочек 5—6 м (при больших расстояниях появляются вибрации

холостой ветви цепи, вытяжка ее и интенсивный износ); к. п. д. 0,96—0,98.

Основными достоинствами цепных передач являются относительно высокие значения мощности, высокий к. п. д., большое межосевое расстояние, возможность распределения передаваемой силы между пятью и шестью зубьями малых звездочек, меньшая по сравнению с ременными передачами нагрузка на валы и их опоры, возможность передачи вращения одной цепью несколькими валам.

§ 19.2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Основными параметрами цепной передачи являются шаг t цепи, число зубьев ведущей z_1 и ведомой z_2 ¹ звездочек, радиусы вписанной r и описанной R окружностей звездочек, расстояние A между осями вращения звездочек.

Шагом цепи называется расстояние между двумя геометрическими осями смежных шарниров цепи. При рассмотрении геометрии цепной передачи цепь условно заменяется ее средней линией, шарниры цепи — точками, а звездочки — многоугольниками.

Величины центральных углов звездочек, соответствующих одному шагу, определяются из равенств $\varphi_1 = 2\pi/z_1$; $\varphi_2 = 2\pi/z_2$.

Радиусы вписанных окружностей:

$$r_1 = R \cos \frac{\varphi_1}{2} = R_1 \cos \frac{\pi}{z_1}; \quad r_2 = R_2 \cos \frac{\varphi_2}{2} = R_2 \cos \frac{\pi}{z_2}.$$

Длина цепи цепной передачи определенных размеров, выполненной по схеме рис. 19.2, а, может быть приближенно вычислена по равенству, принятому для определения теоретической длины ремня открытой ременной передачи:

$$L = 2A + \pi(R_1 + R_2) + \frac{(R_2 - R_1)^2}{A}.$$

Учитывая, что $R \approx zt/2\pi$, после замены величин найдем

$$L = 2A + 0,5(z_1 + z_2)t + \frac{(z_2 - z_1)^2 t^2}{4\pi^2 A}.$$

Погрешность при применении этого равенства тем меньше, чем меньше шаг цепи и больше числовые значения радиусов звездочек и расстояние между осями их вращения.

Среднее значение угла между ветвями цепи $\delta = 2 \frac{R + R_2}{A} 60^\circ$.

В процессе движения цепи угол δ изменяется, отклоняясь от значения, определяемого приведенным выше равенством, вследствие провисания и вибрации цепи.

¹ Всюду при изложении настоящей главы индекс 1 будем приписывать параметрам ведущей звездочки, индекс 2 — параметрам ведомой звездочки.

При решении задач кинематики цепной передачи с целью упрощения будем предполагать, что ведущая звездочка вращается с постоянной угловой скоростью ω_1 и что в начале зацепления со звездочкой звено цепи совершает лишь поступательное движение.

При постоянной угловой скорости вращения ведущей звездочки линейная скорость сбегания с нее или набегания на нее

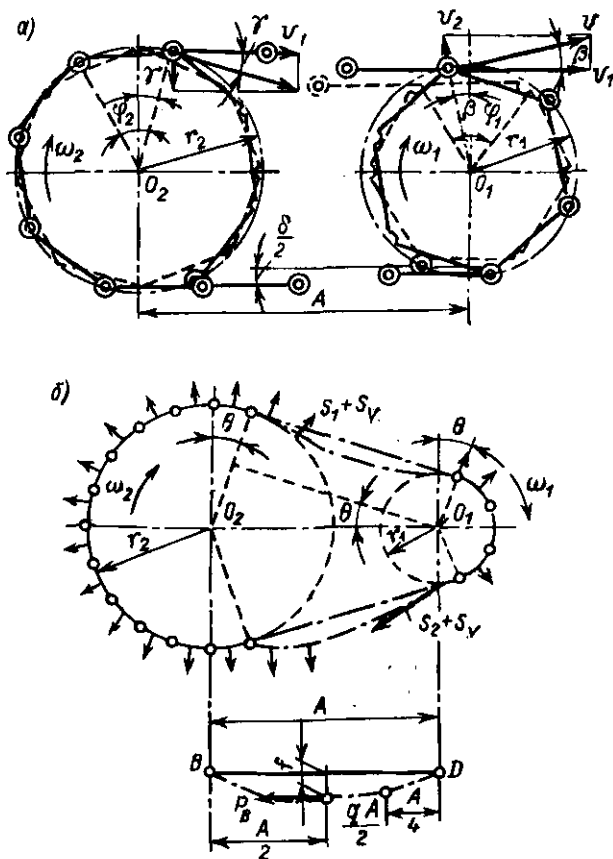


Рис. 19.2.

цепи оказывается переменной. Ее величина достигает наибольшего значения в мгновение совпадения продольной оси шарнира цепи с перпендикулярной к направлению ветви цепи плоскостью, проходящей через ось вращения звездочки O_1 , и наименьшего — при совпадении с этой перпендикулярной плоскостью плоскости среднего сечения грани звездочки.

Разложим вектор v на два вектора, один из которых направлен вдоль ветви цепи, а другой — перпендикулярно к ней. Величина

первого вектора — скорость набегания цепи на звездочку $v_1 = v \cos \beta = \omega_1 r_1 \cos \beta$, причем наибольшее значение этой величины при $\beta = 0$ $v_{1 \max} = \omega_1 r_1$. Второй вектор имеет значение $v_2 = v \sin \beta = \omega_1 r_1 \sin \beta$. Значение угла β изменяется от 0 до $\varphi_1/2$, при этом соответственно изменяется и значение v_2 . Нетрудно видеть, что в процессе движения цепь совершает продольные колебания вследствие изменения величины v_1 и поперечные колебания по причине изменения составляющей вектора скорости v_2 . Скорость вращения ведомой звездочки

$$\omega_2 = \frac{v_1}{r_2 \cos \gamma} = \frac{\omega_1 r_1 \cos \beta}{r_2 \cos \gamma}.$$

Мгновенное значение передаточного числа цепной передачи определяется из равенства

$$u_0 = \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{r_2 \cos \gamma}{r_1 \cos \beta}$$

и зависит от соотношения величин углов γ и β , которое является сложной функцией от шага t цепи, количества зубьев звездочек z_1 и z_2 и расстояния между осями их вращения. При приближенных расчетах учитывают среднее значение передаточного числа $u = z_2/z_1$. Отклонение этого значения от действительного тем меньше, чем меньше величина шага и больше размеры звездочек.

Цепная передача подвергается действию следующих сил (рис. 19.2, б): P_B — натяжения вследствие провисания ветви цепи; окружной силы P и центробежной $P_{цб}$.

Для определения силы P_B составим уравнение равновесия моментов сил, приложенных к части CD цепи относительно точки D :

$$P_B f = \frac{qA}{2} \frac{A}{4},$$

откуда

$$P_B = qA^2/(8f),$$

где f — стрела провисания ветви цепи; q — вес цепи; A — межцентровое расстояние передачи.

Центробежная сила натяжения ветвей цепи определяется так же, как и сила натяжения ремня: $P_{цб} = qv^2/g$, где g — гравитационное ускорение.

Окружная сила P зависит от мощности передачи и скорости v движения цепи и вычисляется по равенству $P = 102 N/v$. Суммарное значение наибольшей силы натяжения цепи горизонтальной передачи $P_c = P + P_s + P_{цб}$.

При движении цепной передачи затрачивается энергия на преодоление сил трения элементов шарнирных сочленений, сопротивления жесткости цепи и на барботаж масла. Напомним, что к. п. д. цепных передач составляет в среднем $\eta = 0,86 \div 0,98$ и зависит от качества изготовления деталей передачи и ее сборки.

§ 19.3. РАСЧЕТ ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧ

Основными причинами выхода цепных передач из строя являются износ трущихся элементов цепей, зубьев звездочек, вытяжка цепи, разрушение пластин и осей шарниров, выкрашивание поверхностных слоев материала втулок и роликов. Появление перечисленных признаков разрушения обуславливается относительным движением сопряженных элементов цепи при огибании ею звездочек и вибрациях, ударами звеньев о звездочку при входе их в зацепление, все возрастающим несоответствием между шагом цепи и шагом зубьев звездочек по мере износа и вытяжки цепи, дефектами изготовления и сборки передач.

Взаимозависимость явлений, сопровождающих движение цепной передачи, а также параметров, определяющих это движение и взаимодействие элементов передачи, требует дальнейшего тщательного теоретического и экспериментального исследования. Поэтому применяемые методы расчета цепных передач являются приближенными и в определенной мере основываются на результатах экспериментальных исследований и практической их эксплуатации. Цепи обычно выбирают в соответствии с ГОСТом и подвергают поверочному расчету на долговечность и прочность на разрыв. Ниже изложена методика расчета цепных передач и приведены необходимые числовые данные. Для расчета передачи должны быть даны требуемая мощность N (кВт), средняя частота вращения ведущего вала n_1 (об/мин), средняя частота вращения ведомого вала n_2 (или передаточное число u).

1. Определение передаточного числа (при частоте вращения ведомого вала): $u = n_1/n_2$ (или $n_2 = un_1$).

2. Выбор числа зубьев малой (обычно ведущей) звездочки. Для уменьшения габаритных размеров передачи число зубьев малой звездочки желательно уменьшать, для уменьшения интенсивности соударений звеньев и звездочек — увеличивать. Однако это увеличение ограничивается по соображениям вытяжки цепи из-за износа. Значение наименьшего числа зубьев малой звездочки для втулочно-роликовых цепей $z_{\min} = 7$, для зубчатых цепей $z_{\min} = 13$.

Оптимальные значения z_{\min} следует выбирать в зависимости от величины передаточного числа u по табл. 19.1.

Т а б л и ц а 19.1. Оптимальные значения z_{\min}

Тип цепи	z_{\min} при передаточных числах				
	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6
Втулочно-роликовая	31—27	24—25	25—23	23—21	21—17
Зубчатая	40—35	35—31	31—27	27—23	23—19

Для достижения равномерности износа числа зубьев звездочек и звеньев цепи должны быть разной четности.

3. Определение числа зубьев большой (обычно ведомой) звездочки $z_c = uz_1$. С увеличением количества зубьев большой звездочки z_2 нарушается правильность зацепления звездочки и изношенной цепи. Поэтому следует принимать $z_2 \leq z_{\max} = 90$ для втулочной цепи, 120 — для втулочно-роликовой и 140 — для зубчатой.

4. Вычисление предельного значения шага цепи: $t_{\max} = 3600 (n_1^2 z_1)^{-1/3}$ — для втулочной цепи; $t_{\max} = 4760 (n_1^2 z_1)^{-1/3}$ мм — для втулочно-роликовой цепи; $t_{\max} = 5800 (n_1^2 z_1)^{-1/3}$ мм — для зубчатой цепи.

5. Выбор подходящих значений шага t цепи, диаметра d шарнирного сочленения, веса цепи q (кгс/м) по таблицам ГОСТ 588—74 и ГОСТ 589—74.

6. Определение расстояния между осями вращения ведущей и ведомой звездочек. Оптимальным считается межосевое расстояние $A = (30 \div 60) t$, наибольшее значение $A_{\max} = 80 t$. Наименьшее допустимое расстояние определяется из условия обеспечения угла охвата малой звездочки не менее 120° .

При этом, очевидно, угол $\delta/2$ (рис. 19.2, а) должен быть не более 30° . В таком случае наименьшее значение межосевого расстояния $A = (R_2 - R_1) / \sin 30^\circ = (D_2 - D_1)$. Это равенство можно преобразовать, полагая, что $D_1 \approx z_1 t / \pi$ и $D_2 \approx z_2 t / \pi$. В таком случае $A_{\min} = (z_2 - z_1) t / \pi$.

7. Определение длины цепи $L = 2A + 0,5 (z_1 + z_2) t + \frac{(z_2 - z_1)^2}{4\pi^2 A} t^3$ и количества звеньев, ее образующих: $m = L/t$.

8. Уточнение межосевого расстояния $A = \frac{a + \sqrt{a^2 - 8b}}{4} t$, где $a = m - 0,5 (z_1 + z_2)$; $b = \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2$.

9. Определение коэффициента эксплуатации $k_s = k_1 k_2 k_3 \times k_4 k_5 k_6$. Необходимые значения сомножителей k_1, k_2, \dots приведены в табл. 19.2.

10. Выбор допускаемого удельного давления p элементов шарнирных сочленений цепей (табл. 19.3).

11. Определение скорости движения цепи $v = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000}$ м/с, где t — шаг цепи в мм.

12. Определение длины валика втулочно-роликовых цепей $l \geq \frac{102Nk_s}{[p]vd}$ или ширины зубчатых цепей $b \geq \frac{136Nk_s}{[p]vd}$, где N — мощность передачи, кВт; v — скорость движения цепи, м/с; d — диаметр оси шарнира, мм, определяемый при выполнении указания п. 5.

13. Выбор подходящих значений длины оси шарниров втулочно-роликовых цепей или ширины зубчатой цепи по таблицам

Т а б л и ц а 19.2. Значения коэффициентов

Условия действия передачи	Коэффициенты
Нагрузка: спокойная	$k_1 = 1,0$
толчкообразная или переменная	$k_1 = 1,5$
Регулировка расстояния между осями звездочек: передвигающиеся опоры	$k_2 = 0,9$
оттяжные звездочки (не более 3) или нажимной ролик	$k_2 = 1,1$
нерегулируемое (постоянное) расстояние	$k_2 = 1,5$
Отношение числа звеньев цепи к сумме чисел зубьев звездочек: при $\frac{m}{z_1 + z_2} < 1,0$ и $A < 25t$	$k_3 = 1,5$
» $\frac{m}{z_1 + z_2} \geq 1,5$ и $A = (30 + 50)t$	$k_3 = 1,0$
» $\frac{m}{z_1 + z_2} \geq 2,0$ и $A = (60 + 80)t$	$k_3 = 0,8$
Положение передачи: наклон линии центров звездочек до 60° к горизонту	$k_4 = 1,0$
наклон линии центров звездочек более 60° к горизонту	$k_4 = 1,3$
Смазка: непрерывная (масляная ванна или от насоса)	$k_5 = 0,8$
капельная или внутришарнирная (регулярная)	$k_5 = 1,0$
периодическая	$k_5 = 1,5$
Продолжительность действия: односменная	$k_6 = 1,0$
двухсменная	$k_6 = 1,2$
трехсменная	$k_6 = 1,5$

Т а б л и ц а 19.3. Допускаемые значения удельного давления для зубчатых и втулочно-роликковых цепей

Частота вращения n , об/мин	Шаг зубчатых цепей			Шаг втулочно-роликковых цепей			
	12,7—15,87	19,05—25,4	31,75	12—15	20—25	30—35	40—50
	Допустимые удельные давления p (кгс/см) при $k_3 = 1$						
50	2,0	2,0	2,0	3,5	3,5	3,5	3,5
200	1,80	1,70	1,64	3,15	3,00	2,87	2,62
400	1,64	1,50	1,40	2,87	2,62	2,42	2,10
600	1,50	1,32	1,20	2,62	2,34	2,10	1,75
800	1,40	1,20	1,05	2,42	2,10	1,85	1,50
1000	1,32	1,10	0,95	2,24	1,90	1,66	—
1200	1,20	1,00	0,72	2,10	1,75	1,50	—
1600	1,05	0,86	—	1,85	1,50	—	—
2000	0,95	0,72	—	1,66	—	—	—
2400	0,86	—	—	1,50	—	—	—
2800	0,78	—	—	1,37	—	—	—
3200	0,72	—	—	—	—	—	—

ГОСТА. Одновременно выбирается и разрушающая нагрузка Q , кг.

14. Определение суммарной наибольшей силы натяжения ветви цепи $P_c = P + P_B + P_{цб}$, где $P = 102N/v$ — окружная сила; $P_B = qa^2/(8f) = k_{пр}qa$ — сила натяжения вследствие провисания ведомой ветви цепи; $P_{цб} = qv^2/g$. Величина $k_{пр} = A/(8f) = 2,5$ при горизонтальной передаче, 2,0 — при передаче с углом наклона до 40° , 1,5 — то же, до 60° , 1 — при вертикальной передаче.

15. Определение общего коэффициента запаса прочности выбранной цепи $n_{ср} = Q/P_c$, значение которого должно быть равно или более 5 — для втулочных, 6 — для втулочно-роликовых и 20 — для зубчатых цепей. При нарушении этого условия следует выбрать иной типоразмер цепи.

16. Расчет валов, опор валов звездочек, шпоночных соединений и других элементов конструкции выполняется общепринятыми методами, причем сила, действующая на валы звездочек, принимается равной $S = 1,15P_c$.

Глава 20. РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 20.1. КЛАССИФИКАЦИЯ, СХЕМЫ КОНСТРУКЦИЙ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Ременные передачи представляют собой устройства, предназначенные для передачи и преобразования вращательного движения между различным образом ориентированными в пространстве (преимущественно параллельными) валами, действие которых основано на эффекте сцепления гибких органов — ремней — со шкивами, рабочие поверхности которых являются поверхностями вращения. Принципиальная схема простейшей передачи представлена на рис. 20.1, а. Любой из шкивов 1 или 2, огибаемых ремнем 3, может быть ведущим или ведомым. В зависимости от формы поперечного сечения ремня различают передачи плоскоременные (рис. 20.1, б), клиноременные (рис. 20.1, в) и круглоременные (рис. 20.1, г).

Поверхности контакта шкивов плоскоременных передач с ремнем придается сферическая форма, способствующая центрированию ремня на шкиве. Для надежной передачи требуемой энергии ремни должны быть предварительно растянuty при посадке на шкивы, что вызывает дополнительное нажатие шкивов на опоры. Стремление уменьшить это нажатие привело к созданию клиноременных и круглоременных передач и увеличению линейной скорости движения ремней с целью увеличения их мощности.

Плоскоременные открытые передачи (рис. 20.1, а) отличаются повышенной долговечностью и находят применение при скорости

ремня $v \leq 100$ м/с, расстояниях между ведущим и ведомым валами до 15 м.

Плоские ремни допускают применение перекрестных передач (рис. 20.2, а), обеспечивающих противоположное вращение ведущего и ведомого шкивов.

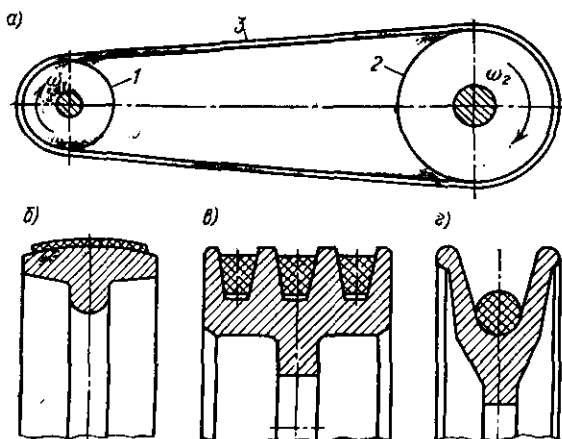


Рис. 20.1.

Применение натяжных роликов (рис. 20.2, б) дает возможность увеличения угла обхвата малого шкива ремнями и соответствующего увеличения мощности передачи. С развитием клиноременных передач плоскоременные передачи с натяжными роликами стали применяться реже. Клиноременные передачи применяются при линейной скорости ремней не менее 5 м/с и не более 30 м/с, так как при больших значениях скорости появляется нежелательная вибрация ветвей.

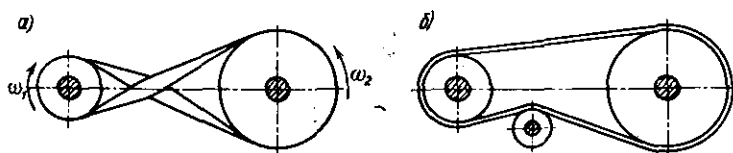


Рис. 20.2.

Достоинства ременных передач: отличаются простотой и незначительной стоимостью, плавностью и малым шумом при движении, демпфирующими свойствами, влекущими снижение динамических нагрузок.

Недостатки ременных передач: переменность передаточного числа вследствие проскальзывания, сокращение долговечности с возрастанием скорости движения ремней, электризация и вследствие этого невозможность применения во взрывоопасных средах, значительные нагрузки на опорах валов.

§ 20.2. РЕМНИ

Плоские прорезиненные ремни изготовляют из нескольких слоев прочной ткани — бельтинга, соединенных и покрытых снаружи вулканизированной резиной, обеспечивающей монолитность конструкции ремня и защиту от влияния влаги и агрессивных сред, не разрушающих резину. Эти ремни выпускаются трех видов (табл. 20.1): типа А — нарезанные с резиновыми прослойками между тканевыми прокладками, применяются для шкивов малых диаметров и при незначительной скорости движения ремней (до 30 м/с); типа Б — послойно завернутые с прослойками или без прослоек между прокладками, предназначены для тяжелых условий работы и скорости движения ремня до 20 м/с; типа В — спирально завернутые из одного куска ткани без резиновых прослоек, применяются при $v < 15$ м/с.

Т а б л и ц а 20.1. Прорезиненные ремни

Тип ремня					
А		Б		В	
Ширина ремня b , мм	Число прокладок z	Ширина ремня b , мм	Число прокладок z	Ширина ремня b , мм	Число прокладок z
20; 25; 30; 40; 45; 50; 60; (65); 70; 75	3—5	20; 25; 30; 40; 45	2	20; 25; 30; 40	3
80; 85; 90; 100	3—6	—	—	50; 60; (65); 70; 75	3—5
				80; 85; 90; 100	3—6
(115; 120); 125; 150; (175); 200; (225); 250	4—6	150; 200; 250	4—6	125; 150; 200; 250	4—6

Примечания: 1. Число прокладок указано для ремней, изготовленных из бельтинга (ткани) марки Б-820. Толщина одной прокладки с резиновой прослойкой — 1,5 мм, без резиновой прослойки — 1,25 мм. 2. Размеры, указанные в скобках, по возможности не применять.

В настоящее время менее распространены плоские цельнотканые ремни (ГОСТ 6982—75), шерстяные и кожаные ремни (ГОСТ 18697—73).

Плоские прорезиненные ремни при изготовлении свиваются в рулоны. После отрезания заготовки нужной длины концы ее скрепляются гребешком или проволоочной спиралью.

Клиновые приводные ремни (ГОСТ 1284—68) быстрее изнашиваются, чем плоские. Клиноремненные передачи изготовляют

как с одним ремнем, так и с несколькими параллельно работающими ремнями (обычно до 5—6).

Основные типоразмеры клиновых ремней общего назначения приведены в табл. 20.2.

Т а б л и ц а 20.2. Клиновые ремни (по ГОСТ 1284—68)

Тип ремня	Размеры сечения, мм (рис. 20.3, б)			F_0 , мм ²	Расчетная длина L ремня, мм
	b_0	b_p	h		
О	10	8,5	6	47	400—2 500
А	13	11	8	81	560—4 000
Б	17	14	10,5	138	800—6 300
В	22	19	13,5	230	1 800—10 600
Г	32	27	19	476	3 150—15 000
Д	38	32	23,5	692	4 500—18 000
Е	50	42	30	1170	6 300—18 000

Примечания: 1. Размер b_p относится к нейтральному слою. 2. Площадь поперечного сечения ремня F_0 в ГОСТ 1284—68 не указана. Она определена по размерам b_0 и h при $\varphi_0 = 40^\circ$. 3. Стандартный ряд предпочтительных расчетных длин L (мм): 400, 450, 500, 560, 630, 710, 800, 900, 1000, 1120, 1250, 1400, 1600, 1800, 2000, 2240, 2500, 2800, 3150, 3550, 4000, 4500, 5000, 5600, 6300, 7100, 8000, 9000, 10 000, 11 200, 12 500, 14 000, 16 000, 18 000.

ГОСТ 5813—76 предусмотрены также специальные клиновые ремни для привода вентиляторов двигателей внутреннего сгорания.

Клиновые ремни имеют трапецеидальное поперечное сечение и изготавливаются замкнутыми (бесконечными). При монтаже пере-

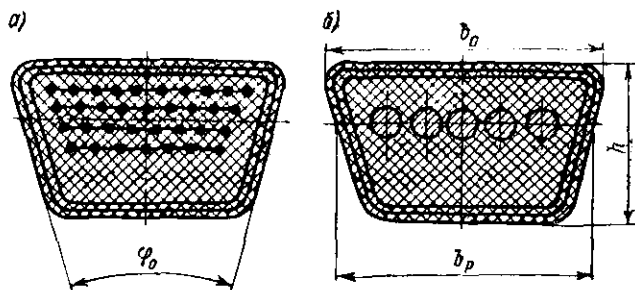


Рис. 20.3.

дачи они обычно помещаются в ручьи шкивов, после чего осуществляется натяжение их путем перемещения опор ведомого шкива. Различают кордтканевые (рис. 20.3, а) и кордшнуровые ремни (рис. 20.3, б). В первых слои кордовой ткани, а во вторых кордовые шнуры расположены ближе к внешней поверхности ремня (более широкой), чтобы обеспечивать достаточное сопротивление действию растягивающих напряжений при огибании шкивов, сопровождающемся деформацией изгиба ремней. Внутренняя,

более узкая часть в этом случае подвергается напряжениям сжатия, вследствие чего в ней не размещают кордткань или кордшнуры. Угол профиля клиновых ремней $\varphi_0 = 40^\circ$. Такой же угол имеют в поперечном сечении ручки (канавки) шкивов для клиноременных передач.

В технике находят также применение многоклиновые ремни, а также зубчатые ремни, размеры которых представлены в табл. 20.3.

Т а б л и ц а 20.3. Основные размеры зубчатых ремней

Модуль m	$t_p = \tau m$	h	S	H (не менее)	b	D_0
2	6,8	1,2	2	3	8; 10; 12,5; 16	32
3	9,42	1,8	3	4	12,5; 16; 20; 25	48
4	12,56	2,4	4	5	20; 25; 32; 40	64
5	15,70	3,0	5	6	25; 32; 40; 50	90
7	21,98	4,2	7	8	50; 63; 80;	126
(10)	(31,40)	(6,0)	(10)	(11)	50; 63; 80	—

§ 20.3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

Геометрокинематические соотношения. Расстояние A между осями вращения ведомого и ведущего шкивов открытой плоскоременной передачи рекомендуется выбирать в пределах

$$15m \geq A \geq 2(D_1 + D_2), \quad (20.1)$$

клиноременной передачи

$$2(D_1 + D_2) \geq A \geq 0,55(D_1 + D_2) + h, \quad (20.2)$$

где D_1 и D_2 — диаметры шкивов; h — высота поперечного сечения клинового ремня.

Расчетная длина L плоского ремня определяется путем суммирования длин прямолинейных и криволинейных участков контура ремня. Так, например, для открытой передачи

$$L = 2A + \frac{\pi}{2}(D_1 + D_2) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}. \quad (20.3)$$

Этой величине дают припуск $\Delta L = 100 \div 400$ мм для сшивки концов ремней. Если длина ремня фиксирована, как это имеет место в клиноременных передачах, то межосевое расстояние A определяется по равенству

$$A = 1/8 \{ 2L - \pi(D_1 + D_2) + \sqrt{[2L - \pi(D_1 + D_2)]^2 - 8(D_1 - D_2)^2} \}. \quad (20.4)$$

Угол обхвата ремнем малого шкива $\alpha = 180 - 2\gamma^\circ$, где $\gamma = \arcsin [(D_2 - D_1)/(2A)]$.

Угол обхвата меньшего шкива плоскоременной передачи не рекомендуется делать меньше, чем 150° , для клиноременных передач — не меньше 120° .

Передаточное число ременной передачи

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D^2}{D_1(1-\varepsilon)} = \frac{M_2}{M_1\eta}, \quad (20.5)$$

где n_1 и n_2 — частота вращения ведущего и ведомого шкивов, об/мин; ω_1 и ω_2 — угловые скорости ведущего и ведомого шкивов, рад/с; $\varepsilon = 0,01 \div 0,02$ — относительное скольжение шкивов и ремня; M_1 и M_2 — моменты сил, приложенные к ведущему

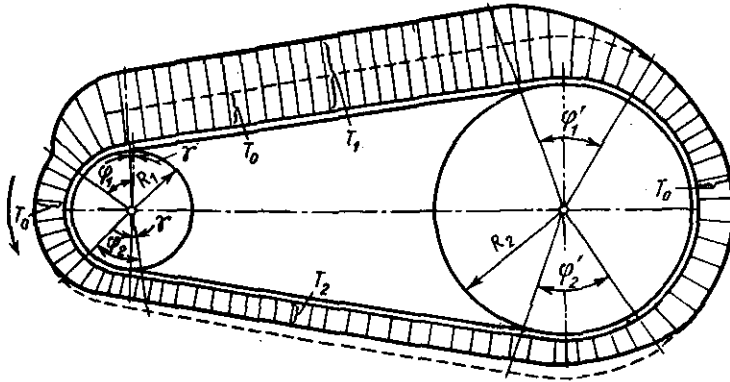


Рис. 20.4.

и ведомому валом; η — к. п. д., принимаемый в пределах 0,96—0,97 для плоскоремennых, 0,94—0,95 — для клиноремennых передач.

Для плоскоремennых передач назначают $u \leq 5$, для клиноремennых $u \leq 7$.

Сила натяжения ремней. Для обеспечения сцепления со шкивом ремень должен иметь начальное натяжение T_0 (или пропорциональное ему напряжение σ_0), одинаковое во всех точках контура при неподвижной передаче (штриховой контур на рис. 20.4). При движении передачи под нагрузкой происходит перераспределение сил натяжения ветвей. Так, например, если малый шкив здесь является ведущим и его вращение происходит в направлении, противоположном вращению стрелки часов, то сила натяжения ведущей ветви увеличивается до значения T_1 , возрастая в пределах некоторой части ϕ_1' угла обхвата, и уменьшаясь на ведомом шкиве до значения T_0 , в пределах части ϕ_1' угла обхвата ведомого шкива. Такое изменение сил обусловлено возникновением сил трения скольжения ремня по шкивам вследствие деформации его растяжения.

Уменьшение силы натяжения ведомой ветви и зоны трения скольжения ϕ_2 и ϕ_2' указано на рис. 20.4, где сплошной линией показана эпюра сил натяжения ветвей ремня или соответствующих напряжений растяжения при движении ременной передачи под нагрузкой.

Предположим, что материал ремней подчиняется закону Гука и коэффициент μ_0 трения ремня о шкив постоянен. Тогда зависимость сил натяжения определяется по известной формуле Эйлера равенствами:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_0 \exp(\mu_0 \varphi_1); & T_1 &= T_0 \exp(\mu \varphi'_1); \\ T_0 &= T_2 \exp(\mu \varphi_2); & T_0 &= T_2 \exp(\mu \varphi'_2), \end{aligned} \quad (20.6)$$

из которых следует: $\varphi_1 = \varphi'_1$; $\varphi_2 = \varphi'_2$.

Момент движущих сил, приложенный к ведущему шкиву,

$$M_{11} = (T_1 - T_2) R_1 \quad (20.7)$$

или с учетом (20.6)

$$M_{11} = T_0 [\exp(\mu \varphi_1) - \exp(-\mu \varphi_2)] R_1. \quad (20.8)$$

Для определения неизвестных углов φ_1 и φ_2 учтем деформацию ремня.

Сила начального натяжения T_0 вызывает деформацию по закону Гука

$$\Delta l_0 = \frac{2T_0 l_1}{EF} + \frac{T_0 (\pi - 2\gamma) R_1}{EF} + \frac{T_0 (\pi + 2\gamma) R_2}{EF}, \quad (20.9)$$

где l_1 — длина прямолинейного участка контура ремня.

При перераспределении сил натяжений ремня под нагрузкой соответствующая деформация

$$\begin{aligned} \Delta l = \frac{1}{EF} & \left[T_1 l_1 + T_2 l_2 + \int_0^{\varphi_1 R_1} T dS + \int_0^{\varphi_2 R_2} T dS + \right. \\ & \left. + \int_0^{\varphi_2 R_1} T dS + \int_0^{\varphi_1 R_2} T dS + T_0 R_2 (\pi + 2\gamma_0 - \varphi_1 - \varphi_2) \right], \end{aligned} \quad (20.10)$$

где E — модуль нормальной упругости материала ремня; F — площадь его поперечного сечения.

Силы натяжения ремня в произвольных точках, определяемых текущими координатами φ внутри областей φ_1 и φ_2 , соответственно равны:

$$T = T_1 \exp(-\mu \varphi); T = T_0 \exp(-\mu \varphi). \quad (20.11)$$

Подставляя (20.11) в (20.10) и интегрируя, найдем:

$$\begin{aligned} T_0 [2l_1 + \pi (R_1 + R_2) + (R_2 - R_1) 2\gamma] = & (T_1 - T_2) l_1 + T_1 (R_1 + R_2) \times \\ \times [1 - \exp(-\mu \varphi_1)] / \mu + T_0 (R_1 + R_2) [1 - \exp(-\mu \varphi_2)] / \mu + & T_0 (R_1 + R_2) \times \\ & (\varphi_1 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (20.12)$$

Подставляя теперь значения (20.6) в (20.12), получаем

$$l_1 \frac{M_1 \{ \exp [\mu (\varphi_1 + \varphi_2)] + 1 \}}{R_1 T_0 \{ \exp [\mu (\varphi_1 + \varphi_2)] - 1 \}} + \frac{(R_1 + R_2) M}{\mu T_0 R_1} - (R_1 + R_2) (\varphi_1 + \varphi_2) = 2l_1. \quad (20.13)$$

Из этого равенства может быть определена сумма $\varphi_1 + \varphi_2$. Представляя теперь (20.8) в виде

$$M_1 / (R_1 T_0) = \exp(-\mu \varphi_2) \{ \exp [\mu (\varphi_1 + \varphi_2)] - 1 \} \quad (20.14)$$

и подставляя в него значение $\varphi_1 + \varphi_2$, полученное из (20.13), найдем:

$$\varphi_2 = \frac{1}{\mu} \ln \frac{R_1 T_0 \{ \exp [\mu (\varphi_1 + \varphi_2)] - 1 \}}{M_1}; \quad (20.15)$$

$$\varphi_1 = (\varphi_1 + \varphi_2) - \varphi_2. \quad (20.16)$$

По значениям φ_1 и φ_2 из (20.6) определяются силы натяжения ведущей и ведомой ветвей ремня.

Наибольшее значение вращающего момента M_1 при отсутствии проскальзывания ведущего шкива соответствует сумме

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \pi - 2\gamma_0.$$

Подставляя это значение в (20.13) и решая относительно M_1 , найдем

$$M_1^* = T_0 R_1 \frac{2l_1 + (R_1 + R_2) (\pi - 2\gamma)}{\frac{R_1 + R_2}{\mu} + l_1 \frac{\exp [\mu (\pi - 2\gamma)] + 1}{\exp [\mu (\pi - 2\gamma)] - 1}}. \quad (20.17)$$

Это значение дает возможность определить φ_2^* , φ_1^* , T_1^* и T_2^* из равенств (20.15), (20.16), (20.6).

Равенство (20.17) дает возможность видеть, что тяговая способность ремной передачи зависит от силы T_0 начального натяжения ремня, межосевого расстояния, радиусов шкивов и коэффициента μ сцепления ремня со шкивами. Из этого равенства определяется предельное значение коэффициента тяги передачи

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{P}{T_1 + T_2} = \frac{M_1^*}{2T_0 R_1} = \\ &= \frac{[2l_1 + (\pi - 2\gamma) (R_1 + R_2)] \mu \{ \exp [\mu (\pi - 2\gamma)] - 1 \}}{2 \{ (R_1 + R_2) [\exp [\mu (\pi - 2\gamma)] - 1] + \mu l_1 [\exp [\mu (\pi - 2\gamma)] + 1] \}}. \end{aligned} \quad (20.18)$$

На рис. 20.5 представлена полученная экспериментально зависимость коэффициента тяги плоскоремной передачи от относительного скольжения ремня по шкиву (где A — зона упругого скольжения; B и C — зоны частичного и полного буксования).

Предельно допустимое значение силы T натяжения ведущей ветви ограничивается пределом пропорциональности σ_p материала ремня:

$$T_1 \leq \sigma_p F, \quad (20.19)$$

где F — площадь поперечного сечения ремня.

Напряжение материала ремней. В процессе движения ремней под нагрузкой в поперечном их сечении в различных зонах контура возникают напряжения изгиба и растяжения. Напряжение предварительного натяжения $\sigma_0 = T_0/F$, где T_0 — сила предварительного натяжения.

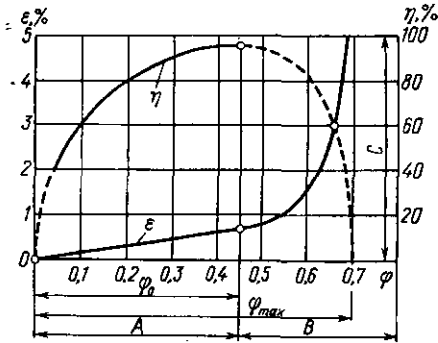


Рис. 20.5.

Наибольшее напряжение растяжения ремней на прямолинейных участках контура $\sigma_1 = T_1/F$. Напряжение растяжения, возникающее вследствие действия центробежных сил на криволинейных участках контура шкива,

$$\sigma_c = qv^2/(gF), \quad (20.20)$$

где q — вес единицы длины ремня; v — скорость движения ремня; g — ускорение свободного падения.

Напряжение изгиба зависит от кривизны изогнутой линии ремня. Наибольшее значение кривизна ремня принимает при огибании меньшего шкива, а поэтому напряжение изгиба ремня на этой части

$$\sigma_{ii} = E\varepsilon = E \frac{\delta}{D_1 + \delta} \approx E \frac{\delta}{D_1}. \quad (20.21)$$

Суммарные нормальные напряжения в точке набегания ремня на малый шкив

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_c + \sigma_{ii}. \quad (20.22)$$

§ 20.4. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

Ремни в эксплуатации подвергаются истиранию и износу вследствие упругого скольжения в пределах углов $\varphi_1, \varphi'_1, \varphi_2, \varphi'_2$ (см. рис. 20.4) и буксованию по шкивам; нагреванию вследствие преобразования работы сил внешнего и внутреннего трения в теплоту и усталостному разрушению, обусловленному циклическим изгибанием ремня при набегании и сбегании со шкивов.

Расчет ремней следует производить с учетом упомянутого воздействия. Для расчета ременных передач должны быть заданы мощность N , развиваемая на ведущем валу, угловые скорости ω_1 и ω_2 ведущего и ведомого валов передачи, условия работы.

Расчет ременных передач производится в следующей последовательности.

1. Выбор типа ремней. Тип плоских ремней выбирается в зависимости от условий работы (см. § 20.2); тип клиновых ремней выбирается в соответствии с рекомендациями, предусмотренными ГОСТ 1284—68 (табл. 20.4), после ориентировочного выбора скорости движения ремня.

Т а б л и ц а 20.4. Рекомендации по выбору клиновых ремней (приложение к ГОСТ 1284—68)

Передаваемая мощность N , кВт	Тип ремня при скорости v , м/с			Передаваемая мощность N , кВт	Тип ремня при скорости v , м/с		
	≤ 5	5—10	> 10		≤ 5	5—10	> 10
1	О, А	О, А	О	15—30	—	В	В, Г
1—2	О, А, Б	О, А	О, А	30—60	—	Г, Д	В, Г
2—4	А, Б	О, А, Б	О, А	60—120	—	Д	Г, Д
4—7,5	Б, В	А, Б	А, Б	120—200	—	Д, Е	Г, Д
7,5—15	В	Б, В	Б, В	> 200	—	—	Д, Е

2. Определение диаметра (мм) меньшего шкива. Для плоско-ременных передач

$$D_1 = (520 \div 610) \sqrt[3]{N/\omega}$$

Полученная величина D_1 уточняется по ГОСТ 17383—72. Диаметр малого шкива клиноременных передач выбирается по табл. 20.5.

Т а б л и ц а 20.5. Значения допускаемого приведенного полезного напряжения клиновых ремней при $\alpha_1 = 180^\circ$, $v = 10$ м/с и спокойной нагрузке

Диаметр малого шкива D_1 , мм	Тип ремня	[k_0], Н/мм ²		Диаметр малого шкива D_1 , мм	Тип ремня	[k_0], Н/мм ²	
		при $\sigma_0 = 1,16$ Н/мм ²	при $\sigma_0 = 1,47$ Н/мм ²			при $\sigma_0 = 1,16$ Н/мм ²	при $\sigma_0 = 1,47$ Н/мм ²
71	О	1,42	1,59	320 360 400 ≥ 450	Г	1,48 1,69 1,87 1,88	1,64 1,89 2,12 2,20
80		1,54	1,71				
≥ 90		1,62	1,82				
100	А	1,48	1,64	500 560 630	Д	1,48 1,69 1,88	1,64 1,89 2,20
112		1,58	1,76				
≥ 125		1,67	1,87				
140	Б	1,48	1,64	800 900 1000	Е	1,48 1,70 1,88	1,64 1,91 2,20
160		1,64	1,84				
≥ 180		1,71	2,01				
200	В	1,48	1,64	800 900 1000	Е	1,48 1,70 1,88	1,64 1,91 2,20
224		1,68	1,85				
250		1,80	2,03				
≥ 280		1,87	2,20				

3. Определение скорости v движения ремня и коррекция ее величины в соответствии с действующими рекомендациями. При необходимости—изменить D_1 .

4. Выбор коэффициента скольжения $\epsilon = 0,01 \div 0,02$, определение диаметра большего шкива по формуле (20.5) и уточнение диаметра большего шкива по существующим нормам (см. п.2).

5. Уточнение передаточного числа по формуле (20.5) с учетом уточненных размеров шкивов.

6. Выбор межосевого расстояния A с учетом задания или по рекомендуемым нормам [см. неравенства (20.1) и (20.2)].

7. Определение расчетной длины ремня L по равенству (20.3) и уточнение длины бесконечных ремней по стандартам (ГОСТ 1284—68).

8. Проверка передачи на долговечность по количеству пробегов в секунду $u = v/L \leq [u]$; $[u] = 5,1 \text{ с}^{-1}$ для плоскопеременных передач; $[u] = 10 \text{ с}^{-1}$ для клиноременных передач.

Приведенные ограничения обеспечивают длительность нормальной эксплуатации ремней в течение 2000—5000 ч. Следует иметь в виду, что количество пробегов ремня связано с количеством циклов изгибания ремня при набегании и сбегаании с криволинейных участков, а следовательно, с наступлением усталости материала ремней.

При необходимости увеличивают длину ремня и межосевое расстояние A .

9. Уточнение межосевого расстояния по формуле (20.4) при принятии новой стандартной длины бесконечного ремня.

10. Проверка угла обхвата меньшего шкива по равенству

$$\varphi = 180 - 57 \frac{D_2 - D_1}{A} \geq [\varphi],$$

причем принимают $[\varphi] \geq 150^\circ$ для плоскопеременных и $[\varphi] \geq 120^\circ$ для клиноременных передач.

11. Определение длины прямолинейного участка контура ремня

$$l_1 = A \cos \gamma = A \sqrt{1 - \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A^2}}.$$

12. Определение момента сил вращения ведущего шкива

$$M_1 = N/n.$$

13. Определение окружной силы ременной передачи

$$P = M_1/R_1.$$

14. Определение силы натяжения ведущей и ведомой ветвей, положив $T_2 = P$. При этом, поскольку $P = T_1 - T_2$, то $T_1 = 2P$.

15. Определение силы начального натяжения ремня

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

16. Определение из равенства (20.13) суммы углов $\varphi_1 + \varphi_2$ и сравнение ее с величиной φ , определенной в п.10. Сумма $\varphi_1 + \varphi_2$ не должна превышать значение φ . В противном случае необходимо изменить размеры передачи или тип ремня.

17. Выбор отношения δ/D_1 по табл. 20.6 и определение толщины ремня δ с последующим округлением по ГОСТу.

Т а б л и ц а 20.6. Значения допускаемого полезного напряжения плоских ремней при $\sigma_0 = 1,75 \text{ Н/мм}^2$, $\varphi = 180^\circ$, $v = 10 \text{ м/с}$ при спокойной нагрузке

Тип ремня	$[k_0]$, Н/мм ²	δ/D_1
Прорезиненный	2,45—9,81 δ/D_1	$< 1/40$
Хлопчатобумажный	2,06—14,7 δ/D_1	$< 1/30$

18. Выбор поправочных коэффициентов: C_φ — на угол обхвата; C_p — коэффициента режима работы; C_v — скоростного коэффициента: $C_v = 1,04 + 0,0004 v^2$ — для плоских ремней; $C_v = 1,05 + 0,0005 v^2$ — для клиновых ремней; C_θ — коэффициента расположения передачи. Коэффициент C_p приведен ниже, остальные см. в табл. 20.7 и 20.8:

Характер нагрузки	Спокойная	С умеренными колебаниями	Со значительными колебаниями	Ударная и резко неравномерная
Пусковая нагрузка	До 120% от номинальной	До 150% от номинальной	До 200% от номинальной	До 300% от номинальной
C_p	1,0	0,9	0,8	0,7

Т а б л и ц а 20.7. Значения коэффициента C_θ

Тип передачи	Угол обхвата φ , ...°						
	180	170	160	150	140	130	120
Плоскоремная	1,00	0,97	0,94	0,91	—	—	—
Клиноременная	1,00	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,83

При двухсменной работе C_p следует понижать на 0,1, при трехсменной — на 0,2.

19. Определение допускаемого приведенного полезного напряжения ремня:

$$[k_0] = [k_0] C_\varphi C_p C_v C_\theta.$$

Т а б л и ц а 20.8. Значения коэффициента C_θ для плоскоремennых передач

Передача	C_θ при угле наклона линии центров передачи к горизонту θ, \dots°		
	0—60	60—80	80—90
Открытая	1,0	0,9	0,8
Перекрестная	0,9	0,8	0,7

Пр и м е ч а н и е. Для клиноремennых и плоскоремennых передач с автоматическим натяжением $C_\theta = 1$ независимо от угла θ .

20. Определение требуемой площади F поперечного сечения ремня и его ширины b :

$$F = P/[k_n]; \quad b = E/\delta.$$

Ширина b округляется до ближайшей большей стандартной величины, если это невозможно, то производят перерасчет передачи.

При расчете клиноремennых передач по выбранному количеству $z \leq 8$ ремней определяют площадь поперечного сечения одного ремня

$$F_0 = F/z$$

и уточняют выбор типа ремня или, наоборот, по площади поперечного сечения выбранного типоразмера ремня определяют допускаемое одним ремнем тяговое усилие

$$P_0 = [k_0] F_0,$$

после чего определяют необходимое количество клиновых ремней

$$z = P/P_0.$$

Если полученное количество z ремней непригодно, то делают перерасчет передачи.

21. Определение запаса прочности ремня. Для этого по равенству (20.22) рассчитывают суммарное напряжение в поперечном сечении ремня и, принимая предел прочности прорезиненных ремней $\sigma_b = 3700 \div 4400 \text{ Н/см}^2$, определяют коэффициент запаса прочности

$$n = \sigma_b/\sigma \leq [n] = 4 \div 8.$$

Допускаемое значение коэффициента запаса выбирают в зависимости от назначения привода.

22. Проверка коэффициента тяги по формуле (20.18), значение которого не должно превышать $\Phi = 0,6$. При этом коэффициент трения ремня по стальным или чугунным шкивам может быть принят равным $\mu = 0,30 \div 0,40$.

После завершения расчета ремней необходимо выбрать шкивы по ГОСТ 17383—73 для плоскоремennых передач и по ГОСТ 1284—68 для клиноремennых передач.

Для расчета и конструирования валов и подшипниковых узлов ремennых передач необходимо учитывать силы давления ремней на валы, которые приближенно могут быть приняты равными удвоенной силе начального натяжения T_0 ветвей ремня. Точное значение этой силы рассчитывается по геометрической схеме передачи.

Глава 21. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ И ПНЕВМАТИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ

§ 21.1. ОСОБЕННОСТИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ И ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ И ИХ СОСТАВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Гидравлические передачи впервые были применены в конструкциях подъемных устройств в конце XVIII в., пневматические же передачи возникли в середине XIX в. Однако более широкое их внедрение в различные отрасли техники стало возможным после усовершенствования конструкций уплотнительных устройств поршневых механизмов, т. е. в конце XIX и начале XX вв. Особенно большое развитие гидро- и пневмопередачи получили за последние 20—30 лет.

Гидравлические или пневматические передачи являются неотъемлемыми частями различных строительных и дорожных машин (экскаваторы, скреперы, бульдозеры, автогрейдеры и др.), автоматических линий, различных технологических машин, горного, полиграфического и сельскохозяйственного оборудования, приборов, станков и др. Следует отметить, что наряду с этими устройствами нашли применение устройства, действие которых основано на использовании разрежения воздуха (пневмоприсосы для листовых материалов, транспорт пылевидных и сыпучих материалов и др.).

Гидравлические звенья применяются главным образом в силовых передачах, так как они дают возможность преобразовать силы и движения при высоких значениях удельного давления жидкости, измеряемых сотнями kH/cm^2 . Это обуславливает компактность конструкции гидравлических передач. Пневматические звенья также служат для силовых передач. В отличие от гидравлических передач пневматические передачи менее компактны, что объясняется применением воздуха давлением 40—80 H/cm^2 . Более высокие давления воздуха практически трудно достижимы, так как требуют применения сложных и дорогих уплотнительных устройств. Пневматические устройства во многих случаях оказываются весьма удобными, например для

автоматизации зажима изделий при их обработке, осуществления процессов торможения автомобилей, подвижного состава железных дорог и в других случаях. Следует отметить, что гидравлические и пневматические передачи используются также для управления звеньями механических устройств.

Особенностью гидравлических и пневматических передач является возможность развивать большие усилия действия исполнительных органов машин при относительно малых значениях удельного давления жидкости и воздуха, т. е. достигать больших значений передаточных чисел. Недостатком этих видов передач является относительно малая скорость движения жидкости и воздуха в трубопроводах. В случае необходимости управлять несколькими удаленными друг от друга и от пульта управления объектами используются комбинированные системы управления — электрогидравлические и электропневматические.

Из всех гидравлических и пневматических передач здесь рассматриваются лишь силовые передачи. Для краткости изложения гидро- и пневмопередачи в дальнейшем будем называть ГПП, так как эти передачи имеют в своем составе общие элементы и устройства. Устройства ГПП в зависимости от назначения делятся на насосы, компрессоры, регулирующие устройства, распределительные устройства, контрольные устройства, двигатели, вспомогательные устройства и трубопроводы.

При помощи *насосов* и *компрессоров* осуществляется преобразование энергии источника (преимущественно электродвигателей) в потенциальную энергию сжатого воздуха или жидкости. Наибольшее распространение получили центробежные, шестеренчатые и поршневые насосы, поршневые и турбинные компрессоры. *Регулирующие устройства* предназначены для поддержания требуемых значений давления рабочего тела (дроссели) и скорости истечения его (регуляторы с редуцированными, дозирующими и сливными клапанами). *Распределительные устройства* служат для изменения направлений движения потоков воздуха и жидкости в магистральных ГПП в соответствии с требуемой программой их действия. К ним относятся всевозможные золотниковые устройства, в которых золотники могут иметь цилиндрическую и плоскую форму рабочих поверхностей и совершать поступательное или вращательное движение. При помощи золотников осуществляется сообщение или разобщение различных каналов жидкости и воздуха, используемых для изменения направления движения рабочего тела по одним и тем же каналам. Движение золотников осуществляется при помощи кулачковых механизмов, электромагнитов, упоров и других устройств.

Контрольные устройства служат для контроля параметров рабочего тела ГПП (давления, температуры, расхода, скорости движения) с целью установления соответствия их заданному технологическому процессу. Из контрольных устройств наиболее часто находят применение манометры, термометры, счет-

чки расхода и др. Автоматический контроль параметров рабочего тела осуществляется при помощи реле давлений и времени, используемых для приведения в действие вспомогательных механизмов.

Двигатели ГПП представляют собой механизмы, предназначенные для преобразования потенциальной энергии сжатого воздуха или жидкости в механическую энергию вращательного и поступательного движения исполнительных органов машин. Двигатели могут быть простыми и сложными. В простых двигателях осуществляется однократное преобразование потенциальной и кинетической энергии рабочего тела. К числу

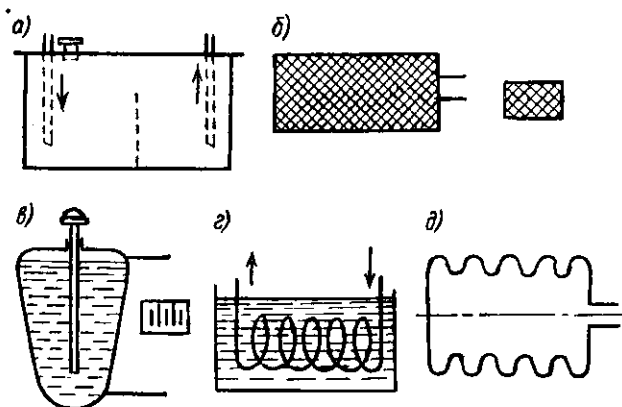


Рис. 21.1.

таких двигателей следует отнести поршневые и мембранные двигатели поступательного движения, шестеренчатые и ротационные двигатели вращательного движения, в том числе турбинные. Сложные двигатели отличаются многократным преобразованием движения, обусловленного рабочим телом, т. е. представляют собой сочетание нескольких простых механизмов.

Принцип двукратного преобразования энергии сжатого воздуха положен в основу конструкций пневматических отбойных молотков и амортизационных устройств. Мембранные, называемые также диафрагмовыми, двигатели широко применяются в конструкциях насосов для жидкости, пульпы, ила, бетонных и штукатурных растворов, контрольно-измерительных и тормозных приборов и во многих других случаях при необходимости обеспечить пульсационное движение или разовое малое перемещение.

К числу *вспомогательных устройств* ГПП относятся: аккумуляторы (сборники) жидкости и воздуха (рис. 21.1, а), фильтры — отделители пыли, влаги (рис. 21.1, б и в), охладители (рис. 21.1, г), сильфоны (рис. 21.1, д)¹, демпферы, мультипликаторы — увели-

¹ Сильфоном называется герметическая гофрированная коробка, содержащая рабочую жидкость.

чители давления. В зависимости от числовых значений давлений жидкости или воздуха, а также других условий трубопроводы изготавливают различных размеров и из различных материалов (сталь, латунь, прорезиненная ткань, резина, полимерные материалы).

В гидравлических передачах в качестве жидкости применяют минеральные масла. Наиболее перспективными жидкостями в передачах являются так называемые силиконы, представляющие собой кремнийорганические соединения, застывающие при низкой температуре (до -70°C) и обладающие вязкостью, малоизменяющейся в широких диапазонах изменения температуры.

§ 21.2. СХЕМЫ И КОНСТРУКЦИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

В различных отраслях техники находят применение разнообразные схемы и конструкции гидравлических механизмов. По принципу действия гидравлические передачи делятся на две группы — гидростатические и гидродинамические. К *гидростатическим передачам* относятся такие гидравлические механизмы, в которых осуществляется преобразование сил, действующих на ведущее и ведомое звенья передачи, путем изменения объема жидкости, заключенной в рабочем пространстве элементов передач при относительно малой скорости движения жидкости.

По конструкции гидростатические передачи делятся на поршневые и ротационные.

Примером простейшей гидростатической передачи может служить устройство, состоящее из поршней и цилиндров. Поршни малого диаметра принято называть плунжерами. Совокупность двух таких простейших передач с насосом, обратным клапаном и другими элементами встречается в гидравлических подъемниках и, в частности, в гидравлических домкратах. Положительным качеством гидростатических передач является возможность установки насосов и гидродвигателей на любом расстоянии друг от друга. Однако применение гидростатических передач большой мощности ограничено необходимостью получения больших давлений и конструктивными трудностями.

Принцип действия гидродинамических передач состоит в использовании кинетической энергии рабочей жидкости для создания необходимого давления на ведомые звенья гидropередачи с целью приведения их в движение преимущественно при постоянном объеме жидкостей. При этом рабочая жидкость, играющая роль промежуточного звена, используется и как передаточное звено, обладающее свойством эластичности.

К *гидродинамическим передачам* относятся гидромуфты и гидротрансформаторы. В гидромуфте и гидротрансформаторе отсутствует жесткое сцепление между ведомыми и ведущими валами. Основными частями гидромуфты (рис. 21.2, а) являются полумуфта — насосное колесо 1, полумуфта — турбинное колесо 2,

которые смонтированы на соосных валах. С насосным колесом 1 соединен кожух 3. В рабочем состоянии гидромуфта заполнена маслом. Обе полумуфты имеют плоские радиальные лопатки. На-

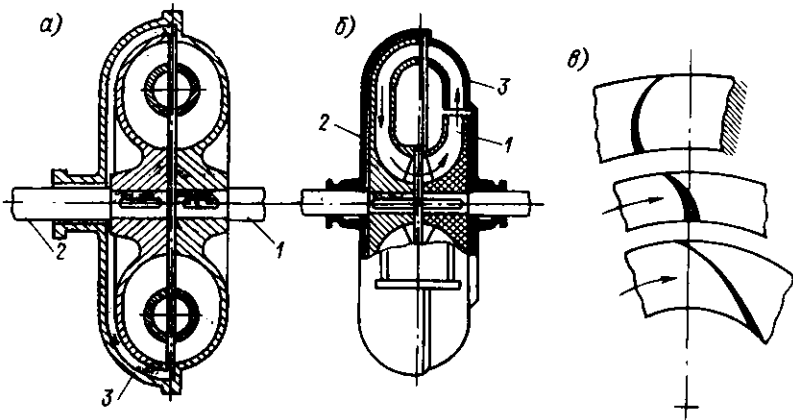


Рис. 21.2.

сосное колесо 1, вращаясь, нагнетает масло в турбинное колесо 2, из которого оно вновь поступает в насосное колесо 1.

Таким образом создается замкнутое движение масла в колесах гидромуфты.

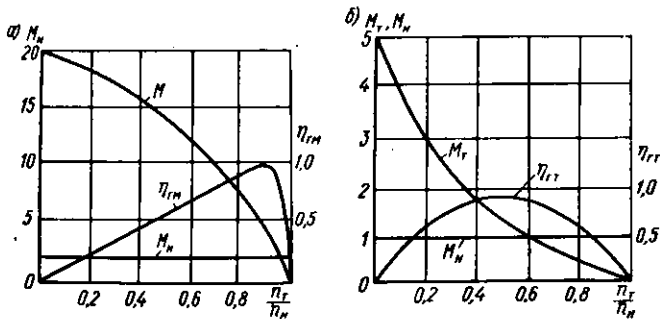


Рис. 21.3.

Характеристика гидромуфты при постоянной частоте вращения насосного колеса приведена на рис. 21.3, а. Моменты, передаваемые рабочей жидкостью, на насосном и турбинном колесах гидромуфты равны между собой. При этом передаваемый момент зависит от частоты вращения турбинного колеса гидромуфты при постоянной частоте вращения насосного колеса. При остановленном турбинном колесе момент достигает примерно 20-кратного увеличения по сравнению с номинальным моментом. При передаче номинального момента к. п. д. гидромуфты $\eta_{гм}$ равен 0,96—0,87.

В гидротрансформаторе (рис. 21.2, б) кроме вышеуказанных насосного и турбинного колес имеется направляющий аппарат 3, при помощи которого осуществляется преобразование момента вращения. Принцип работы гидротрансформатора заключается в следующем. Насосное колесо 1, вращаясь, нагнетает рабочую жидкость в неподвижный направляющий аппарат 3, а затем рабочая жидкость направляется на лопатки турбинного колеса 2, из которого жидкость опять попадает в насосное колесо 1. Направляющий аппарат размещают либо за турбинным колесом, либо за насосным. В зависимости от расположения лопаток в направляемом аппарате (рис. 21.2, в) турбинное колесо гидротрансформатора может вращаться либо в том же направлении, что и насосное, либо в противоположном.

На рис. 21.3, б приведена внешняя характеристика гидротрансформатора при постоянной частоте вращения насосного колеса. Отношение момента турбинного колеса M_T к моменту насосного колеса M_n при остановленном турбинном колесе называется коэффициентом трансформации момента k . В зависимости от типа гидротрансформатора этот коэффициент может принимать значения от 2 до 5. К. п. д. гидротрансформатора $\eta_{гт}$ изменяется в широких пределах. Максимальный к. п. д. гидротрансформатора находится в пределах 0,85—0,92. Гидромолоты и гидротрансформаторы находят применение в конструкциях приводов тепловозов, экскаваторов, автомобилей, строительных, дорожных и других машин.

§ 21.3. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ И ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

К основным параметрам ГПП следует отнести силы и моменты сил, действующие на звенья их со стороны жидкости или газа, передаточное число, расход жидкости и к. п. д. Сила S_n , которую может преодолеть поршень поршневого двигателя, зависит от удельного давления воздуха или жидкости по обе стороны поршня и сопротивления его движению в цилиндре (рис. 21.4, а). Принимаем следующие обозначения величин: p_1 и p_2 — абсолютное давление жидкости или воздуха соответственно в полостях цилиндра ($p_1 > p_2$); F — площадь поршня; $F_{ш}$ — площадь штока; p_a — давление атмосферы; T — сила трения поршня и деталей его уплотнения о цилиндр.

В левой полости воздух действует на поршень с силой $p_1 F$, в правой $p_2 (F - F_{ш}) + p_a F_{ш}$. Учитывая силу T , найдем:

$$\left. \begin{aligned} S_n &= p_1 F - p_2 (F - F_{ш}) - p_a F_{ш} - T; \\ S_n &= (p_1 - p_2) F + (p_2 - p_a) F_{ш} - T. \end{aligned} \right\} \quad (21.1)$$

Вектор силы S_n , определяемой по уравнению (21.1), направлен в сторону штока.

Если большее давление жидкости или воздуха имеет место в правой полости, в которой расположен шток, то сила, действующая в противоположную сторону, определяется аналогично:

$$S'_n = (p_1 - p_2)F - (p_1 - p_a)F - T. \quad (21.2)$$

Сила, передаваемая мембранным пневматическим двигателем (рис. 21.4, б), определяется по равенству

$$S_m = k_0 a F p,$$

где F — площадь поверхности мембраны 1, подверженная действию давления жидкости или воздуха; $k_0 = 1/3 (1 + \theta + \theta^2)$ — коэффициент активности мембраны, зависящий от отношения $\theta = d/D$ величин диаметров d и D соответственно грибка и мем-

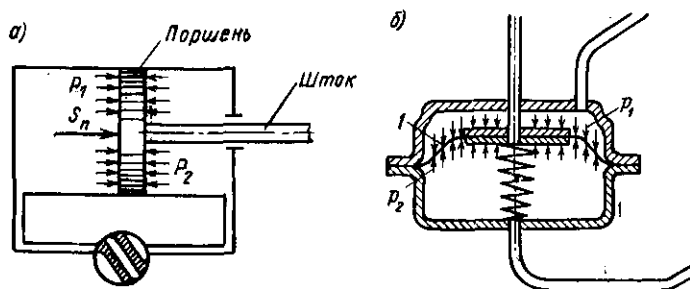


Рис. 21.4.

браны (грибком называется часть штока мембранного двигателя, прикрепляемая к мембране); a — коэффициент уменьшения активности мембраны, определяемый опытным путем, зависящий от величины деформации мембраны, отношения и давления жидкости или газа; $p = p_1 - p_2$ — разность давлений воздуха по обе стороны мембраны.

Момент сил вращения, развиваемый шестеренчатым двигателем, зависит от числового значения давления жидкости или воздуха со стороны впуска и выпуска их.

При зацеплении зубьев роторов шестеренчатого двигателя (рис. 21.5, а) полости его делятся на три части, в каждой из которых давление жидкости или воздуха составляет p_n , p_1 и p_a , причем $p_n > p_1 > p_a$.

Валу двигателя передается суммарный момент от обеих шестерен.

Сила вращения шестерни 2 (рис. 21.5, б), возникающая во впадине А,

$$P'_2 = (r_a - r_2'') b (p_1 - p_a),$$

где r_a — радиус окружности выступов зубьев; r_2'' — расстояние от оси вращения колеса до линии контакта зубьев; b — длина зуба.

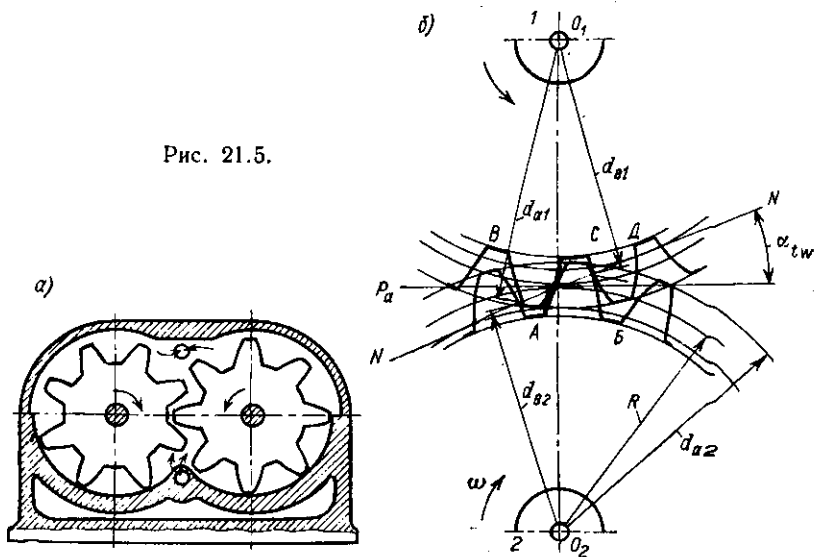
Плечо силы P_2' относительно оси вращения колеса равно $0,5(r_a + r_2')$, а соответствующее значение момента

$$M_2'' = 0,5(r_a^2 - r_2'^2) b (p_1 - p_a).$$

Аналогично определяется и величина момента, вызванного давлением жидкости или газа, заключенного во впадине B:

$$M_2' = 0,5(r_a^2 - r_2'^2) b (p_n - p_1).$$

Рис. 21.5.



Повторяя изложенные выше рассуждения, определим момент вращения вала двигателя, обусловленный давлением среды во впадинах B и C:

$$M_1' = 0,5(r_a^2 - r_1'^2) (p_1 - p_a) b; \quad M_1'' = 0,5(r_a^2 - r_1'^2) (p_n - p_1) b.$$

Суммируя приведенные выше значения моментов, найдем момент, развиваемый валом двигателя:

$$M = [(p_1 - p_a) (2r_a^2 - r_2'^2) + (p_n - p_1) (2r_a^2 - r_2'^2 - r_1'^2)] b/2.$$

Расход жидкости или газа при действии шестеренчатого насоса или двигателя может быть определен в предположении отсутствия расширения их в замкнутом зубьями пространстве. В таком случае, обозначая расход жидкости или газа за один оборот зубчатых колес V , найдем $(p_n - p_0) V = 2\pi M_{cp}$. Подставляя среднее значение момента вращения вала двигателя

$$M_{cp} = b(p_n - p_a) m^2 [z + 1 - (\pi^2 \cos^2 \alpha)/8],$$

соответствующее расположению точки контакта сопряженных профилей зубьев в полосе зацепления, после сокращений найдем

$$V = 2\pi b m^2 [z + 1 - (\pi^2 \cos^2 \alpha)/8],$$

где z — количество зубьев колес; m — модуль зацепления; α — угол зацепления.

В заключение рассмотрим устройство гидравлического усилителя, основанного на применении сообщающихся цилиндров с поршнями разного диаметра (рис. 21.6, б). Подобное устройство находит применение в конструкциях гидравлических и пневмати-

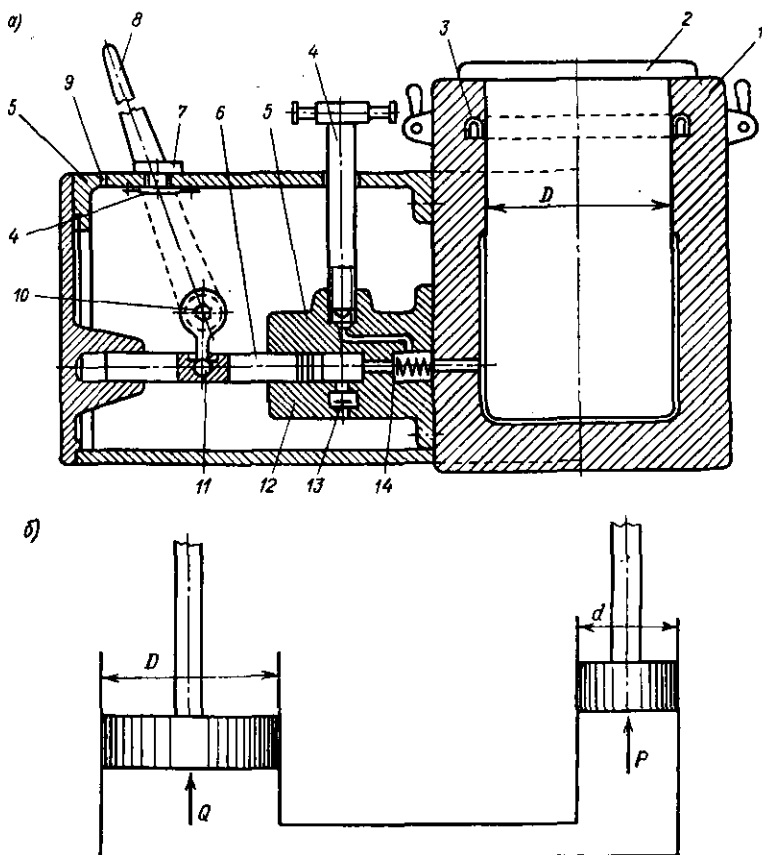


Рис. 21.6.

ческих домкратов, прессов, подъемников и пр. На рис. 21.6, а изображена схема гидравлического домкрата.

Простой гидравлический домкрат состоит из рабочего цилиндра 1, выполненного из массивной стальной отливки, в который помещен сплошной чугунный поршень 2, уплотненный кожаным U-образным манжетом 3. К рабочему цилиндру крепится коробка (тендер) 5, наполняемая рабочей жидкостью. Внутри коробки на рабочем цилиндре укреплен корпус 12 плунжерного насоса.

Рычаг 8, насаживаемый на вал 10 снаружи тендера, служит для привода насоса, причем качательное движение руки рабочего при помощи кулачка 11, жестко закрепленного на валу 10, преобразуется в возвратно-поступательное движение плунжера 6.

При движении рычага 8 по часовой стрелке плунжер отходит влево, засасывая рабочую жидкость через всасывающий клапан 13. При этом нагнетательный клапан 14 закрыт. Движение рычага 8 против часовой стрелки вызывает смещение плунжера вправо и нагнетание рабочей жидкости через клапан 14 в рабочий цилиндр 1 и, следовательно, подъем поршня 2 с грузом (при закрытом всасывающем клапане). Наличие отверстия 9 обеспечивает свободное сообщение с атмосферой коробки 5. Масло в коробку заливается через пробку 7. Опускание груза осуществляется открытием клапана 4. Скорость опускания поршня прямо пропорциональна величине открытия клапана. При этом жидкость возвращается из рабочего цилиндра в тендер.

Пренебрегая гидравлическими потерями жидкости (или газа), считаем давление ее в обоих цилиндрах (рис. 21.6, б) одинаковым. Силы давления жидкости на поршни составляют:

$$P = p(\pi d^2/4); \quad Q = p(\pi D^2/4). \quad (21.3)$$

Передаточное число гидравлической (или пневматической) передачи рассматриваемого вида равно отношению сил

$$u = Q/p = D^2/d^2. \quad (21.4)$$

Потери напора жидкости (газа) при перемещении ее из одного цилиндра в другой могут быть учтены величиной гидравлического к. п. д. передачи η_r . При этом $u = D^2\eta_r/d^2$. Значения к. п. д. отдельных гидравлических и пневматических устройств определяются путем расчета падения давления методами гидравлики и пневматики преимущественно экспериментально в каждом отдельном случае.

В. ДЕТАЛИ ПЕРЕДАЧ

Глава 22. ВАЛЫ И ОСИ

§ 22.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ ВАЛОВ И ОСЕЙ

Валом называется деталь, предназначенная для поддержания вращающихся частей машины, непосредственно участвующих в передаче вращательного движения, и передающая крутящий момент. В отличие от вала ось является деталью, предназначенной только для поддержания вращающихся частей, и в передаче энергии непосредственно не участвует.

В конструктивном отношении особой разницы между осью и валом почти нет, однако по характеру работы они существенно отличаются друг от друга. Главное отличие оси от вала состоит в том, что ось при работе испытывает только деформацию изгиба, вал же кроме деформации изгиба обязательно подвергается и деформации кручения. Кроме того, вал является деталью подвижной, а ось может быть как подвижной, так и неподвижной. В том случае, когда ось неподвижна, ее опорные части не обязательно должны иметь форму тела вращения. Валы отличаются большим разнообразием конструктивных форм, зависящих от назначения, условий работы и т. п. Поэтому представляется целесообразным классифицировать их по следующим основным признакам:

1) по назначению: передаточные, несущие детали передач; специальные, несущие рабочие органы машины;

2) по форме геометрической оси: прямые; коленчатые; с изменяемой формой оси (гибкие);

3) по профилю поперечного сечения: круглые цилиндрические; шлицевые; фасонно-профильные; граненые;

4) по наличию осевого отверстия: полые; с отверстием на части длины; сплошные без отверстия;

5) по изменению сечения вдоль геометрической оси: постоянного сечения; ступенчатые с цилиндрическими и коническими участками;

6) по числу опор: консольные (полуоси); двухопорные; многоопорные.


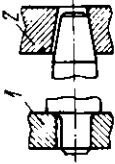

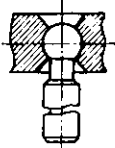
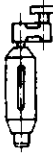

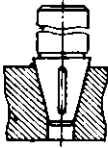

Схемы основных форм конструкций валов и осей и их опорных частей приведены в табл. 22.1.

Основные элементы конструкций валов и осей делятся на цапфы, посадочные поверхности и переходные участки. Участки осей и валов, которыми они соприкасаются с опорами, называются цапфами. Цапфы, расположенные на конце оси или вала, получили название шипов, а в середине их — шеек. Шипы и шейки передают опорам только радиальную нагрузку. Цапфа, предназначенная для передачи осевой нагрузки, независимо от ее расположения на оси или валу называется пятой. Опоры, на которых лежат шипы и шейки, называются подшипниками, а опоры пят — подпятниками.

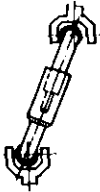
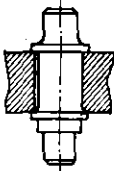

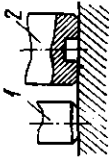

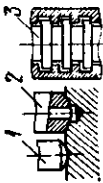

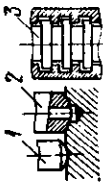
По форме шипы и шейки бывают главным образом цилиндрическими, а по сечению — сплошными и полыми. Кроме того, применяются еще шаровые цапфы, конструкция которых дает возможность обеспечить валу или оси поворот на некоторый угол. Посадочные поверхности под ступицы насаживаемых деталей выполняют цилиндрическими (рис. 22.1, а), реже — коническими (рис. 22.1, б). Диаметры этих поверхностей выбирают по ГОСТу, а диаметры под подшипники качения — по стандартным размерам внутренних колец подшипников.

Форма оси и вала во многом определяется видом соединения с насаженными на них деталями. Чаще всего детали закрепляются

Т а б л и ц а 22.1. Общая классификация валов и осей и их опорных (трущихся) частей

Конструктивные признаки	Конструктивные схемы	Опорная трущаяся часть	Конструктивные схемы	
Гладкий		<p>1 — цилиндрический; 2 — конический</p>		
Ступенчатый			Шип	
Кривошипный				<p>Вставной с клиновым соединением</p> 
Коленчатый				
Вал				

Продолжение табл. 22.1

Конструктивные признаки	Конструктивные схемы	Опорная трущая часть	Конструктивные схемы
Вал		Шейка Цилиндрическая	
			<p>Плоская: 1 — сплошная; 2 — кольцевая</p> 
Ось		Пятка	
			<p>Шаровая: 1 — сплошная; 2 — кольцевая; 3 — гребенчатая</p> 

на валу шпонками, шлицами либо посадкой с натягом. Для осевого фиксирования деталей на валу или оси используются уступы вала или оси (рис. 22.1, *д—ж*), буртики (рис. 22.1, *а*), конические участки (рис. 22.1, *б*), стопорные кольца (рис. 22.1, *в*). Однако применение буртиков и уступов не всегда целесообразно, так как увеличивает стоимость изготовления вала, создает очаги кон-

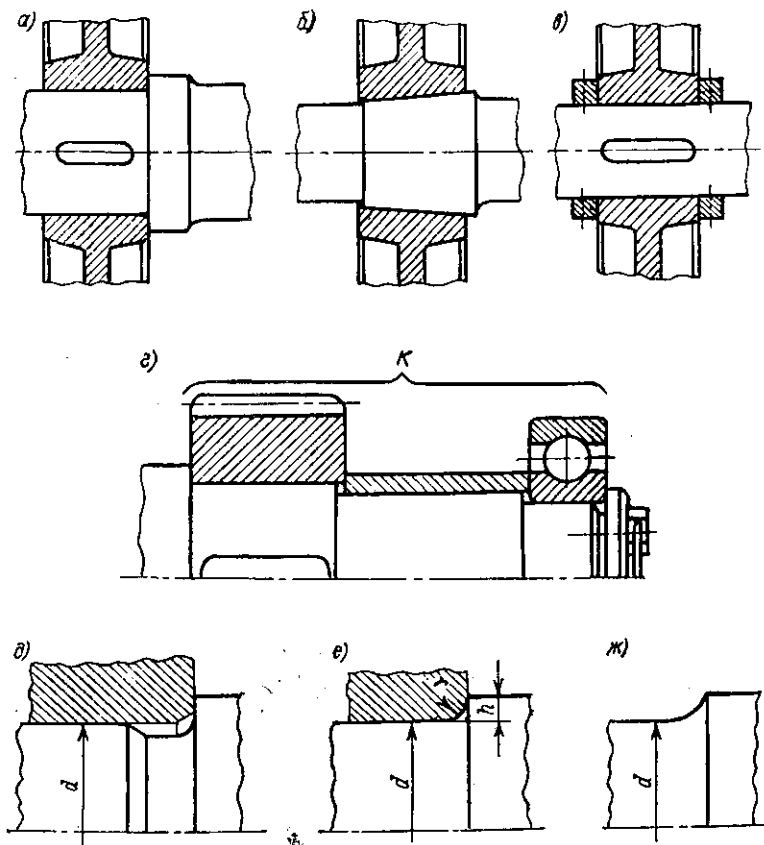


Рис. 22.1.

центрации напряжений. Особенно удобны для осевого крепления деталей распорные втулки, которые могут монтироваться в одном комплекте с другими деталями (рис. 22.1, *г*). Переходные участки между двумя ступицами выполняют: 1) с галтелью постоянного радиуса (рис. 22.1, *е*); 2) с галтелью переменного радиуса (рис. 22.1, *ж*). Такая галтель способствует снижению концентрации напряжений. Применяется она на сильно нагруженных участках валов и осей.

§ 22.2. МАТЕРИАЛЫ ВАЛОВ И ОСЕЙ

По своему назначению валы и оси являются весьма ответственными деталями механизмов и машин. Случаи поломки этих деталей, как правило, вызывают разрушение других деталей и выход из строя всей машины. Поэтому к валам и осям предъявляются определенные требования, а именно: достаточные прочность и жесткость, износостойкость трущихся поверхностей, технологичность конструкции, удобство изготовления и сборки. Эти требования могут быть обеспечены при условии правильного расчета и конструирования валов и осей, а также обоснованного выбора материала, технологии изготовления и упрочнения их изнашиваемых частей.

Материалы валов и осей должны быть прочными, хорошо обрабатываться и иметь высокий модуль упругости. Для изготовления валов и осей чаще всего применяются углеродистые и легированные стали в виде проката или поковок, значительно реже — стальное литье и литье из модифицированных и высокопрочных чугунов. Из углеродистых сталей применяют преимущественно стали марок 30, 40, 45 и 50. Менее ответственные и малонапряженные валы и оси могут быть изготовлены из сталей марок Ст4 и Ст5.

Быстроходные валы в отдельных отраслях машиностроения, например в авиации, валы и оси ответственного назначения изготавливают из легированных сталей 20Х, 12ХНМА. Применение легированных сталей дает возможность при необходимости ограничить массу и габаритные размеры вала или оси, повысить стойкость шлицевых соединений. Их применение может быть оправдано также определенными конструктивными соображениями (прочность зубьев, нарезаемых непосредственно на валу и др.). Цапфы этих валов, подвергают закалке при нагреве т. в. ч. или цементации для повышения их износостойкости.

§ 22.3. КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ВАЛОВ И ОСЕЙ. МЕТОДЫ ЕЕ ПОВЫШЕНИЯ

Основными критериями работоспособности валов и осей являются усталостная прочность (выносливость) и жесткость. Усталостная прочность оценивается коэффициентом запаса прочности, а жесткость — допусковым прогибом в местах посадки деталей, а также допусковыми углами наклона и закручивания сечений. Практика показывает, что разрушение валов и вращающихся осей быстроходных машин в большинстве случаев носит усталостный характер, поэтому основным является расчет валов и осей на усталостную прочность. Необходимо соблюдать следующие общие правила конструирования валов и осей: создавать плавные переходы (галтели) в местах изменения поперечного сечения вала; если резкие переходы не представляется возможным устранить (резьба, отверстия для смазки, галтели, канавки и др.), следует предусма-

тривать специальные разгружающие выточки (рис. 22.1, *д*; 22.2, *д*, *е*). Такие выточки дают возможность улучшить распределение напряжений и снизить концентрацию их в месте основного надреза. Радиус галтели вала следует принимать по возможности наибольшим, так как с увеличением отношения r/d уменьшается концентрация напряжений в местах перехода от одного диаметра вала к другому. Во всех случаях рекомендуется, чтобы

$$r/d > 0,1. \quad (22.1)$$

При посадке детали на вал радиус закругления детали r_2 должен быть больше радиуса галтели r_1 (рис. 22.2, *а*) — это является

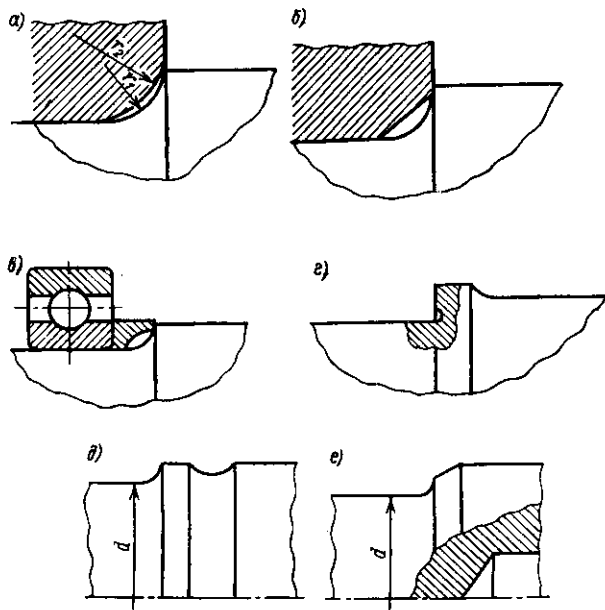


Рис. 22.2

необходимым условием сборки сопряжения. Иногда вместо закругления на детали, насаживаемой на вал, делают фаску (рис. 22.2, *б*). Если радиус закругления у детали, монтируемой на валу (например, у подшипников качения), мал, то следует устанавливать разгрузочные кольца, применение которых дает возможность не только обеспечить надежную сборку сопряжения, но и увеличить радиус галтели (рис. 22.2, *в*). С целью уменьшения концентрации напряжений при посадке деталей на вал с малыми радиусами закругления галтель выполняется входящей в уступ вала (рис. 22.2, *г*). Для уменьшения концентрации напряжений в шпоночных пазах пазы, расположенные на концах валов, рекомендуется фрезеровать не торцевой, а дисковой фрезой, а радиус

закругления на дне шпоночного паза r во всех случаях предусматривать таким, чтобы $r/b > 0,25$, где b — ширина шпоночного паза.

Эффективными средствами снижения концентрации напряжений являются также пластическое упрочнение, вибронаклеп роликами цапф и галтелей.

§ 22.4. ПРОЕКТНЫЙ РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ВАЛОВ

Различают проектный и поверочный расчеты валов. Проектный расчет на статическую прочность производится для ориентировочного определения диаметров. Такой расчет производится условно, обычно для определения диаметра входного конца вала, который в большинстве случаев испытывает деформации кручения. Остальные диаметры назначаются при разработке конструкции с учетом технологии изготовления и монтажа.

Расчет и конструирование валов производят в такой последовательности: 1) выбирают материал, из которого должен быть изготовлен вал; 2) определяют размеры диаметрального сечения вала на различных участках на основе приближенных расчетов; 3) производят конструирование вала и опорных узлов, в результате чего в первом приближении выявляются форма детали, ее габаритные размеры, а главное — фактическое расстояние между опорами и точками приложения сил; 4) составляют расчетную схему и производят поверочный расчет с целью уточнения размеров, полученных при предварительных расчетах вала.

Ниже излагается приближенный метод предварительного расчета вала применительно к редукторам.

На рис. 22.3 представлена схема двухступенчатого редуктора, из которой видно, что концы или участки под соединительные муфты первого и третьего валов испытывают только деформации кручения (I—III — валы). В таком случае расчетное уравнение прочности участка первого вала под соединительную муфту ($d_{с.м}$) будет иметь вид

$$\tau_{кр} = M_{кр1} / W_p \leq [\tau]_{кр}, \quad (22.2)$$

где $M_{кр1}$ — крутящий момент на первом валу; W_p — полярный момент сопротивления, который можно принимать равным $0,2d_{с.м}^3$; $[\tau]_{кр}$ — допускаемое напряжение кручения, $[\tau]_{кр} = 60 \div 70$ Н/мм².

На основании уравнения (22.2) можно определить диаметр первого вала на участке под соединительную муфту

$$d_{с.м1} = 1,1 \sqrt[3]{M_{кр1} / (0,2[\tau]_{кр})}, \quad (22.3)$$

где 1,1 — коэффициент, учитывающий ослабление вала шпоночным пазом (6—10%).

Полученный диаметр вала округляют до стандартной величины по ГОСТ 12080—66 и ГОСТ 12081—71. Выбранный диаметр вала под соединительную муфту $d_{с.м1}$ сравнивают с выходным концом вала электродвигателя d_m . Если при этом окажется, что $d_{с.м1} \geq d_m$, то принимают выбранный по ГОСТу диаметр вала $d_{с.м1}$. При $d_{с.м1} < d_m$ диаметр вала редуктора конструктивно увеличивают

$$d_{с.м1} = d_m - a, \quad (22.4)$$

где a — коэффициент, зависящий от диаметра вала электродвигателя и типа соединительной муфты. Например, для муфт МУВП при $d \leq 30$; $d = 30 \div 60$; $60-90$ и $d > 90$ мм a соответственно равен: 5—10; 15—20; 20—25; 30—40 мм.

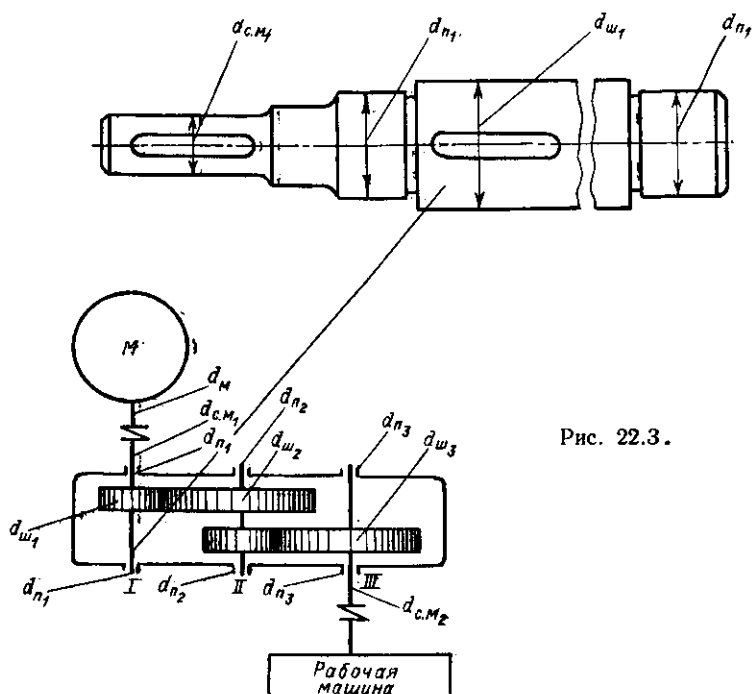


Рис. 22.3.

Диаметр вала под подшипник $d_{п1}$ и под шестерню $d_{ш1}$ определяют конструктивно по следующим соотношениям:

$$d_{п1} = d_{с.м1} + (5 \div 10) \text{ мм}; \quad (22.5)$$

$$d_{ш1} = d_{п1} + (5 \div 10) \text{ мм}. \quad (22.6)$$

Размер второго вала определяют ориентировочно путем сравнения его с третьим. Исходя из уравнения прочности на кручение, можно написать:

$$d_{ш2} = 1,1 \sqrt[3]{M_{кр2} / (0,2 [\tau]_{кр})}; \quad (22.7)$$

$$d_{ш3} = 1,1 \sqrt[3]{M_{кр3} / (0,2 [\tau]_{кр})}. \quad (22.8)$$

На основании закона передачи моментов крутящий момент на третьем валу

$$M_{кр3} = M_{кр2} u_2 \eta_2.$$

Разделив (22.7) на (22.8) и пренебрегая незначительной величиной η_2 , получим $\frac{d_{ш3}}{d_{ш2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{u_2}}$. Зная $d_{ш3}$ и u_2 , нетрудно подсчитать, что

$$d_{ш2} = d_{ш3} \sqrt[3]{u_2}, \quad (22.9)$$

где u_2 — передаточное число между вторым и третьим валами.

Найденный диаметр вала следует округлить по ГОСТу аналогично тому, как это было сделано раньше. Диаметр второго вала под подшипник $d_{п2}$ находят конструктивно по следующему соотношению:

$$d_{п2} = d_{ш2} - (5 \div 10) \text{ мм.} \quad (22.10)$$

В том случае, когда полученные расчетами диаметры первого вала окажутся больше или равными соответствующим диаметрам второго вала, то последние конструктивно увеличивают с тем, чтобы их размеры были больше размеров первого вала и меньше размеров третьего вала.

§ 22.5. ПОВЕРОЧНЫЙ РАСЧЕТ ВАЛОВ

Поверочный расчет валов производится на усталостную прочность, статическую прочность и жесткость, а в отдельных случаях на колебания. Такой расчет выполняется на основе проектного расчета, конструирования вала и подбора подшипников. Для этой цели составляется расчетная схема. Валы рассматривают как прямые брусья, лежащие на шарнирных опорах. При этом при составлении расчетных схем учитывают соответствующие разновидности опор цапф валов.

Подшипники, воспринимающие одновременно радиальные и осевые усилия, рассматривают как шарнирно-неподвижные опоры (рис. 22.4, а), а воспринимающие только радиальные усилия, — как шарнирно-подвижные (рис. 22.4, б). На расчетных схемах усилия от передач, распределяющиеся по длине ступицы, а также вращающие моменты изображаются как сосредоточенные и приложенные в середине ступицы (рис. 22.4, в). Влиянием силы тяжести валов и насаженных на них деталей пренебрегают (кроме маховиков и других тяжелых деталей).

Расчет на усталостную прочность. Он заключается в определении расчетных коэффициентов запасов прочности в предположительно наиболее опасных сечениях. При работе валы испытывают циклические напряжения. Принимают, что напряжения изгиба изменяются по симметричному циклу, а напряжения кручения — по отнулевому (пульсирующему) циклу (см. рис. 13.1, б).

Коэффициент запаса прочности

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \geq [n], \quad (22.11)$$

где n_{σ} — коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям; n_{τ} — коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям.

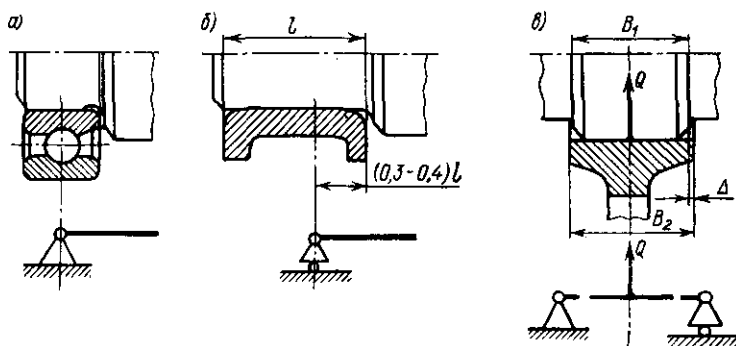


Рис. 22.4.

Запасы прочности определяются так:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\beta \epsilon_{\sigma}} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}; \quad (22.12)$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\beta \epsilon_{\tau}} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}, \quad (22.13)$$

где σ_{-1} , τ_{-1} — пределы выносливости при изгибе и кручении с симметричным циклом; k_{σ} , k_{τ} — эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении (зависят от формы деталей и шероховатости поверхности); β — коэффициент поверхностного упрочнения; ϵ_{σ} , ϵ_{τ} — масштабные факторы, учитывающие влияние размеров сечения вала; σ_a , τ_a — амплитуды циклов напряжений при изгибе и кручении; σ_m , τ_m — средние напряжения циклов при изгибе и кручении; ψ_{σ} , ψ_{τ} — коэффициенты, учитывающие влияние среднего напряжения цикла на усталостную прочность.

Расчетный коэффициент запаса прочности сравнивается с данными, приведенными в табл. 22.2.

Расчет на статическую прочность. Основная цель такого расчета — предупредить пластические деформации в период действия пиковых нагрузок. Поверхностный расчет производится по эквивалентным напряжениям для наиболее опасного сечения вала. Экви-

Т а б л и ц а 22.2. Коэффициенты запаса прочности при расчете валов (для углеродистых сталей)

Характеристика стали σ_T/σ_{-1n}	Посадка			Шпонки	Шлицы	Гайтель-выточка		Гладкий вал
	Пресовая	Напряженная	Скользкая			$r/d = 0,02$	$r/d > 0,1$	
1,2	11	8	7	8	11	11	8	5
1,5	16	12	11	12	15	15	10	6

валентные напряжения определяют по гипотезе энергии формоизменения:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\text{кр}}^2} \leq [\sigma]_{\text{кр}}, \quad (22.14)$$

где

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{и пик}}}{W_{\text{нетто}}} + \frac{N_{\text{пик}}}{F};$$

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{M_{\text{кр. пик}}}{W_{\text{кр. нетто}}};$$

$M_{\text{и пик}}$, $M_{\text{кр. пик}}$ — изгибающий и крутящий моменты в наиболее опасном сечении при пиковой нагрузке; $N_{\text{пик}}$ — продольная сила растяжения (сжатия) в том же сечении при пиковой нагрузке.

Приведем пример поверочного расчета вала барабана лебедки.

Наиболее часто валы подвергаются действию постоянного крутящего момента при наличии постоянной нагрузки, вызывающей знакопеременные напряжения. К числу таких деталей относится, например, вал барабана грузовой лебедки (рис. 22.5). Для расчета подобного вала, как и вала, на который насажены два зубчатых колеса и более, следует рассмотреть действие сил на валы в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и определить изгибающие моменты в сечениях, проходящих через точки C и D , от действующих сил в горизонтальной и вертикальной плоскостях:

$$\left. \begin{aligned} M_C^H &= R_A^H a_1; & M_C^V &= R_B^V a_1; \\ M_D^H &= R_B^H a_3; & M_D^V &= R_A^V a_3. \end{aligned} \right\} \quad (22.15)$$

Затем определить суммарные изгибающие моменты в сечениях, проходящих через точки C и D :

$$\begin{aligned} M_c &= \sqrt{(M_C^H)^2 + (M_C^V)^2}; \\ M_D &= \sqrt{(M_D^H)^2 + (M_D^V)^2}. \end{aligned}$$

Полученные при расчетах величины сравнить. Если $M_D > M_C$, то для определения напряжения изгиба в расчет принимается M_D :

$$\sigma_{\text{и}} = M_D/W \leq [\sigma],$$

где M_D — изгибающий момент в наиболее опасном сечении; W — экваториальный момент сопротивления.

Напряжение при деформации кручения в наиболее опасном сечении определяется по формуле

$$\tau_{кр} = M_{кр}/W_p.$$

Подстановкой найденных значений $\sigma_{из}$ и $\tau_{кр}$ в уравнение (22.14) и необходимыми подсчетами заканчивается поверочный расчет вала на прочность.

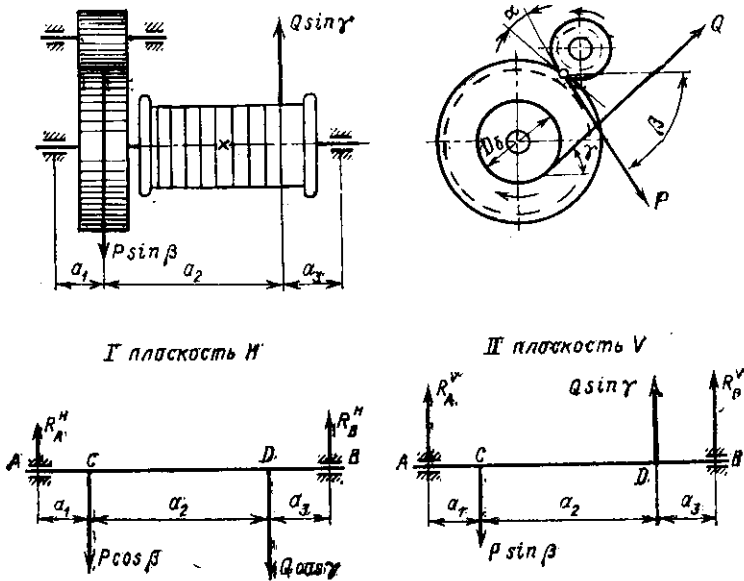


Рис. 22.5.

Расчет на жесткость. Размеры вала во многих случаях определяются не прочностью, а жесткостью (валы коробок передач, редукторов и др.). При недостаточной жесткости вала действующие на него силы могут вызвать недопустимо большой прогиб. Величина этого прогиба при пульсирующей нагрузке не остается постоянной. Неизбежно появляются вибрации вала, ухудшающие условия передачи; в зубчатых колесах возникает дополнительное скольжение зубьев, появляется неравномерность распределения давлений по длине зубьев. Кроме того, возникают значительные динамические нагрузки на зубья, которые ухудшают условия работы подшипников. В таких случаях производят поверочный расчет на изгибную и крутильную жесткость валов.

Изгибная жесткость оценивается прогибом f и углом наклона β . Жесткость вала обеспечивается при условии $f \ll [f]$ и $\beta \ll [\beta]$. Общепринятых норм деформации прогиба нет; однако наиболее

распространенной в машиностроении является следующая зависимость для определения этой величины:

$$[f] \approx 0,0003l, \quad (22.16)$$

где l — длина вала между опорами (рис. 22.6).

Величина стрелы прогиба f в зависимости от вида нагружения валов может быть определена по формулам теории сопротивления материалов. Для уменьшения прогиба вала необходимо располагать шкивы, колеса и муфты как можно ближе к опорам и производить уравнивание вращающихся частей особенно в быстроходных передачах.

Крутильная жесткость оценивается углом закручивания φ_0 на единицу длины вала. Угол закручивания определяется по известной из курса сопротивления материалов формуле

$$\varphi_0 = M_{кр}/GJ_p \leq [\varphi_0], \quad (22.17)$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент в расчетном сечении, Н·м; G — модуль сдвига (для стали $G = 8 \cdot 10^{10}$ Н/м²); J_p — полярный момент инерции расчетного сечения (для круглого сечения $J_p = \pi d^4/32$ м⁴); $[\varphi_0]$ — допускаемый угол закручивания вала (рад) на длине 1 м.

В настоящее время единых норм на допускаемые углы закручивания $[\varphi_0]$ не установлено. Длительное время машиностроители принимали за норму допускаемого угла закручивания 4° на 1 м. Однако современная практика показывает, что валы с углами закручивания, значительно превышающими эту норму, работают вполне удовлетворительно. Так, например, угол закручивания у полусей автомобиля доходит до 11° на 1 м, а специальные торсионные валы тягачей и танков имеют в эксплуатации углы закручивания до 30° на 1 м.

Расчет валов с учетом колебаний. Оценка соответствия принятой жесткости вала также производится упругими колебаниями. Эта проверка сводится к определению критической частоты вращения вала, т. е. такой частоты вращения, при которой наступает резонанс. Явление резонанса наступает при условии совпадения собственных колебаний упругого вала с периодом действующей силы. Необходимо принять такие конструктивные формы вала, при которых исключалось бы явление резонанса.

Рассмотрим вал (рис. 22.6), на который насажено колесо. Под тяжестью последнего стрела статического прогиба

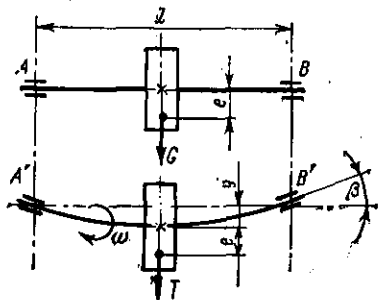


Рис. 22.6.

$$f = G/c, \quad (22.18)$$

где G — сила тяжести колеса; c — жесткость вала, характеризуется силой, под действием которой прогиб вала равен единице.

Если вследствие неуравновешенности центр тяжести колеса не совпадает с осью вращения вала, то имеется эксцентриситет e . В результате возникает дополнительный прогиб вала от центробежной силы, которая уравнивается силой упругости вала

$$m\omega^2(y + e) = cy,$$

откуда

$$y = m\omega^2 e / (c - m\omega^2); \quad (22.19)$$

критическая угловая скорость возникает при неограниченном возрастании прогиба y :

$$c - m\omega^2 = 0,$$

откуда

$$\omega_{кр} = \sqrt{c/m}, \quad (22.20)$$

но из формулы (22.18) $c = G/f$; заменяя $m = G/g$ и подставляя в (22.20), получим:

$$\begin{aligned} \omega_{кр} &= \sqrt{g/f} = \pi n_{кр}/30; \\ n_{кр} &= 30/\pi \sqrt{g/f}, \end{aligned} \quad (22.21)$$

или

$$n_{кр} \approx 300 \sqrt{1/f}. \quad (22.22)$$

При всяком $n \leq n_{кр}$ прогиб имеет конечное значение и вал работает устойчиво. $n_{кр}$ не зависит от e , а только от c и m , т. е. критическая скорость одна и та же при любой точности уравновешивания. В зависимости от отношения $n_{кр}/n$ различают валы жесткие, у которых $n < n_{кр}$ (рекомендуется $n_{кр}/n \geq 1,5$), и гибкие, у которых $n > n_{кр}$ (в этом случае рекомендуется $n/n_{кр} \geq 2 \div 3$).

Приведем методику поверочного расчета промежуточного вала двухступенчатого цилиндрического редуктора, у которого первая быстроходная ступень состоит из пары косозубых колес с углом наклона зубьев β , а вторая — из пары прямозубых колес. Моменты на первом валу M_1 , а на втором — M_2 . Диаметры шестерен на первом валу $d_{ш1}$, на втором $d_{ш2}$. Для ведущего вала окружное

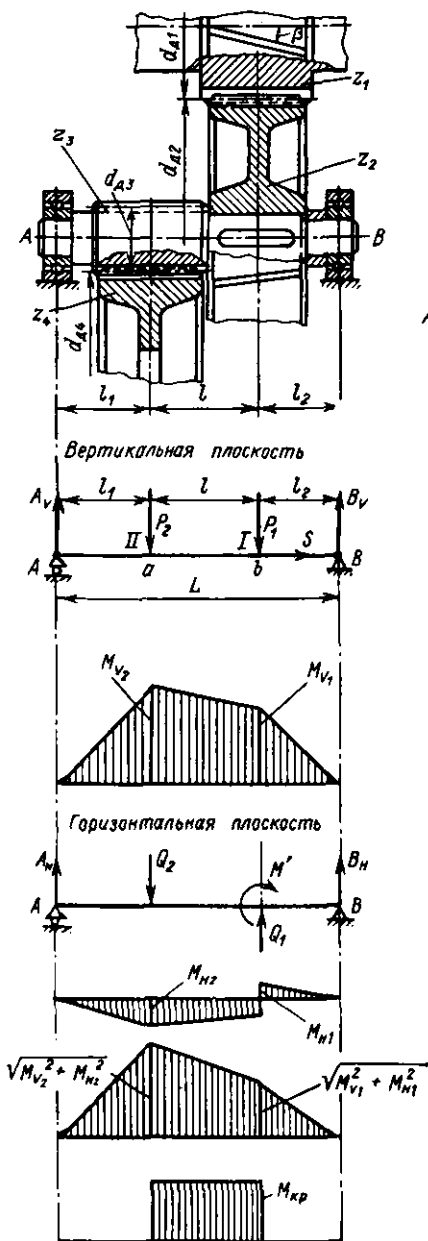
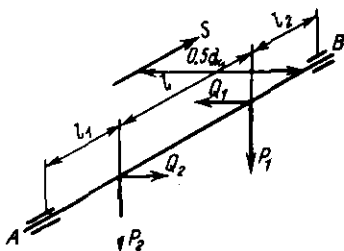


Рис. 22.7.



усилие $F_{t1} = M_{ш1}/(0,5d_{ш1})$.
 Распорная сила $F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha$.
 Осевое усилие $F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \beta$.
 Момент $M = F_{a1} d_{ш1}/2$.

Для промежуточного вала (рис. 22.7) окружное усилие $F_{t2} = M_{ш2}/(0,5 d_{ш2})$. Распорная сила $F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha$. Момент $M' = F_a D_{ш1} l_1$.

Для ведомого вала сила $M_{ш2}/(0,5d_{ш2} \cos \alpha)$. Опорные реакции промежуточного вала вертикальной плоскости V_1

$$A = \frac{P_2(l + l_2) + P_1 l_2}{L};$$

$$B = \frac{P_1(l + l_2) + P_2 l_1}{L}.$$

Изгибающий момент в сечении I: $M_{v1} = A_v l_1$.

Изгибающий момент в сечении II: $M_{v2} = A_v l_1 \geq M_{v1}$.

Опорные реакции с промежуточного вала горизонтальной плоскости:

$$B_H = \frac{-Q_1(l_1 + l) + Q_2 l_1 + M'}{L};$$

$$A_H = \frac{Q_2(l + l_2) - Q_1 l_2 - M'}{L}.$$

Максимальный изгибающий момент в горизонтальной плоскости (сечение $II-II$):

$$M_{н2} = A_n l_1 \triangleright M_{н1}.$$

Максимальный изгибающий момент в наиболее опасном сечении:

$$M_{II} = \sqrt{M_{н2}^2 + M_{\tau 2}^2}.$$

Приведенный момент в сечении вала $II-II$:

$$M_{пр} = \sqrt{M_{II}^2 + M_{\tau 2}^2};$$

$$\sigma_n = \frac{M_{пр}}{W} = \frac{M_{пр}}{0,1d_{ш2}^3} \leq [\sigma_n],$$

где $d_{ш2}$ — диаметр вала в наиболее опасном сечении, найденный расчетом ранее.

На этом и заканчивается проверочный расчет вала.

§ 22.6. РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ОСЕЙ

В отличие от валов, испытывающих деформации изгиба и кручения, оси подвергаются только изгибу. Поэтому проектный расчет осей на статическую прочность выполняют аналогично расчету балок с шарнирными опорами методами сопротивления материалов. Неподвижные оси подвергаются расчету в предположении, что напряжения изгиба изменяются по отнулевому циклу — самому неблагоприятному из всех знакопостоянных циклов. Во вращающихся осях напряжения изменяются по симметричному циклу.

Расчет равнопрочной оси. Так как ось работает только на изгиб, то наиболее рациональной формой ее является равнопрочная конструкция. На рис. 22.8, а представлена схема конструкции оси блока. В качестве расчетной схемы подобных осей принимается балка, лежащая на двух опорах, нагруженная сосредоточенной силой (рис. 22.8, б). Рассмотрим ряд поперечных сечений ее 1, 2, ..., i .

Уравнение прочности для соответствующих сечений:

$$M_1 = R_A x_1 = 0,1d_1^3 [\sigma]_н;$$

$$M_2 = R_A x_2 = 0,1d_2^3 [\sigma]_н;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$M_i = R_A x_i = 0,1d_i^3 [\sigma]_н.$$

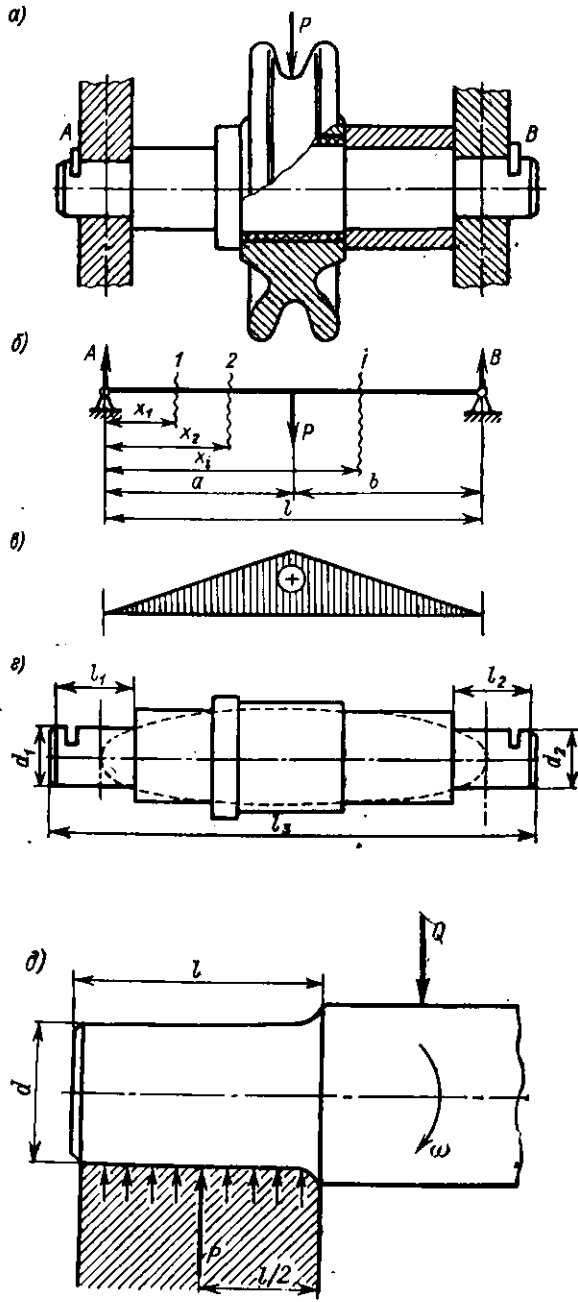


Рис. 22.8.

Разделив последовательно, получим $\frac{x_1}{x_2} = \frac{d_1^3}{d_2^3}$; $\frac{x_1}{x_i} = \frac{d_1^3}{d_i^3}$, откуда диаметр любого поперечного сечения оси определяется по уравнению параболы

$$d_i = d_1 \sqrt[3]{x_i/x_1}. \quad (22.23)$$

Зная диаметр оси одного из сечений, можно определить диаметр любого ее сечения на длине a . Теоретическая форма равнопрочной оси — параболоид вращения. Действительная форма оси представляет собой очертание, соответствующее описанию параболоида с учетом конструктивных и технологических требований, предъявляемых к оси.

Рекомендуется следующий порядок расчета осей: 1) составить расчетную схему и определить величину действующих нагрузок; 2) выбрать материал и определить допускаемые напряжения; 3) определить диаметр оси в различных сечениях; 4) построить теоретическую форму оси как бруса, равного сопротивлению изгиба (рис. 22.8, в); 5) выбрать действительную форму оси, близкую к теоретической, с учетом конструктивных и технологических требований (рис. 22.8, з).

Поверочный расчет осей на усталостную прочность и изгибную жесткость ведут аналогично расчету валов при условии, что $M_{кр} = 0$.

Расчет цапф. Основными критериями работоспособности цапф являются: прочность, износостойкость и жесткость. Кроме того, основными условиями нормальной работы трущейся пары (цапфа—подшипник) являются: невыдавливание смазки и отсутствие нагрева цапфы выше заданной температуры (75—95° С).

Опорные реакции осей и валов, действующие на шипы и шейки, вызывают их изгиб. Цапфа должна обладать достаточными прочностью и жесткостью, так как малейший перекос или прогиб цапфы вызывает резкое перераспределение давления на поверхности цапфы. Трение скольжения цапфы о подшипник вызывает ее износ с выделением теплоты. Смазка подшипника и цапфы уменьшает трение и износ трущейся пары. Однако с повышением температуры смазка теряет вязкость и может легко выдавливаться из-под цапфы, что нарушает нормальное действие машины. Поэтому цапфы подвергают расчетам на прочность, на невыдавливание смазки и на нагрев.

Расчет шипов на прочность. Шип рассматривается как консольная балка, нагруженная силой, равной опорной реакции и действующей в среднем поперечном сечении шипа (рис. 22.8, д).

Основное уравнение прочности для расчета шипа на изгиб

$$\sigma_n = M_n/W \leq [\sigma]_n, \quad (22.24)$$

где

$$M_n = Pl/2; \quad W = 0,1d^3.$$

Подставив эти выражения в уравнение (22.24) и разделив обе части на d , получим

$$P/d = 0,2d^2 [\sigma]_{н}. \quad (22.25)$$

Обозначим $l/d = \varphi$, где φ — геометрический параметр шипов и шеек, зависящий от вида машины:

Двигатели внутреннего сгорания	0,8—1,2
Подъемные машины и механизмы	1,5—2,2
Электромашины, станки	0,8—2,0

Решая уравнение (22.25) относительно d , найдем

$$d = \sqrt{P\varphi/(0,2[\sigma]_{н})}. \quad (22.26)$$

По найденному значению d , зная φ , определяют длину шипа и шейки.

Расчет на невыдавливание смазки. Основным условием нормальной работы трущейся пары (цапфа—подшипник) является наличие между трущимися поверхностями слоя смазки. Если допускаемое удельное давление для цапфы $[p]$, то цапфа, имеющая площадь диаметрального сечения dl , может воспринять нагрузку, равную $[p] dl$.

Основным условием, обеспечивающим невыдавливание смазки, является неравенство

$$P \leq [p] dl, \quad (22.27)$$

где P — сила давления.

Допускаемые удельные давления $[p]$ (Н/мм²) для трущихся пар (цапфа—подшипник) приведены ниже:

Сталь по стали	15—18
» » чугуна	1,5—2,5
» » баббиту	6,0—10
» » бронзе	6,0—10
» » лигностону	5,0—6,0
» » лигнофолю	5,0—7,0

Тепловой расчет. Цапфы при нормальной работе машины или механизма не должны нагреваться до температуры, превышающей 75—95° С. Поэтому тепловой расчет носит проверочный характер. Работа сил трения цапфы может быть определена по равенству

$$A = Pfv, \quad (22.28)$$

где P — опорная реакция; f — коэффициент трения скольжения; v — окружная скорость.

Удельная работа сил трения

$$A_0 = A/F = fPv/(dl). \quad (22.29)$$

Обеспечить невыдавливание смазки возможно только при условии, что $P \leq [p] dl$. Подставляя значение P в уравнение (22.29), получим

$$A_0 = f [p] v,$$

откуда

$$[p] v = A_0/f. \quad (22.30)$$

Цапфа будет работать нормально, если выделяемая теплота (количество которой зависит от удельного давления и скорости вращения цапфы) будет своевременно отводиться в окружающую среду. Основной характеристикой нормально работающей цапфы является произведение допускаемого удельного давления на скорость ее вращения $[pv]$, получившее название *условного коэффициента*. Значения этого коэффициента для различных машин приводятся в справочной технической литературе.

Величину $[pv]$ можно представить в следующем виде:

$$[pv] = P/(dl) = \pi dn/(60 \cdot 100),$$

тогда условие ограничения нагрева цапфы можно выразить:

$$[pv] \geq \frac{\pi p n}{60000 l}, \text{ откуда определяемая необходимая длина цапфы}$$
$$l \geq \frac{P n}{1900 [pv]}.$$

Практически размеры d и l находятся из условия одновременного удовлетворения требованиям прочности, невыдавливания и ненагрева следующим образом. Выбрав (см. стр. 397) значение удельного давления $[p]$, определяют из уравнения (22.27)

$$dl = P/[p]. \quad (22.31)$$

Задавшись отношением $\varphi = l/d$ (см. стр. 397) и подставляя в (22.31) равенство $l = \varphi d$, определяют

$$d = \sqrt{P/\varphi[p]}.$$

Известные теперь значения d и l проверяют на прочность и на ограничение нагрева.

Глава 23. ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ

§ 23.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ, КОНСТРУКЦИИ И КЛАССИФИКАЦИЯ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Подшипники скольжения представляют собой устройства, предназначенные для направления относительного движения валов и осей, а также для передачи нагрузок этих деталей на корпус машины. Опоры шипов и шеек валов и осей, воспринимающие преимущественно радиальную нагрузку, принято называть *подшипниками*, а опоры, нагружаемые осевыми силами, называются *подпятниками*.

Подшипники скольжения оказывают значительно большее сопротивление вращению валов по сравнению с подшипниками качения. Однако применение смазки дает возможность резко сни-

зять это сопротивление и повысить долговечность трущихся пар. С этой же целью в точном машиностроении применяются газодинамические подшипники скольжения, у которых для создания несущей способности используется сила вязкости газа [13].

Существует большое многообразие конструкций подшипников скольжения. Наиболее простой, фланцевый подшипник скольжения (рис. 23.1, а) состоит из корпуса 1 и втулки 2, на которую непосредственно опирается цапфа вала или оси. Для подачи смазки к трущимся поверхностям служит канал 4. Корпус подшипника может быть изготовлен заодно с рамой машины (прибора) или в виде втулки с фланцем, соединяемой болтами с рамой 3. Неразъемные подшипники затрудняют монтаж и демонтаж их в узлах машин (так как вал может быть вставлен в подшипник только с торца), а также исключают возможность регулирования зазора между цапфой вала и втулкой. Эти недостатки ограничивают применение неразъемных подшипников в машинах.

Разъемные подшипники (рис. 23.1, б) лишены отмеченных недостатков. Вкладыш 2 такого подшипника имеет плоский разъем (т. е. состоит из верхней и нижней частей), что дает возможность сравнительно легко устанавливать вал и по мере износа регулировать зазор между цапфой вала и вкладышем. Для предотвращения осевого смещения вкладыши имеют бурты, которыми они упираются в корпус 1 и крышку 3 подшипника. Регулирование зазора осуществляют с помощью болтов 4 и прокладок.

Нормальная работа подшипников возможна при условии равномерного распределения нагрузки по длине вкладыша. Однако при значительном расстоянии между двумя подшипниками вала вследствие деформации вала или монтажных погрешностей возможен перекося цапф в подшипниках (рис. 23.1, в). В этом случае на кромках вкладыша возникнут повышенные удельные давления, которые могут стать причиной так называемого заедания поверхностей вкладыша и цапфы и их разрушения. Влияние перекося вала на распределение нагрузки может быть снижено путем уменьшения длины вкладыша 1 по отношению к его диаметру d . Учитывая это, при проектировании подшипников скольжения обычно назначают $l/d = 0,7 \div 1,2$. Устранение влияния перекося валов достигается применением самоустанавливающихся подшипников.

Самоустанавливающиеся подшипники устроены так, что их вкладыши при монтаже и в процессе эксплуатации занимают такое положение в опорах, которое соответствует положению вала. В качестве примера на рис. 23.1, г изображен радиально-упорный самоустанавливающийся подшипник турбины. В случае незначительного прогиба вала 1 вкладыш 2 соответственно повернется относительно корпуса 3 по сферической опорной поверхности.

Основные типы подшипников и подпятников скольжения в зависимости от особенностей их конструкций приведены в табл. 23.1. Подпятники, как отмечалось выше, воспринимают осевые силы и

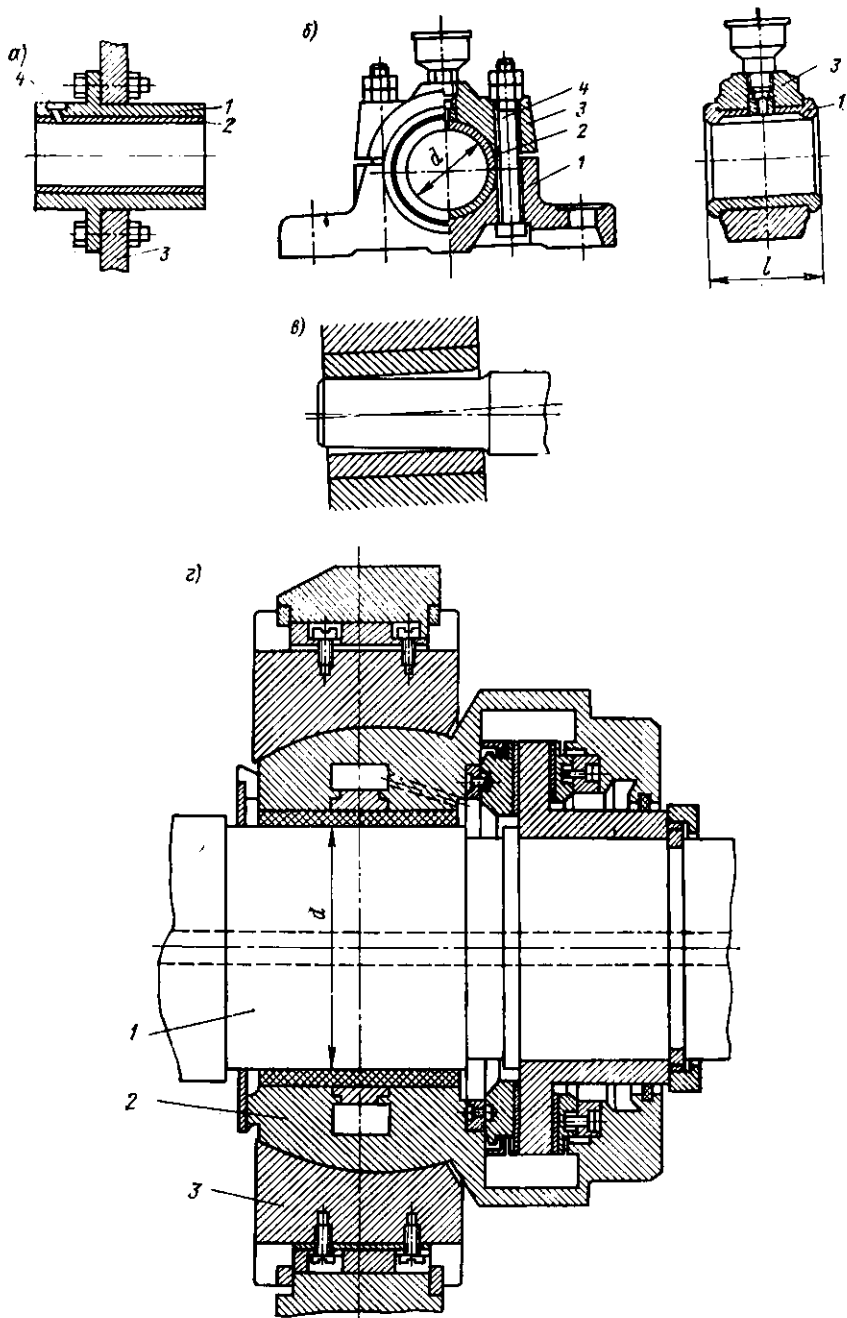
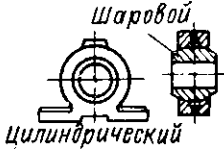
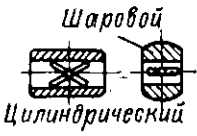
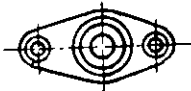
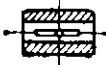
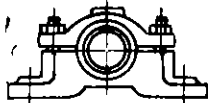

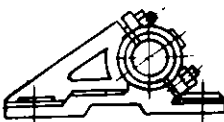
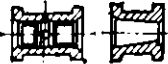
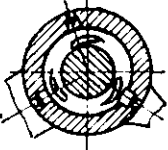

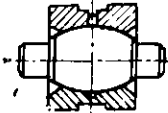

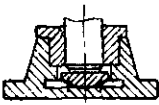
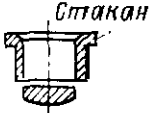
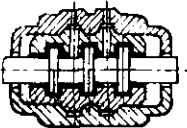



Рис. 23.1.

Т а б л и ц а 23.1. Основные типы подшипников и подпятников скольжения

Тип подшипника	Схемы	
	подшипника	вкладыша
Неразъемный	 <p>Шаровой Цилиндрический</p>	 <p>Шаровой Цилиндрический</p>
Фланцевый		
Разъемный нормального исполнения		
Наклонный		 <p>Цилиндрический Конический</p>
Сегментный		
Шаровой		

Продолжение табл. 23.1

Тип подшипника	Схемы	
	подшипника	вкладыша
Упорный		
Гребенчатый		

могут устанавливаться как на вертикальных, так и на горизонтальных валах (в табл. 23.1 — упорный и гребенчатый подшипники). Они, как правило, выполняются со стаканом (втулкой) и опорным вкладышем, на поверхности которого имеются смазочные канавки. Крупногабаритные упорные подшипники, воспринимающие значительные осевые усилия, выполняются по типу гребенчатых с антифрикционной заливкой трудящихся элементов.

К числу основных достоинств подшипников скольжения, обусловивших их широкое распространение, относятся: удовлетворительная работа при весьма высоких частотах вращения валов (тогда как подшипники качения по скорости имеют ограничения); конструкции подшипников скольжения допускают разъем, что облегчает монтаж и демонтаж валов машин: возможность демпфирования ударных нагрузок, передаваемых валами на опоры машин.

Опорные узлы современных гидравлических, паровых и газовых турбин, двигателей внутреннего сгорания, поршневых компрессоров и других машин, а также приборов монтируются на подшипниках и подпятниках скольжения. Изыскание новых материалов, в том числе синтетических, обладающих малым коэффициентом трения и высокой износостойкостью, применение смазки значительно расширяют область применения подшипников скольжения.

§ 23.2. МАТЕРИАЛЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПОДШИПНИКОВ

Корпуса и крышки подшипников изготавливают из чугуна или стали отливкой. Иногда применяются сварные конструкции, как это показано на рис. 23.2. Вкладыши изготавливают из материалов,

обладающих достаточной прочностью, антифрикционными свойствами, высокой износостойкостью и хорошей прирабатываемостью к цапфе вала. К числу материалов, широко применяемых при изготовлении вкладышей, относятся сплавы: бронза, баббит, латунь, сплавы на алюминиевой основе (алькусипы), антифрикционный чугун и некоторые неметаллические материалы. Медь и олово являются дорогостоящими материалами, поэтому применение, например, оловянистых бронз может быть оправдано только изготовлением ответственных подшипников, подверженных действию ударных и переменных нагрузок. Менее дефицитными являются свинцовые и алюминиевые бронзы, а также баббиты.

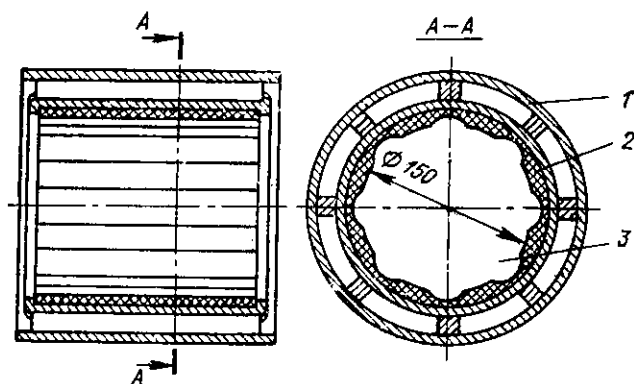


Рис. 23.2.

Баббит обладает высокой пластичностью, поэтому хорошо прирабатывается к цапфе вала. Чтобы обеспечить достаточную прочность подшипников и экономии цветных металлов, вкладыши обычно изготовляют из чугуна или стали, а внутреннюю поверхность их заливают тонким слоем баббита (на рис. 23.1, а баббитовая заливка показана сетчатой штриховкой). Лучшим антифрикционным сплавом является высокооловянистый баббит марки Б83 (ГОСТ 1320—74), содержащий 83% олова. В связи с дефицитностью и высокой стоимостью этот баббит применяют только в машинах ответственного назначения (для заливки подшипников паровых и гидравлических турбин, мощных компрессоров и др.). В качестве заменителей оловянистых баббитов применяют более дешевые баббиты: сурмянистый БС и кальциевый БК (ГОСТ 1209—73). Для замены бронзы и баббита используется сплав алькусип, обладающий высокими физико-техническими и антифрикционными свойствами.

Широкое применение находят вкладыши из неметаллических антифрикционных материалов. К ним относятся: прессованная древесина, древесно-слоистые пластики (ДСП), текстолит, капрон, резина и др. К числу основных достоинств подшипников из

неметаллических материалов можно отнести хорошую прирабатываемость к сопрягаемой цапфе, высокую износостойкость, способность воспринимать ударные нагрузки, низкий коэффициент трения. Так, например, замена металлических вкладышей подшипников прокатных станов вкладышами из текстолита дала возможность удлинить срок службы подшипников в несколько раз и значительно сократить эксплуатационные расходы.

Существенными недостатками вкладышей из пластиков являются их малая теплопроводность и низкая теплостойкость. Например, текстолит теряет свои свойства при температуре немногим более 100°C , а капрон — около 200°C . Отвод теплоты осуществляют обычно с помощью воды, которая используется и в качестве смазки поверхностей трения. Повышение теплопроводности может быть достигнуто применением металлических вкладышей, облицованных тонким слоем синтетического материала.

Резиновые вкладыши применяют в подшипниках гидротурбин, насосов, турбобуров и др. В качестве примера на рис. 23.2 приведена конструкция подшипника турбобура, применяемого для бурения скважин. Этот подшипник состоит из металлического корпуса 1 и резинового вкладыша 2 со смазочными канавками 3, по которым протекает вода. Достоинствами резиновых вкладышей являются высокая амортизирующая упругость, что способствует гашению вредных вибрационных колебаний, и сравнительно высокая износостойкость при наличии в смазке различных механических примесей (песка, металлических частиц и пр.). Однако при температуре выше $65\text{--}70^{\circ}\text{C}$ резина стареет и теряет свои упругие и антифрикционные качества.

В узлах трения машин, работающих с частыми пусками и остановками или с затрудненными условиями подачи смазки, применяются вкладыши из металлокерамических материалов, получаемых на основе различных металлических порошков методом спекания под давлением. Особенностью металлокерамических подшипников является наличие в них пор (до $15\text{--}40\%$ общего объема). Пористость используется для заполнения (пропитки) подшипников маслом, благодаря чему они обладают свойством самосмазываемости, столь необходимым при неустановившихся режимах трения.

§ 23.3. РЕЖИМЫ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТРЕНИЯ И СМАЗКИ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

В опорах скольжения в зависимости от условий взаимодействия трущихся элементов трение может быть сухим, граничным, полужидкостным и жидкостным. *Сухое трение* наблюдается при относительном скольжении элементов опоры без смазки. *Граничное трение* отличается от сухого наличием в отдельных зонах контакта тонких смазочных пленок (порядка $0,1\text{ мкм}$), благодаря

которым величина коэффициента трения снижается. Жидкостный и полужидкостный режимы трения наблюдаются при наличии между трущимися поверхностями элементов опоры промежуточного слоя смазки. При недостаточной толщине слоя смазки отдельные неровности трущихся поверхностей могут вступать в непосредственный контакт, что и определяет *полужидкостный режим трения*.

Сопротивление относительно движению, возникающее при сухом трении скольжения, является результатом механического зацепления мельчайших неровностей соприкасающихся поверхностей и их молекулярного взаимодействия. При жидкостном трении тончайшие слои смазки прилипают к поверхностям звеньев и относительное скольжение их сопровождается только внутренним трением жидкости, которое во много раз меньше сопротивления при сухом трении. Наиболее благоприятным является жидкостное трение, при котором затрачена энергия на преодоление сопротивления, а также износ элементов опоры будут минимальными. В качестве иллюстрации на рис. 23.3 приведен график изменения коэффициента трения подшипника от угловой скорости вращения вала ω при различных режимах трения (a — подшипник; b — цапфа; v — клиновидный зазор, заполненный смазкой). Участок 1—2 кри-


Рис. 23.3.

ента трения подшипника от угловой скорости вращения вала ω при различных режимах трения (a — подшипник; b — цапфа; v — клиновидный зазор, заполненный смазкой). Участок 1—2 кри-
 вой соответствует сухому и граничному трению, затем с возрастанием скорости наступает полужидкостное трение (участок 2—3), и, наконец, при достижении угловой скорости $\omega > \omega_0$ (участок 3—4) устанавливается жидкостное трение, при котором коэффициент трения составляет 0,01—0,001.

Сложные явления, происходящие в смазочном слое, впервые были исследованы русским ученым Н. П. Петровым и изложены в его работе «Трение в машинах и влияние на него смазывающей жидкости».

Образование и удержание слоя смазочной жидкости между нагруженными силой P поверхностями звеньев (рис. 23.4, a) возможно при условии, что внутреннее давление в нем уравновешивает внешнюю нагрузку. В противном случае смазочная жидкость будет выдавлена. Внутреннее давление смазочного слоя может быть создано двумя способами: гидростатическим, когда это давление обеспечивается насосом, и гидродинамическим, при котором звенья образуют клиновидный слой смазки, благодаря которому

при относительном движении «на клин» (рис. 23.4, б) возникает необходимое внутреннее давление жидкости (1 — смазочная жидкость).

Жидкостное трение в подшипниках скольжения может быть достигнуто при условии, что между вкладышем подшипника и цапфой вала образуется клиновидный зазор (рис. 23.4, в), в который втягивается смазывающая жидкость (2 — канал для смазки; 3 — эпюра удельных давлений; 4 — подшипник; 5 — цапфа). По мере

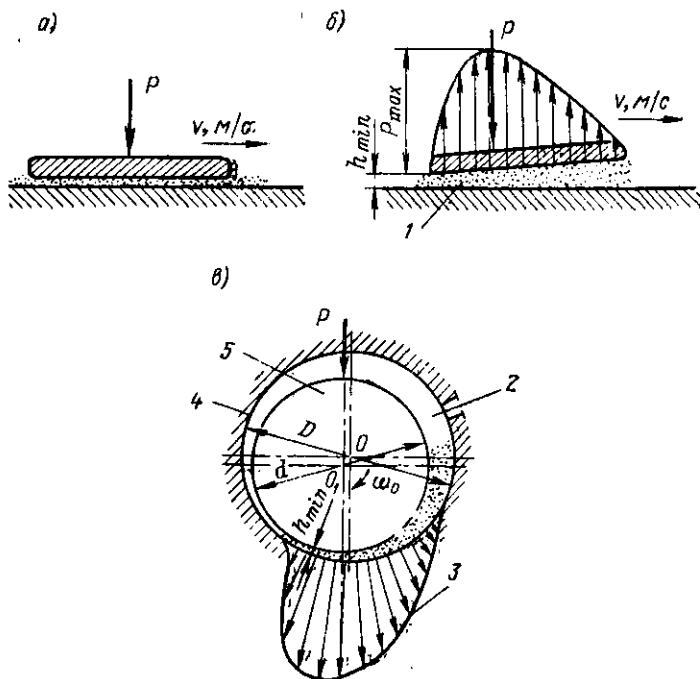


Рис. 23.4.

увеличения угловой скорости вращения цапфа увлекает все большее количество жидкости, нагнетая ее в клиновидный зазор. Наконец, при определенном значении угловой скорости ω_0 равнодействующая эпюры внутренних давлений смазочного слоя уравновешивает внешнюю нагрузку, и цапфа всплывает. Числовые значения угловой скорости ω_0 , как и наименьшая толщина слоя жидкости h_{min} , зависят от вязкости смазочной жидкости; чем выше вязкость, тем при меньшем значении ω_0 наступает жидкостное трение. Для обеспечения лучших условий жидкостного режима трения смазочные каналы необходимо располагать в ненагруженной зоне вкладыша подшипника.

В качестве смазочных материалов для подшипников скольжения применяются жидкие минеральные масла и консистентные

(густые) смазки. К жидким маслам относятся индустриальное, турбинное, цилиндрическое, а к консистентным — солидол, консталин и др. Жидкие масла по сравнению с консистентными допускают более высокие скорости движения, лучше отводят теплоту и при соответствующих условиях обеспечивают жидкостное трение.

Подача смазки к подшипникам осуществляется с помощью специальных масленок, смазочных колец, погруженных в масляную ванну, и другими способами. Наиболее совершенной является циркуляционная система смазки подшипников, при которой масло подается к трущимся поверхностям под давлением. На рис. 23.5 приведена типовая схема питания гидростатического подпятника. Насос 9 подает масло к распределительному устройству 8 через дроссель 7 и трубопровод 6 нагнетает его в центральную камеру 5. Равнодействующая эпюры давлений смазки 3 уравнивает внешнюю нагрузку Q , передаваемую пятой 1 на подпятник 4. Благодаря капиллярному уплотнению 2 и каналу 11 обеспечивается непрерывная циркуляция масла в системе питания, давление в которой контролируется по манометру 10.

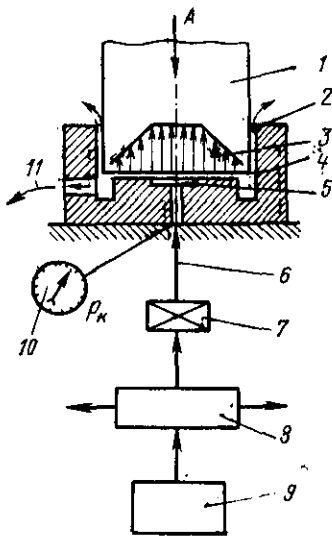


Рис. 23.5.

§ 23.4. РАСЧЕТ И ВЫБОР ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Подшипники скольжения наиболее распространенных конструкций нормализованы, их размеры, особенности выбора материалов и смазки приводятся в справочной литературе [12]. Выбор таких подшипников обычно производится по диаметру цапфы вала с учетом заданных условий работы.

Аналитический расчет опор скольжения вызывает большие трудности, так как невозможно достоверно учесть влияние многочисленных факторов, определяющих их работоспособность. Для режима сухого и граничного трения в инженерной практике часто используется приближенный метод расчета, выработанный многолетним опытом эксплуатации опор скольжения. Суть этого метода состоит в проверке вкладыша подшипника по критериям прочности и теплостойкости.

В качестве критерия прочности принимается среднее удельное давление p , с помощью которого условие прочности вкладыша опоры выражается следующей зависимостью:

$$p = P/S \leq [p], \quad (23.1)$$

где P — нагрузка на опору; S — условная или расчетная площадь контакта (например, для цилиндрических подшипников $S = ld$); $[p]$ — допускаемое удельное давление, величина которого зависит от материала вкладыша. Например, для бронзы и баббита $[p] = 10 \div 12$ Н/мм², для капрона $[p] = 5 \div 6$ Н/мм².

Критерий теплостойкости предусматривает обеспечение нормального теплового режима работы опоры (без чрезмерного нагрева). При вращении цапфы вала механическая энергия трения превращается в тепловую, которая через поверхности деталей опоры и смазку отводится из зоны трения и рассеивается в окружающей среде. Интенсивность тепловыделения пропорциональна работе сил трения, а отвод теплоты — площади поверхности трения подшипника. Исходя из этого, нормальный режим трения считается обеспеченным, если соблюдается условие

$$pv \leq [pv], \quad (23.2)$$

где p — удельное давление, Н/мм²; v — окружная скорость скольжения, м/с; $[pv]$ — допускаемое значение критерия теплостойкости, например, для бронзы оно равно 15 Н/мм²·м/с, для баббита 5—10 Н/мм²·м/с.

Наиболее благоприятным режимом трения является, как отмечалось ранее, жидкостное трение, однако оно возможно лишь при условии соблюдения необходимого соответствия между нагрузкой подшипника, скоростью движения, свойствами смазочной жидкости и размерами поверхностей трения. Расчет подшипников на жидкостное трение основывается на гидродинамической теории смазки и имеет своей целью установление оптимальных соотношений между перечисленными параметрами.

Обычно при расчете определяется наибольшая величина диаметрального зазора между цапфой и вкладышем, допустимая по условиям жидкостного трения:

$$\Delta = 550 \cdot 10^{-11} \eta_l n d^3 l c / (p h_{\min}), \quad (23.3)$$

где η_l — абсолютная вязкость смазочной жидкости, спз; d — диаметр цапфы, мм; l — длина рабочей части вкладыша, мм; c — поправочный коэффициент, зависящий от отношения l/d (при $l/d = 1$ $c = 27$); p — нагрузка на вкладыш, Н; h_{\min} — наименьшая толщина слоя смазочной жидкости, мм,

$$h_{\min} = k (H_1 + H_2); \quad (23.4)$$

k — коэффициент запаса, $k = 3 \div 8$; H_1, H_2 — высота неровностей поверхностей трения цапфы и вкладыша.

Устойчивый режим жидкостного трения возможен при условии, что $h_{\min} \leq \Delta/2$.

Подшипники и подпятники скольжения при перегрузках и в периоды разбега и выбега машины, когда угловая скорость вала недостаточна для поддержания жидкостного трения, работают в условиях полужидкостного и даже полусухого трения.

§ 23.5. КОНИЧЕСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ ОПОРЫ СКОЛЬЖЕНИЯ ПРИБОРОВ

В приборах, валы и оси которых несут малые нагрузки, часто применяются конические опоры на центрах, сферические опоры на кернях, а также другие конструкции опор с коническими и сферическими рабочими поверхностями. Особенности этих опор являются простота, сравнительно малое сопротивление вращению и высокая надежность действия.

Опоры на центрах допускают нагрузки от 1 до 20 Н и небольшие скорости вращения. Простейшая опора на центрах (рис. 23.6, а) состоит из цапфы 1 с конической рабочей поверх-

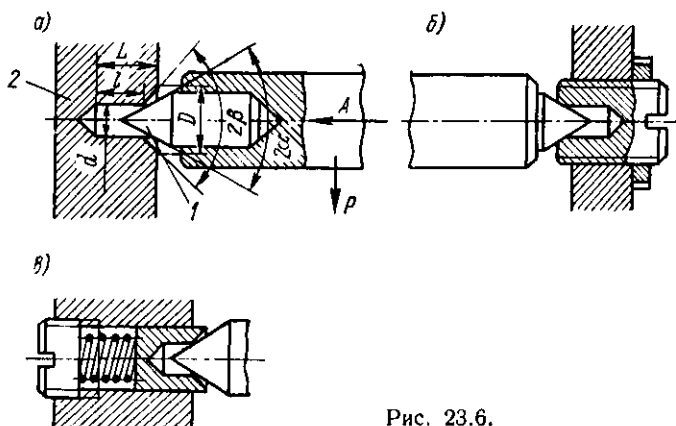


Рис. 23.6.

ностью и подшипника 2, имеющего цилиндрическое отверстие с конической зенковкой. Регулирование зазоров в опоре легко осуществляется осевым перемещением подшипника, который может быть выполнен в виде винта (рис. 23.6, б). Для предотвращения защемления вращающихся элементов опоры при изменении температуры один из подшипников опирают на пружину (рис. 23.6, в).

Цапфы опор на центрах обычно изготавливают из стали марок У8А; У12А, Ст40, Ст50 с закалкой рабочих поверхностей, бронзы БрОФ, латуни ЛАЖ60-1-1Л, ЛКС80-3-3, нейзильбера МНЦ, МНЦС. Кроме того, применяются специальные сплавы, обладающие высокой коррозионной стойкостью. Материалом подшипников служит бронза и латунь указанных марок.

Размеры элементов опоры назначаются конструктивно с учетом следующих рекомендаций: диаметр отверстия подшипника $d = 0,5 \div 1,5$ мм; глубина сверления $L \approx 3d$; длина цилиндрической части $l \approx 1,5d$; диаметр основания конуса зенковки $D \approx 2,5d$; угол конуса цапфы $2\alpha = 60^\circ$; угол конуса зенковки $2\beta = 90^\circ$.

Расчет опор на центрах на прочность производится по контактным напряжениям, возникающим на контактном пояске цапфы и подшипника [16].

Момент сил трения в опорах на центрах определяется по следующим формулам:

при действии радиальной нагрузки P

$$M_{\text{тр}} = \frac{\pi}{2} f N_p \frac{d}{2} = \frac{\pi}{2} f \frac{P}{\sin \alpha} \frac{d}{2}; \quad (23.5)$$

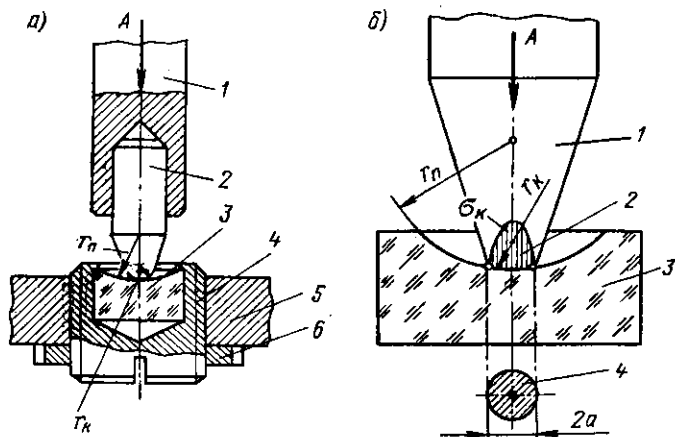


Рис. 23.7.

при действии осевой нагрузки A

$$M_{\text{тр}} = f N_A \frac{d}{2} = f \frac{A}{\sin \alpha} \frac{d}{2}, \quad (23.6)$$

где f — коэффициент трения скольжения; d — диаметр расчетной окружности трения (рис. 23.6).

Если вращающийся стержень одновременно нагружен радиальной P и осевой A силами, то суммарный момент трения в опорах может быть найден по формуле

$$\sum M_{\text{тр}} = f \left(\frac{\pi P d}{4 \cos \alpha} + \frac{A d}{2 \sin \alpha} \right). \quad (23.7)$$

Опоры на кернях оказывают весьма малое сопротивление относительному вращению сопрягаемых звеньев, поэтому широко применяются в измерительных приборах, электрических счетчиках, компасах и в других устройствах.

Конструкция опоры на кернях показана на рис. 23.7. В ось 1 (рис. 23.7, а) механизма запрессована цапфа (кern) 2, острие которой имеет закругление малого радиуса r_k (обычно $r_k = 0,01 \div 0,15$ мм). Опорная поверхность подпятника 3 также имеет сферическое очертание радиуса r_n , величина которого в четыре—восемь раз больше радиуса закругления r_k керня и может составить

от 0,04 до 1,8 мм. Для регулирования зазоров в опоре подпятник 3 может быть вмонтирован в углубление регулировочного винта 4, положение которого в плате 5 прибора фиксируется гайкой 6. При значительных колебаниях температуры и вибрациях подпятник опирают на пружину, благодаря которой исключается защемление вращающегося стержня из-за температурных деформаций и демпфируются динамические удары.

Учитывая, что контактные поверхности в опорах на кернах весьма малы, применение этих опор целесообразно только при малых нагрузках и небольших скоростях вращения.

Керны изготавливаются из стали У10А, У12А с обязательной закалкой, кобальт-вольфрамового сплава, титана и специальных немагнитных коррозионноустойчивых сплавов. Керн может быть образован заточкой вращающейся оси прибора, если ее материал соответствует необходимым условиям. Подпятники обычно изготавливаются из естественных и синтетических твердых камней: агата, рубина, сапфира, корунда, а также из сплавов: бронзы БрОЦС, БрБ2, латуни ЛМС, ЛКС и др.

Для уменьшения трения и износа в опоре на кернах чистота обработки контактных поверхностей доводится до 11—13-го класса.

В основе расчета элементов опоры на прочность лежит определение контактных напряжений. При действии на опору осевой нагрузки A (рис. 23.7, б) острие керна 1 и подпятник 3 демпфируются, в результате чего образуется контактная поверхность 4, на которой нормальные напряжения σ_H распределяются по сферической зависимости (эпюра 2). Условие контактной прочности опоры имеет вид

$$\sigma_H = 0,617 \sqrt{AE_{np}^2 / \rho_{np}^2} \leq [\sigma_H], \quad (23.8)$$

где $E_{np} = \frac{2E_k E_n}{E_k + E_n}$ — приведенный модуль упругости опоры; $E_k E_n$ — модули упругости материалов керна и подпятника (для стали $E_k = 2,1 \cdot 10^6$ Н/мм²; для корунда $E_n = 5 \cdot 10^5$ Н/мм²; для рубина $E_n = 4,5 \cdot 10^5$ Н/мм²); $\rho_{np} = \frac{r_{npk}}{r_n - r_k}$ — приведенный радиус кривизны, мм; $[\sigma_H]$ — допускаемое контактное напряжение, величина которого для стальных и кобальтовольфрамовых кернов по агату, корунду, рубину или сапфиру составляет примерно 2000—3900 Н/мм² (большие значения принимаются при спокойном режиме работы).

Момент сил трения (Н·мм) в вертикальной опоре на кернах, нагруженной осевой силой A (рис. 23.7, б), определяется по формуле

$$M_{тр} = 3/16 (\pi f A a), \quad (23.9)$$

где f — коэффициент трения, значение которого при наличии смазки можно принимать $f = 0,07 \div 0,09$; a — радиус поверхности контакта керна и подпятника, определяемый по формуле, мм,

$$a = 1,11 \sqrt{A \rho_{np} / E_{np}}. \quad (23.10)$$

Глава 24. ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

§ 24.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Подшипник качения — часть опоры вала (или вращающейся оси), воспринимающая от него радиальные, осевые и радиально-осевые нагрузки, работающая в условиях преобладающего трения качения.

Попытки заменить трение скольжения трением качения были известны давно. Так, знаменитый русский механик Кулибин для опор осей построенной им «самокатки» (1791 г.) применил цилиндры, явившиеся прототипом современных подшипников качения. Другим интересным примером применения трения качения является перемещение массивного гранитного камня для цоколя памятника Петру I в Петербурге (1769 г.). Этот камень массой около 1000 т доставлен к месту назначения на деревянных брусках с выдолбленными в них желобами, которые были обиты медными листами. На желоба укладывали большие бронзовые шары, а сверху на них надвигали такие же желобчатые бруска, на которых уже помещался камень.

Появление велосипедов, оборудованных подшипниками качения, дало толчок широкому использованию подшипников качения в самых различных механизмах. В настоящее время трудно назвать такую отрасль машино- и приборостроения, где бы не применялись подшипники качения. Уже успешно осуществлен перевод на подшипники качения подвижного состава железных дорог, прокатных станков, тяжелых прессов, многих конструкций станков, новых мощных экскаваторов и т. п. Подшипники качения имеют ряд преимуществ перед подшипниками скольжения. К основным достоинствам подшипников качения по сравнению с подшипниками скольжения относятся меньшие затраты энергии на процесс трения (момент трения в шарикоподшипниках примерно в 3—6 раз меньше, чем в подшипниках скольжения), меньшие габаритные размеры (по ширине), меньший расход смазочных материалов и др.

Теория и практика показывают, что подшипники качения по сравнению с подшипниками скольжения обладают лучшими конструктивными и эксплуатационными данными. Применение подшипников качения дает возможность повысить к. п. д. всей машины, уменьшить нагрузку двигателя в период разбега машины, а также достичь рабочего режима ее в более короткий срок. Эксплуатационные расходы на опоры качения в большинстве случаев оказываются меньше, чем на опоры скольжения, экономия при этом может быть достигнута до 30%.

Недостатками подшипников качения являются: ограниченные возможности работы при весьма больших нагрузках и частотах вращения, большие габаритные размеры по диаметру, а также невозможность разъема (что иногда вызывает затруднения при конст-

руировании машин и их монтаже), сравнительно высокая стоимость и возможность изготовления только на специализированных заводах с высокой технической культурой.

В СССР подшипниковая промышленность за годы советских пятилеток была создана заново. Подшипники качения стандартизируются и изготавливаются в массовом производстве на ряде крупных специализированных заводов.

Изготовление подшипников качения в заводских условиях было начато в 1933 г. в Германии. В СССР выпускаются подшипники с внутренним диаметром от долей миллиметров до 1345 мм и массой от долей граммов до 4 т. Подшипники качения применяются в различных машинах и приборах, в которых они работают в широком диапазоне частот вращения (до 20 000 об/мин) при значительных температурах. Для нужд космической техники созданы подшипники, способные работать в глубоком вакууме. В разработку современных конструкций, методов расчета и производства подшипников качения большой вклад внесли советские ученые: В. Н. Трейер, С. В. Пинегин, Н. А. Спицын, Д. М. Решетов и др.

§ 24.2. УСТРОЙСТВО ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Подшипники качения (рис. 24.1, а) представляют собой готовую сборочную единицу (узел), основными деталями которой являются тела качения — шарики или ролики различной формы 3, установленные между кольцами 1, 2, и сепаратор 4, разделяющий тела качения. Внутреннее кольцо насаживается на вал и ось, наружное устанавливается в корпусе опорного узла машины и прибора. На наружной поверхности внутреннего кольца и внутренней поверхности наружного кольца выполняются дорожки качения, геометрическая форма которых определяется применяемыми в данном подшипнике геометрическими формами тел качения. В наиболее часто встречающихся конструкциях внутреннее кольцо является подвижной, а наружное — неподвижной деталью. Отдельные конструкции подшипников качения имеют более сложное устройство и включают другие детали, например крепежные втулки, защитные шайбы, войлочные уплотнения и др. Кроме подшипников качения общего назначения применяются и специальные, т. е. нестандартные подшипники (в машиностроении обычно больших размеров, в приборостроении — миниатюрные шарикоподшипники с диаметром шарика 0,3 мм).

Подшипники качения классифицируются по следующим основным признакам: по направлению воспринимаемой нагрузки — радиальные, радиально-упорные и упорные; по форме тел качения — шариковые и роликовые, причем последние могут быть с цилиндрическими, коническими, бочкообразными, игольчатыми и витыми роликами (рис. 24.1, б). По числу рядов тел качения — однорядные и многорядные; по способности самоустанавливаться —

самоустанавливающиеся (сферические) и несамоустанавливающиеся; по габаритным размерам они делятся на пять серий: сверхлегкая, особо легкая, легкая, средняя и тяжелая. Кроме того, в зависимости от ширины подшипники делятся на особо узкие, узкие, нормальные, широкие и особо широкие.

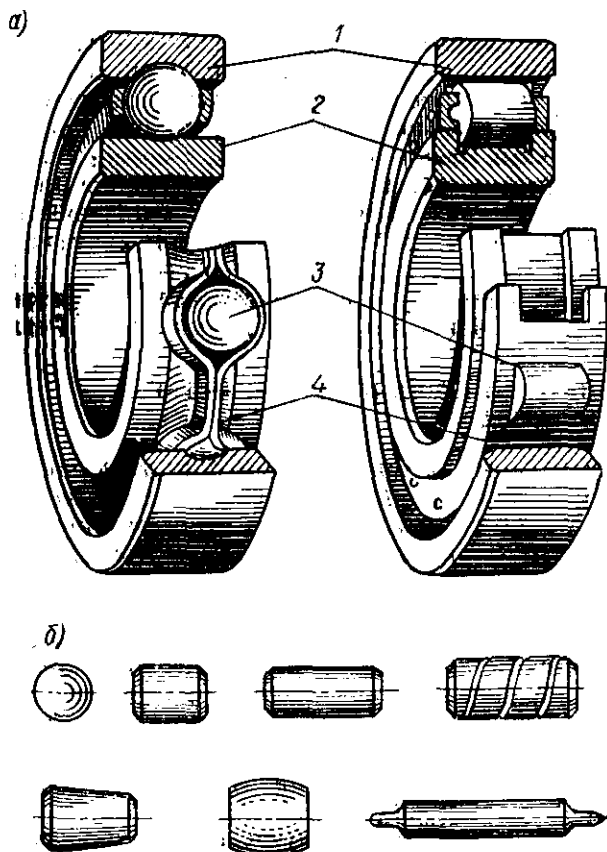


Рис. 24.1.

На рис. 24.2 представлены основные типы подшипников качения.

Радиальные шариковые и роликовые подшипники предназначены для восприятия главным образом радиальных нагрузок. Однорядные радиальные шарикоподшипники (рис. 24.2, а) кроме радиальной нагрузки дают возможность передавать осевую нагрузку в пределах 60% от неиспользованной радиальной. Радиальные двухрядные сферические подшипники (рис. 24.2, б) широко применяются в многоопорных гладких валах с отдельными

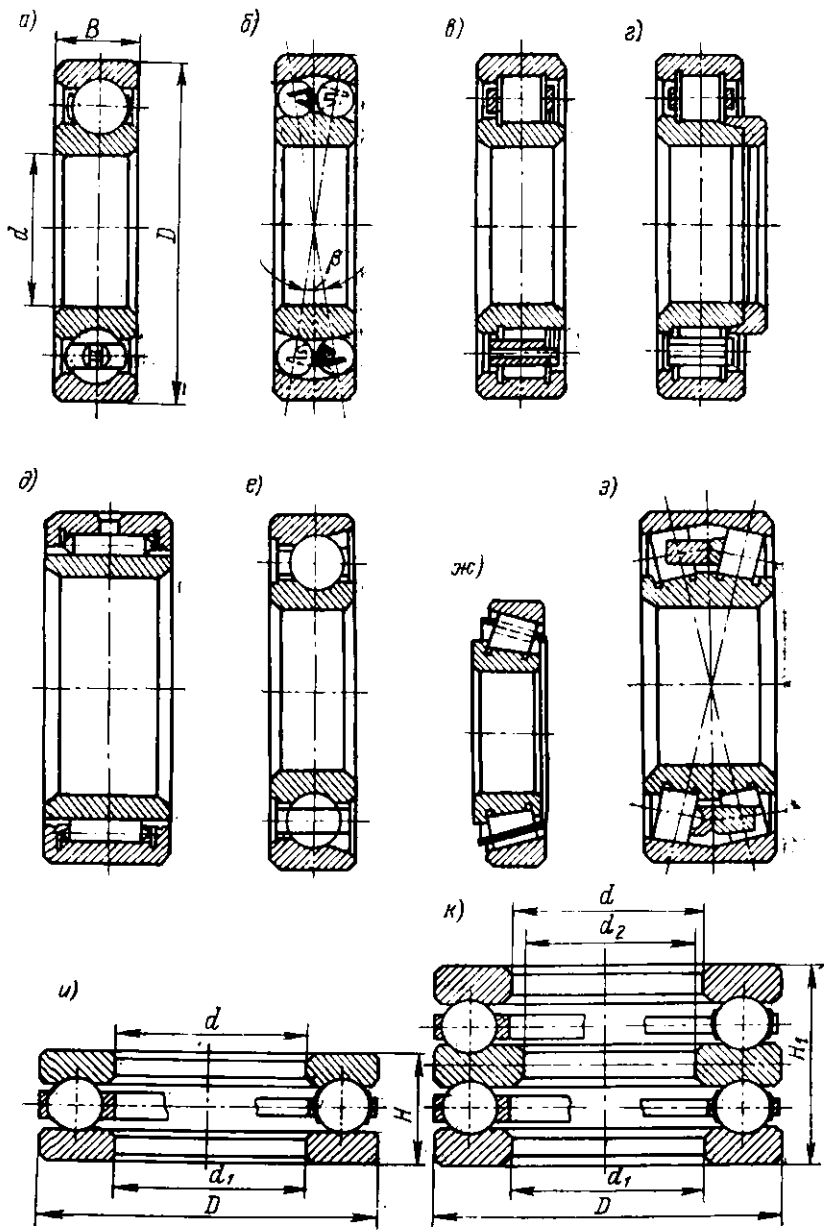


Рис. 24.2.

корпусами подшипников при недостаточно жестких двухопорных валах, а также при невозможности обеспечить строгую соосность опор. Эти подшипники дают возможность передавать осевую нагрузку до 20% от неиспользованной радиальной.

Грузоподъемность роликоподшипников при тех же габаритных размерах значительно выше, чем шарикоподшипников. Однако потери на трение в роликовых подшипниках больше, чем в шариковых: значения коэффициента трения для шарикоподшипников $f = 0,001 \div 0,004$, для роликоподшипников $f = 0,0025 \div 0,01$. Роликовые подшипники более чувствительны к перекосу валов, чем шариковые. Роликоподшипники без бортов на наружном кольце или на внутреннем кольце не ограничивают осевого перемещения вала. Эти же подшипники с двумя бортами на одном из колец и одним бортом на другом (рис. 24.2, в) дают возможность передавать односторонние осевые нагрузки. Роликоподшипники с упорной фасонной шайбой на внутреннем кольце (рис. 24.2, г) дают возможность фиксировать вал и допускают небольшую осевую нагрузку в обе стороны.

Подшипники с витыми роликами хорошо противостоят радиальным нагрузкам. Они не фиксируют вал в осевом направлении, менее чувствительны к перекосам, чем подшипники с длинными цилиндрическими роликами.

Игольчатые подшипники (рис. 24.2, д) предназначаются для восприятия больших радиальных нагрузок в опорах, размеры которых ограничены в радиальном направлении. Наличие осевой нагрузки обуславливает их применение в комбинации с подшипниками других типов. Игольчатые подшипники изготавливаются с двумя массивными кольцами (комплектные) или только с одним наружным кольцом. Тела качения игольчатых подшипников представляют собой длинные ролики диаметром не свыше 5 мм и длиной от 4 до 12 диаметров. В подшипниках они укладываются без сепараторов, почти вплотную друг к другу. Игольчатые роликоподшипники могут работать как при малых, так и при больших оборотах.

Радиально-упорные шарико- и роликоподшипники предназначаются для восприятия одновременно действующих радиальных и осевых нагрузок одного направления. Эти подшипники могут также воспринимать и только осевые нагрузки. Наружное кольцо радиально-упорных шарикоподшипников имеет несимметричный желоб. Внутренняя поверхность кольца растачивается со стороны ненагруженной его части. Радиально-упорные шариковые подшипники (рис. 24.2, е) обычно устанавливаются в узлах с жесткими короткими двухопорными валами при наличии соосности расточки корпусов, а также в узлах при возможности регулировки радиального зазора.

Конические роликовые радиально-упорные подшипники (рис. 24.2, ж) также служат для восприятия одновременно действующих значительных радиальных и осевых нагрузок одного

направления. Их применяют в опорах жестких двухопорных валов и осей (например, в редукторах с коническими зубчатыми колесами, в опорах колес автомобилей и тракторов, в шпинделях коробок передач металлорежущих станков и др.). Однорядные конические роликоподшипники не являются самоустанавливающимися, поэтому они весьма чувствительны к несоосности, а также к относительному перекосу осей вала и расточек корпуса. Поэтому для восприятия больших радиальных и осевых нагрузок, действующих в обе стороны, применяют двухрядные конические роликовые подшипники (рис. 24.2, з) или варианты установки нескольких подшипников радиальных и упорных.

Упорные шарико- и роликоподшипники предназначены для восприятия осевой нагрузки: однорядные одностороннего действия (рис. 24.2, и) и двухрядные двухстороннего действия (рис. 24.2, к). Одно из колец шариковых упорных подшипников неподвижно насаживается на вал и вращается вместе с ним, а второе устанавливается в корпусе. В двухрядных упорных подшипниках на вал насаживается промежуточное кольцо.

Упорные шарикоподшипники при больших частотах вращения работают неудовлетворительно вследствие неблагоприятного влияния центробежных сил, действующих на шарики. Они весьма чувствительны к несоосности и относительному перекосу осей вращающегося и неподвижного колец. Поэтому свободное кольцо упорных подшипников устанавливают в корпусе с зазором. Подкладные сферические шайбы дают возможность устранить перекося, связанный лишь с монтажом подшипника. Для уменьшения радиальных размеров в отдельных случаях подшипники изготавливают без колец, и тела качения катятся непосредственно по цапфе и корпусу. Такие опоры называют совмещенными.

Подшипники качения маркируют нанесением на торцы колец цифр и букв, условно обозначающих внутренний диаметр, серию, тип, конструктивные особенности и другие признаки. Например, две первые цифры справа обозначают их внутренний диаметр d (от 20 до 495 мм), определяемый умножением числа, записанного упомянутыми выше двумя первыми цифрами справа, на пять. Третья цифра справа обозначает серию подшипника: особо легкая — 1, легкая — 2, средняя — 3, тяжелая — 4 и т. д. Четвертая цифра справа обозначает тип подшипника; пятая или пятая и шестая цифры справа — отклонение конструкции подшипника от основного типа. Седьмая цифра справа — серию ширин. Цифры, стоящие через тире впереди цифр условного обозначения подшипника, указывают его класс точности. Нормальный класс точности обозначается цифрой 0, а сверхвысокий класс точности — цифрой 2, затем в порядке понижения точности — 4, 5, 6 и 0. Примеры обозначения подшипников: 4—2208 — подшипник роликовый с короткими цилиндрическими роликами, легкой серии, $d = 40$ мм, четвертого класса точности; 211 — подшипник шариковый радиальный, легкой серии, с $d = 55$ мм, нормальным классом точности.

Ниже приведены максимальные величины радиальных биений внутренних колец подшипников диаметром 50—80 мм в зависимости от классов точности:

Классы точности	1	2	3	4	5	6	0
Биение, мкм	20	15	10	7	5	3	2,5

§ 24.3. МАТЕРИАЛЫ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ, НАГРУЗКИ И ПРИЧИНЫ ПОТЕРИ ИХ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Материал тела качения и колец должен обладать достаточными износостойкостью, твердостью и выносливостью. Поэтому для изготовления этих наиболее ответственных деталей подшипников применяется высококачественная сталь марок ШХ15, ШХ15СГ, а также специальная сталь марок 9Х18Ш, ЭН347Ш, НЗ6ХТЮ и др.

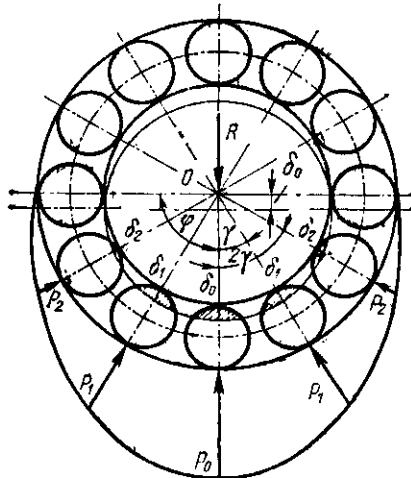


Рис. 24.3.

Подшипниковые кольца получают из прутковой или трубной заготовки горячей штамповкой или раскаткой предварительно отштампованных колец. После штамповки кольца и тела качения подвергаются механической и термической обработке, а затем шлифованию и полированию. Для уменьшения трения и износа тела качения и поверхность беговой дорожки колец должны обладать большой твердостью ($HRC\ 61-65$).

Нагрузка на тела качения в подшипниках распределяется неравномерно. При работе тела качения катятся по беговым дорожкам колец, одно из которых обычно неподвижно. Нагрузка, приходящаяся на тело качения (шарик или ролик), расположенное в нагруженной зоне, зависит от угла между радиусом, проходящим через центр тела качения, и направлением нагрузки. На рис. 24.3 представлена эпюра распределения нагрузки между телами качения в подшипнике. Нагрузку на любое тело качения, расположенное под углом относительно плоскости действия нагрузки, можно определять по равенству

$$P_n = P_0 \cos^{\frac{3}{2}} n\gamma, \quad (24.1)$$

где n — порядковый номер шарика, отсчитываемый от нижнего шарика, расположенного на вертикальной оси; $\gamma = 360^\circ/z$ —

центральный угол между двумя расположенными рядом телами качения; z — число тел качения в одном ряду подшипника.

Расчеты показывают, что в существующих корпусах свыше 50% всей нагрузки на подшипники воспринимает один шарик или ролик, расположенный в данный момент на линии действия нагрузки. Такое резко неравномерное распределение нагрузки на тела качения приводит к чрезмерному повышению контактных напряжений и преждевременному выходу подшипников из строя. На долговечность (срок службы) подшипников влияет усталостное выкрашивание рабочих элементов подшипников, которое зависит главным образом от величины контактных напряжений. Пользуясь формулами, приведенными в справочной литературе, можно определить радиальное давление на наиболее нагруженное тело качения, а также максимальные напряжения на контактной площадке тел качения.

Одной из причин неудовлетворительного распределения нагрузки между роликами в существующих корпусах является наличие посадочного зазора между отверстием корпуса и наружным кольцом подшипника и радиального зазора в подшипнике.

Подшипники качения также выходят из строя вследствие чрезмерного нагрева, потери точности вращения, абразивного и коррозионного износа, разрыва сепаратора, загрязнения и заклинивания, потери посадочных допусков колец на валу и в корпусе, появления трещин на деталях и от других причин. Большинство этих факторов, влияние которых в сборочных единицах машин имеет различный характер, не поддается математическому учету.

На рис. 24.4 представлены характерные повреждения деталей высокоскоростных шарикоподшипников: *а* — усталостное выкрашивание на желобе наружного кольца; *б* — питтинг на желобе внутреннего кольца; *в* — износ и разрыв массивного сепаратора, направляемого бортами наружного кольца; *г* — кольцевой износ шарика бессепараторного шарикоподшипника или подшипника с малыми зазорами; *д* — риски на шарике при недостаточном предварительном натяге от контакта их с замком; *е* — следы гироскопического скольжения на шарике; *ж* — шарик, испытывавший защемление и сильно пластически деформированный; *з* — шарик, получивший ускоренный, но равномерный абразивный износ в результате автоколебаний в гнезде сепаратора; *и* — шарик, получивший усталостное выкрашивание и отпущенный в результате нагрева.

Они являются основными причинами потери работоспособности подшипников качения. *Усталостное выкрашивание* поверхностей тел качения и беговых дорожек колец вызывает появление раковин (питтинг) или отслаивание (шелушение). Являясь основными для подшипников качения, эти разрушения наблюдаются после длительной работы и сопровождаются стуком и вибрациями.

Абразивный износ происходит вследствие плохой защиты подшипника от попадания пыли или абразивных частиц. Современные уплотнительные устройства дают возможность уменьшить износ рабочих поверхностей подшипников.

Пластические деформации на дорожках качения (вмятины) вызываются действием ударных нагрузок.

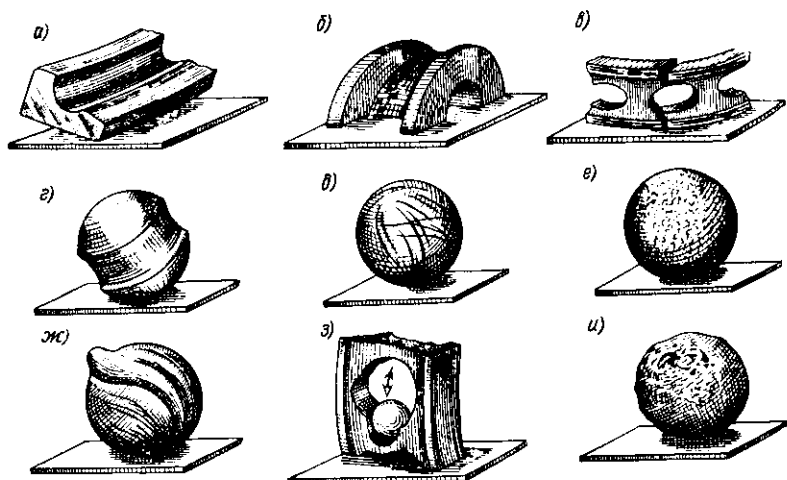


Рис. 24.4

Разрушение сепараторов происходит от действия центробежных сил, а также от воздействия на сепаратор тел качения.

Раскалывание колец и тел качения происходит из-за перекосов, происходящих при монтаже опор валов или при больших динамических нагрузках, а также недостатков качества изготовления подшипников.

§ 24.4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА И ВЫБОРА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

Работоспособность деталей подшипников зависит от контактной выносливости материала, из которого они изготовлены, величины периодических напряжений, возникающих в материале, и числа циклов нагружений, которое зависит от частоты вращения и конструкции подшипников.

Контактной выносливостью называется способность материала воспринимать переменные контактные напряжения.

Напряжения σ и число циклов нагружения N_u в общем случае связаны уравнением гиперболы (рис. 24.5, а)

$$\sigma^x N_u^y = \text{const}, \quad (24.2)$$

где x, y — постоянные величины, определяемые экспериментально.

На рис. 24.5, б представлен график относительной долговечности большой группы испытанных подшипников до их разрушения. При этом получается большой разброс в величине их долговечности. Анализ этого графика показывает, что точка А представляет собой среднюю долговечность всей группы подшипников. Точка В показывает, что около 10% испытанных подшипников имеют долговечность, более чем в два раза превышающую среднюю величину. Точка С указывает, что 10% подшипников имели долговечность в пять раз меньшую, чем средняя. Самая большая долговечность редко превышает среднюю более чем в четыре раза.

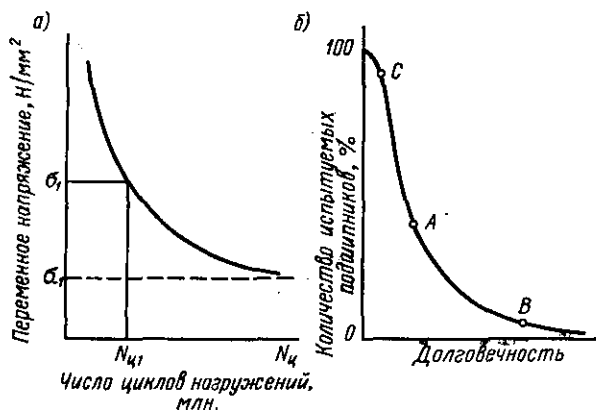


Рис. 24.5.

Существует два подхода к определению расчетной долговечности $h_{\text{расч}}$ подшипника. Первый из них зависит от условной радиальной нагрузки $Q_{\text{пр}}$, частоты вращения и долговечности подшипника:

$$C = Q_{\text{пр}} (nh)^{0.3}; \quad (24.3)$$

$$C_1 = Q_{\text{пр}} (nh)^{1/3}, \quad (24.4)$$

где C и C_1 — контакты для каждого из типоразмеров подшипников, называемые коэффициентами работоспособности (по ГОСТ 520—55) и динамической грузоподъемности (по ISO ТК4). При этом расчетная долговечность определяется по формулам:

$$h_{\text{расч}} = 1/n (C/Q_{\text{пр}})^{10/3}; \quad (24.5)$$

$$h_{\text{расч}} = 1/n (C_1/Q_{\text{пр}})^3. \quad (24.6)$$

По своей физической сути обе рассмотренные методики мало отличаются одна от другой. Некоторым преимуществом в математическом отношении обладает методика ISO ТК4. Анализ приведенных формул показывает, что наиболее эффективным способом повышения срока службы подшипников качения является снижение контактных напряжений.

Выбор типа подшипника зависит от его назначения, величины и направления нагрузки, режима работы, стоимости подшипников и особенности монтажа. При выборе подшипников используются также следующие критерии их работоспособности:

быстроходность, учитывающая скоростные возможности подшипника;

долговечность, определяющая ресурс работы подшипника в зависимости от величины и характера нагрузки, скорости вращения, температуры и т. п.;

теплостойкость или жаростойкость, учитывающая стойкость подшипника к воздействию температур (в первом случае до 150—200° С, во втором — более 200° С);

коррозионная стойкость, учитывающая стойкость подшипника к физико-механическому воздействию окружающей среды;

износостойкость, учитывающая сопротивляемость деталей подшипника силам трения качения и скольжения, возникающим между деталями подшипника;

точность, выбираемая в зависимости от требований, предъявляемых к подшипниковому узлу изделия;

жесткость, выбираемая или рассчитываемая в зависимости от требуемой жесткости подшипникового узла конкретного изделия;

надежность, определяемая в зависимости от работоспособности подшипника по тем или иным критериям, перечисленным выше;

специальные требования, к числу которых могут быть отнесены условия смазки, среды, характер нагрузки, посадка подшипников, периодичность ремонта и контроль подшипника в процессе его эксплуатации и т. п.; данные требования учитывают специфику работы изделий и подшипника, примененного в нем.

Каждый из указанных критериев оценивается по соответствующим формулам или рекомендациям, указанным в справочной литературе на подшипники качения или в специальных технических условиях на подшипники и подшипниковые узлы изделий.

Следует иметь в виду, что дешевле других шариковые радиальные подшипники. Роликовые конические подшипники легкой серии дороже шариковых той же серии примерно на 30—50%. С повышением класса точности резко возрастает стоимость подшипников.

§ 24.5. МЕТОДИКА РАСЧЕТА И ВЫБОРА ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

Выбор подшипников производится по каталогам и состоит из подбора типа подшипника и определения его наиболее рациональных размеров. Тип подшипника выбирается с учетом величины и направления нагрузки на подшипник, характера нагрузки (постоянная, переменная, ударная), частоты вращения вала, требуемого срока службы подшипника (долговечность в часах

или миллионах оборотов), а также окружающей среды и ее температуры, влажности, запыленности и др.

Подшипники качения рассчитывают на долговечность (ресурс) по динамической (при $n > 1$ об/мин) и статической грузоподъемности (при $n \leq 1$ об/мин). Методы расчета в СССР стандартизованы и соответствуют рекомендациям СЭВ и ИСО (международная организация по стандартизации).

Динамическая грузоподъемность подшипника устанавливается из условия контактной выносливости таким образом, чтобы возможные контактные разрушения в подшипнике могли начаться лишь после того, как внутреннее его кольцо сделает не менее одного миллиона оборотов. Критерием для выбора подшипника служит неравенство

$$C_{тр} \leq [C], \quad (24.7)$$

где $C_{тр}$ — требуемая величина динамической грузоподъемности подшипника; $[C]$ — табличное значение динамической грузоподъемности выбранного подшипника.

Требуемая динамическая грузоподъемность

$$C_{тр} = QL^{1/\alpha} \text{ или } C_{тр} = Q \left(\frac{60nL_h}{10^6} \right)^{1/\alpha}. \quad (24.8)$$

При постоянной частоте вращения долговечность определяют по формуле

$$L = \frac{60n}{10^6} L_h. \quad (24.9)$$

Здесь Q — приведенная нагрузка подшипника; n — частота вращения кольца, об/мин; L , L_h — долговечность подшипника, выраженная соответственно в миллионах оборотов вращающегося кольца за расчетное время и в ч; α — коэффициент, зависящий от формы кривой контактной усталости, для шариковых подшипников $\alpha = 3$, для роликовых $\alpha = 10/3$.

Приведенная нагрузка для радиальных и радиально-упорных подшипников (за исключением роликовых радиальных) определяется по формуле

$$Q = (XK_k R + YA) K_6 K_t, \quad (24.10)$$

где R , A — радиальная и осевая нагрузки; X , Y — коэффициенты радиальной и осевой нагрузки; K_k — кинематический коэффициент, значение которого принимается в зависимости от того, какое из двух колец вращается; K_6 — коэффициент безопасности (динамичности); K_t — температурный коэффициент.

Если внутреннее кольцо вращается по отношению к направлению нагрузки, то $K_k = 1,0$, если оно неподвижно по отношению к нагрузке, то $K_k = 1,2$.

Температурный коэффициент выбирается в зависимости от рабочей температуры подшипника. Для температур 100, 125, 150, 175, 200, 250°С соответствующий температурный коэффициент принимается равным 1,0; 1,05; 1,10; 1,15; 1,25; 1,40.

Значения коэффициентов X и Y определяются в зависимости от отношения осевой нагрузки A к статической грузоподъемности подшипника C_0 с учетом параметра e , который определяется по графику $e = f(R/C_0)$ при углах контакта от 12° до 18° (рис. 24.6).

Для радиальных роликовых подшипников приведенная нагрузка Q вычисляется по формуле

$$Q = RK_K K_I K_0, \quad (24.11)$$

для упорных подшипников —

$$Q = AK_0 K_I. \quad (24.12)$$

Расчет и подбор подшипников нередко производят методом последовательных приближений. Для этого приходится определять выбранную долговечность выбранного подшипника. Долговечность подшипника определяется количеством полных оборотов или количеством часов работы при заданной постоянной частоте вращения до появления признаков усталости материала любого его кольца или тела качения.

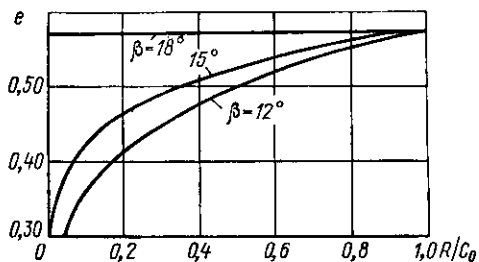


Рис. 24.6.

Под номинальной долговечностью (расчетным сроком службы) понимается срок службы подшипников, в течение которого не менее 90% из данной группы идентичных подшипников при одинаковых условиях должны отработать без появления признаков усталости металла.

На основании экспериментальных данных установлена следующая зависимость между нагрузкой на подшипник и долговечностью:

$$L = (C/Q)^\alpha. \quad (24.13)$$

Для подшипников, работающих при постоянной частоте вращения, долговечность L_h проще выражать в рабочих часах. Между значением L и временем работы подшипника L_h (ч) существует соотношение

$$L_h = 10^6 L / (60n). \quad (24.14)$$

Под статической грузоподъемностью C_0 принято понимать такую нагрузку, от действия которой возникает общая остаточная деформация тел качения и кольца в наиболее нагруженной точке контакта, не превышающая 0,0001 диаметра тела качения.

Критерием для выбора подшипника служит неравенство

$$Q_0 \leq [C_0], \quad (24.15)$$

где Q_0 — приведенная статическая нагрузка; величина $[C_0]$ приводится в таблицах справочников для каждого типоразмера подшипника. В качестве приведенной статической нагрузки для радиальных и радиально-упорных подшипников выбирается бóльшая из двух величин, найденных по формулам¹:

$$Q_0 = X_0 R + Y_0 A; \quad (24.16)$$

$$Q_0 = R, \quad (24.17)$$

где X_0 — коэффициент радиальной нагрузки; Y_0 — коэффициент осевой нагрузки. Значения этих коэффициентов приведены в таблицах справочников по подшипникам качения [27].

§ 24.6. ПОДШИПНИКОВЫЕ УЗЛЫ

Работоспособность подшипников качения зависит не только от правильного их подбора, но и от рациональной конструкции подшипникового узла.

Конструкция подшипниковых узлов должна обеспечивать: 1) возможность теплового расширения (удлинения) вала без нарушения нормальной работы подшипников, т. е. без нагружения их дополнительными осевыми нагрузками; 2) фиксацию положения вала в осевом направлении, за исключением передач с шевронными и раздвоенными (с противоположным направлением наклона зубьев) колесами; 3) необходимые условия для работы подшипника, т. е. смазку и предохранение от пыли и грязи; 4) удобство монтажа и демонтажа подшипников. Кроме того, все детали узла должны обладать достаточной прочностью и жесткостью. Деформации валов или стенок корпуса узла, в том числе и незначительные, нередко приводят к нарушению нормальной работы подшипника. Поэтому при конструировании подшипниковых узлов следует добиваться возможно меньших расстояний между опорами.

Проектирование подшипниковых узлов следует производить в такой последовательности: составить эскиз общей компоновки узла; определить величину и направление действующих на подшипник нагрузок; определить тип, размер и класс точности подшипника качения; выбрать посадку внутреннего и наружного колец, а также способ закрепления их на посадочных местах; выбрать смазку и тип уплотнительных устройств.

Рациональный выбор схем установки подшипников и точное соблюдение правил их монтажа является одним из основных условий надежной и длительной работы подшипников качения. Вид передачи и условия ее работы, характер действующих на опоры осей и валов нагрузок (радиальная, осевая и их соотношений) определяют выбор схемы установки подшипников и компо-

¹ По ГОСТ 18855 — 73 Q , R , A и K_k обозначены соответственно P , F_r , F_a и V .

новку подшипникового узла в целом. Для создания самостоятельного сборочного комплекта вала с подшипниками в некоторых конструкциях подшипниковых узлов применяют стаканы. В подшипниковом узле вал — шестерня конической передачи стакан является обязательным, с его помощью производят регулировку зубчатого зацепления. На рис. 24.7, а представлены схемы установки шариковых радиальных подшипников с лабиринтными и канавочными уплотнениями и закладными крышками.

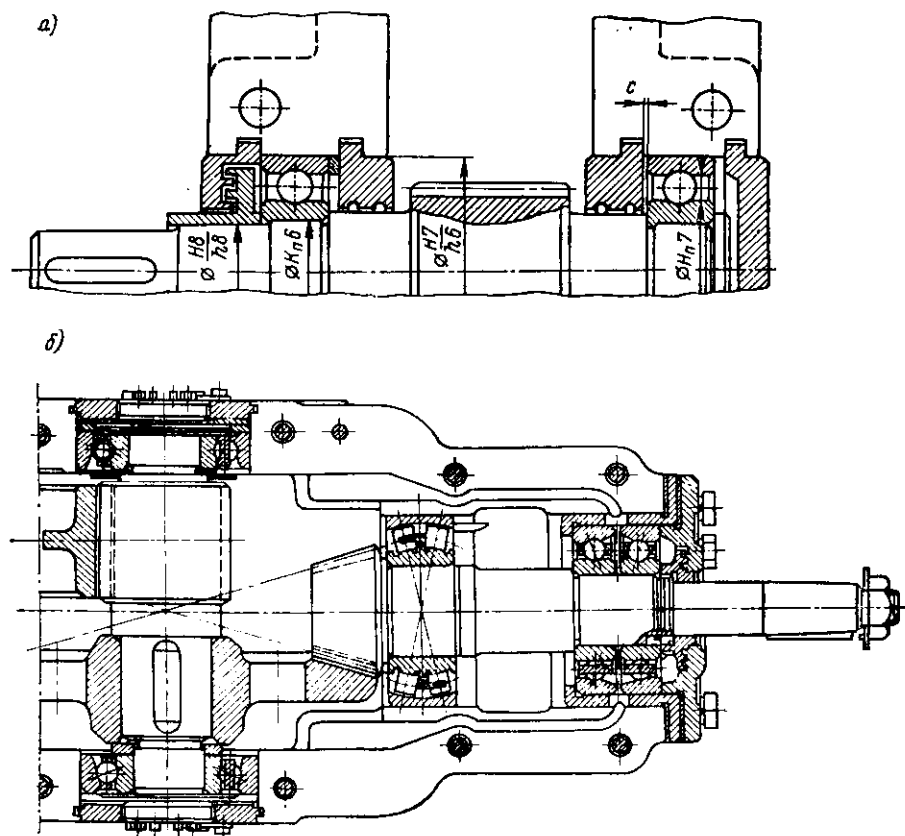


Рис. 24.7.

Ведущий вал-шестерня (рис. 24.7, б) смонтирован на сдвоенных радиально-упорных шариковых подшипниках, поставленных враспор. Вторая опора вала имеет роликовый двухрядный сферический подшипник. Опоры ведомого вала редуктора имеют радиально-упорные шариковые подшипники, поставленные враспор. Подобные конструкции применяют в тех случаях, когда валы и оси испытывают не только радиальную, но и осевую нагрузки.

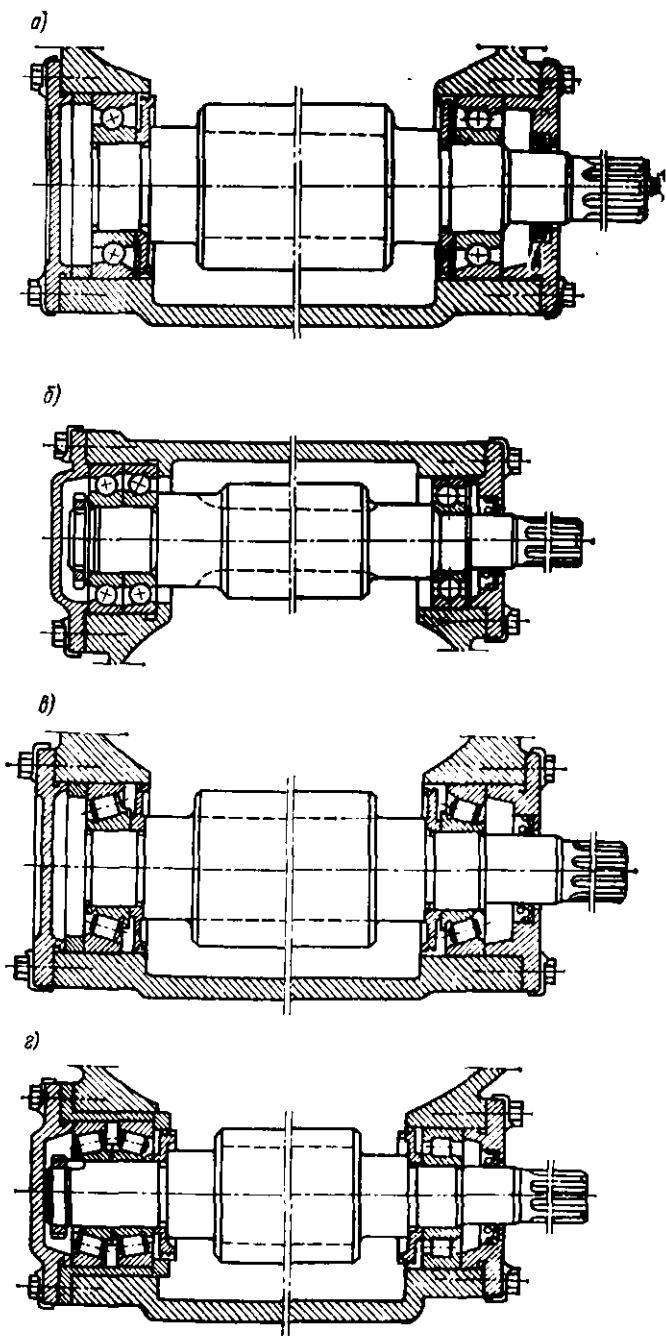


Рис. 24.8.

На рис. 24.8, *a* — *г* представлены варианты опор червячных передач с подшипниками качения в различных сочетаниях.

Радиально-упорные шариковые и конические роликовые подшипники всегда устанавливаются попарно враспор, фиксируя тем самым положение вала в осевом направлении в обе стороны.

Приведенные примеры не исчерпывают возможных вариантов установки подшипников для удовлетворения нужд практики. Более подробно эти вопросы изложены в специальной литературе по применению подшипников качения.

Кольца подшипников на валу и в корпус монтируют с определенными посадками. Посадочные места на валах под внутреннее кольцо обрабатывают по системе отверстия, а обработку отверстия корпуса под наружное кольцо производят по системе вала. Для шарикоподшипников применяются стандартные посадки на валы и в корпус. Наружное кольцо подшипника может устанавливаться либо в стаканах, либо непосредственно в гнездо корпуса. Стаканы изготовляют из чугуна или стали и закрепляют в корпусе от осевого перемещения.

§ 24.7. СМАЗКА ПОДШИПНИКОВ

Смазка подшипников качения является необходимым условием правильной и надежной работы опор осей и валов. Основное назначение смазки: предохранение подшипников от коррозии, уменьшение трения в подшипниках, отвод теплоты, выделяющейся вследствие работы трения и уменьшения шума при работе подшипников. Важнейшими параметрами, определяющими выбор сорта смазки, являются: удельная нагрузка, воспринимаемая опорой, частота вращения вала в подшипнике и рабочая температура. Чем выше удельная нагрузка, частота вращения и температура, тем больше должна быть вязкость масла. Смазка подшипников в редукторах общего назначения обычно осуществляется жидким маслом (например, машинным, автотом и др.) с помощью общей масляной ванны, разбрызгиванием его зубчатыми колесами или применением маслособирательных желобов, располагаемых на стенках редуктора. Применяют также консистентные смазки, например солидол, констаин и др., периодически закладываемые в корпус подшипникового узла. Последние защищают от масла редуктора и внешней среды уплотнительными устройствами.

Жидкие смазки используются при высокой частоте вращения, они могут работать при высоких и низких температурах, обладают значительно меньшим внутренним трением, дают возможность осуществлять циркуляционную систему смазки, а также смазку при помощи масляного тумана.

Консистентные смазки рекомендуются для подшипников, работающих при окружных скоростях до 4—5 м/с. К основным преимуществам консистентных смазок следует отнести меньшую

способность к вытеканию, что значительно упрощает конструкцию уплотняющих устройств, а также более длительный срок работы подшипников без замены смазки (обычно в течение 8—10 месяцев). Для подшипников крупных и наиболее ответственных редукторов применяют централизованную систему смазки под давлением.

§ 24.8. УПЛОТНИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА

Уплотнительные устройства служат для предохранения подшипников от попадания в них пыли, грязи, а также для того, чтобы предотвратить вытекание из них масла. В машиностроении

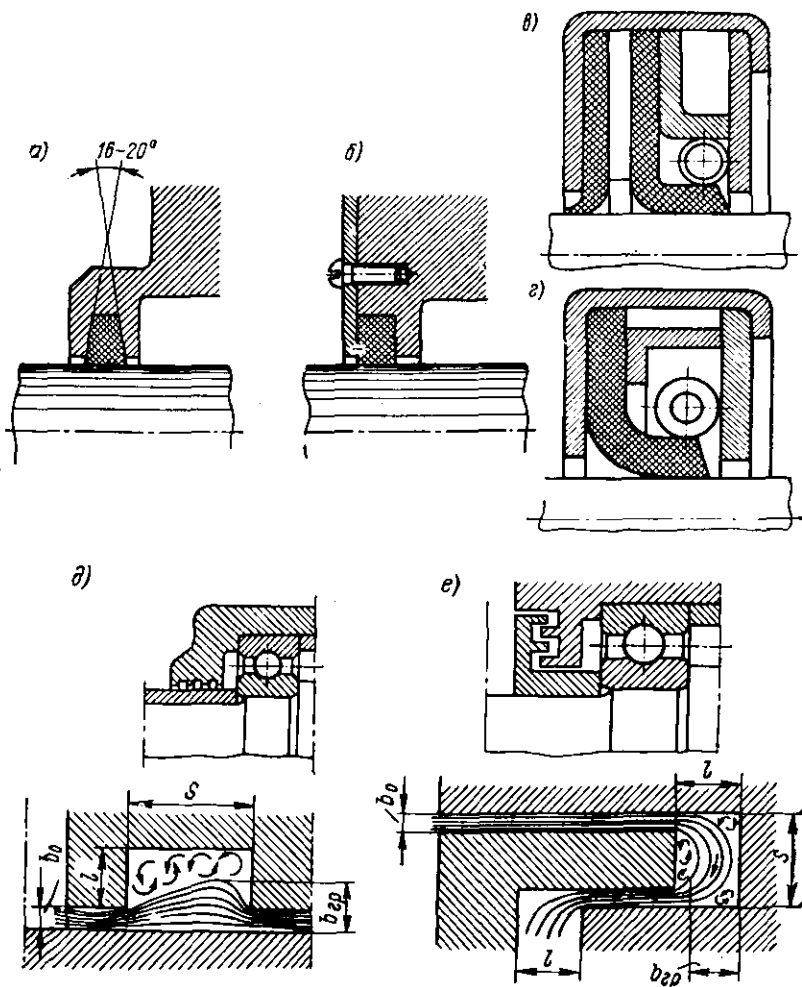


Рис. 24.9.

получили применение различные конструкции уплотнительных устройств, выбор которых определяется окружной скоростью цапфы вала, условиями окружающей среды (присутствием влаги, пыли, абразивных частиц) и другими факторами.

Уплотнения, применяемые в машиностроении, делятся на: 1) контактные; 2) щелевые; 3) лабиринтные; 4) защитные лабиринтные кольца и маслоотражательные шайбы. Наибольшее распространение получили контактные уплотнения из войлочных (рис. 24.9, а), фетровых (24.9, б) и кожаных (рис. 24.9, в, г) колец. Войлочные или фетровые уплотнения наиболее просты и дешевы, хорошо предохраняют подшипники от грязи и вытекания масла; фетровые уплотнения хорошо работают при скоростях цапфы вала 3—5 м/с и могут быть рекомендованы для всех конструкций редукторов, работающих в обычных, незагрязненных помещениях.

Щелевые и лабиринтные уплотнения (рис. 24.9, д, е) применяются в быстроходных узлах и являются одним из наиболее совершенных и надежных типов уплотнений. Применение этих уплотнений не ограничено окружной скоростью, температурой узла и видом его смазки. Малый зазор сложной извилистой формы между вращающейся и неподвижной частями узла, заполненный консистентной смазкой, предохраняет подшипник от проникновения в него пыли и влаги, а также препятствует вытеканию масла.

В приборах и механизмах, работающих в условиях повышенного давления или разрежения, а также при необходимости вывода наружу вращающихся или передвигающихся валков, осей, штанг применяется герметическое уплотнение. Создание опор, способных работать в глубоком (космическом) вакууме, — одна из актуальных задач подшипниковой промышленности.

Глава 25. МУФТЫ

§ 25.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Термин «муфта», как известно, отображает в различных областях техники различные элементы конструкций. Здесь ограничимся рассмотрением муфт, представляющих интерес для машино- и приборостроения.

Муфтами называют устройства, предназначенные для соединения соосно вращающихся валов и передачи между ними вращающих моментов сил.

Следует иметь в виду, что современные машины представляют собой сочетание двигателя, передаточных механизмов и рабочих машин, изготавливаемых раздельно. Для образования из них единого агрегата необходимо концы валов перечисленных элемен-

тов соединять муфтами. Кроме этого прямого назначения муфты часто предназначаются для демпфирования (смягчения) ударных нагрузок при включении в действие приводных двигателей (упругие муфты) или для плавного увеличения вращающего момента, прилагаемого со стороны двигателя к рабочей машине (сцепные муфты). При этом, разумеется, происходит изменение величины передаваемых муфтами нагрузок в течение всего периода времени действия машины или до мгновения достижения рабочими органами номинальной скорости их движения. Муфты используют также для регулирования собственной частоты колебаний машин, в состав которых они включаются, с целью устранения возможных резонансов системы в диапазоне рабочих скоростей их движения.

Муфты, применяемые в машиностроении, классифицируются на следующие группы.

1. Жесткие или глухие муфты, обеспечивающие постоянное соединение соосных валов, воспринимающие и передающие момент сил вращения и противодействующие моменту изгиба.

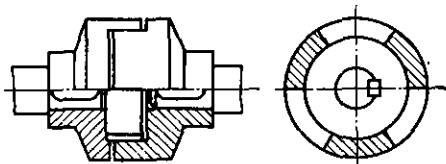


Рис. 25.1.

2. Муфты подвижные, обеспечивающие постоянное соединение соосных валов, допускающие их относительное смещение либо путем надлежащего геометрического оформления деталей муфты, либо путем применения упругих элементов различных видов. Подвижные муфты могут допускать ограниченные линейные и угловые относительные смещения соединяемых валов.

Подвижные муфты, допускающие относительные перемещения элементов за счет придания их деталям надлежащей геометрической формы, называются *жесткими подвижными муфтами*. К этому классу муфт относятся зубчатые, крестово-кулисные, цепные, кулачковые (рис. 25.1) и другие муфты. Подвижные муфты, допускающие относительные перемещения вследствие деформации упругих элементов, называются *упругими подвижными муфтами*. К ним относится, например, приведенная на рис. 25.2 втулочно-пальцевая муфта.

Упругие или эластичные муфты обеспечивают относительно малый поворот полумуфт в плоскости, перпендикулярной к продольным осям соединяемых валов, заключают в себе всевозможные упруго-деформируемые детали — втулки, пластины, пружины, проволочные пакеты и др. Упругие муфты кроме соединения валов обеспечивают демпфирование колебаний и смягчение ударных нагрузок.

3. Сцепные муфты, обеспечивающие как соединение, так и разъединение валов в соответствии с требуемым режимом действия устройств, приведение которых в движение или останов управляется при помощи этих муфт.

Сцепные муфты испытывают значительные силовые нагрузки при неустановившихся режимах движения, в особенности при включении. Фрикционные муфты (рис. 25.3), кроме того, испытывают значительные тепловые нагрузки. Сцепные муфты должны обеспечивать плавность, быстроту и легкость включения и выключения, надежность замыкания после включения, незначительный нагрев и износ, а также простоту управления.

Заметим, что применение кулачковых муфт в качестве сцепных ограничено, так как они не допускают возможности включения валов при высоких значениях относительных скоростей дви-

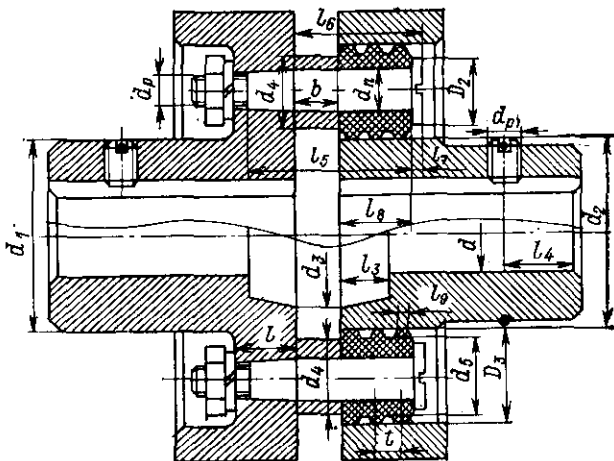


Рис. 25.2.

жения сцепляемых валов, а поэтому они преимущественно используются для обеспечения реверсирования (изменения направления) вращения. На этом основании ниже основное внимание уделено фрикционным сцепным муфтам, находящим широкое применение в различных машинах: станках, автомобилях, тракторах, тепловозах и др.

4. Предохранительные муфты, обеспечивающие ограничение величины передаваемых моментов сил вращения, гарантирующие от поломок детали машин при случайных или внезапных перегрузках. В частности, предохранительными муфтами могут быть фрикционные муфты.

5. Обгонные муфты, предназначенные для передачи вращения и соответствующих моментов сил в одном выбранном направлении при одинаковых частотах вращения ведущего и ведомого валов. Передача вращающего момента от ведущего вала прекращается при наличии обгонной муфты, если скорость вращения ведомого вала превосходит скорость вращения ведущего вала. Простей-

шим примером является обгонная муфта велосипедов, обеспечивающая свободный их ход при неподвижных педалях и их рычагах.

Выше перечислены муфты, действие которых основано на механических процессах или принципах — зацепление, сцепление, деформирование деталей и т. п. В современных машинах широко применяются также муфты, действие которых основано на электромагнитных притяжениях, применении соединительных фрикционных элементов в виде кольцевой оболочки, наполняемой сжатым воздухом, применении в качестве передаточного элемента

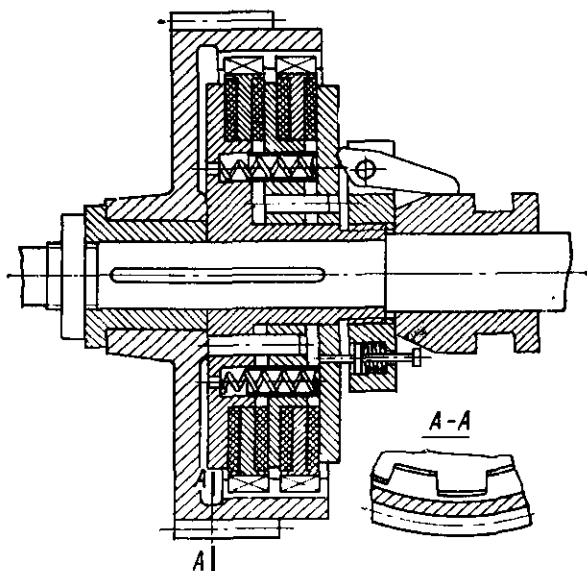


Рис. 25.3.

жидкой среды. Сообразно изложенному различают муфты электромагнитные, пневматические, гидродинамические и др. Теория многих муфт сложна и еще недостаточно разработана, например гидродинамических муфт, что затрудняет их обоснованный выбор и расчет. Вместе с тем муфты, перечисленные выше, достаточно хорошо апробированы практикой, их размеры и допускаемые нагрузки упорядочены стандартами. Выбор и поверочный расчет этих муфт достаточно просты и могут быть выполнены по государственным стандартам или ведомственным нормальям. Так, например, втулочные муфты регламентированы нормальями машиностроения МН 1067—60 — МН 1069—60; фланцевые муфты — МН 2726—61—МН 2729—61; зубчатые муфты — ГОСТ 5006—55; кулачково-дисковые муфты — МН 2701—61; шарнирные муфты — ГОСТ 5147—69 для валов диаметра $d = 10 \div 40$ мм; упругие втулочно-пальцевые — МН 2096—64; фрикционные многодисковые — МН 5664—65.

Указания по выбору муфт, поверочному их расчету учавшийся найдет в специальных руководствах ¹.

В качестве примера рассмотрим элементы теории весьма распространенных в различных машинах — станках, тракторах, локомотивах и др. — многодисковых сцепных (фрикционных) муфт.

§ 25.2. МНОГОДИСКОВЫЕ СЦЕПНЫЕ МУФТЫ

Значительные трудности при проектировании и расчете муфт представляют фрикционные многодисковые сцепные муфты, что объясняется сложностью и недостаточной изученностью происходящих в них процессов. Особенность действия этих муфт состоит в том, что процесс их включения сопровождается неодновременностью силового нагружения дисков, неравномерностью

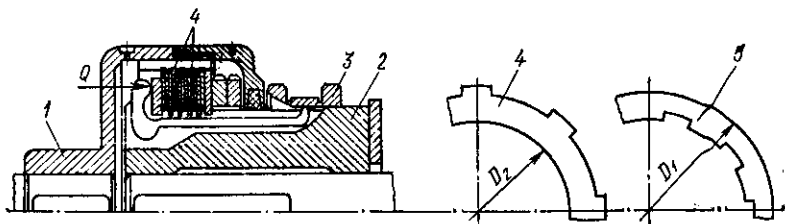


Рис. 25.4.

распределения осевых усилий и вращающих моментов между дисками, различием работы сил трения разных пар дисков при включении, а следовательно, различием теплового режима разных дисков.

Изложенные особенности обуславливают неодинаковую работоспособность дисков, вследствие чего возникают поломки дисков и выход из строя машин с многодисковыми фрикционными муфтами. Ниже приведены элементы теории и расчета многодисковых фрикционных муфт (рис. 25.4).

Принцип действия. Муфта состоит обычно из барабана 1 с внутренними шлицами, на которых свободно в осевом направлении могут перемещаться диски 4, имеющие шлицы с наружной стороны, которые для краткости будем называть наружными дисками; обоймы 2 с наружными шлицами, на которых свободно в направлении оси вращения вала могут перемещаться диски 5, имеющие шлицы с внутренней стороны, которые будем называть внутренними. Обойма 2 неподвижно насаживается на один из соединяемых валов, а барабан 1 также неподвижно насаживается на другой из соединяемых валов. Наружные и внутренние диски расположены через один в кольцевом пространстве, образованном

¹ Поляков В. С., Барбаш И. Д. Муфты, конструкции и расчет. Л., Машиностроение, 1973.

барабаном и ободкой. При прижатии дисков друг к другу с некоторой осевой силой на их поверхностях возникают силы трения, суммарный момент которых дает возможность при вращении ведущего вала передавать движение ведомому.

Для обеспечения осевого нажатия дисков применяется рычажная система (управляемая вручную в маломощных устройствах или при помощи специальных механизмов в устройствах значительной мощности), действующая на нажимную шайбу 3, с помощью которой диски сжимаются в осевом направлении.

Ведущая часть — ведущая полумуфта — движется вместе с дисками с постоянной средней скоростью. Ведомая часть со своими дисками до соприкосновения дисков находится в неподвижном состоянии. При осевом перемещении дисков приведение их в состояние вращения происходит после того, как суммарный момент сил трения скольжения превзойдет момент сил сопротивления, приложенный к ведомому валу.

Очевидно, период действия муфты, заключенный между началом включения дисков и пуска в ход ведомого вала и приобретения им номинальной скорости, представляет собой стадию неустановившегося движения, которая определяет работоспособность муфты, так как при этом происходит интенсивное взаимное трение дисков, включение которых должно происходить неравномерно, а также обильное выделение теплоты. Должна иметь место неравномерность прижатия дисков друг к другу, причем наибольшему нагреву подвергаются диски, ближе расположенные к нажимному устройству. По мере последовательного введения в контакт поверхностей дисков между ними возникает трение скольжения, поскольку ведомые диски находятся в состоянии покоя вплоть до пуска в ход ведомого вала. Развиваемые при этом моменты сил трения скольжения увеличивают силы взаимодействия дисков с валом и барабаном, вследствие чего возрастают и силы сопротивления их перемещений по шлицам этих деталей.

Пуск в ход ведомого вала может осуществляться при включении полного или частичного количества дисков, в зависимости от величины моментов сил сопротивлений, приложенных к ведомому валу.

Определение длительности включения муфты. Предположим, что включение муфты осуществляется специальным механизмом, приводимым в движение каким-либо двигателем, и введем следующие обозначения: r_1, r_2 — внутренний и внешний радиусы кольцевой поверхности соприкосновения дисков; δ — суммарный зазор между дисками; S — толщина дисков; n_1, n_2 — количество наружных и внутренних дисков; T — интервал времени полного включения муфты; P_t — функция силы прижатия дисков; μ — коэффициент трения смежных дисков; $v(t)$ — скорость перемещения нажимной шайбы; t — параметр времени.

Составим уравнения, определяющие длительность включения многодисковой фрикционной муфты.

Будем полагать, что в выключенной муфте диски расположены друг от друга на одинаковом расстоянии

$$\Delta = \frac{\delta}{n_1 + n_2 - 1}. \quad (25.1)$$

Перемещение нажимной муфты осуществляется со скоростью $v(t)$. Это дает возможность определить длительность t_1 интервала времени соприкосновения первого и второго дисков при осевом перемещении нажимной части. За этот интервал t_1 при скорости включения $v(t)$ первый диск переместится на величину

$$\Delta = \int_0^{t_1} v(t) dt, \quad (25.2)$$

откуда определится величина t_1 . Зазор Δ между вторым и третьим дисками будет определен за интервал времени

$$\Delta = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt. \quad (25.3)$$

Зазор последней пары дисков будет преодолен за время $t_{n_1+n_2-1} - t_{n_1+n_2-2}$, причем

$$\Delta = \int_{t_{n_1+n_2-2}}^{t_{n_1+n_2-1}} v(t) dt. \quad (25.4)$$

Очевидно соотношение

$$\begin{aligned} \delta = \Delta (n_1 + n_2 - 1) &= \int_0^{t_1} v(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt + \dots + \\ &+ \int_{t_{n_1+n_2-2}}^{t_{n_1+n_2-1}} v(t) dt = \int_0^{t_{n_1+n_2-1}} v(t) dt. \end{aligned} \quad (25.5)$$

Зная функцию $v(t)$ по равенствам (25.2)—(25.5), легко определить мгновения $t_1, t_2, \dots, t_{n_1+n_2-1}$ соприкосновения последовательных пар дисков. Функция $v(t)$ определяется в результате кинематического анализа механизма нажимного устройства.

Зазор между смежными дисками обычно составляет $\Delta = 0,2 \div 1$ мм. В зависимости от материалов дисков количество ведущих дисков рекомендуется принимать не более 10. Толщина стальных дисков обычно составляет 1,5—2,5 мм при работе в масле и 2,5—5 мм при сухом трении.

Определение силы прижатия дисков. Сила прижатия дисков в первой стадии до мгновения, в которое завершится процесс их осевого перемещения, определяется сопротивлением осевого перемещения комплектов дисков, вовлекаемых в соприкосновение. После этого мгновения во второй стадии сила прижатия дисков будет определяться функцией изменения силы сжатия $P(t)$ без перемещения нажимной шайбы, если это возможно.

Определим сначала силу прижатия дисков в первой стадии. Диски входят в соприкосновение последовательно при осевом нажатии их. Сила сопротивления перемещению первого диска равна произведению его веса G_1 на коэффициент трения f по валу

$$T_1 = G_1 f. \quad (25.6)$$

Это усилие развивается вилкой управления нажимной шайбой в мгновение t_1 соприкосновения первого и второго дисков, считая от стороны приложения силы осевого нажатия (со стороны нажимной шайбы).

Силы взаимного прижатия дисков обуславливают величины моментов сил трения и сил сцепления дисков, суммарное значение которых определяет способность муфты передавать вращающий момент или энергию вращательного движения.

Включение муфты представляет собой процесс последовательного соприкосновения боковых поверхностей дисков путем перемещения дисков нажимной шайбой, управляемой механизмом включения. При этом диски вводятся в контакт последовательно, начиная с первого диска, считая от нажимной шайбы. Неодновременность введения дисков в контакт, зависимость сил сопротивления их перемещения по обойме и барабану от веса и моментов сил трения между отдельными дисками приводят к различию сил прижатия различных дисков, причем, очевидно, наибольшая сила давления, а следовательно, и момент сил трения и сцепления возникают на поверхности контакта первой пары дисков. Заметим, что выше имеется в виду, что силы трения дисков возникают и действуют до мгновения приобретения ведомым валом номинальной частоты вращения, а силы сцепления после этого мгновения действуют до тех пор, пока муфта находится во включенном состоянии.

Определение сил взаимодействия дисков может осуществляться двумя способами: в последовательности, совпадающей с последовательностью включения дисков, или в обратной последовательности.

Изложим здесь второй способ, более простой, который пригоден при включении любого количества дисков, ограничиваясь уравнениями статики. Пусть количество включенных дисков составляет n . Сила сопротивления перемещению n -го диска вдоль оси продольной симметрии муфты определяется силой трения по обойме или барабану, вызванной весом диска, и силой трения, обусловленной моментом сил трения между n и $n - 1$ -м дисками.

Сила трения при осевом перемещении n -го диска по шлицам, вызванная весом его,

$$F_n = f_n G_n, \quad (25.7)$$

где f_n — коэффициент трения диска по шлицам; G_n — вес n -го диска.

Сила F_n — нормальная к боковой поверхности дисков, обуславливает момент сил трения боковых кольцевых поверхностей n -го и $(n - 1)$ -го дисков

$$M_n = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \frac{\mu f_n G_n \rho^2 d\rho}{F} = \\ = \frac{2}{3} \mu f_n G_n \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{2}{3} \mu f_n G_n r_0, \quad (25.8)$$

где $F = \pi(r_2^2 - r_1^2)$ — площадь кольцевой поверхности контакта дисков; $r_0 = \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1 + r_2}$ — приведенный радиус кольцевой поверхности контакта дисков.

Момент M_n способствует возникновению дополнительной силы трения n -го диска по шлицам, которая определяется по равенству

$$F'_n = \frac{M_n}{r_n} f_n = \frac{2}{3} \mu f_n^2 G_n \frac{r_0}{r_n}, \quad (25.9)$$

где r_n — радиус средней цилиндрической поверхности шлицев обоймы или барабана в зависимости от того, на какой из этих деталей смонтирован диск.

Эта сила, в свою очередь, увеличивает давление n -го диска на $(n - 1)$ -й диск. Суммарное давление при этом составит

$$F_n + F'_n = f_n G_n \left(1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right). \quad (25.10)$$

Это давление ведет к увеличению момента сил трения дисков, который принимает значение

$$M'_n = \frac{2}{3} \mu f_n G_n \left(1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right) r_0. \quad (25.11)$$

Момент M'_n способствует увеличению силы трения диска о шлицы, которая принимает значение

$$F''_n = \frac{M'_n}{r_n} f_n = \frac{2}{3} \mu f_n^2 G_n \left(1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right) \frac{r_0}{r_n}, \quad (25.12)$$

после чего суммарная сила прижатия n -го диска к $(n - 1)$ -му составит

$$F_n + F''_n = f_n G_n + \frac{2}{3} \mu f_n^2 G_n \left(1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right) \frac{r_0}{r_n} = \\ = f_n G_n \left[1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} + \left(\frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right)^2 \right] \quad (25.13)$$

и т. д.

Этот процесс вычисления на k -м шагу дает возможность определить силу нажатия n -го диска на $(n - 1)$ -й

$$F_n + F_n^{(k)} = f_n G \left[1 + \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} + \dots + \left(\frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n} \right)^k \right]; \quad (25.14)$$

продолжая этот процесс при $k \rightarrow \infty$, замечаем, что полином, заключенный в квадратных скобках равенства (25.14), превращается в бесконечную геометрическую прогрессию со знаменателем $q_n = \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n}$. Как известно, сумма n членов геометрической прогрессии $1 + q_n + \dots + q_n^n = \frac{1 - q_{n+1}}{1 - q_n}$ существует, если $q_n < 1$.

Оценим величину $q_n = \frac{2}{3} \mu f_n \frac{r_0}{r_n}$. При самых неблагоприятных условиях можно полагать $\mu \leq 0,4$ (сухое трение ферродо по стали), $f_n \leq 0,2$ (сухое трение стальных дисков по шлицам стальных деталей). При этом для выполнения условия $q < 1$ необходимо, чтобы

$$\frac{r_0}{r_n} < \frac{3}{2\mu f_n} = \frac{3}{2 \cdot 0,4 \cdot 0,2} = \frac{3}{0,16} \approx 18.$$

Так как обычно отношение r_0/r_n в реально выполняемых конструкциях меньше 18, то можно полагать $q < 1$, а поэтому сумму членов бесконечной прогрессии следует принимать равной $\frac{1}{1 - q_n}$ или $\frac{3r_n}{3r_n - 2\mu f_n r_0}$. При этом сила нажатия n -го диска на $(n - 1)$ -й принимает в соответствии с (25.14) значение

$$T_n = f_n G_n \frac{3r_n}{3r_n - 2\mu f_n r_0} = f_n G_n \frac{1}{1 - q_n}. \quad (25.15)$$

Определим теперь силу прижатия $(n - 1)$ -го диска к $(n - 2)$ -му. По аналогии с (25.15) запишем эту силу прижатия до введения в контакт n -го диска

$$T_{n-1} = f_{n-1} G_{n-1} \frac{3r_{n-1}}{3r_{n-1} - 2\mu f_{n-1} r_0} = f_{n-1} G_{n-1} \frac{1}{1 - q_{n-1}}. \quad (25.16)$$

При прижатии $(n - 1)$ -го диска к n -му соответственно будет возрастать сила давления $(n - 1)$ -го диска на $(n - 2)$ -й диск и одновременно будет возрастать момент сил трения между ними. Этот процесс аналогичен процессу сцепления n -го и $(n - 1)$ -го дисков и приводит к последовательности, аналогичной последовательности (25.14) с той лишь разницей, что вместо силы $f_n G_n$ в равенство (25.15) теперь следует подставить силу

$T_n + f_{n-1} G_{n-1} \frac{1}{1 - q_{n-1}}$, после чего

$$T_{n-1} = \left(T_n + f_{n-1} G_{n-1} \frac{1}{1 - q_{n-1}} \right) \frac{1}{1 - q_{n-1}}, \quad (25.17)$$

где

$$q_{n-1} = \frac{2}{3} \mu f_{n-1} \frac{r_0}{r_{n-1}}. \quad (25.18)$$

По аналогии с равенством (25.17) определим силу прижатия $(n - 2)$ -го и $(n - 3)$ -го дисков

$$T_{n-2} = \left(T_{n-1} + f_{n-2} G_{n-2} \frac{1}{1 - q_{n-2}} \right) \frac{1}{1 - q_{n-2}}. \quad (25.19)$$

Равенство (25.17), как и равенство (25.19), дает возможность определения силы прижатия предыдущей пары дисков (считая от нажимного устройства) по силе прижатия последующей пары дисков. Подобные равенства называются *рекуррентными*.

Рекуррентное равенство (25.17), очевидно, применимо для определения силы прижатия любой пары дисков. Так, например, сила прижатия второго диска к первому получается из (25.17) при $n = 3$

$$T_2 = \left(T_3 + f_2 G_2 \frac{1}{1 - q_2} \right) \frac{1}{1 - q_2}. \quad (25.20)$$

Равенство (25.17) дает возможность заключить, что давление между дисками распределяется неравномерно, возрастая от последнего диска к первому диску.

Если пуск в ход ведомого вала осуществляется при включении полного количества дисков и если суммарная сила нажатия дисков, определенная по изложенной методике, оказывается недостаточной для развития суммарного момента сил трения дисков, необходимого для пуска ведомого вала, то дальнейшее увеличение силы нажатия обеспечивается нажимным устройством путем прижатия комплекта ведомых дисков к бурту обоймы или барабана. Если сила реакции бурта Q , то при этом приведенная выше методика определения сил прижатия дисков будет верна, если правую часть равенства (25.15) дополнить величиной Q . При этом сила

$$T_n = f_n G_n \frac{1}{1 - q_n} + Q \quad (25.21)$$

должна подставляться в рекуррентное соотношение (25.17).

Определение момента сил трения дисков. Для определения моментов сил трения дисков, как и при определении сил их прижатия, будем пользоваться уравнениями статики.

Пусть муфта имеет n дисков. Зная величину силы прижатия дисков, определим соответствующие моменты сил трения дисков по равенству (25.8), подставив вместо $f_n G_n$ силу прижатия дисков. При этом получим для пар дисков соответствующие моменты сил трения:

$$M_{n, n-1} = \frac{2}{3} \mu T_n r_0; \quad M_{n-1, n-2} = \frac{2}{3} \mu T_{n-1} r_0, \dots, T_{2,1} = \frac{2}{3} \mu T_2 r_0. \quad (25.22)$$

Складывая величины (25.22), найдем суммарный момент сил трения дисковой муфты

$$M_{\text{тр}} = \sum_{i=2}^n M_i = \frac{2}{3} \mu r_0 (T_2 + T_3 + \dots + T_n). \quad (25.23)$$

Подставляя в (25.23) значения T_i ($i = 2, \dots, n$) из условия

$$\frac{2}{3} \mu r_0 \sum_{i=2}^n T_i \geq M_{\text{вм}} \quad (25.24)$$

(где $M_{\text{вм}}$ — момент сил сопротивлений, приложенный к ведомому валу), можем обоснованно установить параметры муфты или величину Q дополнительной силы прижатия n -го диска к бурту. Для этого необходимо по конструктивным или иным соображениям выбрать все параметры, входящие в (25.24), кроме одного, определяемого из этого уравнения. При выбранном количестве дисков и размеров их по равенству (25.24) может быть также определена требуемая сила Q прижатия последнего диска к бурту.

Определение работы сил трения дисков. Моменты сил трения дисков в процессе включения фрикционной муфты изменяются. Обозначим: $\omega = \pi n / 30$ — угловая скорость вращения ведущего вала; n — частота вращения ведущего вала, об/мин.

По равенству (25.17) определим силы прижатия каждой пары дисков в мгновенном времени $t_1, t_2, \dots, t_{n_1+n_2-1}$, определяемые из равенств (25.2)–(25.5), а по равенствам (25.22) — соответствующие моменты сил трения пар дисков, полагая суммарное количество дисков $n = n_1 + n_2$. Результаты удобно представить в виде табл. 25.1.

Т а б л и ц а 25.1. Величины моментов сил трения пар дисков

Интервалы времени	Пары дисков				
	1–2	2–3	3–4	...	($n-1$) – n
t_1	$M_{21}^{(1)}$	0	0	...	0
t_2	$M_{21}^{(2)}$	$M_{23}^{(2)}$	0	...	0
t_3	$M_{21}^{(3)}$	$M_{23}^{(3)}$	$M_{34}^{(3)}$...	0
...	0
t_{n-1}	$M_{21}^{(n-1)}$	$M_{23}^{(n-1)}$	$M_{34}^{(n-1)}$...	$M_{(n-1), n}^{(n-1)}$

Полагая приближенно, что внутри интервалов t_1, t_2, \dots моменты сил трения постоянны, определим работу сил трения за промежутки времени полного включения муфты каждой пары дисков:

$$A_{1,2} = \sum_{i=1}^{n-1} M_{21}^{(i)} \omega t_i;$$

$$A_{2,3} = \sum_{i=2}^{n-1} M_{23}^{(i)} \omega t_i, \dots, A_{n-1,n} = M_{n-1,n}^{(n-1)} \omega t_{n-1}. \quad (25.25)$$

Складывая величины (25.25), найдем суммарную работу сил трения дисков муфты

$$A = A_{1,2} + A_{2,3} + \dots + A_{n-1,n}$$

Расчет муфты на нагрев. Целью расчета является определение количества теплоты, выделяемой при взаимном трении дисков, и установление температуры их нагревания. Точный расчет температурного поля при нагревании дисков может быть выполнен на основе постановки и решения задач о распространении теплоты в дисках в процессе включения методами математической физики. Однако такое решение представляет значительные трудности, поэтому здесь ограничимся приближенными тепловыми расчетами.

Зная работу сил трения различных пар дисков [равенства (25.25)], заметим, что наиболее неблагоприятны условия работы второго диска, испытывающего двусторонний нагрев при наибольших величинах работы сил трения A_{12} и A_{23} . Если полагать, что соответствующее количество теплоты поровну распределяется между соприкасающимися дисками, то на второй диск приходится $Q = 1/2 (A_{12} + A_{23})$ теплоты.

Определим соответствующую напряженность теплового потока [ккал/(м²·ч)]:

$$q_0 = \frac{3600Q}{\delta \pi (r_2^2 - r_1^2) 4190}$$

При этом избыточная температура диска (°С) определяется по равенству

$$\theta_0 = \frac{a}{\lambda} \left(\frac{2a\delta}{S} + \frac{S}{6} \right),$$

где λ — коэффициент теплопроводности стального диска, ккал/(ч × °С); S — толщина диска; a — коэффициент температуропроводности диска, м²/ч; δ — длительность процесса включения муфты, с.

Во избежание изменения величин коэффициента трения, задиоров, сваривания дисков температура стальных дисков при сухом трении не должна превышать 300—400°С, при работе дисков в масле 120°С.

Г. СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Машины, приборы и различные механизмы собирают путем надлежащего соединения составляющих их деталей и сборочных единиц. Способы соединения деталей машин весьма разнообразны. Однако все их можно разделить на две основные группы: неразъемные и разъемные соединения, которые, в свою очередь, делятся

на подвижные и неподвижные (табл. 1). В подвижных соединениях в процессе движения машины происходит изменение положения одной детали относительно другой. В неподвижных соединениях взаимное расположение деталей в сборочной единице остается неизменным.

Т а б л и ц а 1. Виды соединений деталей машин

Конструктивные признаки	Неразъемные		Разъемные	
	Неподвижные	Подвижные	Неподвижные	Подвижные
Технологические признаки	Сварные Паяные Клеевые Заклепочные Вальцованные Прессовые	Вальцованные	Резьбовые Клиновые Шпоночные Зубчатые (шлицевые) Цилиндрические Конические Профильные	Резьбовые Шпоночные Зубчатые (шлицевые) Цилиндрические Профильные — —

Разъемные соединения характеризуются тем, что их разборка возможна без разрушения соединяемых и соединяющих деталей. Неразъемные соединения можно разобрать только при условии разрушения соединенных деталей или элементов соединения.

Заклепочные и клиновые соединения в настоящее время сравнительно редко применяются в машиностроении. Развитие и широкое применение различных видов сварки дает возможность почти полностью отказаться от применения заклепок во многих отраслях машиностроения. Сварка отличается простотой и экономичностью, а применение ее дает возможность создавать легкие, изящные и более экономичные конструкции. Однако заклепочные соединения находят еще широкое применение в ряде отраслей техники, например в авиационной промышленности, приборостроении и др.

Глава 26. ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

§ 26.1. КЛАССИФИКАЦИЯ И КОНСТРУКЦИИ ЗАКЛЕПОЧНЫХ ШВОВ

Заклепочные соединения образуются с помощью заклепок поставленных в специально просверленные или пробитые отверстия в соединяемых деталях. Метод соединения деталей машин и частей металлоконструкций с помощью заклепок является одним из старейших в технике. В создание клепаных конструкций и методов расчета заклепочных соединений значительный вклад

внесли выдающиеся русские инженеры Н. А. Белелюбский и Ф. С. Ясинский.

В настоящее время в связи с развитием сварки заклепочные соединения во многих конструкциях заменяются сварными. Однако во многих отраслях промышленности заклепочные соединения продолжают сохранять свое значение. Так, в самолетостроении объем клепально-сборочных работ составляет примерно 35 % всех трудовых затрат на производство самолета, а количество заклепок на большом самолете достигает одного миллиона и более.

Заклепочные швы по своему назначению делятся на прочные, плотные и плотно-прочные. Прочные швы применяются при изготовлении металлоконструкций, машин, стропильных ферм, мостов, колонн, корпусов, самолетов и др. Примерами применения плотных швов могут служить резервуары небольшой вместимости для жидкостей и газов с небольшим внутренним давлением. Плотно-прочные швы применяются при изготовлении барабанов некоторых типов паровых котлов, обшивки корпусов судов и в других случаях, когда требуется не только прочность, но и герметичность конструкций.

Заклепкой называется круглый стержень с головкой (называемой закладкой) на одном конце. При клепке на другом конце стержня формируется вторая головка, называемая замыкающей.

В общем машиностроении заклепки изготавливаются из сталей различных марок. Кроме стальных заклепок, в некоторых отраслях промышленности находят применение заклепки из легких и цветных сплавов: алюминия, меди и др., а также жароупорных и специальных сплавов.

Заклепки (рис. 26.1) изготавливаются с полукруглой головкой (а), потайной головкой, полупотайной, конусной головкой (б, в), трубчатые (г). Стержень заклепки должен выступать над склепываемыми листами (деталью) на величину примерно $1,5d$ для образования замыкающей головки. Отверстия для установки заклепок делаются на 0,2—0,5 мм больше диаметра заклепок. Создание зазора между стенками соединяемых деталей и стержнем заклепки предохраняет кромки склепываемых деталей от возможной их деформации, а также концентрации напряжений при клепке и «посадке» заклепки (рис. 26.1, д).

Заклепки изготавливают на посадочных автоматах из прутков малоуглеродистых сталей Ст2, Ст3, 10КП, из сплавов цветных металлов и др. Трубчатые заклепки применяют в слабонагруженных металлических соединениях, а также в соединениях неметаллических материалов (фибра, текстолит, резина и др.).

Клепка может производиться без нагрева заклепок и с нагревом (горячая клепка); при диаметре заклепок 12 мм и выше холодная клепка не допускается. Нагрев заклепок производится до $1000—1100^{\circ}\text{C}$, образование замыкающей головки заканчивается при температуре $400—450^{\circ}\text{C}$. Клепка производится преимущественно машинным способом. Машинная клепка осуществляется

с помощью пневматических молотков, клепальных прессов, пневматических скоб и других механизмов.

На рис. 26.2 показаны конструкции заклепочных швов. Швы выполняются внахлестку (а), встык с одной накладкой (б) или двумя накладками (в).

По количеству рядов заклепок швы бывают однорядные, двухрядные и многорядные (но не более шести рядов), причем количество рядов считается по одну сторону стыка в перпендикулярном ему направлении. В зависимости от числа склепываемых

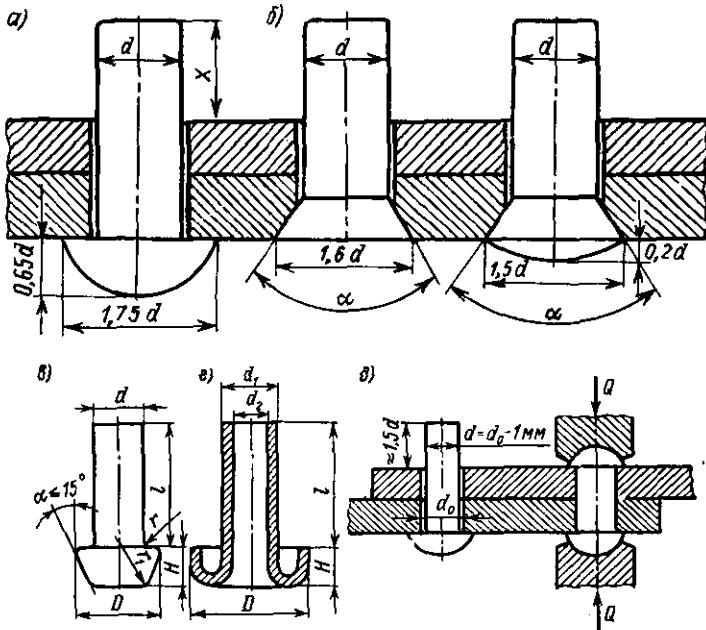


Рис. 26.1.

слоев металла (в том числе и накладок) шов имеет различное число поперечных срезов заклепок. Так, шов внахлестку или встык с одной накладкой будет односрезным, шов встык с двумя накладками — двухсрезным.

Основными достоинствами заклепочных соединений являются: высокая надежность соединения; удобство и надежность контроля качества; хорошая сопротивляемость вибрационным и ударным нагрузкам. К недостаткам относятся: высокая стоимость, так как процесс получения заклепочного шва является трудоемким (разметка, продавливание или сверление отверстий, нагрев заклепок, их закладка, клепка, чеканка); большой расход материала, так как из-за ослабления деталей отверстиями под заклепки требуется увеличение площади сечений, а также дополнительный расход материала на накладки.

В современном машиностроении область применения заклепочных соединений все более сокращается в связи с совершенствованием методов сварки.

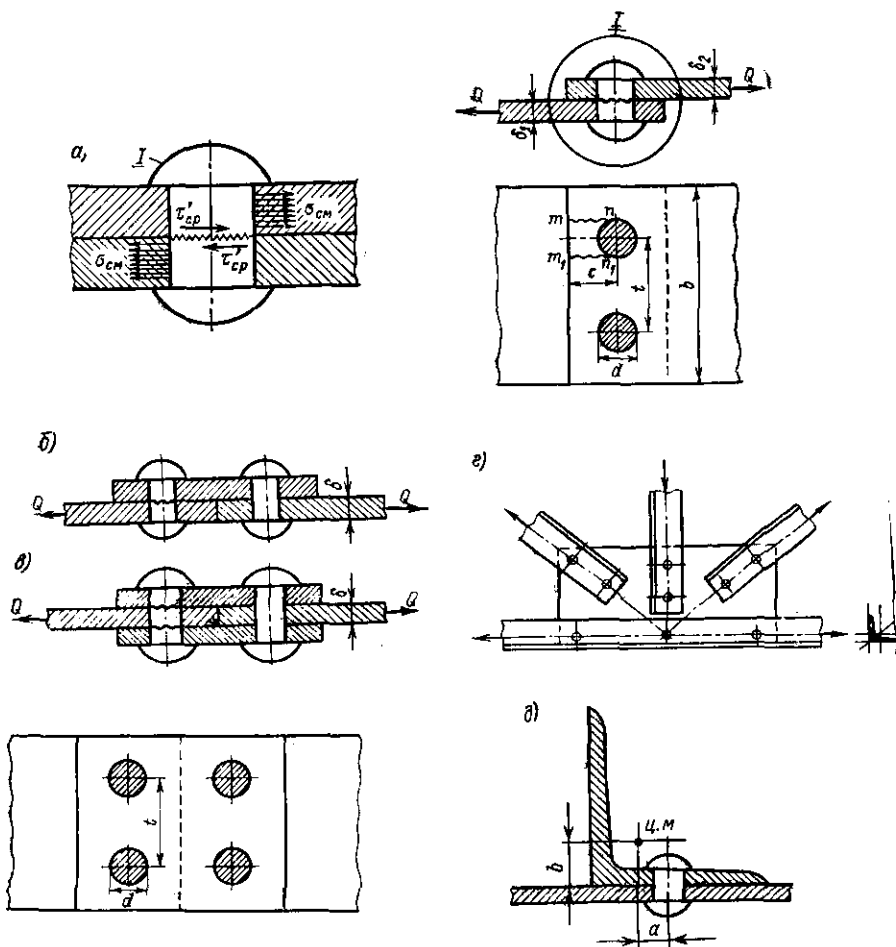


Рис. 26.2.

§ 26.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗАКЛЕПОЧНЫХ ШВОВ

Основными параметрами заклепочных швов являются шаг t и диаметр заклепок d , а также толщина склепываемых деталей δ_1 и δ_2 (рис. 26.2). *Шагом заклепочного шва* называется расстояние между центрами заклепок в направлении, перпендикулярном к действующему на шов усилию.

Введем обозначения: b — ширина склепываемых деталей; n — число заклепок; c — расстояние от центра заклепки до кромки детали; T — расстояние между рядами заклепок.

Заклепочное соединение может разрушиться в результате следующих видов деформаций заклепок: 1) среза заклепок в плоскости соединения деталей; 2) смятия заклепок деталями; 3) изгиба заклепок при сдвиге деталей.

Если заклепки окажутся прочными и выдержат все перечисленные выше деформации, то соединение может разрушиться в результате следующих видов деформации деталей: 1) разрыва деталей по наиболее опасному их сечению, т. е. сечению, ослабленному отверстиями; 2) среза листа заклепками, если расстояния до края детали и между рядами будут малы; 3) смятия материала листа под заклепками.

Следовательно, всякий шов должен удовлетворять условиям равнопрочности. Это дает возможность установить определенные соотношения между диаметром заклепки, толщиной склепываемых деталей и шагом заклепок. Условие прочности заклепки на срез определяется равенством

$$Q_1 = \pi d^2 [\tau]_{cp} / 4, \quad (26.1)$$

а условие прочности деталей на смятие определяется равенством

$$Q_2 = d\delta [\sigma]_{cm}. \quad (26.2)$$

Равнопрочность заклепок и деталей может быть обеспечена при условии, когда $Q_1 = Q_2$, или, приравнявая правые части (26.1), (26.2):

$$(\pi d^2 / 4) [\tau]_{cp} = d\delta [\sigma]_{cm}.$$

Полагая $[\tau]_{cp} = 0,8 [\sigma]_p$, получим $(\pi d^2 / 4) 0,8 [\sigma]_p = d\delta 1,5 [\sigma]_p$, откуда

$$d = 1,5\delta 4 / (0,8\pi) \approx 2,3\delta.$$

Практически диаметр заклепок принимается равным $d = 2\delta$.

Условие прочности детали шириной, равной шагу t , на разрыв имеет вид

$$Q_3 = (t - d) \delta [\sigma]_p. \quad (26.3)$$

Из условия равнопрочности $Q_1 = Q_3$, следовательно, $(\pi d^2 / 4) [\tau]_{cp} = (t - d) \delta [\sigma]_p$, но $\delta = d/2$, принимая $[\tau]_{cp} = 0,8 [\sigma]_p$, получим $(\pi d^2 / 4) 0,8 [\sigma]_p = (t - d)(d/2) [\sigma]_p$, откуда $t = d + (\pi d / 2) 0,8$, или $t = 2,26d$.

Обычно шаг заклепок принимается $t \geq 3d$. При расчете числа заклепок принимается, что нагрузка равномерно распределена между заклепками. Фактически же, особенно в первоначальный момент возникновения усилий растяжения, заклепки, расположенные ближе к точке приложения внешней силы, будут испытывать большие напряжения, чем заклепки, удаленные от нее. В дальнейшем, вследствие упругих и остаточных деформаций как

заклепок, так и соединяемых деталей, нагрузки на заклепки будут почти одинаковыми. Кроме того, при расчете количества заклепок наличие трения между соединяемыми деталями не учитывается, что увеличивает запас прочности.

Следовательно, если принять, что все заклепки нагружены одинаково, то уравнение прочности на срез имеет вид

$$Q \leq (\pi d^2/4)n [\tau]_{\text{ср}}. \quad (26.4)$$

Условие прочности на смятие определяется равенством

$$Q/n \leq d\delta [\sigma]_{\text{см}}, \quad (26.5)$$

где n — число заклепок на одном шаге.

Величины допускаемых напряжений для расчета заклепочных швов общего машиностроения при отсутствии специальных указаний по ним могут приниматься в зависимости от допускаемых напряжений на растяжение основного металла конструкции по следующим соотношениям:

$$\tau_{\text{ср}} = (0,7 \div 0,9) [\sigma]_{\text{р}}; \quad \sigma_{\text{см}} = (1,7 \div 2,0) [\sigma]_{\text{р}}. \quad (26.6)$$

Наконец, если размер c от кромки листа до линии центров будет недостаточен, то заклепка может срезать край листа по плоскости mn и m_1n_1 (см. рис. 26.2). Условие прочности в этом случае определяется равенством

$$Q_4 \leq 2c\delta [\tau]_{\text{ср}}. \quad (26.7)$$

Равнопрочность параметров шва определяется при условии $Q_1 = Q_4$, тогда $(\pi d^2/4) [\tau]_{\text{ср}} \leq 2c\delta [\tau]_{\text{ср}}$ или $c = \pi d^2/(4 \cdot 2\delta) \approx 3d/4$.

Обычно расстояние от кромки листа до центра заклепки принимается равным $c = (1,5 \div 2,0) d$. Расстояние между рядами заклепок при рядовом расположении заклепок принимается равным $T = 4d$, а при шахматном $T = 2d$.

Оценка прочности спроектированного заклепочного шва может быть произведена по коэффициенту прочности шва φ , представляющему собой отношение напряжения в целом сечении листа к напряжению в ослабленном сечении:

$$\varphi = \frac{Q/(t\delta)}{Q/[(t-d)\delta]} = \frac{(t-d)}{t}, \quad (26.8)$$

где Q — усилие, отнесенное к одному шагу.

Коэффициент прочности φ рационально спроектированного шва для однорядного шва должен быть равен 0,60—0,70; для двухрядного 0,70—0,75; для трехрядного 0,75—0,82.

При использовании материала уголкового профиля для создания клепаных конструкций необходимо, чтобы расчетные линии действия сил совпадали с центрами тяжести сечений стержней и пересекались в одной точке (рис. 26.2, *з*). Заклепки следует размещать как можно ближе к оси, проходящей через центр тяжести сечения стержня (рис. 26.2, *д*).

Глава 27. СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ. СОЕДИНЕНИЯ С ГАРАНТИРОВАННЫМ НАТЯГОМ

§ 27.1. СУЩНОСТЬ ПРОЦЕССА И ВИДЫ СВАРКИ

Сваркой называется процесс получения неразъемного соединения металлических частей с применением местного нагрева металла до его пластического или жидкого состояния. Основная цель нагрева при сварке — ослабить связь между частицами металла, интенсифицировать процесс диффузии, необходимой для получения соединения.

Существует два основных метода: сварка давлением и сварка плавлением. В первом случае места деталей, подлежащие соединению, нагреваются до пластического состояния, а затем под давлением частицы металла взаимно проникают, образуя прочное соединение. Сварка давлением может быть кузнечная (горновая) и электрическая, подразделяемая на контактную, точечную и роликовую.

При сварке плавлением металл свариваемых частей в месте сварки расплавляется, образуя общую жидкую ванну. После затвердевания жидкого металла образуется сварной шов, структура металла которого аналогична структуре литого металла. Сварка плавлением по виду источника тепловой энергии делится в основном на электродуговую и газовую. Наиболее широко применяется электрическая дуговая сварка, являющаяся основным технологическим процессом создания неразъемных соединений деталей машин и металлоконструкций.

Газовая сварка применяется в машиностроении для сварки не только стальных, но и чугунных, бронзовых и других деталей. Источником теплоты газовой сварки является процесс горения ацетилена в кислороде. Температура пламени, образующегося при горении ацетилено-кислородной смеси, достигает 3200°C . Под действием этого пламени кромки соединяемых деталей и вводимый в пламя стержень (обычно из такого же металла, что и сами детали) плавятся, заполняя полость между свариваемыми деталями. После остывания расплавленного металла образуется шов, соединяющий свариваемые детали. При избытке кислорода металл интенсивно окисляется — «горит», что используется для резки стальных деталей.

Способ электрической сварки с использованием вольтовой дуги в качестве источника теплоты для нагрева металла (рис. 27.1, а) впервые был предложен в 1882 г. русским инженером Н. Н. Бенардосом. Основу этого способа составляет возбуждение вольтовой дуги между свариваемым (основным) металлом и угольным электродом. Через пять лет после Бенардоса другой русский изобретатель инженер Н. Г. Славянов улучшил этот способ путем замены угольного электрода металлическим (рис. 27.1, б). В этом случае электрическая дуга возникает между

основным металлом и металлическим электродом. Под действием теплоты, выделяемой электрической дугой, металлический электрод плавится, и расплавленный металл в виде капель диаметром от 0,1 до 2,5 мм переносится на свариваемые детали. В настоящее время процесс электродуговой сварки значительно развит и усовершенствован, а сварка автоматизирована.

В качестве электродов применяются проволока или металлические прутки диаметром 1,6—12,0 мм и длиной 300—450 мм в зависимости от их диаметра. Для повышения механических свойств свариваемого шва электроды изготовляют с обмазкой флюсом. Материал электродов применяют самый различный,

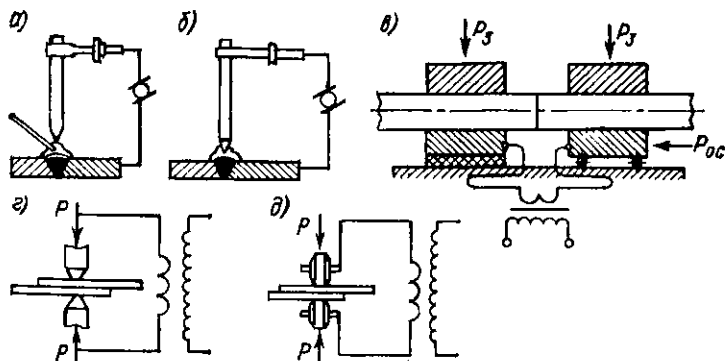


Рис. 27.1.

в зависимости от химического состава свариваемого металла и требований к качеству сварки.

Наиболее широкое применение получили следующие виды контактной сварки: стыковая (рис. 27.1, в), точечная (27.1, г), шовная и роликовая (рис. 27.1, д).

Можно привести много примеров широкого использования сварки в различных отраслях машино- и судостроения, приборостроения и мостостроения. Мост лейтенанта Шмидта через р. Неву является одним из первых крупных сварных мостов в нашей стране. Масса его металлоконструкций составляет более 1800 т, а вес электродов — около 40 т при длине сварных швов около 30 км. Применение сварки при строительстве этого моста дало 27% экономии металла по сравнению с изготовлением такого же моста клепаным.

За последнее время в практике мостостроения получили применение сварные швы в комбинации с болтовыми соединениями. В этих соединениях применяют стандартные болты высокой прочности, которые при монтаже конструкций подвергаются затяжке усилием до 20 тс, обеспечивающей надежное сцепление скрепляемых деталей. Такие способы соединений облегчают и удешевляют сборку больших сварных конструкций, особенно в полевых условиях.

Благодаря работам института электросварки им. акад. Е. О. Патона удалось успешно осуществить автоматическую сварку голым электродом под слоем флюса, что повышает производительность труда в 5—10 раз по сравнению с обычной дуговой сваркой.

В СССР также разработан новый метод сварки — электрошлаковый, с помощью которого можно сваривать детали весьма больших толщин (до 1 м). Это дает возможность по-новому решать многие задачи конструирования в тяжелом машиностроении.

§ 27.2. ВИДЫ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ И ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ИХ ПРОЧНОСТЬ

Существуют следующие основные виды соединений с помощью сварки: соединение встык (рис. 27.2, а), соединение внахлестку (б), соединение впритык (в), которое делится на угловое (г) и в тавр. Кроме того, применяются прорезные и пробочные соединения. Прорезные соединения делаются внахлестку с целью

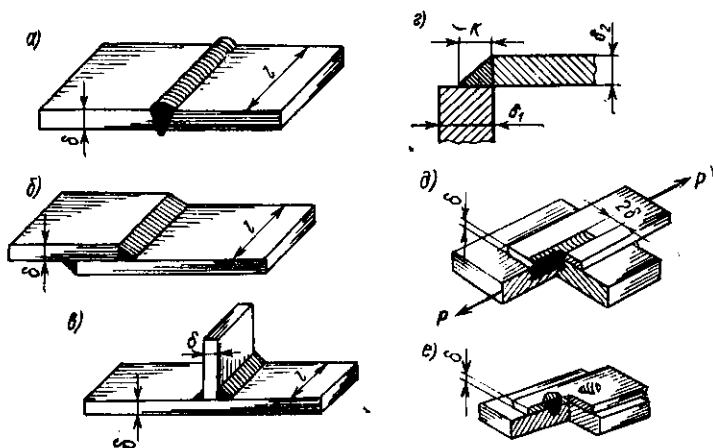


Рис. 27.2.

уменьшения длины шва (рис. 27.2, д). Прорези ослабляют сечение детали, и поэтому этот вид соединений применяется в исключительных случаях. В отдельных случаях для соединения широких листов применяют швы в виде пробок или электрозаклепок. Для получения таких швов в одной из деталей высверливают отверстия, а затем подвергают сварке детали через отверстия (рис. 27.2, е).

Сварка соединений встык осуществляется с помощью стыковых швов, а соединения внахлестку и впритык — угловыми или валиковыми швами. В зависимости от толщины свариваемых деталей стыковой сварной шов может быть бескосым, V-образным, К-образным и Х-образным (рис. 27.3). Бескосый шов получается

без обработки кромок соединяемых деталей и применяется при толщине их до 5 мм. Для лучшего провара при толщине свариваемых деталей от 6 до 20 мм применяется V-образный шов. К- и X-образные швы применяются при толщине деталей от 13 до 50 мм.

Все типы стыковых бескосных соединений экономически выгодны, так как для них не нужна предварительная механическая или газоплазменная обработка кромок и для сварки требуется минимальное количество наплавленного металла. Новейший спо-

Типы стыковых швов и условные обозначения		
Подготовка кромок	Односторонний	Двусторонний
<p>ЗС</p>	<p>ЗС</p>	<p>ЗС</p>
<p>V</p>	<p>V-образные</p>	<p>V</p>
<p>K</p>	<p>K-образные</p>	<p>K</p>
<p>X</p>	<p>X-образные</p>	<p>X</p>

Рис. 27.3.

соб автоматической электрошлаковой сварки дает возможность сваривать без скоса кромок металл толщиной 500 мм и более.

Существенное влияние на прочность сварного шва оказывает качество электродов, а также подготовка деталей к сварке. Наличие ржавчины, масла, мазута, краски на поверхности деталей, подлежащих сварке, может привести к непровару (один из наиболее серьезных дефектов), неоднородности структуры металла шва, наличию шлаков и окислов, а также к образованию других дефектов в сварных швах. Проверка качества швов производится визуально, с помощью рентгеновских лучей, ультразвука и радиоактивных изотопов, а также путем испытания сварных конструкций под давлением или нагрузкой.

§ 27.3. РАСЧЕТ СВАРНЫХ ШВОВ

Расчет швов производится с учетом следующих факторов.

1. Расположение швов по отношению к действующему усилию, в зависимости от чего применяют швы: лобовой — располагающийся нормально к направлению действующего усилия (рис. 27.4, а); фланговый — располагающийся параллельно направлению действующего усилия (рис. 27.4, б); косой — распо-

лагающийся под некоторым углом к направлению действующего усилия (рис. 27.4, в).

2. Форма поперечного сечения, в зависимости от которой швы могут быть нормальными (рис. 27.4, г), когда действительная высота равна расчетной¹, облегченными, когда действительная высота меньше высоты нормального шва (рис. 27.4, д), и усиленными, когда действительная высота больше высоты нормального шва (рис. 27.4, а).

3. Виды деформаций и скорость их изменения.

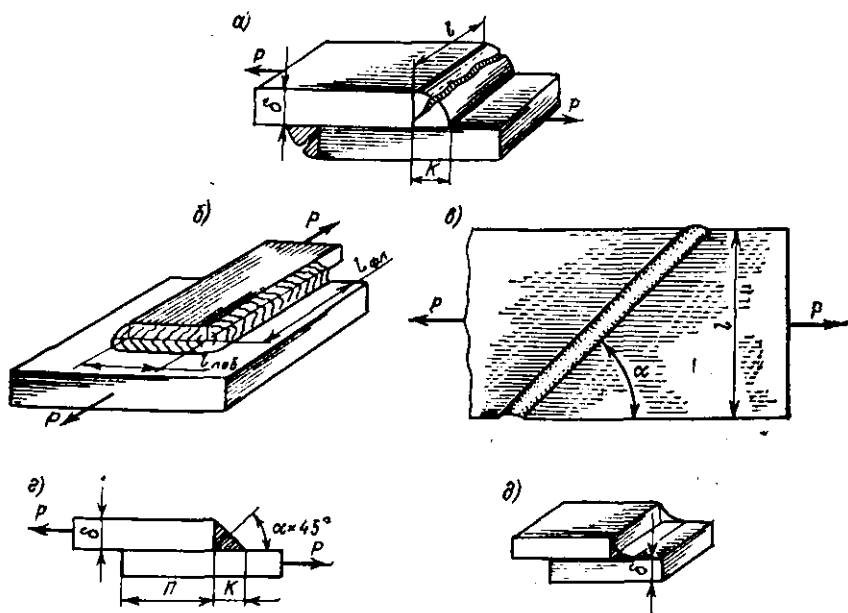


Рис. 27.4.

Существенное значение для расчетов имеет вид шва: стыковой, валиковый или тавровый.

Стыковые сварные швы в зависимости от направления внешних сил испытывают деформации растяжения или сжатия. Расчет стыковых соединений на статическую нагрузку не представляет трудностей и ведется на допустимое усилие на шов по равенству

$$P = \delta l [\sigma]_p,$$

где δ — толщина свариваемых деталей; l — длина шва; $[\sigma]_p$ — допустимое напряжение при растяжении.

¹ Под расчетной высотой шва понимают линейный размер в поперечном сечении шва.

Прочность шва характеризуется коэффициентом запаса прочности сварного соединения ϕ . Этот коэффициент зависит от многих факторов, основными из которых являются.

1. Мера точности расчета и полнота учета особенностей сварной конструкции. Совершенно очевидно, что чем точнее расчет и полнее учтены действительные нагрузки, тем меньше следует принимать запас прочности.

2. Свойства материала, качество сварки; повышение их дает возможность принимать меньший коэффициент запаса прочности¹.

3. Род нагрузки, а также вид деформаций, оказывающие существенное влияние на выносливость сварного соединения. Так, при изгибе и срезе напряжения по рабочему сечению распределяются неравномерно, при сжатии и растяжении более равно-

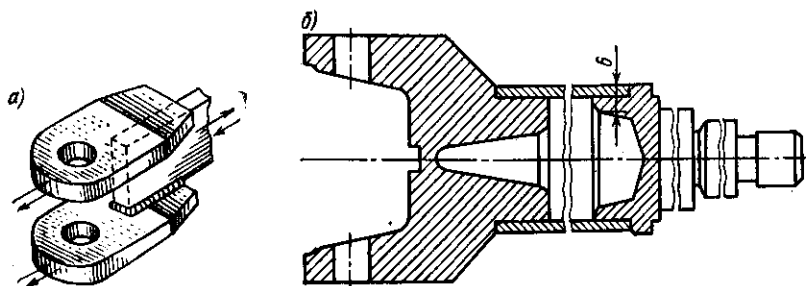


Рис. 27.5.

мерно; этим объясняется повышение коэффициента запаса прочности при деформациях изгиба и среза.

Кроме того, большое влияние на выбор коэффициента запаса прочности оказывает концентрация напряжений, возникающих в сварных соединениях и являющихся опасными при переменных нагрузках.

Концентрация напряжений вызывает снижения прочности элементов сварных соединений.

Большинство сварных конструкций испытывает переменные нагрузки, поэтому при проектировании сварных соединений следует добиваться снижения концентрации напряжений за счет применения более совершенной технологии сварки, а также улучшения конструкции сварного узла. В качестве примера на рис. 27.5, а приведен простой сварной узел, испытывающий знакопеременную нагрузку.

Конструктивные решения сварных соединений деталей машин и частей металлоконструкций весьма разнообразны. На рис. 27.5, б представлен сварной карданный вал. Подобные конструкции

¹ Величина коэффициента запаса прочности для деталей из стального проката и поковок $n = 1,2 \div 1,6$.

узлов дают хорошие результаты при эксплуатации машин и различных устройств. Ориентировочные соотношения между допускаемыми напряжениями для сварных соединений приведены в табл. 27.1.

Т а б л и ц а 27.1. Соотношения допускаемых напряжений для сварных соединений из среднеуглеродистых сталей

Технологические процессы сварки	Вид деформации		
	Растяжение	Сжатие	Срез
	Допускаемые напряжения в швах		
	$[\sigma]_p$	$[\sigma]_{сж}$	$[\tau]_{ср}$
Автоматическая сварка под слоем флюса и ручная дуговая электродами Э50А, Э42А Ручная дуговая сварка электродами Э50, Э42	$[\sigma]_p$	$[\sigma]_p$	$0,65 [\sigma]_p$
	$0,9 [\sigma]_p$	$[\sigma]_p$	$0,6 [\sigma]_p$

Валиковые сварные швы применяются для соединения внахлестку и впритык. Такие швы менее прочны, чем швы встык, поэтому их применяют в менее ответственных случаях или при невозможности осуществить сварку встык.

Лобовой шов рассчитывается на срез, причем опыт показывает, что валиковые швы чаще всего разрушаются по плоскости, совпадающей с биссектрисой прямого угла (см. рис. 27.4, а). Расчет лобового шва производится по равенству

$$P = 0,7l\delta [\tau]_{ср}. \quad (27.2)$$

Фланговый (боковой) шов разрушается при растяжении или сжатии также вследствие среза. Площадь плоскости среза подсчитывается так же, как и у лобового шва. Максимальная длина нахлестки принимается

$$l = (50 \div 60) \delta. \quad (27.3)$$

Комбинированный шов (рис. 27.4, б) представляет собой сочетание лобового и флангового швов. Величину нахлестки в таких швах рекомендуется принимать $a = \delta \div 3\delta$ при одностороннем шве и $a = 3\delta \div 5\delta$ при двустороннем шве. При соединении уголков с косынками длины фланговых швов принимают обратно пропорциональными расстояниям до центра тяжести уголка.

Сварное соединение, в котором соединяемые элементы расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, называется тавровым (рис. 27.2, в). Тавровые соединения находят применение при изготовлении различных пространственных конструкций — балок, стоек, колонн, рам, резервуаров, каркасов

и др. Соединение может быть выполнено бескосым, с односторонним и двусторонним скосом. Под действием внешних сил тавровое соединение испытывает деформацию среза. Прочность его рассчитывается по равенству

$$P = 2 [\tau]_{cp} 0,7kl = 1,4kl [\tau]_{cp}, \quad (27.4)$$

где k — величина катета шва; l — длина шва.

В заключение следует отметить, что при выполнении сварных соединений важной проблемой является контроль качества сварочных швов. В связи с этим весьма актуальным является внедрение неразрушающих методов контроля изделий.

§ 27.4. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СОЕДИНЕНИЯХ С ГАРАНТИРОВАННЫМ НАТЯГОМ

Соединения деталей посредством посадок с гарантированным натягом относятся к группе неподвижных напряженных соединений, широко используемых во всех областях машино- и приборостроения.

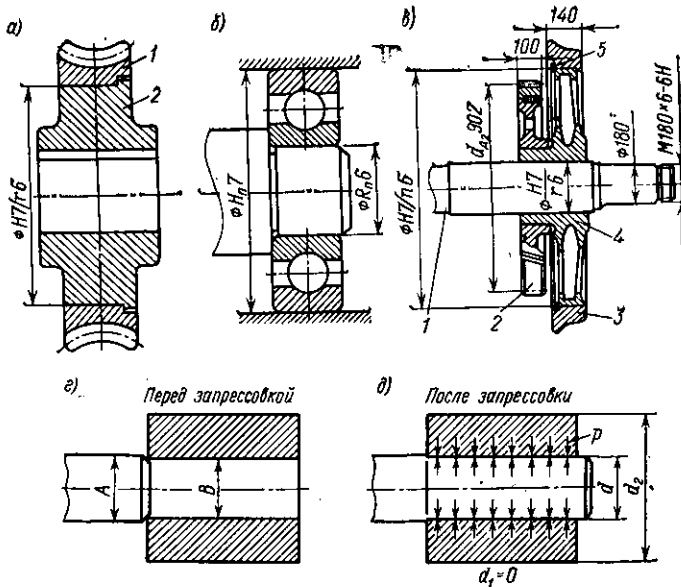


Рис. 27.6.

На рис. 27.6 представлены примеры соединения с гарантированным натягом: a — венца червячного колеса 1 с центром 2 ; b — внутреннего кольца с цапфой; v — оси локомотива 1 и тягового зубчатого колеса 2 со ступицей колесного центра 4 , а также колесного центра с бандажом 3 и стопорным кольцом 5 .

Неразъемные прессовые соединения могут быть получены: 1) продольной сборкой за счет осевого усилия (прессования); 2) поперечной сборкой за счет нагрева или охлаждения деталей, которые при сборке свободно соединяются; 3) комбинацией продольной и поперечной сборки, например гидропрессовой сборкой, при которой одновременно с действием осевого усилия в зону контакта сопрягаемых деталей подается масло под высоким давлением для достижения необходимой поперечной деформации.

Прочность прессового соединения зависит от многих факторов, важнейшими из которых являются: величина натяга, качество обработки и состояние сопрягаемых поверхностей. *Натягом* δ называется отрицательная разность диаметров отверстия и вала: $\delta = A - B$ (рис. 27.6, *з*). В результате натяга на поверхностях

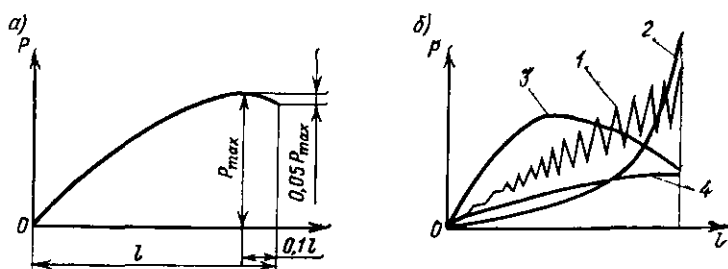


Рис. 27.7.

контакта возникают удельное давление p (рис. 27.6, *д*) и соответствующие ему силы трения, которые препятствуют относительному смещению собранных деталей. Несущая способность соединения может быть значительно повышена применением порошка корунда, которым посыпается контактная поверхность, а также оксидированием или гальваническим покрытием сопрягаемых поверхностей.

Для получения соединения с гарантированным натягом методом поперечной сборки нагревают втулки до 200—400° С или охлаждают вал. Для охлаждения обычно используется жидкий воздух (—190° С) или сухой лед (—72° С).

Предпочтение следует отдавать методу охлаждения.

Важнейшими положительными свойствами прессового соединения являются его простота и технологичность, что определяет его применение в массовом производстве. Хорошая центровка деталей и равномерное распределение нагрузки по всей посадочной поверхности дают возможность передавать значительные осевые усилия и крутящие моменты.

Большое рассеивание величин коэффициентов трения и натяга для различных деталей, влияние рабочих температур на прочность соединения, а также наличие обусловленных сборкой высоких

напряжений в деталях соединения и снижение усталостной прочности — все это относится к недостаткам прессового соединения.

Запрессовка крупных и наиболее ответственных деталей производится с помощью гидравлического пресса с автоматической записью изменения силы при запрессовке. Примерные диаграммы напрессовки представлены на рис. 27.7.

При хорошей и правильной обработке посадочных поверхностей давление плавно возрастает (рис. 27.7, а), а в конце напрессовки незначительно падает. Обычно для наиболее ответственных соединений допускается падение давления на величину не более 5% от его максимальной величины на конечном участке диаграммы, не превышающем 10% ее длины. На рис. 27.7, б представлены типичные диаграммы неудовлетворительных посадок, полученные в результате: 1 — грубой обработки посадочных поверхностей; 2 — наличия прямого конуса; 3 — наличия обратного конуса; 4 — отсутствия заданной величины натяга.

§ 27.5. РАСЧЕТ ПРЕССОВОГО СОЕДИНЕНИЯ

На рис. 27.8 представлена расчетная схема для прессового соединения, испытывающего действия осевого усилия и крутящего момента. При определении величины натяга δ , обеспечивающего надежность соединения, используются методом независимости действия сил. Для этого составляют условия неподвижности соединения при нагружении:

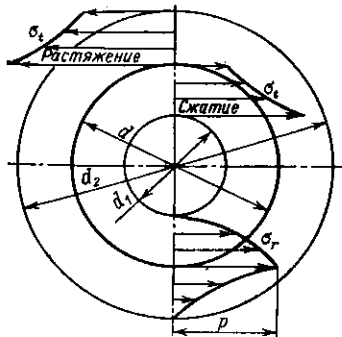


Рис. 27.8.

1) наибольшей осевой силой (Н)

$$S \leq \pi d l p f; \quad (27.5)$$

2) наибольшим крутящим моментом (Н·см)

$$M_{кр} = \frac{\pi d^2 l p f_1}{2}, \quad (27.6)$$

где d — номинальный диаметр сопряженных деталей, см; l — посадочная длина соединения, см; p — удельное давление в зоне контакта сопрягаемых поверхностей деталей; f , f_1 — коэффициенты сцепления при осевом и круговом смещении деталей (для чугунных и стальных деталей $f \approx 0,08 \div 0,1$ при сборке прессованием, $f \approx 0,12 \div 0,14$ при сборке с нагревом или охлаждением).

Расчетная величина натяга находится из выражения

$$\delta = pd \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right), \quad (27.7)$$

где E_1 и E_2 — модули упругости охватываемой и охватывающей деталей (здесь и далее индекс 1 относится к охватываемой, индекс 2 — к охватывающей детали); для стали $E \approx$

$\approx (21 \div 22) \cdot 10^3$ кН/см², для бронзы $E \approx (10 \div 11) \cdot 10^3$ кН/см²; δ — расчетный натяг, мкм.

Значения коэффициентов C_1 и C_2 могут быть определены по равенствам:

$$C_1 = \left(\frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 \right); \quad (27.8)$$

$$C_2 = \left(\frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2 \right), \quad (27.9)$$

где μ_1 и μ_2 — соответствующие коэффициенты Пуассона; для чугуна $\mu = 0,25$, для стали $\mu = 0,3$, для бронзы $\mu = 0,33$.

На прочность соединения кроме величины натяга большое влияние оказывает качество обработки сопрягаемых поверхностей. В процессе запрессовки неровности поверхностей (гребешки) частично деформируются, в результате чего уменьшаются действительный (технологический) натяг и прочность соединения. Для того чтобы создать необходимую прочность соединения, расчетный натяг увеличивают на некоторую величину u и принимают

$$\delta_p = \delta_{\min} - u, \quad (27.10)$$

где δ_{\min} — наименьший табличный натяг посадки, определяемый по формуле (27.7).

Поправка может быть определена так:

$$u = 1,2 (h_1 + h_2),$$

где h_1 и h_2 — максимальные высоты неровностей сопрягаемых поверхностей. Значения этих величин выбирают в зависимости от параметров шероховатости поверхности (ГОСТ 2789—73).

Осуществление прессовых посадок связано с изменением размеров сопрягаемых деталей: диаметр вала уменьшается, а внутренний и наружный диаметры втулки увеличиваются. Для некоторых деталей очень важно знать изменение диаметров свободной (непосадочной) поверхности после соединения (кольца подшипников качения и др.). Практика показывает, что создание излишнего натяга может привести к уменьшению радиального зазора в подшипниках и даже вызвать защемление тел качения и выход подшипника из строя.

Применительно к расчетной схеме (см. рис. 27.6, б) уменьшение внутреннего диаметра (мкм) охватываемой детали в результате запрессовки может быть определено так:

$$\Delta d_1 = \frac{2 \cdot 10^8 p d_1}{E_1 [1 - (d_1/d)^2]}. \quad (27.11)$$

При этом произойдет увеличение наружного диаметра охватываемой детали, которое может быть определено по равенству

$$\Delta d_2 = \frac{2 \cdot 10^8 p d_2}{E_2 [(d_2/d)^2 - 1]}. \quad (27.12)$$

В соединяемых деталях возникают напряжения, характеризующиеся эпюрой тангенциальных σ_t и радиальных σ_r напряжений сжатия и растяжения для охватывающей и охватываемой деталей прессовых посадок (рис. 27.8).

Глава 28. РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

§ 28.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЗЬБЫ

Основным элементом резьбового соединения является резьба. Она образуется путем нанесения на поверхность деталей соответствующих по профилю канавок по винтовой линии. Если при этом перемещать плоскую фигуру (треугольник, прямоугольник, трапецию, полукруг) по винтовой линии так, чтобы ее плоскость при движении постоянно проходила через геометрическую ось винта, то получится треугольная, прямоугольная, трапецеидальная, упорная или круглая резьба.

Все разновидности резьбы можно классифицировать по соответствующим признакам (табл. 28.1).

Т а б л и ц а 28.1. Классификация резьбы

Форма профиля					Расположение поверхности		Форма поверхности		Число заходов		Направление заходов	
Треугольная	Трапецеидальная	Упорная	Прямоугольная	Круглая	Внутренняя	Наружная	Коническая	Цилиндрическая	Однозаходная	Многозаходная	Правая	Левая

§ 28.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ И ОСНОВНЫЕ ТИПЫ РЕЗЬБЫ

Основными геометрическими параметрами цилиндрической резьбы являются (рис. 28.1): наружный диаметр резьбы (номинальный) d ; внутренний диаметр резьбы (расчетный) d_1 ; средний диаметр резьбы d_2 — диаметр воображаемого цилиндра, на котором ширина витка равна ширине впадины; шаг резьбы S — расстояние между одноименными сторонами двух соседних витков в осевом направлении; ход резьбы S_1 — расстояние между одноименными сторонами одного и того же витка в осевом направлении (для однозаходных резьб $S_1 = S$, для многозаходных $S_1 = zS$,

где z — число заходов); угол профиля резьбы α ; угол подъема резьбы β — угол, образованный касательной к винтовой линии по среднему диаметру резьбы и плоскостью, перпендикулярной к оси винта:

$$\operatorname{tg} \beta = S_1 / (\pi d^2). \quad (28.1)$$

Метрическая резьба (рис. 28.1, а), профилем для образования которой принят равносторонний треугольник с углом при вершине $\alpha = 60^\circ$, делится на два типа (рис. 28.1, б): резьба с крупным шагом; резьба с мелким шагом. На чертежах метрические резьбы с крупным шагом обозначаются буквой М, например М14 — метрическая резьба с крупным шагом, наружный диаметр 14 мм. Шаг резьбы в этом случае не указывается, так как он определен ГОСТом. Метрические резьбы с мелким шагом обозначаются буквой М с обязательным указанием не только наружного диаметра резьбы, но и шага резьбы. Например, М24 × 1,5 — метрическая резьба с мелким шагом, наружный диаметр 24 мм, шаг резьбы 1,5 мм.

Дюймовая резьба имеет угол профиля $\alpha = 55^\circ$, наружный диаметр измеряется в дюймах, шаг — числом витков (нитек), проходящих на 1 дюйм ($1'' = 25,4$ мм). Она может применяться только при ремонте старых и импортных машин.

Назначение									Шаг резьбы		Способ изготовления		
крепежная			крепежно-уплотнительная			ходовая							
Метрическая	Дюймовая	Круглая	Трубная цилиндрическая	Трубная коническая	Коническая дюймовая	Трапецидальная	Упорная	Прямоугольная	С крупным шагом	С мелким шагом	Нарезная	Накатная	Штампованная

Трубная резьба (рис. 28.1 в) имеет треугольный профиль с $\alpha = 55^\circ$. Она представляет собой мелкую дюймовую резьбу с закругленными выступами и впадинами. Для большей плотности соединения трубная резьба выполняется без зазора между вершинами выступов и впадин резьбы скрепляемых деталей. Наиболее высокую плотность соединения дает трубная коническая резьба. Трубная резьба применяется для соединения труб. Номинальным размером трубной резьбы считается внутренний диаметр самой трубы «в свету». Стандартизованы трубная цилиндрическая резьба (ГОСТ 6357—73) и трубная коническая резьба (ГОСТ 6211—69).

Трапецидальная резьба (рис. 28.2, а) является основной для передачи реверсивного движения под нагрузкой (ГОСТ 9484—73).

Ее профиль — равнобедренная трапеция с углом $\alpha = 30^\circ$. По сравнению с прямоугольной трапециевидная резьба имеет меньший к. п. д. (по условию трения), но более удобна (по условию экс-

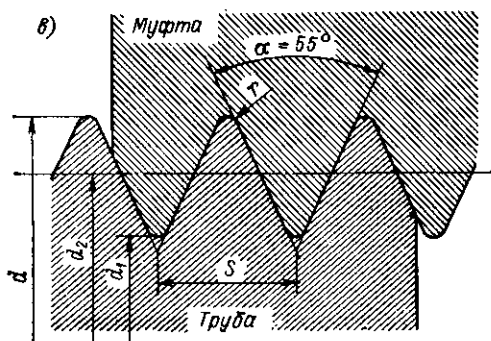
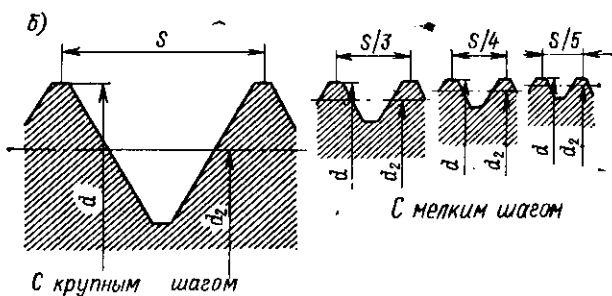
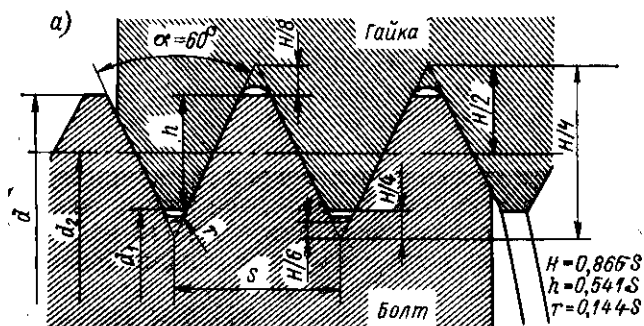


Рис. 28.1.

плуатации), менее дорога (по условию изготовления), требует меньшей высоты гайки (по условию прочности). Пример условного обозначения трапециевидной резьбы: Трап. 40 × 6 ГОСТ 9484—73.

Упорная резьба (рис. 28.2, б) имеет профиль в виде неравнобочной трапеции, причем рабочий угол профиля равен 3° , задний — 30° (ГОСТ 10177—62). Упорная резьба имеет прочность выше,

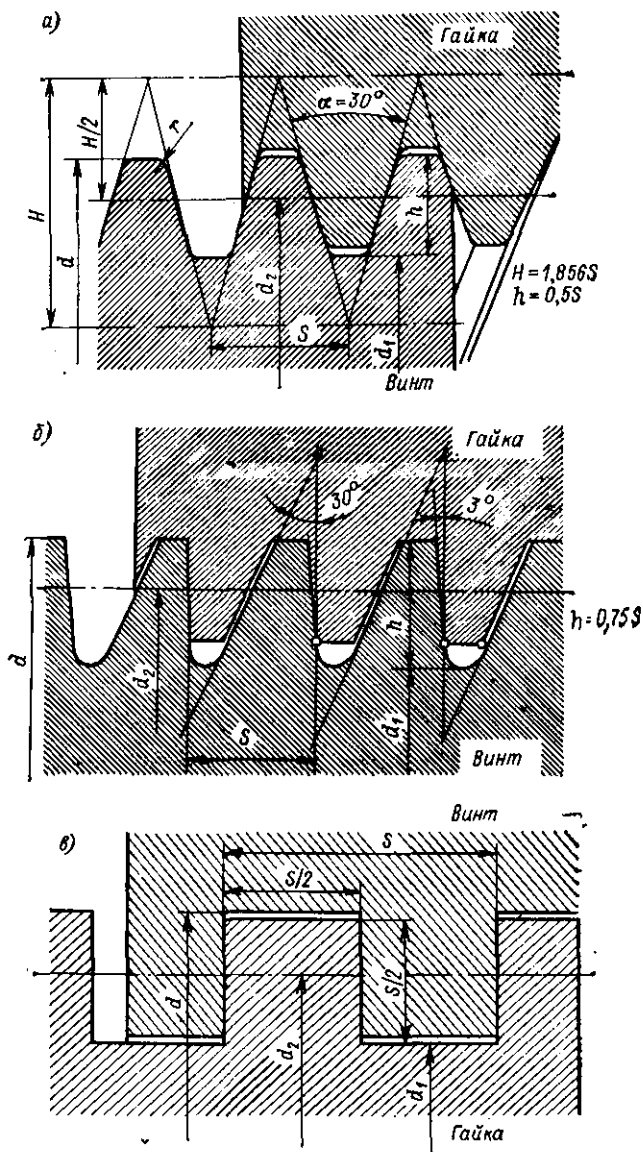


Рис. 28.2.

чем прямоугольная, но сравнительно меньший к. п. д., поэтому применяется как для прочного соединения (весьма редко), так и для восприятия больших усилий при передвижении одной части

машины или устройства относительно другой (колонны гидравлических прессов, домкраты и др.). Пример условного обозначения упорной резьбы: Уп. 80 × 16 ГОСТ 10177—62.

Прямоугольная резьба (рис. 28.2, в) обычно делается квадратной ($\alpha = 0$). Она обладает наиболее высоким к. п. д., но менее прочна. При эксплуатации в результате ее износа образуется «мертвый ход», что затрудняет ее применение в точных механизмах. Прямоугольная резьба не стандартизована. Размеры ее выбираются расчетным путем, например, шаг обычно принимают равным $S = 0,25 d_1$, а наружный диаметр $d = 1,25 d_1$, где d_1 — внутренний или расчетный диаметр винта.

Круглая резьба имеет профиль, образованный двумя дугами, сопряженными прямыми отрезками, угол профиля $\alpha = 30^\circ$. Круглая резьба в общем машиностроении применяется редко и поэтому не стандартизована. Обычно же ее размеры принимаются по заводским нормалам. Круглая резьба менее чувствительна к загрязнению (песок, пыль и др.), к толчкам, хорошо воспринимает ударные нагрузки, поэтому ее применяют в винтах водопроводной и паровой арматуры, в винтовых стяжках, ручных тормозах и других подобных устройствах.

Существует два основных способа изготовления резьб: нарезанием и накатыванием. *Нарезание резьб* осуществляется с помощью резцов, гребенок, плашек, метчиков, резьбовых головок и фрез, *накатывание* производится пластическим деформированием заготовки. Способ накатывания резьб является высокопроизводительным, а накатанные резьбы обладают повышенной прочностью.

§ 28.3. ОСНОВНЫЕ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИЙ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Существуют разнообразные формы конструкций резьбовых соединений, дающие возможность удовлетворить требования различных отраслей машино- и приборостроения. Все резьбовые соединения в зависимости от назначения можно разделить на две основные группы: резьбовые соединения для скрепления деталей друг с другом (крепежные); резьбовые соединения для передачи сил и движения (ходовые). Наибольшее распространение среди резьбовых деталей получили крепежные: болты, винты, шпильки и гайки. Резьбовые соединения второй группы (ходовые) применяются в домкратах, слесарных тисках, прессах, металлорежущих станках и других механизмах и здесь подробно не рассматриваются.

Крепежные винты в зависимости от типа резьбового соединения применяют следующих исполнений: винты с гайками, обычно называемые болтами (рис. 28.3, а); винты, ввинчиваемые в одну из скрепляемых деталей (рис. 28.3, б); шпильки с гайками (рис. 28.3, в).

Б о л т (винт) представляет собой цилиндрический или конический стержень, на одном конце которого имеется головка, а на

другом — резьба для навинчивания гайки (для винта гайкой служит деталь). Болты бывают общего и специального назначения. Болты общего назначения стандартизованы и делятся на три группы нормальной точности (ГОСТ 7798—70 и ГОСТ 7795—70, ГОСТ 7796—70), повышенной точности (ГОСТ 7805—70 и ГОСТ 7808—70, ГОСТ 7811—70) и грубой точности (ГОСТ 15589—70, ГОСТ 15590 и ГОСТ 15591—70). Наиболее распространены болты нормальной точности. По форме головки стандартные болты общего назначения различают: с шестигранной головкой, с шестигранной головкой и отверстиями в ней (для проволок с целью стопорения) с полукруглой головкой квадратным и подголовком или усом.

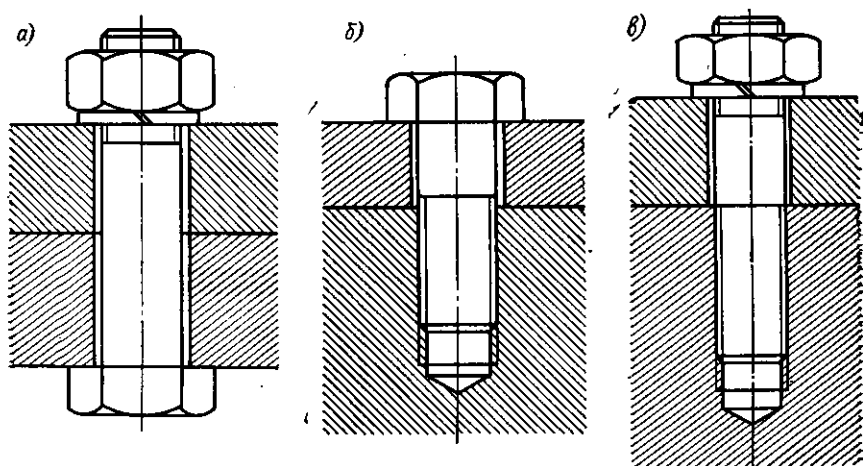


Рис. 28.3.

Винты общего назначения различают: крепежные (ГОСТ 1489—62... ГОСТ 1491—72, ГОСТ 10336—63... ГОСТ 10344—63 и др.) и установочные (ГОСТ 1476—75... ГОСТ 1488—75, ГОСТ 11074—75 и ГОСТ 11075—75). Головки винтов бывают шестигранные, квадратные, полукруглые, цилиндрические, полупотайные, потайные и цилиндрические с углублениями под ключ.

Крепежные винты изготавливаются с головкой под ключ или под отвертку.

Винты с шестигранной головкой получили наибольшее применение из-за большого допускаемого усилия затяжки и небольшого угла поворота ключа до перехвата.

Установочные винты служат для предотвращения взаимного сдвига деталей и имеют резьбу по всей длине стержня, что обеспечивает лучшее восприятие сдвигающих сил. Концы

установочных винтов бывают: плоские, цилиндрические, конические, ступенчатые, засверленные.

К специальным болтам относятся конусные, рым-болты, откидные, фундаментные.

Конусные болты (рис. 28.4, а) служат для постановки в отверстия из-под развертки. Такие болты называются призонными (ОСТ 4551).

Рым-болты представляют собой стержень с нарезанной по всей его длине резьбой и головкой в виде кольца (рис. 28.4, б). Для удобства подъема и переноски тяжелых корпусных деталей эти болты ввинчиваются в специально нарезанные отверстия. Рым-болты стандартизованы (ГОСТ 4751—73) и подбираются по весу того изделия, для которого они предназначены. Рым-болты изготавливаются с метрической резьбой от М12 и до М72.

Откидные болты (рис. 28.4, в) широко применяются для крепления крышек аккумуляторов, автоклавов и др. Эти болты стандартизованы (ГОСТ 14724—69).

Фундаментные болты служат для крепления к фундаментам станин машин, станков и металлоконструкций, они не стандартизованы. Различают два вида фундаментных болтов: короткие и длинные. Короткие фундаментные болты (рис. 28.4, г) применяются при установке машин уравновешенных и не требующих больших фундаментов. Болты закладываются в оставленные для них гнезда в кладке и затем заливаются цементом или расплавленным свинцом. Длина таких болтов обычно не превышает 400 мм. Длинные фундаментные болты с закладной плитой и чекой или с молоткообразной головкой (рис. 28.4, д) применяются при установке машин, имеющих возвратно-поступательное движение частей и действующих с толчками и ударами.

Шпильки представляют собой стержни, имеющие резьбу на обоих концах. Одним (посадочным) концом шпилька ввертывается в одну из соединяемых деталей, на другой конец шпильки навинчивается гайка. Шпильки согласно ГОСТ 11765—66... 11770—66 изготавливаются с резьбой от М6 до М48 и делятся на два типа: без проточки и с проточкой (рис. 28.4, е).

Концы болтов, винтов и шпилек различаются и по форме: плоские, конические, закругленные, ступенчатые (ГОСТ 12414—66).

Плоская форма конца стержня является основной для всех видов болтов и винтов. Цилиндрическая форма применяется для упорных болтов. Принятая форма концов дает возможность предохранить резьбу при завинчивании и вывинчивании болта, винта и шпильки.

По конструкции гаек делятся на следующие виды: шестигранные с двумя и с одной фасками, квадратные, корончатые, прорезные, гайки-барашки и круглые. Они бывают нормальной и повышенной точности. Все типы гаек стандартизованы. Так, гайки нормальной точности изготавливаются по ГОСТ 5918—73, ГОСТ 5919—73, ГОСТ 5915—70, а повышенной — по

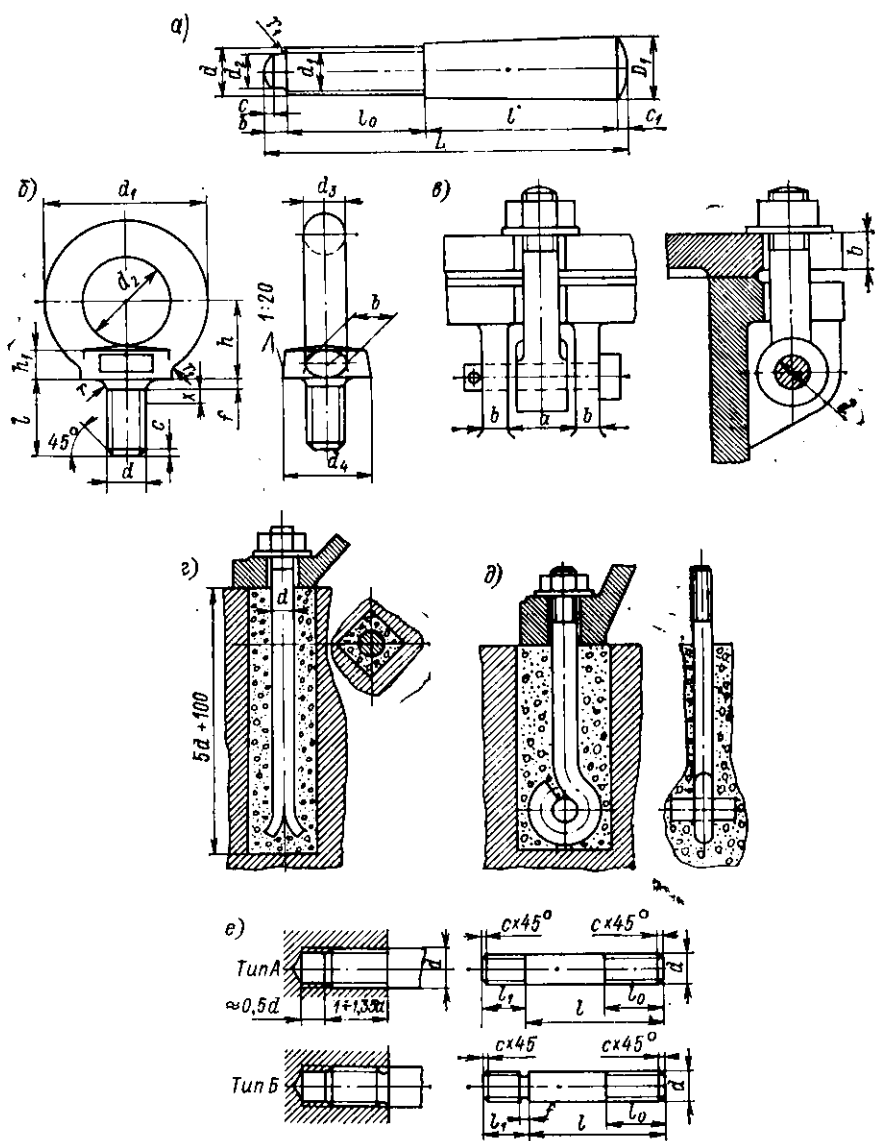


Рис. 28.4.

ГОСТ 5927—70, ГОСТ 5929—70, ГОСТ 2524—70, ГОСТ 2528—73, ГОСТ 5932—73, ГОСТ 5933—73. Нормальная высота гайки 0,8 d. При наличии опасности вытекания жидкости применяются герметизированные гайки.

Шайбы закладываются под гайку или головку болта (винта) для более равномерного распределения усилий на большой площади соединяемых деталей и предохранения поверхности детали от повреждения. Шайбы стандартизованы.

Сборка и разборка резьбовых соединений производится с помощью соответствующих ключей (табл. 28.2). Размеры мест под гаечные ключи стандартизованы (ГОСТ 13682—68).

Т а б л и ц а 28.2. Разновидности гаечных ключей

Гаечные ключи		Размеры зевов, мм	Стандарты
С открытыми зевами	Двусторонние	От 4×5 до 75×80	ГОСТ 2839—71
	Односторонние	От 3,2 до 80	ГОСТ 2841—71
	Односторонние укороченные	От 85 до 225	ГОСТ 3108—71
Кольцевые	Двусторонние колеччатые	От 5,5×7 до 50×55	ГОСТ 2906—71
Комбинированные	С открытыми и закрытыми зевами	От 5,5 до 55	ГОСТ 16983—71
Для круглых гаек шлицевых	—	Наружный диаметр гаек от 12 до 250	ГОСТ 16984—71
	Шарнирные	Наружный диаметр гаек от 22 до 220	ГОСТ 16985—71
Торцевые	С внутренним шестигранником	От 8 до 65	—
	С наружным шестигранником	От 7 до 27	—
	Трещеточные со сменными головками	От 8 до 60	ГОСТ 3329—75
Разводные		От 2 до 46	ГОСТ 7275—75
Специального назначения		—	—

§ 28.4. УСТРОЙСТВА ПРОТИВ САМООТВИНЧИВАНИЯ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Все стандартные резьбы удовлетворяют условиям самоторможения, так как угол подъема резьбы значительно меньше угла трения ρ . Тем не менее, как это показывает опыт эксплуатации машин, при динамических нагрузках происходит самоотвинчивание гаек и винтов. Против самоотвинчивания гаек применяются различные устройства, называемые *гаечными замками*: контргайки, пружинные шайбы, шплинты, различные стопорные шайбы, проволока, штифты и др

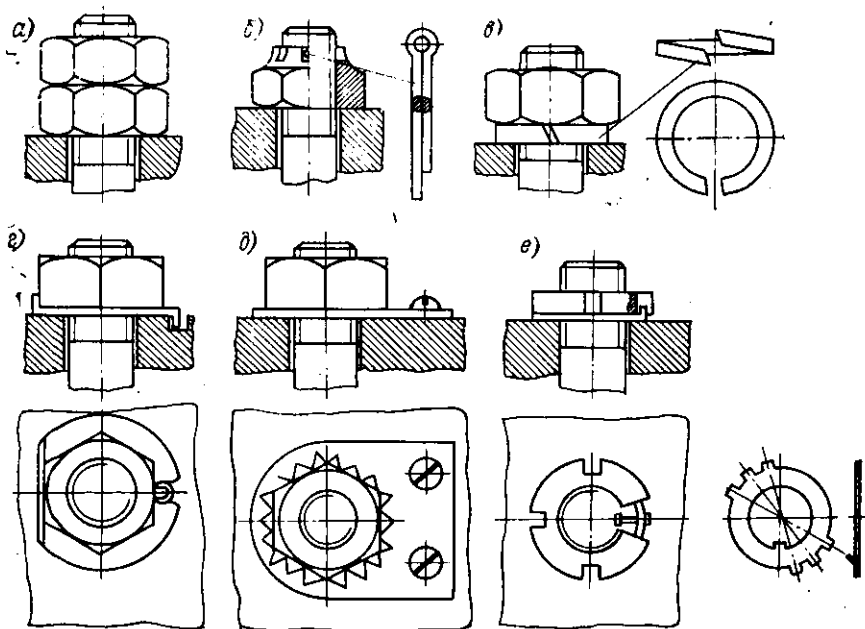


Рис. 28.5.

Контргайка — обыкновенная гайка, навинчиваемая до отказа на стержень болта сверху основной гайки (рис. 28.5, а). При этом торцы гаек, упираясь один в другой, создают растяжение стержня болта. Чрезмерная затяжка контргайки не допускается, так как, разгрузив основную гайку, она принимает на себя всю нагрузку. Контргайка, как правило, должна быть одинаковой по высоте с основной гайкой.

Одним из основных и наиболее надежных способов стопорения деталей являются шплинты. Изготавливаются они из мягкой стальной проволоки (ГОСТ 397—66) и ставятся в отверстие, просверливаемое обычно на конце болта (рис. 28.5, б) с последующим разведением концов шплинта.

Шайба пружинная (рис. 28.5, в) служит для той же цели, что и контргайка. Пружинные шайбы стандартизованы (ГОСТ 19115—73) и изготавливаются под болты диаметром от 5 до 48 мм).

Шайба стопорная с наружным носком; эта шайба своим носком входит в отверстие (рис. 28.5, г), высверленное в скрепляемой детали, и после затяжки гайки край шайбы отгибают к какой-либо грани гайки. Аналогично этой шайбе имеются также стандартизованные шайбы с одной или двумя лапками и др.

Накидная стопорная шайба (рис. 28.5, д) надевается на гайку и привертывается к детали одним или двумя винтами.

Шайба стопорная с внутренним и наружным носком применяется для стопорения круглых гаек. Внутренний носок шайбы входит в канавку, сделанную в резьбовом конце болта (рис. 28.5, е), а наружный носок загибается в паз гайки.

Кроме перечисленных наиболее часто применяемых устройств, имеются и другие способы стопорения резьбовых соединений, но все они основаны на тех же принципах.

§ 28.5. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Резьбовые соединения бывают двух видов: ненапряженные (усилие затяжки отсутствует) и напряженные (с наличием предварительной затяжки). Большинство резьбовых соединений относится к затянутым, т. е. таким, которым при монтаже конструкции сообщается первоначальная затяжка. Цели, преследуемые затяжкой, весьма разнообразны. Для ряда конструкций она должна обеспечить требуемую герметичность соединения, например при креплении крышки цилиндров двигателей внутреннего сгорания, паровых котлов, автоклавов и т. п. В других конструкциях затяжка дает возможность предотвратить разъединение узла при действии переменной нагрузки, например при постановке фундаментных шатунных болтов и шпилек.

В ненапряженных болтовых соединениях отсутствует усилие затяжки. Напряженные болты могут подвергаться деформациям растяжения (сжатия), сдвига, изгиба и кручения.

Крутящий момент, который необходимо приложить к гайке для преодоления трения между витками гайки и болта, может быть найден по равенству

$$M_1 = Q_3 (d_2/2) \operatorname{tg} (\beta + \rho'), \quad (28.2)$$

где Q_3 — осевая сила затяжки; β — угол подъема винтовой линии; ρ' — приведенный угол трения в резьбе.

Для определения момента на ключе необходимо учесть дополнительное сопротивление от трения торцевой поверхности гайки о деталь (M_2).

Для случая, показанного на рис. 28.6, а, имеем

$$M_2 = \frac{1}{3} Q_s f \frac{D^3 - d_c^3}{D^2 - d_c^2}, \quad (28.3)$$

где D — диаметр опорной поверхности гайки, равный размеру гайки; f — коэффициент трения торцевой поверхности гайки о деталь; d_c — диаметр отверстия под болт.

По схеме на рис. 28.6, б можно определить значение момента трения опорного конца о деталь:

$$M_3 = \frac{1}{3} Q_s f d, \quad (28.4)$$

где d — диаметр опорного конца винта.

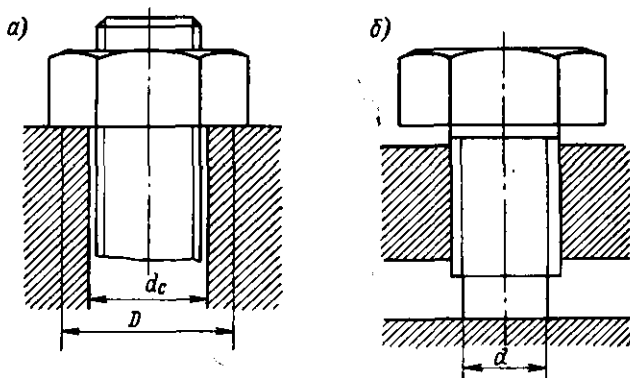


Рис. 28.6.

Затягивая гайку болта ключом, приложив силу P_0 , создаем момент $M_{кл} = P_0 L$, где L — расстояние от точки приложения силы P_0 до геометрической оси болта, вокруг которой вращается гайка. Приложенному моменту противодействуют два момента трения: M_1 в резьбе и M_2 на поверхности соприкосновения гайки с деталью, в которую гайка упирается, растягивая болт. Условие равновесия моментов в общем виде можно записать:

$$M_{кл} = M_1 + M_2, \quad (28.5)$$

где M_1 и M_2 — определяются по уравнениям (28.2) и (28.3).

Результирующий момент затяжки для схемы на рис. 28.6, а приближенно определяется по равенству

$$M_{кл} \approx 0,2 Q_s d,$$

а для схемы на рис. 28.6, б

$$M_{кл} \approx 1,5 M_1.$$

§ 28.6. РАСЧЕТ БОЛТОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Выбор разновидности болтов производится в зависимости от конструкции соединяемых деталей, требуемой надежности скрепления, точности изготовления поверхностей соединяемых деталей и болта с учетом экономических соображений. Расчет болтовых соединений состоит из: определения значения, направления и вида нагрузки, действующей на болт (если она не задана), выбора допускаемого напряжения; определения диаметра болта и других его размеров, а также размеров гайки и шайбы.

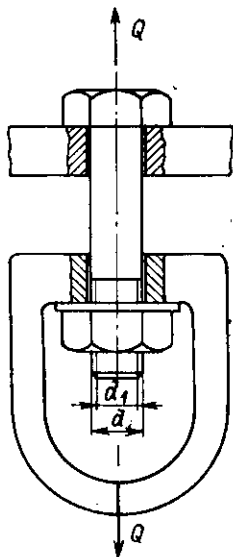


Рис. 28.7.

Методы расчета болтов определяются видами их нагружения. Болты могут подвергаться: 1) растяжению или сжатию центральной осевой нагрузкой при отсутствии предварительной затяжки его; 2) растяжению или сжатию центральной осевой нагрузкой и одновременно кручению (затянутые болты); 3) изгибу срезу и смятию или растяжению поперечной нагрузкой; 4) растяжению центральной осевой нагрузкой и одновременно изгибу (болты с эксцентричной нагрузкой).

Определение диаметра незатянутых болтов (рис. 28.7). Такие болты испытывают только деформацию растяжения; расчет их производится по внутреннему диаметру резьбы исходя из условия

$$Q \leq F[\sigma], \text{ или } Q = \frac{\pi d_1^2}{4} [\sigma]_p,$$

откуда

$$d_1 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi [\sigma]_p}}, \quad (28.6)$$

где Q — осевая нагрузка; $[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение на растяжение.

Расчет затянутых болтов. Под действием силы затяжки Q_3 и крутящего момента M_1 , равного моменту трения в резьбе, болты одновременно подвергаются деформациям растяжения и кручения.

Основное условие прочности болтов $\sigma_{пр} \leq [\sigma]$.

Приведенное напряжение определяется по равенству

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma_p^2 + 3\tau_{кр}^2}, \quad (28.7)$$

где σ_p — нормальное напряжение от растяжения; $\tau_{кр}$ — касательное напряжение от действия момента трения в резьбе.

Касательное напряжение определяется по равенству

$$\tau_{кр} = M_1/W_p = 16M_1/(\pi d_1^3),$$

где W_p — полярный момент сопротивления ($W_p \approx 0,2 d_1^3$).

Момент трения в резьбе вычисляется по формуле (28.2). Для стандартных стальных болтов с метрической резьбой

$$\sigma_{\text{пр}} \approx 1,3\sigma_p. \quad (28.8)$$

Расчет таких болтов можно производить только на растяжение по осевой нагрузке $Q = 1,3 Q_3$.

Расчет болтов с поперечной нагрузкой. Поперечная нагрузка P , воспринимаемая болтами, будет вызывать деформации либо изгиба, либо среза и смятия, либо растяжения в зависимости от вида постановки болта, который может входить в отверстие с зазором или без него.

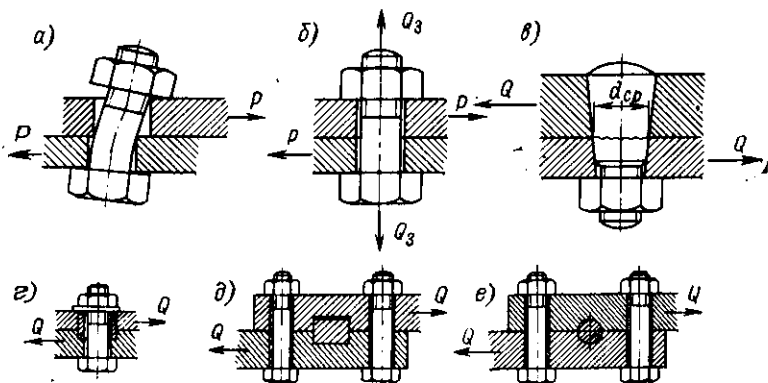


Рис. 28.8.

Болт, поставленный в отверстие с зазором, будет подвергаться деформации изгиба, после того как скрепляемые детали окажутся сдвинутыми относительно друг друга (рис. 28.8, а). Такой случай работы болта наиболее неблагоприятный:

$$\left. \begin{aligned} M_n &= W [\sigma]_n; \\ M_n &= P \frac{h_1 + h_2}{2}; \quad W = \frac{\pi d_1^3}{32} \approx 0,1 d_1^3. \end{aligned} \right\} \quad (28.9)$$

Подставляя эти выражения в (28.6), получим

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{16P(h_1 + h_2)}{\pi [\sigma]_n}}. \quad (28.10)$$

Обычно болты ставят в отверстия плотно, и расчет болта ведется на срез по равенству

$$P = \frac{\pi d_1^2}{4} [\tau]_{\text{ср}} \quad \text{или} \quad d_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi [\tau]_{\text{ср}} i}}, \quad (28.11)$$

где i — число плоскостей среза.

Кроме того, болт может быть подвергнут проверке на смятие по равенству

$$\sigma_{см} = \frac{P}{d_2 h} \ll [\sigma]_{см}, \quad (28.12)$$

где h — толщина (меньшая) скрепляемой детали.

Если болт поставлен в отверстие свободно, но сильно затянут, то он под действием силы затяжки Q_3 (рис. 28.8, б) будет подвергаться деформации растяжения. Диаметр такого болта определяется по равенству

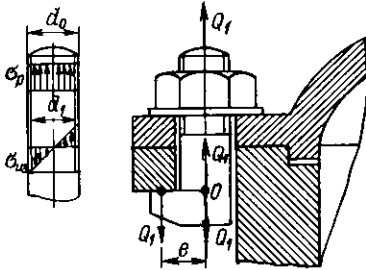


Рис. 28.9.

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot P}{\pi f [\sigma]_p}}, \quad (28.13)$$

где f — коэффициент трения соприкасающихся поверхностей скрепляемых деталей ($P = fQ_3$).

Анализ приведенных выше расчетов показывает, что наибольшие размеры болтов, несущих поперечную нагрузку, получаются

при растяжении и изгибе и наименьшие — при их срезе. Однако пригонка цилиндрических болтов к отверстиям в соединяемых деталях удорожает изготовление и монтаж болтов. Поэтому для восприятия поперечных нагрузок болты изготавливают коническими и вставляют их в конические отверстия, предварительно обработанные разверткой, что обходится дешевле, чем пригонка цилиндрических болтов к цилиндрическим отверстиям. Такие болты называются *призонными* (рис. 28.8, в) и выбираются по ОСТ 4151. Расчет призонных болтов на срезе ведется аналогично цилиндрическим.

Наконец, стремятся вообще избежать действия на болты поперечных нагрузок в особенности знакопеременных вибрационных. С этой целью болты разгружают различными способами, например, делают сопряженные выступы и впадины в самих деталях или ставят разгружающие кольца (рис. 28.8, г) или шпонки (рис. 28.8, д, е). В таком случае болты будут лишь удерживать (фиксировать) детали. При этом болты можно рассчитывать условно на растяжение нагрузкой, равной поперечной силе.

Расчет болтов с эксцентричной нагрузкой. В некоторых случаях при недостатке места на практике применяют болты, имеющие эксцентрическую головку (рис. 28.9). При расчете таких болтов приходится учитывать влияние не только растяжения, но и изгиба. Болты с эксцентричной нагрузкой рассчитываются с учетом $\sigma_{пр} \ll [\sigma]$; $\sigma_{пр} = \sigma_p + \sigma_{из}$; действительные напряжения растяжения $\sigma_p = 4Q/(\pi d_1^2)$, а изгиба — $\sigma_{из} = 32Qe/(\pi d_1^3)$, где

e — эксцентриситет нагрузки. Подставляя эти выражения в исходное неравенство, получим:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{np} &= \frac{4Q}{\pi d_1^2} + \frac{32Qe}{\pi d_1^3} \leq [\sigma]_p; \\ \sigma_{np} &= \frac{4Q}{\pi d_1^2} \left(1 + 8 \frac{e}{d_1} \right) \leq [\sigma]_p. \end{aligned} \right\} \quad (28.14)$$

Отсюда следует, что даже при сравнительно малых e напряжения изгиба в болте могут в несколько раз превосходить напряжения растяжения. При $e = d$ суммарное напряжение на растяжение и изгиб превышает напряжение только на растяжение в 9 раз.

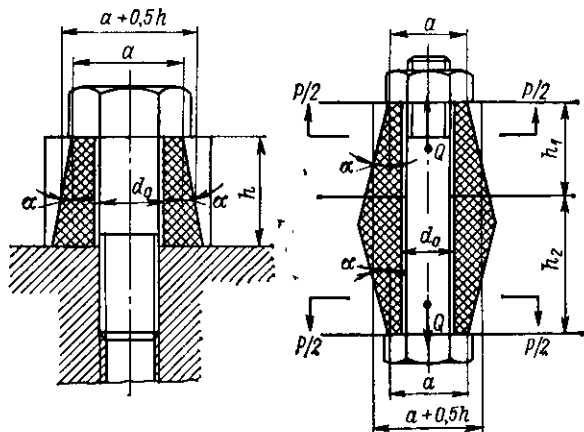


Рис. 28.10.

Расчет затянутых болтов с учетом внешней нагрузки. Резьбовое соединение (рис. 28.10) затянуто силой Q_3 и затем подвергается воздействию внешней силы P . Внешняя нагрузка принимается заданной и приложенной симметрично оси болта. Состояние болтов и соединяемых деталей определяется по диаграмме рис. 28.11.

Удлинение болта от предварительной затяжки

$$\delta_0 = \lambda_b Q_3,$$

где λ_b — коэффициент податливости болта, мм.

Для болта постоянного сечения коэффициент λ_b определяется по равенству

$$\lambda_b = l_b / (E_b F_b),$$

где l_b — длина растягиваемой части болта; E_b — модуль упругости материала болта; F_b — площадь поперечного сечения болта.

Деформация соединяемых болтом деталей

$$\delta_1 = \lambda_c Q_3,$$

где λ_c — коэффициент податливости соединяемых деталей.

Деформация соединяемых деталей распространяется на так называемые конусы давления (рис. 28.10), которые заменяются эквивалентными втулками, наружный диаметр которых

$$D_1 = a + h \operatorname{tg} \alpha,$$

где a — диаметр (наружный) кольцевой опорной поверхности гайки; h — толщина соединяемых деталей; α — угол наклона образующей конуса ($\operatorname{tg} \alpha = 0,4 \div 0,5$).

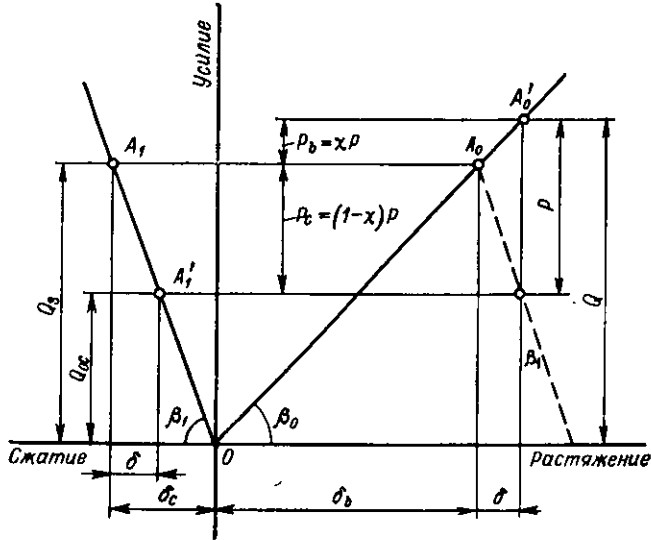


Рис. 28.11.

Коэффициент λ_c определяется по равенству

$$\lambda_c = \frac{h_1}{E_1 F_1} + \frac{h_2}{E_2 F_2},$$

где h_1 и h_2 — толщины соединяемых деталей; F_1 и F_2 — площади сечений эквивалентных втулок; E_1 и E_2 — модуль упругости материалов соединяемых деталей.

Площадь сечения эквивалентной втулки

$$F = (\pi/4)(D_1^2 - d_0^2) = (\pi/4)[(a + 0,5h)^2 - d_0^2],$$

где d_0 — диаметр отверстия под болт.

Точки A_0 и A_1 (рис. 28.11) характеризуют состояние соединения после затяжки. Внешняя нагрузка вызывает дополнительное удлинение болта на величину δ (точка A_0') и уменьшение на эту же величину δ деформации промежуточных деталей (точка A_1'). Тогда дополнительная сила, приложенная к болту (рис. 28.11),

$$P_b = \delta \operatorname{tg} \beta_0 = \delta / \lambda_b,$$

а уменьшение силы, действующей на соединяемые детали,

$$P_c = \delta \operatorname{tg} \beta_1 = \delta / \lambda_c.$$

Дополнительная деформация болта и соединяемых деталей определяется равенством

$$\delta = \chi P \lambda_b = (1 - \chi) P \lambda_c,$$

откуда
$$\chi = \lambda_c / (\lambda_c + \lambda_b), \quad (28.15)$$

где χ — коэффициент внешней нагрузки P , учитывающий ее долю, приходящуюся на болт.

Очевидно, что после приложения внешней нагрузки

$$P = \chi P + (1 - \chi) P; \quad (28.16)$$

$$Q = Q_3 + \chi P; \quad (28.17)$$

$$Q_{oc} = Q_3 - (1 - \chi) P. \quad (28.18)$$

Последние два равенства показывают, что для уменьшения дополнительных усилий на болты фланцы скрепляемых деталей следует делать жесткими, а болты — более податливыми. И, наоборот, для обеспечения хорошей плотности скрепляемых деталей следует применять толстые упругие прокладки. В этом случае $\chi \approx 1$, а при отсутствии упругих прокладок коэффициент $\chi \approx 0,2 \div 0,3$.

Для предельной внешней нагрузки (при $P = Q$) равенство (28.17) примет вид

$$Q_3 = Q (1 - \chi).$$

Анализ этого равенства показывает, что гарантия плотного соединения может быть обеспечена при условии

$$Q_3 = kP (1 - \chi),$$

где k — коэффициент затяжки. Значение этого коэффициента принимается в зависимости от рода нагрузки. При постоянной внешней нагрузке $k = 2 \div 4$, при переменной $k = 1,25 \div 2$.

Возможны три варианта зависимости между P и Q_3 : $P > Q_3$, $P < Q_3$ и $P = Q_3$. В том случае, если $P > Q_3$, не исключено раскрытие стыка. Такой вариант нельзя признать приемлемым. Вариант $P < Q_3$ также мало приемлем. Поэтому лишь равенство $P = Q_3$ обеспечивают такое соединение, которое исключает возможность раскрытия стыка соединяемых элементов.

Если болт подвергается действию предварительной затяжки и постоянной осевой внешней нагрузки, то, принимая $Q_3 = P$, т. е. $k(1 - \chi) = 1$, получим расчетное осевое усилие на болт

$$Q = P (1 + \chi).$$

В таком случае напряжение растяжения

$$\sigma_p = \frac{4P(1 + \chi)}{\pi d^2}. \quad (28.19)$$

По формуле (28.2) при $Q_3 = P$

$$M_1 = P \operatorname{tg}(\beta + \rho') \frac{d_2}{2}. \quad (28.20)$$

Подставляя (28.19), (28.20) в (28.7) имеем

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\left[\frac{4P(1+\chi)}{\pi d_1^3} \right]^2 + 3 \left[\frac{8P \operatorname{tg}(\psi + \rho') d_2}{\pi d_1^3} \right]^2} \leq [\sigma].$$

Зная $\sigma_{\text{пр}}$, дальнейший расчет производят на простое растяжение от осевой силы.

Расчет болтов клеммового соединения. Это соединение состоит из разрезной ступицы, насаженной на вал, и болтов, которые ее стягивают. Надежное сцепление такого соединения обеспечивается при условии

$$M_{\text{тр}} = 1,2M_b. \quad (28.21)$$

В свою очередь,

$$M_{\text{тр}} = fND; \quad (28.22)$$

$$M_b = PL, \quad (28.23)$$

где f — коэффициент трения в паре (штулка—вал); N — сила давления на вал со стороны каждой половины ступицы; D — диаметр вала; P — нагрузка на рычаг; L — длина рычага.

Подставляя (28.22) и (28.23) в (28.21), получаем

$$N = 1,2PL/(fD). \quad (28.24)$$

Допуская, что в точке A половинки ступицы клемм соединены с рычагом шарнирно, можно записать уравнение моментов сил N и Q :

$$Q[l + (D/2)] - ND/2 = 0,$$

откуда

$$Q = ND/(2l + D), \quad (28.25)$$

где Q — сила затяжки болта; l — расстояние от оси вала до оси болта.

Подставляя (28.24) в (28.25), имеем

$$Q = 1,2PL/[f(2l + D)].$$

§ 28.7. РАСЧЕТ ДЕТАЛЕЙ ПЕРЕДАЧИ ВИНТ — ГАЙКА

Общие сведения. Передача винт — гайка служит для преобразования вращательного движения в поступательное и передачи сил. Вращение винта или гайки осуществляется обычно с помощью зубчатого колеса или маховика.

Достоинствами винтовых пар являются: возможность передачи весьма больших усилий; точность и равномерность перемещений; плавность и бесшумность действия; возможность реализации большого передаточного числа; простота преобразования вращательного движения в поступательное; простота обеспечения самотор-

можения; возможность осуществления быстрых перемещений за счет применения многозаходных винтов. Передаточное отношение такой пары можно выразить как отношение перемещения зубчатого колеса (маховика) S_k к перемещению винта (гайки) S_b

$$u = \frac{S_k}{S_b} = \frac{\pi d}{S_1}, \quad (28.26)$$

где d — диаметр делительной окружности колеса; S_1 — ход винта.

Расчет винта и гайки можно показать на примере винтовых пар, применяемых в грузовых домкратах. На рис. 28.12, *a* показан привод механизированного домкрата. Основными частями такого домкрата являются: 1 — грузовой винт; 2 — гайка грузового винта; 3 — ведущий вал; 4 — ведущее зубчатое колесо; 5 — чашка; 6 — ведомое зубчатое колесо; 7 — корпус; 8 — дистанционное управление; 9 — предохранительная шайба.

Подъем груза домкратами возможен при условии

$$M_2 = M_b + M_{оп}, \quad (28.27)$$

где M_2 — момент на зубчатом колесе; M_b — момент на винте; $M_{оп}$ — момент трения в чашке.

Момент на колесе

$$M_2 = M_1 u_1 \eta_{ог}, \quad (28.28)$$

где M_1 — момент вращения на ведущем валу, Н·м, $M_1 = N_1 \omega_1$; u_1 — передаточное число зубчатой передачи; $\eta_{ог}$ — общий к. п. д., учитывающий потери в зубчатой η_1 и винтовой η_2 паре; N_1 — мощность на электродвигателе, кВт; ω_1 — угловая скорость ведущего вала, c^{-1} .

Момент на винте

$$M_b = Q \operatorname{tg}(\beta + \rho) d_2/2, \quad (28.29)$$

где Q — заданная нагрузка (грузоподъемность); β — угол подъема винтовой линии; ρ — угол трения; d_2 — средний диаметр винта.

Момент трения в опоре определяется в зависимости от ее конструкции (сплошная, кольцевая, трения, качения):

для кольцевой (рис. 28.13, *a, б*)

$$M_{оп} = \frac{1}{3} Qf \frac{D_3^3 - d_2^3}{D_3^2 - d_2^2}; \quad (28.30)$$

для сплошной (рис. 28.13, *в*)

$$M_{оп} = \frac{1}{3} QfD_2, \quad (28.31)$$

где f — коэффициент трения между чашкой и поверхностью ее опоры на винт.

Подставляя (28.29) и (28.30) в (28.27), имеем:

$$M_1 u_1 \eta_{ог} = Q \operatorname{tg}(\beta + \rho) \frac{d_1}{2} + \frac{1}{3} Q f \frac{D_3^3 - d_2^3}{D_3^2 - d_2^2};$$

$$\frac{N_1}{\omega_1} u_1 \eta_1 \eta_2 = Q \left[\operatorname{tg}(\beta + \rho) \frac{d_2}{2} + \frac{1}{3} f \frac{D_3^3 - d_2^3}{D_3^2 - d_2^2} \right];$$

$$v = n_2 S_1 = \frac{30 \omega_2 S_1}{\pi}; \quad \omega_2 = \frac{\pi v}{30 S_1}; \quad \omega_1 = \omega_2 u_1,$$

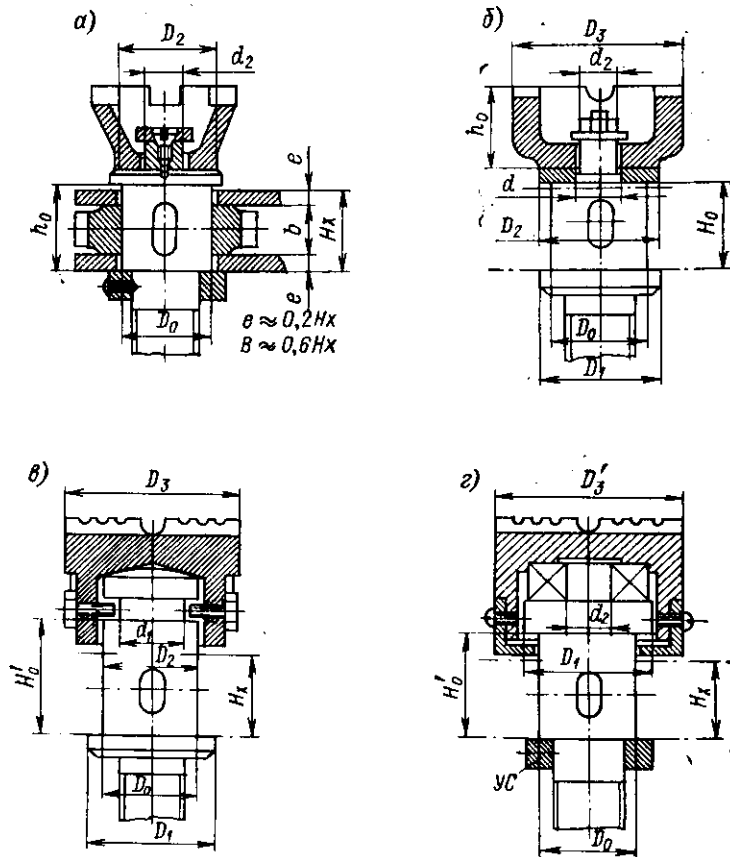


Рис. 28.13.

где v — скорость подъема груза; S_1 — ход винта; ω_2 — угловая скорость винта;

$$\frac{30 N_1 S_1}{\pi v} \eta_1 \eta_2 = Q \left[\operatorname{tg}(\beta + \rho) \frac{d_2}{2} + \frac{1}{3} f \frac{D_3^3 - d_2^3}{D_3^2 - d_2^2} \right]. \quad (28.32)$$

Из последнего уравнения можно определить любой входящий в него параметр, рассчитывая или задаваясь остальными величинами.

Грузоподъемностью, скоростью и высотой подъема груза обычно задаются. Выбор угла подъема винтовой линии производится с учетом обеспечения самоторможения винтовой пары. Геометрические размеры грузового винта и его гайки, зубчатые колеса, валы и корпус определяются прочностными расчетами. Подбор подшипников производится по динамической или статистической грузоподъемности.

Прочностной расчет основных геометрических размеров грузового винта и гайки. Грузовой винт при работе в любом положении подвергается деформациям кручения моментом M_2 и сжатия силой Q (см. рис. 28.12, б). При подъеме груза винт может быть вывернут на значительную длину, при которой он под действием силы может потерять устойчивость. Поэтому предварительно целесообразно определить размеры винта из условия деформации сжатия, установить параметры резьбы по таблицам ГОСТов, а затем произвести проверку винта на устойчивость, условия самоторможения и на прочность. В этом случае внутренний диаметр d_1 винта (рис. 28.12, в) из условия деформации сжатия определяется по равенству

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \leq [\sigma]_{сж},$$

откуда

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{4Q}{\pi k [\sigma]_{сж}}},$$

где $k = 0,77 \div 0,8$ — коэффициент, учитывающий деформацию кручения винта.

По найденному значению d_1 в соответствующих ГОСТах находят все остальные параметры резьбы. Проверка устойчивости винта производится по уравнению

$$\sigma_{yc} = 4Q/(\pi d_1^2) \leq [\sigma]_{сж} \varphi,$$

где φ — коэффициент снижения допускаемого напряжения.

Сравнивая значения $k [\tau]_{сж}$ и $\varphi [\sigma]_{сж}$, можно заключить, что при $\varphi \geq k$ устойчивость винта обеспечена и, наоборот, при $k < \varphi$ она не обеспечена и требуется увеличить размер грузового винта до размеров, обеспечивающих устойчивость. Коэффициент φ выбирается в зависимости от материала винта и его гибкости λ . Величина ее, как известно из курса сопротивления материалов, может быть определена: $\lambda = \mu l/i$; где l — свободная длина винта, $l = H + H_1$; H — высота подъема груза; H_1 — ориентировочно принимается равной $H_1 \approx 3d_0$; i — радиус инерции, для круглого сечения $i = d_1/4$; μ — коэффициент, учитывающий условия закрепления концов стержня, при закреплении винта в гайке этот коэффициент при расчетах можно принимать равным $\mu = 1,5$.

Грузовой винт должен обладать самоторможением, условием которого является $\beta \leq \rho$.

Проверка винта на прочность производится по приведенным напряжениям от совместного действия деформаций сжатия и кручения аналогично расчету затянутых болтов.

Расчет гайки грузового винта состоит в определении числа витков ее резьбы z , а также высоты гайки h_r , наружного диаметра гайки D , высоты h_6 и диаметра буртика D_6 (см. рис. 28.12, в).

Проф. Н. Е. Жуковский показал, что нагрузка по виткам гайки распределяется неравномерно; наиболее нагруженными оказываются витки, расположенные со стороны приложенной силы. Однако в первом приближении с достаточной точностью можно принять нагрузку равномерно распределенной, причем удельное давление при наличии между витками гайки и винта смазки можно определить:

$$p = \frac{4Q}{\pi (d_0^2 - d_1^2) z} \leq [p],$$

откуда число витков гайки

$$z = \frac{4Q}{\pi (d_0^2 - d_1^2) [p]},$$

где $[p]$ — допускаемое удельное давление, принимается для стали по бронзе $[p] = 5 \div 8 \text{ Н/мм}^2$.

Высота гайки определяется по равенству $h_r = zS$, где S — шаг резьбы. Конструктивно высота гайки $h_r = (1,5 \div 2,5) d_0$. Витки гайки могут быть проверены на изгиб. Нагрузка на один виток при условии равномерного распределения между витками нагрузки равна Q/z .

Изгибающий момент, действующий на виток гайки, развернутый на плоскость (см. рис. 28.12, з), $M_n = \frac{Q}{z} \left(\frac{d_2' - d_1'}{4} \right)$. Момент сопротивления витка в наиболее опасном сечении $W = \pi d' h / 6$. Высота витка в наиболее опасном сечении для прямоугольной резьбы $h = S/2$, трапецидальной $h = 2S/3$, упорной $h = 3S/4$. Остальные размеры гайки D , D_6 и h_6 могут быть приняты конструктивно по следующим равенствам: $D = (1,35 \div 1,4) d_1$; $D_6 = (1,35 \div 1,4) D$; $h_6 = (0,3 \div 0,35) h_r$.

Полученные на основе предварительных расчетов размеры гайки затем подвергаются проверке при условии одновременного действия напряжений от деформаций растяжения и кручения в сечении I—I (см. рис. 28.12, в).

Диаметр буртика D_6 гайки подвергается проверочным расчетам из условия деформации смятия, а его высота h_6 — из условия изгиба:

$$\sigma_{см} = \frac{4Q}{\pi (D_6^2 - D^2)} \leq [\sigma]_{см};$$

$$\sigma_n = \frac{M_n}{W} \leq [\sigma]_n,$$

где

$$M_n = Q \frac{D_6 - D}{4}; \quad W = 1/6 (\pi D h_6^2).$$

На рис. 28.13 показаны различные формы конструкций головок грузовых винтов, основные размеры которых могут быть определены по следующим соотношениям: $D_1 = D_0 + (15 \div 20)$ мм; $D_2 = D_0 + (10 \div 15)$ мм; $D_3 = (1,6 \div 1,8) D_0$; $D_4 = 2D_0$; $H_x = (1, 2 \dots 1,25) d_0$; $H_0 = H_x + (2 \div 3)$ мм; $H = 1,1D_0$; $d_2 = 0,5d_0$.

На рис. 28.13, *а* и *б* нагрузка на винт передается через кольцевую пятую чашки, на рис. 28.13, *в* — через сплошную пятую, а на рис. 28.13, *г* — через шариковый упорный подшипник, который подбирается по каталогу для статической грузоподъемности.

Глава 29. КЛИНОВЫЕ, ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

§ 29.1. КЛИНОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

В клиновых соединениях для скрепления деталей служит клин. На рис. 29.1, *а*, *б* представлены наиболее типичные конструкции клиновых соединений. Такие соединения обычно состоят из стержня 1, снабженного хвостовиком 4, муфты 2 и клина 3. Клиновые соединения делятся на ненапряженные и напряженные.

Ненапряженным называется клиновое соединение, на которое действует нагрузка постоянного направления и в котором не возникает напряжений до приложения внешней силы. Клиновое соединение, на которое действует знакопеременная нагрузка и в котором при сборке должно быть создано предварительное напряжение еще до приложения внешней силы, называется *напряженным*. Внешняя нагрузка во всех этих соединениях прикладывается перпендикулярно к длине клина.

Клинья различают с односторонним скосом (рис. 29.1, *в*), с двусторонним скосом (рис. 29.1, *г*) и бескосые (рис. 29.1, *д*).

Стержень изготавливают из стали марок 25, 30, клин — из стали марок 30, 35, муфту — из стального или чугунового литья, реже — как поковку.

Клинья находят применение в устройствах для регулирования сил нажатия в валках прокатных станков (в которых они располагаются под подшипниками валов), для правильной взаимной установки деталей конструкций, для соединения скалки поршня и ползуна в паровых машинах, насосах и других механизмах.

Сила для установки клина в гнездо может быть определена по формуле

$$P_s = Q [\operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_2)]. \quad (29.1)$$

Сила для выбивания клина из гнезда может быть определена по формуле

$$P_b = Q [\operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1) + \operatorname{tg}(\alpha_2 - \varphi_2)], \quad (29.2)$$

где φ_1 и φ_2 — углы трения на опорных поверхностях клина.

Чтобы не было самопроизвольного выталкивания клина из гнезда, необходимо иметь $P_b \ll Q$. Если положить $P_b = 0$ и принять $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$, то из равенства (29.2) получим условие самоторможения клина

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha \leq 2\varphi. \quad (29.3)$$

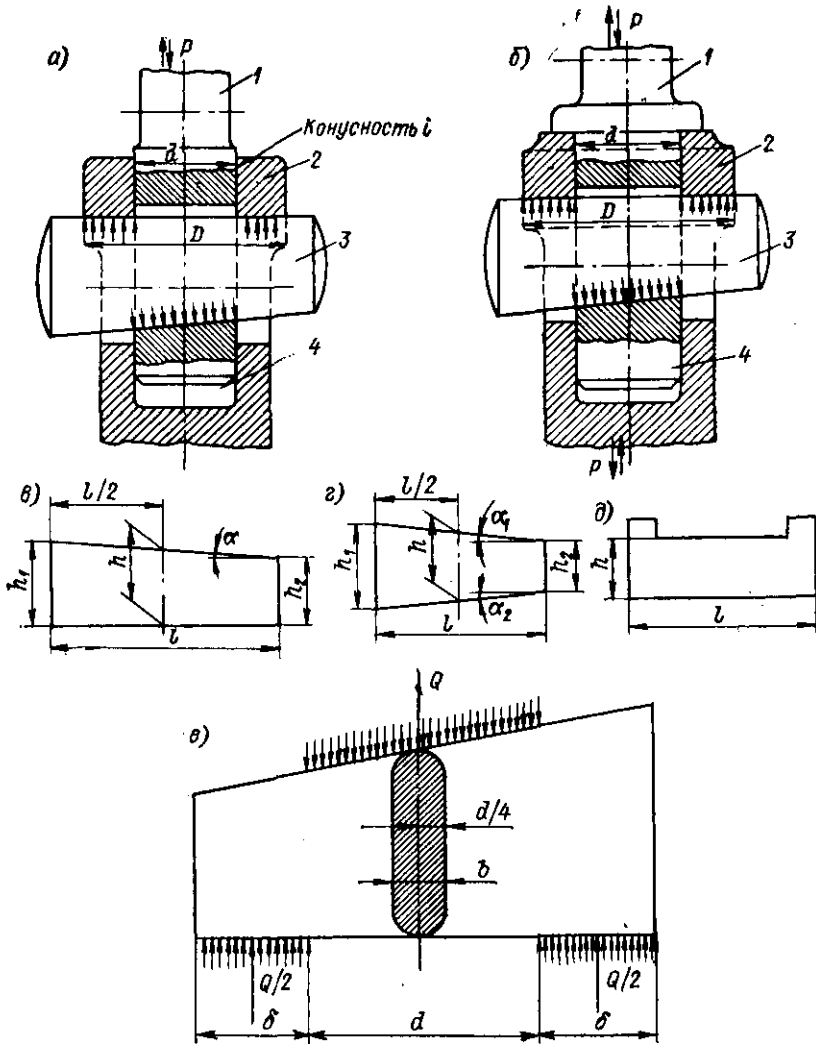


Рис. 29.1.

Расчет на прочность деталей ненапряженного клинового соединения производится по наибольшей внешней нагрузке. При расчете деталей напряженного соединения эту нагрузку принимают увеличенной на 25%.

Средняя высота клина h определяется из условия прочности на изгиб. Клин рассматривается как балка, свободно лежащая на двух опорах и равномерно нагруженная распределенной нагрузкой (рис. 29.1, е). При расчете принимают равномерное распределение нагрузки, хотя оно и несколько отличается от действительного.

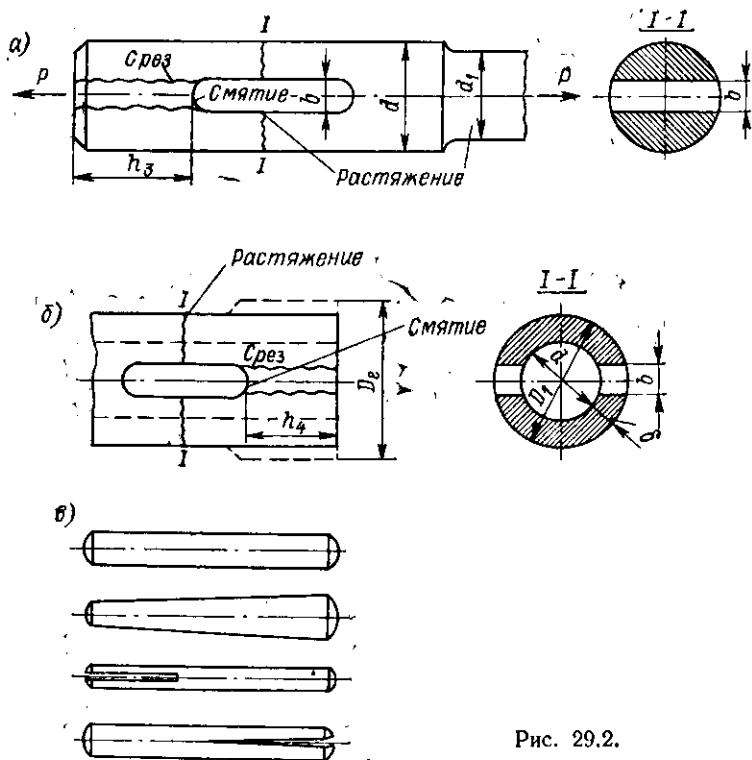


Рис. 29.2.

Условие прочности на изгиб $0,5Q(d/4 + \delta/2) = bh^2 [\sigma]_н/6$, откуда

$$h = \sqrt{3Q(d/4 + \delta/2)/b [\sigma]_н}, \quad (29.4)$$

где b — толщина клина; d — диаметр стержня; δ — толщина стенки муфты.

Толщина клина принимается

$$b \approx d/4 \quad (29.5)$$

и проверяется на смятие стержня клином по уравнению

$$\sigma_{см} = Q/(bd) \leq [\sigma]_{см}. \quad (29.6)$$

Поперечное сечение стержня (рис. 29.2, а), ослабленное отверстием для клина, рассчитывается на растяжение, а хвостовая часть — на срез.

Поперечное сечение муфты (рис. 29.2, б) в ослабленном проушиной для клина сечении проверяется на растяжение, толщина стенки — из условия прочности на смятие, а концевая часть — на срез.

§ 29.2. СОЕДИНЕНИЯ ШТИФТАМИ

Штифты представляют собой цилиндрические или конические стержни с гладкими поверхностями (рис. 29.2, в), на которых иногда делаются канавки, выточки или отверстия. Они применяются в качестве крепежных деталей и служат для передачи небольших поперечных сил и моментов. Кроме того, штифты применяются как детали для обеспечения точного взаимного расположения скрепляемых между собой деталей.

Основные виды штифтов стандартизованы: цилиндрические (ГОСТ 3128—70) и конические (ГОСТ 3129—70). Предельные размеры штифтов: по диаметру $d = 1 \div 2,5$ мм; по длине $l = 5 \div \div 250$ мм.

Конические штифты имеют конусность, равную 1 : 50, что обеспечивает самоторможение при действии на них поперечных сил. Они допускают многократную постановку в одно и то же отверстие без нарушения взаимного расположения соединяемых деталей. Цилиндрические штифты удерживают в отверстиях за счет натяга. При многократной их постановке нарушается плотность посадки и точность соединения. Последнее время стали широко использоваться цилиндрические штифты с насечками: вдоль образующей штифта насекают несколько продольных канавок, что обеспечивает упругую посадку штифта в отверстие.

Штифты применяются также в качестве деталей, предохраняющих от перегрузок. С этой целью штифт выбирается с таким расчетом, чтобы при перегрузке он срезался, предохраняя тем самым от разрушения более дорогие детали машины. Материалом для штифтов обычно служит сталь марок 45, 15, А12, У8.

Соединительные штифты подвергаются деформациям среза и смятия, поэтому их рассчитывают по уравнению

$$P \leq F_{ср} [\tau]_{ср}, \quad (29.7)$$

где P — усилие, действующее в плоскости среза штифта; $F_{ср}$ — возможная площадь среза штифта.

Штифтовые соединения имеют ряд недостатков, из которых главными являются значительное ослабление вала отверстием под штифт и необходимость точной обработки отверстия под штифт во избежание изгиба штифта или его выпадения.

§ 29.3. ШПОНОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Шпоночные соединения представляют собой разновидность клиновых. Шпонки служат для соединения с валом вращающихся или качающихся деталей, например шкивов, зубчатых колес,

маховиков, рукояток и т. п. В настоящее время имеется большое разнообразие типов шпонок, удовлетворяющих требованиям различных отраслей машиностроения. В СССР все типы шпонок стандартизованы.

Шпонки делятся на три основные группы: 1) клиновые; 2) призматические; 3) сегментные.

Шпонки клиновые (рис. 29.3, а) образуют в совокупности с валом и втулкой напряженное шпоночное соединение¹. Эту группу составляют четыре вида шпонок: 1 — врезные; 2 — на лыске; 3 — фрикционные; 4 — тангенциальные.

Врезная шпонка в поперечном сечении имеет форму прямоугольника, а торцы ее скругленные или плоские. На валу и во втулке делают канавки для шпонки. Этим пазом сечение вала ослабляется на 6—10%. Помимо этого, в углах шпоночной канавки возникают значительные местные напряжения. Шпонка дает возможность обеспечить надежное соединение деталей для передачи значительного крутящего момента.

Для шпонки на лыске на поверхности вала фрезеруется площадка, на которую опирается шпонка. Лыска незначительно ослабляет вал, но эта шпонка слабее, чем врезная, держит соединяемую с валом деталь.

Фрикционная шпонка имеет на опорной поверхности сферическую выемку соответственно поверхности вала. Она передает небольшой крутящий момент на счет сцепления, возникающего между валом и ступицей детали; сечение вала не ослабляется, и с помощью этой шпонки деталь можно закреплять в любом месте вала. Фрикционная шпонка дает возможность передавать небольшие крутящие моменты и находит применение главным образом в приборостроении.

Тангенциальная шпонка состоит из двух клиньев, забиваемых навстречу друг другу в канавку вала вдоль его образующей. Она может передавать крутящий момент лишь в одну сторону. При реверсивном движении вала требуется постановка двух шпонок, которые устанавливаются под углом 120°. Тангенциальная шпонка дает возможность передавать большие крутящие моменты, но ее недостаток состоит в ослаблении вала.

Шпонки призматические делаются только врезными и дают возможность создавать ненапряженные соединения. Эти шпонки бывают обыкновенные (без крепления на валу), направляющие (крепятся к валу винтами) — рис. 29.3, б — и скользящие (перемещаемые в пазу вала) — рис. 29.3, в. Размеры шпонок зависят от диаметра вала и подбираются по таблицам ГОСТов.

Шпонки сегментные закладываются в полукруглый паз вала и создают ненапряженное соединение вала со втулкой. Применяются в случаях передачи незначительных усилий.

¹ Под напряженным следует понимать такое соединение, в котором постоянно действуют внутренние силы упругости, вызванные предварительной затяжкой, при отсутствии внешних сил и моментов.

Выбор и поверочный расчет шпонок производится следующим образом: сложные и недостаточно известные напряжения, возникающие в теле шпонки, не дают возможности строго теоретически

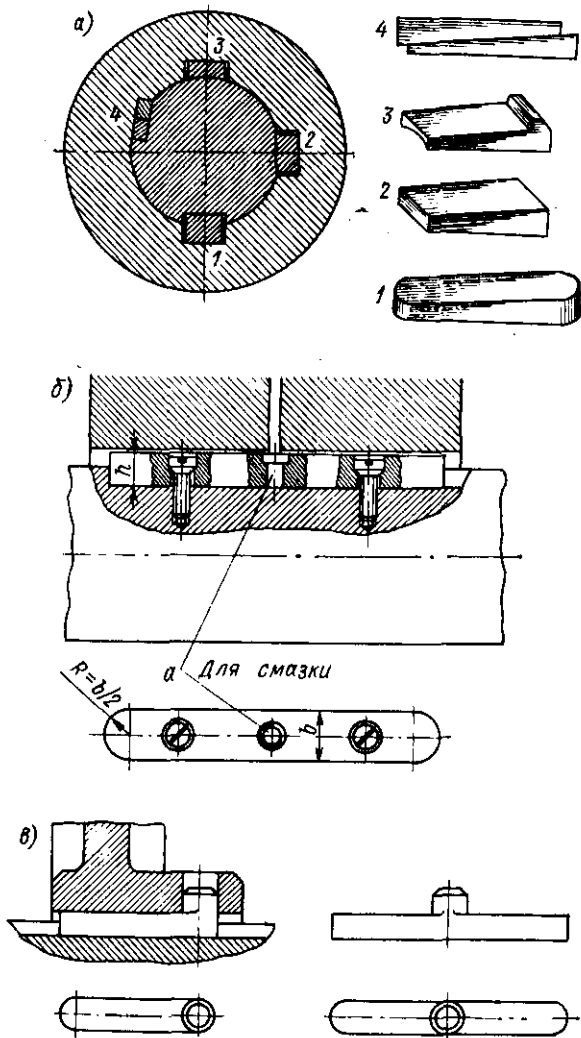


Рис. 29.3.

определить точные ее размеры. Поэтому шпонки практически выбираются по таблицам ГОСТов в зависимости от диаметра вала и проверяются приближенным методом по деформациям смятия, изгиба и среза по действующей на шпонку силе.

Сила Q , передаваемая шпонкой, может быть определена из условия равенства моментов сил, приложенных к системе (рис. 29.4, а):

$$Qt_0 = PD/2, \quad (29.8)$$

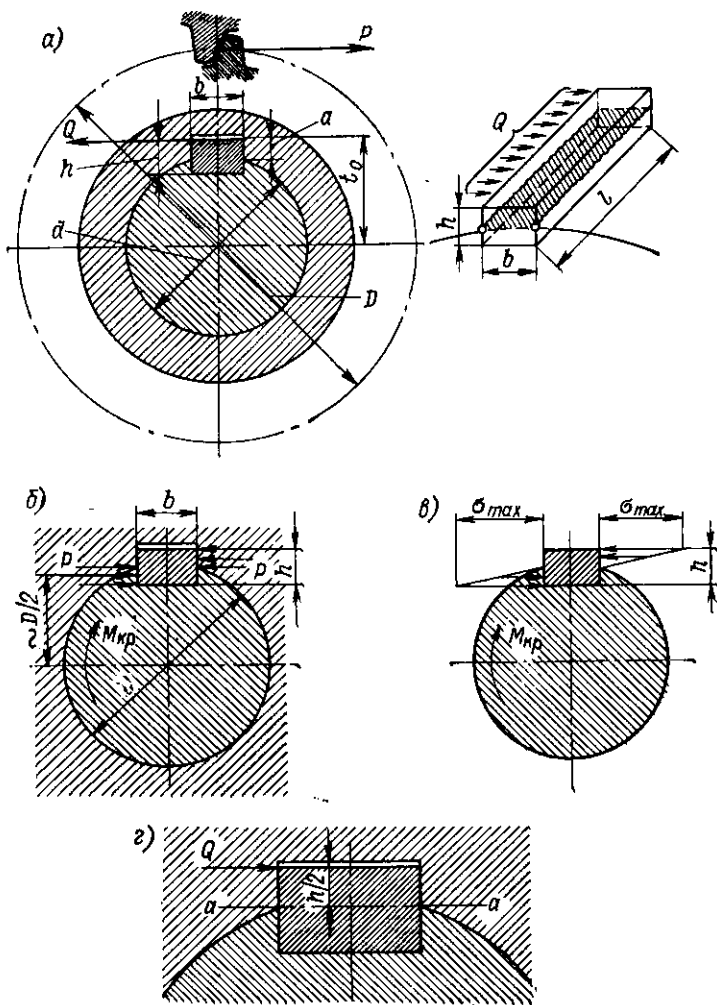


Рис. 29.4.

так как $t_0 \approx d/2$, то $Qd/2 = PD/2$, откуда

$$Q = PD/d, \quad (29.9)$$

где P — окружная сила; D — диаметр начальной окружности зубчатого колеса; d — диаметр вала колеса.

Призматические шпонки рассчитываются по схеме, представленной на рис. 29.4, б. Под воздействием приложенного момента происходит небольшое относительно круговое смещение вала и ступицы, вследствие которого давление на рабочих участках шпонки распределяется по треугольнику (рис. 29.4, в). При наиболее неблагоприятном распределении давления, когда равнодействующую силу Q можно считать приложенной к верхней кромке шпонки (рис. 29.4, г) напряжения изгиба могут достигнуть опасного значения.

Проверка шпонки на смятие: $\sigma_{см} = Q/(hl/2) \ll [\sigma]_{см}$; $\sigma_{см} = 2Q/(hl) \ll [\sigma]_{см}$; $[\sigma]_{см} = 80,0 \div 90,0$ Н/мм²; на изгиб: $\sigma_{и} \ll [\sigma]_{и}$ или $\sigma_{и} = Q \frac{h}{2} \left(\frac{b^2 l}{6} \right) \ll [\sigma]_{и}$; $\sigma_{и} = 3Qh/(b^2 l) \ll [\sigma]_{и}$; $[\sigma]_{и} = 100,0 \div 110,0$ Н/мм²; на срез: $\tau_{ср} = Q/(bl) \ll [\tau]_{ср}$; $[\tau]_{ср} = 70,0 \div 80,0$ Н/мм².

Наиболее опасной деформацией шпонки является смятие, для которого и ведется обычно поверочный расчет.

Шпоночные соединения являются наиболее простым видом закрепления вращающихся деталей на валах и осях, однако они обладают рядом существенных недостатков, главнейшими из которых являются ослабление вала шпоночными пазами и недостаточно строгая центровка насаживаемых деталей, особенно при клиновых шпонках.

§ 29.4. ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

Эти соединения образуются выступами вала (1) и соответствующими впадинами в ступице (2), насаживаемой на вал детали, и представляют собой как бы многошпоночные соединения, в которых шпонки изготовлены заодно с валом (рис. 29.5, а). Зубчатые соединения бывают подвижными и неподвижными.

По форме профиля и выступов наиболее распространены прямобочные и эвольвентные профили зубьев (рис. 29.5, а).

В зависимости от величины воспринимаемой нагрузки зубчатые соединения делятся на серии: легкую, среднюю и тяжелую, отличающиеся друг от друга высотой и количеством выступов. Основные параметры зубчатых соединений прямобочного профиля выбираются по ГОСТ 1139 — 58, а эвольвентного — по ГОСТ 6033 — 51. Соединения с треугольным профилем общесоюзными стандартами не предусмотрены.

Зубчатые соединения по сравнению со шпоночными обладают рядом преимуществ, к которым следует отнести: 1) лучшее центрирование и направление ступиц при их перемещении по валу; 2) меньшие напряжения смятия боковых поверхностей зубьев ступиц и вала, а также большую их прочность при других деформациях и различных видах нагрузки (статических и динамических); 3) конструкция зубчатого узла более надежна и компактна. В связи с этим в различных областях машиностроения (станкостроение,

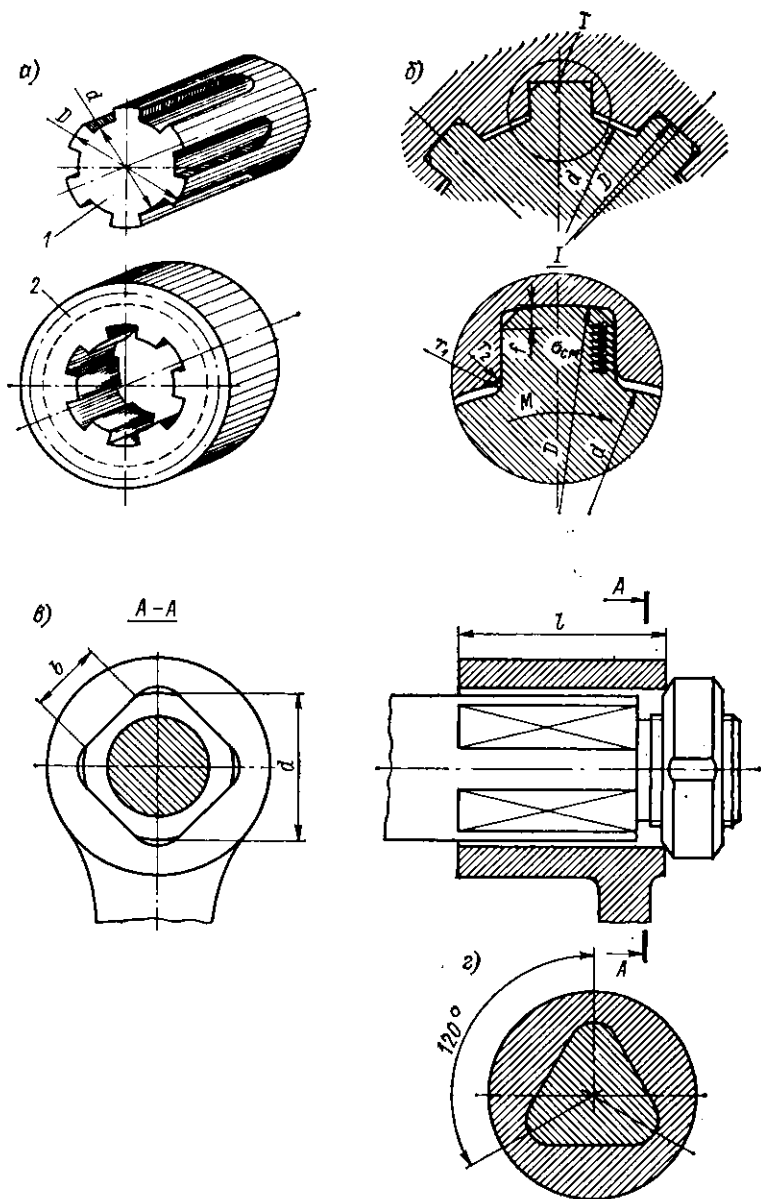


Рис. 29.5.

автотракторостроение и др.) зубчатые соединения получили широкое распространение. Образование зубьев на наружных поверхностях деталей осуществляется обычно путем нарезания специальными фрезами на специальных зубофрезерных станках методом обкатки, применяемым при изготовлении зубчатых колес.

Основным критерием работоспособности зубчатых соединений является прочность. Выступы зубчатого соединения подвергаются срезу у основания, а их боковые поверхности — смятию. Расчет на смятие боковых (рабочих) поверхностей выступов (рис. 29.5, б) зубчатых соединений так же, как и шпоночных, является приближенным. Окружная сила, воспринимаемая зубьями, определяется по равенству

$$P = M/d_{в\text{ ср}},$$

где M — момент сил, передаваемый зубчатыми соединениями; $d_{в\text{ ср}}$ — средний диаметр зубчатого вала $\{(D + d)/2\}$.

Площадь поверхности, подвергающейся деформации смятия, может быть подсчитана по равенству

$$F_{см} = \varphi h l z,$$

где $h = (D - d)/2$ — высота зубьев; z — количество зубьев, составляющее обычно 4, 6, 8, 10 в легкой серии, 6, 8, 10 в средней серии, 10, 16, 20 в тяжелой серии; D, d — диаметры наружной и внутренней цилиндрических поверхностей зубчатого вала.

Т а б л и ц а 29.1. Значения допускаемых напряжений для зубчатых соединений

Соединение	Условия эксплуатации	[$\sigma_{см}$] для поверхности зуба, Н/мм ²	
		без термообработки	с термообработкой
Неподвижное	Легкие	80—120	120—200
	Средние	60—100	100—140
	Тяжелые с ударами	35—50	40—70
Подвижное не под нагрузкой	Легкие	—	40—70
	Средние	—	30—60
	Тяжелые с ударами	—	20—30
Подвижное под нагрузкой	Легкие	—	10—20
	Средние	—	5—15
	Тяжелые с ударами	—	3—10

Уравнение для определения напряжения смятия боковых поверхностей выступов имеет вид

$$\sigma_{см} = \frac{P}{F_{см}} = \frac{8M}{(D^2 - d^2) z l \varphi},$$

где φ — коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями.

В табл. 29.1 приведены допускаемые напряжения на смятие боковых граней зубьев, изготавливаемых из стали марок 30 и 40.

§ 29.5. ПРОФИЛЬНОЕ (БЕСШПОНОЧНОЕ) СОЕДИНЕНИЕ

В различных отраслях машино- и приборостроения применяются также профильные (бесшпоночные) соединения. *Профильным соединением* называется разъемное соединение, у которого втулка насаживается на фасонную поверхность. Простейшим таким соединением является вал с квадратным концом в поперечном сечении (рис. 29.5, в). Более совершенными являются профильные соединения с овальным контуром (рис. 29.5, г). По сравнению со шпоночными это соединение обладает рядом преимуществ: оно обеспечивает лучшее центрирование деталей, не имеет острых углов и резких переходов сечения. Все это обеспечивает ему более благоприятные условия термообработки.

Соединение рассчитывают по напряжениям смятия, возникающим на рабочих гранях, которые распределяются по определенной схеме. Размеры квадрата рекомендуется принимать $a \approx 0,75d$.

Глава 30. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАШИН-АВТОМАТОВ, ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ И МАНИПУЛЯТОРОВ

§ 30.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. МАШИНА-АВТОМАТ, РОБОТ, АВТООПЕРАТОР И МАНИПУЛЯТОР, ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ

Современное промышленное производство отличается высокой мерой автоматизации технологических процессов и процессов управления.

Повышение производительности оборудования и качества изготавливаемой продукции существенно зависит от автоматизации производства. Автоматизация распространяется также на такие процессы и области, в которых непосредственное деловое участие человека становится опасным для его существования или невозможным по разным причинам. К таким процессам и областям относятся, в первую очередь, процессы, связанные с производством атомной энергии, химических активных веществ и т. п. Понятно

поэтому стремление человека в наибольшей мере использовать машины-автоматы, роботы и манипуляторы в указанных производствах.

В нашей социалистической стране, где забота о здоровье людей и процветании человеческой личности является одной из главных государственных задач, автоматические системы машин и производств приобретают особую роль, и поэтому не случайно в решениях XXV съезда Коммунистической партии Советского Союза по основным направлениям развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 гг. записано: «Организовать серийное производство автоматических манипуляторов с программным управлением, позволяющих механизировать и автоматизировать тяжелые физические и монотонные работы».

Машиной-автоматом называется машина, движение элементов которой и осуществляемый рабочий процесс (преобразование энергии, положения, формы или размеров обрабатываемых материалов и изделий, информации) выполняются без непосредственного участия человека.

Автоматической линией называется совокупность целесообразно взаимосвязанных и автоматически управляемых технологических и транспортных машин-автоматов, предназначенных для реализации определенного технологического процесса.

Из изложенных определений следует, что в автоматической линии никакие технологические операции не выполняются человеком, за которым сохраняется роль наладчика, регулировщика и, быть может, контрольные функции. В процессе настройки автоматических линий реализуется программа действия линии. *Программой* называется совокупность предписаний, определяющих последовательность, ритм, количество и качество выполнения технологических операций. Осуществление требуемой программы действия автоматической линии достигается при помощи систем управления линией, предназначенной для реализации согласованных по месту и времени перемещений всех исполнительных, входящих в линию органов машин-автоматов. Здесь под исполнительным органом машин понимается любое их звено, предназначенное непосредственно для изменения или контроля формы, размеров и свойств обрабатываемого материала или предмета. Как правило, исполнительные органы машин представлены их выходными звеньями или их частями и получают необходимые перемещения либо непосредственно от двигателей, либо посредством промежуточных или передаточных звеньев.

Движение исполнительных органов зависит от формы и размеров обрабатываемых предметов, свойств их материалов, конфигурации машин и окружающего пространства, которые могут изменяться при реализации того или иного технологического процесса в конкретной обстановке. Поэтому в автоматизированном производстве часто возникает необходимость разнообразных сложных движений, подобных движениям руки человека, управляемой его

мыслью. Такие движения могут быть реализованы специальными устройствами, получившими наименование манипуляторов, автооператоров, промышленных роботов, некоторые из них в дальнейшем будем называть обобщенно роботосистемами.

Манипулятором (от латинского manus — рука) называется устройство, автоматически воспроизводящее требуемые движения в пространстве (в частности, в плоскости), заменяющее двигательные функции руки человека.

Автооператором называют устройство, представляющее собой манипулятор, автоматически действующий по наперед заданной постоянной программе выполнения технологических или транспортных операций.

В качестве программноносителей для автооператоров применяются перфоленты, магнитные ленты или диски, кулачки и т. п.

Промышленными роботами называют автономно действующие машины-автоматы, предназначенные для воспроизведения некоторых двигательных и умственных функций человека при выполнении при помощи автоматических изменяемых программ, составленных с учетом возможных вариантов функционирования.

Промышленные роботы имеют следующие составные части: рабочие исполнительные органы с захватными устройствами, приводные устройства и механизмы для осуществления перемещений исполнительных органов и робота в целом, система управления и система датчиков для сбора необходимой информации.

Создание и применение промышленных роботов в современном производстве, насыщенном машинами-автоматами различного технологического назначения, создает предпосылки для организации цехов-автоматов и заводов-автоматов, в которых все технологические и транспортные операции возложены на машины и робототехнические системы. При этом за человеком в таких цехах и заводах сохраняются лишь роль наладчика и контрольные функции.

§ 30.2. СТРУКТУРА И СВОЙСТВА КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕХАНИЗМОВ МАНИПУЛЯТОРОВ И РОБОТОВ

Кинематические цепи систем робототехники весьма разнообразны и, как правило, представляют собой незамкнутые пространственные стержневые системы с несколькими свободами движения, звенья которых соединены в различные низшие кинематические пары, причем требуемые относительные движения звеньев осуществляются встроенными приводами.

Простейший пространственный манипулятор (рис. 30.1) состоит из трех подвижных звеньев, образующих последовательно сферическую, вращательную и сферическую кинематические пары, захват такого манипулятора обладает [в соответствии с равенством (2.8)] семью свободами движения, не считая тех, которые свойственны самому механизму захвата.

При необходимости обеспечения большего радиуса действия в схему манипулятора вводится поступательная кинематическая пара (рис. 30.2). Такой манипулятор имеет шесть свобод движений, не считая собственно механизма захвата.

Для сравнительной оценки систем робототехники определены их характерные свойства и параметры, к которым относят рабочий объем, классификацию движений захвата, маневренность зоны обслуживания, угол и коэффициент сервиса, коэффициент возрастания скорости.

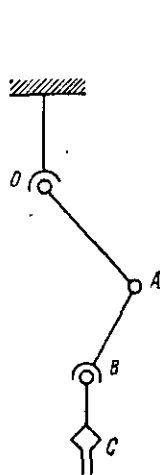


Рис. 30.1.

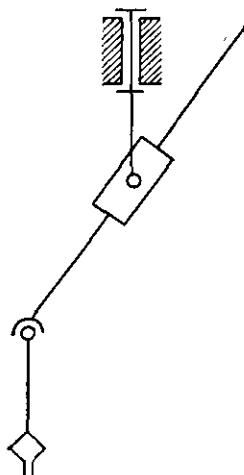


Рис. 30.2.

Рабочее пространство манипулятора и классификация движения захвата. Рабочим пространством манипулятора¹ будем называть пространство, ограниченное поверхностью, огибающей всевозможные предельные положения звеньев манипулятора. Рабочее пространство должно определяться с учетом реальных конфигураций звеньев и их относительной подвижности. Приближенное представление о рабочем пространстве манипулятора может быть получено по его кинематической схеме. Так, например, рабочее пространство манипулятора, представленного на рис. 30.1, снаружи ограничивается частью сферы радиуса, равного сумме длин трех звеньев $l_1 + l_2 + l_3$ с центром в точке O , и частью $S^{II}OC^{IV}$ торовой поверхности, образованной при движении центра окружности радиуса $l_2 + l_3$ по окружности, проекция которой на плоскости рис. 30.3 отображается отрезком AA_1 . Внутри рабочее пространство ограничено конусной поверхностью AOA_1 и усеченной конусной поверхностью ABB_1A_1 . При этом учтены предельно допустимые углы относительного поворота звеньев.

¹ В литературе встречается менее удачный термин «рабочий объем».

Для программного управления движением роботосистем необходимо определять уравнения граничных поверхностей рабочих пространств. Особенностями таких поверхностей является ограниченность их размеров и сложная структура.

Сложные поверхности, части которых представлены различными функциями, будем называть *составными поверхностями*. Для изложения метода составления уравнений таких поверхностей напомним учащемуся необходимые определения.

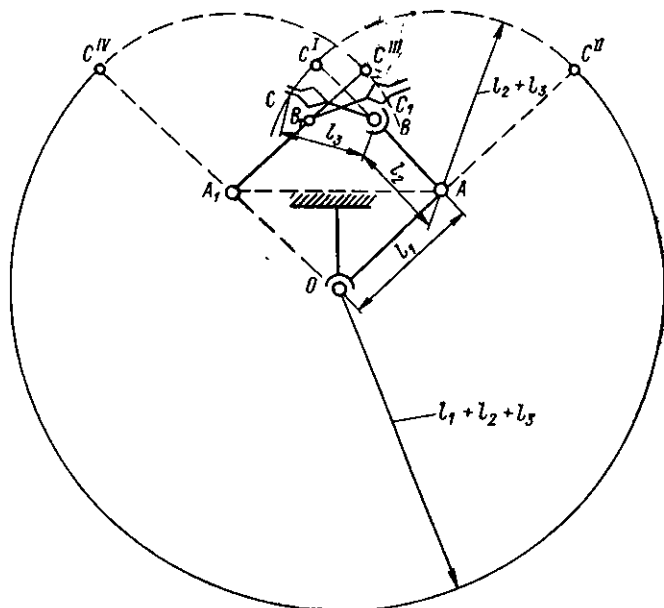


Рис. 30.3.

Прямолинейной конгруэнцией называется семейство прямых, зависящих от двух независимых переменных. Уравнение прямолинейной конгруэнции представим в следующей векторной форме:

$$\rho = r_0(\varphi, \psi) + \vartheta m(\varphi, \psi), \quad (30.1)$$

где $r_0(\varphi, \psi)$ — радиус-вектор опорной поверхности конгруэнции; ϑ — переменный скалярный параметр; $m(\varphi, \psi)$ — направляющий единичный вектор луча конгруэнции; φ, ψ — независимые переменные.

Нетрудно заметить, что в соответствии с уравнением (30.1) конгруэнция прямых представляет собой, вообще говоря, некоторый комплекс прямых отрезков, основания которых лежат на опорной поверхности $r = r_0(\varphi, \psi)$, а их направления в каждой точке опорной поверхности определяются направляющим вектором $m(\varphi, \psi)$, а длина — параметром ϑ , заданным как функция

точки опорной поверхности, или $\vartheta = \vartheta(\varphi, \psi)$, который может быть положительным или отрицательным.

Фиксируя значение одной из независимых переменных, например переменной ψ в равенстве (30.1), получим вырождение конгруэнции в некоторую линейчатую поверхность ограниченных размеров:

$$\rho = r(\varphi) + \vartheta(\varphi) m(\varphi); \quad -\vartheta_1 \leq \vartheta \leq \vartheta_2, \quad (30.2)$$

если ограничен параметр ϑ .

Криволинейной конгруэнцией называется семейство кривых, зависящих от двух независимых переменных. Уравнение криволинейной конгруэнции может быть представлено в следующей векторной форме:

$$\rho = r_0(\varphi, \psi) + \vartheta g_1(\varphi, \psi), \quad (30.3)$$

где дополнительно к упомянутым выше обозначениям принято обозначение $g_1(\varphi, \psi)$ радиуса-вектора кривой, опирающейся одной точкой на поверхность $r_0(\varphi, \psi)$. Таким образом, точки опорной поверхности приняты за начало кривых $g_1 = g_1(\varphi, \psi)$.

В соответствии с уравнением (30.3) криволинейная конгруэнция представляет собой некоторый комплекс (щетку) отрезков кривых, берущих начало на опорной поверхности $r_0(\varphi, \psi)$, причем их форма определяется локальной вектор-функцией $g_1(\varphi, \psi)$, а длина — параметром ϑ , который может быть задан как функция независимых переменных $\vartheta = \vartheta(\varphi, \psi)$.

Фиксируя значения одной из независимых переменных, например переменной ψ в равенстве (30.3), приходим к вырожденной криволинейной конгруэнции, представляющей собой некоторую криволинейную поверхность ограниченных размеров:

$$\rho = r_0(\varphi) + \vartheta g_1(\varphi). \quad (30.4)$$

Уравнения (30.1)—(30.4) отличаются лишь множителями m и g_1 , причем первые уравнения могут рассматриваться как частные случаи вторых. Уравнения (30.2) и (30.4) представляют поверхности как функции двух переменных φ и ϑ .

Будем далее предполагать, что вектор-функции (30.2) и (30.4) непрерывны, и конкретизируем способ построения уравнений поверхностей вида (30.4), считая, что один из параметров φ определяет ось криволинейной поверхности, также криволинейную, а второй ϑ — линию пересечения поверхности нормальной к упомянутой выше оси в произвольной ее точке плоскостью.

Пусть в прямоугольной пространственной системе координат *Oxyz* (рис. 30.4) криволинейная ось *I—I* поверхности *S* представлена уравнением в векторной форме

$$\rho_{ip} = \rho_M + \rho_i(\varphi) \quad (30.5)$$

и в соответствующей координатной форме:

$$x_{ip} = x_M + x_i(\varphi); \quad y_{ip} = y_M + y_i(\varphi); \quad z_i = z_M + z_i(\varphi), \quad (30.6)$$

где M — полюс; φ — параметр, в качестве которого удобно выбрать центральный угол, стягиваемый дугой криволинейной оси $I-I$.

В произвольной точке P криволинейной оси $I-I$ построим прямоугольную систему координат $P\xi\eta\zeta$. Составим вектор преобразования системы координат $P\xi\eta\zeta$ в систему $Oxyz$:

$$V_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{x}_i T \pm \frac{\dot{y}_1}{\sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2}} \pm \sqrt{1 - \dot{x}_1^2 T^2 - \frac{\dot{y}_1^2}{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2}} \\ \dot{y}_i T \pm \frac{\dot{x}_1}{\sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2}} \pm \sqrt{1 - \dot{y}_1^2 T^2 - \frac{\dot{x}_1^2}{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2}} \\ \dot{z}_i T & 0 & \pm \sqrt{1 - \dot{z}_1^2 T^2} \end{vmatrix}, \quad (30.7)$$

у которого элементы a_{11} , a_{21} , a_{31} и a_{32} известны по построению системы координат; элемент $a_{33} = \sqrt{1 - \dot{z}_1^2 T^2}$; элементы a_{12}

и a_{22} определяются из системы уравнений $a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} = 0$; $a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$, а остальные элементы — по соотношениям ортогональности. При этом производные координат определяются дифференцированием по параметру φ уравнений (30.6):

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_i(\varphi); & \dot{y}_i &= \dot{y}_i(\varphi); \\ \dot{z}_i &= \dot{z}_i(\varphi); & T &= (\dot{x}_i^2 + \\ & & & + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (30.8)$$

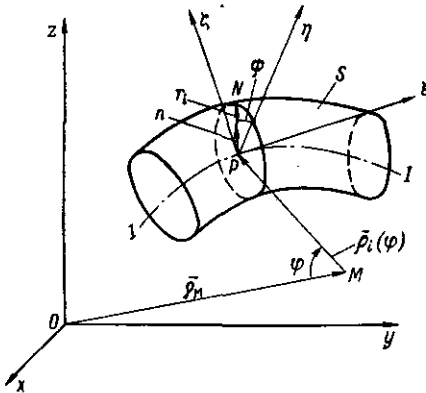


Рис. 30.4.

Обозначим r_i — радиус-вектор контура поперечного сечения криволинейной поверхности плоскостью $\eta P\zeta$, а его орт $n = (n_\xi, n_\eta, n_\zeta) = (0, \cos \psi, \sin \psi)$. Заметим, что модуль вектора r_i является функцией параметров ψ и φ . С учетом введенных обозначений уравнение простой криволинейной поверхности может быть представлено в векторной форме уравнением

$$\rho_{iN} = \rho_M + \rho_{iP}(\varphi) + r_i(\psi, \varphi) n \quad (30.9)$$

или в соответствующей координатной форме уравнениями:

$$\begin{aligned} x_{iN} &= x_M + x_i(\varphi) + r_i(\psi, \varphi) n_x; & y_{iN} &= y_M + y_i(\varphi) + r_i(\psi, \varphi) n_y; \\ z_{iN} &= z_M + z_i(\varphi) + r_i(\psi, \varphi) n_z, \end{aligned} \quad (30.10)$$

где проекции орта n на оси системы координат $Oxyz$ определяются по матричному равенству

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} n_\xi \\ n_\eta \\ n_\zeta \end{pmatrix}. \quad (30.11)$$

Уравнение составной криволинейной поверхности с криволинейной осью. Поверхности реальных машин, конструкций зданий и т. п. часто формируются из отдельных стыкуемых криволинейных поверхностей. Изложенный метод дает возможность вывести уравнение такой составной криволинейной поверхности, которая строится как непрерывная из простых поверхностей. Эти последние могут стыковаться в направлении каждой из криволинейных координат φ и ψ при помощи операторов:

$$\Delta_i^\varphi = \frac{1}{2} \left(\frac{|\varphi_{i0} - \varphi|}{\varphi - \varphi_{i0}} - \frac{|\varphi - \varphi_{i+1,0}|}{\varphi - \varphi_{i+1,0}} \right) \text{sign}(\varphi_{i+1,0} - \varphi_{i,0}); \quad (30.12)$$

$$\Delta_i^\psi = \frac{1}{2} \left(\frac{|\psi_{i,0} - \psi|}{\psi - \psi_{i,0}} - \frac{|\psi - \psi_{i+1,0}|}{\psi - \psi_{i+1,0}} \right) \text{sign}(\psi_{i+1,0} - \psi_{i,0}). \quad (30.13)$$

Уравнение составной поверхности в векторной форме получает вид

$$\rho_N = \sum_i \Delta_i^\varphi \Delta_i^\psi \rho_{iN} \quad (30.14)$$

или в соответствующей координатной форме:

$$\begin{aligned} x_N &= \sum_i \Delta_i^\varphi \Delta_i^\psi x_{iN}; & y_N &= \sum_i \Delta_i^\varphi \Delta_i^\psi y_{iN}; \\ z_N &= \sum_i \Delta_i^\varphi \Delta_i^\psi z_{iN}, \end{aligned} \quad (30.15)$$

где x_{iN} , y_{iN} , z_{iN} для каждого из i кусков составной поверхности определяются по равенствам вида (30.10).

Построение уравнений плоской поверхности с произвольным контуром. *Простой плоской ограниченной поверхностью* называется часть произвольной плоскости, ограниченная простым замкнутым контуром, представляемым одной функцией.

Составной плоской ограниченной поверхностью называется часть произвольной плоскости, ограниченная составным замкнутым контуром.

Выведем уравнения плоских ограниченных поверхностей. Пусть в пространстве xyz произвольно ориентирована конечная часть плоскости, ограниченная произвольным количеством $k=1, 2, \dots$ любых кривых, лежащих в этой плоскости (рис. 30.5). Пусть эти кривые заданы параметрическими уравнениями:

$$x_i = x_i(\varphi); \quad y_i = y_i(\varphi); \quad z = z_i(\varphi). \quad (30.16)$$

Выберем в рассматриваемой части плоскости произвольную точку $P(x_p, y_p, z_p)$, построим систему координат $P\xi\eta\zeta$, ось ζ которой перпендикулярна к плоскости, и фиксируем, например, направление, перпендикулярное к оси Oz и проходящее через точку P , относительно которого будем измерять угол ψ , определяющий направление орта n радиуса r_i , равно расстоянию от точки

P до i -й граничной кривой части плоскости. Заметим, что величина $r_i = r_i(\varphi, \psi)$, т. е. является функцией двух независимых параметров φ и ψ .

Составив верзор V преобразования системы координат $P\xi\eta\zeta$ в систему координат $Oxyz$, найдем проекции орта n в этой последней:

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{pmatrix}.$$

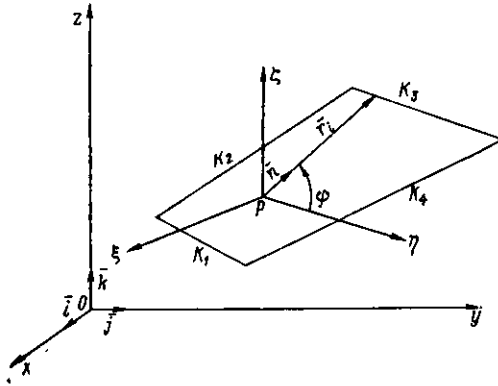


Рис. 30.5.

Определим длины расстояний от точки P до контура ограниченной части плоскости:

$$r_i^0 = \sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2} \quad (i = 1, 2, \dots, k),$$

а также значения ψ_i переменной ψ в точках k_i сопряжения кривых как угол между двумя векторами η и \overline{PK}_i , предварительно определив координаты точек пересечения кривых, представленных уравнениями (30.16). Таким образом могут быть составлены операторы Δ_i^ψ , соответствующие каждой из кривых, после чего уравнение ограниченной плоской поверхности произвольного очертания получает векторную форму

$$\rho = \rho_p + \sum_{i=1}^k \Delta_i^\psi r_i n \quad (30.17)$$

или скалярную форму

$$\begin{aligned} x &= x_p + \sum_{i=1}^k \Delta_i^\psi r_i n_x; & y &= y_p + \sum_{i=1}^k \Delta_i^\psi r_i n_y; \\ z &= z_p + \sum_{i=1}^k \Delta_i^\psi r_i n_z; & [0 < \psi < 2\pi; & 0 < r_i < r_i^0(\psi)]. \end{aligned} \quad (30.18)$$

Учащемуся предлагается в порядке упражнения определить уравнения граничных поверхностей рабочего пространства манипулятора, приведенных на рис. 30.3.

Значительное количество свобод движения роботосистем дает возможность различных движений звеньев внутри рабочих пространств в зависимости от наличия или отсутствия препятствий. Можно выделить четыре класса таких движений¹: первый класс включает движения звеньев роботосистемы, несущей свободный объект в свободном рабочем пространстве (рис. 30.6, а); второй — целенаправленные движения захвата при наличии препятствий

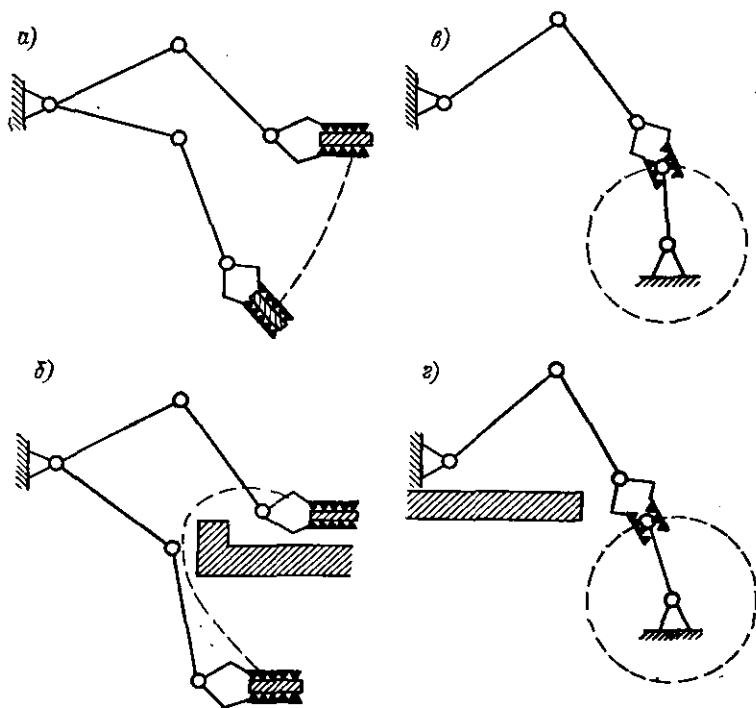


Рис. 30.6.

в рабочем пространстве (рис. 30.6, б); третий — движение звеньев в свободном рабочем пространстве при наложении связей на движение захваченного предмета (рис. 30.6, в); четвертый — движение звеньев при наличии препятствий в рабочем пространстве и связей, наложенных на движение захваченного предмета (рис. 30.6, г).

Маневренность роботосистем. Маневренностью роботосистем следует называть свойство сохранять способность движения промежуточных между стойкой и захватом звеньев при неподвижном

¹ Кобринский А. Е., Степаненко Ю. А. Некоторые проблемы теории манипуляторов. — В кн.: Механика машин. Наука, 1967, вып. 7—8.

захвате. В качестве меры маневренности принимают количество свобод движения кинематической цепи роботосистемы при закреплённом захвате. Так, например, маневренность манипулятора, представленного на рис. 30.1, определяется одной свободой движения — вращения диады $OA-AB$ вокруг оси OB , маневренность же манипулятора, представленного на рис. 30.2, определяется нулевой подвижностью звеньев. Маневренность роботосистем может изменяться с изменением последовательности расположения кинематических пар без изменения их общего количества. Так, например, после взаимной перестановки кинематических пар A и B маневренность манипулятора (см. рис. 30.1) ухудшается и определяется лишь возможностью вращения звена OA вокруг своей продольной оси.

Улучшение маневренности роботосистем даёт возможность реализовать движение звеньев более высоких классов, а следовательно, лучшим образом удовлетворять практические нужды при изменении ситуации рабочих пространств робототехники.

Зона обслуживания. *Зоной обслуживания роботосистемы* называется пространство, каждая точка которого может быть достигнута захватом. При этом, разумеется, захвату ставится в соответствие некоторая точка, например точка C пересечения продольной оси BC захвата с торцевой поверхностью губок захвата (см. рис. 30.1). Погрешность, допускаемая при этом, несущественна.

Зона обслуживания может быть теперь определена как множество возможных положений точки C захвата манипулятора. Так, например, зона обслуживания (сервиса) манипулятора, представленного на рис. 30.1, ограничивается снаружи составной поверхностью, ограничивающей рабочее пространство, а внутри — сферой, очерченной радиусом OC , равным минимально возможному расстоянию между точками O и C . В зависимости от размеров звеньев и допускаемых относительных перемещений внутренняя граничная поверхность зоны обслуживания может быть и составной. В любом случае изложенный выше метод применим и для аналитического представления поверхности.

Угол и коэффициент сервиса. Зона сервиса не вполне определяет работоспособность роботосистем, так как положение точки C захвата в зоне сервиса ещё не определяет возможную ориентацию захватоносителя в пространстве (см. звено BC на рис. 30.1). Для оценки возможных положений захватоносителя мысленно зафиксируем точку C , оставив за звеном BC возможность вращения в любом направлении. С точки зрения кинематики механизмов это соответствует размещению в точке C сферической кинематической пары, неподвижным звеном которой будем считать захватываемый предмет. При этом механизм манипулятора превращается в замкнутый пространственный многозвённый механизм или жёсткую систему звеньев. Если такой механизм обладает подвижностью, отличной от нулевой, то звено BC может рассматриваться как кри-

вошип или коромысло пространственного стержневого механизма, которое в своем возможном вращательном движении опишет некоторый телесный угол с вершиной C .

Телесный угол ψ , описываемый захватоносителем при его возможном движении в составе пространственного замкнутого механизма при условии лишения точки C захвата возможности поступательных перемещений, называется *углом сервиса*. Как известно, максимальное главное значение телесного угла соответствует площади сферы единичного радиуса, или $\psi_{\max} = 4\pi$. Если после фиксации точки C кинематическая цепь роботосистемы превратилась в неподвижную конструкцию, то, очевидно, угол сервиса $\psi = 0$. Таким образом, приходим к заключению об области изменения угла сервиса: $0 \leq \psi \leq 4\pi$.

При сравнительной оценке возможностей роботосистем предпочтительнее пользоваться отношением действительного угла сервиса роботосистемы в некоторой точке зоны обслуживания к предельно возможному его значению, которое называют *коэффициентом сервиса роботосистемы* в данной точке зоны обслуживания

$$0 = \psi/\psi_{\max} \quad (0 \leq 0 \leq 1). \quad (30.19)$$

Заметим, что поскольку размещение в точке C захвата сферической пары является фиктивной операцией, то ограничения относительных вращений звеньев, образующих сферическую кинематическую пару, здесь во внимание не принимаются.

Коэффициент сервиса определяет количественную меру телесного угла, описываемого захватоносителем, но не отображает ее форму. Для качественной оценки телесного угла может быть принят коэффициент формы телесного угла ψ (угла сервиса)

$$v = v_{\min}/v_{\max} \quad (0 \leq v \leq 1), \quad (30.20)$$

где v_{\min} и v_{\max} — наименьший и наибольший углы плоских сечений телесного угла θ с вершинами в точке C .

Аналитическое определение угла сервиса роботосистемы может быть осуществлено по следующему алгоритму.

1. Выбрать некоторую неподвижную систему координат и ориентировать ее относительно стойки, например декартову пространственную прямоугольную систему координат.

2. Составить эквивалентную кинематическую схему пространственного или плоского механизма исследуемой роботосистемы путем закрепления точки C захвата в произвольной точке зоны обслуживания с текущими координатами в выбранной системе координат (*хуг*).

3. Определить подвижность эквивалентного механизма (например, по методу, изложенному в § 2.6 настоящего пособия).

4. Выбрать один из методов определения кинематических параметров эквивалентного механизма и составить систему уравнений для определения параметров движения захватоносителя [11]. Для упрощения вычислений целесообразно разделить все линей-

ные параметры геометрической схемы механизма на длину захватонесителя.

5. Решить составленную систему уравнений и определить коромысловую кривую, описываемую начальной точкой захватонесителя, которая, очевидно, представит собой некоторую кривую на сфере единичного радиуса как функцию параметров механизма и координат точки $C(x_C, y_C, z_C)$:

$$x = x(x_C, y_C, z_C); \quad y = y(x_C, y_C, z_C); \quad z = z(x_C, y_C, z_C). \quad (30.21)$$

6. Воспользоваться формулой для определения площади единичной сферы, ограниченной полученной сферической коромысловой кривой. Эта площадь и будет численно равна телесному углу ψ в произвольной фиксированной точке C зоны обслуживания. Для вычисления телесного угла в интересующей конкретной точке достаточно в полученную формулу для определения ψ подставить соответствующие числовые значения координат x_C, y_C, z_C .

7. Определить коэффициент сервиса θ , разделив телесный угол на 4π .

8. Для определения экстремальных значений угла сервиса исследуемой роботосистемы исследовать на экстремумы функцию $\psi = \psi(x_C, y_C, z_C)$ как функцию трех переменных в замкнутой области, являющейся зоной сервиса, известным методом математического анализа.

Приведенные выше основные параметры, определяющие качество кинематических цепей роботов и манипуляторов, могут быть определены, если известны структурно-кинематическая схема и размеры звеньев механизмов. Решение такой задачи относится к области структурно-кинематического анализа рассматриваемых механизмов. При проектировании роботосистем могут быть заданы числовые значения рассматриваемых параметров, которые должны обеспечиваться проектируемым механизмом. Определение структуры и геометрических размеров звеньев механизма относится к области синтеза механизмов.

Для управления движением рабочих органов машин-автоматов применяют следующие устройства: копиры, следящие приводы, числовые программные устройства, самонастраивающиеся системы.

Системы управления машинами-автоматами реализуют определенные, заранее разработанные программы при помощи различных устройств — механических, гидравлических, электрических, электронных и комбинированных, используя при этом управление по параметру перемещения рабочих органов машин-автоматов или по параметру времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М., Наука, 1975.
2. Баранов Г. Г. Курс теории механизмов и машин. М., Машиностроение, 1975.
3. Гузенков П. Г. Детали машин. М., Высшая школа, 1969.
4. Зиновьев В. А. Курс теории механизмов и машин. М., Наука, 1972.
5. Иванов М. Н. Детали машин. М., Машиностроение, 1976.
6. Иванов М. Н., Иванов В. Н. Детали машин. Курсовое проектирование. М., Высшая школа, 1975.
7. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. М., Машиностроение, 1972.
8. Красковский Е. Я., Дружинин Ю. А., Румянцев В. В. Проектирование механических передач систем автоматики и ЭВМ. Л., Машиностроение, 1974.
9. Кудрявцев В. Н. Зубчатые передачи. Л., Машиностроение, 1970.
10. Куклин Н. Г., Куikliна Г. С. Детали машин. М., Высшая школа, 1973.
11. Лебедев П. А. Кинематика пространственных механизмов. М.—Л., Машиностроение, 1966.
12. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин. М., Высшая школа, 1978.
13. Машнев М. М., Красковский Е. Я., Хотин Б. М. Теория и проектирование механизмов приборов, счетно-решающих устройств и машин. М.—Л., Машиностроение, 1965.
14. Осецкий Б. Г., Горбачев Г. А. и др. Прикладная механика. М., Машиностроение, 1977.
15. Павлов Я. М. Детали машин. М., Машиностроение, 1968.
16. Первицкий Ю. Д. Расчет и конструирование точных механизмов. Л., Машиностроение, 1976.
17. Пономарев С. Д. и др. Расчет на прочность в машиностроении. М., Машиностроение, 1968.
18. Пронин Б. А., Ревков Г. А. Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи (вариаторы). М., Машиностроение, 1967.
19. Решетов Д. Н. Детали машин. М., Машиностроение, 1974.
20. Светлицкий В. А. Передачи гибкой связью. М., Машиностроение, 1967.
21. Серенсен С. В. и др. Валы и оси. М., Машиностроение, 1970.
22. Спицын Н. А., Машнев М. М., Красковский Е. Я. и др. Опоры осей и валов машин и приборов. Л., Машиностроение, 1970.
23. Часовников Л. Д. Передачи зацеплением. М., Машиностроение, 1969.
24. Чернил И. М., Кузьмин А. В., Ицкович Г. М. Расчеты деталей машин. Справочник. Минск, Высшая школа, 1974.
25. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. М., Высшая школа, 1977.
26. Якушев А. И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. М., Машиностроение, 1974.
27. Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. В., Перель Л. Я. Подшипники качения. М., Машиностроение, 1975.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Раздел первый. Механизмы и машины, их механика и основы проектирования	4
А. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ	—
<i>Глава 1. Введение в прикладную механику</i>	<i>—</i>
§ 1.1. Машиностроение и его роль в развитии отраслей народного хозяйства	—
§ 1.2. Краткие сведения из истории развития прикладной механики	6
§ 1.3. Предмет и цели прикладной механики, задачи курса и общая методика его изучения	8
<i>Глава 2. Основы теории строения и классификация механизмов и машин</i>	<i>10</i>
§ 2.1. Машины, машинные агрегаты, механизмы, механические приспособления и приборы, их определение и классификация	—
§ 2.2. Звенья, кинематические пары и их классификация	13
§ 2.3. Кинематические цепи. Количество свобод движения механизмов	19
§ 2.4. Метод построения и классификация механизмов	21
§ 2.5. Четырехзвенные механизмы	23
§ 2.6. Определение подвижности механизмов с учетом действующих сил	26
§ 2.7. Избыточные связи. Пассивные звенья	36
<i>Глава 3. Анализ движения механизмов</i>	<i>37</i>
§ 3.1. Задачи и методы исследования движения звеньев механизмов	—
§ 3.2. Аналитический метод определения параметров движения звеньев механизмов	39
§ 3.3. Матрицы преобразования координат различных кинематических пар	49
§ 3.4. Примеры кинематического анализа механизмов матричным методом	63
§ 3.5. Определение скоростей и ускорений методом построения кинематических диаграмм	68
<i>Глава 4. Синтез рычажных механизмов</i>	<i>72</i>
§ 4.1. Постановка задачи синтеза стержневых механизмов. Методы синтеза	—
§ 4.2. Входные и выходные параметры синтеза механизмов. Основные и дополнительные условия синтеза. Целевые функции и ограничения	75
§ 4.3. Теорема существования кривошипов в стержневых механизмах	77
§ 4.4. Учет особенностей функций положений и передаточных функций при построении функций перемещений	84
§ 4.5. Методы приближения функций в синтезе механизмов	89
§ 4.6. Примеры синтеза механизмов	98
§ 4.7. Понятие о вычислительных методах многопараметрической оптимизации	113
<i>Глава 5. Кулачковые механизмы. Конструкции. Анализ и синтез</i>	<i>116</i>
§ 5.1. Общие сведения о кулачковых механизмах	—
§ 5.2. Анализ движения звеньев плоских кулачковых механизмов	118

§ 5.3. Некоторые вопросы динамики кулачковых механизмов	121
§ 5.4. Проектирование плоских кулачковых механизмов	123
Б. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН	129
<i>Глава 6. Взаимодействие звеньев и динамические характеристики механизмов и машин</i>	<i>—</i>
§ 6.1. Общие сведения. Силы, действующие на звенья механизмов	—
§ 6.2. Определение сил и моментов сил инерции звеньев	131
§ 6.3. Приведенная и уравновешивающая силы механизма. Метод Н. Е. Жуковского	133
§ 6.4. Определение сил давлений звеньев в кинематических парах плоских механизмов	140
§ 6.5. Приведенная масса и приведенный момент инерции механизма	143
§ 6.6. Уравнение движения механизма	144
§ 6.7. Коэффициент полезного действия машины	147
§ 6.8. Определение мощности. Зависимость между мощностью и вращающим моментом на ведущем и ведомом звеньях	150
<i>Глава 7. Трение в машинах</i>	<i>152</i>
§ 7.1. Общие сведения	—
§ 7.2. Трение скольжения и его основные закономерности	153
§ 7.3. Трение звеньев поступательных пар	156
§ 7.4. Трение звеньев винтовых пар	158
§ 7.5. Трение звеньев вращательных пар	162
§ 7.6. Трение гибких тел	167
§ 7.7. Трение качения	170
<i>Глава 8. Основные сведения о регулировании движения машин</i>	<i>175</i>
§ 8.1. Неравномерность хода машин и способы ее ограничения	—
§ 8.2. Регулирование движения машин с помощью маховика	176
§ 8.3. Определение момента инерции маховика по методу касательных сил	179
§ 8.4. Общие сведения о регуляторах скорости	183
<i>Глава 9. Уравновешивание сил инерции звеньев механизмов и машин</i>	<i>187</i>
§ 9.1. Общие сведения об уравновешивании	—
§ 9.2. Уравновешивание сил инерции вращающихся звеньев	188
§ 9.3. Понятие об уравновешивании сил инерции звеньев, совершающих плоскопараллельное и поступательное движения	192
Раздел второй. Расчеты и конструирование передаточных механизмов и деталей машин	194
А. ОСНОВЫ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН	—
<i>Глава 10. Введение в теорию машиностроения</i>	<i>—</i>
§ 10.1. Тенденции развития машиностроения	—
§ 10.2. Основные принципы проектирования современных машин и механизмов	195
§ 10.3. Виды изделий машиностроения	196
§ 10.4. Общие требования к современным машинам, их деталям и сборочным единицам	197
§ 10.5. Надежность изделий и условия ее обеспечения	199
	509

Глава 11. Стандартизация и взаимозаменяемость в машиностроении	208
§ 11.1. Общие сведения о стандартизации	—
§ 11.2. Нормирование точности деталей по геометрическим параметрам	208
§ 11.3. Взаимозаменяемость гладких цилиндрических соединений. Системы их допусков и посадок	212
§ 11.4. Выбор посадок	218
Глава 12. Точность механизмов и их деталей. Размерные цепи	220
§ 12.1. Задачи расчета на точность	—
§ 12.2. Погрешности механизмов и причины их появления	221
§ 12.3. Законы распределения погрешностей	223
§ 12.4. Расчет на точность кинематических цепей	225
§ 12.5. Определение погрешности положения ведомого звена в зубчатых механизмах	229
§ 12.6. Расчет линейных размерных цепей	230
Глава 13. Основы расчета и конструирование деталей машин	238
§ 13.1. Классификация деталей машин	—
§ 13.2. Основные критерии работоспособности деталей машин	—
§ 13.3. Конструкционные материалы и их выбор	239
§ 13.4. Расчеты деталей на прочность	243
§ 13.5. Расчет допускаемых напряжений	249
§ 13.6. Стадии разработки и этапы работ при проектировании	252
Б. ПЕРЕДАЧИ В МАШИНАХ	254
Глава 14. Фрикционные передачи	261
§ 14.1. Классификация, схемы конструкций и область применения	—
§ 14.2. Основы теории фрикционной передачи	262
§ 14.3. Расчет фрикционной передачи на прочность	268
§ 14.4. Нагрузки на валы фрикционных передач	269
§ 14.5. Фрикционные вариаторы	270
Глава 15. Зубчатые передачи, теория зацепления зубчатых колес	272
§ 15.1. Общие сведения и классификация зубчатых передач	—
§ 15.2. Устройство и главные параметры зубчатых колес	277
§ 15.3. Основная теорема зубчатого зацепления. Эвольвента окружности и ее свойства	282
§ 15.4. Построение профилей зубьев эвольвентного зацепления. Линия зацепления. Коэффициент перекрытия	287
§ 15.5. Подразделение зубьев. Минимальное количество зубьев колеса. Понятие о методах расчета зубчатых колес со смещением	293
Глава 16. Расчет и конструирование зубчатых передач	296
§ 16.1. Виды разрушения зубьев и критерий работоспособности зубчатых передач	—
§ 16.2. Материалы зубчатых колес	297
§ 16.3. Расчет цилиндрических прямозубых передач на прочность	298
§ 16.4. Косозубые цилиндрические колеса и особенности их расчета	305
§ 16.5. Конические зубчатые колеса и особенности их расчета	308
§ 16.6. Винтовые зубчатые передачи и особенности их расчета	313
§ 16.7. Конструкции и расчет элементов цилиндрических зубчатых колес	315
§ 16.8. Неметаллические зубчатые колеса и опыт их применения в машинах	319
§ 16.9. Методы нарезания зубьев	321

Глава 17. Червячные передачи	323
§ 17.1. Конструкции червячной передачи и область ее применения	—
§ 17.2. Элементы геометрии червячной передачи. Основные параметры	327
§ 17.3. Силы взаимодействия зубьев червяка и колеса	333
§ 17.4. Расчет червячных передач	334
§ 17.5. Расчет червячной передачи на нагревание масла	338
Глава 18. Сложные соединения зубчатых колес	339
§ 18.1. Обыкновенные ряды зубчатых колес	—
§ 18.2. Планетарные ряды зубчатых колес	341
§ 18.3. Редукторы	342
Глава 19. Цепные передачи	347
§ 19.1. Общие сведения о конструкции цепных передач	—
§ 19.2. Основы теории цепной передачи	350
§ 19.3. Расчет цепных передач	353
Глава 20. Ременные передачи	356
§ 20.1. Классификация, схемы конструкций и область применения	—
§ 20.2. Ремни	358
§ 20.3. Элементы теории ременных передач	360
§ 20.4. Расчет и конструирование ременных передач	364
Глава 21. Гидравлические и пневматические передачи	369
§ 21.1. Особенности гидравлических и пневматических передач и их составные элементы	—
§ 21.2. Схемы и конструкции гидравлических передач	372
§ 21.3. Расчет основных параметров гидравлических и пневматических передач	374
В. ДЕТАЛИ ПЕРЕДАЧ	378
Глава 22. Валы и оси	—
§ 22.1. Основные определения и классификация валов и осей	—
§ 22.2. Материалы валов и осей	383
§ 22.3. Критерии работоспособности валов и осей. Методы ее повышения	—
§ 22.4. Проектный расчет и конструирование валов	385
§ 22.5. Поверочный расчет валов	387
§ 22.6. Расчет и конструирование осей	394
Глава 23. Подшипники скольжения	398
§ 23.1. Общие сведения, конструкции и классификация подшипников скольжения	—
§ 23.2. Материалы, применяемые для изготовления подшипников	402
§ 23.3. Режимы трения скольжения. Основы гидродинамической теории трения и смазки подшипников скольжения	404
§ 23.4. Расчет и выбор подшипников скольжения	407
§ 23.5. Конические и сферические опоры скольжения приборов	409
Глава 24. Подшипники качения	412
§ 24.1. Общие сведения	—
§ 24.2. Устройство подшипников качения и их классификация	413
§ 24.3. Материалы подшипников качения, нагрузки и причины потери их работоспособности	418
	511

§ 24.4. Теоретические основы расчета и выбора подшипников качения	420
§ 24.5. Методика расчета и выбора подшипников качения	422
§ 24.6. Подшипниковые узлы	425
§ 24.7. Смазка подшипников	428
§ 24.8. Уплотнительные устройства	429
Глава 25. Муфты	430
§ 25.1. Общие сведения и классификация	—
§ 25.2. Многодисковые сцепные муфты	434
Г. СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН	442
Глава 26. Заклепочные соединения	443
§ 26.1. Классификация и конструкции заклепочных швов	—
§ 26.2. Определение основных параметров заклепочных швов	446
Глава 27. Сварные соединения. Соединения с гарантированным натягом	449
§ 27.1. Сущность процесса и виды сварки	—
§ 27.2. Виды сварных соединений и факторы, влияющие на их прочность	451
§ 27.3. Расчет сварных швов	452
§ 27.4. Общие сведения о соединениях с гарантированным натягом	456
§ 27.5. Расчет прессового соединения	458
Глава 28. Резьбовые соединения	460
§ 28.1. Общие сведения и классификация резьбы	—
§ 28.2. Геометрические параметры и основные типы резьбы	—
§ 28.3. Основные формы конструкций резьбовых соединений и их классификация	464
§ 28.4. Устройства против самоотвинчивания резьбовых соединений	469
§ 28.5. Силы, действующие на резьбовые соединения	470
§ 28.6. Расчет болтовых соединений	472
§ 28.7. Расчет деталей передачи винт—гайка	478
Глава 29. Клиновые, шпоночные и зубчатые (шлицевые) соединения	484
§ 29.1. Клиновые соединения	—
§ 29.2. Соединения штифтами	487
§ 29.3. Шпоночные соединения	—
§ 29.4. Зубчатые (шлицевые) соединения	491
§ 29.5. Профильное (бесшпоночное) соединение	494
Глава 30. Основы теории машин-автоматов, промышленных роботов и манипуляторов	494
§ 30.1. Общие сведения. Машина-автомат, робот, автооператор и манипулятор, их определение и классификация	—
§ 30.2. Структура и свойства кинематических цепей механизмов манипуляторов и роботов	496
Список литературы	507