

С.А.Попов, Г.А.Тимофеев

**КУРСОВОЕ
ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПО ТЕОРИИ
МЕХАНИЗМОВ
И МЕХАНИКЕ
МАШИН**

Под редакцией
академика К. В. Фролова

**ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ**

Рекомендовано Министерством общего
и профессионального образования
Российской Федерации в качестве
учебного пособия для студентов высших
технических учебных заведений



Москва
«Высшая школа»
1998

УДК 621.01
ББК 34.41
П58

Рецензент

д-р техн. наук, проф. С. А. Мачихин (Московский государственный университет пищевых производств)

571767

Попов С. А., Тимофеев Г. А.

П 58 Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учеб. пособие для вузов/Под ред. К. В. Фролова.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Высш. шк., 1998. — 351с.: ил.

ISBN 5-06-003119-5

В книге изложены общие методы проектирования механизмов и основы механики машин и приборов различного назначения; расчеты даны с использованием аналитических и графических методов, приведена методика составления алгоритмов и применения стандартных подпрограмм вычислений на ЭВМ.

Второе издание 2-е — 1998 г. переработано в соответствии с новой программой подготовки бакалавров и магистров механических специальностям.

ISBN 5-06-003119-5 М. А. Попов, Г. А. Тимофеев, 1998



ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие написано применительно к общетехнической дисциплине «Теория механизмов и машин», предусматривающей изучение общих методов исследования и проектирования механизмов и общих вопросов механики машин. При выполнении проекта студент использует знания, которые он получил при изучении теоретической части дисциплины, выполнения лабораторных работ и домашних заданий, а также предшествующих общетехнических дисциплин: физики, математики, теоретической механики, программирования и алгоритмических языков.

В отличие от традиционного выполнения проекта с использованием в основном графических методов пособие ориентировано на применение современной вычислительной техники. Однако времени, отводимого учебными планами на самостоятельную работу студентов, недостаточно для того, чтобы каждый студент мог самостоятельно разработать алгоритм, программу вычислений параметров на ЭВМ и отладить ее. Поэтому в пособии использованы каталогизированные программы систем автоматизированных расчетов курсового проекта (САРКП). Доступ к этим материалам студент получает после изучения соответствующего теоретического материала курса, подтверждения необходимых знаний путем разработки необходимых алгоритмов расчетов в графической или аналитической форме, выполнения требуемого объема расчетов или контроля знаний с использованием технических средств обучения. Применение САРКП позволяет не только высвободить у студентов большой резерв времени, но и решать более сложные задачи: выбора оптимальных параметров механизмов и машин, получения числовых значений параметров с требуемой точностью и др.; прививает навыки использования прикладных программ вычислений на ЭВМ; способствует лучшему пониманию и усвоению материала курса. САРКП не является замкнутой системой, ее можно непрерывно расширять и совершенствовать, использовать новые, более совершенные методики обучения.

САРКП разработана коллективом кафедры Московского Государственного технического университета им. Н. Э. Баумана и применяется уже в течение длительного периода времени. Сложившаяся на кафедре методика выполнения курсовых проектов обеспечивает достаточно прочные знания у будущих инженеров-механиков.

Авторы признательны акад. К. В. Фролову и рецензенту проф. д-ру техн. наук С. А. Мачихину за критические замечания и пожелания, которые учтены при окончательной доработке учебного пособия.

Гл. 1 — 8 написаны С. А. Поповым, гл. 9 — Г. А. Тимофеевым.

Замечания и пожелания по улучшению книги просим направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-1, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы

Глава 1 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МАШИН

Создание современной машины требует от конструктора всестороннего анализа ее проекта. Конструкция должна удовлетворять многочисленным требованиям, которые находятся в противоречии. Например, минимальная динамическая нагруженность должна сочетаться с быстроходностью, достаточная надежность и долговечность должны обеспечиваться при минимальных габаритах и массе. Расходы на изготовление и эксплуатацию должны быть минимальными, но обеспечивающими достижение заданных параметров. Из допустимого множества решений конструктор выбирает компромиссное решение с определенным набором параметров и проводит сравнительную оценку различных вариантов. Числовых показателей эффективности решения, называемых критериями качества или целевой функцией, по которым следует оценивать конструкцию, обычно бывает несколько. Выделяют главные критерии, а вспомогательные показатели используют как ограничения, накладываемые на элементы решения. В настоящее время расчеты выполняют на ЭВМ, что позволяет оценить конструкцию по многим критериям качества и найти максимум показателя эффективности.

Единой системой конструкторской документации (ЕСКД) установлено пять стадий разработки документации на изделия всех отраслей промышленности: техническое задание, техническое предложение, эскизный проект, технический проект и разработка рабочей документации.

Выполнение этих стадий проектирования в сроки, ограниченные разумными пределами, немислимо без внедрения методов автоматизированного проектирования машин (САПР). В этой системе очень большую роль играют логическая постановка задачи, создание и изучение математических моделей проектируемых объектов, выбор и обоснование системных моделей, проведение вычислений на ЭВМ и анализ результатов с позиции оценки достижения заданной цели.

Возможность проведения расчетов связана с формализацией задач и связей, на основе которых можно разработать алгоритм и программу расчетов на ЭВМ. Автоматизированное проектирование предусматривает такое программное обеспечение ЭВМ, которое позволяет специалисту вести диалог с ЭВМ, анализиру-

вать и уточнять расчеты и результаты, полученные при выполнении предыдущих этапов. Только определив с помощью ЭВМ выраженные в точной количественной форме интегральные критерии достижения или улучшения заданных параметров машины и оценив различные варианты проекта, конструктор принимает решение о выборе конструкции машины с параметрами, которые при заданных условиях являются наилучшими или оптимальными.

Многовариантный характер инженерных решений в процессе конструирования машины требует достаточной детальной разработки методов расчета и методов принятия и реализации оптимальных решений. Подробное изучение методов обеспечения требований эффективности, качества и экономичности распределено в учебных планах вузов между общеинженерными и специальными учебными дисциплинами. Вопросы синтеза структурной и кинематической схем механизмов, компоновки механизмов и согласования их движения, силовой анализ механизма, определение закона движения механизма, обусловленного заданными силами, оценка виброактивности и виброзащиты механизмов, управление движением и ряд других вопросов изучаются в дисциплинах «Теория механизмов и машин», «Основы проектирования машин и механизмов» и др., имеющих иные названия в зависимости от специальности. Вопросы конструирования деталей и сборочных единиц, общей компоновки машины по условиям прочности, жесткости, виброустойчивости, виброактивности, износостойкости и технологичности изучаются в дисциплине «Детали машин» и в специальных дисциплинах.

В конструкторской подготовке инженеров особое место отводится вопросам технологичности проектируемых машин. Конструктивные решения должны подчиняться требованиям рациональных технологических процессов изготовления и сборки, обеспечения минимума производственных затрат при заданных параметрах и показателях эффективности проектируемой машины. Изделие, достаточно технологичное в единичном производстве, может быть малотехнологичным в массовом производстве и совершенно нетехнологичным в поточно-автоматизированном производстве. Ранее нетехнологичные конструкции могут стать вполне технологичными в условиях гибкого (переналаживаемого) автоматизированного производства (ГАП). ГАП, техническую основу которого составляют гибкие производственные системы (ГПС), т. е. оборудование с числовым программным управлением (ЧПУ), промышленные роботы и манипуляторы и вычислительная техника, позволяющее легко приспособлять производство к постоянно растущим нуждам народного хозяйства. Создание автономно функционирующего автоматизированного оборудования с ЧПУ, оснащенного устройствами загрузки заготовок и удаления обработанных деталей, подачи и замены

инструмента, удаления отходов обработки (гибкие производственные модули и гибкие комплексы), нахождение для конкретного производства наилучшего соотношения между производительностью и гибкостью технологического процесса требуют при своем решении ответов на многие вопросы. В числе ряда решений определенное место отводится и тем, которые могут быть получены с использованием основных методов исследования и проектирования механизмов и машин, изучаемых студентами в учебных дисциплинах «Теория механизмов и машин» (ТММ), «Основы проектирования механизмов и машин» (ОПМ 1) и других дисциплинах по механике машин.

1.2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Основная цель курсового проектирования — привить навыки использования общих методов проектирования и исследования механизмов для создания конкретных машин и приборов различного назначения. Студент должен научиться выполнять расчеты с использованием ЭВМ, применяя как аналитические, так и графические методы решения инженерных задач на разных этапах подготовки конструкторской документации.

Курсовое проектирование ставит задачи усвоения студентами определенных методик и навыков работы по следующим основным направлениям:

- оценка соответствия структурной схемы механизма основным условиям работы машины или прибора;

- проектирование структурной и кинематической схем рычажного механизма по заданным основным и дополнительным условиям;

- анализ режима движения механизма при действии заданных сил;

- силовой анализ механизма с учетом геометрии масс звеньев при движении их с ускорением;

- учет сил трения в кинематических парах и определение коэффициента полезного действия;

- проектирование зубчатых рядовых и планетарных механизмов;

- расчет оптимальной геометрии зубчатых зацеплений;

- проектирование механизмов с прерывистым движением выходного звена;

- разработка циклограмм и тактограмм для систем управления механизмами;

- уравновешивание механизмов с целью уменьшения динамических нагрузок на фундамент и уменьшения сил в кинематических парах;

защита механизмов и машин от механических колебаний;
определение мощности и выбор типа двигателя.

Задание на курсовое проектирование содержит название темы проекта, краткое описание назначения машины или прибора и функций их исполнительных органов и элементов, структурные схемы основных механизмов, схемы согласованности перемещений исполнительных органов (циклограммы, тактограммы), исходные данные.

Например, можно предложить следующие темы проектов:

проектирование и исследование механизмов технологической машины (металлорежущего станка и автомата, прессы, прокатного стана, брикетировочного автомата, машины кузнечно-прессового и литейного производства и т. п.);

проектирование и исследование механизмов для автоматизации и комплексной механизации процессов в машиностроении (шаговые транспортеры, автоматические линии, загрузочные устройства, подъемно-транспортные машины и т. п.);

проектирование и исследование механизмов транспортной машины (автомобиля, трактора и т. п.);

проектирование и исследование энергетической машины (теплого двигателя, механизмов гидро- и пневмомашин и т. п.);

проектирование и исследование механизмов летательных аппаратов (рулевые механизмы, механизмы шасси, приводы антенн, локационные устройства и т. п.);

проектирование и исследование механизмов приборов и средств автоматики.

При разработке комплексного задания на курсовой проект стремятся использовать наиболее характерные механизмы, при проектировании которых студент может усвоить важнейшие методики синтеза и анализа механизмов. Предпочтительнее отдается таким заданиям, которые содержат исходные данные на проектирование рычажного, зубчатого (в том числе планетарного) и кулачкового механизмов. Однако искусственное включение в задание механизмов, которые не используются в реальной машине, является нецелесообразным. В таких случаях необходимые навыки студент приобретает при выполнении дополнительных заданий, например при выполнении расчетов по синтезу только планетарной зубчатой передачи или только кулачкового механизма.

В качестве примера ниже рассмотрены два задания на курсовое проектирование механизмов технологических машин.

Задание № 1. Проектирование и исследование механизмов шагового транспортера. Шаговый транспортер (рис. 1.1) предназначен для перемещения заготовок на шаг в комплексе технологического оборудования. Заготовки 8 перемещаются по

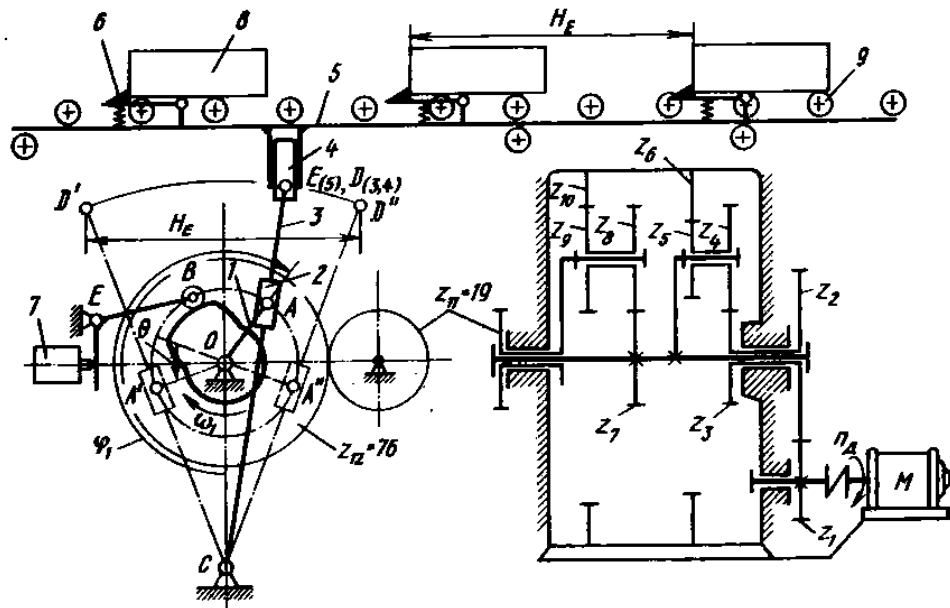


Рис. 1.1

направляющим с помощью штанги 5. Оси цилиндрических катков 9 неподвижны, а заготовки перемещаются с помощью подпружиненных захватов 6, шарнирно соединенных со штангой 5. Перемещение заготовок — одностороннее (на рис. 1.1 — слева направо). При рабочем ходе защелки захватывают заготовку и перемещают ее на величину одного шага H_E , при вспомогательном (обратном) ходе они перемещаются под заготовкой. Штанга транспортера получает движение от кулисно-ползунного механизма, состоящего из кривошипа 1, звена («камня») 2, кулисы 3 и звена («камня») 4. Кривошип 1 получает вращение от электродвигателя M через зубчатую передачу $z_1 - z_2$, четырехрядный планетарный редуктор $z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9, z_{10}$ и зубчатую передачу $z_{11} - z_{12}$.

Для управления работой устройств 8 зажима заготовок (на схеме не показаны) используется кулачковый механизм с вращающимся толкателем и переключателем 7. Кулачок закреплен на общем валу с кривошипом 1. Согласование работы кулисно-ползунного и кулачкового механизмов отображается циклограммой, показанной на рис. 1.2.

Для определения основных размеров кулисно-ползунного механизма используют следующие условия (табл. 1.1): шаг перемещения штанги H_E , среднюю скорость перемещения заготовок $v_{E,ср}$, коэффициент K , изменения средней скорости штанги, относительный размер λ стойки.

Длину штанги определяют в зависимости от числа перемещаемых заготовок по соотношению $l_5 = H_E(i + 3)$, где i — число заготовок на транспортере, перемещаемых за один ход.

При выборе привода, силовом расчете и расчете маховых масс учитывают влияние сил трения между штангой и направляющими и в опорах катков направляющих (заданы приведенные коэффициенты трения).

Из анализа исходных данных следует, что система механизмов работает в установившемся режиме. Числовые значения коэффициента δ неравномерности движения механизма приведены в табл. 1.1.

Частоту вращения n_1 (c^{-1}) кривошипа необходимо определить с учетом заданного шага H_E (м), средней скорости v_{Ecp} (м/с) движения заготовок в период рабочего хода и коэффициента K_v изменения средней скорости штанги:

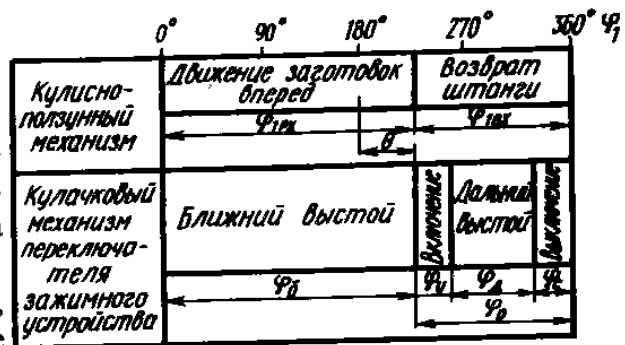


Рис. 1.2

Таблица 1.1. Исходные данные к заданию № 1

Наименование величины	Обозначение		Числовое значение для варианта				
	величины	единицы СИ	А	Б	В	Г	Д
Шаг перемещения штанги S	H_E	м	1,5	1,8	1,2	1,0	0,8
Средняя скорость перемещения заготовок	v_{Ecp}	м/с	0,09	0,075	0,085	0,09	0,10
Коэффициент изменения средней скорости штанги	K_v	—	1,5	1,3	1,6	1,7	1,6
Частота вращения электродвигателя	n_d	c^{-1}	16,5	15,8	16,4	24,0	24,3
Число заготовок, перемещаемых за один ход	i	шт.	10	8	6	10	8
Масса одной заготовки	m_3	кг	50	60	100	70	70
Линейная плотность штанги	ρ_{15}	кг/м	30	20	25	30	35
Относительный размер стойки $l_{oc}/l_{pc} = l_6/l_3 = \lambda$	λ	—	0,50	0,60	0,65	0,55	0,70
Приведенный коэффициент трения при движении заготовок по направляющим	$f_{T,3}$	—	0,08	0,10	0,09	0,11	0,12

Продолжение табл. 1.1.

Наименование величины	Обозначение		Числовое значение для варианта				
	веля- чины	едини- цы СИ	А	Б	В	Г	Д
Приведенный коэффициент трения штанги по направляющим	$f_{т.ш}$	—	0,10	0,11	0,10	0,08	0,09
Маховой момент ротора электродвигателя	mD_p^2	кг·м ²	0,10	0,15	0,12	0,08	0,06
Маховой момент вращающихся звеньев привода, приведенный к выходному валу редуктора	$mD_{ш}^2$	»	200	300	250	400	500
Коэффициент неравномерности движения механизма	δ	—	0,05	0,08	0,07	0,08	0,10
Линейная плотность кулисы	ρl_3	кг/м	15	10	12	15	17
Параметры кулачкового механизма:							
фазовые углы при удалении и сближении	$\varphi_у = \varphi_с$	град	40	50	60	60	50
длина толкателя	l_{BE}	м	0,10	0,12	0,15	0,08	0,09
угол поворота толкателя	β_{BE}	град	15	20	25	20	25
допускаемый угол давления	$\gamma_{доп}$	»	30	35	30	28	35
Параметры зубчатой передачи:							
межосевое расстояние	a_w	мм	150	150	150	150	150
модуль	m	»	8	8	8	8	8
число зубьев шестерни	z_1	—	12	14	13	15	16
сумма чисел зубьев	z_c	—	36	36	36	36	36
Число спутников в одном ряду планетарного редуктора	k	—	3	3	3	3	3

продолжительность $t_{р.х}$ и $t_{в.х}$ рабочего и вспомогательного ходов (с)

$$t_{р.х} = H_E / v_{Ecp}; \quad t_{в.х} = H_E / (v_{Ecp} K_v),$$

время цикла (с)

$$T_{\pi} = t_{р.х} + t_{в.х} = \frac{H_E}{v_{Ecp}} + \frac{H_E}{v_{Ecp} K_v} = \frac{H_E}{v_{Ecp}} \left(1 + \frac{1}{K_v} \right),$$

следовательно,

$$n_1 = \frac{1}{T_{\pi}} = \frac{K_v v_{Ecp}}{(K_v + 1) H_E}.$$

Исходные данные содержат достаточную информацию для определения размеров звеньев кулисного механизма, если предварительно определить угол перекрытия (см. рис. 1.1) по заданному коэффициенту K_v :

$$\theta = \varphi_{р.х} - 180^\circ = 180^\circ \frac{K_v - 1}{K_v + 1}; \quad l_3 = \frac{2H_E}{\sin 0,5\theta}; \quad l_6 = \lambda l_3; \quad l_m = l_5 = H_E(i + 3).$$

Таблица 1.2. Исходные данные к заданию № 2

Наименование величины	Обозначение		Числовые значения для вариантов				
	величины	единицы СИ	А	Б	В	Г	Д
Перемещение ползуна 5 за один ход	$H_F = H_5$	м	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Соотношение между размерами кулисы 3 в предельных положениях и коромысла CB (рис. 1.3, а) $\lambda_3 = CD'/CB = CD''/CB$	λ_3	—	1	1	1	1	1
Конструктивный угол между осью CD кулисы 3 и осью коромысла CB	γ	град	60	45	60	30	45
Относительные размеры звеньев: ползуна 5 — $\lambda_5 = FL/H_5$	λ_5	—	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
штока 2 — $\lambda_2 = (AB)_{\min}/H_5$	λ_2	—	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
цилиндра — $\lambda_1 = (AB)_{\min}/AK$	λ_1	—	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
Допускаемый угол давления в рычажном механизме	ψ_1	град	30	35	25	30	35
Масса заготовки	m_3	кг	50	60	70	55	65
» ползуна 5	m_5	»	7	8	10	8	7
» штока 2	m_2	»	5	5	5	5	6
» цилиндра	m_1	»	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
Момент инерции кулисы 3 относительно оси вращения C	J_{3C}	кг·м ²	3,2	3,0	3,5	4,0	4,5
Коэффициент трения ползуна 5 в направляющих	f	—	0,15	0,12	0,15	0,12	0,15
Жесткость возвратной пружины	c	Н/м	200	200	200	200	200
Диаметр пневмоцилиндра	$d_{\text{п}}$	м	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Частота вращения электродвигателя	n_3	с ⁻¹	24	24	24	24	24
Угловая координата кулисы для силового расчета	φ_3	град	20	35	20	50	35
Угол поворота толкателя 10	β_{max}	»	25	20	25	20	25
Длина толкателя 10	l_{10}	м	0,030	0,025	0,020	0,035	0,030
Фазовый угол удаления толкателя	φ_y	»	120	100	90	100	90
Фазовый угол дальнего стояния толкателя	φ_d	»	120	120	120	120	120
Фазовый угол сближения толкателя	φ_c	»	120	100	90	100	90
Допускаемый угол давления в кулачковом механизме	$\psi_{\text{доп}}$	»	30	25	28	25	30
Частота вращения кулачка	n_{11}	с ⁻¹	1	1	1	1	1
Передаточное отношение зубчатой передачи z_{18}, z_{19}	u_{18-19}	—	2	1,54	1,36	1,5	2,2
Число зубьев колеса 18	z_{18}	—	12	13	14	12	10
Модуль зубчатых колес z_{18}, z_{19}	m	—	3	3	3	3	3

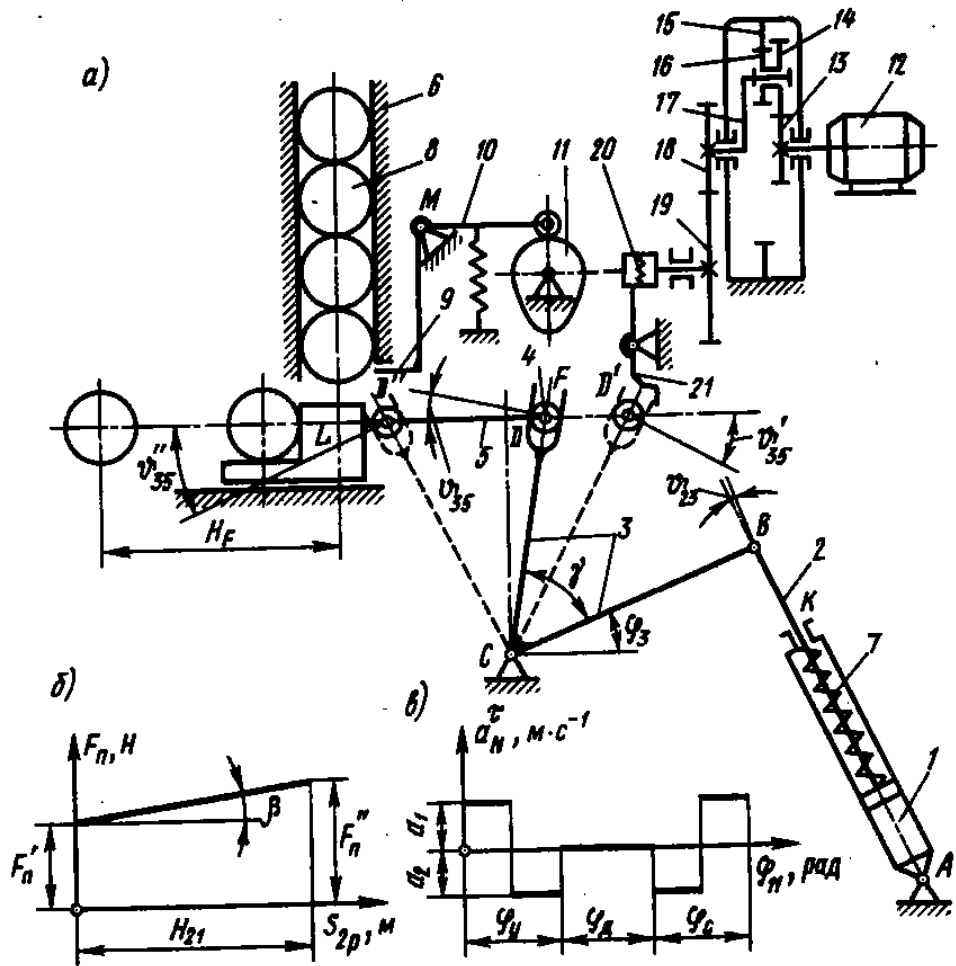


Рис. 1.3

После определения размеров звеньев можно найти массы звеньев, так как заданы линейные плотности ρ_B и ρ_B штанги и кулисы. Центры масс располагаются посередине длины соответствующих звеньев. По формуле $J_{3C} = \rho_B l_3^2 / 3$ можно определить моменты инерции кулисы 3 относительно оси ее качания C . Для деталей привода (ротор двигателя, зубчатые колеса, валы, муфты) заданы маховые моменты $m_i D_i^2$, которые связаны с моментом инерции J_i соответствующего вращающегося звена соотношением $J_i = 0,25 m_i D_i^2$, где m_i — масса звена; D_i — диаметр инерции звена.

При синтезе планетарного механизма исходная информация

недостаточна для получения единственного варианта решения, т. е. требуемое передаточное отношение планетарного редуктора можно обеспечить несколькими вариантами решений. Студент имеет возможность познакомиться с методикой выбора кинематической схемы планетарного редуктора с учетом дополнительных ограничений (см. § 7.3).

Аналогичную постановку о выборе оптимального решения предусматривает и задача об определении размеров кулачкового механизма: исходные данные не содержат исчерпывающей информации для выбора единственного варианта решения. Надо найти область дозволённых решений по заданным условиям, учитывая ограничение по углу давления, а затем принять решение о назначении габаритных размеров. Только после этого можно рассчитывать координаты профиля кулачка.

Задание № 2. Проектирование и исследование механизмов подачи заготовок в рабочую зону технологической машины. Устройство (рис. 1.3, а) предназначено для дискретной подачи заготовок 8 из накопителя 6 в рабочую зону технологической машины с помощью ползуна 5. Поступательное движение ползуна 5 с роликком 4 на длину хода H_F осуществляется от пневмоцилиндра 1 с помощью штока 2 и кулисы 3. Вспомогательный (обратный) ход механизма в исходное положение происходит под действием пружины 7, механическая характеристика которой приведена на рис. 1.3, б.

Задержка заготовок 8 в накопителе 6 производится отсекателем 9, жестко связанным с вращающимся толкателем 10 кулачкового механизма. Кулачок 11 получает движение от электродвигателя 12 через планетарный редуктор с колесами 13, 14, 15, 16 и водилом 17, через зубчатую передачу 18 — 19 и однооборотную муфту 20. Срабатывание муфты при нажиме кулисы 3 на рычаг 21 вызывает поворот кулачка 11 только на один оборот (2π). График (a_N^i, φ_{11}) зависимости ускорения толкателя 10 от угла поворота кулачка показан на рис. 1.3, в. Устройство работает в режиме пуск-останов.

При определении размеров звеньев и значений сил, действующих на звенья механизма, используют исходные данные, приведенные в табл. 1.2.

Давление в полости пневмоцилиндра рассчитывается из условия двукратного превышения момента сил давления воздуха в пневмоцилиндре относительно оси C над суммой момента сил трения в направляющих и момента сил упругости пружины F_n'' в конце рабочего хода H_{21} относительно той же оси C .

Сила сжатия F_n' пружины в начале рабочего хода определяется из условия двукратного превышения момента $M_C(F_n')$ сил

упругости пружины относительно оси C над моментом $M_C(F_{T56})$ сил трения ($F_{T56} = fm_5g$) в направляющих звена 5 в конце вспомогательного хода.

Эти условия для пружины определяются соотношениями

$$F_n = \frac{2m_5 g f l_{D'C} \cos \psi'_{35}}{l_{BC} \cos \psi'_{23}}; F_n'' = F_n' + cH_{21};$$

для пневмоцилиндра —

$$p \frac{\pi d_n^2}{4} l_{BC} \cos \psi'_{23} = 2(m_5 + m_3) g f l_{D'C} \cos \psi''_{35} + F_n'' l_{BC} \cos \psi''_{23},$$

где ψ'_{35} , ψ''_{35} ; ψ'_{23} , ψ''_{23} — углы давления при передаче сил между звеньями 3 и 5, 2 и 3 в начале и конце рабочего хода штока 2, град; c — жесткость пружины, Н/м; H_{21} — ход штока 2 в пневмоцилиндре, м; p — давление в пневмоцилиндре, Па; f — коэффициент трения; $g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения; m_5 — масса ползуна 5, кг; m_3 — масса заготовки, кг; d_n — диаметр пневмоцилиндра, м; $l_{D'C}$, $l_{D'C}$, l_{BC} — расстояния между соответствующими точками в начале и конце рабочего хода штока 2.

При проектировании механизма принимают следующие соотношения и условия:

1. Ход H_{21} штока 2 в пневмоцилиндре 1 равен перемещению H_F ползуна 5, а длина штока в 1,1 раза больше длины цилиндра.

2. Центр масс S_3 звена 3 расположен на оси вращения C . Центры масс S_1 , S_2 , S_3 звеньев 1, 2 и 5 расположены посредине длины звеньев.

3. Моменты инерции звеньев относительно оси, проходящей через центр масс S ,

$$J_{Si} = m_i l_i^2 / 12,$$

где m_i — масса i -го звена, кг; l_i — длина i -го звена, м.

4. Длина толкателя 10 кулачкового механизма

$$l_{MN} = 0,3 l_{BC}.$$

В отличие от задания № 1 задание № 2 ориентировано на усвоение методики проектирования механизмов, работающих в переходном режиме. Этот режим характерен для многих технологических машин, в том числе для промышленных роботов.

Применены два источника движения: для рабочего хода — пневмодвигатель, для вспомогательного хода (возврат в исходное положение) — сила упругости пружины, которая сжимается во время рабочего хода.

Режим работы — с ударами, во время которых накопленная

кинетическая энергия поглощается амортизирующими элементами. При проектировании рычажного механизма студент сталкивается с тем, что объем начальной информации в исходных данных оказывается недостаточным. Поэтому определяются границы области дозволённых решений для назначения размеров механизма по критерию угла давления.

При расчете характеристик сил, приложенных к механизму, студент использует сведения о работе пневмоцилиндра и его размерах, о жесткости пружины.

В результате определения параметров динамической модели механизма имеется возможность получить конкретные данные об изменении скоростей и ускорений звеньев и точек при работе в реальных условиях, определить силы в кинематических парах, необходимые для выбора подшипников, расчета звеньев на прочность и жесткость, прогнозирования износа, надежности и долговечности устройства.

Следовательно, отличительные особенности задания на проект таковы:

рассматривается система механизмов, состоящая из привода, исполнительных звеньев, промежуточных и вспомогательных механизмов и предназначенная для функционирования в определенных условиях;

определен режим функционирования системы: установившийся цикл; переходный (торможение, разгон, пуск-останов);

заданы структурные или кинематические схемы основных механизмов и указаны условия, которые следует учитывать при проектировании; предусматривается многовариантность процесса проектирования, приобщение студента к выбору оптимальных решений;

заданы характеристики привода, характеристики рабочих процессов, номинальные и допустимые скорости (производительность), рабочие нагрузки;

даны указания о расчете моментов инерции и масс звеньев на стадии эскизного проекта (до конструирования узлов деталей), а также указания для разработки циклограмм, отражающих согласованность перемещений исполнительных органов машины;

задаются дополнительные сведения для проектирования отдельных функциональных механизмов (параметры производящего контура, передаточные отношения, количество сателлитов в планетарном редукторе и т. д.).

1.3. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ КУРСОВОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Учебные планы вузов в зависимости от профиля и специальности студентов предусматривают несколько вариантов распределения числа часов, отводимых на изучение дисциплины. Предпочтительным является вариант, при котором изучение

теоретических основ сосредоточено в одном или двух семестрах с последующим выполненном курсового проекта или курсовой работы.

Настоящее учебное пособие ориентировано на определенную последовательность изложения теории, что определяет и рекомендуемую последовательность работы над курсовым проектом. Предлагается такая последовательность изучения основных разделов дисциплины: задачи и методы курса; основы строения механизмов и машин; кинематические характеристики механизмов; исследование движения механизма под действием заданных сил; силовой расчет механизмов; уравнивание механизмов; виброактивность механизмов и методы виброзащиты; трение в механизмах; изнашивание элементов кинематических пар и режимы смазки; влияние упругости звеньев на движение механизма; проектирование кинематических схем рычажных механизмов и механизмов промышленных роботов; основы синтеза механизмов с высшими парами; проектирование зубчатых передач; проектирование планетарных и волновых зубчатых механизмов; проектирование кулачковых механизмов и механизмов с остановами выходного звена; управление движением системы механизмов и управляемых кинематических цепей промышленных роботов и манипуляторов.

В связи с тем что объем курсового проекта ограничен (4 — 5 листов), считается, что в проекте должны разрабатываться следующие вопросы:

Первый лист проекта.

1. Проектирование структурной и кинематической схем рычажного механизма и определение кинематических передаточных функций скорости выходного и промежуточных звеньев.

2. Определение закона движения входного звена механизма под действием сил, заданных их характеристиками для установившегося и переходного режимов работы (включая выбор двигателя).

Второй лист проекта.

3. Определение сил в кинематических парах механизма с учетом геометрии масс звеньев и их ускоренного движения.

Третий лист проекта.

4. Проектирование зубчатых передаточных механизмов, включая расчет геометрии зацепления, и синтез планетарных и волновых зубчатых механизмов.

Четвертый лист проекта.

5. Разработка циклограмм и тактограмм системы механизмов и проектирование кулачкового механизма.

Содержание основных этапов работы студента над курсовым проектом:

1. Проектирование рычажного механизма.

- 1.1. Исходные данные для проектирования.
- 1.2. Анализ влияния параметров кинематической схемы механизма на целевую направленность синтеза.
- 1.3. Выбор метода решения задачи синтеза механизма по заданным условиям и ограничениям.
- 1.4. Разработка алгоритма синтеза механизма. Расчет основных размеров звеньев аналитическим методом с использованием ЭВМ или определение их графическим методом.
- 1.5. Вычерчивание кинематической схемы в выбранном масштабе длины.
- 1.6. Проверка выполнения условий синтеза. Разбивка траекторий точек звеньев на позиции, соответствующие положениям $1...N$ входного звена.

2. Определение движения механизма под действием заданных сил

- 2.1. Исходные данные для расчета: схема механизма и размеры звеньев: массы, моменты инерции звеньев, положения центров масс; графики внешних нагрузок (сил сопротивления, сил трения, движущих сил); дополнительные данные и указания о режиме работы и выборе двигателя.
- 2.2. Выбор динамической модели для расчета. Формулирование условий перехода от реального механизма к модели.
- 2.3. Разработка алгоритма для определения кинематических характеристик механизма, составление программы вычислений на ЭВМ или при использовании графического метода построение планов возможных скоростей точек и звеньев механизма.
- 2.4. Разработка алгоритма для определения параметров динамической модели механизма; составление программы вычислений на ЭВМ, использование пакета прикладных программ, проведение вычислений на ЭВМ.
- 2.5. Приведение сил и пар сил к оси вращения входного звена механизма (к звену приведения динамической модели). Построение графика $M_{\Sigma}^{\text{пр}}(\varphi_M)$.
- 2.6. Приведение масс и моментов инерции звеньев к оси вращения входного звена механизма (к звену приведения динамической модели). Построение графиков $J_{\Sigma}^{\text{пр}}(\varphi_M)$.
- 2.7.1. Установившееся движение механизма.
- 2.7.2. Переходный режим (разгон, торможение, пуск — останов).
- 2.8.1. Построение графиков кинетической энергии звена приведения динамической модели (T_{Σ} , T_v , $T_{\text{тр}}$) в функции обобщенной координаты φ_M .
- 2.8.2. Построение графика угловой скорости звена приведения динамической модели в функции обобщенной координаты φ_M .
- 2.9.1. Расчет маховых масс, обеспечивающих движение с заданным коэффициентом неравномерности движения механизма.
- 2.9.2. Определение закона движения механизма. Построение графика времени движения механизма.
- 2.10.1. Построение графика угловой скорости входного звена механизма.
- 2.10.2. Определение продолжительности переходного режима работы.
- 2.11. Определение углового ускорения $\varepsilon_1 = \varepsilon_M$ входного звена механизма (звена приведения динамической модели). Построение графика $\varepsilon_M(\varphi_M)$.

3. Силовой расчет основного механизма

- 3.1. Исходные данные для расчета: положение механизма (значения угловой координаты φ_1); внешние нагрузки, действующие на механизм; закон движения входного звена механизма: $\omega_1(t)$, $\varepsilon_1(t)$.

- 3.2. Построение положений звеньев механизма в заданной позиции входного звена механизма.
- 3.3. Построение плана ускорений. Определение ускорений центров масс и угловых ускорений звеньев или разработка алгоритма и составление программы вычислений на ЭВМ.
- 3.4. Анализ картины сил, действующих на звенья механизма. Определение главных векторов и главных моментов сил инерции графическим методом или с использованием ЭВМ.
- 3.5. Составление уравнений кинестатики. Решение системы уравнений кинестатики геометрическим или аналитическим способами или с использованием ЭВМ.
- 3.6. Оценка точности силового расчета и определение погрешностей при графических вычислениях.
- 3.7. Построение годографов сил, действующих в кинематических парах механизма за цикл установившегося движения механизма по выходным данным, полученным на ЭВМ.
- 3.8. Расчет износа наиболее ответственных сопряжений (направляющих, подшипников скольжения) с использованием пакета прикладных программ.
4. Проектирование зубчатой передачи и планетарного редуктора
- 4.1. Исходные данные для расчета зубчатой передачи.
- 4.1.1. Параметры исходного производящего контура: α , h_a^* , c^* , m .
- 4.1.2. Модуль m ; число зубьев z_1 , z_2 ; угол наклона зуба β .
- 4.1.3. Межосевое расстояние a_w ; передаточное отношение $u_{1,2} = z_2/z_1$; сумма чисел зубьев $z_c = z_1 + z_2$.
- 4.2.1. Выбор коэффициентов x_1 и x_2 смещения исходного контура.
- 4.2.2. Расчет угла α_w зацепления и коэффициента x_Σ суммы смещений.
- 4.3. Выбор варианта расчета:
- 1) использование рекомендаций ГОСТа;
 - 2) использование блокирующих контуров;
 - 3) применение ЭВМ для вычисления массива качественных показателей передачи и выбор параметров передачи по заданным ограничениям.
- 4.3.1. Расчет угла α_w зацепления, воспринимаемого смещения u_m и межосевого расстояния a_w .
- 4.3.2. Разбивка коэффициента x_Σ суммы смещений, выбор коэффициентов x_1 и x_2 смещения и определение воспринимаемого смещения u_m .
- 4.4. Расчет основных параметров зубчатых колес.
- 4.5. Расчет измерительных размеров зуба для контроля.
- 4.6. Проверка качественных показателей передачи по геометрическим критериям.
- 4.7. Расчет геометрических параметров зубчатых передач и зубчатых колес, приводимых на рабочих чертежах и схемах зацепления.
- 4.8. Построение станочного зацепления исходного производящего контура с пестерней z_1 . (Профилирование боковой поверхности зуба.)
- 4.9. Построение схемы рабочего зацепления пестерни z_1 и колеса z_2 .
- 4.10. Исходные данные для расчета планетарного редуктора.
- 4.11. Определение требуемого передаточного отношения планетарного редуктора по кинематической схеме привода машины.
- 4.12. Составление исходных уравнений, связывающих число зубьев с заданным передаточным отношением, условиями соосности, сборки и соседства. Выбор числа зубьев с использованием микрокалькуляторов, разработка алгоритма и программы решения задачи на ЭВМ или использование пакета прикладных программ.
- 4.13. Вычерчивание кинематической схемы редуктора в масштабе и проверка ее на заданные ограничения.

4.14. Кинематический анализ редуктора. Построение графиков линейных и угловых скоростей и частоты вращения звеньев редуктора.

5. Проектирование кулачкового механизма

5.1. Исходные данные для расчета.

5.2. Разработка циклограммы или тактограммы машины. Построение графиков ускорения, скорости и перемещения ведомого звена в зависимости от угла поворота кулачка.

5.3. Построение графиков $(v_t/\omega_t, s_t)$ или $(v_B/\omega_B, s_B)$ и нахождение области дозволённых положений оси вращения кулачка, в которой $v^* \leq v_{\text{доп}}^*$.

5.4. Определение основных размеров кулачкового механизма графическим способом или с использованием ЭВМ.

5.5. Определение координат центрового и конструктивного профилей кулачка графическим или аналитическим методом с использованием ЭВМ.

5.6. Построение графика углов давления $\psi^* = \psi^*(\varphi_*)$ и проверка выполнения ограничения $\psi^* \leq \psi_{\text{доп}}^*$.

1.4. ЕДИНИЦЫ СИ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Буквенные обозначения основных величин, используемых в дисциплине «Теория механизмов и машин», приведены в Приложении IV. Все расчеты в проекте должны быть выполнены в единицах СИ, наименования, обозначения и правила применения которых установлены ГОСТ 8.417 — 81 (СТ СЭВ 1052 — 78) «Единицы физических величин», введенным в действие с 1 января 1982 г.

Величины, выраженные в единицах устаревших систем, необходимо перевести в СИ умножением на пересчетный коэффициент (табл. 1.3): например, сила $F = 78,35$ кгс (кгс — единица силы в системе МКГСС) в СИ должна быть выражена в ньютонах, значит

$$F = 78,35 \cdot 9,81 = 768,4 \text{ Н.}$$

При переводе необходимо сохранять точность прежнего значения величины. Для этого необходимо полученный результат округлить до такого числа значащих цифр, сколько их было в заданном значении величины.

Важнейшие характеристики физической величины X : значение, т. е. оценка величины, выраженная произведением отвлеченного числа $\{X\}$ на принятую для данной физической величины единицу $[X]$: $X = \{X\} \cdot [X]$; размерность — $\dim X$ — связь данной величины с величинами, принятыми за основные в системе СИ.

Для механики приняты три основные системные величины: длина l , масса m и время t . Для этих величин условно приняты следующие размерности: $\dim l = L$; $\dim m = M$; $\dim t = T$. Употреблять термин «размерность» вместо терминов «единица физической величины» или «обозначение единицы» неправильно. Например: правильно выражение: «единица скорости — метр в секунду

Таблица 1.3. Размерности и единицы СИ механических величин

Физическая величина		Единица СИ		Пересчетный коэффициент (при переходе к единицам СИ)
наименование	размерность	обозначение	наименование	
Длина	L	l	метр	м
Масса	M	m	килограмм	кг
Время	T	t	секунда	с
Угол плоский	1	$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \vartheta, \varphi, \psi$	радиан	рад
Площадь	L ²	A, S	квадратный метр	м ²
Перемещение точки	L	s	метр	м
Скорость (линейная)	LT ⁻¹	v	метр в секунду	м/с
Ускорение (линейное)	LT ⁻²	a	метр на секунду в квадрате	м/с ²
Угловая скорость	T ⁻¹	ω	радиан на секунду	рад/с
Угловое ускорение	T ⁻²	ε, α	радиан на секунду в квадрате	рад/с ²
Период	T	T	секунда	с
Частота периодического процесса	T ⁻¹	ν, f	герц	Гц
Частота вращения	»	n	секунда в минус первой степени	с ⁻¹
Угловая частота	»	ω	радиан	»
Частота дискретных событий (ударов, подов, импульсов)	»	n	»	»

9,81 (кгс·с²/м→кг)

60 (мин→с)

1,75·10⁻² (град→рад)1,67·10⁻² (м/мин→м/с)1,67·10⁻² (об/мин→об/с)

Продолжение Таблицы 1.3. Размерности в единицах СИ механических величин

Физическая величина		Единица СИ		Пересчетный коэффициент (при переходе к единицам СИ)
наименование	размерность	наименование	обозначение	
Плотность (плотность массы)	$L^{-3}M$	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	—
Линейная плотность	$L^{-1}M$	килограмм на метр	$кг/м$	—
Момент инерции	L^2M	килограмм-метр в квадрате	$кг \cdot м^2$	$9,81 \approx 10$ ($кгс \cdot м \cdot с^2 \rightarrow кг \cdot м^2$)
Сила	$LM T^{-2}$	ньютон	$Н$ ($кг \cdot м/с^2$)	$9,81 \approx 10$ ($кгс \rightarrow Н$)
Вес	»	»	»	$9,81 \approx 10$ ($кгс \rightarrow Н$)
Момент силы	L^2MT^{-2}	ньютон-метр	$Н \cdot м$	$9,81 \approx 10$ ($кгс \cdot м \rightarrow Н \cdot м$)
Вращающий момент, момент пары сил	»	»	»	$9,81 \approx 10$ ($кгс \cdot м \rightarrow Н \cdot м$)
Давление	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	$Па$ ($Н/м^2$)	$0,981 \cdot 10^5$ ($ат \rightarrow Па$) $0,0981 \approx 0,1$ ($ат \rightarrow МПа$; $кгс/см^2 \rightarrow МПа$)
Работа	L^2MT^{-2}	джоуль	$Дж$ ($Н \cdot м$)	$9,81$ ($кгс \cdot м \rightarrow Дж$)
Энергия	»	»	»	—
Потенциальная энергия	»	»	»	—
Кинетическая энергия	»	»	»	—
Мощность	L^2MT^{-3}	ватт	$Вт$ ($Дж/с$)	$0,735$ ($л. с. \rightarrow кВт$)
Маховой момент	L^2M	килограмм-метр в квадрате	$кг \cdot м^2$	1 ($кгс \cdot м^2 \rightarrow кг \cdot м^2$)

(м/с)», а выраженные: «размерность скорости — метр в секунду» является неправильным.

Основными единицами СИ для механики приняты: единица длины — метр (м), единица массы — килограмм (кг), единица времени — секунда (с).

Дополнительными единицами СИ являются: радиан — единица плоского угла СИ и стерадиан — единица телесного угла СИ.

Производные единицы СИ образуются из основных, дополнительных и ранее образованных производных единиц СИ.

Нельзя использовать устаревшие наименования физических величин, например:

<i>Современное наименование</i>	<i>Устаревшее наименование</i>
Частота вращения вала	Число оборотов вала в единицу времени
Частота ударов (импульсов)	Число ударов (импульсов) в единицу времени
Ускорение свободного падения	Ускорение силы тяжести
Давление	Абсолютное давление
Подача (объемная) насоса	Производительность насоса

Для образования когерентных единиц СИ используют уравнения связи между величинами, называемые *определяющими уравнениями*.

Например, для давления определяющее уравнение $p = F/S$, где p — давление, вызванное силой F , равномерно распределенной по поверхности, площадь которой равна S . Размерность давления: $\dim p = \dim F / \dim S = \text{LMT}^{-2} / \text{L}^2 = \text{L}^{-1} \text{MT}^{-2}$. Единица давления СИ: $[p] = [F]/[S] = 1 \text{ Н} / 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$. Этой единице давления СИ присвоено специальное название — паскаль (Па).

Угловая скорость и частота вращения имеют одинаковую размерность (T^{-1}), но разные единицы измерения: угловая скорость $[\omega] = 1 \text{ рад/с}$, частота вращения $[n] = 1 \text{ с}^{-1}$, угловая частота $[\omega] = 1 \text{ с}^{-1}$; следовательно, по единице физической величины иногда нельзя судить о самой величине.

Единицу, в целое число раз большую системной или внесистемной единицы, называют *кратной*, например киловатт (10^3 Вт), минута (60 с), мегапаскаль (10^6 Па). Единицу, в целое число раз меньшую системной или внесистемной единицы, называют *дольной*, например миллиметр (10^{-3} м).

При практическом использовании единицы СИ могут оказаться слишком большими или слишком малыми. Поэтому разрешается в таких случаях использовать кратные и дольные единицы, которые образуют с помощью особых приставок.

При выполнении курсовых проектов обычно используют следующие приставки и их обозначения (даны в скобках): 10^3 — кило (к); 10^6 — мега (М); 10^{-3} — милли (м); 10^{-6} — микро (мк). При расчетах рекомендуется все величины выражать в единицах СИ, заменяя приставки степенями числа 10, а десятичные крат-

ные или дольные единицы подставлять только в конечный результат.

Масштабы и масштабные коэффициенты. Отношение длины отрезка на чертеже (схеме, графике) в миллиметрах, изображающего какую-либо физическую величину, к значению величины в принятых единицах называют *масштабом* и обозначают греческой буквой μ с соответствующим индексом:

$$\text{масштаб длины } \mu_l = \frac{\text{длина отрезка на чертеже, мм}}{\text{значение длины, м}}, \text{ или } [\mu_l] = \text{мм/м};$$

данное выражение читается так: единицей масштаба длины является отношение мм/м;

$$\text{масштаб силы } \mu_F = \frac{\text{длина отрезка на чертеже, мм}}{\text{значение силы, Н}}, [\mu_F] = \text{мм/Н} —$$

единицей масштаба сил является отношение мм/Н;

$$\text{масштаб энергии } \mu_T = \frac{\text{длина отрезка на чертеже, мм}}{\text{значение энергии, Дж}}, [\mu_T] = \text{мм/Дж} — \text{единицей масштаба энергии является отношение мм/Дж.}$$

Величина, обратная масштабу, т. е. отношение значения физической величины в единицах СИ к длине отрезка в мм, изображающего эту величину на схеме, графике, называется *масштабным коэффициентом* и обозначается латинской буквой K с соответствующим индексом. Например, масштабный коэффициент длины

$$K_l = \frac{\text{значение длины, м}}{\text{длина отрезка на чертеже, мм}}, \text{ или } [K_l] = \text{м/мм};$$

масштабный коэффициент сил

$$K_F = \frac{\text{значение силы, Н}}{\text{длина отрезка на чертеже, мм}}, \text{ или } [K_F] = \text{Н/мм.}$$

В данном учебном пособии используются масштабы. При увеличении длины отрезков на чертеже увеличиваются и значения масштабов. При пользовании устаревшей системой масштабных коэффициентов следует иметь в виду, что чем больше значение масштабного коэффициента, тем меньше отрезок на чертеже.

Числовые значения масштаба указывают для тех графиков, которые непосредственно используются для графических расчетов, например $\mu_F = 0,001 \text{ мм/Н}$; $\mu_J = 25 \text{ мм/(кг} \cdot \text{м}^2)$; $\mu_A = 19 \text{ мм/Дж}$.

1.5. ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ РАСЧЕТОВ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ

Система автоматизированных расчетов курсового проекта (САРКП) по теории механизмов разработана как система, обладающая достаточно развитым аппаратом диалога и обеспечивающая: удобный, понятный и простой диалог; простой ввод исходных данных с возможностью исправления ошибок ввода; быструю и удобную корректировку исходных данных; контроль знаний студента по разделам курса, связанным с использованием программ вычислений.

Такие требования вызваны тем, что далеко не все студенты (в дальнейшем условно называемые пользователями САРКП) хорошо знают основы программирования. Поэтому САРКП могут применять даже те пользователи, у которых пока нет прочных и глубоких знаний программирования или какой-либо специальной подготовки для работы с системой. Требуется одно обязательное условие: знать основные положения и методики курса теории механизмов.

Это позволяет преодолеть психологический барьер, который возникает при первом общении с машиной, и сконцентрировать все основное внимание пользователя САРКП на выполнение проекта ТММ, а не на изучение какого-либо языка программирования.

Под *проектом* понимают совокупность проектных документов, выполненных в заданной форме в соответствии с установленным перечнем, необходимых для создания в заданных условиях объекта проектирования с заданными характеристиками, свойствами, взаимодействием между его частями.

Задания по проектированию — это описание объекта проектирования в заданной форме, содержащее необходимую для проектирования информацию о назначении объекта, его действии и основных его параметрах.

Проектные процедуры при выполнении процесса проектирования содержат совокупность алгоритмов и проектных операций, в том числе и типовых проектных решений. Эти проектные процедуры могут выполняться либо как неавтоматизированные, либо с использованием систем автоматизированного проектирования (САПР). Совокупность предписаний, необходимых для выполнения проектирования, называют *алгоритмом функционирования САПР*. Автоматизированное проектирование (АП) имеет техническое, математическое, программное, информационное, методическое и организационное обеспечение. В рамках проекта по ОПМ1 наибольшее внимание уделяется математическому обеспечению АП — совокупности математических моделей и алгоритмов проектирования, представленных в заданной форме, и программному обеспечению АП — совокупности машинных

программ, представленных в заданной форме. Информационное обеспечение АП содержит совокупность сведений, необходимых пользователю САПР.

Такой подход позволяет создать программу, готовую к выполнению, и хранить ее на магнитном диске. Пользователь при расчете конкретных параметров машинного агрегата использует конкретные рабочие подпрограммы для соответствующего механизма (подробнее см. гл. 9 «Программное обеспечение автоматизированного проектирования механизмов»).

Обращение к подпрограммам осуществляется с помощью соответствующих операторов. Каждая подпрограмма имеет имя (идентификатор) и список формальных параметров. Идентификаторы подпрограмм отображают этап проектирования, вид проектируемого механизма и его структурные особенности, параметры синтеза и целевые функции (рис. 1.4).

В САРКП предусмотрены следующие этапы проектирования машины: синтез механизма по заданным условиям и ограничениям (присваивается имя S); определение передаточных функций (имя A); расчет параметров динамической модели (имя D); определение закона движения механизма (имя W); определение сил в кинематических парах механизма при плоском движении звеньев (имя P); определение износа элементов кинематических пар (имя Q); исследование влияния внешних воздействий и синтез виброзащитной системы машины (имя U); оптимизация параметров механизма машины или конструкции (имя V).

Подпрограммы для отдельных этапов проектирования конкретизируются по видам механизмов: рычажные (R), кулачковые (K), зубчатые передачи (S), планетарные механизмы (P), манипуляторы (M). Наиболее распространенные схемы механизмов имеют цифровые символы. Например, для рычажных механизмов приняты следующие обозначения: четырехзвенник шарнирный (10), кривошипно-ползунный (20), кулисный (30), тангенсный (40), синусный (50). Шестизвенные рычажные механизмы имеют обозначения, соответствующие порядку присоединения двухпроводковых групп. Вторая цифра (0) в шифрах таких механизмов заменяется на номер группы. Например: R12 — первой присоединена двухпроводковая группа с тремя вращательными парами, а второй — группа, у которой две пары вращательные и одна внешняя пара — поступательная. Механизм R21 имеет обратный порядок присоединения двухпроводковых групп.

Шестизвенные кулисно-ползунные механизмы имеют имя или R34, или R32. Идентификатор подпрограммы представляет собой последовательность букв и цифр в пределах до шести символов.

Позиции 5 и 6 в имени подпрограммы отводятся для обозначения параметров синтеза, режима работы, методов оптимизации и целевых функций при проектировании или исследовании механизмов.

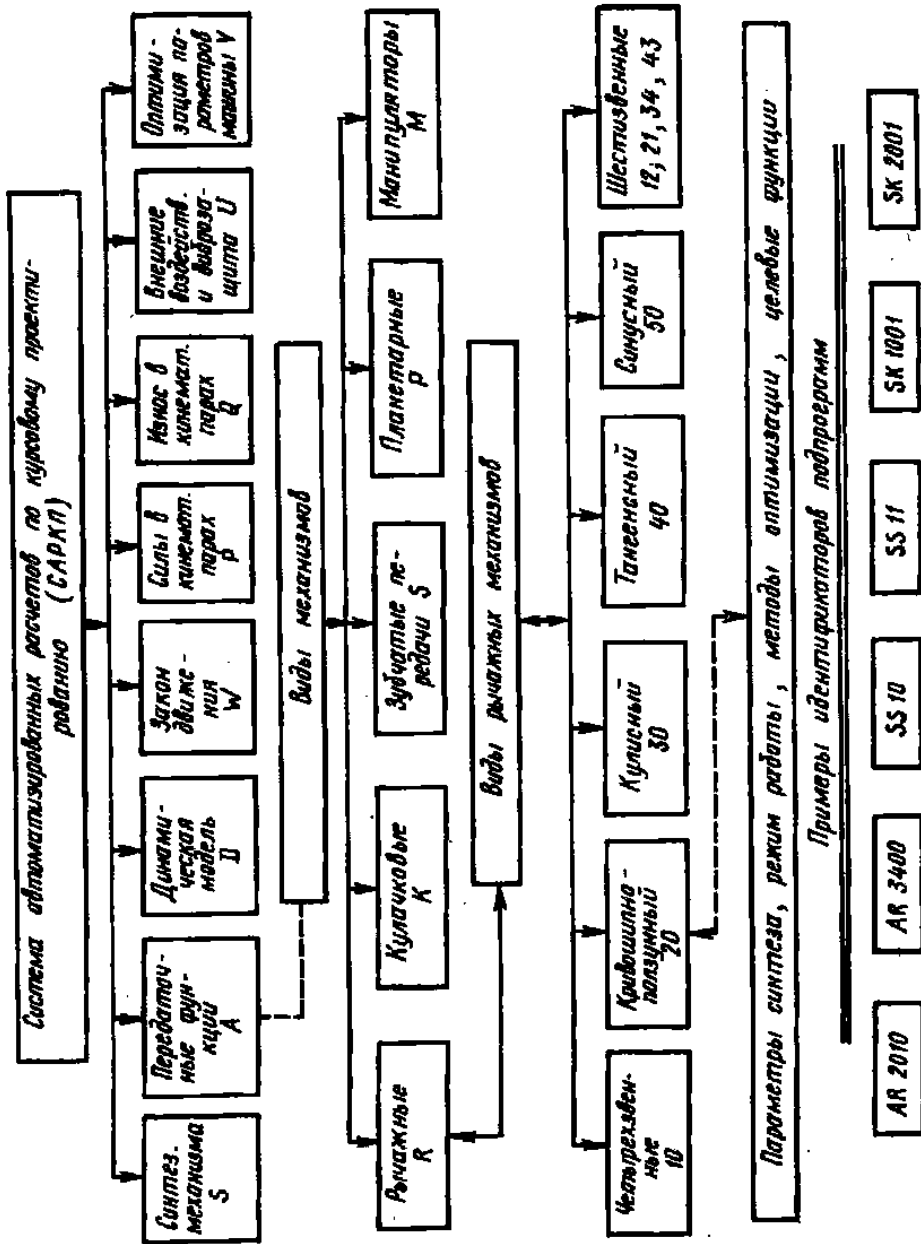


Рис. 1.4

Рассмотрим несколько примеров идентификации подпрограмм:
AR2010 — подпрограмма определения передаточных функций (А) кривошипно-ползунного (R20) механизма, размеры которого определены по заданным положениям входного и выходного звеньев (10).

SS11 — подпрограмма расчетов проектируемой (S) зубчатой передачи (S) при вписывании в заданное межосевое расстояние (11).

AR3400 — подпрограмма определения передаточных функций (А) шестизвенного кулисно-ползунного механизма (R34) при заданных размерах звеньев (00).

Идентификаторы первым символом имеют букву, соответствующую этапу проектирования, а вторым символом — букву, относящуюся к виду механизма. При разработке иных подпрограмм разработчик может выбрать идентификатор по своему усмотрению, но он не должен совпадать со служебными словами; первым символом в последовательности должна быть буква.

1.6. ОФОРМЛЕНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ, ГРАФИКОВ И СХЕМ

Требования к оформлению пояснительной записки. 1. Все страницы записки должны быть одинакового размера 210 × 297 мм (формат А4). Рукопись пишут на одной стороне листа чернилами или пастой.

2. Расстояние от границ листа до границ текста следует оставлять: слева — 20...25 мм, сверху и внизу — 5...10 мм, справа — не менее 5 мм.

3. План записки должен соответствовать последовательной работе над проектом. Заголовки разделов должны иметь порядковые номера, обозначенные арабскими цифрами. Подразделы должны иметь двужначную нумерацию в пределах каждого раздела. Подразделы могут иметь несколько пунктов.

Например:

1. Исходные данные для проектирования.
2. Определение основных размеров механизма.
 - 2.1. Структурная схема и число степеней свободы механизма.
 - 2.2. Методика графических построений и т. д.

4. Расчетные формулы записывают в буквенных обозначениях с экспликацией, в которой приводят наименование каждой величины, входящей в формулу, и единицу СИ:

правильно

$$M_{F_{3c}}^{\text{пр}} = F_{3c} l_1 (v_C/v_B),$$

где $M_{F_{3c}}^{\text{пр}}$ — приведенный момент, Н·м; F_{3c} — сила сопротивления, Н; l_1 — радиус кривошипа, м; v_C/v_B — отношение линейных скоростей точек C и B ;

<p>неправильно</p> $M_{F_{3c}}^{\text{м}} = F_{3c} J_1 (v_c/v_B), \text{ Н} \cdot \text{ м};$ $M_{F_{3c}}^{\text{м}} = F_{3c} J_1 (v_c/v_B), [\text{Н} \cdot \text{ м}].$	<p>правильно:</p> $[M_{F_{3c}}^{\text{м}}] = \text{Н} \cdot \text{ м}; [F_{3c}] = \text{Н};$ $[v_c/v_B] = 1; [J_1] = \text{М}.$
---	---

Затем в формулу подставляют необходимые числовые значения и приводят результат вычислений с указанием единицы СИ, например:

$$M_{F_{3c}}^{\text{м}} = F_{3c} J_1 (v_c/v_B) = F_{3c} J_1 (p_c/p_B) = 1370 \cdot 0,035 (27/60) = 21,58 \text{ Н} \cdot \text{ м}.$$

Формулы нумеруются, если в записке необходимо делать ссылки. Нумерацию целесообразно указывать в пределах определенной главы (например, 1.5; 3.2 и т. п.).

5. Буквенные обозначения единиц СИ, входящих в произведение, следует отделять точками на средней линии строки, например Н.м. При применении буквенных обозначений единиц СИ в виде отношений должна применяться только одна косая или горизонтальная черта, например:

$$\text{правильно } \frac{\text{мм}}{\text{м} \cdot \text{с}^{-2}}; \text{ неправильно } \frac{\text{мм}}{\text{м}/\text{с}^2}; \text{ мм}/\text{м}/\text{с}^2.$$

При применении косой черты обозначения единиц СИ в числителе и знаменателе следует помещать в строку, а произведение в знаменателе следует заключать в скобки, например мм/(м · с⁻²); мм/(кг · м²).

6. Задание функций и результаты решения уравнения с большим объемом числовых данных рекомендуется приводить в записке в виде таблиц. Каждая таблица должна иметь заголовок, отражающий содержание таблицы, а также заголовки боковиков и граф.

7. Небольшой по объему цифровой материал удобнее оформлять в строку (колонки разделяются не линейками, а пробелами), например:

Позиция механизма	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
F _{3в} Н	0	0	0	0	0	0	0	17	18	56	137	275	387

8. Основной текст записки должен быть кратким, четким, но достаточным для точного и конкретного отражения содержания расчетов, графических построений и выводов.

9. Записка должна содержать ссылки на использованную литературу, список которой приводят в конце записки.

10. Все страницы записки брошюруют в обложку и нумеруют. Записка должна иметь титульный лист установленной формы (рис. 1.5).

11. В начале записки поместить «Аннотацию» или «Рефе-

рат» — краткую информацию о содержании записки в виде перечня главнейших вопросов с выделенным ключевых слов.

В «Оглавлении» привести наименование разделов записки с указанием номеров страниц.

12. Текст записки пишется от третьего лица или в безличной форме: например: «определяют», «определяется», «определение». Форма «определяю» недопустима.

13. Реферат должен содержать данные, необходимые для организации машинного банка информации с описанием краткого содержания

записки с подчеркнутыми ключевыми словами, а также указания объема и количества текстовых, табличных и других листов и иллюстраций, используемых при копировании документов.

14. В разделе записки «Техническое задание» приводят описание функциональных частей машинного агрегата и их назначение, структурные схемы, графики и таблицы с исходными числовыми значениями величин.

Требования к оформлению графиков и схем. 1. Характер изменения расчетных параметров показывают на графиках. Оси абсцисс и ординат вычерчивают сплошными линиями толщиной не более 0,6 мм. Кривые на графиках имеют толщину 0,8...1,2 мм. Обводка листов допускается только карандашом.

2. По осям координат должны быть указаны обозначения физических величин и единиц СИ, разделенных запятой. Числовые значения величин по осям координат изображают шкалами. Количество числовых значений на шкалах должно быть минимально необходимым. Многозначные числовые значения по осям координат следует приводить в виде произведения целых чисел на некоторый постоянный множитель, который следует указывать при буквенном обозначении физической величины, или использовать приставки к обозначению единицы СИ (например, $F_{3д}$, кН).

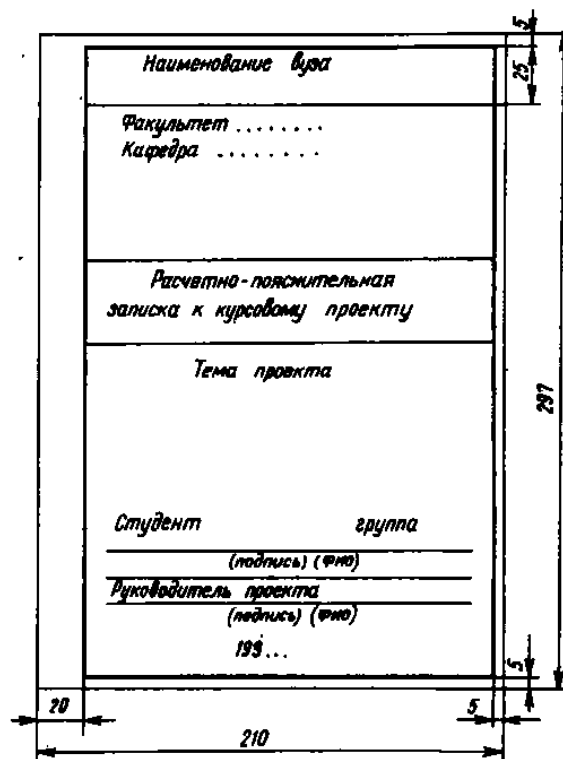


Рис. 1.5

3. Координатную сетку на графиках можно не вычерчивать. Рекомендуется проводить ординаты тех точек графика, которые были получены расчетом или графическим построением.

4. Следует избегать графиков с большими свободными участками, не занятыми кривыми. Для этого числовые деления на осях координат следует начинать не с нуля, а с тех значений, в пределах которых рассматривается функция; ось ординат в этом случае вычерчивают с разрывом.

5. Словесные надписи на осях координат не пишут.

6. Толщина линий кривых на графике должна быть примерно в два раза больше толщины линий вспомогательных построений и ординат точек кривой.

7. Точки на графике, являющиеся результатом расчетов или графических построений, обозначают кружочками диаметром 1,5...2 мм.

8. Кинематические схемы механизмов должны быть изображены в соответствии с требованиями ГОСТ 2.770 — 68, 2.703 — 68, 2.721 — 74.

9. При изображении кинематических схем механизмов с учетом длины звеньев и относительного положения кинематических пар, необходимых для кинематического анализа, следует указывать масштаб чертежа: $\mu_l = \dots$ мм/м или масштабный коэффициент $K_l = \dots$ м/мм.

10. На каждом листе проекта в правом нижнем углу должна быть основная надпись по ГОСТ 2.104 — 68 (рис. 1.6).

11. На планах механизмов, скоростей, ускорений, сил и т. п. необходимо указывать соответствующие масштабы или масштабные коэффициенты. Например: $\mu_l = 425$ мм/м; $\mu_v = 5,5$ мм/(м · с⁻¹); $\mu_a = 0,18$ мм/(м · с⁻²).

Организация защиты проекта. Курсовой проект при окончательном оформлении подписывают студент и руководитель проекта. В процессе защиты студент кратко излагает назначение и принцип работы машины или установки и особенности привя-

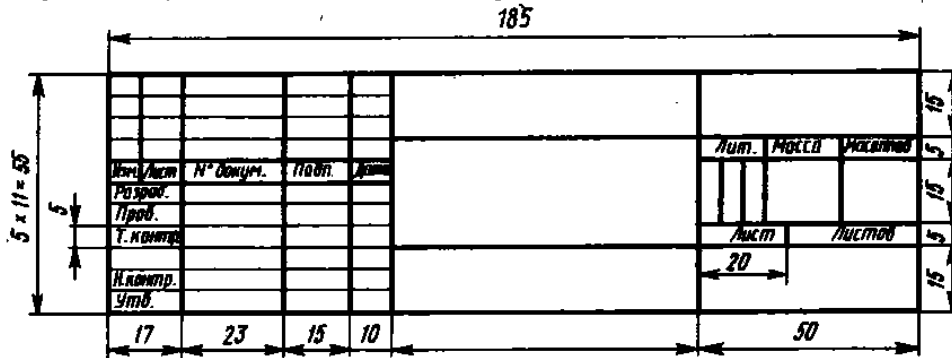


Рис. 1.6

тых решений при исследовании и проектировании системы механизмов. В процессе обсуждения студент должен показать, что он овладел общими методами синтеза механизмов, получил навыки выполнения конкретных расчетов, владеет аналитическими и графическими методами исследования механизмов, может обосновать целесообразность принятия конкретных решений при проектировании механизмов.

Для успешной защиты проекта может оказаться полезным список вопросов, который составлен в помощь студентам (см. Приложение 1). В этом списке приведены вопросы, которые часто обсуждаются на защите отдельных листов проекта.

Глава 2

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СТРУКТУРНОЙ И КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ*

Рычажным называют механизм, звенья которого образуют только вращательные, поступательные, цилиндрические и сферические пары.

Шарнирным называют механизм, звенья которого образуют только вращательные пары.

Структурная схема механизма — схема механизма, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение. Может изображаться графически, либо цифровой, либо буквенио-цифровой записью.

Кинематическая схема механизма — структурная схема с указанием размеров звеньев, необходимых для кинематического анализа механизма.

Синтез механизма — проектирование механизма по заданным его свойствам, включая выбор структурной схемы и определение параметров механизма.

Структурный синтез — проектирование структурной схемы механизма.

Кинематический синтез — проектирование кинематической схемы механизма.

Динамический синтез — проектирование кинематической схемы механизма с учетом его динамических свойств, в том числе и распределения масс звеньев.

Приближенный синтез механизма — синтез механизма с приближенным выполнением заданных условий.

Оптимизационный синтез механизма — синтез механизма по методу оптимизации, т. е. с определением выходных параметров синтеза из условия минимума (максимума) целевой функции при выполнении принятых ограничений.

*Теория механизмов и машин. Терминология. Буквенные обозначения. — М.: Наука, 1984. Вып. 99.

Крайнев А. Ф. Словарь-справочник по механизмам. — М.: Машиностроение, 1987.

Решетов Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы. — М.: Машиностроение, 1985.

Входные параметры синтеза механизма — независимые между собой постоянные параметры механизма, установленные заданием на его синтез.

Выходные параметры синтеза механизма — независимые между собой постоянные параметры механизма, которые определяются в процессе его синтеза.

Коэффициент изменения средней скорости выходного звена — отношение средних скоростей выходного звена за время его движения за период кинематического цикла в прямом (рабочем) и обратном (вспомогательном) направлениях.

Звено механизма — твердое тело, входящее в состав механизма. Звено может состоять из нескольких деталей, образующих неразъемное или разъемное соединение, не допускающее между деталями относительного движения.

Стойка — звено, принимаемое за неподвижное.

Функция положения механизма — зависимость координаты выходного звена от обобщенных координат механизма.

Выходное звено — звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Обобщенная координата механизма — каждая из независимых между собой координат, однозначно определяющих положение всех звеньев механизма относительно стойки при наименьшем их числе. Для механизма только с голономными связями число обобщенных координат совпадает с числом степеней свободы этого механизма.

Число степеней свободы механизма — число независимых вариаций обобщенных координат (возможных перемещений) механизма. Структурные степени свободы механизма определяются геометрическими связями. Параметрические степени свободы зависят от массы, жесткости звеньев и параметров режима движения.

Связи — ограничения, налагаемые на положения и скорости твердого тела или материальной точки, которые должны выполняться при любых действующих на механическую систему силах. Всякую связь можно отбросить и заменить силой — реакцией связи или системой сил в общем случае. Связи в механизмах осуществляются с помощью элементов контактирующих звеньев в кинематической паре, гибких элементов, магнитного поля и др.

Связи геометрические — связи, уравнения которых содержат только координаты точек механической системы (и, может быть, время).

Связи дифференциальные — связи, уравнения которых содержат координаты точек и производные от этих координат по времени (и, может быть, время). Если уравнения дифференциальных связей могут быть проинтегрированы, т. е. могут быть

приведены к геометрическим связям, то связи называют *голономными*.

Связи удерживающие и недерживающие различают в зависимости от ограничений на перемещения в противоположных направлениях.

Кинематическая пара — соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

Приводная кинематическая пара — кинематическая пара, в которой звенья перемещаются принудительно посредством привода, смонтированного на них.

Входное звено — звено, которому сообщается движение для приведения в движение других звеньев механизма.

Начальная кинематическая пара — пара, звеньям которой приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма.

Начальное звено — звено, которому приписывается одна или несколько обобщенных координат механизма.

Элемент кинематической пары — совокупность поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару.

Кинематическая цепь — система звеньев, связанных между собой кинематическими парами.

Контур — линия, очерчивающая расположение звеньев в механизме. Механизм может содержать один или несколько замкнутых или незамкнутых контуров.

Векторный контур механизма — контур, составленный из геометрических векторов, связанных со звеньями механизма.

Подвижность кинематической пары — число степеней свободы в относительном движении ее звеньев. Различают одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные кинематические пары (табл. 2.1).

Класс кинематической пары — число связей, наложенных на относительное движение звеньев кинематической пары. В плоских механизмах подвижность пары не связана однозначно с ее классом.

Поступательная пара — одноподвижная пара, допускающая прямолинейно-поступательное движение одного звена относительно другого.

Вращательная пара — одноподвижная пара, допускающая вращательное движение одного звена относительно другого.

Винтовая пара — одноподвижная пара, допускающая винтовое движение одного звена относительно другого.

Цилиндрическая пара — двухподвижная пара, допускающая вращательное и поступательное (вдоль оси вращения) движение одного звена относительно другого.

Таблица 2.1. Условные обозначения кинематических пар

Число степеней свободы W	Наименование кинематической пары	Обозначение и код	Условное графическое обозначение
1	Вращательная	$1в$ [100]	
	Поступательная	$1п$ [010]	
	Винтовая	$1ви$ [001]	
2	Цилиндрическая	$2ц$ [110]	
	Сферическая с пальцем	$2сп$ [200]	
3	Сферическая	$3с$ [300]	
	Плоскостная	$3пл$ [120]	
4	Линейная	$4л$ [220]	
	Сфера — цилиндр	$4сц$ [310]	
5	Точечная	$5т$ [320]	

Сферическая (с пальцем) двухподвижная — двухподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Сферическая трехподвижная — трехподвижная пара, допускающая сферическое движение одного звена относительно другого.

Плоскостная пара — трехподвижная пара, допускающая плоское движение одного звена относительно другого.

Низшая пара — кинематическая пара, в которой элементы звеньев соприкасаются по поверхности постоянно, обеспечивая требуемое относительное движение звеньев.

Высшая пара — кинематическая пара, в которой элементы звеньев соприкасаются по линиям или в точках постоянно, обеспечивая требуемое относительное движение звеньев.

Кинематическое соединение — кинематическая цепь с числом звеньев более двух, эквивалентная заменяющей кинематической паре, но отличающаяся по своей конструкции.

Избыточные связи в механизме — повторяющиеся (или зависимые) связи, удаление которых не изменяет заданного числа степеней свободы механизма. Отклонения в расположении связей компенсируются деформациями звеньев, износом контактирующих поверхностей, зазорами между элементами пар, повышенной точностью изготовления и сборки звеньев, кромочным контактом элементов пар. Структурная схема механизма без избыточных связей называется *основной схемой*.

Структурная группа — кинематическая цепь, число степеней свободы которой равно нулю относительно элементов ее внешних пар и которая не может распадаться на более простые структурные группы. Структурные группы могут быть однозвенными (с двумя или большим числом кинематических пар разной подвижности), двухзвеньевыми и многозвеньевыми. Структурная группа удовлетворяет следующим условиям:

$$\text{плоская группа } 3n = 2p_1 - p_2, \quad (2.1)$$

$$\text{пространственная группа } 6n = 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5. \quad (2.2)$$

Здесь n — число звеньев в группе; p_1, p_2, \dots, p_5 — число кинематических пар, подвижность которых указана цифровым индексом.

Угол давления — угол между направлениями нормальной реакции в кинематической паре и скоростью точки приложения этой силы. В зависимости от типа механизма при синтезе назначают допустимые значения угла давления $\psi_{\text{доп}}$ (или $[\psi]$).

Целевая функция — линейная функция конечного числа переменных, которые удовлетворяют конечному числу дополнительных условий (ограничений), имеющих вид линейных уравнений или линейных неравенств*. При формировании целевой функции при синтезе механизма учитывают главное, обязательные или желательные условия, связанные с обеспечением заданного движения звеньев, возможностью существования механизма при заданном диапазоне изменения обобщенной координаты механизма, с конструктивными ограничениями, с допускаемыми значениями углов давления.

*Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Система проектирования плоских рычажных механизмов/ Под ред. К. В. Фролова.— М.: Машиностроение, 1988.

Плоский механизм — механизм, подвижные звенья которого совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости. Все остальные механизмы относятся к пространственным механизмам.

Квазиплоский механизм — пространственный механизм, по своей структуре не имеющий контурных избыточных связей, однако элементы кинематических пар имеют такое расположение в пространстве, при котором звенья совершают сложное движение, достаточно близкое к плоскому движению, параллельному одной и той же неподвижной плоскости. Это позволяет при расчете кинематических и кинетостатических параметров характеристик механизма пользоваться с некоторыми допущениями двухмерными системами отсчета взамен трехмерной системы отсчета.

Масштаб — отношение линейных размеров изображения физической величины в виде отрезка (мм) к ее числовому значению в принятых единицах для этой величины (например, длина — м, время — с, сила — Н, угол — радиан, угловой градус; скорость — $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$, $\text{рад} \cdot \text{с}^{-1}$; ускорение — $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$, $\text{рад} \cdot \text{с}^{-2}$; частота вращения — с^{-1} , работа — Дж; момент силы — Н·м, давление — $\text{Н}/\text{м}^2$, Па); соответственно единицы для масштабов; $[\mu_l] = 1$ мм/м; $[\mu_v] = 1$ мм/с; $[\mu_F] = 1$ мм/Н; $[\mu_\varphi] = 1$ мм/рад; $[\mu_\omega] = 1$ мм/ $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$; $[\mu_a] = 1$ мм/ $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$; $[\mu_A] = 1$ мм/Дж; $[\mu_M] = 1$ мм/Н·м; $\mu_p = 1$ мм/Па.

Цели главы

Для подготовки к восприятию материала этой главы, облегчения усвоения и приобретения навыков и умений по разделу изучаемой дисциплины необходимо уметь:

1. Формулировать определения общих понятий о структуре механизма, видах кинематических пар.

2. Пояснять различие между плоским и пространственным механизмами и способами расчета числа степеней свободы этих механизмов.

3. Пояснять различие между структурной и кинематической схемами механизма, структурным и кинематическим анализом механизма.

4. Пояснять понятие замкнутой и открытой (незамкнутой) кинематической цепи, геометрического контура и векторной модели механизма, охарактеризовать их отличия.

5. Пояснять, почему избыточные связи недопустимы в пространственных механизмах и допускаются в квазиплоских механизмах и при каких условиях.

6. Объяснять, каким образом механизм с избыточными

связями преобразуется в основной механизм без избыточных связей.

7. Пояснять, с какой целью в механизме выделяются начальное (или начальные) звено или начальная пара и как их выбор влияет на формирование структурных групп звеньев в механизме.

8. Называть основные особенности и разновидности структурных групп звеньев. Рассказывать о вариантах структурных групп на примере шестизвенного механизма.

9. Выполнять структурный анализ какого-либо шести- или восьмизвенного плоского механизма и устранять избыточные связи при квазиплоской схеме того же механизма.

10. Пояснять достоинства и недостатки квазиплоских механизмов, области и условия их применения в механизмах различного назначения.

11. Объяснять, почему в кинематической цепи с замкнутыми контурами возможно появление местных и групповых подвижностей, нужно ли их учитывать при определении числа степеней свободы механизма по формулам Малышева и Чебышева.

12. Перечислять, какие параметры механизма входят в формулу Гохмана для определения числа независимых замкнутых контуров механизма.

13. Выполнять проектирование кинематической схемы основных видов рычажных механизмов по заданным условиям и ограничениям.

2.2. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ МЕХАНИЗМА

При анализе структурной схемы механизма определяют число n подвижных звеньев, числа p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 кинематических пар разной подвижности (цифровой индекс соответствует подвижности пары), общее число кинематических пар $p_{\Sigma} = \sum_{i=1}^5 p_i$, число замкнутых контуров K в механизме, число степеней свободы механизма (плоского $W_{\text{п}}$, пространственного W , местных $W_{\text{м}}$, групповых $W_{\text{г}}$), число q избыточных связей, число обобщенных координат механизма, число структурных групп при заданных начальных звеньях или приводных кинематических парах.

При структурном анализе применяют следующие соотношения:

$$\text{сумма подвижностей кинематических пар механизма} \\ f_{\Sigma} = p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 + 5p_5; \quad (2.3)$$

число кинематических пар в механизме

$$p_{\Sigma} = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = \sum_{i=1}^5 p_i; \quad (2.4)$$

число контуров (формула Х. И. Гохмана)

$$K = p_{\Sigma} - n = \sum_{i=1}^5 p_i - n; \quad (2.5)$$

подвижности основной схемы — W_0 (при $q=0$); местные (пассивные) — W_m ; групповые — (группы звеньев) — W_g ;

общее число степеней свободы

$$W = W_0 + W_m + W_g; \quad (2.6)$$

число степеней свободы механизма без избыточных связей (формула А. П. Малышева)

$$W_0 = 6n - \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5; \quad (2.7)$$

число избыточных связей по Озолу (формула О. Г. Озола)

$$q = W_0 + 6K - f_{\Sigma}; \quad (2.8)$$

число избыточных связей (формула А. П. Малышева)

$$q = W_0 - 6p + 5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5; \quad (2.9)$$

число степеней свободы плоского механизма (формула П. Л. Чебышева)

$$W_{\pi} = 3n - 2p_1 - p_2 = 3n - 2p_{\pi} - p_{\nu}. \quad (2.10)$$

При проектировании структурной и кинематической схем механизмов необходимо выполнить точно или с допустимыми отклонениями заданные условия и свойства механизма. Схемы являются одним из видов конструкторских документов и выполняются с помощью специальных условных графических обозначений, позволяющих показать необходимые элементы и связи между ними. В табл. 2.1 приведены условные графические обозначения кинематических пар. Следует отметить, что для пары определенного вида используется несколько видов условных обозначений (например, в табл. 2.1 — графические обозначения вращательной пары), позволяющих наиболее полно отобразить связи между элементами кинематической пары с приближенным учетом или вовсе без учета действительного расположения и соотношения размеров этих элементов. Для текстовых документов используются буквенные обозначения и цифровой код. Например, одноподвижная вращательная пара обозначается $1v$, цифровой код [100]; поступательная — $1n$, цифровой код [010]; винтовая — $1vi$, цифровой код [001]. Первая цифра кода отражает число вращательных, вторая — число поступательных и третья — число винтовых перемещений в относительном движении звеньев пары.

Первоначальное представление о структурной схеме студент получает при анализе исходных данных, приведенных в техническом задании на проектирование.

На рис. 2.1, *a* приведена структурная схема механизмов упаковочной машины. Изделию *И* сообщается последовательно горизонтальное и вертикальное перемещения. На схеме указаны три простейших механизма: кулисно-ползунный, зубчатая рядовая передача и кулачково-рычажный.

Точки звеньев всех трех механизмов совершают плоское движение, параллельное одной и той же плоскости, т. е. их можно рассматривать как плоские механизмы. Число W степеней свободы каждого из плоских механизмов системы можно определить по формуле Чебышева (2.10):

$$W = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где n — число подвижных звеньев; p_1 — число одноподвижных кинематических пар; p_2 — число двухподвижных кинематических пар.

Для кулисно-ползунного механизма $n=5$ (кривошип 1, шатун 2, кулиса 3, шатун 4 и ползун 5); число одноподвижных кинематических пар $p_1=7$ [$A(1, 6)$; $B(1, 2)$ и $(2, 3)$; $C(3, 6)$; $D(3, 4)$; $E(4, 5)$ и $(5, 6)$]; двухподвижных кинематических пар в кулисно-ползунном механизме нет, т. е. $p_2=0$.

Тогда по формуле (2.10) получают: $W=3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$, т. е. механизм обладает одной степенью свободы. За начальное звено, которому приписывают обобщенную координату φ_1 , принимают кривошип 1.

Рядовая зубчатая передача состоит из двух цилиндрических колес с неподвижными осями. Следовательно, $n=2$, $p_1=2$, $p_2=1$ и $W=3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1$. Этот механизм также имеет одну степень свободы. Зубчатое колесо 7 закреплено на валу кривошипа 1 и вращается вместе с ним.

Кулачково-рычажный механизм состоит из кулачка 9, ролика 10, толкателя 11, шатуна 12 и ползуна 13. Число подвижных звеньев $n=5$. Число одноподвижных кинематических пар $p_1=6$ и двухподвижных $p_2=1$.

Число степеней свободы этого механизма, вычисленное по формуле (2.10), равно двум:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 6 - 1 \cdot 1 = 2.$$

Одна подвижность местная (вращение ролика 10 относительно собственной оси); основная подвижность $W_0=1$ реализуется в кулачковом механизме вращением кулачка 9, соединенного жестко с зубчатым колесом 8.

При изготовлении деталей неизбежно появление отклонений в расположении осей кинематических пар и их элементов в пространстве. Они могут иметь отклонения от параллельности, от

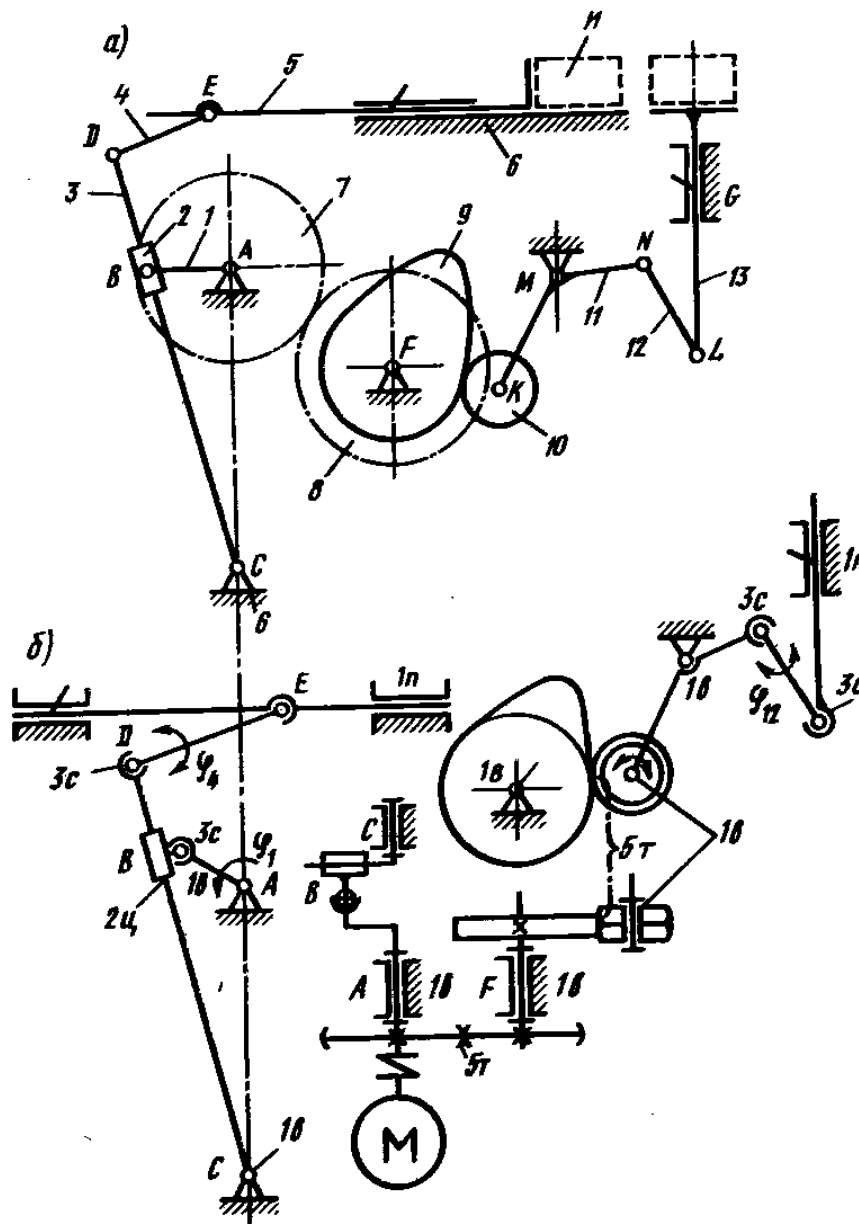


Рис. 2.1

перпендикулярности, от соосности, от пересечения осей, отклонения наклона, т. е. механизм после сборки может оказаться не плоским. Такое же положение может сложиться и в процессе эксплуатации машины в случае деформации стойки или других звеньев под действием приложенных сил. В связи с этими обстоятельствами необходимо еще на стадии проектирования структурной схемы выявить наличие избыточных связей q , которые могут послужить причиной снижения надежности и долговечности машины.

Выявление числа избыточных связей при структурном синтезе позволяет конструктору принять определенное решение, исключая возможность разрушения, заклинивания и чрезмерного износа элементов кинематических пар вследствие появления дополнительных составляющих реакций связей.

При анализе механизм рассматривают с учетом возможных отклонений в расположении звеньев и элементов кинематических пар, т. е. используют структурную формулу (2.9) для определения числа степеней свободы пространственного механизма (формулу Малышева):

$$W_0 - q = 6n - \sum (6 - i)p_i = 6n - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5).$$

Для кулисно-ползунного механизма, изображенного на рис. 2.1, а, числовые значения следующие: $n=5$, $p_1=7$, $p_2=p_3=p_4=p_5=0$. По формуле (2.9) получают

$$W_0 - q = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 7 = 30 - 35 = -5 = 1 = 6, \text{ т. е. } W_0 = 1; q = 6.$$

Выявленные избыточные связи $q=6$ могут оказаться тождественными (т. е. будут описываться тождественными уравнениями), если при изготовлении деталей будет достигнута идеальная точность. При незначительных отклонениях в расположении элементов кинематических пар требуемая подвижность обеспечивается за счет зазоров между элементами пар, за счет износа элементов на стадии приработки пар и за счет некоторой деформации звеньев механизма. В ряде случаев эффективные решения достигаются за счет увеличения подвижности (числа степеней свободы) кинематических пар, соответствующей требованиям структурного синтеза механизма.

Для этого вначале выявляют число K замкнутых независимых контуров, образуемых звеньями механизма, по формуле Гохмана (2.5): $K = \sum p_i - n$.

Для рассматриваемого кулисно-ползунного механизма число замкнутых независимых контуров $K = 7 - 5 = 2$.

Образование каждого контура рассматривают как последовательное присоединение группы звеньев элементами ее внешних пар к начальным звеньям и стойке или к таким звеньям, движение которых определено независимо относительно стойки, т. е. до присоединения данной группы звеньев. Очевидно, что присоединяемая на этих условиях группа звеньев должна иметь нулевую подвижность, т. е. образовывать статически определимую ферму в случае ее присоединения элементами внешних пар к стойке:

$$W_r = 6n_r - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5)_r \equiv 0.$$

Для группы из двух звеньев ($n_r = 2$) и $(\sum p_i)_r = 3$ это соотношение

удовлетворяется при следующих числовых значениях: $6 \cdot 2 - (5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1) \equiv 0$, т. е. из трех пар одна должна быть одноподвижной, вторая — двухподвижной, третья — трехподвижной ($p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 1$). Если присоединяется одно звено ($n_r = 1$ и $(\sum p_i)_r = 2$), то одна пара должна быть одноподвижной, а другая — пятиподвижной ($p_1 = 1, p_5 = 1$).

Первый контур образуется из звеньев 1, 2, 3 и 6, звено 1 — начальное. В присоединяемой двухзвенной группе кинематическую пару С оставляют одноподвижной, обеспечивающей движение звена 3 относительно неподвижной оси С. Шатун 2 соединяют двухподвижной цилиндрической парой с кулисой 3 и трехподвижной сферической парой с начальным звеном 1 (рис. 2.1, б).

Второй контур образуется присоединением звеньев 4 и 5 к кулисе 3 и стойке 6. Кинематическая пара между ползуном 5 и стойкой 6, обеспечивающая поступательное перемещение ползуна 5, является одноподвижной поступательной. Шатун 4 соединяют с остальными звеньями двумя трехподвижными сферическими парами D и E. Появившаяся местная подвижность φ_4 шатуна 4 не изменяет движение остальных звеньев.

В зубчатой передаче колеса 7 и 8 имеют со стойкой одноподвижные вращательные пары. Следовательно, контакт боковых поверхностей зубьев должен беспечиваться пятиподвижной точечной парой. Возможно применение колес с бочкообразными зубьями, если необходимо устранить избыточную связь. Во многих случаях конструктор не имеет возможности снизить несущую способность зубчатой передачи в связи с точечным контактом зубьев и принимает решение регламентировать предельные отклонения расположения путем назначения числовых значений допусков.

Применение колес с линейным контактом зубьев (четыреподвижная линейная пара) обуславливает наличие одной избыточной связи:

$$W - q = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 0 = 1 - 1, \text{ т. е. } W = 1 \text{ и } q = 1.$$

В кулачково-рычажном механизме имеется два независимых замкнутых контура: один контур образован звеньями 9, 10, 11, 6, другой — звеньями 11, 12, 13 и 6. Присоединение к кулачку 9 толкателя 11 с роликом 10 обуславливает одну местную подвижность φ_{10} (вращение ролика относительно своей оси) и одну избыточную связь, если принять $n = 3, p_1 = 3$ и $p_4 = 1$ (рис. 2.1, а):

$$W - q = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 1 = 1 + 1 - 1, \text{ т. е. } W_0 = 1; W_n = 1; q = 1.$$

Применяя тороидальный профиль ролика, заменяют линейный контакт на точечный (пара 5T) и устраняют эту избыточную связь (рис. 2.1, б):

$$W - q = 6 \cdot 3 - (5 \cdot 3 + 1 \cdot 1) = 0 = 1 + 1 - 0, \text{ т. е. } W_0 = 1; W_n = 1; q = 0.$$

Пятый замкнутый контур образуют звенья 11, 12, 13 и 6. В этом контуре при $n=3$ и $p_1=4$ три избыточные связи (рис. 2.1, а):

$$W - q = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 = -2 = 1 - 3, \text{ т. е. } W = 1; q = 3.$$

Для шатуна 12 можно использовать сферические пары $3c$ в шарнирах N и L (рис. 2.1, б). Это приводит к одной местной подвижности — вращению звена 12 относительно собственной продольной оси NL , но позволяет устранить избыточные связи:

$$W - q = 6 \cdot 3 - (5 \cdot 2 + 3 \cdot 2) = 2 = 1 + 1 - 0, \text{ т. е. } W_0 = 1; W_n = 1; q = 0.$$

В тех машинах, где большие нагрузки вызывают деформацию стойки, а применение кинематических пар с точечным и линейным контактом является неприменимым по критерию контактной прочности (несущей способности), целесообразно в структурной схеме использовать кинематические соединения только с нижними кинематическими парами. При этом структурная схема механизма усложняется, однако надежность и долговечность машины повышаются.

В приведенном выше примере общее число подвижных звеньев $n=10$, общее число кинематических пар $\sum_{i=1}^5 p_i = 15$ и число независимых сборочных контуров $K = 15 - 10 = 5$.

Последовательный анализ всех пяти контуров позволил выявить избыточные связи и учесть их при синтезе структурной схемы. Много полезных примеров устранения избыточных связей в конкретных машинах приведено в справочнике [5].

В заданиях для курсового проектирования часто используют кривошипно-ползунный механизм, преобразующий вращательное движение коленчатого вала (кривошипа) в поступательное движение ползуна (поршня), или наоборот.

Кривошипно-ползунный механизм в плоском исполнении не имеет избыточных связей: $q_n = 1 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 0$. Однако при деформации стойки или отклонениях расположения элементов кинематических пар появляются три избыточные связи: $W - q = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 = 1 - 3$. Для самоустанавливаемости звеньев кривошипно-ползунного механизма применяют сферические пары $3c$ и цилиндрические пары $2c$ или усложняют структурную схему за счет использования кинематических соединений. *Кинематическое соединение* конструктивно заменяет в механизме кинематическую пару, но состоит из нескольких подвижных звеньев, соединенных между собой.

Применение в кривошипно-ползунном механизме цилиндри-

ческого ползуна $2c$ и шатуна со сферическими парами $3c$ приводит к двум местным подвижностям, что не всегда желательно.

В кривошипно-коромысловом шарнирном четырехзвеннике также можно использовать сферические и цилиндрические кинематические пары.

Анализ структурной схемы механизма выполняют в пояснительной записке в такой последовательности:

1. Изобразить структурную схему плоского механизма в произвольном положении. Длина отрезков, изображающих звенья, выбирается произвольно. Должно соблюдаться заданное расположение двухзвенных групп относительно базовых векторов, соединяющих внешние пары группы (рис. 2.1, *a*; 2.2, *a*).

2. Присвоить каждому подвижному звену порядковый номер i ($i=1, 2, 3, \dots, n$), а стойке — номер $(n+1)$ или (0) начиная с входного звена, если заданы обобщенные координаты (см. рис. 2.1, *a*).

3. Установить числовые значения n (число подвижных звеньев), p_1, p_2, p_3, \dots (число кинематических пар разной подвижности: поступательных $p_{1п}$ и вращательных $p_{1в}$, линейных и точечных p_2), p_{Σ} — общее число кинематических пар.

4. Подсчитать число замкнутых независимых контуров механизма по формуле Гохмана (2.5): $K = p_{\Sigma} - n$. Например, для механизма — три контура, изображенных на рис. 2.2, *в*:

$K1 (1 + 2 + 3 + 8)$; $K2 (3 + 4 + 5 - 8)$; $K3 (5 + 6 + 7 + 8)$.

5. Указать на структурной схеме начальные кинематические пары (приводные пары) или начальные звенья и обобщенные координаты. Минимальное число обобщенных координат $q=1$ (например, φ_{10} , или s_{10} , или s_{21}).

6. Установить первый замкнутый контур, в котором есть пары, присоединяемые к стойке и к начальному звену или к начальной паре и содержащие не более трех подвижных звеньев и стойку. Для первого контура механизма изобразить трехконтурный или четырехконтурный замкнутые контуры, в которых каждый вектор связывает вращательные пары на одном звене, либо направлен вдоль направляющих элементов поступательной пары, либо соединяет пары смежных звеньев (базовый вектор двухзвенной группы).

7. Для кинематической цепи 1-го замкнутого контура подсчитать число степеней свободы по формулам Чебышева и Малышева. Установить число избыточных связей в первом контуре при заданном числе степеней свободы механизма ($W_0 = 1$).

8. Если расчетное число степеней свободы кинематической цепи 1-го контура не равно заданному числу обобщенных координат, то проверить наличие местных групповых подвижностей

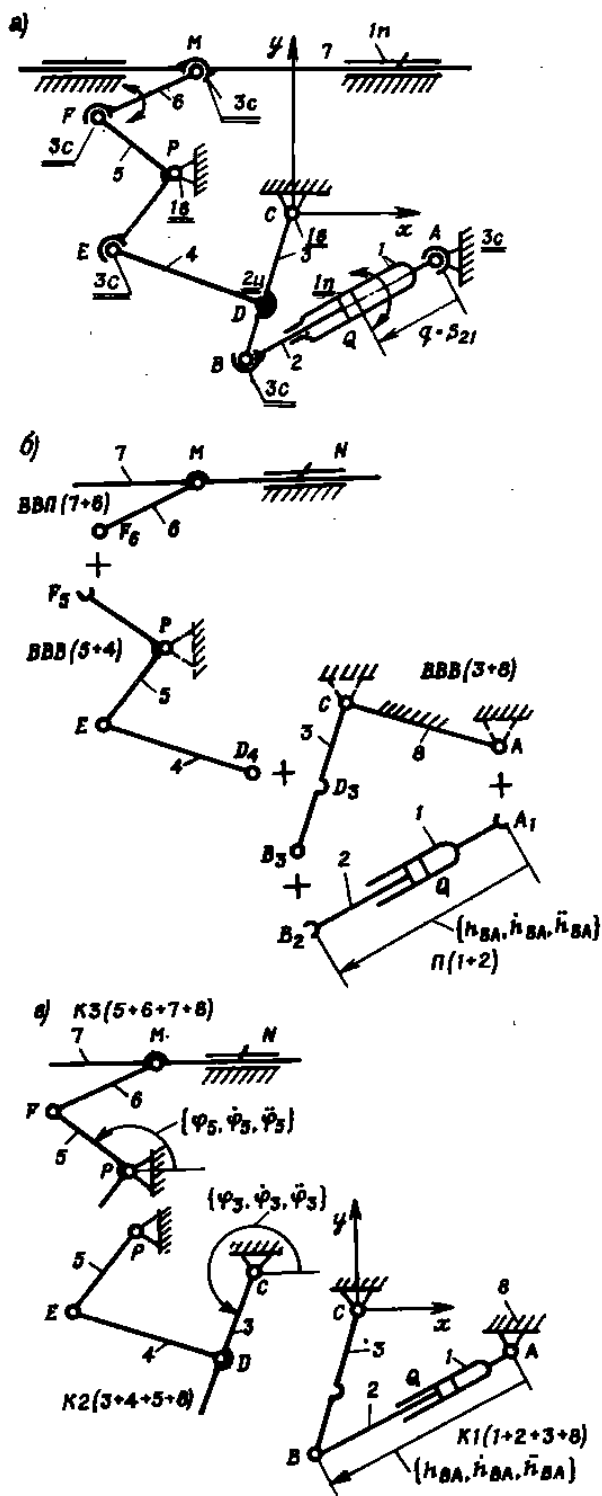


Рис. 2.2

и избыточных связей (рис. 2.2, а) (местная подвижность звена 6 и групповая подвижность звеньев 1 и 2 указаны стрелками).

9. Изменить структурную схему первого контура путем преобразования плоского механизма в квазиплоский статически определимый, т. е. без избыточных связей путем замены одноподвижных пар парами с большей подвижностью (цилиндрическими, сферическими, плоскостными; рис. 2.2, а).

10. Если начальное звено (звенья) и стойка при присоединении двухзвенной группы (двухпроводковой группы Ассур) не образуют замкнутую кинематическую цепь, то механизм имеет более сложное строение. В этом случае одновременно образуется не менее двух независимых контуров — механизм с базовым трехпарным звеном (механизм с трехпроводковой группой Ассур), которое одним звеном присоединяется к входному звену, а двумя другими — со стойкой. В этом случае также необходимо структурную схему механизма с первыми двумя контурами плоского механизма

преобразовать в квазиплоский статически определимый механизм путем замены одноподвижных пар парами с большей подвижностью.

11. Рассмотреть последующие независимые контуры, присоединяемые к звеньям первого (первых) контура и к стойке, выявить число избыточных связей, преобразовать плоский механизм в квазиплоский статически определимый (рис. 2.2, в).

12. Изобразить структурную схему квазиплоского механизма с обозначением кинематических пар и их подвижностей (см. рис. 2.1, а) и проверить механизм на отсутствие избыточных связей по формуле Мальшева.

13. Изобразить структурные группы нулевой подвижности и указать порядок их присоединения на структурной схеме (рис. 2.2, б). Например, для механизма, изображенного на рис. 2.2, начальная пара II ($1+2$) + двухзвенная группа BVB ($3+8$) + двухзвенная группа BVB ($5+4$) + двухзвенная группа BVP ($7+6$) + стойка δ (пары N, P, C, A).

2.3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ МЕХАНИЗМА

Параметры кинематической схемы механизма на стадии проектирования конструктором конкретной машины или установки можно разбить на три группы: заданные, вычисляемые и свободные.

Заданные параметры оговорены в техническом задании на проектирование с учетом функционального назначения механизма.

Вычисляемые параметры являются результатом решения уравнений, которые связывают заданные условия синтеза функциональными зависимостями с некоторой частью параметров механизма.

Свободные параметры могут варьироваться с учетом всех условий синтеза и их не удается выразить в явном виде в форме уравнений. Их находят либо путем многократного анализа механизма с различными значениями свободных параметров, либо решением нелинейной системы уравнений методами оптимизации*.

При оптимизационном синтезе формируют целевую функцию, которая в обобщенном виде является количественным критерием качества механизма с учетом той роли, которая соответствует определенным условиям синтеза.

Условия синтеза разделяют на главные, обязательные и желательные. Главное условие — это условие выполнения заданного движения исполнительного звена с заданной точностью. Можно указать также заданное линейное перемещение по прямой или иной траектории, заданный угол размаха выходного звена, заданный закон изменения скорости или ускорения.

*Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Система проектирования плоских рычажных механизмов/ Под ред. К. В. Фролова.— М.: Машиностроение, 1988.

Обязательные и желательные условия синтеза формулируются часто в форме неравенств, например угол давления не должен превышать допустимого значения. Многие параметры схемы назначаются из конструктивных соображений. Они не формулируются в виде уравнений или неравенств, а назначаются конструктором с учетом его опыта, навыков и условий работы механизма в конкретной внешней среде.

В рычажных механизмах отдельные звенья имеют определенные термины. *Кривошипом* называют звено, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси. *Коромысло* — звено, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси. *Шатун* — звено, образующее пары только с подвижными звеньями. *Ползун* — звено, образующее поступательную пару со стойкой. *Кулиса* — звено, вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном

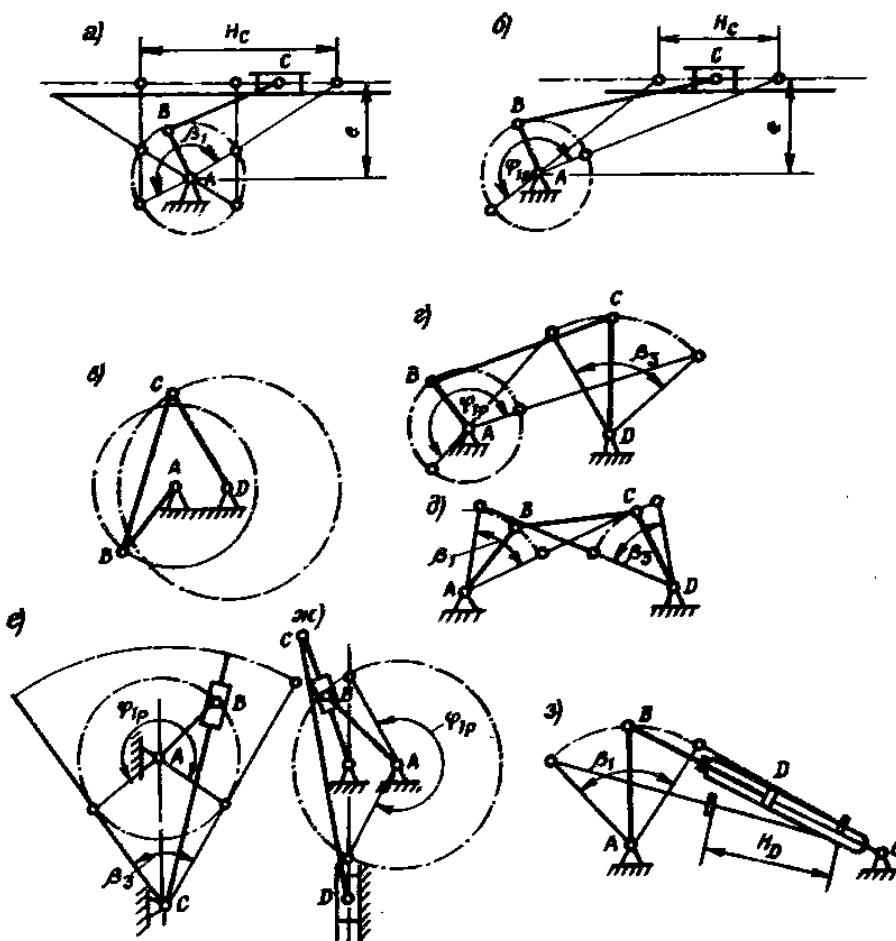


Рис. 2.3

поступательную пару. *Направляющая* — звено, имеющее большую протяженность элемента поступательной пары.

В зависимости от состава звеньев, образующих механизм, различают (рис. 2.3): кривошипно-ползунный (*б*), кривошипно-коромысловый (*г*), двухкривошипный (*в*), двухкоромысловый (*д*), коромысло-ползунный (*а*), кулисный (*е*), коромысло-кулисный (*з*), кривошипно-кулисный (*е, ж*).

Наиболее часто встречаются задачи синтеза кривошипных механизмов, в которых входное звено связано вращательной парой со стойкой, а выходное звено либо вращается вокруг неподвижной оси в пределах углового хода (или размаха) β_3 (рис. 2.3, *г, е*) или совершает поступательное прямолинейное движение в пределах хода H_c (рис. 2.3, *б*). Движение выходного звена в одну сторону совершается за меньший угол поворота кривошипа, чем движение в другую сторону, например при рабочем и вспомогательном ходах (на рис. 2.3, *б, г, е, ж* рабочему ходу соответствует угол поворота φ_{1p}). В таких случаях условие синтеза задается коэффициентом изменения средней скорости выходного звена K_v (или K_ω).

В некривошипных механизмах угол поворота входного звена φ_1 изменяется только в пределах заданного угла размаха входного звена (β_1 на рис. 2.3, *а, д, з*).

Иногда задаваемые условия синтеза механизма представлены угловыми или линейными координатами, соответственно определяющими положения входного и выходного звеньев (по двум или по трем положениям, заданным таблицей координат). При проектировании некоторых механизмов возникает требование постоянства передаточного отношения или необходимо воспроизвести линейную зависимость функции положения выходного звена при движении входного звена в определенном диапазоне перемещения. Ниже рассмотрены некоторые примеры, характерные для заданий на курсовой проект.

Кривошипно-ползунный механизм. Кривошипно-ползунный механизм (рис. 2.4) применяется для преобразования вращательного движения кривошипа *1* в возвратно-поступательное движение ползуна *3* или, наоборот, возвратно-поступательного движения ползуна во вращательное движение кривошипа. Ползун и кривошип шарнирно соединяются с шатуном *2* соответственно в кинематических парах *B* и *C*. Движение звена *1* и звена *3* рассматривают относительно стойки *4*, с которой связывают неподвижную систему координат xAy . Направляющая ползуна может совпадать с осью Ax (рис. 2.4, *б*) или иметь смещение $e = \lambda l_1$ (рис. 2.4, *а*). Коэффициент λ определяет относительное смещение в долях от длины l_1 кривошипа. Длину l_2 шатуна при проектировании назначают обычно с учетом условия передачи сил, которые оценивают по углу давления ψ . Углом давления ψ называют угол между направлением силы, приложенной к дан-

ному звену со стороны другого звена, и скоростью точки приложения этой силы.

Угол давления ψ в произвольном положении механизма определяют по соотношению $\psi = \pi - \varphi_2$, где φ_2 — угол между положительным направлением оси Ax и продольной осью шатуна CB :

$$\sin \varphi_2 = \frac{l_1 \sin \varphi_1 - e}{l_2} = \frac{\sin \varphi_1 - \lambda_e}{\lambda_2};$$

$$\varphi_2 = \begin{cases} 2\pi - \arcsin \left(\frac{\sin \varphi_1 - \lambda_e}{\lambda_2} \right), & \text{если } \sin \varphi_1 - \lambda_e > 0; \\ -\arcsin \left(\frac{\sin \varphi_1 - \lambda_e}{\lambda_2} \right), & \text{если } \sin \varphi_1 - \lambda_e < 0. \end{cases}$$

В случае механизма с $e = 0$ за максимальное значение принимают углы давления при положениях механизма, определяемых углами поворота кривошипа $\varphi_1 = 90^\circ$ и 270° (рис. 2.4, б):

$$\sin \psi_{\max} = l_1/l_2 = 1/\lambda_2,$$

где $\lambda_2 = l_2/l_1$ — относительная длина шатуна.

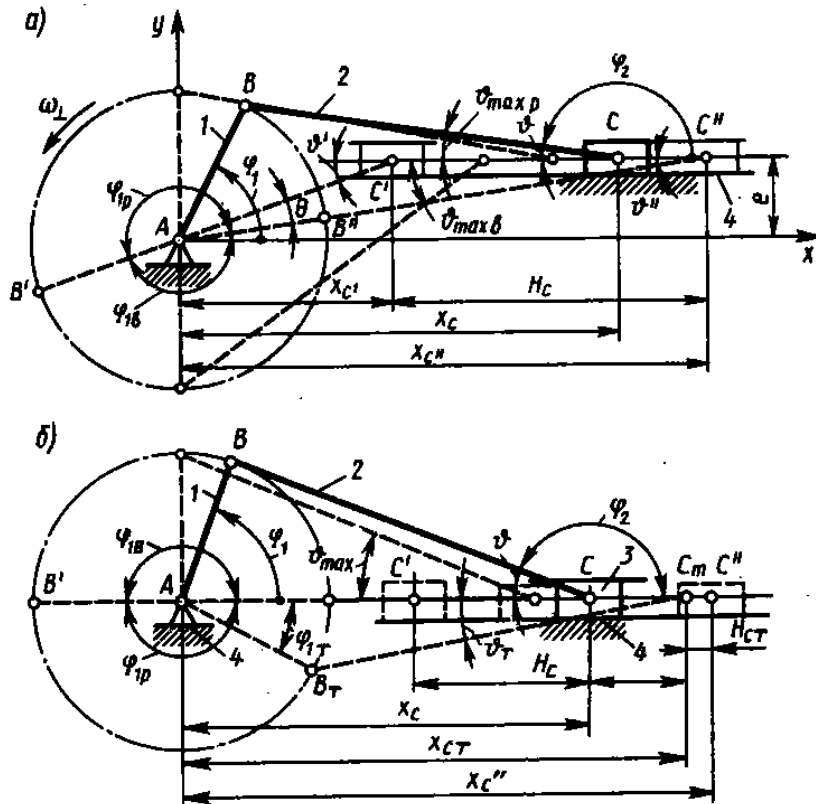


Рис. 2.4

Для повышения коэффициента полезного действия механизма, уменьшения нагрузок на направляющие ползуна и их износа угол ψ_{\max} принимают в пределах $10 \dots 30^\circ$, т. е. назначают коэффициент $\lambda_2 = l_2/l_1 = 6 \dots 2$. При $\psi = 10^\circ$ $\lambda_2 = 5,76$, а при $\psi = 30^\circ$ $\lambda_2 = 2,0$.

При смещенной направляющей углы φ_{1p} и φ_{1b} поворота кривошипа и максимальные углы давления будут разными при рабочем (прямом) и вспомогательном (обратном) ходах ползуна. Предельные положения механизма (на рис. 2.4, а показаны пунктирными линиями) соответствуют положениям AB' и AB'' кривошипа 1, положениям $B'C'$ и $B''C''$ шатуна 2, положениям C' и C'' ползуна 3. При значениях угла поворота кривошипа $\varphi_1 = 90$ и 270° максимальные углы давления определяются соотношениями

$$\sin \psi_{\max p} = \frac{l_1 - e}{l_2} = \frac{l_1(1 - \lambda_e)}{l_1 \lambda_2} = \frac{1 - \lambda_e}{\lambda_2},$$

где λ_e имеет знак «+» при «-» (на рис. 2.4, а $\lambda_e > 0$);

$$\sin \psi_{\max p} = \frac{l_1 + e}{l_2} = \frac{1 + \lambda_e}{\lambda_2}.$$

В начале и конце прямого хода углы давления соответственно обозначены ψ' и ψ'' . Они определяются соотношениями

$$\sin \psi' = \frac{-e}{l_2 - l_1} = -\frac{\lambda_e}{\lambda_2 - 1};$$

$$\sin \psi'' = \frac{-e}{l_2 + l_1} = -\frac{\lambda_e}{\lambda_2 + 1}.$$

Часто основным заданным параметром является ход H_C ползуна 3, определяемый разностью координат $x_{C'}$ и $x_{C''}$, соответствующих крайним положениям ползуна. При графических построениях положения точек C' и C'' на направляющей определяют путем засечек: для этого проводят из центра A дуги радиусами $AC' = l_2 - l_1 = l_1(\lambda_1 - 1)$ и $AC'' = l_2 + l_1 = l_1(\lambda_2 + 1)$.

Координату x_C ползуна 3 в произвольном положении определяют по соотношению

$$x_C = l_1 (\cos \varphi_1 + \sqrt{\lambda_2^2 - (\sin \varphi_1 - \lambda_e)^2}). \quad (2.11)$$

Ход H_C ползуна 3 определяют по соотношению

$$H_C = x_{C'} - x_{C''} = \sqrt{(AC'')^2 - e^2} - \sqrt{(AC')^2 - e^2},$$

или

$$H_C = l_1 (\sqrt{(\lambda_2 + 1)^2 - \lambda_e^2} - \sqrt{(\lambda_2 - 1)^2 + \lambda_e^2}). \quad (2.12)$$

Раскладывая радикалы в ряд по формуле биннома Ньютона и ограничиваясь вторым членом ряда, получают приближенное решение, удобное для практических расчетов:

$$H_C \approx l_1 \left(2 - \frac{\lambda_e^2}{2(\lambda_2^2 - 1)} \right). \quad (2.13)$$

Естественно, что при $\lambda_e = 0$ ход ползуна $H_C = 2l_1$.

При работе некоторых механизмов технологических машин рабочий процесс совершается только на части рабочего хода исполнительного звена. Например, в прессах, ковочных машинах деформацию металла заготовки осуществляют только на части H_{CT} полного хода H_C ползуна 3 (рис. 2.4, б), при этом кривошип 1 поворачивается на угол φ_{1T} . Уравнение связи между параметрами следующее:

$$H_{CT} = AC'' - AC_T = (l_2^3 + l_1) - (l_1 \cos \varphi_{1T} + l_2 \cos \varphi_{1T}),$$

или

$$H_{CT} = l_1 [(1 - \cos \varphi_{1T}) + \lambda_2 (1 - \cos \varphi_{1T})], \quad (2.14)$$

где

$$\varphi_{1T} = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi_{1T}}{\lambda_2} \right).$$

Средние скорости $v_{p.cр}$ и $v_{в.cр}$ ползуна за период рабочего и вспомогательного ходов отличаются друг от друга, если смещение e направляющей ползуна не равно нулю:

$$v_{p.cр} = \frac{H_C}{\varphi_{1p}/\omega_1}; \quad v_{в.cр} = \frac{H_C}{\varphi_{1в}/\omega_1}. \quad (2.15)$$

Углы φ_{1p} и $\varphi_{1в}$ поворота кривошипа различны и зависят от угла перекрытия θ : $\varphi_{1p} = 180^\circ + \theta$; $\varphi_{1в} = 180^\circ - \theta$.

Отношение средних скоростей рабочего и вспомогательного ходов называют коэффициентом изменения средней скорости выходного звена:

$$K_v = \frac{v_{в.cр}}{v_{p.cр}} = \frac{\varphi_{1p}}{\varphi_{1в}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}. \quad (2.16)$$

Если коэффициент K_v является заданной величиной, то при синтезе определяют угол перекрытия

$$\theta = 180^\circ \frac{K_v - 1}{K_v + 1}. \quad (2.17)$$

Применение этих соотношений полезно показать на ряде конкретных примеров.

Пример 2.1. В кривошипно-ползунном механизме пресса средняя скорость перемещения ползуна $v_{p.c.p} = 1,25$ м/с, частота вращения кривошипа $n_1 = 130$ об/мин. Требуется определить размеры звеньев.

Исходных данных недостаточно для однозначного определения размеров звеньев. Поэтому принимают дополнительные условия: $\lambda_2 = 0$ (нет смещения направляющей ползуна); $\lambda_2 = 4$ (максимальный угол давления $14^\circ 30'$).

Период одного оборота: $T = 1/n_1 = 60/130 = 0,461$ с.

Средняя скорость $v_{p.c.p}$ и перемещение $H_c = 2l_1$ ползуна связаны соотношением

$$v_{p.c.p} = \frac{2H_c}{T} = \frac{4l_1}{T}.$$

Следовательно, искомые размеры звеньев:

$$l_1 = \frac{v_{p.c.p}}{4n_1} = \frac{1,25}{4 \cdot 2,17} = 0,144 \text{ м};$$

$$l_2 = \lambda_2 l_1 = 4 \cdot 0,144 = 0,576 \text{ м}.$$

Пример 2.2. В горизонтально-ковочной машине с кривошипно-ползунным механизмом технологическое перемещение ползуна при высадке $H_{cт} = 0,13$ м и соответствующий угол $\varphi_{1т} = 80^\circ$.

Коэффициент относительной длины шатуна принят $\lambda_2 = 2,8$, коэффициент смещения направляющей $\lambda_2 = 0$. Требуется определить размеры звеньев.

Исходных данных достаточно для определения размеров звеньев по соотношению (2.14):

$$\varphi_т^0 = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi_{1т}}{\lambda_2} \right) = \arcsin \left(\frac{\sin 80^\circ}{2,8} \right) = \arcsin \left(\frac{0,9848}{2,8} \right) =$$

$$= \arcsin 0,3517 = 20,59^\circ = 20^\circ 35',$$

$$l_1 = \frac{H_{cт}}{(1 - \cos \varphi_{1т}) + \lambda_2 (1 - \cos \varphi_т^0)} = \frac{0,13}{(1 - \cos 80^\circ) + 2,8 (1 - \cos 20^\circ 35')} =$$

$$= \frac{0,13}{(1 - 0,173) + 2,8 (1 - 0,936)} = 0,129 \text{ м};$$

$$l_2 = l_1 \lambda_2 = 0,129 \cdot 2,8 = 3,612 \text{ м}.$$

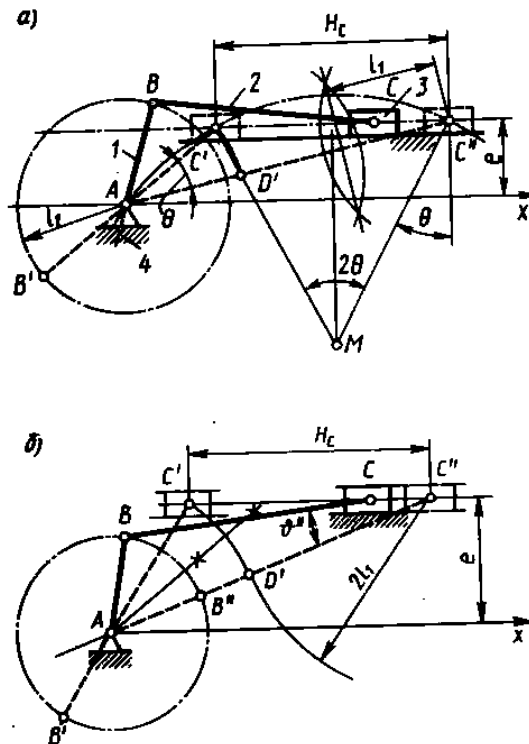


Рис. 2.5

Пример 2.3. Исходные данные: ход ползуна $H_C=0,15$ м, смещение направляющей ползуна $e=0,046$ м и коэффициент изменения средней скорости ползуна $K_v=1,35$. Определить размеры l_1 и l_2 кривошипа и шатуна.

Графическое решение приведено на рис. 2.5, а. Угол перекрытия θ определяют по соотношению (2.17):

$$\theta = 180^\circ \frac{K_v - 1}{K_v + 1} = 180^\circ \frac{1,35 - 1}{1,35 + 1} = 180^\circ \frac{0,35}{2,35} = 26,8^\circ \approx 27^\circ.$$

На горизонтальной оси направляющей в выбранном масштабе длин откладывают отрезок $C'C''$, соответствующий ходу H_C ($C'C'' = 400 \cdot 0,15 = 60$ мм),

и отрезок смещения оси

направляющей $Ax = \mu_e = 400 \cdot 0,046 = 18,4$ мм. Для определения положения точки

A на оси Ax находят центр M вспомогательной окружности, проходящей через точки C' , C'' и A , для которой выполняется известное соотношение между величинами центрального $\angle C'MC''$ и вписанного $\angle C'AC''$ в окружность углов: $\angle C'AC'' = \theta$; $\angle C'MC'' = 2\theta$. Для этого в точках C' и C'' проводят лучи под углами $(90^\circ - \theta)$ к направляющей и на пересечении находят положение точки M . Точка A находится на пересечении этой окружности с линией смещения оси вращения кривошипа 1 относительно направляющей 4 . Отрезки $AC'' = 85$ мм и $AC' = 30$ мм пропорциональны соответственно сумме $(l_1 + l_2)$ и разности $(l_2 - l_1)$ длин шатуна и кривошипа.

Следовательно, искомые длины звеньев находят по соотношениям (с учетом масштаба μ_l длины звеньев)

$$l_1 \mu_l = \frac{AC'' - AC'}{2} = \frac{85 - 30}{2} = 27,5 \text{ мм}; \quad l_2 \mu_l = \frac{AC'' + AC'}{2} = \frac{85 + 30}{2} = 57,5 \text{ мм}.$$

Найденным значениям $l_1 = 0,069$ м и $l_2 = 0,144$ м на рис. 2.2, а соответствуют отрезки $AB = \mu_l l_1 = 27,5$ мм и $BC = \mu_l l_2 = 57,5$ мм.

Рассмотренный алгоритм решения задачи можно представить в аналитической форме.

По теореме косинусов, для $\Delta AC'C''$

$$(C'C'')^2 = (AC'')^2 + (AC')^2 - 2(AC')(AC'') \cos \theta,$$

или

$$H_C^2 = (l_1 + l_2)^2 + (l_2 - l_1)^2 - 2(l_1 + l_2)(l_2 - l_1) \cos \theta. \quad (2.18)$$

Площадь $\Delta AC'C''$ выражают в следующем виде:

$$\frac{H_C e}{2} = \frac{(l_1 + l_2)(l_2 - l_1) \sin \theta}{2}. \quad (2.19)$$

Решая соотношения (2.18) и (2.19) совместно, получают

$$l_1 = \frac{H_C}{2} \sqrt{1 - \frac{2e}{H_C} \cdot \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}}; \quad (2.20)$$

$$l_2 = \frac{H_C}{2} \sqrt{1 + \frac{2e}{H_C} \cdot \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}}. \quad (2.21)$$

Подставляя в соотношения (2.20) и (2.21) заданные числовые значения величин, имеют:

$$l_1 = \frac{0,15}{2} \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 0,046}{0,15} \cdot \frac{1 - \cos 27}{\sin 27}} = 0,0692 \text{ м};$$

$$l_2 = \frac{0,15}{2} \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,046}{0,15} \cdot \frac{1 + \cos 27}{\sin 27}} = 0,141 \text{ м};$$

$$\lambda_2 = l_2/l_1 = \frac{0,141}{0,0692} = 2,04.$$

Результаты графического построения (см. рис. 2.4) и расчета по соотношениям (2.17) и (2.18) близки друг к другу.

Пример 2.4. Исходные данные: ход ползуна $H_C = 0,20$ м, длина кривошипа $l_1 = 0,081$ м и угол давления в предельном положении C'' ползуна $\beta'' = 22^\circ$. Определить длину l_2 шатуна и смещение e направляющей относительно оси Ax (рис. 2.5, б).

Графическое решение приведено на рис. 2.5. В выбранном масштабе $\mu_l = 300$ мм/м откладывают отрезок $C'C'' = \mu_l H_C = 60$ мм и проводят под заданным углом β'' прямую $C''A$ для предельного положения C'' ползуна. На прямой AC'' дугой радиуса $D_1 C'' = \mu_l \cdot 2l_1 = 300 \cdot 2 \cdot 0,081 = 48,6$ мм делают засечку и отмечают

положение точки D' . Перпендикуляр, восстановленный к середине отрезка $C'D'$, пересекает прямую $C''D'$ в искомой точке A — оси вращения кривошипа. Определив положение точки A , находят длины отрезков и искомые значения смещения e и длины шатуна:

$$e = \frac{32}{300} = 0,107 \text{ м}; \quad l_2 = \frac{AC''}{\mu_1} - l_1 = \frac{86}{300} - 0,081 = 0,206 \text{ м};$$

$$\lambda_2 = \frac{l_2}{l_1} = 2,54; \quad \lambda_r = 1,32.$$

Решение можно выразить в аналитической форме, воспользовавшись теоремой косинусов для $\Delta AC'C''$:

$$(AC'')^2 = (C'C'')^2 + (AC'')^2 - 2(C'C'')(AC'') \cos \psi'',$$

или

$$(l_2 - l_1)^2 = H_C^2 + (l_2 + l_1)^2 - 2H_C(l_2 + l_1) \cos \psi'',$$

откуда длина шатуна

$$l_2 = \frac{H_C 2l_1 \cos \psi'' - H_C}{2 2l_1 - H_C \cos \psi''}; \quad (2.22)$$

смещение направляющей

$$e = (l_1 + l_2) \sin \psi''.$$

Подставляя числовые значения, имеют

$$l_2 = \frac{0,20 \cdot 2 \cdot 0,081 \cos 22^\circ - 0,20}{2 \cdot 2 \cdot 0,081 - 0,20 \cos 22^\circ} = 0,213 \text{ м};$$

$$e = (0,081 + 0,213) \sin 22^\circ = 0,110 \text{ м}.$$

Сходимость результатов графического и аналитического решений удовлетворительная.

При синтезе механизмов целесообразно применять ЭВМ с использованием соответствующих программ вычислений. При методе перебора вариантов определяют искомые параметры по каждой переменной, которая изменяется с выбранным шагом в заданном интервале.

Например, для относительной длины λ_2 шатуна назначают начальное значение $\lambda_{2н}$, шаг $\Delta\lambda_2$ и число шагов N_{λ_2} . Тогда возможные значения относительной длины $\lambda_2(K)$ шатуна определяют по соотношению

$$\lambda_2(K) = \lambda_{2н} + \Delta\lambda_2(K-1), \quad \text{где } K = 1 \dots N_{\lambda_2}. \quad (2.23)$$

Аналогично, для относительного смещения $\lambda_r(J)$

$$\lambda_e(J) = \lambda_{en} + \Delta\lambda_e(J-1), \text{ где } J=1 \dots N_e; \quad (2.24)$$

для угла φ_1 поворота кривошипа

$$\varphi_1(I) = \varphi_{1n} + \Delta\varphi_1(I-1), \text{ где } I=1 \dots N_{\varphi 1}. \quad (2.25)$$

С учетом соотношений (2.23) — (2.25) формула (2.11), например, для координаты x_C ползуна 3 должна быть представлена в следующей записи:

$$x_C(K, J, I) = l_1 [\cos \varphi_1(I) + \sqrt{\lambda_2^2(K) - [\sin \varphi_1(I) - \lambda_e(J)]^2}], \quad (2.36)$$

где $I=1 \dots N_{\varphi 1}$; $J=1 \dots N_e$; $K=1 \dots N_{\lambda 2}$.

Выполнив подобные преобразования для других соотношений, проводят необходимые вычисления на ЭВМ и по выбранным критериям и ограничениям назначают наиболее приемлемые размеры звеньев.

Кривошипно-коромысловый механизм. Кривошипно-коромысловый механизм (рис. 2.6) используют для преобразования вращательного движения кривошипа 1 в качательное движение коромысла 3 или, наоборот, качательного движения коромысла во вращательное движение кривошипа. При полном обороте кривошипа 1 коромысло 3 поворачивается на угол β_3 в одну сторону и на такой же угол в другую сторону. Угол β_3 качания коромысла зависит от размеров звеньев и при синтезе механизма обычно его задают по условиям работы машины. При графическом решении предельные положения коромысла $C'D$ и $C''D$ находят на дуге $C'CC''$ путем засечек окружности радиуса CD из центра A дугами, радиусы которых $AC' = AB' + B'C' = l_1 + l_2$ и $AC'' = C''B'' - B''A = l_2 - l_1$. Планы механизма, соответствующие предельным

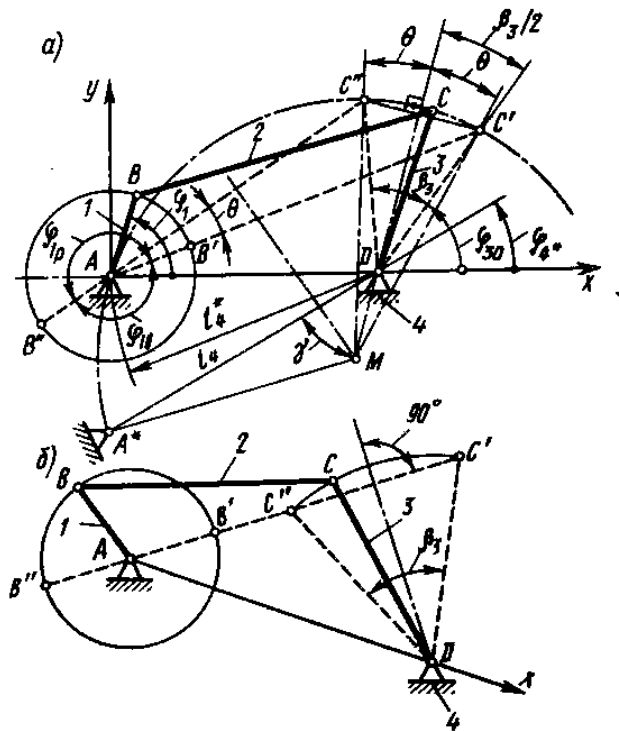


Рис. 2.6

(«мертвым») положениям коромысла 3, на рис. 2.6, а показаны пунктирными линиями. Углы φ_{1p} и φ_{1a} поворота кривошипа за период рабочего и вспомогательного ходов коромысла не равны между собой и отличаются от 180° на угол перекрытия θ : $\varphi_{1p} = 180^\circ + \theta$; $\varphi_{1a} = 180^\circ - \theta$.

По аналогии с (2.16) вводят коэффициент K_ω изменения средней угловой скорости коромысла:

$$K_\omega = \frac{(\omega_{3a})_{cp}}{(\omega_{3p})_{cp}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}. \quad (2.27)$$

Если при синтезе коэффициент K_ω является заданной величиной, то угол перекрытия θ определяют по соотношению

$$\theta = 180^\circ \frac{K_\omega - 1}{K_\omega + 1}. \quad (2.28)$$

Иногда назначают размеры звеньев такими, что коэффициент K_ω равен единице. Схема такого механизма показана на рис. 2.6, б. В предельных положениях $C'D$ и $C''D$ коромысла звенья 1 и 2 располагаются в обоих случаях на одной прямой $B''AB'C''C'$, перпендикулярной биссектрисе угла β_3 качания коромысла.

Условие существования кривошипа в схемах механизмов, показанных на рис. 2.6, а, б, выражается следующими неравенствами:

$$l_1 < l_2; l_1 + l_2 < l_3 + l_4; l_2 - l_1 > l_4 - l_3, \quad (2.29)$$

где l_1, l_2, l_3 — размеры звеньев 1, 2, 3; $l_4 = AD$ — расстояние на стойке.

Геометрические параметры, определяющие кинематическую схему механизма, связаны между собой определенными соотношениями. Некоторые из них получают при анализе $\triangle AC'D$ и $\triangle AC''D$ с помощью теоремы косинусов:

$$\begin{aligned} (l_1 + l_2)^2 &= l_4^2 + l_3^2 - 2l_4l_3 \cos(180^\circ - \varphi_{30}); \\ (l_2 - l_1)^2 &= l_4^2 + l_3^2 - 2l_4l_3 \cos(180^\circ - \varphi_{30} - \beta_3), \end{aligned}$$

где φ_{30} — наименьший угол наклона коромысла к линии AD .

Угол β_3 качания коромысла выражают в виде соотношения

$$\beta_3 = \arccos \frac{-l_4^2 - l_3^2 + (l_2 - l_1)^2}{2l_4l_3} - \arccos \frac{-l_4^2 - l_3^2 + (l_2 + l_1)^2}{2l_4l_3}. \quad (2.30)$$

При проектировании кинематической схемы кривошипно-коромыслового механизма в качестве заданных параметров могут

приниматься различные сочетания исходных данных в зависимости от конкретных условий работы машины. Ниже рассмотрены некоторые варианты, наиболее часто встречающиеся в заданиях на курсовое проектирование.

Пример 2.5. Исходные данные: межосевое расстояние l_4 , длина l_3 коромысла 3, угол β_3 качания коромысла и угол φ_{30} наименьшего наклона коромысла к линии AD (рис. 2.6, а). Определить длины l_1 и l_2 звеньев 1 и 2.

При графическом методе решения (рис. 2.6, а) выбирают масштаб μ_l длин звеньев. На оси Ax откладывают от точки A отрезок $AD = \mu_l l_4$ и находят точку D . От положительного направления оси Ax откладывают углы φ_{30} и $(\varphi_{30} + \beta_3)$ и изображают предельные положения DC' и DC'' коромысла 3. Измеряют отрезки $AC' = \mu_l (l_1 + l_2)$; $AC'' = \mu_l (l_2 - l_1)$ и определяют искомые длины l_1 и l_2 звеньев 1 и 2 по следующим соотношениям:

$$l_1 = \frac{AC' - AC''}{2\mu_l}; \quad l_2 = \frac{AC' + AC''}{2\mu_l}. \quad (2.31)$$

Размеры звеньев можно также вычислить по следующим формулам:

$$l_1 = 0,5 (\sqrt{l_4^2 + l_3^2 + 2l_4 l_3 \cos \varphi_{30}} - \sqrt{l_4^2 + l_3^2 + 2l_4 l_3 \cos (\varphi_{30} + \beta_3)});$$

$$l_2 = 0,5 (\sqrt{l_4^2 + l_3^2 + 2l_4 l_3 \cos \varphi_{30}} + \sqrt{l_4^2 + l_3^2 + 2l_4 l_3 \cos (\varphi_{30} + \beta_3)}). \quad (2.32)$$

Пример 2.6. Исходные данные: межосевое расстояние l_4 , длина l_3 коромысла DC , угол φ_{30} наименьшего наклона коромысла к линии AD и коэффициент K_ω изменения средней угловой скорости коромысла. Определить длины l_1 и l_2 звеньев 1 и 2.

Вначале по формуле (2.28) определяют угол перекрытия θ . При графическом решении выбирают направление оси Ax , откладывают отрезок $AD = \mu_l l_4$, угол φ_{30} и определяют предельное положение коромысла DC' (рис. 2.6, а). По известному углу θ находят точку M , а на дуге радиуса $DC = \mu_l l_3$ находят положение точки C'' . Измеряют отрезки AC' и AC'' и определяют искомые длины l_1 и l_2 звеньев 1 и 2 по соотношениям (2.31).

Пример 2.7. Исходные данные: длины l_3 и l_4 коромысла DC и стойки AD , коэффициент K_ω изменения средней угловой скорости коромысла, угловой ход β_3 коромысла 3 и угол φ_{30} предельного наклона коромысла 3 к оси Ax . Определить длины l_1 и l_2 звеньев 1 и 2.

При графическом решении выбирают положение точки D на

оси Ax , откладывают углы φ_{30} и $(\varphi_{30} + \beta_3)$ и проводят лучи, соответствующие предельным положениям коромысла DC . На этих лучах на расстоянии $DC' = DC'' = \mu l_3$ находят точки C' и C'' .

К середине хорды $C'C''$ восставляют перпендикуляр, который пройдет через точку D . Лучи, проведенные через точки C' и C'' под углом $\theta = 180^\circ (K_\omega - 1)/(K_\omega + 1)$ к этому перпендикуляру, пересекаются в точке M . Окружность с центром в точке M , проходящая через точки C' и C'' , является геометрическим местом точек A , удовлетворяющих рассчитанному углу перекрытия θ . Вписанный $\angle C'AC'' = \theta$ в два раза меньше центрального угла $\angle CMC'' = 2\theta$. Радиус этой окружности целесообразно вычислить по формуле $MC' = \mu l_3 \sin 0,5\beta_3 / \sin \theta$. Точка A^* на этой окружности определяется как точка пересечения с дугой, проведенной из центра D радиусом $A^*D = \mu l_4$.

Искомые длины звеньев находят по соотношениям (2.31) при графическом решении или по (2.32) — при аналитическом.

Точка A^* только в частном случае может быть на линии Dx заданного направления, т. е. совпадать с точкой A , как это показано на рис. 2.6, а. В общем случае $\angle A^*DM$ определяют из $\triangle A^*DM$, в котором известны длины всех сторон:

$$A^*D = \mu l_4; \quad DM = \mu l_1 \left(\frac{l_3 \sin 0,5\beta_3}{\operatorname{tg} \theta} - l_3 \cos 0,5\beta_3 \right);$$

$$A^*M = \mu l_1 \frac{l_3 \sin 0,5\beta_3}{\sin \theta}.$$

Вводя обозначение $\angle A^*DM = \gamma$, находят его значение по формуле для угла в треугольнике, у которого заданы длины трех сторон:

$$\operatorname{tg}(\gamma/2) = r/(p - A^*M),$$

где $p = 0,5(A^*M + AD + DM)$ — полупериметр;

$$r = \sqrt{(p - A^*M)(p - AD)(p - DM)/p}.$$

Угол φ_{4^*x} между положительным направлением Ax и линией межосевого расстояния A^*D' определяется разностью соответствующих углов: $(\varphi_{30} + 0,5\beta_3) - \gamma = \varphi_{4^*x}$.

Кулисный механизм. Кривошипно-кулисный механизм используют для преобразования вращательного движения кривошипа I либо в качательное движение (рис. 2.7, а, б), либо во вращательное движение кулисы 3 (рис. 2.7, в, г, д).

Шатун (или «камень») 2 перемещается по направляющей кулисы, которая конструктивно может быть выполнена в виде прорези (паза) либо как охватываемая деталь. Ось направляющей кулисы либо проходит через ось ее поворота (рис. 2.7, а, в, д, е), либо имеет

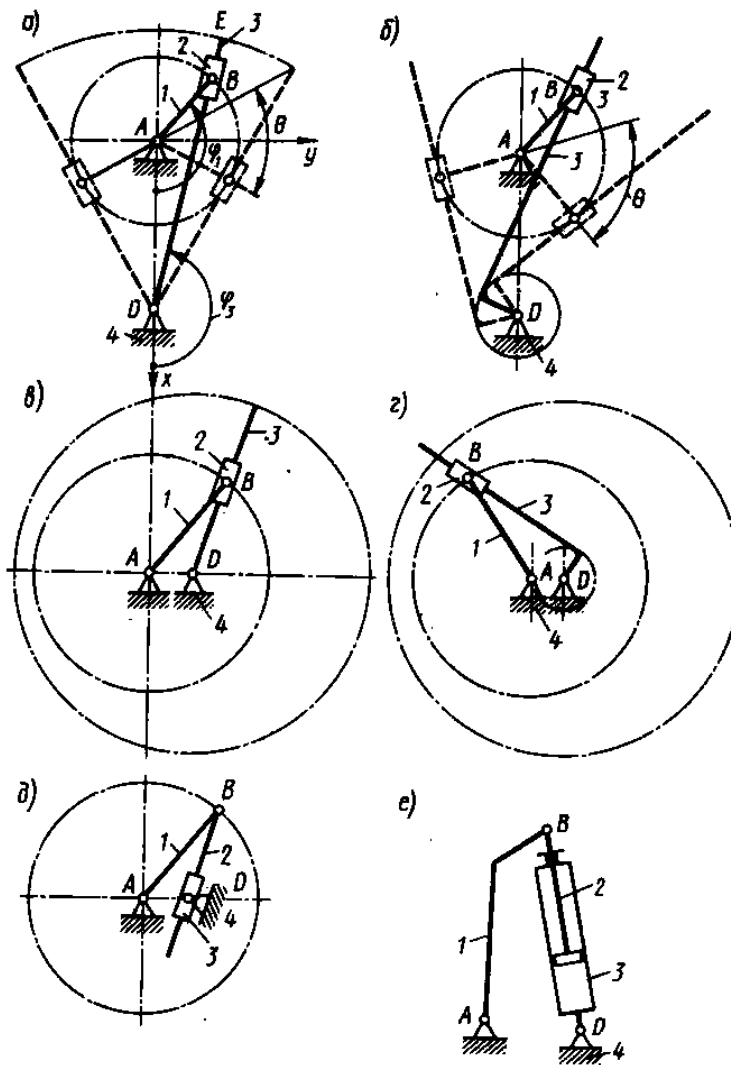


Рис. 2.7

некоторое смещение (рис. 2.7, б, г). Во многих машинах роль направляющей кулисы выполняют рабочие поверхности качающегося цилиндра гидро- или пневмодвигателя (рис. 2.7, е).

Угол φ_3 поворота кулисы относительно положительного направления оси Ax , совпадающей с межосевым расстоянием AD , в функции обобщенной координаты φ_1 (рис. 2.7, а), определяется следующим соотношением:

$$\varphi_3 = \pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{\lambda_4 - \cos \varphi_1} \right), \quad (2.33)$$

где $\lambda_4 = AD/AB = l_4/l_1 = 1/\sin 0,5\theta$.

Рекомендуется принимать $\lambda_4 \geq 2$, т. е. $\theta \leq 60^\circ$.

Из соотношения (2.33) следует, что кулиса вращается неравномерно. В связи с тем что угол перекрытия θ может быть достаточно большим, кулисные механизмы используют в технологических машинах для уменьшения времени вспомогательного хода. Например, при $\theta = 60^\circ$ коэффициент изменения средней угловой скорости коромысла $K_\omega = 2$ и $\lambda_4 = 2$, а при $\theta = 20^\circ$ $K_\omega = 1,25$ и $\lambda_4 = 5,76$.

Если выходное звено должно совершать поступательное движение, то кулисные механизмы используют в сочетании с коромыслово-ползунным или кулисно-ползунным механизмами. Подобные механизмы помимо стойки имеют пять подвижных звеньев. Их часто называют шестизвенными с качающейся или вращающейся кулисой.

На рис. 2.8 приведена расчетная схема для проектирования коромыслово-кулисного механизма, применяемого в гидро- или пневмодвигателях с качающимся цилиндром. Если заданы размеры звена 1 (длины l_1 и l_{AB}), габариты и угол β_1 между двумя крайними положениями AB_1 и AB_H звена 1, то при синтезе необходимо назначить координаты оси D качания цилиндра. Дополнительными условиями назначают: допускаемый угол давления $\varphi_{\text{доп}}$ между штоком 2 и коромыслом 1 и минимальную относительную длину цилиндра K_3 , равную отношению длины цилиндра к хорде B_1B_H . Длина рабочей части штока $H_B = B_1B_H/\mu_1$.

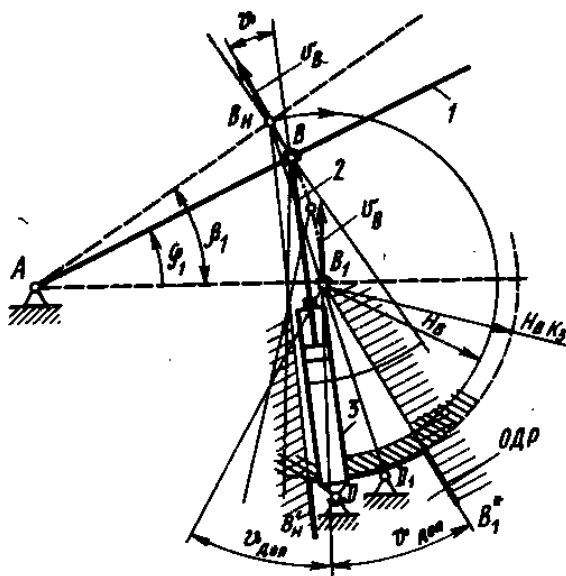


Рис. 2.8

Исходных данных недостаточно для получения единственного решения. Ось D качания цилиндра может находиться в некоторой области допустимых решений (ОДР), для которой выполняются заданные ограничения. Две границы этой области очерчиваются лучами (или их огибающей), проведенными из точек B под углами $\varphi_{\text{доп}}$ относительно вектора \vec{v}_B скорости точки B при изменении угла φ_1 в пределах от 0 до β_1 . На рис. 2.8 такими граничными лучами оказались лучи

$B_1B_1^*$ и $B_H B_H'$. Граница минимального размера между осью D_1 качания цилиндра и точкой B_1 является окружность с радиусом $K_2 H_B = K_3 (B_1 B_H) / \mu_1$ (обычно $K_3 = 1, 2 \dots 1, 3$). Ось качания D можно выбрать в любой точке ОДР. Если точку D_1 выбрать в области ОДР на прямой $B_H B_1$, то изменение углов давления между крайними положениями AB_1 и AB_H коромысла 1 будет незначительным.

Для уменьшения межосевого расстояния AD между осями поворота звена 1 и цилиндра 3 увеличивают значение допускаемого угла давления.

На рис. 2.9 приведена схема кулисно-ползунного механизма со звеньями $3, 4, 5$, получающего движение от коромыслово-кулисного механизма пневмоцилиндра со звеньями $1, 2, 3$. Подобный механизм используют для возвратно-поступательного движения ползуна 5 с требуемым ходом H_E .

В качестве исходных данных обычно назначают допускаемый угол $\psi_{\text{доп}}$ давления, обеспечивающий надежную работу механизма. При взаимодействии звеньев 5 и 4 угол давления ν достигает максимальной величины в крайних положениях E и E'' звена 5 . Считая его в этих положениях равным $\psi_{\text{доп}}$, можно определить смещение e_6 продольной оси звена 5 относительно оси C качания рычага 3 :

$$e_6 = 0,5 H_E / \text{tg } 0,5 \beta_3, \text{ или } e_6 = 0,5 H_E / \text{tg } \psi_{\text{доп}},$$

так как $\beta_3 = 2\psi_{\text{доп}}$.

Длину звена CB и угол γ_3 назначают из конструктивных соображений или они должны быть заданы. Иногда задают коэффициент $\lambda_3 = l_{CB} / e_6 = 0,5 \dots 1,5$ относительной длины коромысла CB и коэффициент $\lambda_{\text{ц}} = (AB)_{\text{мин}} / B'B'' = 1, 2 \dots 1, 3$ относительной длины цилиндра. При таких дополнительных условиях можно найти координаты оси A качания цилиндра 1 . Хорда $B_1 B'' = 2BC \sin 0,5 \beta_3$, или $l_{B_1 B''} = 2\lambda_3 e_6 \sin \psi_{\text{доп}}$.

В положении B'' проводят

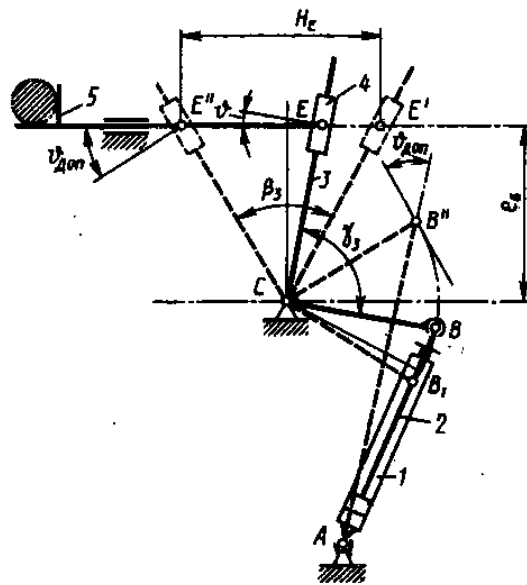


Рис. 2.9

луч $B'A$ под углом $\nu_{\text{доп}}$ к вектору скорости точки B , а положение точки A на этом луче находят путем засечки дугой, центр которой находится в точке B_1 , а ее радиус $l_{B,A} = \lambda_{\text{н}} l_{B,B}$.

На рис. 2.10 приведены три схемы шестизвенных кулисных механизмов, имеющих кривошип 1 и ползун 2 и отличающихся способом соединения шатуна 4 с кулисой 3 и ползуном 5. В механизме на рис. 2.10, б шатун 4 имеет две вращательные пары, а в механизмах на рис. 2.10, а, в шатун 4 шарнирно соединен в первом случае с кулисой 3, а во втором случае с ползуном 5 при фиксированном смещении оси C на длину e_5 . В качестве исходных данных в большинстве случаев принимают ход H_F ползуна и коэффициент K_c изменения средней скорости ползуна. Угол $\beta_3 = \theta$ качания кулисы определяют по соотношению (2.17) и далее находят необходимую длину кулисы $l_3 = 0,5H_F/\sin 0,5\theta$.

Для схемы на рис. 2.10, в эта расчетная длина кулисы DC' должна быть увеличена с учетом размеров шатуна 4 и ползуна 5 (размер l_5). Длина l_6 межосевого расстояния AD и длина кривошипа l_1 связаны соотношением

$$\lambda_6 = l_6/l_1 = 1/\sin 0,5\beta_3 = 1/\sin 0,5\theta.$$

Чем больше размер l_1 при фиксированном угле θ , тем надежнее работает механизм. Поэтому длину l_1 назначают наибольшей, допускаемой смещением e направляющей ползуна 5 относительно оси A вращения кривошипа. Обычно вначале определяют высоту a стрелы сегмента $C'C''$ (рис. 2.10, б): $a = l_3(1 - \cos 0,5\theta)$ — и принимают расположение продольной оси ползуна 5 посередине высоты стрелы сегмента. В этом случае имеет место соотношение

$$l_6 + e = l_3 - 0,5a = 0,5l_3(\cos 0,5\theta + 1).$$

Назначив длину e , находят межосевое расстояние l_6 и вычисляют длину l_1 кривошипа:

$$l_1 = l_6 \sin 0,5\theta.$$

На рис. 2.11 приведена схема шестизвенного механизма с кривошипом 1, ползуном 2 и с вращающейся кулисой 3, к которой присоединена шатунно-ползунная группа со звеньями 4 и 5. Крайние положения F' и F'' ползуна 5 определяют его ход H_F . Они расположены на прямой, проходящей через ось D вращения кулисы 3.

При заданном коэффициенте K_c изменения средней скорости находят угол перекрытия θ по соотношению (2.17). При заданной длине l_1 кривошипа 1 находят требуемое межосевое расстояние

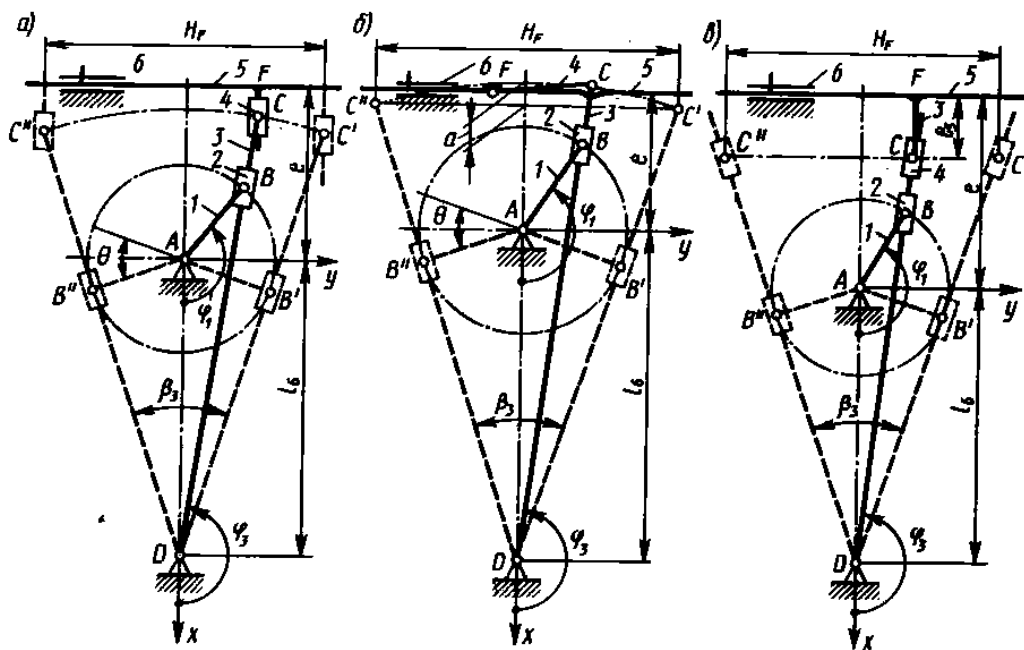


Рис. 2.10

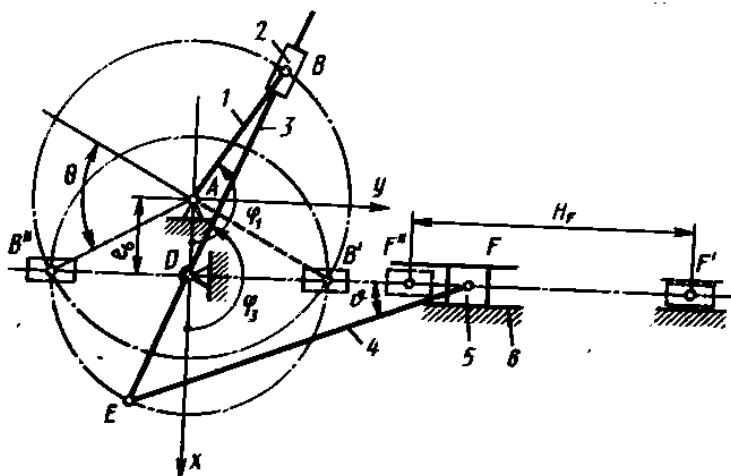


Рис. 2.11

l_6 на стойке 6 или, наоборот, при заданной длине l_6 находят длину l_1 кривошипа:

$$l_6 = l_1 \sin 0,5\theta.$$

Длину l_{ED} находят по заданному ходу H_F ползуна:

$$l_{ED} = 0,5H_F.$$

Длину l_4 шатуна 4 назначают с учетом допускаемого угла $\psi_{\text{доп}}$ давления между шатуном 4 и ползуном 5:

$$l_4 = l_{ED} / \sin \psi_{\text{доп}} = 0,5H_F / \sin \psi_{\text{доп}}.$$

С увеличением угла $\psi_{\text{доп}}$ габаритные размеры механизма уменьшаются, однако возрастают усилия в кинематических парах, увеличивается износ элементов кинематических пар и уменьшается надежность работы механизма.

Глава 3

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ

Основная система отсчета $Oxuz$ — та система, относительно которой определяется движение всех остальных систем отсчета, связанных с подвижными точками и звеньями механизма.

Геометрический вектор — направленный отрезок в пространстве или на плоскости, имеющий начальную точку (точку приложения вектора) и конечную точку. Векторы могут быть связанными (начальная точка неизменно связана с рассматриваемой системой отсчета), скользящими (при переносе вдоль вектора и лежащие на одной прямой) и свободными (при переменном переносе).

Радиус-вектор точки — вектор от некоторой точки (начала), неизменно связанной с рассматриваемой системой отсчета, до движущейся точки.

Вектор-функция скалярного аргумента — однозначное отображение вектора при каждом значении аргумента (например, времени).

Естественные оси координат — прямоугольная система осей с началом в движущейся точке, направленных соответственно по касательной, главной нормали и бинормали к траектории этой точки.

Векторная модель механизма — совокупность геометрических векторов, соединяющих кинематические пары или точки звеньев между собой на структурной (или кинематической) схеме механизма в такой последовательности, которая целесообразна для расчета кинематических параметров движения механизма с помощью аналитических зависимостей. Векторы могут иметь постоянный и переменный модули.

Функция положения механизма — функциональная зависимость угловой (или линейной) координаты выходного звена от обобщенных координат механизма, иногда называется кинематической передаточной функцией нулевого порядка.

Кинематическая передаточная функция скорости (линейной или угловой) — первая производная функции положения по обобщенной координате механизма (аналог скорости точки, аналог угловой скорости звена, передаточное отношение):

$$\varphi'_n = d\varphi_n/dq_1; \dot{\varphi}_n(t) = \dot{q}_1 d\varphi_n/dq_1; \dot{\varphi}_n = \omega_n = u_{n1}\omega_1.$$

Кинематическая передаточная функция ускорения (линейного или углового) — вторая производная функции положения по обобщенной координате механизма (аналог ускорения точки, аналог углового ускорения звена):

$$\varphi''_n = d^2\varphi_n/dq_1^2; \ddot{\varphi}_n(t) = \dot{\varphi}_1^2 \frac{d^2\varphi_n}{dq_1^2} + \ddot{\varphi}_1 \frac{d\varphi_n}{dq_1} = \varphi''_n \dot{\varphi}_1^2 + \varphi'_n \ddot{\varphi}_1.$$

Передаточное отношение — отношение скорости (угловой и линейной) одного звена к скорости (угловой и линейной) другого звена. Обозначение: $u_{12} = \omega_1/\omega_2$; $u_{21} = \omega_2/\omega_1$; $u_{1n} = \omega_1/\omega_n$; $u_{12}^{(n)} = (\omega_1 - \omega_n)/(\omega_2 - \omega_n)$, где индекс «н» означает неподвижное или условно-неподвижное звено в механизмах с двумя степенями свободы. Обычно и — водило в планетарном механизме.

Кинематические характеристики движения точки:

траектория точки — геометрическое место точек, ее последовательность положений в пространстве с течением времени относительно выбранной системы отсчета;

график движения точки — кривая, изображающая функцию какого-либо элемента движения (координата, скорость, ускорение точки);

скорость точки — быстрота изменения пути, проходимого точкой с течением времени, равная производной по времени от радиуса-вектора этой точки в рассматриваемой системе отсчета;

ускорение точки — быстрота изменения скорости точки с течением времени, равная производной по времени от скорости этой точки в рассматриваемой системе отсчета.

Сложное движение точки или звена — движение точки или звена, исследуемое одновременно в основной и подвижной системах отсчета. Характеристики движения точки или звена определяются по отношению к каждой из систем и рассматриваются зависимости между этими характеристиками.

*Способы задания (и изучения) движения точки**:

естественный, при котором задаются траектория и закон движения точки по траектории (алгебраическая скорость, касательная и нормальная составляющие ускорения точки), его годограф, первая и вторая производные по времени);

координатный, при котором задаются координаты, составляющие скорости и ускорения в декартовых координатах.

При изучении движения в полярных координатах проекции скоростей и ускорений называют соответственно радиальной и трансверсальной составляющими скорости $v_r = \dot{r}$; $v_p = r\dot{\varphi}$ или ускорения $a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$; $a_p = \dot{r}\dot{\varphi} + 2r\ddot{\varphi}$.

*Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. — М.: Высшая школа, 1990.

Цели главы

Ознакомившись с данной главой, вы должны уметь:

1. Формулировать содержание и цели кинематического анализа механизма.
2. Пояснять, что называют обобщенной координатой механизма, обобщенной скоростью механизма и каким звеньям они приписываются.
3. Пояснять, что называют кинематическими передаточными функциями скорости и ускорения точки (или звена) и в чем их отличие от соответствующих скорости и ускорения.
4. Пояснять связь между кинематической схемой и векторной моделью рычажного механизма.
5. Составлять векторные модели разных механизмов и иметь навыки обозначения параметров геометрических векторов этой модели.
6. Объяснять назначение базового вектора в трехвекторном контуре и как вводят числовые показатели варианта расположения контура относительно базового вектора (вариант сборки структурной группы).
7. Определять значения функций положения механизма и его звеньев при заданной кинематической схеме и обобщенных координатах.
8. Определять значения кинематических передаточных функций скорости и ускорений выходного звена механизма при заданных обобщенных координате и скорости механизма.
9. Составлять векторные уравнения для скоростей и ускорений при абсолютном, относительном и переносном движениях точек и звеньев механизма и выполнять графические вычисления значений кинематических параметров.
10. Пояснять особенности и различия естественного, координатного и векторного способов изучения и задания движения точки (или звена) механизма.

3.2. ФУНКЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ

Функции положения механизма являются геометрическими характеристиками механизма, не зависящими от времени. Для определения значений этой функции достаточно задать одно или несколько значений обобщенной координаты механизма с одной степенью свободы или совокупность значений обобщенных координат, если механизм обладает несколькими степенями свободы. Обобщенная координата приписывается начальному звену, которое может не совпадать с входными или приводным (ведущим) звеньями.

При заданных кинематической или структурной схемах и обобщенных координатах целесообразно составить векторную

модель механизма, что позволяет выражать функции положения звеньев или точек через параметры геометрических векторов — их модули или угловые координаты, а скорости и ускорения точек или звеньев — через соответствующие производные векторов по времени или по обобщенной координате.

На рис. 3.1 приведен пример, показывающий, что движение точки B (рис. 3.1, а) по заданной траектории T со скоростью $\underline{v}_B = \dot{r}_B(t)$ может осуществляться различными механизмами и при этом радиус-вектор \underline{r}_B точки B и скорость \underline{v}_B его изменения во всех случаях сохраняют свои значения, если обобщенные координаты и скорости будут соответствующими.

По схеме рис. 3.1, б механизм имеет две степени свободы: поворот звена 1 и движение поршня 2 относительно цилиндра. Вектор \underline{v}_B представлен либо составляющими v_{Bx} и v_{By} — проекциями на координатные оси основной системы отсчета — либо составляющими радиальной скоростью v_{Br} и тангенциальной $v_{B\tau}$, направленными по радиусу-вектору и перпендикулярно ему. Векторная модель этого механизма (рис. 3.1, в) представляет вектор \underline{h}_B , направленный вдоль оси поступательной пары и имеющий переменный модуль $|h_B|$ и угловую координату φ_B . Вектор \underline{h}_B совпадает с вектором $\underline{r}_B(t)$. Введение в обозначения буквы

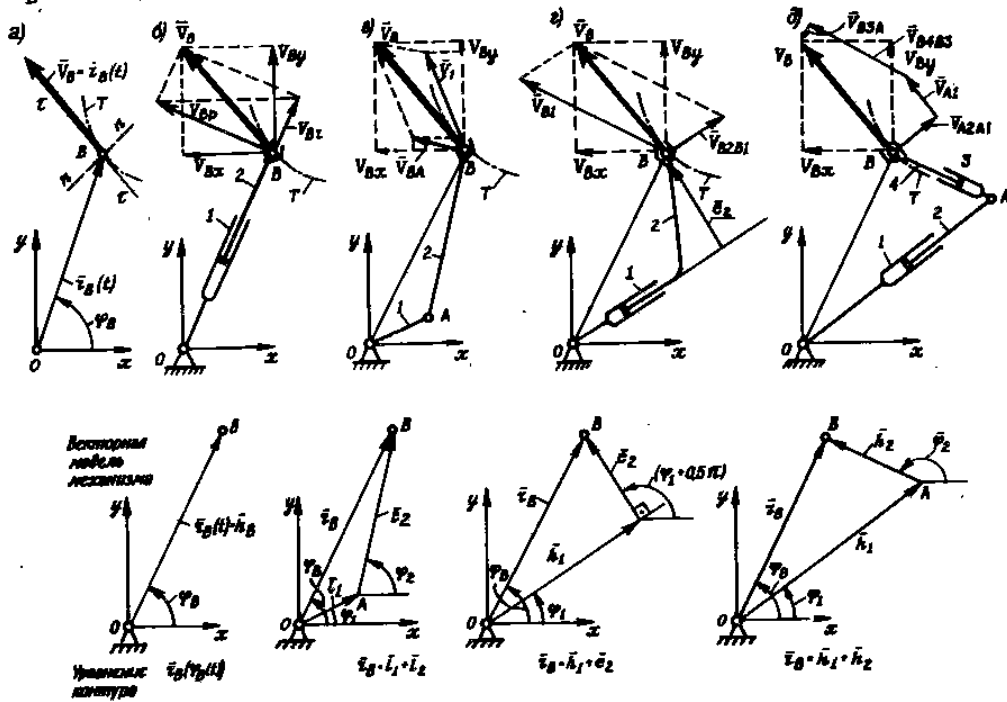


Рис. 3.1

h подчеркивает изменяемость длины вектора. На схеме рис. 3.1, *в* приведен пример манипулятора с двумя звеньями 1 и 2 с постоянными длинами и соединенными вращательной парой A . Если за обобщенные координаты принять угловые координаты φ_1 и φ_2 , то движение точки B со скоростью v_B можно представить как сложное — переносное со скоростью v_{A1} точки A и относительное со скоростью \bar{v}_{BA} (вращение точки B вокруг полюса A): $\bar{v}_B = \bar{v}_{A1} + \bar{v}_{BA}$. Векторная модель этого механизма представлена внизу рис. 3.1, *в* и отвечает уравнению $\bar{r}_B = \bar{l}_1 + \bar{l}_2$.

На схеме рис. 3.1, *г* дан пример манипулятора тоже с двумя звеньями 1 и 2, но соединенными поступательной парой (например, гидроцилиндр-поршень). Если за обобщенные координаты принять угол φ_1 и модуль вектора $|\bar{h}_1|$, то движение точки B со скоростью v_B представляют как сложное — переносное со скоростью \bar{v}_{B1} точки B на звене 1 и относительное со скоростью $\bar{v}_{21} = \bar{v}_{B2B1}$:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{B1} + \bar{v}_{B2B1}. \quad (3.1)$$

Векторная модель этого механизма представлена на рис. 3.1, *г* и отвечает уравнению $\bar{r}_B = \bar{h}_1 + \bar{e}_2$; $\varphi_2 = \varphi_1 + 0,5\pi$. На схеме рис. 3.1, *д* приведен пример манипулятора с четырьмя звеньями 1, 2, 3, 4, одной вращательной парой A и двумя поступательными парами. Сложное движение точки B со скоростью v_B по той же траектории T может быть представлено суммой двух переносных и двух относительных движений с соответствующими скоростями:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{A1} + \bar{v}_{A2A1} + \bar{v}_{B3A3} + \bar{v}_{B4B3}. \quad (3.2)$$

За обобщенные координаты приняты угловые координаты φ_1 и φ_2 и модули векторов $|\bar{h}_1|$ и $|\bar{h}_2|$.

Векторная модель этого манипулятора представлена на рис. 3.1, *д* и отвечает уравнению $\bar{r}_B = \bar{h}_1 + \bar{h}_2$.

Рассмотренные примеры рис. 3.1 позволяют составить представление о переходе от схемы механизма к его векторной модели, методике выбора обобщенных координат и обобщенных скоростей и их связи с движением исполнительного звена (в примерах это точки B) механизма.

В этих примерах функции положения точки B отвечали разные уравнения геометрических связей векторной модели механизма:

$$\bar{r}_B = \bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{h}_1 + \bar{e}_2 = \bar{h}_1 + \bar{h}_2$$

ИЛИ

$$\vec{r}_B(\varphi_B(t)) = \vec{l}_1(\varphi_1) + \vec{l}_2(\varphi_2) = \vec{h}_1(\varphi_1) + \vec{e}_2(\varphi_1) = \vec{h}_1(\varphi_1) + \vec{h}_2(\varphi_2).$$

На рис. 3.2, а, в приведены кинематические схемы шестизвенных механизмов с одной степенью свободы. Поэтому за обобщенную координату принимают угловую координату φ_1 кривошипа 1.

Функции положения точки В на кривошипе определяются вектором $\vec{l}_1 = \vec{l}_{BA}$, т. е. $x_B = x_A + l_1 \cos \varphi_1$; $y_B = y_A + l_1 \sin \varphi_1$.

На рис. 3.2, а, б функции положения точки С на ползуне 3 при выбранном векторе \vec{l}_2 с угловой координатой φ_2 , определяющим положение шатуна 2, записывают:

$$\text{в векторной форме } x_C \vec{i} = \vec{l}_1 - \vec{l}_2;$$

$$\text{в координатной форме } x_C = x_B - l_2 \cos \varphi_2; \quad y_C = e_3.$$

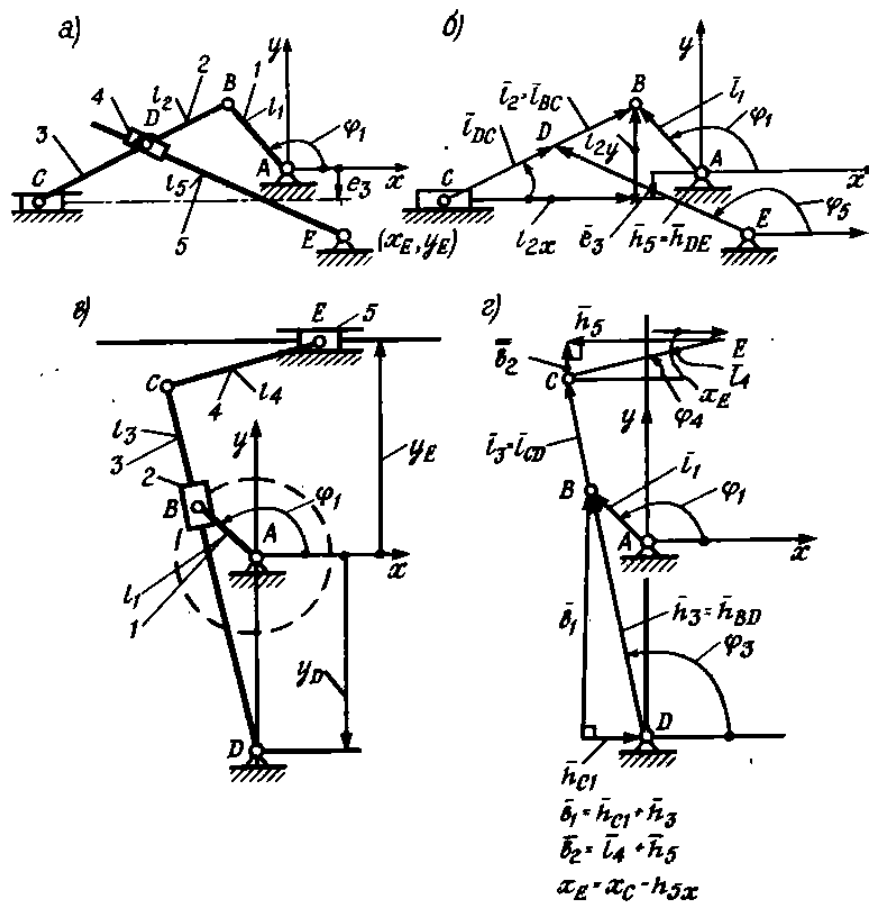


Рис. 3.2

Здесь $e_3 < 0$.

Предварительно необходимо определить значение угла φ_2 по соотношению $\sin \varphi_2 = (y_B - y_C)/l_2 = l_{2y}/l_2 = (y_B - e_3)/l_2$. Функции положения точки D на звене 2, совпадающей с осью вращения ползуна 4:

$$x_D = x_C + l_{DC} \cos \varphi_2;$$

$$y_D = y_C + l_{DC} \sin \varphi_2.$$

Функции положения звена 5 определяют с помощью вектора $\vec{h}_5 = \vec{h}_{DSE}$:

$$h_5 = h_{DSE} = \sqrt{(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2};$$

$$\sin \varphi_5 = (y_D - y_E)/h_5; \cos \varphi_5 = (x_D - x_E)/h_5; \varphi_5 = \arctg(\sin \varphi_5 / \cos \varphi_5).$$

Аналогичный анализ выполняют для векторной модели кулисного механизма (рис. 3.2, в, г):

$$\text{в векторной форме } \vec{b}_1 = \vec{h}_{C1} + \vec{h}_{BD}; \vec{b}_2 = \vec{l}_4 + \vec{h}_5;$$

в координатной форме

$$\varphi_3 = \arctg(y_B - y_D)/(x_B - x_D);$$

$$x_C = x_D + l_3 \cos \varphi_3; y_C = y_D + l_3 \sin \varphi_3;$$

$$\varphi_4 = \arcsin(y_E - y_C)/l_4;$$

$$x_E = x_C - l_4 \cos \varphi_4.$$

При кинематическом анализе, выполняемом на ЭВМ с использованием пакетов прикладных программ, обычно используется модульный подход, при котором векторная модель механизма разбивается проектировщиком или непосредственно ЭВМ в процессе анализа структурной схемы на векторные контуры (или структурные группы). Используются обычно трехвекторные контуры и геометрические векторы, для которых часть параметров задана, а другая часть определяется в процессе кинематического анализа проектировщиком или ЭВМ. Трехвекторный контур с заданной опорной точкой $D(x_D, y_D)$ имеет шесть параметров: три длины и три угловые координаты векторов \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} (рис. 3.3, а — г) — и описывается следующей системой уравнений:

$$\text{в векторной форме } \vec{b} = \vec{c} + \vec{d};$$

в форме проекций на оси координат основной системы отсчета

$$x_C = x_D + b \cos \varphi_b = x_D + c \cos \varphi_c + d \cos \varphi_d;$$

$$y_C = y_D + b \sin \varphi_b = y_D + c \sin \varphi_c + d \sin \varphi_d.$$

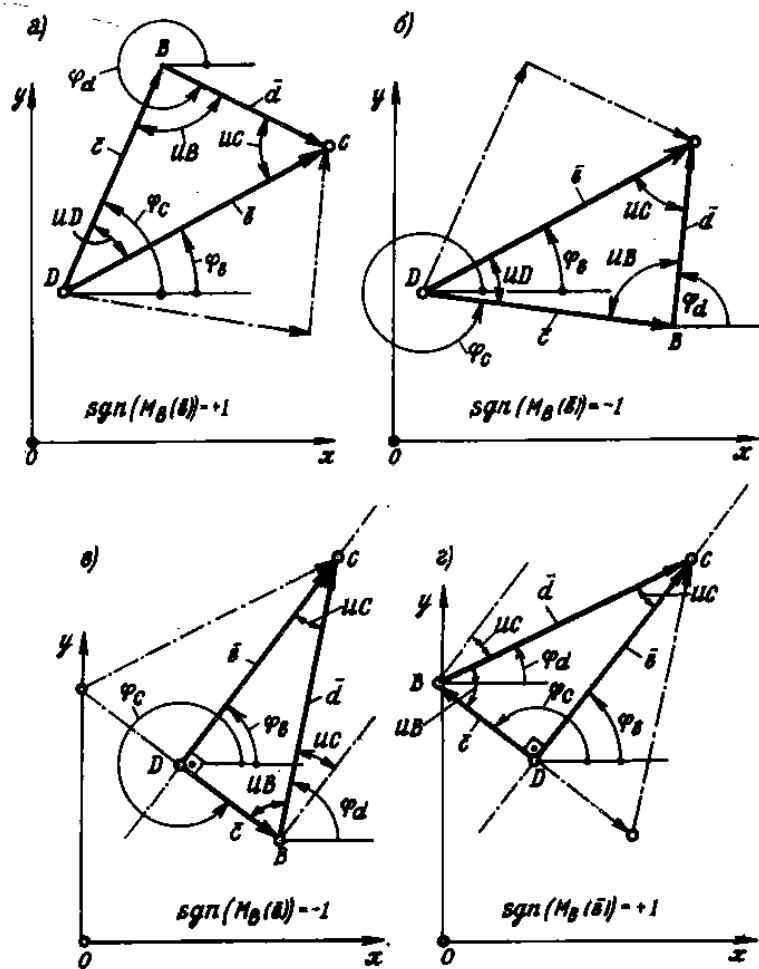


Рис. 3.3

Если заданы координаты точек D и C , то можно определить параметры вектора $Cd = \vec{b}$: угловую координату φ_b и модуль $|\vec{b}|$.

Косоугольный треугольник DBC относительно базового вектора \vec{b} может иметь два положения: слева от вектора \vec{b} (в положительной полуплоскости, для которой функция знака равна $+1$; такую сборку можно идентифицировать функцией знака $\text{sgn}(M_B(\vec{b}))$), где аргументом является момент базового вектора (\vec{b}) относительно вершины треугольника B) (рис. 3.3, a) или справа от вектора (\vec{b}) (в отрицательной полуплоскости, для которой функция знака равна -1 , так как $\text{sgn}(M_B(\vec{b})) = -1$).

Значения углов UC , UB , UD в треугольнике DBC могут быть найдены по формулам решения треугольников, известных из прямолинейной тригонометрии, для следующих основных случаев:

1) даны длины трех сторон: $|b|$, $|c|$, $|d|$. Углы находят по теореме косинусов или по теореме половинного угла;

2) даны две стороны и угол между ними. Углы находят по теореме косинусов или по теореме тангенсов;

3) даны две стороны и угол, противолежащий одной из них. Углы находят по теореме синусов;

4) даны сторона и два прилежащих угла. Углы находят по теореме синусов.

При принятых обозначениях на рис. 3.3 эти основные соотношения записывают в следующей форме:

$$b/\sin UB = c/\sin UC = d/\sin UD \quad (\text{теорема синусов}); \quad (3.3)$$

$$b^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos UD \quad (\text{теорема косинусов}); \quad (3.4)$$

$$b = c \cos UD + d \cos UC \quad (\text{формула косинусов}); \quad (3.5)$$

$$p = 0,5(b + c + d) \quad (\text{полупериметр}); \quad (3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}(UB/2) &= \sqrt{\frac{(p-c)(p-d)}{p(p-b)}} \\ \sin(UB/2) &= \sqrt{\frac{(p-c)(p-d)}{cd}} \\ \cos(UB/2) &= \sqrt{\frac{p(p-b)}{cd}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{теорема половинного угла}); \quad (3.7)$$

$$\frac{c-d}{c+d} = \frac{\operatorname{tg}(0,5(UC-UD))}{\operatorname{tg}(0,5(UC+UD))} = \frac{\operatorname{tg}(0,5(UC-UD))}{\operatorname{ctg}(0,5UB)} \quad (\text{теорема тангенсов}); \quad (3.8)$$

$$\operatorname{tg} UB = \frac{b \sin UC}{d - b \cos UC} = \frac{b \sin UD}{c - b \cos UD} \quad (\text{формула тангенсов}). \quad (3.9)$$

После определения углов при вершинах треугольника и знака расположения контура относительно базового вектора (b) определяют угловые координаты векторов:

$$\varphi_c = \varphi_b + UD \operatorname{sgn}(M_B(b)) + 2k\pi > 0 \quad (k=0; \pm 1); \quad (3.10)$$

$$\varphi_d = \varphi_b - UC \operatorname{sgn}(M_B(b)) + 2k\pi > 0 \quad (k=0; \pm 1). \quad (3.11)$$

Если в контуре между двумя векторами угол равен ($\pi/2$), то треугольник прямоугольный (рис. 3.3, ν , z), для которого можно использовать частный вид формул:

$$\sin UC = \cos UB = c/d; \quad \cos UC = \sin UB = b/d;$$

$$\operatorname{tg} UC = \operatorname{ctg} UB = c/b; \quad \operatorname{tg} UB = \operatorname{ctg} UC = b/c.$$

Функции положения векторов в прямоугольном треугольнике имеют вид

$$\varphi_c = \varphi_b + 0,5\pi \operatorname{sgn}(M_B(b)) + 2k\pi > 0 \quad (k=0; \pm 1);$$

$$\varphi_d = \varphi_b - UC \operatorname{sgn}(M_B(b)) + 2k\pi > 0 \quad (k=0; \pm 1).$$

Функции положения вершин B и C треугольника:

$$x_B = x_D + c \cos \varphi_c; \quad y_B = y_D + c \sin \varphi_c;$$

$$x_C = x_D + b \cos \varphi_b; \quad y_C = y_D + b \sin \varphi_b,$$

или

$$x_C = x_B + d \cos \varphi_d; \quad y_C = y_B + d \sin \varphi_d.$$

Пример 3.1. Определить функции положения звеньев шарнирного четырехзвенника $ACBD$ (рис. 3.4, а) при заданных значениях длин звеньев 1, 2, 3 $l_1 = l_{CA}$, $l_2 = l_{CB}$, $l_3 = l_{BD}$, обобщенной координате φ_1 , координатах опорных пар $A(x_A, y_A)$ и $D(x_D, y_D)$.

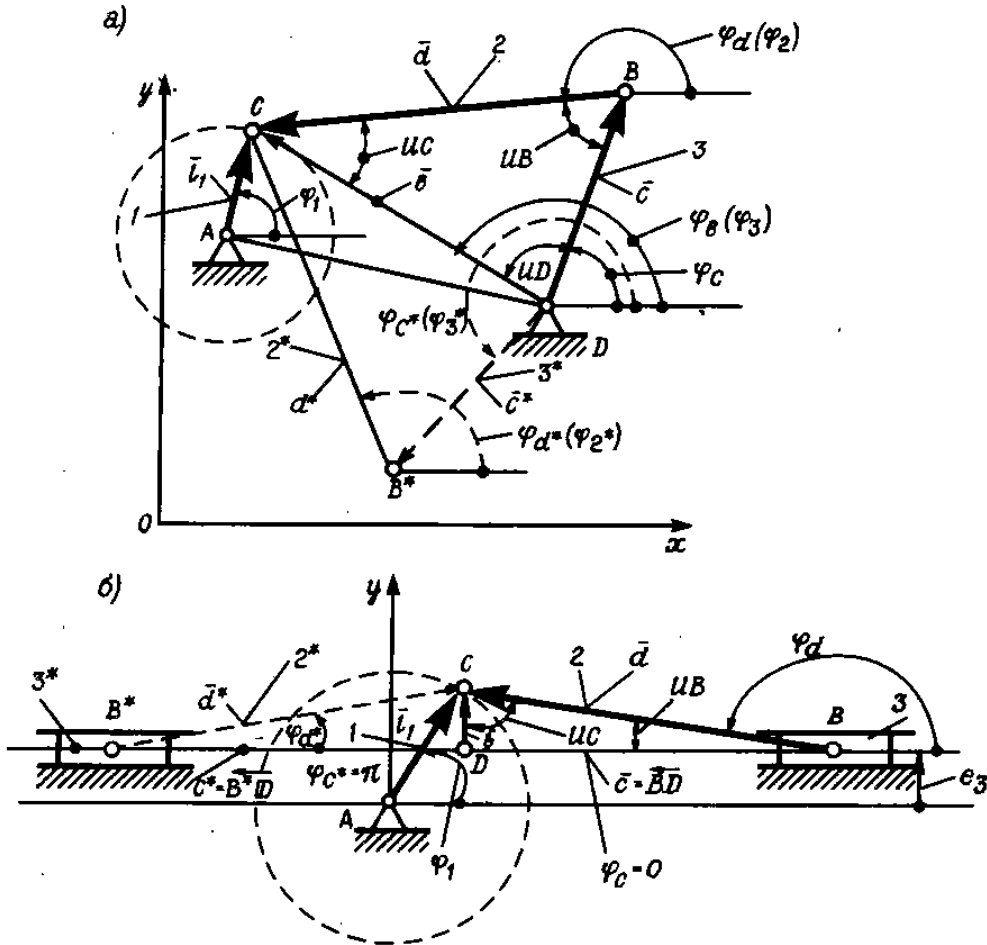


Рис. 3.4

Решение. Положение точки C : $x_C = x_A + l_1 \cos \varphi_1$;
 $y_C = y_A + l_1 \sin \varphi_1$.

В треугольнике ACD задано положение трех точек — вершин треугольника. Находят параметры базового вектора $\vec{b} = \vec{h}_{CB}$:

$$b = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}; \quad (3.12)$$

$$\sin \varphi_b = (y_C - y_D)/b; \quad \cos \varphi_b = (x_C - x_D)/b; \quad \varphi_b = \arctg(\sin \varphi_b / \cos \varphi_b). \quad (3.13)$$

Вектор \vec{b} является базовым для присоединения звеньев 2 и 3: $I_2 = \vec{d}$ или $I_2 = \vec{d}^*$ и $I_3 = \vec{c}$ или $I_3 = \vec{c}^*$. При образовании трехвекторного контура возможны два варианта: ΔDCB (основные линии) и ΔDCB^* (штрихпунктирные линии). Поэтому необходимо учитывать знак сборки контура: $\text{sgn}(M_B(\vec{b})) = \pm 1$. Для краткости записи аргумент $(M_B(\vec{b}))$ обозначают (B) или (B^*) . Тогда $\text{sgn}(B) = -1$; $\text{sgn}(B^*) = +1$. Углы UD , UC , UB в косоугольном треугольнике не зависят от сборки контура. Их определяют как углы в косоугольном треугольнике при заданных длинах трех сторон:

$$\cos UB = \frac{c^2 + d^2 - b^2}{2cd}; \quad \cos UD = \frac{b^2 + c^2 - d^2}{2bc}; \quad \cos UC = \frac{d^2 + b^2 - c^2}{2db}. \quad (3.14)$$

Функции положения звеньев механизма:

звено 3 (векторы \vec{c} и \vec{c}^*)

$$\varphi_c = \varphi_b + UD \text{sgn}(M_B(\vec{b})) = \varphi_b - UD, \text{ так как } \text{sgn}(B) = -1, k=0;$$

$$\varphi_{c^*} = \varphi_b + UD, \text{ так как } \text{sgn}(B^*) = +1; k=0;$$

звено 2 (векторы \vec{d} и \vec{d}^*)

$$\varphi_d = \varphi_b - UC \text{sgn}(M_B(\vec{b})) + 2k\pi = \varphi_b + UC, \text{ так как } \text{sgn}(B) = -1; k=0;$$

$$\varphi_{d^*} = \varphi_b - UC, \text{ так как } \text{sgn}(B^*) = +1; k=0.$$

Координаты пары B звеньев 2 и 3 ($\vec{h}_{BA} = I_{CA} - I_{CB}$):

$$x_B = x_C - l_2 \cos \varphi_d; \quad y_B = y_C - l_2 \sin \varphi_d;$$

$$x_{B^*} = x_C - l_2 \cos \varphi_{d^*}; \quad y_{B^*} = y_C - l_2 \sin \varphi_{d^*},$$

или

$$x_B = x_D + l_3 \cos \varphi_c; \quad y_B = y_D + l_3 \sin \varphi_c;$$

$$x_{B^*} = x_D + l_3 \cos \varphi_{c^*}; \quad y_{B^*} = y_D + l_3 \sin \varphi_{c^*}.$$

Пример 3.2. Определить функции положения звеньев кривошипно-ползунного механизма ACB (рис. 3.4, б) при заданных l_1 , $l_1 = |d|$, $e_3 = y_B$, обобщенной координате φ_1 , координате опорной пары $A(x_A, y_A)$ и ординате ползуна 3 $y_B = e_3$.

Решение. Положение точки C : $x_C = x_A + l_1 \cos \varphi_1$;
 $y_C = y_A + l_1 \sin \varphi_1$.

Векторное уравнение контура: $x_B \bar{i} + e_3 + l_2 - l_1 = 0$ или $b = (x_B - x_C) \bar{i} + l_2$. В прямоугольных треугольниках DCB и DCB^* катет CD принимают за базовый вектор $b = (y_C - e_3) \bar{j}$; $\varphi_b = \pi/2$;

Функции положения векторов \bar{d} и \bar{d}^* , \bar{c} и \bar{c}^* определяют в зависимости от знака сборки контура относительно базового вектора b : $\text{sgn}(M_B(b)) = \pm 1$.

Для треугольника DCB (основные линии): $\text{stg}(B) = -1$; треугольника DCB^* (штрихпунктирные линии) — $\text{sgn}(B^*) = +1$; следовательно, по формулам (3.10 и 3.11) имеют:

$$\sin UB = \cos UC = b/l_2;$$

$$\varphi_d = \varphi_b - UC \text{sgn}(M_B(b)) = 0,5\pi + UC;$$

$$\varphi_{d^*} = \varphi_b - UC \text{sgn}(M_B(b)) = 0,5\pi - UC;$$

$$\varphi_c = \varphi_b + 0,5\pi \text{sgn}(B) = 0,5\pi - 0,5\pi = 0;$$

$$\varphi_{c^*} = \varphi_b + 0,5\pi \text{sgn}(B^*) = 0,5\pi + 0,5\pi = \pi.$$

Координаты точки B ползуна 3 ($b = \bar{c} + \bar{d}$ или $\bar{c} = b - \bar{d}$):
 $x_B = x_C - l_2 \cos \varphi_d$; $x_{B^*} = x_C - l_2 \cos \varphi_{d^*}$.

Приведенные выше примеры анализа конкретных механизмов подтверждают целесообразность введения базового вектора, связанного с элементами внешних пар двух соседних звеньев (двухзвенной структурной группы). При таком подходе алгоритм вычислений функций положения механизма с любым сочетанием вращательных и поступательных пар реализуется в форме решений для неизвестных параметров треугольников и их расположения относительно базовых векторов. В МГТУ подобный алгоритм расчетов на ЭВМ реализован в системе БЛОМСАР* в форме модулей:

$$BCD(b, |c|, |d|, \underline{SGB}, \varphi_c, \varphi_d);$$

$$BHCHD(b, |h_c|, h_d, \underline{SGB}, \varphi_c, \varphi_d);$$

*С. А. Попов, Л. А. Черная. Математическое и программное обеспечение расчетов кинематических характеристик плоских рычажных и манипуляционных механизмов/ Под ред. Г. А. Тимофеева.— М.: Изд-во МГТУ, 1991.

$BDHC(\underline{b}, \underline{h_c}, \underline{d}, \underline{SGB}, \varphi_c, \varphi_d);$
 $BCFC(\underline{b}, \underline{c}, \varphi_c, \varphi_d, h_d);$
 $BHDFC(\underline{b}, \underline{h_d}, \varphi_c, \underline{SGB}, \underline{h_c}, \varphi_d);$
 $BHCFD(\underline{b}, \varphi_d, \underline{h_c}, \underline{SGB}, \underline{h_d}, \varphi_c);$
 $BDFC(\underline{b}, \underline{d}, \varphi_c, \underline{SGB}, \underline{h_c}, \varphi_d);$
 $BCFD(\underline{b}, \varphi_d, \underline{c}, \underline{SGB}, \underline{h_d}, \varphi_c);$
 $BFCFD(\underline{b}, \varphi_c, \varphi_d, h_c, h_d).$

В обозначениях модулей прописные буквы относятся к идентификатору модуля, а строчные буквы — к идентификаторам массивов, упорядоченных множеством параметров, характеризующих значения элементов движения звеньев трехвекторного контура: $\underline{b} = \underline{c} + \underline{d}$. Идентификатор $SGB = \text{sgn}(M_B(\underline{b}))$ — значения функции знака сборки векторного контура, определяемого положением вершины B или (B^*) относительно базового вектора \underline{b} : точка B в правой полуплоскости — $\text{sgn}(M_B(\underline{b})) = -1$, точка B^* в левой полуплоскости — $\text{sgn}(M_{B^*}(\underline{b})) = +1$.

Массивы, подчеркнутые одной чертой снизу, задаются значениями своих элементов. Элементы массивов без черты являются искомыми. Идентификаторы массивов и их элементы приняты следующие:

$\{\varphi_c\} = PFC = \{\varphi_c, \dot{\varphi}_c, \ddot{\varphi}_c\};$
 $\{\varphi_d\} = PFD = \{\varphi_d, \dot{\varphi}_d, \ddot{\varphi}_d\};$
 $\{h_d\} = PHD = \{h_d, \dot{h}_d, \ddot{h}_d\};$
 $\{h_c\} = PHC = \{h_c, \dot{h}_c, \ddot{h}_c\};$
 $\{\underline{b}\} = VB = \{b, \varphi_b, \dot{b}_x, \dot{b}_y, \ddot{b}_x, \ddot{b}_y\}.$

3.3. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА

При дифференцировании функций положения для определения скоростей и ускорений получают систему линейных уравнений с неизвестными угловыми скоростями и угловыми ускорениями звеньев. Система линейных уравнений наглядно и просто описывается при помощи матриц A (коэффициентов a_{ik}) и b (свободных членов b_i) в векторно-матричной форме: $Ax = b$, где

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \dots \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Способы решения системы линейных уравнений хорошо известны, в частности алгоритм Гаусса, правило Крамера и др.

Методику составления таких уравнений легко проследить при использовании координатного способа изучения движения механизма на ряде примеров.

Пример 3.3. Трехвекторный контур (рис. 3.5) описывается векторным уравнением в виде $\vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ или в виде $\vec{h}_b = \vec{h}_c + \vec{h}_d$ при переменной длине векторов (рис. 3.5, а). Пусть длины векторов

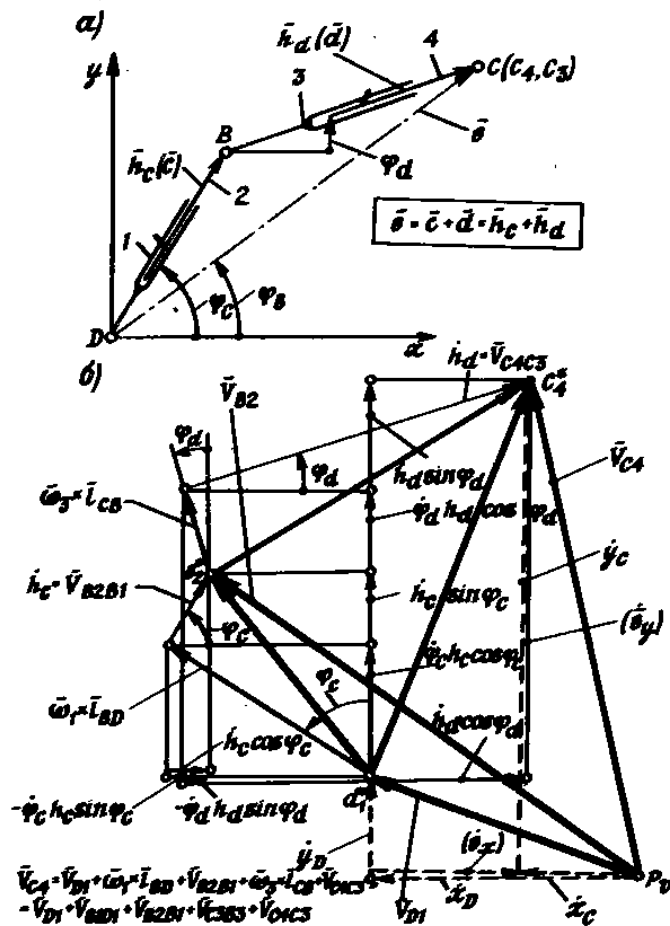


Рис. 3.5

$b = \bar{h}_b$; $\bar{c} = \bar{h}_c$ и $d = \bar{h}_d$ и их угловые координаты φ_b , φ_c , φ_d являются функциями времени (или обобщенной координаты).

Функции положения записывают в координатной форме:

$$h_{bx} = h_{cx} + h_{dx}; \quad h_{by} = h_{cy} + h_{dy}, \quad (3.15)$$

или

$$\begin{aligned} h_b \cos \varphi_b &= h_c \cos \varphi_c + h_d \cos \varphi_d; \\ h_b \sin \varphi_b &= h_c \sin \varphi_c + h_d \sin \varphi_d. \end{aligned} \quad (3.16)$$

При дифференцировании этих выражений по времени получают соотношения для составляющих скоростей:

$$\begin{aligned} \dot{h}_b \cos \varphi_b - \dot{\varphi}_b h_b \sin \varphi_b &= \dot{h}_c \cos \varphi_c - \dot{\varphi}_c h_c \sin \varphi_c + \dot{h}_d \cos \varphi_d - \dot{\varphi}_d h_d \sin \varphi_d; \\ \dot{h}_b \sin \varphi_b + \dot{\varphi}_b h_b \cos \varphi_b &= \dot{h}_c \sin \varphi_c + \dot{\varphi}_c h_c \cos \varphi_c + \dot{h}_d \sin \varphi_d + \dot{\varphi}_d h_d \cos \varphi_d. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Составляющие этих уравнений представлены графически на рис. 3.5, б. Они соответствуют проекции плана скоростей, построенного как решение векторного уравнения

$$\bar{v}_{CA} = \bar{v}_{D1} + \bar{v}_{B1D1} + \bar{v}_{B2D1} + \bar{v}_{C3B3} + \bar{v}_{C4C3}. \quad (3.18)$$

При втором дифференцировании по времени выражения для составляющих скоростей получают соотношения для составляющих ускорений:

$$\begin{aligned} \ddot{h}_b \cos \varphi_b - 2\dot{\varphi}_b \dot{h}_b \sin \varphi_b - \ddot{\varphi}_b h_b \sin \varphi_b - \dot{\varphi}_b^2 h_b \cos \varphi_b &= \\ = \ddot{h}_c \cos \varphi_c - 2\dot{\varphi}_c \dot{h}_c \sin \varphi_c - \ddot{\varphi}_c h_c \sin \varphi_c - \dot{\varphi}_c^2 h_c \cos \varphi_c + \\ + \ddot{h}_d \cos \varphi_d - 2\dot{\varphi}_d \dot{h}_d \sin \varphi_d - \ddot{\varphi}_d h_d \sin \varphi_d - \dot{\varphi}_d^2 h_d \cos \varphi_d; \\ \ddot{h}_b \sin \varphi_b + 2\dot{\varphi}_b \dot{h}_b \cos \varphi_b + \ddot{\varphi}_b h_b \cos \varphi_b - \dot{\varphi}_b^2 h_b \sin \varphi_b &= \\ = \ddot{h}_c \sin \varphi_c + 2\dot{\varphi}_c \dot{h}_c \cos \varphi_c + \ddot{\varphi}_c h_c \cos \varphi_c - \dot{\varphi}_c^2 h_c \sin \varphi_c + \\ + \ddot{h}_d \sin \varphi_d + 2\dot{\varphi}_d \dot{h}_d \cos \varphi_d + \ddot{\varphi}_d h_d \cos \varphi_d - \dot{\varphi}_d^2 h_d \sin \varphi_d. \end{aligned} \quad (3.19)$$

В рассматриваемом векторном контуре имеется по шесть переменных параметров для положений (h_b , h_c , h_d , φ_b , φ_c , φ_d), для скоростей (\dot{h}_b , \dot{h}_c , \dot{h}_d , $\dot{\varphi}_b$, $\dot{\varphi}_c$, $\dot{\varphi}_d$) и ускорений (\ddot{h}_b , \ddot{h}_c , \ddot{h}_d , $\ddot{\varphi}_b$, $\ddot{\varphi}_c$, $\ddot{\varphi}_d$), т. е. всего 18 параметров. Поэтому необходимо задавать число обобщенных координат, скоростей и ускорений, достаточное для получения искомого решения.

Например, если закон движения внешних элементов D и C двухзвенной группы известен, то

$$h_{bx} = x_C - x_D; \quad \dot{h}_{bx} = \dot{x}_C - \dot{x}_D; \quad \ddot{h}_{bx} = \ddot{x}_C - \ddot{x}_D;$$

$$h_{by} = y_C - y_D; \dot{h}_{by} = \dot{y}_C - \dot{y}_D; \ddot{h}_{by} = \ddot{y}_C - \ddot{y}_D.$$

В этом случае задают также $h_c, \dot{h}_c, \ddot{h}_c$ и $h_d, \dot{h}_d, \ddot{h}_d$, а искомые угловые скорости $\dot{\varphi}_c, \dot{\varphi}_d$ и угловые ускорения $\ddot{\varphi}_c, \ddot{\varphi}_d$ находят решением системы линейных уравнений.

Если длины звеньев постоянны ($h_c = c; h_d = d$), то их производные равны нулю и выражения для скоростей и ускорений значительно упрощаются, что можно проследить на ряде примеров.

Пример 3.4. Определить скорости и ускорения звеньев 2 и 3 шарнирного четырехзвенника при заданных длинах l_1, l_2, l_3 звеньев и обобщенных координате φ_1 , скорости $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$ и ускорении $\ddot{\varphi}_1 = \omega_1$ кривошипа 1 (рис. 3.6, а).

Используя функции положения звеньев в векторной форме $\vec{l}_{DA} + \vec{l}_3 + \vec{l}_2 - \vec{l}_1 = 0$, записывают скалярные уравнения функций положения в координатной форме. Для этого векторное уравнение проецируют на координатные оси основной системы отсчета:

$$x_D - x_A + l_3 \cos \varphi_3 + l_2 \cos \varphi_2 - l_1 \cos \varphi_1 = 0;$$

$$y_D - y_A + l_3 \sin \varphi_3 + l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 = 0.$$

Для получения выражений для функций скоростей звеньев проводят дифференцирование функций положения по времени:

$$-\dot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_3 - \dot{\varphi}_2 l_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 = 0;$$

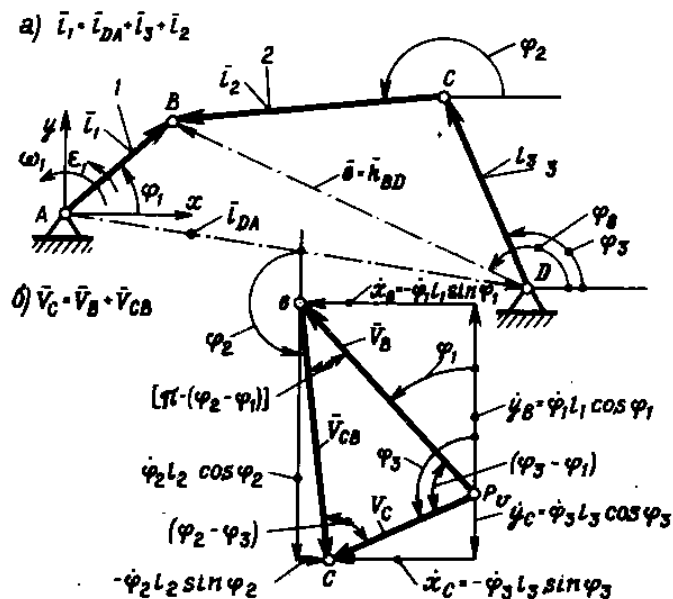


Рис. 3.6

$$\dot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_2 l_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 = 0.$$

Систему линейных уравнений с квадратной матрицей записывают в векторно-матричной форме $Ax + b$ и решают по правилу Крамера:

$$a_{11}\dot{\varphi}_2 + a_{12}\dot{\varphi}_3 = b_1; \quad a_{21}\dot{\varphi}_2 + a_{22}\dot{\varphi}_3 = b_2.$$

Здесь

$$a_{11} = l_2 \sin \varphi_2; \quad a_{12} = l_3 \sin \varphi_3; \quad b_1 = \dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 = -\dot{x}_B;$$

$$a_{21} = l_2 \cos \varphi_2; \quad a_{22} = l_3 \cos \varphi_3; \quad b_2 = \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 = \dot{y}_B.$$

Определитель:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = l_2 \sin \varphi_2 l_3 \cos \varphi_3 - l_2 \cos \varphi_2 l_3 \sin \varphi_3 = l_2 l_3 \sin (\varphi_2 - \varphi_3);$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = \dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 l_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 l_3 \sin \varphi_3 = \\ = \dot{\varphi}_1 l_1 l_3 \sin (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = l_2 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 = \\ = \dot{\varphi}_1 l_1 l_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Искомые угловые скорости звеньев 2 и 3:

$$\dot{\varphi}_2 = D_1/D = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1 \sin (\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_3)},$$

$$\dot{\varphi}_3 = D_2/D = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1 \sin (\varphi_2 - \varphi_1)}{l_3 \sin (\varphi_2 - \varphi_3)}.$$

Дифференцируя по времени скалярные уравнения для функций скоростей, получают следующие соотношения:

$$\ddot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 l_3 \cos \varphi_3 + \ddot{\varphi}_2 l_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_2 \cos \varphi_2 - \ddot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 - \\ - \dot{\varphi}_1^2 l_1 \cos \varphi_1 = 0;$$

$$\ddot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2 l_3 \sin \varphi_3 + \ddot{\varphi}_2 l_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 l_2 \sin \varphi_2 - \ddot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 + \\ + \dot{\varphi}_1^2 l_1 \sin \varphi_1 = 0.$$

Коэффициенты a_{ik} и свободные члены b_i этой системы записывают в следующей форме:

$$a_{11} = l_2 \sin \varphi_2; \quad a_{12} = l_3 \sin \varphi_3;$$

$$b_1 = \ddot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 l_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_3^2 l_3 \cos \varphi_3;$$

$$a_{21} = l_2 \cos \varphi_2; \quad a_{22} = l_3 \cos \varphi_3;$$

$$b_2 = \ddot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 l_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2^2 l_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_3^2 l_3 \sin \varphi_3.$$

Определители: $D = l_2 l_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)$ (такой же, как для скоростей);

$$D_1 = b_1 l_3 \cos \varphi_3 - b_2 l_3 \sin \varphi_3 = l_3 (b_1 \cos \varphi_3 - b_2 \sin \varphi_3);$$

$$D_2 = b_2 l_2 \sin \varphi_2 - b_1 l_2 \cos \varphi_2 = -l_2 (b_1 \cos \varphi_2 - b_2 \sin \varphi_2).$$

Искомые угловые ускорения звеньев 2 и 3:

$$\ddot{\varphi}_2 = D_1/D = \frac{b_1 \cos \varphi_3 - b_2 \sin \varphi_3}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)};$$

$$\ddot{\varphi}_3 = D_2/D = \frac{b_1 \cos \varphi_2 - b_2 \sin \varphi_2}{l_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)}.$$

На рис. 3.6, б приведено решение уравнения скоростей в векторной форме $v_C = v_B + v_{CB}$ в виде плана скоростей p_vbc . Проецируя векторы скоростей на координатные оси основной системы отсчета с учетом их угловых координат, получают координаты векторов, буквенные выражения для которых совпадают с соответствующими слагаемыми в скалярных уравнениях скоростей. Аналогично можно представить в графической форме векторы и их проекции ускорений.

Пример 3.5. Определить скорости и ускорения звеньев 2, 3 и 5 шестизвенного механизма (см. рис. 3.2, а) при заданных длинах l_1, l_2 звеньев, координатах опорных пар A, E, C и обобщенных координате φ_1 , скорости $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$ и ускорении $\varepsilon_1 = \ddot{\varphi}_1$ кривошипа.

Используя функции положения звеньев в векторной форме $x_C i + y_C j = l_1 - l_2$ (см. рис. 3.2, б), записывают скалярное уравнение функции положения точки C , проецируя векторный контур ABC на координатные оси

$$x_C = l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2;$$

$$y_C = l_1 \sin \varphi_1 - l_2 \sin \varphi_2 = e_3.$$

После дифференцирования этих уравнений по времени получают уравнения для скоростей звеньев и точки C :

$$\dot{x}_C = -\dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2 l_2 \sin \varphi_2;$$

$$\dot{y}_C = \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 l_2 \cos \varphi_2 = 0.$$

Из второго уравнения получают

$$\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

После определения $\dot{\varphi}_2$ правая часть первого уравнения становится известной.

Составляющие скорости точки D находят из соотношений

$$\dot{x}_D = \dot{x}_C - \dot{\varphi}_2 l_{DC} \sin \varphi_2;$$

$$\dot{y}_D = \dot{\varphi}_2 l_{DC} \cos \varphi_2.$$

Для вектора h_5 функции положения в форме скалярных уравнений

$$x_D = x_E + h_5 \cos \varphi_5;$$

$$y_D = y_E + h_5 \sin \varphi_5.$$

Находят h_5 и φ_5 .

После дифференцирования этих уравнений по времени получают

$$\dot{x}_D = \dot{h}_5 \cos \varphi_5 - \dot{\varphi}_5 h_5 \sin \varphi_5;$$

$$\dot{y}_D = \dot{h}_5 \sin \varphi_5 + \dot{\varphi}_5 h_5 \cos \varphi_5.$$

Искомые скорости определяют по правилу Крамера:

$$a_{11} = -h_5 \sin \varphi_5; \quad a_{12} = \cos \varphi_5; \quad b_1 = \dot{x}_D;$$

$$a_{21} = h_5 \cos \varphi_5; \quad a_{22} = \sin \varphi_5; \quad b_2 = \dot{y}_D.$$

Определители:

$$D = -h_5 \sin^2 \varphi_5 - h_5 \cos^2 \varphi_5 = -h_5;$$

$$D_1 = \dot{x}_D \sin \varphi_5 - \dot{y}_D \cos \varphi_5;$$

$$D_2 = -\dot{y}_D h_5 \sin \varphi_5 - \dot{x}_D h_5 \cos \varphi_5.$$

Искомые скорости:

$$\dot{\varphi}_5 = D_1/D = -\frac{\dot{x}_D \sin \varphi_5 - \dot{y}_D \cos \varphi_5}{h_5};$$

$$\dot{h}_5 = D_2/D = \dot{y}_D \sin \varphi_5 + \dot{x}_D \cos \varphi_5.$$

Функции ускорения получают в результате дифференцирования функции скоростей звеньев механизма по времени:

для звеньев 2 и 3 (контур ABC)

$$\ddot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 l_1 \sin \varphi_1 - \ddot{\varphi}_2 l_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_2 \sin \varphi_2,$$

откуда

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\ddot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 l_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2^2 l_2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$\bar{x}_C = -\ddot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 l_1 \cos \varphi_1 + \ddot{\varphi}_2 l_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 l_2 \cos \varphi_2.$$

Для точки D звена 2

$$\bar{x}_D = \bar{x}_C - \ddot{\varphi}_2 l_{DC} \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 l_{DC} \cos \varphi_2;$$

$$\bar{y}_D = \ddot{\varphi}_2 l_{DC} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 l_{DC} \sin \varphi_2.$$

Для вектора \bar{h}_5 на звене 5

$$\bar{x}_D = \ddot{h}_5 \cos \varphi_5 - 2\dot{\varphi}_5 \dot{h}_5 \sin \varphi_5 - \ddot{\varphi}_5 h_5 \sin \varphi_5 - \dot{\varphi}_5^2 h_5 \cos \varphi_5;$$

$$\bar{y}_D = \ddot{h}_5 \sin \varphi_5 + 2\dot{\varphi}_5 \dot{h}_5 \cos \varphi_5 + \ddot{\varphi}_5 h_5 \cos \varphi_5 - \dot{\varphi}_5^2 h_5 \sin \varphi_5.$$

Систему уравнений решают по правилу Крамера:

$$a_{11} \ddot{h}_5 + a_{12} \ddot{\varphi}_5 = b_1;$$

$$a_{21} \ddot{h}_5 + a_{22} \ddot{\varphi}_5 = b_2,$$

$$\text{где } a_{11} = \cos \varphi_5; a_{12} = -h_5 \sin \varphi_5; b_1 = \bar{x}_D + 2\dot{\varphi}_5 \dot{h}_5 \sin \varphi_5 + \dot{\varphi}_5^2 h_5 \cos \varphi_5;$$

$$a_{21} = \sin \varphi_5; a_{22} = h_5 \cos \varphi_5; b_2 = \bar{y}_D - 2\dot{\varphi}_5 \dot{h}_5 \cos \varphi_5 + \dot{\varphi}_5^2 h_5 \sin \varphi_5.$$

Определители:

$$D = h_5 \cos^2 \varphi_5 + h_5 \sin^2 \varphi_5 = h_5;$$

$$D_1 = b_1 h_5 \cos \varphi_5 + b_2 h_5 \sin \varphi_5; D_2 = b_2 \cos \varphi_5 - b_1 \sin \varphi_5.$$

Искомые ускорения:

$$\ddot{h}_5 = D_1/D; \ddot{\varphi}_5 = D_2/D.$$

Пример 3.6. Определить скорости и ускорения звеньев 1, 2, 3 четырехзвенного механизма с качающимся цилиндром (рис. 3.7, а) при заданных размерах звеньев, координатах x_A, y_A оси A качения цилиндра и обобщенной координате h_{BA} , скорости \dot{h}_{BA} и ускорения \ddot{h}_{BA} движения поршня относительно цилиндра (или $\varphi_3, \dot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_3$).

Векторную модель механизма выбирают в виде контура CA, AB , а уравнения геометрических связей записывают:

в векторной форме

$$y_A \bar{j} + x_A \bar{i} + \bar{h}_{BA} - l_3 = 0,$$

в координатной форме при выбранной системе отсчета

$$x_A + h_{BA} \cos \varphi_1 - l_3 \cos \varphi_3 = 0,$$

$$y_A + h_{BA} \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3 = 0.$$

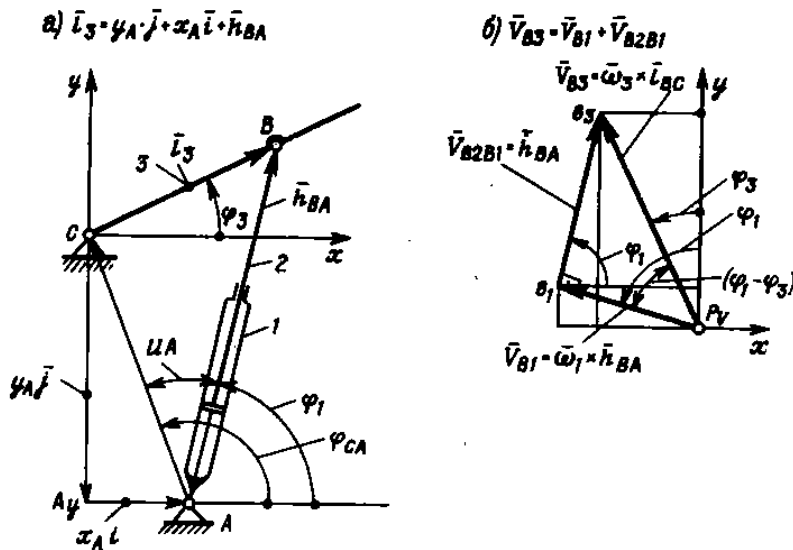


Рис. 3.7

При заданной обобщенной координате h_{BA} в косоугольном треугольнике ABC находят угол UA при вершине A по теореме косинусов:

$$l_{CA} = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_{CA} = y_A/x_A;$$

$$UA = \frac{h_{BA}^2 + l_{CA}^2 - l_3^2}{2h_{BA}l_{CA}}.$$

Угловая координата $\varphi_1 = \varphi_{CA} - UA$.

В том случае, если для механизма обобщенной координатой является угол φ_3 , находят функции положения h_{BA} и φ_1 :

$$x_B = l_3 \cos \varphi_3; \quad y_B = l_3 \sin \varphi_3;$$

$$h_{BA} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2};$$

$$\sin \varphi_1 = (y_B - y_A)/h_{BA}; \quad \cos \varphi_1 = (x_B - x_A)/h_{BA};$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} (\sin \varphi_1 / \cos \varphi_1).$$

После дифференцирования функций положения звеньев по времени получают

$$-\dot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_3 = \dot{h}_{BA} \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1 h_{BA} \sin \varphi_1;$$

$$\dot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_3 = \dot{h}_{BA} \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1 h_{BA} \cos \varphi_1.$$

Систему уравнений записывают в матрично-векторной форме:
 $Ax = b$.

При заданной обобщенной скорости $\dot{\varphi}_3$ имеют
 $a_{11}\dot{h}_{BA} + a_{12}\dot{\varphi}_1 = b_1$; $a_{21}\dot{h}_{BA} + a_{22}\dot{\varphi}_1 = b_2$.

Здесь

$$a_{11} = \cos \varphi_1; a_{12} = -h_{BA} \sin \varphi_1; b_1 = -\dot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_3;$$

$$a_{21} = \sin \varphi_1; a_{22} = h_{BA} \cos \varphi_1; b_2 = \dot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_3.$$

Определители

$$D = h_{BA} \cos^2 \varphi_1 + h_{BA} \sin^2 \varphi_1 = h_{BA};$$

$$D_1 = -\dot{\varphi}_3 l_3 h_{BA} \sin \varphi_3 \cos \varphi_1 + \dot{\varphi}_3 l_3 h_{BA} \cos \varphi_3 \sin \varphi_1 = \dot{\varphi}_3 l_3 h_{BA} \sin (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$D_2 = \dot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 = \dot{\varphi}_3 l_3 \cos (\varphi_1 - \varphi_3).$$

Искомые скорости звеньев:

$$\dot{h}_{BA} = D_1/D = \dot{\varphi}_3 l_3 \sin (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$\dot{\varphi}_1 = D_2/D = \dot{\varphi}_3 \frac{l_3}{h_{BA}} \cos (\varphi_1 - \varphi_3).$$

При заданной обобщенной скорости \dot{h}_{BA} имеют

$$a_{11}\dot{\varphi}_1 + a_{12}\dot{\varphi}_3 = b_1; a_{21}\dot{\varphi}_1 + a_{22}\dot{\varphi}_3 = b_2.$$

Здесь

$$a_{11} = h_{BA} \sin \varphi_1; a_{12} = -l_3 \sin \varphi_3; b_1 = \dot{h}_{BA} \cos \varphi_1;$$

$$a_{21} = -h_{BA} \cos \varphi_1; a_{22} = l_3 \cos \varphi_3; b_2 = \dot{h}_{BA} \sin \varphi_1.$$

Определители:

$$D = h_{BA} l_3 \sin \varphi_1 \cos \varphi_3 - h_{BA} l_3 \cos \varphi_1 \sin \varphi_3 = h_{BA} l_3 \sin (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$D_1 = \dot{h}_{BA} l_3 \cos \varphi_1 \cos \varphi_3 + \dot{h}_{BA} l_3 \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 = \dot{h}_{BA} l_3 \cos (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$D_2 = h_{BA} \dot{h}_{BA} \sin^2 \varphi_1 + h_{BA} \dot{h}_{BA} \cos^2 \varphi_1 = h_{BA} \dot{h}_{BA}.$$

Искомые скорости звеньев:

$$\dot{\varphi}_1 = D_1/D = \frac{\dot{h}_{BA} \cos (\varphi_1 - \varphi_3)}{h_{BA} \sin (\varphi_1 - \varphi_3)} = \frac{\dot{h}_{BA}}{h_{BA} \operatorname{tg} (\varphi_1 - \varphi_3)};$$

$$\dot{\varphi}_3 = D_2/D = \frac{h_{BA}}{l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}$$

На рис. 3.7, б построен план скоростей по векторному уравнению $v_{B3} = v_{B2} = v_{B1} + v_{B2B1}$.

Пример 3.7. Определить скорости звеньев 1, 2, 3, 4, 5 шести-звенного кулисного механизма (рис. 3.8, а) при заданных размерах длины звеньев l_1, l_3, l_4 , координатах x_C, y_C, y_E и обобщенных координате φ_1 , угловой скорости $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$ и угловом ускорении $\varepsilon_1 = \dot{\omega}_1$.

Функция положения звеньев и точек контура ABC:

в векторной форме $\vec{l}_1 - h_{BC} - \vec{y}_C \vec{j} = 0$;

в координатной форме $l_1 \cos \varphi_1 - h_{BC} \cos \varphi_3 = 0$;

$$l_1 \sin \varphi_1 - h_{BC} \sin \varphi_3 - y_C = 0; \quad x_B = l_1 \cos \varphi_1; \quad y_B = l_1 \sin \varphi_1;$$

$$h_{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}; \quad \varphi_3 = \arctg(y_B - y_C)/(x_B - x_C).$$

Функции положения точек D и E и звена 4:

$$x_D = x_C + l_3 \cos \varphi_3; \quad y_D = y_C + l_3 \sin \varphi_3;$$

$$\varphi_4 = \arcsin(y_E - y_D)/l_4; \quad x_E = x_D + l_4 \cos \varphi_4.$$

Функции скорости звеньев и точек получают путем дифференцирования функций положения:

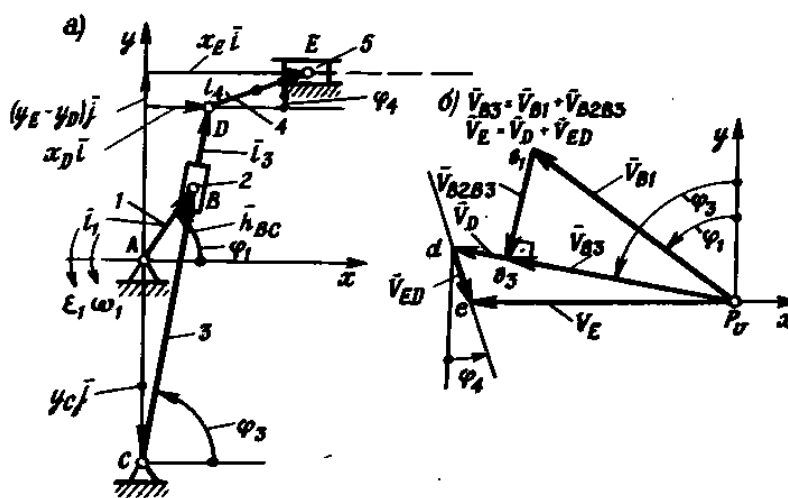


Рис. 3.8

$$\begin{aligned}
 -\varphi_1 l_1 \sin \varphi_1 - \dot{h}_{BC} \cos \varphi_3 + \dot{\varphi}_3 h_{BC} \sin \varphi_3 &= 0 & a_{11} \dot{h}_{BC} + a_{12} \dot{\varphi}_3 &= \dot{y}_B; \\
 \varphi_1 l_1 \cos \varphi_1 - \dot{h}_{BC} \sin \varphi_3 - \dot{\varphi}_3 h_{BC} \cos \varphi_3 &= 0 & \text{или} & a_{21} \dot{h}_{BC} + a_{22} \dot{\varphi}_3 &= \dot{x}_B.
 \end{aligned}$$

Искомые скорости:

$$\dot{h}_{BC} = D_1/D = \dot{y}_B \sin \varphi_3 + \dot{x}_B \cos \varphi_3 = \dot{\varphi}_1 l_1 \sin(\varphi_3 - \varphi_1);$$

$$\dot{\varphi}_3 = D_2/D = \frac{1}{h_{BC}} (\dot{y}_B \cos \varphi_3 - \dot{x}_B \sin \varphi_3) = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1}{h_{BC}} \cos(\varphi_3 - \varphi_1);$$

$$\dot{x}_D = -\dot{\varphi}_3 l_3 \sin \varphi_3; \quad \dot{y}_D = \dot{\varphi}_3 l_3 \cos \varphi_3;$$

$$\dot{\varphi}_4 = -\frac{\dot{y}_D}{l_4 \cos \varphi_4}; \quad \dot{x}_E = \dot{x}_D - \dot{\varphi}_4 l_4 \sin \varphi_4.$$

На рис. 3.8, б приведен план скоростей для точек звеньев механизма, являющийся решением векторных уравнений

$$\bar{v}_{B3} = \bar{v}_{B1} + \bar{v}_{B2B1};$$

$$\bar{v}_D = \bar{v}_{B3} (l_{DC}/h_{BC});$$

$$\bar{v}_E = \bar{v}_D + \bar{v}_{ED}.$$

Если решить прямоугольный треугольник $p, b_1 b_3$ и косоугольный треугольник p, d, e относительно искомых функций скоростей, то получают те же зависимости, что были получены при координатном способе кинематического исследования механизма.

Пример 3.8. Определить скорости звеньев и точек кривошипно-ползунного механизма (рис. 3.9, а) при заданных длинах звеньев l_1 и l_2 , координатах β_3 и e_3 направляющей ползуна и обобщенной координате φ_1 , угловой скорости $\omega_1 = \dot{\varphi}_1$ и ускорении $\varepsilon_1 = \ddot{\varphi}_1$.

Функция положения звеньев и точек векторного контура $ABCC_x$:

в векторной форме

$$x_c \bar{i} + y_c \bar{j} + l_2 - l_1 = 0;$$

в координатной форме

$$x_c + l_2 \cos \varphi_2 - l_1 \cos \varphi_1 = 0;$$

$$y_c + l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 = 0;$$

$$y_c = x_c \operatorname{tg} \beta_3 + e_3 / \cos \beta_3 = (x_c \sin \beta_3 + e_3) / \cos \beta_3.$$

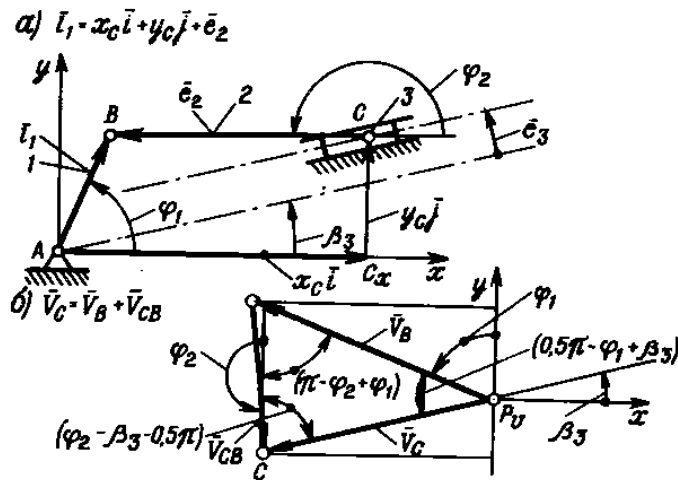


Рис. 3.9

После дифференцирования функций положения по времени получают

$$\dot{x}_C - \dot{\varphi}_2 l_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1 = 0;$$

$$\dot{x}_C \operatorname{tg} \beta_3 + \dot{\varphi}_2 l_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1 = 0,$$

или в матрично-векторной форме $Ax = b$

$$a_{11} \dot{x}_C + a_{12} \dot{\varphi}_2 = b_1, \text{ где } a_{11} = 1; a_{12} = -l_2 \sin \varphi_2; b_1 = -\dot{\varphi}_1 l_1 \sin \varphi_1;$$

$$a_{21} \dot{x}_C + a_{22} \dot{\varphi}_2 = b_2, \text{ где } a_{21} = \operatorname{tg} \beta_3, a_{22} = l_2 \cos \varphi_2; b_2 = \dot{\varphi}_1 l_1 \cos \varphi_1.$$

В результате решения системы уравнений получают:

$$\dot{x}_C = D_1/D = \dot{\varphi}_1 l_1 \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos \varphi_2 + \sin \varphi_2 \operatorname{tg} \beta_3}; \dot{y}_C = \dot{x}_C \operatorname{tg} \beta_3;$$

$$\dot{\varphi}_2 = D_2/D = \dot{\varphi}_1 \left(\frac{l_1}{l_2} \right) \frac{\cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 \operatorname{tg} \beta_3}{\cos \varphi_2 + \sin \varphi_2 \operatorname{tg} \beta_3} = \frac{\dot{\varphi}_1 l_1 \cos(-\varphi_1 + \beta_3)}{l_2 \cos(-\varphi_2 + \beta_3)}.$$

Частные случаи:

$$1) \beta_3 = 0: \dot{x}_C = \dot{\varphi}_1 l_1 \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos \varphi_2}; \dot{y}_C = 0; \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$2) \beta_3 = 0,5\pi: \dot{x}_C = 0; \dot{y}_C = \dot{\varphi}_1 l_1 \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin \varphi_2}; \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2 \sin \varphi_2}.$$

На рис. 3.9, б дано решение векторного уравнения скоростей точек механизма в виде плана скоростей:

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB} \text{ или } \bar{p}_C \bar{c} = \bar{p}_B \bar{b} + \bar{c} \bar{b} \text{ (в масштабе } \mu).$$

Если определить углы в косоугольном прямоугольнике p_1bc , то по теореме синусов записывают следующие соотношения:

$$\frac{v_C}{\sin(\pi - \varphi_2 + \varphi_1)} = \frac{v_B}{\sin(\varphi_2 - \beta_3 - 0,5\pi)} = \frac{v_{CB}}{\sin(0,5\pi - \varphi_1 + \beta_3)}$$

Так как $\bar{v}_B = \bar{\omega}_1 \bar{l}_1$, $\bar{v}_{CB} = \bar{\omega}_2 l_{CB}$, то

$$v_{CB} = v_B \frac{\cos(\beta_3 - \varphi_1)}{\cos(\beta_3 - \varphi_2)} \text{ или } \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 \frac{l_1 \cos(\varphi_1 - \beta_3)}{l_2 \cos(\varphi_2 - \beta_3)}$$

$$v_C = -v_B \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{\cos(\varphi_2 - \beta_3)} \text{ или } \dot{x}_C = v_C \cos \beta_3 = \dot{\varphi}_1 l_1 \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cos \beta_3}{\cos(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\dot{y}_C = v_C \sin \beta_3 = \dot{\varphi}_1 l_1 \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \beta_3}{\cos(\varphi_2 - \beta_3)}$$

Эти выражения идентичны выражениям, которые были получены при использовании координатного способа. Для этого используют теорему сложения или разности аргументов для функции косинуса.

Графический метод построения планов положения и скоростей. При графическом методе на чертеже изображают звенья механизма в виде отрезков определенной длины (в мм), соответствующих длине звеньев в единицах СИ, и кинематические пары, связывающие звенья между собой в виде условных обозначений, приведенных в табл. 2.1.

На рис. 3.10, а в масштабе $\mu_l = 1500$ мм/м вычерчена кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма ABC со звеньями: кривошип 1, шатун 2 и ползун 3. Размеры звеньев: $l_1 = 0,025$ м, $l_2 = 0,062$ м; $l_{\Sigma B} = 0,0206$ м. Изображающие отрезки звеньев: $AB = \mu_l l_1 = 1500 \cdot 0,025 = 37,5$ мм; $BC = 1500 \cdot 0,062 = 93$ мм; $BC_2 = 1500 \cdot 0,0206 = 30,9$ мм (размеры отрезков приведены без учета уменьшения их при печати).

Основная система координат xOy связана со стойкой, а ее начало совпадает с осью вращения A входного звена 1.

Обобщенной координатой φ_1 механизма является угол поворота входного начального звена 1. Угол поворота считается положительным при отсчете от положительного направления оси Ax против часовой стрелки и отрицательным при отсчете в обратную сторону.

Траекторию точки B звена 1 — окружность — делят на равные или неравные части 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, Число частей или угловых шагов определяется заданным или требуемым для исследования числом позиций, для которых необходимо опреде-

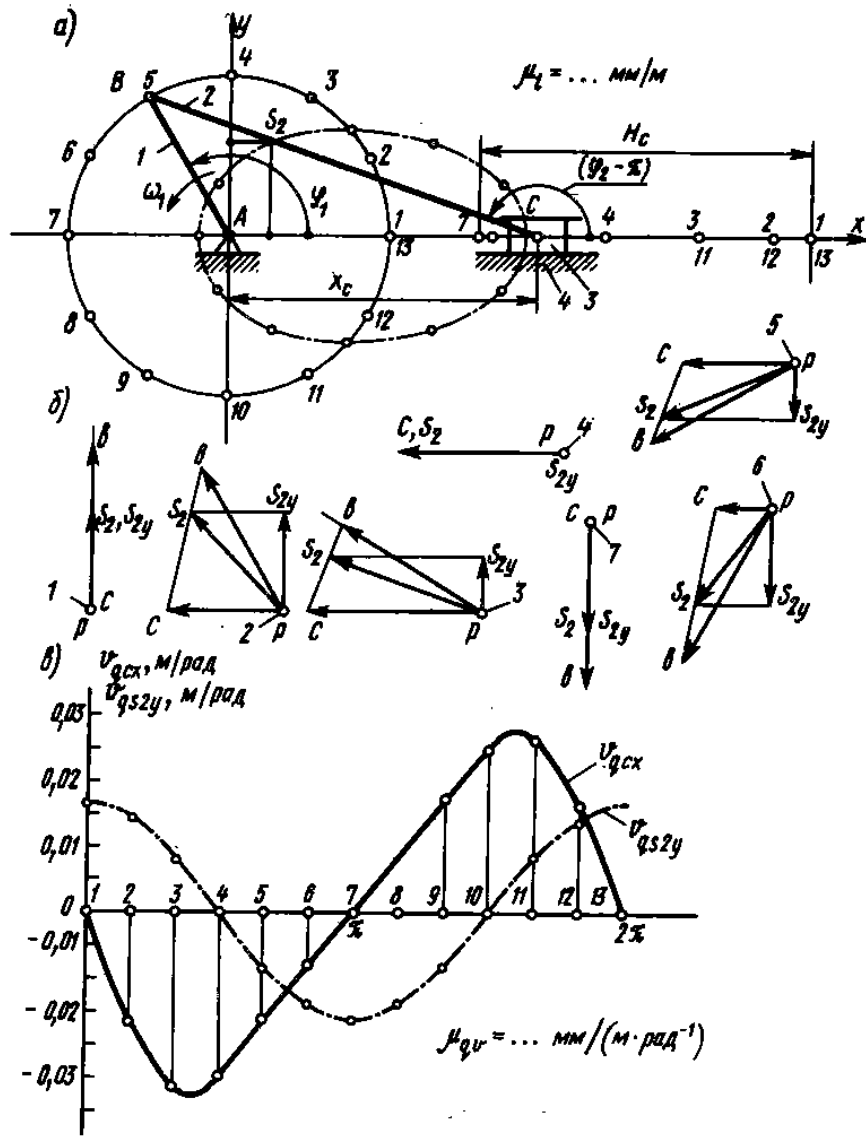


Рис. 3.10

лить значения передаточных функций. В большинстве заданий число позиций равно 13, иногда оно может быть уменьшено или увеличено (число шагов равно 12).

На плане механизма размечают также положения других движущихся точек, в частности точки C звена 3 и точки S_2 — центра масс звена 2. Геометрическое место положений движущейся точки в принятой системе координат называется траекторией точки и изображается на чертеже штрихпунктирной или сплошной тонкой линией толщиной 0.3...0,5 мм при толщине сплошных основных линий, изображающих звенья, 0,6...1,5 мм.

Начальная позиция совпадает с осью Ax . Ее считают первой и обозначают 1 (а не нулем, как было принято раньше во многих учебных пособиях). Последняя позиция обозначается N , промежуточные — I . Следовательно, номера позиций меняются в пределах $I=1\dots N$, а число шагов равно $N-1$. По параметру I организуют цикл вычислений на ЭВМ.

Позиции на чертеже отмечаются кружочками диаметром 1,5...2 мм. Обозначать эти кружочки цифрами, соответствующими номеру позиции, необязательно, если они затемняют чертеж. Указывают начальную позицию и три-четыре промежуточных: $1, 4, 7, 10, 13$. Например, на рис. 3.10, *a* номера позиций траектории точки S_2 не обозначены, а траектории точки B обозначены соответствующими цифрами.

В каждой позиции механизма измеряют координату x_C точки C и угловую координату φ_2 звена 2 , результаты представляют в форме таблицы или, в случае необходимости, строят графики функций положения точки или звена. По оси абсцисс откладывают отрезки, пропорциональные обобщенной координате φ_1 , или номера позиций $I=1\dots N$.

Для нахождения передаточных отношений и передаточных функций скоростей точек строят планы скоростей в выбранном масштабе. Если угловая скорость ω_1 начального звена неизвестна, то строят план возможных скоростей (при неизвестном масштабе плана скоростей), так как кинематические передаточные функции не зависят от уравнения движения механизма.

Длину отрезка pb (рис. 3.10, *b*), выражающего на плане возможных или действительных скоростей скорость v_B точки B на входном звене, можно выбирать произвольно, сообразуясь только с размерами формата листа, предусмотренного для построения. В большинстве случаев pb равно 50...60 мм, часто равно длине отрезка AB , изображающего звено 1 (рис. 3.10, *a*).

При заданном значении $\omega_1 = \omega_{1cp}$ определяют линейную скорость v_B точки B : $v_B = \omega_1 l_1$ — и подсчитывают масштаб плана скоростей: $\mu_v = pb/v_B$, где $[pb] = \text{мм}$; $[v_B] = \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$; $[\mu_v] = \text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^{-1})$.

Для нахождения скоростей точки C составляют уравнение, связывающее векторы скоростей точек при плоском движении звена 2 :

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB},$$

где \bar{v}_C — вектор скорости точки C в абсолютном движении. Он направлен вдоль прямой AC , параллельной направляющей ползуна 3 ; \bar{v}_B — вектор переносной скорости точки B при плоском движении звена 2 , называемой основной точкой или полюсом

движущейся плоской фигуры; \bar{v}_{CB} — вектор скорости точки C в относительном движении, т. е. при вращении звена 2 вокруг точки B . При плоском движении звена этот вектор перпендикулярен линии BC .

Так как $\bar{pc} = \mu_v \bar{v}_C$; $\bar{pb} = \mu_v \bar{v}_B$; $\bar{cb} = \mu_v \bar{v}_{CB}$, то уравнение можно записать в форме соотношения между изображающими отрезками:

$$\underline{\bar{pc}} = \underline{\bar{pb}} + \underline{\bar{cb}}.$$

Эти векторные уравнения содержат две неизвестные величины: v_C и v_{CB} , или \bar{pc} и \bar{cb} . Уравнение решается в форме построения соответствующего контура pcb , называемого планом возможных скоростей:

$$\bar{pb} \perp CB; \bar{cb} \perp CB; \bar{pc} \parallel AC.$$

На рис. 3.10, б планы возможных скоростей построены для семи положений механизма, соответствующих позициям $I=1...7$. Для остальных позиций $I=8...13$ необходимость в построении планов отпадает, так как ось Ax в данном механизме является осью симметрии для соответствующих положений механизма: 2 и 12, 3 и 11, 4 и 10, 5 и 9, 6 и 8.

Искомая передаточная функция $v_{qC} = v_C/\omega_1$ может быть выражена через отношение длин отрезков pc и pb на плане возможных скоростей:

$$v_{qC} = \frac{v_C}{\omega_1} = \frac{v_C}{v_B/l_1} = l_1 \frac{v_C}{v_B} = l_1 \left(\frac{pc}{pb} \right).$$

Результаты построений представляют в табличной форме. Например:

Номер позиции I	1	2	3	4	5	6	
Отрезок pc , мм	0	-25	-38,5	-37,5	-26	-13	
Отношение отрезков pc/pb	0	-0,67	-1,03	-1,0	-0,69	-0,347	
Передаточная функция $v_{qC} = v_C/\omega_1$	0	-0,0167	-0,0257	-0,025	-0,0173	-0,00867	
							Продолжение
Номер позиции I	7	8	9	10	11	12	13
Отрезок pc , мм	0	+13	+25	+37,5	+38,5	+25	0
Отношение отрезков pc/pb	0	+0,347	+0,69	+1,0	1,03	0,67	0
Передаточная функция $v_{qC} = v_C/\omega_1$	0	0,00867	0,0173	0,025	0,0257	0,0167	0

График (рис. 3.10, в) проекции передаточной функции v_{qCx} построен по данным таблицы.

Для нахождения передаточной функции $v_{qS_2} = v_{S_2}/\omega_1$ скорости точки S_2 — центра масс на шатуне 2 — целесообразно использовать метод пропорционального деления отрезка bc на плане возможных скоростей на отрезки bs_2 и s_2c , отношение которых пропорционально отношению отрезков BS_2 и S_2C на схеме механизма $bs_2/bc = BS_2/BC = \lambda_{S_2}$.

Найдя точку s_2 на отрезке cb , проводят луч из полюса p плана возможных скоростей. Отрезок $\overline{ps_2}$ пропорционален вектору скорости v_{S_2} , так как $\overline{ps_2} = \mu v_{S_2}$, а его проекции ps_{2x} и ps_{2y} пропорциональны соответствующим проекциям вектора $\overline{v_{S_2}}$ на координатные оси: v_{S_2x} и v_{S_2y} .

Искомые передаточные функции:

$$v_{qS_2} = \frac{v_{S_2}}{\omega_1} = l_1 \left(\frac{ps_2}{pb} \right); \quad v_{qS_2x} = \frac{v_{S_2x}}{\omega_1} = l_1 \left(\frac{ps_{2x}}{pb} \right);$$

$$v_{qS_2y} = l_1 \frac{v_{S_2y}}{\omega_1} = l_1 \frac{ps_{2y}}{pb}.$$

На рис. 3.10, в показан график функции v_{qS_2y} (штрихпунктирная линия). Предварительно по результатам построений составляют таблицу числовых значений, которую приводят в пояснительной записке. Передаточное отношение $u_{21} = \omega_2/\omega_1$ также находят на основе анализа построенных планов возможных скоростей:

$$\omega_2 = \frac{v_{BC}}{l_2}; \quad \omega_1 = \frac{v_B}{l_1}; \quad u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_{BC}/l_2}{v_B/l_1} = \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{bc}{pb} \right),$$

где $\lambda_2 = l_2/l_1 = BC/AB$ — величина заданная; pb и bc — соответствующие отрезки на плане возможных скоростей.

Результаты построений представляют в табличной форме. Например:

Номер позиции I	1	2	3	4	5	6
Отрезок bc , мм	37,5	32,5	20	0	20,5	33
Отношение bc/pb	1	0,868	0,537	0	0,547	0,881
$u_{21} = \omega_2/\omega_1$	-0,403	-0,349	-0,216	0	0,220	0,335
<i>Продолжение</i>						
Номер позиции I	7	8	9	10	11	12
Отрезок bc , мм	37,5	33	20,5	0	20	32,5
Отношение bc/pb	1	0,881	0,547	0	0,537	0,868
$u_{21} = \omega_2/\omega_1$	0,403	0,335	0,220	0	-0,216	-0,340
						13
						37,5
						1
						-0,403

В ряде заданий рассматриваются кривошипно-ползунные механизмы многоцилиндровых машин, например рядные двух-, трех- и четырехцилиндровые и v -образные двигатели. Если кривошипно-ползунные механизмы для всех цилиндров выполняются одинаковыми, то кинематические передаточные функции будут идентичны по характеру и значениям, но графики их смещены друг относительно друга на соответствующий угол. На рис. 3.11, *a* показана схема двухцилиндрового двигателя, у которого кривошип AD механизма ADE со звеньями 1, 4, 5 смещен на 180° относительно кривошипа AB механизма ABC со звеньями 1, 2 и 3. Планы возможных скоростей на рис. 3.11, *b* построены для двух положений. Графики передаточных функций скоростей v_{qC} и v_{qE} ползунов 5 и 3 показаны на рис. 3.11, *в*. Это идентичные кривые, но сдвинутые друг относительно друга по фазе на угол $\varphi_1 = 180^\circ$.

При определении кинематических характеристик кулисных механизмов помимо теоремы о плоскопараллельном (плоском) движении твердого тела используют также теорему о сложном движении точки, которое исследуется одновременно в основной и подвижной системах координат.

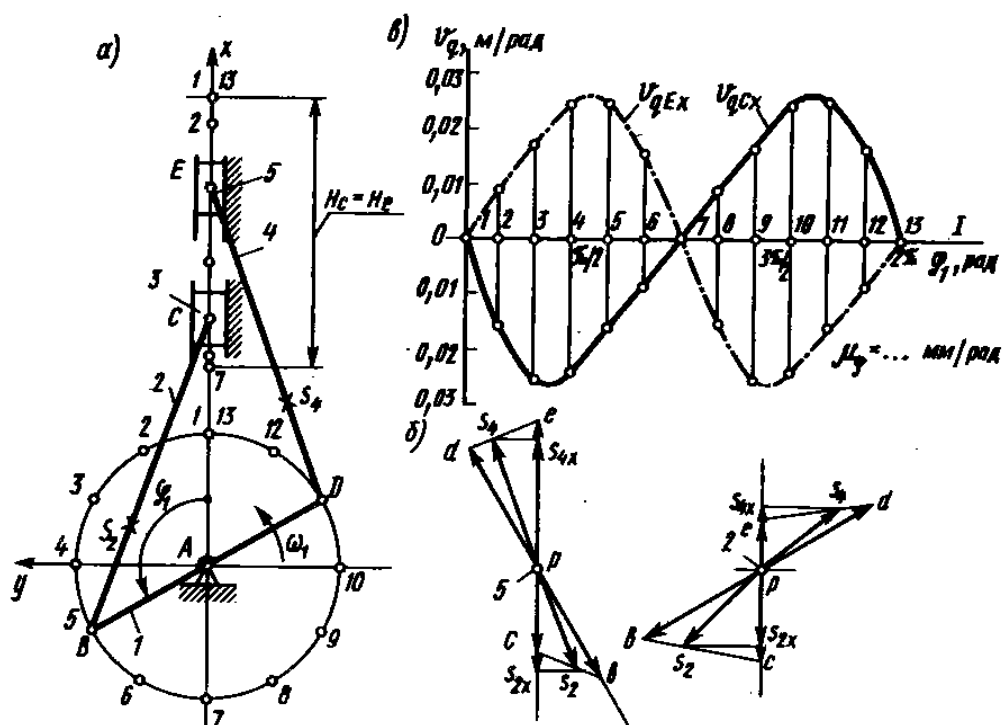


Рис. 3.11

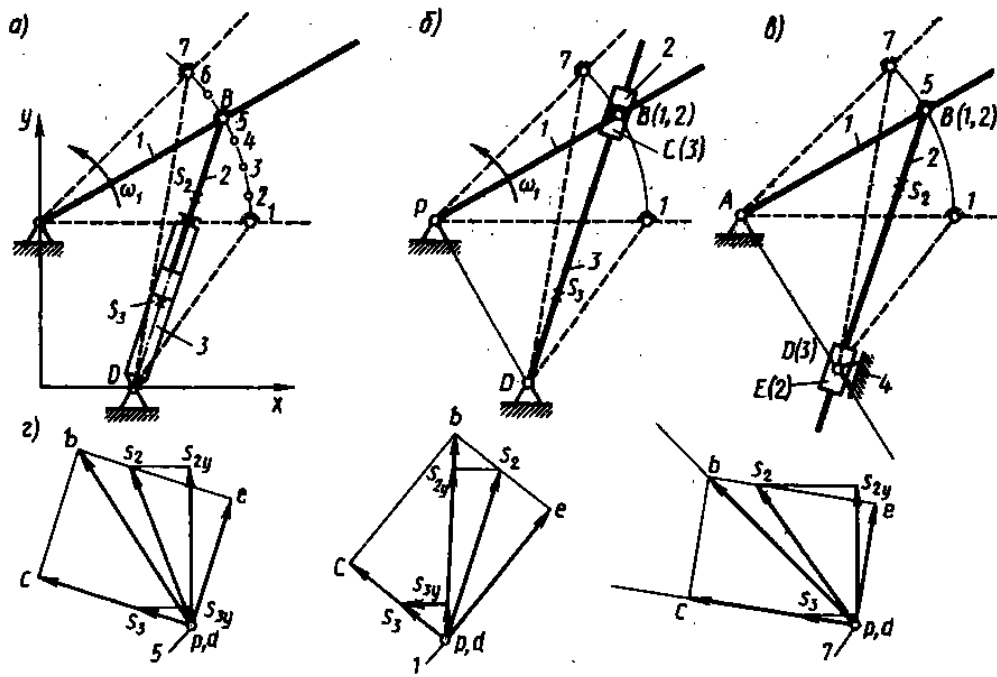


Рис. 3.12

Применение теоремы о сложном движении точки проиллюстрировано на рис. 3.12 на примере подъемника платформы 1 с помощью гидро- или пневмодвигателя, состоящего из качающегося цилиндра 3 и штока 2 с поршнем (рис. 3.12, а). На рис. 3.12, б, в показаны кинематически эквивалентные механизмы, у которых удлинены либо цилиндр 3 до совпадения точки С на звене 3 и точки В на звене 2 (рис. 3.12, б), либо шток 2 до совпадения точки D на звене 3 и точки E на звене 2. Для обоих вариантов можно записать векторные уравнения сложного движения, связывающие между собой векторы скоростей в абсолютном, переносном и относительном движениях для точек E и D или C и B.

Относительным движением будет движение штока 2 относительно цилиндра 3. Для точек B и E на звене 2 и для точек C и D на звене 3 применяют уравнения плоского движения:

$$\left. \begin{aligned} \underline{\underline{v_E}} &= \underline{\underline{v_D}} + \underline{\underline{v_{ED}}} & \underline{\underline{v_C}} &= \underline{\underline{v_B}} + \underline{\underline{v_{CB}}} \\ \underline{\underline{v_E}} &= \underline{\underline{v_B}} + \underline{\underline{v_{EB}}} & \underline{\underline{v_C}} &= \underline{\underline{v_D}} + \underline{\underline{v_{CD}}} \end{aligned} \right\} \underline{\underline{v}}$$

Первая система уравнений приводится к виду

$$\underline{\underline{v_B}} + \underline{\underline{v_{EB}}} = \underline{\underline{v_{ED}}}, \text{ так как } \underline{\underline{v_D}} = 0.$$

Это векторное уравнение записывают через пропорциональные отрезки на плане скоростей: $\underline{pb} + \underline{eb} = \underline{de} = \underline{pe}$. Решение этого уравнения приведено на рис. 3.12, *г* для трех положений механизма в позициях 1, 5 и 7.

Величину отрезка pb выбирают с учетом отведенной площади на чертеже, принимают одинаковой для всех положений механизма, несмотря на то, что действительная скорость поршня будет переменной. Вектор \overline{pb} проводят под углом 90° к оси AB платформы 1 в соответствующем положении. Вектор $\overline{de} = \overline{pe}$ направляют вдоль продольной оси звена 2 либо движение точки E относительно точки D совпадает с продольной осью цилиндра.

Вторая система векторных уравнений приводится к виду $\underline{v_B} + \underline{v_{CB}} = \underline{v_{CD}}$, так как $\underline{v_D} = 0$.

В этом уравнении относительная скорость $\overline{v_{CB}}$ точки C по отношению к точке B есть скорость движения звена 3 относительно звена 2. Эта относительная скорость направлена также вдоль продольной оси штока 2. Вектор скорости $\overline{v_{CD}}$ точки C в абсолютном движении направлен перпендикулярно оси цилиндра 3: $\overline{pc} \perp CD$. Векторное уравнение в форме отрезков на плане скоростей $\underline{pb} + \underline{bc} = \underline{pc}$ решено на рис. 3.12, *г* для трех позиций. Положение точек s_3 и s_2 находят методом пропорционального деления отрезков: $ps_3/pc = DS_3/CD$ и $bs_2/be = BS_2/BE$. Векторы $\overline{ps_3}$ и $\overline{ps_2}$ пропорциональны соответствующим векторам линейных скоростей v_{s_3} и v_{s_2} центров масс звеньев.

Отрезки ps_2 и ps_3 пропорциональны проекциям векторов $\overline{v_{s_2}}$ и $\overline{v_{s_3}}$ на ось координат Ay : v_{s_2y} и v_{s_3y} .

Используя планы возможных скоростей, определяют числовые значения передаточных функций:

скорости движения штока относительно цилиндра

$$v_{q23} = \frac{v_{23}}{\omega_1} = \frac{v_{BC}}{\omega_1} = \frac{v_{ED}}{\omega_1} = l_{BA} \frac{cb}{pb} = l_{BA} \frac{pe}{pb};$$

проекции скоростей центров масс S_2 и S_3 на ось Ay

$$v_{qs_2y} = \frac{v_{s_2y}}{\omega_1} = l_{BA} \frac{ps_2y}{pb};$$

$$v_{qs3y} = \frac{v_{s3y}}{\omega_1} = l_{BA} \frac{ps3y}{pb};$$

передаточное отношение угловых скоростей ω_3 и ω_1

$$u_{31} = \omega_3/\omega_1 = \frac{pc}{pb} \cdot \frac{AB}{CD}.$$

Действительные скорости точек и угловые скорости звеньев можно найти, если будет известно изменение скорости хотя бы одного звена, например ω_1 — угловой скорости поворота платформы, v_{23} — линейной скорости перемещения штока 2 относительно цилиндра 3. Однако эти величины определяют на последующих стадиях исследования с учетом совокупности сил, действующих на звенья механизма, а также инерционных и гравитационных свойств звеньев, т. е. на стадии динамического исследования механизма.

Построение планов ускорения будет рассмотрено в гл. 5, посвященной силовому расчету механизмов.

Глава 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗАДАНЫХ СИЛ

4.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ

Модель (в математике и логике) — любая совокупность абстрактных объектов, свойства которых и отношения между которыми удовлетворяют данным аксиомам, служащим тем самым совместным (неявным) определением такой совокупности (М).

Физическая модель — М, которая охватывает и абстрагирует подходящим образом выбранные существенные свойства физических объектов и ситуаций.

Математическая модель — М, которая охватывает абстрактные символические объекты (числа, векторы) и отношения между этими объектами.

Одномассная динамическая модель механизма — расчетная схема с одним звеном (звеном приведения), координата (и ее производные) которого совпадает с обобщенной координатой (и ее производными) механизма в любой момент времени.

Приведенный суммарный момент сил $M_{\Sigma}^{\text{пр}}$ — момент пары сил, условно приложенный к звену приведения, элементарная работа которого равна сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звенья механизма в любой момент времени:

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n \left[F_i \frac{v_{ki} \cos(\vec{F}_i, \vec{v}_{ki})}{\omega_i} + M_i \frac{\omega_i}{\omega_1} \right]. \quad (4.1)$$

Приведенный суммарный момент инерции $J_{\Sigma}^{\text{пр}}$ — условный момент инерции звена приведения, кинетическая энергия которого равна сумме кинетической энергии всех звеньев механизма в любой момент времени:

$$J_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n \left[m_i \left(\frac{v_{si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right]. \quad (4.2)$$

Приведенная суммарная сила $F_{\Sigma}^{\text{пр}}$ — сила, условно приложенная к одной из точек механизма (точке приведения) и определяемая из равенства элементарной работы этой силы сумме элементарных работ сил и пар сил, действующих на звеньях механизма в любой момент времени.

Приведенная суммарная масса механизма $m_{\Sigma}^{\text{пр}}$ — масса, кото-

рая условно сосредоточена в одной из точек механизма (точке приведения) и кинетическая энергия которой равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма в любой момент времени.

Мощность силы — величина, равная скалярному произведению силы на скорость точки ее приложения.

Установившееся движение механизма — движение механизма, при котором его кинетическая энергия или обобщенная скорость является периодической функцией времени.

Цикл установившегося движения механизма — период изменения его кинетической энергии (или обобщенной скорости механизма).

Коэффициент неравномерности δ движения механизма — отношение разности максимального и минимального значений обобщенной скорости механизма к ее среднему значению за один цикл установившегося движения механизма.

Маховик — вращающийся (массивный) сплошной диск или шкив с массивным ободом и спицами, являющийся аккумулятором кинетической энергии и предназначенный для уменьшения коэффициента неравномерности движения механизма.

Динамический анализ механизма — определение движения звеньев механизма под действием заданных сил или определения значений приложенных сил по заданному движению звеньев.

Динамический синтез механизма — проектирование кинематической схемы механизма с учетом его динамических свойств.

В разделе «Динамика машин и механизмов» изучается движение функциональных частей машины с учетом действующих сил и инертности механической системы. Силы оценивают механическое воздействие между элементами звеньев при их движении, связанным с выполнением рабочего процесса и преобразованием энергии. Характеристиками инертности являются масса, моменты инерции и центры масс звеньев. Решение задач динамики на стадии проектирования машины, обеспечения динамических характеристик в заданных границах при изготовлении и эксплуатации машин основано на определенных расчетных процедурах. Расчетные динамические модели могут отражать связи между функциональными частями машины с разной степенью идеализации. Обоснованный выбор динамической модели и ее параметров предполагает использование моделей разной сложности в зависимости от заданных требований к динамическим характеристикам машины и ее функциональных частей. Например, наиболее простые динамические модели используются при допущениях отсутствия податливости звеньев (жесткие звенья), линейности передаточных кинематических функций механизмов, отсутствия динамических эффектов в системе управления движением машины при работе на разных режи-

мах. Однако простые динамические модели, получившие широкое применение благодаря наглядности и универсальности для механизмов с жесткими звеньями, оказываются непригодными для исследования колебаний и деформации звеньев и элементов кинематических пар. Необходимые уточнения динамических характеристик возможны при использовании более сложных динамических моделей, учитывающих распределение масс в механической системе, характеристики упругих свойств составляющих частей, рассеивание энергии, механические характеристики двигателя и исполнительных органов. При этом обычно используют принцип последовательного усложнения динамической модели за счет учета дополнительных деформационных степеней свободы инерционных элементов с сосредоточенными или распределенными параметрами или за счет последовательного или параллельного соединения нескольких простых передаточных и исполнительных механизмов, за счет учета механической характеристики двигателя и т. д.

На рис. 4.1 приведены схемы типовых динамических моделей механизмов:

- одиомассная модель механизма с кинематическими связями (жесткими звеньями) (рис. 4.1, а);
- одиомассная модель механизма с жесткими связями и упругими свойствами двигателя (учет механической характеристики двигателя) (рис. 4.1, б);
- двухмассная модель с учетом упругих свойств передаточного механизма (рис. 4.1, в);
- двухмассная модель с учетом упругих свойств передаточного механизма и механической характеристики двигателя (рис. 4.1, г).

На рис. 4.1 обозначено: J_{Σ}^{np} , J_D^{np} , J_M^{np} — приведенные моменты

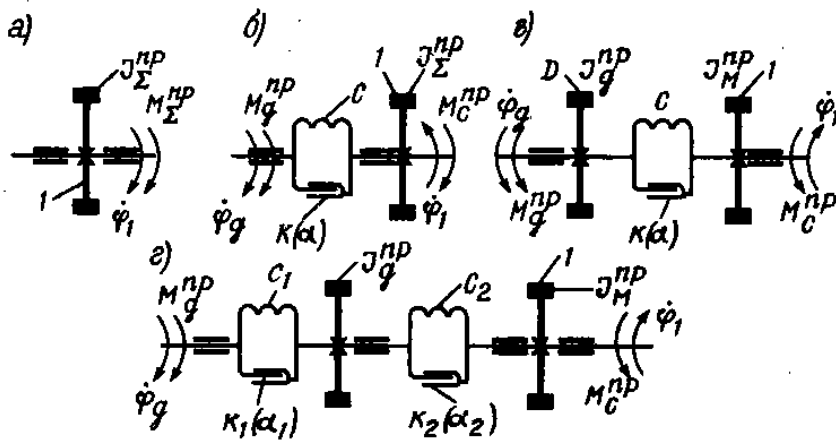


Рис. 4.1

инерции всего механизма (суммарный), двигателя и рабочей машины;

$M_E^{пр}$, $M_d^{пр}$, $M_c^{пр}$ — приведенные моменты сил суммарный, двигателя, сил сопротивления;

C_1 , C_2 — коэффициенты жесткости;

k , k_1 , k_2 — коэффициенты сопротивления;

α , α_1 , α_2 — коэффициенты демпфирования;

$\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_d$ — угловые скорости звена l динамической модели и двигателя.

Цель главы

— дать возможность студенту приобрести навыки динамического анализа и синтеза механизмов машинного агрегата при заданных (или выбранных) значениях приложенных сил и пар сил, массах и моментах инерции звеньев, получить знания и умения выбирать существенные свойства движения машинного агрегата и переходить от многозвенного механизма к его одно-массной динамической модели.

4.2. АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Исходные данные должны содержать сведения о действующих силах, размерах звеньев, их массе, положения центров масс и моментах инерции звеньев. Инерционные параметры звеньев могут быть заданы числовыми значениями или их вычисляют по формулам, связывающим эти параметры с размерами звеньев, которые были определены на стадии синтеза кинематической схемы механизма. Например, масса (кг) i -го звена с постоянным поперечным сечением $m_i = m_l l_i$, где m_l — масса единицы длины звена (линейная плотность ρ_e), кг/м; l_i — длина звена, м. Момент инерции (кг · м²) i -го звена относительно центра масс, расположенного посредине длины звена, $J_{Si} = m_i l_i^2 / 12$, где m_i — масса i -го звена, кг; l_i — длина звена, м.

Зависимость силы от перемещения и скорости звена, к которому сила приложена, называют *механической характеристикой* или просто *характеристикой силы*. Характеристики сил задают графиками, таблицами значений или формулами. Сила — векторная величина, являющаяся мерой механического действия одного материального тела на другое. Поэтому сила должна характеризоваться тремя параметрами: величиной (числовым значением и единицей), направлением действия и точкой приложения.

Часто о величине и направлении силы судят по ее проекциям на координатные оси выбранной системы координат Axy . Векторное обозначение силы используется только в тех случаях, когда существенно ее направление. Во многих случаях достаточной характеристикой является только значение силы. Силу, приложенную к звену, можно перемещать только вдоль линии ее действия.

Моментом силы относительно некоторой точки называют произведение вектора-радиуса точки приложения силы на вектор силы. Величина момента силы равна произведению силы на кратчайшее расстояние от этой точки до линии действия силы.

Обозначение и единицы: силы — F ; $[F]=1$ Н; момента — M ; $[M]=1$ Н·м. Часто эти обозначения дополняют индексами. Первым индексом принимают номер звена, к которому приложена эта сила или момент: F_3 — к звену 3, M_1 — к звену 1. Вторым индексом служат указанием о роли или значении этой силы в движении механизма: ведущее (движущее) или ведомое (сопротивление) звено: $F_{3д}$, $F_{3с}$ или $M_{1д}$, $M_{1с}$. Это деление проводят по знаку работы действующей силы за время цикла. Для движущих сил работа за время цикла — положительная, для сил сопротивления — отрицательная. Иногда в индексе силы указывают номер звена и обозначение точки приложения силы: $F_{3Е}$, $F_{2В} = -F_{3В}$. Работа δA силы F на элементарном перемещении ds определяется выражением

$$\delta A = F ds \cos \alpha = F_x dx + F_y dy + F_z dz,$$

где α — угол между векторами силы F и элементарного перемещения ds ; F_x , F_y , F_z — проекции силы F на оси координат $Oxyz$.

Различают силы внешние, внутренние, реакции связей и силы инерции.

Внешние силы (силы взаимодействия системы с телами, внешними по отношению к системе) характеризуют взаимодействие механизма с окружающей средой. В общем случае их принято обозначать F_i ($i=1, 2, \dots, n$). Однако для удобства в дальнейшем принято обозначение типа F_i с указанием параметра влияния внешней среды на звено механизма: $F_{3с}$ — сила сопротивления, действующая на звено 3; $F_{3д}$ — сила движущая, действующая на звено 3, и т. д. Из внешних сил выделяют в особую группу силы тяжести G_i ($i=1, 2, \dots, n$): G_1 , G_2 , G_3 . Сила тяжести — это сила, действующая на звено и равная произведению массы звена на ускорение свободного падения в вакууме вблизи земной поверхности.

Внутренние силы (силы взаимодействия материальных точек, входящих в данную систему) — силы взаимодействия между элементами кинематических пар звеньев. Их принято обозначать F_{ik} , где i — номер звена, на которое действует сила, k — номер звена, со стороны которого эта сила действует. Например: $F_{32} = -F_{23}$.

Реакции связей — силы, действие которых на механизм эквивалентно действию рассматриваемых связей, ограничивающих свободу движению системы. Их можно обозначать через R_{ik} ($i=1, 2, \dots, n; k=n+1$, где n — число подвижных звеньев). Связь называют идеальной, если работа ее реакции на возможных перемещениях механизма равна нулю: $R_i \delta r_i = 0$.

Силы инерции — расчетные (даламберовы) силы, которые, будучи добавлены к действующим внешним силам, внутренним

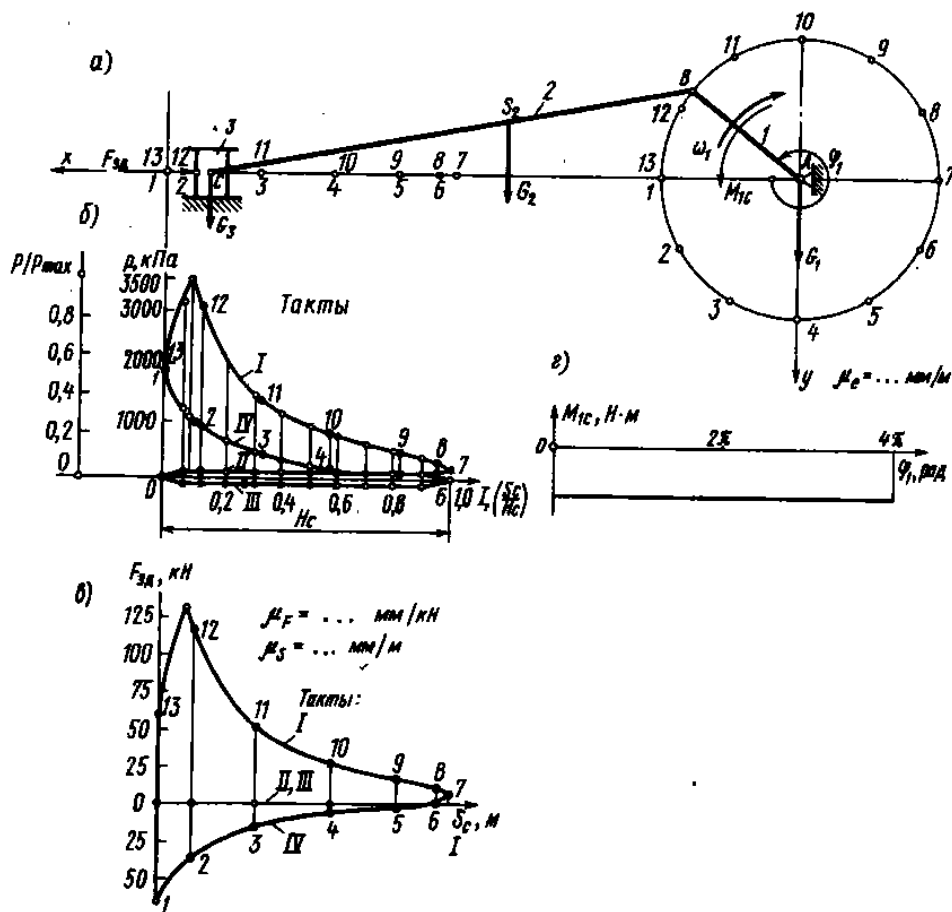


Рис. 4.2

Таблица 4.1. Изменение относительных значений давления в цилиндре ДВС по перемещению поршня

Такты	Относительное положение поршня s_C/H_C от дальнего предельного положения («мертвой точки»)												
	0	0,05	0,066	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
I (расширение)	0,46	0,90	1,00	0,85	0,56	0,40	0,31	0,24	0,20	0,16	0,12	0,10	0,05
II (выхлоп)	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
III (всасывание)	0	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
IV (сжатие)	0,46	0,31	0,28	0,25	0,17	0,10	0,07	0,04	0,02	0,01	0,01	0	-0,01

Таблица 4.2. Давление в цилиндре и сила, приложенная к поршню в ДВС

Параметр	Такты	Позиция I													
		13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
p/p_{max}	I, II III, IV	0,46 0	0,88 -0,01	0,38 -0,01	0,18 -0,01	0,10 -0,01	0,07 -0,01	0,05 0	0,01 0,01	0,01 0,01	0,01 0,02	0,01 0,09	0,01 0,27	0	0,46
P , кПа	I, II III, IV	1610 0	3080 -35	1330 -35	630 -35	350 -35	245 -35	175 -35	35 35	35 35	35 70	35 315	35 945	35 1610	35
$F_{эдр}$ кН	I, II III, IV	61,2 0	127,0 -1,3	50,5 -1,3	23,9 -1,3	13,3 -1,3	9,3 -1,3	±6,6 0	-1,3 -1,3	-1,3 -1,3	-1,3 -2,7	-1,3 -11,9	-1,3 -35,9	0 -61,2	0

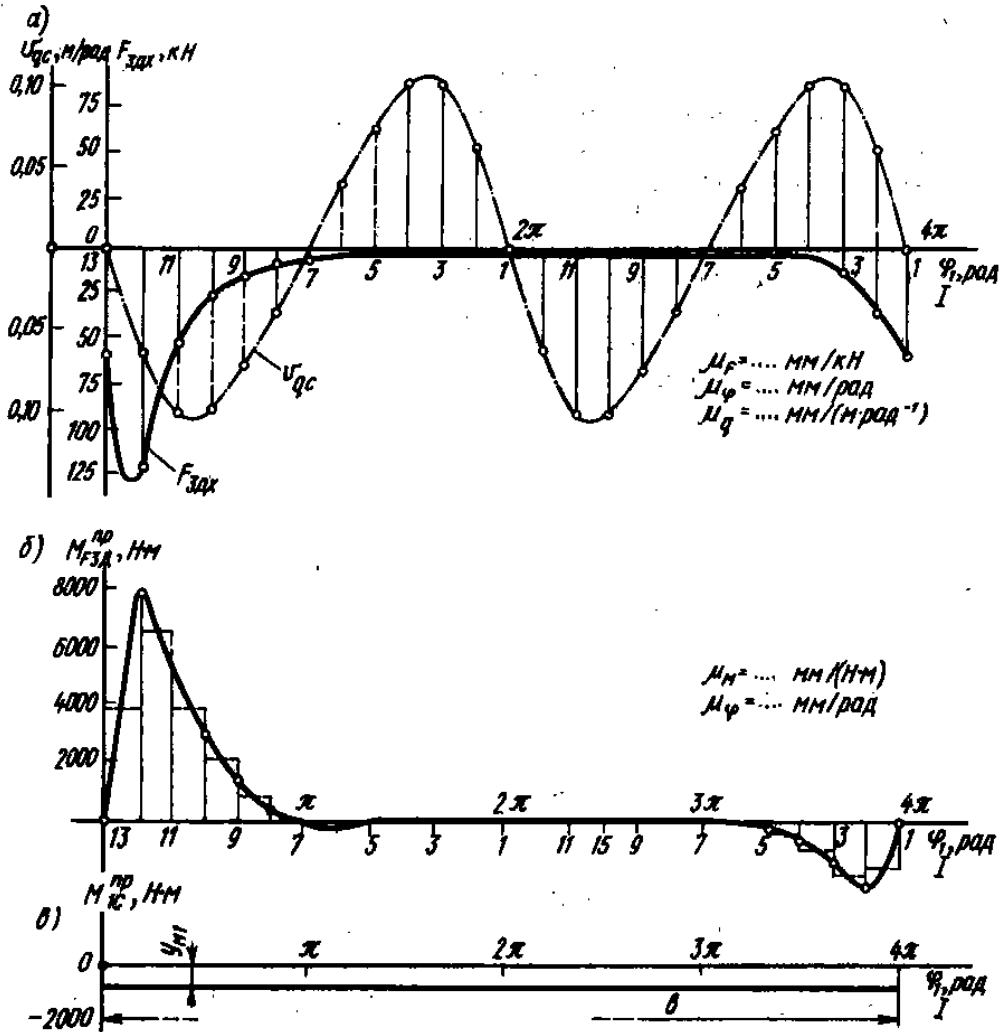


Рис. 4.3

силам и реакциям связей, приводят уравнение динамики механической системы к формальному совпадению с уравнениями равновесия этой системы. Их обозначают: Φ_i — главный вектор сил инерции; M_{φ_i} ($i = 1, 2, \dots, n$) — главный момент сил инерции.

Рассмотрим способы задания внешних сил. Часто задают не силу, а давление p — отношение силы F , действующей перпендикулярно поверхности к площади A этой поверхности, т. е. $p = F/A$. Давление может быть задано в виде графика — индикаторной диаграммы — с указанием масштабов по осям координат. Предпочтительно задание таблицы исходных величин в относительных параметрах: давление p к максимальному p_{max} —

— p/p_{\max} и перемещение s_c к ходу H_c ползуна — s_c/H_c . Например, в табл. 4.1 приведены исходные данные для четырехтактного двигателя внутреннего сгорания (рис. 4.2, а).

По заданным значениям относительных параметров на листе строят индикаторную диаграмму (рис. 4.2, б), согласовав ее абсциссу с ходом H_c ползуна на кинематической схеме (рис. 4.2, а), вычерченной в масштабе длины μ_l . Подобное построение позволяет перенести на индикаторную диаграмму разметку траектории точки С и найти значения давления в каждой фиксированной позиции механизма. На рис. 4.2, б эти значения выделены зачерненными точками на кривой для позиций $I=1\dots 13$ для I и IV тактов. Зная диаметр цилиндра, определяют силу $F_{3д}$:

$$F_{3д} = p n d_{ц}^2 / 4.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 4.2. На рис. 4.2, г приведен график момента сил сопротивления $M_{1с}(\varphi_1)$.

По найденным значениям строят графики силы в функции положения ползуна $F_{3д}(s_c)$ (рис. 4.2, в) и в функции положения кривошипа $F_{3дх}(\varphi_1)$ с учетом направления вектора

силы относительно положительного направления оси Ax (рис. 4.3, а). На рис. 4.2, в положительные значения силы $F_{3д}$ соответствуют положительному знаку работы этой силы в период такта расширения, а отрицательные — отрицательному знаку работы этой силы в период такта сжатия.

На графике (рис. 4.3, а) использован иной подход: проекция силы $F_{3дх}$ на ось Ax имеет отрицательный знак в период трех тактов — расширения, выхлопа и сжатия, а положительный знак — только при такте всасывания. На графике кривая для тактов выхлопа и всасывания совпадает с осью абсцисс, так как величины сил малы.

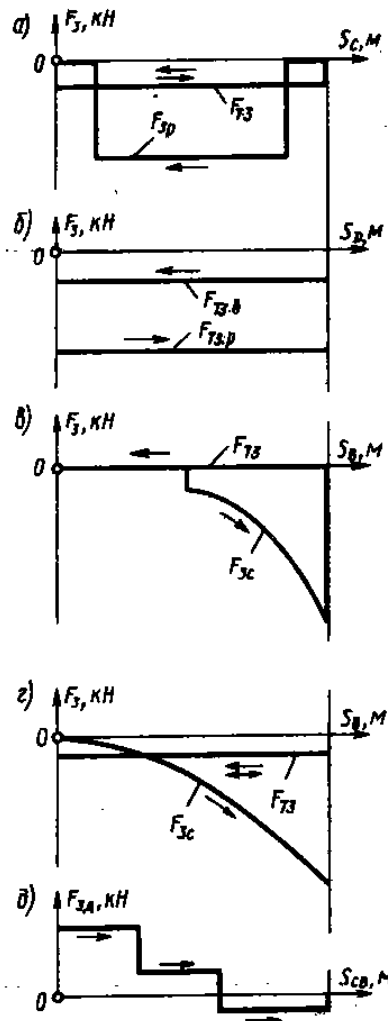


Рис. 4.4

На рис. 4.4 показаны графики изменения нагрузки на ползун для разных машин:

строгального станка (рис. 4.4, а) — силы резания $F_{зр}$ и силы трения $F_{тз}$;

транспортера (рис. 4.4, б) — силы трения при рабочем ходе $F_{тзр}$ и силы трения при вспомогательном ходе $F_{тзв}$;

высадочного автомата (рис. 4.4, в) — силы высадки $F_{зс}$ и силы трения $F_{тз}$;

брикетировочного автомата (рис. 4.4, г) — силы сопротивления $F_{зс}$ и силы трения $F_{тз}$;

гидродвигателя (рис. 4.4, д) с регулируемым давлением по перемещению поршня — движущей силы $F_{зд}$.

При анализе исходных данных следует обратить внимание на положения, в которых значение силы меняется скачком, — в этом положении сила имеет два значения. При проведении расчетов на ЭВМ такие положения (точки разрыва функции) приходится описывать по специальной методике: например, указывать число точек разрыва, номера их позиций и значения сил в точке скачка.

4.3. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

Для механизма с одной степенью свободы можно записать одно уравнение движения механизма, но представить его можно в разных формах. Наиболее часто используют уравнение в интегральной форме:

$$\sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{iнач}), \quad (4.3)$$

где i — номер подвижного звена в механизме; n — число подвижных звеньев; A_i — работа внешних сил, приложенных к звену на конечном перемещении за рассматриваемый промежуток времени; $T_i - T_{iнач}$ — приращение кинетической энергии звена за рассматриваемый промежуток времени.

В уравнении (4.3) кинетическая энергия звена T_i при плоском движении звена определяется по соотношению

$$T_i = \frac{m_i v_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2}, \quad (4.4)$$

где m_i — масса i -го звена; v_{Si} — скорость центра масс i -го звена; J_{Si} — момент инерции i -го звена относительно оси, проходящей

через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ω_i — угловая скорость i -го звена.

Элементарные работы δA_{F_i} и δA_{M_i} силы на элементарном перемещении точки ее приложения и момента пары сил на элементарном угле поворота звена:

$$\begin{aligned} \delta A_{F_i} &= F_i v_i \cos(F_i, v_i) \delta t; \\ \delta A_{M_i} &= M_i \omega_i \delta t, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где F_i — сила; v_i — скорость точки приложения силы; M_i — момент пары сил, действующий на звено; ω_i — угловая скорость звена; δt — элементарный промежуток времени.

В общем случае уравнение (4.3) решают путем построения одномассной динамической модели — обычно вращающегося звена — с определенными параметрами, которые называют приведенными параметрами механизма: моментом инерции J_M^{np} механизма (см. 4.2), приведенным к оси вращения входного звена, и вращающим моментом M_M^{np} механизма (см. 4.1), приведенным к оси вращения входного звена.

Если в качестве звена приведения выбирают звено, вращающееся относительно неподвижной оси с угловой скоростью ω_M , то параметрами модели являются:

приведенный момент инерции J_M^{np} — расчетный момент инерции динамической модели, кинетическая энергия которой равна сумме кинетических энергий всех звеньев механизма;

приведенный момент сил M_M^{np} — расчетный момент пары сил, определяемый из равенства его элементарной работы сумме элементарных работ сил и моментов пар сил, действующих на звенья механизма.

Следовательно, приведенный момент инерции J_M^{np} определяют из равенства:

$$\frac{J_M^{np} \omega_M^2}{2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_i v_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2} \right),$$

или

$$J_M^{np} = \sum_{i=1}^n J_i^{np} = \sum_{i=1}^n \left[m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega_M} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_M} \right)^2 \right]. \quad (4.2a)$$

Нетрудно заметить, что в уравнении (4.2, а) выражения в круглых скобках представляют собой передаточные функции скорости точек приложения сил или передаточные отношения угловых скоростей звеньев, если принять равенство угловой скорости модели и угловой скорости входного звена $\omega_M = \omega_1$:

$$J_i^{\text{пр}} = m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2,$$

или

$$J_i^{\text{пр}} = m_i v_{qSi}^2 + J_{Si} u_{i1}^2,$$

$$J_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n J_i^{\text{пр}} = J_{\Sigma}^{\text{пр}}.$$

Приведенный момент сил $M_{\Sigma}^{\text{пр}}$ определяют из равенства

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} \omega_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n [F_i v_i \cos (F_i v_i) + M_i \omega_i],$$

или

$$M_{\Sigma}^{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n (M_{Fi}^{\text{пр}} + M_{Mi}^{\text{пр}}) = M_{\Sigma}^{\text{пр}},$$

где

$$M_{Fi}^{\text{пр}} = F_i \frac{v_i \cos (F_i v_i)}{\omega_{\Sigma}} = F_i \frac{v_i \cos (F_i v_i)}{\omega_1}, \quad (4.6)$$

$$M_{Mi}^{\text{пр}} = M_i \left(\frac{\omega_i}{\omega_{\Sigma}} \right) = M_i \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right) = M_i u_{i1}. \quad (4.7)$$

В уравнениях (4.6) и (4.7) также используются передаточные функции скорости точек приложения силы и передаточные отношения угловых скоростей, которые могут быть определены графически или выражены в аналитической форме.

В дальнейшем параметры динамической модели будут обозначаться через $\omega_{\Sigma} = \omega_1$, $J_{\Sigma}^{\text{пр}} = J_{\Sigma}^{\text{пр}}$, $M_{\Sigma}^{\text{пр}} = M_{\Sigma}^{\text{пр}}$. Использование индексов 1 и Σ подчеркивает связь звена приведения динамической модели с входным звеном 1 реального механизма.

4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОГО ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА

Суммарный приведенный момент инерции механизма $J_{\Sigma}^{\text{пр}}$ представляет собой сумму приведенных моментов инерции всех подвижных звеньев механизма $\sum_{i=1}^n J_i^{\text{пр}}$:

$$J_{\Sigma}^{\text{пр}} = J_1^{\text{пр}} + J_2^{\text{пр}} + \dots + J_n^{\text{пр}}.$$

Приведенный момент инерции звеньев, совершающих только вращательное движение (например, роторы двигателей, валы, зубчатые колеса, муфты и т. п.), определяют по соотношению

$$J_i^{\text{пр}} = J_{0i} (\omega_i / \omega_1)^2 = J_{0i} u_{i1}^2,$$

где J_{0i} — момент инерции i -го звена относительно оси вращения; $u_{i1} = \omega_i / \omega_1$ — передаточное отношение угловых скоростей i -го звена и звена приведения I .

Связь между J_{0i} и J_{Si} определяется теоремой Гюйгенса —

Штейнера: $J_{0i} = J_{Si} + m_i r_{Si}^2$, где r_{Si} — расстояние между осью, проходящей через центр масс, и осью вращения звена.

Момент инерции элемента массы Δm , движущегося по окружности радиусом r , равен $J = \Delta m r^2$. Поэтому для звена с непрерывным распределением массы момент инерции определяется по интегральному соотношению:

$$J = \int_0^{m_i} r^2 dm.$$

Для стержня длиной l и массой m с постоянной линейной плотностью момент инерции равен $J = ml^2/12$; для диска с радиусом r и для сплошного цилиндра, вращающегося относительно оси, $J = mr^2/2$; для полого толстостенного цилиндра с радиусами r_1 и r_2 $J = m(r_1^2 + r_2^2)/2$, для полого тонкостенного цилиндра с радиусом r $J = mr^2$.

Часто используется понятие махового момента mD^2 , где m — масса звена, кг; D — диаметр инерции, м² (обычно не совпадает с наружным диаметром ротора). Момент инерции J звена связан с маховым моментом mD^2 соотношением $J = mD^2/4$.

Сумма приведенных моментов инерции звеньев, совершающих только вращательное движение, является величиной постоянной и для краткости обозначается: $J_I^{\text{пр}}$ — сумма приведенных моментов инерции I группы звеньев, связанных с осью вращения входного звена (со звеном приведения динамической модели) постоянными передаточными отношениями

$$J_I^{\text{пр}} = J_{\text{рот}}^{\text{пр}} + J_{\text{ред}}^{\text{пр}} + J_{\text{мах}}^{\text{пр}},$$

где

$$J_{\text{рот}}^{\text{пр}} = \frac{mD_{\text{рот}}^2}{4} \left(\frac{\omega_{\text{рот}}}{\omega_1} \right)^2 = \frac{mD_{\text{рот}}^2}{4} u_{\text{дл}}^2$$

— приведенный момент инерции ротора двигателя;

$$J_{\text{ред}}^{\text{пр}} = (mD^2)_{\text{ред}}^{\text{пр}}/4$$

— приведенный момент инерции зубчатых колес, валов и муфт в передаче;

$$J_{\text{мх}}^{\text{пр}} = J_{\text{мх}} (\omega_{\text{мх}}/\omega_1)^2$$

— приведенный момент инерции маховика, установленного в качестве аккумулятора кинетической энергии.

Сумма приведенных моментов инерции звеньев, совершающих плоское, возвратно-вращательное и возвратно-поступательное движения, является величиной переменной и для краткости обозначается $J_{\text{II}}^{\text{пр}}$ — сумма приведенных моментов инерции II группы звеньев (ползунов, коромысел, шатунов, кулис и др.), связанных со звеном приведения переменными передаточными функциями скорости:

$$J_{\text{II}}^{\text{пр}} = \Sigma (J_{\text{полз}}^{\text{пр}} + J_{\text{кор}}^{\text{пр}} + J_{\text{шат}}^{\text{пр}} + J_{\text{кул}}^{\text{пр}} + \dots)$$

На рис. 4.5 представлены графики изменения суммарного приведенного момента инерции $J_{\text{II}}^{\text{пр}}$ механизмов двигателя внутреннего сгорания, его составляющих $J_{\text{I}}^{\text{пр}}$ и $J_{\text{II}}^{\text{пр}}$ и составляющих $J_3^{\text{пр}}$, $J_{2\text{ш}}^{\text{пр}}$, $J_{2\text{к}}^{\text{пр}}$ II группы звеньев. Схема кривошипно-ползунного механизма изображена на рис. 4.2, а. Числовые значения передаточных функций рассчитаны на ЭВМ по программе AR200, а контрольные положения были проверены построением планов возможных скоростей.

Расчетные формулы следующие:

для ползуна 3 $J_3^{\text{пр}} = m_3 (v_C/\omega_1)^2 = m_3 v_{qC}^2$;

для шатуна 2 $J_{2\text{ш}}^{\text{пр}} = m_2 (v_{S2}/\omega_1)^2 = m_2 v_{qS2}^2$;

$J_{2\text{к}}^{\text{пр}} = J_{S2} (\omega_2/\omega_1)^2 = J_{S2} u_{21}^2$; $J_2^{\text{пр}} = J_{2\text{ш}}^{\text{пр}} + J_{2\text{к}}^{\text{пр}}$;

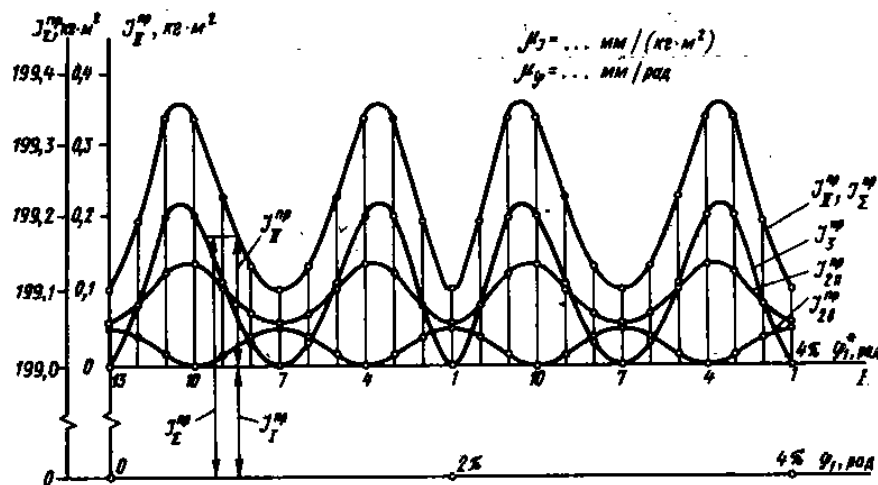


Рис. 4.5

Таблица 4.3. Приведенные моменты инерции ползуна и шатуна кривошипно-ползунного механизма ДВС (* — рассчитаны на ЭВМ)

Параметр	Единица	Позиция											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi_c = \varphi_c / \omega_1$	м/град	0	0,0609	0,0977	0,100	0,0755	0,0391	0	0,0391	0,0755	0,10	0,0977	0,0609
$J_3^p = m_3 (\varphi_c / \omega_1)^2$	г · м ²	0	85	219	230	131	35	0	35	131	230	219	85
$*v_{\varphi c}^2 = (\varphi_{c2} / \omega_1)^2$	(м/град) ²	$0,384 \times 10^{-2}$	$0,581 \times 10^{-2}$	$0,921 \times 10^{-2}$	0,01	$0,775 \times 10^{-2}$	$0,499 \times 10^{-2}$	$0,384 \times 10^{-2}$	$0,499 \times 10^{-2}$	$0,775 \times 10^{-2}$	0,01	$0,921 \times 10^{-2}$	$0,581 \times 10^{-2}$
$J_{21}^p = m_2 v_{\varphi c}^2$	г · м ²	54	81	129	140	109	70	94	70	109	140	129	81
$*v_{\omega_1}^2 = (\omega_2 / \omega_1)^2$	—	0,0625	0,0476	0,0164	0	0,0164	0,0476	0,0625	0,0476	0,0164	0	0,0164	0,0476
$J_{21}^p = J_{S2} \mu^2 \omega_1$	г · м ²	42	39	11	0	11	32	42	32	11	0	40	32
$J_{II}^p = J_{21}^p + J_{21}^p + J_3^p$	»	96	205	359	370	251	137	133	137	251	370	359	205

для II группы звеньев $J_{II}^{np} = J_2^{np} + J_3^{np}$;

для I группы звеньев $J_I^{np} = J_{ред}^{np} + J_{мах}^{np}$.

Здесь m_3 — масса ползуна 3; m_2 — масса шатуна 2; J_{Σ} —

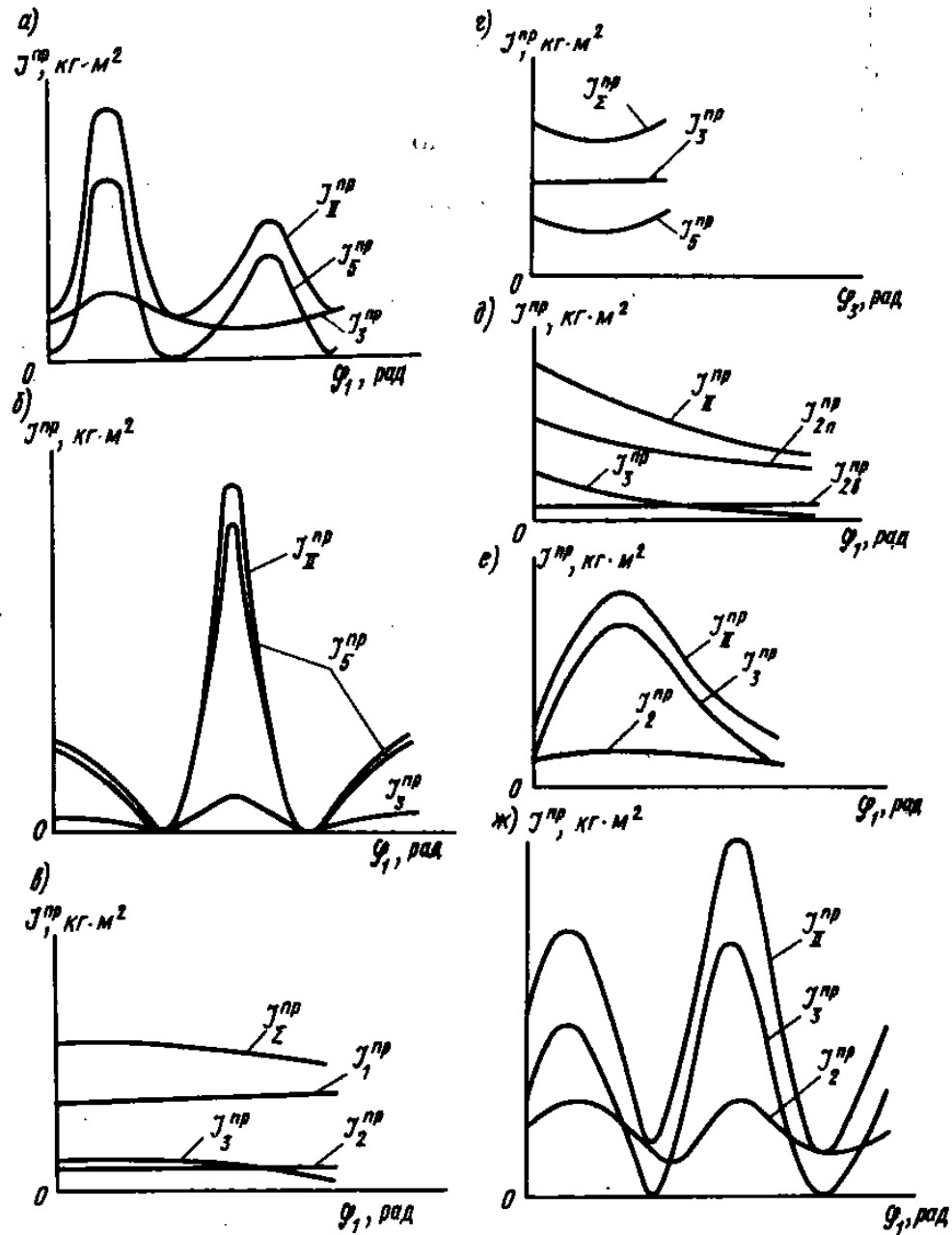


Рис. 4.6

момент инерции шатуна 2 относительно центра масс S_2 ; $J_{ред}^{вр}$ — приведенный к валу 1 момент инерции вращающихся звеньев передачи; $J_{мах}^{вр}$ — приведенный момент инерции маховика. В зависимости от исходных данных момент инерции маховика либо является заданной величиной, либо его следует определить по условию обеспечения требуемого коэффициента δ неравномерности движения.

На рис. 4.6 приведены графики изменения приведенных моментов инерции звеньев механизмов: *a* — долбежного станка с вращающейся кулисой 3 и ползуном 5; *b* — поперечно-строгального станка с качающейся кулисой 3 и ползуном 5; *в* — механизма рулевой машинки с ограниченным углом поворота (1 — звено приведения, 2 — шатун, 3 — коромысло); *г* — штангового транспортера (3 — кулиса, 5 — толкатель); *д* — механизма рулевой машинки с гидродвигателем (3 — коромысло, 2 — шатун); *е* — механизма поворота сопла (2 — шатун, 3 — коромысло); *ж* — зубодолбежного полуавтомата (2 — шатун, 3 — ползун). Нижний индекс в обозначениях кривых на графиках соответствует номерам звеньев на кинематических схемах.

Расчеты по определению составляющих суммарного приведенного момента инерции должны быть отражены в пояснительной записке в виде таблицы или распечатки результатов вычислений на ЭВМ.

В табл. 4.3 для примера приведены результаты расчетов приведенных моментов инерции звеньев с использованием вычислений передаточных функций на ЭВМ по подпрограмме AR200.

4.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ ДЛЯ РАСЧЕТА ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА

Методикой курсового проектирования предусматривается использование ЭВМ для расчета инерционных параметров динамической модели рычажных механизмов. Ниже приведены некоторые примеры таких подпрограмм.

Подпрограмма DIR3201 «РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ШЕСТИЗВЕННОГО КРИВОШИПНО-КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА ДОЛБЕЖНОГО СТАНКА С КАЧАЮЩЕЙСЯ КУЛИСОЙ».

Описание. Подпрограмма предназначена для определения некоторых размеров звеньев, кинематических характеристик механизма и инерционных параметров динамической модели шестизвенного кривошипно-кулисного механизма с качающейся кулисой. Исходная информация о механизме и обозначения параметров приведены в табл. 4.4 и на рис. 4.7 массой m_2 звена 2 пренебрегают.

Таблица 4.4. Исходные данные к подпрограмме DIR3201

Параметры	Единица	Обозначение	Идентификатор	Пример цифровых значений
Вариант задания	—	—	IVZ	11A
Коэффициент изменения средней скорости ползуна 5	—	K_V	KV	1.8
Максимальное перемещение ползуна 5	м	H_5	H5	0.2
Межосевое расстояние	»	l_{AC}	LAC	0.15
Конструктивный угол на кулисе 3	град	β	BETA	35.
Относительная длина шатуна 4	—	$\lambda_{43} = l_4/l_3 = DE/CD$	LA43	0.4
Относительное положение центра масс S_4 шатуна	—	$\lambda_{S4} = DS_4/DE$	LAS4	0.5
Момент инерции кулисы 3 относительно ее центра масс S_3	кг·м ²	J_{3S}	J3S	0.3
Масса ползуна 5	кг	m_5	M5	45.
Число позиций угловой координаты φ_1 начального звена	—	N	N	37.

В результате вычислений по подпрограмме DIR3201 определяются параметры, описанные в табл. 4.5 и выводимые на печать в виде таблицы числовых значений.

Таблица 4.5. Выходные данные подпрограммы DIR3201

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Длина кривошипа 1	м	l_{AB}	LAB
Длина рычага CD на кулисе 3	»	l_{CD}	LCD
Длина шатуна 4	»	l_{DE}	LDE
Смещение направляющей ползуна 5	»	l_6	L6
Угловая координата кривошипа 1	град	φ_1	F1
Передаточное отношение угловых скоростей звеньев 3 и 1	—	$u_{31} = \omega_3/\omega_1$	U31
Передаточное отношение угловых скоростей звеньев 4 и 1	—	$u_{41} = \omega_4/\omega_1$	U41
Кинематическая передаточная функция скорости ползуна 5	м/рад	$v_{q5} = v_E/\omega_1$	VQ5
Кинематическая передаточная функция скорости центра масс S_4 шатуна 4 и ее проекции на координатные оси	»	$v_{qS4} = v_{S4}/\omega_1$ $v_{qS4x} = v_{S4x}/\omega_1$ $v_{qS4y} = v_{S4y}/\omega_1$	VQS4 VQS4X VQS4Y
Приведенный момент инерции кулисы	кг·м ²	J_3^{np}	J3PR
Приведенный момент инерции ползуна 5	»	J_5^{np}	J5PR

Аналитические соотношения. В этой подпрограмме использованы определенные аналитические соотношения, вывод которых должен быть проведен студентом самостоятельно и приведен в пояснительной записке.

Определение размеров звеньев механизма выполняются по следующим соотношениям:

угол θ качания кулисы
 $\theta = \pi (K_v - 1) / (K_v + 1)$;

длина рычага CD на кулисе 3 $l_{CD} = 0,5H_5 \sin 0,5\theta$;

длина кривошипа 1 $l_{AB} = l_{AC} \sin 0,5\theta$;

длина шатуна 4 $l_{DE} = \lambda_{43} l_{CD}$;

положение центра масс S_4 на шатуне 4 $l_{DS_4} = \lambda_{S_4} l_{DE}$;

смещение направляющей ползуна 5 $l_6 = 0,5l_{CD} (\cos 0,5\theta + 1)$.

Определение кинематических передаточных функций скоростей точек и звеньев механизма в подпрограмме DIR3201 проводится по следующим соотношениям (промежуточные выкладки опущены):

$$l_{CB} = \sqrt{l_{AB}^2 + l_{AC}^2 - 2l_{AB}l_{AC} \cos \varphi_1};$$

$$\varphi_3 = \pi - \arcsin \left(\frac{l_{AB} \sin \varphi_1}{l_{CB}} \right);$$

$$\varphi_4 = \beta + 2\pi - \arccos \left(\frac{l_6 + l_{CD} \cos \varphi_3}{l_{DE}} \right);$$

$$u_{31} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{l_{AB}}{l_{CD}} \cos (\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$u_{41} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{l_{CD} u_{31} \sin \varphi_3}{l_{DE} \sin (\varphi_4 - \beta)};$$

$$v_{qEx} = v_{Ex} / \omega_1 = l_{CD} u_{31} \sin (\varphi_3 + \beta) - l_{DE} u_{41} \sin \varphi_4;$$

$$v_{qEy} = v_{Ey} / \omega_1 = -l_{CD} u_{31} \cos (\varphi_3 + \beta) + l_{DE} u_{41} \cos \varphi_4;$$

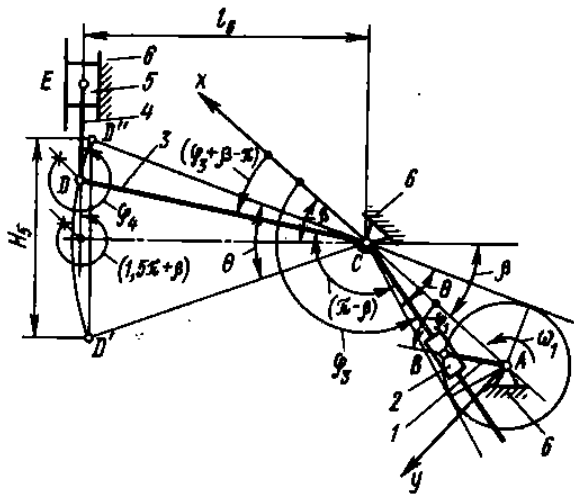


Рис. 4.7

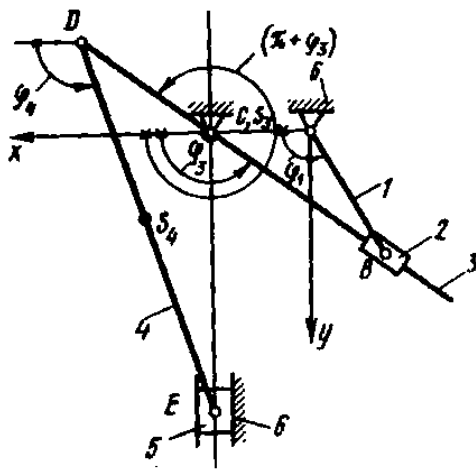


Рис. 4.8

$$v_{qSAx} = v_{SAx}/\omega_1 = l_{CD} u_{31} \sin(\varphi_3 + \beta) - l_{DSA} u_{41} \sin \varphi_4;$$

$$v_{qSAy} = v_{SAy}/\omega_1 = -l_{CD} u_{31} \cos(\varphi_3 + \beta) + l_{DSA} u_{41} \cos \varphi_4;$$

$$v_{q5} = v_{qE} = v_E/\omega_1 = \sqrt{v_{qEx}^2 + v_{qEy}^2};$$

$$v_{qSA} = v_{SA}/\omega_1 = \sqrt{v_{qSAx}^2 + v_{qSAy}^2}.$$

Определение приведенных моментов инерции J_3^{mp} кулисы 3 и J_5^{mp} ползуна 5 выполнено при условии равенства угловых скоростей ω_m и ω_1 динамической модели M и начального звена 1 механизма по следующим соотношениям:

$$J_3^{mp} = J_{3S} (\omega_3/\omega_1)^2 = J_{3S} u_{31}^2; \quad J_5^{mp} = m_5 (v_E/\omega_1)^2 = m_5 v_{q5}^2.$$

По аналогичной схеме разработаны и другие подпрограммы, включенные в каталог системы САРКП и отражающие те или иные особенности конкретных заданий на курсовой проект.

Подпрограмма DIR3202 «РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КРИВОШИПНО-КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА С ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КУЛИСОЙ».

Описание. Подпрограмма предназначена для определения некоторых размеров звеньев, кинематических характеристик механизма и инерционных параметров динамической модели механизма.

Исходные данные о механизме приведены в табл. 4.6 и на рис. 4.8.

В результате вычислений по подпрограмме DIR3202 определяются параметры, описанные в табл. 4.7 и выводимые на печать в виде таблицы числовых значений.

Аналитические соотношения. Размеры звеньев: $l_{AC} = l_{AB} \cos [\pi/(K_v + 1)]$; $l_{CD} = 0,5H$; $l_{DE} = \lambda_{43} l_{CD}$; $l_{DSA} = \lambda_{S4} l_{DE}$.

Таблица 4.6. Исходные данные к подпрограмме DIR3202

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор	Пример числовых значений
Вариант задания	—	—	IVZ	22A
Ход ползуна 5	м	H	H	0,26
Коэффициент изменения средней скорости ползуна 5	—	K_V	KV	1.3
Длина кривошипа 1	м	l_{AB}	LAB	0.1
Отношение длины шатуна 4 к длине рычага кулисы	—	$\lambda_{43} = l_{DE}/l_{CD}$	LA43	2.25
Относительное положение центра масс S_4 на шатуне 4	—	$\lambda_{S4} = DS_4/DE$	LAS4	0.5
Момент инерции кулисы 3 относительно оси, проходящей через центр масс S_3	кг·м ²	J_{3S}	J3S	0.3
То же, для шатуна 4	»	J_{4S}	J4S	0.05
Масса шатуна 4	кг	m_4	M4	2.
» ползуна 5	»	m_5	M5	35.
Число позиций угловой координаты φ_1 начального звена 1	—	N	N	37.

Таблица 4.7. Выходные данные подпрограммы DIR3202

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Межосевое расстояние	м	l_{AC}	LAC
Длина рычага кулисы 3	»	l_{CD}	LCD
Длина шатуна 4	»	l_{DE}	LDE
Расстояние между шарниром D и центром масс S_4	»	l_{DS4}	LDS4
Угловая координата кривошипа 1	град	φ_1	F1
Угловая координата кулисы 3	»	φ_3	F3
Передаточные отношения угловых скоростей:			
звеньев 3 и 1	—	$u_{31} = \omega_3/\omega_1$	U31
звеньев 4 и 1	—	$u_{41} = \omega_4/\omega_1$	U41
Кинематические передаточные функции скорости точек:	м/град	$v_{qE} = v_E/\omega_1$	VQ5
E на ползуне 5	»	$v_{qS4x} = v_{S4x}/\omega_1$	VQS4X
S_4 на шатуне 4 (проекция на координатные оси)	»	$v_{qS4y} = v_{S4y}/\omega_1$	VQS4Y
Приведенные моменты инерции звеньев:			
кулисы 3	кг·м ²	$J_3^{пр}$	J3PR
шатуна 4 во вращательном движении	»	$J_{4B}^{пр}$	J4BPR
шатуна 4 в поступательном движении	»	$J_{4П}^{пр}$	J4PPR
ползуна 5	»	$J_5^{пр}$	J5PR

Кинематические характеристики механизма:

$$l_{CB} = \sqrt{l_{AB}^2 + l_{AC}^2 - 2l_{AB}l_{AC}\cos\varphi_1};$$

$$\varphi_3 = \begin{cases} \arccos\left(\frac{l_{AB}\cos\varphi_1 - l_{AC}}{l_{CB}}\right), & \text{если } 0 \leq \varphi_1 \leq \pi; \\ 2\pi - \arccos\left(\frac{l_{AB}\cos\varphi_1 - l_{AC}}{l_{CB}}\right), & \text{если } \pi < \varphi_1 \leq 2\pi; \end{cases}$$

$$u_{31} = \frac{l_{AB}}{l_{CB}} \cos(\varphi_1 - \varphi_3);$$

$$\varphi_4 = \arccos \frac{l_{CD} \cos \varphi_3}{l_{DE}};$$

$$u_{41} = u_{31} \frac{l_{CD} \sin \varphi_3}{l_{DE} \sin \varphi_4};$$

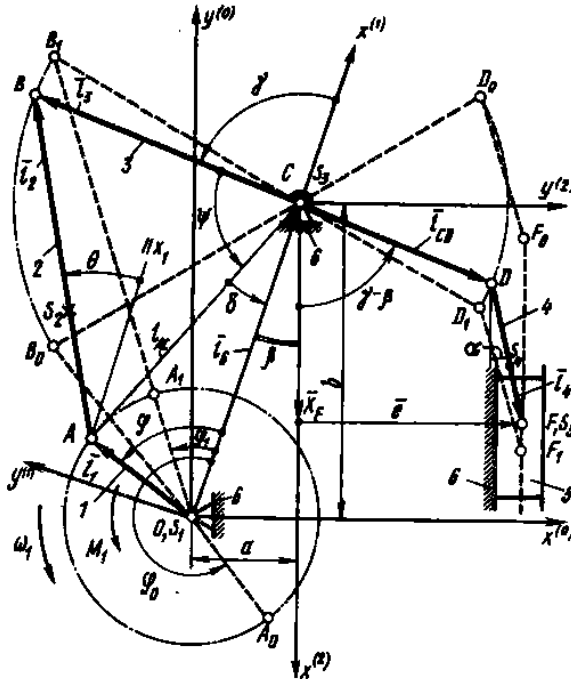


Рис. 4.9

$$v_{qE} = v_E / \omega_1 = -l_{CD} u_{31} \times \cos \varphi_3 + l_{DE} u_{41} \cos \varphi_4;$$

$$v_{qSAx} = v_{SAx} / \omega_1 = l_{CD} u_{31} \times \sin \varphi_3 - l_{DS4} u_{41} \sin \varphi_4;$$

$$v_{qSAy} = v_{SAy} / \omega_1 = -l_{CD} u_{31} \times \cos \varphi_3 + l_{DS4} u_{41} \cos \varphi_4;$$

$$v_{qS4} = v_{S4} / \omega_1 = \sqrt{v_{qSAx}^2 + v_{qSAy}^2}.$$

Инерционные параметры динамической модели:

$$J_3^{np} = J_{3S} (\omega_3 / \omega_1)^2 = J_{3S} u_{31}^2;$$

$$J_{4b}^{np} = J_{4S} (\omega_4 / \omega_1)^2 = J_{4S} u_{41}^2;$$

$$J_{4ш}^{np} = m_4 (v_{S4} / \omega_1)^2 = m_4 v_{qSA}^2;$$

$$J_5^{np} = m_5 (v_E / \omega_1)^2 = m_5 v_{qE}^2.$$

Подпрограмма DIR1235*.

«РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШЕСТИЗВЕННОГО КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА И ИНЕРЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ЕГО ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ».

Описание. Механизм состоит из кривошипа 1, шатуна 2, коромысла 3, поводка 4, ползуна 5, стойки 6 (рис. 4.9). Подпрограмма DIR1235 разработана для определения линейной координаты

x_F точки F выходного звена 5, угловой координаты γ коромысла 3, передаточного отношения угловых скоростей $u_{31} = \omega_3/\omega_1$, кинематической передаточной функции скорости выходного звена $v_{qF} = v_F/\omega_1$, приведенных моментов инерции звеньев 2, 3, 4, 5 и их суммы (приведенного момента инерции $J_{II}^{пр}$ звеньев II группы).

Исходная информация о механизме должна содержать сведения, приведенные в табл. 4.8.

Результаты вычислений (табл. 4.9) выводятся на печать в виде таблицы числовых значений.

Таблица 4.8. Исходные данные к подпрограмме DIR1235

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Вариант задания	—		ВАР
Число исследуемых позиций	—	N	N
Шаг изменения угловой координаты начального звена 1	град	$\Delta\varphi$	DFG
Координаты центра вращения коромысла 3	м	a	A
точки C	»	b	B
Длина начального звена (кривошипа) 1	»	l_1	L1
Относительная длина шатуна 2	—	$\lambda_2 = l_{AB}/l_{OA}$	LA2
Относительное расстояние до центра масс шатуна 2	—	$\lambda_{S2} = l_{AS2}/l_{AB}$	LAS2
Относительная длина коромысла 3	—	$\lambda_3 = l_{BC}/l_{OA}$	LA3
Относительная длина другого плеча коромысла 3	—	$\lambda_{CD} = l_{CD}/l_{OA}$	LACD
Относительная длина звена 4	—	$\lambda_4 = l_{DE}/l_{OA}$	LA4
Относительное расстояние до центра масс звена 4	—	$\lambda_{S4} = l_{DS4}/l_{DF}$	LAS4
Внесность, отнесенная к длине кривошипа	—	$\lambda_e = e/l_1$	LAE
Масса звеньев 2, 4, 5	кг	m_2 m_4 m_5	M2 M4 M5
Моменты инерции звеньев 2, 4 относительно оси, проходящей через центр масс, и звена 3 относительно оси вращения	кг·м ²	J_{2S} J_{4S} J_{3C}	J2 J4 J3

Аналитические соотношения*. Начальную угловую координату φ_1 звена 1 находят по теореме тангенсов из ΔOAC :

*Лукичев Д. М., Тимофеев Г. А. Определение усилий в кинематических парах рычажных механизмов с применением ЭВМ. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1983.

$$\varphi_1 = \text{arctg} \sqrt{\frac{(p-1-\lambda_2)(p-\lambda_6)}{p(p-\lambda_3)}}$$

где p — относительный полупериметр (в долях l_1):

$$p = (1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6)/2;$$

$$\lambda_6 = l_6/l_1 = l_{OC}/l_1 = \sqrt{a^2 + b^2}/l_1.$$

Таблица 4.9. Выходные данные подпрограммы DIR1235

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Номер исследуемой позиции		k	K
Угловая координата начального звена 1	град	φ	FG
Угловая координата звена 3	»	γ	GG
Линейная координата точки ползуна 5	м	x_F	XF
Передаточное отношение угловых скоростей звеньев 3, 1	—	$u_{31} = \omega_3/\omega_1$	U31
Передаточная функция точки ползуна 5	м/рад	$v_{qF} = v_F/\omega_1$	VQF
Приведенный момент инерции звена 2:			
в поступательном движении	кг · м ²	$J_{2n}^{\text{пр}}$	JP2P
во вращательном движении	»	$J_{2v}^{\text{пр}}$	JP2V
Приведенный момент инерции звена 3	»	$J_3^{\text{пр}}$	JP3
Приведенный момент инерции звена 4:			
в поступательном движении	»	$J_{4n}^{\text{пр}}$	JP4P
во вращательном движении	»	$J_{4v}^{\text{пр}}$	JP4V
Приведенный момент инерции звена 5	»	$J_5^{\text{пр}}$	JP5
Приведенный момент инерции звеньев II группы	»	$J_{II}^{\text{пр}}$	JPS

Переменное расстояние между точками A и C , отнесенное к длине l_1 , находят по теореме косинусов:

$$\lambda_{AC} = \frac{l_{AC}}{l_1} = \sqrt{1 + \lambda_6^2 - 2\lambda_6 \cos \varphi}.$$

Вспомогательный угол $\delta = \angle OCA$ определяют по теореме синусов из $\triangle OAC$:

$$\sin \delta = \sin \varphi / \lambda_{AC}.$$

Угол δ может быть в I или IV четверти, поэтому

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} > 0;$$

$$\delta = \arctg (\sin \delta / \cos \delta).$$

Другой вспомогательный угол $\psi = \angle ACB$ находят из $\triangle ACB$ по теореме косинусов:

$$\cos \psi = (\lambda_{AC}^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2) / (2\lambda_{AC} \lambda_3).$$

Этот угол может быть острым или тупым, поэтому

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} > 0;$$

$$\psi = \arctg (\sin \psi / \cos \psi).$$

Угловая координата коромысла 3 (рад)

$$\gamma = \pi - \delta - \psi.$$

Для векторного контура $OABCO$ $\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{l}_6 + \bar{l}_3$; проецируя его на оси $x^{(1)}$ и $y^{(1)}$, получают

$$l_1 \cos \varphi + l_2 \cos \theta = l_6 + l_3 \cos \gamma; \quad (4.8)$$

$$l_1 \sin \varphi + l_2 \sin \theta = l_3 \sin \gamma.$$

Из последнего соотношения находят угловую координату θ звена 2:

$$\sin \theta = (\lambda_3 \sin \gamma - \sin \varphi) / \lambda_2;$$

угол θ в I или IV четверти; следовательно,

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} > 0;$$

$$\theta = \arctg (\sin \theta / \cos \theta).$$

Проецирование векторной цепи $\bar{l}_1 + \bar{l}_{AS2}$ на оси $x^{(1)}$ и $y^{(1)}$ дает координаты центра масс S_2 :

$$x_{S2} = l_1 (\cos \varphi + \lambda_2 \lambda_{S2} \cos \theta); \quad (4.9)$$

$$y_{S2} = l_1 (\sin \varphi + \lambda_2 \lambda_{S2} \sin \theta).$$

Передаточные отношения $u_{21} = \omega_2 / \omega_1$ и $u_{31} = \omega_3 / \omega_1$ найдем, дифференцируя по φ выражения (4.8):

$$\left. \begin{aligned} -l_1 \sin \varphi - l_2 \sin \theta \frac{d\theta}{d\varphi} &= -l_3 \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\varphi}; \\ l_1 \cos \varphi + l_2 \cos \theta \frac{d\theta}{d\varphi} &= l_3 \cos \gamma \frac{d\gamma}{d\varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

где

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = u_{21}; \quad \frac{d\gamma}{d\varphi} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = u_{31}.$$

Упростим уравнение (4.10) методом преобразования координат, вычитая из всех углов (4.10) угол γ , что равносильно повороту осей координат на угол γ . Тогда $l_3 \sin (\gamma - \gamma) u_{31} = 0$ и

$$u_{21} = \sin (\varphi - \gamma) / [\lambda_2 \sin (\gamma - \theta)].$$

Аналогично, из (4.10) после вычитания общего угла θ находят $l_2 \sin (\theta - \theta) u_{21} = 0$;

$$u_{31} = \sin (\varphi - \theta) / [\lambda_3 \sin (\gamma - \theta)].$$

Проекция аналога скорости точки S_2 на оси $x^{(1)}$, $y^{(1)}$ находят, дифференцируя по φ выражения (4.9):

$$v_{qS2x} = \frac{dx_{S2}}{d\varphi} = -l_1 (\sin \varphi + \lambda_2 \lambda_{S2} u_{21} \sin \theta);$$

$$v_{qS2y} = \frac{dy_{S2}}{d\varphi} = l_1 (\cos \varphi + \lambda_2 \lambda_{S2} u_{21} \cos \theta).$$

Передаточная функция скорости точки S_2 (по абсолютной величине)

$$v_{qS2} = \sqrt{v_{qS2x}^2 + v_{qS2y}^2}.$$

Для векторного контура $CDFFC$ внесного коромысло-ползуинового механизма

$$\bar{l}_{CD} + \bar{l}_4 = \bar{x}_F + \bar{e}.$$

Проецирование его на оси $x^{(2)}$ и $y^{(2)}$ дает

$$l_{CD} \cos (\gamma - \beta) + l_4 \cos \alpha = x_F; \quad (4.11)$$

$$l_{CD} \sin (\gamma - \beta) + l_4 \sin \alpha = e,$$

где угол $\beta = \arctg (a/b)$; α — угловая координата звена 4 (вектора l_4). Из (4.11) имеем

$$\sin \alpha = [\lambda_e - \lambda_{CD} \sin (\gamma - \beta)] / \lambda_4;$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} > 0$$

(угол α в I или IV четверти).

Из (4.11) функция положения точки F

$$x_F = l_1 [\lambda_{CD} \cos (\gamma - \beta) + \lambda_4 \cos \alpha]. \quad (4.12)$$

Дифференцируя второе равенство (4.11) по φ , получим

$$l_{CD} u_{31} \cos (\gamma - \beta) + l_4 u_{41} \cos \alpha = 0,$$

откуда передаточное отношение

$$u_{41} = \frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = -\lambda_{CD} u_{31} \cos (\gamma - \beta) / (\lambda_4 \cos \alpha).$$

Дифференцируя (4.12) по φ , получим передаточную функцию скорости точки F :

$$v_{qF} = \frac{dx_F}{d\varphi} = \frac{v_F}{\omega_1} = -l_1 [\lambda_{CD} u_{31} \sin (\gamma - \beta) + \lambda_4 u_{41} \sin \alpha].$$

Проецирование векторной цепи $\vec{l}_{CD} + \vec{l}_{DS_4}$ на оси $x^{(2)}$ и $y^{(2)}$ дает координаты центра масс S_4 :

$$x_{S_4} = l_1 [\lambda_{CD} \cos (\gamma - \beta) + \lambda_4 \lambda_{S_4} \cos \alpha]; \quad (4.13)$$

$$y_{S_4} = l_1 [\lambda_{CD} \sin (\gamma - \beta) + \lambda_4 \lambda_{S_4} \sin \alpha].$$

Дифференцируя (4.13) по φ , получим проекции передаточной функции скорости точки S_4 :

$$v_{qS_4x} = -l_1 [\lambda_{CD} u_{31} \sin (\gamma - \beta) + \lambda_4 \lambda_{S_4} u_{41} \sin \alpha];$$

$$v_{qS_4y} = l_1 [\lambda_{CD} u_{31} \cos (\gamma - \beta) + \lambda_4 \lambda_{S_4} u_{41} \cos \alpha].$$

Передаточная функция скорости точки S_4 (по абсолютной величине)

$$v_{qS_4} = \sqrt{v_{qS_4x}^2 + v_{qS_4y}^2}.$$

Приведенный момент инерции звена 2 в поступательном движении вместе с центром масс

$$J_{2n}^{pp} = m_2 v_{qS_2}^2;$$

во вращательном движении вокруг оси, проходящей через центр масс,

$$J_{2n}^{pp} = J_{2S} u_{21}^2.$$

Приведенный момент инерции звена 3

$$J_3^{\text{пр}} = J_{3C} u_{31}^2.$$

Приведенный момент инерции звена 4 в поступательном движении

$$J_{4\text{п}}^{\text{пр}} = m_4 v_{qS4}^2,$$

во вращательном движении

$$J_{4\text{в}}^{\text{пр}} = J_{4S} u_{41}^2.$$

Приведенный момент инерции звена 5

$$J_5^{\text{пр}} = m_5 v_{qF}^2.$$

Приведенный момент инерции звеньев II группы

$$J_{\text{II}}^{\text{пр}} = J_{2\text{п}}^{\text{пр}} + J_{2\text{в}}^{\text{пр}} + J_3^{\text{пр}} + J_{4\text{п}}^{\text{пр}} + J_{4\text{в}}^{\text{пр}} + J_5^{\text{пр}}.$$

4.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СУММАРНОГО ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ВНЕШНИХ СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ К ЗВЕНЬЯМ МЕХАНИЗМА

В § 4.3 показано, что при решении общего уравнения динамики механизма целесообразно приведение всех внешних сил, приложенных к звеньям механизма. Силы к звену приведения динамической модели приводят по соотношениям (4.6) и (4.7).

Для механизма, изображенного на рис. 4.2, внешними силами являются: сила движущая $F_{3\text{д}}$, силы тяжести G_1 , G_2 , G_3 и момент сил сопротивления $M_{1\text{с}}$, который принимают постоянным. Направление сил тяжести зависит от ориентации механизма относительно земной поверхности.

Графики изменения внешних сил представлены на рис. 4.2 в виде механических характеристик: $F_{3\text{д}}(S_C)$ — на рис. 4.2, v и $M_{1\text{с}}(\varphi_1)$ — на рис. 4.2, z .

Уравнения приведения внешних сил, приложенных к данному механизму, следующие:

$$M_3^{\text{пр}} = M_{F_{3\text{д}}}^{\text{пр}} = F_{3\text{д}} \frac{v_C \cos(F_{3\text{д}}, v_C)}{\omega_1} = F_{3\text{дх}} \left(\frac{v_C}{\omega_1} \right) = F_{3\text{дх}} v_{qCx};$$

$$M_{G_3}^{\text{пр}} = G_3 \frac{v_{S3} \cos(G_3, v_{S3})}{\omega_1} = G_3 \frac{v_{S3y}}{\omega_1} = 0,$$

ибо проекция скорости ползуна на ось Ay равна нулю;

$$M_{G_2}^{np} = G_2 \frac{v_{S2} \cos(G_2, v_{S2})}{\omega_1} = G_2 \frac{v_{S2y}}{\omega_1}; \quad M_{G_1}^{np} = 0,$$

ибо S_1 — неподвижная точка;

$$M_1^{np} = M_{1c}$$

ибо момент M_{1c} задан на звене 1.

Характер изменения сомножителей, входящих в первое уравнение этой системы, показан на рис. 4.3, а в виде графиков: $F_{3dx}(\varphi_1)$ и $v_{qC}(\varphi_1)$.

Приведенный к звену 1 момент $M_{F_{3d}}^{np}$ движущей силы F_{3d} является величиной переменной, так как переменными величинами являются оба сомножителя. График приведенного момента движущей силы показан на рис. 4.3, б. Результаты вычисления приводят в пояснительной записке в форме таблицы, а при вычислениях на ЭВМ — вклеивают распечатку. Аналогично поступают с определением $M_{G_2}^{np}$ и M_{1c}^{np} .

Соотношение между работой сил движущих и сил сопротивления определяет режим работы установки или машины. Он может быть установившимся или переходным. Для обеспечения установившегося режима движения с постоянной средней цикловой частотой вращения необходимо обеспечить равенство нулю работы внешних сил, приложенных к звеньям механизма за время цикла. Если по истечении кинематического цикла центры масс всех звеньев занимают исходное положение, то работа сил тяжести за цикл равна нулю. В примерах, приведенных на рис. 4.2 и 4.3, кинематический цикл соответствует $\varphi_{ци} = 2\pi$, а энергетический цикл — в два раза больше: $\varphi_{э} = 4\pi$, так как рабочий процесс в ДВС — четырехтактный. Поэтому необходимо приравнять работу движущих сил и сил сопротивления за время динамического цикла:

$$\int_0^{4\pi} M_{F_{3d}}^{np} d\varphi_1 = \int_0^{4\pi} M_{1c}^{np} d\varphi_1 = M_{1c}^{np} 4\pi,$$

так как $M_{1c}^{np} = \text{const.}$

Следовательно, постоянное значение M_{1c} установки с четырехтактным двигателем определяется по соотношению

$$M_{1c}^{np} = \left| \int_0^{4\pi} M_{F_{3d}}^{np} d\varphi_1 \right| / (4\pi).$$

В случае двухтактного двигателя

$$M_{1c}^{np} = \int_0^{2\pi} M_{F3d}^{np} d\varphi_1 / (2\pi).$$

Практически значение определенного интеграла вычисляют численным методом или графическим интегрированием. При этих методах наиболее распространенными являются формула трапеций или формула парабол. По формуле трапеций определенный интеграл, численно равный площади криволинейной трапеции, ограниченной частью оси абсцисс, двумя ординатами и подынтегральной кривой, заменяется приближенно площадью элементарной прямолинейной трапеции, которая образуется, если верхние концы ординат соединить прямой линией. При графическом интегрировании площадь элементарной прямолинейной трапеции заменяют равновеликой площадью прямоугольника, как это показано на рис. 4.3, б. Подсчитав сумму площадей всех трапеций и разделив ее на значение угла поворота звена приведения за цикл, определяют искомое значение момента сил сопротивления:

$$\sum \left(\frac{y_{Mcp} \Delta x_\varphi}{\mu_M \mu_\varphi} \right) = \frac{y_{M1} b}{\mu_M \mu_\varphi},$$

т. е. $M_{1c} = \frac{y_{M1}}{\mu_M} = \frac{1}{\mu_M} \left(\frac{\sum (y_{Mcp} \Delta x_\varphi)}{b} \right)$, где $[M_{1c}] = \text{Н} \cdot \text{м}$.

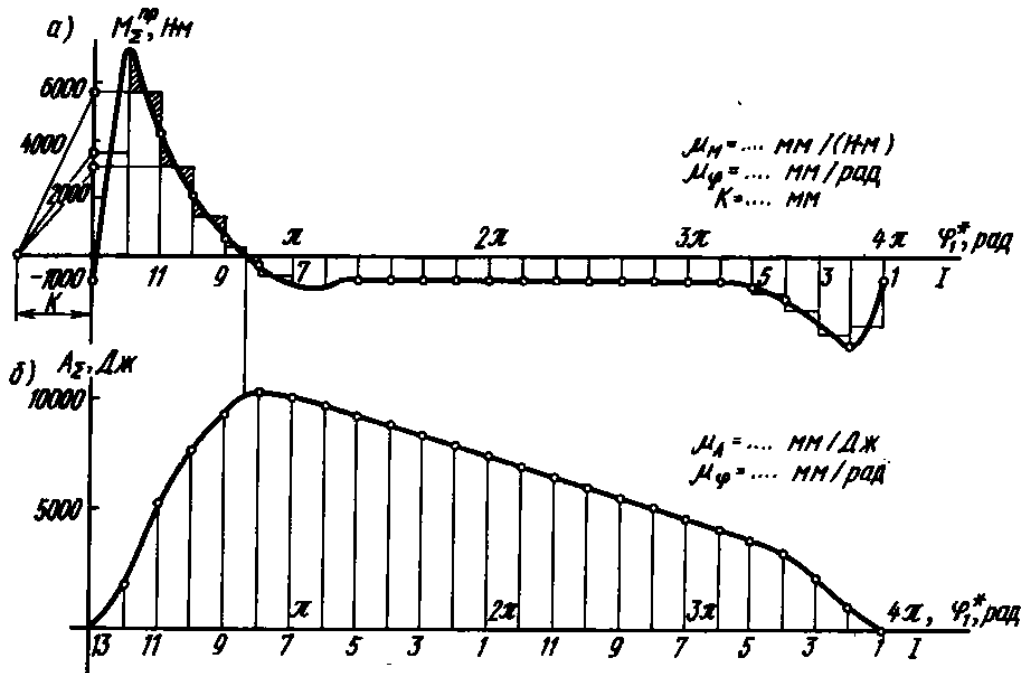


Рис. 4.10

При выполнении расчетов на ЭВМ подобную операцию можно выполнить путем обращения к процедуре QTEF «Вычисление определенного интеграла»: CALL QTEF (DF1, MR3, A3C, N + 1).

В списке переменных приняты следующие идентификаторы: DF1 — шаг по углу φ_1 между позициями $\Delta\varphi_1$; MR3 — таблица значений подынтегральной функции приведенного момента M_{3c}^{np} сил сопротивления, приложенных к ползуну 3; A3C — значения

определенного интеграла: $A_{3c} = \int_0^{\varphi_n} M_{3c}^{np} d\varphi_1$; N — число интервалов по оси абсцисс.

Операцию приведения сил проводят для всех внешних сил, приложенных к звеньям механизма.

Для некоторых конкретных установок влиянием силы тяжести ряда звеньев (коромысла, шатуна) можно пренебречь, если значения приведенных моментов сил малы по сравнению с другими величинами. Определив все составляющие, определяют суммарный приведенный момент сил:

$$M_{\Sigma}^{np} = \sum_{i=1}^n M_i^{np}.$$

Например, для рассматриваемого случая

$$M_{\Sigma}^{np} = M_{F3d}^{np} + M_{G2}^{np} + M_{1c}^{np} \approx M_{F3d}^{np} + M_{1c}^{np}.$$

График $M_{\Sigma}^{np}(\varphi_1)$ приведен на рис. 4.10, а.

На рис. 4.11 приведены графики суммарного приведенного

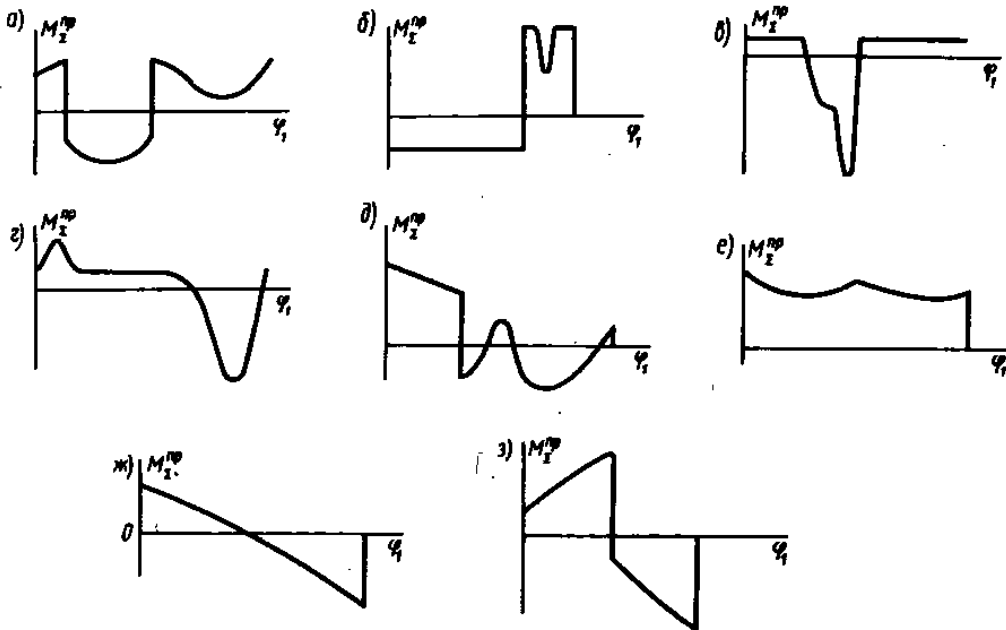


Рис. 4.11

момента сил на примере разных механизмов, работающих в разных режимах движения:

в установившемся режиме со средней угловой скоростью движения: *a* — долбежный станок с качающейся кулисой; *b* — многошпиндельный автомат с мальтийским механизмом поворота шпиндельного блока; *v* — высадочный автомат;

в переходном режиме движения при разгоне: *z* — компрессор; *d* — кривошипно-ползунный пресс; *e* — штанговый транспортер;

в переходном режиме «пуск-останов»: *ж* — рулевая машинка сопла; *з* — механизм поворота руля.

При установившемся режиме движения необходимо в процессе исследования согласовать работу движущих сил и сил сопротивления, как это было показано выше. При переходном режиме разгона или торможения механические характеристики для двигателя и рабочей машины являются заданными. При переходном режиме «пуск-останов» требуется согласование параметров характеристик двигателя, рабочей машины или установки и тормозной системы, обеспечивающих безударное торможение.

4.7. РАБОТА СУММАРНОГО ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА СИЛ

После перехода от реального механизма к его динамической модели путем приведения сил и моментов сил и приведения масс и моментов инерции звеньев уравнение (4.3) движения модели записывают в форме интеграла энергии в следующем виде: $A_{\Sigma} = \Delta T$, или

$$\int_{\varphi_{1нач}}^{\varphi_1} M_{\Sigma}^{np} d\varphi_1 = \frac{J_{\Sigma}^{np} \omega_1^2}{2} - \frac{J_{\Sigma нач}^{np} \omega_{1нач}^2}{2} \quad (4.14)$$

с начальными условиями при $t=0$: $\varphi_1 = \varphi_{1нач}$; $\omega_1 = \omega_{1нач}$; $J_{\Sigma}^{np} = J_{\Sigma нач}^{np}$.

Для нахождения из уравнения (4.14) искомой угловой скорости ω_1 необходимо выполнить интегрирование функции суммарного приведенного момента сил численным или графическим методом, так как значения суммарного приведенного момента сил определяются в форме таблицы значений или в графическом виде. Решение рассмотрим для случая, когда силы зависят от положения звеньев, т. е. заданы в явном виде.

При графическом интегрировании график подынтегральной функции вычерчивается в масштабе по осям координат. В рассматриваемом случае это будут: μ_M — масштаб суммарного приведенного момента сил, мм/(Н·м); μ_{φ} — масштаб угла поворота

звена приведения, мм/рад. Следовательно, ордината y_M и абсцисса x_φ , измеряемые на графике в мм, связаны с физическими величинами следующими соотношениями (рис. 4.12, а, б):

$$y_M = \mu_M M_\Sigma^{\text{пр}}; \quad x_\varphi = \mu_\varphi \varphi_1,$$

где $[y_M] = \text{мм}$, $[M_\Sigma^{\text{пр}}] = \text{Н} \cdot \text{м}$, $[x_\varphi] = \text{мм}$, $[\varphi_1] = \text{рад}$, $[\mu_M] = \text{мм}/(\text{Н} \cdot \text{м})$, $[\mu_\varphi] = \text{мм}/\text{рад}$.

Угол поворота φ_1 в пределах от $\varphi_{1\text{нач}}$ до $\varphi_{1\text{кон}}$ делится на ряд интервалов $\Delta\varphi_1$ (равных или неравных) достаточно малой величины. Произвольное положение интервала определяют индексом i — φ_{1i} , а приращение по абсциссе — $\Delta\varphi_{1i}$. При этом $\Delta x_{\varphi i} = \mu_\varphi \Delta\varphi_{1i}$, где $[\Delta x_{\varphi i}] = \text{мм}$.

В пределах каждого интервала $\Delta\varphi_{1i}$ подынтегральную функцию определяют с помощью равновеликого по площади прямоугольника, заменяющего на данном интервале криволинейную трапецию. Среднее значение ординаты y_{Mi}^* на данном интервале соответствует среднему значению суммарного

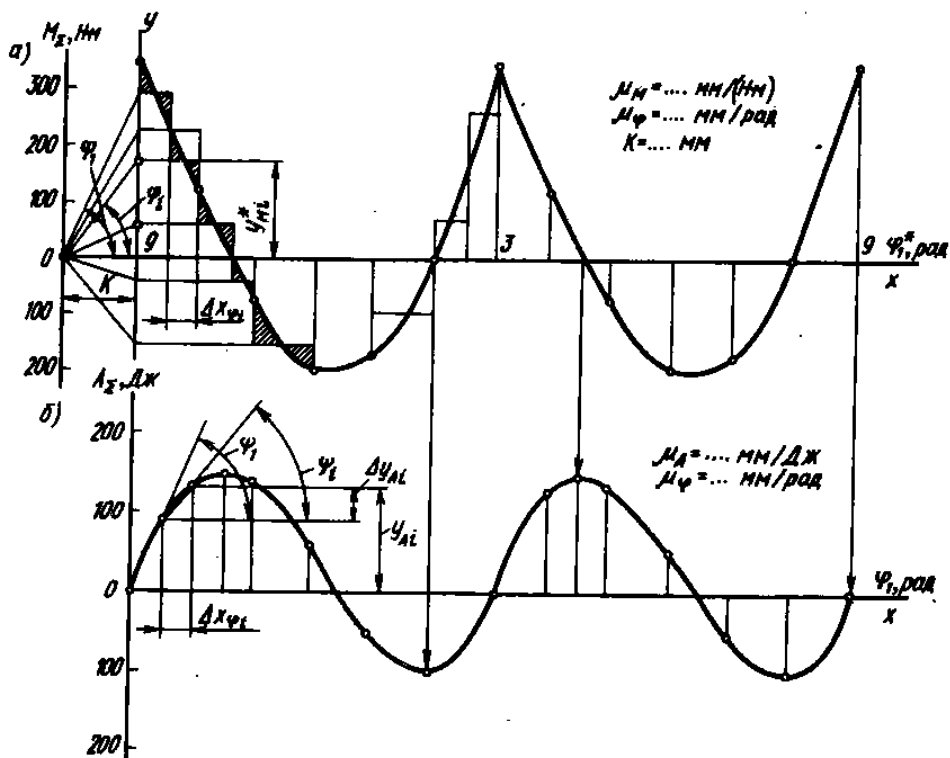


Рис. 4.12

приведенного момента $M_{\Sigma i}^{np} : y_{Mi}^* = \mu_M M_{\Sigma i}^{np}$, где $[y_{Mi}^*] = \text{мм}$.

Выравнивание площадей прямоугольника и криволинейной трапеции соответствует соотношению

$$y_{Mi}^* \Delta x_{\varphi i} = \int_{x_{\varphi i}}^{x_{\varphi i} + \Delta x_{\varphi i}} y_{Mi} dx_{\varphi i}$$

Отрезки y_{Mi}^* проецируются на ось ординат, и полученные точки соединяются с началом отрезка K интегрирования, конец которого совмещен с началом координат заданного графика. Длина отрезка K определяет масштаб искомого графика и выбирается с учетом формата для построений.

На рис. 4.12 длина отрезка K принята равной 25 мм (без учета уменьшения графика при изготовлении клише для печати).

Такое построение образует ряд лучей, выходящих из начала O отрезка интегрирования и наклоненных под углами $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i$ к положительному направлению оси абсцисс. Эти углы могут быть положительными и отрицательными.

Для произвольно выбранного луча $\text{tg } \psi_i = y_{Mi}^*/K$. Для первого интервала (от позиции $I=1$ до $I=2$) $\text{tg } \psi_1 = y_{Mi}^*/\Delta x_1$. Для построения искомого графика интегральной зависимости выбирают начало координат A_{Σ}, φ_1 (рис. 4.12, б) и проводят последовательно лучи под углами $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i$, каждый из которых соответствует определенному интервалу: ψ_1 — для $I=1 \dots 2$, ψ_i — для $I=i \dots (i+1)$.

Принятое построение соответствует соотношениям

$$\text{tg } \psi_i = \Delta y_{Ai} / \Delta x_{\varphi i}; \quad y_{Ai} = \sum_{i=1}^i \Delta y_{Ai}$$

Так как углы наклона лучей одинаковы, то записывается равенство правых частей:

$$\text{tg } \psi_i = y_{Mi}^*/K = \Delta y_{Ai} / \Delta x_{\varphi i}$$

После подстановки получают

$$\begin{aligned} y_{Ai} &= \sum_{i=1}^i \Delta y_{Ai} = \sum_{i=1}^i \frac{y_{Mi}^* \Delta x_{\varphi i}}{K} = \sum_{i=2}^i \frac{\mu_M M_{\Sigma \text{ср}}^{np} \mu_{\varphi} \Delta \varphi_{1i}}{K} = \\ &= \frac{\mu_M \mu_{\varphi}}{K} \sum_{i=1}^i (M_{\Sigma \text{ср}}^{np} \Delta \varphi_{1i}) = \frac{\mu_M \mu_{\varphi}}{K} \int_{\varphi_1 = \varphi_{\text{нач}}} M_{\Sigma}^{np} d\varphi_1. \end{aligned}$$

Следовательно, принятая система построений обеспечила

лученные отрезка y_{Ai} , пропорционального значению интеграла $\int M_{\Sigma}^{np} d\varphi_1$ в заданных пределах изменения угла φ_1 . При этом построении имеет место определенная зависимость между масштабами:

$$y_{Ai} = \mu_A A_{\Sigma i} = \mu_A \int_{\varphi_{1нач}}^{\varphi_{1i}} M_{\Sigma}^{np} d\varphi_1,$$

где $[y_{Ai}] = \text{мм}$;

$$\mu_A = \mu_M \mu_{\varphi} / K,$$

где $[\mu_M] = \text{мм}/(\text{Н} \cdot \text{м})$; $[\mu_{\varphi}] = \text{мм}/\text{рад}$; $[K] = \text{мм}$; $[\mu_A] = \text{мм}/\text{Дж}$.

При графическом интегрировании длину интервалов по оси абсцисс следует назначать дифференцированно, с учетом характера графика подынтегральной функции. Так как при нулевых значениях подынтегральной функции искомая функция имеет максимальные или минимальные значения, то через такие точки следует проводить границы интервалов $\Delta x_{\varphi i}$, как это показано на рис. 4.12. Чем меньше будет длина отрезков по оси абсцисс, тем точнее будет построена искомая зависимость. После нахождения отдельных значений искомой функции в конце интервалов полученные точки аппроксимируют плавной кривой, если подынтегральная функция была непрерывной. В точках разрыва подынтегральной функции на искомом графике будут точки излома кривой.

При применении ЭВМ используют стандартные программы, имеющиеся в математическом обеспечении ЕС ЭВМ, например QSF — для вычисления интегралов от функции, заданной таблицей значений в равноотстоящих точках, по методу Симпсона. Обращение: CALL QSF (N, Y, Z, NDIM), где N — приращение последовательных значений аргумента $\Delta\varphi_1$; Y — входной вектор значений функции (массив $M_{\Sigma}^{np}(\varphi_1)$); Z — вычисленный вектор значений интеграла (массив $A_{\Sigma}(\varphi_1)$); NDIM — размерность векторов Y и Z (верхняя граница изменения индекса элементов массива).

Выше на рис. 4.10, б приведен график работы суммарного приведенного момента сил, приложенных к звеньям четырехтактного двигателя внутреннего сгорания, на примере которого рассматривалось выше приведение сил и моментов сил. График построен для установившегося режима движения, о чем свидетельствует отсутствие приращения работы внешних сил за цикл:

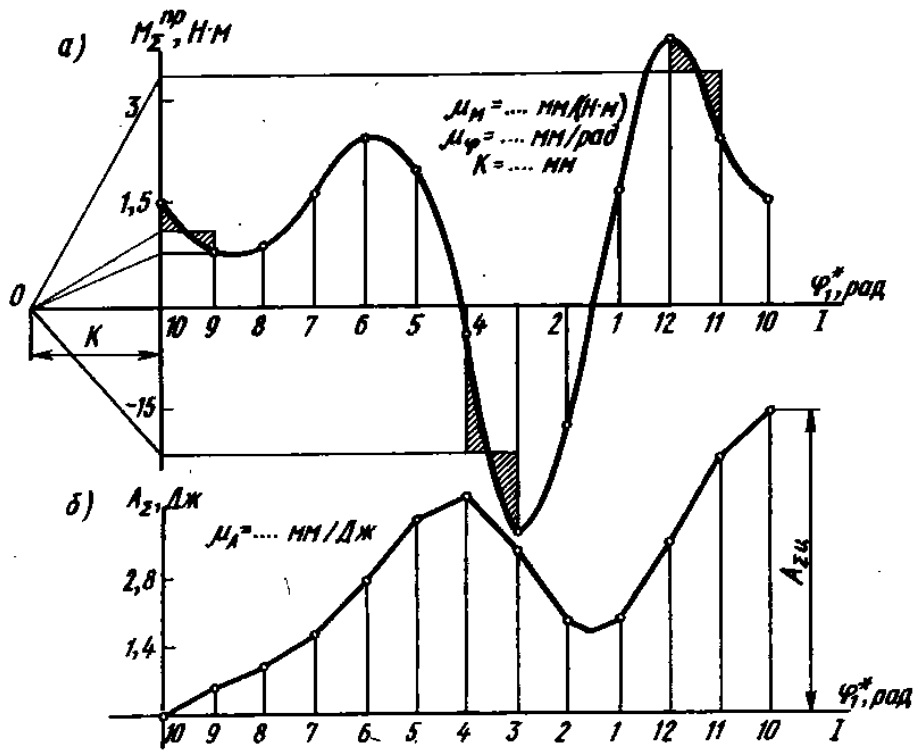


Рис. 4.13

кривая в конце цикла проходит через начальное значение кинетической энергии или через нулевое значение графика работы. На рис. 4.13 показаны примеры графиков суммарного приведенного момента $M_{\Sigma}^{пр}$ (рис. 4.13, а) и графика работы этого момента (рис. 4.13, б) для сильфонного поршневого компрессора в период переходного режима.

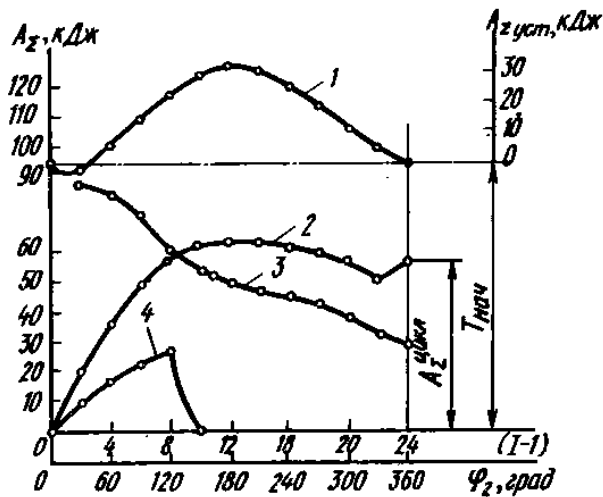


Рис. 4.14

На рис. 4.14 показаны кривые, отражающие работу механизма как в установившемся режиме — кривая 1, так и в переходных режимах: разгона — кривая 2, торможения — кривая 3, пуск-останов (разгон-торможение) — кривая 4.

4.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА МЕХАНИЗМА

Уравнение движения (4.14) в форме интеграла энергии позволяет найти зависимость угловой скорости ω_1 начального звена I как функцию обобщенной координаты φ_1 :

$$\omega_1 = \sqrt{2 (A_\Sigma + T_{\text{нач}}) / I_\Sigma^{\text{пр}}}, \quad (4.15)$$

где $A_\Sigma = \int_{\varphi_{1\text{нач}}}^{\varphi_{1i}} M_\Sigma^{\text{пр}} d\varphi_1$ — работа суммарного приведенного момента сил, приложенных к механизму; $T_{\text{нач}} = J_\Sigma^{\text{пр}} \omega_{1\text{нач}}^2 / 2$ — кинетическая энергия звеньев механизма в начальном положении. При $\omega_{1\text{нач}} = 0$ $T_{\text{нач}} = 0$. При установившемся движении за $\omega_{1\text{нач}}$ принимают среднее значение угловой скорости начального звена за один период; $J_\Sigma^{\text{пр}}$ — суммарный приведенный момент инерции звеньев механизма, массы и моменты инерции которых заданы. Для установившегося режима работы момент инерции $J_1^{\text{пр}}$ определяют на стадии проектирования по заданному коэффициенту δ неравномерности движения (см. ниже).

По формуле (4.15) последовательно вычисляют значения угловой скорости ω_1 при изменении угла φ_1 в заданных пределах и представляют результаты в виде таблицы и графика $\omega_1(\varphi_1)$.

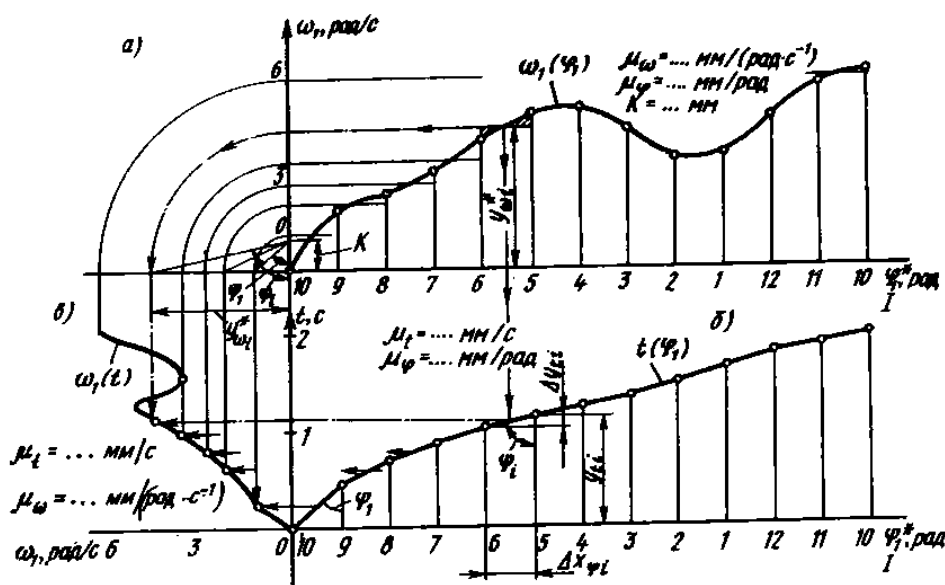


Рис. 4.15

Чтобы найти закон движения начального звена, т. е. изменение кинематических параметров в функции времени, представляют функцию $\omega_1(\varphi_1)$ в виде $\omega_1(\varphi_1) = d\varphi_1/dt$, откуда после интегрирования получают

$$t = t_{\text{нач}} + \int_{\varphi_{1\text{нач}}}^{\varphi_{1i}} \frac{d\varphi_1}{\omega_1(\varphi_1)}. \quad (4.16)$$

Найденная зависимость $t = t(\varphi_1)$ позволяет найти и искомую зависимость $\omega_1 = \omega_1(t)$.

Решение уравнения (4.16) проводят численными методами на ЭВМ или графическими построениями. При $t_{\text{нач}} = 0$ соотношение (4.16) имеет вид

$$t = \int_{\varphi_{1\text{нач}}}^{\varphi_{1i}} \frac{d\varphi_1}{\omega_1(\varphi_1)}. \quad (4.17)$$

При графическом интегрировании для решения уравнения (4.17) строят график $\frac{1}{\omega_1}(\varphi_1)$ или используют специальный прием для построений, показанный на рис. 4.15. Функция $\omega_1(\varphi_1)$, представляющая знаменатель подынтегральной функции $\frac{1}{\omega_1}(\varphi_1)$, построена по уравнению (4.15) для сильфонного поршневого компрессора (см. рис. 4.13). Действия, которые выполняют для вычисления интеграла по (4.17), следующие.

Ось абсцисс разбивают на ряд интервалов, равных или не равных по длине (рис. 4.15, а). В пределах каждого интервала длиной $\Delta x_{\varphi_{1i}} = \mu_{\varphi} \Delta\varphi_{1i}$ заданную функцию $\omega_1(\varphi_1)$ считают постоянной и равной среднему значению ординаты $y_{\omega i}^* = \mu_{\omega} \omega_{1\text{ср}}$. Переход от криволинейной трапеции к прямоугольнику со сторонами $y_{\omega i}^*$ и $\Delta x_{\varphi_{1i}}$ проводят по условию равенства их площадей. Ординату $y_{\omega i}^*$ проецируют на ось ω_1 и далее отрезок поворачивают на 90° циркулем до совпадения с осью абсцисс. Полученные точки на оси абсцисс соединяют с началом O выбранного на оси ординат отрезка интегрирования K , конец которого совпадает с началом координат. Получают систему лучей, наклон которых относительно оси ординат определяют углом ψ_i :

$$\text{tg } \psi_i = y_{\omega i}^* / K.$$

Для получения искомой кривой $t(\varphi_1)$ в пределах каждого интервала проводят прямые, имеющие такие же углы наклона $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i$:

$$\operatorname{tg} \psi_i = \Delta x_{\varphi 1 i} / \Delta y_{t i}.$$

Отрезок $y_{t i} = \sum_{i=1} \Delta y_{t i}$ пропорционален значению интеграла по выражению (4.17).

Записывают связь между отрезками на графиках и физическими величинами, используя соответствующие масштабы:

$$y_{\omega i}^* = \mu_{\omega} \omega_{1 \text{иср}}; \quad \Delta x_{\varphi 1 i} = \mu_{\varphi} \Delta \varphi_1; \quad y_{t i} = \mu_t t_i.$$

После подстановки получают

$$\begin{aligned} y_{t i} &= \sum_{i=1} \Delta y_{t i} = \sum_{i=1} \Delta x_{\varphi 1 i} / \operatorname{tg} \psi_i = \sum_{i=1} \frac{K}{y_{\omega i}^*} \Delta x_{\varphi 1 i} = \\ &= \sum_{i=1} \frac{K (\mu_{\varphi} \Delta \varphi_1)}{\mu_{\omega} \omega_{1 \text{иср}}} = \frac{K \mu_{\varphi}}{\mu_{\omega}} \sum_{i=1} \frac{\Delta \varphi_1}{\omega_{1 \text{иср}}} = \frac{K \mu_{\varphi}}{\mu_{\omega}} \int_{\varphi_{\text{нач}}} \frac{d\varphi_1}{\omega_1}. \end{aligned}$$

Принятая последовательность построений позволяет вычислить интеграл $t = \int \frac{d\varphi_1}{\omega_1}$, если принять следующее соотношение между масштабами: $\mu_t = K \mu_{\varphi} / \mu_{\omega}$, где $[K] = \text{мм}$; $[\mu_{\varphi}] = \text{мм/рад}$; $[\mu_{\omega}] = \text{мм}/(\text{рад} \cdot \text{с}^{-1})$; $[\mu_t] = \text{мм/с}$.

Выбор длины отрезка K зависит от размера формата, на котором располагаются построения. Построив функцию $t(\varphi_1)$ (рис. 4.15, б), находят искомый закон движения начального звена $\omega_1(t)$ путем исключения переменной φ_1 . График закона движения $\omega_1(t)$ показан на рис. 4.15, в.

4.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА МЕХАНИЗМА

Основное уравнение движения механизма (4.3) или (4.14) можно записать в форме дифференциального уравнения первого порядка $dA_{\Sigma} = dT$. При вращающемся начальном звене и принятой динамической модели уравнение (4.14) записывают так:

$$M_{\Sigma}^{\text{оп}} d\varphi_1 = d \left(\frac{J_{\Sigma}^{\text{оп}} \omega_1^2}{2} \right),$$

или

$$M_{\Sigma}^{\text{сп}} = \frac{d}{d\varphi_1} \left(\frac{J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_1^2}{2} \right) = J_{\Sigma}^{\text{сп}} \varepsilon_1 + \frac{\omega_1^2}{2} \frac{dJ_{\Sigma}^{\text{сп}}}{d\varphi_1},$$

где $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ — угловое ускорение вращающегося начального звена I .

Искомое угловое ускорение ε_1 определяют по следующему соотношению:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\Sigma}^{\text{сп}}}{J_{\Sigma}^{\text{сп}}} - \frac{\omega_1^2}{2J_{\Sigma}^{\text{сп}}} \frac{dJ_{\Sigma}^{\text{сп}}}{d\varphi_1}. \quad (4.18)$$

При графическом определении производной $dJ_{\Sigma}^{\text{сп}}/d\varphi_1$ следует учитывать не только угол β наклона касательной к кривой $J_{\Sigma}^{\text{сп}}(\varphi_1)$ или к кривой $J_{\Pi}^{\text{сп}}(\varphi_1)$, но и соответствующие масштабы по осям координат μ_J и μ_{φ} :

$$\frac{dJ_{\Sigma}^{\text{сп}}}{d\varphi_1} = \frac{d(y_J/\mu_J)}{d(x_{\varphi}/\mu_{\varphi})} = \frac{\mu_{\varphi}}{\mu_J} \frac{dy_J}{dx_{\varphi}} = \frac{\mu_{\varphi}}{\mu_J} \operatorname{tg} \beta, \quad (4.19)$$

где μ_J и μ_{φ} — масштабы кривой, для которой определяют угол β наклона касательной в данной точке на графике $J_{\Pi}^{\text{сп}}(\varphi_1)$; $[\mu_{\varphi}] = \text{мм/рад}$; $[\mu_J] = \text{мм}/(\text{кг} \cdot \text{м}^2)$.

Значения величин $M_{\Sigma}^{\text{сп}}$ (Н·м), $J_{\Sigma}^{\text{сп}} = J_1^{\text{сп}} + J_{\Pi}^{\text{сп}}$ (кг·м²), ω_1 (рад/с) в формулу (4.18) подставляют из соответствующих таблиц или графиков, рассмотренных выше.

Для ориентировочных расчетов угловое ускорение можно определить непосредственно по графику $\omega_1(\varphi_1)$ или таблице значений ω_1 :

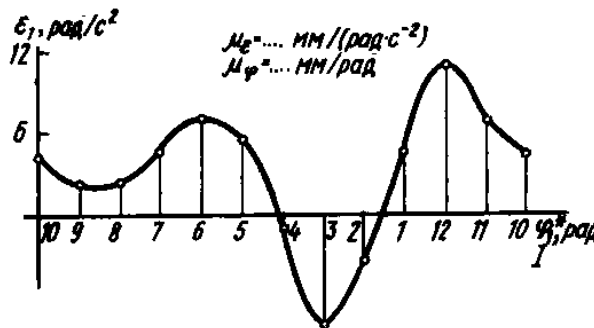


Рис. 4.16

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \\ &= \omega_1 \frac{d\omega_1}{d\varphi_1} \approx \omega_1 \frac{\Delta\omega_1}{\Delta\varphi_1}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

При вычислении производной $\frac{d\omega_1}{d\varphi_1} = \frac{\Delta\omega_1}{\Delta\varphi_1}$ учитывают масштабы по осям графика $\omega_1(\varphi_1)$:

$$\frac{d\omega_1}{d\varphi_1} = \frac{d(y_\omega/\mu_\omega)}{d(x_\varphi/\mu_\varphi)} = \frac{\mu_\varphi}{\mu_\omega} \frac{dy_\omega}{dx_\varphi} = \frac{\mu_\varphi}{\mu_\omega} \operatorname{tg} \psi,$$

где $[\mu_\varphi] = \text{мм/рад}$; $[\mu_\omega] = \text{мм/(рад} \cdot \text{с}^{-1})$; ψ — угол наклона касательной к кривой $\omega_1(\varphi_1)$.

На рис. 4.16 приведен график $\varepsilon_1(\varphi_1)$ для коленчатого вала сильфонного компрессора в период разгона. На рис. 4.17 приведены кривые изменения угловой скорости ω_1 , углового ускорения ε_1 , продолжительности t_x одного оборота и времени t_z разгона за несколько оборотов коленчатого вала при пуске компрессора.

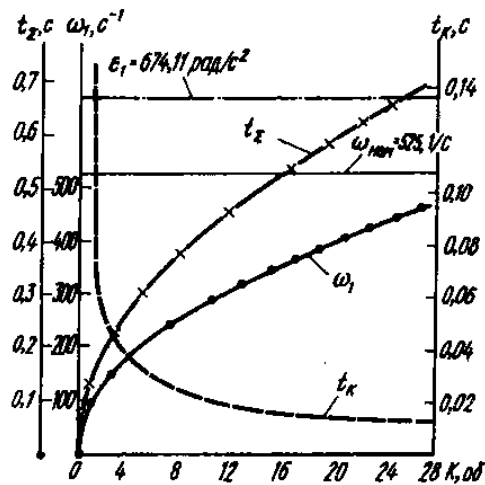


Рис. 4.17

4.10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

При установившемся режиме работы машин и установок наблюдается изменение угловой скорости начального звена в пределах от $\omega_{1\text{наим}}$ до $\omega_{1\text{наиб}}$. В этом случае кинематическими характеристиками закона движения $\omega_1 = \omega_{1\text{ср}} + \Delta\omega_1$ принимают:

среднюю (номинальную) угловую скорость $\omega_{1\text{ср}}$ ($\omega_{1\text{ном}}$)

$$\omega_{1\text{ср}} = \frac{\omega_{1\text{наиб}} + \omega_{1\text{наим}}}{2}; \quad (4.21)$$

коэффициент δ неравномерности движения механизма

$$\delta = \frac{\omega_{1\text{наиб}} - \omega_{1\text{наим}}}{\omega_{1\text{ср}}} = \frac{(\omega_{1\text{наиб}} - \omega_{1\text{ср}}) - (\omega_{1\text{ср}} - \omega_{1\text{наим}})}{\omega_{1\text{ср}}} = \frac{2|\Delta\omega_1|_{\text{наиб}}}{\omega_{1\text{ср}}}, \quad (4.22)$$

здесь $2|\Delta\omega_1|_{\text{наиб}}$ — размах на кривой угловой скорости.

Допускаемые значения коэффициента δ принимают:

Электрогенераторы	0,01...0,003
Двигатели внутреннего сгорания	0,0125...0,006
Компрессоры	0,0125...0,007
Станки металлорежущие	0,05...0,005
Насосы	0,20...0,030
Сельхозмашины	0,10...0,020
Оборудование для обработки давлением	0,10...0,030

Основное уравнение движения механизма (3.14) можно записать в форме

$$A_{\Sigma} + T_{\text{нат}} = \frac{J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_1^2}{2} = \frac{(J_{\Sigma}^{\text{сп}} + J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}}) (\omega_{1\text{ср}} + \Delta\omega_1)^2}{2} = \frac{J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} + \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} + J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}} \Delta\omega_1 + J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}} \Delta\omega_1 + \frac{J_{\Sigma}^{\text{сп}} \Delta\omega_1^2}{2} + \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \Delta\omega_1^2}{2}. \quad (4.23)$$

Если принять $T_{\text{нат}} \approx J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2 / 2$ и пренебречь слагаемыми $J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}} \Delta\omega_1$; $J_{\Sigma}^{\text{сп}} \Delta\omega_1^2 / 2$ и $J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \Delta\omega_1^2 / 2$ ввиду их малости при принятых значениях δ , то уравнение (4.23) примет вид

$$A_{\Sigma} - \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} \approx J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}} \Delta\omega_1. \quad (4.24)$$

Приняв $2 |\Delta\omega_1|_{\text{макс}} / \omega_{1\text{ср}} = \delta$, можно записать

$$\delta \omega_{1\text{ср}}^2 J_{\Sigma}^{\text{сп}} = \left(A_{\Sigma} - \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} \right)_{\text{макс}}. \quad (4.25)$$

Уравнение (4.25) позволяет при принятых допущениях записать формулу для определения момента инерции $J_{\Sigma}^{\text{сп}}$ маховых масс, обеспечивающих движение механизма с заданным коэффициентом δ неравномерности движения:

$$J_{\Sigma}^{\text{сп}} = (\Delta T_1)_{\text{макс}} / (\omega_{1\text{ср}}^2 \delta), \quad (4.26)$$

где $(\Delta T_1)_{\text{макс}} = \left(A_{\Sigma} - \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} \right)_{\text{макс}}$ — наибольшее изменение (размах)

значения кинетической энергии постоянной части $J_{\Sigma}^{\text{сп}}$ суммарного приведенного момента инерции $J_{\Sigma}^{\text{сп}}$ динамической модели механизма.

На рис. 4.18 приведены графики, отражающие решение уравнения (4.24) на примере поперечно-строгального станка. Из графика работы $A_{\Sigma}(\varphi_1)$, построенного по уравнению $A_{\Sigma} =$

$= \int_{\varphi_{1\text{нат}}} M_{\Sigma}^{\text{сп}} d\varphi_1$, проведено вычитание кинетической энергии вто-

рой группы звеньев $T_{\Pi} = T_{\Sigma\Pi}$ в предположении, что $\omega_1 = \omega_{1\text{ср}}$, что допустимо при заданном значении $\delta = 0,05$. Построенная кривая соответствует соотношению (4.24):

$$\Delta T_1 = A_{\Sigma} - \frac{J_{\Sigma\Pi}^{\text{сп}} \omega_{1\text{ср}}^2}{2} \approx A_{\Sigma} - T_{\Pi}.$$

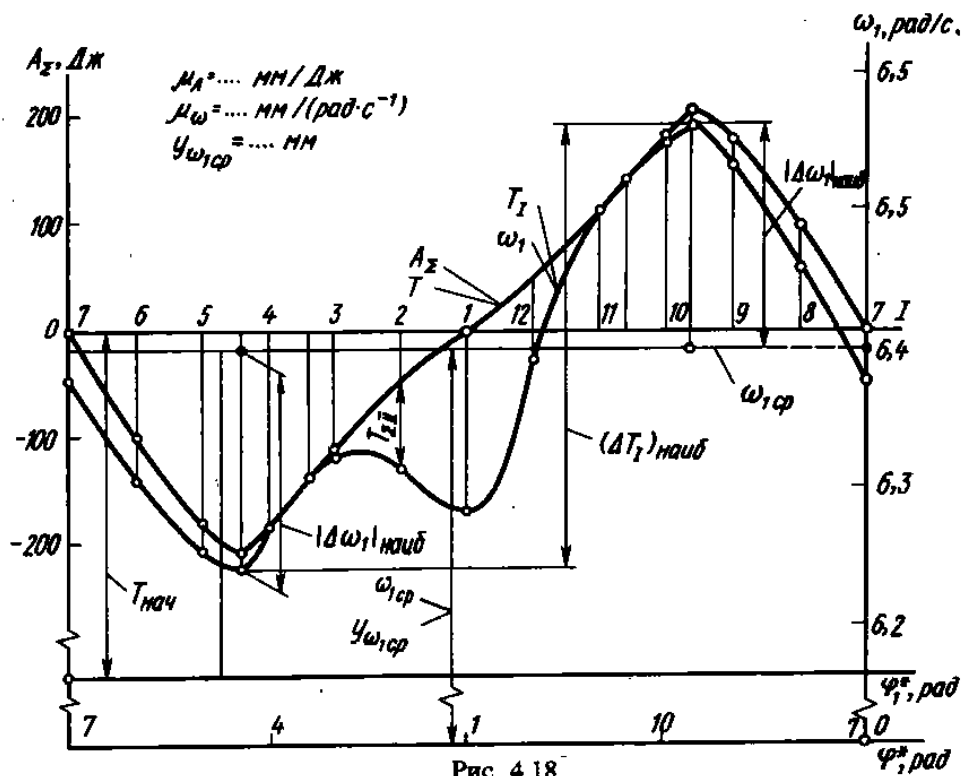


Рис. 4.18

На построенной кривой $\Delta T_1(\varphi_1)$ находят наибольший максимум и наименьший минимум, разность между которыми позволяет найти наибольший размах изменения кинетической энергии $(\Delta T_1)_{\text{наиб}}$. При графических построениях учитывают, что масштабы работы и кинетической энергии должны быть равными: $\mu_A = \mu_T$.

Для приведенного примера $\mu_A = 0,318 \text{ мм/Дж}$, поэтому при длине отрезка $y_{\Delta T_1 \text{ наиб}} = 130 \text{ мм}$ получают

$$(\Delta T_1)_{\text{наиб}} = 130 / 0,318 = 408 \text{ Дж.}$$

При заданных значениях $\omega_{1 \text{ ср}} = 6,4 \text{ рад/с}$ и $\delta = 0,05$ момент инерции маховых масс легко подсчитать по (4.26):

$$J_{\text{п}}^{\text{м}} = (\Delta T_1)_{\text{наиб}} / (\omega_{1 \text{ ср}}^2 \delta) = 408 / (6,4^2 \cdot 0,05) = 199 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Обычно приведенный момент инерции $J_{\Sigma}^{\text{м}}$, необходимый для обеспечения заданного коэффициента δ и рассчитанный по соотношению (4.26), оказывается меньше суммы приведенных моментов инерции звеньев I группы $J_1^{\text{м}}$. В этом случае на стадии проектирования механизма предусматривают установку допол-

нительной массы в виде тяжелого обода со спицами и ступицей или диска, закрепленного на одном из вращающихся валов:

$$J_{\max}^{\text{сп}} = J_{\Sigma}^{\text{сп}} - J_1^{\text{сп}}. \quad (4.27)$$

В рассмотренном выше числовом примере сумма приведенных к валу кривошипа моментов инерции ротора электродвигателя, зубчатых колес, валов и муфт задана: $J_1^{\text{сп}} = 70 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Следовательно, искомый момент инерции маховика

$$J_{\max}^{\text{сп}} = J_{\Sigma}^{\text{сп}} - J_1^{\text{сп}} = 199 - 70 = 129 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Маховой момент маховика, установленного на тихоходном валу кривошипа, $mD^2 = 4J_{\max} = 516 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Если его установить на валу, имеющем угловую скорость не 6,4 рад/с, а больше (допустим, в 20 раз больше), то маховой момент можно уменьшить в $(u)^2$ раз (т. е. в 400 раз): $J_{\max} = 516/u^2 = 516/400 = 1,29 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. При диаметре обода $D = 0,5 \text{ м}$ масса маховика будет $m = 1,29/0,5^2 = 1,29/0,25 = 5,16 \text{ кг}$, что может оказаться приемлемым.

4.11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ НАЧАЛЬНОГО ЗВЕНА ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

Из соотношения (4.24)

$$\Delta T_1 = \left(A_{\Sigma} - \frac{J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{сп}}^2}{2} \right) \approx J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{сп}} \Delta \omega_1$$

следует, что при принятых допущениях изменение угловой скорости $\Delta \omega_1$ начального звена пропорционально изменению кинетической энергии ΔT_1 звеньев I группы, так как $J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{сп}}$ является величиной постоянной. В связи с этим построенный график $\Delta T_1(\varphi_1)$ может являться и графиком угловой скорости $\omega_1 = \omega_{1\text{сп}} + \Delta \omega_1$, если принять равенство соответствующих ординат: $\Delta \omega_1 \mu_{\omega} = \Delta T_1 \mu_A$. Так как масштаб работы μ_A был уже выбран при графическом интегрировании, то масштаб графика угловой скорости μ_{ω} будет определяться следующим соотношением:

$$\mu_{\omega} = \mu_A J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{1\text{сп}},$$

где $[\mu_A] = \text{мм/Дж}$; $[J_{\Sigma}^{\text{сп}}] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$; $[\omega_{1\text{сп}}] = \text{рад/с}$; $[\mu_{\omega}] = \text{мм}/(\text{рад} \cdot \text{с}^{-1})$.

Начало координатных осей на графике $\omega_1(\varphi_1)$ определяется ординатой:

$$y_{\omega 1 \text{ ср}} = \mu_{\omega} \omega_{1 \text{ ср}}, \quad \text{или} \quad y_{\omega 1 \text{ ср}} = \mu_A J_{\Sigma}^{\text{пр}} \omega_{1 \text{ ср}}^2,$$

где $[y_{\omega 1 \text{ ср}}] = \text{мм}$.

Начало координатных осей на графике кинетической энергии механизма $T(\varphi_1)$ определяется ординатой:

$$y_{T_{\text{max}}} = \mu_A T_{\text{max}} \approx \mu_A \frac{J_{\Sigma}^{\text{пр}} \omega_{1 \text{ ср}}^2}{2},$$

т. е. в два раза меньше, чем $y_{\omega 1 \text{ ср}}$. Пример оформления графика $\omega_1(\varphi_1)$ приведен на рис. 4.18. Справа помещена шкала с указанием числовых значений угловой скорости ω_1 .

4.12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВЫХ МАСС ПО ГРАФИКУ ЭНЕРГОМАСС

При установившемся режиме движения машинного агрегата с заданным коэффициентом δ неравномерности движения можно построить график изменения кинетической энергии ΔT звеньев механизма в функции изменения суммарного приведенного момента инерции $\Delta J_{\Sigma}^{\text{пр}} = J_{\Sigma}^{\text{пр}}$ звеньев механизма.

В качестве исходных обычно используют два графика: график (рис. 4.19, а) изменения приведенного момента инерции $J_{\Sigma}^{\text{пр}}$ Π группы звеньев механизма, имеющих переменные передаточные функции скоростей центров масс $v_{gsi} = v_{Si}/\omega_1$ в угловых скоростях $\omega_{i1} = \omega_i/\omega_1$, и график (рис. 4.19, б) изменения суммарной работы

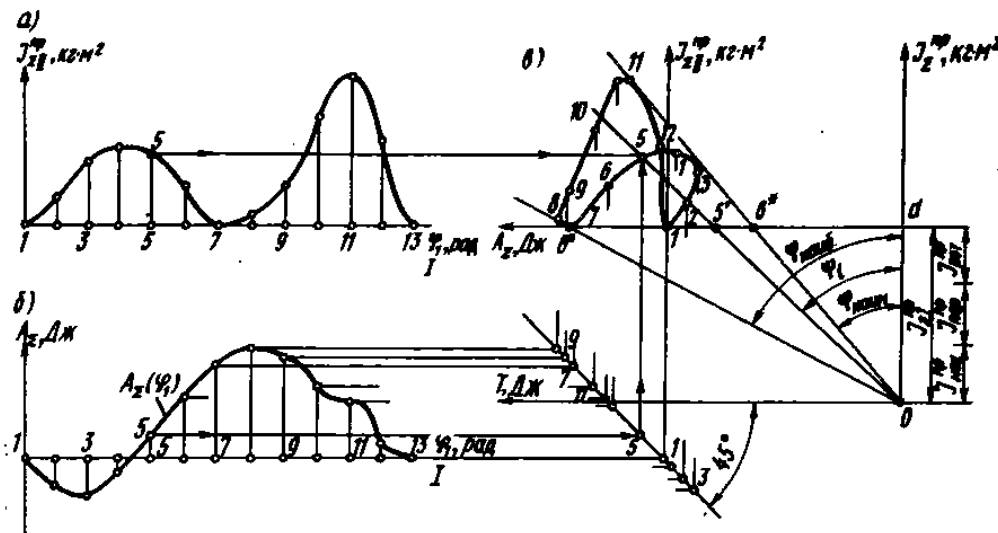


Рис. 4.19

A_{Σ} внешних сил, приложенных к звеньям механизма. На рис. 4.19, *в* построение графика энергомасс выполнено с помощью прямой, наклоненной под углом 45° . На эту прямую горизонтальными линиями переносят ординаты точек кривой $A_{\Sigma}(\varphi_1)$. Через полученные точки на этой прямой проводят вертикальные линии, на которых находят точки пересечения с горизонтальными прямыми, проведенными через соответствующие точки графика приведенного момента инерции $J_{\Pi}^{np}(\varphi_1)$ II группы звеньев. На рис. 4.19 последовательность описанных построений можно проследить для угловой координаты φ_1 , соответствующей позиции механизма под индексом 5. График энергомасс имеет вид замкнутой кривой в координатах $A_{\Sigma}, J_{\Sigma}^{np}$. Эту кривую можно изобразить также с учетом постоянных параметров: приведенного момента инерции $J_{\Sigma}^{np} = J_I^{np}$ I группы звеньев и запаса кинетической энергии $T_{нач}$ в позиции механизма, принятой за начальную позицию внутри цикла установившегося движения. На рис. 4.19, *в* такая кривая энергомасс построена в координатах T, J_{Σ}^{np} путем перехода к новой системе координат с началом в точке O :

$$T = T_{нач} + A_{\Sigma}; \quad J_{\Sigma}^{np} = J_{\Sigma}^{np} + J_{\Sigma}^{np} = J_I^{np} + J_{II}^{np}.$$

Если точку на кривой энергомасс соединить с началом координат O системы $[T, J_{\Sigma}^{np}]$, то тангенсу угла ψ_i наклона этого луча можно придать определенный физический смысл:

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{y_T}{x_J} = \frac{\mu_T T}{\mu_J J_{\Sigma}^{np}} = \frac{\mu_A (T_{нач} + A_{\Sigma})}{\mu_J J_{\Sigma}^{np}} = \frac{\mu_A}{\mu_J^2} \omega_1^2,$$

так как

$$\omega_1 = \sqrt{2(A_{\Sigma} + T_{нач})/J_{\Sigma}^{np}}.$$

Следовательно, можно записать соотношение

$$\omega_1 = \sqrt{2\mu_J/\mu_A} \sqrt{\operatorname{tg} \psi_i},$$

которое показывает, что угловая скорость динамической модели механизма $\omega_{\lambda} = \omega_1$ пропорциональна квадратному корню из тангенса угла ψ_i наклона луча на графике энергомасс (T, J_{Σ}^{np}) относительно оси суммарного приведенного момента инерции звеньев механизма. Предельные положения таких лучей соответ-

ствуют наибольшему значению $\psi_{\text{наиб}}$ и наименьшему значению $\psi_{\text{наим}}$ углов, т. е. наибольшему и наименьшему значениям угловой скорости:

$$\omega_{\text{наиб}} = \sqrt{2\mu_J/\mu_A} \sqrt{\text{tg } \psi_{\text{наиб}}}; \quad \omega_{\text{наим}} = \sqrt{2\mu_J/\mu_A} \sqrt{\text{tg } \psi_{\text{наим}}}.$$

Значения угловой скорости $\omega_{1\text{наиб}}$ и $\omega_{1\text{наим}}$ можно выразить через среднее арифметическое угловой скорости $\omega_{1\text{ср}} = (\omega_{1\text{наиб}} + \omega_{1\text{наим}})/\omega_{1\text{ср}}$ и коэффициент δ неравномерности движения $\delta = (\omega_{1\text{наиб}} - \omega_{1\text{наим}})/\omega_{1\text{ср}}$:

$$\omega_{1\text{наиб}} = \omega_{1\text{ср}} \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad \text{и} \quad \omega_{1\text{наим}} = \omega_{1\text{ср}} \left(1 - \frac{\delta}{2}\right).$$

Возводя левые и правые части этих соотношений в квадрат, получают:

$$\omega_{1\text{наиб}}^2 = \omega_{1\text{ср}}^2 \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4}\right) \approx \omega_{1\text{ср}}^2 (1 + \delta);$$

$$\omega_{1\text{наим}}^2 = \omega_{1\text{ср}}^2 \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4}\right) \approx \omega_{1\text{ср}}^2 (1 - \delta),$$

или

$$\omega_{1\text{наиб}}^2 = \frac{2\mu_J}{\mu_A} \text{tg}^2 \psi_{\text{наиб}} = \omega_{1\text{ср}}^2 (1 + \delta);$$

$$\omega_{1\text{наим}}^2 = \frac{2\mu_J}{\mu_A} \text{tg}^2 \psi_{\text{наим}} = \omega_{1\text{ср}}^2 (1 - \delta).$$

Эти соотношения показывают, что при заданных значениях средней угловой скорости $\omega_{1\text{ср}}$ и коэффициенте δ неравномерности движения можно вычислить углы $\psi_{\text{наиб}}$ и $\psi_{\text{наим}}$ по следующим соотношениям:

$$\psi_{\text{наиб}} = \text{arctg} \left[\omega_{1\text{ср}}^2 (1 + \delta) \frac{\mu_A}{2\mu_J} \right];$$

$$\psi_{\text{наим}} = \text{arctg} \left[\omega_{1\text{ср}}^2 (1 - \delta) \frac{\mu_A}{2\mu_J} \right].$$

Значения этих углов обычно близки друг к другу. Это можно показать на числовом примере:

$$\mu_A = 103 \text{ мм/Дж}; \quad \mu_J = 1000 \text{ мм/(кг} \cdot \text{м}^2\text{)};$$

$$\delta = 1/46 = 0,0217; \quad \omega_1 = 75,36 \text{ рад/с};$$

$$\psi_{\text{наиб}} = \arctg \left[75,36^2 (1 + 0,0217) \frac{103}{1000 \cdot 2 \cdot 1000} \right] =$$

$$= \arctg 0,29881 = 16,6369^\circ;$$

$$\psi_{\text{наим}} = \arctg \left[75,36^2 (1 - 0,0217) \frac{103}{1000 \cdot 2 \cdot 1000} \right] = \arctg 0,28612 = 15,967^\circ.$$

Найти точку O пересечения лучей, наклоненных под углами $\psi_{\text{наиб}}$ и $\psi_{\text{наим}}$, мало отличающимися друг от друга, с надлежащей точностью графически невозможно. Поэтому используют отрезок b^*b^* , который находится между этими предельными лучами на касательной к кривой энергомасс, параллельной оси T кинетической энергии (рис. 4.19, в).

Для отрезка b^*b^* можно записать следующее соотношение:

$$b^*b^* = (Od) \operatorname{tg} \psi_{\text{наиб}} - (Od) \operatorname{tg} \psi_{\text{наим}} = (Od) (\operatorname{tg} \psi_{\text{наиб}} - \operatorname{tg} \psi_{\text{наим}}).$$

Подставляют значения соответствующих величин:

$$Od = \mu_J J_{\Sigma 1}^{\text{пр}}; \quad \operatorname{tg} \psi_{\text{наиб}} = \omega_{1\text{ф}}^2 (1 + \delta) \frac{\mu_A}{2\mu_J};$$

$$\operatorname{tg} \psi_{\text{наим}} = \omega_{1\text{ф}}^2 (1 - \delta) \frac{\mu_A}{2\mu_J};$$

получают соотношение

$$b^*b^* = \mu_J J_{\Sigma 1}^{\text{пр}} \omega_{1\text{ф}}^2 2\delta \frac{\mu_A}{2\mu_J} = J_{\Sigma 1}^{\text{пр}} \omega_{1\text{ф}}^2 \delta \mu_A.$$

Последнее соотношение записывают относительно искомой абсциссы графика энергомасс для начального положения:

$$J_{\Sigma 1}^{\text{пр}} = \frac{(b^*b^*/\mu_A)}{\omega_{1\text{ф}}^2 \delta}.$$

Физический смысл выражения (b^*b^*/μ_A) — это наибольшее изменение кинетической энергии $\Delta T_{\Sigma \text{наиб}}$ I группы звеньев, выраженное через отрезок b^*b^* графика энергомасс.

Способ определения суммарного приведенного момента инерции $J_{\Sigma 1}^{\text{пр}}$ с использованием графика энергомасс был предложен немецким ученым Фердинандом Виттенбауэром (1857—1922) и его называют графоаналитическим методом Виттенбауэра.

4.13. ГАБАРИТНЫЕ РАЗМЕРЫ И МАССА МАХОВИКА

Момент инерции маховика и его масса зависят от его местоположения в кинематической цепи механизма. Чем выше частота вращения вала, на котором установлен маховик, тем меньше его размеры при вычисленном моменте инерции $J_1^{\text{сп}}$ I группы звеньев, обеспечивающем движение начального звена с номинальной средней угловой скоростью и заданным коэффициентом δ неравномерности движения.

Момент инерции $J_{\text{мах}}^{\text{сп}}$ дополнительной массы в виде маховика определяется как разность между $J_1^{\text{сп}}$ и суммой приведенных моментов инерции тех звеньев, которые имеют постоянные передаточные отношения угловых скоростей с начальным звеном (зубчатые, цепные, ременные передачи и т. п.)

$$J_{\text{мах}}^{\text{сп}} = J_1^{\text{сп}} - \sum J_c^{\text{сп}}.$$

Если маховик выполняется в форме сплошного диска с наружным диаметром D_1 шириной b , то его момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс, вычисляют по формуле

$$J_{\text{сд}} = \frac{mD_1^2}{8} = \frac{\pi D_1^4}{32} b \rho = \frac{\pi D_1^5 \psi_b \rho}{32},$$

где m — масса маховика, кг; ρ — плотность, кг/м³; $\psi_b = b/D_1$ — относительная ширина маховика.

Для стальных маховиков можно принять $\rho = 7800$ кг/м³, для чугунных — 7100 кг/м³. После подстановки частных значений $\rho = 7800$ кг/м³, $\psi_b = 0,2$ получают следующее соотношение между моментом инерции $J_{\text{сд}}$ сплошного диска и его наружным диаметром:

$$J_{\text{сд}} = \frac{3,14 \cdot 0,2 \cdot 7 \cdot 800}{32} D_1^5 = 153 D_1^5;$$

$$D_1 = \sqrt[5]{\frac{J_{\text{сд}}}{153}} = 0,366 \sqrt[5]{J_{\text{сд}}}; \quad m = \frac{8J_{\text{сд}}}{D_1^2}.$$

Приведем некоторые числовые значения:

$J_{\text{сд}}$, кг·м ²	0,01	0,1	10	100
D , м	0,146	0,230	0,580	0,919
m , кг	3,75	15,1	238	947

В ряде случаев маховик выполняют в виде массивного обода, который связан со ступицей более тонким диском или спицами.

Момент инерции обода шириной b с диаметрами D_1 и D_2 определяют по формуле

$$J_{\max} = \frac{m}{8} (D_1^2 + D_2^2) = \frac{\pi b \rho}{32} (D_2^4 - D_1^4),$$

где $m = \frac{\pi (D_2^2 - D_1^2)}{4} b \rho$ — масса обода.

Приняв отношения $\psi_b = b/D_2$ и $\psi_n = D_1/D_2$, получают

$$J_{\max} = \frac{\pi \psi_b D_2 \rho}{32} D_2^4 (1 - \psi_n^4) = \frac{\pi \psi_b (1 - \psi_n^4) \rho}{32} D_2^5.$$

Для частных значений $\rho = 7,8$ кг/дм³, $\psi_b = 0,2$ последнее соотношение принимает такой вид:

$$\text{при } \psi_n = 0,6 \quad J_{\max} = 133 D_2^5 \quad \text{и} \quad D_2 = \sqrt[5]{J_{\max}/133} = 0,376^5 \sqrt{J_{\max}};$$

$$\text{при } \psi_n = 0,8 \quad J_{\max} = 90,4 D_2^5 \quad \text{и} \quad D_2 = \sqrt[5]{J_{\max}/90,4} = 0,406^5 \sqrt{J_{\max}}.$$

Назначив наружный диаметр D_2 обода, определяют ширину обода $b = \psi_b D_2$, внутренний диаметр $D_1 = \psi_n D_2$ и рассчитывают массу обода маховика:

$$m = \pi (D_2^2 - D_1^2) b \rho / 4.$$

Приняв $\rho = 7,8$ кг/дм³, получают частное значение формулы для расчета массы маховика:

$$m = \frac{3,14 \cdot 7800}{4} (D_2^2 - D_1^2) b = 6123 (D_2^2 - D_1^2) b,$$

где $[D_2] = \text{м}$; $[D_1] = \text{м}$; $[b] = \text{м}$; $[m] = \text{кг}$.

Для сопоставления с вариантом маховика в виде сплошного диска приведем один числовой пример, когда маховик с $J_{\max} = 10$ кг·м² выполнен в виде обода со спицами:

$$D_2 = 0,437^5 \sqrt{10} = 0,437 \cdot 1,585 = 0,692 \text{ м};$$

$$d_1 = \psi_n D_2 = 0,8 \cdot 0,692 = 0,554 \text{ м};$$

$$b = \psi_b D_2 = 0,2 \cdot 0,692 = 0,138 \text{ м};$$

$$m = 6123 (0,692^2 - 0,554^2) 0,138 = 145 \text{ кг}.$$

Масса обода маховика в 1,64 раза оказалась меньше, чем масса маховика в виде сплошного диска при одном и том же моменте инерции.

Если размеры и масса маховика превышают допустимые пределы, то маховик устанавливают на более быстроходный вал, так как момент инерции маховика можно при этом уменьшить в величину квадрата передаточного отношения u угловых скоростей соответствующих валов.

4.14. ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА

Подпрограмма DR200 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗАДАНЫХ НАГРУЗОК».

Описание. Подпрограмма DR200 предназначена для определения параметров динамической модели кривошипно-ползунного механизма и определения закона движения динамической модели. В подпрограмме DR200 используются подпрограмма AR200 «Кинематические характеристики кривошипно-ползунного механизма», описанная ранее, и исходные данные, характеризующие массы и моменты инерции звеньев; нагрузки, приложенные к входному и выходному звеньям; указания о режиме функционирования машины (установившийся режим, переходный режим: разгон, торможение, переход с одного установившегося режима на другой установившийся режим, например изменение нагрузки, или режим слежения по определенной программе).

Исходные данные о размерах звеньев вводятся в подпрограмме AR200. Остальные данные (табл. 4.10) вводятся дополнительно (блок-схему алгоритма вычислений см. на рис. 4.20). Параметры, вычисляемые по подпрограмме DR200, приведены в табл. 4.11.

Аналитические соотношения. Рассматриваемый механизм имеет одну степень свободы. Обобщенная координата $q = \varphi_1$ определяет положение входного звена. Принята динамическая одно-массная модель в виде вращающегося звена с угловой скоростью $\omega_x = \omega_1$ и параметрами: приведенный момент инерции $J_\Sigma^{\text{пр}}$ и приведенный момент сил $M_\Sigma^{\text{пр}}$.

Параметры $J_\Sigma^{\text{пр}}$ и $M_\Sigma^{\text{пр}}$ определяются по соотношениям (4.2)—(4.7), которые были пояснены выше.

Приведенные моменты инерции звеньев определяют по следующим частным соотношениям:
для ползуна 3

$$J_3^{\text{пр}} = m_3 (v_c / \omega_1)^2 = m_3 v_{qc}^2;$$

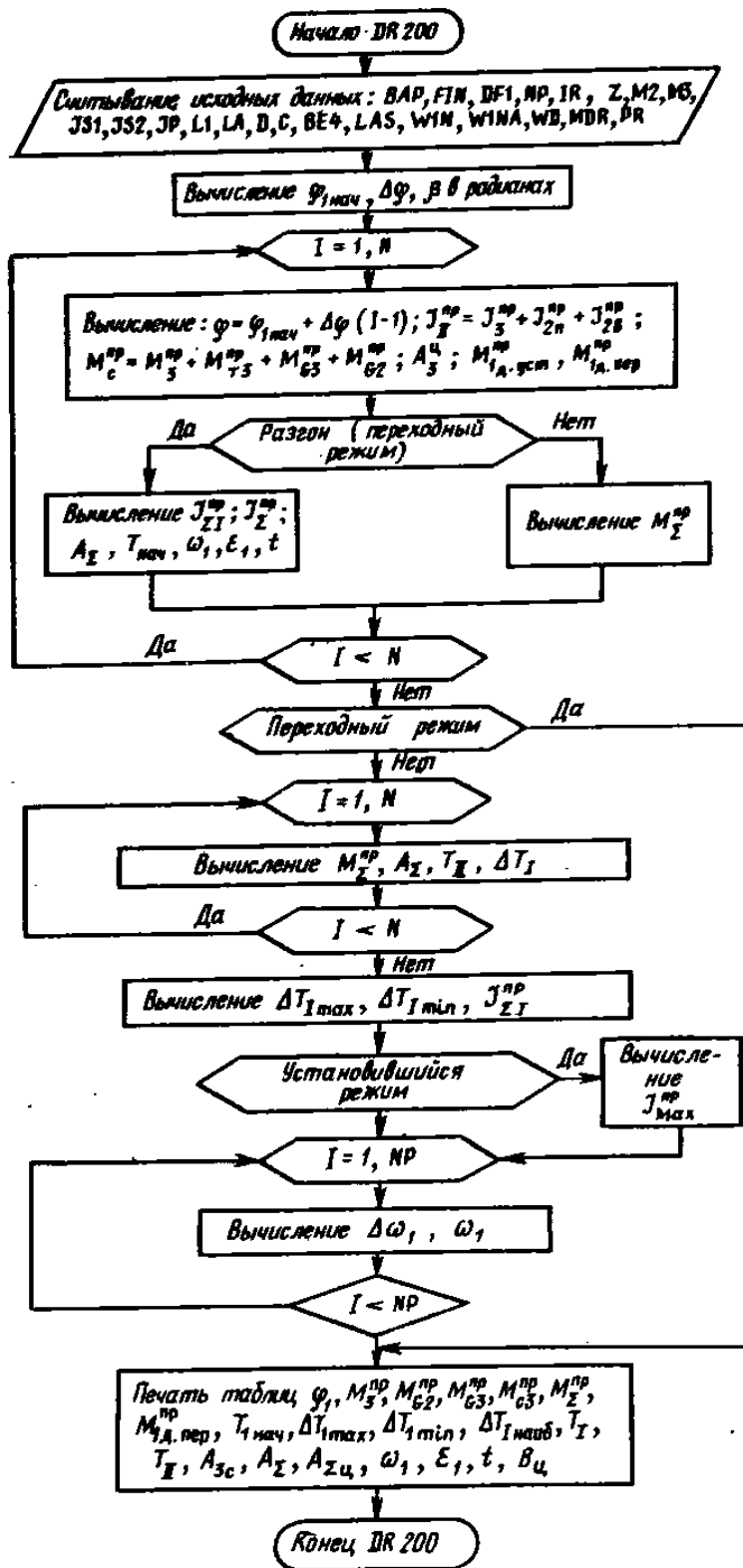


Рис. 4.20

для шатуна 2

$$J_2^{np} = J_{2n}^{np} + J_{2s}^{np} = m_2 (v_{s2}/\omega_1)^2 + J_{s2} (\omega_2/\omega_1)^2,$$

или

$$J_{2n}^{np} = m_2 v_{qs2}^2; \quad J_{2s}^{np} = J_{s2} u_{21}^2;$$

для ротора двигателя

$$J_{np}^{np} = J_{np} \left(\frac{\omega_d}{\omega_{1ном}} \right)^2 = J_{np} u_{d1}^2 = \frac{mD^2}{4} u_{d1}^2;$$

для звеньев II группы

$$J_{2II}^{np} = J_3^{np} + J_{2n}^{np} + J_{2s}^{np}.$$

Результаты вычислений $J_3^{np}(\varphi_1)$, $J_{2n}^{np}(\varphi_1)$, $J_{2s}^{np}(\varphi_1)$, $J_{2II}^{np}(\varphi_1)$ выводятся на печать в виде таблицы числовых значений, которые можно представить также в виде графиков.

Приведенные моменты активных сил, приложенных к звеньям, определяют по следующим соотношениям:

для сил F_{3c} и $F_{3\tau}$, приложенных к ползуну 3,

$$F_3 = F_{3c} + F_{3\tau}; \quad M_3^{np} = F_3 (v_C/\omega_1),$$

где $F_3(\varphi_1) = F_{3max}(p/p_{max})$ — задано массивом;

для сил тяжести G_2 и G_3

$$G_2 = gm_2; \quad G_3 = gm_3;$$

$$M_{G3}^{np} = G_3 \sin \beta_4 \left(\frac{v_{s3x}}{\omega_1} \right) = G_3 v_{qC} \sin \beta_4;$$

$$M_{G2x}^{np} = G_2 \sin \beta_4 \left(\frac{v_{s2x}}{\omega_1} \right) = G_2 v_{qs2x} \sin \beta_4;$$

$$M_{G2y}^{np} = G_2 \cos \beta_4 \left(\frac{v_{s2y}}{\omega_1} \right) = G_2 v_{qs2y} \cos \beta_4;$$

$$M_{G2}^{np} = M_{G2x}^{np} + M_{G2y}^{np}.$$

Таблица 4.10. Исходные данные подпрограммы DR200

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Массы звеньев:			
ползуна	кг	m_3	M3
шатуна 2	»	m_2	M2
Моменты инерции звеньев относительно оси, проходящей через центр масс:			
шатуна 2	кг·м ²	J_{S2}	JS2
коленчатого вала 1	»	J_{S1}	JS1
деталей привода (ротор, зубчатые колеса, муфты, валы)	»	$J_{пр}$	JP
Угловая скорость вращения основного вала 1:	рад/с	ω_1	W1
средняя при установившемся режиме	»	$\omega_{1ном}$	WIN
начальная при переходном режиме	»	$\omega_{1нач}$	WINA
коэффициент неравномерности вращения при установившемся режиме	—	δ	D
Кoeffициент изменения нагрузки при переходе от установившегося режима к переходному	—	$c = M_{1пер}/M_{1дуст}$	C
Угловая координата начального звена:	рад	φ_1	F1
начальное положение	»	$\varphi_{1нач}$	FIN
шаг изменения	»	$\Delta\varphi_1$	DF1
последний индекс числа шагов	—	N	N
Параметры массива данных о нагрузке:			
элемент массива	—	F_j/F_{max}	P(J)
индекс элемента	—	j	J
число элементов массива	—	N	N
первый элемент массива	—	F_0/F_{max}	PO
число точек разрыва	—	N_r	NR
индекс точки разрыва	—	N_{rj}	NRP
первый элемент массива в точке разрыва	—	F_{ri}/F_{max}	PR
Максимальное значение нагрузки, действующей на ползун 3	H	F_{3max}	P3MAX
Нагрузка на ползун 3	»	$F_{3с}$	P3
Момент движущий на роторе двигателя	H·м	$M_{р.д}$	MDR
Угловая скорость ротора электродвигателя	рад/с	$\omega_{д}, \omega_{р}$	WD
Угол наклона оси направляющей ползуна	град	β_4	BE4

Таблица 4.11. Выходные данные подпрограммы DR200

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Приведенные моменты инерции звеньев:			
ползуна	кг · м ²	$J_3^{пр} = m_3 (v_C/\omega_1)^2$	JP3
шатуна	»	$J_{2ш}^{пр} = m_2 (v_{S2}/\omega_1)^2$	JP2P
ползуна и шатуна	»	$J_{2ш}^{пр} = J_{S2} (\omega_2/\omega_1)^2$	JP2W
постоянная составляющая (ротор, валы, зубчатые колеса, маховик и т. д.)	»	$J_{\Sigma}^{пр}$	JPS1
маховика	»	$J_{мах}^{пр}$	JPM
вращающихся деталей привода (ротор, валы, зубчатые колеса)	»	$J_{пр}^{пр}$	JPP
суммарный приведенный момент инерции	»	$J_{\Sigma}^{пр}$	JPS
Кинетическая энергия звеньев:			
связанных с начальным звеном линейно (I группа звеньев)	Дж	T_I ΔT_I $\Delta T_{I\max}$ $\Delta T_{I\min}$	T1 DT1 DT1NAI DT1MAX DT1MIN
связанных с начальным звеном нелинейно (II группа звеньев)	»	T_{II}	T2
механизма	»	$T_{\Sigma} = T_I + T_{II}$	TS
то же, в начальном положении	»	$T_{нач}$	TN
Приведенные моменты сил:			
нагрузки на ползуне 3	Н · м	$M_3^{пр} = F_3 (v_C/\omega_1)$	MP3
сил трения на ползуне	»	$M_{тр}^{пр} = F_{тр} (v_C/\omega_1)$	MPF
силы тяжести ползуна	»	$M_{G3}^{пр} = G_{3x} (v_C/\omega_1)$	MPG3
» » шатуна	»	$M_{G2}^{пр}$	MPG2
суммарной нагрузки на ползуне и сил тяжести движущих сил при установившемся режиме движения	»	$M_{3c}^{пр} + \Sigma M_{G2,3}^{пр}$	MPC3
движущих сил при переходном режиме разгона или торможения	»	$M_{1дуст}^{пр}$	MPD1
суммарный приведенный момент сил	»	$M_{\Sigma}^{пр}$	MPD1P MPS

Продолжение табл. 4.11

Параметр	Единица	Обозначение	Идентификатор
Работа приложенных сил: действующих на ползун за цикл	Дж	$A_{3ц}$	A3C
суммарного приведенного момента сил	»	A_{Σ}	AS
суммарного приведенного момента сил за цикл	»	$A_{\Sigma_{ц}}$	ASC
Закон движения динамической модели:			
угловая скорость	рад/с	$\omega_m = \omega_1$	W1
угловое ускорение	рад/с ²	$\varepsilon_m = \varepsilon_1$	E1
время движения	с	t	T
число циклов за время переходного режима	—	$B_{ц}$	B
изменение угловой ско- рости при установившемся режиме относительно сред- него значения	рад/с	$\Delta\omega_1$	DW1

Суммарный момент сил, приложенных к ползуну и шатуну,
 $M_c^{np} = M_3^{np} + M_{33}^{np} + M_{\Sigma}^{np} + M_{\Sigma 2}^{np}$.

Движущий момент на роторе электродвигателя

$$M_{1дпер} = M_{р.д} (\omega_p / \omega_{1ном}) = M_{р.д} u_{д1}.$$

Суммарный приведенный момент

$$M_{\Sigma}^{np} = M_c^{np} + M_{1дпер}^{np}.$$

В тех вариантах заданий, где движущий момент двигателя должен быть определен в соответствии с заданными условиями функционирования машины (установившийся режим или переходный с заданным коэффициентом изменения нагрузки), расчет

M_{Σ}^{np} проводят в такой последовательности.

Вначале определяют работу $A_{3ц}$ активных сил, приложенных к ползуну за цикл, путем вычисления интеграла $A_{3ц} = \int_{\varphi_{1нач}}^{\varphi_{1нач} + \varphi_{ц}} M_c^{np} d\varphi_1$ методом трапеции, или обращением к стандартной подпрограмме QTEF «Вычисление интеграла»: CALL QTEF (DF1, MPC3, A3C, N).

После вычисления интеграла рассчитывают постоянные значения движущего приведенного момента сил:

при установившемся режиме

$$M_{1\text{дуст}}^{\text{уп}} = A_{3\text{ш}}/(2\pi), \text{ считая } \varphi_{\text{ц}} = 2\pi;$$

при переходном режиме

$$M_{1\text{дпер}} = cM_{1\text{дуст}}^{\text{уп}}.$$

Далее вычисляют работу A_{Σ} , суммарного приведенного момента $M_{\Sigma}^{\text{уп}}$ сил

$$A_{\Sigma} = \int_{\varphi_{1\text{нач}}}^{\varphi_{1\text{к}}} M_{\Sigma}^{\text{уп}} d\varphi_1$$

путем обращения к стандартной подпрограмме QTEF «Вычисление интеграла»: CALL QTEF (DF1, MPS, AS, N).

Для определения момента инерции маховых масс, обеспечивающих вращение главного вала машины с заданным коэффициентом δ неравномерности движения (режим R1), используют методику Н. И. Мерцалова, т. е. определяют наибольшее изменение кинетической энергии $\Delta T_{1\text{наиб}}$ звеньев I группы, связанных с начальным звеном механизмами с постоянными передаточными отношениями.

Вычисляют по приближенной формуле кинетическую энергию II группы звеньев: $T_{\text{II}} = J_{\Sigma\text{II}}^{\text{уп}} \omega_{1\text{ном}}^2/2$.

Затем определяют колебания кинетической энергии ΔT_I звеньев I группы: $\Delta T_I = A_{\Sigma} - T_{\text{II}}$.

В полученном массиве $\Delta T_I(I)$ организуют нахождение наибольшего $\Delta T_{I\text{max}}$ и наименьшего $\Delta T_{I\text{min}}$ значений функции по стандартной подпрограмме «Процедура сортировки по методу Шелла» и определяют наибольший размах $\Delta T_{1\text{наиб}}$ элементов массива $\Delta T_I(I)$: $\Delta T_{1\text{наиб}} = \Delta T_{I\text{max}} - \Delta T_{I\text{min}}$.

Требуемый момент инерции $J_{\Sigma\text{I}}^{\text{уп}}$ маховых масс и маховка $J_{\text{мах}}^{\text{уп}}$, обеспечивающий заданное значение коэффициента δ , находят по соотношению

$$J_{\Sigma\text{I}}^{\text{уп}} = \Delta T_{1\text{наиб}}/(\omega_{1\text{ном}}^2 \delta); \quad J_{\text{мах}}^{\text{уп}} = J_{\Sigma\text{I}}^{\text{уп}} - J_{\text{пр}}^{\text{уп}}; \quad J_{\Sigma}^{\text{уп}} = J_{\Sigma\text{I}}^{\text{уп}} + J_{\Sigma\text{II}}^{\text{уп}}.$$

Кинетическая энергия маховых масс при начальном значении угловой координаты $\varphi_{1\text{нач}}$ для переходного режима R2 или R3:

$$T_{\text{нач}} = J_{\Sigma\text{нач}}^{\text{уп}} \omega_{1\text{нач}}^2/2;$$

для установившегося движения (режим R1)

$$T_{\text{нач}} \approx J_{\Sigma}^{\text{сп}} \omega_{\text{ном}}^2 / 2.$$

Изменение угловой скорости динамической модели при установившемся режиме R1 определяют приближенно по соотношениям

$$\Delta \omega_1 \approx \Delta T_{\text{II}} / (\omega_{\text{ном}} J_{\Sigma}^{\text{сп}}); \quad \omega_1 = \omega_{\text{ном}} + \Delta \omega_1.$$

При работе механизма в переходном режиме R2 или R3 изменение угловой скорости динамической модели определяют по формуле $\omega_1 = \sqrt{2 (A_{\Sigma} + T_{\text{нач}}) / J_{\Sigma}^{\text{сп}}}$.

Число циклов $B_{\text{ц}}$, соответствующее переходному режиму R2 или R3 от $\omega_{\text{нач}}$ до $\omega_{\text{ном}}$, рассчитывают по соотношению

$$B_{\text{ц}} = J_{\Sigma}^{\text{сп}} (\omega_{\text{ном}}^2 - \omega_{\text{нач}}^2) / (2A_{\Sigma}^{\text{ц}}).$$

Время движения при переходном режиме R2 или R3 определяют по соотношению

$$t = \int_{\varphi_{\text{нач}}} \frac{d\varphi_1}{\omega_1}$$

или вычисляют путем обращения к стандартной программе.

Угловое ускорение звена привода рассчитывают по формуле

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\Sigma}^{\text{сп}}}{J_{\Sigma}^{\text{сп}}} - \frac{\omega_1^2}{2J_{\Sigma}^{\text{сп}}} \frac{dJ_{\Sigma}^{\text{сп}}}{d\varphi_1}.$$

Результаты расчетов следует отразить в форме графиков.

4.15. ВЫБОР ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ И ВЛИЯНИЕ ЕГО МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА

При выборе электродвигателя учитывают ряд требований, обусловленных режимом работы механизма, скоростью вращения входного (или выходного) звена; состоянием окружающей среды, видом тока (постоянный, переменный), типом передаточного механизма и т. п. Критериями оценки оптимальности выбора электродвигателей служат надежность и экономичность элек-

троемеханической системы, коэффициент полезного действия, габариты и масса двигателя, его динамические характеристики. В рамках курсового проектирования по теории механизмов задача решается ограниченно и заключается в подборе марки двигателя по каталогу и учете его механической характеристики. Расчеты начинают с определения работы заданных сил на выходном (входном) звене за цикл установившегося движения:

при поступательном движении звена

$$A_{\text{ц}} = \int F_i (S) dS;$$

при вращательном движении звена

$$A_{\text{ц}} = \int M_i (\varphi) d\varphi.$$

Если значения силы F_i и момента M_i постоянны, то вычисления интегралов за цикл представляют в виде суммы работы при рабочем и вспомогательном ходах:

$$A_{\text{ц}} = A_{\text{р.х}} + A_{\text{в.х}} = F_{\text{р.х}}H + F_{\text{в.х}}H;$$

$$A_{\text{ц}} = A_{\text{р.х}} + A_{\text{в.х}} = M_{\text{р.х}}\beta + M_{\text{в.х}}\beta.$$

Здесь H и β — линейное или угловое перемещение звена за ход; $F_{\text{р.х}}$, $F_{\text{в.х}}$ и $M_{\text{р.х}}$, $M_{\text{в.х}}$ — значения сил или моментов сил при рабочем и вспомогательном ходах звена.

Если нагрузка изменяется по заданному закону, то вычисления интегралов проводят графическим или численным методом.

Часто нагрузка задается таблицей относительных значений $\lambda_F = F/F_{\text{max}}$ и $\lambda_S = S/H$ и максимальными значениями силы F_{max} и перемещения (хода) H . Для вычисления интеграла используют формулу трапеций

$$A_{\text{ц}} = F_{\text{max}}H \left(\int_0^1 \lambda_{F_{\text{р.х}}} d\lambda_S + \int_1^0 \lambda_{F_{\text{в.х}}} d\lambda_S \right),$$

где

$$\int_0^1 \lambda_F d\lambda_S = \Delta\lambda_S \left(\frac{\lambda_{F0}}{2} + \lambda_{F1} + \lambda_{F2} + \lambda_{F3} + \dots + \lambda_{F(n-1)} + \frac{\lambda_{Fn}}{2} \right).$$

В качестве примера ниже приведены данные для компрессора с диаметром поршня $d_{\text{п}} = 0,22$ м, максимальным давлением воздуха $p_{\text{max}} = 0,55$ МПа. Частота вращения коленчатого вала

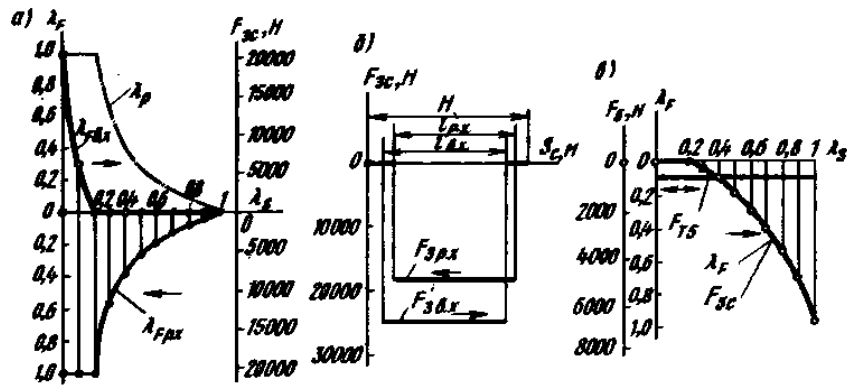


Рис. 4.21

$n_1 = 730$ об/мин, средняя скорость поршня $v_{ср} = 4,5$ м/с. Изменение давления в цилиндре характеризуется следующими данными (рис. 4.21, а):

$\lambda_S = S_C/H_C$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
При сжатии $\lambda_{Fр.х}$	1,0	1,0	1,0	0,55	0,38	0,27	0,18	0,12	0,08	0,04	0,0
При всасывании $\lambda_{Fв.х}$	1,0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вычисления проводят в следующем порядке:

время цикла

$$T_{ц} = 60/n_1 = 60/730 = 0,0822 \text{ с};$$

ход поршня

$$H_C = v_{ср} T_{ц}/2 = 4,5 \cdot 0,0822/2 = 0,185 \text{ м};$$

площадь поршня

$$S_{п} = \pi d_{п}^2/4 = 3,14 \cdot 0,22^2/4 = 0,038 \text{ м}^2;$$

максимальная сила на поршень при сжатии воздуха

$$F_{\max} = p_{\max} S_{п} = 5,5 \cdot 10^5 \cdot 0,038 = 20,9 \text{ кН};$$

работа сил при сжатии воздуха (рабочий ход)

$$\begin{aligned} A_{р.х} &= F_{\max} H \int_0^1 \lambda_{Fр.х} d\lambda_S = 20,9 \cdot 0,185 \cdot 0,1 [(1+0)/2 + 1,0 + 1,0 + \\ &+ 0,55 + 0,38 + 0,27 + 0,18 + 0,12 + 0,08 + 0,04] = \\ &= 20,9 \cdot 0,185 \cdot 0,412 = 1,593 \text{ кДж}; \end{aligned}$$

работа сил при всасывании воздуха (вспомогательный ход)

$$A_{в.х} = F_{\max} H \int_1^0 \lambda_{Fв.х} d\lambda_S = 20,9 \cdot 0,185 \cdot 0,1 [(1+0)/2 + 0,3] = 0,309 \text{ кДж};$$

работа сил за цикл (для компрессора $A_{р.х} < 0$; $A_{в.х} > 0$)

$$A_{ц} = A_{р.х} + A_{в.х} = -1,593 + 0,309 = -1,284 \text{ кДж};$$

средняя индикаторная мощность компрессора

$$P_{ср} = A_{ц}/T_{ц} = 1,284/0,0822 = 1,562 \text{ кВт.}$$

На рис. 4.21, б приведен график изменения нагрузки на ползуне механизма стана для холодной прокатки труб. Сила технологического сопротивления при обжатии трубы (рабочий ход) $F_{зр.х} = 25,0$ кН при длине $l_{р.х} = 0,55$ м; при калибровке трубы (вспомогательный ход) $F_{зв.х} = 18,7$ кН на той же длине. Клеть стана совершает $n_1 = 45$ двойных ходов в минуту; длина хода $H = 0,665$ м.

Время цикла

$$T_{ц} = 60/n_1 = 60/45 = 1,33 \text{ с.}$$

Работа сил технологического сопротивления за цикл

$$A_{ц} = A_{р.х} + A_{в.х} = F_{зр.х}l_{об} + F_{зв.х}l_{хол} = 25 \cdot 0,55 + 18,7 \cdot 0,55 = 24 \text{ кДж.}$$

Средняя эффективная мощность сил сопротивления

$$P_{ср} = A_{ц}/T_{ц} = 24 \text{ 000}/1,33 = 18 \text{ кВт.}$$

На рис. 4.21, в приведены графики изменения силы трения $F_{т5}$ между ползуном и направляющими и силы технологического сопротивления $F_{5с}$ брикетировочного автомата. Ход ползуна $H_D = 0,25$ м, максимальная нагрузка при прессовании $F_{5сmax} = 7,0$ кН, сила трения $F_{т5} = 0,400$ кН. Частота вращения кривошипа $n_1 = 100$ об/мин. Технологическое сопротивление $F_{5с}$ изменяется в зависимости от перемещения ползуна в следующей закономерности:

$\lambda_S = S_D/H_D$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\lambda_F = F_{5с}/F_{5сmax}$	0	0	0	0,04	0,09	0,20	0,30	0,40	0,55	0,70	1,00

Время цикла

$$T_{ц} = 60/n_1 = 60/100 = 0,6 \text{ с.}$$

Работа сил трения за цикл

$$A_T = 2F_{T5} H_D = 2 \cdot 0,4 \cdot 0,25 = 0,200 \text{ кДж.}$$

Работа сил технологического сопротивления

$$A_c = F_{\Sigma \max} H_D \Delta \lambda_S \int_0^1 \lambda_F d\lambda_S = 7 \cdot 0,25 \cdot 0,1 [(0 + 1,0)/2 + 0,04 + 0,09 + 0,20 + 0,30 + 0,40 + 0,55 + 0,70] = 7 \cdot 0,25 \cdot 0,278 = 0,487 \text{ кДж.}$$

Работа сил трения и сил технологического сопротивления

$$A_{\Sigma} = A_T + A_c = 0,200 + 0,487 = 0,687 \text{ кДж.}$$

Средняя эффективная мощность привода автомата

$$P_{\text{ср}} = A_{\Sigma} / T_{\Sigma} = 687 / 0,6 = 1,145 \text{ кВт.}$$

При выборе двигателя для той или иной установки следует учитывать наличие механической передачи между ротором двигателя и главным валом механизма машины. Эта передача может быть ременной, цепной, фрикционной, зубчатой и т. п. Общее передаточное отношение электромеханического привода оценивают отношением частот вращения ротора n_d и звена I механизма n_1 :

$$u_{d1} = n_d / n_1.$$

Частоту вращения ротора n_d задают либо синхронным $n_{д.с.}$, либо номинальным $n_{дн.}$, либо ориентировочным n_d значением.

В процессе прикидочных расчетов уточняют значение передаточного отношения привода. Например, в исходных данных на проект задано $n_d = 1358$ об/мин и $n_1 = 103$ об/мин. Электропривод включает в себя планетарный редуктор. По предварительному расчету, $u_{d1} = n_d / n_1 = 1358 / 103 = 13,18$. Так как проектировать редукторы с таким передаточным отношением трудно, то проводят округление обычно до двух значащих цифр: $u_{d1} = 13$. Подбирают двигатель с ближайшей большей синхронной частотой вращения $n_{д.с.}$, а реальную частоту вращения ротора определяют с учетом механической характеристики двигателя.

Перед выбором марки двигателя по каталогу необходимо учесть потери на трение через коэффициент полезного действия (КПД) η . Можно пользоваться следующими ориентировочными значениями КПД:

Циклическая зубчатая одноступенчатая	0,96...0,98
Коническая зубчатая одноступенчатая	0,95...0,97
Планетарная зубчатая однорядная	0,90...0,95
Планетарная зубчатая двухрядная	0,85...0,90
Ременная	0,94...0,96
Цепная	0,92...0,95
Пара подшипников качения	0,99
Муфта соединительная	0,98

При последовательном соединении элементов привода общий КПД привода η определяют как произведение КПД отдельных его элементов — передач, подшипников, муфт и др.:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots$$

Например, при наличии в передаче электропривода упругой муфты, открытой зубчатой передачи и двухрядного планетарного редуктора общий КПД будет равен

$$\eta = \eta_m \eta_{з.д} \eta_{пл.р} = 0,98 \times 0,96 \cdot 0,85 = 0,80.$$

Асинхронные двигатели серии 4А выпускаются со стандартной величиной скольжения (табл. 4.12), с повышенным скольжением (4АС) (табл. 4.13) и с повышенным пусковым моментом (4АР). В каталоге указаны синхронная и номинальная частоты вращения, мощность номинальная, относительные значения пускового и критического крутящего момента к номинальному $\lambda_n = M_{д.п}/M_{д.н}$ и $\lambda_k = M_{д.к}/M_{д.н}$

и маховой момент инерции ротора mD^2 (кг·м²).

Приведенные данные позволяют рассчитать параметры механической характеристики двигателя, т. е. описать зависимость (рис. 4.22) крутящего момента M_d на роторе двигателя от его угловой скорости ω_d :

$$M_d = 2M_{д.к} \left/ \left(\frac{\omega_{д.с} - \omega_d}{\omega_{д.с} - \omega_{д.к}} + \frac{\omega_{д.с} - \omega_{д.к}}{\omega_{д.с} - \omega_d} \right) \right. = 2\lambda_k M_{д.н} \frac{(n_{д.с} - n_{д.к})(n_{д.с} - n_d)}{(n_{д.с} - n_d)^2 + (n_{д.с} - n_{д.к})^2}.$$

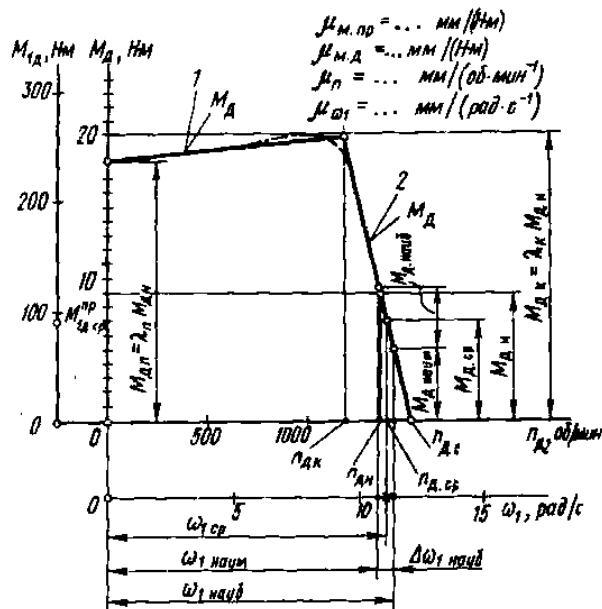


Рис. 4.22

Таблица 4.12. Электродвигатели асинхронные трехфазные
 одной серии 4А мощностью 1,1—132 кВт закрытые обдуваемые

Тип двигателя	Мощность, кВт	Частота вращения, $n_{д.н.}$ об/мин	$M_{д.п}/M_{д.н.}$	$M_{д.х}/M_{д.н.}$	mD^2 , кг·м ²
---------------	---------------	-------------------------------------	--------------------	--------------------	----------------------------

Синхронная частота вращения 3000 об/мин

4A50A2Y3	0,09	2740	2,0	2,2	$0,98 \cdot 10^{-4}$
4A50B2Y3	0,12	2710	2,0	2,2	$1,07 \cdot 10^{-4}$
4A56A2Y3	0,18	2800	2,0	2,2	$16,6 \cdot 10^{-4}$
4A56B2Y3	0,25	2770	2,0	2,2	$18,6 \cdot 10^{-4}$
4A63A2Y3	0,37	2750	2,0	2,2	$30,5 \cdot 10^{-4}$
4A63B2Y3	0,55	2740	2,0	2,2	$36 \cdot 10^{-4}$
4A71A2Y3	0,75	2840	2,0	2,2	$39 \cdot 10^{-4}$
4A71B2Y3	1,1	2810	2,0	2,2	$42 \cdot 10^{-4}$
4A80A2Y3	1,5	2850	2,1	2,6	$73 \cdot 10^{-4}$
4A80B2Y3	2,2	2850	2,1	2,6	$85 \cdot 10^{-4}$
4A90L2Y3	3,0	2840	2,1	2,5	$1,41 \cdot 10^{-2}$
4A100S2Y3	4,0	2880	2,0	2,5	$2,37 \cdot 10^{-2}$
4A100L2Y3	5,5	2880	2,0	2,5	0,03
4A112M2Y3	7,5	2900	2,0	2,8	0,04
4A132M2Y3	11,0	2900	1,7	2,8	0,09
4A160S2Y3	15,0	2940	1,4	2,2	0,19
4A160M2Y3	18,5	2940	1,4	2,2	0,21
4A180S2Y3	22,0	2945	1,4	2,5	0,28
4A180M2Y3	30,0	2945	1,4	2,5	0,34
4A200M2Y3	37,0	2945	1,4	2,5	0,58
4A200L2Y3	45,0	2945	1,4	2,5	0,67
4A225M2Y3	55,0	2945	1,4	2,5	1,0
4A250S2Y3	75,0	2960	1,2	2,5	1,86
4A250M2Y3	90,0	2960	1,2	2,5	2,08
4A280S2Y3	110	2970	1,2	2,2	4,36
4A280M2Y3	132	2970	1,2	2,2	4,76
4A315S2Y3	160	2970	1,2	2,2	5,6
4A315M2Y3	200	2970	1,2	2,2	6,5
4A355S2Y3	250	2970	1,0	1,9	11,4
4A355M2Y3	315	2970	1,0	1,9	12,9

Синхронная частота вращения 1500 об/мин

4A50A4Y3	0,06	1380	2,0	2,2	$1,15 \cdot 10^{-4}$
4A50B4Y3	0,09	1370	2,0	2,2	$1,3 \cdot 10^{-4}$
4A56A4Y3	0,12	1375	2,1	2,2	$28 \cdot 10^{-4}$
4A56B4Y3	0,18	1365	2,1	2,2	$31,5 \cdot 10^{-4}$
4A63A4Y3	0,25	1380	2,0	2,2	$49,5 \cdot 10^{-4}$
4A63B4Y3	0,37	1365	2,0	2,2	$55 \cdot 10^{-4}$
4A71A4Y3	0,55	1390	2,0	2,2	$52 \cdot 10^{-4}$
4A71B4Y3	0,75	1390	2,0	2,2	$57 \cdot 10^{-4}$
4A80A4Y3	1,1	1420	2,0	2,2	$1,29 \cdot 10^{-2}$
4A80B4Y3	1,5	1415	2,0	2,2	$1,33 \cdot 10^{-2}$
4A90L4Y3	2,2	1425	2,1	2,4	$2,24 \cdot 10^{-2}$
4A100S4Y3	3,0	1435	2,0	2,4	$3,47 \cdot 10^{-2}$
4A100L4Y3	4,0	1430	2,0	2,4	$4,5 \cdot 10^{-2}$
4A112M4Y3	5,5	1445	2,0	2,2	$7,0 \cdot 10^{-2}$
4A132S4Y3	7,5	1455	2,2	3,0	0,11
4A132M4Y3	11,0	1460	2,2	3,0	0,16
4A160S4Y3	15,0	1465	1,4	2,3	0,41

Продолжение табл. 4.12

Тип двигателя	Мощность, кВт	Частота вращения, $n_{д.в.}$ об/мин	$M_{д.ш}/m_{д.в}$	$M_{д.к}/M_{д.в}$	mD^2 , кг·м ²
4A160M4Y3	18,5	1465	1,4	2,3	0,51
4A180S4Y3	22,0	1470	1,4	2,3	0,76
4A180M4Y3	30,0	1470	1,4	2,3	0,93
4A200M4Y3	37,0	1475	1,4	2,5	1,47
4A200L4Y3	45,0	1475	1,4	2,5	1,78
4A225M4Y3	55,0	1480	1,3	2,5	2,56
4A250S4Y3	75,0	1480	1,2	2,3	4,08
4A250M4Y3	90,0	1480	1,2	2,3	4,67
4A280S4Y3	110	1470	1,2	2,0	9,2
4A280M4Y3	132	1480	1,3	2,0	9,9
4A315S4Y3	160	1480	1,3	2,2	12,3
4A315M4Y3	200	1480	1,3	2,2	14,5
4A355S4Y3	250	1485	1,2	2,0	24,0
4A355M4Y3	315	1485	1,2	2,0	28,2

Синхронная частота вращения 1000 об/мин

4A63A6Y3	0,18	885	2,2	2,2	$69,4 \cdot 10^{-4}$
4A63B6Y3	0,25	890	2,2	2,2	$86 \cdot 10^{-4}$
4A71A6Y3	0,37	910	2,0	2,2	$67 \cdot 10^{-4}$
4A71B6Y3	0,55	900	2,0	2,2	$81 \cdot 10^{-4}$
4A80A6Y3	0,75	915	2,0	2,2	$1,85 \cdot 10^{-2}$
4A80B6Y3	1,1	920	2,0	2,2	$1,84 \cdot 10^{-2}$
4A90L6Y3	1,5	935	2,0	2,2	$2,94 \cdot 10^{-2}$
4A100L6Y3	2,2	950	2,0	2,2	$5,24 \cdot 10^{-2}$
4A112MA6Y3	3,0	955	2,0	2,5	$7 \cdot 10^{-2}$
4A112MB6Y3	4,0	950	2,0	2,5	$8 \cdot 10^{-2}$
4A132S6Y3	5,5	965	2,0	2,5	$16 \cdot 10^{-2}$
4A132M6Y3	7,5	970	2,0	2,5	$23 \cdot 10^{-2}$
4A160S6Y3	11,0	975	1,2	2,0	$55 \cdot 10^{-2}$
4A160M6Y3	15,0	975	1,2	2,0	$73 \cdot 10^{-2}$
4A180M6Y3	18,5	975	1,2	2,0	$88 \cdot 10^{-2}$
4A200M6Y3	22,0	975	1,3	2,4	1,6
4A200L6Y3	30,0	980	1,3	2,4	1,81
4A225M6Y3	37,0	980	1,2	2,3	2,95
4A250S6Y3	45,0	985	1,2	2,1	4,62
4A250M6Y3	55,0	985	1,2	2,1	5,04
4A280S6Y3	75,0	985	1,4	2,2	11,7
4A280M6Y3	90,0	985	1,4	2,2	13,5
4A315S6Y3	110	985	1,4	2,2	16,0
4A315M6Y3	132	985	1,4	2,2	18,0
4A355S6Y3	160	985	1,4	2,2	29,3
4A355M6Y3	200	985	1,4	2,2	35,2

Синхронная частота вращения 750 об/мин

4A71B8Y3	0,25	680	1,6	1,7	$74 \cdot 10^{-4}$
4A80A8Y3	0,37	675	1,6	1,7	$1,35 \cdot 10^{-2}$
4A80B8Y3	0,55	700	1,6	1,7	$1,62 \cdot 10^{-2}$
4A90LA8Y3	0,75	700	1,6	1,9	$2,7 \cdot 10^{-2}$
4A90LB8Y3	1,1	700	1,6	1,9	$3,45 \cdot 10^{-2}$
4A100L8Y3	1,5	700	1,6	1,9	$5,2 \cdot 10^{-2}$
4A112MA8Y3	2,2	700	1,9	2,2	$7,0 \cdot 10^{-2}$
4A112MB8Y3	3,0	700	1,9	2,2	$10 \cdot 10^{-2}$

Продолжение табл. 4.12

Тип двигателя	Мощность, кВт	Частота вращения, $n_{д.н.}$, об/мин	$M_{д.п}/M_{д.н}$	$M_{д.к}/M_{д.н}$	mD^2 , кг·м ²
4A132S8Y3	4,0	720	1,9	2,6	$17 \cdot 10^{-2}$
4A132M8Y3	5,5	720	1,9	2,6	$23 \cdot 10^{-2}$
4A160S8Y3	7,5	730	1,4	2,2	$55 \cdot 10^{-2}$
4A160M8Y3	11,0	730	1,4	2,2	$72 \cdot 10^{-2}$
4A180M8Y3	15,0	730	1,2	2,0	1,0
4A200M8Y3	18,5	735	1,2	2,2	1,6
4A200L8Y3	22,0	730	1,2	2,0	1,81
4A225M8Y3	30,0	735	1,3	2,1	2,95
4A250S8Y3	37,0	735	1,2	2,0	4,62
4A250M8Y3	45,0	740	1,2	2,0	5,45
4A280S8Y3	55,0	735	1,2	2,0	12,7
4A280M8Y3	75,0	735	1,2	2,0	16,5
4A315S8Y3	90,0	740	1,2	2,3	19,7
4A315M8Y3	110	740	1,2	2,3	23,4
4A355S8Y3	132	740	1,2	2,2	36,2
4A355M8Y3	160	740	1,2	2,2	40,8

Примечание. Стандарты предусматривают выпуск электродвигателей с синхронной частотой вращения 600 и 500 об/мин, а также защищенного типа.

Таблица 4.13. Электродвигатели асинхронные трехфазные единой серии 4А с повышенным скольжением

Тип двигателя	Номинальная мощность при $P_B = 40\%$, кВт	При номинальной мощности		$M_{д.п}/M_{д.н}$	$M_{д.к}/M_{д.н}$	mD^2 , кг·м ²
		скольжение, %	частота вращения, об/мин			

Синхронная частота вращения 3000 об/мин

4AC71A2Y3	1,0	10,0	2700	2,0	2,2	$39,3 \cdot 10^{-4}$
4AC71B2Y3	1,2	10,0	2700	2,0	2,2	$42,2 \cdot 10^{-4}$
4AC80A2Y3	1,9	8,5	2745	2,0	2,2	$73 \cdot 10^{-4}$
4AC80B2Y3	2,5	8,5	2745	2,0	2,2	$85 \cdot 10^{-4}$
4AC90L2Y3	3,5	7,5	2775	2,0	2,2	$1,41 \cdot 10^{-2}$
4AC100S2Y3	4,8	6,5	2805	2,0	2,2	$2,37 \cdot 10^{-2}$
4AC100L2Y3	6,3	6,5	2805	2,0	2,2	$3 \cdot 10^{-2}$
4AC112M2Y3	8,0	5,0	2850	2,0	2,4	$4 \cdot 10^{-2}$
4AC132M2Y3	11,0	5,5	2840	2,0	2,4	$9 \cdot 10^{-2}$

Синхронная частота вращения 1500 об/мин

4AC71A4Y3	0,6	10,0	1350	2,0	2,2	$52,1 \cdot 10^{-4}$
4AC71B4Y3	0,8	10,0	1350	2,0	2,2	$56,7 \cdot 10^{-4}$
4AC80A4Y3	1,3	9,5	1358	2,0	2,2	$1,29 \cdot 10^{-2}$
4AC80B4Y3	1,7	11,0	1335	2,0	2,2	$1,33 \cdot 10^{-2}$
4AC90L1Y3	2,4	9,5	1360	2,0	2,2	$2,24 \cdot 10^{-2}$
4AC100S4Y3	3,2	7,0	1395	2,0	2,2	$3,47 \cdot 10^{-2}$
4AC100L4Y3	4,25	7,0	1395	2,0	2,2	$4,5 \cdot 10^{-2}$
4AC112M4Y3	5,6	7,0	1395	2,0	2,2	$6,65 \cdot 10^{-2}$
4AC132S4Y3	8,5	7,5	1395	2,0	2,2	$11,3 \cdot 10^{-2}$

Продолжение табл. 4.13

Тип двигателя	Номиналь- ная мощность при $P_B =$ $= 40\%$, кВт	При номинальной мощности		$M_{д.л}/$ $/M_{д.л}$	$M_{д.к}/$ $/M_{д.л}$	mD^2 , кг·м ²
		скольже- ние, %	частота вращения, об/мин			
4AC132M4Y3	11,8	6,0	1410	2,0	2,2	$16 \cdot 10^{-2}$
4AC160S4Y3	17,0	5,0	1425	2,0	2,2	$41 \cdot 10^{-2}$
4AC160M4Y3	20,0	4,5	1432	2,0	2,2	$51 \cdot 10^{-2}$
4AC180S4Y3	21,0	5,5	1418	2,0	2,2	$76 \cdot 10^{-2}$
4AC180M4Y3	26,5	4,0	1440	2,0	2,2	$93 \cdot 10^{-2}$
4AC200M4Y3	31,5	6,0	1410	2,0	2,2	1,47
4AC200L4Y3	40,0	6,0	1410	2,0	2,2	1,78
4AC225M4Y3	50,0	7,0	1395	2,0	2,2	2,56
4AC250S4Y3	56,0	8,0	1380	2,0	2,2	4,08
4AC250M4Y3	63,0	9,0	1365	2,0	2,2	4,67

Синхронная частота вращения 1000 об/мин

4AC71A6Y3	0,4	8,0	920	2,0	2,1	$6,8 \cdot 10^{-4}$
4AC71B6Y3	0,63	8,0	920	2,0	2,1	$81,3 \cdot 10^{-4}$
4AC80A6Y3	0,8	14,0	860	2,0	2,1	$1,35 \cdot 10^{-2}$
4AC80B6Y3	1,2	14,0	860	2,0	2,1	$1,38 \cdot 10^{-2}$
4AC90L6Y3	1,7	10,0	900	1,9	2,1	$2,94 \cdot 10^{-2}$
4AC100L6Y3	2,6	8,0	920	1,9	2,1	$5,24 \cdot 10^{-2}$
4AC112MA6Y3	3,2	9,0	910	1,9	2,1	$6,9 \cdot 10^{-2}$
4AC112MB6Y3	4,2	9,0	910	1,9	2,1	$8,46 \cdot 10^{-2}$
4AC132S6Y3	6,3	6,0	940	1,9	2,1	$16 \cdot 10^{-2}$
4AC132M6Y3	8,5	6,0	940	1,9	2,1	$23 \cdot 10^{-2}$
4AC160S6Y3	12,0	6,0	940	1,9	2,1	$55 \cdot 10^{-2}$
4AC160M6Y3	16,0	6,0	940	1,9	2,1	$73 \cdot 10^{-2}$
4AC180M6Y3	19,0	6,0	940	1,9	2,1	$88 \cdot 10^{-2}$
4AC200M6Y3	22,0	9,0	910	1,9	2,1	1,6
4AC200L6Y3	28,0	8,0	920	1,9	2,1	1,81
4AC225M6Y3	33,5	12,0	880	1,9	2,1	2,95
4AC250S6Y3	40,0	8,0	950	1,9	2,1	4,62
4AC250M6Y3	45,0	5,0	950	1,9	2,1	5,04

Синхронная частота вращения 750 об/мин

4AC71B8Y3	0,3	11,0	670	1,9	2,0	$74 \cdot 10^{-4}$
4AC80A8Y3	0,45	12,0	660	1,9	2,0	$1,35 \cdot 10^{-2}$
4AC80B8Y3	0,6	12,0	660	1,9	2,0	$1,62 \cdot 10^{-2}$
4AC90LA8Y3	0,9	12,0	660	1,8	2,0	$2,7 \cdot 10^{-2}$
4AC90LB8Y3	1,2	12,0	660	1,8	2,0	$3,45 \cdot 10^{-2}$
4AC100L8Y3	1,6	10,0	675	1,8	2,0	$5,2 \cdot 10^{-2}$
4AC112MA8Y3	2,2	10,5	670	1,8	2,0	$7,0 \cdot 10^{-2}$
4AC112MB8Y3	3,2	10,5	670	1,8	2,0	$9,6 \cdot 10^{-2}$
4AC132S8Y3	4,5	8,0	690	1,8	2,0	$17 \cdot 10^{-2}$
4AC132M8Y3	6,0	8,0	690	1,8	2,0	$23,2 \cdot 10^{-2}$
4AC160S8Y3	9,0	8,0	690	1,8	2,0	$55 \cdot 10^{-2}$
4AC160M8Y3	12,5	9,0	688	1,8	2,0	$72 \cdot 10^{-2}$
4AC180M8Y3	15,0	7,0	700	1,8	2,0	1,0
4AC200M8Y3	20,0	8,0	690	1,8	2,0	1,6
4AC225M8Y3	26,5	10,0	675	1,8	2,0	2,93
4AC250S8Y3	36,0	7,5	694	1,8	2,0	4,62

При установившемся режиме движения часть кривой механической характеристики, примыкающей к точке с номинальными параметрами, приближенно заменяют прямой 2 (рис. 4.22), уравнение которой $y = b + kx$, т. е.

$$M_{д} = b_2 + k_2 \omega_{д}$$

Смысл коэффициентов b_2 и k_2 : b_2 — отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат (моментов сил $M_{д}$); k_2 — угловой коэффициент прямой, равный тангенсу угла между положительным направлением оси $\omega_{д}$ и прямой механической характеристики.

Аналогично аппроксимируют и другой участок прямой 1 (рис. 4.22):

$$M_{д} = b_1 + k_1 \omega_{д}$$

Параметры прямых определяют по следующим соотношениям:

$$b_1 = \lambda_{п} M_{дн}; \quad b_2 = M_{дн} \frac{n_{дс}}{n_{дс} - n_{дк}}$$

$$M_{дн} = \frac{P_{д}}{\omega_{дн}} = \frac{P_{д}}{2\pi n_{дн}/60}$$

$$k_1 = M_{дн} \frac{60}{2\pi} \frac{\lambda_{к} - \lambda_{п}}{n_{дс} - \lambda_{к} (n_{дс} - n_{дн})}$$

$$k_2 = -M_{дн} \frac{60}{2\pi} \frac{1}{n_{дс} - n_{дн}}$$

Например, для двигателя 4АС80А4У3 в каталоге приведены следующие параметры: $P_{д} = 1,3$ кВт; $n_{дс} = 1500$ об/мин; $n_{дн} = 1358$ об/мин; $\lambda_{п} = 2$; $\lambda_{к} = 2,2$; $mD^2 = 1,29 \cdot 10^{-2}$ кг·м². Параметры механической характеристики будут следующими:
номинальный крутящий момент

$$M_{дн} = \frac{P_{д}}{\omega_{дн}} = \frac{1300 \cdot 60}{6,28 \cdot 1358} = 9,146 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\text{пусковой момент } M_{дп} = \lambda_{п} M_{дн} = 18,292 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\text{крутящий момент } M_{дк} = \lambda_{к} M_{дн} = 2,2 \cdot 9,146 = 20,12 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\text{критическая частота вращения } n_{дк} = n_{дс} - \lambda_{к} (n_{дс} - n_{дн}) = 1500 - 2,2 (1500 - 1358) = 1188 \text{ об/мин.}$$

Уравнения прямых, описывающих механическую характеристику двигателя (рис. 4.22):

участок 1 ($0 \leq \omega_d \leq \omega_{дк} = 124$ рад/с)

$$M_d = 18,29 + 0,0147\omega_d;$$

участок 2 ($\omega_{дк} \leq \omega_d \leq \omega_{дс} = 157$ рад/с)

$$M_d = 96,6 - 0,616\omega_d.$$

Среднее значение частоты вращения ротора будет определяться значением среднего приведенного момента сил сопротивления, так как работа сил сопротивления равна работе сил движущих за цикл установившегося движения:

$$|M_{ic}^{sp} \varphi_{ш}| = |M_{дсп} \varphi_{дл}|.$$

Например, пусть для электродвигателя 4АС80А4УЗ за цикл $\varphi_{1ц} = 2\pi$ работа сил сопротивления $A_{сц} = 570$ Дж; $u_{д1} = 13$; тогда среднее значение приведенного момента сил сопротивления за цикл

$$M_{ic,сп} = \frac{A_{сц}}{\varphi_{1ц}} = \frac{570}{2\pi} = 90,76 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Среднее значение момента на валу двигателя (при $\eta = 1$)

$$M_{дсп} = \frac{M_{ic,сп}}{u_{д1}} = \frac{90,76}{13} = 6,98 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Средняя частота вращения ротора

$$n_{дсп} = \frac{60}{2\pi} \frac{M_{дсп} - b_2}{k_2} = \frac{60}{2\pi} \frac{6,98 - 96,6}{(-0,616)} = 1390 \text{ об/мин.}$$

Средняя частота вращения звена 1

$$n_{1сп} = \frac{n_{дсп}}{u_{д1}} = \frac{1390}{13} = 106,9 \text{ об/мин.}$$

Средняя угловая скорость звена 1 механизма $\omega_{1сп} = 2\pi n_{1сп}/60 = 6,28 \cdot 106,9/60 = 11,2$ рад/с.

Механическую характеристику в упрощенном виде изображают на листе проекта. На осях наносят две шкалы: одна соответствует параметрам M_d и n_d на валу ротора, вторая — параметрам

$M_{1д}^{sp}$ и ω_1 на оси звена приведения динамической модели механизма.

Допускаемый коэффициент неравномерности движения. В задании на проект коэффициенты δ неравномерности движения механизма заданы с учетом особенностей рабочего процесса машины. Диапазон изменения угловой скорости ротора двигателя определяется его механической характеристикой. Двигатель при работе не должен переходить в генераторный режим, так как при этом он будет оказывать тормозящее воздействие на механизм, что сопровождается изменением направления сил в кинематических парах. При наличии зазоров между элементами кинематических пар это сопровождается ударами, повышенным износом деталей, динамическим напряжением в элементах конструкции. При номинальной нагрузке условие работы асинхронного электродвигателя в двигательном режиме определяется соотношением $\delta \leq \delta_{н.доп}$, где

$$\delta = \frac{\omega_{д.наиб} - \omega_{д.наим}}{\omega_{д.ср}} = \frac{n_{д.наиб} - n_{наим}}{n_{д.ср}}$$

$$\delta_{н.доп} = \frac{2(n_{д.с} - n_{д.н})}{n_{д.н}} = 2 \left(\frac{n_{д.с}}{n_{д.н}} - 1 \right).$$

Так, для двигателя 4АС200М8У3 (по каталогу $n_{д.с} = 750$ об/мин, $n_{д.н} = 735$ об/мин)

$$\delta_{н.доп} = 2(750/735 - 1) = 0,0408 \approx 1/25.$$

Для двигателя 4АР200L5У3 с повышенным пусковым моментом (по каталогу $n_{д.с} = 1000$ об/мин, $n_{д.н} = 975$ об/мин)

$$\delta_{н.доп} = 2(1000/975 - 1) = 0,0513 \approx 1/20.$$

Для двигателя 4АС80А4У3 с повышенным скольжением (по каталогу $n_{д.с} = 1500$ об/мин, $n_{д.н} = 1358$ об/мин)

$$\delta_{н.доп} = 2(1500/1358 - 1) = 0,209 \approx 1/5.$$

Из приведенных примеров следует, что асинхронные двигатели с повышенным скольжением серии 4АС имеют более высокий допустимый коэффициент неравномерности движения по сравнению с двигателями серий 4А и 4АР.

Если двигатель работает с недогрузкой, т. е. средняя нагрузочная мощность машины меньше номинальной мощности электродвигателя, то $n_{д.н} < n_{д.ср} = n_{1ср} \mu_{д1}$. В этом случае допустимые значения коэффициента неравномерности движения уменьшаются. Например, двигатель 4А200М8У3 с номинальной мощностью

18,5 кВт используется с недогрузкой при средней частоте вращения $n_{д.ср} = 742$ об/мин ($n_{д.н} = 735$ об/мин, $n_{д.с} = 750$ об/мин). При этом

$$\delta_{доп} = 2 (n_{д.с}/n_{д.ср} - 1) = 2 (750/742 - 1) \approx 0,011,$$

т. е. почти в четыре раза меньше $\delta_{н.доп} = 0,0408$. Если условие $\delta \leq \delta_{н.доп}$ не выполняется, следует либо изменить заданное значение коэффициента δ неравномерности движения, либо выбрать электродвигатель с приемлемой механической характеристикой (например, серии 4АС — с повышенным скольжением).

Расчет момента инерции маховых масс с учетом механической характеристики электропривода. При расчете маховых масс по способу Н. И. Мерцалова исходят из предположения, что заданные силы сопротивления и соответствующие им движущие силы зависят только от перемещения (положения) звеньев, но не зависят от скорости. При этом приведенный момент движущих сил за цикл считают постоянным и равным усредненному значению приведенного момента заданных нагрузок (сил сопротивления, сил трения, сил тяжести). Выше было показано, что механическая характеристика асинхронных (а также и других) двигателей не обеспечивает этого условия. В действительности при линейной механической характеристике момент на валу двигателя изменяется в значительных пределах от $M_{д.наиб}$ до $M_{д.наим}$:

$$M_{д.наиб} = M_{д.ср} - 0,5k_2\omega_{д.ср}\delta;$$

$$M_{д.наим} = M_{д.ср} + 0,5k_2\omega_{д.ср}\delta.$$

Например, для рассмотренного выше двигателя 4АС80А4У3 при $\delta = 0,05$ значения момента на валу двигателя будут следующими:

$$M_{д.наиб} = 6,98 + 0,616 \cdot 145 \cdot 0,5 \cdot 0,05 = 9,21 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{д.наим} = 6,98 - 0,616 \cdot 145 \cdot 0,5 \cdot 0,05 = 4,75 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\Delta M_{д.наиб} = M_{д.наиб} - M_{д.наим} = 9,21 - 4,75 = 4,46 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

т. е. изменение движущего момента составляет почти 64% относительно его среднего значения.

Поэтому необходимое уточнение расчета выполняют методом последовательных приближений, ибо первое решение по методу Н. И. Мерцалова позволяет найти зависимость угловой скорости ω_1 в функции угла φ_1 поворота звена приведения динамической модели (рис. 4.23):

$$\omega_1(\varphi_1) = \omega_{1ср} + \Delta\omega_1.$$

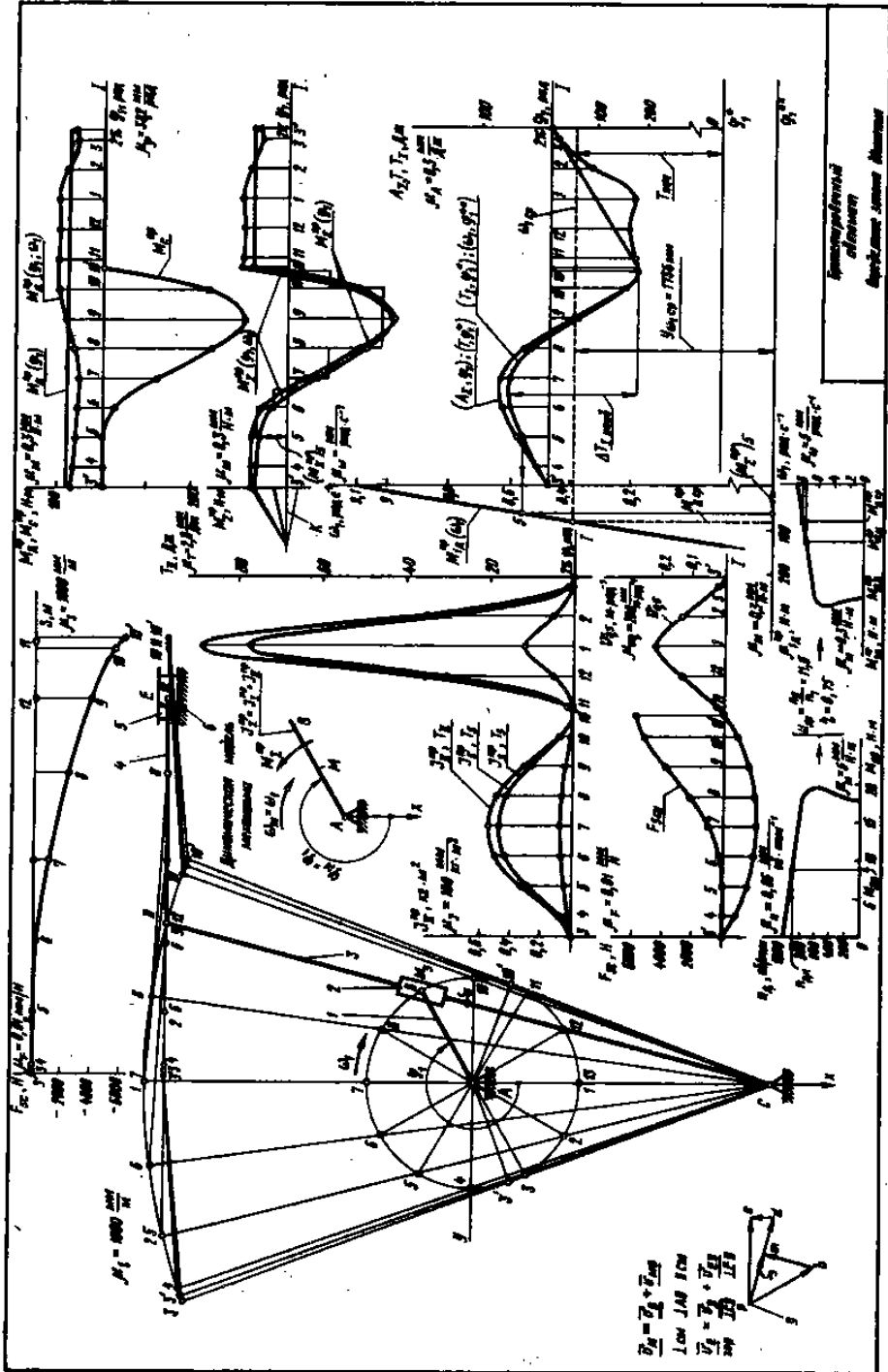


Рис. 4.23

Учитывая линейную зависимость $M_d = b_2 + k_2 \omega_d$ между M_d и ω_d , можно записать $\Delta M_d = k_2 \Delta \omega_d$. При выполнении расчетов за начало отсчета принимают для $\Delta \omega_d$ уровень $\omega_{d, \text{ср}}$, для ΔM_d — уровень $M_{d, \text{ср}}$. Так как предыдущие расчеты выполнялись для динамической модели, то целесообразнее это соотношение записать для приведенных параметров $\omega_1 = \omega_d / u_{д1}$ и $M_{1д}^{\text{пр}} = M_d u_{д1}$ в следующем виде:

$$\Delta M_{1д}^{\text{пр}} = k_2^{\text{пр}} \Delta \omega_1 = k_2 u_{д1}^2 \Delta \omega_1.$$

Здесь $k_2^{\text{пр}} = k_2 u_{д1}^2$ — угловой коэффициент прямой рабочего участка механической характеристики в системе координат $M_{1д}^{\text{пр}}, \omega_1$.

На рис. 4.23 в правом нижнем углу эта прямая показана на двух графиках, отличающихся масштабами по оси угловой скорости ω_1 : в одном случае $\mu_\omega = 5$ мм/(рад·с⁻¹), в другом случае $\mu_\omega = 206$ мм/(рад·с⁻¹). Масштаб по оси моментов сил $M_{1д}^{\text{пр}}$ принят одинаковым: $\mu_M = 0,3$ мм/(Н·м).

Угол между положительным направлением оси ω_1 и прямой определяется по соотношению

$$\psi = \arctg(k_2^{\text{пр}} \mu_M / \mu_\omega).$$

Для выбранных масштабов угловой скорости углы ψ следующие (при $u_{д1} = 11,5$, $k_2 = -0,83$):

$$\text{для } \mu_\omega = 5 \text{ мм/(рад} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}$$

$$\psi = \arctg(-0,83 \cdot 11,5^2 \cdot 0,3/5) = \arctg(-6,58) = 98,6^\circ;$$

$$\text{для } \mu_\omega = 206 \text{ мм/(рад} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}$$

$$\psi = \arctg(-0,83 \cdot 11,5^2 \cdot 0,3/206) = \arctg(-0,1598) = 170,9^\circ.$$

Если график механической характеристики $M_{1д}^{\text{пр}}(\omega_1)$ расположить относительно графика $\omega_1(\varphi_1)$ (или $\Delta \omega_1(\varphi_1)$) так, что оси ω_1 совпадают, оси $M_{1д}^{\text{пр}}$ и φ_1 направлены в противоположные стороны, ордината $M_{1д, \text{ср}}^{\text{пр}}$ расположена на уровне $\omega_{1, \text{ср}}$, то определение текущих значений приведенного момента движущих сил $M_{1д}^{\text{пр}}(\varphi_1, \omega_1)$ графическим способом существенно упрощается (рис. 4.23). Для этого проводят горизонтальные прямые через соответствующие точки на графике $\Delta \omega_1(\varphi_1)$ до пересечения с пря-

мой на графике $M_{1д}^{np}(\omega_1)$, расположенном слева (ключ построения показан для позиции 5). Точки пересечения на этой прямой определяют ординаты, характеризующие значения приведенного движущего момента $M_{1д}^{np}(\varphi_1, \omega_1)$ при фиксированных значениях угла поворота φ_1 динамической модели (см., например, $(M_{\Sigma}^{np})_5$ для позиции 5). Вычисленные значения позволяют построить графики $M_{1д}^{np}(\varphi_1, \omega_1)$ и $M_{\Sigma}^{np}(\varphi_1, \omega_1)$. На рис. 4.23 эти графики совмещены с соответствующими графиками первого решения $M_{1д}^{np}(\varphi_1)$ и $M_{\Sigma}^{np}(\varphi_1)$. Дальнейший ход вычислений аналогичен ранее описанному: графическим или численным интегрированием получают зависимость $A_{\Sigma}(\varphi_1, \omega_1)$, далее зависимость $\Delta T_1(\varphi_1, \omega_1)$ и уточняют расчет маховых масс.

В случае существенного влияния механической характеристики двигателя расчеты проводят по методу последовательных приближений. Целесообразно использовать программы вычислений на ЭВМ, имеющиеся в библиотеке прикладных программ системы САРКП. Метод последовательных приближений является эффективным, если процесс вычислений будет сходящимся. Назначают такое число последовательных приближений, которое обеспечивает погрешность вычислений, меньшую назначенной величины. Метод последовательных приближений дает приемлемую сходимость, если расчет ведется при условии, что заданный коэффициент δ неравномерности движения не менее чем в два раза меньше $\delta_{н.доп}$ определяемого по фактической механической характеристике электродвигателя.

Учет механической характеристики электродвигателя при переменных режимах. При проектировании различных машин и установок часто возникает необходимость определить время переходного процесса при их пуске. При этом следует учитывать способ соединения рабочей машины с ее приводом. Часто используют для этой цели постоянные и сцепные управляемые и самоуправляемые муфты. При постоянных муфтах крутящие моменты на соединяемых валах и их угловые скорости одинаковы или связаны определенными соотношениями. При фрикционных, электромагнитных, магнитоиндукционных муфтах расчетные крутящие моменты на соединяемых валах зависят от коэффициентов трения или сцепления, удельного давления, размеров площади поверхностей трения и ряда факторов. При этом в период переходного процесса между поверхностями трения происходит скольжение между ведущей и ведомой частями муфты. Уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_{\Sigma}^{\Sigma}}{J_{\Sigma}^{\Sigma}} - \frac{\omega_1^2 dJ_{\Sigma}^{\Sigma}}{2J_{\Sigma}^{\Sigma} d\varphi_1}$$

записывают в виде

$$dt = J_{\Sigma}^{\Sigma} d\omega_1 \left/ \left(M_{\Sigma}^{\Sigma} - 0,5\omega_1^2 \frac{dJ_{\Sigma}^{\Sigma}}{d\varphi} \right) \right.$$

Решение этого уравнения в общем случае представляет известные трудности. Его обычно решают численными методами с использованием ЭВМ.

Во многих случаях можно ограничиться оценочными расчетами, например определением постоянной времени разгона T_p с учетом определенных допущений о характере изменения

M_{Σ}^{Σ} , J_{Σ}^{Σ} и ω_1 . Для некоторых частных случаев решение получают в виде несложных соотношений, очень удобных для инженерных расчетов. Например, иногда принимают, что приведенный суммарный момент инерции механизма постоянен: $J_{\Sigma}^{\Sigma} = \text{const}$; $dJ_{\Sigma}^{\Sigma}/d\varphi_1 = 0$, приведенный момент сил сопротивления также постоянен: $M_c^{\Sigma} = M_{c\text{ср}}^{\Sigma}$.

В этом случае время переходного процесса определяется по уравнению

$$\int dt = J_{\Sigma}^{\Sigma} \int \frac{d\omega_1}{M_{\Sigma}^{\Sigma}} = J_{\Sigma}^{\Sigma} \int \frac{d\omega_1}{M_{\Sigma}^{\Sigma}(\omega_1) + M_{c\text{ср}}^{\Sigma}}$$

Приведенная механическая характеристика асинхронного двигателя описывается на первом участке уравнением

$$M_{\Sigma}^{\Sigma} = b_1^{\Sigma} + k_1^{\Sigma} \omega_1,$$

где

$$b_1^{\Sigma} = u_{\Sigma 1} \lambda_{\Sigma} M_{\Sigma \text{дн}}; \quad k_1^{\Sigma} = k_1 u_{\Sigma 1}^2;$$

$$k_1 = M_{\Sigma \text{дн}} \frac{60}{2\pi} \frac{\lambda_{\Sigma} - \lambda_{\Sigma}}{n_{\Sigma \text{д.с}} - \lambda_{\Sigma} (n_{\Sigma \text{д.с}} - n_{\Sigma \text{дн}})}$$

После подстановки получают

$$\int dt = J_{\Sigma}^{\Sigma} \int \frac{d\omega_1}{(b_1^{\Sigma} + M_{c\text{ср}}^{\Sigma}) + k_1^{\Sigma} \omega_1}$$

После интегрирования при $t_{нач} = 0$ и $\omega_{t_{нач}} = 0$ имеют

$$t = J_{\Sigma}^{np} \frac{\ln(b_1^{np} + M_{с.ф.}^{np} k_1^{np} \omega_1)}{k_1^{np}}$$

Сомножителем перед знаком \ln является выражение

$$\frac{J_{\Sigma}^{np}}{k_1^{np}} = \frac{J_{\Sigma}^{np}}{M_{д.}^{np} - b_1^{np}} \omega_1.$$

Если принять, что момент $M_{д.}^{np}$ не зависит от угловой скорости, т. е. $k_1^{np} = 0$, то это означает, что разбег машины происходит под действием постоянного момента $M_{д.}^{np} = b_1^{np}$, определяемого пусковым моментом двигателя. Разгон в этом случае происходит равноускоренно, т. е. угловая скорость возрастает пропорционально времени. Время разгона до заданного значения $\omega_{1ср}$, обычно совпадающего со средней угловой скоростью установившегося движения, называют постоянной времени:

$$T_p = J_{\Sigma}^{np} \omega_{1ср} / M_{\Sigma}^{np}.$$

Для сокращения времени разгона надо уменьшать суммарный приведенный момент инерции J_{Σ}^{np} механизма или увеличивать пусковой момент двигателя $M_{д.}^{np}$.

Рассмотрим числовой пример: компрессор приводится в движение электродвигателем с приведенным пусковым моментом $M_{д.}^{np} = 288$ Н·м; приведенный момент инерции звеньев I группы $J_1^{np} = 8,5$ кг·м²; приведенный момент сил сопротивления (средний) $M_{с.ф.} = 230$ Н·м; угловая скорость установившегося режима $\omega_{1ср} = 76,9$ рад/с.

Постоянная времени разгона установки под нагрузкой

$$T_{p1} = 8,5 \cdot 76,9 / (288 - 230) = 11,2 \text{ с.}$$

Постоянная времени разгона установки без нагрузки

$$T_{p2} = 8,5 \cdot 76,9 / 288 = 2,27 \text{ с.}$$

Постоянная времени разгона ротора ($mD^2 = 1,6$ кг·м²) при выключенной муфте

$$T_{p3} = 1,6 \cdot 76,9 / (4 \cdot 288) = 0,107 \text{ с.}$$

Если выбрать двигатель с большим пусковым моментом,

например с $\lambda_n = 2$, т. е. $M_{д.н}^{np} = 460 \text{ Н}\cdot\text{м}$, то соответствующие постоянные времени будут следующими: $T_{p1} = 2,84 \text{ с}$; $T_{p2} = 1,42 \text{ с}$; $T_{p2} = 0,067 \text{ с}$.

Принимая обозначение $J_{\Sigma}^{np} \omega_{1\text{ср}} / M_{\Sigma}^{np} = T_p$, можно записать $t = T_p \ln [b_1^{np} + M_{с.ср}^{np} + k_1^{np} \omega_1]$.

При $k_1^{np} < 0$ (шунтовая характеристика) установившийся режим наступает при $M_{д}^{np} = M_{с.ср}$, т. е. в точке пересечения прямой падающей механической характеристики с прямой среднего момента приведенных сил сопротивления. Так как $\ln x$ стремится к бесконечности, то это означает, что разгон будет теоретически продолжаться бесконечно долго (рис. 4.24). Однако полагают, что разгон практически заканчивается (с точностью до 10%) при времени разгона, в пять раз большем (кривая 2), чем постоянная времени T_p при постоянном движущем моменте (кривая 1):

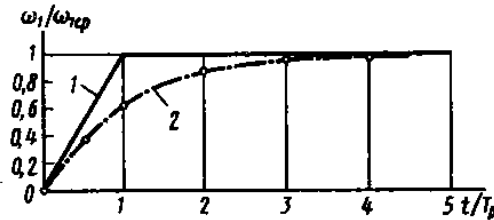


Рис. 4.24

$$t_{пер} \approx 5T_p = 5J_{\Sigma}^{np} \omega_{1\text{ср}} / M_{\Sigma}^{np}.$$

Угловая скорость при разгоне двигателя с шунтовой характеристикой определяется соотношением

$$\omega_1 = \omega_{1\text{ср}} (1 - e^{-t/T_p}).$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon_1 = (\omega_{1\text{ср}} / T_p) e^{-t/T_p} = \varepsilon_{1\text{ср}} e^{-t/T_p},$$

где $\varepsilon_{1\text{ср}} \triangleq \omega_{1\text{ср}} / T_p$ — среднее значение ускорения за период разгона, равное постоянному ускорению при разгоне механизма под действием постоянного приведенного момента движущих сил.

4.16. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЕРВОГО ЛИСТА ПРОЕКТА

На первом листе проекта отражают результаты работы по синтезу структурной и кинематической схемы механизма, определению передаточных функций скорости движения звеньев, определению параметров динамической модели и закона движения

начального звена механизма. Результаты выполнения всех этих этапов должны найти отражение в пояснительной записке и на первом листе проекта формата А1. Работу рекомендуется выполнять в такой последовательности.

1. Ознакомиться с заданием и числовыми значениями исходных данных. Отобразить их в пояснительной записке.

2. Спроектировать кинематическую схему рычажного механизма, т. е. определить недостающие размеры звеньев механизма. Уточнить подвижность в кинематических парах, спроектировать структурную схему механизма без избыточных связей.

3. Вычертить схему механизма в масштабе длин, назначить шаг изменения обобщенной координаты ($\Delta\varphi_1$ или ΔS_B) и разметить траектории характерных точек механизма (шарниры, центры масс звеньев).

4. Построить графики внешних сил, полезных сопротивлений и движущих в функции положений звеньев, соответствующих углу поворота начального звена I . Определить работу внешних сил за цикл и выбрать двигатель по каталогу.

5. Построить планы возможных скоростей для фиксированных положений механизма и определить передаточные функции скорости движения точек приложения внешних сил (включая силы тяжести). При наличии вычислительной техники и системы САРКП ввести исходные данные в ЭВМ, получить результаты вычислений в виде распечатки и сопоставить их с результатами графических построений. Построить графики изменения кинематических передаточных функций.

6. Вычислить составляющие суммарного приведенного момента сил (моменты внешних сил, сил тяжести и сил трения). В случае необходимости согласовать значения приложенных сил с заданным режимом движения (установившийся, переходный).

7. Построить график суммарного приведенного момента сил и график его работы.

8. Вычислить приведенные моменты инерции звеньев и построить соответствующие графики. При установившемся режиме определить момент инерции маховых масс, обеспечивающих заданный коэффициент δ неравномерности движения. При наличии вычислительной техники и системы САРКП выполнить вычисления на ЭВМ и сопоставить полученные результаты с графическими построениями.

9. Определить числовые значения и построить графики угловой скорости начального звена $\omega_1(\varphi_1)$; времени движения $t(\varphi_1)$; закона движения начального звена $\omega_1(t)$; углового ускорения начального звена $\varepsilon_1(t)$.

10. Выполнить вычисления на ЭВМ или графическим методом с учетом механической характеристики двигателя и сопоста-

вить результаты вычислений с решением, полученным в первом приближении (см. рис. 4.23).

Необходимые для расчетов формулы, масштабы физических величин на графиках и результаты вычислений и построений отражают в пояснительной записке. Ниже приведены примеры расположения графиков на первом листе проекта при динамическом исследовании механизмов и установок различного назначения.

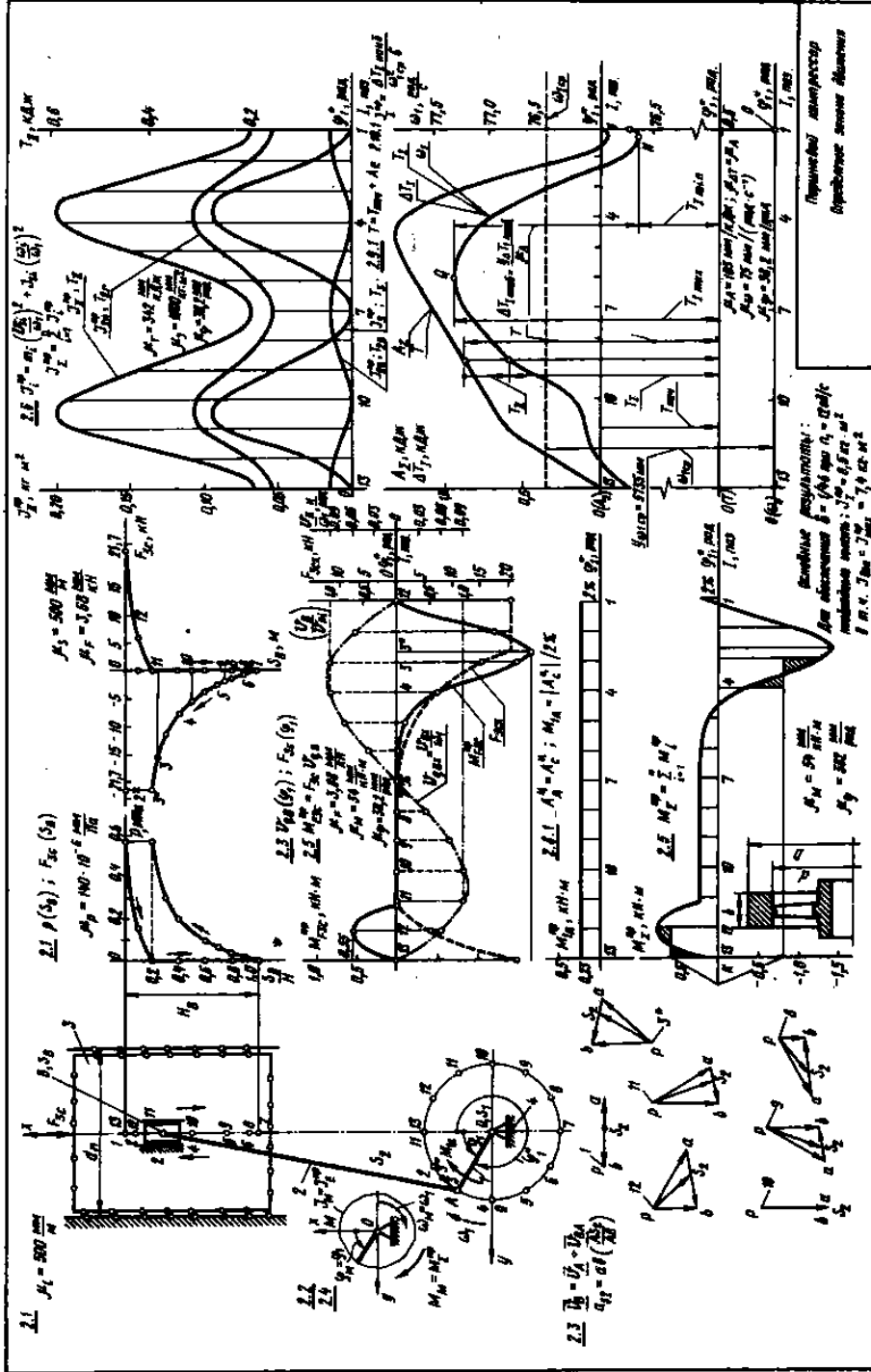
Результаты проектирования и исследования основного рычажного механизма поршневого компрессора приведены на рис. 4.25. Вертикальный одноцилиндровый поршневой компрессор (рис. 4.26) предназначен для сжатия воздуха и приводится в движение асинхронным электродвигателем 6. Воздух поступает в цилиндр из атмосферы через фильтр, установленный на всасывающей полости клапанной коробки 7, и после сжатия нагнетается в специальный резервуар. Для отвода теплоты, выделяемой при сжатии, служит водяная рубашка. Изменение давления в относительных величинах p/p_{\max} в цилиндре по пути S_B/H_B поршня 3 характеризуется индикаторной диаграммой, данные для построения которой следующие:

Путь поршня S_B/H_B	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Относительное значение давления воздуха											
p/p_{\max}											
для хода поршня вниз	1	0,30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
для хода поршня вверх	1	1	1	0,55	0,38	0,27	0,18	0,12	0,08	0,04	0

Основной механизм компрессора — кривошипно-ползунный. Он состоит из коленчатого вала 1, шатуна 2 и поршня 3. Для обеспечения необходимой равномерности движения на коленчатом валу машины закреплен маховик 8. Противовесы 9 на коленчатом валу уравнивают механизм, уменьшая силы в подшипниках. Смазка механизма — циркуляционная под давлением от масляного насоса 10, помещенного в картере и приводимого в движение от коленчатого вала с помощью зубчатой передачи 4—5.

Размеры звеньев кривошипно-ползунного механизма определены с учетом заданных размеров: средней скорости поршня $v_{Bcp} = 4,4$ м/с, номинальной частоты вращения коленчатого вала компрессора $n_1 = 12$ об/с и относительной длины шатуна $\lambda_2 = l_2/l_1 = 4,5$.

Кинематическая схема механизма вычерчена в выбранном масштабе длины ($\mu_l = 500$ мм/м) на рис. 4.25, поз 2.1. Выбранная система координат xOy — правая. Она связана со стойкой 4. Положительное направление оси Ox — по вертикали вверх.



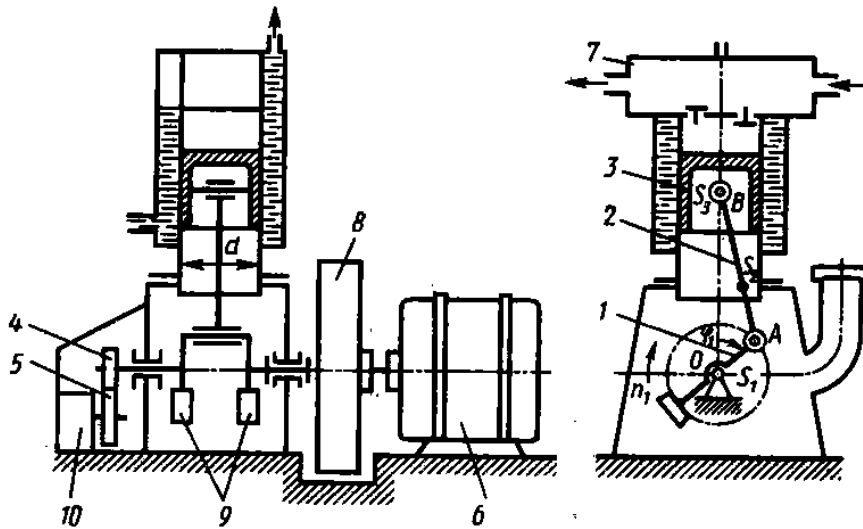


Рис. 4.26

Номера позиций входного звена l обозначены $l=1 \dots 13$ в соответствии с правой системой координат. Так как вращение ω_1 кривошипа l происходит по часовой стрелке, то индексы позиций по оси абсцисс на графиках следуют от 13 к 1, что соответствует углу поворота φ_1^* кривошипа. При положительном направлении угловой скорости (против часовой стрелки) индексы позиций по оси абсцисс располагают в обычном порядке, т. е. от 1 к $N=13$, так как угловая координата φ_1 совпадает с углом поворота φ_1^* кривошипа.

После разбивки траекторий точек на соответствующие позиции и определения хода поршня 3 вычерчивают графики давления и внешних нагрузок. В данном случае это индикаторная диаграмма, построенная по числовым значениям давления p воздуха в цилиндре в зависимости от положения поршня, заданным в относительных параметрах p/p_{\max} и S_B/H_B (рис. 4.25, поз. 2.1, справа). Там же построен график изменения нагрузки F_{3c} на поршень: $F_{3c}=0,25\pi d_{\pi}^2 p$, где p — давление, Па; d_{π} — диаметр поршня, м.

Максимальная ордината на графиках давления и нагрузки принята одинаковой и равной 80 мм (с учетом заполнения графиками отведенного места на листе формата А1). При заданных значениях максимального давления p_{\max} и диаметра d_{π} поршня ($p_{\max}=5,7 \cdot 10^5$ Па; $d_{\pi}=0,22$ м) рассчитывают масштабы по осям ординат:

$$\mu_p = \frac{y_{p \max}}{p_{\max}} = \frac{80}{5,7 \cdot 10^5} = 140 \cdot 10^{-6} \text{ мм/Па};$$

$$\mu_F = \frac{y_{p \max}}{0,25\pi d_{\Pi}^2 p_{\max}} = \frac{80 \cdot 4}{5,7 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 2,2^2} = 3,68 \text{ мм/кН}.$$

Кинематические передаточные функции скорости поршня v_{qB} и центра масс S_2 шатуна v_{qS_2} , передаточного отношения $u_{21} = \omega_2/\omega_1$ рассчитаны на ЭВМ по программе AR200. Контрольные значения сопоставлены с результатами построения планов возможных скоростей (рис. 4.25, поз. 2.3).

Выбрав динамическую модель с параметрами J_M , M_M , ω_M (рис. 4.25, поз. 2.2 и 2.4), определяют их числовые значения на основе приведения сил и моментов сил, масс и моментов инерции звеньев.

Результаты расчетов на ЭВМ по программе DR200 или расчетов с помощью микрокалькулятора представлены в виде соответствующих графиков (рис. 4.25, поз. 2.3; 2.5; 2.6).

Заданный режим движения (установившийся) обеспечивается автоматически характеристикой двигателя. Номинальное значение крутящего момента $M_{1д}^{np}$ определяют по условию равенства работы движущих сил и сил сопротивления за период цикла (рис. 4.25, поз. 2.8.1).

Графики изменения кинетической энергии механизма (T) и отдельных групп звеньев (T_I , T_{II}) приведены на рис. 4.25, поз. 2.9.1. По кривой изменения кинетической энергии звеньев I группы определяют наибольший размах $\Delta T_{I \max \delta} = T_{I \max} - T_{I \min}$ ее колебания. Это позволяет рассчитать необходимый приведенный момент инерции J_I^{np} звеньев I группы, обеспечивающей вращение коленчатого вала с заданными частотой n_1 и коэффициентом δ неравномерности движения. Для этого расчета использована методика Н. И. Мерцалова. Для данного механизма при заданных характеристиках сил, частоте вращения $n_1 = 12$ об/с и коэффициенте неравномерности вращения $\delta = 0,0217$ ($\delta = 1/46$) необходимо в конструкции предусмотреть маховые массы с приведенным моментом инерции $J_I^{np} = 8,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (из них добавочные устройства в виде маховика $J_{\max}^{np} = 7,4 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$).

На рис. 4.27 и 4.28 приведены результаты проектирования рычажных механизмов, работающих в переходном режиме.

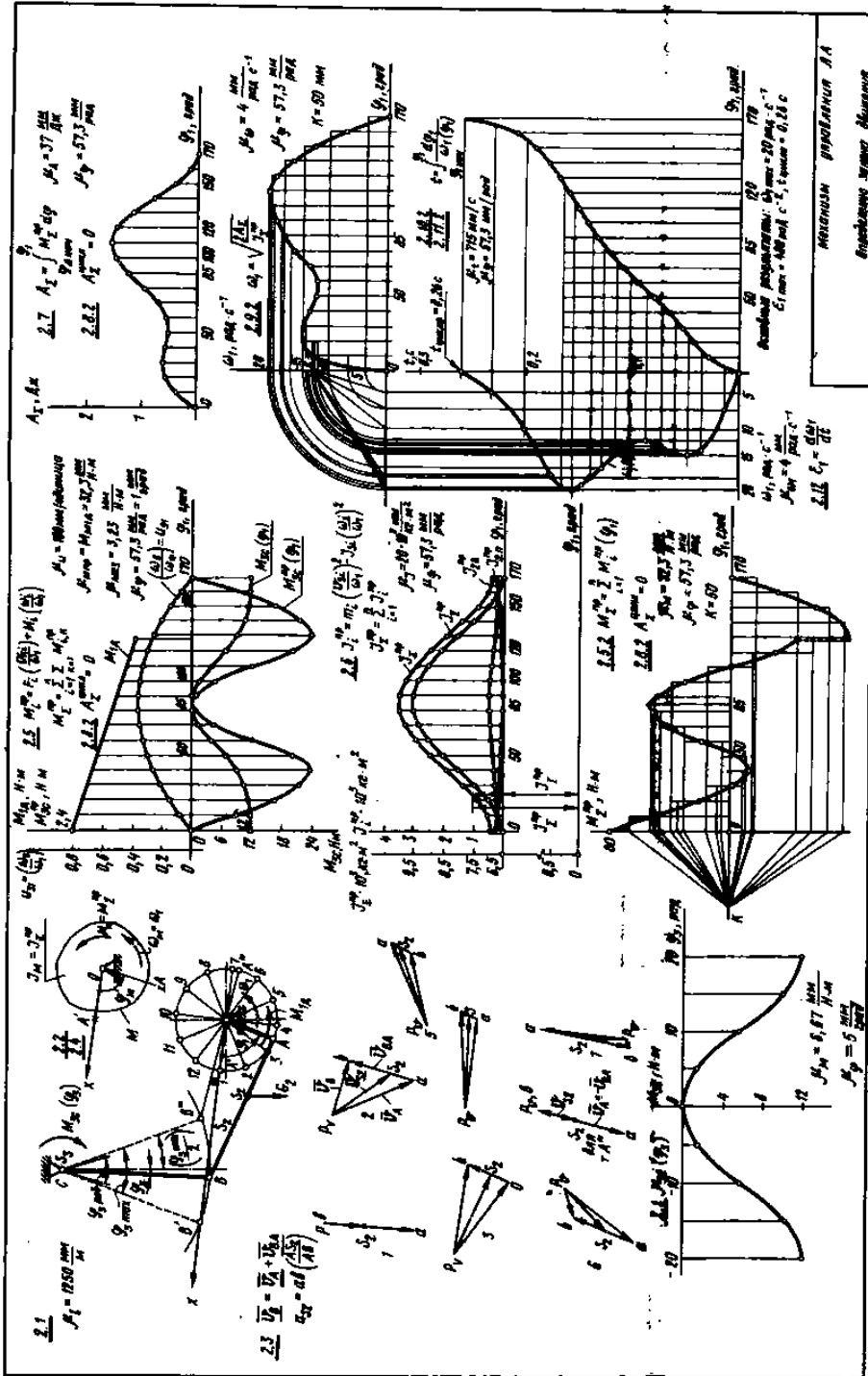


Рис. 4.27

Исходная геометрия ЛА
 Вычислено время движения

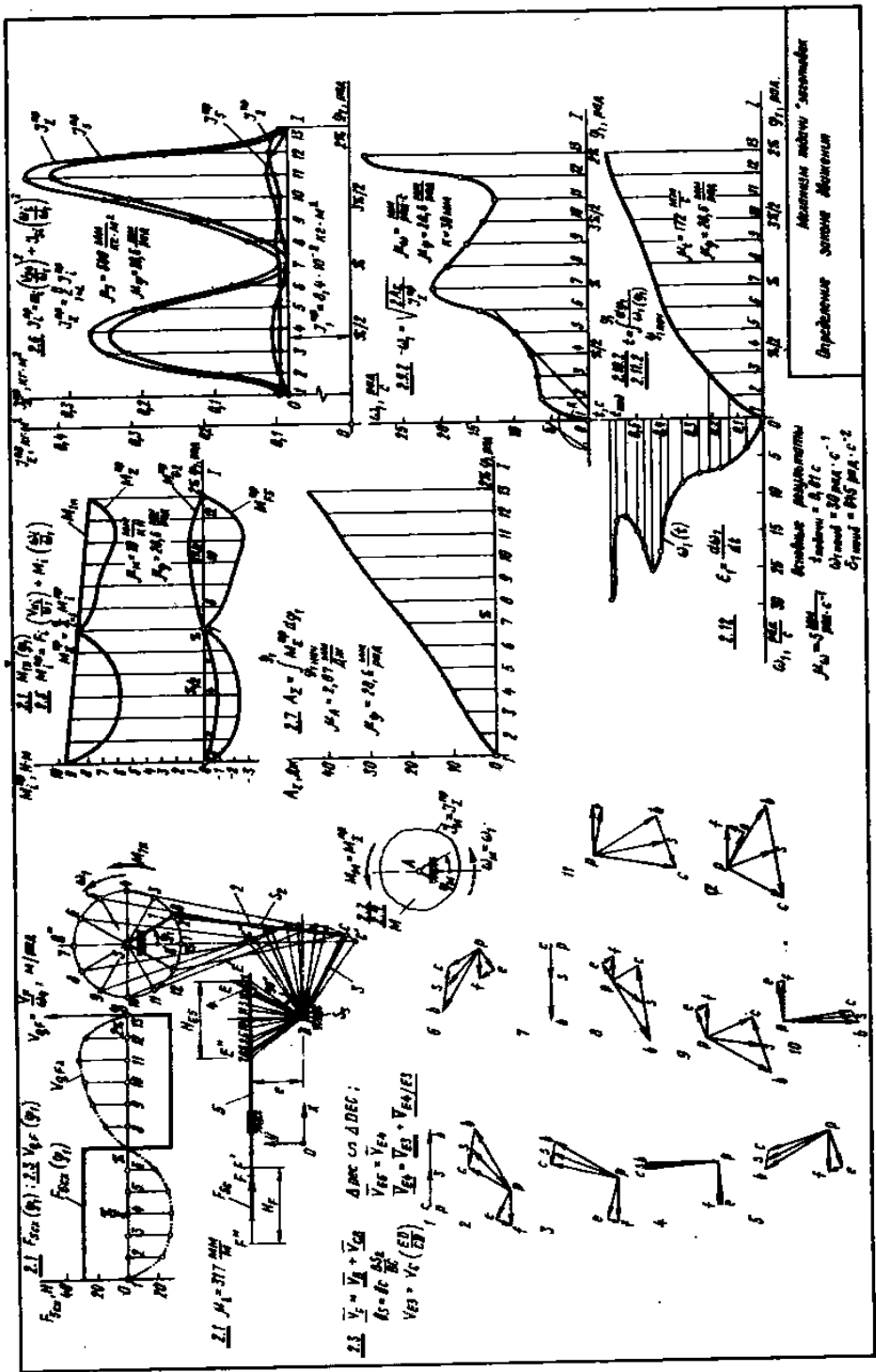


Рис. 4.28

Шарнирный четырехзвенник (рис. 4.27) предназначен для поворота звена 3, момент сопротивления M_{3c} вращению которого изменяется по характеристике $M_{3c}(\varphi_3)$, приведенной в поз. 2.1. В среднем положении момент сопротивления M_{3c} равен нулю, но увеличивается при отклонении звена от равновесного положения. Угол поворота звена 3 в пределах $\pm 20^\circ$.

Кинематические передаточные характеристики скорости звеньев рассчитаны на ЭВМ по программе AR100. Результаты вычислений сопоставлены с данными, полученными с помощью планов возможных скоростей (рис. 4.27, поз. 2.3; 2.5). Выбранная динамическая модель (рис. 4.27, поз. 2.2) имеет параметры J_M и M_M , которые рассчитаны по методике приведения сил и моментов сил, масс и моментов инерции звеньев.

Особенностью режима работы данного механизма является обеспечение останова выходного звена по истечении цикла (пуск-останов) без использования тормозного или амортизирующего устройства. В данном примере это обеспечивается отключением двигателя с некоторым опережением, угол φ_1 которого определен в процессе исследования ($\varphi_{1\text{отср}} = 42^\circ$).

При построении графика работы A_Σ суммарного приведенного момента сил $M_\Sigma^{\text{пр}}$ особенность заданного режима движения учитывается равенством работы $A_{\Sigma k}$ нулю в конечном положении (рис. 4.27, поз. 2.7). После построения графика угловой скорости $\omega_1(\varphi_1)$ находят закон движения динамической модели или входного звена 1 механизма в форме графиков $\varphi_1(t)$ и $\omega_1(t)$.

В данном конкретном примере время, затрачиваемое на пуск-останов при заданных характеристиках, составляет $t_n = 0,26$ с. В процессе движения механизма кинематические параметры входного звена достигают предельных значений: угловая скорость — $20 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$, угловое ускорение — $480 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$.

Для подачи заготовок из накопителя на транспортер (рис. 4.28) использован шестизвенный шарнирно-тангенсный кулисный механизм с пружинным приводом. Режим работы механизма — переходный с ударом в конце цикла. Основные результаты исследования представлены по аналогичной схеме на рис. 4.28: угловая скорость звена 1 в конце цикла равна $30 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$, угловое ускорение — $645 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$, а продолжительность одного цикла подачи составляет $0,61$ с.

Глава 5 СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Кинетика — раздел механики, в котором изучаются равновесие и движение механических систем под действием сил.

Кинестатика — раздел механики, изучающий движение с помощью уравнений движения, записанных в форме уравнений статики с использованием принципа Даламбера.

Принцип Даламбера — при движении механической системы активные силы, реакции связей и силы инерции образуют равновесную систему сил в любой момент движения.

Главный вектор сил инерции звена при плоском движении

$$\bar{\Phi}_{si} = -m_i \bar{a}_{si},$$

где \bar{a}_{si} — вектор ускорения центра масс, m_i — масса звена.

Главный момент сил инерции звена при плоском движении

$$M_{\Phi i} = -J_{si} \varepsilon_i,$$

где ε_i — угловое ускорение звена, J_{si} — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения звена.

Реакции связей — силы, учитывающие эффект действия связей и действующие на материальные точки механической системы со стороны материальных тел, осуществляющих связи, наложенные на эту систему.

Принцип освобожденности от связей — замена действия связей реакциями связей при составлении кинестатических уравнений движения механизма.

Цель главы

Эта глава позволяет студенту получить навыки силового анализа механизмов с жесткими звеньями при известных законах изменения кинематических параметров (координат, скоростей и ускорений его звеньев и точек), заданных активных силах (силы сопротивления, тяжести, упругих пружин, силы движущие в форме характеристик) и известных кинетических параметрах звеньев (массы, моменты инерции, координаты центров масс).

В результате расчетов определяются силы во всех кинематических парах механизма при изменении обобщенных координат.

5.2. АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

В заданиях на курсовой проект предлагается провести силовой расчет рычажного механизма с целью определения реакций в кинематических парах при заданных внешних силах. В предыдущей главе было показано, что задание внешних сил, действующих на звенья механизма, позволяет найти закон движения начального звена в виде зависимостей $\omega_1(t)$ и $\varepsilon_1(t)$. Следовательно, при силовом расчете механизмов законы движения начального звена и всех остальных подвижных звеньев механизма считаются заданными. Угловые ускорения звеньев и линейные ускорения центров масс, определяющие силы инерции звеньев при их движении, могут быть найдены методами кинематического анализа: с использованием аналитических, графических или численных методов исследования.

Знание сил в кинематических парах необходимо для расчетов на прочность, жесткость, износостойкость, надежность, для выбора типа и размеров подшипников, определения коэффициента полезного действия и др.

Реакции в кинематических парах без учета сил трения направлены по общей нормали к соприкасающимся элементам пары и оцениваются числовым значением и точкой приложения [плечи h_{56} (рис. 5.1, а) или a (рис. 5.1, б)]. Если учитывать в этих парах силы трения, то реакции будут отклонены от нормали на угол трения $\varphi_T \approx \text{arctg} f_T$ (где f_T — коэффициент трения в поступательной паре; рис. 5.1, г) так, чтобы ее проекция (сила трения) была направлена против относительного движения

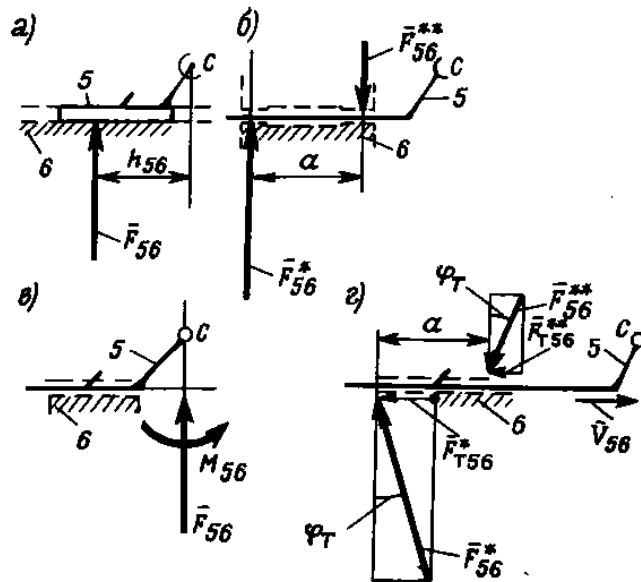


Рис. 5.1

звеньев (v_{56} — вектор относительной скорости звеньев 5 и 6). Можно эти составляющие реакций привести к заданному центру. На рис. 5.1, в реакции приведены к центру C в виде силы главного вектора \bar{F}_{56} и момента пары сил главного момента M_{56} .

Реакция во вращательной паре без учета трения проходит через ось шарнира (например, B на рис. 5.2, а). Искомыми являются значения реакции \bar{F}_{23} и ее направление (угол ψ_{F23} по отношению к положительному направлению оси Bx), приложенной к звену 2, или значение \bar{F}_{32} и угол ψ_{F32} , приложенный к звену 3 (рис. 5.2, б). Если учесть трение между поверхностями элементов кинематических пар, то нужно учитывать либо момент сил трения $M_{\tau 23}$, направленный против относительной угловой скорости ω_{23} (рис. 5.2, ж), либо смещать реакцию \bar{F}_{23} в шарнире на величину радиуса ρ_{TB} круга трения (рис. 5.2, з).

При составлении уравнений кинестатики обычно используют составляющие реакции в виде проекций на выбранные направления:

1) на оси декартовой прямоугольной основной системы координат Bxu (рис. 5.2, в, г)

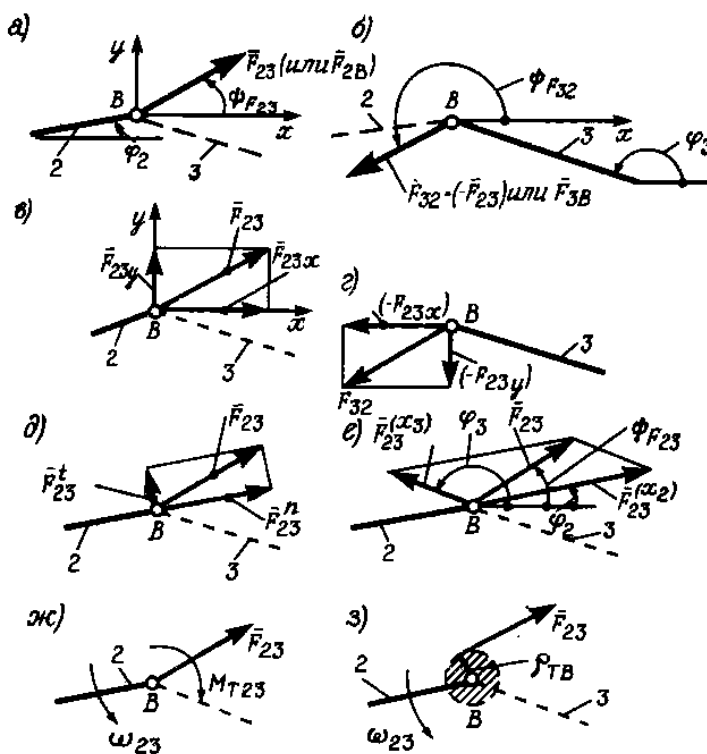
$$\bar{F}_{23} = F_{23x} \bar{i} + F_{23y} \bar{j}; \quad (5.1)$$


Рис. 5.2

2) на оси декартовой прямоугольной локальной системы координат $Bx^{(2)}y^{(2)}$, связанной с продольной осью одного из звеньев пары (на рис. 5.2, d — с осью $Bx^{(2)}$ звена 2),

$$\bar{F}_{23} = \bar{F}_{23}^n + \bar{F}_{23}^t; \quad (5.2)$$

3) на оси косоугольной системы координат, которые направлены вдоль продольных осей звеньев, образующих вращательную кинематическую пару (на рис. 5.2, e — оси $x^{(2)}$ и $x^{(3)}$),

$$\bar{F}_{23} = \bar{F}_{23}^{(x_2)} + \bar{F}_{23}^{(x_3)}. \quad (5.3)$$

Выбор того или иного способа разложения реакций на составляющие отражается на записи уравнений кинетостатики, эквивалентных векторному уравнению сил и уравнению моментов сил относительно оси O :

$$\Sigma \bar{F}_i + \Phi_{si} = 0; \quad (5.4)$$

$$\Sigma M_o(\bar{F}_i) + \Sigma M_i + M_o(\Phi_{si}) + M_{\Phi i} = 0. \quad (5.5)$$

Здесь $\Phi_{si} = -m_i \bar{a}_{si}$ и $M_{\Phi i} = -J_{si} \varepsilon_0$ — главный вектор и главный момент сил инерции i -го звена.

Следовательно, приступая непосредственно к силовому расчету механизма, необходимо по заданному движению начального звена механизма определить ускорения центров масс \bar{a}_{si} и угловые ускорения ε_i всех звеньев механизма.

Расчетная схема показана на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.3, a). Кинематическая схема механизма вычерчена в масштабе длины $\mu_l = 500$ мм/м. Положительное направление отсчета угла φ_1 начального звена I от положительного направления оси Ax — против часовой стрелки. Так как рабочий процесс в установке проходит при вращении звена I по часовой стрелке, то угол поворота звена I $\varphi_1^* = \omega_1 - 2\pi$. Основная система отсчета $Ax^{(0)}y^{(0)}$ связана с земной поверхностью: ось $Ax^{(0)}$ направлена по касательной, а ось $Ay^{(0)}$ — по радиусу. Система отсчета Axy , связанная со стойкой механизма, имеет начало в точке A и повернута на угол β . Силы тяжести $\bar{G}_1, \bar{G}_2, \bar{G}_3$ звеньев направлены противоположно оси $Ay^{(0)}$. Проекции сил тяжести на оси системы координат Axy обозначены $G_{2x}, G_{2y}, G_{3x}, G_{3y}$.

Помимо сил тяжести внешними силами являются движущая сила $F_{3д}$, приложенная к звену 3 (поршень ДВС), и момент $M_{1с}$ сопротивления, приложенный к звену 1 (ротатор генератора). Числовые значения $F_{3д}, M_{1с}$ задают таблицей, в которой величины соответствуют фиксированным позициям I начального

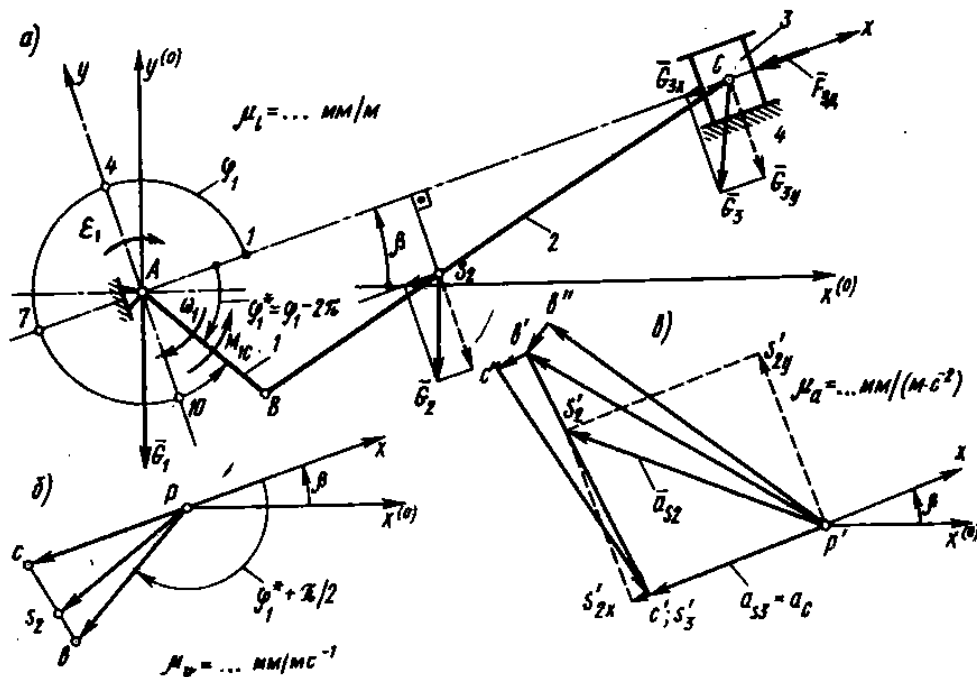


Рис. 5.3

звена 1. Например, для $\varphi_1^* = 300 - 360 = -60^\circ$ ($I = 11$ на рис. 5.3) заданы: $F_{3d} = 120$ кН; $M_{1c} = 456$ Н·м; $G_3 = 230$ Н; $G_2 = 140$ Н; $\omega_1 = 30$ рад/с; $\varepsilon_1 = 83$ рад/с².

5.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ И УСКОРЕНИЙ ЦЕНТРОВ МАСС ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМА

Ускорение определяют для всех фиксированных положений механизма $I = 1 \dots N$ (в случае использования ЭВМ) или для одного-двух, задаваемых числовыми значениями угловой координаты начального звена, например для $\varphi_1^* = 60^\circ$. В последнем случае целесообразно построить план ускорений для этого положения механизма.

На рис. 5.3, б приведен план скоростей, построенный по векторному уравнению $v_C = v_B + v_{CB}$. План ускорений показан на рис. 5.3, в.

Так как точки В и С принадлежат шатуну 2, совершающему плоское движение, то записывают векторное уравнение:

$$\underline{\underline{a}}_C^r = \underline{\underline{a}}_B^r + \underline{\underline{a}}_B^t + \underline{\underline{a}}_{CB}^n + \underline{\underline{a}}_{CB}^t.$$

В этом уравнении одной чертой подчеркнуты векторы, известные по направлению, двумя — известные по направлению и числовому значению;

\vec{a}_C^t — вектор касательного ускорения точки C на ползуне 3 (направлен вдоль оси направляющей);

\vec{a}_B^n — вектор нормального ускорения точки B (направлен по оси звена 1 от точки B к точке A , так как точка B движется по окружности радиуса $l_1 = l_{BA}$); значение вектора $\vec{a}_B^n = \omega_1^2 l_1 = v_B^2 / l_1$;

\vec{a}_B^t — вектор касательного ускорения точки B (направлен по касательной к окружности радиуса l_1 ; направление вектора \vec{a}_B^t определяется знаком углового ускорения ε_1); значение вектора $\vec{a}_B^t = \varepsilon_1 l_1$;

\vec{a}_{CB}^n — вектор нормального ускорения точки C в относительном движении звена 2 — вращении относительно точки B (направлен вдоль оси звена 2 от точки C к точке B); значение вектора

$$\vec{a}_{CB}^n = \omega_2^2 l_{CB} = v_{CB}^2 / l_{CB} = \frac{cb^2 / \mu_v^2}{CB / \mu_l} = \frac{\mu_l cb^2}{\mu_v^2 CB}$$

где v_{CB} — скорость точки C в относительном движении — вращении вокруг точки B ; cb — отрезок в мм на плане скоростей; CB — отрезок в мм на плане механизма для звена 2; μ_l и μ_v — масштабы кинематической схемы и плана скоростей: $\mu_l = CB / l_2$, мм/м; $\mu_v = pb / v_B = pb / (\omega_1 l_1)$, мм/(м · с⁻¹);

\vec{a}_{CB}^t — вектор касательного ускорения точки C в относительном движении (направлен перпендикулярно линии CB).

Так как анализируемое векторное уравнение содержит только два неизвестных параметра — значения вектора \vec{a}_C^t и \vec{a}_{CB}^t , то его решают графически (5.3, в). Полнос p' плана ускорений является началом векторов полного ускорения точек в абсолютном движении. Масштаб плана ускорений μ_a назначают с учетом размера формата, отведенного для построения: $[\mu_a] = \text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^{-2})$. Обычно $p'b' = 50 \dots 60$ мм; $p'b'' = \mu_a a_B^n$; $b'b^t = \mu_a a_B^t$; $b'c'' = \mu_a a_{CB}^n$. Искомые отрезки $c''c'$ и $p'c'$ получают после нахождения точки c' пересечения векторов $c''c'$ и $p'c'$, проведенных перпендикулярно звену CB и параллельно направляющей ползуна 3 соответственно. Точку s_2' находят на векторе $b'c'$ путем пропорционального деления отрезка $b'c'$ по соотношению $b's_2' = b'c' (BS_2/BC)$. Построив план ускорений, находят искомые величины: ускорение центра масс S_3 ползуна 3 $a_{S_3} = a_C = p'c' / \mu_a$; ускорение центра масс S_2 шатуна 2 $a_{S_2} = p's_2' / \mu_a$, его проекции на координатные оси

$$a_{S_2x} = p's'_{2x} / \mu_a; \quad a_{S_2y} = p's'_{2y} / \mu_a;$$

угловое ускорение звена 2

$$\varepsilon_2 = a_{CB}^t / l_2 = \frac{\mu_l}{\mu_a^2} \left(\frac{c''c'}{BC} \right).$$

В этих соотношениях: $[p'c'] = \text{мм}$; $[p's_2'] = \text{мм}$; $[c^*c'] = \text{мм}$; $[BC] = \text{мм}$; $[a_{S3}] = \text{м/с}^2$; $[a_{S2}] = \text{м/с}^2$; $[\varepsilon_2] = \text{рад/с}^2$.

При применении ЭВМ для вычислений ускорений звеньев пользуются следующими соотношениями.

Ускорение точки C на ползуне 3

$$a_C = \frac{dv_C}{dt} = \frac{d(v_{qC}\omega_1)}{dt} = v_{qC}\varepsilon_1 + \omega_1 \frac{dv_{qC}}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = v_{qC}\varepsilon_1 + \omega_1^2 \left(\frac{dv_{qC}}{d\varphi_1} \right);$$

после подстановки при $\lambda_2 = l_2/l_1$

$$v_{qC} = \frac{dx_C}{d\varphi_1} = -l_1 \sin \varphi_1 \left(1 + \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \right)$$

получают

$$a_C = -l_1 \left[\sin \varphi_1 \left(1 + \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \right) \varepsilon_1 + \right. \\ \left. + \omega_1^2 \left(\cos \varphi_1 - \frac{1 - 2\cos^2 \varphi_1 - \frac{\sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_1}{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \right) \right].$$

При малом влиянии ε_1 на ускорение ползуна (например, при установившемся режиме работы с малыми коэффициентами δ неравномерности движения) можно пренебречь некоторыми слагаемыми и пользоваться приближенной формулой

$$a_C \approx \omega_1^2 l_1 \left[-\cos \varphi_1 + \frac{1}{\lambda_2} (1 - 2\cos^2 \varphi_1) \right],$$

или

$$a_C \approx \omega_1^2 l_1 \left[-\cos \varphi_1 - \frac{\cos 2\varphi_1}{\lambda_2} \right].$$

Угловое ускорение шатуна 2

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d(u_{21}\omega_1)}{dt} = u_{21}\varepsilon_1 + \omega_1^2 \frac{du_{21}}{d\varphi_1};$$

после подстановки

$$u_{21} = \omega_2/\omega_1 = -\frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}}$$

получают

$$\varepsilon_2 = \frac{-\cos \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \varepsilon_1 + \frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi_1}{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1} \right) \omega_1^2.$$

При установившемся движении и малых коэффициентах δ неравномерности движения можно пользоваться приближенной формулой

$$\varepsilon_2 \approx \frac{\omega_1^2}{\lambda_2} \sin \varphi_1.$$

Проекции скорости v_{S_2} центра масс S_2 шатуна 2 на координатные оси Ax и Ay определяют по соотношениям

$$v_{S_2x} = -l_1 \omega_1 (\sin \varphi_1 + u_{21} \lambda_S \lambda_2 \sin \varphi_2) = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 (1 - u_{21} \lambda_S);$$

$$v_{S_2y} = l_1 \omega_1 (\cos \varphi_1 + u_{21} \lambda_S \lambda_2 \cos \varphi_2) = l_1 \omega_1 (1 - \lambda_S) \cos \varphi_1.$$

Проекции ускорения a_{S_2} центра масс S_2 шатуна 2 на координатные оси Ax и Ay определяют по соотношениям

$$a_{S_2x} = \frac{dv_{S_2x}}{dt} = -l_1 \omega_1^2 (\cos \varphi_1 + \lambda_2 \lambda_S A);$$

$$a_{S_2y} = \frac{dv_{S_2y}}{dt} = l_1 \omega_1^2 (\lambda_S - 1) \sin \varphi_1,$$

где

$$A = \frac{d(u_{21} \sin \varphi_2)}{d\varphi_1} = \frac{du_{21}}{d\varphi_1} \sin \varphi_2 + u_{21}^2 \cos \varphi_2;$$

$$u_{21} = -\frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}};$$

$$\frac{du_{21}}{d\varphi_1} = \frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1}} \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi_1}{\lambda_2^2 - \sin^2 \varphi_1} \right).$$

По приведенным формулам разрабатывается программа вычислений на ЭВМ, что позволяет получить данные о значениях ускорений для большого числа позиций начального звена ($I=1...N$) с надлежащей точностью.

Для механизмов с кулисами используют теорему о сложном движении точки, позволяющую представить ускорение точки в абсолютном движении в виде суммы трех составляющих: переносного ускорения той неизменно связанной с подвижной системой отсчета точки, с которой в данный момент времени совпадает движущаяся точка; относительного ускорения точки при ее относительном движении и кориолисова ускорения точки, равного удвоенному векторному произведению угловой скорости переносного движения на относительную скорость точки. Применение теоремы о сложном движении точки показано на примере механизма подачи заготовок в зону обработки. Механизм (рис. 5.4, а) состоит из толкателя 5, ползуна («камня») 4, коромысла

3 и гидродвигателя с цилиндром 1 и поршнем 2. Источником движения является сила F_{2A} , действующая на поршень 2 в гидrocилиндре 1.

На схеме механизма обозначены: D — шарнир между звеньями 5 и 4 и точка K на коромысле 3, совпадающая в данный момент времени по положению в пространстве с точкой D ; C — шарнир между звеньями 3 и 6; B — шарнир между звеньями 2 и 3 и точка N на цилиндре 1, совпадающая по положению с точкой B (на рис. 5.4, б — с цилиндром 1 условно связана плоскость, обозначенная пунктирной линией); A — шарнир между звеньями 1 и 6 и точка E , связанная с поршнем 3, совпадающая по положению с точкой A (на рис. 5.4, б — ось поршня 2 условно продлена за точку A). Для указанной системы точек можно записать ряд векторных уравнений, связывающих между собой кинематические параметры.

Соотношения между векторами скоростей точек B , E и A :

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_E &= \vec{v}_B + \vec{v}_{EB} \\ v_E &= \vec{v}_A + \vec{v}_{EA} \end{aligned} \right\}, \text{ или } \vec{v}_B + \vec{v}_{EB} = \vec{v}_{EA}, \text{ так как } v_A = 0.$$

Здесь $v_B \perp BC$; $v_{EB} \perp EB$; $v_{EA} \parallel AB$.

Решение этой системы двух векторных уравнений приведено на рис. 5.4, в в виде соотношений между отрезками на плане скоростей: $\underline{pb} + \underline{be} = \underline{pe}$; величину отрезка \underline{pb} задают и определяют

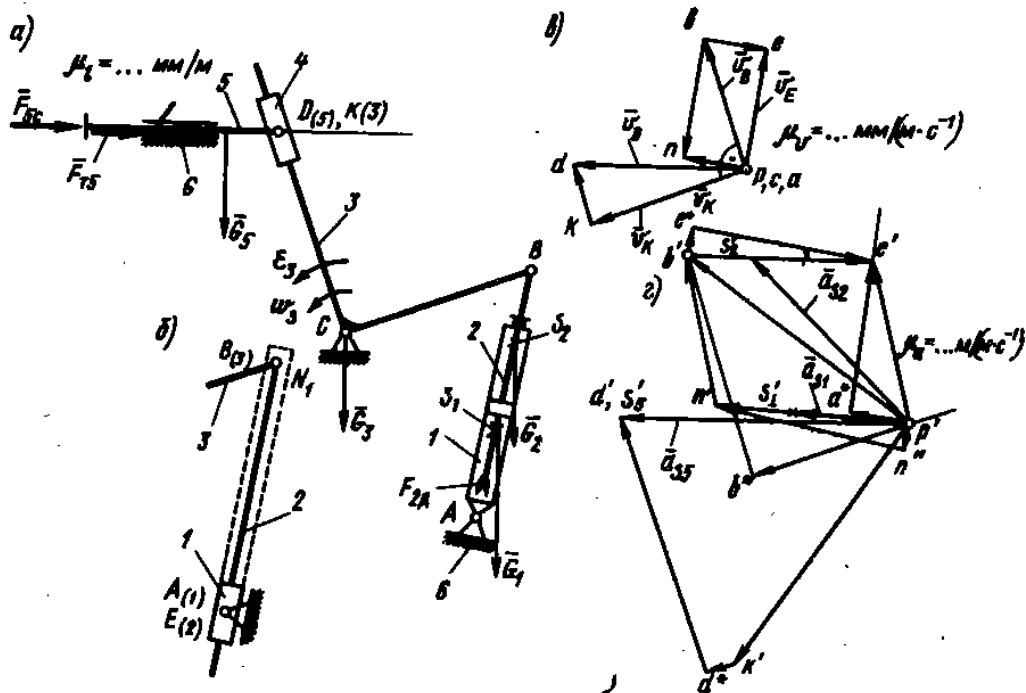


Рис. 5.4

масштаб плана скоростей, ибо скорость начального звена (в данном примере — коромысла 3 — ω_3 , рад/с) найдена при определении закона движения механизма под действием заданных сил.

Скорость точки K определяют по соотношению $v_K = v_B(KC/BC)$, или $pk = pb(KC/BC)$.

Соотношение между скоростями точек K и D

$$\underline{\underline{v_D}} = \underline{\underline{v_K}} + \underline{\underline{v_{DK}}}$$

Здесь вектор $\underline{\underline{v_D}}$ направлен вдоль направляющей звена 5; $\underline{\underline{v_K}} \perp KC$; $\underline{\underline{v_{DK}}} \parallel KC$. Решение этого векторного уравнения проведено на плане скоростей (рис. 5.4, в) в виде соотношения между отрезками:

$$\underline{\underline{pd}} = \underline{\underline{pk}} + \underline{\underline{kd}}$$

Найденные значения скоростей $v_K = pk/\mu_v$; $v_{DK} = dk/\mu_v$, $v_{EA} = pe/\mu_v$; $v_{BN} = bn/\mu_v$ в дальнейшем используют для определения значений нормальных и кориолисовых ускорений по теореме о сложном движении точки:

соотношения между ускорениями точек B , A и E

$$\underline{\underline{a_E}} = \underline{\underline{a_B}} + \underline{\underline{a_{EA}^k}} + \underline{\underline{a_{EA}^i}} + \underline{\underline{a_{EA}^n}} = \underline{\underline{a_{EA}^k}} + \underline{\underline{a_{EA}^i}};$$

$$\underline{\underline{a_E}} = \underline{\underline{a_B^n}} + \underline{\underline{a_B^i}} + \underline{\underline{a_{EB}^n}} + \underline{\underline{a_{EB}^i}},$$

или

$$\underline{\underline{a_{EA}^k}} + \underline{\underline{a_{EA}^i}} = \underline{\underline{a_B^n}} + \underline{\underline{a_B^i}} + \underline{\underline{a_{EB}^n}} + \underline{\underline{a_{EB}^i}}.$$

В этих уравнениях: $\underline{\underline{a_A}} = 0$, ибо ось A неподвижна; $\underline{\underline{a_{EA}^n}} = 0$, ибо относительное движение — поступательное прямолинейное:

$$\underline{\underline{a_{EA}^i}} = 2\omega_{\text{пер}} \times \underline{\underline{v_{отн}}} = 2\omega_1 \times \underline{\underline{v_{EA}}},$$

где

$$\omega_1 = \frac{v_{BB}}{l_{EB}} = \frac{\mu}{\mu_v} \left(\frac{be}{EB} \right);$$

вектор $\underline{\underline{a_{EA}^k}}$ направлен перпендикулярно скорости $\underline{\underline{v_{EA}}}$, т. е. $\underline{\underline{a_{EA}^k}} \perp AB$; вектор $\underline{\underline{a_{EA}^i}}$ направлен вдоль оси цилиндра 1; $\underline{\underline{a_B^n}} = \omega_3^2 l_{BC} = v_B^2/l_{BC}$, вектор $\underline{\underline{a_B^n}}$ направлен по радиусу BC от точки B к оси C вращения звена 3; $\underline{\underline{a_B^i}} = \varepsilon_3 l_{BC}$, вектор $\underline{\underline{a_B^i}} \perp BC$; $\underline{\underline{a_{EB}^n}} = v_{EB}^2/l_{EB}$, вектор $\underline{\underline{a_{EB}^n}}$ направлен по оси поршня от точки E к точке B ; $\underline{\underline{a_{EB}^i}} \perp BE$.

Направление $\underline{\underline{a_{EA}^k}}$ определяют по правилу нахождения векторного произведения векторов (по правилу буравчика): вектор $\underline{\underline{v_{EA}}}$

поворачивают на 90° по направлению угловой скорости ω_1 , так как векторы ω_1 и v_{EA} перпендикулярны.

На плане ускорений (рис. 5.4, з) решение векторного уравнения представлено в виде отрезков:

$$\overline{p'a^*} + \overline{a^*e'} = \overline{p'b''} + \overline{b''b'} + \overline{b'e^*} + \overline{e^*e'},$$

где

$$\begin{aligned} \overline{p'a^*} &= \mu_a \overline{a_{EA}^*}; \quad \overline{a^*e'} = \mu_a \overline{a_{EA}^*}; \quad \overline{p'b''} = \mu_a \overline{a_B^n}; \\ \overline{b''b'} &= \mu_a \overline{a_B^*}; \quad \overline{b'e^*} = \mu_a \overline{a_{EB}^*}; \quad \overline{e^*e'} = \mu_a \overline{a_{EB}^*}. \end{aligned}$$

На отрезке $b'e'$ находят положение точки s_2' путем пропорционального деления: $b's_2' = b'e' (BS_2/BE)$. Ускорение $\overline{a_{S_2}}$ центра масс поршня: $\overline{a_{S_2}} = \overline{p's_2'} / \mu_a$;

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = a_{EB}^* / l_{EB} = \left(\frac{e^*e'}{\mu_a} \right) / \left(\frac{EB}{\mu_1} \right) = \frac{\mu_1}{\mu_a} \left(\frac{e^*e'}{EB} \right).$$

Далее находят

$$a_N^n = \omega_1^2 \left(\frac{NA}{\mu_1} \right) = \frac{p'n''}{\mu_a};$$

$$a_N^* = \varepsilon_1 \left(\frac{NA}{\mu_1} \right) = \frac{n'n''}{\mu_a}.$$

На отрезке $p'n'$ находят положение точки s_1' путем пропорционального деления: $p's_1' = p'n' (AS_1/AN)$. Искомое ускорение $\overline{a_{S_1}}$ центра масс S_1 : $\overline{a_{S_1}} = \overline{p's_1'} / \mu_a$.

Ускорение точки K на коромысле 3 находят, используя теорему о подобии фигуры звена и фигуры на плане скоростей: $\Delta BCK \sim \Delta b'p'k'$. Далее используют теорему о сложном движении применительно к точкам K и D :

$$\overline{a_D^*} = \overline{a_K} + \overline{a_{DK}^*} + \overline{a_{DK}^n} + \overline{a_{DK}^*},$$

где $\overline{a_K} = p'k' / \mu_a$; $\overline{a_{DK}^*} = 2\overline{\omega_3} \times \overline{v_{DK}}$; $\omega_3 = v_B / l_{BC}$; $v_{DK} = kd / \mu_a$; $a_{DK}^n = 0$, ибо относительное движение — поступательное.

Решение этого векторного уравнения на рис. 5.4, з представлено отрезками: $\overline{p'd'} = \overline{p'k'} + \overline{k'd^*} + \overline{d^*d'}$. Здесь: $\overline{k'd^*} = \mu_a \overline{a_{DK}^*}$; $\overline{p'k'} = \mu_a \overline{a_K}$.

В результате построения плана ускорений получают искомое значение ускорения $\overline{a_{S_5}}$ центра масс ползуна 5:

$$\overline{a_{S_5}} = \overline{a_D} = \overline{p'd'} / \mu_a.$$

В качестве примера рассмотрим исходные данные для силового расчета, содержащие геометрические и кинематические харак-

теристики, рассчитанные на ЭВМ для конкретных условий.

На рис. 5.5 приведена кинематическая схема механизма технологической машины, на которой указаны активные силы: сила сопротивления F_{7cx} , действующая на ползун 7, силы тяжести $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7$ звеньев и движущая сила F_{2d} в гидроцилиндре 1, действующая на поршень 2. Функции положения, скоростей и ускорений вычислены на ЭВМ координатным способом при заданных значениях: обобщенной координаты $h_{BA} = 0,68$ м, скорости $\dot{h}_{BA} = 2,5$ м/с, ускорения $\ddot{h}_{BA} = 10$ м/с² (табл. 5.1 и 5.2).

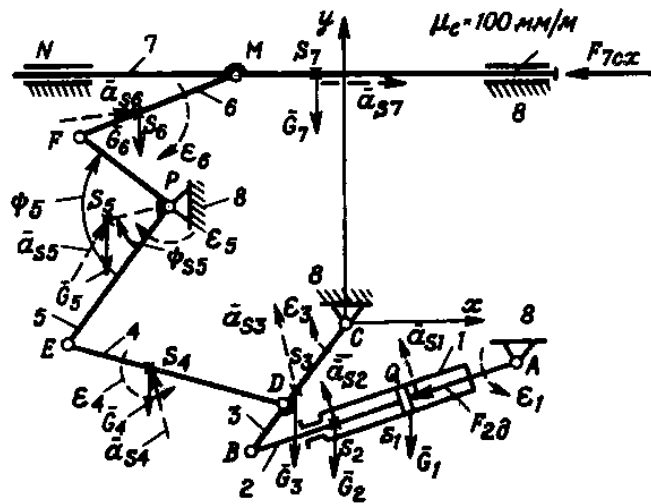


Рис. 5.5

Таблица 5.1. Координаты центров масс и кинематических пар звеньев механизма при заданном значении обобщенной координаты $h_{BA} = 0,68$ м

Центр масс	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
x_{Si}	0,200	-0,051	-0,123	-0,441	-0,565	-0,508	-0,076
y_{Si}	-0,167	-0,251	-0,158	-0,115	0,232	0,488	0,580

Пара	C	A	B	D	E	P	F	M
x_i	0	0,400	-0,245	-0,153	-0,653	-0,420	-0,648	-0,276
y_i	0	-0,100	-0,316	-0,197	-0,55	0,270	0,433	0,580

Таблица 5.2. Составляющие a_{Six}, a_{Siy} и ускорения \ddot{a}_{Si} центров масс (м/с²) и угловые ускорения ϵ_i (рад/м²) звеньев механизма

Обозначения звена	1	2	3	4	5	6	7
a_{Six}	2,0	-15,19	-6,96	-10,99	4,22	21,34	18,68
a_{Siy}	14,0	59,54	37,40	38,67	4,41	5,54	0
\ddot{a}_{Si}	14,14	61,45	38,04	38,83	6,10	22,05	18,68
ϵ_i	70,28	70,28	-140,87	26,29	-73,44	-16,72	0

Числовые значения составляющих главных векторов и главных моментов сил инерции при заданных значениях масс и моментов инерции звеньев приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3. Масса (кг), моменты инерции (кг·м²) звеньев, главные векторы (Н) и главные моменты (Н·м) сил инерции механизма технологической машины

Обозначения звена	1	2	3	4	5	6	7
Масса m_i	50	40	38	42	50	38	50
Момент инерции J_{Si}	0,42	0,36	0,38	0,42	0,45	0,40	—
Φ_{Six}	-100	607	264	439	-211	-811	-934
Φ_{Siy}	-700	-2381	-1421	-1624	-220	-210	0
Φ_{Si}	707	2461	1445	1682	306	837	934
$M_{\Phi i}$	-29,52	-25,3	53,91	-11,04	33,05	6,69	0

5.4. КООРДИНАТНЫЙ СПОСОБ СИЛОВОГО РАСЧЕТА МЕХАНИЗМА

При координатном способе искомые реакции представляют в виде составляющих: в поступательной паре — по схеме рис. 5.1, в, во вращательной паре — по схеме рис. 5.2, в, г.

Уравнения кинетостатики (5.4) и (5.5) записывают в форме трех уравнений:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} + \sum \Phi_{Six} = 0; \quad (5.6)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} + \sum \Phi_{Siy} = 0; \quad (5.7)$$

$$\sum_{i=1}^n M_z(F_{ix}, F_{iy}, M_i) + \sum_{i=1}^n M_z(\Phi_{Six}, \Phi_{Siy}, M_{\Phi i}) = 0. \quad (5.8)$$

Полученную систему линейных уравнений можно представить в виде ряда подсистем, в каждой из которых число неизвестных равно числу уравнений. Такие подсистемы можно составлять для статически определимых двухзвенных групп Ассур, в которых два звена соединены одной внутренней парой: вращательной (группы ВВВ, ВВП, ПВП) или поступательной (группы ВПВ, ВПП). Для такой структурной группы с любой комбинацией пар можно составить шесть уравнений кинетостатики вида (5.6) — (5.8), а при решении подсистемы уравнений вычислить шесть составляющих реакций связей, показанных на рис. 5.6. При обозначении векторов реакций связей придерживаются следующего: реакция обозначается буквой F с двойным (или более) цифровым

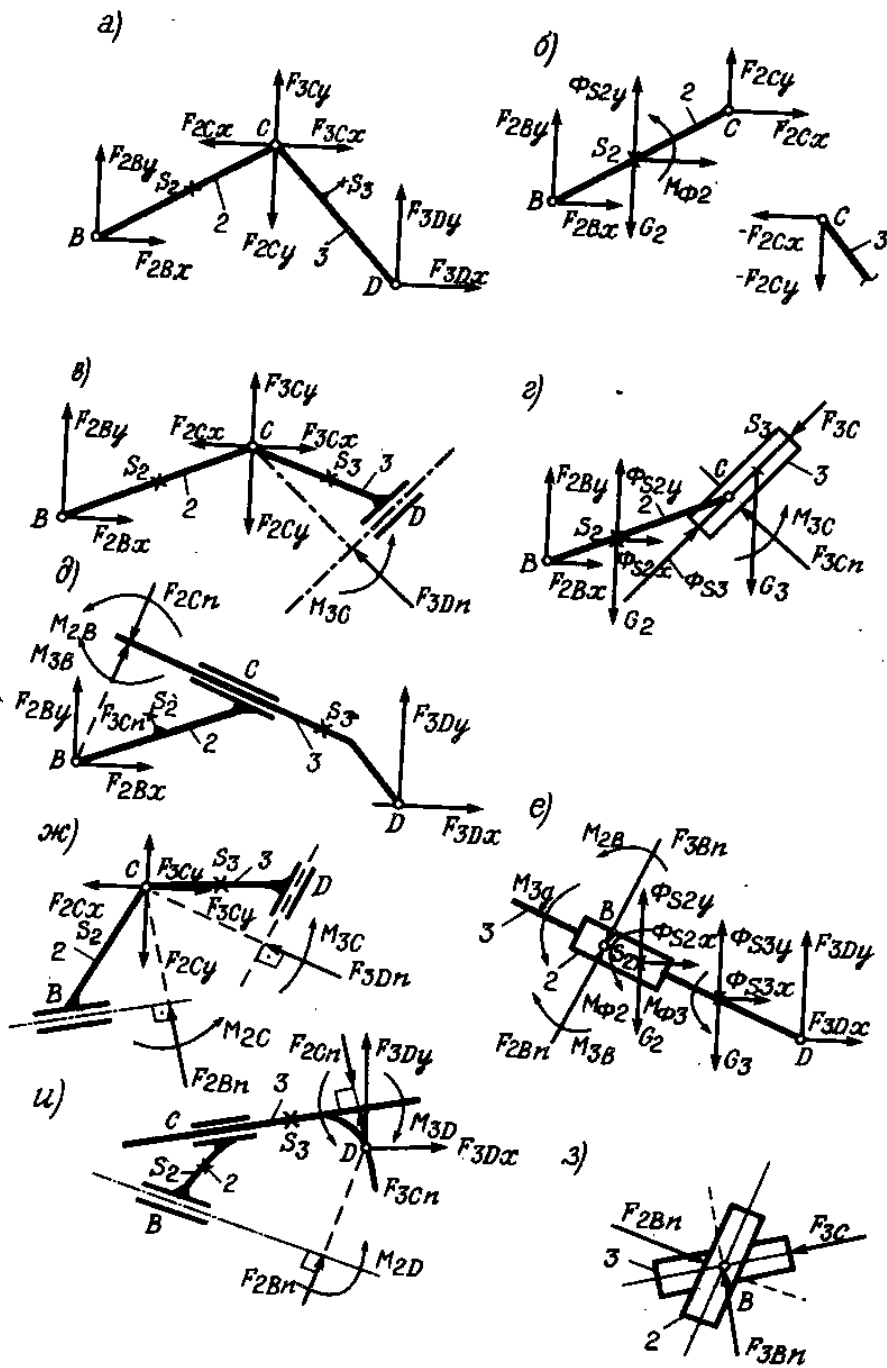


Рис. 5.6

или цифробуквенным нижним индексом: $\bar{F}_{12}, \bar{F}_{21}, \bar{F}_{23}, \dots$ или $F_{1B}, F_{2B}, F_{2C}, F_{3C}$. Первая цифра индекса указывает номер звена, к которому сила приложена, вторая цифра — номер звена, соответствующего освобожденной связи, буква — обозначение пары, если не указывает номер отброшенного звена. При обозначении составляющих реакций указывается в нижнем (или верхнем) индексе обозначения оси основной (или локальной) системы отсчета, например $F_{21x}, F_{21y}, F_{2Bx}, F_{2By}, \dots$ (рис. 5.6, а, б, в) или F_{3Dx}, F_{3Cy} (рис. 5.6, в, г, д, е, з). При приведении реакции в поступательной паре к выбранному центру в обозначении момента указывается буквенное обозначение этого центра приведения. Например, M_{3C}, M_{2C} (рис. 5.6, в, ж), M_{2B}, M_{3B} (рис. 5.6, д), M_{2D}, M_{3D} (рис. 5.6, и).

При решении задачи силового расчета на ЭВМ получаемую систему линейных алгебраических неоднородных уравнений приводят к стандартной матричной форме $AX=B$ и пользуются той или иной прикладной подпрограммой (например, для машин ЕС ЭВМ — подпрограмма SIMQ). Здесь A — матрица коэффициентов; X и B — матрицы-столбцы неизвестных и свободных членов.

При расчетах на микрокалькуляторах используют подпрограммы по методу Крамера или методу Зейделя*.

Ниже приводятся уравнения кинестатики и их решение при расчете реакций в кинематических парах технологической машины, кинематическая схема которой приведена на рис. 5.5, а исходные данные — в табл. 5.1...5.3. Внешняя активная сила задана на выходном звене 7 в виде силы сопротивления $F_{7cx} = -3000$ Н. Поэтому решение можно представить как последовательное решение подсистем уравнений для двухзвенных групп 7 и 6, 5 и 4, трехзвенной группы 3, 2, 1 с движущей силой F_{2dx} значение которой необходимо определить. На рис. 5.7 приведены расчетные схемы с обозначением заданных внешних сил $\bar{F}_{7cx}, \bar{G}_1, \bar{G}_2, \dots, \bar{G}_7$, составляющих главных векторов Φ_{Six}, Φ_{Siy} и главных моментов M_{Φ_i} сил инерции и искомых реакций: составляющих реакций во вращательных парах, реакции и момента, приведенных к центру в поступательных парах, и движущей силы F_{2dx} в гидроприводе.

Группа звеньев 7 и 6 (группа вида ПВВ) (рис. 5.7, а, б)

$$\Sigma M_m(\bar{F}_7) = M_{7m} - \underline{\underline{(x_{S7} - x_m)}} \underline{\underline{G_7}} = 0,$$

$$\text{откуда } M_{7m} = G_7(x_{S7} - x_m) = 500(-0,076 + 0,276) = 100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\Sigma(F_{7ix}) = F_{76x} + \underline{\underline{\Phi_{S7x}}} + \underline{\underline{F_{7cx}}} = 0,$$

$$\text{откуда } \underline{\underline{F_{76x}}} = -F_{7cx} - \underline{\underline{\Phi_{S7x}}} = 3000 + 934 = 3934 \text{ Н};$$

*Дьяконов В. П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. — М.: Наука, 1989.

$$\Sigma M_F(\underline{F}_6) = -(\underline{y}_M - \underline{y}_F) \underline{F}_{76x} + (\underline{x}_M - \underline{x}_F) \underline{F}_{76y} + \underline{M}_{\phi 6} +$$

$$+ (\underline{x}_{S6} - \underline{x}_F) (\underline{\Phi}_{S6y} - \underline{G}_6) - (\underline{y}_{S6} - \underline{y}_F) \underline{\Phi}_{S6x} = 0.$$

Здесь $F_{67x} = -F_{76x}$, $F_{67y} = -F_{76y}$, что учтено при выборе знаков

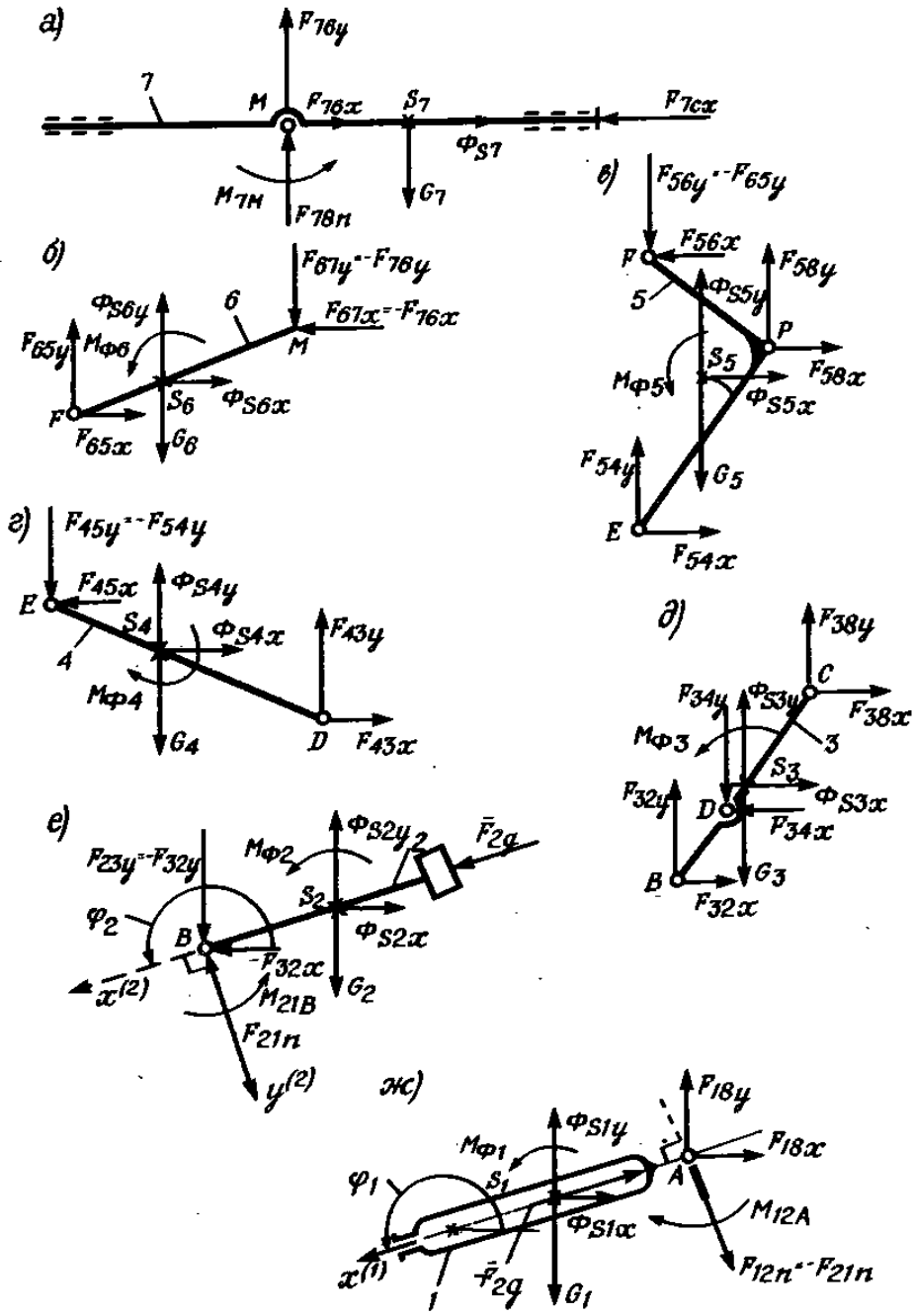


Рис. 5.7

в уравнении моментов. На расчетной схеме составляющие реакций направлены вдоль положительного направления осей координат, а их знак определяется при решении уравнения.

После подстановки числовых значений величин, подчеркнутых двумя чертами (значения и знак), получают $F_{76y} = 1381$ Н;

$$F_{76} = \sqrt{F_{76x}^2 + F_{76y}^2} = 4169 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{6ix}) = F_{65x} + \underline{\underline{\Phi_{S6x}}} - \underline{\underline{F_{76x}}} = 0;$$

$$\text{откуда } F_{65x} = F_{76x} - \underline{\underline{\Phi_{S6x}}} = 3934 + 811 = 4745 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{6iy}) = F_{65y} + \underline{\underline{\Phi_{S6y}}} - \underline{\underline{G_6}} - \underline{\underline{F_{76y}}} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{65y} = -\underline{\underline{\Phi_{S6y}}} + \underline{\underline{G_6}} + \underline{\underline{F_{76y}}} = 210 + 380 + 1381 = 1971 \text{ Н};$$

$$F_{65} = \sqrt{F_{65x}^2 + F_{65y}^2} = 5151 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{7iy}) = F_{78y} + \underline{\underline{F_{76y}}} - \underline{\underline{G_7}} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{78y} = -\underline{\underline{F_{76y}}} + \underline{\underline{G_7}} = -1381 + 500 = -881 \text{ Н}.$$

Группа звеньев 5 и 4 (группа вида ВВВ) (рис. 5.7, в, г).

Для определения значения реакции $F_{45} = -F_{54}$ в паре E рассматривают систему двух линейных уравнений: уравнение моментов сил относительно оси P для звена 5 и уравнение моментов сил относительно оси D для звена 4 (рис. 5.7, в, г):

$$\Sigma M_P(F_{5i}) = \underline{\underline{(x_E - x_P)}} F_{54y} - \underline{\underline{(y_E - y_P)}} F_{54x} + \underline{\underline{(x_F - x_P)}} (-F_{65y}) + \\ + M_{\Phi 5} - \underline{\underline{(y_F - y_P)}} (-\underline{\underline{F_{65x}}}) + \underline{\underline{(x_{S5} - x_P)}} (\underline{\underline{\Phi_{S54}}} - \underline{\underline{G_5}}) - \underline{\underline{(y_{S5} - y_P)}} \underline{\underline{\Phi_{S5x}}} = 0;$$

$$\Sigma M_D(F_{4i}) = \underline{\underline{(x_E - x_D)}} (-F_{54y}) - \underline{\underline{(y_E - y_D)}} (-F_{54x}) + \\ + \underline{\underline{(x_{S4} - x_D)}} (\underline{\underline{\Phi_{S4y}}} - \underline{\underline{G_4}}) - \underline{\underline{(y_{S4} - y_D)}} \underline{\underline{\Phi_{S4x}}} + \underline{\underline{M_{\Phi 4}}} = 0.$$

После подстановки числовых значений координат точек, составляющих сил и моментов сил, получают систему уравнений

$$-0,233 F_{54y} + 0,325 F_{54x} = -1352,2;$$

$$0,500 F_{54y} + 0,142 F_{54x} = -541,6.$$

Систему решают по правилу Крамера: $D = -0,1956$;
 $D_1 = -15,98$; $D_2 = 802,6$, откуда $F_{54y} = D_1/D = 81,7$ Н;
 $F_{54x} = D_2/D = -4102$ Н;

$$F_{54} = \sqrt{F_{54x}^2 + F_{54y}^2} = 4103 \text{ Н}.$$

Далее рассматривают уравнения кинестатики для звена 5 и звена 4:

$$\Sigma(F_{5xi}) = \underline{F_{54x}} + \underline{\Phi_{55x}} + F_{58x} - \underline{F_{65x}} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{58x} = -F_{54x} - \Phi_{55x} + F_{65x} = +4102 + 211 + 4745 = 9058 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{5yi}) = \underline{F_{54y}} - \underline{G_5} + \underline{\Phi_{55y}} - \underline{F_{65y}} + F_{58y} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{58y} = -F_{54y} + G_5 - \Phi_{55y} + \underline{F_{65y}} = -81,7 + 500 + 220 + 1971 = 2609 \text{ Н};$$

$$F_{58} = \sqrt{F_{58x}^2 + F_{58y}^2} = 9473 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{4xi}) = -\underline{F_{54x}} + \underline{\Phi_{54x}} + F_{43x} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{43x} = F_{54x} - \Phi_{54x} = -4102 - 439 = -4541 \text{ Н};$$

$$\Sigma(F_{4yi}) = -\underline{F_{54y}} - \underline{G_4} + \underline{\Phi_{54y}} + F_{43y} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{43y} = F_{54y} + G_4 - \Phi_{54y} = +81,7 + 420 + 1624 = 2126 \text{ Н};$$

$$F_{43} = \sqrt{F_{43x}^2 + F_{43y}^2} = 5014 \text{ Н}.$$

Группа звеньев 3, 2, 1 (группа ВВПВ) (рис. 5.7, д, е, ж). Освобождаются от связей в шарнире В и рассматривают уравнения моментов относительно оси С для звена 3 и уравнение моментов относительно оси А для звеньев 2 и 1. Получают систему двух линейных уравнений:

$$\Sigma M_C(F_{3i}) = \underline{x_B} F_{32y} - \underline{y_B} F_{32x} + \underline{x_D} F_{34y} - \underline{y_D} F_{34x} + \underline{M_{\bullet 3}} + \underline{x_{53}} (\underline{\Phi_{53y}} - \underline{G_3}) - \underline{y_{53}} \underline{\Phi_{53x}} = 0.$$

$$\Sigma M_A(F_{2i}, F_{1i}) = (\underline{x_B} - \underline{x_A}) (-F_{32y}) - (\underline{y_B} - \underline{y_A}) (-F_{32x}) + (\underline{x_{52}} - \underline{x_A}) (\underline{\Phi_{52y}} - \underline{G_2}) - (\underline{y_{52}} - \underline{y_A}) \underline{\Phi_{52x}} + \underline{M_{\bullet 2}} + (\underline{x_{51}} - \underline{x_A}) (\underline{\Phi_{51y}} - \underline{G_1}) - (\underline{y_{51}} - \underline{y_A}) \underline{\Phi_{51x}} + \underline{M_{\bullet 1}} = 0.$$

После подстановки числовых значений величин получают

$$-0,245 F_{32y} + 0,316 F_{32x} = -1601,3;$$

$$0,645 F_{32y} - 0,216 F_{32x} = -1524.$$

$$\text{Систему решают по правилу Крамера: } D = -0,1509; \\ D_2 = 827,5; \quad D_2 = 1406; \quad F_{32y} = D_1/D = -5483 \text{ Н}; \quad F_{32x} = D_2/D = \\ = -9318 \text{ Н};$$

$$F_{32} = \sqrt{F_{32x}^2 + F_{32y}^2} = 10,810 \text{ Н.}$$

Далее определяют остальные реакции.

Реакция в паре C

$$\Sigma (F_{3xi}) = \underline{F_{32x}} + \underline{F_{34x}} + \underline{\Phi_{S3x}} + F_{38x} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{38x} = -F_{32x} - F_{34x} - \Phi_{S3x} = 9318 - 4541 - 264 = 4513 \text{ Н;}$$

$$\Sigma (F_{3yi}) = \underline{F_{32y}} + \underline{F_{34y}} + \underline{\Phi_{S3y}} + \underline{G_3} + F_{38y} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{38y} = -F_{32y} - F_{34y} - \Phi_{S3y} = -G_3 = 5483 + 2126 + 1421 + 380 = 9401 \text{ Н;}$$

$$F_{38} = \sqrt{F_{38x}^2 + F_{38y}^2} = 10434 \text{ Н.}$$

Реакция в паре A

$$\Sigma (F_{2xi} \ F_{1xi}) = F_{18x} + \underline{\Phi_{S1x}} + \underline{\Phi_{S2x}} - \underline{F_{32x}} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{18x} = -\Phi_{S1x} - \Phi_{S2x} + F_{32x} = 100 - 607 - 9318 = -9825 \text{ Н;}$$

$$\Sigma (F_{2yi} \ F_{1yi}) = F_{18y} + \underline{\Phi_{S1y}} - \underline{G_1} + \underline{\Phi_{S2y}} - \underline{G_2} - \underline{F_{32y}} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{18y} = -\Phi_{S1y} + G_1 + \Phi_{S2y} + G_2 + F_{32y} = 700 + 500 + 2381 + 400 - 5483 = -1502 \text{ Н;}$$

$$F_{18} = \sqrt{F_{18x}^2 + F_{18y}^2} = 9940 \text{ Н;}$$

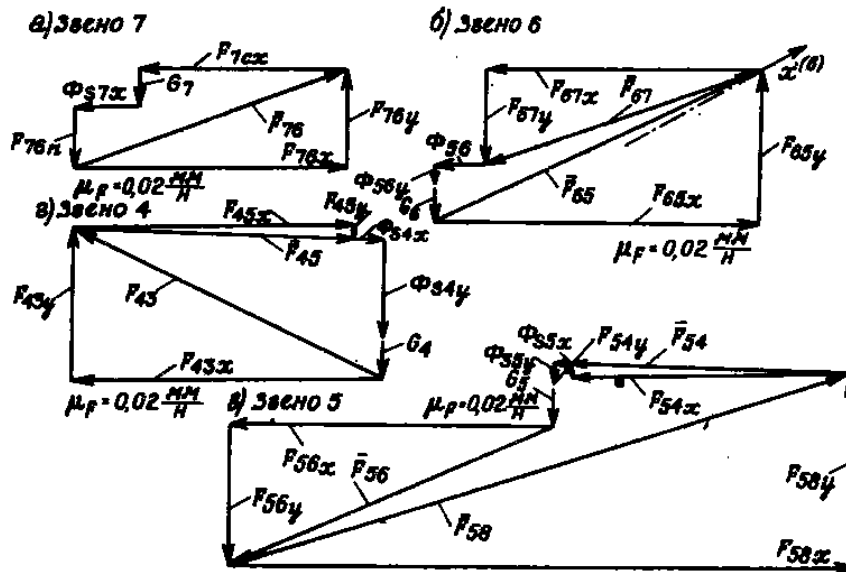


Рис. 5.8

$$F_{12x} = 9925 \text{ Н}; F_{12y} = 2700 \text{ Н}; F_{21} = 10285 \text{ Н}.$$

Проецируя силы на ось локальной системы координат, связанной с осью гидроцилиндра 1, находят $\sum_2 F_{ix2} = 0$; $\sum_2 F_{iy2} = 0 \rightarrow F_{2д} = 10,207 \text{ Н}$; $F_{21п} = -897 \text{ Н}$; из уравнения моментов $\sum_2 M_B(F_i) + M_{\bullet 2} + M_{21B} = 0$ находят $M_{21B} = 220,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Для наглядного представления о значениях сил в каждой паре и выявления случайных ошибок при вычислениях результаты полезно представить в виде планов сил, показанных на рис. 5.8 для каждого звена механизма (рис. 5.8, а, б, в, г)

5.5. ВЕКТОРНЫЙ СПОСОБ СИЛОВОГО РАСЧЕТА МЕХАНИЗМА

Этот способ иногда называют *графоаналитическим*, так как при решении используют алгебраические уравнения моментов сил и векторные уравнения для сил, приложенных к звеньям механизма. Механизм при силовом расчете расчленяют на статически определимые группы звеньев (группы Ассур, удовлетворяющие условию $3n = 2p_1$).

Искомые реакции во внешних кинематических парах структурной группы представляют в виде двух составляющих — проекций на локальные оси координат, связанных с продольной осью звена, например $F_{23} = F_{23}^n + F_{23}^t$ (см. рис. 5.2, д). При этом способе тангенциальные составляющие реакций определяют из алгебраических уравнений моментов сил относительно оси внутренней вращательной кинематической пары, а нормальные составляющие — с помощью графических построений. Можно также воспользоваться определением обеих составляющих из уравнений моментов относительно осей внешней и внутренней вращательных пар, но при этом надо предварительно определять плечо нормальной составляющей.

Расчетная схема для силового расчета механизма технологической машины (см. рис. 5.5) векторным способом представлена на рис. 5.9.

Группа звеньев 7 и 6 (группа вида ПВВ) (рис. 5.9, а):

$$\sum M_M(F_{6i}) = F_{65}^t l_{FM} + (x_{56} - x_M) G_6 - \Phi_{S6} h_{56M} + M_{\bullet 6} = 0.$$

После подстановки числовых значений величины определяют составляющую $F_{65}^t = 298 \text{ Н}$:

$$\sum (F_{6i}, F_{7i}) = \underline{F_{7cx}} + \underline{\Phi_{S7}} + \underline{G_7} + \underline{F_{78}} + \underline{F_{65}^t} + \underline{F_{65}^n} + \underline{G_6} + \underline{\Phi_{S6}} = 0.$$

Решение этого векторного уравнения приведено на рис. 5.10, а. План сил построен в масштабе $\mu_F = 0,02 \text{ мм/Н}$ (отрезок 1 — $2 = \mu_F F_{7cx} = 0,02 \cdot 3000 = 60 \text{ мм}$ — до уменьшения размера чертежа

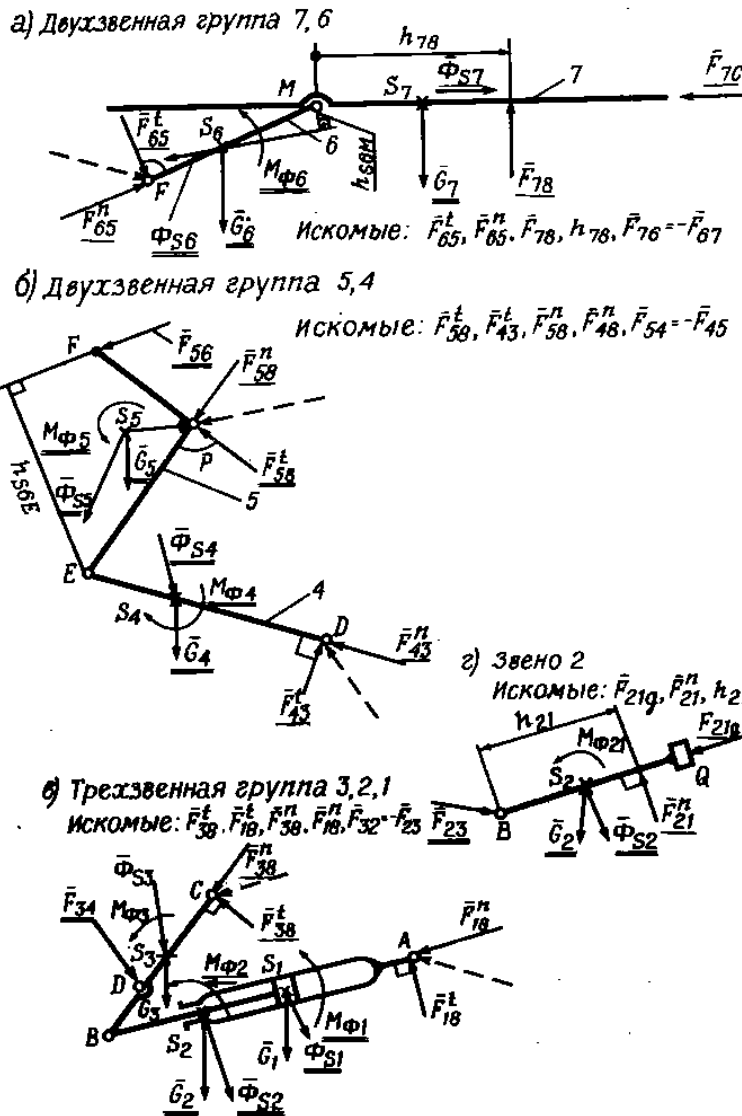


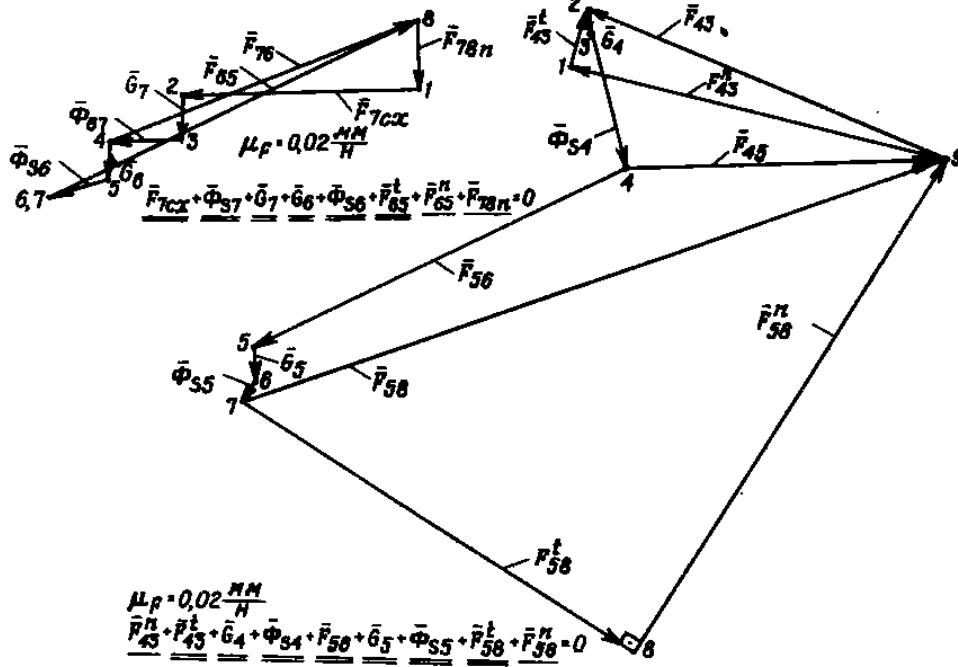
Рис. 5.9

при печати). Вычисленные значения искомых сил: $F_{76} = 4200$ Н; $F_{78a} = -900$ Н; $F_{65}^n = 5200$ Н; $F_{65}^t = 5250$ Н.

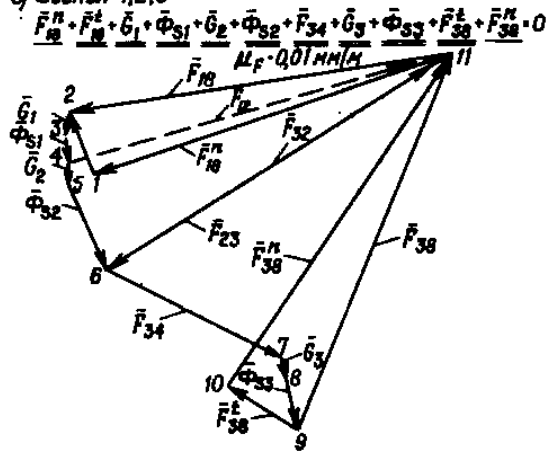
Группа звеньев 5 и 4 (группа вида ВВВ) (см. рис. 5.9, б). Искомые реакции во внешних вращательных парах P и D представляют в виде двух составляющих, ориентированных в локальных системах координат, связанных с продольными осями DE (звено 4) и PE (звено 5): $\bar{F}_{58} = \bar{F}_{58}^t + \bar{F}_{58}^n$; $\bar{F}_{43} = \bar{F}_{43}^t + \bar{F}_{43}^n$.

Касательные составляющие определяют из алгебраических уравнений моментов сил относительно оси E внутренней пары

а) Звезда 7 и 6



а) Звезда 1, 2, 3



б) Звезда 2

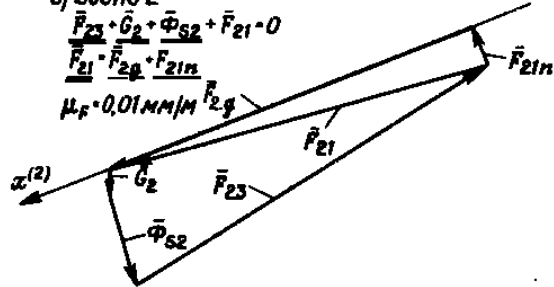


Рис. 5.10

$$\Sigma M_E(\underline{F_{ij}}) = \underline{M_E(F'_{56})} + \underline{M_E(F'_{58})} + \underline{M_E(\bar{G}_5)} + \underline{M_E(\bar{\Phi}_{S5})} + \underline{M_{\bullet 5}} = 0.$$

После подстановки значений величин получают

$$F'_{58} = 5.930 \text{ Н};$$

$$\Sigma M_E(\underline{F_{ij}}) = \underline{M_E(F'_{43})} + \underline{M_E(\bar{G}_4)} + \underline{M_E(\bar{\Phi}_{S4})} + \underline{M_{\bullet 4}} = 0.$$

После подстановки значений величин получают

$$F'_{43} = 741 \text{ Н}.$$

Векторное уравнение сил, приложенных к звеньям 4 и 5, имеет вид

$$\underline{\bar{F}_{56}} + \underline{\bar{G}_5} + \underline{\bar{\Phi}_{S5}} + \underline{F'_{58}} + \underline{F''_{58}} + \underline{\bar{G}_4} + \underline{\bar{\Phi}_{S4}} + \underline{F'_{43}} + \underline{F''_{43}} = 0.$$

Решение этого векторного уравнения приведено на рис. 5.10, б.

Вычисленные значения сил по плану сил, выполненному в масштабе $\mu_F = 0,02 \text{ мм/Н}$, следующие:

$$F''_{43} = 4850 \text{ Н}; F_{43} = 5000 \text{ Н}; F''_{58} = 7100 \text{ Н}; F_{58} = 9200 \text{ Н}.$$

Группа звеньев 3, 2 и 1 (см. рис. 5.9, в). Искомыми являются реакции в трех кинематических парах и движущая сила $F_{21д}$ гидропривода, действующая на поршень и обеспечивающая движение механизма с заданными кинематическими характеристиками.

Связи в парах А и С заменяют составляющими:

$$F_{38} = F''_{38} + F'_{38}; F_{18} = F''_{18} + F'_{18}.$$

Тангенциальные составляющие определяют из алгебраических уравнений моментов сил относительно оси В внутренней пары соответственно для звена 3 и звеньев 2 и 1:

$$\Sigma M_B(\underline{F_{ij}}) = \underline{M_B(F'_{38})} + \underline{M_B(\bar{G}_3)} + \underline{M_B(\bar{\Phi}_{S3})} + \underline{M_{\bullet 3}} + \underline{M_B(F'_{34})} = 0.$$

После подстановки числовых значений величин получают

$$F'_{38} = 2180 \text{ Н};$$

$$\Sigma M_B(\underline{F_{2i}}, \underline{F_{1i}}) = \underline{M_B(F'_{18})} + \underline{M_B(\bar{G}_1)} + \underline{M_B(\bar{\Phi}_{S1})} + \underline{M_{\bullet 1}} + \underline{M_B(\bar{G}_2)} + \underline{M_B(\bar{\Phi}_{S2})} + \underline{M_{\bullet 2}} = 0.$$

После подстановки числовых значений величин получают

$F'_{18} = 1630 \text{ Н}$.
Векторное уравнение сил, приложенных к рассматриваемой группе звеньев 1, 2, 3, имеет вид

$$\underline{F''_{18}} + \underline{F'_{18}} + \underline{\bar{G}_1} + \underline{\bar{\Phi}_{S1}} + \underline{\bar{G}_2} + \underline{\bar{\Phi}_{S2}} + \underline{F'_{34}} + \underline{\bar{G}_3} + \underline{\bar{\Phi}_{S3}} + \underline{F''_{38}} + \underline{F'_{38}} = 0.$$

Решение этого уравнения приведено на рис. 5.10, в в виде

плана сил, построенного в меньшем масштабе $\mu_F = 0,01$ мм/Н, и получены следующие результаты:

$$F_{18}^n = 9600 \text{ Н}; F_{18} = 9800 \text{ Н}; F_{38}^n = 10300 \text{ Н}; F_{38} = 10500 \text{ Н}.$$

На рис. 5.10, *г* приведен план сил для поршня 2, построенный по векторному уравнению $\underline{F}_{23} + \underline{G}_2 + \underline{\Phi}_{S2} + \underline{F}_{21n} + \underline{F}_{21m} = 0$.

Получены следующие значения сил:

$$F_{21} = 9900 \text{ Н}; F_{21n} = 9700 \text{ Н}; F_{21m} = 1300 \text{ Н}.$$

Применение векторного способа силового расчета можно показать и на более простом механизме, например кривошипно-ползунном механизме.

На рис. 5.11, *а* изображена двухзвенная группа кривошипно-ползунного механизма, показанного на рис. 5.3. На схеме изображены векторы действующих сил: движущая сила F_{3n} на ползуне

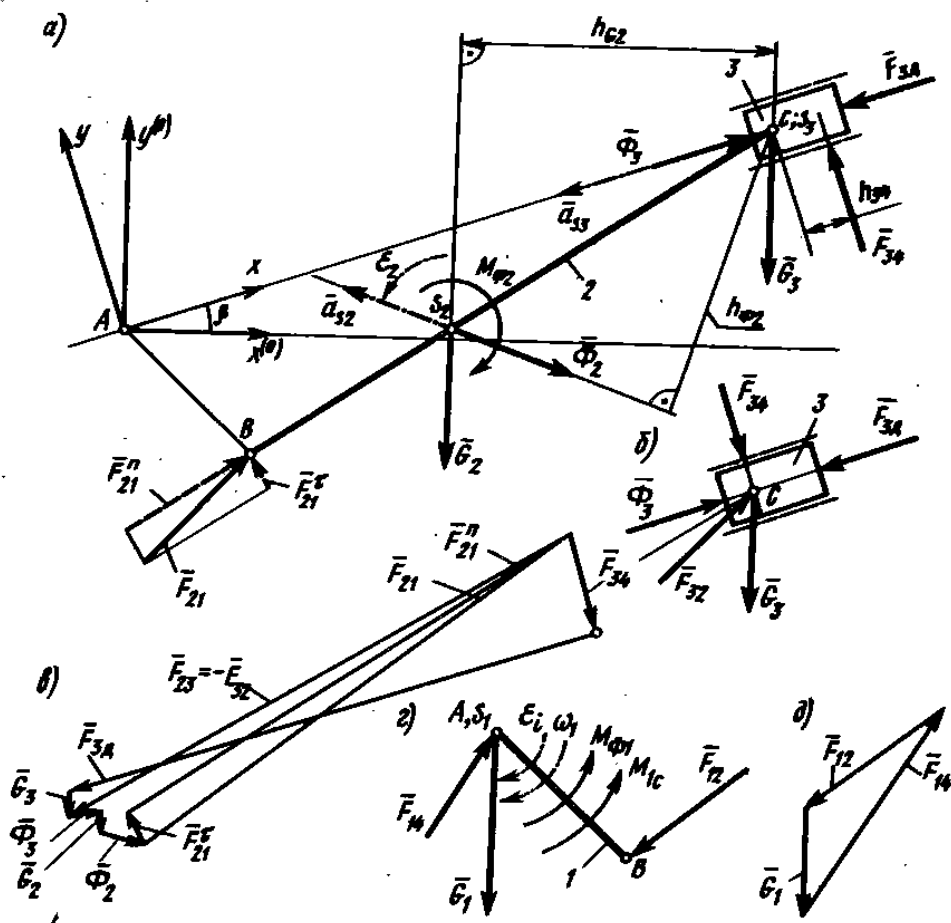


Рис. 5.11

3, силы тяжести \bar{G}_2 и \bar{G}_3 и реакции F_{34} и F_{21} , приложенные соответственно к звеньям 3 и 2 со стороны звеньев, образующих кинематические пары, главные векторы Φ_3 и Φ_2 сил инерции и главный момент $M_{\bullet 2}$ сил инерции.

На рис. 5.11, а

$$\Phi_3 = -m_3 \bar{a}_{S3} = -m_3 \bar{a}_C; \Phi_{S2} = -m_2 \bar{a}_{S2}; \bar{M}_{\bullet 2} = -J_{S2} \bar{\varepsilon}_2;$$

на рис. 5.11, з

$$\bar{M}_{\bullet 1} = -J_{S1} \varepsilon_1.$$

На схеме механизма рекомендуется также изобразить линейные ускорения центров масс (штрихпунктирные линии) \bar{a}_{S3} , \bar{a}_{S2} и угловые ускорения ε_2 и ε_1 соответствующих звеньев (см. рис. 5.3).

Уравнение равновесия задаваемых сил, реакций связей и сил инерции для такой двухзвенной цепи следующее:

$$\underline{\underline{F_{3д}}} + \underline{\underline{G_3}} + \underline{\underline{F_{34}}} + \underline{\underline{\Phi_3}} + \underline{\underline{F_{21}}} + \underline{\underline{G_2}} + \underline{\underline{\Phi_2}} = 0.$$

Это векторное уравнение непосредственно не решается. Надо сначала использовать алгебраическое уравнение моментов сил.

Для этого рекомендуется реакцию F_{21} в шарнире B представить в виде двух составляющих: F_{21}^n (по оси BC звена 2) и F_{21}^r (перпендикулярно продольной оси BC звена 2). Составляя алгебраическое уравнение моментов сил относительно оси внутреннего шарнира C , получают соотношение

$$M_C(F_{21}^r) + M_C(\bar{G}_2) + M_C(\Phi_2) + M_{\bullet 2} = 0.$$

Принятые направления векторов сил на рис. 5.11, а позволяют учесть знаки моментов в этом уравнении:

$$-M_C(F_{21}^r) + M_C(G_2) + M_C(\Phi_2) - M_{\bullet 2} = 0;$$

или

$$-F_{21}^r l_{BC} + G_2 h_{G2} + \Phi_2 h_{\Phi 2} - M_{\bullet 2} = 0,$$

или

$$F_{21}^r = \frac{G_2 h_{G2} + \Phi_2 h_{\Phi 2} - M_{\bullet 2}}{l_{BC}}.$$

После определения составляющей F_{21}^r решают векторное уравнение сил путем построения плана сил (рис. 5.11, в):

$$\underline{\underline{F_{3д}}} + \underline{\underline{G_3}} + \underline{\underline{\Phi_3}} + \underline{\underline{F_{21}^r}} + \underline{\underline{F_{21}^n}} + \underline{\underline{F_{34}}} + \underline{\underline{\Phi_2}} + \underline{\underline{G_2}} = 0.$$

Отрезки на плане сил изображают с учетом принятого масштаба сил $[\mu_F] = \text{мм/Н}$, или $[\mu_F] = \text{мм/кН}$. Решение этого уравнения позволяет получить отрезки, а затем и значения искомых реакций

\bar{F}_{34} и \bar{F}_{21}^n . Из уравнения моментов сил, приложенных к звену 3, находят плечо h_{34} силы F_{34} : $h_{34}=0$, т. е. реакция F_{34} проходит через ось C вращательной кинематической пары (рис. 5.11, б).

Искомые реакции определяют по соотношениям

$$\bar{F}_{21} = \bar{F}_{21}^n + \bar{F}_{21}^t; \bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21};$$

$$\bar{F}_{34} + \bar{F}_{3д} + \bar{G}_3 + \bar{\Phi}_3 + \bar{F}_{32} = 0 \text{ (рис. 5.11, в);}$$

$$\bar{F}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{F}_{14} = 0 \text{ (рис. 5.11, д).}$$

При анализе уравнения моментов сил, приложенных к начальному звену 1 (рис. 5.11, з), оказывается, что все входящие в уравнение моменты известны по направлению и значению, т. е. имеет место тождество

$$\bar{M}_{1c} + \bar{M}_A(\bar{F}_{12}) + \bar{M}_{\bullet 1}^* = 0.$$

Это тождество справедливо, если $\bar{M}_{\bullet 1}^* = \bar{M}_{\bullet 1} = -J_{S1}\epsilon_1$, где $J_{S1} = J_I^{\text{сп}}$ — суммарный приведенный момент инерции I группы звеньев, полученный в результате динамического анализа, выполненного на первом листе проекта. Неизбежны отклонения в числовых значениях, полученных при выполнении первого и второго листов проекта, которые оценивают относительной погрешностью вычислений (%):

$$П(\epsilon_1) = \frac{M_{\bullet 1} - M_{\bullet 1}^*}{M_{\bullet 1}} 100; П(M_c) = \frac{M_{1c} - M_{1c}^*}{M_{1c}} 100.$$

Значения этих погрешностей отличаются друг от друга, но одно из них не должно превосходить допустимого (обычно в пределах 5...10 %).

5.6. ОСОБЕННОСТИ СИЛОВОГО РАСЧЕТА КУЛИСНЫХ МЕХАНИЗМОВ

В кулисных механизмах между ползуном и кулисой действует реакция, направление которой перпендикулярно оси кулисы (или оси цилиндра, штока и т. п.). Это наглядно показано на рис. 5.12 для механизма подачи заготовок в зону обработки (см. рис. 5.4) на примере реакции $\bar{F}_{43} = -\bar{F}_{34}$ между кулисой 3 и ползуном 4 (рис. 5.12, а, в), реакции $\bar{F}_{21} = -\bar{F}_{12}$ между цилиндром 1 и поршнем 2 (рис. 5.12, б, в). При силовом расчете определению подлежат не только значения реакций, но и их плеч (например, h_{43} и h_{12}).

Для ползуна 4 по условиям задачи можно пренебречь массой. В связи с этим плечо $h_{34} = 0$, т. е. реакция \bar{F}_{43} проходит через ось шарнира D .

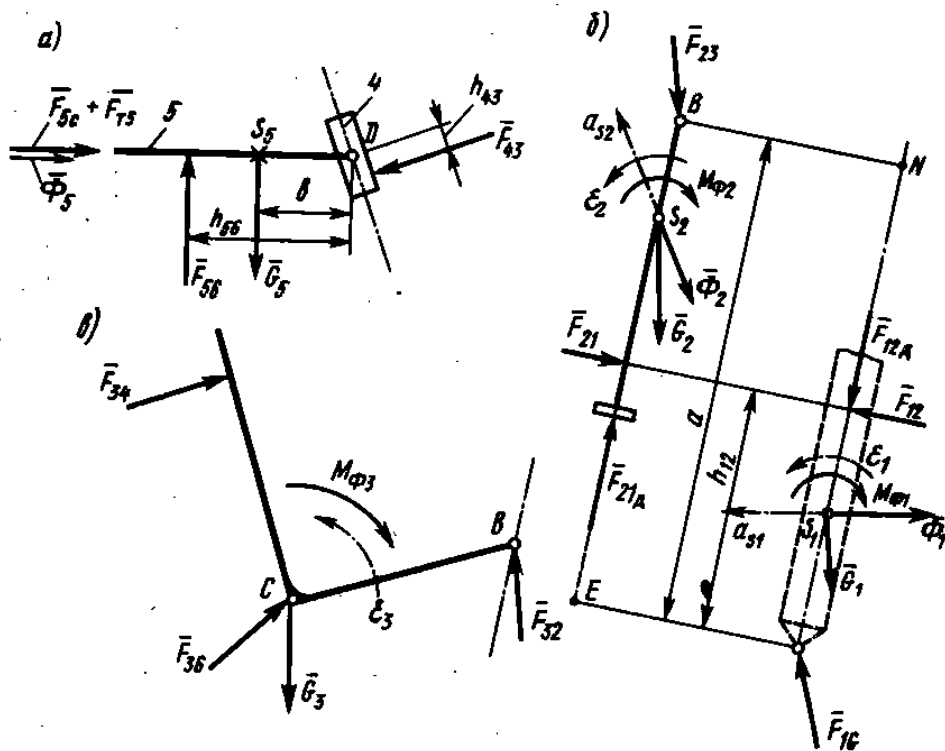


Рис. 5.12

Для двухзвенной группы из звеньев 5 и 4 (рис. 5.12, а) модули векторов \underline{F}_{56} и \underline{F}_{43} находят из векторного уравнения

$$\underline{F}_{5c} + \underline{F}_{75} + \underline{\Phi}_5 + \underline{G}_5 + \underline{F}_{56} + \underline{F}_{43} = 0.$$

Плечо h_{56} силы F_{56} находят из уравнения моментов сил относительно оси шарнира D : $h_{56} = M_C(G_5)/F_{56}$. Плечо h_{12} и модуль силы F_{12} относительно шарнира A находят из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} F_{21}(a - h_{12}) + M_B(G_2) + M_B(\Phi_2) + M_{\Phi 2} &= 0; \\ F_{12}h_{12} + M_A(G_1) + M_A(\Phi_1) + M_{\Phi 1} &= 0; \\ F_{21} &= -F_{12}. \end{aligned} \right\}$$

Если допустимо пренебречь массой и моментом инерции поршня 2 и цилиндра 3, то реакция $F_{21} = 0$. Реакции F_{16} и F_{23} находят из планов сил при решении соответствующих векторных уравнений. Из уравнения равновесия начального звена 3 (рис. 5.12, в)

$$\underline{F}_{32} + \underline{F}_{34} + \underline{G}_3 + \underline{F}_{36} = 0$$

находят реакцию F_{36} .

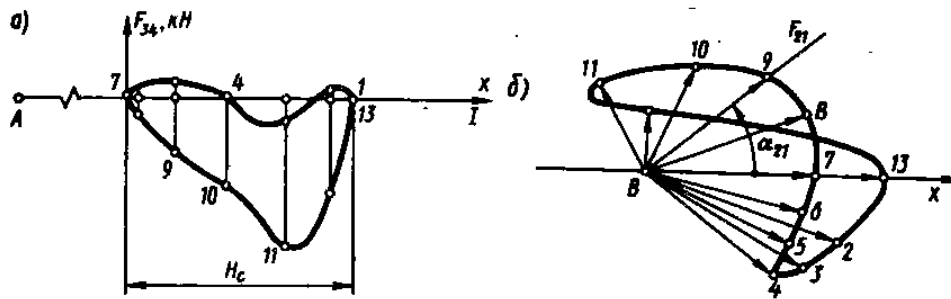


Рис. 5.13

Уравнение моментов сил, приложенных к звену 3, относительно оси шарнира С используют как контрольное для оценки погрешностей вычислений:

$$M_C(F_{34}) + M_C(F_{32}) + M_{\Phi 3} \equiv 0.$$

Рассмотренный метод силового расчета по формулам, записанным для разных звеньев, позволяет разработать схему алгоритма и программу вычислений на ЭВМ. Результаты вычислений представляют в форме таблиц или графика. Наиболее наглядное представление дают годографы векторных функций, представляющие собой кривую, описываемую концом радиуса-вектора, модуль которого равен числовому значению реакции в кинематической паре, а его направляющий угол α определяет положение вектора относительно оси Ax (рис. 5.13, а, б).

На рис. 5.14 приведена схема алгоритма программы, отображающая основные операции, обеспечивающие вычисление требуемых параметров на ЭВМ.

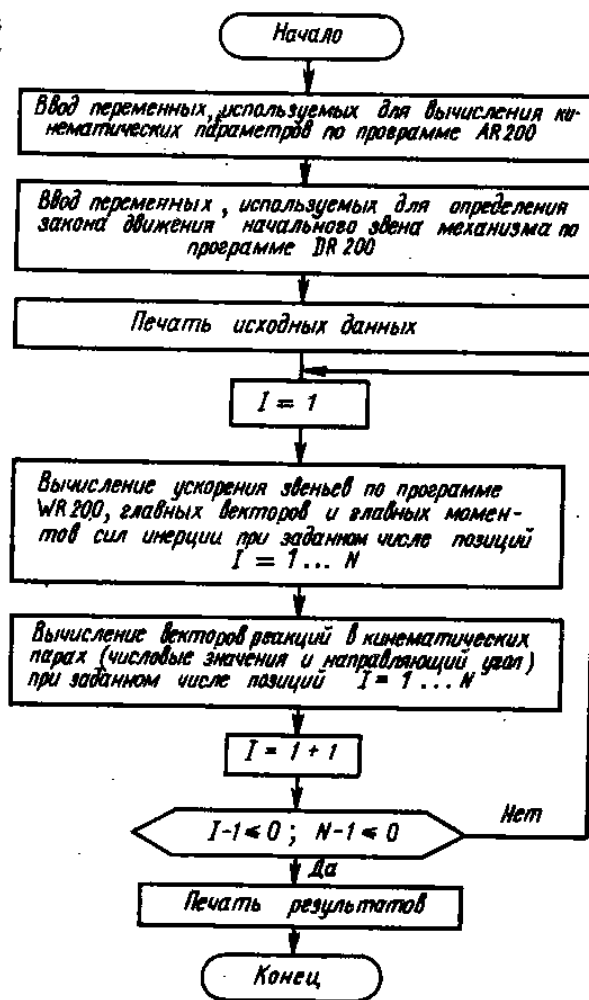


Рис. 5.14

5.7. МЕТОДИКА СИЛОВОГО РАСЧЕТА ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Трехзвенный механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими со стойкой (неподвижным звеном) вращательную или поступательную кинематическую пару, называют зубчатой передачей.

Силы в зубчатой передаче зависят от геометрии боковых поверхностей зуба и их положения относительно осей вращения зубчатых колес 1 и 2.

Нагрузку $F_{1n} = -F_{2n}$, действующую по нормали к боковым поверхностям зубьев в точке контакта, обычно раскладывают на три составляющие (рис. 5.15): окружную F_{1t} , F_{2t} (или F_{21t} , F_{12t}); радиальную F_{1r} , F_{2r} (или F_{12r} , F_{21r}); осевую F_{1a} , F_{2a} (или F_{12a} , F_{21a}). Индексы t , r , a соответствуют проекциям общей нагрузки, действующей по нормали $n-n$ в точке контакта боковых поверхностей на соответствующие направления (окружное, радиальное и осевое) относительно оси вращения зубчатого колеса.

Для прямозубых колес цилиндрической зубчатой передачи осевые составляющие равны нулю (рис. 5.15, а). Окружные силы F_{1t} и F_{2t} определяют по соотношениям

$$F_{1t} = \frac{2M_1}{d_{w1}} 10^3; \quad F_{2t} = \frac{2M_2}{d_{w2}} 10^3,$$

где M_1 , M_2 — крутящие моменты на валах 1 и 2, Н·м; d_{w1} , d_{w2} — диаметры начальных окружностей в зубчатой передаче, мм; их обычно принимают равными диаметрам делительных окружностей $d_1 = mz_1$ и $d_2 = mz_2$ (m — модуль, мм; z_1 и z_2 — числа зубьев колес).

Радиальные силы F_{1r} и F_{2r} определяют по соотношениям

$$F_{1r} = F_{1t} \operatorname{tg} \alpha_w; \quad F_{2r} = F_{2t} \operatorname{tg} \alpha_w$$

где α_w — угол зацепления.

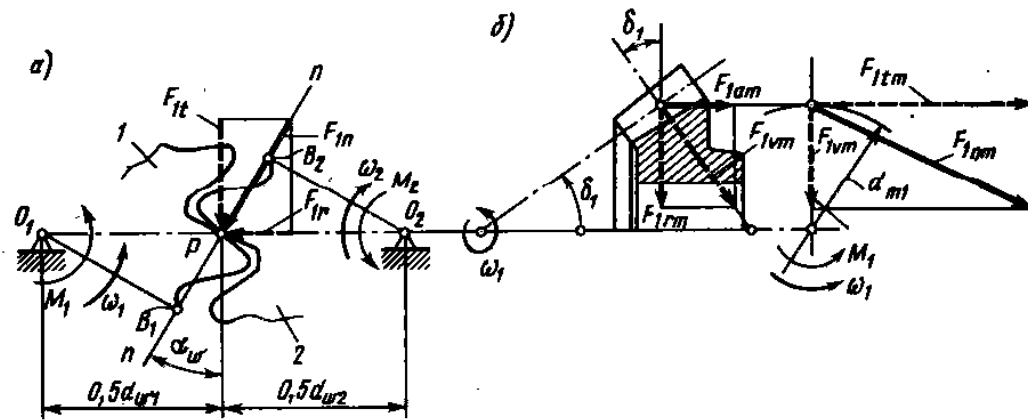


Рис. 5.15

В цилиндрической передаче с косозубыми и шевронными колесами окружные силы определяют по аналогичным формулам, а при расчете радиальной и осевой сил учитывают угол β наклона линии зуба: радиальная сила $F_{1r} = F_{1t} \operatorname{tg} \alpha_w / \cos \beta$; осевая сила $F_{1a} = F_{1t} \operatorname{tg} \beta$.

При расчете сил, действующих в конической передаче с межосевым углом в 90° (рис. 5.15, б), определяют окружную силу F_{1tm} , рассчитываемую по среднему торцовому сечению (индекс m):

$$F_{1tm} = (2M_1/d_{m1}) 10^3,$$

где M — крутящий момент на валу колеса 1, Н·м; d_{m1} — диаметр окружности делительного конуса с углом δ_1 в среднем сечении, мм.

Для прямозубых зубчатых колес остальные составляющие общей нагрузки определяют по соотношениям:

осевая сила на шестерне 1

$$F_{1am} = F_{1tm} \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1;$$

радиальная сила на шестерне

$$F_{1rm} = F_{1tm} \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1;$$

осевая сила на колесе 2

$$F_{2am} = F_{1rm};$$

радиальная сила на колесе 2

$$F_{2rm} = -F_{1am};$$

где α — угол профиля зуба исходного производящего контура, обычно $\alpha = 20^\circ$.

После определения составляющих нормальной нагрузки в зацеплении определяют реакции в опорах валов.

При силовом расчете редукторов с несколькими зубчатыми передачами проводят анализ последовательно от одной передачи к другой. На рис. 5.16 изображена для примера кинематическая схема двухступенчатого зубчатого редуктора. Зубчатые колеса 1 и 2 образуют внешнее зацепление с полюсом P_{12} и межосевым расстоянием $O_1 O_2$ (рис. 5.16, а). Зубчатые колеса 3 и 4 образуют внутреннее зацепление с полюсом P_{34} и межосевым расстоянием $O_1 O_2$. Колеса 2 и 3 закреплены на общем валу O_2 , вращающемся относительно стойки 5. Нормальные нагрузки между боковыми поверхностями зубьев $F_{12n} = -F_{21n}$ и $F_{34n} = -F_{43n}$ направлены по соответствующим линиям зацепления, проходящим через

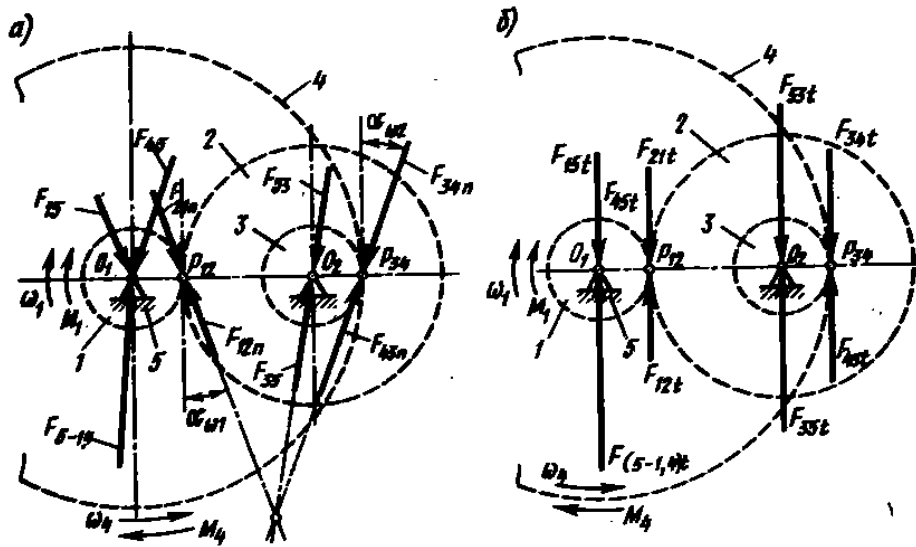


Рис. 5.16

полюсы зацепления P_{12} и P_{34} под углами α_{w1} и α_{w2} . Эти углы обычно равны $\alpha = 20^\circ$. Если принять заданный момент M_4 сил сопротивления на выходном звене — колесе 4, то можно найти искомые силы F_{43n} и F_{45} в предположении, что угловая скорость ω_4 постоянна:

$$F_{43} = M_4 / (r_{w4} \cos \alpha_{w2});$$

$$F_{45} = -F_{43n}.$$

На блок зубчатых колес 3 и 2 действуют силы F_{34n} , F_{21n} и F_{35} . Сила F_{34n} равна по значению силе F_{43n} , но направлена в противоположную сторону: $F_{43n} = -F_{34n}$. Из уравнения моментов относительно оси O_2 всех сил, приложенных к колесам 2 и 3, находят силу F_{21n} :

$$F_{21n} r_{w2} \cos \alpha_{w1} + F_{34n} r_{w3} \cos \alpha_{w2} = 0;$$

$$F_{21n} = M_4 r_{w3} / (r_{w2} r_{w4} \cos \alpha), \text{ так как } \alpha_{w1} = \alpha_{w2} = \alpha.$$

Реакцию F_{35} со стороны стойки 5 находят графически по векторному уравнению $F_{21n} + F_{34n} + F_{35} = 0$. Так как все три силы F_{21n} , F_{34n} , F_{35} пересекаются в одной точке, а угол между векторами F_{21n} и F_{34n} принимают равным $\alpha_{w1} + \alpha_{w2} = 2\alpha$, то можно воспользоваться аналитическим решением:

$$F_{35} = \sqrt{F_{21n}^2 + F_{34n}^2 + 2F_{21n}F_{34n}\cos 2\alpha}.$$

Рассматривая картину сил и моментов, приложенных к колесу I , находят искомые величины:

$$F_{15} = -F_{12n};$$

$$M_1 = F_{12n}r_{w1}\cos\alpha_{w1} = M_4 \frac{r_{w1}r_{w2}}{r_{w2}r_{w4}} = M_4 u_{21}u_{43}.$$

Обычно пользуются упрощенной расчетной схемой, изображенной на рис. 5.16, б. Здесь использованы только окружные силы, направленные перпендикулярно радиусам начальных окружностей в точках их касания: полюсах зацепления P_{12} и P_{34} . Упрощенную расчетную схему часто используют для силового расчета сложных зубчатых механизмов планетарных редукторов.

Для схемы двухступенчатого редуктора, изображенной на рис. 5.16, а, определим значения окружных сил, используя упрощенную расчетную схему (рис. 5.16, б). Пусть числа зубьев колес заданы: $z_1 = 30$; $z_2 = 90$; $z_3 = 20$; $z_4 = 100$. Модули: в первой ступени $m_1 = 2$ мм, во второй ступени $m_{II} = 3$ мм. Крутящий момент на валу O_1 : $M_1 = 60$ Н·м. Угол профиля исходного контура $\alpha = 20^\circ$. Колеса с нулевыми смещениями исходного контура.

Рассчитывают размеры радиусов начальных окружностей. Они в данном примере совпадают с делительными окружностями, радиусы которых вычисляют по формуле $r = 0,5mz$:

$$r_1 = m_1 z_1 / 2 = 2 \cdot 30 / 2 = 30 \text{ мм}; \quad r_2 = 20 \cdot 90 / 2 = 90 \text{ мм};$$

$$r_3 = m_{II} z_3 / 2 = 3 \cdot 20 / 2 = 30 \text{ мм}; \quad r_4 = 3 \cdot 100 / 2 = 150 \text{ мм}.$$

Окружные силы

$$F_{12t} = M_1 / r_1 = 60 \cdot 10^3 / 30 = 2000 \text{ Н};$$

$$F_{34t} = F_{21t} r_2 / r_3 = 2000 \cdot 90 / 30 = 6000 \text{ Н}.$$

Крутящий момент на выходном валу

$$M_4 = F_{43t} r_4 = 6000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 900 \text{ Н·м}.$$

Отношение крутящих моментов $M_4 / M_1 = 900 / 60 = 15$.

Реакции в опорах O_1 и O_2 :

$$F_{35t} = -(F_{21t} + F_{34t}) = 2000 + 6000 = 8000 \text{ Н};$$

$$F_{15t} = -F_{12t} = 2000 \text{ Н};$$

$$F_{45t} = -F_{43t} = 6000 \text{ Н};$$

$$F_{(5-1,4)t} = -F_{53t} = 8000 \text{ Н}.$$

Опорный момент M_5 на стойке
 $M_5 = F_{53t}(r_1 + r_2) = 8000 \cdot (30 + 90) \cdot 10^{-3} = 960 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

5.8. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ВТОРОГО ЛИСТА ПРОЕКТА

Силовой расчет рекомендуется выполнять в такой последовательности.

1. Проанализировать исходные данные и поставленную задачу. В случае определения реакций для заданного угловой координатой φ_1 положения начального звена вычертить кинематическую схему в требуемом положении механизма. По первому листу проекта найти значения движущих сил и моментов, сил полезного сопротивления и сил тяжести.

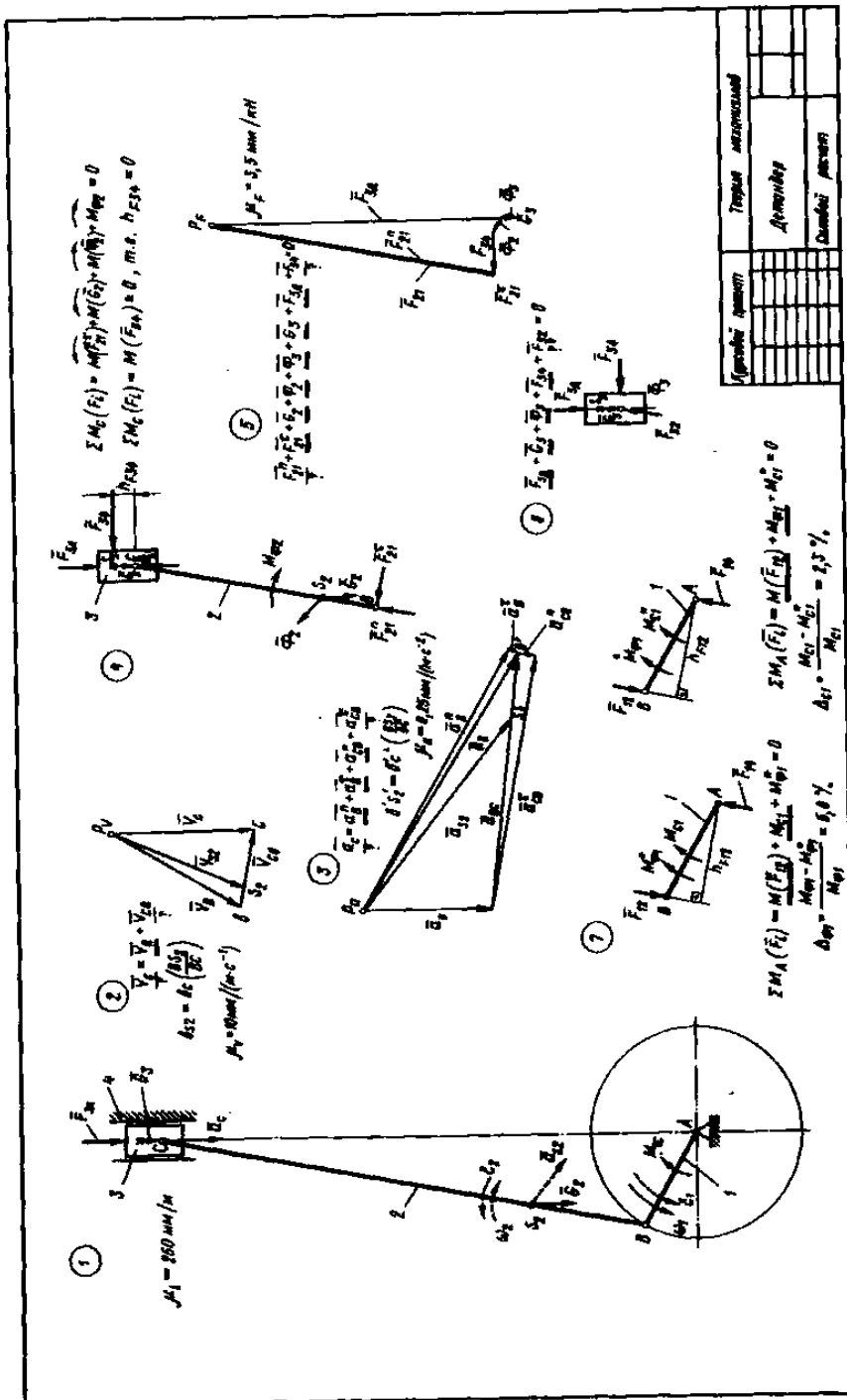
2. По первому листу проекта найти угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ϵ_1 начального звена механизма. Построением планов скоростей и ускорений или аналитическим методом найти ускорения центров масс и угловые ускорения звеньев механизма.

3. Определить значения и направления главных векторов и главных моментов сил инерции для заданного положения механизма.

4. На кинематической схеме механизма изобразить векторы внешних сил, сил тяжести и сил инерции и моменты сил. Расчленив механизм на статически определяемые группы звеньев. По принципу освобождаемости от связей отбросить для каждой группы звеньев соответствующие связи, заменить их векторами соответствующих реакций (рис. 5.17...5.21).

5. Для каждой группы звеньев составить векторные уравнения суммы сил (уравнения суммы проекций сил на координатные оси) или алгебраические уравнения суммы моментов сил (включая инерционные силы) и решить их графическим или численным методом с использованием ЭВМ.

6. При наличии в математическом обеспечении отлаженных программ изучить алгоритм и программу вычислений, правила ввода-вывода, подготовить исходные данные. По результатам вычислений построить годографы сил в каждой кинематической паре. Сопоставить результаты вычислений на ЭВМ с результатами, полученными путем графоаналитического решения.



Свойства элементов	Точка измерения
	Асимметрия
	Средний диаметр

Рис 5.17

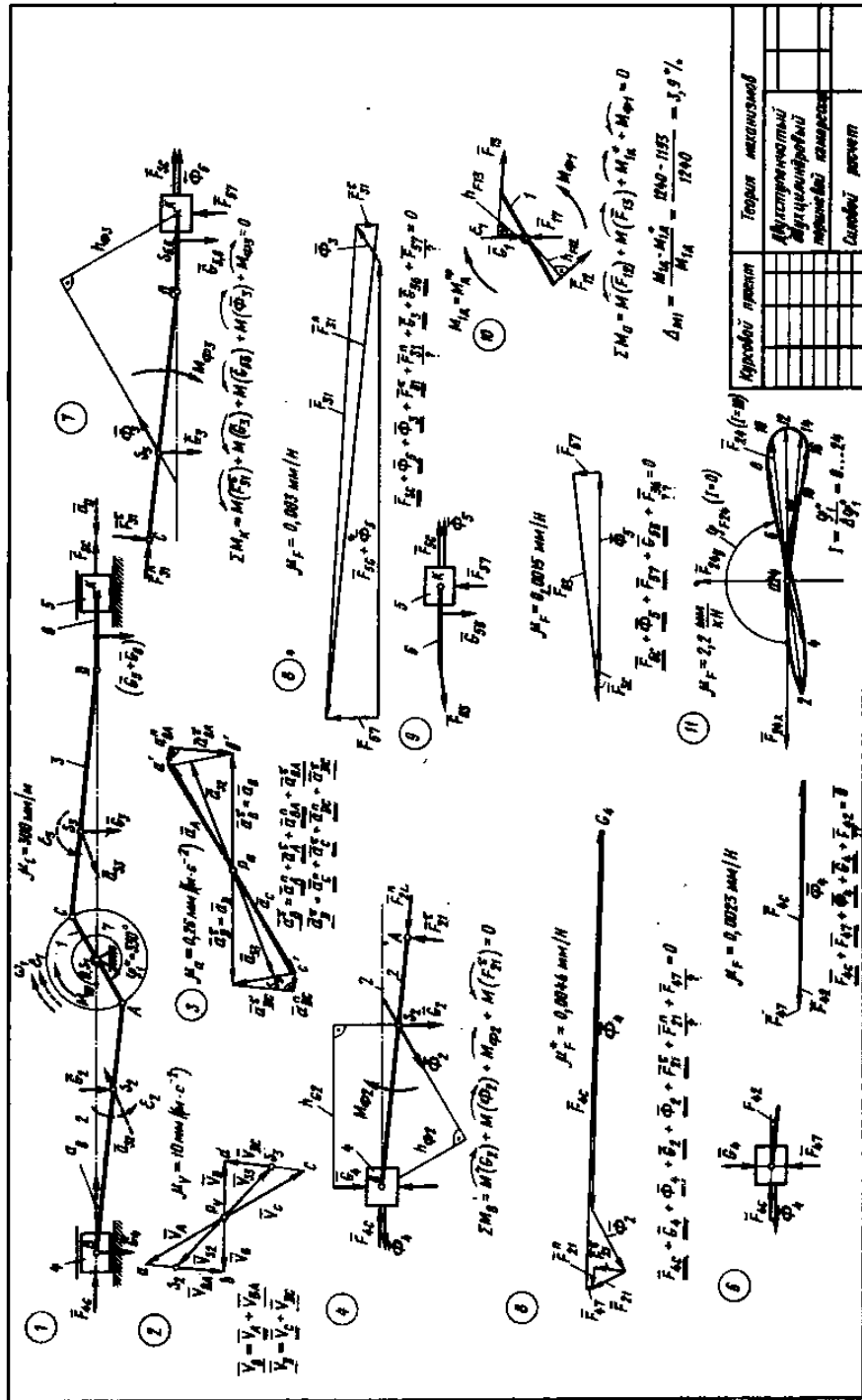
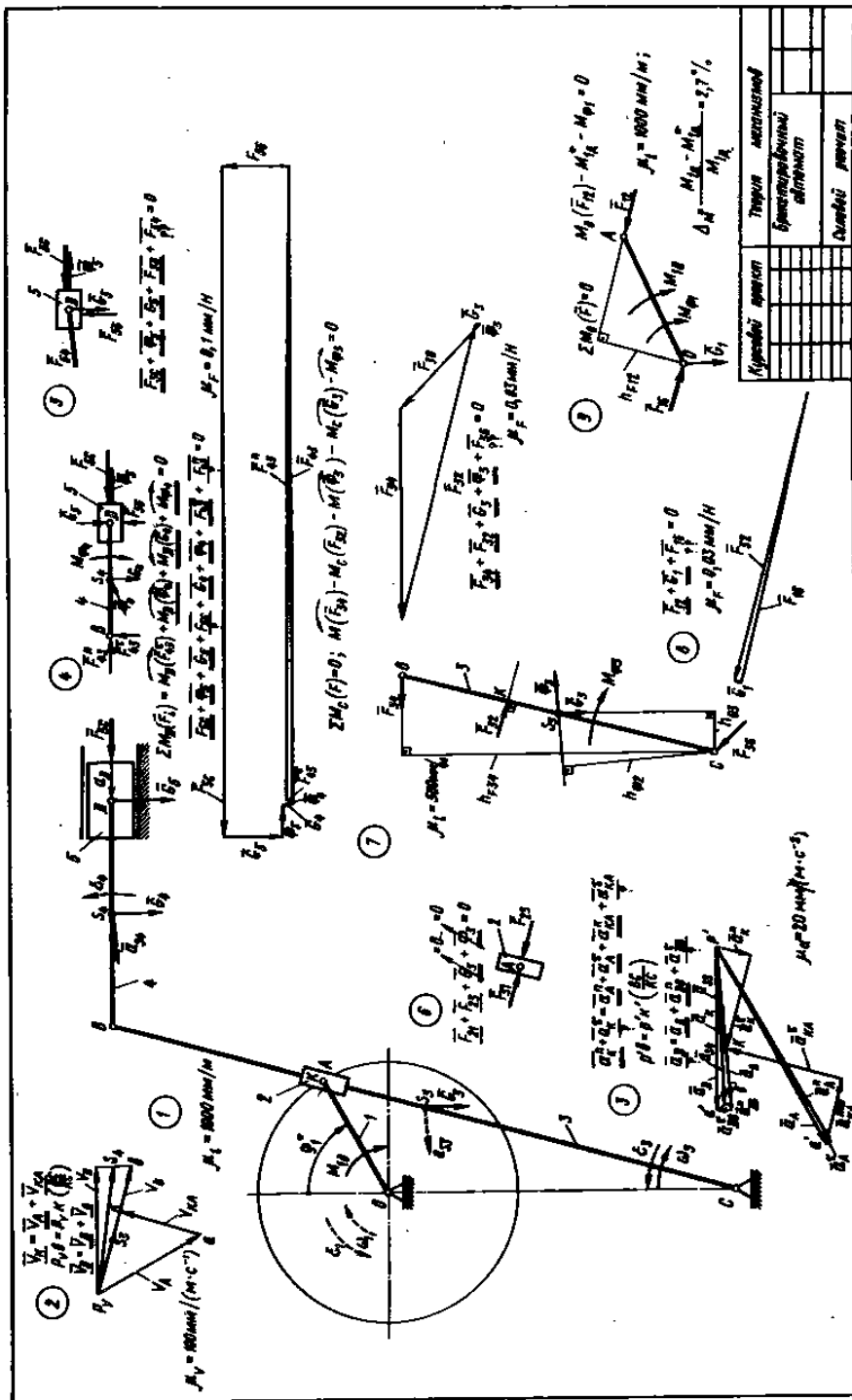


Рис. 5.18



Курсовой проект	Тема	Масштаб
	Брусьевый механизм	
	Детали	
	Рисунки	

Рис. 5.20

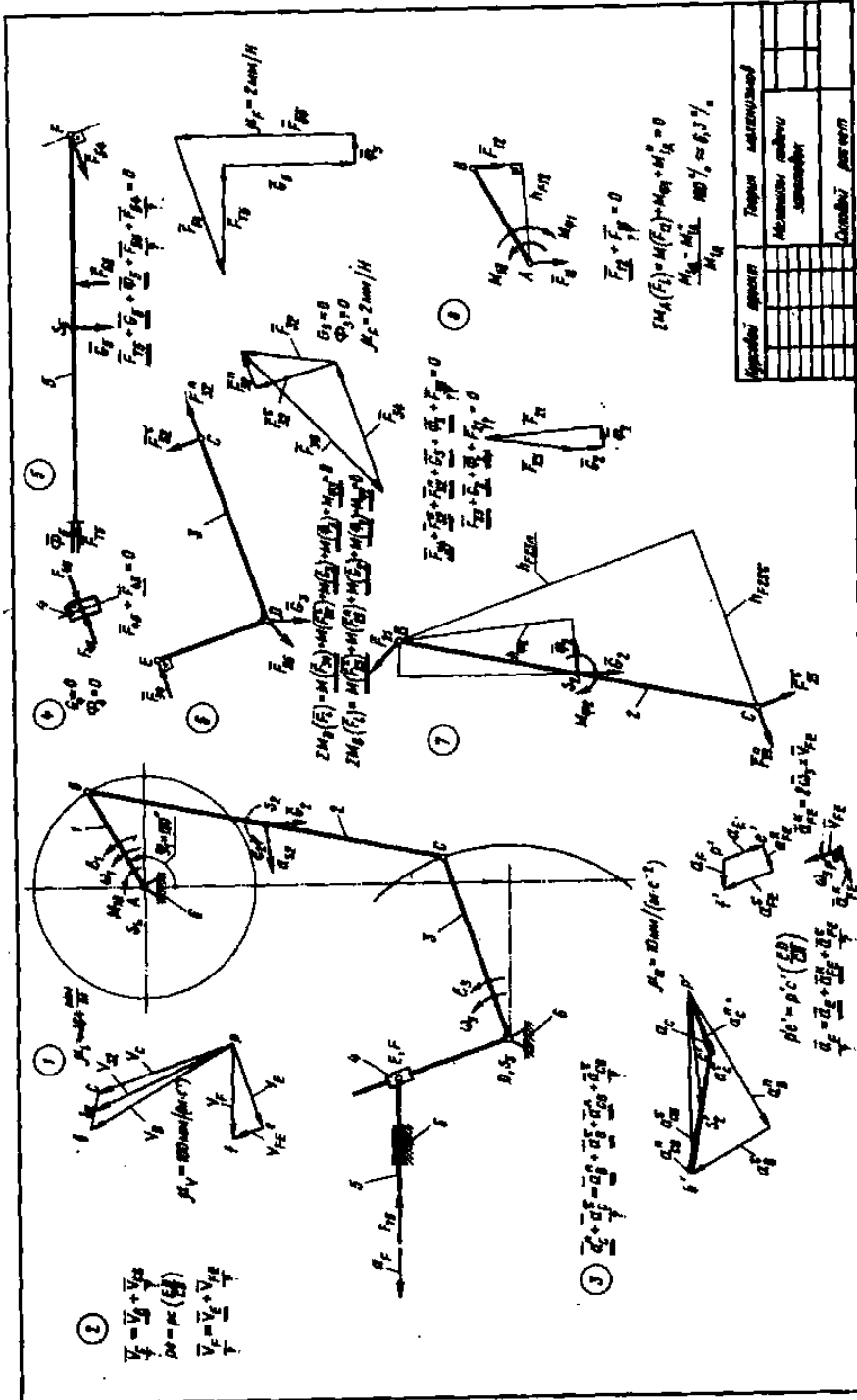


Рис. 5.21

Глава 6 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

6.1. АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Кинематическая связь между ротором двигателя и входным звеном исполнительного механизма обычно осуществляется с помощью зубчатых механизмов.

При заданных частоте вращения n_d ротора двигателя и частоте вращения n_1 входного звена определяют общее передаточное отношение u_{d1} привода:

$$u_{d1} = n_d/n_1.$$

При заданной кинематической схеме совокупности зубчатых механизмов (рядовых зубчатых передач, планетарного редуктора и т. д.) находят частные значения передаточных отношений, произведение которых равно общему передаточному отношению приводов:

$$u_{d1} = u_{n1} u_{n2} \dots u_{ред},$$

где $u_{n1} = u_{12} = \mp z_2/z_1$; $u_{n2} = u_{34} = \mp z_4/z_3$; $u_{n3} = u_{56} = \pm z_6/z_5$ — передаточные отношения рядовых зубчатых передач с неподвижными осями внешнего (знак минус) или внутреннего (знак плюс) зацепления; $u_{ред}$ — передаточное отношение зубчатого редуктора (обычно планетарного), кинематическую схему которого необходимо спроектировать при выполнении курсового проекта.

В большинстве заданий числа зубьев колес цилиндрической зубчатой передачи (например, z_1 и z_2) заданы в качестве исходных. В некоторых заданиях задается частное передаточное отношение $u_{n1} = u_{12} = -z_2/z_1$, межосевое расстояние a_w и модуль m .

В этом случае определяют число зубьев шестерни по формуле

$$z_1 = 2a_w / [(1 + u_{12})m]$$

с округлением до ближайшего целого числа.

Число зубьев z_2 колеса определяют по соотношению $z_2 = z_1 u_{12}$, которое также округляется до целого числа. Стремятся при определении z_1 и z_2 получить минимальное отклонение полу-

ченного передаточного отношения $u_{12} = \mp z_2/z_1$ от требуемого передаточного отношения $u_{пл} = u_{12}$.

При заданном суммарном числе зубьев z_Σ число z_1 определяют по соотношению

$$z_1 = z_\Sigma / (u_{12} \pm 1).$$

Помимо чисел зубьев z_1 и z_2 заданными являются модуль m и параметры исходного контура эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи по ГОСТ 13755 — 81 (рис. 6.1, а): угол главного профиля $\alpha = 20^\circ$; коэффициент высоты головки $h_a^* = 1$; коэффициент высоты ножки $h_f^* = 1,25$; коэффициент граничной высоты $h_i^* = 2$; $h_i^* = 2h_a^* + c^* - \rho_f^* (1 - \sin \alpha)$; коэффициент радиуса кривизны переходной кривой $\rho_f^* = 0,38$; коэффициент глубины захода в паре исходных контуров $h_w^* = 2$; коэффициент радиального зазора в паре исходных контуров $c^* = 0,25$.

Дополнительные параметры при модификации (рис. 6.1, б): коэффициент глубины модификации профиля головки зуба $\Delta a^* = 0,005 \dots 0,02$; коэффициент высоты модификации $h_g^* = 0,45$.

В ряде заданий значения модуля m выбраны условно, без учета действующих нагрузок и схемы привода. Так как после выполнения первых двух листов проекта известен характер изменения нагрузки на входном и выходном валах машинного агрегата, то рекомендуется определить модуль из условия контактной прочности боковых поверхностей зубьев.

В курсовом проекте по теории механизмов выбор материала деталей и допускаемых напряжений не проводят, так как эти вопросы рассматриваются в курсе «Детали машин».

Принимают, что колеса изготовлены из термообработанной стали марки 40Х с пределом прочности на растяжение $\sigma_s = 900$ МПа и пределом текучести $\sigma_T = 750$ МПа. Допускаемое контактное напряжение на рабочих поверхностях зубьев можно принять $[\sigma]_H = 640$ МПа, а допускаемое напряжение изгиба в зубьях — $[\sigma]_F = 315$ МПа.

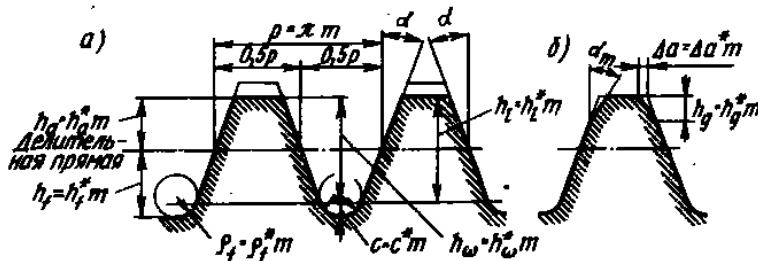


Рис. 6.1

Предварительное значение межосевого расстояния a_w (мм) рассчитывают из условия контактной прочности боковых поверхностей зубьев:

для прямозубых колес

$$a_w = (u_{12} \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{10000}{[\sigma]_H}\right)^2 \frac{K_H M_1}{\psi_a u_{12}}}$$

для косозубых и шевронных колес

$$a_w = (u_{12} \pm 1) \sqrt[3]{\left(\frac{8500}{[\sigma]_H}\right)^2 \frac{K_H M_1}{\psi_a u_{12}}}$$

Здесь $u_{12} = z_2/z_1$ — заданное передаточное отношение; $[\sigma]_H$ — допускаемое контактное напряжение, МПа; $K_H = 1,1 \dots 2,5$ — коэффициент нагрузки при расчете на контактную выносливость; $M_1 = (M_1^{\text{нп}})_{\text{ср}}$ — номинальное (среднее) значение крутящего момента на валу шестерни z_1 , Н·м; $\psi_a = b/a_w$ — коэффициент ширины зубчатых колес, $\psi_a = 0,2 \dots 0,5$.

Принимая средние значения $K_H = 1,12$; $[\sigma]_H = 640$ МПа; $\psi_a = 0,315$, формулы для определения межосевого расстояния приводят к частному виду:

для прямозубых колес

$$a_w = (u_{12} + 1) \sqrt[3]{\left(\frac{10000}{640}\right)^2 \frac{1,12}{0,315} \frac{M_1}{u_{12}}} = 9,54 (u_{12} + 1) \sqrt[3]{\frac{M_1}{u_{12}}}$$

для косозубых и шевронных колес

$$a_w = (u_{12} + 1) \sqrt[3]{\left(\frac{8500}{640}\right)^2 \frac{1,12}{0,315} \frac{M_1}{u_{12}}} = 8,56 (u_{12} + 1) \sqrt[3]{\frac{M_1}{u_{12}}}$$

По предварительному значению межосевого расстояния a_w находят значение модуля m по соотношению

$$m = 2a_w / [(u_{12} + 1)z_1].$$

Окончательное значение модуля m выбирают из стандартного ряда модулей (СТ СЭВ 310 — 76), мм:

1-й ряд . . . 1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50
 2-й ряд . . . 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18;
 22; 28; 36; 45

Коэффициент s^* радиального зазора может быть увеличен до 0,35 для цилиндрических передач с модулем $m = 1$ мм и менее

и уменьшен до 0,20 — для конических передач с прямыми зубьями с модулем $m = 1$ мм и более.

Допускается также увеличение коэффициента радиального зазора цилиндрической зубчатой передачи до $c^* = 0,35$ при обработке колес долбяками и шеверами и до $c^* = 0,40$ при обработке под зубошлифование.

После анализа и уточнения исходных данных при расчете зубчатой цилиндрической передачи выбирают коэффициенты смещения и рассчитывают параметры передачи, размеры зубчатых колес и измерительные размеры зуба для контроля профиля.

Далее рассчитывают качественные показатели передачи и геометрические параметры зубчатой передачи и зубчатых колес, приводимые на рабочих чертежах и схеме зацепления.

Результаты расчета отображают в форме построения станочного и рабочего зацеплений.

Цель главы

Эта глава позволяет студенту получить навыки расчета геометрических параметров показателей качества зубчатых передач, выбрать границы допустимых значений смещения исходного контура инструмента, назначить оптимальный вариант для расчета размеров зубчатой передачи и зубчатых колес. Результаты расчетов на ЭВМ представить в форме таблиц (распечаток) и в графическом виде проанализировать взаимодействие сопряженных профилей.

6.2. ВЫБОР КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ

Положение исходного производящего контура (ИПК) относительно делительной окружности проектируемого зубчатого колеса оказывает влияние на форму профиля зуба в торцовом сечении, а следовательно, и на эксплуатационные свойства проектируемого зацепления. За нулевое смещение принимают такое положение ИПК, при котором его делительная прямая касается делительной окружности зубчатого колеса.

Расстояние по нормали между делительной прямой ИПК и делительной окружностью колеса называют смещением, а отношение величины смещения к расчетному модулю называют коэффициентом смещения и обозначают буквой x . Расчетный модуль m — линейная величина, в π раз меньшая нормального шага зубьев по делительной окружности. Коэффициент смещения — величина безразмерная, но имеет знак: $x > 0$, если делительная прямая ИПК располагается вне делительной окружности нарезаемого колеса, т. е. смещение осуществляют в сторону увеличения станочного расстояния, и $x < 0$, если при смещении делительная прямая ИПК пересекает делительную окружность зубчатого колеса. Коэффициенту смещения x приписывают индексы: 1 — для шестерни x_1 , 2 — для колеса x_2 . Коэффициент

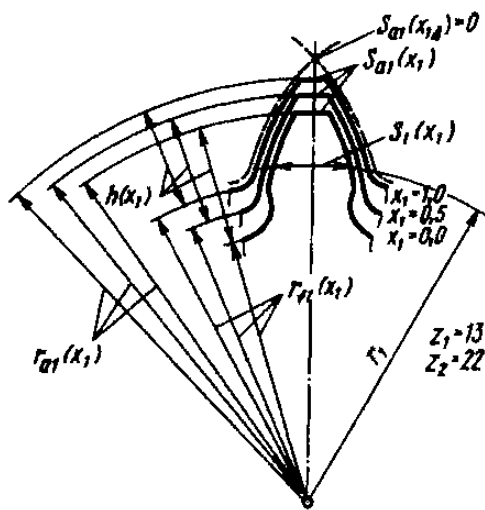


Рис. 6.2

смещения влияет на форму зуба, который может оказаться в пределе подрезанным или заостренным (рис. 6.2). Подобные формы зуба считаются недопустимыми. Предельные значения коэффициента смещения, соответствующие наименьшему и наибольшему смещениям исходного производящего контура, обозначают: x_{\min} , $x_{i\min}$ — коэффициент наименьшего смещения исходного контура, при котором отсутствует подрезание зуба; x_{Δ} , $x_{i\Delta}$ — коэффициент наибольшего смещения исходного контура, при кото-

ром отсутствует геометрическое заострение зуба.

Расчетное значение коэффициента смещения x должно быть в пределах: $x_{\min} \leq x \leq x_{\Delta}$. Для ориентировочного выбора коэффициентов смещения на рис. 6.3 приведены графики $x(z)$, ограничивающие область, в которой не наблюдается ни подреза зуба (границная линия 1), ни заострения вершины (границная линия 2). Например, для $z_1 = 13$ коэффициент $x_{\min} = 0,24$, а коэффициент $x_{\Delta} = 0,877$.

Наименьшее число зубьев z_{\min} для колес без смещения ($x = 0$) определяется по формуле

$$z_{\min} = 2h_a^* / \sin^2 \alpha;$$

для колес с заданным смещением

$$z_{\min} = 2(h_i^* - h_a^* - x) \cos \beta / \sin^2 \alpha_i;$$

для прямозубых колес без смещения при $h_a^* = 1$ и $\alpha = 20^\circ$

$$z_{\min} = 2 \cdot 1 / \sin^2 20^\circ \approx 17.$$

Наименьший коэффициент смещения по критерию отсутствия подрезания зуба при заданных числах зубьев z_1 и z_2 :

$$x_{\min 1} = h_a^* \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}} \approx \frac{17 - z_1}{17} = 1 - 0,058 z_1;$$

$$x_{\min 2} = h_a^* \frac{z_{\min} - z_2}{z_{\min}} \approx \frac{17 - z_2}{17} = 1 - 0,058 z_2.$$

В пределах области дозволённых значений коэффициента сме-

щения $x(z)$ на рис. 6.3 изображены также кривые 3 и 4, показывающие зависимость $x(z)$ коэффициентов при определенных соотношениях между толщиной зуба вершины s_a и расчетным модулем m . Кривая 3 соответствует $s_a^* = s_a/m = 0,3$, а кривая 4 — $s_a^* = 0,4$.

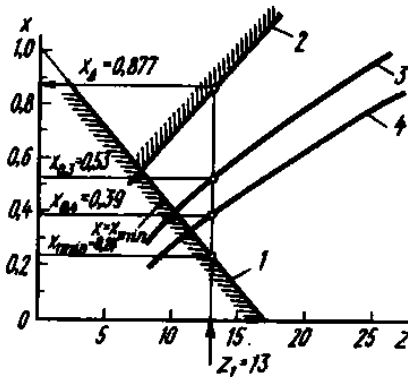


Рис. 6.3

Эти значения s_a^* рекомендуется принимать при проектировании как граничные: $s_a^* \geq 0,3$ для колес незакаленных с однородной структурой материала зубьев; $s_a^* \geq 0,4$ для колес с поверхностным упрочнением зубьев.

Эти кривые позволяют выбирать величину x с учетом этой рекомендации. Например, для колеса с числом зубьев $z_1 = 13$ незакаленного стального с однородной структурой $x_{1(0,3)} = 0,53$, а для колеса с поверхностным упрочнением зубьев $x_{1(0,4)} = 0,39$.

При других видах химико-термической обработки поверхности зубьев предельные значения s_a^* принимают следующими: нормализация, улучшение — $\geq 0,25 \dots 0,30$; цементация, азотирование — $\geq 0,30 \dots 0,40$; закалка — $\geq 0,40 \dots 0,45$.

Для передач с малыми нагрузками (кинематических) и силовых передач 6 — 7-й степени точности (по ГОСТ 1643 — 81 установлено 12 степеней точности, из которых самая низкая — двенадцатая) предельное значение s_a^* может быть уменьшено до $0,10 \dots 0,25$.

Для кинематических передач с числом зубьев $z_2 = z_1 + z_2 \geq 34$ рекомендуется применять коэффициент суммы смещений $x_2 = 0$.

Таблица 6.1. Коэффициенты смещения для кинематических зубчатых передач

z_1 и z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 17$	0	0
$z_1 = 12 \dots 16$ $z_2 \geq 22$	+0,3	-0,3
$z_{1,2} = 7 \dots 11$	$\geq (1 - 0,058 z_1)$	$\geq (1 - 0,058 z_2)$

При этом если $z_1 = 12 \dots 16$, то рекомендуется применять равносмещенную передачу с $x_1 = 0,3$ и $x_2 = -0,3$ (табл. 6.1).

Для силовых зубчатых передач учитывают основные качественные показатели: коэффициенты перекрытия $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\gamma$; удельного скольжения λ_1, λ_2 и удельного давления \mathcal{U}_p . В зависимости от конкретных условий работы проектируемой передачи назначают допустимые значения того или иного параметра. Для передач общего назначения при отсутствии дополнительных условий синтеза пользуются рекомендациями, приведенными в табл. 6.2 и 6.3.

Таблица 6.2. Коэффициенты смещения для силовых передач при свободном выборе межосевого расстояния

z_1 и z_2	x_1	x_2
$z_{1,2} \geq 30$	0	0
$z_1 = 14 \dots 20$ $z_2 \geq 50$	0,3	-0,3
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 \leq 30$	0,5	0,5
$z_1 = 10 \dots 30$ $z_2 > 32$	0,5	0
$z_1 = 5 \dots 9$ $z_2 \leq 30$	$x_1 = 0,03(30 - z_1)$	$x_2 = 0,03(30 - z_2)$

Таблица 6.3. Коэффициенты смещения x для силовых и кинематических передач при заданном межосевом расстоянии

z_T	z_1 и z_2	x_1	x_2
0	$z_1 \geq 21$ $z_1 = 14 \dots 20$ и $u_{12} \geq 3,5$	0 0,3	0 -0,3
0...0,5	$z_1 > 19; z_2 \geq 21$ $z_1 = z_2 \leq 20$	$x_1 = x_2$ $x_1 = 0,5 x_T$	0 $x_2 = 0,5 x_T$
0,5...1,0	$z_1 = z_2 \geq 10$ $z_1 \geq 11; z_2 \geq z_{\min} + 2$	$x_1 = 0,5 x_T$ $x_1 = 0,5$	$x_2 = 0,5 x_T$ $x_2 = x_T - 0,5$

Для передач, к которым предъявляются повышенные требования к ресурсу работы и надежности, к выбору коэффициентов смещения подходят более внимательно, т. е. критерии работоспособности передачи выбирают с учетом назначения передачи и условий ее эксплуатации. При этом обычно учитывают накопленный опыт проектирования и эксплуатации передач, который обобщают в форме номограмм, таблиц (см. Приложение II) или эмпирических формул.

В табл. 6.4 приведены рекомендуемые значения коэффициентов смещения x_1 и x_2 по критерию наибольшей износостойкости и наибольшего сопротивления заеданию с учетом ограничений по коэффициенту перекрытия и допустимой толщине зуба по вершине. Эти рекомендации можно использовать при расчете прямозубых колес закрытых и открытых передач, для которых несущая способность лимитируется износом или заеданием. Распространенными являются рекомендации В. Н. Кудрявцева, приведенные на рис. 6.4, а, б в виде графиков для $2 \geq u \geq 1$

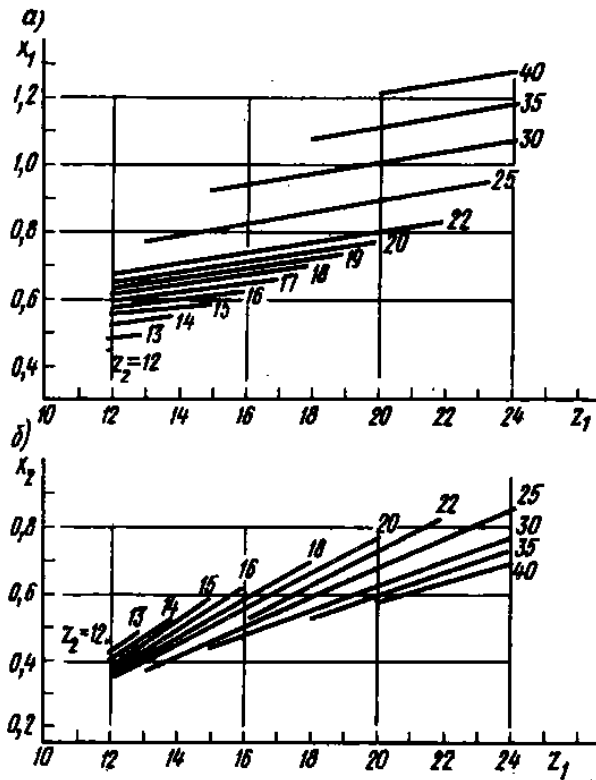


Рис. 6.4

для закрытых передач, обеспечивающих хорошую смазку и приработку рабочих поверхностей. Для таких передач главным критерием является контактная выносливость, которая зависит от приведенной кривизны рабочих поверхностей в зоне их контакта.

Таблица 6.4. Рекомендуемые значения коэффициентов смещения по критерию наибольшей износостойкости и наибольшего сопротивления заеданию

z_1	x_1										
	при z_2										
	12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
12	0,36	0,43	0,49	0,53	0,57	0,60	0,63	0,63	0,64	0,65	0,65
15	—	0,44	0,48	0,55	0,60	0,63	0,68	0,66	0,67	0,67	0,66
18	—	—	0,54	0,60	0,63	0,67	0,68	0,70	0,71	0,71	0,71
22	—	—	—	0,67	0,71	0,74	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76
28	—	—	—	—	0,85	0,86	0,88	0,91	0,88	0,87	0,86
34	—	—	—	—	—	1,00	1,00	1,00	0,99	0,98	0,97
42	—	—	—	—	—	—	1,15	1,16	1,17	1,14	1,12
50	—	—	—	—	—	—	—	1,31	1,32	1,28	1,20
65	—	—	—	—	—	—	—	—	1,56	1,54	1,44
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,81	1,67
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,90

Продолжение табл. 6.4

z_1	x_2										
	при z_2										
	12	15	18	22	28	34	42	50	65	80	100
12	0,36	0,34	0,35	0,38	0,48	0,53	0,67	0,77	1,00	1,18	1,42
15	—	0,44	0,46	0,54	0,63	0,72	0,88	1,02	1,22	1,36	1,70
18	—	—	0,54	0,63	0,72	0,82	0,94	1,11	1,35	1,61	1,90
22	—	—	—	0,67	0,81	0,90	1,03	1,17	1,44	1,73	1,98
28	—	—	—	—	0,85	1,00	1,12	1,26	1,56	1,85	2,12
34	—	—	—	—	—	1,00	1,16	1,31	1,55	1,81	2,15
42	—	—	—	—	—	—	1,15	1,32	1,58	1,86	2,18
50	—	—	—	—	—	—	—	1,31	1,58	1,84	2,09
65	—	—	—	—	—	—	—	—	1,56	1,84	2,04
80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,81	1,98
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,90

6.3. ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ ДЛЯ ВЫБОРА КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕЩЕНИЯ

Использование ЭВМ позволяет проектировать оптимальные зубчатые передачи, у которых коэффициенты смещения назначаются с учетом геометрических показателей качества зацепления, к которым относят:

коэффициенты торцового ε_α и осевого ε_β перекрытия. Коэффициент торцового перекрытия ε_α равен отношению длины активной линии зацепления B_1B_2 к основному шагу p_b : $\varepsilon_\alpha = B_1B_2/p_b$. Коэффициент осевого перекрытия ε_β равен отношению рабочей ширины b_w венца зубчатого колеса к осевому шагу: $p_x = \pi m / \sin \beta$.

Для прямозубых передач рекомендуется $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$, для косозубых передач рекомендуется $\varepsilon_\alpha \geq 1,0$ и $\varepsilon_\beta \geq 1,0$. Для обеспечения постоянного значения суммарной длины контактных линий зубьев, находящихся в данный момент в зацеплении, принимают $\varepsilon_\beta = 1$. Это позволяет обеспечить более равномерный износ зубьев;

отсутствие подрезания, которое уменьшает толщину зуба у корня, снижает изгибную прочность зуба, а иногда снижает коэффициент перекрытия. Подрезание отсутствует, если коэффициенты смещения x_1 и x_2 больше коэффициентов наименьшего смещения $x_{1\min}$ и $x_{2\min}$: $x_1 \geq x_{1\min}$; $x_2 \geq x_{2\min}$;

отсутствие интерференции зубьев, при которой траектория относительного движения кромки зуба одного колеса накладывается на переходную кривую второго колеса. Наличие интерференции в реальной передаче приводит к ее заклиниванию. Интерференция отсутствует, если радиус кривизны ρ_p активного профиля зуба в нижней точке больше радиуса кривизны ρ_l в граничной точке профиля зуба: $\rho_p \geq \rho_l$;

заданное значение толщины зуба s_a на окружности вершины и отсутствие заострения. Рекомендации по выбору s_a^* были приведены выше, в § 6.2;

Таблица 6.5. Исходные данные для программы SS10

Параметры	Буквенные обозначения	Идентификатор
Число зубьев шестерни, колеса	$z_1; z_2$	Z1; (Z11); Z2; (Z22)
Модуль расчетный (нормальный)	m	M
Угол наклона линии зуба	β	BETA
Угол главного профиля исходного контура	α	ALF
Коэффициент высоты головки	h_a^*	HA
Коэффициент радиального зазора	c^*	C
Коэффициент смещения исходного контура	$x_1; x_2$	X1; X2

Таблица 6.6. Выходные постоянные параметры, вычисляемые по программе SS10

Параметры	Буквенные обозначения	Идентификатор
Радиусы (диаметры) делительные окружностей:		
шестерни	$r_1; d_1$	R 1; D1
колеса	$r_2; d_2$	R 2; D2
Радиусы (диаметры) основных окружностей:		
шестерни	$r_{b1}; d_{b1}$	RB1; DB1
колеса	$r_{b2}; d_{b2}$	RB2; DB2
Торцовый шаг зубьев рейки	p_t	PT
Торцовый модуль	m_t	MT
Расчетные параметры исходного контура в торцовом сечении		
	h_m^*	HAT
	C_t^*	CT
	α_t	ALFT
	ρ_f	RO
Коэффициенты наименьшего смещения	x_{1min}	XMINT1
	x_{2min}	XMINT2
Хорды окружного шага зубьев по делительной окружности		
	p_1	P1X
	p_2	P2X
Толщина зуба исходного контура по делительной прямой	$s_0 = 0,5p_t$	SO
Ширина впадины исходного контура по делительной прямой	e_0	EO
Радиус кривизны переходной кривой исходного производящего контура	ρ_f	RFO
Хорда дугового шага по делительной окружности:		
шестерни	p_1	P1X
колеса	p_2	P2X

приведенный радиус ρ кривизны профилей, используемый при расчетах на контактную прочность боковых поверхностей зубьев с радиусами ρ_1 и ρ_2 кривизны: $\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$. Его обычно вычисляют для зацепления в полюсе и оценивают относительной величиной в виде коэффициента ψ^* давления: $\psi^* = m/\rho$;

коэффициенты удельного скольжения профилей, являющиеся отношением скорости скольжения $v_{ск}$ ($v_{ск} = v_{K2} - v_{K1}$) профилей к касательной составляющей v_x^* скорости точки K (K_1 и K_2) на профиле в момент контакта: $\lambda_1 = v_{ск}/v_{K1}^*$; $\lambda_2 = v_{ск}/(v_{K2}^* u_{12})$. Рекомендуется для передач, подверженных абразивному износу, выравнивать коэффициенты удельного скольжения λ_1 и λ_2 , если материалы зубчатых колес одинаковые.

Таблица 6.7. Выходные переменные параметры, вычисляемые по программе SS10

Параметры	Буквенные обозначения	Идентификатор
Коэффициент воспринимаемого смещения	y	Y
Коэффициент уравнивающего смещения	Δy	DY
Радиусы (диаметры) начальных окружностей:		
шестерни 1	$r_{w1}; d_{w2}$	RW1; DW1
колеса 2	$r_{w2}; d_{w2}$	RW2; DW2
Межосевое расстояние	a_w	AW
Радиусы (диаметры) окружности вершин:		
шестерни 1	$r_{a1}; d_{a1}$	RA1; DA1
колеса 2	$r_{a2}; d_{a2}$	RA2; DA2
Радиусы (диаметры) окружности впадин:		
шестерни 1	$r_{f1}; d_{f1}$	RF1; DF1
колеса 2	$r_{f2}; d_{f2}$	RF2; DF2
Высота зуба	h	H
Толщина зуба по делительной окружности:		
шестерни 1	s_1	S1
колеса 2	s_2	S2
Толщина зуба по окружности вершины	$s_{a1}; s_{a2}$	SA1; SA2
Угол зацепления	$a_w; a_{rw}$	ALFWT
Коэффициенты перекрытия:		
торцовый	ε_a	EALF
осевой	ε_β	EBETA
общий	ε_γ	EGAM
Углы профиля зуба в точке на окружности вершин		
	α_{a1}	ALFA1T
	α_{a2}	ALFA2T
Коэффициенты удельного скольжения	λ_1	LAM1
	λ_2	LAM2
Коэффициент давления	ψ^*	TETA

Так как объем вычислений слишком велик, расчет этих показателей качества следует проводить на ЭВМ с использованием стандартных программ (рис. 6.5 и табл. 6.5, 6.6 и 6.7).

Результаты вычислений выводятся на печать в виде таблицы. Например, в табл. 6.8 приведены результаты расчетов качественных показателей передачи с числами зубьев $z_1 = 13$ и $z_2 = 22$.

В приведенном примере выравнивание коэффициентов удельного скольжения λ_1 и λ_2 наступает при коэффициенте $x_1 = 0,75$. Это значение можно было бы принять за расчетное, но при этом коэффициент ε_x перекрытия равен только 1,11, что может оказаться недостаточным. Ограничение по толщине зуба на вершине в данном конкретном примере находится вне дозволённого интервала (правее), назначенного по критерию коэффициента торцового перекрытия.

Анализ результатов вычислений можно провести непосредственно по таблице или по графикам. Пример таких графиков приведен на рис. 6.6. По оси абсцисс отложены коэффициенты x_1 смещения в заданных пределах от $x_{1н} = 0$ до $x_{1к} = 1,0$, а по осям ординат — показатели качества передачи s_{a1}^* , λ_1 , λ_2 , ν^* и ε_x .

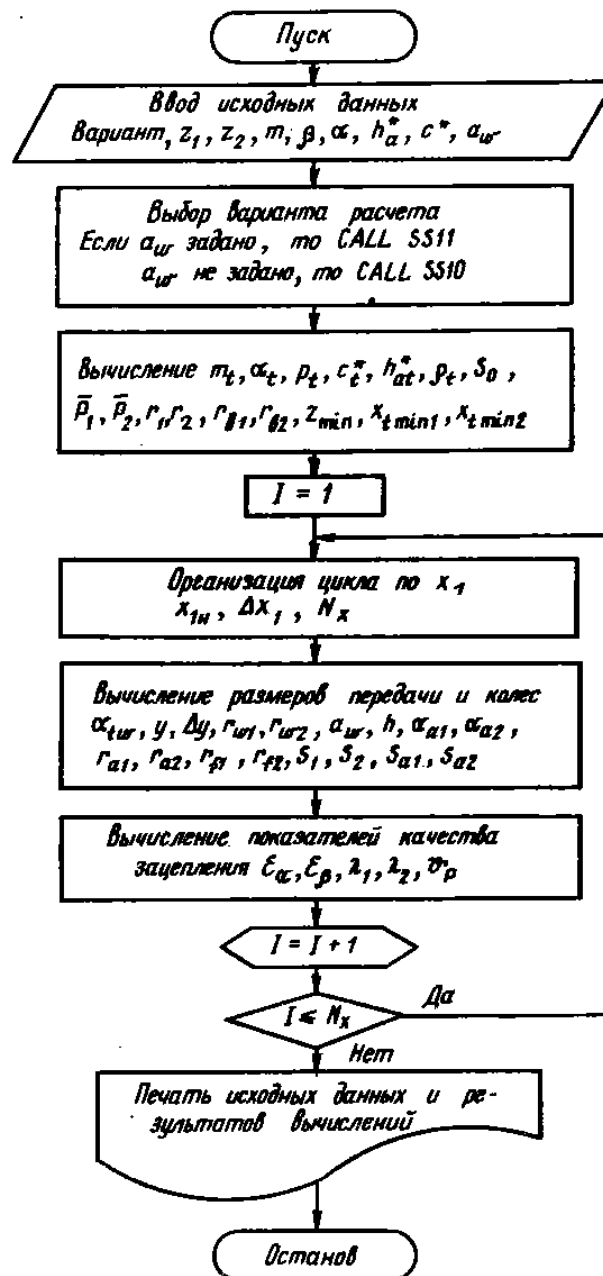


Рис. 6.5

Таблица 6.8. Выходные данные вычисления на ЭВМ показателей качества передачи с числом зубьев $z_1 = 13$; $z_2 = 22$; $x_2 = 0,5$

Показатели	x_1					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$s_{a1}^*(x_1)$	0,69	0,63	0,57	0,51	0,44	0,38
$s_{a2}^*(x_1)$	0,55	0,60	0,65	0,71	0,77	0,84
ε_a	1,36	1,30	1,24	1,17	1,11	1,05
λ_1	14,69	4,60	2,44	1,48	0,94	0,59
λ_2	0,87	0,90	0,93	0,96	0,98	1,01
ν	0,70	0,69	0,68	0,68	0,67	0,67

Ограничение по подрезу зуба $x_1 \geq x_{1\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z_1}{z_{\min}}$ определяет

левую границу интервала для коэффициента смещения x_1 . На рис. 6.6 граница подреза зуба отмечена линией со штриховкой на запрещенной стороне.

Правая граница интервала коэффициента смещения x в данном случае определяется величиной коэффициента торцового перекрытия ε_a , допустимая величина которого назначена равной $[\varepsilon_a] = 1,15$. Эта граница на рис. 6.6 также отмечена вертикальной линией со штриховкой на запрещенной стороне. Допустимые значения коэффициента торцового перекрытия назначают с учетом условий работы передачи, в частности, его можно назначать в зависимости от степени точности колес:

Степень точности . . .	5	6	7	8	9
Параметр шероховатости боковых поверхностей зубьев, мкм:					
Ra	0,63	1,25	2,5	—	—
Rz	—	—	—	20	40
Коэффициент торцового перекрытия, не менее, при $\beta = 0$	1,30	1,25...1,30	1,20...1,30	1,10...1,20	1,10...1,05
То же, при $\beta \neq 0$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Границы интервала по показателю $s_{a1}^* > [s_{a1}^*]$ в данном случае оказалась правее границы по показателю $\varepsilon_a \geq [\varepsilon_a]$. В интервале допустимых значений x_1 назначают расчетное значение, при котором определяют размеры передачи и зубчатых колес. Для примера, приведенного на рис. 6.6, можно принять $x_1 = 0,6$ и $x_2 = 0,5$.

В ряде случаев рекомендуется пользоваться графиками, приведенными в качестве приложения к ГОСТ 16532 — 70 в от-

ражающими изменение некоторых показателей передачи в зависимости от обоих коэффициентов смещения x_1 и x_2 .

Совокупность линий в системе координат x_1 и x_2 , ограничивающих зону допустимых значений коэффициентов смещения для передачи с заданными числами зубьев z_1 и z_2 зубчатых колес, называют блокирующим контуром*. Пример блокирующего контура приведен на рис. 6.7.

Линии на границах блокирующего контура относятся к следующим случаям: 3 — линии интерференции зубьев; 4 — граница подрезания зуба колеса, не вызывающего уменьшения коэффициента перекрытия; 10 — граница подрезания зуба шестерни, не вызывающего уменьшения коэффициента перекрытия; 5 — линия заострения вершины $s_{a1} = 0$; 8 — линия коэффициента перекрытия $\epsilon_\alpha = 1,0$.

Внутри блокирующего контура наносится еще ряд линий: 1 и 2 — линии минимальных смещений x_{1min} и x_{2min} по подрезу зуба; 6 и 7 — линии с фиксированной толщиной зуба на вершине; 6 — $s_{a1}^* = 0,25$; 7 — $s_{a1}^* = 0,40$; 9 — линия коэффициента перекрытия $\epsilon_\alpha = 1,2$.

Зона допустимых значений коэффициентов смещения ограничена толстыми линиями и прямыми 1 и 2.

При выборе пары значений x_1 и x_2 внутри блокирующего контура имеют в виду, что с увеличением положительных значений x_1 и x_2 уменьшаются величины

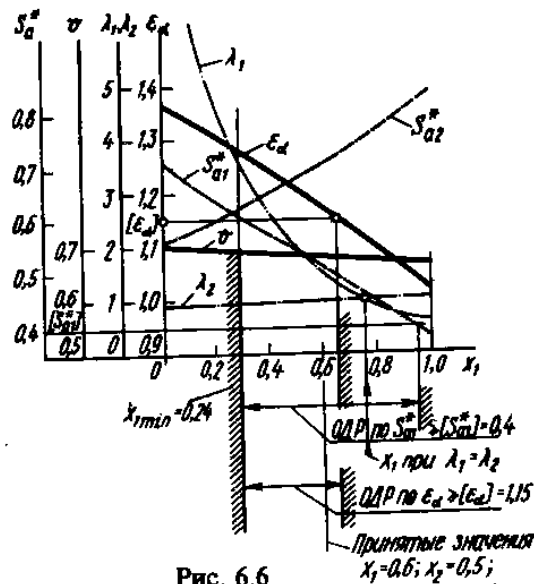


Рис. 6.6

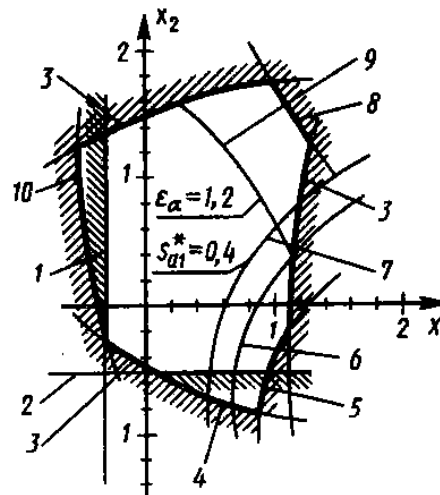


Рис. 6.7

*Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления/ Болотовский И. А., Гурьев Б. Н., Смирнов В. Э. и др. М.: Машиностроение, 1974.

удельного скольжения, контактного напряжения сдвига в поверхностных слоях зубьев и повышается их изгибная прочность.

Иногда помимо блокирующего контура наносят дополнительные линии, определяющие, например, геометрическое место точек, в которых выравнены коэффициенты удельного скольжения $\lambda_1 = \lambda_2$ или соответствующие выбранному значению коэффициента x_Σ суммы смещений.

6.4. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

При расчете геометрических параметров зубчатой передачи в состав исходных данных входят модуль m или межосевое расстояние a_w . Если эти значения не заданы или они не согласованы с условиями работы передачи, то их следует вычислить с учетом передаваемой мощности и частоты вращения по методике, изложенной выше в § 6.1. При значительных колебаниях приведенных моментов внешних нагрузок, приложенных к механизму, M_1 следует принимать равным $M_{\Sigma \max}^{np(z_1)}$, т. е. максимальному значению суммарного момента сопротивления, приведенного к валу колеса z_1 .

Например, пусть числа зубьев $z_1 = 13$; $z_2 = 22$; крутящий момент на входном валу $M_1 = 260 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Передаточное отношение $u_{12} = z_2/z_1 = 1,692 \approx 1,7$. Межосевое расстояние (при $\psi_a = 0,315$; $K_H = 1,2$; $[\sigma]_H = 640 \text{ МПа}$)

$$a_w = 9,54 (u_{21} + 1) \sqrt[4]{M_1/u_{12}} = 9,54 (1,7 + 1) \sqrt{260/1,7} = 9,54 \cdot 2,7 \cdot 5,34 = 137,5 \text{ мм.}$$

Модуль зубчатой передачи

$$m = \frac{2a_w}{(u_{12} + 1)z_1} = \frac{2 \cdot 137,5}{(1 + 1,7)13} = 7,83 \text{ мм.}$$

Принимаем ближайшее значение из стандартного ряда (см. § 6.1): $m = 8 \text{ мм}$.

Коэффициенты смещения были выбраны по методике, предложенной в § 6.3: $x_1 = 0,6$; $x_2 = 0,5$ (см. рис. 6.6). При расчете геометрических параметров передачи используют стандартную программу вычислений параметров на ЭВМ. Схема программы, отображающая основные операции процесса вычислений на ЭВМ, показана на рис. 6.5.

При оформлении записки и при вычислениях на микрокалькуляторе расчет рекомендуется проводить в такой последовательности:

1. Коэффициент суммы смещений

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0,6 + 0,5 = 1,1.$$

2. Угол зацепления α_w

$$\begin{aligned} \operatorname{inv} \alpha_w &= \operatorname{inv} \alpha + \frac{2x_{\Sigma} \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2} = \operatorname{inv} 20^\circ + \frac{2 \cdot 1,1 \operatorname{tg} 20^\circ}{13 + 22} = \\ &= 0,014904 + 0,022878 = 0,037782. \end{aligned}$$

Угол α_w находят по таблицам эвольвентной функции (см. Приложение III) $\alpha_w = 26,888^\circ = 26^\circ 53' 17''$.

3. Межосевое расстояние

$$\begin{aligned} a_w &= \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8(13 + 22)}{2} \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,888^\circ} = \\ &= \frac{8 \cdot 35}{2} \frac{0,9397}{0,8919} = 147,503 \text{ мм.} \end{aligned}$$

4. Делительные диаметры:

$$d_1 = mz_1 = 8 \cdot 13 = 104 \text{ мм}; \quad d_2 = mz_2 = 8 \cdot 22 = 176 \text{ мм.}$$

5. Делительное межосевое расстояние

$$a = (d_1/d_2)/2 = (104 + 176)/2 = 140 \text{ мм.}$$

6. Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = (a_w - a)/m = (147,503 - 140)/8 = 0,938.$$

7. Коэффициент уравнивающего смещения

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y = 1,1 - 0,938 = 0,162.$$

8. Радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = \frac{mz_1}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 13}{2} \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,888^\circ} = 54,787 \text{ мм};$$

$$r_{w2} = \frac{mz_2}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 22}{2} \frac{\cos 20^\circ}{\cos 26,888^\circ} = 92,716 \text{ мм.}$$

Проверка вычислений:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = 54,787 + 92,716 = 147,503 \text{ мм.}$$

9. Радиусы вершин зубьев:

$$r_{a1} = m \left(\frac{z_1}{2} + h_a^* + x_1 - \Delta y \right) = 8 \left(\frac{13}{2} + 1 + 0,6 - 0,162 \right) = 63,503 \text{ мм};$$

$$r_{a2} = m \left(\frac{z_2}{2} + h_a^* + x_2 - \Delta y \right) = \left(\frac{22}{2} + 1 + 0,5 - 0,162 \right) = 98,703 \text{ мм.}$$

10. Радиусы впадин:

$$r_{f1} = m \left(\frac{z_1}{2} + x_1 - h_a^* - c^* \right) = 8 \left(\frac{13}{2} + 0,6 - 1 - 0,25 \right) = 46,800 \text{ мм;}$$

$$r_{f2} = m \left(\frac{z_2}{2} + x_2 - h_a^* - c^* \right) = 8 \left(\frac{22}{2} + 0,5 - 1 - 0,25 \right) = 82,000 \text{ мм.}$$

11. Высота зуба

$$h = r_{a1} - r_{f1} = r_{a2} - r_{f2} = 63,503 - 46,800 = 98,703 - 82,000 = 16,703 \text{ мм.}$$

12. Толщины зубьев по делительной окружности:

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha \right) = 8 \left(\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,6 \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 16,60 \text{ мм;}$$

$$s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha \right) = 8 \left(\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,5 \operatorname{tg} 20^\circ \right) = 15,478 \text{ мм.}$$

13. Радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 52 \cos 20^\circ = 48,864 \text{ мм;}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 88 \cos 20^\circ = 82,693 \text{ мм.}$$

14. Углы профиля в точке на окружности вершин:

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}) = \arccos(48,864/63,503) = 39,694^\circ;$$

$$\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}) = \arccos(82,693/98,703) = 33,092^\circ.$$

15. Толщины зубьев по окружности вершин:

$$s_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_{a1} - \operatorname{inv} \alpha) \right] =$$

$$= 8 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 39,694^\circ} \left[\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,6 \operatorname{tg} 20^\circ - 13 (\operatorname{inv} 39,694^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ) \right] =$$

$$= 4,076 \text{ мм;}$$

$$s_{a2} = 8 \frac{\cos 20^\circ}{\cos 33,092^\circ} \left[\frac{3,14}{2} + 2 \cdot 0,5 \operatorname{tg} 20^\circ - 22 (\operatorname{inv} 33,092^\circ - \operatorname{inv} 20^\circ) \right] =$$

$$= 5,669 \text{ мм.}$$

16. Коэффициенты толщины зубьев по окружности вершин:

$$s_{a1}^* = S_{a1}/m = 4,076/8 = 0,51 \geq 0,4;$$

$$s_{a2}^* = S_{a2}/m = 5,669/8 = 0,71 \geq 0,4.$$

17. Коэффициент торцового перекрытия

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha} &= \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) = \frac{13}{6,28} \times \\ &\times (\operatorname{tg} 39,694^\circ - \operatorname{tg} 26,888^\circ) + \frac{22}{6,28} (\operatorname{tg} 33,092^\circ - \operatorname{tg} 26,888^\circ) = 1,175. \end{aligned}$$

Сравнение с допустимым значением $[\varepsilon_{\alpha}] = 1,20$ показывает, что это несколько меньше, но считают возможным передачу в новом варианте не рассчитывая, уменьшив $[\varepsilon_{\alpha}] = 1,15$, как это было принято при выборе коэффициента смещения x_1 .

При заданном межосевом расстоянии расчет основных геометрических параметров зубчатой передачи выполняют в такой последовательности. В начале расчета определяют коэффициенты смещения x_1 и x_2 , для этого находят:

числа зубьев $z_1 = 2a_w / [(u_{12} + 1)m]$ и округляют до целого меньшего числа, отбрасывая дробную часть; $z_2 = z_1 u_{12}$ — округляют до целого числа;

действительное межосевое расстояние $a = m(z_1 + z_2) / (2 \cos \beta)$;

угол профиля исходного контура в торцовом сечении $\alpha_i = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta)$;

угол зацепления $\alpha_w = \operatorname{arccos}(a \cos \alpha_i / a_w)$;

коэффициент суммы смещений $x_{\Sigma} = (z_1 + z_2) (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha_i) / (2 \operatorname{tg} \alpha)$.

Коэффициенты x_1 и x_2 смещения определяют с учетом рекомендаций, изложенных выше в табл. 6.3. После назначения x_1 и x_2 дальнейший расчет основных геометрических параметров проводят в той же последовательности, как это было рассмотрено выше. В случае косозубых колес в формулы следует подставлять расчетные параметры торцового исходного контура m_i , a_i , $h_{a_i}^*$, c_i^* .

Контроль взаимного положения разноименных профилей зубьев при изготовлении колес осуществляют измерением размеров длины общей нормали, толщины зуба по хорде на заданном диаметре, постоянной хорды и высоты зуба до постоянной хорды, расстояния между роликками или шариками во впадинах зубьев. Формулы для расчета этих размеров приведены в ГОСТ 16532 — 70 и 19274 — 73.

При выполнении курсового проекта ограничиваются расчетом длины постоянной хорды S_c — отрезка прямой, соединяющей две точки с разноименных профилей зуба, на пересечении

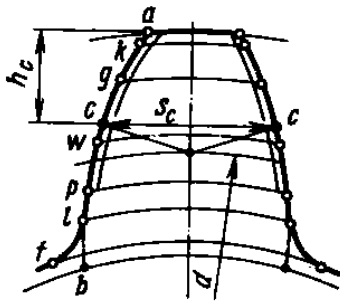


Рис. 6.8

окружности с нормальными к ним, проведенными из одной точки на делительной окружности (рис. 6.8.), и расчетом высоты h_c до постоянной хорды зуба.

Кратчайшее расстояние от вершины зуба до средней точки постоянной хорды называют высотой h_c до постоянной хорды

$$s_c = m \left(\frac{\pi}{2} \cos^2 \alpha + x \sin 2\alpha \right);$$

$$h_c = 0,5(d_a - d - s_c \operatorname{tg} \alpha).$$

Для рассмотренного примера $s_c = 14,176$ мм; $h_c = 8,923$ мм.

6.5. СТАНОЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Образование боковых поверхностей зубьев колес осуществляют методами обработки металлов резанием, давлением (прокатка, штамповка) или путем отливки. Наиболее распространенным является зубонарезание на станках методом огнбания. Контур зубьев номинальной исходной зубчатой рейки в сечении (торцовом, осевом или нормальном) плоскостью, перпендикулярной ее делительной плоскости, называют *исходным контуром* (ИК). Для ИК толщина зуба и ширина впадины по делительной плоскости одинаковы. В этом случае режущие кромки лезвийного инструмента в процессе главного движения резания образуют воображаемую поверхность, которая в относительном движении с заготовкой (движении огнбания) является огибающей для обрабатываемой поверхности зуба. Такую воображаемую поверхность называют *производящей поверхностью*. Воображаемое зубчатое колесо, у которого боковыми поверхностями зубьев являются производящие поверхности, называют *производящим зубчатом колесом*, а его контур в сечении — *производящим контуром*. Контур зубьев производящей рейки в сечении плоскостью, перпендикулярной ее делительной плоскости, называют *исходным производящим контуром* (ИПК). В зависимости от расположения сечения относительно линии зуба различают торцовый, осевой и нормальный исходные производящие контуры. ИПК является совпадающим с исходным контуром, основные параметры которого были приведены на рис. 6.1, а. На рис. 6.1, б приведены параметры исходного контура, используемого при профильной модификации поверхности зуба, в результате которой номинальный профиль зуба начинает в заданной точке от-

клоняться от теоретического профиля с монотонным возрастанием отклонения по мере удаления от этой точки к вершине зуба (модификация головки) или к основанию зуба (модификация ножки).

На профиле зуба выделяют точки пересечения с различными окружностями, обозначение которых используют в качестве индексов в обозначениях параметров зубчатых колес и передачи (рис. 6.8). Например, диаметры окружности вершины зубьев d_a , окружности притупленных кромок d_x , окружности модификации головок зубьев d_g , начальной окружности d_w , делительной окружности d , окружности точек активных профилей d_p , окружности граничных точек d_b , окружности впадин d_f , основной окружности d_b .

Применение профильной модификации головки заключается в небольшом изменении профиля за счет его срезания в верхней части зуба. Оно необходимо для устранения кромоного зацепления, ударов, заклинивания и уменьшения шума при работе, обусловленных изгибом зубьев под нагрузкой, а также отклонениями в шаге зубьев из-за неточностей при зубонарезании.

Зубчатое зацепление производящего колеса с обрабатываемым зубчатым колесом называют *станочным зацеплением*.

При выполнении курсового проекта вычерчивают станочное зацепление ИПК с шестерней z_1 , что позволяет закрепить теоретические знания по геометрии эвольвентного зацепления, овладеть методом графического построения сопряженных профилей, получить профиль переходной поверхности зуба, определить радиус окружности граничных точек.

Профиль исходного контура вычерчивают в масштабе длины $\mu_l = (25 \dots 30) 10^3 / (h_a^* m)$, т. е. принимают высоту рейки на чертеже равной 65...75 мм. Например, для прямозубого колеса с модулем $m = 5$ мм принимают $\mu_l = 30 \cdot 1000 / 5 = 6000$ мм/м (М6 : 1) (рис. 6.8). Для косозубого колеса с $\beta = 12^\circ$; $m_t = m / \cos \beta = 5 / \cos 12^\circ = 5,112$ мм; $h_{a^*} = 0,9781$ масштаб длины будет тем же: $\mu_l = 30 \cdot 1000 / 5,112 \times 0,9781 = 6000$ мм/м.

В отличие от высотных размеров, которые одинаковы для торцового и нормального исходных профилей, шаговые и угловые размеры отличаются и это следует учитывать при вычерчивании ИПК.

Шаг зубьев по делительной прямой ИПК для прямозубых колес $p = \pi m$, для косозубых колес $p_t = \pi m_t = \pi m / \cos \beta$.

Радиус кривизны ρ_f переходной кривой зуба $\rho_f = \rho_f^* m = 0,38 m$

для нормального исходного контура. Для торцового исходного контура его следует определить по соотношению

$$\rho_{f1} = \frac{c_i^* m_i}{1 - \sin \alpha_i} = \frac{c^* m}{1 - \sin \alpha_i},$$

где

$$\alpha_i = \arctg(\operatorname{tg} \alpha / \cos \beta).$$

Необходимые построения для получения сопряженного с ИПК профиля зуба колеса показаны на рис. 6.9.

Углы профиля α или α_i исходного контура определяют наклон профильных прямых. Для обеспечения надлежащей точности построения угол наклона профильных прямых вычерчивают с помощью прямоугольного треугольника, у которого один катет принимают равным 100 мм, а другой катет — $100 \operatorname{tg} \alpha = 36,4$ мм для нормального производящего исходного контура или $100 \operatorname{tg} \alpha_i$ — для торцового исходного производящего контура. Протяженность ИПК на чертеже принимают равной 2,5...3 шагам (см. ниже на рис. 6.11).

Относительно ИПК располагают делительную окружность радиуса $r_1 = 0,5 m z_1$ с учетом смещения $x_1 m$.

Начальная прямая ИПК касается делительной окружности нарезаемого колеса в точке, которая называется полюсом зацепления P_0 . От полюса зацепления P_0 по начальной прямой откладывают отрезки влево и вправо длиной по 30...25 мм: 1-2, 2-3, 3-4, ..., а по делительной окружности дуги такой же длины 1'-2', 2'-3', 3'-4', ... (рис. 6.9). В процессе обкатки точки 1, 2, 3, 4, ... на начальной прямой будут последовательно совпадать с точками 1', 2', 3', 4'... на делительной окружности, совпадающей в станочном зацеплении с начальной окружностью.

Профиль исходного контура с углом профиля α_i и радиусом переходного профиля ρ_{f1} фиксируют относительно начальной прямой отрезками LL_w и WW_w . Тогда L является центром кривизны переходного профиля, а L_w — ее проекцией на начальную прямую. Точку W выбирают любой на профиле, например на граничной прямой ИПК, а W_w — ее проекция на начальную прямую. На верхней граничной прямой отмечают точки I, II, ..., VI, являющиеся проекциями точек 1, 2, ..., 6.

В процессе обкатки отрезки 1-I; 2-II; 3-III; ...; 6-VI последовательно занимают радиальные положения относительно оси O нарезаемого колеса: 1'-I'; 2'-II'; 3'-III'; ...; 6'-VI'. Соответствующее положение точек L и W в требуемом положении находят методом засечек (аналогично построению треугольника по трем за-

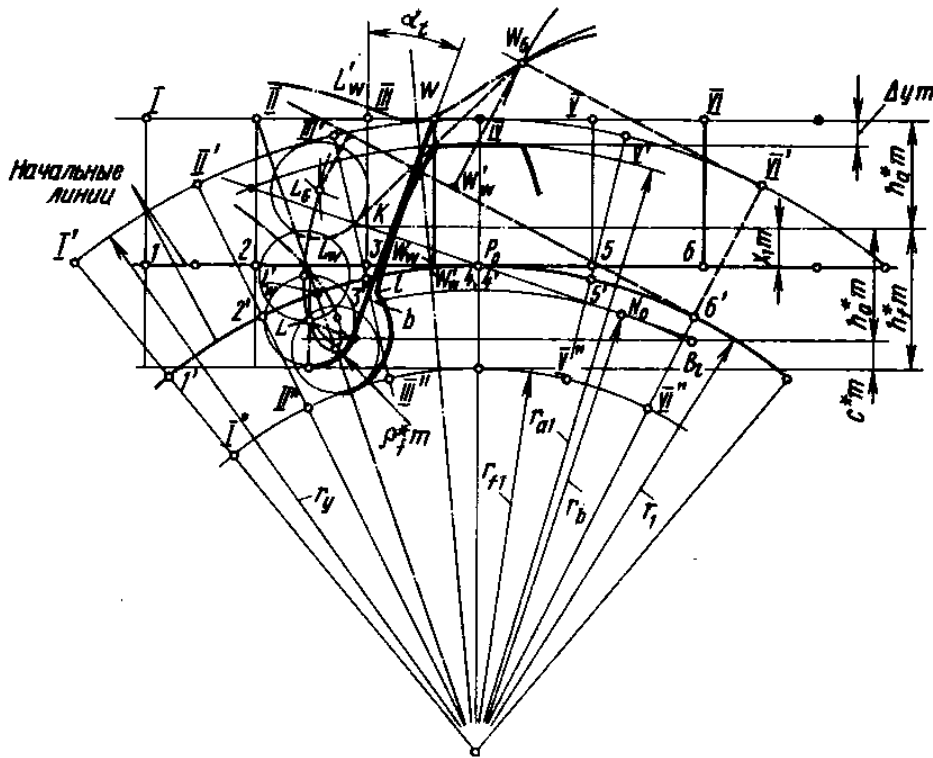


Рис. 6.9

данным сторонам). Одно из таких построений для точек L_6 и W_6 показано на рис. 6.9 для положения радиальной прямой $b'-VI'$. Жесткая рамка $W-W_w-b-VI$ из заданного положения перемещается в положение, обозначенное пунктирными линиями $W_6-W'_w-b'-VI'$. Точка W_6 находится на пересечении дуг с радиусами $VI'-W_6=VI-W$ и $b'-W_6=b-W$. Аналогично находят положение точки L_6 на пересечении дуг с радиусами $VI'-L_6=VI-L$ и $b'-L_6=b-L$.

Вычерчивают окружность с центром в точке L_6 и радиусом ρ_f переходного профиля и проводят касательную к ней из точки W_6 . Полученный профиль является исходным контуром, вычерченным в положении $b'-VI'$. Точки L и W в процессе обкатывания образуют геометрические места точек — удлиненную или укороченную эвольвенты. Эти кривые являются симметричными относительно осей симметрии OL'_w и OW'_w , положение которых находят, откладывая дуги $P_0L'_w$ и $P_0W'_w$ на начальной окружности, равные отрезкам P_0L_w и P_0W_w . Оси симметрии эвольвент на рис. 6.9 обозначены штрихпунктирными линиями. Перемеща

центр окружности L переходного профиля по удлиненной эвольвенте, описывают достаточное количество дуг радиусом ρ_f , огибающая которых является переходным профилем на зубе проектируемого («нарезаемого») зубчатого колеса. Проводя из ряда точек W на укороченной эвольвенте касательные к окружности переходного профиля радиуса ρ_f , получают семейство профилей

ИПК, огибающая которых является искомым эвольвентным профилем зуба. Если эвольвентный профиль и переходная кривая пересекаются, то происходит подрез зуба из-за недостаточного смещения x_1, m (рис. 6.9). При правильном выборе коэффициента смещения подреза зуба не происходит.

На рис. 6.10 приведены характерные профили для $z_1 = 7$ при разных коэффициентах смещения: а) $x_1 = 0$ с подрезом ножки зуба; б) $x_1 = x_{1\min} = 0,588$ при $z_1 = 7$; в) $x_1 = 1,4$ — точка L при таком большом смещении описывает укороченную эвольвенту, так же как и точка W .

На построенном профиле обозначают граничную точку l переходной кривой и точку b — номинальное начало эвольвенты на основной окружности радиуса r_b , который равен длине отрезка ON . Точка l совпадает с точкой b при $x_1 = x_{1\min}$ (рис. 6.10, б) и удаляется от точки b при других смещениях. Точка B_1 , определяющая радиус r_1 окружности граничных точек профиля зуба, находится на пересечении линии зацепления P_0N с прямой гра-

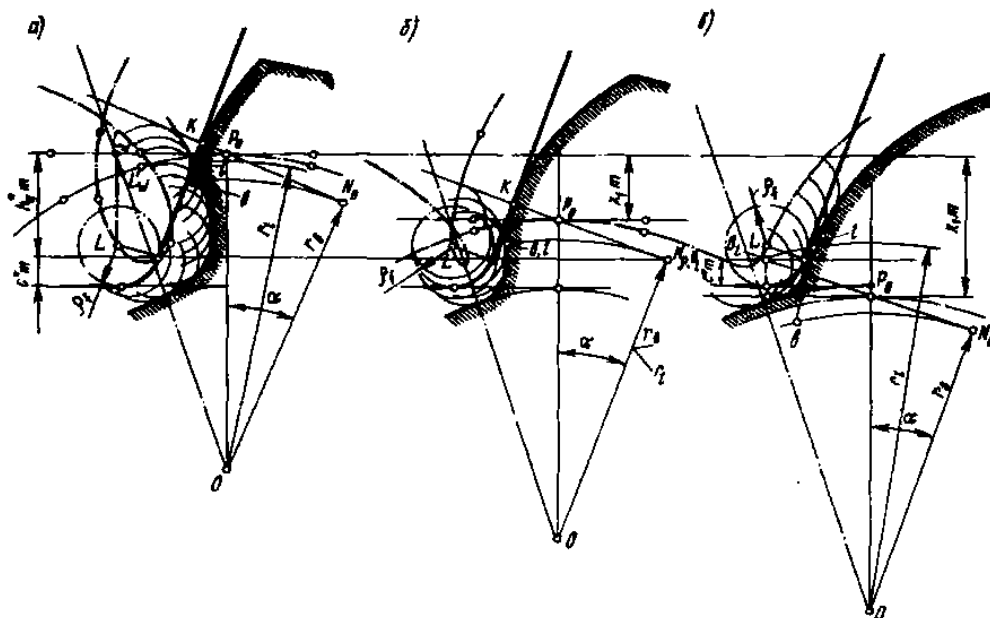


Рис. 6.10

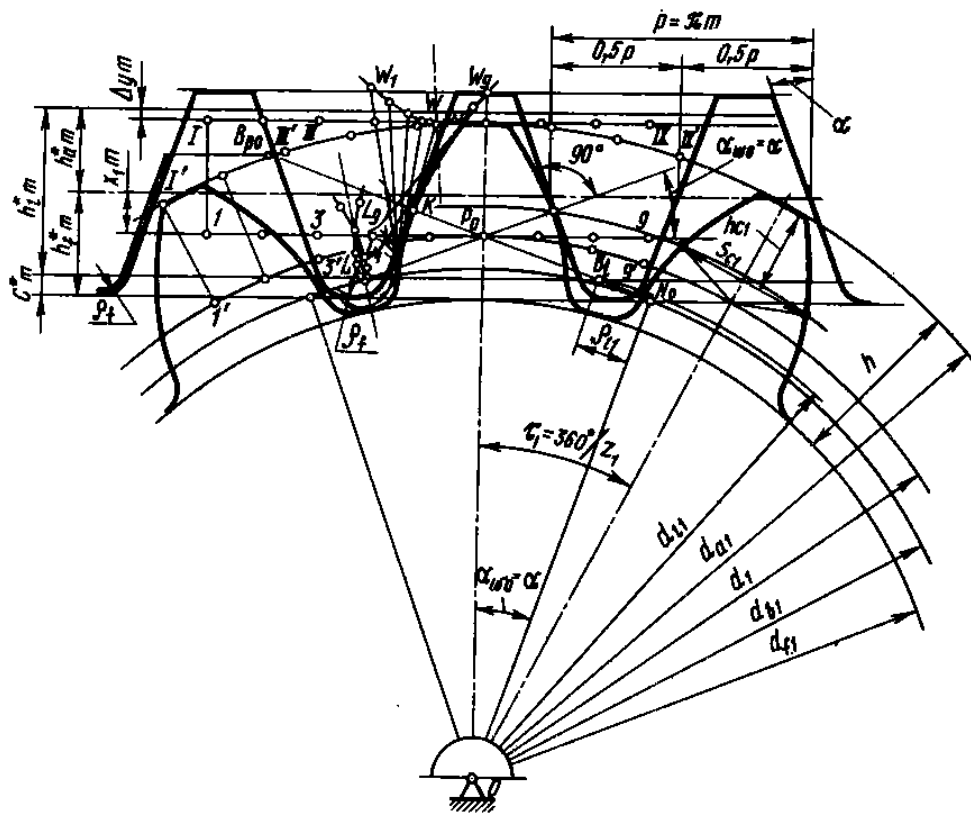


Рис. 6.11

нических точек ИПК, проведенной на расстоянии h_a^*m от делительной прямой.

Эвольвентная часть профиля зуба, расположенная выше окружности граничных точек, является огибающей прямолинейных режущих кромок исходного контура.

Требования к оформлению станочного зацепления показаны на рис. 6.11. Необходимо нанести следующие обозначения:

параметры исходного производящего контура (см. рис. 6.1, а);

параметры станочного зацепления (см. рис. 6.9): полюс зацепления P_0 ; ось нарезаемого колеса O_1 ; линию зацепления P_0N_0 ; активную линию зацепления V_pB_p ; угол станочного зацепления

$\alpha_{w0} = \alpha$; активный профиль исходного контура; смещение x_1m ;

диаметры окружностей вершин d_{a1} , впадин d_{f1} , граничных точек $d_{л1}$, делительной d_1 ;

уравнительное смещение $\Delta_{ум}$;

размеры для контроля профиля зуба (см. рис. 6.8): постоянную хорду S_c ; высоту до постоянной хорды h_c .

На схеме изображают профили не менее трех зубьев. Используют вычисленные длины хорд окружного шага по делительной окружности для поворота построенного профиля относительно оси колеса O_1 . При повороте используют профиль, вычерченный на кальке при его вращении относительно оси O_1 . Профили имеют общие контактные точки на линии зацепления.

6.6. ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА, ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ПАРАМЕТРЫ

После выполнения расчетов необходимо вычертить зубчатую передачу (рис. 6.12, а). Проводимые при этом графические построения позволяют закрепить теоретические знания, ознакомиться с требованиями действующих ГОСТов по обозначению параметров передачи и зубчатых колес, приобрести навыки определения геометрических показателей качества проектируемой передачи на основе графических построений без использования трудоемких расчетов по аналитическим зависимостям.

Межосевое расстояние a_w определяет расстояние между осями O_1 и O_2 зубчатых колес. Ось O_2 может быть расположена вне формата бумаги. Это допустимо, ибо основное внимание при построениях обращают на рассмотрение зацепления профилей в пределах активной линии зацепления $B_{p1}B_{p2}$. Иногда индекс «р» опускают и используют обозначение B_1B_2 .

Из центров O_1 и O_2 проводят окружности, радиусы которых были определены при расчетах:

начальных окружностей r_{w1} и r_{w2} , касающихся в полюсе P ;

делительных окружностей r_1 и r_2 , расстояние между которыми равно воспринимаемому смещению um ;

окружностей вершин r_{a1} и r_{a2} и окружностей впадин r_{f1} и r_{f2} ,

расстояние между которыми соответственно определяет радиальные зазоры, равные $c = c^*m$;

основных окружностей r_{b1} и r_{b2} , касательная к которым является линией зацепления N_1N_2 , проходящей через полюс P . Пересечение линии зацепления N_1N_2 с окружностями вершин определяет точки B_{p1} и B_{p2} активной линии зацепления $B_{p1}B_{p2}$ (B_1B_2).

В ГОСТ 16531 — 70 применяются следующие обозначения (на рис. 6.12, а опущены): g — длина линии зацепления N_1N_2 ; g_a — длина активной линии зацепления $B_{p1}B_{p2}$; g_f — длина дополюсной части $B_{p1}P$ активной линии зацепления; g_a — длина заполюсной части PB_{p2} активной линии зацепления.

Откладывая от точек B_{p1} и B_{p2} по линии N_1N_2 основной шаг $p_b = \pi m \cos \alpha$, находят границы зон одно- и двухпарного зацепле-

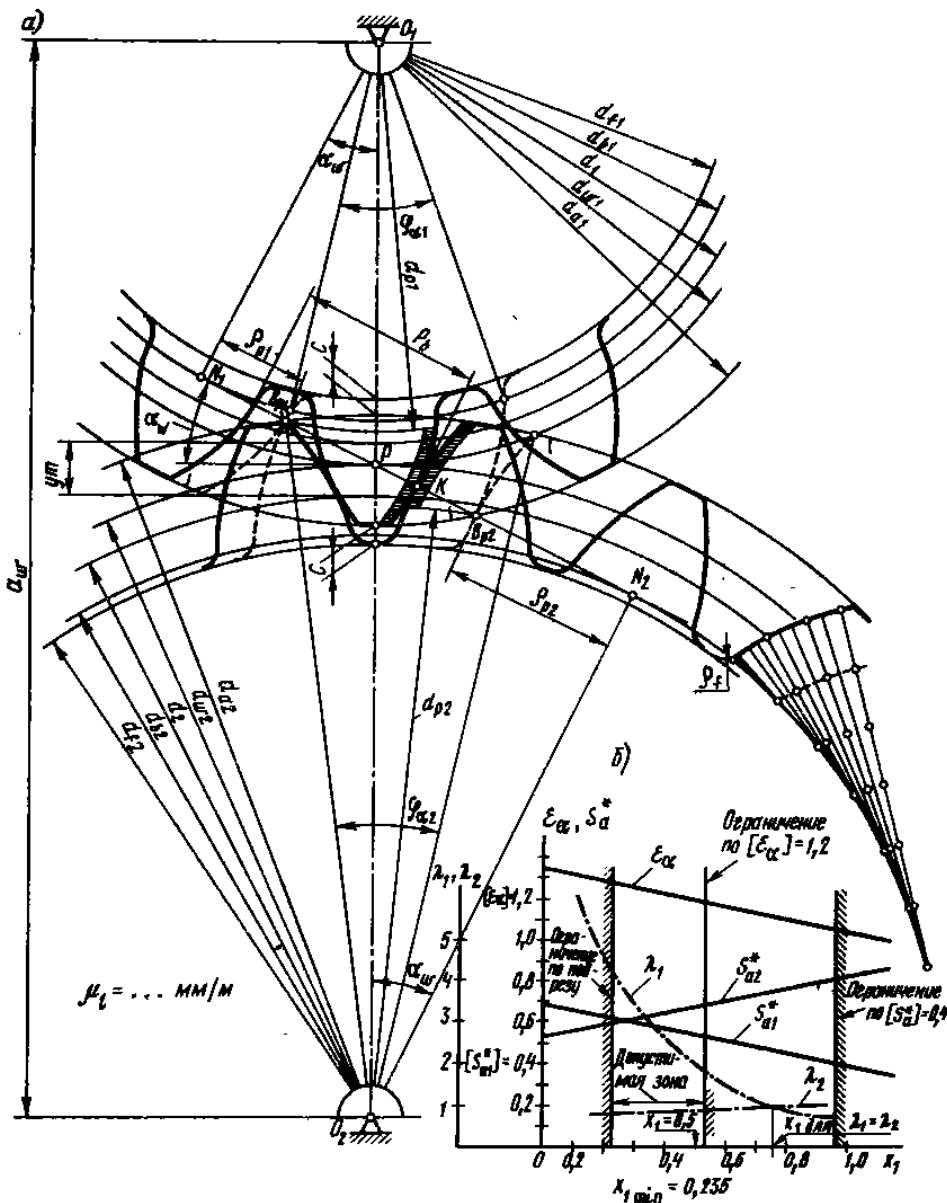


Рис. 6.12

ния профилей в пределах активной линии зацепления. Отношение отрезков g_a/p_b численно равно коэффициенту ϵ_{α} торцового перекрытия, рассчитанному ранее по аналитическому выражению. Через точки B_{p1} и B_{p2} проводят окружности точек активных профилей. Их радиусы (или диаметры) обозначают соответственно r_{p1} и r_{p2} (d_{p1} и d_{p2}), а активные профили зубьев выделяют тонкой линией по контуру зубьев ведущего и ведомого зубчатых колес.

Положение линии зацепления N_1N_2 относительно перпендикуляра к межосевой линии O_1O_2 в полюсе зацепления определяет угол зацепления α_w . Обозначение угла зацепления α_w на схеме передачи показывают также для углов N_1O_1P и N_2O_2P , которые равны этому углу α_w .

После вычерчивания всех окружностей и линии зацепления можно изобразить контуры профилей зубьев. Контур зубьев шестерни z_1 переносят с помощью кальки со схемы станочного зацепления, если масштабы длин одинаковы на обеих схемах. Профиль зубчатого колеса z_2 строят как эвольвенту, т. е. траекторию точки M на вспомогательной прямой при обкатывании ее по основной окружности диаметра d_{b2} (радиуса r_{b2}) без скольжения. Переходный профиль принимают приближенно по дуге окружности, радиус которой не менее $\rho_f = 0,38m$.

При вычерчивании картины зацепления профилей используют длину шага между зубьями по делительным окружностям, равную $p = \pi m$, основного шага по линии зацепления N_1N_2 , равную $p_b = \pi m \cos \alpha$. Точки контакта профилей расположены на линии зацепления N_1N_2 .

В точках B_{p1} и B_{p2} изображают пунктиром профили зубьев в момент начала и в момент окончания зацепления зубьев.

Пользуясь схемой передачи, вычерченной в масштабе длин, измеряют длины отрезков и рассчитывают коэффициенты перекрытия $\varepsilon_\alpha = B_{p1}B_{p2}/p_b$ и удельного скольжения:

текущие значения (для построения графиков)

$$\lambda_1 = \frac{PK}{PN_1 + PK} \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right); \quad \lambda_2 = \frac{PK}{PN_2 - PK} \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right);$$

здесь PK — величина алгебраическая, PN_1 и PN_2 — абсолютные значения длин отрезков;

максимальные значения (расчетные)

$$\lambda'_1 = \lambda_{1\max} = \frac{PB_{p1}}{PN_1 + PB_{p1}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right); \quad \lambda''_2 = \lambda_{2\max} = \frac{PB_{p2}}{-PN_2 + PB_{p2}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right),$$

знак минус — для внутреннего зацепления.

Характер изменения коэффициентов скольжения профилей в процессе зацепления их по мере перемещения контактной точки K по линии зацепления показывают в форме графика.

Коэффициент давления \mathcal{V}^* определяют по соотношению

$$\mathcal{V}^* = \frac{m}{\rho} = \frac{m(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} = \frac{m(N_1K + KN_2)}{(KN_1)(KN_2)}.$$

Таблица 6.9. Параметры цилиндрического колеса

Основные данные для выбора инструмента и настройки станка		Прямые зубья	Косые зубья
Модуль	m	5	7
Число зубьев	z	26	60
Нормальный исходный контур	—	По СТ СЭВ 308 — 76	
Коэффициент смещения	x	+0,5	0
Степень точности по ГОСТ 1643 — 81	—	8-B	7-H
Угол наклона зуба	β	—	16°
Направление наклона зуба	—	—	левое
Контроль взаимного положения разноименных профилей			
Постоянная хорда зуба	S_c	8,54	9,71
Высота до постоянной хорды	h_c	5,28	5,23
Справочные данные			
Делительный диаметр	d	130	436,93
Основной диаметр	d_b	122,16	408,62
Радиус кривизны активного профиля в нижней точке	ρ_p	20,07	61,77
Основной угол наклона	β_b	—	15°0'42"
Шаг зацепления	p_x	14,76	20,67
Осевой шаг	p_x	—	79,78
Ход зуба	p_z	—	4786,92
Радиус кривизны в граничной точке профиля зуба	ρ_l	14,92	57,59
Начальный диаметр	d_w	136,09	436,93
Высота зуба	h	10,58	15,75

Обозначение чертежа сопряженного зубчатого колеса

При контактировании профилей зубьев в полюсе зацепления P

$$\nu_P = \frac{mN_1N_2}{(N_1P)(N_2P)}$$

На чертеже необходимо указать значения параметров, необходимых для выбора инструмента и настройки станка, контроля взаимного положения разноименных профилей и основные справочные данные, указанные в табл. 6.9. Таблицу помещают на чертеже, а на схеме рабочего зацепления показывают их буквенные обозначения (рис. 6.12, а).

6.7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

1. Ознакомиться с исходными данными и условиями работы зубчатой передачи.
2. Ознакомиться с параметрами нормального исходного

контура, а при проектировании передачи с косыми зубьями определить параметры торцового исходного производящего контура.

3. При заданном межосевом расстоянии a_w рассчитать требуемые коэффициенты смещения x_1 и x_2 , а при свободном выборе межосевого расстояния назначить коэффициенты смещения с учетом условий работы передачи и соответствующих рекомендаций. При наличии на кафедре подготовленных программ вычислений геометрических показателей качества передачи подготовить исходные данные и ввести их в ЭВМ и получить распечатки результатов вычислений.

4. Результаты вычислений геометрических показателей качества передачи представить в графической форме (рис. 6.12, б). Наложить ограничения по подрезу зуба, относительной толщине зуба по вершине, коэффициенту перекрытия, условию выравнивания коэффициентов удельного скольжения и определить зону допустимых значений коэффициентов смещения. Выбрать в этой зоне расчетные значения коэффициентов смещения x_1 и x_2 .

При отсутствии возможности использования ЭВМ выбор x_1 и x_2 можно выполнить с помощью блокирующих контуров, приведенных в приложении 3 к ГОСТ 16532 — 70, или рекомендаций, приведенных в начале гл. 6.

5. Рассчитать параметры зубчатой передачи и зубчатых колес, используя микрокалькулятор или программу вычислений на ЭВМ.

6. Рассчитать размеры постоянной хорды и высоты до постоянной хорды для контроля положения разноименных профилей зубьев.

7. Рассчитать геометрические показатели для проверки качества зацепления.

8. Выполнить построение станочного зацепления с шестерней z_1 с выявлением профиля переходной поверхности зуба, окружности граничных точек, активного профиля исходного контура, радиуса кривизны в граничной точке профиля зуба (рис. 6.11).

9. Вычертить зубчатое зацепление колес z_1 и z_2 , на котором показать основные размеры (рис. 6.12, а).

10. Составить таблицу параметров (основные данные, данные для контроля и справочные данные), помещаемую на чертеже зубчатых колес в соответствии с требованиями ЕСКД (ГОСТ 2.403 — 73 — ГОСТ 2.405 — 75).

11. По схеме зацепления колес измерить необходимые отрезки и рассчитать коэффициенты удельного скольжения в точках активной линии зацепления $B_{p1}B_{p2}$ и построить их графики.

12. Ознакомиться с характером вопросов, обсуждаемых при защите курсового проекта (см. Приложение I) и использовать их для подготовки к защите.

Глава 7

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

7.1. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ ПЛАНЕТАРНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Планетарной зубчатой передачей называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся осью вращения хотя бы одного из них. Основными звеньями планетарной зубчатой передачи являются центральные зубчатые колеса, оси которых неподвижны, сателлиты — зубчатые колеса с перемещаемыми осями вращения и водило — звено, в котором установлены оси сателлитов. Ось вращения водила H , совпадающая с осью O центральных колес, является основной осью механизма. Простейшие кинематические схемы планетарных передач показаны на рис. 7.1.

Схема на рис. 7.1, *a* с центральными колесами z_1 и z_3 , водилом H и сателлитом z_2 является простейшей планетарной передачей с передаточным отношением $u \leq 9$ и с коэффициентом полезного действия $\eta = 0,96 \dots 0,98$. Ее особенность, как и большинства других планетарных передач, заключается в применении нескольких сателлитов, расположенных с равными угловыми шагами. При такой кинематической многосателлитной передаче имеется несколько зон зацепления (в зависимости от числа сателлитов) с центральным колесом. Такая многопоточная передача энергии одновременно несколькими зубчатыми парами позволяет уменьшить габариты и массу планетарных передач по сравнению с обычными рядовыми зубчатыми передачами. Обычно число сателлитов назначают от 3 до 6. Чтобы сателлиты были нагружены равномерно, требуется высокая точность изготовления передачи. При высокой точности изготовления и сборки число сателлитов можно увеличить до 10...12.

Другой особенностью планетарных передач является легкая изменяемость их кинематической схемы. При выключении тормозов T_3 и T_4 (рис. 7.1, *a, б*) передача имеет дифференциальную схему. При торможении звеньев 3 и 4 получают механизм с одной степенью свободы.

Принимая (рис. 7.1, *a*) неподвижным звено с z_3 при включенном тормозе T_3 , механизм имеет передаточное отношение

$u_{1H}^{(3)} = \omega_1 / \omega_H$. При включении тормоза T_H останавливается водило H и имеют рядовую передачу с передаточным отношением $u_{13}^{(H)} = \omega_1 / \omega_3$. При обозначении передаточных чисел употребляют определенную систему индексов: верхний индекс в скобках соответствует обозначению остановленного (неподвижного) звена, а два нижних индекса соответствуют передаче движения от входного звена к выходному. Обозначение $u_{1H}^{(3)}$ соответствует передаточному отношению планетарной передачи от входного звена 1 к выходному звену H при опорном (неподвижном) звене 3 . Обозначение $u_{13}^{(H)}$ соответствует передаточному отношению зубчатой передачи от входного звена 1 к выходному звену 3 при опорном (неподвижном) звене H .

Схема на рис. 7.1, б имеет центральные колеса z_1 и z_4 , блок сателлитов из колес z_2 и z_3 и водило H . Колесо z_4 имеет внутренние зубья. Минимальные размеры передача имеет при наибольшей разности в диаметрах колес z_2 и z_3 . Такую схему используют обычно при закреплённом звене 4 (тормоз T_4) для передаточных отношений $u_{1H}^{(4)} \leq 45$. Подобная схема обеспечивает высокие значения КПД в пределах $0,94 \dots 0,97$. Схемы на рис. 7.1, в, г имеют центральные колеса z_1 и z_4 , блок сателлитов из колес z_2 и z_3 и водило H . При малой разности в числах зубьев z_2 и z_3 на блоке

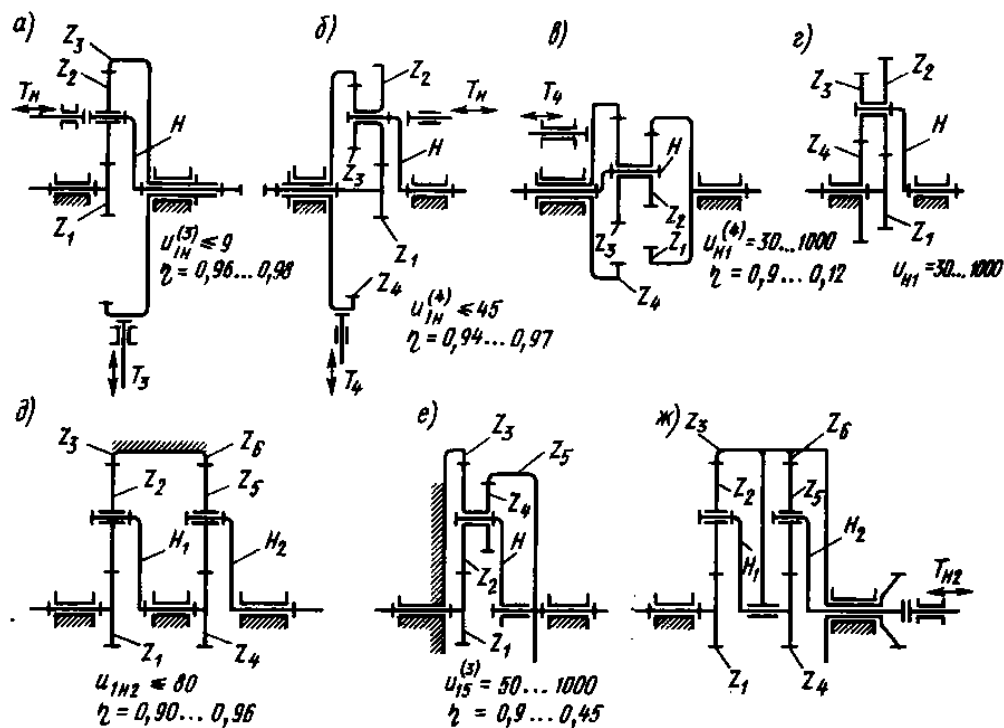


Рис. 7.1

спутника передача имеет очень большие передаточные отношения $u_{H1}^{(4)}$ в пределах до 1000 и более (известны схемы передач с $u = 10\,000$). КПД этих передач существенно уменьшается с увеличением передаточного отношения. Например, для схемы по рис. 7.1, в, при $u_{H1}^{(4)} = 30$ $\eta = 0,9$, а при $u_{H1}^{(4)} = 1000$ $\eta = 0,12$. Передачи с двумя внешними зацеплениями по схеме рис. 7.1, г имеют более низкий КПД и применяются сравнительно редко.

Схемы, изображенные на рис. 7.1, д, е, ж, представляют собой соединения более простых схем, рассмотренных выше. Так, в схеме по рис. 7.1, б последовательно соединены две однорядные планетарные передачи, аналогичные схеме по рис. 7.1, а. Передаточное отношение $u_{H2}^{(3,6)}$ такой передачи достаточно большое (до 80) при высоком значении КПД (0,90...0,96).

Схема по рис. 7.1, ж имеет хорошую компоновку и применяется при встраивании передачи в барабаны, колеса.

Схема по рис. 7.1, е, которая является соединением схем рис. 7.1, а, в, обеспечивает большой диапазон передаточных отношений (50...1000) при КПД = 0,90...0,45.

Число спутников назначают в пределах $k = 3...6$. При этом необходимо выполнять условия соседства двух смежных спутников по межосевому расстоянию и условия сборки спутников при равных окружных шагах между ними и отсутствии натягов в зацеплении зубьев.

Выбор той или иной структурной схемы планетарной передачи проводят с учетом требуемого передаточного отношения, определяемого делением общего передаточного отношения $u_{\text{общ}} = u_{д1}$ на передаточное отношение рядовых передач $u_{п1}u_{п2}... = u_{п}$ (см. выше § 6.1):

$$u_{\text{пш}} = u_{\text{ред}} = \frac{u_{д1}}{u_{п1}u_{п2}} = \frac{u_{д1}}{u_{п}},$$

где $u_{\text{пш}}$ — передаточное отношение планетарной передачи, $u_{п1}$, $u_{п2}$ — передаточные отношения рядовых передач, $u_{д1}$ — передаточное отношение общее от двигателя до вала l рабочей машины.

Цель главы

При проектировании приводов применяют планетарные зубчатые передачи с несколькими спутниками, совершающими движение вместе с водилом. Студент при изучении этой главы выбирает соответствующую заданным условиям структурную схему передачи и назначает числа зубьев колес, удовлетворяющие определенным требованиям.

7.2. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ОТНОШЕНИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ ПЕРЕДАЧ

Основной характеристикой планетарной передачи является передаточное отношение u угловых скоростей на входном и выходном валах, которое может быть представлено в виде формул, связывающих его с числами зубьев колес.

При выводе этих формул используют формулу Виллиса, характеризующую передаточное отношение $u_{12}^{(H)}$ планетарной передачи из пары колес z_1 и z_2 при условно остановленном водиле H . Этот прием называют методом обращения движения или методом остановленного водила. Сообщают всем звеньям передачи угловую скорость, равную ω_H , и записывают соотношение

$$u_{12}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = \mp \frac{z_2}{z_1}. \quad (7.1)$$

Применение формулы (7.1) полезно рассмотреть на ряде примеров. Для схемы по рис. 7.1, а справедливы следующие соотношения:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = +\frac{z_3}{z_2}; \quad \omega_3 = 0.$$

Перемножая правые и левые части первых двух равенств, получают

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -\frac{z_3}{z_1}.$$

После преобразований с учетом $\omega_3 = 0$ получают формулу для передаточного отношения:

$$u_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (7.2)$$

Для схемы по рис. 7.1, б записывают следующие соотношения:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad \omega_3 = \omega_2; \quad \frac{\omega_3 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = +\frac{z_4}{z_3}; \quad \omega_4 = 0.$$

После преобразований и подстановок получают выражение для передаточного отношения:

$$u_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (7.3)$$

По аналогии можно вывести формулу для передаточного отношения $u_{1H}^{(4)} = \omega_1 / \omega_H$ планетарных передач, изображенных на рис. 7.1, в, г:

$$u_{IH}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (7.4)$$

Следует обратить внимание, что в этой формуле выходным звеном является водило H , а входным — колесо I . Если имеет место обратная передача движения, то формула будет иной:

$$u_{HI}^{(4)} = 1 / \left(1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right) = \frac{z_1 z_3}{z_1 z_3 - z_2 z_4}.$$

Передача с двумя внутренними зацеплениями является более предпочтительной, так как ее передаточное отношение определяется так же, как и для схемы с двумя внешними зацеплениями, но последняя имеет более низкий КПД.

Для схемы по рис. 7.1, d имеют место следующие соотношения:

$$u_{HI}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_{H1}} = 1 + \frac{z_3}{z_1}; \quad \omega_{H1} = \omega_4; \quad u_{H2}^{(6)} = \frac{\omega_4}{\omega_{H2}} = 1 + \frac{z_6}{z_4};$$

$$u_{H2}^{(3,6)} = \frac{\omega_1}{\omega_{H2}} = \frac{\omega_1}{\omega_{H1}} \frac{\omega_4}{\omega_{H2}} = u_{HI}^{(3)} u_{H2}^{(6)},$$

или

$$u_{H2}^{(3,6)} = \frac{\omega_1}{\omega_{H2}} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1} \right) \left(1 + \frac{z_6}{z_4} \right). \quad (7.5)$$

Для схемы по рис. 7.1, e записывают следующие соотношения:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad \frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = +\frac{z_3}{z_2};$$

$$\omega_3 = 0; \quad \omega_4 = \omega_2;$$

$$\frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = +\frac{z_5}{z_4}.$$

При перемножении первых двух соотношений получают

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \text{ или } \omega_H = \omega_1 \left(1 + \frac{z_3}{z_1} \right).$$

При делении второй формулы на пятую получают

$$\frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} \frac{\omega_5 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{z_3 z_5}{z_2 z_4}, \text{ или } -\frac{\omega_5}{\omega_H} + 1 = \frac{z_3 z_5}{z_2 z_4},$$

или

$$\omega_5 = \omega_H \left(1 - \frac{z_3 z_5}{z_2 z_4}\right) = \omega_1 \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(1 - \frac{z_3 z_5}{z_2 z_4}\right).$$

Из последнего соотношения находят выражение для определения передаточного отношения $u_{15} = \omega_1/\omega_5$:

$$u_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(1 - \frac{z_3 z_5}{z_2 z_4}\right)}. \quad (7.6)$$

В исходных данных курсового проекта числа зубьев колес обычно не заданы и их необходимо выбрать на стадии проектирования кинематической схемы. В рассмотренных формулах известной величиной является только передаточное отношение и поэтому нахождение чисел зубьев является задачей неопределенной, допускающей большое число вариантов, на которые приходится накладывать ряд ограничений.

Иногда используют связь между передаточными отношениями планетарного $u_{1H}^{(4)}$ и «обращенного» $u_{14}^{(H)}$ механизмов:

$$u_{14}^{(H)} = 1 - u_{1H}^{(4)},$$

где $u_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H$ для планетарной передачи с неподвижным (опорным) колесом 4;

$$u_{1H}^{(4)} = \pm \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = (-1)^b \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3},$$

где b — число внешних зацеплений в «обращенной» передаче, $u_{14}^{(H)} = (\omega_1 - \omega_H)/(\omega_4 - \omega_H)$ для «обращенного» механизма с неподвижным (опорным) водилом H .

Так как $\omega_4 = 0$, то последнее соотношение можно преобразовать:

$$u_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -u_{1H}^{(4)} + 1.$$

7.3. МЕТОДИКА ВЫБОРА ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ КОЛЕС

При назначении чисел зубьев колес планетарной передачи необходимо учитывать ряд ограничений, важнейшие из которых следующие.

1. Числа зубьев z_1, z_2, z_3, \dots должны быть целыми.
2. Сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать заданное передаточное отношение u с допустимой точностью $\pm \Delta u$.
3. При отсутствии специальных требований желательно использовать в передаче иулевые колеса. Это ограниченно записывают в форме отсутствия подреза зуба: для колес с внешними

зубьями, нарезанных стандартным инструментом $z \geq z_{\min} = 17$, для колес с внутренними зубьями в зависимости от параметров долбяка принимают $z \geq z_{\min} = 85$ при $h_a^* = 1$ и $z \geq z_{\min} = 58$ при $h_a^* = 0,8$.

4. Оси центральных колес и водила H планетарной передачи должны совпадать между собой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности). Для механизмов, изображенных на рис. 7.1, его можно конкретизировать в виде соотношений между радиусом водила r_H и размерами радиусов начальных окружностей r_{wi} :

$$\begin{aligned} \text{схема а: } r_H &= r_{w1} + r_{w2} = r_{w3} - r_{w2}; \\ \text{схема б: } r_H &= r_{w1} + r_{w2} = r_{w4} - r_{w3}; \\ \text{схема в: } r_H &= r_{w1} - r_{w2} = r_{w4} - r_{w3}; \\ \text{схема г: } r_H &= r_{w1} + r_{w2} = r_{w3} + r_{w4}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

5. При расположении спутников в одной плоскости, т. е. без смещения в осевом направлении, соседние спутники должны быть расположены с таким окружным шагом, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства):

$$2r_H \sin(\pi/k) > (d_{\text{сат}})_{\max}.$$

Для механизмов, изображенных на рис. 7.1, а, б, его можно конкретизировать в виде следующих неравенств, принимая во внимание ограничение 3 об использовании нулевых колес ($h_a^* = 1$, $x = 0$). Для схем а и б

$$2(0,5mz_1 + 0,5mz_2) \sin(\pi/k) > m(z_2 + 2),$$

или

$$\sin(\pi/k) > (z_2 + 2)/(z_1 + z_2). \quad (7.8)$$

Для колес 3 и 4, образующих внутреннее зацепление, имеет место соотношение $(z_4 - z_3) \sin(\pi/k) > z_3 + 2h_a^*$.

6. Сборка нескольких спутников должна осуществляться без натягов при равных окружных шагах между ними. Оно выражается следующим соотношением:

$$\frac{z_1 u_{1H}}{k} (1 + kp) = \zeta, \quad (7.9)$$

где z_1 — число зубьев центрального колеса; u_{1H} — передаточное отношение от входного звена z_1 к выходному звену — водилу H ; k — число спутников; $\zeta = 1, 2, 3, \dots$ — целое число; $p = 0, 1, 2, 3, \dots$ — целое число.

Выполнение перечисленных выше ограничений наиболее просто можно реализовать для однорядной схемы, изображенной на рис. 7.1, а, методом перебора вариантов и их анализа.

Пример 7.1. Подобрать z_1 , z_2 и z_3 для передачи с $u_{1H} = 5,6$.

Из соотношения (7.2) $u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$ можно найти требуемое отношение чисел зубьев $z_3/z_1 = u_{1H} - 1 = 5,6 - 1 = 4,6$.

Число зубьев z_1 по условию 3 надо выбирать из ряда $z_1 = 17, 18, 19, 20, \dots$, а число зубьев z_3 — из ряда $z_3 = 85, 86, \dots$. Приняв $z_1 = 18$, получают $z_3 = (u_{1H} - 1)z_1 = (5,6 - 1) \cdot 18 = 82,8$. При этом требование 1 не выполняется, ибо z_3 не целое число.

Приняв $z_1 = 20$, получают $z_3 = (5,6 - 1) \cdot 20 = 92$, что удовлетворяет требованию 1. Число z_2 определяют из условия соседства:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2, \text{ или } z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{92 - 20}{2} = 36.$$

Приняв $z_1 = 20$; $z_2 = 36$; $z_3 = 92$, проверяют передачу на условие 6 сборки без натягов (при $k = 3$; $p = 0$):

$$\frac{z_1 u_{1H}}{k} (1 + kp) = \frac{20 \cdot 5,6}{3} = \frac{112}{3} = 37,333,$$

т. е. при выбранных числах зубьев трехсателлитный ($k = 3$) редуктор не удовлетворяет условию сборки без натягов.

Увеличивают число сателлитов $k = 4$ и проводят проверку передачи при $p = 0$:

$$\frac{z_1 u_{1H}}{k} (1 + kp) = \frac{20 \cdot 5,6}{4} = \frac{112}{4} = 28 = \text{Ц},$$

получают целое число, т. е. передача собирается без натягов.

Если требование $k = 3$ необходимо выполнить безусловно, то просчитывают другой вариант, например при $z_1 = 30$

$$z_3 = (u_{1H} - 1)z_1 = 4,6 \cdot 30 = 138; z_2 = (138 - 30)/2 = 54,$$

$(z_1 u_{1H})/k = 30 \cdot 5,6/3 = 56 = \text{Ц}$ — целое число, т. е. условие сборки безусловно выполняется.

В случае двухрядного расположения зубчатых колес в передаче простой перебор вариантов становится громоздким. Здесь полезно использовать методику выбора чисел зубьев на основе разложения заданной величины передаточного отношения на ряд сомножителей C_1, C_2, C_3, C_4 , которые пропорциональны назначаемым числам зубьев z_1, z_2, z_3, z_4 . Это можно записать в виде соотношений: $z_1 \sim C_1 q$; $z_2 \sim C_2 q$; $z_3 \sim C_3 q$; $z_4 \sim C_4 q$.

Тогда соотношение (7.3) можно записать в следующей форме:

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = (u_{1H}^{(4)} - 1) = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3}.$$

Следовательно, сомножители C_1, C_2, C_3, C_4 должны являться вариантами разложения известной величины $(u_{1H}^{(4)} - 1)$. Например,

если $u_{1H}^{(4)} = 30$, то $u_{1H}^{(4)} - 1 = 29$ и варианты разложения на сомножители:

$$\frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = 29 = \frac{29 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 3}{3 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 4}{4 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 5}{5 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 6}{6 \cdot 1}$$

и т. д.

Из этих комбинаций следует выбрать такие, которые бы обеспечивали наиболее подходящую кинематическую схему передачи, например по критерию минимальных размеров и массы зубчатых колес. Эти требования конкретизируются в каждом случае с учетом условий работы передачи.

Например, для схемы по рис. 7.1, б стремятся принимать C_2/C_1 и C_4/C_3 близкими к значению $\sqrt{u_{1H}} = \sqrt{30} = 5,48$, т. е.

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{29}{5} \text{ и } \frac{C_4}{C_3} = \frac{5}{1} \text{ или } \frac{C_2}{C_1} = \frac{29}{6} \text{ и } \frac{C_4}{C_3} = \frac{6}{1}.$$

Это обусловлено тем, что для этой схемы минимальные габариты механизма соответствуют передачам, колеса которых имеют наибольшую разность диаметров колес z_2 и z_3 на сателлите. Для схем на рис. 7.1, в, г отношение сомножителей целесообразно принимать близкими к единице, ибо при этом получают минимальные размеры. Так, для рассмотренного выше примера

$$u_{1H} = \frac{1}{u_{H1}} = \frac{1}{30}; \quad \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - u_{1H} = 1 - \frac{1}{u_{H1}} = \frac{u_{H1} - 1}{u_{H1}} = \frac{29}{30};$$

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = \frac{29 \cdot 1}{30 \cdot 1} = \frac{29 \cdot 28}{30 \cdot 28} = \dots$$

Целесообразно преобразовать условие соосности (7.7) в более удобную форму с учетом принятого разложения заданного передаточного отношения на сомножители C_1, C_2, C_3, C_4 . Для нулевых колес и равных модулей в обеих ступенях условие (7.7) можно записать в форме соотношений между числами зубьев:

$$\begin{aligned} \text{схема б: } z_1 + z_2 &= z_4 - z_3; \\ \text{схема в: } z_1 - z_2 &= z_4 - z_3; \\ \text{схема г: } z_1 + z_2 &= z_3 - z_4. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Так как $z_2 = z_1 (C_2/C_1)$ и $z_3 = z_4 (C_3/C_4)$, то соотношения (7.10) можно преобразовать в следующие:

$$\begin{aligned} \text{схема б: } z_1 \frac{C_1 + C_2}{C_1} &= z_4 \frac{C_4 - C_3}{C_4}; \\ \text{схема в: } z_1 \frac{C_1 - C_2}{C_1} &= z_4 \frac{C_4 - C_3}{C_4}; \end{aligned}$$

$$\text{схема } z: z_1 \frac{C_1 + C_2}{C_1} = z_4 \frac{C_4 + C_3}{C_4}.$$

Эти соотношения будут выполняться, если для чисел зубьев z_1, z_2, z_3 и z_4 принять следующие равенства:

схема б:

$$\begin{aligned} z_1 &= qC_1(C_4 - C_3); \\ z_2 &= qC_2(C_4 - C_3); \end{aligned} \tag{7.11}$$

$$\begin{aligned} z_3 &= qC_3(C_1 + C_2); \\ z_4 &= qC_4(C_1 + C_2); \end{aligned}$$

схема в:

$$\begin{aligned} z_1 &= qC_1(C_4 - C_3); \\ z_2 &= qC_2(C_4 - C_3); \end{aligned} \tag{7.12}$$

$$\begin{aligned} z_3 &= qC_3(C_1 - C_2); \\ z_4 &= qC_4(C_1 - C_2); \end{aligned}$$

схема г:

$$\begin{aligned} z_1 &= qC_1(C_4 + C_3); \\ z_2 &= qC_2(C_4 + C_3); \end{aligned} \tag{7.13}$$

$$\begin{aligned} z_3 &= qC_3(C_1 + C_2); \\ z_4 &= qC_4(C_1 + C_2). \end{aligned}$$

Сомножитель q в соотношениях (7.11) — (7.13) назначают при проверке условия 1 (z — целые числа) и условия сборки (7.9).

Пример 7.2. Для механизма по схеме рис. 7.1, б с $u_{1H} = 30$ выбрана комбинация коэффициентов: $C_1 = 5, C_2 = 29, C_3 = 1, C_4 = 5$, тогда

$$\begin{aligned} z_1 &= q5(5 - 1) = 20q; \quad z_3 = q1(5 + 29) = 34q; \\ z_2 &= q29(5 - 1) = 116q; \quad z_4 = q5(5 + 29) = 170q. \end{aligned}$$

При $q = 1$ числа зубьев равны: $z_1 = 20; z_2 = 116; z_3 = 34; z_4 = 170$.

Проверяют на условие сборки по соотношению (7.9) при $k = 3$ и $p = 0$; $z_1 u_{1H} / k = 20 \cdot 30 / 3 = 200 = \Pi$ — целое число, т. е. передача собирается без натягов. Условие соседства $\sin(\pi/3) > (z_2 + 2) / (z_1 + z_2)$ не выполняется, так как $0,8660 < (116 + 2) / (20 + 116) = 118 / 136 = 0,8676$, т. е. окружности вершин зубьев соседних сателлитов пересекаются между собой, что недопустимо.

Второй вариант выбора сомножителей: $C_1 = 6; C_2 = 29; C_3 = 1; C_4 = 6$, тогда

$$\begin{aligned} z_1 &= q6(6 - 1) = 30q; \quad z_3 = q1(6 + 29) = 35q; \\ z_2 &= q29(6 - 1) = 145q; \quad z_4 = q6(6 + 29) = 210q. \end{aligned}$$

При $q = 1$ числа зубьев равны: $z_1 = 30; z_2 = 145; z_3 = 35; z_4 = 210$.

Условие сборки (7.9) $k=3$ и $p=0$: $z_1 u_{1H}/k = 30 \cdot 30/3 = 300 = \Pi$ — целое число, т. е. передача собирается без натягов.

Условие соседства выполняется: $0,866 > (145 + 2)/(30 + 145) = 147/175 = 0,840$.

Сопоставляя эти числовые варианты, приходят к выводу, что первый вариант имеет меньшую сумму (разность) чисел зубьев в каждой ступени по сравнению со вторым вариантом:

$$1) z_1 + z_2 = z_4 - z_3 = 20 + 116 = 170 - 34 = 136;$$

$$2) z_1 + z_2 = z_4 - z_3 = 30 + 145 = 210 - 35 = 175,$$

но не может быть реализован из-за невыполнения условия соседства между смежными сателлитами.

Числа зубьев для передачи по рис. 7.1, б назначают аналогично. Для приведенного примера с $u_{H1} = 30$ сомножители $C_1 = 30$; $C_2 = 29$; $C_3 = C_4 = 1$ не дают решения, так как $C_4 - C_3 = 0$. Сомножители $C_1 = 30$; $C_2 = 28$; $C_3 = 28$; $C_4 = 29$ после подстановки в соотношения (7.12) приводят к следующему результату:

$$z_1 = qC_1(C_4 - C_3) = q30(29 - 28) = q30;$$

$$z_2 = qC_2(C_4 - C_3) = q28(29 - 28) = q28;$$

$$z_3 = qC_3(C_1 - C_2) = q28(30 - 28) = q56;$$

$$z_4 = qC_4(C_1 - C_2) = q29(30 - 28) = q58.$$

Коэффициент q назначают по ограничению отсутствия подреза во внутреннем зацеплении: $z \geq 85$. При $q=2$ числа зубьев колес будут следующими: $z_1 = 60$; $z_2 = 56$; $z_3 = 112$; $z_4 = 116$. Разность чисел зубьев колес во внутреннем зацеплении рекомендуется выбирать не менее 8: $z_{\text{внутр}} - z_{\text{вн}} \geq 8$. В связи с этим дополнитель-

ным ограничением следует принять $q=4$ и числа зубьев колес: $z_1 = 120$; $z_2 = 112$; $z_3 = 224$; $z_4 = 232$. Эти числа зубьев колес удовлетворяют предъявленным к передаче ограничениям 1, 2, 3, 4. Однако условие соседства не выполняется. Поэтому необходимо рассчитать новый вариант или использовать передачу с одним сателлитом ($k=1$), уравновесив его путем установки корректирующей массы на водиле. При $k=1$ условия 5 и 6 (соседства и сборки без натягов) не являются ограничениями.

После предварительного выбора чисел зубьев определяют межосевое расстояние, равное радиусу водила r_H с учетом условий работы передачи, допускаемых напряжений на контактную и изгибную выносливость.

Для ориентировочных расчетов можно пользоваться частной формулой, если принять $\psi_a = 0,315$, $[\sigma]_H = 640$ МПа и $K_H = 1,12$:

$$a_w = r_H = 9,54 (u_{12}^{(H)} \pm 1) \sqrt[3]{\frac{M_1}{ku_{12}^{(H)}}},$$

где r_H — радиус водила планетарного редуктора; $u_{12}^{(H)}$ — пере-

даточное отношение приведенной планетарной пары при остановлении водиле ($u_2^{(H)} = z_2/z_1$); M_1 — максимальный крутящий момент на входном валу колеса z_1 (определен по максимальному значению суммарного приведенного момента на главном валу машины); k — число сателлитов. Знаки: плюс — для внешнего зацепления, минус — для внутреннего зацепления.

С учетом существенного колебания суммарного приведенного момента приложенных к механизму нагрузок его рекомендуется принимать равным $(M_{\Sigma}^{прз_1})_{\max}$, т. е. максимальной величине суммарного момента сил сопротивления, приведенного к валу колеса z_1 .

В рассмотренном выше варианте планетарной передачи по схеме 7.1, б при $u_{1H} = 30$, $z_1 = 30$, $z_2 = 145$, $M_1 = 920$ Н·м и $k = 3$ межосевое расстояние a_w определяют по соотношению

$$a_w = 9,54 \left(\frac{145}{30} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{920}{3(145/30)}} = 9,54(4,83 + 1) \sqrt[3]{\frac{920}{3 \cdot 4,83}} = 221,6 \text{ мм.}$$

Значение межосевого расстояния уточняют после выбора модуля.

Модуль зубчатых колес:

$$m = \frac{2a_w}{(1 + u_2^{(H)})z_1} = \frac{2 \cdot 221,6}{(1 + 4,83)30} = 2,53 \text{ мм.}$$

В соответствии со стандартным рядом модулей принимают $m = 2,5$ мм.

Для оценки вариантов и выбора окончательного решения можно воспользоваться программами вычислений на ЭВМ. При этом оценку следует проводить не только по числу зубьев, но и учитывать модуль передачи, который определяют с учетом передаваемой мощности и распределения энергии по потокам за счет нескольких сателлитов.

При проведении расчетов по выбору чисел зубьев планетарной передачи с использованием ЭВМ необходимо иметь в виду, что приходится оперировать не с вещественными, а с целыми числами. Поэтому приведенные выше соотношения можно представить в иной форме, если на стадии анализа исходных данных выразить заданное передаточное отношение u_{1H} в виде отношения двух целых чисел u_1 и u_2 : $u_{1H} = u_1/u_2$, а отношение чисел зубьев z_2 и z_3 на блоке сателлита также в виде отношения двух целых чисел C_2 и C_3 : $z_2/z_3 = C_2/C_3$, или вещественного числа B .

Из условия сборки (7.9) многосателлитной планетарной передачи находят пределы изменения целого числа ζ по ограничению на число зубьев z_1 центрального колеса: по условию отсутствия подреза $z_1 \geq z_{1\min} = 17$ — для внешних зубьев, $z_1 \geq z_{1\min} = 85$ — для внутренних зубьев, по габаритным соображениям $z_1 \leq z_{1\max} = 50 \dots 300$ (в зависимости от схемы), т. е.

$$\underline{z}_{\min} = \frac{z_{\min} u_{1H}}{k} = \frac{(z_1 \geq 17) u_1}{k u_2} \text{ — целое число;}$$

$$\underline{z}_{\max} = \frac{z_{\max} u_{1H}}{k} = \frac{(z_1 \leq 50) u_1}{k u_2} \text{ — целое число.}$$

Поиск решения можно вести и по иной структуре формулы:
для входного колеса с внешними зубьями

$$\frac{(17+I) u_1}{k u_2} = \underline{z},$$

где $I=1\dots 33$; k — число сателлитов (целое число);

$$z_1 = 17 + I_{\text{ц}},$$

где $I_{\text{ц}}$ — значение переменной I , при котором выполняется условие сборки;

для входного колеса с внутренними зубьями

$$\frac{85+I u_1}{k u_2} = \underline{z}, \text{ где } I=1\dots 300,$$

$$z_1 = 85 + I_{\text{ц}}.$$

Выбрав число зубьев z_1 центрального колеса, числа зубьев остальных колес находят по соотношениям, выведенным из условий соосности и заданного передаточного отношения.

Для схемы по рис. 7.1, б с внешним и внутренним зацеплением

$$u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \frac{u_1}{u_2}, \text{ или } \frac{u_1}{u_2} = 1 + \frac{C_2 z_4}{C_3 z_1} = 1 + B \frac{z_4}{z_1}.$$

Из последнего соотношения находят

$$z_4 = z_1 \frac{C_3}{C_2} \frac{u_1 - u_2}{u_2}$$

и проверяют по условию 1, т. е. z_4 должно быть целым числом.

Формулу для z_3 находят по условию соосности: $z_1 + z_2 = z_4 - z_3$ или $z_1 + B z_3 = z_4 - z_3$, откуда

$$z_3 = \frac{z_4 - z_1}{1+B} = z_1 \frac{u_{1H} - 1 - B}{B(1+B)}.$$

После подстановки имеют

$$z_3 = z_1 \left(\frac{u_1}{u_2} - 1 - \frac{C_2}{C_3} \right) / \left[\frac{C_2}{C_3} \left(1 + \frac{C_2}{C_3} \right) \right] = z_1 \frac{(u_1 C_3 - u_2 C_3 - u_2 C_2) C_3}{u_2 C_2 (C_2 + C_3)}$$

и проверяют по условию 1.

Формулу для z_2 находят после подстановки z_3 в соотношение $z_2 = z_3 C_2 / C_3$ и проверяют по условию 1.

Для числового примера, например $u_{1H} = 30$, вычисления будут следующими: $u_{1H} = u_1 / u_2 = 30 / 1$, т. е. $u_1 = 30$; $u_2 = 1$. Соотношение чисел зубьев на блоке сателлита принимают близким к $\sqrt{u_{1H}} = \sqrt{30} = 5,48$, $z_2 / z_3 = C_2 / C_3 = 5 \dots 6$. Принимают: $C_2 = 5$; $C_3 = 1$.

По условию сборки назначают $z_1 = 18$:

$$\frac{z_1 u_{1H}}{k} = \frac{18 \cdot 30}{3 \cdot 1} = 180,$$

получают целое число.

Остальные числа зубьев:

$$z_2 = z_1 \frac{u_1 C_3 - u_2 C_3 - u_2 C_2}{u_2 (C_2 + C_3)} = 18 \frac{30 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 1 \cdot 5}{1(5+1)} = 18 \frac{24}{6} = 72,$$

$$z_3 = z_2 \frac{C_3}{C_2} = 72 \frac{1}{5} = 14,4,$$

что не является целым числом и меньше $z_{\min} = 17$, поэтому увеличивают число зубьев z_1 , например $z_1 = 30$, тогда

$$z_2 = 30 \frac{30 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 1 \cdot 5}{1(5+1)} = 30 \frac{24}{6} = 120;$$

$$z_3 = 120 \frac{1}{5} = 24;$$

$$z_4 = z_1 \frac{C_3}{C_2} \frac{u_1 - u_2}{u_2} = 30 \frac{1}{5} \frac{30-1}{2} = \frac{30 \cdot 29}{5} = 174,$$

получают целые числа.

Для схемы планетарной передачи с двумя внутренними зацеплениями (рис. 7.1, в) расчетные формулы записывают в следующем виде (z_1 назначают по условию сборки):

$$z_2 = z_1 \frac{u_{1H} - 1 + B}{B - 1} = z_1 \frac{u_1 C_3 - u_2 C_3 + u_2 C_2}{u_2 (C_2 - C_3)};$$

$$z_3 = z_2 \frac{C_3}{C_2} = z_1 \frac{u_{1H} - 1 + B}{B(B-1)} = z_1 \frac{C_3 (u_1 C_3 - u_2 C_3 + u_2 C_2)}{u_2 C_2 (C_2 - C_3)};$$

$$z_4 = \frac{z_1}{B} (1 - u_{1H}) = z_1 \frac{C_3 (u_2 - u_1)}{C_2 u_2}.$$

Для схемы планетарной передачи с двумя внешними зацеплениями (рис. 7.1, г) расчетные формулы записывают в следующем виде (z_1 назначают по условию сборки):

$$z_2 = z_1 \frac{u_{1H} - 1 + B}{1 - B} = z_1 \frac{u C_3 - u_2 C_3 + u_2 C_2}{u_2 (C_3 - C_2)},$$

$$z_3 = z_2 \frac{C_3}{C_2} = z_1 \frac{u_{1H} - 1 + B}{B(1 - B)} = z_1 \frac{C_3 (u_1 C_3 - u_2 C_3 + u_2 C_2)}{u_2 C_2 (C_3 - C_2)},$$

$$z_4 = \frac{z_1}{B} (1 - u_{1H}) = z_1 \frac{C_3 (u_2 - u_1)}{C_2 u_2}.$$

7.4. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СКОРОСТЕЙ ТОЧЕК И ЧАСТОТ ВРАЩЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ

Для наглядного представления о передаче движения в планетарных механизмах и закреплении теоретических знаний при выполнении курсового проекта необходимо вычертить схему в выбранном масштабе длины:

$$\mu_l = \frac{OB}{r_H} = \frac{50 \dots 100}{r_H \cdot 10^{-3}},$$

где OB — длина отрезка, мм, изображающего радиус r_H водила H планетарной передачи; r_H — радиус водила, мм.

Длину отрезка OB можно подбирать кратным размеру r_H водила и пользоваться масштабами, принятыми в черчении. Например, при $r_H = 200$ мм и $OB = 100$ мм масштаб чертежа $M = 100 : 200 = 1 : 2$.

Для планетарного редуктора по схеме рис. 7.2, б при $u_{1H}^{(4)} = 30$, $m = 2,5$; $z_1 = 30$; $z_2 = 145$; $z_3 = 35$; $z_4 = 210$ размеры делительных радиусов: $r_1 = 37,5$ мм; $r_2 = 181,25$ мм; $r_3 = 43,75$ мм; $r_4 = 262,5$ мм; $r_H = 218,75$ мм, а изображающие их отрезки при $\mu_l = 87,5 \cdot 10^3 / 218,75 = 400$ мм/м; $OA = 15$ мм; $AB = 72,5$ мм; $BC = 17,5$ мм; $OC = 105$ мм; $OB = 87,5$ мм.

На рис. 7.2, а в двух проекциях показана схема планетарной передачи. На рис. 7.2, в изображены также треугольники скоростей, дающие представление о распределении скоростей точек звена, расположенных в радиальном направлении.

Для построения прямой распределения скоростей точек звена необходимо знать скорости двух точек. Для звена 1 это точки O и A ; ось O неподвижна и скорость ее равна нулю. Скорость точки A : $v_A = \omega_1 l_{OA} = \omega_1 r_1$ может быть определена, если задана частота вращения n_1 (в об/с) или угловая скорость $\omega_1 = 2\pi n_1$ (в рад/с).

Для рассматриваемой конкретной передачи $n_1 = 18$ об/с; $\omega_1 = 113,09$ рад/с; $v_A = 113,09 \cdot 37,5 \cdot 10^{-3} = 4,24$ м/с. Вектор v_A скорости точки A изображают отрезком $AA' = \mu_v v_A$, направление которого совпадает с вектором v_A . Выбор отрезка AA' зависит от

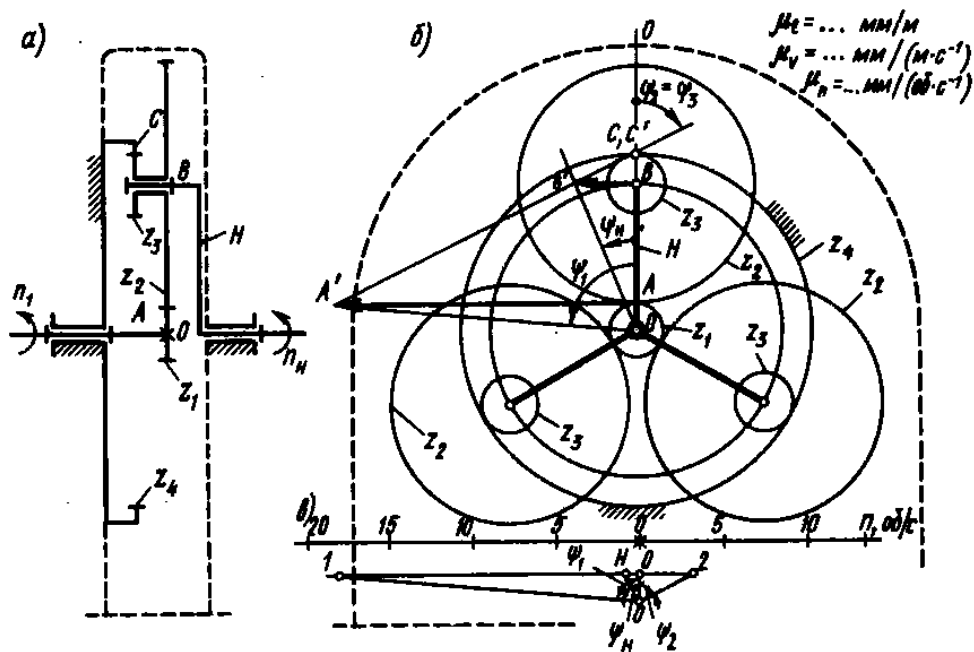


Рис. 7.2

расположения его на чертеже и принятого формата. На рис. 7.2, б: $AA' = 90$ мм, масштаб скорости $\mu_v = AA'/v_A = 90/4,24 = 21$ мм/(м · с⁻¹). Прямая OA' образует угол ψ_1 с вертикалью и является линией распределения скоростей точек на радиусе колеса z_1 . Колесо z_4 является неподвижным и через точку C проходит ось мгновенного вращения блока сателлита с колесами z_2 и z_3 , совершающих сложное движение вокруг оси B и вместе с водилом H вокруг оси O . На блоке колес известны скорости двух точек: A и C , поэтому CA' является прямой распределения скоростей для колес z_2, z_3 , которая образует угол $\psi_2 = \psi_3$ с вертикалью. Скорость оси B блока колес выражается отрезком BB' . Соединяя найденную точку B' и ось O , находят прямую распределения скоростей для водила H , которая образует угол ψ_H с вертикалью.

Для получения наглядного представления о величине угловых скоростей, частоте и направлении вращения звеньев передачи строят пучок лучей с общей точкой O , каждый из которых составляет с вертикалью соответствующий угол $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_H$. Так как катеты этих углов пропорциональны угловым скоростям соответствующих звеньев, то точки $0, 1, 2, H$ пересечения этих лучей с любой горизонтальной линией определяют отрезки $O1, O2, O3, OH$, длина которых пропорциональна угловой скорости или частоте вращения соответствующих звеньев. Масштаб зависит от длины отрезка OO . На рис. 7.2, в он принят таким, чтобы

масштаб частоты вращения был равен $\mu_n = 5 \text{ мм}/(\text{об} \cdot \text{с}^{-1})$. Рядом наносят шкалу частоты вращения или угловой скорости.

Связь между масштабами определяется следующими соотношениями:

масштаб угловой скорости, $\text{мм}/(\text{рад} \cdot \text{с}^{-1})$,

$$\mu_\omega = \frac{\mu_v}{\mu_l} OO;$$

масштаб частоты вращения, $\text{мм}/(\text{с}^{-1})$,

$$\mu_n = \frac{2\pi\mu_v}{\mu_l} OO.$$

Связь между углами наклона прямых распределения линейных скоростей и угловыми скоростями устанавливают по соотношениям:

$$\omega_1 = \frac{v_A}{r_{w1}} = \frac{AA'/\mu_v}{OA/\mu_l} = \frac{\mu_l}{\mu_v} \text{tg}\psi_1;$$

$$\omega_2 = \frac{\mu_l}{\mu_v} \text{tg}\psi_2; \quad \omega_H = \frac{\mu_l}{\mu_v} \text{tg}\psi_H.$$

Передаточное отношение планетарной передачи находят на основе выполненных графических построений по соотношениям: $\mu_{1H} = \omega_1/\omega_H = \text{tg}\psi_1/\text{tg}\psi_H$, или $\mu_{1H} = OI/OH$, где OI и OH — отрезки на прямой частоты вращения.

7.5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

1. Ознакомиться с исходными данными и условиями работы планетарной передачи.

2. Определить требуемое передаточное отношение между угловыми скоростями входного и выходного валов планетарной передачи (если оно не задано). Исходными являются схема передачи вращательного движения от двигателя к рабочей машине, частоты вращения валов двигателя и рабочей машины, передаточные отношения рядовых зубчатых передач, ременных и цепных передач в общей кинематической цепи привода.

3. Выбрать структурную схему планетарной передачи, соответствующую требуемому передаточному отношению. Если структурная схема планетарной передачи задана, то проверить, соответствует ли она требуемому передаточному отношению, и принять необходимое решение об изменении исходных данных.

4. Использовать формулу Виллиса для выбранной схемы

планетарной передачи, вывести формулу, связывающую передаточное отношение с числами зубьев колес.

5. Проанализировать ограничения, которые необходимо учитывать при выборе чисел зубьев зубчатых колес, и записать их в аналитической форме. Выбрать стратегию поиска наиболее подходящего варианта кинематической схемы планетарной передачи.

6. Методом перебора рассмотреть несколько вариантов решения и дать им оценку. При использовании метода сомножителей в разложении заданного значения u_{1H} проанализировать приемлемость и рациональность вариантов выбора числовых значений сомножителей.

7. Используя микрокалькулятор, определить приемлемые параметры кинематической схемы планетарной передачи, удовлетворяющие заданным ограничениям.

8. На первом листе проекта определить числовое значение максимального суммарного приведенного момента сил сопротивления на главном валу машины $(M_{с\sum}^{пр})_{max}$ и привести его к входному валу планетарной передачи.

9. Приняв определенные значения коэффициентов, связанных с условиями работы передачи, материалом зубчатых колес, допускаемыми напряжениями на изгиб и контактную выносли-

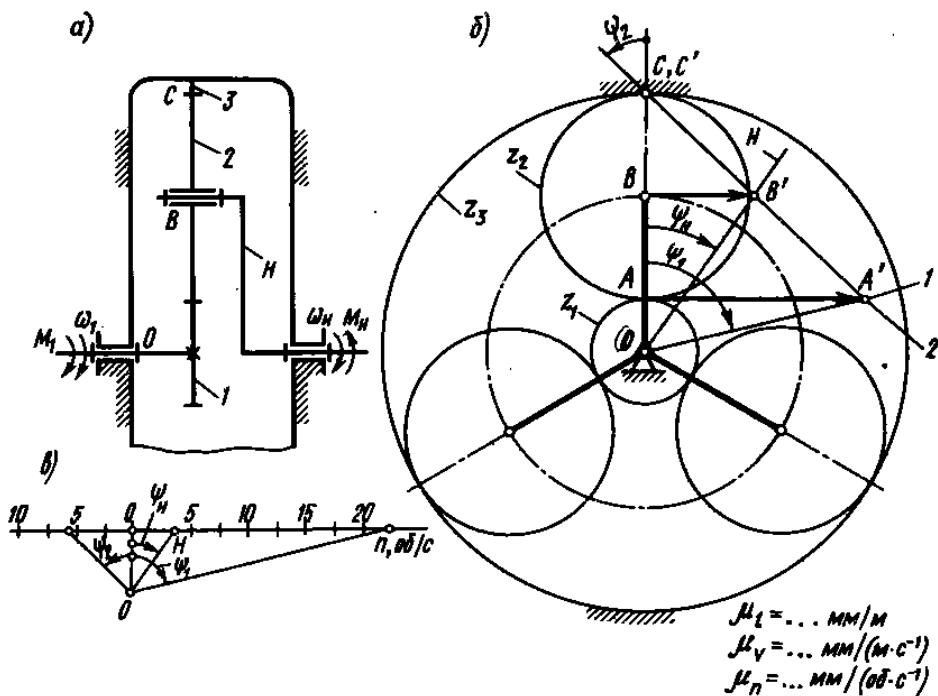


Рис. 7.3

вость, по частной формуле определить требуемое межосевое расстояние передачи и модуль m зубчатых колес.

10. Определить размеры зубчатых колес для выбранных вариантов чисел зубьев и принять решение об окончательных размерах зубчатых колес на стадии предварительного решения задачи о синтезе передачи.

11. При наличии на кафедре разработанной программы синтеза планетарной передачи с использованием ЭВМ ознакомиться с алгоритмом программы, вводом-выводом данных. В соответствии со списком оператора ввода данных в ЭВМ подготовить переменные.

После выполнения вычислений на ЭВМ проанализировать результаты и сопоставить их с предварительным решением, принятым на этапе 10.

12. Вычертить кинематическую схему спроектированной планетарной передачи в выбранном масштабе длины (рис. 7.3, а, б).

13. Построить треугольники распределения линейных скоростей звеньев и лучевую диаграмму частоты вращения звеньев планетарной передачи (рис. 7.3, б, в).

14. Ознакомиться с вопросами, обсуждаемыми при защите курсового проекта (см. Приложение I).

Глава 8

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

8.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ

Кулачок — звено механизма, имеющее элемент высшей пары в виде поверхности переменной кривизны.

Толкатель — звено кулачкового механизма, взаимодействующее с рабочей поверхностью кулачка своим накопечником (бапшмаком), который может быть острым (точечный или линейный), плоским, грибовидным и роликовым, и совершающее поступательное или вращательное движение.

Кулачковый механизм — механизм, в состав которого входит кулачок. Он может быть плоским или пространственным. Замыкание в высшей паре может быть силовым (пружина, вес толкателя и т. д.) или геометрическим.

Фазы движения толкателя: удаление, выстой при максимальном удалении, сближение, выстой при минимальном сближении к оси вращения кулачка. Соответствующие углы профиля кулачка обозначают φ_y , φ_d , φ_c , φ_b . Рабочий угол профиля равен сумме первых трех фаз: $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_c$.

Угол давления ν — угол между направлением нормальной составляющей силы, действующей в кинематической паре на толкатель, и скоростью точки приложения этой силы. С увеличением угла давления увеличиваются потери энергии на трение. Значения ν не должны превосходить допускаемых значений $\nu_{\text{доп}}$, устанавливаемых в зависимости от типа механизма и условий его работы.

Центровой профиль кулачка — траектория центра ролика на толкателе относительно конструктивного профиля кулачка.

Начальный радиус кулачка r_0 — минимальный радиус-вектор центрального профиля кулачка.

Фазовая траектория на фазовой плоскости $Oy\dot{y}$ — представление в виде графика функции $f(y, \dot{y})$ движения толкателя в том случае, когда она не содержит явно независимого переменного t (времени движения).

Циклограмма системы механизмов — схема согласования перемещений исполнительных звеньев механизмов в зависимости от времени.

Тактограмма системы механизмов — схема согласования пе-

реplacements исполнительных звеньев механизмов от их положения.

Такт движения — промежуток времени, в течение которого не меняется состояние (т. е. наличие или отсутствие движений) ни одного из исполнительных органов.

Система управления машины — система, обеспечивающая согласованность перемещений всех исполнительных органов в соответствии с совокупностью предписаний, обеспечивающих выполнение технологического процесса в машине.

Кулачковый распределительный вал — система кулачков с одним общим валом, предназначенная для согласованной работы нескольких выходных звеньев. Каждый кулачок имеет определенный угол установки начальной прямой относительно кулачка, принятого за базовый.

Расчет кулачка — расчет координат центрального или конструктивного профиля кулачка по заданному закону движения толкателя с учетом ограничений, накладываемых на параметры механизма, например, конструктивные ограничения, ограничения величины углов давления и др.

Метод обращения движения — метод проектирования и исследования механизма, при котором одно подвижное звено условно (мысленно) считается неподвижным при сохранении относительных движений всех других звеньев, входящих в состав механизма, включая и стойку, которая становится подвижным звеном.

Цели главы

При изучении данного раздела дисциплины необходимо получить знания, приобрести навыки и умения проектирования кулачковых механизмов различного назначения, обеспечивающих воспроизведение заданного движения толкателя при выполнении главных, обязательных и желательных условий синтеза. В результате изучения раздела студент получит навыки выбора критериев качества передачи движения в кулачковых механизмах, закона движения исполнительного звена, освоит методики разработки алгоритмов расчета основных размеров механизма и координат профиля кулачка.

8.2. ЦИКЛОГРАММА СИСТЕМЫ МЕХАНИЗМОВ

При курсовом проектировании по теории механизмов кулачковый механизм является частью общей кинематической схемы проектируемой машины. Он используется либо как основной механизм, осуществляющий движение исполнительных звеньев, либо как вспомогательный для управления циклом или выполнения операций подачи, смазки, перемещения суппорта, включения двигателя и т. д. (рис. 8.1, а...г).

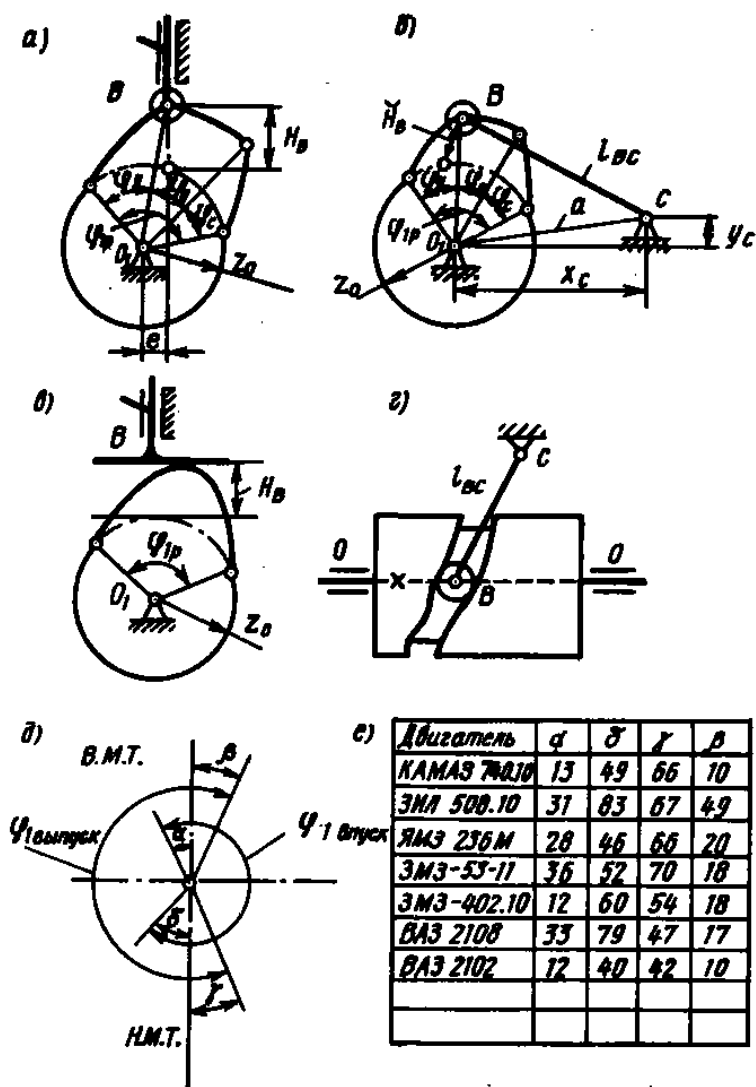


Рис. 8.1

Большинство механизмов используется в машинах и устройствах, имеющих цикловой характер работы. За цикл осуществляется определенная совокупность работ и процессов, в результате которых все параметры состояния системы повторяются, т. е. к концу цикла система приходит в точно такое же состояние, в котором она находилась в начале цикла.

Различают разные виды циклов. Период времени, через который положения и направления скоростей точек всех звеньев механизма или системы механизмов повторяются, называют кинематическим циклом.

Период времени повторяющегося изменения мощности действующих сил и моментов сил называют энергетическим циклом.

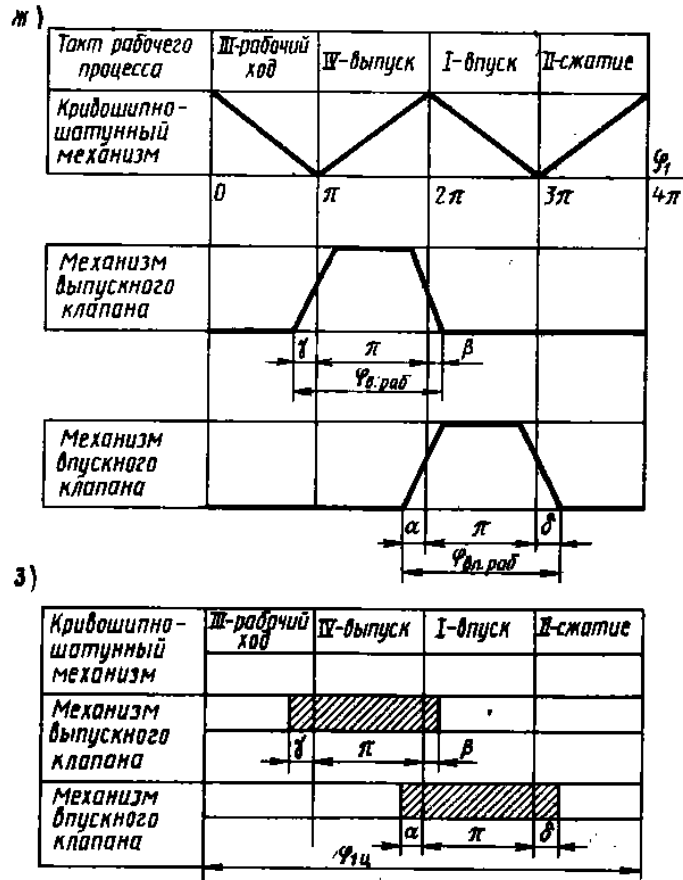


Рис. 8.1(ж,з)

Период времени повторяющейся совокупности операций технологической машины, в течение которого заканчивается изготовление детали или изделия, называют рабочим циклом.

Изображение согласованности перемещений исполнительных звеньев механизма и состояния элементов управления от времени называют графиком цикличности или циклограммой. Используются также изображения, поясняющие взаимодействие и связи между отдельными механизмами и элементами управления. К ним относятся схемы процесса работы, мнемонические, структурные и функциональные схемы, диаграммы и тактограммы.

На линейной циклограмме графики перемещений исполнительных органов условно изображаются наклонными прямыми, а периоды остановки («выстой») — горизонтальными прямыми (рис. 8.1, ж).

На прямоугольной (рис. 8.1, з) и круговой (рис. 8.1, д) циклограммах графики перемещений не изображаются, а интервалы отдельных этапов движения или операций выделяются штриховкой или толстыми линиями (прямая или

дуга окружности), протяженность которых соответствует определенным этапам движения. Такие циклограммы обычно дополняются названиями отдельных этапов движения или операций.

Циклограмма временной последовательности работы механизмов и элементов управления часто изображается в форме таблицы, по которой можно для любого момента времени определить состояние всех элементов управления и всех механизмов. Функциональные циклограммы содержат информацию обо всех элементах управления, в том числе и тех, которые используются для разных блокировок. Такие циклограммы имеют внешнее сходство с таблицами состояний, переходов и включений.

Циклограммы используются для анализа требуемой синхронизации перемещений исполнительных звеньев и последовательности относительных положений звеньев внутри цикла.

На рис. 8.1, *е* приведены значения углов опережения α и γ , запаздывания δ и β впускных и выпускных клапанов (рис. 8.1, *д*) двигателей автомобилей разных марок.

На основе этого анализа определяют время отдельных интервалов движения (рабочих и нерабочих перемещений, выстоев и т. п.), оценивают возможности совмещения технологических и транспортных операций, сокращения времени некоторых операций, совмещения операций друг с другом или разбивки операций на менее продолжительные переходы с целью уплотнить циклограмму, т. е. уменьшить время рабочего цикла $T_{\text{р}}$ и повысить производительность технологических машин.

Перемещения исполнительных звеньев механизма согласовывают в зависимости от времени или от положения звеньев. В первом случае используют систему управления по времени, во втором случае — систему управления по пути. Промежуток времени, по истечении которого повторяется последовательность перемещения всех исполнительных звеньев механизма, называют временем цикла или периодом. На циклограммах иногда указывают не время движения, а угол поворота главного вала основного механизма. Условно считают, что этот вал вращается равномерно. За цикл установившегося движения принимают период изменения обобщенной скорости механизма в функции времени. Например, для кривошипно-ползунного механизма двух- или четырехтактного двигателя внутреннего сгорания углы поворота коленчатого вала за цикл будут разными: в двухтактном ДВС цикл соответствует повороту коленчатого вала на один оборот $\varphi_{\text{д}} = \varphi_{\text{р}} = 2\pi$, а в четырехтактном двигателе — повороту на два оборота $\varphi_{\text{д}} = 4\pi$.

В пределах каждого цикла различают такты или фазы, которые позволяют выделять основное состояние механизма или машины (рис. 8.1, *ж*). Например, можно выделить такты движе-

ния и такты покоя исполнительных звеньев, такты впуска, сжатия, расширения рабочей смеси и выпуска отработанных газов в четырехтактном карбюраторном ДВС, такт продувки и сжатия и такт рабочего хода и выпуска в двухтактном дизеле. В течение такта движения состояние ни одного из исполнительных механизмов и устройств не изменяется, т. е. состояние движения звеньев либо сохраняется, либо отсутствует.

Схему согласованности перемещений исполнительных органов в зависимости от их положений называют тактограммой. Например, на циклограмме или тактограмме кулачкового механизма выделяют четыре основные фазы: удаления, дальнего покоя, сближения и ближнего покоя толкателя. Соответствующие фазовые углы поворота кулачкового вала обозначают φ_y , φ_d , φ_c , φ_6 . Их сумма равна цикловому углу $\varphi_{1\alpha}$ кулачкового механизма (рис. 8.1, а, б).

Сумма углов первых трех фаз равна углу φ_{1p} рабочего профиля на кулачке:

$$\varphi_{1p} = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_c.$$

Фазовые углы назначают на основе анализа рабочих циклов машины. Например, в ДВС такты определяют по положению поршня в предельных положениях: в верхней и нижней «мертвых точках» (в.м.т. и н.м.т.). Угол поворота коленчатого вала за время одного такта равен 180° . Моменты открытия и закрытия клапанов в ДВС называют фазами газораспределения. Они обеспечиваются кулачками на распределительном валу. Впускной клапан должен открываться до прихода поршня в в.м.т., т. е. с опережением на некоторый угол α , а закрываться с некоторым запаздыванием на угол δ (рис. 8.1, в). Выпускной клапан открывается до прихода поршня в н.м.т., т. е. с опережением на угол γ , а закрывается с запаздыванием на угол β . Схема фаз газораспределения по углу поворота коленчатого вала изображена на рис. в виде круговой циклограммы. Конкретные величины углов опережения и запаздывания зависят от марки двигателя (рис. 8.1, а).

При проектировании кулачкового механизма в курсовом проекте фазовые углы рассчитывают с учетом требуемой согласованности работы кулачкового и основного рычажного механизмов. Так, например, в зубодолбежных станках кулачковый механизм часто используют для получения зазора между режущим лезвием инструмента (долбяка) и поверхностью заготовки при нерабочем ходе с целью устранения трения и износа задней поверхности долбяка. Фазы удаления и сближения в кулачковом механизме могут осуществляться за время перебега, определяемого разностью между полным перемещением инструмента и длиной заготовки. В этом случае на траектории перемещения размечают

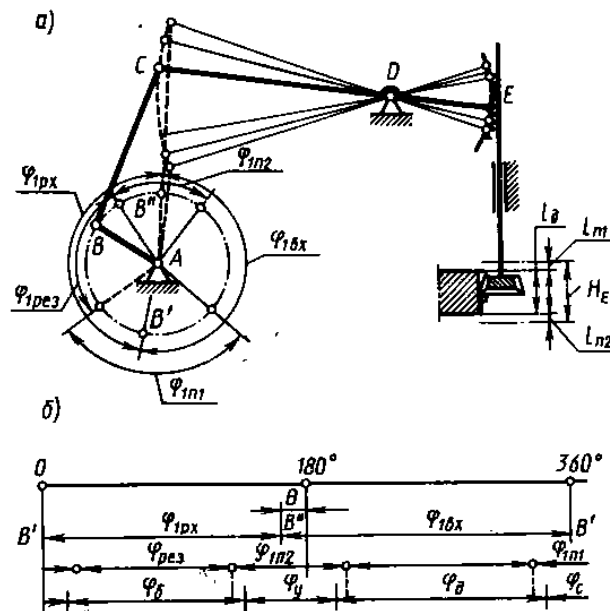


Рис. 8.2

соответствующие положения долбьяка, а затем и положения кулачкового вала с учетом размеров передаточного механизма. Наиболее просто это выполняют графическими построениями методом засечек. На рис. 8.2, а подобные построения показаны для рычажно-реечного механизма $ABCDE$. Долбьяк имеет ход H_E и перебеги длиной l_{n1} перед долблением и l_{n2} — после выхода долбьяка из контакта с заготовкой длиной l_d . Этим перебегам соответствуют углы поворота кривошипа AB , обозначенные через φ_{1n1} и φ_{2n2} . Процесс отвода долбьяка должен происходить за время нижнего перебега. Следовательно, фазовый угол удаления φ_y должен быть несколько меньше φ_{1n2} (рис. 8.2, б). Подвод долбьяка к заготовке в радиальном направлении осуществляют во время верхнего перебега.

8.3. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Расчет кулачка имеет целью определение координат оси вращения кулачка относительно выходного звена и координат профиля кулачка. Первый этап работы называют выбором размеров кулачка, обеспечивающих изменение угла давления в допустимых пределах, назначенных из условия уменьшения работы сил трения и снижения износа элементов кинематической пары.

Второй этап работы называют расчетом или построением

профиля кулачка по заданному закону движения выходного звена. Для достижения поставленной цели можно использовать графические построения, аналитические выражения, таблицы значений функции. В учебных целях используют сочетание графических методов определения параметров кулачка с анализом математических моделей и выполнения вычислительных операций с помощью ЭВМ. Применение графического метода позволяет предварительно детально изучить алгоритм реализации поставленной задачи, выявить связи между отдельными факторами и сформировать математическую модель для проведения вычислений на ЭВМ по составленным программам. В результате вычислений на ЭВМ студент получает совокупность чисел, которую следует проанализировать и сопоставить с результатами графических построений и вычислений.

В задании на курсовой проект содержится совокупность сведений о кулачковом механизме. Исходные данные задаются либо непосредственно, либо могут быть определены или выбраны на стадии анализа исходных данных.

К исходным данным относят следующие сведения:

1. Структурная схема механизма, показывающая характер взаимосвязей звеньев и их относительное расположение (рис. 8.1, а...з).

2. Максимальное линейное или угловое перемещение выходного звена (ход толкателя h или угол поворота толкателя β).

3. Длина толкателя l_2 или смещение e оси толкателя относительно оси вращения кулачка.

4. Угол рабочего профиля кулачка φ_{1p} и его составляющие при удалении φ_y , дальнем стоянии φ_d и сближении φ_c .

5. Допускаемый угол давления $\nu^{\text{доп}}$ или допускаемые углы давления на фазе удаления $\nu^{\text{у.доп}}$ и фазе сближения $\nu^{\text{с.доп}}$.

6. Знак направления вращения кулачка $\text{sgn } \omega_1 = \pm 1$.

7. Изменение одного из кинематических параметров движения толкателя, обычно изменение касательного ускорения a_B^i оси ролика или углового ускорения ε_2 в относительной форме, описанные в аналитическом виде (шифр А) или в виде таблицы числовых значений массива (шифр Т).

На рис. 8.3 приведен пример графиков изменения ускорения толкателя $a_B^i(\varphi_1)$ и безразмерных функций ускорения на фазе удаления и фазе сближения.

8. Расстояние a между осями вращения кулачка и толкателя, которое необходимо выдержать при определении габаритных размеров кулачка.

9. Частота вращения кулачка n_1 (об/мин), если при расчетах учитываются ограничения по максимальным значениям скорости или ускорения толкателя.

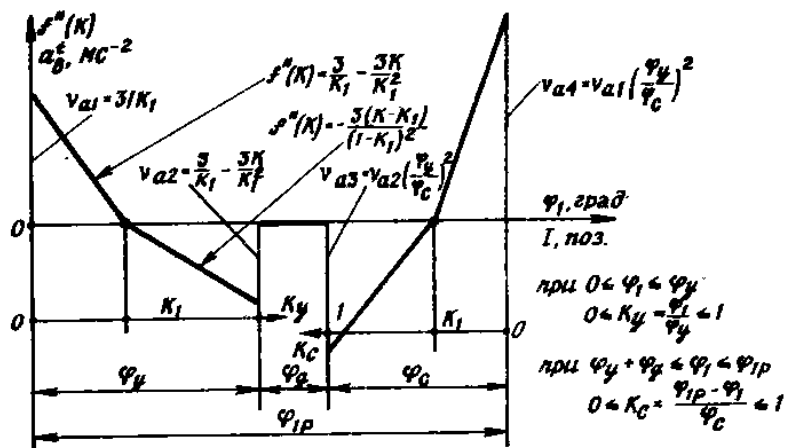


Рис. 8.3

10. Минимальный размер радиуса r_0 вр окружности кулачка на фазе ближнего стояния, если учитываются ограничения предельного размера кулачкового вала.

В заданиях на курсовой проект обычно предусматривается проектирование дискового кулачка. Толкатель совершает поступательное или вращательное движение. В качестве башмака толкателя принимают ролик, плоскость или заостренную форму башмака (условно радиус кривизны равен нулю). Удаление толкателя может предусматриваться только при заданном направлении вращения кулачка (неревверсивный режим) или при любом направлении вращения. Сочетание определенных исходных данных определяет тот или иной вариант расчета.

Вычисления кинематических параметров производятся на ЭВМ для определенного числа позиций. При равномерном угловом шаге $\Delta\varphi_1$ (DF1)* число позиций равно $(N+1)$, где $N = \varphi_{1p}/\Delta\varphi_1$. Идентификатор номера позиции $I=0, \dots, N$.

При необходимости расчета координат с разными шагами рассматривают число позиций для каждой фазы отдельно:

$$N_y = \varphi_y / \Delta\varphi_y; N_d = \varphi_d / \Delta\varphi_d; N_c = \varphi_c / \Delta\varphi_c.$$

Здесь $\Delta\varphi_1$ (DF1) — шаг по углу поворота кулачка в пределах угла рабочего профиля φ_{1p} ; φ_{1p} (F1R) — угол рабочего профиля кулачка; φ_y (FU) — фазовый угол удаления толкателя; φ_d (FD) — фазовый угол дальнего стояния толкателя; φ_c (FS) — фазовый угол сближения толкателя; $\Delta\varphi_y$ (DFU) — угловой шаг на фазе удаления; $\Delta\varphi_d$ (DFD) — угловой шаг на фазе дальнего стояния; $\Delta\varphi_c$ (DFS) — угловой шаг на фазе сближения.

$$\text{Общее число угловых шагов } N = N_y + N_d + N_c.$$

8.4. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ ТОЛКАТЕЛЯ

Закон движения толкателя либо задан в техническом задании, либо выбирается конструктором на стадии проектирования с учетом особенностей рабочего процесса проектируемой машины, требований к надежности и долговечности механизма, технологичности профиля кулачка в конкретных условиях изготовления машины.

Закон движения задается графиками, таблицами значений параметров или аналитическими выражениями для перемещений, скоростей и ускорений. Во многих случаях целесообразно использовать безразмерные (или нормированные) функции перемещения $f(k)$, скорости $f'(k)$, ускорения $f''(k)$ от безразмерного аргумента k , изменяющегося в пределах от 0 до 1 (рис. 8.3). За аргумент k принимают отношение времени t_i ко времени фазы движения или отношение угла φ_i поворота кулачка к углу φ_y (или φ_c) поворота на фазе удаления (или сближения) при равномерном движении кулачка:

$$0 \leq k_y = \varphi_i / \varphi_y \leq 1; \quad 0 \leq k_c = (\varphi_p - \varphi_i) / \varphi_c \leq 1,$$

где φ_i — текущий угол поворота кулачка, $\varphi_y, \varphi_z, \varphi_c$ — углы поворота кулачка соответственно на фазах удаления, дальнего стояния и сближения; φ_p — угол рабочего профиля кулачка $\varphi_p = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_c$.

Кинематические характеристики движения толкателя связаны с безразмерными коэффициентами следующими соотношениями: перемещение $s = h_B f(k)$;

передаточная функция скорости $v_B / \omega_1 = \frac{h_B}{\varphi_y} f'(k)$ или

$$v_B = \omega_1 \frac{h_B}{\varphi_y} f'(k);$$

передаточная функция ускорения $a_B' / \omega_1^2 = \frac{h_B}{\varphi_y^2} f''(k)$ или

$$a_B' = \omega_1^2 \frac{h_B}{\varphi_y^2} f''(k).$$

Здесь h_B — ход толкателя на фазе удаления, $[h_B] = \text{м}$; ω_1 — угловая скорость кулачка, $[\omega_1] = \text{рад/с}$; φ_y — угол поворота кулачка на фазе удаления, $[\varphi_y] = \text{рад}$; v_B — скорость толкателя, $[v_B] = \text{м/с}$; a_B' — ускорение толкателя, $[a_B'] = \text{м/с}^2$.

Безразмерные функции перемещения, скорости и ускорения толкателя задают в виде:

либо степенного полинома

$$f(k) = A_0 + A_1 k + A_2 k^2 + A_3 k^3 + \dots + A_n k^n = \sum_{i=0}^n A_i k^i;$$

$$f'(k) = A_1 + 2A_2 k + 3A_3 k^2 + \dots + nA_n k^{(n-1)};$$

$$f''(k) = 2A_2 + 6A_3 k + 12A_4 k^2 + 20A_5 k^3 + \dots,$$

либо тригонометрического полинома

$$f(k) = A_0 + A_1 \sin \pi k + B_1 \cos \pi k + A_2 \sin 2\pi k + B_2 \cos 2\pi k + \dots \\ \dots + A_n \sin n\pi k + B_n \cos n\pi k;$$

$$f'(k) = \pi A_1 \cos \pi k - \pi B_1 \sin \pi k + 2\pi A_2 \cos 2\pi k - 2\pi B_2 \sin 2\pi k + \dots$$

$$f''(k) = -\pi^2 A_1 \sin \pi k - \pi^2 B_1 \cos \pi k - 4\pi^2 A_2 \sin 2\pi k - 4\pi^2 B_2 \cos 2\pi k + \dots$$

Число коэффициентов полинома определяется заданными начальными и граничными условиями.

Например, если принять $f'(0) = f'(1) = f''(0) = f''(1) = 0$, то функция перемещения является степенной типа 3–4–5:

$$f(k) = 10k^3 - 15k^4 + 6k^5.$$

Кинематическая передаточная функция скорости толкателя

$$v_{qB} = v_B / \omega_1 = \frac{h_B}{\varphi_y} f'(k) = \frac{h_B}{\varphi_y} 30(k^2 - 2k^3 + k^4).$$

Кинематическая передаточная функция ускорения толкателя

$$a_{qB}^i = a_B^i / \omega_1^2 = \frac{h_B}{\varphi_y^2} f''(k) = \frac{h_B}{\varphi_y^2} 60(k - 3k^2 + 2k^3).$$

В случае несимметричного (коэффициент асимметрии k_1) косинусоидальный закон движения толкателя описывается следующими функциями:

на участке $k = 0 \dots k_1$

$$a_{qB}^i = \frac{h_B}{\varphi_y^2} f''(k) = \frac{h_B}{\varphi_y^2} \frac{\pi^2}{4k_1} \cos\left(\frac{2k}{2k_1}\right);$$

$$v_{qB} = \frac{h_B}{\varphi_y} f'(k) = \frac{h_B}{\varphi_y} \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi k}{2k_1}\right);$$

$$s_B = h_B f(k) = h_B k_1 \left(1 - \cos\left(\frac{\pi k}{2k_1}\right)\right);$$

на участке $k = k_1 \dots 1$

$$a_{qB}^i = \frac{h_B}{\varphi_y^2} f''(k) = \frac{h_B}{\varphi_y^2} \left[-\frac{\pi^2}{4(1-k_1)} \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} \right];$$

$$v_{qB} = \frac{h_B}{\varphi_y} f'(k) = \frac{h_B}{\varphi_y} \left[\frac{\pi}{2} \sin \left(\frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} \right) \right];$$

$$S_B = h_B f(k) = h_B \left[k_1 + (1-k_1) \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} \right].$$

В табл. 8.1 приведены наиболее применяемые законы движения толкателей кулачковых механизмов технологического оборудования и транспортных машин (поз. 8.1...8.21).

Функции $f(k)$ и $f'(k)$ получают интегрированием приведенных функций $f''(k)$ и вычислением их значений при заданном шаге изменения аргумента k .

Например, для некоторых законов, приведенных в табл. 8.1, имеют место следующие соотношения:

а) прямоугольный симметричный (рис. Т. 8.1)

$$f''(k) = \begin{cases} 4 & \text{при } 0 \leq k \leq 0,5; \\ -4 & \text{при } 0,5 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

$$f'(k) = \begin{cases} 4k & \text{при } 0 \leq k \leq 0,5; \\ 4(1-k) & \text{при } 0,5 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

$$f(k) = \begin{cases} 2k^2 & \text{при } 0 \leq k \leq 0,5; \\ 1 - 0,5(1-k)^2 & \text{при } 0,5 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

б) прямоугольный несимметричный (рис. Т. 8.2)

$$f''(k) = \begin{cases} 2/k_1 & \text{при } 0 \leq k \leq k_1; \\ -2/(1-k_1) & \text{при } k_1 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

$$f'(k) = \begin{cases} 2k/k_1 & \text{при } 0 \leq k \leq k_1; \\ 2(1-k)/(1-k_1) & \text{при } k_1 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

$$f(k) = \begin{cases} k^2/k_1 & \text{при } 0 \leq k \leq k_1; \\ 1 - (1-k)^2/(1-k_1) & \text{при } k_1 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

в) косинусоидальный несимметричный (рис. Т. 8.6)

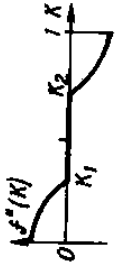
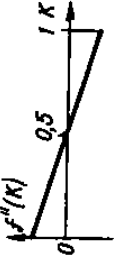

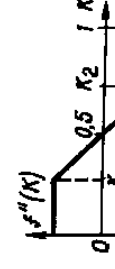
$$f''(k) = \begin{cases} \frac{\pi^2}{4k} \cos \frac{\pi}{2k_1} k & \text{при } 0 < k \leq k_1; \\ -\frac{\pi^2}{4(1-k_1)} \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} & \text{при } k_2 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

Таблица 8.1. Некоторые законы движения ведомых звеньев (толкателей) кулачковых механизмов, рабочих органов (захватных устройств) манипуляторов и роботов, сушпортов, столов, режущих и вспомогательных инструментов технологического оборудования с программным управлением

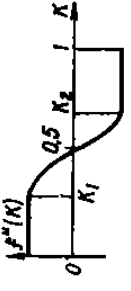
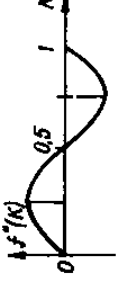

Номер варианта	Наименование закона	График $f''(k) = a^2 S/dk^2$ исполнитель-ной точки на фазе удаления в функции времени $k = t/t_0, 0 \leq k \leq 1$	Аналитические выражения для коэффициентов ускорения на заданных интервалах	
			интервал k	функция $f''(k)$
ТП1.1	Прямоугольный симметричный		4 0...0,5 0,5...1,0	5 $f''(k) = 4$ $f''(k) = -4$
ТП1.2	Прямоугольный несимметричный		4 0... k_1 k_1 ...1,0	5 $f''(k) = 2/k_1$ $f''(k) = -2/(1 - k_1)$
ТП1.3	Прямоугольный симметричный с нулевым участком		4 0... k_1 k_1 ... k_2 k_2 ...1,0	5 $f''(k) = 1/k_1(1 - k_1) = f''(0)$ $f''(k) = 0$ $f''(k) = -f''(0)$

Продолжение табл. 8.1

1	2	3	4	5
ТП1.4	Прямоугольный несимметричный с нулевым участком		0...k ₁ k ₁ ...k ₂ k ₂ ...1	$f''(k) = 2/k_1(1-k_1+k_2)$ $f''(k) = 0$ $f''(k) = \frac{-2}{(1-k_2)(1-k_1+k_2)}$
ТП1.5	Косинусоидальный симметричный		0 0...1	$f''(0) \approx 4,93$ $f''(k) = 0,5\pi^2 \cos \pi k$
ТП1.6	Косинусоидальный несимметричный		0 0...k ₁ k ₁ ...1,0	$f''(0) = \pi^2/4k_1 \approx 2,46/k_1$ $f''(k) = \frac{\pi^2}{4k_1} \cos\left(\frac{\pi}{2k_1} \cdot k\right)$ $f''(k) = \frac{\pi^2}{4(1-k_1)} \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)}$

1	2	3	4	5
ТП1.7	Косинусоидальный с нулевым участком		0 0...k1 k1...k2 k2...0	$f''(0) = \frac{\pi^2}{2k_1(4k_1 - 2\pi k_1 + \pi)}$ $f''(k) = f''(0) \cos \frac{\pi k}{2k_1}$ $f''(k) = 0$ $f''(k) = f''(0) \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_2)}$
ТП1.8	Равноубывающий симметричный		0 0...1,0 1,0	$f''(0) = 6$ $f''(k) = 6(1-2k)$ $f''(1) = -6$
ТП1.9	Равноубывающий несимметричный		0 0...k1 k1...1 1	$f''(0) = 3/k_1$ $f''(k) = 3/k_1 - 3k/k_1^2$ $f''(k) = -3(k-k_1)/(1-k_1)^2$ $f''(1) = -3/(1-k_1)$
ТП1.10	Прямоугольная трапеция		0...k1 k1...k2 k2...1,0	$f''(k) = 3/(0,5 + k_1 - k_1^2) = f''(0)$ $f''(k) = f''(0) \cdot \frac{0,5 - k}{0,5 - k_1}$ $f''(k) = -f''(0)$

Продолжение табл. 8.1

1	2	3	4	5
ТШ.1.11	<p>Прямоугольник с косинусоидой</p>		<p>0...k₁ k₁...k₂ k₂...1,0</p>	$f''(0) = \frac{1}{0,184(k_1 - k_1^2) + 0,204}$ $f''(k_1) = f''(0) \sin 0,5\pi \frac{0,5 - k_1}{0,5 - k_1}$ $f''(k) = -f''(0)$
ТШ.1.12	<p>Синусоидальный симметричный</p>		<p>0 0...1</p>	$f''(0) = 0$ $f''(k) = 2\pi \sin 2\pi k$ $f''(0,25) = 2\pi$
ТШ.1.13	<p>Синусоидальный несимметричный</p>		<p>0...k₁ k₁...1</p>	$f''(k) = \frac{\pi}{k_1} \sin(\pi k/k_1)$ $f''(k) = \frac{\pi}{1 - k_1} \sin[\pi(1 - k)/(1 - k_1)]$ $f''(0,5k_1) = \pi/k_1$

Продолжение табл. 8.1

1	2	3	4	5
ТШ.1.14	Синусоидальный симметричный с нулевым участком		0...k1 k1...(1-k1)=k2 (1-k1)...1,0	$f''(k) = \frac{\pi}{2k_1(1-k_1)} \sin \frac{\pi k}{k_1}$ $f''(k) = 0$ $f''(k) = -\frac{\pi}{2k_1(1-k_1)} \sin \frac{\pi(1-k)}{1-k_1}$
ТШ.1.15	Синусоидальный несимметричный с нулевым участком		0...k1 k1...k2 k2...1,0	$f''(k) = \frac{\pi}{k_1(1-k_1+k_2)} \sin \frac{\pi k}{k_1}$ $f''(k) = 0$ $f''(k) = -\frac{\pi}{(1-k_2)(1-k_1+k_2)} \sin \frac{\pi(1-k)}{1-k_1}$
ТР.1.16	Двойной гармонический		0...1,0	$f''(k) = 0,5\pi^2 (\cos \pi k - \cos 2\pi k)$ $f''(0,333) \cong 5,55$ $f''(0,667) \cong 0$ $f''(1) = -\pi^2 \cong -9,86$
ТШ.1.17	Степенной типа 3—4—5		0...1,0	$f''(k) = 60(k - 3k^2 + 2k^3)$ $f''(k)_{\max} \cong 5,77$

Продолжение табл. 8.1

1	2	3	4	5
ТШ1.18	<p>Степенной типа 4 ... 5 ... 6 ... 7</p>		<p>0...1,0</p>	<p>$f''(k) = 420k^2(1 - 4k + 5k^2 - 2k^3)$ $f''(k)_{\max} \approx 7,4$ $f''(k)_{\min} \approx -7,4$</p>
ТШ1.19	<p>Трапецидальный</p>		<p>0...k_1 k_1...k_2 k_2...0,5</p>	<p>$c = 0,5(1 - k_1) + (k_2 - k_1) -$ $- 2k_1(k_2 - k_1) - (k_2 - k_1)^2$ $3k$ $f''(k) = \frac{ck_1}{3k}$ $f''(k) = 3/c$ $f''(k) = 3(0,5 - k)/c(0,5 - k_2)$</p>
ТШ1.20	<p>Степенной типа 2 - 6 - 10 - 14 - 18</p>		<p>0...k...1</p>	<p>$f''(k) = \frac{5}{64} [-69 + 1260(1 - k)^4 -$ $- 3402(1 - k)^8 + 3276(1 - k)^{12} -$ $- 1071(1 - k)^{16}]$ $f''(k)_{\max} \approx 10,8; f''(1) = -4,9$</p>
ТШ1.21	<p>Степенной типа 3 - 4</p>		<p>0...0,5 0,5...1,0</p>	<p>$f''(k) = 48k(1 - 2k)$ $f''(0,25) = 6$ $f''(k) = -96(k - 0,5)(1 - k)$ $f''(0,75) = -6$</p>

$$f'(k) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2k_1} k & \text{при } 0 \leq k \leq k_1; \\ \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} & \text{при } k_1 \leq k \leq 1; \end{cases}$$

$$f(k) = \begin{cases} k_1 \left(1 - \cos \frac{\pi k}{2k_1} \right) & \text{при } 0 \leq k \leq k_1; \\ k_1 + (1-k_1) \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-k_1)} & \text{при } k_1 \leq k \leq 1. \end{cases}$$

Иногда используют численное интегрирование, например с использованием квадратурных формул Ньютона — Котеса.

Последовательные значения интегралов (рис. 8.4) I_i для функции $y=f(x)$ вычисляют либо по формуле трапеций для неравноотстоящих точек

$$I_i = I_{(i-1)} + \frac{x_i - x_{i-1}}{2} (y_i + y_{i-1}) \quad (i=2, 3, \dots, N),$$

либо по формуле трапеций для равноотстоящих точек $(i-1), i$

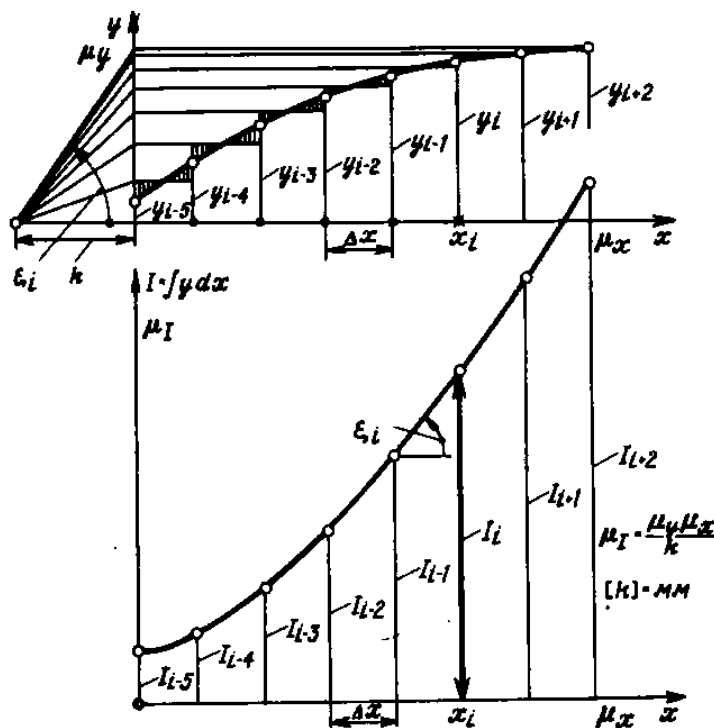


Рис. 8.4

$$I_i = I_{i-1} + \frac{\Delta x}{2} (y_i + y_{i-1}) \quad (i=2, 3, \dots, N),$$

либо по формуле Симпсона для равноотстоящих точек

$$I_i = I_{i-2} + \frac{\Delta x}{3} (y_{i-2} + 4y_{i-1} + y_i)$$

или

$$I_i = I_{i+2} - \frac{\Delta x}{3} (y_i + 4y_{i+1} + y_{i+2}),$$

либо по формулам Ньютона — Котеса

$$I_i = I_{i-1} + \frac{\Delta x}{3} (1,25y_{i-1} + 2y_i - 0,25y_{i+1});$$

$$I_i = I_{i-3} + \frac{3\Delta x}{8} (y_{i-3} + 3y_{i-2} + 3y_{i-1} + y_i);$$

$$I_i = I_{i-5} + \frac{\Delta x}{3} (y_{i-5} + 3,87y_{i-4} + 2,625y_{i-3} + 2,625y_{i-2} + 3,875y_{i-1} + y_i).$$

При пользовании ЭВМ вычисления проводят с помощью подпрограмм QTFG, QTFE, QSF или аналогичных.

Если задана функция перемещения конечной последовательностью пар $(k, f_i(k))$, то приближенные значения производных $f'(k)$ и $f''(k)$ вычисляют по формулам численного дифференцирования функции $y_i = y(i\Delta x)$; $y'_i = y'(i\Delta x)$, имеющих следующий вид:

первая производная по аргументу x (рис. 8.5)

$$y'_0 = \frac{1}{2\Delta x} (-y_{-1} + y_1);$$

$$y'_0 = \frac{1}{12\Delta x} (y_{-2} - 8y_{-1} + 8y_1 - y_2);$$

$$y'_0 = \frac{1}{\Delta x} (-y_0 + y_1);$$

$$y'_0 = \frac{1}{2\Delta x} (-3y_0 + 4y_1 - y_2);$$

вторая производная по аргументу x

$$y''_0 = \frac{1}{\Delta x^2} (y_{-1} - 2y_0 + y_1);$$

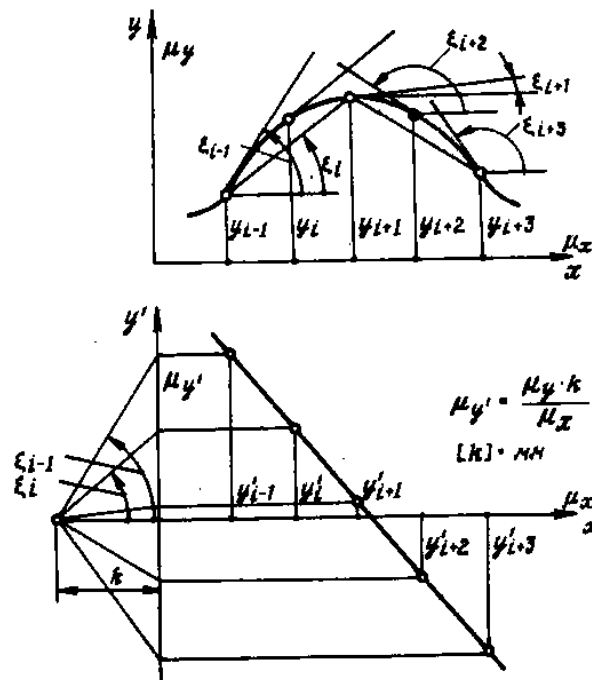


Рис. 8.5

$$y''_0 = \frac{1}{12\Delta x^2} (-y_{-2} + 16y_{-1} - 30y_0 + 16y_1 - y_2);$$

$$y''_0 = \frac{1}{\Delta x^2} (2y_0 - 5y_1 + 4y_2 - y_3).$$

Рекомендации по выбору закона движения толкателя учитывают значительное число ограничений: надежность и долговечность, ударное воздействие сил инерции, заданное время фазы удаления, угол давления, жесткость пружины при силовом замыкании высшей пары и другие.

Для тихоходных и малонагруженных механизмов используют закон движения толкателя с постоянной скоростью с переходными участками, очерченными по дугам окружности или с изменением ускорения по синусоиде.

Для устранения многих ударов в начале и конце фазы применяют трапецеидальный, степенные, синусоидальные симметричные, несимметричные законы изменения ускорений. При наличии выстоев хорошие результаты получают при движении толкателя по закону наклонной синусоиды.

Графические методы вычислений. При графическом методе вычисления интегралов заданную функцию ускорения (в относительной форме $a^r_B/a^r_{B \text{ нач}}$) изображают в виде графика (рис. 8.6)

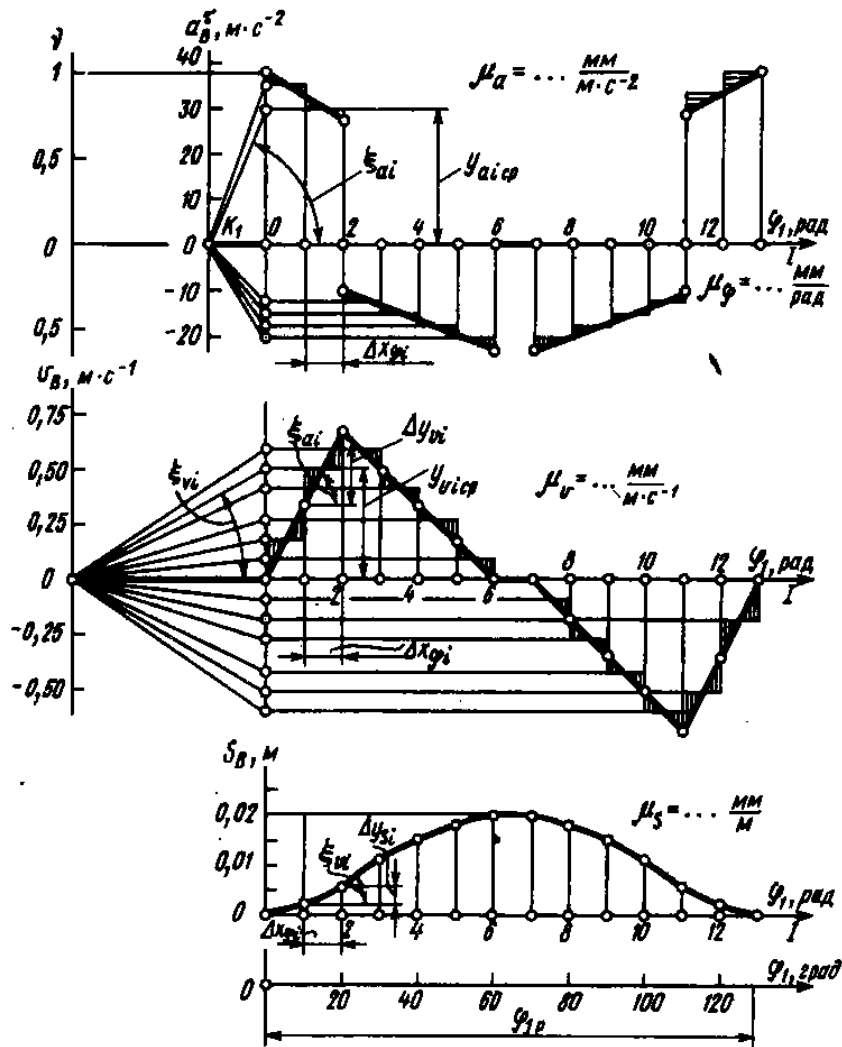


Рис. 8.6

с произвольным выбором масштабов (абсцисса $x_{\varphi 1p} = 180 \dots 240$ мм, максимальная ордината $y_h = 70 \dots 100$ мм).

Ось абсцисс разбивают на некоторое число шагов с равными или неравными интервалами. В пределах каждого шага функцию считают постоянной. Осреднение проводят по равенству площадей трапеции и прямоугольника для каждого шага. Среднее значение ординаты на каждом шаге проецируют на ось ординат и полученные точки соединяют с левым концом выбранного отрезка интегрирования, расположенного вдоль оси абсцисс влево от начала координат. Полученный пучок лучей характеризуется разными углами наклона:

при интегрировании графика аналогов ускорения $a_{qB}^r = a_B^r / \omega_1^2$

$$\operatorname{tg} \xi_{ai} = \frac{y_{\text{иср}}}{K_1} = \frac{a_{qBi} \mu_{qa}}{K_1}, \quad (8.1)$$

при интегрировании графика аналогов скоростей $v_{qB} = v_B / \omega_1$

$$\operatorname{tg} \xi_{vi} = \frac{y_{\text{иср}}}{K_2} = \frac{v_{qBi} \mu_{qv}}{K_2}, \quad (8.2)$$

μ_{qa} и μ_{qv} — масштабы по осям ординат соответствующих графиков.

Для получения искомой приближенной интегральной кривой строят ломаную кривую, ординаты которой получают с помощью таких построений: проводят на каждом шаге прямую, наклоненную к оси абсцисс под углом ξ_i (соответственно ξ_{ai} или ξ_{vi}), т. е. параллельную соответствующему лучу на исходном графике. При таком построении имеют место определенные соотношения:

при интегрировании графика аналогов ускорений

$$\operatorname{tg} \xi_{ai} = \frac{\Delta y_{vi}}{\Delta x_{\phi i}} = \frac{\Delta v_{qBi} \mu_{qv}}{\Delta \phi_1 \mu_{\phi}}; \quad (8.3)$$

при интегрировании графика аналогов скоростей

$$\operatorname{tg} \xi_{vi} = \frac{\Delta y_{Si}}{\Delta x_{\phi i}} = \frac{\Delta s_i \mu_S}{\Delta \phi_1 \mu_{\phi}}. \quad (8.4)$$

Приравнивая правые части соотношений (7.1) и (7.3), получают

$$\frac{a_{qBi}^r}{K_1} = \frac{\Delta v_{qBi} \mu_{qv}}{\Delta \phi_1 \mu_{\phi}},$$

или

$$\Delta v_{qBi} \mu_{qv} = a_{qBi}^r \Delta \phi_1 \frac{\mu_{qa} \mu_{\phi}}{K_1}.$$

Если шаги выбрать достаточно малыми, то можно записать

$$\mu_{qv} \int dv_{qB} = \frac{\mu_{qa} \mu_{\phi}}{K_1} \int a_{qB}^r d\phi_1,$$

или

$$\mu_{qv} = \frac{\mu_{qa}\mu_{\varphi}}{K_1}. \quad (8.5)$$

Аналогично, приравнивая правые части соотношений (8.2) и (8.4), получают

$$\frac{\mu_{qv}v_{qB}}{K_2} = \frac{\Delta s_i \mu_S}{\Delta \varphi_1 \mu_{\varphi}}, \text{ или } \mu_S \int ds = \frac{\mu_{qv}\mu_{\varphi}}{K_2} \int v_{qB} d\varphi_1,$$

т. е.

$$\mu_S = \frac{\mu_{qv}\mu_{\varphi}}{K_2}. \quad (8.6)$$

Так как в исходных данных имеется максимальное перемещение h толкателя и рабочий угол φ_{1p} профиля кулачка, а в результате графических построений выбраны отрезки K_1 и K_2 (мм), база b (мм) графиков по оси абсцисс, то расчет масштабов по осям координат проводят в такой последовательности:

$$\mu_{\varphi} = \frac{b}{\varphi_{1p} (2\pi/360)},$$

где $[\mu_{\varphi}] = \text{мм/рад}$; $[\varphi_{1p}] = \text{град}$.

$$\mu_S = y_{S\max}/h,$$

где $[\mu_S] = \text{мм/м}$; $y_{S\max}$ — максимальная ордината на графике перемещений, мм; h — ход толкателя, м;

$$\mu_{qv} = \mu_S K_2 / \mu_{\varphi},$$

где μ_{qv} — масштаб графика кинематической передаточной функции скорости движения толкателя, мм/(м · рад⁻¹);

$$\mu_{qa} = \mu_{qv} K_1 / \mu_{\varphi},$$

где μ_{qa} — масштаб графика кинематической передаточной функции касательного ускорения толкателя, мм/(м · рад⁻²).

Если отрезки K_1 и K_2 интегрирования принять равными значению μ_{φ} , то получим частное значение масштабов:

$$\{\mu_{qa}\} = \{\mu_{qv}\} = \{\mu_S\} = \{y_{S\max}/h\}.$$

Если в исходных данных содержатся сведения о частоте вра-

щения кулачкового вала, то вместо кинематических передаточных функций a_{qB}^r и v_{qB} можно пользоваться непосредственно значениями скорости и ускорения толкателя.

Масштаб времени μ_t по оси абсцисс определяют с учетом базы b графика, угла φ_{1p} рабочего профиля и частоты вращения n_1 кулачкового вала:

$$\mu_t = \frac{b}{t_p} = \frac{b}{(\varphi_{1p}/\omega_1)} = \frac{2\pi n_1 b}{\varphi_{1p}},$$

или

$$\mu_t = \frac{b}{t_p} = \frac{360 n_1 b}{\varphi_{1p}},$$

где $[\mu_t] = \text{мм/с}$; $[n_1] = \text{об/с}$; $[b] = \text{мм}$; $[\varphi_{1p}] = \text{град}$.

Если частота вращения n_1 задана в об/мин, то соотношения будут следующими:

$$\mu_t = \frac{b}{t_p} = \frac{b(2\pi n_1/60)}{\varphi_{1p}(2\pi/360)} = \frac{6n_1 b}{\varphi_{1p}},$$

или

$$\mu_t = \mu_\varphi \left(\frac{2\pi n_1}{60} \right),$$

где $[\varphi_{1p}] = \text{град}$, $[n_1] = \text{об/мин}$, $[b] = \text{мм}$, $[\mu_t] = \text{мм/с}$, $[\mu_\varphi] = \text{мм/рад}$.

Масштаб μ_a по оси ординат на графике ускорения толкателя

$$\mu_a = \frac{\mu_s K_2}{\mu_t}, \text{ где } [\mu_a] = \text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^{-1}); [\mu_s] = \text{мм/м}; [K_2] = \text{мм}, [\mu_t] = \text{мм/с}.$$

Масштаб μ_a на оси ординат на графике скорости толкателя

$$\mu_a = \frac{\mu_v K_1}{\mu_t}, \text{ где } [\mu_a] = \text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^{-2}); [\mu_v] = \text{мм}/(\text{м} \cdot \text{с}^{-1}); [K_1] = \text{мм};$$

$$[\mu_t] = \text{мм/с}.$$

8.5. УГОЛ ДАВЛЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ ДИСКОВОГО КУЛАЧКА

Угол давления ν^q определяет положение нормали в высшей кинематической паре относительно вектора линейной скорости

контактной точки ведомого звена. Его значение определяется размерами механизма, передаточными функциями $v_{qB} = v_B / \omega_1$ скорости движения и s_B перемещения толкателя.

При заданных внешней статической нагрузке на толкателе, например силе F_{2c} полезного сопротивления, силе F_n упругости пружины для силового замыкания и силе тяжести G_2 толкателя (рис. 8.7, а), реакции в кинематических парах являются зависимыми от угла давления, т. е. от закона движения толкателя и габаритных

размеров механизма. Этот вывод легко устанавливают из анализа плана силы, приложенных к толкателю (рис. 8.7, б). Чем больше угол давления ν , тем больше реакции F_{23} и F_{21} в кинематических парах, а следовательно, тем больше силы трения при заданных коэффициентах трения f_{112} между башмаком толкателя 2 и кулачком 1 и f_{123} между толкателем 2 и направляющими 3. При расчетах сил в кинематических парах для поступательной кинематической пары между толкателем и направляющими используют приведенный коэффициент трения f_{123}^{np} , который рассчитывают по углу φ_{123}^{np} , определяющему положение реакции F_{23} относительно перпендикуляра к направлению перемещения толкателя.

Можно написать следующие соотношения между силами, приложенными к звену 2 (рис. 8.7, б):

$$\bar{F}_{2c} = \bar{F}_{2m} + \bar{G}_2 + \bar{F}_n + \bar{\Phi}_2;$$

$$\bar{F}_{23}^* + \bar{F}_{23}^{**} = \bar{F}_{23};$$

$$\bar{F}_{23} + \bar{F}_{2c} + \bar{F}_{21} = 0.$$

Так как сила F_{21} должна проходить через узлы сил D и B , координаты которых легко найти, то

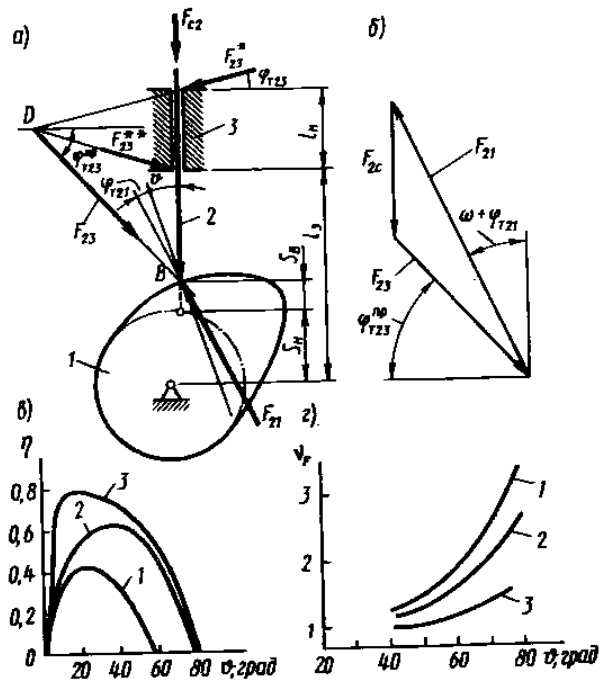


Рис. 8.7

$$\operatorname{tg} \varphi_{\tau 23}^{\text{np}} = \frac{l_3 + 0,5l_{\text{H}} - s_{\text{H}} - s_{\text{B}}(\varphi_1)}{0,5l_{\text{H}}/\operatorname{tg} \varphi_{\tau 23}}$$

Принимая $\varphi_{\tau 23}^{\text{np}} = \arctg f_{\tau 23}^{\text{np}} \approx f_{\tau 23}^{\text{np}}$, или $\varphi_{\tau 23} = \arctg f_{\tau 23} \approx f_{\tau 23}$, соотношение записывают окончательно в следующем виде:

$$f_{\tau 23}^{\text{np}} = f_{\tau 23} \frac{l_3 - s_{\text{H}} + 0,5l_{\text{H}} - s_{\text{B}}(\varphi_1)}{0,5l_{\text{H}}}$$

В качестве параметра, оценивающего влияние угла давления на условия передачи сил в кулачковых механизмах, проф. Л. Н. Решетов предложил использовать отношение $\nu_F = F_{21}/F_{2c}$, названное коэффициентом возрастания усилий.

Аналитическое соотношение для определения ν_F в случае плоского кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем легко найти при анализе плана сил (рис. 8.7, б) по теореме синусов:

$$\frac{F_{2c}}{\sin(90 - \varphi_{\tau 23}^{\text{np}} - \psi - \varphi_{\tau 21})} = \frac{F_{21}}{\sin(180 - \varphi_{\tau 23}^{\text{np}})}$$

или

$$\nu_F = \frac{F_{21}}{F_{2c}} = \frac{\cos \varphi_{\tau 23}^{\text{np}}}{\cos(\psi + \varphi_{\tau 23}^{\text{np}} + \varphi_{\tau 21})}$$

На рис. 8.7, г показаны кривые изменения коэффициента ν_F возрастания усилий для трех случаев при разных значениях коэффициентов трения $f_{\tau 21} + f_{\tau 23}^{\text{np}}$: 1 — 0,1; 2 — 0,2; 3 — 0,5. Задаваясь величиной коэффициента $\nu_{F \text{ доп}}$, можно рассчитать допустимый угол давления $\psi_{\text{ доп}}$:

$$\psi_{\text{ доп}} = \arccos \left(\frac{\cos \varphi_{\tau 23}^{\text{np}}}{\nu_{F \text{ доп}}} \right) - \varphi_{\tau 21}^{\text{np}} - \varphi_{\tau 21}$$

Чем меньше коэффициенты трения $f_{\tau 21}$ и $f_{\tau 23}^{\text{np}}$ и больше значение коэффициента $\nu_{F \text{ доп}}$, тем большие углы давления возможно использовать при проектировании кулачковых механизмов.

При ориентировочных расчетах принимают следующие значения допустимых углов давления: для поступательно движущегося толкателя $\psi_{\text{ доп}} = 30^\circ$; для вращающегося толкателя $\psi_{\text{ доп}} = 45^\circ$.

Если габариты механизма позволяют, то для уменьшения потерь на трение целесообразно уменьшить значение угла ψ^* доп до 15...20°. Это оказывает положительное влияние на коэффициент полезного действия η , оценивающий отношение работы сил трения к работе движущих сил за какой-то промежуток времени. На рис. 8.7, в приведены три графика, показывающие изменение мгновенного КПД от угла давления при разных сочетаниях коэффициентов трения $f_{\tau 21}$: 1 — 0,2; 2 — 0,2; 3 — 0,01; и $f_{\tau 23}^{\text{пр}}$: 1 — 0,4; 2 — 0; 3 — 0,2 для механизма с поступательно движущимся толкателем.

Обоснованный выбор угла ψ^* доп с учетом ограничений позволяет при проектировании кулачковых механизмов назначать габаритные размеры механизма оптимальными.

Аналогичный анализ можно выполнить применительно к другим типам кулачковых механизмов, например для случая дискового кулачка и вращающегося толкателя. Соотношения будут иметь другой вид, но принципиальные выводы аналогичны: для эффективной работы механизма угол давления не должен превышать допускаемого значения: $\psi^* \leq \psi^*_{\text{доп}}$.

8.6. РАСЧЕТ НАЧАЛЬНОГО РАДИУСА ДИСКОВОГО КУЛАЧКА С УЧЕТОМ ДОПУСТИМОГО УГЛА ДАВЛЕНИЯ

Угол давления ψ^* определяет положение нормали в высшей паре относительно вектора линейной скорости контактной точки ведомого звена. Чем больше угол давления, тем больше силы в кинематических парах при заданных значениях активных сил, приложенных к толкателю, и тем больше потери на трение при заданных коэффициентах трения. Поэтому в техническом задании на проектирование кулачкового механизма определено значение $\psi^*_{\text{доп}}$ допустимого угла давления. Обычно $\psi^*_{\text{доп}} = 15...25^\circ$, иногда допускают при поступательно движущемся толкателе $\psi^*_{\text{доп}} = 30^\circ$, при вращающемся $\psi^*_{\text{доп}} = 40^\circ...45^\circ$.

Текущие значения угла давления являются в большинстве случаев переменными. Поэтому максимальные значения углов давления не должны превышать допустимых границ: $\psi^*_i \leq \psi^*_{\text{доп}}$.

Связь между углом давления и геометрическими и кинематическими характеристиками кулачкового механизма определяется следующими выражениями:

при поступательном движении толкателя (рис. 8.8, б)

$$\operatorname{tg} \psi^*_i = \frac{v_{qBi} \operatorname{sgn} \omega_1 + e}{s_n + s_{Bi}}, \quad (8.7)$$

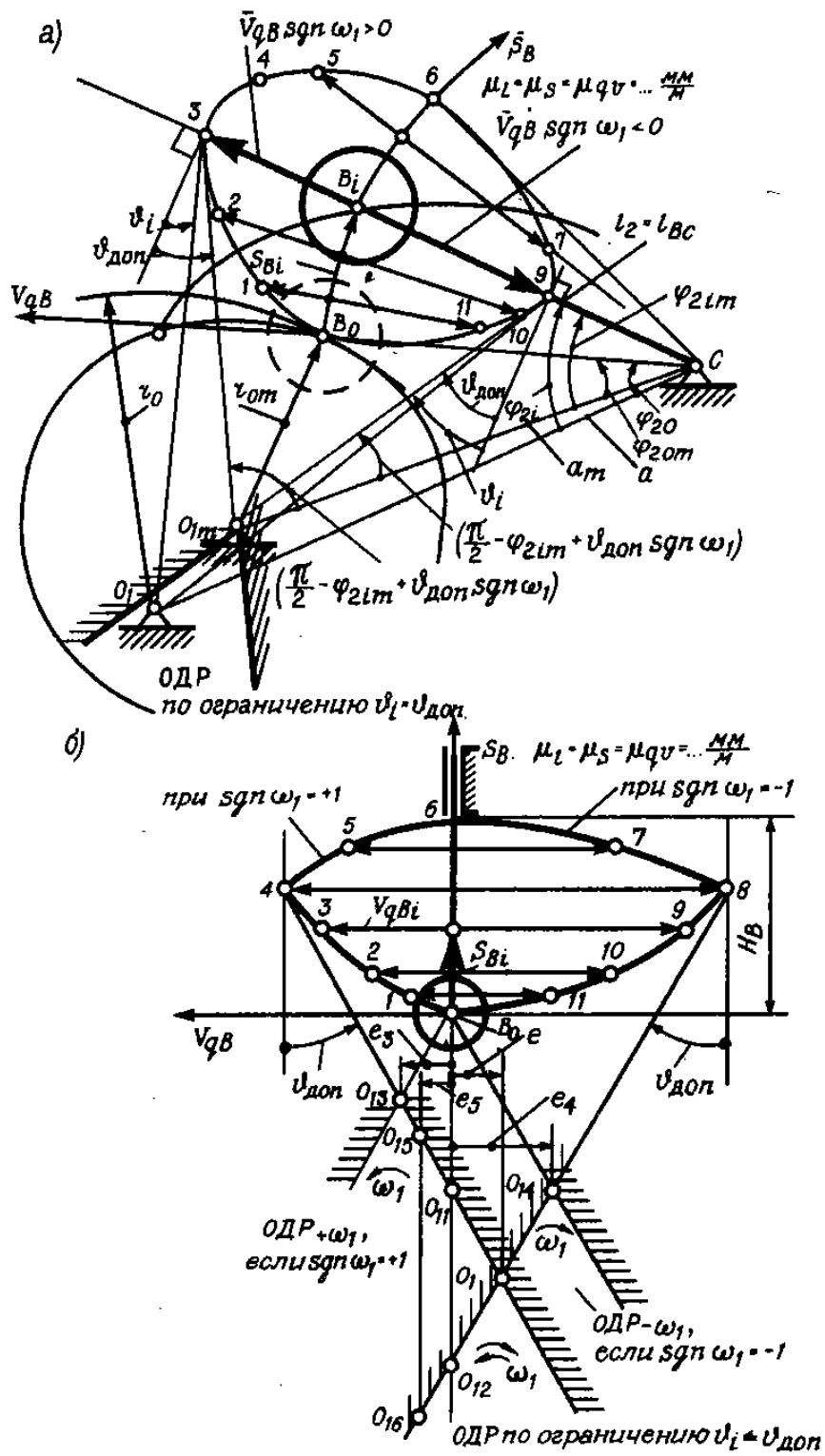


Рис. 8.8

при вращающемся толкателе (рис. 8.8, а)

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{v_{qBi} \operatorname{sgn} \omega_1 + l_2 - a \cos \varphi_{2i}}{a \sin \varphi_{2i}} \quad (8.8)$$

Здесь $v_{qBi} = v_{Bi}/\omega_1$ — передаточная кинематическая функция скорости v_{Bi} толкателя; $\operatorname{sgn} \omega_1$ — функция знака (± 1) угловой скорости кулачка в правой системе координат (v_{qBi}, s_{Bi}); s_{Bi} — координата начальной точки на центровом профиле кулачка относительно оси вращения кулачка в направлении перемещения толкателя; l_2 — длина вращающегося толкателя; a — межосевое расстояние в кулачковом механизме; $\pm e$ — смещение оси толкателя относительно оси вращения кулачка в правой системе координат (v_{qBi}, s_{Bi}).

Знак плюс соответствует смещению оси толкателя относительно оси вращения кулачка влево, а знак минус — смещению толкателя вправо по отношению к оси кулачка.

Изменение угла давления наглядно прослеживается, если построить график изменения кинематической передаточной функции v_{qBi} в зависимости от перемещения s_{Bi} оси ролика толкателя. Этот график аналогичен фазовой траектории на фазовой плоскости $O_{\psi\psi}$. Такое геометрическое построение фазовой траектории позволяет найти границы области возможного расположения оси вращения кулачка, удовлетворяющей ограничению $\psi_i \leq \psi_{\text{доп}}$.

На рис. 8.8 приведены варианты графиков $v_{qBi}(s_{Bi})$ при поступательно движущемся (рис. 8.8, б) и вращающемся (рис. 8.8, а) толкателем и показаны границы области допустимых положений оси O_1 вращения кулачка (ОДР) по критерию допустимого угла давления $\psi_{\text{доп}}$. На рис. 8.8, а граничными лучами к графику $v_{qB}(s_B)$ в полярных координатах $[(v_{qB} + l_2), s_B]$ показаны линии 3 — O_{1m} и 9 — O_{1m} , которые определяют границы ОДР. При выборе оси вращения кулачка в точке O_{1m} размеры механизма r_{0m} , a_m и φ_{20m} являются минимальными. Если ось O_1 выбрать внутри отштрихованной области ОДР, то размеры механизма r_0 , a и φ_{20} будут несколько больше минимальных. Но при таких размерах наибольшие значения углов давления ψ_i будут меньше допустимых значений $\psi_{\text{доп}}$.

На рис. 8.8, б аналогичное построение выполнено в декартовых координатах $v_{qB}(s_B)$. Граничные лучи по ограничению $\psi_i \leq \psi_{\text{доп}}$ проведены для трех случаев:

1) реверсивное вращение кулачка (область ОДР, в которой выбраны оси O_1) и смещение e оси толкателя, O_{12} (при $e=0$) и O_{16} (при заданном значении смещения $e=e_5$);

2) вращение против часовой стрелки с ограниченным углом давления только на фазе удаления (область ОДР $_{+\omega_1}$, в которой выбраны ось O_{13} и смещение оси толкателя e_3 , O_{11} (при $e=0$), O_{15} (при заданном значении смещения $e=e_5$);

3) вращение по часовой стрелке с теми же ограничениями по углу давления на фазе удаления (область ОДР $_{-\omega_1}$, в которой выбрана ось O_{14} и смещение оси толкателя e_4).

Значения начальных радиусов r_0 кулачка находят как расстояния от соответствующей оси $O_1, O_{11}, O_{12}, O_{13}, O_{14}, O_{15}, O_{16}$ до точки B_0 с начальными координатами на профиле кулачка.

Анализ построения показывает, что при смещении оси толкателя вправо относительно оси вращения кулачка (например O_{15}, O_{16}) можно уменьшить значения максимальных углов давления при подъеме толкателя. Выбрав ось вращения кулачка в точке O_{13} , существенно уменьшают начальный радиус $r_0 = O_{13}B_0$, при этом углы давления при подъеме толкателя не превышают $\nu_{\text{доп}}$ при положительном направлении вращения кулачка. При вращении кулачка по часовой стрелке ($\text{sgn } \omega_1 = -1$) и при выборе оси вращения кулачка в точке O_{14} начальный радиус кулачка $r_0 = O_{14}B_0$ обеспечивает выполнение условия $\nu = \nu_{\text{доп}}$ при подъеме толкателя.

8.7. РАСЧЕТ КООРДИНАТ ПРОФИЛЯ ДИСКОВОГО КУЛАЧКА

На рис. 8.9, а, б изображены расчетные схемы для вывода формул, позволяющих рассчитать полярные координаты r_i и ψ_i центрального профиля кулачка для случая поступательного движения толкателя, а также соответствующие радиусы R'_i и R''_i на конструктивных профилях пазового кулачка при угловой координате ψ_i точки B_i на центральном профиле. Угол χ_i определяет отличие угла поворота φ_{1i} от угловой координаты φ_i точки B_i на профиле. Его значения определяют по соотношению

$$\chi_i = \arctg \left(\frac{s_n + s_{B_i}}{e} \right) - \arctg \frac{s_n}{e},$$

где $s_n = \sqrt{r_0^2 - e^2}$; s_{B_i} — текущее перемещение толкателя при заданном φ_{1i} .

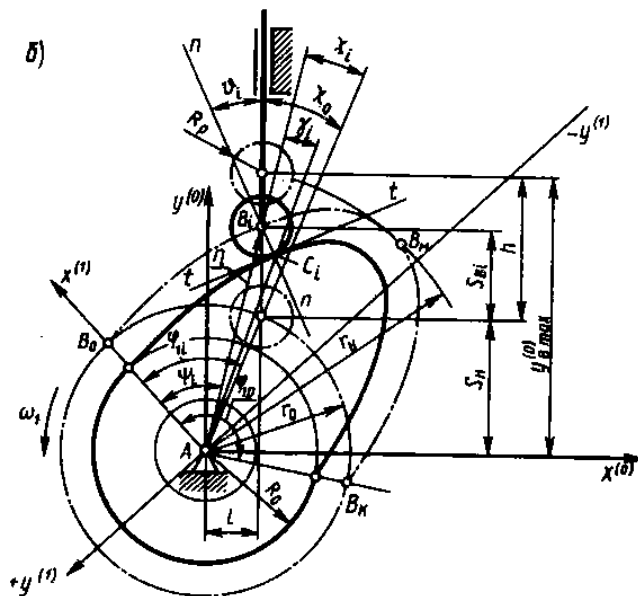
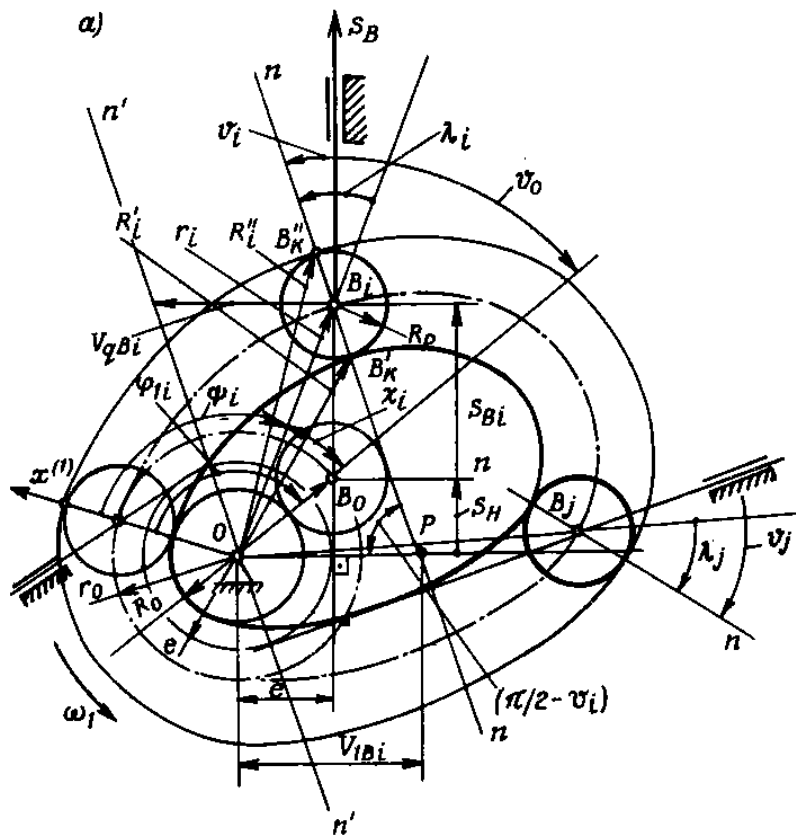


Рис. 8.9

Угловая координата

$$\psi_i = \varphi_{1i} - \chi_i.$$

Радиус-вектор точки на профиле

$$r_i = \sqrt{(s_n + s_{Bi})^2 + e^2}.$$

Передаточная функция скорости толкателя

$$v_{qBi} = v_{Bi} / \omega_1.$$

Угол давления

$$\nu_i = \arctg \frac{v_{qBi} \operatorname{sgn} \omega_1 + e}{s_n + s_{Bi}}.$$

Угол наклона нормали относительно радиуса-вектора

$$\lambda_i = \arcsin \frac{v_{qBi} \operatorname{sgn} \omega_1 \cos \nu_i}{r_i}.$$

Радиусы точек на конструктивных профилях:

$$R_i = \sqrt{r_i^2 + R_p^2 - 2r_i R_p \cos \lambda_i};$$

$$R_i' = \sqrt{r_i^2 + R_p^2 + 2r_i R_p \cos \lambda_i}.$$

Здесь R_p — радиус ролика, назначаемый с учетом допустимых контактных напряжений или долговечности.

На рис. 8.10, *a*, *б* приведены схемы кулачкового механизма с качающимся толкателем, на котором указаны размеры: радиус-вектор r_i ; точки B_i на центровом профиле, соответствующие точки B_i' и B_i'' на конструктивных профилях пазового кулачка, углы наклона нормали $n-n$ относительно вектора скорости v_B оси ролика радиусом R_p , ν_i (угол давления) и относительно радиуса-вектора λ_i , угловая координата ψ_i точки B_i на центровом профиле, соответствующая повороту кулачка на угол φ_{1i} относительно начального луча $x^{(1)}$ и повороту толкателя B_iC на угол $(\varphi_{2i} - \varphi_{20})$. Длина толкателя l_2 , межосевое расстояние $a = l_{CO1}$. В косоугольных треугольниках O_1B_0C и O_1B_iC находят по теореме косинусов:

$$r_i = \sqrt{a^2 + l_2^2 - 2al_2 \cos \varphi_{2i}};$$

$$\psi_0 = \arccos [(r_0^2 + a^2 - l_2^2) / (2r_0a)];$$

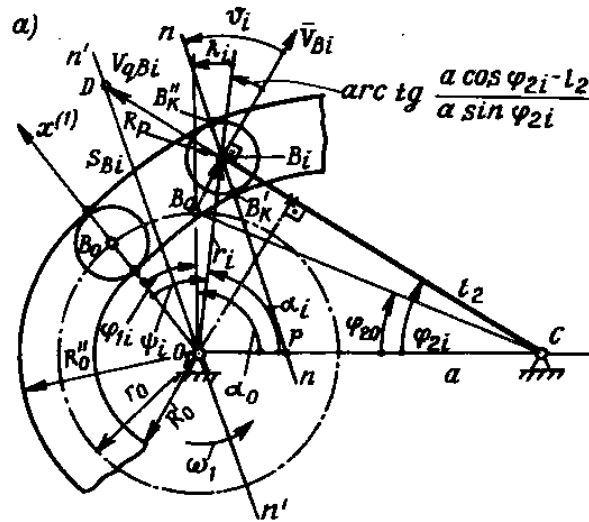


Рис. 8.10

$$\psi_i = \arccos \left[\frac{(r_i^2 + a^2 - l_2^2)}{(2r_i a)} \right];$$

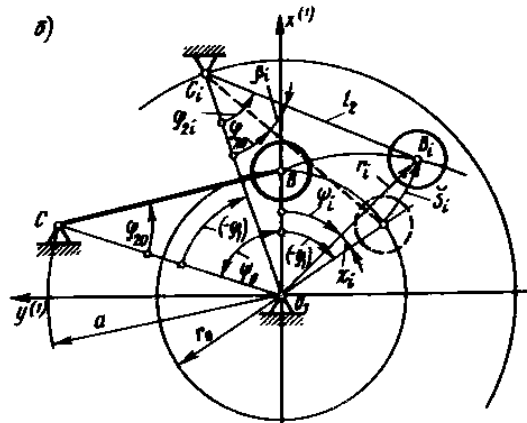
$$\chi_i = \psi_0 - \psi_i;$$

$$\lambda_i = \nu_i \pm \arctg \frac{a \cos \varphi_{2i} - l_2}{a \sin \varphi_{2i}};$$

$$R_{xi} = \sqrt{r_i^2 + R_p^2 - 2r_i R_p \cos \lambda_i};$$

$$R_{xi}'' = \sqrt{r_i^2 + R_p^2 + 2r_i R_p \cos \lambda_i};$$

$$\operatorname{tg} \nu_i^* = \frac{v_{qBi} \operatorname{sgn} \omega_1 + l_2 - a \cos \varphi_{2i}}{a \sin \varphi_{2i}}.$$



8.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

При графическом методе построения кривой профиля кулачка используют метод обращения движения: кулачок на чертеже считают неподвижным, а стойку — вращающейся с угловой скоростью $(-\omega_1)$ (рис. 8.11, а). Построение выполняют в масштабе, соответствующем требуемой точности и допускаемой погрешности построений ($\pm 0,5$ мм). В случае поступательно движущегося толкателя выбирают произвольно положение оси кулачка А; относительно нее располагают ось толкателя в рабочем положении с заданным смещением e и проводят окружность радиусом r_0 . От произвольной точки O на этой окружности откладывают

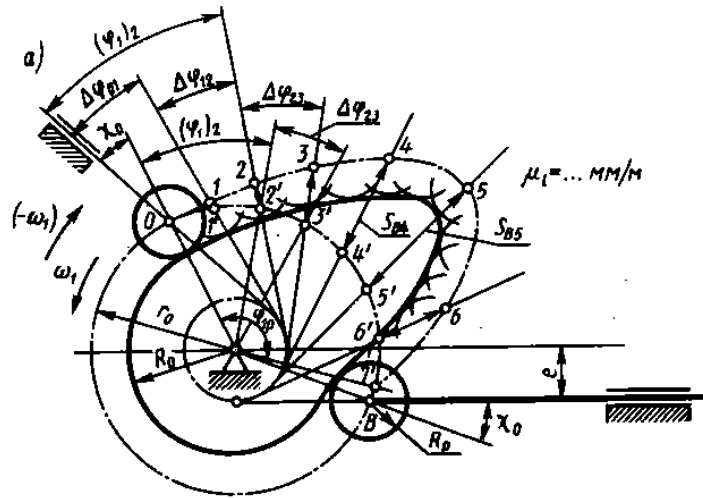


Рис. 8.11,

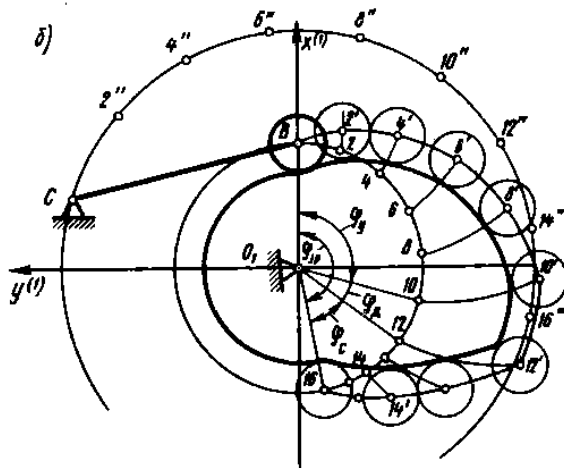


Рис. 8.11,б

углы поворота стойки в обратном движении, например $(\varphi_1)_2 = \angle OAZ'$ для позиции 2 относительно начальной позиции O (рис. 8.11, а). Можно также откладывать непосредственно шаги $\Delta\varphi_1$ по углу поворота φ_1 между смежными положениями стойки, например $\Delta\varphi_{01}$, $\Delta\varphi_{12}$, За начало отсчета перемещений толкателя принимают начальную окружность r_0 , на которой размечают точки 0 , $1'$, $2'$, $3'$, $4'$ и т. д. Отрезки $1'1$, $2'2$, $3'3$, $4'4$, ... в выбранном масштабе чертежа должны быть пропорциональны соответствующим ординатам y_{SBi} на графике перемещений толкателя. В случае, если масштабы построений выбраны равными $[\mu_s] = \{\mu_i\}$, то $1'1 = y_{S1}$, $2'2 = y_{S2}$, $3'3 = y_{S3}$ и т. д. Если это условие не выдерживается, то вводят соответствующие поправочные коэффициенты. Выбрав размер радиуса R_p ролика, строят конструктивный профиль как огибающую относительных положений ролика при движении оси последнего по центральному профилю кулачка (рис. 8.11, а).

После расчета координат точек центрального профиля в необходимых случаях определяют координаты на конструктивном профиле, центром технологическом (координаты оси формооб-

разрушающего инструмента: фрезы или шлифовального круга) и центром измерительном (координаты центра сферического наконечника или огибающей плоского башмака измерительного устройства).

Радиус ролика назначают в зависимости от характера работы механизма. В силовых механизмах выбранный радиус R_p ролика должен удовлетворять условию контактной прочности.

Для кинематических механизмов толкатель может иметь сферический наконечник, радиус которого $R_p = (5 \dots 6) [\Delta s_B]$, где $[\Delta s_B]$ — допустимая ошибка положения толкателя.

В неответственных случаях радиус ролика назначают из конструктивных соображений, например из ряда стандартных размеров на подшипники (мм): 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 35, ..., проверяя их на геометрические ограничения по минимальной кривизне профиля кулачка ($R_p \leq 0,7 \rho_{\min}$) и по соотношению $R_p \leq 0,4 r_0$ (кривые 1 и 2 на рис. 8.12).

Для кривой 3 на рис. 8.12 характерно заострение конструктивного профиля, а для кривой 4 — геометрическое пересечение профилей (что недопустимо).

При графическом методе построения кривой профиля кулачка механизма с качающимся толкателем также пользуются методом обращения движения. В рассматриваемом случае ось C вращения толкателя в обращении движения перемещается по окружности, радиус которой $O_1C = a$ (рис. 8.11, б). Ординаты перемещений оси ролика откладывают в цилиндрической системе координат по дуге окружности $CB = l_2$, принимая за начало отсчета точки 1, 2, 3, 4, расположенные на окружности начального радиуса r_0 . Пример подобного построения приведен на рис. 8.11, б.

8.9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ МЕХАНИЗМА ИЗ УСЛОВИЯ ВЫПУКЛОСТИ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА

Условия выпуклости профиля кулачка (рис. 8.13) можно сформулировать как условия выпуклости кривой $y = f(x)$, заданной в явной форме: если вторая производная $f''(x)$ в точке M кривой меньше нуля, то кривая обращена выпуклостью

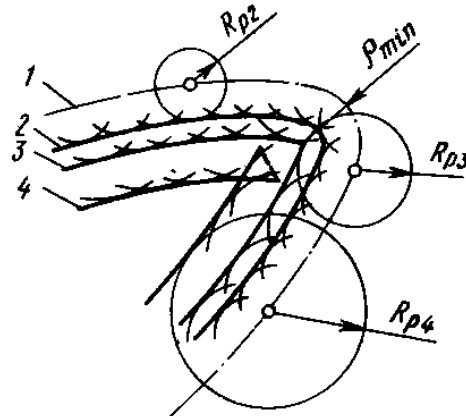


Рис. 8.12

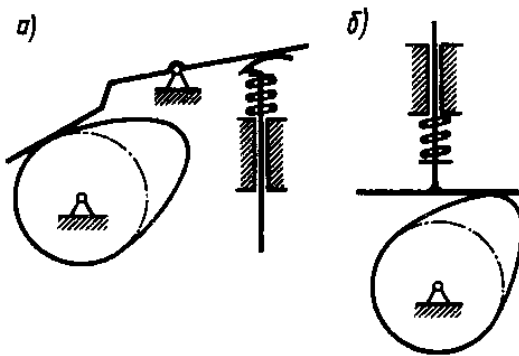


Рис. 8.13

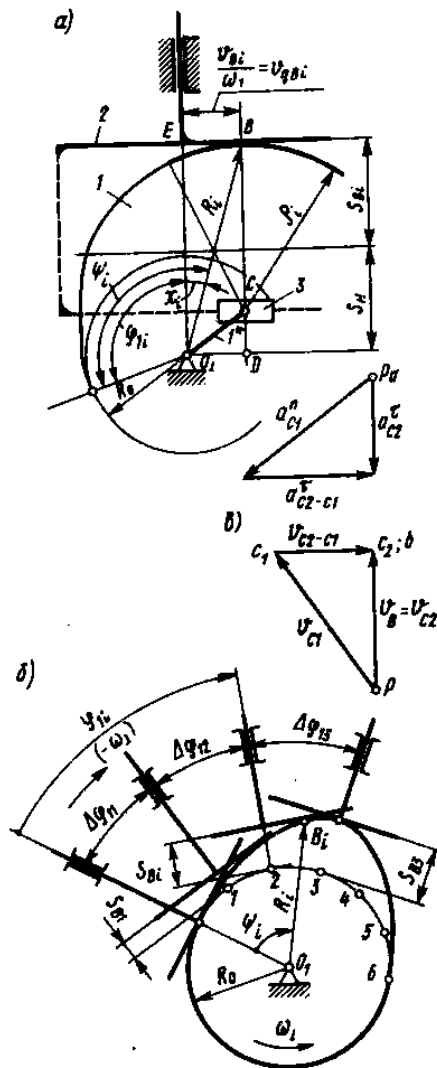


Рис. 8.14

в сторону положительного направления оси Oy (рис. 8.14, а): $f''(0) < 0$.

Применительно к профилю дискового кулачка это условие записывают относительно радиуса кривизны, минимальное значение которого должно быть не меньше нуля: $\rho \geq 0$.

Применительно к механизму с тарельчатым поступательно движущимся толкателем (рис. 8.13, б) эти требования приводят к соотношению, связывающему радиус R_0 начальной окружности кулачка, перемещение s_{Bi} и аналог ускорения a_{qBi}^r толкателя (рис. 8.14, б, в):

$$\rho = R_0 + s_{Bi} + \left(\frac{a_{Bi}}{\omega_1^2} \right) = R_0 + s_{Bi} + a_{qBi}^r \geq 0.$$

Это соотношение записывают в виде

$$R_0 - \rho_{\min} = -(s_{Bi} + a_{qBi}^r).$$

Принимая $\rho_{\min} = \mu_R R_0$, соотношение преобразуют:

$$R_0 = - \frac{s_{Bi} + a_{qBi}^r}{1 - \lambda_R} = -(s_{Bi} + a_{qBi}^r) k_k.$$

Коэффициент λ_R выбирают в пределах 0,1...0,3 или $k_k = 1,25...1,40$.

Применительно к кулачковому механизму с вращающимся плоским толкателем (рис. 8.13, а и 8.15) эти требования приводят к соотношению

$$\rho = \frac{a(l_{BD} - 2v_{qBi}) \sin(\varphi_{20} + \beta_i) + \frac{a_{qBi}^2 \cos(\varphi_{20} + \beta_i)}{(l_{BD} - v_{qBi})}}{(l_{BD} - v_{qBi})^2} \geq 0,$$

где l_{BD} — радиус вращения фиксированной точки B на толкателе.

Так как величины заданного межосевого расстояния a и $(l_{BD} - v_{qBi})^2$ положительные, то условия выпуклости профиля кулачка записывают в виде ограничения на значение угла φ_{20} :

$$\varphi_{20} \geq \arctg \left(- \frac{a_{qBi}^2}{(l_{BD} - v_{qBi})(l_{BD} - 2v_{qBi})} \right) - \beta_i.$$

Если заданной величиной является угол φ_{20} , то находят значение межосевого расстояния из следующего соотношения:

$$a \geq \frac{(l_{BD} - v_{qBi})^2}{(l_{BD} - 2v_{qBi})(l_{BD} - v_{qBi}) \sin(\varphi_{20} + \beta_i) + a_{qBi}^2 \cos(\varphi_{20} + \beta_i)}.$$

При этом длина толкателя должна быть достаточной, чтобы обеспечить контактирование прямой с профилем кулачка

$$l_2 > \frac{a \cos(\varphi_{20} + \beta_i)}{l_{BD} - v_{qBi}} l_{BD}.$$

Радиус начальной окружности кулачка в этом варианте

$$R_0 = a_{\min} k_a \sin \varphi_{20},$$

где $k_a = 1, 1, \dots, 1, 2$ — назначаемый коэффициент увеличения межосевого расстояния.

Для определения минимального значения R_0 обычно рекомендуется построить график изменения $(a_{qBi} + s_{Bi})$ в функции угла φ_1 поворота кулачка и найти на этом графике наибольшее значение: $\{a_{qBi} + s_{Bi}\}_{\max}$.

При использовании результатов расчета на ЭВМ предельные значения находят при интегрировании

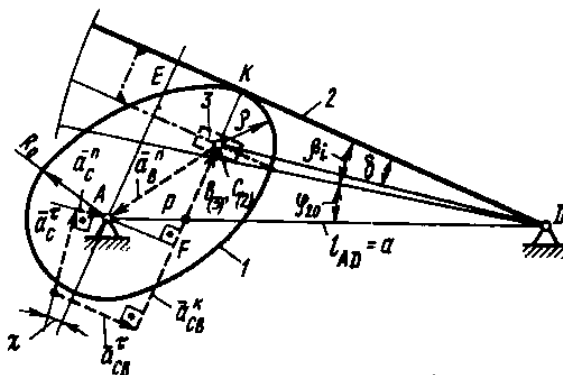


Рис. 8.15

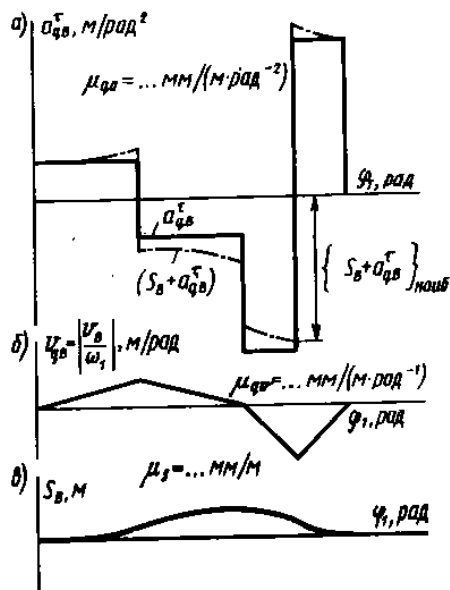


Рис. 8.16

заданного массива значений ускорения толкателя.

На рис. 8.16, а — в приведены графики изменения перемещения $[S_B, \varphi_1]$, передаточных функций скорости $[v_{qB}, \varphi_1]$ и ускорения $[a_{qB}^x, \varphi_1]$ толкателя, позволяющие построить искомую зависимость $[(S_B + a_{qB}^x), \varphi_1]$ (график изображен штрихпунктирной линией). Все четыре графика рекомендуется выполнять в одинаковом масштабе по оси ординат: $\{\mu_S\} = \{\mu_{qv}\} = \{\mu_{qa}\}$.

Описанный выше алгоритм использован в подпрограмме по синтезу кулачкового механизма с плоским толкателем.

При проектировании кулачкового механизма с вращающимся плоским толкателем для нахождения условий, при которых профиль кулачка будет выпуклым, можно ограничиться анализом выражения, стоящего в числителе формулы для радиуса кривизны ρ . Значение числителя должно быть положительным:

$$(1 - 2u_{21}) \operatorname{tg}(\varphi_{20} + \beta_i) + \frac{\varepsilon_2/\omega_1^2}{1 - u_{21}} > 0,$$

или

$$\operatorname{tg}(\varphi_{20} + \beta_i) \geq \frac{-\varepsilon_2/\omega_1^2}{(1 - u_{21})(1 - 2u_{21})},$$

или

$$\varphi_{20} \geq \arctg \left[\frac{-\varepsilon_2/\omega_1^2}{(1 - u_{21})(1 - 2u_{21})} \right] - \beta_i.$$

Выбрав значение угла φ_{20} , удовлетворяющее этому условию, находят искомое значение радиуса R_0 : $R_0 = l_{AD} \sin \varphi_{20}$.

При определении координат профиля кулачка с плоским толкателем используют алгоритм, который целесообразно проследить на графических построениях с применением метода обращения движения (см. рис. 8.14, б).

На рис. 8.17, а, б, г для примера приведена расчетная схема для механизма с плоским поступательно движущимся толкателем. Для нахождения искомых координат R_i и ψ_i текущей точки

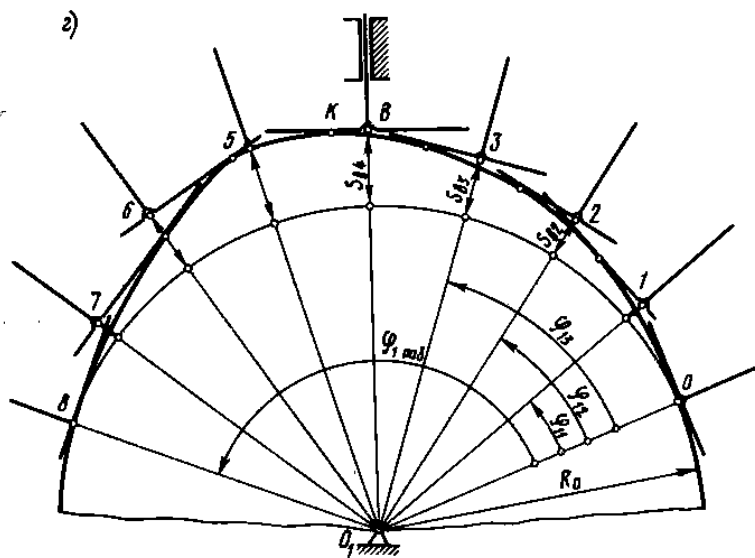
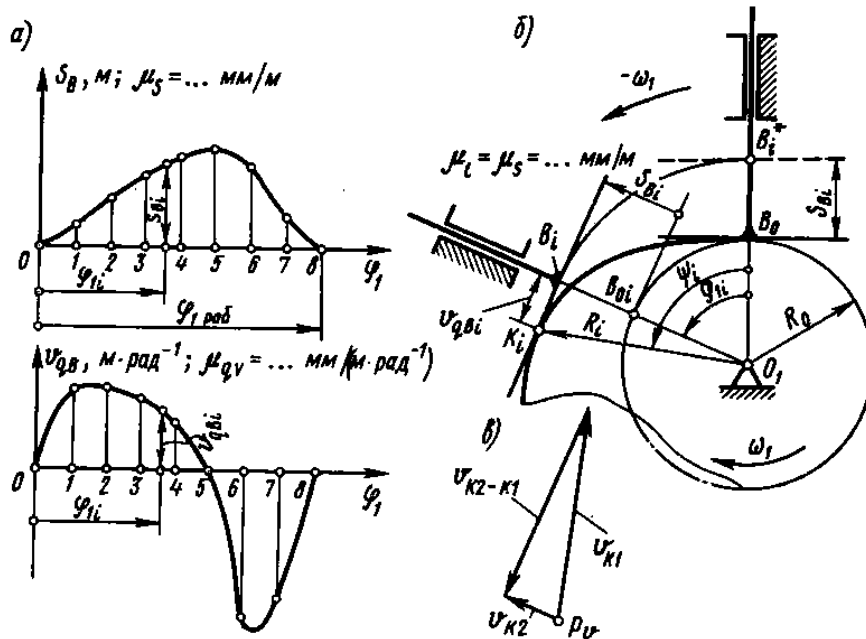


Рис. 8.17

B_i на профиле кулачка поворачивают ось толкателя от начального толкания $O_1 B_0$ на некоторый угол φ_{1i} в направлении, противоположном углу поворота кулачка, определяемому угловой скоростью ω_1 . Ось толкателя после такого поворота занимает положение $O_1 B_i$. Текущее перемещение s_{B_i} толкателя, определяемое по заданному графику $\{s_{B_i}, \varphi_{1i}\}$ (рис. 8.17, а), откладывают в масштабе длины $\{\mu_i\} = \{\mu_s\}$ от точки B_{0i} , которая лежит на пересечении начальной окружности радиуса R_0 и оси толкателя:

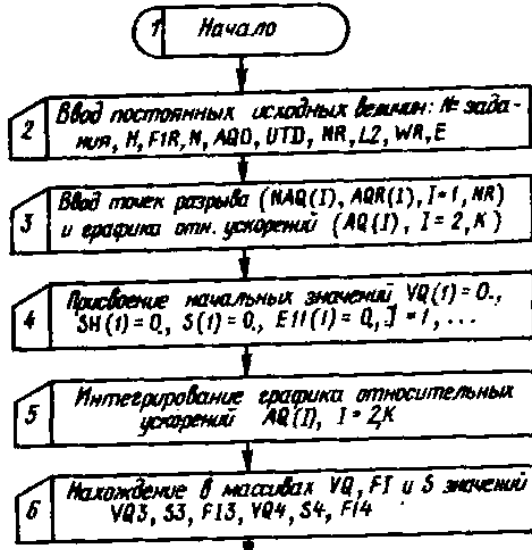
$$B_0 B_i = \mu_s s_{B_i}.$$

Через точку B_i проводят прямую, перпендикулярную оси толкателя, определяющую положение рабочей поверхности плоского толкателя. Построив несколько таких положений плоского толкателя, строят огибающую, которая и является искомым профилем кулачка (рис. 8.17, з). Координаты точки K_i на профиле кулачка с прямолинейно движущимся плоским толкателем можно выразить в аналитической форме. Полезно учесть, что отрезок $K_i B_i$ в масштабе длины численно равен кинематической передаточной функции $v_{qB} = v_B / \omega_1$ скорости перемещения толкателя. В этом легко убедиться, если рассмотреть подобие треугольника векторов скоростей, построенного по уравнению $v_{K_2} = v_{K_1} + v_{K_2 - K_1}$ (рис. 8.17, в), и треугольника $O_1 B_i K_i$ на схеме кулачкового механизма (рис. 8.17, б):

$$\frac{\bar{v}_{K_2}}{B_i K_i} = \frac{\bar{v}_{K_1}}{O_1 K_i} = \frac{\omega_1 R_i}{\mu_i R_i}, \text{ т. е. } \overline{B_i K_i} = \mu_i \left(\frac{v_{K_2}}{\omega_1} \right) = \mu_i \left(\frac{v_B}{\omega_1} \right) = \mu_i v_{qB}.$$

По этому соотношению находят координаты точки K_i . В случае

вращающегося толкателя с плоским башмаком



$$l_i = \frac{a \cos(\varphi_{20} + \beta_i)}{1 - v_{qB} l_{B_i}};$$

$$R_i = \sqrt{a^2 + l_i^2 - 2al_i \cos(\varphi_{20} + \beta_i)};$$

$$\psi_i = \arcsin \frac{l_i \sin(\varphi_{20} + \beta_i)}{R_i};$$

$$x_B = R_i \cos \psi_i;$$

$$y_B = -R_i \sin \psi_i.$$

В случае поступатель-

Рис. 8.18

ного движения толкателя с плоским башмаком

$$R_i = \sqrt{(R_0 + s_{Bi})^2 + v_{qBi}^2};$$

$$\psi_i = \varphi_{1i} + \arctg(v_{qBi}/(R_0 + s_{Bi}));$$

$$x_B = R_i \cos \psi_i;$$

$$y_B = -R_i \sin \psi_i.$$

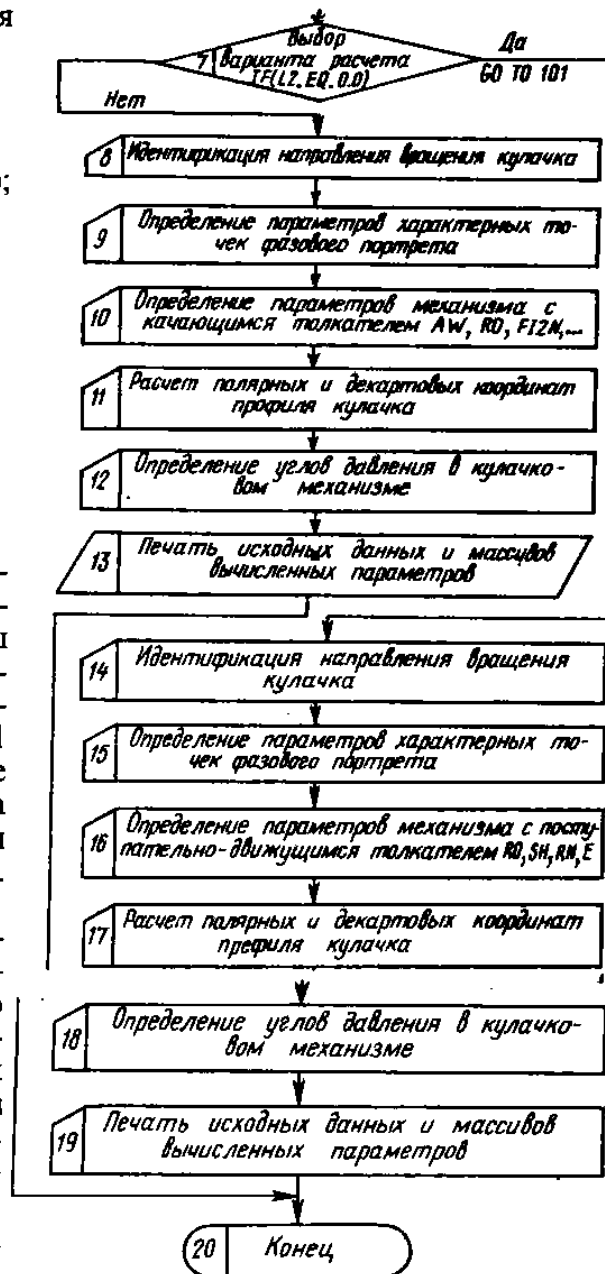
8.10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

1. После ознакомления с исходными данными и условиями работы механизма, а также с инструкцией по вводу данных в программу SK11 необходимо исходные данные оформить на бланке ФОРТРАН или ввести их с дисплея (рис. 8.18).

2. Для овладения практическими навыками численного и графического интегрирования вычертить на листе графики ускорения, перемещения и скорости. Сопоставить с результатами вычислений на ЭВМ и рассчитать масштабы изображенных величин (рис. 8.19).

3. На фазовой плоскости ($v_B/\omega_1, s_B$) изобразить фазовый портрет для конкретной схемы механизма, определить ОДР для заданных условий работы кулачкового механизма и выбрать в этой области положение оси O_1 вращения кулачка. Сопоставить выбранные размеры с результатами расчетов на ЭВМ.

4. Построить профиль кулачка по результатам вычислений на



Продолжение рис. 8.18

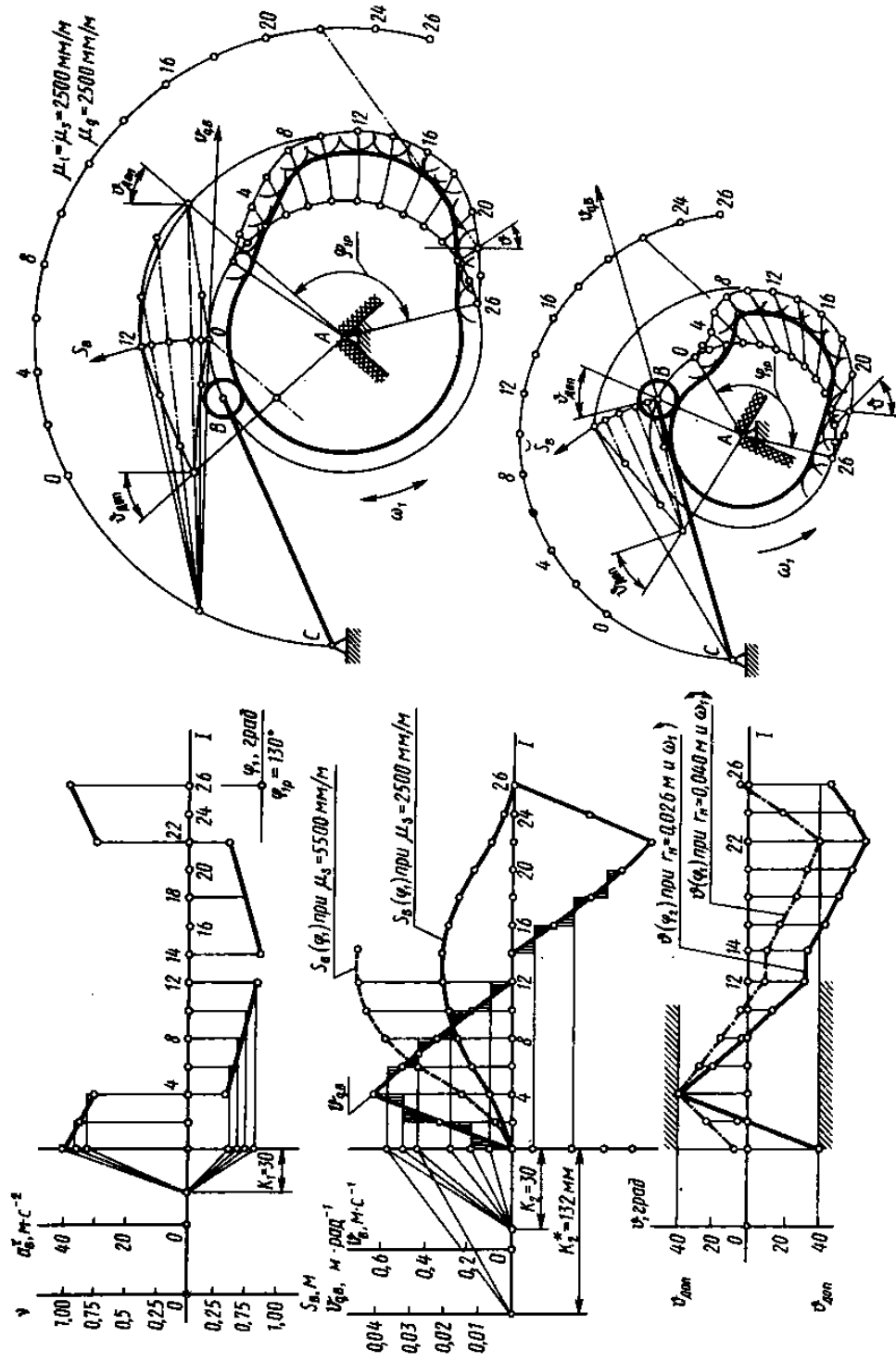


Рис. 8.19

ЭВМ и показать методику определения координат двух-трех точек графическими построениями (рис. 8.19).

5. Построить график изменения угла давления ν^* в функции угла поворота кулачка (рис. 8.19). На профиле кулачка показать максимальные углы давления ν_3^* и ν_4^* при φ_{13} (F13) и φ_{14} (F14) и сравнить их с допускаемым углом давления $\nu_{\text{доп}}^*$.

6. Оформить пояснительную записку по разделу «Проектирование кулачкового механизма», показав в ней алгоритм расчетов, методику ввода и вывода данных и приложить распечатку результатов расчета.

Глава 9 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ

9.1. НАЗНАЧЕНИЕ И ВОЗМОЖНОСТИ САРКП

Из всех направлений совершенствования курсового проектирования по теории механизмов и механике машин наиболее эффективен переход на учебное проектирование с использованием ЭВМ, а в ближайшем будущем — на учебное автоматизированное проектирование. С развитием микропроцессорной техники и операционных систем реального времени появилась возможность создания комплекса диалоговых программ по анализу и синтезу механизмов, динамике машин — системы автоматизированных расчетов курсового проекта (САРКП ТММ).

Курс теории механизмов и машин является одним из первых в общинженерной подготовке специалистов, поэтому на этом этапе обучения ставить и решать задачи многокритериальной оптимизации, основанные на учете технологических режимов работы машин, их конструктивно-технических и экономических

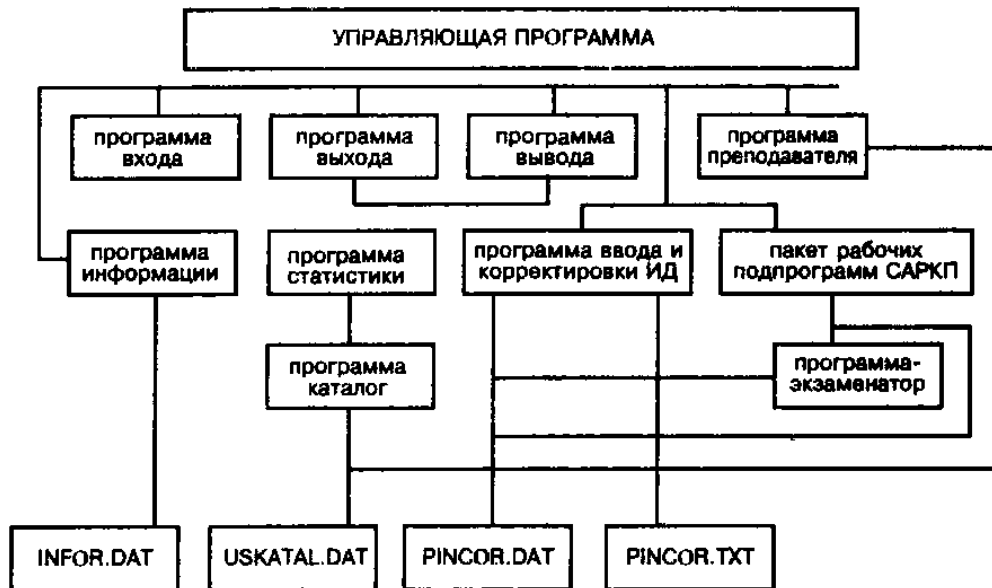


Рис. 9.1

параметров, трудно, а иногда и невозможно. Более эффективна на этом этапе постановка в рамках курсового проектирования локальных, но взаимосвязанных задач. Поэтому учебная САРКП МГТУ разработана и функционирует как система, позволяющая автоматизированно решать ряд взаимосвязанных задач, возникающих при проектировании механизмов и машин, и обладающая развитым аппаратом диалога, обеспечивающего:

- возможность продуктивной работы пользователя со слабыми навыками программирования и не знакомого с операционной системой;

- простой ввод исходных данных с возможностью исправления ошибок ввода и корректировки исходных данных в процессе расчета;

- подсказки по всем аспектам работы с системой;

- показ хронологии исследования и взаимосвязь этапов работы;

- контроль знаний студентов по разделам выполняемой работы;

- сбор и обработку данных о работе пользователей САРКП;

- создание новых и изменение существующих подпрограмм для конкретных расчетов по курсовому проектированию с сохранением преемственности структуры САРКП.

Этапы проектирования машины описаны в гл. 1 (§ 1.1 и 1.5) и представлены на рис. 1.5.

САРКП представляет собой совокупность диалоговых подпрограмм, объединенных в единый программный комплекс, управляемый программой-монитором, выполняющий следующие функции:

- обеспечение доступа к справочной информации по системе вызова прикладных подпрограмм;

- осуществление контроля знаний по разделам дисциплины;

- ввод исходных данных, просмотр результатов расчетов в виде таблиц и графиков и вывод их на внешние носители;

- регистрация пользователя в системе и ведение учетной статистики его успеваемости.

САРКП построена средствами программного обеспечения диалога учебных и прикладных интерактивных терминальных задач — библиотеки TDL, разработанной в МГТУ им. Н. Э. Баумана. Логическая структура САРКП представлена на рис. 9.1 в виде обобщенной схемы.

Программа статистики обеспечивает сбор и обработку данных о работе пользователя САРКП (число обращений, учет времени, потраченного на работу с системой).

Программа-каталог обеспечивает чтение и запись данных о каждом пользователе.

Программа-экзаменатор осуществляет контроль знаний пользователей по отдельным разделам дисциплины. Методика

проверки знаний дифференцирована для каждой рабочей программы. Для некоторых рабочих программ применение экзаменатора нецелесообразно, а некоторые рабочие программы построены таким образом, что сами ведут контроль знаний пользователей.

На кафедре «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н. Э. Баумана САРКП функционирует на СМ ЭВМ, ЭВМ «ИЗОТ-1092» и на персональных компьютерах. В версии РС по методическим соображениям убраны подпрограммы преподавателя, статистики и каталог. Это позволяет студентам работать на персональных компьютерах самостоятельно.

Цель главы

Познакомить студентов с одним из многочисленных вариантов использования ЭВМ при автоматизированном проектировании механизмов. Учебный программный комплекс непрерывно пополняется новыми подпрограммами и методиками, что позволяет работать более продуктивно. Постепенно обновляется состав ЭВМ.

9.2. ГЛАВНОЕ «МЕНЮ», ПЕРЕЧЕНЬ РАЗДЕЛОВ И ОБЩИЙ ПОРЯДОК РАБОТЫ

Главным модулем системы автоматизированных расчетов является САРКП. EXE; другие программы системы, за исключением библиотеки TDL, автономно не работают. После запуска САРКП EXE на экране появляется главное меню, в котором перечислены все разделы и через которое осуществляется вход в них:

1. Файлы данных.
2. Проектирование кинематической схемы механизма.
3. Кинематический анализ рычажных механизмов.
4. Инерционные параметры динамической модели рычажного механизма.
5. Законы движения динамической модели.
6. Силовой расчет рычажных механизмов.
7. Проектирование цилиндрических эвольвентных зубчатых передач.
8. Проектирование планетарных механизмов.
9. Проектирование волновых зубчатых передач.
10. Проектирование кулачкового механизма.
11. Базы данных.
12. Помощь.
13. Выход.

Ввод команды в главном меню и меню в разделах можно производить двумя способами:

1. Клавишами управления курсором (стрелка вверх), (стрелка вниз), (стрелка вправо), (стрелка влево) устанавливается отметка на нужную строку (отмеченная строка выделяется цветным фоном) и нажимается клавиша (Ввод).

2. При работе с «мышью» для ввода команды достаточно указать ее курсором на нужную надпись и щелкнуть левой кнопкой.

Команды «Конец» и «Выход» можно осуществлять описанными выше способами или нажатием клавиши (Esc) при работе на РС.

Диалог с пользователем построен на обращениях к меню, в которых перечислены возможности, предоставляемые в каждый момент. При этом всегда одним из пунктов меню является пункт «Помощь». Обратившись к этой команде, пользователь всегда может получить оперативную справку о методах работы и содержании предлагаемых команд.

При входе в какой-либо раздел главного меню пользователю предлагается ознакомиться с меню данного раздела. В нем есть команды входа в более глубокие подразделы. При этом в каждом меню есть команда типа «Выход», ввод этой команды, как правило, означает выход из текущего меню в меню предыдущего уровня.

В разделе «Файлы данных» задаются имена файлов, в которых будут храниться введенные пользователем исходные данные о структуре механизмов, их размерах, характере движения входного звена, нагрузке и т. д.

В разделе «Проектирование кинематических схем рычажных механизмов» пользователь может синтезировать один из исследуемых им механизмов по заданным условиям синтеза: кривошипно-ползунный механизм, шарнирный четырехзвенник или кулисный механизм.

Раздел «Кинематический анализ рычажных механизмов» содержит подразделы:

1. Определение кинематических передаточных функций типовых рычажных механизмов, синтезированных ранее в разд. 2.

2. Система автоматизированного проектирования цикловых механизмов, в которой исследуемый рычажный механизм синтезируется путем присоединения к начальному звену двухповодковых структурных групп. Здесь можно проверить правильность сборки и проворачиваемость механизма, изменить размеры звеньев. Просмотреть работу механизма на экране, а затем определить кинематические параметры любой точки и любого звена механизма.

В разделе «Инерционные параметры динамической модели рычажного механизма» задаются значения масс и моментов инерции звеньев и вычисляется приведенный момент инерции динамической модели.

В разделе «Закон движения динамической модели» исследуется закон движения начального звена (динамической модели) главного вала машины в установившемся и неустановившемся режимах. Для установившегося режима определяется момент инерции дополнительной маховой массы при заданном коэффициенте неравномерности вращения. Для неустановившегося режима определяется быстродействие машины.

В разделе «Силовой расчет рычажных механизмов» определяются реакции в кинематических парах исследуемого рычажного механизма.

Раздел «Проектирование цилиндрических эвольвентных зубчатых передач» содержит подразделы:

1. Проектирование зубчатой эвольвентной передачи со свободным межосевым расстоянием.

2. Проектирование эвольвентной зубчатой передачи с заданным или стандартным межосевым расстоянием.

3. Проектирование эвольвентной зубчатой передачи со стандартными передаточным отношением и межосевым расстоянием.

В разделе «Проектирование планетарных механизмов» для заданного передаточного отношения и схемы планетарного механизма определяются числа зубьев колес. В процессе работы может быть выбрана схема, обладающая минимальными габаритами и наибольшим КПД.

В разделе «Проектирование кулачкового механизма» для заданного закона движения кулачка и значения допустимого угла давления определяются оптимальные размеры механизма и рассчитываются координаты профиля кулачка.

Активные базы данных используются при расчете эвольвентных зубчатых передач внутреннего и внешнего зацепления, планетарных и волновых передач и включают базы стандартных модулей по ГОСТ 9563 — 80, стандартных передаточных отношений и межосевых расстояний (СТ СЭВ 312 — 76), параметры исходных контуров по ГОСТ 13755 — 81 и 9587 — 81, размеры измерительных роликов.

Начиная работу над курсовым проектом на ЭВМ, в разделе **ФАЙЛЫ ДАННЫХ** пользователь должен задать имена файлов, в которых будут храниться заданные им исходные данные и полученные в процессе работы результаты. В начале работы достаточно задать лишь имена, сами файлы будут создаваться по мере ввода исходных данных и проведения расчетов. Не следует забывать перед выходом из каждого раздела давать команду «Запись», если полученные результаты в дальнейшем будут использоваться или выводиться на внешний носитель. Следует также иметь в виду, что если пользователь перешел к расчету нового варианта, а имена файлов оставил прежними, то в процессе работы старая информация будет уничтожена, так как новая записывается в существующие файлы.

9.3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ МЕХАНИЗМА

В соответствии с изложенными в § 2.3 методиками синтеза различных схем рычажных механизмов в САРКП включен соответствующий раздел. Работа с подпрограммами ведется в диалоговом режиме через терминальное устройство связи. Ввод данных и управляющих директив выполняется с помощью алфавитно-цифровой клавиатуры. Вся необходимая информация начиная с меню отображается на экране терминала.

Данная конфигурация пакета соответствует структуре САРКП. В ее основу положен модульный принцип организации программы, поддерживающий диалог и обращение к отдельным блокам. Расчетный модуль содержит подпрограммы для синтеза по различным условиям кривошипно-ползунных механизмов, модификаций шарнирного четырехзвенника, четырех- и шести-звенных кулисных механизмов.

Секция ввода и корректировки данных представляет собой подпрограмму, осуществляющую в диалоговом режиме ввод данных в произвольном формате, удобном пользователю.

Секция просмотра результатов становится доступной пользователю по окончании выполнения расчета и предназначена для просмотра с экрана терминала вычисленных параметров.

В исходном состоянии на экране терминала высвечивается содержимое информационного справочника. После ознакомления с ним пользователь выходит на подсказку возможных режимов работы с программой.

Режим ввода и корректировки исходных данных обеспечивает ввод исходных данных списком или выборочно и корректировку отдельных исходных данных. Ввод числа допускается в любой из возможных форм, удобных пользователю. Программа выполняет синтаксический анализ введенной величины и при обнаружении ошибки предоставляет право повторного ввода числа.

Режим выполнения расчетов обеспечивает определение размеров требуемого рычажного механизма по одной из подпрограмм в зависимости от выбранной схемы и исходных данных. Наличие ошибок при выполнении задания свидетельствует о вводе входных параметров, технически не реализуемых.

Секция просмотра результатов позволяет просматривать на экране терминала результаты выполнения и при необходимости записать их на магнитный диск для последующего вывода на ЦПУ.

Режим окончания работы с программой завершает выполнение задания.

Для удобства использования полученных результатов в табл. 9.1 приводятся обозначения и соответствующие идентификаторы, используемые в подпрограммах синтеза рычажных механизмов.

Таблица 9.1. Исходные данные и их идентификаторы

Наименование	Единицы СИ	Обозначение	Идентификатор
Кривошипно-ползунный механизм			
Средняя скорость ползуна (поршня)	м/с	v_{cp}	VSR
Частота вращения кривошипа	c^{-1}	n_1	N1
Относительная длина шатуна	—	λ_2	LA2
Относительное положение центра масс шатуна	—	λ_{s2}	LAS2
Длина кривошипа	м	l_1	L1
Длина шатуна	м	l_2	L2
Расстояние от точки <i>B</i> до центра масс	м	l_{Bs2}	LBS2
Угловая координата кривошипа в начальном положении	градус	$\varphi_{1н}$	FIN
Угловая координата кривошипа в конечном положении	градус	$\varphi_{1к}$	FIK
Перемещение (ход) ползуна	м	H_c	HC
Относительная внеосность	—	λ_e	LAE
Линейные координаты точки <i>C</i> ползуна	м	S_1, S_2, S_3	S1, S2, S3
Внеосность, смещение направляющей ползуна	м	e	E
Углы поворота входного звена по отношению к его начальному (первому) положению	градус	$\Delta\varphi_2$ $\Delta\varphi_3$	DF1' DF2
Угловая координата кривошипа	градус	φ_1	F1
Коэффициент изменения средней скорости выходного звена	—	K_v	KV
Кривошипно-коромысловый механизм			
Угловые координаты выходного звена 3 (коромысла)	градус	$\gamma_1, \gamma_2 \dots$	GAM1, GAM2...
Межосевое расстояние	м	l_k	L4
Длина звена 3 (коромысла)	м	l_3	L3
Угол качания коромысла	градус	β_3	BT3
Угол наименьшего наклона коромысла к линии межосевого расстояния (стойки)	градус	φ_{30}	F3Ø
Коэффициент изменения средней скорости выходного звена	—	K_ω	KW
Кулисные механизмы			
Ход ползуна кулисного механизма	м	H	H
Допустимый угол давления	градус	$[\psi]$	TETD
Длина шатуна	м	l_4	L4
Угол между мертвыми положениями шатуна	градус	θ	TET
Длина кулисы	м	l_3	L3
Длина кривошипа	м	l_1	L1
Расстояние между осями вращения кривошипа и кулисы	м	a	A

Примечание. Идентичные параметры, встречающиеся в различных разделах, имеют одинаковое обозначение.

9.4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Этот раздел САРКП, как отмечалось в § 9.2, содержит два подраздела:

а) подпрограммы определения кинематических передаточных функций типовых рычажных механизмов;

б) систему автоматизированных расчетов цикловых механизмов.

В первом подразделе определяются кинематические передаточные функции характерных точек (приложения внешней нагрузки, центров масс звеньев, ...) типовых механизмов, синтезированных ранее. К ним относятся внеосный кривошипно-ползунный механизм, модификации шарнирного четырехзвенника, четырех- и шестизвенные кулисные механизмы. Исходными для расчетов в этом подразделе являются следующие данные:

— размеры звеньев механизма, определенные на этапе синтеза механизма по одному из условий;

— угловая координата начального звена, заданная последовательностью положений;

— относительное положение центров масс звеньев.

В результате вычислений по одной из подпрограмм определяются кинематические характеристики исследуемого механизма, которые можно просмотреть или распечатать в виде таблицы или графиков.

Основой системы автоматизированных расчетов цикловых механизмов (САРЦМ) является обобщенный метод преобразования координат. На основании универсальных уравнений обобщенного метода преобразования координат можно получить уравнения движения для любого плоского механизма. В САРЦМ в основу алгоритма задания структурной схемы механизма положен принцип разбиения механизма на отдельные звенья и присвоения каждому типу звена номера, под которым на магнитном диске хранятся заготовки файлов исходных данных для каждого звена под определенным именем. При таком подходе структурная схема механизма задается в виде матрицы строения механизма. В качестве начального звена может быть выбран кривошип, кулиса или кулачок. Большое количество звеньев, составляющих группы Ассура, позволяет определить кинематические параметры практически любого плоского механизма. По данным матрицы строения механизма машина запрашивает у пользователя необходимые исходные данные и формирует их в порядке, необходимом для применения обобщенного метода преобразования координат.

В результате работы с САРЦМ пользователь может рассчитать перемещения, скорости и ускорения (или кинематические передаточные функции скорости и ускорения) любого звена (или

точки звена) и определить углы давления во всех группах Ассура. При расчете профиля плоского кулачка любого типа САРЦМ позволяет получить координаты центрального профиля, радиусы кривизны и углы давления в каждой расчетной точке.

В головной программе САРЦМ после окончания расчета механизма предусмотрен вопрос: «Желаете рассчитать новый вариант того же механизма?». При ответе «Да» система позволяет повторить расчет с изменением только некоторых параметров механизма и получить любое число вариантов расчета. При ответе «Нет» можно приступить к расчету любого нового механизма, не выходя из программы.

9.5. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

В этом разделе можно по отлаженным подпрограммам определить реакции в кинематических парах за цикл работы рассматриваемых ранее типовых механизмов или произвести силовой расчет механизма с использованием САРЦМ.

В случае работы с одним из типовых механизмов необходимо ввести следующие исходные данные:

- размеры звеньев синтезированного механизма;
- угол наклона выходного звена β ;
- начальную угловую координату входного звена;
- конечную угловую координату входного звена;
- число исследуемых позиций;

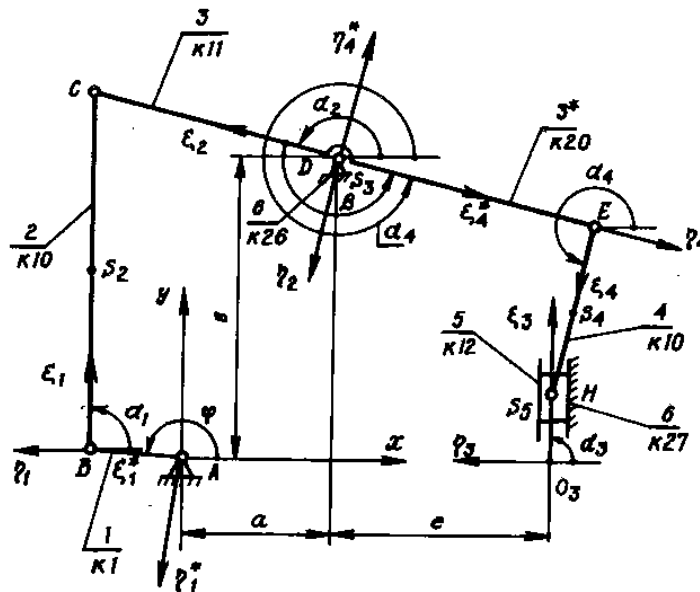


Рис. 9.2

- массы и моменты инерции звеньев;
- массив значений угловой скорости входного звена (по результатам расчета первого листа курсового проекта);
- массив значений проекций на координатные оси внешней силы, приложенной к выходному звену.

При использовании САРЦМ в силовом расчете рычажных механизмов сущность обобщенного метода преобразования координат сохраняется. Начало неподвижных осей координат удобней всего связывать с осью вращения начального звена. Ось Ox всегда необходимо располагать горизонтально, а ось Oy — вертикально вверх, так как в подпрограмме приведения сил инерции и сил тяжести звеньев предусмотрено, что проекция вектора силы тяжести звена на ось Ox равна нулю, а на ось Oy — отрицательна. Ниже дается последовательность подготовки данных для силового расчета в САРЦМ кривошипно-коромысло-ползунного механизма (рис. 9.2), рассмотренного ранее в § 4.5 (см. рис. 4.9). Составляются матрица строения механизма, матрица координат и матрица соединений.

Таблица 9.2. Составление матрицы строения механизма в САРЦМ

Контур на структурной схеме		Начальное звено или начальная точка в контуре		Звенья присоединяемой структурной группы			Замыкающая внешняя пара		
пары	номера звеньев	обобщенные координаты	код	обозначение	номер звена	код	номер звеньев	обозначение	код
A, B, C, D	1, 2, 3, 6	l (кривошип) $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1)$	K1	BC (шатун)	2	K10	3, 6	D Вращательная	K 26
				DC (коромысло)	3	K11			
D, E, H, H_n	3*, 4, 5, 6	$E(x_E, y_E, \dot{x}_E, \dot{y}_E, \ddot{x}_E, \ddot{y}_E)$ (точка E и ее траектория)	K20	EH (шатун)	4	K10	5, 6	H_n Поступательная	K 27
				П о л з у н и вращательная пара H_n	5	K12			
Последовательность кодов в матрице строения механизма в САРЦМ									

Согласно каталогу базовых звеньев САРЦМ, звенья данного механизма имеют цифровые обозначения кодов, указанные на рис. 9.2. Эти номера составляют матрицу строения механизма, которая имеет следующий вид (табл. 9.2).

Неподвижная и подвижные системы координат механизма располагаются согласно рисункам каталога. Геометрические параметры схемы составляют матрицу координат механизма (табл. 9.3).

Таблица 9.3. Матрица координат механизма в САРЦМ

x_{01}	y_{01}	ξ_1	η_1	α_1	x_{02}	y_{02}	ξ_2	η_2	α_2
		l_{AC}	0	α_1	a	b	l_{DC}	0	α_2
x_{03}	y_{03}	ξ_3	η_3	α_3	x_{04}	y_{04}	ξ_4	η_4	α_4
$a+e$	0	ξ_3	0	90°			l_{EH}	0	α_4

Табл. 9.3 заполнена обозначениями параметров, которые вводятся как исходные данные. Параметры, заключенные в рамках, являются искомыми, но задаются начальными приближениями, чтобы получить одно определенное решение. Незаполненные клетки предназначены для параметров, которые находятся в результате вспомогательных вычислений с помощью систем координат звеньев присоединения, отмеченных символами «*». Информация о них хранится в матрице соединений, представленной в виде табл. 9.4. Эта таблица заполнена обозначениями элементов, необходимых для вычисления координат (x_{01}, y_{01}) и (x_{04}, y_{04}) .

Таблица 9.4. Матрица соединений механизма в САРЦМ

x_{01}^*	y_{01}^*	ξ_1^*	η_1^*	α_1^*	x_{02}^*	y_{02}^*	ξ_2^*	η_2^*	α_2^*
0	0	l_{AB}	0	φ					
x_{03}^*	y_{03}^*	ξ_3^*	η_3^*	α_3^*	x_{04}^*	y_{04}^*	ξ_4^*	η_4^*	α_4^*
					a	b	l_{DE}	0	α_4^*

Параметры, характеризующие геометрию масс звеньев и необходимые для силового расчета, объединены в массовую матрицу, которая представлена табл. 9.5.

Таблица 9.5. Матрица кинематических параметров звеньев механизма

m_1	J_1	ξ_{s1}	η_{s1}	m_2	J_2	ξ_{s2}	η_{s2}
m_1	J_{1s}	$l_{B\alpha 2}$	0	m_2	J_{2s}	0	0
m_3	J_3	ξ_{s3}	η_{s3}	m_4	J_4	ξ_{s4}	η_{s4}
m_3	0	l_{03}	0	m_4	J_{4s}	$l_{E\alpha 4}$	0

Активная нагрузка аппроксимируется в общем случае полиномом до девятой степени включительно

$$F_{sc}(\xi) = \sum_{i=0}^{10} q_i \xi^i$$

и является функцией перемещения выходного звена с момента начала действия силы в диапазоне изменения обобщенной координаты $(\varphi_{1н}, \varphi_{1к})$. В рассматриваемом примере сила аппроксимируется ступенчатой функцией $F_5(\xi) = \text{const}$ в интервале координаты $\Delta\varphi(0, 180^\circ)$, отсчитываемой от крайнего положения механиз-

ма. Эта координата становится известной в результате кинематического расчета по САРЦМ после уточнения крайнего положения выходного звена.

Все исходные данные в соответствии с матрицей строения механизма ЭВМ «собирает» в единый файл (табл. 9.6). В этом файле указаны наименования параметров, а также элементы матриц, которые вводятся в ЭВМ.

Таблица 9.6. Наименования параметров и элементы матриц, вводимые в ЭВМ

1	2	110112627121020		
2		***** ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ВХОДНОГО ЗВЕНА *****		
3	АРГУМЕНТ ЗАДАЕТ В СЕК.-(1) ИЛИ В ГРАД.-(0)	-----:IARG=	0.000000	
4	НАЧАЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА	-----:IFN=	100.2500	
5	ВЭГ ИЗМЕНЕНИЯ АРГУМЕНТА	-----:DF=	30.00000	
6	КОНЕЧНОЕ ЗНАЧЕНИЕ АРГУМЕНТА	-----:IFK=	460.2500	
7	УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ ВХОДНОГО ЗВЕНА	-----[РАД/С]-----:OM=	100.0000	
8	ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ	-----:DEL=	0.1000000E-04	
9	***** КРИВОШИП РМ ПО СХЕМЕ 1 *****			
10	ДЛИНА КРИВОШИПА	[М]---:C(1, 3) =	0.1000000	
11	КООРДИНАТА X ОСИ ВРАЩЕНИЯ КРИВОШИПА	[М]---:C(1, 1) =	0.0000000	
12	КООРДИНАТА Y ОСИ ВРАЩЕНИЯ КРИВОШИПА	[М]---:C(1, 2) =	0.0000000	
13	МАССА ЗВЕНА	[КГ]---:GKRV(1)=	500.0000	
14	КООРДИНАТА КСИ ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:GKRV(2)=	0.0000000	
15	КООРДИНАТА ЭТА ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:GKRV(3)=	0.0000000	
16	***** ШАТУН ПО СХЕМЕ 10 *****			
17	ДЛИНА ШАТУНА	[М]---:S(1, 3) =	0.4000000	
18	УГОЛ НАКЛОНА ШАТУНА	[ГРАД]---:S(1, 5) =	100.0000	
19	:M(1, 1)=	5.000000		
20	МАССА ЗВЕНА	[М]---:G(1, 1)=	50.00000	
21	МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЗВЕНА	[КГ*М**2]---:G(1, 2) =	0.1000000E-01	
22	КООРДИНАТА КСИ ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(1, 3) =	0.2000000	
23	КООРДИНАТА ЭТА ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(1, 4) =	0.0000000	
24	***** КОРОМЫСЛО РМ ПО СХЕМЕ 11 *****			
25	ДЛИНА КОРОМЫСЛА	[М]---:S(1, 8) =	0.3000000	
26	КООРДИНАТА X НЕПОДВИЖНОГО ШАРНИРА	[М]---:S(1, 6)=	0.1700000	
27	КООРДИНАТА Y НЕПОДВИЖНОГО ШАРНИРА	[М]---:S(1, 7) =	0.3400000	
28	УГОЛ НАКЛОНА КОРОМЫСЛА	[ГРАД]---:S(1,10) =	170.0000	
29	:M(1, 2)=	10.00000		
30	МАССА ЗВЕНА	[КГ]---:G(1, 5)=	80.00000	
31	МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЗВЕНА	[КГ*М**2]---:G(1, 6) =	0.2000000	
32	КООРДИНАТА КСИ ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(1, 7) =	0.0000000	
33	КООРДИНАТА ЭТА ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(1, 8) =	0.0000000	
34	***** ПОДЪЕМ РМ ПО СХЕМЕ 12 *****			
35	ЭКЦЕНТРИСИТЕТ ПОДЪЕМА	[М]---:S(2, 4) =	0.0000000	
36	КООРДИНАТА X НАЧАЛА ПСК	[М]---:S(2, 1)=	0.4200000	
37	КООРДИНАТА Y НАЧАЛА ПСК	[М]---:S(2, 2) =	0.0000000	
38	УГОЛ НАКЛОНА ПСК	[ГРАД]---:S(2, 5) =	90.00000	
39	:M(2, 1)=	3.000000		
40	МАССА ЗВЕНА	[КГ]---:G(2, 1)=	60.00000	
41	СМЕЩЕНИЕ Ц.М. ПО ОСИ КСИ ОТ ШАРНИРА	[М]---:G(2, 3) =	0.0000000	
42	КООРДИНАТА ЭТА ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(2, 4) =	0.0000000	
43	***** ШАТУН ПО СХЕМЕ 10 *****			
44	ДЛИНА ШАТУНА	[М]---:S(2, 8) =	0.2000000	
45	УГОЛ НАКЛОНА ШАТУНА	[ГРАД]---:S(2,10) =	280.0000	
46	:M(2, 2)=	10.00000		
47	МАССА ЗВЕНА	[М]---:G(2, 5)=	20.00000	
48	МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ЗВЕНА	[КГ*М**2]---:G(2, 6) =	0.7000000E-02	
49	КООРДИНАТА КСИ ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(2, 7) =	0.1000000	
50	КООРДИНАТА ЭТА ЦЕНТРА МАСС ЗВЕНА	[М]---:G(2, 8) =	0.0000000	
51	***** ПРИСОЕДИНЕНИЕ РА ПО СХЕМЕ 20 *****			
52	РАССТОЯНИЕ ДО ТОЧКИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ РА	[М]---:C(2, 8) =	0.3000000	
53	УГОЛ МЕЖДУ ПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ КООРДИНАТ-[ГРАД]:CC(2,10) =	180.0000		
54	***** ПАРАМЕТРЫ ДЛЯ РАСЧЕТА АКТИВНОЙ СИЛЫ (PAS)(ACTSIL.DOC)*****			
55	НОМЕР РА, В КОТОРОЙ ДЕЙСТВУЕТ PAS	---:JP=	2.000000	
56	НОМЕР ЯЧЕЙКИ МАТРИЦЫ MS ДЛЯ ЗВЕНА ПРИЛОЖ. PAS	---:IP=	2.000000	
57	КООРДИНАТА КСИ ТОЧКИ ПРИЛОЖЕНИЯ PAS	---:KSAS=	0.0000000	
58	КООРДИНАТА ЭТА ТОЧКИ ПРИЛОЖЕНИЯ PAS	---:ETAS=	0.0000000	
59	УГОЛ НАКЛОНА PAS К ОСИ КСИ	---:IGAS=	0.0	
60	НАЧАЛЬНЫЙ УГОЛ ПОВОРОТА ВХОДНОГО ЗВЕНА	---:IFMAS=	100.2500	
61	КОНЕЧНЫЙ УГОЛ ПОВОРОТА ВХОДНОГО ЗВЕНА	---:IFKAS=	280.2500	
62	--- КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛИНОМА, ОПИСЫВАЮЩЕГО	---:QAS(1)=	-1000.000	
63	--- ИЗМЕНЕНИЕ PAS, КАК ФУНКЦИЮ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ	---:QAS(2)=		
64	--- ЗВЕНА, К КОТОРОМУ ПРИЛОЖЕНА PAS	---:QAS(3)=		
65	---	---:QAS(4)=		
66	---	---:QAS(5)=		
67	---	---:QAS(6)=		
68	---	---:QAS(7)=		
69	---	---:QAS(8)=		
70	---	---:QAS(9)=		
71	---	---:QAS(10)=		

В результате расчета по САРЦМ вычисляются силы и моменты во внутренней и внешних кинематических парах групп Ассура, реакция на оси кривошипа и уравновешивающий момент.

9.6. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Программа «Передача эвольвентная внешнего зацепления» SS предназначена для расчета геометрических параметров, качественных показателей, исполнительных и контрольных размеров цилиндрических эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления на основе ГОСТ 16532 — 81 и ГОСТ 1643 — 81.

Геометрический расчет выполняется в вариантах:

- свободного межосевого расстояния с поиском оптимальных параметров зацепления по заданной степени точности зубчатых колес;
- заданного межосевого расстояния;
- приведения передаточного отношения и межосевого расстояния к значениям из стандартного ряда (по ГОСТ 6636 — 69 и ГОСТ 9563 — 80).

Программа функционирует совместно с активными базами данных, содержащими:

- ряды модулей нормальных;
- диаметры измерительных роликов;
- стандартные передаточные отношения и межосевые расстояния.

Ввод входных данных производится по запросам программы с экрана дисплея вручную. Ввод цифровых значений и альтернативных ответов на запросы осуществляется стандартным способом. Основными входными данными программы являются:

- U — передаточное отношение зубчатой передачи;
- m — модуль нормальный;
- Z_1 — число зубьев шестерни;
- Z_2 — число зубьев колеса;
- β — угол наклона образующей зуба.

Если модуль не задан или пользователь желает его уточнить, то вводится T_2 — момент нагрузки на выходном валу.

Программа может выполнить расчет по трем схемам:

- 1 — с улучшенными качественными показателями и свободным межосевым расстоянием;
- 2 — с выбором межосевого расстояния;
- 3 — с выбором коэффициентов смещений $x(i)$.

Общими для всех расчетных схем являются данные по инструменту: главный угол профиля ИПК — α ; коэффициент высоты головки зуба — h_a^* ; коэффициент радиального зазора — c^* .

Для схемы 1 по информации, выводимой на экран, выбирается коэффициент смещения x (1). В схеме 2 вводится межосевое

расстояние передачи a_w , которое с использованием базы данных может быть приведено к стандартному значению.

В схеме 3 вводятся коэффициент смещения шестерни x_1 ; коэффициент смещения колеса x_2 .

В дальнейшем расчет выполняется по единому алгоритму, изложенному в гл. 6, измерительные размеры (размер по роликам, длина общей нормали или постоянная хорда) определяются согласно ГОСТ 1643 — 81. Диаметр измерительных роликов представляет база данных, расчетное число зубьев при определении длины общей нормали допускает корректирование в определенных пределах.

Для удобства использования полученных результатов в табл. 6.6 и 6.7 приводятся обозначения и соответствующие идентификаторы, используемые в подпрограмме «Передача эвольвентная внешнего зацепления».

9.7. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Программа синтеза планетарных механизмов SP позволяет синтезировать одворядный и двухрядные планетарные механизмы (см. рис. 7.1) в некотором диапазоне изменения чисел зубьев зубчатых колес. При синтезе многосателлитной планетарной передачи заданной схемы решаются задачи подбора таких чисел зубьев ее колес, которые будут удовлетворять следующим условиям:

- выполнения заданного передаточного отношения;
- отсутствия заклинивания передачи, среза и подреза профилей зубьев колес;
- соосности входного и выходного валов;
- соседства;
- сборки.

Первые три условия являются общими требованиями синтеза любой планетарной передачи. Остальные — это условия, диктуемые особенностями кинематических схем планетарных механизмов. Исходными для расчетов в этом разделе являются следующие данные:

- | | |
|---|-----------------|
| 1. Передаточное отношение механизма | — U_{1n} |
| 2. Требуемая точность передаточного отношения | — ε |
| 3. Момент нагрузки на входном валу | — T_1 |
| 4. Частота вращения входного колеса | — n_1 |
| 5. Число сателлитов | — K |
| 6. Минимальное число зубьев 1-го колеса | — Z_1 |
| 7. Максимальное число зубьев 1-го колеса | — $Z_{1\max}$ |
| 8. Минимальное число зубьев 2-го колеса | — Z_2 |
| 9. Максимальное число зубьев 2-го колеса | — $Z_{2\max}$ |

- | | |
|---|---------------|
| 10. Минимальное число зубьев 3-го колеса | — Z_3 |
| 11. Максимальное число зубьев 3-го колеса | — $Z_{3\max}$ |
| 12. Минимальное число зубьев 4-го колеса | — Z_4 |
| 13. Максимальное число зубьев 4-го колеса | — $Z_{4\max}$ |

При расчете однорядного планетарного редуктора вводятся только данные 1...7. Число зубьев Z_3 определяется по формуле передаточного отношения и округляется до ближайшего целого значения, а Z_2 определяется из условия соосности. Если Z_2 оказывается нецелым, то Z_3 увеличивается на единицу и процедура повторяется.

Передаточное отношение синтезируемых механизмов обеспечивается с относительной точностью ε . Модули в ступенях назначаются одинаковыми и определяются по моменту нагрузки. Приемлемое сочетание чисел зубьев колес принимается на основе проверки последовательности условий соосности, обеспечения передаточного отношения с заданной точностью, сборки и отсутствия заклинивания передачи, среза и подреза профилей. Общее число перебираемых вариантов для двухрядного редуктора составляет

$$(Z_{1\max} - Z_1)(Z_{2\max} - Z_2)(Z_{3\max} - Z_3)(Z_{4\max} - Z_4).$$

В зависимости от мощности конкретной ЭВМ эта величина ограничивается несколькими сотнями тысяч. При превышении ограниченного числа предлагается скорректировать диапазоны изменения чисел зубьев. В схеме однорядного редуктора число вариантов составляет $(Z_{1\max} - Z_1)$ и ограничивается несколькими десятками, так как этого более чем достаточно для определения оптимальной конструкции. В случае отсутствия решения в заданном диапазоне чисел зубьев указывается условие, которое не было выдержано во всех опробованных вариантах.

В таблице результатов кроме чисел зубьев колес для каждого удовлетворительного варианта чисел зубьев колес указываются: фактическое передаточное отношение — $U_{\text{факт}}$; максимальный габарит редуктора — Γ_{\max} ; масса редуктора (в условных единицах) — s ; коэффициент полезного действия — η ; частота вращения водила и сателлитов — n_n ; n_c .

Все результаты могут быть записаны на носитель для последующего анализа и определения оптимального варианта расчета.

9.8. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Программа синтеза кулачковых механизмов (SK) является универсальной программой для расчета координат профиля кулачка и основных размеров кулачковых механизмов с враща-

ющимся или поступательно движущимся роликовым толкателем. Программа составлена в соответствии с алгоритмом, изложенным в § 8.3...8.7.

Работа с программой ведется в диалоговом режиме через терминальное устройство связи: ввод исходных данных и управляющих директив выполняется с помощью алфавитно-цифровой клавиатуры, вся необходимая информация отображается на экране терминала. Ввод исходных данных выполняется пользователем в такой последовательности:

1. Ход толкателя — h .
2. Длина коромыслового толкателя — l_2 .
3. Эксцентриситет (внеосность) толкателя — l .
4. Допустимый угол давления на фазе удаления — $[\vartheta]$.
5. Угол рабочего профиля кулачка — φ_{1p} .
6. Количество фаз угла рабочего профиля (удаление, дальнейшее стояние, сближение) — n .
7. Идентификация направления вращения кулачка — W .

В зависимости от вида кулачкового механизма вводится значение или длины толкателя или внеосности. После этого в секции ввода функции закона движения вводится закон движения толкателя. По желанию пользователя закон движения толкателя можно ввести в виде таблицы или функции безразмерного коэффициента значений ускорения на фазах удаления, дальнего стояния и сближения. На каждой фазе может быть выбрано произвольное количество угловых шагов.

Задание функции безразмерного ускорения может быть осуществлено в виде:

а) степенного полинома

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 + P(k, x);$$

б) тригонометрического полинома

$$y = a_n \sin(b_n x + c_n) + \dots + P(k, x).$$

После ввода исходных данных программа осуществляет интегрирование заданных функциональных зависимостей с использованием подпрограмм функций. Далее в вычислительной части программы в зависимости от вида проектируемого кулачкового механизма выбирается вариант расчета.

Если в исходных данных задана длина коромыслового толкателя, то рассчитываются минимальные габариты механизма (межосевое расстояние и начальный радиус), координаты оси вращения толкателя, координаты центрального профиля кулачка в декартовых и полярных координатах и значения текущих углов давления.

Если в исходных данных длина толкателя не задана, то

рассчитываются минимальные размеры кулачка, координаты его центрового и конструктивного профиля при поступательно движущемся толкателе. При расчете координат конструктивного профиля кулачка производится определение радиуса ролика (если он не был задан пользователем). Если радиус ролика задан пользователем, то проверяется, является ли заданное значение допустимым.

По окончании расчетов исходные данные и результаты расчетов могут быть просмотрены на экране терминала, записаны на магнитный диск и выведены на печатающее устройство.

В таблице результатов сначала печатаются исходные данные, далее характерные параметры фазового портрета и значения минимальных габаритов механизма. Затем для различных углов поворота кулачка выводятся массивы значений перемещений, скоростей и ускорений, координаты профиля кулачка (в декартовой и полярной системах координат) и текущие значения углов давления.

Кулачок может быть спрофилирован и на экране дисплея. Конструктивный профиль получается как огибающая семейства окружностей радиуса ролика при перемещении его центра по центровому профилю кулачка.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ ПРОЕКТА

К защите 1-го листа проекта

1. Расскажите об особенностях рычажного механизма вашей установки (название механизма, назначение механизма, название звеньев, число степеней свободы, условия связи в кинематических парах, количество кинематических пар в механизме).
2. Расскажите о структурном анализе механизма, использованного в проекте (входные и выходные звенья, начальное звено и обобщенная координата, структурные группы, образующие механизм, избыточные связи).
3. Какие конструктивные ограничения наложены на плоскую схему рычажного механизма (число степеней свободы для плоской и пространственной схемы механизма, наличие избыточных связей)? Какие ограничения на движение звеньев или относительное расположение элементов кинематических пар наложены при плоском варианте схемы механизма?
4. Внесите изменения в кинематическую схему рычажного механизма, необходимые для устранения избыточных связей в случае отсутствия ограничений на относительное расположение осей кинематических пар и поверхностей элементов кинематических пар (параллельность, соосность, перпендикулярность и т. д.).
5. Расскажите о синтезе рычажного механизма (исходные данные для проектирования, ограничения на движение входного и выходного звеньев, основное условие синтеза, дополнительные условия синтеза, положения центров масс звеньев, массы и моменты инерции звеньев).
6. Расскажите о кинематических характеристиках рычажного механизма (входное и выходное звенья, кинематические передаточные функции звеньев, совершающих вращательное, поступательное, плоское движение, как определялись кинематические передаточные функции).
7. Расскажите об определении кинематических передаточных функций рычажного механизма графическим методом (планы возможных положений и скоростей). Какова последовательность кинематического анализа? Какие уравнения использованы при построении планов возможных скоростей?
8. Расскажите о последовательности кинематического анализа рычажного механизма вашей установки. Какие векторные уравнения между кинематическими параметрами были использованы? Как определяли направления векторов относительных скоростей точек? Как определяли направления угловых скоростей звеньев? Как пользовались масштабами (или масштабными коэффициентами) при графическом методе кинематического анализа рычажного механизма?
9. Расскажите об алгоритме кинематических характеристик с применением ЭВМ. Какие соотношения в аналитической форме были использованы?
10. Расскажите о блок-схеме подпрограммы расчетов кинематических передаточных функций с применением ЭВМ. Проанализируйте результаты расчетов и поясните использование величин, выведенных на печать.
11. Расскажите об использовании при выполнении курсового проекта величин параметров, рассчитанных с помощью ЭВМ при выполнении этапа «Определение кинематических характеристик рычажного механизма».
12. Расскажите об использовании в курсовом проекте методов численного и графического дифференцирования и интегрирования функций. Покажите связь между масштабами (или масштабными коэффициентами) при графическом дифференцировании и интегрировании.
13. Дайте анализ сил, действующих на входные и выходные звенья

механизма. Расскажите о способе задания исходных данных и их преобразовании для решения задачи об определении закона движения механизма под действием заданных сил.

14. Расскажите о классификации сил, действующих на звенья механизма, о факторах, от которых зависят действующие силы.

15. Запишите уравнения движения звеньев механизма в форме интеграла энергии и уравнение движения динамической модели механизма.

16. Расскажите о переходе от реального механизма к его динамической модели, которая была использована при анализе движения механизма. Какие параметры характеризуют динамическую модель и от каких переменных они зависят?

17. Как определить кинетическую энергию отдельных звеньев вашего рычажного механизма, механизма в целом? При каком значении обобщенной координаты кинетическая энергия достигает максимального значения?

18. Расскажите о приведенном моменте инерции динамической модели и охарактеризуйте его составляющие. Какие уравнения были использованы при определении приведенного момента инерции механизма (модели)?

19. Расскажите о приведенном суммарном моменте сил, приложенном к динамической модели. Дайте характеристику составляющих суммарного приведенного момента сил и запишите уравнения, которые были использованы при расчетах.

20. Запишите уравнения движения звеньев механизма и динамической модели в форме интеграла энергии. Какая последовательность решения этих уравнений была вами реализована при динамическом анализе поставленной задачи?

21. Расскажите о режиме движения механизма. Какие условия необходимы для обеспечения установившегося режима движения? Как они были обеспечены при выполнении курсового проекта?

22. Расскажите о коэффициенте неравномерности движения механизма. Какие параметры оказывают влияние на коэффициент неравномерности движения?

23. Как определяли необходимый момент инерции маховика? Как изменится неравномерность движения механизма, если маховик установить на тихоходном (или на быстроходном) валу вашей установки?

24. Как определяются движущий момент на входном валу и суммарная работа сил, приложенных к звеньям механизма?

25. Как определить мощность приложенных сил и моментов на входном и выходном звеньях механизма?

26. Как определять продолжительность кинематического цикла при движении механизма при переходном режиме?

27. Расскажите о причинах, влияющих на изменение угловой скорости входного звена. Можно ли уменьшить колебания угловой скорости входного звена при установившемся режиме? От каких параметров механизма это зависит при заданных размерах звеньев?

28. Расскажите о влиянии массы и силы тяжести звеньев механизма на изменение угловой скорости входного звена.

29. Объясните назначение и роль маховика при движении механизма. От каких переменных и постоянных параметров зависит необходимый момент инерции маховика?

К защите 2-го листа проекта

1. Расскажите о силовом расчете механизма (задача силового расчета, использованный метод и основные уравнения).

2. Как определяли главные векторы и главные моменты инерции для каждого из звеньев стержневого механизма?

3. В какой последовательности выполнялся силовой расчет механизма? Как было использовано условие статической определимости группы звеньев?

4. Проанализируйте векторные уравнения сил, использованные при силовом расчете. В чем состояла цель силового анализа и как она была достигнута?

5. Была ли проведена оценка погрешностей вычислений при силовом расчете

относительно расчетов, выполненных при определении закона движения механизма под действием заданных сил? Каковы результаты этой оценки?

6. В какой последовательности проводится силовой расчет с учетом сил трения в кинематических парах? От каких параметров зависят силы трения в кинематических парах?

7. Как определить механический коэффициент полезного действия? Как определить среднюю мощность трения в механизме?

8. Поясните, как влияет угловое ускорение звеньев первой группы (связанных с начальным звеном постоянным передаточным отношением) на реакции в кинематических парах входного звена.

9. Расскажите о методике определения угловых ускорений звеньев при силовом расчете механизма.

К защите 3-го листа проекта

1. Проиллюстрируйте применение основной теоремы зацепления на примере спроектированной эвольвентной зубчатой передачи (покажите сопряженные профили, контактную точку и ее геометрическое место в процессе взаимодействия профилей, полосу зацепления, отрезки, отношение которых определяет передаточное отношение передачи).

2. Расскажите о параметрах исходного производящего контура. Какие поверхности называются сопряженными поверхностями? производящими поверхностями?

3. Что называется зубчатым зацеплением? станочным зацеплением? Какие линии являются начальными в зубчатом и станочном зацеплениях? (Покажите их на чертеже.)

4. Рассмотрите основные свойства эвольвентного профиля на примере спроектированного зубчатого колеса.

5. Перечислите основные свойства эвольвентного зацепления и проиллюстрируйте их применение в спроектированном зубчатом зацеплении.

6. Как влияет относительное положение исходного производящего контура на размеры проектируемого колеса и качественные показатели зубчатой передачи?

7. Какие технологические методы используют для образования боковых поверхностей цилиндрических зубчатых колес?

8. Отличаются ли угол зацепления и угол станочного зацепления? При каких условиях они равны?

9. Покажите углы профиля в точках эвольвенты на делительной окружности и на окружности вершин.

10. Покажите основные параметры зубчатого зацепления и расскажите, от каких факторов они зависят.

11. Расскажите о подрезании зубьев. Как обеспечивается в станочном зацеплении образование зуба без подрезания? Покажите на чертеже отрезки, пропорциональные смещениям исходного контура относительно заготовки в радиальном направлении и в направлении движения контактной точки профилей.

12. Расскажите о линии зацепления в эвольвентном зацеплении и в станочном зацеплении. От каких величин зависит длина активной линии зацепления?

13. Что характеризует коэффициент торцового перекрытия? Покажите отрезки на чертеже, отношение которых равно коэффициенту перекрытия в эвольвентном зацеплении. Сопоставьте отношение этих отрезков с расчетным значением ε_α .

14. Что характеризует коэффициент удельного скольжения профилей в зубчатом зацеплении? Покажите, от каких параметров на чертеже зависит скорость скольжения в контактной точке профилей. Как определить коэффициент скольжения в граничных точках активной линии зацепления?

15. Что характеризует коэффициент давления в зубчатом зацеплении? Как он определяется? Покажите отрезки на чертеже, характеризующие кривизну профилей в контактной точке.

16. Как были выбраны коэффициенты смещения исходного производящего

контура при расчете зубчатой передачи? Имеется ли запас смещения по условию ограничения от подрезания и как его можно оценить по изображенной схеме станочного зацепления?

17. Расскажите о последовательности графических построений при синтезе сопряженных профилей в станочном зацеплении. Какие траектории описывают отдельные точки исходного производящего контура при движении огибания? Как получена сопряженная поверхность зубчатого колеса?

18. Расскажите об особенностях сложных зубчатых механизмов, зубчатых планетарных редукторов и дифференциалов. Как описывается структурная формула для определения числа степеней свободы зубчатого механизма? Используйте эту формулу для анализа спроектированных зубчатых передач и планетарного механизма.

19. Используя графические построения распределения линейных скоростей звеньев планетарного редуктора, расскажите о направлении угловых скоростей звеньев в относительном движении на примере следующих кинематических пар: водило — стойка, центральное входное колесо — стойка, водило — блок сателлитов, сателлит — опорное зубчатое колесо. Какое звено имеет наибольшую угловую скорость в абсолютном движении? в относительном движении?

20. Покажите на схеме планетарного редуктора оси мгновенного вращения звеньев в относительном движении: P_{21} , P_{14} , P_{24} , P_{H4} , P_{2H} . Как они были использованы вами при кинематическом анализе планетарного механизма?

21. Пользуясь схемой рабочего и станочного зацеплений, определите коэффициенты перекрытия через отношение соответствующих отрезков. Какая из этих величин больше и почему?

22. На схеме рабочего зацепления колес Z_1 и Z_2 покажите углы профиля α_{a1} и α_{a2} и их эвольвентные функции $\text{inv } \alpha_{a1}$ и $\text{inv } \alpha_{a2}$.

23. На профиле зуба колеса Z_1 обозначьте произвольную точку и графическим методом найдите сопряженную точку на профиле зуба колеса Z_2 . Укажите место контакта этих двух точек на линии зацепления.

24. Сопоставьте выбранное смещение x_1m с минимальным смещением $x_{1\text{min}}m$ и покажите на схеме станочного зацепления отрезок, пропорциональный разности этих смещений.

25. Расскажите о назначении уравнительного смещения Δu_m .

26. На линии зацепления N_1N_2 покажите точки пересопределения профилей зубьев. Как они расположены относительно граничных точек B_1 и B_2 рабочего участка линии зацепления?

27. Схематично покажите, как изменяются форма зуба и его размеры S_1 и S_{a1} при увеличении смещения исходного производящего контура.

К защите 4-го листа проекта

1. Расскажите о назначении и основных этапах синтеза кулачкового механизма. В каких пределах изменяется угол давления и почему дано ограничение на его величину?

2. Какие размеры механизма влияют на величину угла давления в спроектированном кулачковом механизме? Возможно ли заклинивание выходного звена и при каких условиях это явление наступает?

3. Расскажите об алгоритме определения основных размеров кулачкового механизма. Покажите области дозволённых положений оси вращения кулачка относительно фазовой кривой перемещение — скорость выходного звена при трех случаях вращения кулачка: только по часовой стрелке, только против часовой стрелки, реверсивный режим вращения.

4. Расскажите о геометрической интерпретации кинематической передаточной функции скорости движения толкателя $V_{qB} = V_B / \omega_k$. В каких единицах она выражается? Покажите график изменения этой функции. Как вычисляли масштабы по обеим координатным осям?

5. Расскажите о методике расчета координат центрального и конструктивного

профилей кулачка. Как эти координаты находят при графическом методе синтеза кулачкового механизма?

6. Расскажите об алгоритме вычислений основных размеров кулачкового механизма с использованием ЭВМ.

7. Расскажите об алгоритме вычислений координат центрального профиля кулачка с использованием ЭВМ.

8. Расскажите о циклограмме работы рычажного, кулачкового и других механизмов установки (машин).

9. Проанализируйте графики изменения скорости выходного звена в кулачковом механизме. Какие ограничения наложены на величину площади под кривой на участке ускоренного и замедленного перемещений выходного звена?

10. Для произвольно выбранной точки на конструктивном профиле кулачка покажите угол давления ψ_i и отрезок, пропорциональный кинематической передаточной функции v_B/ω_X в масштабе чертежа $\mu_l = \mu_{qv}$.

11. Можно ли изменить назначенные вами основные размеры ($r_0, e, a = l_{0102}$) в сторону их увеличения? в сторону их уменьшения? В каких пределах и при каких условиях возможно изменение этих размеров?

Приложение II
 Значения коэффициентов смещения исходного контура из условия: *a* — наибольшего повышения контактной прочности, *б* — прочности на изгиб; *в* — взаимосвязности и сопряженности заданно

z_2	x	z_1												
		12		15		18		22		28				
		<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>в</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>			
12	x_1	0,38	0,47	0,36										
	x_2	0,38	0,23	0,36										
15	x_1	0,30	0,53	0,43	0,45	0,58	0,44							
	x_2	0,50	0,22	0,34	0,45	0,28	0,44							
18	x_1	0,30	0,57	0,49	0,34	0,64	0,48	0,54	0,72	0,54				
	x_2	0,61	0,25	0,35	0,64	0,29	0,46	0,54	0,34	0,54				
22	x_1	0,30	0,62	0,53	0,38	0,73	0,55	0,60	0,81	0,60	0,68	0,95	0,67	
	x_2	0,66	0,28	0,38	0,75	0,32	0,54	0,64	0,38	0,63	0,68	0,39	0,67	
28	x_1	0,30	0,70	0,57	0,26	0,79	0,60	0,40	0,89	0,63	0,59	1,04	0,71	0,86
	x_2	0,88	0,26	0,48	1,04	0,35	0,63	1,02	0,38	0,72	0,94	0,40	0,81	0,86
34	x_1	0,30	0,76	0,60	0,13	0,83	0,63	0,30	0,93	0,67	0,48	1,08	0,74	0,80
	x_2	1,03	0,22	0,53	1,42	0,34	0,72	1,30	0,37	0,82	1,20	0,38	0,90	1,08
42	x_1	0,30	0,75	0,63	0,20	0,92	0,68	0,29	1,02	0,68	0,40	1,18	0,76	0,72
	x_2	1,30	0,21	0,67	1,53	0,32	0,88	1,48	0,36	0,94	1,48	1,38	1,03	2,33
50	x_1	0,30	0,58	0,63	0,25	0,97	0,66	0,32	1,05	0,70	0,43	1,22	0,76	0,64
	x_2	1,43	0,16	0,77	1,65	0,31	1,02	1,63	0,36	1,11	1,60	0,42	1,17	1,60

Значения эвольвентной функции $\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$

α°	Проп.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
1	0,000	00117	00225	00281	00346	00420	00504	00598	00704	00821	00950	01092	01242
2	0,000	01418	01603	01804	02020	02253	02503	02771	03058	03364	03689	04035	04402
3	0,000	04790	05201	05634	06091	06573	07078	07610	08157	08751	09362	10000	10668
4	0,000	11364	12090	12847	13634	14453	15305	16189	17107	18059	19045	20067	21125
5	0,000	22220	23352	24552	25731	26978	28266	29594	30953	32394	33827	35324	36864
6	0,000	03845	04008	04175	04347	04524	04706	04892	05083	05280	05481	05687	05898
7	0,000	06115	06337	06564	06797	07035	07279	07528	07783	08044	08310	08582	08861
8	0,000	09145	09485	09732	10034	10343	10659	10980	11308	11643	11984	12332	12687
9	0,000	13048	13416	13792	14174	14563	14960	15363	15774	16193	16618	17051	17492
10	0,000	17941	18397	18860	19332	19812	20209	20795	21229	21810	22330	22859	23396
11	0,000	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28016	29241	29875	30518
12	0,000	31171	31832	32504	33185	33875	34555	35285	36005	36735	37474	38224	38984
13	0,000	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921
14	0,000	49819	50729	51650	52582	53526	54482	54448	56427	54717	58420	59434	60460
15	0,000	61488	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738

Продолжение приложения III

α°	Пор.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
16	0,00	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889
17	0,0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608
18	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543
19	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713
20	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16295	16502	16710	16920	17132
21	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817
22	0,0	20054	20292	20533	20776	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788
23	0,0	23044	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062
24	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660
25	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602
26	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40397	41395	41797	42201	42607
28	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718
29	0,0	48164	48512	49064	49518	49976	50437	50901	51363	51838	52312	52788	52368
30	0,0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57225	57736	58249	58765	59285
31	0,0	58809	60353	60856	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798

Продолжение приложения III

α°	Пор.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
32	0,0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838
33	0,0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80137
34	0,0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631
35	0,0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	93701	94443	95190	95942	96698	97459
36	0	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696
37	0	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718
38	0	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815
39	0	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995
40	0	14096	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261
41	0	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619
42	0	16373	16855	16974	17093	17214	17335	17457	17579	17702	17826	17951	18076
43	0	18202	18329	18537	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639
44	0	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315
45	0	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	21804	21958	23112
46	0	23268	23424	23582	23740	23899	24059	24220	24382	24545	24709	24874	25040
47	0	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107

Продолжение приложения III

α°	Пор.	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
48	0	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324
49	0	29516	29709	29903	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31703
50	0	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33601	33818	34037	34257
51	0	34578	34700	34924	35149	35376	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999
52	0	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947
53	0	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116
54	0	43390	43667	43945	44225	44506	44789	45074	45361	45650	45940	46232	46526
55	0	46822	47119	47419	47720	48023	48323	48635	48944	49255	49568	49882	50199
56	0	50518	50838	51161	51486	51813	52141	52472	52805	53141	53478	53817	54159
57	0	54503	54849	55197	55547	55900	56255	56612	56972	57333	57698	58064	58433
58	0	58804	59178	59554	59933	60314	60697	61083	61472	61863	62257	62653	63052
59	0	63454	63858	64265	64674	65086	65501	65913	66340	66763	67198	67618	68050

Примеры пользования таблицей: 1. Найти inv угла $\alpha = 14^\circ 30'$. По таблице находим $\text{inv } 14^\circ 30' = 0,0055448$.

2. Найти inv угла $\alpha = 22^\circ 18' 25''$. По таблице находим $\text{inv } 22^\circ 15' = 0,020775$, табличная разность $0,000244$ на $5''$; дополнительная величина inv равна $0,000244 \cdot 205/300 = 0,000171$. Следовательно, $\text{inv } 22^\circ 18' 25'' = 0,020775 + 0,000171 = 0,020946$.

**БУКВЕННЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ВЕЛИЧИН
ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКИ МАШИН**

Структура механизмов

Число подвижных звеньев	n
Номера подвижных звеньев	$1, 2, 3, \dots, i, j, \dots, n$
Номер стойки	$n+1$
Индекс системы координат, связанной с Землей	$0 (x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)})$
Число кинематических пар одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижных	p_1, p_2, p_3, p_4, p_5
Число степеней свободы механизма	W
Число избыточных связей	q
Кинематические пары	A, B, C, D, \dots

Кинематические характеристики движения

Путь (перемещение) точки (например, точки B)	s, s_B
Ход при возвратно-поступательном движении	H, H_B
Точка B на i -м звене	$B_i (B_2, B_3)$
Угол поворота звена i относительно звена j	$\varphi_{ij} (\varphi_{23}, \varphi_{14})$
Угол поворота звена i относительно стойки	$\varphi_i (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$
Расстояние между точками B и C звена, длина i -го звена	$l_{BC}, l_i (l_2, l_3)$
Скорость точки (например, B и C)	$\dot{v} (\dot{v}_B, \dot{v}_C)$
Скорость точки (абсолютная, относительная, переносная)	$\dot{v}_a, \dot{v}_r, \dot{v}_e, \dot{v}_B^{(a)}, \dot{v}_B^{(r)}, \dot{v}_B^{(e)}$
Скорость точки B i -го звена	$\dot{v}_B, \dot{v}_{B_i} (\dot{v}_{B_2}, \dot{v}_{B_3})$
Скорость точки C относительно полюса B в плоском движении звена	\dot{v}_{CB}
Скорость точки C , звена i относительно системы отсчета j , точка C_j которой в данный момент совпадает с точкой C_i	$\dot{v}_{C_i C_j} (\dot{v}_{C_3 C_2})$
Частота вращения i -го звена	$n_i (n_1, n_2)$
Угловая скорость i -го звена относительно стойки	$\omega_i (\omega_1, \omega_2)$
Угловая скорость i -го звена относительно звена j	$\omega_{ij} (\omega_{32}, \omega_{43})$
Обобщенная координата	q, φ_1
Передаточная функция скорости точки C	$\dot{v}_{qC} = \dot{v}_C / \omega_1$
Аналог скорости точки C_i	r'_{C_i}, S'_{C_i}

Продолжение приложения IV

Передаточное отношение угловых скоростей выходного и входного звеньев	$u_{n1} = \omega_n / \omega_1$
Передаточное число зубчатой передачи	$u = z_2 / z_1$
Ускорение точки (например, B или C)	$\bar{a}, \bar{a}_B, \bar{a}_C$
Ускорение точки абсолютное, касательное, нормальное, относительное, переносное, кориолисово	$\bar{a}_a, \bar{a}_t, \bar{a}_n, \bar{a}_r, \bar{a}_e, \bar{a}_k$
Касательное ускорение точки C i -го звена	$\bar{a}'_C, \bar{a}'_{Cp}, \bar{a}'_{CkCj}$
Нормальное ускорение точки C i -го звена	$(\bar{a}''_{C2, C3}, \bar{a}''_{C2, C3}, \bar{a}''_{Ci}, \bar{a}''_{C2})$
Нормальное и тангенциальное ускорения точки C относительно полюса B в плоском движении звена	$\bar{a}''_{CB}, \bar{a}'_{CB}$
Кориолисово ускорение точки C_i i -го звена относительно системы отсчета j , точка C_j которой в данный момент совпадает с точкой C_i	$\bar{a}^k_{Ci, Cj} (\bar{a}^k_{C2, C3})$
Угловое ускорение i -го звена	ϵ_i
Полюс зацепления, мгновенный центр скоростей звена i относительно звена j	P, P_{ij}
Масштабы длин, скоростей и ускорений	μ_b, μ_v, μ_a
Масштабные коэффициенты длин, скоростей и ускорений	K_b, K_v, K_a
Полюсы планов скоростей и ускорений	p, p'
Время	t
Матрица координат точки C_i столбцовая	\bar{r}_{Ci}
Матрица преобразования координат точки в системе i к системе j	T_{ij}
Отрезок графического дифференцирования, интегрирования	K
Базовый отрезок по оси абсцисс	b
Ординаты на графиках физических величин	y_s, y_v, y_a, y_F, y_A
Абсциссы на графиках физических величин	x_s, x_φ
Координаты точки E в системе координат, жестко связанной с i -м звеном	$x_E^{(i)}, y_E^{(i)}, z_E^{(i)}$
<i>Кинетические характеристики механизмов</i>	
Сила	\bar{F}, \bar{R}
Сила, действующая на звено i	$\bar{F}_i (\bar{F}_3, \bar{F}_{3C}, \bar{F}_{3d})$

Сила, действующая на звено i со стороны звена j	\bar{F}_{ij} ($\bar{F}_{32}, \bar{F}_{34}$)
Сила тяжести звена i , вес тела i	\bar{G}_i (\bar{G}_2, \bar{G}_3)
Составляющие реакции F_{ij} относительно продольной оси звена	F_{ij}^x, F_{ij}^y
Сила инерции, главный вектор сил инерции i -го звена	$\bar{\Phi}_i, \Phi_{Si}$
Сила трения	\bar{F}_T
Сила трения на звено i со стороны j -го звена	\bar{F}_{Tij} (\bar{F}_{T34})
Момент силы относительно точки E	\bar{M}_E (F)
Момент пары сил, действующих на i -е звено (движущий момент, момент сил сопротивления)	\bar{M}_i ($\bar{M}_{1a}, \bar{M}_{3c}$)
Момент силы относительно осей x, y, z	$M_x(\bar{F}), M_y(\bar{F}), M_z(\bar{F})$
Момент трения на звено i со стороны звена j	M_{Tij} (M_{T23})
Работа силы, действующей на звено i , на конечном перемещении	A_i, A_Σ
Работа силы F_b , момента M_b , силы тяжести, сил трения на конечном перемещении	$A_{F_b}, A_{M_b}, A_{G_i}, A_T$
Масса материальной точки i -го звена	m, m_i (m_1, m_2, m_3)
Момент инерции i -го звена относительно центральной оси	J_{Si} (J_{S2})
Момент инерции i -го звена относительно оси z (или оси O)	J_z (J_{20})
Главный момент сил инерции i -го звена	$\dot{M}_{\Phi i}$ ($\dot{M}_{\Phi 1}, \dot{M}_{\Phi 2}$)
Коэффициент трения скольжения	f, f_T, f_{Tij}
Центр масс i -го звена	S_i
Кинетическая энергия i -го звена	T_i
Мощность силы	P, N
Радиус круга трения	ρ_T
Коэффициент полезного действия механический	η
Угол трения	φ_T
Коэффициент неравномерности движения механизма	δ
Приведенная сила (движущая, сопротивления, тяжести, трения)	$F^{пр}$ ($F_{3a}^{пр}, F_{3c}^{пр}, G_3^{пр}, F_{T3}^{пр}$)

Продолжение приложения IV

Приведенный момент, эквивалентный силе F_i , моменту M_i	$M_{F_i}^{np} (M_{F_{3C}}^{np}, M_{G_2}^{np}), M_{M_i}^{np} (M_{M_d}^{np}, M_{M_3}^{np})$
Суммарный приведенный момент сил	M_{Σ}^{np}
Приведенный момент инерции i -го звена	$J_i^{np} (J_3^{np}, J_5^{np})$
Приведенный момент инерции механизма	J_{Σ}^{np}
Приведенный момент инерции I и II групп звеньев	J_I^{np}, J_{II}^{np}

Проектирование механизмов

Коэффициент изменения средней скорости выходного звена	K_v, K_{ω}
Допускаемый угол давления	$\varphi^{\text{доп}}$
Смещение осей	e
Угол смещения	χ
Фазовые углы в кулачковом механизме (рабочий, удаления, дальнего выстоя, сближения)	$\varphi_{1p}, \varphi_y, \varphi_d, \varphi_c$
Расчетный модуль зубчатого колеса, модуль эвольвентного зацепления	m, m_{α}
Угол профиля зуба рейки	α
Угол зацепления	α_w
Угол наклона линии зуба	β
Диаметр зубчатого колеса	d
Диаметр вершин зубьев зубчатого колеса	d_a
» впадин	d_f
» граничных точек	d_e
» нижних точек активных профилей зубьев	d_p
Начальный диаметр зубчатого колеса	d_w
Коэффициент смещения исходного контура	$x (x_1, x_2)$
Коэффициент наименьшего смещения исходного контура	x_{min}
Коэффициенты торцового и осевого перекрытия цилиндрической зубчатой передачи	$\varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_{\beta}$
Удельное скольжение в контактной точке поверхности зуба	v
Угловой шаг зубьев	τ
Число сателлитов	K
Угловой ход выходного звена	$\beta_i (\beta_3)$
Относительная длина звена	$\lambda_i (\lambda_2, \lambda_3)$
Радиальный зазор зубчатой передачи	c

Продолжение приложения IV

Толщина зуба нормальная, окружная, осевая	s_n, s_t, s_x
Толщина зуба и ширина впадины по хорде	\bar{s}, \bar{e}
Высота делительной головки зуба	h_a
Высота делительной ножки зуба	h_f
Граничная высота зуба	h_e
Эвольвентный угол профиля зуба	$\text{inv } \alpha$
Угол торцового перекрытия зубчатого колеса цилиндрической передачи	φ_α
Угол осевого перекрытия у зубчатого колеса косозубой цилиндрической передачи	φ_β
Коэффициент суммы смещений	x_Σ
Коэффициент воспринимаемого смещения	y
Коэффициент уравнительного смещения	Δy

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Артоболовский И. И.* Теория механизмов и машин. М., 1975.
Баранов Г. Г. Курс теории механизмов и машин. М., 1974.
Вибрации в технике: Справочник. М., 1973. Т. 1 — 6.
Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. М., 1972.
Левитский Н. И. Теория механизмов и машин. М., 1979.
Решетов Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник. М., 1985.
Фролов К. В., Попов С. А., Мусатов А. К. и др. Теория механизмов и машин
Под ред. К. В. Фролова. М., 1986.
Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. М., 1977.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Методические указания	4
1.1. Этапы проектирования машин	4
1.2. Цель и задачи курсового проектирования	6
1.3. Основные этапы курсового проектирования	15
1.4. Единицы СИ механических величин	19
1.5. Применение системы автоматизированных расчетов при выполнении курсовых проектов	24
1.6. Оформление пояснительной записки, графиков и схем	27
Глава 2. Проектирование структурной и кинематической схем рычажных механизмов	32
2.1. Основные понятия и термины	32
2.2. Анализ и синтез структурной схемы механизма	38
2.3. Проектирование кинематической схемы механизма	47
Глава 3. Кинематические характеристики схемы механизма	67
3.1. Основные понятия и термины	67
3.2. Функции положения	69
3.3. Линейные уравнения для определения скоростей и ускорений звеньев механизма	79
Глава 4. Определение движения механизма под действием заданных сил	101
4.1. Основные понятия и термины	101
4.2. Анализ исходных данных	104
4.3. Уравнение движения механизма с одной степенью свободы	110
4.4. Определение суммарного приведенного момента инерции механизма	112
4.5. Использование ЭВМ для расчета инерционных параметров динамической модели механизма	117
4.6. Определение суммарного приведенного момента внешних сил, приложенных к звеньям механизма	128
4.7. Работа суммарного приведенного момента сил	132
4.8. Определение закона движения начального звена механизма	137
4.9. Определение ускорения начального звена механизма	139
4.10. Определение момента инерции маховика	141
4.11. Определение угловой скорости начального звена при установившемся режиме движения механизма	144
4.12. Определение приведенного момента инерции маховых масс по графику энергомасс	145
4.13. Габаритные размеры и масса маховика	149
4.14. Применение ЭВМ для определения закона движения механизма	151
4.15. Выбор электродвигателя и влияние его механической характери-	
	349

стыки на движение механизма	158
4.16. Рекомендуемая последовательность выполнения первого листа проекта	177
Глава 5. Силовой расчет механизмов	186
5.1. Основные понятия и определения	186
5.2. Анализ исходных данных	187
5.3. Определение угловых ускорений и ускорений центров масс звеньев механизма	190
5.4. Координатный способ силового расчета механизма	198
5.5. Векторный способ силового расчета механизма	205
5.6. Особенности силового расчета кулисных механизмов	211
5.7. Методика силового расчета зубчатой передачи	214
5.8. Рекомендуемая последовательность выполнения второго листа проекта	218
Глава 6. Проектирование цилиндрической зубчатой передачи	224
6.1. Анализ исходных данных	224
6.2. Выбор коэффициентов смещения	227
6.3. Применение ЭВМ для выбора коэффициентов смещения	232
6.4. Расчет основных геометрических параметров зубчатой передачи	238
6.5. Станочное зацепление	242
6.6. Зубчатая передача, ее элементы и параметры	248
6.7. Рекомендуемая последовательность проектирования цилиндрической зубчатой передачи	251
Глава 7. Проектирование планетарной зубчатой передачи	253
7.1. Структурные схемы планетарных зубчатых передач	253
7.2. Передаточные отношения планетарных передач	256
7.3. Методика выбора чисел зубьев колес	258
7.4. Построение графиков скоростей точек и частот вращения звеньев	267
7.5. Рекомендуемая последовательность проектирования планетарной передачи	269
Глава 8. Проектирование кулачкового механизма	272
8.1. Основные понятия и термины	272
8.2. Циклограмма системы механизмов	273
8.3. Исходные данные и основные этапы проектирования	278
8.4. Кинематические характеристики движения толкателя	281
8.5. Угол давления и определение основных размеров дискового кулачка	296
8.6. Расчет начального радиуса дискового кулачка с учетом допустимого угла давления	299
8.7. Расчет координат профиля дискового кулачка	302
8.8. Определение координат профиля кулачка графическим методом	305
8.9. Определение основных размеров механизма из условия выпуклости профиля кулачка	307
8.10. Рекомендуемая последовательность проектирования кулачкового механизма	313
Глава 9. Программное обеспечение автоматизированного проектирования механизмов	316

9.1. Назначение и возможности САРКП	316
9.2. Главное «меню», перечень разделов и общий порядок работы	318
9.3. Проектирование кинематической схемы механизма	321
9.4. Кинематический анализ рычажных механизмов	323
9.5. Силовой расчет рычажных механизмов	324
9.6. Проектирование цилиндрических эвольвентных зубчатых передач	328
9.7. Проектирование планетарных механизмов	329
9.8. Проектирование кулачковых механизмов	330
Приложение I	333
Приложение II	338
Приложение III	339
Приложение IV	343
Список литературы	348

Учебное издание

Павлов Сергей Александрович
Тимофеев Геннадий Алексеевич

**КУРСОВОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ
И МЕХАНИКЕ МАШИН**

Ведущий редактор *Н. Е. Овчеренко*
Художник *Ю. Д. Федичкин*
Художественный редактор *Ю. Э. Иванова*
Технический редактор *В. М. Романова*
Корректор *Г. И. Кострикова*

ЛР № 010146 от 25.12.96. Изд. № ОТМ-815. Сдано в набор 03.03.97. Подп.
в печать 25.11.97. Формат 60 × 88¹/₁₆. Бум. газетная. Гарнитура таймс. Печать
офсетная. Объем 21,56 усл. печ. л. 21,81 усл. кр.-отт. 19,95 уч-изд. л.
Тираж 6 000 экз. Заказ № 483

Набрано на персональных компьютерах издательства.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Отпечатано в ОАО «Оригинал», 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.