

544.2:546.2

B 29

Є.Ф. ВЕНГЕР
О.Ю. СЕМЧУК
О.О. ГАВРИЛЮК

ЛАЗЕР- ІНДУКОВАНІ НАНОСТРУКТУРИ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ

544.2; 546.2
Bd 9

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ НАПІВПРОВІДНИКІВ
ім. В.Є. ЛАШКАРЬОВА
ІНСТИТУТ ХІМІЇ ПОВЕРХНІ
ім. О.О. ЧУЙКА

Є.Ф. ВЕНГЕР
О.Ю. СЕМЧУК
О.О. ГАВРИЛЮК

ЛАЗЕР- ІНДУКОВАНІ НАНОСТРУКТУРИ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ

КИЇВ
АКАДЕМПЕРІОДИКА
2016

544.032.65:546.282

УДК 544.032.65 : 621.315.59

ББК 22.379

В 26

Рецензенти:

ГАЛІЙ Павло Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор; професор кафедри фізики напівпровідників Львівського національного університету імені Івана Франка

МАКАРЕЦЬ Микола Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор; професор кафедри теоретичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка

*Затверджено до друку вченою радою
Інституту хімії поверхні ім. О.О. Чуйка НАН України
(протокол № 16 від 22.12.2015)*

В 26 Венгер Є.Ф.

477603

Лазер-індуковані наноструктури у твердих тілах / Є.Ф. Венгер, О.Ю. Семчук, О.О. Гаврилюк; НАН України, Інститут фізики напівпровідників ім. В.Є. Лашкарьова НАН України, Інститут хімії поверхні ім. О.О. Чуйка НАН України. — К. : Академперіодика, 2016. — 236 с.

ISBN 978-966-360-323-0

Наведено результати теоретичних і експериментальних досліджень впливу лазерного випромінювання на конденсоване середовище. Основну увагу приділено вивченню особливостей електричних, оптичних і теплових процесів, зумовлених лазерним опроміненням поверхні напівпровідників та нестехіометричних плівок на основі оксиду кремнію. Зокрема, побудовано кінетику взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у полі інтенсивного лазерного випромінювання, досліджено процес лазерного відпалу нестехіометричних плівок SiO₂, вивчено властивості нанокompatитивної плівки SiO₂(Si).

Для студентів, аспірантів фізичних факультетів, а також науковців, які працюють у галузі фізики твердого тіла та лазерної фізики.

УДК 544.032.65 : 621.315.59

ББК 22.379

НТБ ВНТУ

ISBN 978-966-360-323-0 М. Вінниця © Венгер Є.Ф., Семчук О.Ю., Гаврилюк О.О., 2016
© Академперіодика, оформлення, 2016

Важливим напрямом фундаментальних досліджень у сучасній фізиці твердого тіла, що значною мірою визначає науково-технічний прогрес, є вивчення нелінійних електричних, оптичних і теплових явищ у конденсованому середовищі, зумовлених взаємодією лазерного випромінювання з його поверхнею. Під дією лазерного випромінювання на конденсоване середовище відбувається низка різноманітних процесів. Зокрема, після часткового відбивання на межі поділу падаюче лазерне випромінювання проникає в конденсоване середовище і поглинається у приповерхневому шарі, товщина якого відповідає оберненій величині коефіцієнта поглинання. Поглинута енергія врешті-решт термалізується, що супроводжується зміною фізичних і хімічних властивостей опроміненої речовини. Залежно від інтенсивності лазерного випромінювання його дія на конденсоване середовище може бути різною. За низьких інтенсивностей ($I \ll 10^9$ Вт/см²) суттєву роль відіграють процеси, пов'язані з впливом лазерного випромінювання на динаміку атомів і молекул [1] та характер міжквaziчастинкової взаємодії у напівпровідниках [2—5], приводячи, зокрема, до появи лазер-індукованих структур на вільних носіях [2, 3], утворення наноострівців конденсованих фаз екситонів у напівпровідникових квантових ямах тощо [4—9].

Ситуація, коли зовнішня поверхня твердого тіла (напівпровідника) опромінюється кількома когерентними світловими (лазерними) пучками (КСП) низької інтенсивності $I \ll 10^9$ Вт/см², є дуже цікавою. Внаслідок інтерференційних ефектів у характері впливу високочастотного неоднорідного електромагнітного поля КСП на вільні носії та розсіювачі (фонони, магнони тощо) у напівпровідниках можуть з'явитися нові особливості. Зокрема, в цих матеріалах виникають статичні й динамічні лазер-індуковані структури — надгратки концентрації носіїв, електронної та магноної температур (у феромагнітних напівпровідниках), напруженості електричного поля [2, 3]. Вплив таких лазер-індукованих структур (надграток) на вільних носіях і магнонах на електричні, оптичні та магнітні властивості феромагнітних напівпровідників

(ФМН) — сполук, що мають як напівпровідникові, так і магнітні властивості, до останнього часу не вивчався [10]. Наявність сильної s — d -обмінної взаємодії між електронною та магнітною підсистемами у ФМН дає можливість спостерігати в них низку унікальних ефектів: перехід метал—діелектрик, гігантський магнітоопір, зсув краю оптичного поглинання, аномалії електричних властивостей поблизу температури Кюрі, фотоіндуковані магнітні явища та ін. [10—15]. Останнім часом у зв'язку з інтенсивним розвитком мікроелектроніки інтерес до цих матеріалів значно зріс. Це пов'язано принаймні з двома основними чинниками. По-перше, уже синтезовано феромагнітні напівпровідники на основі LaMnO_3 з температурою Кюрі порядку кімнатної [16] та магнітозмішані феромагнітні напівпровідники на основі напівпровідників A_2B_5 , зокрема на основі $(\text{Ga} : \text{In})\text{As}$ з досить високою температурою Кюрі [17]. По-друге, вже розпочалося практичне застосування ФМН як спінових інжекторів, спінових фільтрів тощо в мікроелектронних приладах [17—21]. Це фактично стало початком створення нового напрямку в мікроелектроніці, який дістав назву спітроніки, або магнітоелектроніки, і, безумовно, стане лідируючим у ХХІ ст. [22].

У голографії використовують дифракційні ґратки, які створюються в однорідному середовищі внаслідок індукованої стоячою або біжучою інтерференційною картиною періодичної зміни показника заломлення цього середовища (фазова ґратка) або коефіцієнта поглинання (амплітудна ґратка) [23—25]. Вивчення таких типів дифракційних ґраток може сприяти появі нових цікавих можливостей перетворення світла на дифракційних ґратках. Останнім часом значний інтерес викликає вивчення дифракції на голографічних ґратках, яка зумовлює виникнення багатьох порядків дифракції — дифракції Рамана—Ната [26].

У «технологічному діапазоні» інтенсивностей лазерного випромінювання ($I \leq 10^9$ Вт/см²) стають суттєвими процеси, пов'язані з динамікою фазових переходів [27—30]. Зокрема, в полі інтенсивного лазерного випромінювання ($I \leq 10^9$ Вт/см²) спостерігається цікаве явище — утворення лазер-індукованих нестійкостей поверхні конденсованого середовища та впорядкованих поверхневих структур. Уперше такі структури спостерігалися понад 35 років тому при опроміненні напівпровідників Ge та Si імпульсами рубінового лазера [27—30]. Вони можуть бути як одно-, так і двовимірними, а також складнішої природи [28, 30]. Періоди і орієнтація таких ґраток суттєво залежать від характеристик лазерного випромінювання — кута падіння, поляризації, частоти та енергії імпульсу. Утворення таких ґраток відбувається при значних варіаціях параметрів лазерного випромінювання ($\lambda = 0,308$ — $1,06$ мкм, тривалість імпульсу $\tau_p = 10$ нс— 1 мс, інтенсивність $I_0 = 5 \cdot 10^6$ — $5 \cdot 10^8$ Вт/см²) [27, 28]. Перебіг процесу утворення лазер-індукованих періодичних поверхневих структур такого типу можна пояснити так [27, 28].

1. У результаті інтерференції падаючої лазерної хвилі з хвилею, розсіяною реальною неоднорідною поверхнею, у просторі, біля поверхні твердого тіла, виникає періодично промодульоване інтерференційне світлове поле.

2. У періодично промодульованому за інтенсивністю світловому полі відбувається просторово неоднорідне нагрівання поверхні. При цьому розподіл температури вздовж поверхні, очевидно, корелює з розподілом інтенсивності інтерференційного світлового поля.

3. Якщо інтенсивність лазерного випромінювання достатньо велика, неоднорідне нагрівання поверхні здатне спричинити неоднорідне плавлення, а потім і випаровування речовини. При цьому відбувається ніби «запам'ятовування» інтерференційного рельєфу.

Лазер-індуковані поверхневі періодичні структури (ЛППС) можуть формуватися також у разі безпосереднього накладання на поверхню твердого тіла інтерференційної картини, яка утворюється внаслідок інтерференції кількох (не менше двох) лазерних пучків. Вивчення ЛППС, утворених безпосереднім накладанням на поверхню твердого тіла, почалося лише кілька років тому [31–37] і є актуальним. Особливе місце серед нелінійних і нерівноважних явищ, які відбуваються у напівпровідниках з ЛППС, посідають нелінійні оптичні явища, вивчення яких цікаве з кількох причин. По-перше, аналіз оптичних спектрів може дати цінну інформацію про механізми взаємодії між квазічастинками як в об'ємі напівпровідника, так і, що особливо цікаво, на поверхні. По-друге, вивчення нелінійних оптичних явищ надає можливість свідомого використання їх при створенні нових приладів, елементів пам'яті для комп'ютерів тощо. Крім того, оптичні методи стали останнім часом одним із основних методів вивчення стану поверхні твердих тіл.

В області високих інтенсивностей ($I \geq 10^9$ Вт/см²) головну роль у загальній картині відіграють високотемпературна плазма, процеси наноструктурування та руйнування поверхні твердого тіла, розлітання речовини та утворення кратерів тощо [38–43]. Лазерна плазма, зокрема, виникає під час опромінення лазером пласкої твердої мішені («факел») у тому разі, якщо густина потоку випромінювання перевищує деяке порогове значення, що залежить від довжини хвилі лазерного випромінювання та параметрів середовища [41, 42]. За густини потоку енергії понад 10^{11} – 10^{12} Вт/см² у лазерній плазмі розвиваються процеси багатократної йонізації, яка має нестационарний і нерівноважний характер [41]. Йонний склад такої лазерної плазми зазвичай визначається процесами ударної і радіаційної йонізації та рекомбінації [42].

У перших трьох розділах монографії описано вплив низькоінтенсивного лазерного випромінювання ($I \ll 10^9$ Вт/см²) на систему взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках. У першому розділі знайдено хвильову функцію та квазіенергію електрона провідності у просторово неоднорідному електромагнітному полі низькоінтенсивного лазерного випромінювання, висвітлено особливості руху електронів провідності та виведено квантові кінетичні рівняння для взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у таких умовах. У другому розділі описано вплив низькоінтенсивного лазерного випромінювання на вільні носії у напівпровідниках. Особливу увагу приділено лазер-індукованим періодичним структурам на вільних електронах і магнонах у феромагнітних напівпровідниках та лазер-індукованим структурам у багатодолин-

них напівпровідниках. Третій розділ присвячено особливостям електричних, оптичних і магнітних властивостей напівпровідників з лазер-індукованими періодичними структурами на вільних носіях.

Четвертий, п'ятий і шостий розділи присвячені теоретичному та експериментальному вивченню теплових ефектів при взаємодії потужного лазерного випромінювання з речовиною в «технологічному діапазоні» інтенсивностей лазерного випромінювання ($I \leq 10^9$ Вт/см²), коли стають суттєвими процеси, пов'язані з динамікою фазових переходів. У четвертому розділі проведено теоретичні й експериментальні дослідження взаємодії інтенсивного лазерного випромінювання з поверхнею напівпровідників і металів. Основну увагу приділено лазер-індукованим поверхневим просторово-періодичним структурам (ЛППС), що створювалися за допомогою інтерференційного світлового поля, утвореного інтерференцією падаючої світлової хвилі з хвилею, розсіяною неоднорідною поверхнею, або безпосереднім накладанням на поверхню твердого тіла інтерференційної картини, що з'являється внаслідок інтерференції кількох (не менше двох) лазерних пучків [31—36, 44—52]. У п'ятому розділі наведено результати теплофізичних розрахунків особливостей нагрівання поверхні нестехіометричних плівок SiO_x та розширення температури в ній. Тут також представлено результати проведених експериментальних досліджень впливу лазерного відпалу на перетворення плівок SiO_x на нанокompозитну плівку SiO₂(Si) та порівняння цих результатів з термічним відпалом цих плівок. У шостому розділі представлено результати експериментальних досліджень впливу температурного та локального лазерного відпалу на перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку SiO₂(Si). Ідея полягає в тому, щоб використовувати лазерний і термічний відпал на другому етапі формування нанокристалів кремнію і порівняти їх вплив на електропровідність плівки. Як основні досліджувані параметри використовували АСМ-зображення, ІЧ-спектри та електропровідність плівки SiO_x після температурного і лазерного відпалу.

КІНЕТИКА ВЗАЄМОДІЮЧИХ КВАЗІЧАСТИНОК У НАПІВПРОВІДНИКАХ У ПОЛІ КОГЕРЕНТНИХ СВІТЛОВИХ ПУЧКІВ

Відомо, що в просторово-періодичному полі кристалічної ґратки імпульс електрона провідності не зберігається, оскільки порушується інваріантність системи відносно нескінченно малого переносу [53]. Залишається, проте, інваріантність відносно перенесення на відстань, кратну сталій кристалічної ґратки, і з'являється новий інтеграл руху — квазіімпульс, який, проте, визначається неоднозначно — з точністю до вектора оберненої ґратки [53]. Дещо подібною є ситуація, коли на квантовомеханічну систему (електрон провідності) діє сила, що періодично залежить від часу. В цьому випадку не існує строго стаціонарних станів з певною енергією, а виникають так звані квазіенергетичні стани (КЕС), які є аналогами стаціонарних станів незбуреної системи [54—64]. Вони мають фізичний зміст станів, що виникають при плавному вмиканні періодичного збурення. У КЕС енергія зберігається за модулем $\hbar\omega$ (ω — частота зовнішнього поля), тобто може змінюватися на величину $n\hbar\omega$, де n — довільне ціле число. Метод КЕС широко використовують у сучасній теоретичній фізиці твердого тіла, наприклад, для розрахунків діелектричної та магнітної сприйнятливостей системи, що знаходиться в полі інтенсивної електромагнітної хвилі [55, 56], під час теоретичних досліджень мультиквантових переходів між дискретними рівнями [57, 58], у теорії кінетичних явищ у полі інтенсивної електромагнітної хвилі [59, 65], спектрів дворівневих атомів у полі інтенсивного модульованого випромінювання [66], спектрів резонансної флуоресценції [67—69].

У цьому розділі вивчається вплив когерентних світлових (лазерних) пучків (КСП) на рух електронів провідності у напівпровідниках. У дипольному наближенні розраховано хвильову функцію електрона провідності в полі КСП. Показано, що на електрони провідності в напівпровідниках у неоднорідному електромагнітному полі КСП діє сила, еквівалентна силі градієнтного тиску, або силі Гапонова—Міллера [60]. Проаналізовано характер руху електрона провідності в полі КСП. Показано, що у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП електрон

провідності одночасно бере участь у двох рухах: він коливається в полі КСП з частотою ω , що дорівнює частоті поля КСП, і робить вимушені коливання з частотою $\omega_z \ll \omega$ всередині одновимірної потенціальної ями, яку створюють КСП всередині напівпровідника.

За допомогою отриманої хвильової функції, що описує рух електрона провідності у високочастотному полі КСП, за допомогою теорії квантових переходів Дірака, розраховано імовірності переходів електрона провідності зі стану, що описується квазіімпульсом \vec{p}' , у стан, що описується квазіімпульсом \vec{p} в результаті взаємодії з розсіювачами $W(\vec{p}', \vec{p})$ (фононами, магнонами тощо). Виявилось, що імовірність переходу $W(\vec{p}', \vec{p})$ пропорційна квадрату матричного елемента оператора взаємодії і відмінна від нуля лише в тому випадку, коли в процесі міжквазічастинкової взаємодії беруть участь кванти зовнішнього електромагнітного поля — фотони. Використовуючи одержаний нами вираз для $W(\vec{p}', \vec{p})$, ми побудували кінетику взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у полі когерентних світлових пучків. Зокрема, ми отримали квантові кінетичні рівняння для таких процесів: 1) для електронів і фононів у разі електрон-фононної взаємодії (акустичні фонони); 2) для електронів і магнонів для випадку перенормованої електрон-двомагнонної взаємодії.

1.1. Хвильова функція електрона провідності у полі КСП

Стан будь-якої квантовомеханічної системи описується хвильовою функцією $\Psi(x, t)$ (x означає повний набір просторових і спінових змінних). Добре відомо, що якщо система обмежена в просторі, то її хвильова функція квадратично інтегрована [54, 55], тобто

$$\int dx |\Psi(x, t)|^2 < \infty, \quad (1.1)$$

де під символом $\int dx$ мається на увазі інтегрування за всіма просторовими змінними та підсумовування за всіма спіновими. У цьому випадку функція $\Psi(x, t)$ інтерпретується як вектор гільбертового простору. Скалярний добуток функцій $\Psi(x, t)$ та $\phi(x, t)$ у цьому просторі визначається як [54, 55]

$$\langle \phi(x, t) | \Psi(x, t) \rangle = \int dx \phi^*(x, t) \Psi(x, t). \quad (1.2)$$

Щоб хвильові функції неперервного спектра задовольняли умову (1.1), іноді вводять нормувальний ящик та циклічні граничні умови на його стінках. У загальному випадку функції неперервного спектра не задовольняють умову (1.1). Вихід із цієї ситуації знайшов Дірак, який запропонував нормування на δ -функцію. Хоча, по суті, такі функції не мають змісту векторів гільбертового простору, ми, проте, зберігатимемо таку термінологію з огляду на те, що це не позначається на фізичних висновках. Отже, зазвичай розглядається гільбертовий простір $L(x)$ квадратично інтегрованих функцій, що залежать як від змінних x , так і функцій неперервного простору. При цьому час фігурує як параметр.

Еволюція хвильової функції квантовомеханічної системи визначається часовим рівнянням Шредінгера [70, 71]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi(x, t), \quad (1.3)$$

де $\hat{H}(t)$ — повний гамільтоніан системи. У стаціонарному випадку, коли гамільтоніан системи \hat{H} не залежить від часу t , хвильова функція має вигляд [70]

$$\Psi(x, t) = \Psi(x) e^{-iEt/\hbar}, \quad (1.4)$$

де E — одне зі значень енергії системи.

Розглянемо тепер деяку квантовомеханічну систему в зовнішньому (збурювальному) полі $V(t)$, яке є періодичною функцією часу, тобто

$$V(t) = V(t + T).$$

Гамільтоніан такої системи має вигляд [55, 70]

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + V(t).$$

Тут \hat{H}_0 — гамільтоніан незбуреної системи.

Власні функції та власні значення оператора \hat{H}_0 позначимо через $\chi_a^{(0)}$ та $E_a^{(0)}$ відповідно. Хвильова функція системи в періодичному за часом полі має вигляд

$$\Psi(x, t) = \psi(x, t) e^{-i\varepsilon_a t/\hbar}, \quad (1.5)$$

де функція $\Psi(x, t)$ задовольняє таку умову періодичності [55, 64]:

$$\psi(x, t) = \psi(x, t + T); \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (1.6)$$

де ε_a — деяке дійсне число, ω — частота зовнішнього збурювального поля $V(t)$. Отримані таким чином власні значення ε_a оператора $\hat{H}(t)$ було названо квазіенергіями [54, 55, 64], а відповідні стани системи — квазіенергетичними станами (КЕС). Якщо додати до квазіенергії ε_a доданок $n\hbar\omega$, $n = 0, \pm 1, \dots$, і домножити $\Psi(x, t)$ на відповідний множник $\exp\{in\omega t\}$, то вигляд функції $\Psi(x, t)$ не зміниться. Отже, квазіенергія визначається з точністю до величини $n\hbar\omega$. Надалі називатимемо квазіенергіями ε_a тільки ті її значення, які переходять у власні значення $E_a^{(0)}$ оператора \hat{H}_0 при поступовому вимиканні зовнішнього поля $V(t)$. Якщо поле $V(t)$ адиабатично повільно вимикається при $t \rightarrow \infty$, то [54, 55, 64]

$$\psi_a(x, t \rightarrow -\infty) \rightarrow \chi_a^{(0)}. \quad (1.7)$$

Доведемо тепер, що функції $\psi_a(x, t)$ утворюють ортонормований набір у звичайному гільбертовому просторі $L(x)$, тобто

$$\langle \psi_b(x, t) | \psi_a(x, t) \rangle = \delta_{ab}. \quad (1.8)$$

Для цього випишімо рівняння Шредінгера для функції $\psi_a(x, t) = \Psi_a(x, t) \times \exp\{-i\varepsilon_a t / \hbar\}$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_a(x, t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi_a(x, t) \quad (1.9)$$

і комплексно спряжене рівняння Шредінгера для функції $\psi_b(x, t)$:

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi_b^*(x, t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi_b^*(x, t). \quad (1.10)$$

Помноживши обидві частини (1.9) і (1.10) на Ψ_b^* та Ψ_a відповідно, а потім інтегруючи за x та віднімаючи рівності одна від одної, враховуючи ермітовість оператора $\hat{H}(t)$, дістанемо

$$i\hbar \frac{\partial \langle \Psi_b | \Psi_a \rangle}{\partial t} = \int dx \Psi_b^* \hat{H} \Psi_a - \int dx \Psi_a \hat{H} \Psi_b^* = 0, \quad (1.11)$$

або

$$\langle \Psi_a | \Psi_b \rangle = \text{const}. \quad (1.12)$$

Підставляючи (1.7) в (1.12) при $t \rightarrow -\infty$ і враховуючи ортонормованість функцій $\chi_a^{(0)}$, приходимо до (1.8).

Відповідно до (1.6), функції $\psi(x, t)$ є періодичними за часом з періодом T . Тому природно розглянути гільбертовий простір $L_T(t)$ квадратично інтегрованих функцій часу, заданих на інтервалі $0 \leq t < T$ [64]. Очевидно, що значення періодичних функцій $\Psi(x, t)$ у будь-який момент часу одержуються за умови трансляції функцій з $L_T(t)$ на відповідне число періодів T . Базисними векторами в $L_T(t)$ слугують експоненти $|n\rangle = T e^{inot}$, де n — ціле число. Розклад будь-якої функції на $L_T(t)$ в ряд за $|n\rangle$ є нічим іншим, як рядом Фур'є. Функції $|n\rangle$ утворюють, як відомо [64], повний ортонормований набір в $L_T(t)$.

Визначимо тепер розширений гільбертовий простір $L_T(x, t)$, як добуток просторів $L(x)$ та $L_T(x)$ [55, 64]:

$$L_T(x, t) = L(x) \times L_T(x). \quad (1.13)$$

Скалярний добуток векторів $\psi(x, t)$ та $\phi(x, t)$ у цьому розширеному гільбертовому просторі визначатиметься як [55, 64]

$$\langle \psi(x, t) | \phi(x, t) \rangle = \int_0^T dt \langle \psi(x, t) | \phi(x, t) \rangle = \int_0^T dt \int dx \psi^*(x, t) \phi(x, t). \quad (1.14)$$

Очевидно, що в просторі $L_T(x, t)$ повний ортонормований базисний набір утворює добуток базисних функцій $\chi_a^{(0)}(x)$ або $\psi_a(x, t)$ з $L(x)$ та функцій $|n\rangle$ з $L_T(t)$.

Замість гамільтоніана $\hat{H}(t)$ будемо використовувати оператор Шредінгера [54, 55, 64]

$$\tilde{H} = \hat{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (1.15)$$

Тоді рівняння Шредінгера (1.3) з урахуванням (1.5) переходить у рівняння

$$\tilde{H} \psi(x, t) = \epsilon \psi(x, t), \quad (1.16)$$

яке формально збігається зі стандартним рівнянням Шредінгера. Це і дає нам можливість використовувати для знаходження $\psi(x, t)$ та є алгебраїчний апарат стаціонарної теорії збурень [64, 72]. Оператор \tilde{H} тепер буде ермітовим у розширеному гільбертовому просторі $L_T(x, t)$. Звідси, відповідно до відомих теорем квантової механіки [64, 72], випливає, що власні значення такого оператора є будуть дійсними.

Тепер, використовуючи вищевикладене, розглянемо конкретний випадок квантовомеханічної системи електронів провідності у напівпровіднику в полі КСП (сильної електромагнітної хвилі), вектор-потенціал яких $\vec{A}(\vec{r}, t)$ задається таким виразом:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_j \vec{A}_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j), \quad (1.17)$$

а частота яких ω задовольняє умову $\omega \tau \gg 1$ (τ — час вільного пробігу електрона між зіткненнями).

Вважатимемо, що довжина хвилі КСП (1.17) λ велика порівняно з іншими характерними розмірами розглядуваної квантовомеханічної системи (дебройлівською довжиною хвилі електрона λ_b , довжиною вільного пробігу електрона l , амплітудою коливань електрона в полі КСП тощо). Це факт дозволяє нам у процесі розрахунків знехтувати просторово-періодичною залежністю вектор-потенціалу поля КСП, тобто вважати, що дія поля КСП на електрони провідності зводиться до дії однорідного змінного електромагнітного поля (так зване дипольне наближення). У кінцевих результатах просторово-періодичну залежність поля КСП можна врахувати, вважаючи, що вектор-потенціал (напруженість електричного поля) КСП залежить від просторових координат як від параметрів [62].

Відносно застосування наближення ефективної маси за наявності сильної електромагнітної хвилі слід спинитись особливо. Крім звичайних умов застосування цього наближення для можливості його використання за наявності сильної електромагнітної хвилі мають виконуватися такі умови [55—64]:

$$\frac{e^2 E_0^2}{m_0 \omega^2} \ll \varepsilon_g; \quad \frac{e E_0 a}{\hbar \omega} \ll 1, \quad (1.18)$$

де m_0 — маса вільного електрона; ε_g — ширина забороненої зони; E_0 — амплітуда напруженості електричного поля КСП; a — стала кристалічної ґратки.

Співвідношення (1.18) впливають зі звичайних умов застосування ефективної маси заміною квазіімпульсу електрона величиною його зміни за період дії поля $\frac{e E_0}{\omega}$ і накладають обмеження на величину амплітуди поля КСП: $E_0 < 10^7 - 10^8$ В/см [62]. Це, крім того, означає, що швидкість коливального руху електрона в магнітному полі КСП $\tilde{v} \ll c$ (c — швидкість світла у вакуумі), і тому можна нехтувати впливом магнітного поля КСП на рух електронів провідності. Як відомо, хвильова функція електрона в кристалі $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r})$ має спеціальний вигляд і називається функцією Блоха — це добуток періодичної функції, що швидко змінюється в межах елементарної комірки $u_{\vec{p}}(\vec{r})$ та повільної обвідної у вигляді плоскої хвилі $\exp(i\vec{p}\vec{r})$ [53]:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = u_{\vec{p}}(\vec{r}) e^{i\vec{p}\vec{r}}.$$

Великим досягненням теорії твердого тіла свого часу було доведення того, що можна розв'язувати рівняння Шредінгера лише для плоскої хвилі і не враховувати явно періодичний потенціал кристала, тобто розглядати електрони як вільні, але з деякою іншою ефективною масою [54].

У наведених вище наближеннях рух електрона провідності у високо-частотному полі КСП за відсутності центрів розсіяння описується рівнянням Шредінгера [55–64]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left[\hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(t) \right]^2 \Psi, \quad (1.19)$$

де e і m — заряд і ефективна маса електрона провідності; $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ — оператор канонічного імпульсу електрона. Тут і надалі вважатимемо, що квазіімпульс електрона малий порівняно з вектором оберненої ґратки. Надалі користуватимемося калібрувкою, в якій скалярний потенціал $\phi = 0$. У таких умовах розв'язок рівняння (1.19), що відповідає певному значенню канонічного імпульсу \vec{P} , має вигляд [62, 64–72]:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = C \exp \left\{ i\vec{p}\vec{r} - \frac{i}{2m} \int_{t_0}^t \left[\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A}(t') \right]^2 dt' \right\}, \quad (1.20)$$

де C — нормувальна стала; t_0 — момент вмикання поля.

Для електромагнітного поля КСП (1.17), яке адиабатично вмикається при $t_0 = -\infty$, з (1.20), дістанемо:

$$\begin{aligned} \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = C \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[\vec{p}\vec{r} - \left(\frac{P^2}{2m} + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j'j''} \vec{A}_j \vec{A}_{j''} \cos[\varphi_j - \varphi_{j''}] \right) t \right] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ i \frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}}{m\hbar\omega} \left[\sin(\omega t - X_{\vec{p}\vec{A}_j}) - \frac{e\gamma_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}}{8c\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}} \sin(2\omega t + X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

Тут уведено такі позначення:

$$\begin{aligned} \gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}^2 = \sum_{j'j''} (\vec{p}\vec{A}_j) (\vec{p}\vec{A}_{j''}) \cos[\varphi_j - \varphi_{j''}], \quad X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}} = \arctg \left(\frac{\sum_{j''} \vec{A}_j \vec{A}_{j''} \sin[\varphi_j + \varphi_{j''}]}{\sum_{j''} \vec{A}_j \vec{A}_{j''} \cos[\varphi_j + \varphi_{j''}]} \right); \\ \gamma_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}^2 = \sum_{j''j''' } \vec{A}_j \vec{A}_{j''} \vec{A}_{j'''} \vec{A}_{j'''} \cos \left[\begin{matrix} \varphi_j + \varphi_{j''} - \\ \varphi_{j'''} - \varphi_{j'''} \end{matrix} \right], \quad X_{\vec{p}\vec{A}_j} = \arctg \left(\frac{\sum_j \vec{p}\vec{A}_j \sin(\varphi_j)}{\sum_j \vec{p}\vec{A}_j \cos(\varphi_j)} \right). \end{aligned} \quad (1.22)$$

Квазіенергія електрона в полі інтенсивної електромагнітної хвилі $\varepsilon_{\vec{p}\vec{A}_j}$ визначається зі співвідношення [62, 64, 70]

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t + T_0) = \exp \left(-i \frac{\varepsilon_{\vec{p}\vec{A}_j}}{\hbar} T_0 \right) \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t), \quad (1.23)$$

де $T_0 = 2\pi/\omega$ — період поля КСП. Щоб скористатися цим означенням квазіенергії та знайти вираз для неї у разі, коли на систему діє високочастотне поле КСП, перепишемо знайдену нами хвильову функцію (1.21) з використанням формули Якобі—Ангера [73]

$$\exp(\pm iz \sin \phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{\pm in\phi} \quad (1.24)$$

у вигляді

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left(\vec{p}\vec{r} - \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] \right) t \right) \right\} \times \\ \times \sum_{n,l=-\infty}^{+\infty} J_{2n-l} \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{A}_j}}{m\hbar\omega} \right) J_l \left(\frac{e^2\gamma_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}}{8mc^2\hbar\omega} \right) e^{in\omega t} e^{i \left((2lX_{\vec{p}\vec{A}_j} + X_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}}) - nX_{\vec{A}_j\vec{A}_{j'}} \right)} \quad (1.25)$$

(тут ми врахували той факт, що вектор-потенціал поля КСП залежить від просторових координат як від параметрів).

Порівнюючи вирази (1.21) і (1.25), одержимо таке наближення для квазіенергії електрона провідності в полі КСП (1.1):

$$\varepsilon_{\vec{p}\vec{A}_j} = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] + n\hbar\omega. \quad (1.26)$$

Як видно з (1.23) і (1.25), квазіенергія дійсно визначається з точністю до величини $n\hbar\omega$ ($n = 0, \pm 1, \dots$). Величину

$$E_{\vec{p}\vec{A}_j} = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] \quad (1.27)$$

називають головним значенням квазіенергії, або зведеною квазіенергією [62, 64, 70], а значення квазіенергії після додавання $n\hbar\omega$ — сателітами, або «фотонними повтореннями». Стан, що відповідає головному значенню квазіенергії, отримують зі стаціонарного стану адиабатичним включенням електромагнітного поля [74—80].

Зі співвідношення (1.27) випливає, що у випадку стандартного параболічного закону дисперсії енергії та синусоїдального однорідного електричного поля $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin \omega t$, що адиабатично вмикається при $t_0 \rightarrow -\infty$, величина амплітуди змінного електромагнітного поля E_0 не впливає на форму квазіенергетичного спектра електронів провідності — з наявністю поля пов'язаний лише зсув спектра як цілого на величину $\Delta\varepsilon = e^2 E_0^2 / (4m\omega^2)$. У такому разі другий доданок у (1.27) можна не враховувати, тобто головне значення квазіенергії залежить від канонічного імпульсу так само, як енергія від кінетичного імпульсу за відсутності періодичного поля. Якщо ж високочастотне поле просторово неоднорідне, як у випадку КСП, квазіенергія стає функцією координат, а це означає, що на електрон провідності діє сила $\vec{F} = -\text{grad}(\Delta\varepsilon)$ [62]. Отже, усереднений рух електрона провідності в просторово неоднорідному полі КСП можна розглядати як рух у деякому потенціальному полі з потенціалом, що дорівнює $W = \frac{\Delta\varepsilon}{e}$ [62]. Умовою застосування такого опису є малість частоти коливань електрона в цьому ефективному полі порівняно з частотою високочастотного поля КСП. У випадку плоскої хвилі ця умова зводиться до вимоги, щоб швидкість руху електрона провідності у високочастотному полі була малою порівняно зі швидкістю світла.

Зауважимо, що знаходження квазіенергії системи, на яку діє періодичне в часі і просторі поле, потребує розв'язку нестационарного рівняння Шредінге-

ра і тому являє собою складнішу задачу, ніж розрахунок спектра стаціонарних станів. Зараз крім майже тривіального розв'язку для вільного електрона, відомі точні розв'язки для гармонічного осцилятора [63, 64] та електрона з параболічним законом дисперсії енергії в магнітному та перехресних електричному й магнітному полях [70]. У цих випадках, як і у випадку вільного електрона, зміна амплітуди високочастотного поля призводить лише до зсуву спектра квазі-енергії як цілого. Відмітною особливістю є лише резонансне зростання цього зсуву в міру наближення частоти зовнішнього поля до власної частоти осцилятора або циклотронної частоти.

1.2. Особливості руху електронів провідності в полі КСП

Тепер детальніше розглянемо рух електрона провідності в напівпровіднику у високочастотному просторово-періодичному електромагнітному полі КСП (лазерного випромінювання) у класичному наближенні. Запишемо рівняння руху нерелятивістського електрона в полі КСП (1.17):

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{m} \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{e}{mc} [\vec{v}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t)], \quad (1.28)$$

де $\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}$ та $\vec{H}(\vec{r}, t) = \text{rot } \vec{A}(\vec{r}, t)$ — напруженості електричного і магнітного полів КСП відповідно; $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ — початкова швидкість електрона провідності.

Подаючи $\vec{r}(t)$ у вигляді

$$\vec{r}(t) = \vec{R}(t) + \vec{\rho}(t), \quad (1.29)$$

де $\vec{R}(t)$ — функція, що повільно змінюється протягом дії поля КСП, а $\vec{\rho}(t)$ — осцилююча добавка, яка надалі вважатиметься малим параметром, перепишемо (1.28) так:

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{\rho}}{dt^2} = \frac{e}{m} \vec{E}(\vec{R} + \vec{\rho}, t) + \frac{e}{mc} \left\{ \left[\frac{d\vec{R}}{dt}, \vec{H}(\vec{R} + \vec{\rho}, t) \right] + \left[\frac{d\vec{\rho}}{dt}, \vec{H}(\vec{R} + \vec{\rho}, t) \right] \right\}. \quad (1.30)$$

Тепер виконаємо розкладання $\vec{E}(\vec{r}, t)$ та $\vec{H}(\vec{r}, t)$ у ряд Тейлора за малим параметром $\vec{\rho}$:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{R} + \vec{\rho}, t) &= \vec{E}(\vec{R}, t) + \vec{\rho} \frac{\partial \vec{E}(\vec{R}, t)}{\partial \vec{R}} + \frac{1}{2} \vec{\rho}^2 \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{R}, t)}{\partial \vec{\rho}^2} + \dots, \\ \vec{H}(\vec{R} + \vec{\rho}, t) &= \vec{H}(\vec{R}, t) + \vec{\rho} \frac{\partial \vec{H}(\vec{R}, t)}{\partial \vec{R}} + \frac{1}{2} \vec{\rho}^2 \frac{\partial^2 \vec{H}(\vec{R}, t)}{\partial \vec{\rho}^2} + \dots \end{aligned} \quad (1.31)$$

і, обмежуючись найнижчим порядком малості, запишемо (1.30) у вигляді

$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{\rho}}{dt^2} = \frac{e}{m} \left\{ \vec{E}(\vec{R}, t) + \vec{\rho} \nabla \vec{E}(\vec{R}, t) \right\} +$$

$$+ \frac{e}{mc} \left\{ \left[\frac{d\vec{R}}{dt}, \vec{H}(\vec{R}, t) \right] + \left[\frac{d\vec{\rho}}{dt}, \vec{H}(\vec{R}, t) \right] + \left[\frac{d\vec{R}}{dt}, \vec{\rho} \nabla \vec{H}(\vec{R}, t) \right] + \left[\frac{d\vec{\rho}}{dt}, \vec{\rho} \nabla \vec{H}(\vec{R}, t) \right] \right\}. \quad (1.32)$$

Рівняння (1.32) розв'язуватимемо методом послідовних наближень. Спочатку запишемо рівняння першого наближення

$$\frac{d^2 \vec{\rho}}{dt^2} = \frac{e}{m} \vec{E}(\vec{R}, t). \quad (1.33)$$

Інтегруючи (1.33), послідовно дістанемо

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = -\frac{e}{m\omega} \sum_j E_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{R} - \varphi_j), \quad \vec{\rho} = -\frac{e}{m\omega^2} \vec{E}(\vec{R}, t). \quad (1.34)$$

З (1.34), зокрема, випливає, що енергія коливань електрона в полі КСП дорівнюватиме

$$\varepsilon_{\text{кін}} = \frac{m\vec{\rho}^2}{2} = \frac{e^2}{4m\omega^2} |E|^2 = I \frac{\lambda^2 r_{\text{кл}}}{2mc}, \quad (1.35)$$

де $I = (c/8\pi)|E|^2$ — інтенсивність поля КСП; $\lambda = 2\pi c/\omega$ — довжина хвилі КСП; $r_{\text{кл}} = e^2/mc^2$ — класичний радіус електрона [81].

З урахуванням (1.33) і (1.34) перепишемо (1.32), нехтуючи впливом магнітного поля КСП на електрон, у вигляді

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} \approx -\frac{e^2}{2m^2\omega^2} \nabla \vec{E}^2(\vec{R}, t). \quad (1.36)$$

Усреднюючи праву частину (1.36) за періодом поля КСП, одержимо рівняння, що описує рух електрона провідності в усередненому полі КСП:

$$m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = -\frac{e^2}{4mc^2} \nabla \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{R} + \varphi_j - \varphi_{j'}]. \quad (1.37)$$

Отже, з (1.37) випливає, що рух електрона провідності в просторово-періодичному полі КСП можна розглядати як рух у деякому ефективному потенціальному полі, в якому на електрон діє сила

$$\vec{F} = -\frac{e^2}{4mc^2} \nabla \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}]. \quad (1.38)$$

Тепер детальніше проаналізуємо характер руху електрона провідності в полі КСП. Для цього перепишемо (1.38) у вигляді

$$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = -\nabla \Phi, \quad (1.39)$$

де $\Phi = \frac{e^2}{4m^2 c^2} \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{R} + \varphi_j - \varphi_{j'}]$ має зміст високочастотного потенціалу поля КСП [60].

З рівняння (1.39) випливає, що в полі КСП електрон рухається повільно, тобто фактично дрейфує, в бік мінімуму інтенсивності поля. Значимо, що напрямок дрейфу не залежить від знака заряду — і позитивні, і негативні заряди накопичуватимуться саме поблизу мінімумів інтенсивності. Цей факт

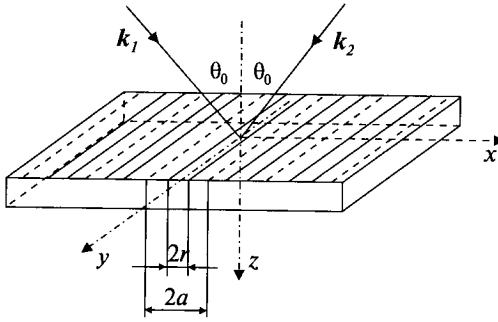


Рис. 1.1. Інтерференційна картина від двох КСП, що освітлюють поверхню $z = 0$ напівпровідника

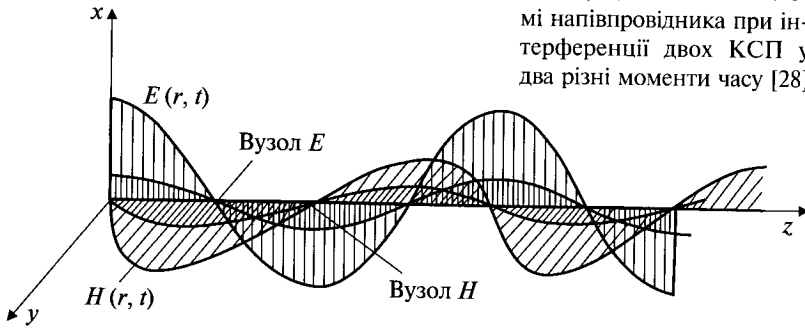


Рис. 1.2. Стояча лазерна хвиля, що виникає в об'ємі напівпровідника при інтерференції двох КСП у два різні моменти часу [28]

використовують у так званих динамічних уловлювачах для утримання іонів та електронів [60].

Розглянемо випадок, коли на зовнішню поверхню $z = 0$ напівпровідника падає два симетрично орієнтованих КСП, які сходяться всередині напівпровідника під малим кутом $2\theta_0$ і вектор-потенціал яких усередині напівпровідника задається виразом

$$\vec{A}(\vec{R}, t) = \vec{A}_1 \cos(\omega t - k_x x - k_z z - \varphi_1) + \vec{A}_2 \cos(\omega t - k_x x + k_z z - \varphi_2),$$

$$\vec{A}(\vec{R}, t) \parallel OY. \quad (1.40)$$

При цьому на поверхні напівпровідника виникає інтерференційна картина (рис. 1.1), а всередині напівпровідника — стояча лазерна хвиля (рис. 1.2) з просторовим періодом $L = \lambda_0/2 \sin \theta$ (λ_0 — довжина хвилі КСП всередині напівпровідника) [23].

Дійсно, враховуючи зв'язок між напруженістю електричного поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ та вектор-потенціалом $\vec{A}(\vec{r}, t)$

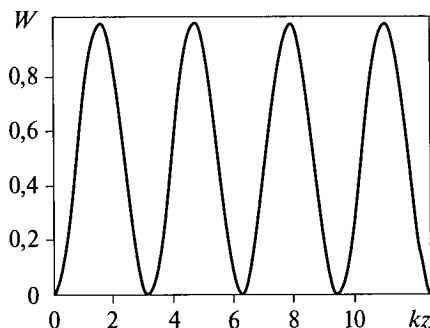
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (1.41)$$

перепишемо (1.40) так:

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \vec{E}_1 \sin(\omega t - k_x x - k_z z - \varphi_1) + \vec{E}_2 \sin(\omega t - k_x x + k_z z - \varphi_2),$$

$$\vec{E}(\vec{R}, t) \parallel OY. \quad (1.42)$$

Рис. 1.3. Структура безрозмірного високочастотного потенціалу $W \equiv W/W_0$ ($W_0 = (2eE_0/m\omega)^2$) як функція безрозмірної координати kz



З добре відомого співвідношення [73]

$$\sum_{k=1}^n \vec{E}_k \sin(\omega t + \phi_k) = \vec{E} \sin(\omega t + \phi), \quad (1.43)$$

при $n = 2$ маємо

$$|E| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)}; \quad \text{tg} \phi = \frac{\vec{E}_1 \sin \phi_1 + \vec{E}_2 \sin \phi_2}{\vec{E}_1 \cos \phi_1 + \vec{E}_2 \cos \phi_2}. \quad (1.44)$$

Використовуючи (1.44), можна переписати (1.42), вважаючи, що $E_1 \approx E_2 \approx E_0$, у вигляді

$$\vec{E} \approx 2\vec{E}_0 \cos\left(k_z z - \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \sin\left(\omega t - k_z z + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right). \quad (1.45)$$

Із (1.45) при $\phi_2 - \phi_1 = \pi$ та $\omega t \gg k_z z$ випливає:

$$\vec{E} \approx 2\vec{E}_0 \sin k_z z \sin \omega t. \quad (1.46)$$

Отже, справді, всередині напівпровідника КСП можна апроксимувати стоячою лазерною хвилею (1.46). Високочастотний потенціал, що відповідає інтерференційній картині, яку створюють усередині напівпровідника два симетрично орієнтованих КСП (1.40), дорівнює

$$W = \left(\frac{2eE_0}{m\omega}\right)^2 \sin^2 k_z z. \quad (1.47)$$

На рис. 1.3 у безрозмірних одиницях наведено структуру високочастотного потенціалу (1.47).

З наведеного рисунка випливає, що високочастотний потенціал W можна розглядати як потенціальний бар'єр для електрона провідності, який рухається вздовж осі OZ . Нехай у момент часу $t = 0$ електрон мав швидкість $v_0 = \sqrt{\frac{2e}{m} V_0}$, якої він набув після проходження різниці потенціалів V_0 , і знаходився в початку координат ($z = 0$). Він рухатиметься вздовж осі OZ лише до точки $z = +z_1$, в якій потенціал $W(z)$ набуває значення

$$W(z_1) = \frac{mv_0^2}{2} = eV_0. \quad (1.48)$$

Отже, якщо енергія електрона провідності задовольняє нерівність

$$eV_0 < W, \quad (1.49)$$

він зможе локалізуватися всередині потенціальної ями, створеної КСП.

Підставляючи (1.49) в (1.48), дістанемо необхідну умову того, що електрон не зможе пройти потенціальний бар'єр, створений КСП, і буде від нього

444603

відбиватися:

$$\frac{1}{4} \omega m \sqrt{\frac{V_0}{e}} < E_0. \quad (1.50)$$

Якщо ж, крім того, виконується нерівність $|\bar{\rho}| \ll L$, яка, з урахуванням співвідношення (1.50), може бути записана у вигляді

$$E_0 \ll \frac{m}{e} \omega^2 L, \quad (1.51)$$

то електрони з енергією, меншою або такою, що дорівнює eV_0 , локалізуються всередині потенціальної ями, створеної КСП, на межах якої для амплітуди E_0 та частоти поля КСП ω має виконуватися нерівність

$$\frac{1}{4} \omega m \sqrt{\frac{m}{e}} V_0 < E_0 \ll \frac{m}{e} \omega^2 L. \quad (1.52)$$

Якщо в центрі потенціальної ями електричне поле КСП $E_0 = 0$, то електрони з енергією меншою або рівною eV_0 , локалізуються всередині напівпровідника в області, на межах якої виконуються умови (1.52).

Тепер детальніше розглянемо рух електрона провідності всередині потенціальної ями, створеної КСП вздовж осі OZ . Підставляючи (1.46) і (1.47) у (1.34) та (1.36), одержимо такі рівняння для визначення z і x :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_z^2 z = 0, \quad x = -\frac{\sqrt{2}z}{\omega \omega_z} \sin \omega t, \quad (1.53)$$

де $\omega_z = \frac{eE_0}{\sqrt{2}mc}$ — частота коливань електрона всередині одновимірної потенціальної ями.

Перше з рівнянь (1.53) — рівняння вільних гармонічних коливань. Його розв'язок

$$z = C_1 \cos \omega_z t + C_2 \sin \omega_z t, \quad (1.54)$$

що задовольняє початкові умови $C_1 = 0$, $C_2 = v_0 / \omega_z$ (v_0 — початкова швидкість електрона в точці $z = 0$), має вигляд

$$z = \frac{v_0}{\omega_z} \sin \omega_z t. \quad (1.55)$$

Використовуючи (1.55), запишемо тепер рівняння, що описують траєкторію руху електрона всередині потенціальної ями, у вигляді

$$z = \frac{v_0}{\omega_z} \sin \omega_z t; \quad x = -\frac{v_0}{\omega} \sqrt{2} \sin(\omega_z t) \sin \omega t. \quad (1.56)$$

Отже, у просторово неоднорідному високочастотному електромагнітному полі КСП електрон провідності бере участь одночасно у двох рухах: він коливається з частотою ω в полі КСП і робить вимушені коливання з частотою $\omega_z = \frac{eE_0}{\sqrt{2}mc}$ всередині одновимірної потенціальної ями, яку створюють КСП.

1.3. Система квантових кінетичних рівнянь для взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у полі КСП

Тепер розглянемо вплив високочастотного неоднорідного електромагнітного поля КСП на кінетику взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках. Інтенсивне зовнішнє неоднорідне високочастотне електромагнітне поле КСП впливає на перебіг кінетичних процесів у напівпровідниках двояко [2, 3, 70]:

1) змінює за час вільного пробігу квазічастинок (електронів) їх енергію за рахунок поглинання вільними електронами фотонів. Коли середня енергія електрона в полі КСП $\bar{\epsilon}$ сягає порядку або навіть перевищує енергію кванта електромагнітного поля КСП $\hbar\omega$, порушується критерій застосування класичного кінетичного рівняння Больцмана $\hbar\omega < \bar{\epsilon}$;

2) впливає на ймовірність міжквазічастинкової взаємодії у напівпровідниках, знімаючи подекуди заборону на сумісність законів збереження енергії та імпульсу [2, 3, 70]. А це приводить до прямої участі квантів зовнішнього електромагнітного поля КСП у процесах міжквазічастинкової взаємодії.

Наслідком такого впливу стає неможливість застосування класичного кінетичного рівняння Больцмана для опису кінетики взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках в інтенсивному високочастотному полі КСП. Для розв'язання задачі потрібно користуватися відповідними квантовими кінетичними рівняннями. Ці рівняння отримано різними методами, наприклад методом рівнянь руху для гейзенбергівських операторів із наступним їх усередненням за матрицею густини системи [2, 3]. Цей метод не вимагає знання явного вигляду хвильової функції електрона. Для одержання квантових кінетичних рівнянь застосуємо інший метод, у якому використовується хвильова функція електрона, отримана в розд. 1.2, в явному вигляді.

Для отримання шуканої системи квантових кінетичних рівнянь для взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у полі КСП скористаємося методом, запропонованим у [70]. Спочатку виведемо квантове кінетичне рівняння для електронів, зробивши низку спрощувальних наближень. Так, вважатимемо, що електрон провідності у напівпровіднику рухається між зіткненнями з розсіювачами (фонони, магнони тощо) у полі КСП як класична квазічастинка за законом дисперсії, що визначається зонною структурою напівпровідника, і що ймовірність розсіяння електрона не залежить від зовнішнього електромагнітного поля КСП. Крім того, зробимо ще ряд наближень. Вважатимемо частоту електромагнітного поля КСП ω набагато більшою за обернений час релаксації електронів за імпульсом у зоні провідності τ_p^{-1} . Це пов'язано з необхідністю проводити усереднення за масштабом часу порядку ω^{-1} . Довжина хвилі поля КСП $\lambda = c/\omega$ вважається набагато більшою від довжини пробігу електрона за час його релаксації за імпульсом $l = \bar{v}\tau_p$ (\bar{v} — середня швидкість електрона в зоні провідності). Вважатимемо також, що довжина хвилі поля КСП λ має перевищувати амплітуду коливань електрона в полі КСП $a = \frac{eE_0}{m\omega^2}$

(E_0 — середня напруженість електричного поля КСП). Таким чином, для швидкості коливального руху електрона в полі КСП $\bar{v} \sim a\omega$ має виконуватися умова $\bar{v}_c \ll c$ (c — швидкість світла у вакуумі). Ця умова відповідає напруженості електричного поля КСП порядку 10^8 — 10^{10} В/см (у видимому та інфрачервоному діапазонах). Оскільки швидкості електронів провідності за відсутності поля КСП вважаються нерелятивістськими, то в разі виконання цієї умови вони такими залишаються і за наявності поля КСП. Звідси випливає, що здебільшого (коли це не застережено додатково) можна нехтувати впливом магнітного поля КСП на рух електронів провідності у напівпровідниках. Дійсно, коли $\omega t \gg 1$ і $\omega_m \ll \omega \ll \tau^{-1}$ ($\omega_m = 4\pi\sigma/\epsilon_0$ — максвеллівська частота, частота діелектричної проникності [106, 107]; σ — статична провідність; ϵ_0 — статична діелектрична проникність), напруженості електричного та магнітного полів КСП будуть величинами одного порядку, так що співвідношення між силами, що діють на електрон з боку електричного та магнітного полів КСП, дорівнюватиме

$$\frac{F_H}{F_E} \sim \frac{vH}{cE} \sim \frac{v}{c} \ll 1.$$

У разі, якщо $\omega t \gg 1$, $\omega \ll \omega_m$, маємо

$$\frac{H}{E} \sim \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}},$$

так що відношення

$$\frac{F_H}{F_E} \sim \frac{v}{c} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}}$$

може бути як малим, так великим порівняно з одиницею. Впливом магнітного поля і в цьому випадку можна знехтувати при $v/c \ll (\omega/\omega_m)^{\frac{1}{2}}$.

Середня енергія електрона в зоні провідності $\bar{\epsilon}$ має задовольняти умову

$$\bar{\epsilon} \gg \hbar\tau_p^{-1}.$$

Це означає, що розширення рівнів енергії електрона за рахунок релаксації не повинно бути більшим за саму енергію. Крім того, вважатимемо, що частота поля КСП ω перевищує частоти інших квазічастинок, наявних у напівпровіднику.

І, нарешті, вважається справедливою нерівність $l \gg \lambda_B$ (l — довжина вільного пробігу електрона між зіткненнями, λ_B — дебройлівська довжина хвилі електрона). Ця нерівність фактично є критерієм існування кінетичного рівняння.

Виконання наведених вище умов дозволяє вважати зовнішнє високочастотне електромагнітне поле КСП квазіоднорідним і записати кінетичне рівняння для електронів у напівпровіднику, що рухаються в полі КСП \vec{F} та у зовнішньому постійному однорідному електричному полі \vec{F}_0 , у вигляді, що нагадує класичне кінетичне рівняння Больцмана [74]:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + (e\vec{F}_0 + \vec{F}) \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} =$$

$$= \sum_{\vec{p}} \left\{ W(\vec{p}', \vec{p}) f(\vec{p}') (1 - f(\vec{p})) - W(\vec{p}, \vec{p}') f(\vec{p}) (1 - f(\vec{p}')) \right\}, \quad (1.57)$$

де ліва частина відповідає польовому члену, а права — містить інтеграл зіткнень і описує зіткнення електрона провідності з розсіювачем; $f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f_{\vec{p}}$ — функція розподілу електронів; $W(\vec{p}', \vec{p})$ — імовірність переходу електрона зі стану, що описується квазіімпульсом \vec{p}' , у стан, що описується квазіімпульсом \vec{p} , в результаті взаємодії з розсіювачем. Крім того, у (1.57) враховано принцип Паулі, тобто імовірність переходу $\vec{p} \rightarrow \vec{p}'$ покладена пропорційною $[1 - f(\vec{p}')]^{-1}$ (імовірності того, що стан \vec{p}' вільний).

Зауважимо, що в ліву частину (1.57), яка відповідає польовому члену, крім зовнішнього постійного електричного поля \vec{F}_0 входить сила (1.50), яка діє на електрони провідності в напівпровіднику з боку неоднорідного високочастотного електромагнітного поля КСП і природу якої детально проаналізовано в розд. 1.4.

Розглянемо систему електрон + розсіювач (фонони, магнони тощо) у високочастотному електромагнітному полі КСП. Повний гамільтоніан такої системи можна записати у вигляді [70, 75, 76]

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}(t), \quad (1.58)$$

де

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m} \sum_{\vec{p}} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(t) \right) a_{\vec{p}}^{\dagger} a_{\vec{p}} + \sum_k c_k \left(b_k^{\dagger} b_k + \frac{1}{2} \right) -$$

гамільтоніан незбуреної системи, а \hat{H}_{int} — оператор міжквазічастинкової взаємодії (електрон-фононної, електрон-магнонної тощо), який вважатиметься малим збуренням і формально залежним від часу.

Еволюція в часі такої системи описуватиметься часовим рівнянням Шре-дінгера з гамільтоніаном (1.58):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}(t) \Psi(\vec{r}, t). \quad (1.59)$$

Розкладемо розв'язок $\Psi(\vec{r}, t)$ рівняння (1.59) за повною системою власних функцій $\psi_n(\vec{r}, t)$ незбуреного гамільтоніана \hat{H}_0

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) \psi_n(\vec{r}, t), \quad (1.60)$$

при цьому

$$\hat{H}_0 \psi_n = \varepsilon_n \psi_n, \quad (1.61)$$

де ε_n — енергія системи в n -му квазістаціонарному стані.

Вважаючи, що

$$a_n(t) = a_n^{(0)} + a_n^{(1)}(t) + a_n^{(2)}(t) + \dots, \quad (1.62)$$

де $a_n^{(0)}$ — незбурене (початкове) значення коефіцієнта $a_n(t)$, а $a_n^{(1)}(t)$, $a_n^{(2)}(t)$ — поправки першого і другого порядку малості за $\hat{H}_{\text{int}}(t)$, можна показати, що

$$\frac{da_k^{(1)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_n H_{kn}^{\text{int}} a_n^{(0)}, \quad \frac{da_k^{(2)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_n H_{kn}^{\text{int}} a_n^{(1)}, \quad (1.63)$$

де

$$H_{kn}^{\text{int}} = \int \Psi_k^* \tilde{H}_{\text{int}} \Psi_n d\tau \quad (1.64)$$

матричний елемент оператора взаємодії (збурення), а символ \sum_n означає підсумування за дискретними та інтегрування за неперервними станами незбуреної системи.

Нехай тепер у початковий момент часу ($t = 0$) система перебуває в i -му квантовому стані, тоді $a_i^{(0)} = 1$, а всі інші $a_n^{(0)} = 0$ ($n \neq i$). Нас цікавить амплітуда $a_f^{(1)}(t)$ кінцевого стану f до моменту часу t , якщо збурення \tilde{H}_{int} «вмикається» в момент $t = 0$. Очевидно, що $a_f^{(1)}(0) = 0$, тому з (1.63) маємо

$$a_f^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t') dt'. \quad (1.65)$$

Величина $|a_f^{(1)}(t)|^2$ є імовірністю того, що квантова система перебуває в стані $\Psi_f(\vec{r}, t)$ у момент часу t . При $t = 0$ система перебувала в стані $\Psi_f(\vec{r}, 0)$. Використовуючи (1.65), дістанемо для ймовірності $|a_f^{(1)}(t)|^2$

$$|a_f^{(1)}(t)|^2 = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^t H_{fi}^{\text{int}}(t') dt' \right|^2. \quad (1.66)$$

Цю величину можна розглядати як імовірність переходу квантової системи зі стану $\Psi_i(\vec{r}, t)$ у стан $\Psi_f(\vec{r}, t)$ під дією збурення (взаємодії між квазічастинками) $\tilde{H}_{\text{int}}(t)$ протягом часу t . Крім цієї величини вводиться ймовірність переходу за одиницю часу $W(i, f)$, яка пов'язана з величиною $|a_f^{(1)}(t)|^2$ таким співвідношенням [77—79]:

$$W(i, f) = \frac{d}{dt} |a_f^{(1)}(t)|^2 = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d}{dt} \left| \int_0^t H_{if}^{\text{int}}(t') dt' \right|^2. \quad (1.67)$$

Переходячи в (1.67) до імпульсного зображення і записуючи матричний елемент оператора взаємодії в розгорнутому вигляді, дістанемо з (1.67)

$$W(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d}{dt} \left| \int_0^t d\tau \langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\tau) | \tilde{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}^*(\tau) \rangle \right|^2. \quad (1.68)$$

Нехай при $t = 0$ у квантовомеханічній системі "електрони в зоні провідності та розсіювачі у високочастотному полі КСП (фонони, магнони, іонізовані домішки тощо)" вмикається взаємодія між електронами та розсіювачами. У результаті взаємодії електрона з розсіювачем він переходить з одного квазістаціонарного стану, в якому він має квазіенергію $E_{\vec{p}}$ та квазіімпульс \vec{p} і описується хвильовою функцією $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$ (див. розд. 1.2, формула (1.8)), в інший, що описується хвильовою функцією $\Psi_{\vec{p}'}(\vec{r}, t)$, в якому його квазіімпульс набуває значення \vec{p}' , квазіенергія стає такою, що дорівнює $E_{\vec{p}'} \pm \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ (тут $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ — величина, що характеризує зміну енергії в системі електрон—розсіювач у результаті взаємодії).

Отже, задача звелася до обчислення матричного елемента оператора взаємодії (1.68). Обчислимо його, використовуючи знайдену нами в розд. 1.2

хвильову функцію електрона в полі КСП, яку тепер буде зручно записати, обмежуючись дипольним наближенням, у спрощеному вигляді:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \Psi(\vec{r}) \times \exp\left\{i \frac{e\gamma_{\vec{p}A_j}}{m\hbar\omega} \sin \omega t\right\} \times \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \left(\left(\frac{p^2}{2m} + n\hbar\omega + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos[\varphi_j - \varphi_{j'}] \right) t \right)\right\}. \quad (1.69)$$

У (1.69) хвильову функцію подано у вигляді добутку двох функцій, одна з яких залежить лише від координати ($\Psi(\vec{r})$), а друга — від часу ($\exp\{\dots\}t$). Підставляючи в (1.68) хвильову функцію електрона у вигляді (1.69), дістанемо

$$W(\vec{p}, p) = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d}{dt} \left| \int_0^t d\tau \langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \rangle \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \varepsilon_{\vec{p}\vec{p}}) \tau - \left[i \frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}}}{m\hbar\omega} \sin \omega \tau \right] \right\} \right|^2. \quad (1.70)$$

У (1.70) введено позначення

$$\gamma_{\vec{p}\vec{p}}^2 = \sum_{j,j'} (\vec{p}' - \vec{p}) \vec{A}_j (\vec{p}' - \vec{p}) \vec{A}_{j'} \cos[\varphi_j - \varphi_{j'}].$$

Виносячи матричний елемент оператора взаємодії електрона з розсіювачем $\langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \rangle$ з-під знака інтеграла і використовуючи формулу Якобі—Ангера [73]

$$\exp\{\pm iz \sin \phi\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) \exp\{\pm in\phi\},$$

з (1.70) отримаємо:

$$W(\vec{p}, p) = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}}}{m\hbar\omega} \right) \left| \langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \rangle \right|^2 \frac{d}{dt} \times \left| \int_0^t d\tau \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \varepsilon_{\vec{p}\vec{p}}) \tau - n\hbar\omega \tau \right\} \right|^2. \quad (1.71)$$

Здійснивши в (1.71) інтегрування за dt і використовуючи відоме співвідношення

$$|a + ib|^2 = a^2 + b^2,$$

з (1.71) матимемо

$$W(\vec{p}, p) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}}}{m\hbar\omega} \right) \left| \langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \rangle \right|^2 \frac{\sin \omega_{\vec{p}\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}\vec{p}}}. \quad (1.72)$$

У (1.72) введено позначення $\omega_{\vec{p}\vec{p}} = \hbar^{-1} (\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} \pm \varepsilon_{\vec{p}\vec{p}} - n\hbar\omega)$.

Тепер проаналізуємо отриманий результат. Розглянемо величину $F = \frac{\sin \omega_{\vec{p}\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}\vec{p}}}$ як функцію $\omega_{\vec{p}\vec{p}}$ і розрахуємо інтеграл від величини F за час-

тотами [80]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F_{\vec{p}'\vec{p}} d\omega_{\vec{p}'\vec{p}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}} d\omega_{\vec{p}'\vec{p}} = \pi. \quad (1.73)$$

Отже, при великих інтервалах часу взаємодії електрона з розсіювачем ($t \rightarrow \infty$) з (1.73) маємо

$$F = \frac{\sin \omega_{\vec{p}'\vec{p}} t}{\omega_{\vec{p}'\vec{p}}} \approx \frac{\pi}{\hbar} \delta(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega). \quad (1.74)$$

Тобто, для випадку, коли час взаємодії електрона з розсіювачем досить великий, імовірність переходу електрона зі стану, де він описується квазіімпульсом \vec{p}' , в інший стан, де він матиме квазіімпульс \vec{p} в результаті взаємодії з розсіювачем, може бути записана у вигляді

$$W(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{m\hbar\omega} \right) \times \\ \times \left| \langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} | \hat{H}_{\text{int}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega). \quad (1.75)$$

Із (1.75) випливає, що імовірність переходу $W(\vec{p}', \vec{p})$ пропорційна квадрату модуля матричного елемента оператора взаємодії

$$\left| \langle \Psi_{\vec{p}'}^*(\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \rangle \right|^2 = \left| \langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} | \hat{H}_{\text{int}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \rangle \right|^2 \quad (1.76)$$

і відмінна від нуля лише тоді, коли в процесі взаємодії електрон—розсіювач беруть участь кванти зовнішнього електромагнітного поля — фотони [79].

Зауважимо, що в (1.76) матричний елемент взаємодії електрона з розсіювачем записано через числа заповнення електрона $n_{\vec{p}}$ та розсіювача $N_{\vec{q}}$. Використовуючи (1.76), тепер можна записати в загальному вигляді квантове кінетичне рівняння для електронів провідності у напівпровіднику, що взаємодіють з розсіювачем у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + (e\vec{F}_0 + \vec{F}) \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} = \\ = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{p}'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}'\vec{p}}}{m\hbar\omega} \right) \delta(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}} - n\hbar\omega) \times \\ \times \left\{ \left| \langle n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} | \hat{H}_{\text{int}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \rangle \right|^2 f(\vec{p}') (1 - f(\vec{p})) - \right. \\ \left. - \left| \langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} | \hat{H}_{\text{int}} | n_{\vec{p}'}, N_{\vec{q}} \rangle \right|^2 f(\vec{p}) (1 - f(\vec{p}')) \right\}. \quad (1.77)$$

Отже, для отримання квантового кінетичного рівняння для електронів потрібно задати гамільтоніан взаємодії електрона з розсіювачем і провести розрахунок відповідного матричного елемента оператора розсіяння.

Спочатку одержимо квантове кінетичне рівняння для електронів для випадку, коли основним механізмом їх розсіювання є взаємодія з акустичними фононами. В цьому разі гамільтоніан взаємодії електронів з фононами добре

відомий і записується так [81]:

$$H_{\text{int}} = H_{\text{eph}} = \sum_{\vec{k}, \vec{p}} c_{\vec{q}} (b_{\vec{k}} + b_{-\vec{k}}^+) a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ a_{\vec{p}}, \quad (1.78)$$

де $c_{\vec{k}}$ — константа електрон-фононної взаємодії (константа деформаційного потенціалу), $a_{\vec{p}}^+$ ($a_{\vec{p}}$) та $b_{\vec{k}}^+$ ($b_{\vec{k}}$) — оператори народження (знищення) електрона з квазіімпульсом \vec{p} та акустичного фонона з квазіімпульсом \vec{k} відповідно. Величина $\varepsilon_{\vec{p}, \vec{p}}$, що характеризує зміну енергії в системі електрон—розсіювач у результаті їх взаємодії, в цьому випадку дорівнюватиме $\pm \hbar \omega_{\vec{k}}$ — енергії акустичного фонона, який поглинається або випромінюється електроном у процесі електрон-фононної взаємодії.

Тепер, використовуючи явний вигляд оператора електрон-фононної взаємодії, для квадрата матричного елемента електрон-фононної взаємодії дістанемо такий вираз:

$$\left| \langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} | H_{\text{int}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} \rangle \right|^2 = \sum_{\vec{k}} |c_{\vec{k}}|^2 \left| \langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} | (b_{\vec{k}} + b_{-\vec{k}}^+) a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ a_{\vec{p}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} \rangle \right|^2, \quad (1.79)$$

де

$$\left| \langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} | \begin{pmatrix} b_{\vec{k}}^+ \\ b_{-\vec{k}}^+ \end{pmatrix} a_{\vec{p}+\vec{k}}^+ a_{\vec{p}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} \rangle \right|^2 = \begin{cases} N_{\vec{k}} \delta_{\vec{p}+\vec{k}}^{\vec{p}} & (\text{поглинання фонона}); \\ (N_{\vec{k}} + 1) \delta_{\vec{p}-\vec{k}}^{\vec{p}} & (\text{випромінювання фонона}). \end{cases}$$

Провівши аналогічні обчислення для величини $\left| \langle n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} | H_{\text{int}} | n_{\vec{p}}, N_{\vec{k}} \rangle \right|^2$, запишемо квантове кінетичне рівняння для електронів, що взаємодіють з акустичними фононами в зовнішньому постійному електричному полі \vec{F}_0 та височастотному просторово неоднорідному електромагнітному полі КСП:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + \left(e\vec{F}_0 - \frac{e^2}{4mc^2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left(\sum_{j\vec{r}} \vec{A}_j \vec{A}_j \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_j) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_j \right] \right) \right) \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} = \\ = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{q}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{\vec{q}}|^2 J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\hbar\omega} \right) \times \\ \times \left\{ \begin{aligned} & \left[(N_{\vec{q}} + 1) f_{\vec{p}+\vec{q}} (1 - f_{\vec{p}}) - N_{\vec{q}} f_{\vec{p}} (1 - f_{\vec{p}-\vec{q}}) \right] \delta \left(\begin{matrix} \varepsilon_{\vec{p}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} \\ \omega_{\vec{q}} - n\hbar\omega \end{matrix} \right) + \\ & \left[N_{\vec{q}} (1 - f_{\vec{q}}) f_{\vec{p}-\vec{q}} - (N_{\vec{q}} + 1) f_{\vec{p}} (1 - f_{\vec{p}-\vec{q}}) \right] \delta \left(\begin{matrix} \varepsilon_{\vec{p}-\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} \\ \omega_{\vec{q}} - n\hbar\omega \end{matrix} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (1.80) \end{aligned}$$

Тут введено позначення $\gamma_{\vec{q}}^2 = \sum_{j\vec{r}} (\vec{q}\vec{A}_j)(\vec{q}\vec{A}_j) \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_j) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_j \right]$. Зауважимо, що при виведенні (1.80) ми врахували, що вектор-потенціал КСП залежить від просторових координат як від параметрів, та принцип Паулі для електронів.

З (1.80) видно, що у зовнішньому височастотному електромагнітному полі КСП у процесах електрон-фононної взаємодії у напівпровідниках безпосередню участь беруть кванти зовнішнього електромагнітного поля КСП — фотони. Слід зауважити, що під час проведення обчислень ми вважали, що $\omega\tau \gg 1$ (де τ — час вільного пробігу електрона між зіткненнями з розсіюва-

чем). Це означає, що кінетичне рівняння, яке ми отримуємо далі, буде справедливим лише для низькочастотних (у наведеному вище розумінні) функцій розподілу електронів $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ та фононів $N_{\vec{k}}(\vec{r}, t)$.

Тепер розглянемо випадок електрон-магنونної взаємодії. Для простоти обмежимося однопідзонним наближенням, тобто розглядом підзони провідності зі спіном "угору". Крім того, вважатимемо, що як за енергією, так і за імпульсом електрони релаксують на магнонах, а магнони — на електронах. У процесі електрон-магنونної взаємодії враховуватимемо як двомагنونні процеси в першому порядку теорії збурень, так і одномагنونні в другому. Для цього випадку гамільтоніан електрон-магنونної взаємодії у зображенні вторинного квантування можна записати у вигляді [10]

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{2em} &= \sum_{\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}} \left\{ C_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}}^{\uparrow} a_{\vec{p}\uparrow}^{\dagger} a_{\vec{p}-\vec{r}\uparrow} - C_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}}^{\downarrow} a_{\vec{p}\downarrow}^{\dagger} a_{\vec{p}-\vec{r}\downarrow} \right\} b_{\vec{q}}^{\dagger} b_{\vec{q}+\vec{r}}; \\ C_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}}^{\uparrow} &= C(\vec{p} + \vec{q}, \vec{k}) + C(\vec{p} + \vec{q}, \vec{p} - \vec{r}), \quad C_{\vec{p}\vec{q}\vec{r}}^{\downarrow} = C(\vec{p} - \vec{r}, \vec{p} - \vec{q} - \vec{r}); \\ C(\vec{p}, \vec{k}) &= \frac{J}{4N} \left[\frac{\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{JS + \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{k}}} \right]. \end{aligned} \quad (1.81)$$

Зробимо низку спрощувальних наближень. Вважатимемо зовнішнє постійне електричне поле \vec{F}_0 не надто великим, так що $\bar{\varepsilon} \ll JS$, а енергію електрона в полі КСП $\varepsilon_{\vec{p}} \ll JS$ ($\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t)$ — кінематичний імпульс електрона). Ці нерівності дозволяють обмежитися розглядом підзони з $\sigma = \uparrow$ і надалі спіновий індекс опускаєти.

Тепер, використовуючи (1.81), обчислимо квадрат матричного елемента електрон-двомагنونної взаємодії $\left| \left\langle f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}}' \left| \hat{H}_{int} \right| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle \right|^2$. Проведені розрахунки за методикою, викладеною в [75, 76], дають такі результати:

$$\begin{aligned} \left| \left\langle f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}}' \left| \hat{H}_{int} \right| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \right\rangle \right|^2 &= |C_{\vec{p}\vec{q}\vec{q}'}|^2 N_{\vec{q}'}(\vec{r}, t) (1 + N_{\vec{q}}(\vec{r}, t)) \delta_{\vec{p}+\vec{q}}^{\vec{p}'+\vec{q}'}, \\ \left| \left\langle f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}} \left| \hat{H}_{int} \right| f_{\vec{p}}, N_{\vec{q}}' \right\rangle \right|^2 &= |C_{\vec{p}\vec{q}\vec{q}'}|^2 N_{\vec{q}}(\vec{r}, t) (1 + N_{\vec{q}'}(\vec{r}, t)) \delta_{\vec{p}+\vec{q}}^{\vec{p}'+\vec{q}'}. \end{aligned} \quad (1.82)$$

Враховуючи, що для електрон-двомагنونного розсіяння величина $\varepsilon_{\vec{p}'\vec{p}}$ дорівнює $\omega_{\vec{q}'} - \omega_{\vec{q}}$ (різниці енергій магنونів), можна записати систему квантових кінетичних рівнянь для електронів і магنونів ФМН, що знаходяться у зовнішньому нагрівному електричному полі \vec{F}_0 та неоднорідному високочастотному електричному полі КСП, в якому на електрони діє сила $\vec{F} = -\frac{e^2}{4mc^2} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \times \left(\sum_{j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'})\vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}] \right)$, у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{r}} + (e\vec{F}_0 + \vec{F}) \frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{p', q', \vec{q}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{\vec{p}'\vec{q}\vec{q}'}|^2 J_n^2(x) \delta_{\vec{p}+\vec{q}}^{\vec{p}'+\vec{q}'} \times \\ &\times \left\{ f_{\vec{p}'} (1 - f_{\vec{p}}) N_{\vec{q}'} (1 + N_{\vec{q}}) - f_{\vec{p}} (1 - f_{\vec{p}'}) N_{\vec{q}} (1 + N_{\vec{q}'}) \right\} \delta(\Delta(n\hbar\omega)_{\vec{p}\vec{q}}^{\vec{p}'\vec{q}'}). \end{aligned} \quad (1.83)$$

У (1.83) використано такі позначення:

$$x = \frac{e\gamma_{\bar{p}\bar{p}'}}{m\hbar\omega}, \quad \Delta(n\hbar\omega)_{\bar{p}\bar{q}}^{\bar{p}'\bar{q}'} = \varepsilon_{\bar{p}'} - \varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}} - \omega_{\bar{q}'} - n\hbar\omega.$$

Тепер зупинимося на питанні виведення квантових кінетичних рівнянь для інших квазічастинок — фононів та магнонів. Їх можна отримати з (1.77) описаним вище методом, враховуючи ту обставину, що зовнішні поля (постійне електричне та високочастотне електромагнітне) безпосередньо не діють на фонони й магнони (за вибраних нами умов), тому "польовий" член цих кінетичних рівнянь не міститиме "силових" членів, на відміну від кінетичного рівняння для електронів [75, 76]. Враховуючи це, можемо записати квантове кінетичне рівняння для фононів у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\bar{k}}}{\partial t} = & \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\bar{p}, \bar{p}'} |c_{\bar{k}}|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{k}}}{m\hbar\omega} \right) \times \delta(\varepsilon_{\bar{p}'} - \varepsilon_{\bar{p}} \pm \varepsilon_{\bar{p}\bar{p}} - n\hbar\omega) \times \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & \left| \langle n_{\bar{p}'}, N_{\bar{k}'} | H_{\text{int}} | n_{\bar{p}}, N_{\bar{k}} \rangle \right|^2 f(\bar{p}') (1 - f(\bar{p})) - \\ & - \left| \langle n_{\bar{p}}, N_{\bar{k}} | H_{\text{int}} | n_{\bar{p}'}, N_{\bar{k}'} \rangle \right|^2 f(\bar{p}) (1 - f(\bar{p}')) \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \quad (1.84)$$

Розрахунок матричних елементів фонон-електронної взаємодії дає

$$\begin{aligned} \left| \langle n_{\bar{p}'}, N_{\bar{k}'} | H_{e-ph} | n_{\bar{p}}, N_{\bar{k}} \rangle \right|^2 &= |c_{\bar{k}}|^2 (N_{\bar{k}} + 1) \delta_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{p}'\bar{k}'}; \\ \left| \langle n_{\bar{p}}, N_{\bar{k}} | H_{e-ph} | n_{\bar{p}'}, N_{\bar{k}'} \rangle \right|^2 &= |c_{\bar{k}}|^2 N_{\bar{k}} \delta_{\bar{p}\bar{k}}^{\bar{p}'\bar{k}'}. \end{aligned} \quad (1.85)$$

Підставляючи (1.85) в (1.84), одержимо квантове кінетичне рівняння для фононів, що взаємодіють з електронами у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\bar{k}}}{\partial t} = & \frac{2\pi}{\hbar} |c_{\bar{k}}|^2 \sum_{\bar{p}, n=-\infty}^{\infty} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{k}}}{m\hbar\omega} \right) \times \\ & \times \left\{ (1 + N_{\bar{k}}) f_{\bar{p}} (1 - f_{\bar{p}-\bar{k}}) - N_{\bar{k}} f_{\bar{p}-\bar{k}} (1 - f_{\bar{p}}) \right\} \delta \left(\begin{aligned} & \varepsilon_{\bar{p}-\bar{k}} - \varepsilon_{\bar{p}} - \omega_{\bar{k}} \\ & + n\hbar\omega \end{aligned} \right). \end{aligned} \quad (1.86)$$

Квантове кінетичне рівняння для магнонів, що взаємодіють з електронами у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі КСП, виводять також описаним вище методом. Проте слід врахувати, що процес магнон-електронної (електрон-магнонної) взаємодії включає в себе як двомагнонні процеси в першому порядку теорії збурень, так і одномагнонні — у другому. Гамільтоніан, який описує ці процеси, задається виразом (1.81), і для цього випадку квантове кінетичне рівняння для магнонів отримують елементарно. Його можна записати так:

$$\frac{\partial N_{\bar{q}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\bar{p}, \bar{q}'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{\bar{p}\bar{q}\bar{q}'}|^2 J_n^2(x) \delta_{\bar{p}+\bar{q}}^{\bar{p}'+\bar{q}'} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ f_{\bar{p}'} (1 - f_{\bar{p}}) N_{\bar{q}'} (1 + N_{\bar{q}}) - f_{\bar{p}} (1 - f_{\bar{p}'}) N_{\bar{q}} (1 + N_{\bar{q}'}) \right\} \times \\ & \times \delta(\varepsilon_{\bar{p}'} - \varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}'} - \omega_{\bar{q}} - n\hbar\omega). \end{aligned} \quad (1.87)$$

Якщо ж під час магنون-електронної взаємодії превалюють одномагنونні процеси, то в цьому випадку гамільтоніан магنون-електронної взаємодії матиме вигляд [82]

$$\hat{H}_{em} = \sum_{\bar{p}, \bar{q}} \Psi_{1em} \left\{ a_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow}^+ a_{\bar{p}\uparrow} b_{\bar{q}} + a_{\bar{p}-\bar{q}\uparrow}^+ a_{\bar{p}\downarrow} b_{\bar{q}}^+ \right\}, \quad (1.88)$$

де Ψ_{1em} — амплітуда електрон-одномагنونної взаємодії [82].

У такому разі під час розрахунку відповідних матричних елементів магنون-електронної взаємодії потрібно враховувати спіновий індекс $\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$ у хвильовій функції електрона, а решту розрахунків проводять аналогічно. У результаті нескладних обчислень отримують таке квантове кінетичне рівняння для магنونів, що взаємодіють з електронами у високочастотному неоднорідному електромагнетному полі КСП, для випадку, коли переважають одномагنونні процеси:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\bar{q}}}{\partial t} = & \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\bar{p}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\Psi_{1em}|^2 J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega} \right) \times \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & (1 + N_{\bar{q}}) f_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow} (1 - f_{\bar{p}\uparrow}) - \\ & N_{\bar{q}} f_{\bar{p}\uparrow} (1 - f_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow}) \end{aligned} \right\} \delta(\varepsilon_{\bar{p}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow} - \omega_{\bar{q}} + n\hbar\omega). \end{aligned} \quad (1.89)$$

Зауважимо, що рівняння (1.80), (1.83), (1.86), (1.89) виведено за припущення, що вектор-потенціал електромагнетного поля КСП залежить від просторових координат як від параметрів. Отже, ми вважали, що в процесі розрахунків можна знехтувати просторово-періодичною залежністю поля КСП, тобто що

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_j \vec{A}_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j) \approx \sum_j \vec{A}_j \cos(\omega t - \varphi_j), \quad (1.90)$$

а в кінцевих формулах її враховували, вважаючи, що вектор-потенціал (напруженість електричного поля) КСП залежить від просторових координат як від параметрів. Якщо ж тепер в отриманих нами рівняннях (1.83) та (1.87) врахувати координатну залежність вектор-потенціалу КСП формальною заміною $\vec{A}(t)$ на $\vec{A}(\vec{r}, t)$ (вважаючи, що вектор-потенціал $\vec{A}(\vec{r}, t)$ залежить від просторових координат як від параметрів), то отримаємо квантові кінетичні рівняння для електронів, магنونів і фононів, які за формою точно збігаються з відповідними рівняннями, виведеними іншими авторами для випадку явної залежності вектор-потенціалу КСП від координати (див., наприклад, [2, 3]). Очевидно, що таку формальну заміну можна виконати лише в тому разі, якщо частота ω і амплітуда поля КСП A_j задовольняють нерівність

$$eA_j \ll c\sqrt{m\hbar\omega}. \quad (1.91)$$

Квантові кінетичні рівняння для випадку, коли точно враховано просторово-періодичну залежність поля КСП, було виведено в роботах [2, 3]. У

роботі [2] такі рівняння було виведено для випадку електрон-магنونної взаємодії у ФМН, а в [3] — для електрон-фононної взаємодії у звичайних (неферомагнітних) напівпровідниках. Автори цих робіт виходили з квантових аналогів для класичних мікроскопічних функцій розподілу для електронів та розсіювачів (фонів, магنونів). Зокрема, у [2] квантові аналоги класичних мікроскопічних функцій розподілу електронів \hat{f} і магنونів \hat{N} вибирали у вигляді

$$\hat{f}(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{g}} e^{-i\vec{g}\vec{r}} a_{\vec{p} + \frac{\hbar\vec{g}}{2}}^{\dagger} a_{\vec{p} - \frac{\hbar\vec{g}}{2}}; \quad \hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{g}} e^{-i\vec{g}\vec{r}} d_{\vec{q} + \frac{\hbar\vec{g}}{2}}^{\dagger} a_{\vec{q} - \frac{\hbar\vec{g}}{2}}. \quad (1.92)$$

Далі, використовуючи (1.92), записували рівняння руху для операторів \hat{f} та \hat{N} з оператором взаємодії \hat{H}_{int} :

$$\frac{d\hat{f}}{dt} = \frac{\partial\hat{f}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{f}, \hat{H}_{\text{int}}], \quad \frac{d\hat{N}}{dt} = \frac{\partial\hat{N}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar} [\hat{N}, \hat{H}_{\text{int}}]. \quad (1.93)$$

Після розрахунку комутаторів у (1.93) та усереднення за повною матрицею густини системи отримували систему квантових кінетичних рівнянь для електронів і магنونів ФМН.

Тепер проаналізуємо основний одержаний у цьому розділі результат. Імовірність переходу електрона $W(\vec{p}', \vec{p})$ зі стану, що описується квазіімпульсом \vec{p}' , у стан, що описується квазіімпульсом \vec{p} в результаті взаємодії з розсіювачем за наявності високочастотного поля КСП, виявляється пропорційною квадрату модуля матричного елемента оператора взаємодії $\left| \langle \Psi_{\vec{p}'}^* (\vec{r}) | \hat{H}_{\text{int}} | \Psi_{\vec{p}} (\vec{r}) \rangle \right|^2$ і відмінна від нуля лише тоді, коли в процесі взаємодії електрон—розсіювач беруть участь кванти зовнішнього електромагнітного поля — фотони.

**ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНІ
ПЕРІОДИЧНІ СТРУКТУРИ
НА ВІЛЬНИХ НОСІЯХ**

Газ вільних носіїв у твердому тілі у високочастотному неоднорідному електромагнітному полі лазерної хвилі набуває нових властивостей. Зокрема, якщо частота поля низькоенергетичного лазерного випромінювання ω задовольняє нерівність $\omega > \bar{\epsilon}/\hbar$ ($\bar{\epsilon}$ — середня енергія носія), стає суттєвим, як було зазначено в попередньому розділі, вплив високочастотного поля КСП на акт зіткнення носіїв з розсіювачами: фононами, магонами, домішками. Крім того, на вільні носії, що знаходяться в просторово неоднорідному електромагнітному полі, діє просторово-періодична сила тиску лазерної хвилі. Просторова модуляція інтегралів зіткнень і сили високочастотного тиску світлової хвилі, зумовлена інтерференційними ефектами, спричинює появу в системі вільних електронів (або дірок) статичних і динамічних лазер-індукованих структур — надграток. Ці надгратки досить довшені і майже безінерційні (їх інерційність характеризується часом релаксації носіїв). Зважаючи на ці якості, а також враховуючи можливість управління параметрами таких надграток за допомогою постійних зовнішніх полів, такий механізм утворення надграток може бути цікавим як для запису динамічних голограм, так і для вивчення властивостей нерівноважних носіїв оптичними методами.

Нові можливості надгратки на вільних носіях відкривають у дослідженні напівпровідників з непараболічними енергетичними зонами. Справа в тому, що крім усього іншого, глибина модуляції параметрів, які характеризують такі надгратки, залежить від закону дисперсії енергії носіїв. Існує велика кількість напівпровідників з непараболічним законом дисперсії енергії носіїв: сильно анізотропні (*n*-Ge, *n*-Si), напівпровідники групи A_2B_5 , халькогеніди тощо.

Становить інтерес розгляд енергообміну між КСП у багатодолинних напівпровідниках. У них перерозподіл носіїв заряду відбувається між долинами з різними ефективними масами, а не у просторі, тому амплітуда створеної надгратки не обмежується

виникненням сильних полів просторового заряду. «Розсіпання» носіїв по долинах під дією КСП може значно змінюватися з координатою, генеруючи так зване поле Сасаки (ефект Сасаки).

2.1. Вплив когерентних світлових пучків на вільні носії в напівпровідниках

Квантові кінетичні рівняння для випадку, коли потрібно точно врахувати просторово-періодичну залежність поля КСП, було виведено в роботах [2, 3]. У роботі [2] такі рівняння виведено для електрон-фононної взаємодії, а в [3] — для електрон-магنونної взаємодії у ФМН. Для їх виведення автори робіт виходили з квантових аналогів для класичних мікроскопічних функцій розподілу для електронів та розсіювачів (фононів, магنونів). Зокрема, квантовий аналог класичної мікроскопічної функції розподілу електронів у напівпровідниках для випадку, коли дебройлівська довжина хвилі електрона є малою порівняно з довжиною хвилі лазерного випромінювання, можна записати у вигляді [2, 3]

$$\hat{f}(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{r}} a_{\vec{p}-\frac{\hbar\vec{k}}{2}}^+ a_{\vec{p}-\frac{\hbar\vec{k}}{2}}, \quad (2.1)$$

де $\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t)$ — канонічний імпульс електрона.

Використовуючи тепер рівняння, що визначає часову еволюцію оператора (2.1)

$$i\hbar \frac{d\hat{f}}{dt} = i\hbar \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + [\hat{f}, \hat{H}], \quad (2.2)$$

та явний вигляд гамільтоніана $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}$, можна почати виведення квантового кінетичного рівняння, яке міститиме як незалежну змінну координату і за допомогою якого ми описуватимемо просторові надгратки.

Розглянемо донорний напівпровідник із середньою концентрацією електронів n_0 . Нехай у напрямку OZ до нього прикладено постійне електричне поле \vec{F}_0 і на його зовнішню поверхню $x = 0$ падають когерентні лазерні хвилі, вектор-потенціал яких задається у вигляді

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_j \vec{A}_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j). \quad (2.3)$$

Як \hat{H}_{int} виберемо оператор електрон-фононної взаємодії, який у зображенні вторинного квантування можна подати у вигляді [2]

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hat{H}_{\text{eph}} = \sum_{\vec{p}, \vec{q}} c_{\vec{q}} (b_{\vec{q}} + b_{-\vec{q}}^+) a_{\vec{p}+\hbar\vec{q}}^+ a_{\vec{p}}, \quad (2.4)$$

де $c_{\vec{q}}$ — відома функція електрон-фононної взаємодії, а інші позначення стандартні. Вважатимемо також, що середній імпульс електрона $\vec{p} \gg \hbar\vec{k}_j$.

Після обчислення комутаторів у (2.2) з урахуванням (2.4) та усереднення за повною матрицею густини системи отримаємо рівняння для знаходження

вже не оператора, а звичайної функції розподілу носіїв $f(\vec{r}, \vec{P}, t)$, яке для розглядуваної задачі має вигляд

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{P}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + e\vec{F} \frac{\partial f}{\partial \vec{P}} + \frac{e}{mc} \left\{ \left[\left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \nabla \right] \vec{A} + \left[\left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \times (\nabla \times \vec{A}) \right] \right\} \frac{\partial f}{\partial \vec{P}} = If, \quad (2.5)$$

де If — інтеграл зіткнень електронів з акустичними фононами. Якщо ввести величини $\gamma_{\vec{q}}$ і $u_{\vec{q}}$:

$$\begin{aligned} \gamma_{\vec{q}} \cos u_{\vec{q}} &= \vec{q} \sum_j \vec{A}_j \cos(\vec{k}_j \vec{r} + \varphi_j), \quad \gamma_{\vec{q}} \sin u_{\vec{q}} = \vec{q} \sum_j \vec{A}_j \sin(\vec{k}_j \vec{r} + \varphi_j), \\ \gamma_{\vec{q}}^2 &= \sum_{j,j'} (\vec{q} \vec{A}_j) (\vec{q} \vec{A}_{j'}) \cos[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}], \end{aligned} \quad (2.6)$$

то інтеграл зіткнень If можна переписати у вигляді [2]

$$\begin{aligned} If &= \frac{1}{\hbar^2} \sum_{\vec{q}} |c_{\vec{q}}|^2 \sum_{n,l=-\infty}^{\infty} J_n \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\omega c} \right) J_l \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\omega c} \right) e^{-i(n-l)(\omega t - u_{\vec{q}})} \times \\ &\times \int_{-\infty}^0 dt' \sum_{+,-} e^{it'(\omega - i\delta)} \left\{ \exp \left[\pm \frac{it'}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p} \pm \hbar \vec{q}} + \hbar \omega_{\vec{q}}) \right] + \left[N_{\vec{q}} f(\vec{r}, \vec{P} \pm \hbar \vec{q}, t+t') - \right. \right. \\ &\left. \left. - (N_{\vec{q}} + 1) f(\vec{r}, \vec{P}, t+t') \right] \times \right. \\ &\left. \times \exp \left[\pm \frac{it'}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p} \pm \hbar \vec{q}} - \hbar \omega_{\vec{q}}) \right] \right\} \quad (2.7) \end{aligned}$$

де $J_n(x)$ — функція Бесселя; δ — нескінченно малий параметр, що описує адиабатичне ввімкнення. Для спрощення обчислень приймемо параболічний закон дисперсії носіїв $\varepsilon_{\vec{p}} = \varepsilon(P) = \frac{P^2}{2m}$. Зі співвідношення (2.7), зокрема, уже видно, що інтерференційні ефекти впливають на інтеграл зіткнень електронів з акустичними фононами, а отже, і на ймовірність розсіювання електронів.

Кінетичне рівняння (2.5) доцільно розв'язувати, подаючи функцію розподілу електронів у вигляді

$$f(\vec{r}, \vec{P}, t) = \sum_s e^{is\omega t} f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P}, t). \quad (2.8)$$

У такому вигляді швидкі осциляції виділені явно, а амплітуди $f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ є функціями, що повільно змінюються за час $t \sim \omega^{-1}$, оскільки, як ми припустили, для розглядуваних частот час релаксації електронів $\tau \gg \omega^{-1}$. Запис функції розподілу електронів у вигляді (2.8) доцільний ще й тому, що при визначенні інтеграла зіткнень на вищих гармоніках функції розподілу електронів потрібно взяти до уваги її швидкі осциляції за час порядку $\hbar/\varepsilon(P)$.

Передусім розглянемо усереднену за періодом $2\pi/\omega$ амплітуду $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$. Рівняння, яке її визначає, відповідно до (2.5) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{\vec{P}}{m} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \vec{r}} + e\vec{F} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \vec{P}} - \frac{e^2}{4mc^2} \nabla \sum_{j,j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \vec{P}} = \\ & = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{q},l} |c_{\vec{q}}|^2 J_l^2 \left(\frac{eY_{\vec{q}}}{m\omega c} \right) \left\{ \begin{aligned} & \left[(N_{\vec{q}} + 1) f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P} + \hbar\vec{q}) - N_{\vec{q}} f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) \right] \times \\ & \times \delta(\varepsilon_{\vec{p}+\hbar\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} - \hbar\omega_{\vec{q}} - l\hbar\omega) + N_{\vec{q}} f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P} - \hbar\vec{q}) - \\ & - (N_{\vec{q}} + 1) f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) \delta(\varepsilon_{\vec{p}+\hbar\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{p}} + \hbar\omega_{\vec{q}} - l\hbar\omega) \end{aligned} \right\}. \quad (2.9) \end{aligned}$$

У (2.9) не враховано несуттєвий вплив вищих гармонік на $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$.

З (2.9) випливає, що в лівій частині кінетичного рівняння крім звичайних з'являється ще доданок, який можна характеризувати як додатковий тиск на електрони, зумовлений світлом (лазерним випромінюванням):

$$\frac{e^2}{4mc^2} \nabla \sum_{j,j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \vec{P}}.$$

Крім того, з (2.6) випливає, що в інтегралі зіткнень істотну роль відіграє інтерференційна взаємодія світлових хвиль. Такі особливості, звичайно, не спостерігаються при освітленні напівпровідника лише однією світловою хвилею.

Рівняння (2.9) усе ще досить складне, і для його розв'язання потрібно зробити низку спрощень. Вважатимемо потужність лазерного випромінювання не дуже великою, а такою, що виконується співвідношення $eA_j \ll c(m\hbar\omega)^{\frac{1}{2}}$. Це дозволяє розкласти функції Бесселя, що містяться в інтегралі зіткнень, у ряд за їх аргументом, обмежуючись квадратичними за A_j доданками. У нульовому наближенні функцію $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ можна знайти як розв'язок рівняння (2.9) в однорідному полі \vec{F}_0 (при $\vec{A}_j = 0$). Наведені вище спрощення дають змогу шукати розв'язок рівняння (2.9) у дифузному наближенні, подаючи функцію розподілу $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ у вигляді суми її сферично-симетричної за \vec{P} частини $f_c^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ та антисиметричної $f_a^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ при $|f_a^{(0)}| \ll |f_c^{(0)}|$. Сферично-симетрична частина функції розподілу в наближенні ефективної електронної температури $T(\vec{r})$ має звичайний вигляд:

$$f_c^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) = \frac{n(\vec{r})}{[2\pi m T(\vec{r})]} \exp\left(-\frac{P^2}{2mT(\vec{r})}\right). \quad (2.10)$$

Як підкреслювалося раніше, когерентні світлові пучки (КСП) (2.3) перерозподіляють концентрацію електронів n і змінюють їх температуру, роблячи їх залежними від координати \vec{r} , але в силу нерівності $eA_j \ll c(m\hbar\omega)^{\frac{1}{2}}$ можна вважати, що

$$n(\vec{r}) = n_0 + n_1(\vec{r}); \quad T(\vec{r}) = T_e + T_1(\vec{r}) \quad (2.11)$$

і відповідні поправки $n_1(\vec{r}), T_1(\vec{r})$ малі порівняно з n_0 і T_e відповідно. Електронна температура T_e визначається розігрівом у полі F_0 у звичайний спосіб [2, 3] і далі вважатиметься відомою.

Поправки до n_0 і T_e спричиняють поправки до $f_c^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ та $f_a^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$. Поправка до асиметричної частини функції розподілу $\Delta f_a^{(0)}$ виражається через функцію (2.10) і при $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$ має вигляд [2]

$$\Delta f_a^{(0)} = -\tau(\varepsilon) \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{\vec{P}}{m} \frac{\partial f_c^{(0)}}{\partial \vec{r}} + \left[e\vec{F}_1 + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) (\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \sin(\psi_j - \psi_{j'}) \right] \times \right. \\ & \times \frac{\partial f_c^{(0)}}{\partial \vec{P}} - \frac{1}{6} e (\vec{F}_0 \vec{P}) \left(\frac{e}{m\hbar\omega} \right)^2 \frac{(\hbar\omega)^{3/2}}{\sqrt{\varepsilon}} \times \\ & \left. \times \sum_{j,j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \cos(\psi_j - \psi_{j'}) \frac{\partial f_c^{(0)}}{\partial \vec{P}} \right] \times \end{aligned} \right\}; \quad (2.12)$$

$$\psi_j = \vec{k}_j \vec{r} + \varphi_j.$$

Функція (2.12) визначає додатковий (постійний за часом) струм Δj , який залежить від амплітуд A_j . Розрахуємо його, обмежуючись найпростішим випадком двох симетрично орієнтованих пучків з хвильовими векторами $k_{1x} = k_{2x}$; $k_{1z} = -k_{2z}$. Обчислення дають такий результат:

$$\Delta j = j_0 \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{n_1}{n_0} + \frac{F_1}{F_0} - \frac{T_1}{2T_e} - \frac{e^2}{12mc^2} \left(\frac{\pi}{\hbar\omega T_e} \right)^{1/2} [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{eF_0} \left[\frac{e^2 k_{1z}}{mc^2} A_1 A_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - T_e \left(\frac{1}{n_0} \frac{dn_1}{dz} + \frac{1}{2T_e} \frac{dT_1}{dz} \right) \right] \right] \end{aligned} \right\}, \quad (2.13)$$

де j_0 — струм у полі \vec{F}_0 .

У випадку, який ми розглядаємо, коли $F_0 \parallel Oz$, усі додаткові величини n_1 , T_1 , F_1 є функціями координати z . Для визначення явного вигляду цієї залежності, а також залежності від A_j можна використати рівняння неперервності струму $\partial j / \partial z = 0$, Пуассона та балансу потужності. Зокрема, рівняння для балансу потужності (поток потужності) ΔQ має вигляд

$$\Delta Q = \frac{2T_e}{c} \left\{ \Delta j + j_0 \left[\begin{aligned} & \frac{T_1}{T_e} - \frac{1}{eF_0} \frac{dT_1}{dz} - \frac{e^2}{48mc^2} \sqrt{\frac{\pi}{\hbar\omega T_e}} \times \\ & \times (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(2k_{1z}z + \varphi_1 - \varphi_2)) \end{aligned} \right] \right\}. \quad (2.14)$$

Виходячи зі структури Δj і ΔQ та обмежуючись членами першого порядку малості, величини $n_1(z)$, $T_1(z)$, $F_1(z)$ можна шукати у вигляді

$$\begin{aligned} n_1(z) &= n_0 (\xi_1 \cos 2k_{1z}z + \xi_2 \sin 2k_{1z}z), \\ T_1(z) &= T_e (\eta_0 + \eta_1 \cos 2k_{1z}z + \eta_2 \sin 2k_{1z}z), \\ F_1(z) &= F_0 (\varsigma_1 \cos 2k_{1z}z + \varsigma_2 \sin 2k_{1z}z). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Незалежний від координати z коефіцієнт η_0 має вигляд [2]

$$\eta_0 = -\frac{A_1^2 + A_2^2 \sqrt{\pi / \hbar \omega T_e} (e^2 / 3mc^2) W_0 + W_A}{2W_0 \left(1 + 2T_e \frac{\partial \ln W_0}{\partial T_e} \right)}. \quad (2.16)$$

У (2.16) і далі $W_0 = -j_0 F_0$ — густина джоулевої потужності в полі F_0 , W_A — параметр, пропорційний коефіцієнту K поглинання світла вільними електронами у квантовій області частот:

$$W_A = \frac{\omega^2}{2\pi c \sqrt{\chi}} K. \quad (2.17)$$

Тут χ — діелектрична проникність напівпровідника.

Наявність відмінного від нуля та незалежного від z додатка до електронної температури $\eta_0 T_e$ безпосередньо пов'язана з виникненням додаткового, незалежного від координати z постійного струму $\Delta j = C j_0$. Причому вираз для C має вигляд

$$C = -\frac{A_1^2 + A_2^2 \sqrt{\pi T_e / \hbar \omega} (e^2 / 3mc^2) \partial W_0 / \partial T_e - W_A / 2}{2W_0 \left(1 + 2T_e \frac{\partial \ln W_0}{\partial T_e} \right)}. \quad (2.18)$$

Залежно від F_0 , A_1 , A_2 , а також параметрів напівпровідника додатковий струм Δj , як це впливає з (2.18), буде спрямований або вздовж струму j_0 , або проти нього. Слід зауважити, що формули (2.16) і (2.18) мають обмежену сферу застосування. Вони стають неправильними при $\vec{F}_0 \rightarrow 0$ і неточними, коли амплітуди A_1 та A_2 перестають задовольняти нерівність

$$\frac{e^2 (A_1^2 + A_2^2)}{mc^2 \hbar \omega} \frac{\tau(\varepsilon)}{\tau(\hbar \omega)} \ll 1. \quad (2.19)$$

У (2.19) $\tau(\hbar \omega)$ — час релаксації за імпульсом електронів на акустичних фонах, взятий при енергії $\varepsilon = \hbar \omega$.

Нерівність (2.10) є дещо більш жорсткою, ніж використана вище нерівність $eA_j \ll c(m\hbar\omega)^{1/2}$, що виправдовує розкладання в ряд функцій Бесселя. Якщо нерівність (2.19) не виконується, а тим більше коли $W_A (A_1^2 + A_2^2) \geq W_0$, то величини $\eta_0 T_e$ і Δj уже не можуть відігравати роль поправок до електронної температури та струму. В цьому випадку електронна температура T_e з самого початку повинна уже в нульовому наближенні визначатися з рівняння балансу потужності, в якому враховується розігрівання електронів світлом.

Залежності (2.15) свідчать про утворення світловими (лазерними) пучками (2.3) у напівпровідниках статичних лазер-індукованих просторово-періодичних структур на вільних носіях — надграток електронних концентрацій, температури та напруженості електричного поля. У різних ефектах кожна з цих надграток проявлятиметься по-своєму, а спільним для них є те, що в сильному полі \vec{F}_0 вони практично зникають. Отже, сильне постійне зовнішнє електричне поле зменшує неоднорідність напівпровідника, яку створюють у

ньому лазерні пучки. Тепер наведемо явний вигляд параметрів модуляції η_0 , η_1 , ξ_1 , ξ_2 , ς_1 [2]:

$$\begin{aligned}\eta_0 &= \frac{1}{G_1^2 + G_2^2} [(G_1 H_1 - G_2 H_2) \cos \Delta\varphi + (G_1 H_2 + G_2 H_1) \sin \Delta\varphi]; \\ \eta_1 &= \frac{1}{G_1^2 + G_2^2} [(G_1 H_2 + G_2 H_1) \cos \Delta\varphi - (G_1 H_1 - G_2 H_2) \sin \Delta\varphi]; \\ \xi_1 &= \frac{1}{2D} [(\beta^2 - \alpha - 1)\eta_1 + \beta(2 + \alpha)\eta_2] + \frac{e^2 A_1 A_2}{6mc^2 D} \left\{ \begin{aligned} & \left[\beta^2 \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} - 3(1 + \alpha) \right] \cos \Delta\varphi - \\ & - \beta \left[\left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} (1 + \alpha) + 3 \right] \sin \Delta\varphi \end{aligned} \right\}; \\ \xi_2 &= \frac{1}{2D} [-\beta(2 + \alpha)\eta_1 + (\beta^2 - \alpha - 1)\eta_2] - \frac{e^2 A_1 A_2}{6mc^2 D} \left\{ \begin{aligned} & \left[\beta \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} (1 + \alpha) + 3 \right] \cos \Delta\varphi + \\ & \left[+ \beta^2 \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} - 3(1 + \alpha) \right] \sin \Delta\varphi \end{aligned} \right\}; \\ \varsigma_1 &= -\frac{2\pi en_0}{\chi k_{1z} F_0} \xi_2; \quad \varsigma_2 = \frac{2\pi en_0}{\chi k_{1z} F_0} \xi_1.\end{aligned}$$

У (2.20) введено такі позначення:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\pi e^2 n_0}{\chi k_{1z}^2 T_e}; \quad \beta = \frac{e F_0}{2k_{1z} T_e}; \quad D = \beta^2 + (1 + \alpha)^2; \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2; \\ G_1 &= \frac{1}{4\beta} \left[2T_e \frac{\partial}{\partial T_e} \ln W_0 + \frac{1}{D} (2\beta^2 - \alpha) - 1 \right] + \frac{1}{\beta}; \quad G_2 = 1 + \frac{1}{2D} (1 + \alpha) \left(\beta^2 - \frac{1}{2} \alpha \right); \\ H_1 &= \frac{e^2 \beta A_1 A_2}{12mc^2 D T_e} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} (\alpha^2 + \alpha - \beta) + 3(2\alpha + 1) + \frac{2n_0 D T_e}{\omega_0 \tau (\hbar\omega)} \right]; \\ H_2 &= \frac{e^2 \beta A_1 A_2}{12mc^2 D T_e} \left[\left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} \beta^2 (2\alpha + 1) + 3(2\beta^2 + \alpha + 1) + \frac{D}{2} \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} \right].\end{aligned} \quad (2.21)$$

Як видно з (2.21), величини α , β , D , а також G_1 і G_2 визначаються значення-ми хвильового вектора когерентних лазерних пучків k_{1z} , параметрами напів-провідника, напруженістю нагрівного поля F_0 та механізмами розсіювання енергії та імпульсу. Величини H_1 і H_2 також визначаються цими параметрами, але, крім того, ще й добутком $A_1 A_2$. Тому відповідно до (2.20) модуляційні коефіцієнти ξ , η , ς також пропорційні добутку $A_1 A_2$. Отже, варіюючи співвідношення між A_1 і A_2 (змінюючи їх абсолютні значення) та F_0 , можна керувати параметрами таких надграток.

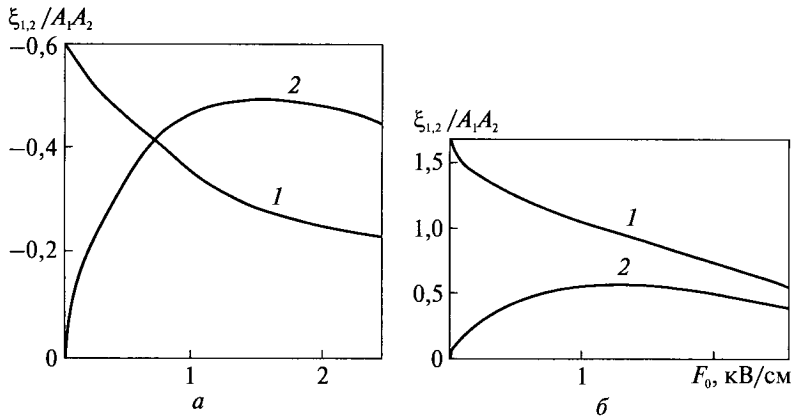


Рис. 2.1. Залежності ξ_1/A_1A_2 (1) та ξ_2/A_1A_2 (2) від F_0 при $n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $m = 2 \cdot 10^{-28} \text{ г}$, $\chi = 16$, $T = 77 \text{ К}$; а — $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $k_z = 6 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$; б — $\omega = 8 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $k_z = 10^4 \text{ см}^{-1}$ [2]

Тепер спинимося на характері залежностей η_0 , η_i , ξ_i , ς_i від n_0 та F_0 . Зі збільшенням концентрації n_0 пропорційно їй збільшується коефіцієнт α ; коефіцієнти G_1 , G_2 , H_1 , H_2 при $\alpha \gg 1$ набагато слабше залежать від n_0 . Зі зростанням n_0 вони прямують (можливо, проходячи через екстремальне значення) до деяких своїх сталих значень, які залежать від механізмів розсіювання імпульсу та енергії. Тому амплітуди модуляції електронної температури η_1 та η_2 , починаючи з певних $\alpha \gg 1$, уже повільно змінюються при подальшому збільшенні n_0 . Проте амплітуди ξ_1 , ξ_2 та ς_1 , ς_2 при $\alpha \gg 1$ прямують до нуля, як α^{-1} . Це означає, що збільшення n_0 приводить до відносно більш однорідного розподілу концентрації та постійного поля, хоча, звісно, неоднорідність залишається, оскільки добутки $n_0 \xi_{1,2}$ та $n_0 \varsigma_{1,2}$ суть скінченні величини.

На практиці набагато зручніше впливати на значення амплітуд модуляції не варіацією концентрації носіїв, а зміною напруженості нагрівного електричного поля F_0 . У слабкому полі при $F_0 \rightarrow 0$ коефіцієнти G_1 , H_1 , відповідно до (2.21), прямують до нескінченності, тоді як усі інші коефіцієнти в (2.21) залишаються сталими. У випадку дуже великих F_0 абсолютні значення усіх модуляційних амплітуд зменшуються і стають зникаюче малими. Починаючи з деякого значення F_0 , подальше його збільшення зумовлює зменшення неоднорідності напівпровідника, створеної лазерним випромінюванням. Вищенаведене можна проілюструвати графічно. Зокрема, на рис. 2.1 наведено залежності ξ_1/A_1A_2 та ξ_2/A_1A_2 від напруженості нагрівного поля F_0 для двох значень частоти та хвильового вектора поля КСП.

Крім розглянутої вище статичної надгратки, пов'язаної з доданками $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ з (2.8), може виявитися цікавою динамічна надгратка, пов'язана з доданками $f^{(\pm 1)}(\vec{r}, \vec{P})e^{\pm i\omega t}$, які можна визначити з рівняння (2.5). Потрібно лише врахувати, що в інтегралі зіткнень експоненціальні множники $e^{\pm i\omega t}$ з'являться не лише при функціях $f^{(\pm 1)}(\vec{r}, \vec{P})$, а й при функціях з $s = 0$ та $s = \pm 2$.

Оскільки $|f^{(0)}| \gg f^{(\pm 1)}$ і $|f^{(0)}| \gg f^{(\pm 2)}$, то в інтегралі зіткнень можна знехтувати усіма $f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P})$ з $|s| > 0$. Враховуючи також нерівності

$$\frac{Pk}{m\omega} \ll 1, \quad \frac{eF}{P\omega} \ll 1, \quad \omega\tau(\varepsilon) \gg 1, \quad N_q \gg 1, \quad (2.22)$$

у лівій частині (2.5) знехтуємо всіма доданками, окрім першого. Тоді

$$f^{(\pm 1)}(\vec{r}, \vec{P}) = \mp \frac{2\pi}{\hbar\omega} \sum_{\vec{q}} |c_{\vec{q}}|^2 N_{\vec{q}} \left[f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P} + \hbar\vec{q}) - f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) \right] \times \\ \times \sum_{l=1}^2 J_l \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\omega} \right) e^{\mp i l \vec{q} \cdot \vec{r}} \left[J_2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\omega} \right) + (2-l) J_{l-1} \left(\frac{e\gamma_{\vec{q}}}{m\omega} \right) \right] \begin{bmatrix} \delta(\varepsilon_{\vec{P}+\hbar\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{P}} - l\hbar\omega_{\vec{q}}) - \\ -\delta(\varepsilon_{\vec{P}+\hbar\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{P}} + l\hbar\omega_{\vec{q}}) \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

У лінійному за \vec{A}_j наближенні фур'є-компонента ВЧ-струму

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -\frac{e^2 n(\vec{r})}{mc} \vec{A}(\vec{r}, t) + \frac{e}{m} \int \vec{P} f(\vec{r}, \vec{P}, t) d\vec{P} \quad (2.24)$$

$\vec{j}_l(\pm\omega)$ має вигляд

$$\vec{j}_l(\pm\omega) = -\frac{e^2 (n_0 + n_1(\vec{r}))}{2mc} \left[1 - \frac{i}{3\omega\tau(\hbar\omega)} \right] \sum_j \vec{A}_j e^{\pm i\psi_j}. \quad (2.25)$$

З (2.25) видно, що статична надгратка електронної концентрації модулює як поляризаційну (перший доданок у (2.25)), так і дисипативну (другий доданок у (2.25)) складові лінійного відгуку ВЧ-струму.

Якщо не обмежуватися розрахунком лінійного відгуку і врахувати у (2.24) наступні доданки розкладу функцій Бесселя, то найнижчі з них визначатимуть кубічні за \vec{A}_j члени, які входять у вираз для ВЧ-струму $\vec{j}_3(\pm\omega)$. Цей струм зручно записати через його координатні складові, ввівши для цього відповідні орти \vec{n}_j ($j=1, 2, 3$):

$$(\vec{n}_j \vec{j}_3(\pm\omega)) = -\frac{ie^2}{6m\omega} \frac{n_0}{\tau(\hbar\omega)} \frac{e^2}{10mc^2 \hbar\omega} \left[1 - \frac{2\tau(\hbar\omega)}{\tau(2\hbar\omega)} \right] \sum_j e^{\mp i\psi_j} \times \\ \times \sum_{j', j''} \left[(\vec{A}_j \vec{n}_j) (\vec{A}_{j'} \vec{A}_{j''}) + (\vec{A}_{j'} \vec{n}_j) (\vec{A}_j \vec{A}_{j''}) + (\vec{A}_{j''} \vec{n}_j) (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \right] \cos(\psi_{j'} - \psi_{j''}). \quad (2.26)$$

Струм $\vec{j}_3(\pm\omega)$ відповідає за нелінійне поглинання світла на першій гармоніці. Це поглинання, як видно з (2.26), зумовлене впливом усіх хвиль на акт зіткнення електронів з акустичними фонами, хоча, зрозуміло, в цьому випадку двофотонної взаємодії немає.

Формула (2.26) може бути цікавою в разі, якщо необхідно визначити поглинання відносно слабкої хвилі певної поляризації за наявності більш інтенсивних хвиль тієї самої частоти, але іншої поляризації. Вплив цих хвиль на слабку може, в цьому випадку, виявитися помітним. Коефіцієнт поглинання світла вільними електронами у квантовій області частот K при лінійному відгуку однаковий для усіх хвиль цієї частоти. Він визначається відношенням потужності, що передається електронам цієї хвилею, до її потоку енер-

гії і пропорційний W_A :

$$K = \frac{4\pi n_0 e^2 \sqrt{\chi}}{3mc\omega^2 \tau(\hbar\omega)} = \frac{2\pi c \sqrt{\chi}}{\omega^2} W_A. \quad (2.27)$$

Для лінійного відгуку коефіцієнт поглинання, відповідно до (2.26), взагалі кажучи, є тензорною величиною. Проте в розглянутому вище випадку лише двох симетрично орієнтованих хвиль коефіцієнт поглинання слабкої третьої хвилі K вироджується у скаляр, але його величина визначається нелінійною взаємодією сильних хвиль [2]:

$$K = \frac{4\pi n_0 e^2 \sqrt{\chi}}{3mc\omega^2 \tau(\hbar\omega)} \left\{ 1 - \frac{3e^2 A_1 A_2}{10mc^2 \hbar\omega} \left[\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} + \cos(2k_{1z}z + \varphi_1 - \varphi_2) \right] \right\}. \quad (2.28)$$

Множник перед фігурною дужкою у (2.28) визначає коефіцієнт поглинання світла вільними електронами в квантовій області частот при лінійному відгуку. Нелінійний додаток до коефіцієнта поглинання світла слабкою хвилею, як це видно з (2.28), виявився промодульованим за координатою z . Цю модуляцію можна виявити за зміною інтенсивності зондувальної електромагнітної хвилі, яка пройшла через напівпровідникову пластинку, залежно від товщини пластинки. Можна навести ще один спосіб виявлення розглянутої надгратки, дещо аналогічний дифракції Рамана—Ната. Припустімо, що у напівпровіднику, в якому створено динамічну надгратку, поширюється зондувальна слабка електромагнітна хвиля

$$\vec{E}(x) = \vec{E}_0(x) e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}. \quad (2.29)$$

Її амплітуда після проходження напівпровідникової пластинки товщиною d (розглядається достатньо тонка пластинка) має вигляд

$$E(d) = E_0(0) e^{-kd/2} \exp \left\{ i \frac{2\pi e^2 n_1(z)}{mc\omega_0 \sqrt{\chi}} d \right\}. \quad (2.30)$$

З (2.30) випливає, що параметри динамічних надграток можна визначати, вимірюючи інтенсивність зондувальної хвилі на виході з напівпровідникової пластинки під різними кутами.

2.2. Лазер-індуковані періодичні структури на вільних електронах і магнонах у феромагнітних напівпровідниках

Упродовж останніх років інтенсивно досліджуються феромагнітні напівпровідники (ФМН) — новий клас матеріалів, що мають одночасно як напівпровідникові, так і магнітні властивості і являють собою унікальні матеріали з новими якісними особливостями фізичних властивостей. Наявність сильної s — d -обмінної взаємодії між електронною та магнітною підсистемами дає можливість спостерігати в них низку унікальних ефектів: перехід метал—діелектрик, гігантський магнітоопір, сильний зсув краю оптичного поглинан-

ня, аномалії електричних властивостей поблизу температури Кюрі, фотоіндуковані магнітні ефекти тощо.

Перш ніж розпочати систематичне вивчення впливу лазерного випромінювання на електричні, оптичні та магнітні властивості феромагнітних напівпровідників (ФМН), варто нагадати основні відомості про них, опубліковані в науковій літературі. Перший ФМН SrBr_3 було синтезовано в 1960 р. і тим самим дано відповідь на питання, чи сумісні напівпровідникові та феромагнітні властивості [83]. Невдовзі після цього було синтезовано феромагнітні кристали EuO [84], які свого часу привернули велику увагу завдяки простоті кристалографічної структури (кубічна структура типу NaCl) та відсутності орбітального моменту в електронів частково заповнених f -оболонки іонів Eu^{2+} , що перебувають у стані $^8S_{7/2}$ з $L = 0$, $S = J = 7/2$. З цих причин анізотропія в таких кристалах дуже мала (порядку 190 ерстед, або ~ 1500 А/м), і вони являють собою майже ідеальні гейзенбергівські магнетики. Аналогічні властивості мають також кристали EuS [85]. Магнітні іони Eu^{2+} в EuO та EuS створюють граничноцентровану кубічну ґратку зі сталими ґратки, що дорівнюють $5,141 \text{ \AA}$ та $5,968 \text{ \AA}$ відповідно. Суттєвим недоліком, що гальмує їх практичне застосування, є досить низька температура Кюрі: $T_c = 66,8 \text{ K}$ (для EuO) і $T_c = 16,8 \text{ K}$ (для EuS). Отже, маючи обмежене практичне застосування, ФМН цієї групи є дуже зручними модельними структурами.

Другу важливу групу ФМН становлять хромові шпінелі, серед яких найтипівішими (і найбільш дослідженими) представниками є CdCr_2S_4 та CdCr_2Se_4 [86, 87]. Вони мають складнішу кристалографічну структуру (типу шпінелі), ніж EuO та EuS , і тому менш зручні для перевірки фізичних теорій. Однак вони мають суттєво вищу температуру Кюрі. Наприклад, для CdCr_2S_4 вона становить 97 K , а для CdCr_2Se_4 — $139\text{--}142 \text{ K}$. Рекордсменом, у цьому розумінні, є ФМН $\text{CuCr}_2\text{Te}_2\text{I}$, температура Кюрі для якого взагалі сягає 294 K [87]. Усе це робить ФМН цього класу перспективними для практичного використання.

До наступної групи слід віднести нещодавно відкриті сильно анізотропні ФМН $\text{Dy}(\text{OH})_3$ та $\text{Ho}(\text{OH})_3$ з дуже низькими температурами Кюрі ($3,5 \text{ K}$ та $2,5 \text{ K}$ відповідно). У цих матеріалах феромагнітне впорядкування повністю або частково зумовлене диполь-дипольною взаємодією [88]. Практичного застосування вони, звичайно, не мають і можуть використовуватись як моделі при вивченні природи магнетизму.

Останнім часом увагу дослідників привертають розбавлені магнітні напівпровідники (РМН) (diluted magnetic semiconductors) на базі $(\text{Ga}:\text{Mn})\text{As}$ та $(\text{Cd}:\text{Mn})\text{Te}$, синтезовані нещодавно. Так, РМН $(\text{Ga}:\text{Mn})\text{As}$ було синтезовано в 1996 р. [17]. Він є типовим домішковим ФМН, що утворюється, коли іони Mn замінюють частину атомів Ga у кристалічній ґратці GaAs (рис. 2.2).

Незважаючи на те, що РМН на основі $(\text{Ga}:\text{Mn})\text{As}$ та $(\text{Cd}:\text{Mn})\text{Te}$ інтенсивно вивчають лише кілька років, уже досягнуто певних успіхів. Зокрема, за допомогою рентгенографії вивчено локальну структуру РМН $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ [89], магнітний дихроїзм та індукований носіями феромагнетизм $\text{Ga}_x\text{Mn}_x\text{As}$ [90], магнітні та електричні властивості $(\text{Ga}:\text{Mn})\text{As}$ [91], спіновий транспорт

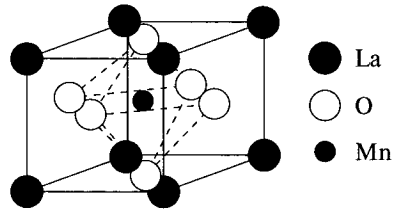
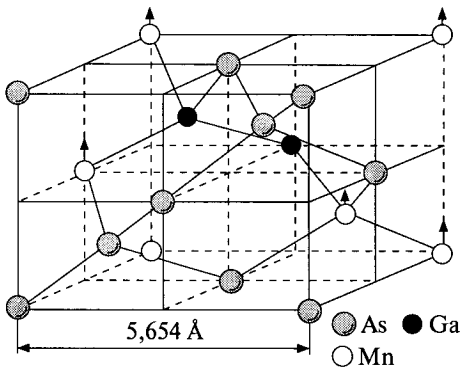


Рис. 2.3. Структура кристалічної ґратки LaMnO_3

◀ Рис. 2.2. Кристалографічна структура РМН (Ga:Mn)As [17]

(Ga:Mn)As [92], магнітооптичні явища в (Ga:Mn)As [93], взаємозв'язок між магнітними явищами та явищами переносу в $\text{Ga}_{1-x}\text{Mn}_x\text{As}$ [94], а також низку інших ефектів [95–112].

РМП уже використовуються як елементна база для мікроелектроніки, а особливо для її нового напрямку — спінелектроніки, або, як її ще називають, спінтроніки. Зокрема, на основі РМП створено ряд спінелектронних пристроїв [113–118].

І, нарешті, про останню групу ФМН, яку становлять так звані високотемпературні ФМН на основі LaMnO_3 — манганіти лантану. Інтерес до манганітів лантану сьогодні пов'язаний передусім з «гігантським» магнітоопором (ГМО), що спостерігається в цих матеріалах [119]. Суть цього явища полягає в тому, що в легованих манганатах $\text{La}_{1-x}\text{A}_x\text{MnO}_3$ (A — двовалентний атом, зазвичай Cu, Ba, Sr) у діапазоні концентрацій $0,16 < x < 0,4$ відбувається фазовий перехід з високотемпературного парамагнітного стану з великим (діелектричним) опором у феромагнітну фазу з температурою Кюрі, що лежить у межах кімнатних температур. Більш того, його опір спадає на порядок у досить вузькому інтервалі поблизу температури переходу. Магнітне поле порядку 5 Тл збільшує температуру переходу, призводячи до гігантського негативного магнітоопору [120]. Чіткого теоретичного пояснення цей ефект поки що не має. Вважається, що тут суттєву роль відіграє структура кристалічної ґратки манганатів, схематично наведена на рис. 2.3. Манганати лантану є дуже перспективними матеріалами для мікроелектроніки, оскільки зараз дуже гостро постала проблема створення систем з великим негативним магнітоопором, які можуть працювати за кімнатних температур. Основні експериментальні дані з типових ФМН наведено в табл. 2.1.

Отже, можна стверджувати, що на сьогодні ФМН стали перспективними матеріалами для мікроелектроніки, і подальше їх вивчення, зокрема впливу інтенсивного лазерного випромінювання на їх оптичні, електрофізичні та магнітні властивості, дасть новий поштовх для їх практичного застосування.

Як відомо, у ФМН існує сильна взаємодія між магнітною та електронною підсистемами, яка описується кількома відомими механізмами — так званим s – d -обмінним механізмом С.В. Вонсовського [82] та теорією непрямого об-

міну, розвиненою в роботах М. Рудермана і С. Кіттеля [121], Т. Касуї [122] та К.Й. Іосіди [123] (цю теорію ще називають теорією РККІ). Тут будемо користуватися в основному теорією $s-d$ -обмінної взаємодії, яка широко використовується для опису невироджених ФМН і є досить простою. Нагадаємо її основні моменти. У цій моделі вважається, що електрони в магнітному кристалі можуть бути розділені на локалізовані, які входять до складу частково заповнених d - чи f -оболонки іонів, та колективізовані, що перебувають у станах s - типу. В одноелектронному наближенні цей гамільтоніан можна записати у вигляді [82]

$$\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_m + \hat{H}_{s-d}. \quad (2.31)$$

Тут $\hat{H}_e = \sum_{\vec{p}, \sigma} \varepsilon_{\vec{p}\sigma} a_{\vec{p}\sigma}^+ a_{\vec{p}\sigma}$ — гамільтоніан електронів провідності (s -електронів); $a_{\vec{p}\sigma}^+ (a_{\vec{p}\sigma})$ — оператори народження (знищення) електрона з квазіімпульсом \vec{p} та проекцією спіну $\sigma (\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$ — спіновий індекс), $\hat{H}_m = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{g}, \vec{f}} J_0 (\vec{g} - \vec{f}) (\vec{S}_{\vec{g}} \cdot \vec{S}_{\vec{f}})$ — гамільтоніан магнітної підсистеми; $\vec{S}_{\vec{g}}$ і $\vec{S}_{\vec{f}}$ — спінові оператори, $J_0 (\vec{g} - \vec{f})$ — обмінний інтеграл; \hat{H}_{s-d} — описує взаємодію між електронами провідності (s -електронами) та локалізованими магнітними моментами іонів. Для ФМП у зображенні вторинного квантування його можна записати у вигляді [82]

$$\hat{H}_{s-d} = -\frac{J}{2N} \sum_{\vec{p}, \vec{q}} \left[\sqrt{2SN} \left(a_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}\uparrow} a_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}} + a_{\vec{p}-\vec{q}\uparrow}^+ a_{\vec{p}\downarrow} b_{\vec{q}}^+ \right) + \sum_{\vec{q}_1} b_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}+\vec{q}_1} \times \left(a_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow}^+ a_{\vec{p}\uparrow} - a_{\vec{p}+\vec{q}\uparrow}^+ a_{\vec{p}\downarrow} \right) \right], \quad (2.32)$$

де $b_{\vec{q}}^+ (b_{\vec{q}})$ — оператори народження (знищення) магніонів з квазіімпульсом \vec{q} ; N — число магнітних іонів; S — спин магнітного іона; J — енергія $s-d$ -обмінної взаємодії.

Таблиця 2.1. Основні експериментальні дані з типових ФМН [10]

Матеріал	Кристалічна структура	Температура Кюрі T_c , К	Момент комірки M_0 , μ_B	Джерело
CrBr ₃	Тригональна симетрія з вакансіями	37,0	3,85	[76]
EuO	NaCl, $a = 5,141 \text{ \AA}$	66,8	6,80	[77]
EuS	NaCl, $a = 5,968 \text{ \AA}$	16,3	6,87	[78]
CdCr ₂ S ₄	Шпінель, $a = 10,244 \text{ \AA}$	34,5–97,0	5,15–5,55	[79, 80]
CdCr ₂ Se ₄	Шпінель, $a = 10,755 \text{ \AA}$	130–142	5,5–6,0	[79, 80]
HgCr ₂ Se ₄	Шпінель, $a = 10,753 \text{ \AA}$	106–120	5,40–5,64	[79, 80]
CuCr ₂ Se ₄ Br	Шпінель, $a = 10,416 \text{ \AA}$	274	5,25	[79, 80]
CuCr ₂ Te ₂ I	Шпінель, $a = 11,125 \text{ \AA}$	294	4,1	[81]
Dy(OH) ₃	Група симетрії C_{2h} з осями $c = 3,56 \text{ \AA}$, $a = 6,26 \text{ \AA}$	3,5	—	[82]
Ho(OH) ₃	C_{2h} з осями $c = 3,53 \text{ \AA}$, $a = 6,24 \text{ \AA}$,	3,5	—	[82]
(Ga: Mn)As	$a = 5,654 \text{ \AA}$	—	—	[16]
LaMnO ₃	Моноклінна, $a = 5,55 \text{ \AA}$	300	—	[113, 114]

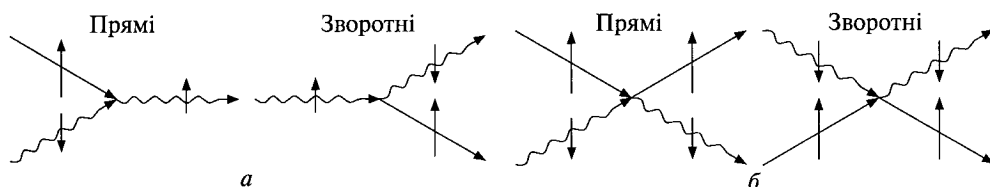


Рис. 2.4. Елементарні процеси зі збереженням повного спіну: *a* — тричастинкові процеси злиття; *b* — чотиричастинкові процеси розсіювання. Прямі лінії — магнони, хвилясті — електрони провідності; вертикальними стрілками позначено їхні спіни [82]

Елементарні процеси електрон-магнонної взаємодії, що описуються гамільтоніаном (2.31), зображено на рис. 2.4.

Відомо, що в періодичному полі кристалічної ґратки електрон характеризується законом дисперсії енергії $\varepsilon(\vec{p})$ і описується блохівською хвильовою функцією [82]:

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = u_{\vec{p}}(\vec{r}) \exp\left\{\frac{i\vec{p}\vec{r}}{\hbar}\right\}. \quad (2.33)$$

Розглядатимемо s – d -взаємодію як слабе збурення і нехтуватимемо спіно-орбітальною взаємодією. В цьому випадку хвильову функцію електрона можна записати у вигляді [82]

$$\Psi_{\vec{p}\sigma} = \Psi_{\vec{p}}(\vec{r})\chi_{\sigma}, \quad (2.34)$$

де $\chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ і $\chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ — власні функції спінового оператора $\hat{\sigma}$. Тепер, відповідно до звичайної теорії збурень, для закону дисперсії енергії електрона за наявності s – d -обмінної взаємодії дістанемо [82]

$$\varepsilon_{\sigma}(\vec{p}) = \varepsilon(\vec{p}) + \left\langle \vec{p}\sigma \left| H_{s-d}^{(0)} \right| \vec{p}\sigma \right\rangle. \quad (2.35)$$

Для слабо збуджених станів, а саме такі ми й розглядатимемо, енергію електрона поблизу дна зони провідності можна розкласти в ряд за малим параметром JS/W (W — ширина зони провідності), і для енергії електрона провідності у ФМН дістанемо такий вираз [86]:

$$\varepsilon_{\uparrow,\downarrow} = \varepsilon(\vec{p}) \mp \frac{JS}{2}, \quad (2.36)$$

де знак « \mp » відповідає спіну «вгору» (\uparrow), а знак « \pm » — протилежному напрямку — «вниз» (\downarrow).

Отже, у ФМН зона провідності розщеплюється на дві підзони з різними орієнтаціями спіну електрона (рис. 2.5). Розщеплення зони провідності ФМН виникає як наслідок зееманівського розщеплення електронного спектра за спіном у молекулярному полі феромагнітного кристала, пропорційному його спонтанній намагніченості. Величина цього розщеплення дорівнює JS .

Зовнішнє електромагнітне поле (лазерна хвиля), порушуючи рівновагу між електронною та магнітною підсистемами ФМП, спричинює низку нелінійних і нерівноважних явищ, зокрема розігрівання магنونів [124]. Найцікавішою видається ситуація, коли на ФМН падає не одна електромагнітна хви-

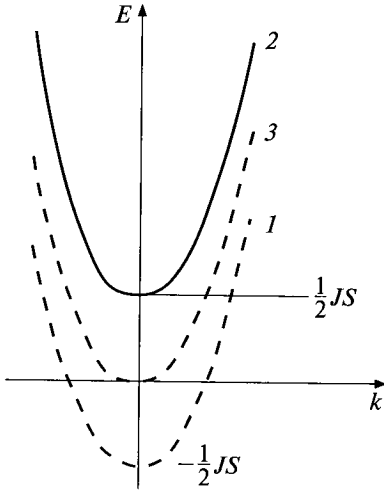


Рис. 2.5. Зонна структура ФМН: 1 — для спіну "вгору"; 2 — для спіну "вниз"; 3 — усереднена за спінами [86]

ля, а кілька когерентних лазерних пучків. У цьому разі через інтерференційні ефекти в характері взаємодії ВЧ-поля когерентних лазерних пучків на вільні носії та магнони у ФМН з'являються нові особливості. Уперше вплив поля когерентних світлових (лазерних) пучків (КСП) на властивості ФМН було розглянуто в роботах [3, 76, 125, 126], в яких було показано, що просторова модуляція сили ВЧ-тиску світла на електрони та інтегралів зіткнень електронів з магнонами, зумовлена інтерференційними ефектами, приводить до появи в системі нерівноважних електронів і магнів ФМН лазер-індукованих просторово-періодичних структур — статичних і динамічних надграток концентрації носіїв, електронної і магноної температур та напруженості електричного поля, а також пов'язаної з магноною температурою надгратки нерівноважної намагніченості.

Почнемо детальніший розгляд впливу ВЧ-поля когерентних лазерних пучків на вільні носії та магнони в ФМН. З цією метою розглянемо широкозонний ФМН із середньою концентрацією носіїв n_0 в однорідному постійному електричному полі $\vec{F}_0 \parallel OZ$ у спин-хвильовій області температур. Його зовнішня поверхня $x = 0$ опромінюється кількома лазерними пучками, вектор-потенціал яких у матеріалі задається відомим співвідношенням $\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_j \vec{A}_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j)$, а частота задовольняє нерівність $\bar{\epsilon} \ll \hbar\omega \ll \epsilon_g$ ($\bar{\epsilon}$ — середня енергія електрона в полі КСП, ϵ_g — ширина забороненої зони ФМН). Тому КСП, не змінюючи загальної кількості носіїв, можуть бути лише причиною їх перерозподілу в об'ємі напівпровідника.

Нерівноважний стан в електрон-магнонній системі ФМН створюється як у результаті розігріву електронів зовнішнім постійним нагрівним електричним полем, так і в результаті поглинання квантів світла вільними електронами з наступним переданням енергії від електронів магнонам. Роль термостата відіграють фонони. Вважатимемо також, що середнє значення імпульсу електрона становить $\bar{p} \gg \hbar k_j$. Електрони вважаються не виродженими, а їх енергія в полі КСП $\epsilon_p \ll JS$ (J — енергія $s-d$ -обмінної взаємодії, S — спин магнітного іона). Ця нерівність дає можливість у не надто сильних постійних електричних полях обмежитися розглядом підзони, в якій $\sigma = \uparrow$, і не враховувати в гамільтоніані електрон-магноної взаємодії вплив ВЧ-поля КСП на акт взаємодії електронів з магнонами. Крім того, нехтуватимемо прямою взаємодією магнітного поля КСП на магнони, вважаючи її малою порівняно з електрон-

магнотною взаємодією. Вважатимемо також, що в процес магнон-фононної взаємодії роблять внесок процеси за участю одного фонона та чотирьох магنونів [127, 128]. В електрон-магнотній взаємодії враховуватимемо як одно-магнотні процеси в першому порядку теорії збурень, так і двомагнотні в другому. У зображенні вторинного квантування гамільтоніан системи електронів і магنونів за наявності постійного однорідного електричного поля \vec{F}_0 та ВЧ-поля КСП з урахуванням зроблених нами наближень має вигляд [3]

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_{\vec{p}} \varepsilon_{\vec{p}} a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}} + \sum_{\vec{q}} \omega_{\vec{q}} b_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}} + \sum_{\vec{k}} v_{\vec{k}} c_{\vec{k}}^+ c_{\vec{k}} + \sum_{\vec{p}\vec{q}\vec{q}_1} I(\vec{q}) a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}-\vec{q}_1} b_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}+\vec{q}_1} + \\ & + \sum_{\vec{p}, \vec{k}} \left[-\frac{e}{mc} \vec{p} \vec{A}_{\vec{k}} + \frac{e^2 A_{\vec{k}}^2}{2mc} - ie \vec{F}_0 \sum_{\vec{p}\vec{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{k}} \delta_{\vec{k}0} \right) \right] a_{\vec{p}+\vec{h}\vec{k}}^+ a_{\vec{p}} + \\ & + \sum_{123} [\varphi_s(12,3) b_1^+ b_2^+ b_3 \delta_{\vec{q}_1+\vec{q}_2} + e. c.] + \sum_{1234} [V_s(12,34) b_1^+ b_2^+ b_3 b_4 \delta_{\vec{q}_1+\vec{q}_2} + e. c.] + \\ & + \sum_{\vec{k}1234} \delta_{3+4}^{\vec{k}+1+2} [\Phi_{4mp}(\vec{k}1234) b_1^+ b_2^+ b_3 b_4 c_{\vec{k}} + e. c.], \end{aligned} \quad (2.37)$$

де $\varepsilon_{\vec{p}}, \omega_{\vec{q}}, v_{\vec{k}}$ — енергії електронів, магنونів і фононів відповідно, $I(\vec{q}) = \frac{J}{2N} \frac{q^2}{(2mJS)^2 + q^2}$, $\vec{A}_{\vec{k}}$ і $A_{\vec{k}}^2$ — фур'є-компоненти векторів $\vec{A}(\vec{r}, t)$ та $A^2(\vec{r}, t)$; $\varphi_s(12,3)$ та $V_s(12,34)$ — деякі функції імпульсів магنونів ($1 = \vec{q}_1, 2 = \vec{q}_2, \dots$), $\Phi_{4mp}(\vec{k}1234)$ — амплітуда перенормованої магнон-фононної взаємодії [127, 128].

Оскільки нам потрібно описати поведінку електронів і магنونів ФМН у просторово-періодичному полі лазерного випромінювання, відповідні рівняння для них мають бути подані в такій формі, в якій явно фігурують координати електронів і магنونів. З цією метою виходитимемо з квантових аналогів класичних мікроскопічних функцій розподілу електронів \hat{f} та магنونів \hat{N} у вігнерівському представленні:

$$\begin{aligned} \hat{f}(\vec{r}, \vec{P}, t) &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{g}} \exp\{-i\vec{g}\vec{r}\} a_{\vec{p}+\vec{h}\vec{g}/2}^+ a_{\vec{p}-\vec{h}\vec{g}/2}; \\ \hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t) &= \frac{1}{V} \sum_{\vec{g}} \exp\{-i\vec{g}\vec{r}\} b_{\vec{q}+\vec{h}\vec{g}/2}^+ a_{\vec{q}-\vec{h}\vec{g}/2}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

де V — об'єм напівпровідника, \vec{P} — канонічний (кінематичний) імпульс електрона.

Визначивши явний вигляд операторів $\hat{f}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ і $\hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t)$ та гамільтоніана системи \hat{H} , розпочнемо виведення кінетичних рівнянь. З цією метою напишемо рівняння руху для операторів $\hat{f}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ і $\hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t)$ з гамільтоніаном (2.31):

$$i\hbar \frac{d\hat{f}}{dt} = i\hbar \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + [\hat{f}, \hat{H}], \quad i\hbar \frac{d\hat{N}}{dt} = i\hbar \frac{\partial \hat{N}}{\partial t} + [\hat{N}, \hat{H}]. \quad (2.39)$$

Вважатимемо, що електрони за енергією та імпульсом релаксують на магнонах. Що стосується магنونів, то вважатимемо, що їх імпульс достатньо

ефективно релаксує за рахунок процесів перекидання, а енергію вони віддають фононам. Після дещо громіздких, але в принципі нескладних обчислень комутаторів у (2.39) та наступного усереднення за матрицею густини системи дістанемо систему кінетичних рівнянь уже не для операторів, а звичайних функцій розподілу електронів $\hat{f}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ і магنونів $\hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t)$. Детальне виведення цієї системи рівнянь наведено в роботах [2, 3, 76, 125, 126], тому не зупинятимемося на цьому.

Подаючи часову залежність функцій $\hat{f}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ і $\hat{N}(\vec{r}, \vec{q}, t)$ у вигляді

$$f(\vec{r}, \vec{P}, t) = \sum_s e^{is\omega t} f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P}, t); \quad N(\vec{r}, \vec{P}, t) = \sum_l e^{il\omega t} N^{(l)}(\vec{r}, \vec{P}, t), \quad (2.40)$$

в якому швидкі часові осциляції виділені явно, а амплітуди $f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ та $N^{(l)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ є повільно змінними функціями (за період $t \sim \omega^{-1}$) з характерними часами порядку часів релаксації, наведемо систему квантових кінетичних рівнянь для усереднених за періодом $2\pi/\omega$ амплітуд $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ і $N^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$, яку надалі використовуватимемо для вивчення фізичних властивостей ФМН з надграткою:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{P}}{m} \frac{\partial f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})}{\partial \vec{r}} + \left[e\vec{F}_0 - \frac{e^2}{4mc^2} \nabla \sum_{j'} \vec{A}_j \vec{A}_{j'} \cos \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right] \right] \frac{\partial f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})}{\partial \vec{P}} = \\ = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{p}, \vec{q}, \vec{q}', n} \delta_{\vec{p}, \vec{p} + \vec{q}}^{\vec{p} + \vec{q}} |I(\vec{q})|^2 J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\omega} \right) \left\{ \begin{aligned} & f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}') [1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})] - \\ & - f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}') N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) [1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}')] \end{aligned} \right\} \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} + \omega_{\vec{q}} - \omega_{\vec{q}'} + n\hbar\omega); \quad (2.41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})}{\partial \vec{r}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{p}, \vec{p}', \vec{q}', n} \delta_{\vec{p}', \vec{p} + \vec{q}'}^{\vec{p} + \vec{q}'} J_n^2 \left(\frac{e\gamma_{\vec{p}\vec{p}'}}{mc\omega} \right) \left\{ \begin{aligned} & f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}') [1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})] - \\ & - f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}') N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) [1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}')] \end{aligned} \right\} \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} + \omega_{\vec{q}} - \omega_{\vec{q}'} + n\hbar\omega) + \\ + \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\vec{k}} \delta_{\vec{k} + \vec{q} + 1}^{\vec{k} + \vec{q} + 1} |\Phi_{4mp}|^2 \left\{ \begin{aligned} & [n(\vec{k}) + 1] [N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) + 1] N^{(0)}(\vec{r}, 2) [N^{(0)}(\vec{r}, 1) + 1] N^{(0)}(\vec{r}, 3) - \\ & - n(\vec{k}) N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) N^{(0)}(\vec{r}, 1) [N^{(0)}(\vec{r}, 2) + 1] [N^{(0)}(\vec{r}, 3) + 1] \end{aligned} \right\} \times \\ \times \delta(v_{\vec{k}} + \omega_{\vec{q}} + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3). \quad (2.42) \end{aligned}$$

Як впливає з (2.41) і (2.42), дія ВЧ-поля КСП на електрон-магنونну систему ФМН зводиться ось до чого. По-перше, з'являються процеси за участю квантів зовнішнього ВЧ-поля КСП. По-друге, як впливає з рівняння (2.10), з'являється додатковий тиск на електрони, зумовлений лазерним випромінюванням. Величина цього доданка змінюється в об'ємі напівпровідника за законом $\sin \left[(\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right]$. По-третє, як це впливає з (2.10) та (2.11), інтеграли зіткнень електронів з магнонами і магنونів з електронами також стають періодичними функціями координати \vec{r} . Саме така просторово-періодична залежність сили ВЧ-тиску разом із просторово-періодичною модуляцією

вказаних інтегралів зіткнень зумовлюють утворення у ФМН лазер-індукованих просторово-періодичних структур на вільних носіях і магнонах — так званих надграток.

Для опису статичних надграток у ФМН потрібно передусім знайти функції розподілу електронів $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ і магнонів $N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})$, які доцільно подати у вигляді суми парних і непарних за \vec{P} та \vec{q} частин:

$$f^{(0)} = f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}) + f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P}); \quad f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P}) = \frac{1}{2} [f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) - f^{(0)}(\vec{r}, -\vec{P})]; \quad (2.43)$$

$$N^{(0)} = N^{(c)}(\vec{r}, \vec{q}) + N^{(a)}(\vec{r}, \vec{q}); \quad N^{(a)}(\vec{r}, \vec{q}) = \frac{1}{2} [N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) - N^{(0)}(\vec{r}, -\vec{q})]. \quad (2.44)$$

Далі вважатимемо, що концентрація носіїв (електронів) достатньо велика для того, щоб апроксимувати симетричну частину функції розподілу електронів розподілом Максвелла:

$$f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}) = \frac{n(\vec{r})}{[2\pi m \theta_e(\vec{r})]^{3/2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\vec{P}}}{\theta_e(\vec{r})}\right). \quad (2.45)$$

Тут $n(\vec{r})$ і $\theta_e(\vec{r})$ — залежні від координати \vec{r} концентрація і температура електронів відповідно.

Вважатимемо, що частота обмінних магнон-магنونних зіткнень є найбільшою з усіх характерних частот, що дозволяє симетричну частину магнонової функції розподілу $N^{(c)}(\vec{r}, \vec{q})$ апроксимувати функцією Планка:

$$N^{(c)} = \left[\exp\left(\frac{\omega_{\vec{q}}}{\theta_m(\vec{r})}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2.46)$$

де $\theta_m(\vec{r})$ — залежна від координати \vec{r} температура магнонів.

Якщо відомо вигляд симетричних частин функцій розподілу електронів і магнонів, їх асиметричні частини можна в принципі визначити з рівнянь (2.41) та (2.42). У загальному випадку через складний вигляд інтегралів зіткнень розв'язати систему (2.41)—(2.42) досить важко. Тому зробимо низку спрощувальних припущень. Вважатимемо, що частота ω та амплітуда A_j когерентних лазерних пучків задовольняють нерівність $eA_j \ll c\sqrt{m\hbar\omega}$. Ця нерівність дозволяє розкласти функції Бесселя $J_i\left(\frac{e\gamma_{\vec{P}\vec{P}}}{mc\omega}\right)$, що входять в інтеграли зіткнень, у ряд, обмежуючись квадратичними за $\gamma_{\vec{P}\vec{P}}$ доданками. Крім того, вона дає змогу подати функції $f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P})$ та $f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P})$ у вигляді

$$f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}) = f(\varepsilon) + \Delta f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}); \quad f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P}) = f_1(\vec{P}) + \Delta f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P}), \quad (2.47)$$

де $f(\varepsilon)$ і $f_1(\vec{P})$ — симетрична та антисиметрична частини функції розподілу електронів у постійному зовнішньому полі \vec{F}_0 , а $\Delta f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}) = \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} n_1(\vec{r}) + \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon T_e^{(0)}}$

та $\Delta f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P})$ — відповідні додатки, викликані полем КСП; $n_1(\vec{r})$, $T_1(\vec{r})$ — малі додатки до n та $T_e^{(0)}$, зумовлені полем КСП.

У дифузному наближенні, яким тут скористаємося, функції $f(\varepsilon)$ та $f_1(\vec{P})$ пов'язані співвідношенням

$$f_1(\vec{P}) = -e\vec{F}_0\tau_{em}^p(\varepsilon)\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \vec{P}}; \quad |f_1(\vec{P})| \ll f(\varepsilon). \quad (2.48)$$

Тут і далі $\tau_{em}^p(\varepsilon) = \frac{8\pi^2\hbar^7\sqrt{JS}}{a^6m_s^2J^2T_m^2\sqrt{\varepsilon}}$ — час релаксації електронів за імпульсом на магнонах.

Обмежимося розкладанням інтеграла зіткнень електронів з магнонами \hat{I}_{em} , квадратичними за $\gamma_{\vec{P}\vec{P}}$ доданками, і аналогічно (2.47) запишемо:

$$\hat{I}_{em}f^{(a)} = (\hat{I}_{em}^{(0)} + \Delta\hat{I}_{em}^{(0)})(f_1 + \Delta f^{(a)}) \approx \hat{I}_{em}^{(0)}f_1 + (\Delta\hat{I}_{em}^{(0)})f_1 + \hat{I}_{em}^{(0)}\Delta f^{(a)}, \quad (2.49)$$

де $\hat{I}_{em}^{(0)}$ та $\Delta\hat{I}_{em}^{(0)}$ — доданки нульового і квадратичного за $\gamma_{\vec{P}\vec{P}}$ порядків у розкладі \hat{I}_{em} .

Піставляючи (2.48) та (2.49) у (2.41), з урахуванням співвідношень $\hbar\omega > \varepsilon$ $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$ дістанемо

$$\Delta f^{(0)} = -\tau_{em}^p(\varepsilon) \left\{ \left[eF_1 + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) (\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \sin \left\{ \left((\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right) \right\} \right] \frac{\partial f^{(c)}}{\partial \vec{P}} - \left[\frac{\vec{P}}{m} \frac{\partial f^{(c)}}{\partial \vec{r}} - \frac{e(\vec{F}_0 \vec{P})}{6} \left(\frac{e^2}{mch\omega} \right)^2 \frac{(\hbar\omega)^{3/2}}{\sqrt{\varepsilon}} \sum_{j'} (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \cos \left\{ \left((\vec{k}_j - \vec{k}_{j'}) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_{j'} \right) \right\} \right] \right\}, \quad (2.50)$$

де $\vec{F}_1(\vec{r})$ — додаток до поля \vec{F}_0 , зумовлений просторовим перерозподілом електронів полем КСП.

Симетричну частину функції розподілу магنونів можна подати у вигляді

$$N^{(c)}(\vec{r}, \vec{q}) = N(\vec{q}) + \Delta N^{(c)}(\vec{r}, \vec{q}), \quad (2.51)$$

де $N(\vec{q}) \equiv N_{\vec{q}}$ — симетрична частина функції розподілу магنونів у полі F_0 ;

$\Delta N^{(c)}(\vec{r}, \vec{q}) = \frac{\partial N_{\vec{q}}}{\partial T_m^{(0)}} T_2(\vec{r})$ — додаток до магنونної функції розподілу, зумовлений лазерним випромінюванням; $T_2(\vec{r})$ — малий додаток до $T_m^{(0)}$.

Асиметрична частина функції розподілу магنونів $N^{(a)}(\vec{r}, \vec{q})$ повністю зумовлена полем когерентних лазерних пучків і знаходиться з рівняння (2.42).

При $N_{\vec{q}} = \frac{T_m}{\hbar\omega}$ вона має вигляд

$$N^{(a)}(\vec{r}, \vec{q}) = -\tau(\vec{q}) \left(\frac{\partial \omega_{\vec{q}}}{\partial \vec{q}} \right) \frac{1}{\omega_{\vec{q}}} \frac{d\theta_m}{d\vec{r}}, \quad (2.52)$$

де

$$\tau(\vec{q}) = \frac{\pi g^2}{\hbar V} \sum_{\vec{k}_{123}} \delta_{2+3}^{\vec{k}+\vec{q}+1} \left| \Phi_{4mp}(\vec{k}_{123}\vec{q}) \right|^2 n(\vec{k}) N_1(1+N_2) N_{\vec{q}}(1+N_3) \delta \left(\begin{matrix} v_{\vec{k}} + \omega_{\vec{q}} + \omega_1 \\ -\omega_2 - \omega_3 \end{matrix} \right); \quad (2.53)$$

\vec{g} — вектор оберненої ґратки.

У разі опромінення ФМН, що знаходиться в постійному зовнішньому електричному полі \vec{F}_0 , кількома лазерними пучками концентрація електронів n , напруженість електричного поля \vec{F} , а також ефективні температури елек-

тронів θ_e та магنونів θ_m стають функціями координати \vec{r} , і їх можна подати у вигляді

$$n(\vec{r}) = n_0 + n_1(\vec{r}); \quad \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}_0 + \vec{F}_1(\vec{r}); \quad \theta_e = T_e^{(0)} + T_1(\vec{r}); \quad \theta_m = T_m^{(0)} + T_2(\vec{r}). \quad (2.54)$$

Концентрація електронів в однорідному полі n_0 вважається заданою, а температури $T_e^{(0)}$ та $T_m^{(0)}$ визначаються відомим способом і далі також вважатимуться відомими. Величини $n_1(\vec{r})$, $F_1(\vec{r})$, $T_1(\vec{r})$ та $T_2(\vec{r})$ визначаються з рівнянь Пуассона, неперервності струму та балансу енергії для електронної і магنونної підсистем:

$$\frac{d\vec{F}_1}{d\vec{r}} = \frac{4\pi e}{\varepsilon_0} n_1(\vec{r}), \quad \text{div}j(\vec{r}) = 0, \quad \frac{dQ_e}{d\vec{r}} + Q_{em} = W, \quad \frac{dQ_m}{d\vec{r}} + Q_{me} + Q_{mp} = 0. \quad (2.55)$$

Тут ε_0 — діелектрична проникність ФМН; j — густина струму; W — потужність, що поглинається ФМН у полі F_0 та ВЧ-полі лазерного випромінювання. У загальному вигляді Q_{em} та Q_{mp} наведено в роботі [3], $Q_{em} = -Q_{me}$, а величини Q_e і Q_m мають такий вигляд:

$$Q_e = \int \frac{\partial \varepsilon_{\vec{P}}}{\partial \vec{P}} f^{(a)}(\vec{r}, \vec{P}) \varepsilon_{\vec{P}} d\vec{P}, \quad Q_m = \int \frac{\partial \omega_{\vec{q}}}{\partial \vec{q}} N^{(a)}(\vec{r}, \vec{q}) d\vec{q}. \quad (2.56)$$

У подальших розрахунках зупинимось на випадку $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$ і, зокрема, падінням на зовнішню поверхню ФМН усього двох пучків з $\vec{A}_1 \parallel \vec{A}_2$. У разі симетрично орієнтованих двох пучків з $k_{1z} = k_{2z}$, $k_{1x} = -k_{2x}$ поле F_1 виникає в напрямку \vec{F}_0 , і тому всі величини $n_1(\vec{r})$, $F_1(\vec{r})$, $T_1(\vec{r})$ та $T_2(\vec{r})$ залежатимуть лише від однієї координати z . Усі величини, що входять у (2.55), мають бути лінеаризовані за $n_1(\vec{r})$, $F_1(\vec{r})$, $T_1(\vec{r})$ та $T_2(\vec{r})$. Необхідні вирази для додатків Δj , ΔW , ΔQ_e , ΔQ_m , ΔQ_{em} , ΔQ_{mp} мають вигляд

$$\Delta W(z) = \Delta j(z) F_0 + j_0 F_1 - \frac{e^2 k_{1z} j_0}{mc^2} \sin\left(\frac{2k_{1z}z}{\varphi_1 - \varphi_2}\right) + \frac{\sqrt{\varepsilon} K \omega^2 A_1 A_2}{8\pi c} \left[\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} + 2 \cos\left(\frac{2k_{1z}z}{\varphi_1 - \varphi_2}\right) \right]; \quad (2.57)$$

$$\Delta Q_e = \frac{2T_e}{e} \left\{ \Delta j(z) + j_0 \left[\frac{T_1}{T_e^{(0)}} - \frac{1}{eF_0} \frac{dT_1}{dz} - \frac{e^2 A_1 A_2}{48mc^2 T_e^{(0)}} \sqrt{\frac{\pi T_e^{(0)}}{\hbar \omega}} \left[\frac{A_1}{2A_2} + \frac{A_2}{2A_1} \cos\left(\frac{2k_{1z}z}{\varphi_1 - \varphi_2}\right) \right] \right] \right\}; \quad (2.58)$$

$$\Delta j(z) = j_0 \left\{ \frac{n_1}{n_0} + \frac{2T_2}{T_m^{(0)}} - \frac{T_1}{2T_e^{(0)}} + \frac{F_1}{F_0} - \frac{e^2 A_1 A_2}{12mc^2} \sqrt{\frac{\pi}{\hbar \omega T_e^{(0)}}} \left[\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} + 2 \cos\left(\frac{2k_{1z}z}{\varphi_1 - \varphi_2}\right) \right] + \left[(eF_0)^{-1} \left[\frac{e^2 k_{1z} A_1 A_2}{mc^2} \sin(2k_{1z}z + \varphi_1 - \varphi_2) - T_e^{(0)} \left(\frac{1}{n_0} \frac{dn_1}{dz} + \frac{1}{2T_e^{(0)}} \frac{dT_1}{dz} \right) \right] \right] \right\}; \quad (2.59)$$

$$\Delta Q_m = R_1 \frac{dT_2}{dz}, \quad R_1 = \int \left(\frac{\partial \omega_q}{\partial q} \right)^2 \frac{\omega_q^2}{T} \tau(q) N_q (1 + N_q); \quad (2.60)$$

$$\Delta Q_{em} = \left(n_1 \frac{\partial}{\partial n_0} + T_1 \frac{\partial}{\partial T_e^{(0)}} + T_2 \frac{\partial}{\partial T_m^{(0)}} \right) Q_{em}^{(0)}; \quad \Delta Q_{mp} = T_2 \frac{\partial Q_{mp}^{(0)}}{\partial T_m^{(0)}}; \quad \Delta Q_{me} = -\Delta Q_{em}. \quad (2.61)$$

Тут

$$j_0 = \frac{2bn_0 e^2 F_0}{3m^2} \sqrt{\frac{2m}{\pi T_e^{(0)}}}; \quad b = \frac{8\pi^2 \hbar^7 \sqrt{2JS}}{a^6 m_s^2 J^2 \sqrt{m} T^2}; \quad (2.62)$$

$K = \frac{4\pi e^2 n_0}{3m\omega^2 \sqrt{\epsilon_0} \tau_{em}(\hbar\omega)}$ — коефіцієнт поглинання світла ФМН у квантовій області частот, $\tau_{em}(\hbar\omega)$ — час релаксації $\tau_{em}^p(\hbar\omega)$, взятий при енергії $\epsilon = \hbar\omega$; $Q_{em}^{(0)}$ і $Q_{mp}^{(0)}$ — значення Q_{em} та Q_{mp} за відсутності лазерного опромінення [3]. Для випадку рівномірного розподілу магنونів

$$Q_{mp}^{(0)} = \frac{T}{\tau_{\epsilon}^{mp}} \left(\frac{T_m^{(0)}}{T} \right)^3 \left(\frac{T_m^{(0)}}{T} - 1 \right); \quad \tau_{\epsilon}^{mp} = F_3 \frac{\hbar}{\theta_c} \frac{Mc^2}{\theta_c} \left(\frac{\theta_D}{T} \right)^3; \quad (2.63)$$

$$Q_{em}^{(0)} = \frac{n_0 a^3}{\tau_{em}^{\epsilon}} \left(\frac{T_e^{(0)}}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{T_m^{(0)}}{T} \right)^{3/2} (T_e^{(0)} - T_m^{(0)}); \quad \tau_{em}^{\epsilon} = \frac{3\pi^{3/2}}{\sqrt{2}} \left(\frac{E}{J} \right)^2 \left(\frac{\theta_c}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{E}{T} \right)^{1/2} \frac{\hbar}{T}, \quad (2.64)$$

M — маса елементарної комірки, F_1 — число.

Виходячи зі структури виразів (2.57)–(2.64) і обмежуючись членами першого порядку малості, величини $n_1(\vec{r})$, $F_1(\vec{r})$, $T_1(\vec{r})$ та $T_2(\vec{r})$ можна шукати у вигляді

$$\begin{aligned} n_1(z) &= n_0 (\xi_1 \cos 2k_{1z}z + \xi_2 \sin 2k_{1z}z); \quad F_1(z) = F_0 (\zeta_1 \cos 2k_{1z}z + \zeta_2 \sin 2k_{1z}z); \\ T_1(z) &= T_e^{(0)} (\eta_0 + \eta_1 \cos 2k_{1z}z + \eta_2 \sin 2k_{1z}z); \\ T_2(z) &= T_m^{(0)} (\mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z}z + \mu_2 \sin 2k_{1z}z). \end{aligned} \quad (2.65)$$

Залежності (2.65) свідчать про утворення КСП у ФМН за наявності постійного нагрівного електричного поля F_0 статичних лазер-індукованих структур на вільних електронах і магнонах — надграток електронних концентрації і температури, напруженості електричного поля та магنونної температури. Оскільки нерівноважна намагніченість ФМН

$$M = M_0 \left[1 - \frac{\sqrt{2}\zeta(3/2)}{\pi^2 S} \left(\frac{\theta_m}{T_c} \right)^{3/2} \right] \quad (2.66)$$

(M_0 — намагніченість насичення ФМН), вона також виявляється замодульованою і утворює надгратку.

Підставляючи (2.65) у (2.55) і прирівнюючи вирази при $\cos 2k_{1z}z$ та $\sin 2k_{1z}z$, знайдемо вирази для амплітуд модуляції ξ_i , ζ_i , η_i , μ_i [3]:

$$\mu_0 = -\frac{B_2}{G_1} \left(\frac{A_1}{2A_2} + \frac{A_2}{2A_1} \right); \quad \eta_0 = \mu_0 \frac{\partial(Q_{em}^{(0)} - Q_{mp}^{(0)})}{\partial T_m} \left(\frac{\partial Q_{em}^{(0)}}{\partial T_m} \right)^{-1}; \quad (2.67)$$

$$\zeta_1 = -\frac{\alpha}{\beta} \xi_2; \quad \zeta_2 = \frac{\alpha}{\beta} \xi_1; \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \left(\frac{1}{2} - a_7 \right) \eta_1 + \frac{\beta}{\alpha + 1} a_6 \mu_1 + \frac{\beta^2 B_1}{2[(\alpha + 1)^2 + \beta^2]} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} - \frac{\alpha + 1}{\beta} \right]; \\ \xi_2 &= \left(\frac{1}{2} - a_7 \right) \eta_2 + \frac{\beta}{\alpha + 1} a_6 \mu_2 - \frac{\beta^2 B_1}{2[(\alpha + 1)^2 + \beta^2]} \left[\frac{\alpha + 1}{3} \left(\frac{\pi T_e}{\hbar\omega} \right)^{1/2} - 1 \right]; \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\mu_1 = -\frac{B_1}{G_2} \left\{ \begin{array}{c} -a_1 \quad a_4 \quad -a_3 \\ a_6 \quad a_7 \quad a_8 \\ -a_5 \quad a_8 \quad -a_7 \end{array} \middle| -\frac{3}{8} \begin{array}{c} a_2 \quad a_3 \quad a_4 \\ -a_1 \quad a_4 \quad -a_3 \\ a_6 \quad a_7 \quad a_8 \end{array} \middle| + \frac{B_2}{B_1} \begin{array}{c} a_2 \quad a_3 \quad a_4 \\ a_6 \quad a_7 \quad a_8 \\ -a_5 \quad a_8 \quad -a_7 \end{array} \right\}; \quad (2.70)$$

$$\mu_2 = \frac{B_1}{G_2} \left\{ \begin{array}{c} a_2 \quad a_4 \quad -a_3 \\ a_5 \quad a_7 \quad a_8 \\ a_6 \quad a_8 \quad -a_7 \end{array} \middle| -\frac{3}{8} \begin{array}{c} a_1 \quad a_3 \quad a_4 \\ a_2 \quad a_4 \quad -a_3 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_8 \end{array} \middle| + \frac{B_2}{B_1} \begin{array}{c} a_1 \quad a_3 \quad a_4 \\ a_5 \quad a_7 \quad a_8 \\ a_6 \quad a_8 \quad -a_7 \end{array} \right\}; \quad (2.71)$$

$$\eta_1 = -\frac{B_1}{G_2} \left\{ \begin{array}{c} a_2 \quad -a_1 \quad -a_3 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_8 \\ a_6 \quad -a_5 \quad -a_7 \end{array} \middle| -\frac{3}{8} \begin{array}{c} a_1 \quad a_2 \quad a_4 \\ a_2 \quad -a_1 \quad -a_3 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_8 \end{array} \middle| + \frac{B_2}{B_1} \begin{array}{c} a_1 \quad a_2 \quad a_4 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_8 \\ a_6 \quad -a_5 \quad -a_7 \end{array} \right\}; \quad (2.72)$$

$$\eta_2 = \frac{B_1}{G_2} \left\{ \begin{array}{c} a_2 \quad -a_1 \quad a_4 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_7 \\ a_6 \quad -a_5 \quad a_8 \end{array} \middle| -\frac{3}{8} \begin{array}{c} a_1 \quad a_2 \quad a_3 \\ a_2 \quad -a_1 \quad -a_4 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_7 \end{array} \middle| + \frac{B_2}{B_1} \begin{array}{c} a_1 \quad a_2 \quad a_3 \\ a_5 \quad a_6 \quad a_7 \\ a_6 \quad -a_5 \quad a_8 \end{array} \right\}, \quad (2.73)$$

де введено такі безрозмірні величини:

$$B_1 = \frac{4 e_2 A_1 A_2}{3\beta mc^2 T_e}; \quad B_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0} K \omega^2 A_1 A_2}{8\pi c Q_{em}^{(0)}}; \quad \alpha = \frac{\pi e^2 n_0}{\varepsilon_0 k_{1z}^2 T_e};$$

$$\beta = \frac{eF_0}{2k_{1z} T_e} = \frac{eF_0 \tau_{em}^p}{\bar{p}} \frac{\bar{p}}{2k_{1z} T_e \tau_{em}^p} \approx \frac{eF_0 \tau_{em}^p}{\bar{p}} \frac{1}{k_{1z} l};$$

$$a_1 = \frac{4}{\beta} \left[1 + \frac{2\alpha + 1}{2(\alpha + 1)} \beta a_6 \right]; \quad a_2 = -2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\partial Q_{em}^{(0)}}{\partial T_m} \frac{T_m}{Q_{em}^{(0)}} \right);$$

$$a_3 = \frac{5}{2\beta} \left[1 - \frac{2(2\alpha + 1)}{5} (a_7 - 1) \right]; \quad a_4 = - \left(\frac{2}{\beta^2} + a_7 \right);$$

$$a_5 = 2 \left(1 - \frac{\beta a_6}{2(\alpha + 1)} \right); \quad a_6 = -\frac{\alpha + 1}{\beta} \left[4k_{1z}^2 R_1 + \frac{\partial (Q_{em}^{(0)} - Q_{mp}^{(0)})}{\partial T_m} \right] \frac{T_m}{Q_{em}^{(0)}};$$

$$a_7 = \frac{1}{2} + \frac{\partial Q_{em}^{(0)}}{\partial T_e} \frac{T_e}{Q_{em}^{(0)}}; \quad a_8 = \frac{1}{2\beta} [1 - 2(\alpha + 1)(a_7 - 1)];$$

$$G_1 = 1 + \frac{\partial Q_{em}^{(0)}}{\partial T_m} \frac{T_m}{Q_{em}^{(0)}} - \frac{\partial (Q_{em}^{(0)} - Q_{mp}^{(0)})}{\partial T_m} \left(\frac{\partial Q_{em}^{(0)}}{\partial T_e} \right)^{-1};$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_2 & -a_1 & a_4 & -a_3 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \end{pmatrix}.$$

Зауважимо, що при отриманні (2.67)—(2.73) було випущено доданки порядку $(T_e/\hbar\omega)^{1/2}$ та $\beta(T_e/\hbar\omega)^{1/2}$.

Формули (2.67) — (2.73) значно спрощуються, коли відсутнє зовнішнє нагрівне електричне поле, $\vec{F}_0 = 0$. У цьому разі нерівноважність магنونів виникає лише завдяки прямій передачі енергії від електронів магнонам за рахунок електрон-магنونної взаємодії. При цьому прямим поглинанням енергії поля КСП магнонами будемо нехтувати. Тоді для амплітуд ξ , ζ , η , μ дістанемо вирази:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \frac{n_0 a^3}{3} \frac{\tau_e^{mp}}{\tau(\hbar\omega)} \frac{e^2 A_1 A_2}{T m c^2}; \quad \eta_0 = \mu_0 \left(1 + \frac{\tau_e^{em}}{\tau_e^{mp} n_0 a^3} \right), \quad \xi_2 = \mu_2 = \eta_2 = 0; \\ \mu_1 &= \mu_0 \left[1 + 4 R_2 k_{1z}^2 \tau_e^{mp} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{\tau_e^{em}}{n_0 a_3 \tau_e^{mp}} + \frac{4 k_{1z}^2 R_1 \tau_e^{em}}{n_0 a^3} \right) \right]^{-1}; \\ R_2 &= \frac{2^{3/2} b n_0 a^3 T^{1/2}}{3 \pi^{1/2} m^{3/2}}; \quad \eta_1 = \mu_1 \left(1 + \frac{\tau_e^{em}}{n_0 a^3 \tau_e^{mp}} + \frac{4 k_{1z}^2 R_1 \tau_e^{em}}{n_0 a^3} \right); \\ \sqrt{\xi_1} &= -\frac{1}{\alpha + 1} \left(\eta_1 + \frac{e^2 A_1 A_2}{8 m c^2 T} \right). \end{aligned} \quad (2.74)$$

Проведемо деякі числові оцінки. Якщо вважати, що $n_0 = 10^{15} - 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\omega = 5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $T = 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}$, $F_0 = 0$, а напруженість поля КСП порядку 10^3 В/см , то за характерних для EuO значень параметрів $m = 2,73 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $a = 5,15 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, $m_s = 1,82 \cdot 10^{28} \text{ кг}$, $J = 0,26 - 0,3 \text{ еВ}$ [10] отримуємо $\mu = 10 - 12 \%$, $\Delta/M_0 = 8 - 10 \%$. Отже, за характерних для ФМН типу EuO значень параметрів просторова модуляція магنونної температури може бути досить помітною і її можна буде легко спостерігати експериментально під час магніто-спектроскопічних досліджень.

Вище ми розглянули створення лазер-індукованих структур на вільних електронах і магнонах у ФМН для випадку великої (порівняно з $\hbar\omega$ та T_e) енергії розщеплення електронних підзон Δ зі спіном «вгору» і «вниз». Зараз розглянемо випадок з урахуванням обох підзон. Як і раніше, розглядатимемо широкозонний донорний ФМН у спін-хвильовій області температур у постійному нагрівному електричному полі $\vec{F}_0 \parallel OZ$, зовнішня поверхня якого опромінюється кількома КСП, частота яких задовольняє нерівності $\bar{\epsilon} \ll \Delta < \hbar\omega < \epsilon_g$ ($\Delta = JS/2$, J — інтеграл $s-d$ -обміну). У цьому випадку в електрон-магنونній взаємодії помітну роль відіграватимуть процеси переходу електронів з нижньої підзони у верхню. У зображенні вторинного квантування гамільтоніан системи електронів і магنونів, що знаходяться у зовнішньому постійному

електричному полі \vec{F}_0 та ВЧ-полі КСП і взаємодіють з фононами, має вигляд

$$\begin{aligned} \hat{H} = \sum_{\vec{p}, \vec{k}} \left[-\frac{e}{mc} \vec{p} \vec{A}_{\vec{k}} + \frac{e^2}{2mc^2} A_{\vec{k}}^{(2)} - ie\vec{F}_0 \left(\frac{\partial}{\partial \vec{k}} \delta_{\vec{k}, 0} \right) \right] a_{\vec{p}+\hbar\vec{k}\sigma}^+ a_{\vec{p}\sigma} - \\ - \mu(\vec{\sigma} \vec{B}) + \hat{H}_e + \hat{H}_m + \frac{JS}{2} \sqrt{\frac{S}{2N}} \sum_{\vec{p}, \vec{q}} (a_{\vec{p}+\vec{q}\downarrow}^+ a_{\vec{p}\uparrow} b_{\vec{q}} + a_{\vec{p}-\vec{q}\uparrow}^+ a_{\vec{p}\downarrow} b_{\vec{q}}) + \\ + \frac{JS}{2N} \sum_{\sigma, \vec{p}, \vec{p}', \vec{q}, \vec{q}'} a_{\vec{p}\sigma}^+ a_{\vec{p}'\sigma} b_{\vec{q}}^+ b_{\vec{q}'} \delta_{\vec{p}'+\vec{q}}^{\vec{p}+\vec{q}} + \hat{H}_{MM} + \hat{H}_{mp}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Тут \hat{H}_e та \hat{H}_m — гамільтоніани вільних електронів і магنونів; \hat{H}_{MM} , \hat{H}_{mp} — гамільтоніани магنون-магنونної та магنون-фононної взаємодій; $\vec{\sigma}$ — матриця Паулі; $\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$ — спіновий індекс. Усі інші позначення — стандартні.

Оскільки ми хочемо описати властивості надграток, то квантові кінетичні рівняння для електронів і магنونів мають бути подані у вигляді, в якому явно фігурують їх координати. З цією метою зручно скористатися мікроскопічними функціями розподілу електронів \hat{f} і магنونів \hat{N} у вігнерівському зображенні:

$$\begin{aligned} f_{\sigma\sigma'}(\vec{r}, \vec{P}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{r}} a_{\vec{P}+\hbar\vec{k}/2}^+ a_{\vec{P}+\hbar\vec{k}/2}, \quad f_{\sigma\sigma'} = \begin{pmatrix} f_{\uparrow\uparrow} & f_{\uparrow\downarrow} \\ f_{\downarrow\uparrow} & f_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix}, \quad (2.76) \\ N(\vec{r}, \vec{q}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{r}} b_{\vec{q}+\hbar\vec{k}/2}^+ b_{\vec{q}+\hbar\vec{k}/2}. \end{aligned}$$

Застосовуючи стандартну методику [2, 3], отримуємо систему квантових кінетичних рівнянь для електронів і магنونів, яка для цього випадку матиме вигляд [129]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\uparrow\uparrow}}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{P}} \frac{\partial f_{\uparrow\uparrow}}{\partial \vec{r}} + \left(e\vec{F} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \frac{\partial f_{\uparrow\uparrow}}{\partial \vec{P}} - \frac{ig}{2} (B_+ f_{\uparrow\downarrow} - B_- f_{\downarrow\uparrow}) = I_{em\uparrow\uparrow}; \\ \frac{\partial f_{\downarrow\downarrow}}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{P}} \frac{\partial f_{\downarrow\downarrow}}{\partial \vec{r}} + \left(e\vec{F} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \frac{\partial f_{\downarrow\downarrow}}{\partial \vec{P}} + \frac{ig}{2} (B_+ f_{\uparrow\downarrow} - B_- f_{\downarrow\uparrow}) = I_{em\downarrow\downarrow}; \\ \frac{\partial f_{\uparrow\downarrow}}{\partial t} + i \frac{\Delta}{\hbar} f_{\uparrow\downarrow} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{P}} \frac{\partial f_{\uparrow\downarrow}}{\partial \vec{r}} + \left(e\vec{F} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \frac{\partial f_{\uparrow\downarrow}}{\partial \vec{P}} - \frac{igB_+}{2} (f_{\uparrow\uparrow} - f_{\downarrow\downarrow}) = I_{em\uparrow\downarrow}; \\ \frac{\partial f_{\downarrow\uparrow}}{\partial t} - i \frac{\Delta}{\hbar} f_{\downarrow\uparrow} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{P}} \frac{\partial f_{\downarrow\uparrow}}{\partial \vec{r}} + \left(e\vec{F} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \frac{\partial f_{\downarrow\uparrow}}{\partial \vec{P}} - \frac{igB_+}{2} (f_{\uparrow\uparrow} - f_{\downarrow\downarrow}) = I_{em\downarrow\uparrow}; \\ \frac{\partial N_{\vec{q}}}{\partial t} + \frac{\partial \omega_{\vec{q}}}{\partial \vec{q}} \frac{\partial N_{\vec{q}}}{\partial \vec{r}} = I_{Me} + I_{Mp}, \end{aligned} \quad (2.77)$$

де $g = 2\mu/\hbar$ — гіромагнітне відношення; $B_{\pm} = B_x \pm iB_y$ — циркулярні складові змінної магнітної індукції, яка в загальному вигляді міститься в магнітному полі [129].

Використовуючи (2.76), інтеграли зіткнень $I_{em\uparrow\uparrow}$, $I_{em\downarrow\downarrow}$, $I_{em\uparrow\downarrow}$ та $I_{em\downarrow\uparrow}$ можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
 I_{em\uparrow\uparrow} &= \frac{2\pi J^2 S}{\hbar} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ (N_{\bar{q}} + 1) f_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow\downarrow} - N_{\bar{q}} f_{\bar{p}\uparrow\uparrow} \right\} \delta(\varepsilon_{\bar{p}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega); \\
 I_{em\downarrow\downarrow} &= \frac{2\pi J^2 S}{\hbar} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ N_{\bar{q}} f_{\bar{p}-\bar{q}\uparrow\uparrow} - (N_{\bar{q}} + 1) f_{\bar{p}\downarrow\downarrow} \right\} \delta(\varepsilon_{\bar{p}\downarrow} - \varepsilon_{\bar{p}-\bar{q}\uparrow} - \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega); \\
 I_{em\uparrow\downarrow} &= -f_{\bar{p}\uparrow\downarrow} \frac{\pi J^2 S}{\hbar} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ (N_{\bar{q}} + 1) \delta_-(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}-\bar{q}} - \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega) + \right. \\
 &\quad \left. + N_{\bar{q}} \delta_+(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega) \right\}; \\
 I_{em\downarrow\uparrow} &= -f_{\bar{p}\downarrow\uparrow} \frac{\pi J^2 S}{\hbar} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ (N_{\bar{q}} + 1) \delta_+(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}-\bar{q}} - \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega) + \right. \\
 &\quad \left. + N_{\bar{q}} \delta_-(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega) \right\}.
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

Тут $J_l(x)$ — функція Бесселя; $\varepsilon_{\bar{p}} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^t \varepsilon \left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t) \right) dt$ — енергія електрона; $\hbar\omega_{\bar{q}}$ — енергія магнона, функції δ_{\pm} визначаються так:

$$\delta_{\pm} = \frac{\delta(x)}{2} + \pm i P \left(\frac{1}{2\pi x} \right), \tag{2.79}$$

де P означає головне значення інтеграла. Оскільки $\vec{B} = \vec{H}_{\text{зн}} + \vec{H}_M$, де $\vec{H}_{\text{зн}}$ — зовнішнє магнітне поле, а \vec{H}_M — внутрішнє магнітне поле, пов'язане з d -електронами, то, вважаючи $\vec{H}_{\text{зн}} = 0$ і нехтуючи \vec{H}_M , можна обмежитися двома першими рівняннями з (2.71).

Інтеграл зіткнень магнонів з електронами можна записати у вигляді

$$I_{Me} = \frac{2\pi J^2 S}{\hbar} \sum_{\bar{p}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ (N_{\bar{q}} + 1) f_{\bar{p}\downarrow\downarrow} - N_{\bar{q}} f_{\bar{p}+\bar{q}\uparrow\uparrow} \right\} \delta(\varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{p}\downarrow} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega). \tag{2.80}$$

Інтеграли зіткнень магнонів з фононами та магнонів з магнонами тут не наведено, оскільки їх у явному вигляді можна знайти, наприклад, у роботах [3, 124].

Система рівнянь (2.77)—(2.78) є шуканою системою кінетичних рівнянь для компонент матриць густини електронів і магнонів у нагрівному електричному полі \vec{E}_0 та ВЧ-полі КСП.

Нульові компоненти діагональних складових матриць густини електронів $f_{\bar{p}\uparrow\uparrow}^{(0)}$ та $f_{\bar{p}\downarrow\downarrow}^{(0)}$ із задовільною точністю можна апроксимувати максвеллівськими функціями розподілу з концентраціями електронів у кожній з підзон n_{\uparrow} і n_{\downarrow} з єдиною ефективною електронною температурою T_e :

$$f_{\bar{p}\uparrow\uparrow}^{(0)} = \frac{n_{\uparrow}}{(2\pi m T_e)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{P^2}{2m T_e} \right\}, \quad f_{\bar{p}\downarrow\downarrow}^{(0)} = \frac{n_{\downarrow}}{(2\pi m T_e)^{3/2}} \exp \left\{ -\frac{P^2}{2m T_e} \right\}, \tag{2.81}$$

а діагональну складову матриць густини магнонів $N_{\bar{q}}^{(0)}$ — планківською функцією з магноною температурою T_M :

$$N_{\bar{q}}^{(0)} = \left[\exp \left(\frac{\hbar\omega_{\bar{q}}}{T_M} - 1 \right) \right]^{-1}. \tag{2.82}$$

Інтегруючи рівняння (2.83), дістанемо рівняння балансу числа частинок [129]:

$$\frac{\partial n_{\uparrow}}{\partial t} + \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_{\uparrow} = -\frac{n_{\uparrow}}{\tau_{\uparrow}} + \Gamma_{\uparrow}, \quad \frac{\partial n_{\downarrow}}{\partial t} + \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_{\downarrow} = -\frac{n_{\downarrow}}{\tau_{\downarrow}} + \Gamma_{\downarrow}, \quad (2.83)$$

де

$$\begin{aligned} \frac{n_{\uparrow}}{\tau_{\uparrow}} &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{J^2 S}{2N} \int d\vec{P}_{\uparrow\uparrow} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) N_{\bar{q}} \delta(\varepsilon_{\bar{P}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{P}+\bar{q}\downarrow} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega); \\ \Gamma_{\uparrow} &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{J^2 S}{2N} \int d\vec{P}_{\uparrow\uparrow} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) (N_{\bar{q}} + 1) f_{\bar{P}+\bar{q}\downarrow} \delta(\varepsilon_{\bar{P}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{P}+\bar{q}\downarrow} + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega). \end{aligned} \quad (2.84)$$

Аналогічні вирази можна отримати для швидкостей виходу частинок із зони $n_{\downarrow}/\tau_{\downarrow}$ та генерації частинок у зону Γ_{\downarrow} . Члени у (2.81) з $l = 0$ описують процеси переходу частинок між підзонами зони провідності ФМН, пов'язані з тепловими процесами випромінювання (поглинання) магнона, а члени з $l \neq 0$ — процеси закидання (індукованої релаксації), пов'язані з поглинанням (випромінюванням) квантів світла та магнона.

Нехтуючи членами $\frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}$, з умов $\frac{n_{\uparrow}}{\tau_{\uparrow}} = \Gamma_{\uparrow}$, $\frac{n_{\downarrow}}{\tau_{\downarrow}} = \Gamma_{\downarrow}$ отримаємо таке співвідношення:

$$\frac{n_{\downarrow}}{n_{\uparrow}} \approx \frac{\exp\left(-\frac{\Delta}{T_e}\right) + \frac{\Delta}{6m} \left(\frac{eE}{\hbar\omega^2}\right)^2}{1 + \frac{\Delta}{6m} \left(\frac{eE}{\hbar\omega^2}\right)^2}. \quad (2.85)$$

При реальних значеннях параметрів ФМН $\Delta \sim \hbar\omega \sim 0,1$ еВ, $m = 0,3 m_e$, $T_e \sim 0,1$ еВ переважання процесів, пов'язаних з поглинанням світла, над процесами теплового закидання починається за напруженостей поля КСП $E \geq 10^3$ В/м. Використовуючи ці співвідношення, а також рівняння балансу потужності та Пуассона, можна знайти параметри статичної лазер-індукованої структури — надгратки. Як і раніше, подаючи додатки до концентрацій електронів у спінових підзонах та електронної температури у вигляді

$$n_{1\uparrow} = n_0 (\zeta_0 + \zeta_1 \cos 2kz), \quad n_{1\downarrow} = n_0 (\xi_0 + \xi_1 \cos 2kz), \quad T_1 = T_0 (\eta_0 + \eta_1 \cos 2kz), \quad (2.86)$$

для випадку, коли $\vec{F}_0 = 0$ (зовнішнє постійне електричне поле відсутнє), а зовнішня поверхня ФМН $x = 0$ опромінюється лише двома КСП \vec{E}_1 та \vec{E}_{-1} ($\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_{-1}$), $k_{1x} = k_{-1x}$, $k_{1y} = k_{-1y}$, $k_{1z} = -k_{-1z} = k_2$, для параметрів надгратки дістанемо [129]:

$$\zeta_0 = -\xi_0 = -D_2 b; \quad \eta_0 = \frac{D_2 - D_3}{d_2} b; \quad \zeta_1 = \frac{D_2}{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{T_0}{\Delta}\right)^2} a e^{\frac{\Delta}{T_0}};$$

$$\xi_1 = \left\{ - \left[\frac{d_1 - a}{d_2} - \frac{\alpha - \alpha^{-1}}{\frac{\Delta}{T_0} - 1} \right] \xi_1 - \frac{D_2 + D_3}{d_2} + \frac{D_1 + D_2 \alpha^{-1}}{\frac{\Delta}{T_0} - 1} \right\} \left[\frac{d_1}{d_2} - \frac{\alpha + 1}{\frac{\Delta}{T_0} - 1} \right]^{-1}; \quad (2.87)$$

$$\eta_1 = \left\{ \left[\frac{a}{b_1} = 1 + \frac{\alpha - \alpha^{-1}}{\alpha + 1} \right] \xi_1 - \frac{D_2 + D_3}{d_2} + \frac{D_1 + D_2 \alpha^{-1}}{\alpha + 1} \right\} \left[\frac{d_1}{d_2} - \frac{\frac{\Delta}{T_0} - 1}{\alpha + 1} \right]^{-1},$$

де

$$\alpha = \frac{16k^2}{3} \frac{\tau_0^2(\Delta)}{m} \frac{\Delta^2}{T_0} e^{-\Delta/T_0}; \quad \alpha = \frac{\pi e^2 n_0}{\varepsilon k^2 T_0}; \quad b = \frac{E_1^2 + E_{-1}^2}{2E_1 E_{-1}}; \quad d_1 = \frac{\tau_0(\Delta)}{\Delta} \frac{\partial W}{\partial n};$$

$$d_2 = \frac{T_0}{\Delta} \frac{\tau_0(\Delta)}{n_0} \frac{\partial W}{\partial T}; \quad D_1 = \frac{e^2 E_1 E_{-1}}{2m\omega^2 T_0}; \quad D_2 = \frac{1}{3m\hbar\omega} \left(\frac{e}{\omega} \right)^2 \sqrt{\frac{\Delta}{\hbar\omega}} \left(1 - \frac{\Delta}{\hbar\omega} \right)^{1/2} E_1 E_{-1};$$

$$D_3 = \frac{1}{3m\hbar\omega} \left(\frac{e}{\omega} \right)^2 \left[\sqrt{\frac{\Delta}{\hbar\omega}} \left(1 - \frac{\Delta}{\hbar\omega} \right)^{3/2} + \frac{\tau_0(\Delta)}{\tau_p(\hbar\omega)} \right] E_1 E_{-1},$$

W — густина потужності, що передається від електронів ґратці за рахунок електрон-фононної взаємодії; $\tau_0(\Delta)$ та $\tau_p(\hbar\omega)$ — часи релаксації електронів за імпульсом на магнонах (одномагнонне розсіювання) і фононах, взяті при $\varepsilon = \Delta$ та $\varepsilon = \hbar\omega$ відповідно.

У процесі виведення співвідношень (2.87) ми вважали, що температури електронів і магнонів (через сильну електрон-магнонну взаємодію) різняться мало, але суттєво відрізняються від температури ґратки (фононів), тому в подальшому вважалось, що ці температури рівні. Оцінки показують, що для типових ФМН за вищенаведених параметрів співвідношення $n_1/n_0 \sim 0,3$ за напруженості поля КСП $E \sim 10^3$ В/м, а це може істотно позначитися на намагніченості ФМН.

Крім розглянутої вище статичної надґратки становить інтерес динамічна надґратка, передусім надґратка, пов'язана з найнижчими за частотою лазерної хвилі доданками з (2.77) та (2.78). Ці доданки $f^{(\pm 1)}(\vec{r}, \vec{P}) e^{\pm i\omega t}$ потрібно підставити в кінетичне рівняння для електронів, за яким їх можна визначити. Слід лише врахувати, що в інтегралі зіткнень електронів з магнонами експоненціальні співмножники $\exp(\pm i\omega t)$ з'являються не лише при функціях $f^{(\pm 1)}(\vec{r}, \vec{P})$, а й при $f^{(\pm 2)}(\vec{r}, \vec{P})$ та $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$. Оскільки $|f^{(0)}| \gg |f^{(\pm 1)}|$ і $|f^{(0)}| \gg |f^{(\pm 2)}|$, то в інтегралі зіткнень можна знехтувати усіма членами $f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P})$ з $s \neq 0$. Враховуючи також нерівності (2.22), у лівій частині кінетичного рівняння для електронів можна знехтувати усіма доданками, крім першого. Тоді

$$f^{(\pm 1)} = \pm \frac{\pi J^2 S}{i\hbar\omega N} \sum_{\bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) J_{\pm 1} \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}}{m\hbar\omega^2} \right) \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (N_{\bar{q}} + 1)f_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow\downarrow}^{(0)} - \\ - N_{\bar{q}}f_{\bar{p}\uparrow\uparrow}^{(0)} \end{array} \right] \delta \left(\begin{array}{l} \varepsilon_{\bar{p}\uparrow} - \varepsilon_{\bar{p}+\bar{q}\downarrow} + \\ + \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega \end{array} \right) + \\ + \left[\begin{array}{l} N_{\bar{q}}f_{\bar{p}-\bar{q}\uparrow\uparrow}^{(0)} - \\ - (N_{\bar{q}} + 1)f_{\bar{p}\downarrow\downarrow}^{(0)} \end{array} \right] \delta \left(\begin{array}{l} \varepsilon_{\bar{p}\downarrow} - \varepsilon_{\bar{p}-\bar{q}\uparrow} - \\ - \hbar\omega_{\bar{q}} + l\hbar\omega \end{array} \right) \end{array} \right\}. \quad (2.88)$$

Спочатку розрахуємо лінійну за \vec{A}_j фур'є-компоненту ВЧ-струму

$$\vec{j}_1(\vec{r}, \omega) = -\frac{e^2 n}{mc} \left[1 - i \frac{1}{\omega\tau(\hbar\omega)} \left(\frac{\hbar\omega}{\Delta} - 1 \right)^{3/2} \right] \vec{A}(\vec{r}, \omega). \quad (2.89)$$

З (2.89) видно, що розглянута вище статична лазер-індукована структура (надгратка) електронної концентрації модулює як поляризаційну (перший доданок у (2.89)), так і дисипативну частину (другий доданок) лінійного відгуку ВЧ-струму.

Якщо не обмежуватися лінійним відгуком і врахувати у ВЧ-струмі наступні члени розкладу функції Бесселя, то найнижчі з них будуть визначатися кубічними за полями \vec{A}_j виразами для ВЧ-струму $\vec{j}_3(\vec{r}, \omega)$. Цей струм зручно записати через координатні складові, вводячи для цього відповідні орти l_n ($n = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \vec{l} \vec{j}_3(\vec{r}, \omega) = & -i \frac{n_1 c}{60\hbar\omega\tau(\hbar\omega)m^2\omega} \left(\frac{e}{c} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\hbar\omega}{\Delta} - 1 \right)^{3/2} - 2 \frac{\tau(\hbar\omega)}{\tau(2\hbar\omega)} \left(\frac{2\hbar\omega}{\Delta} - 1 \right)^{5/2} \right\} \times \\ & \times \sum_{i,j} \left[(\vec{A} \vec{l}) (\vec{A}_i \vec{A}_j) + (\vec{A}_i \vec{l}) (\vec{A} \vec{A}_j) + (\vec{A}_j \vec{l}) (\vec{A} \vec{A}_i) \right] \cos \Delta\Phi_{ij}; \quad (2.90) \\ & \Delta\Phi_{ij} = (\vec{k}_j - \vec{k}_i) \vec{r} + \varphi_j - \varphi_i. \end{aligned}$$

Струм $\vec{j}_3(\pm\omega)$ відповідає за нелінійне поглинання світла на першій гармоніці. Це поглинання, як видно з (2.90), зумовлене впливом усіх хвиль на акт зіткнення електронів з магнонами, хоча, зрозуміло, в цьому випадку двофотонної взаємодії немає.

2.3. Лазер-індуковані структури в багатодолинних напівпровідниках

Багатодолинні напівпровідники (БГНП) — це напівпровідники з головним екстремумом енергетичної зони, розташованим у точці імпульсного простору з $\vec{k} \neq 0$ [130]. У цьому випадку існує не один, а декілька еквівалентних екстремумів, причому ізоенергетичні поверхні, побудовані поблизу них, — еліпсоїди, що переходять один в одного при перетвореннях симетрії в зоні Бріллюєна. Енергетичний спектр такого напівпровідника називається багатодолинним. Еліпсоїдам відповідає анізотропний закон дисперсії енергії носіїв

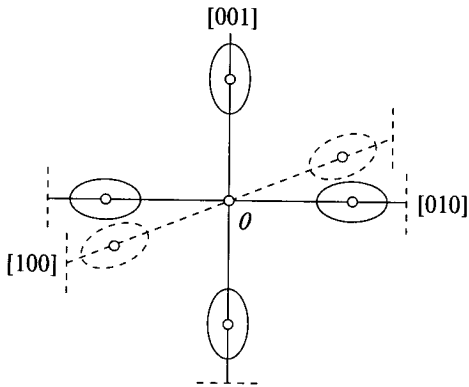


Рис. 2.6. Ізоенергетичні поверхні електронів у зоні Бріллюена для Si (штриховою лінією позначено межу зони Бріллюена) [130]

заряду $\varepsilon(\vec{p})$, записаний в осях еліпсоїда:

$$\varepsilon'(\vec{p}) = \frac{1}{2} \left(\frac{p_x^2}{m_x} + \frac{p_y^2}{m_y} + \frac{p_z^2}{m_z} \right), \quad (2.91)$$

де квазіімпульс носія (електрона) $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ відраховується від екстремуму i -ї долини, а $m_{x,y,z}^{-1}$ — головні значення тензора

оберненої ефективної маси в цій долині. Якщо екстремуми розташовані на осях симетрії третього та четвертого порядків зони Бріллюена, то дві з трьох мас збігаються. При цьому ізоенергетичні поверхні — еліпсоїди обертання з осями обертання, що збігаються з осями симетрії кристала. До багатодолинних напівпровідників належать три найважливіших напівпровідники з кристалічною ґраткою алмазу: алмаз, Ge, n -Si. Багатодолинну структуру мають також PbS, PbSe, PbTe, GaSb, InP, електронні BN, GaP, AlSb та деякі інші напівпровідники. На рис. 2.6 наведено схему ізоенергетичних поверхонь кристалічного кремнію.

У стані термодинамічної рівноваги носії заряду порівну розподілені між долинами, і тому в багатодолинних напівпровідниках (БДНП) є кілька (за кількістю долин) типів носіїв. Вони мають однакові мінімуми (або максимуми) енергії і тому є еквівалентними. Проте ефективні маси і, відповідно, рухливості за певного напрямку руху носіїв різні для різних долин. Анізотропія рухливості не порушує симетрії рівноважних електричних, магнітних, електромеханічних та інших властивостей кристала, оскільки вони визначаються сумарним внеском усіх еквівалентних долин.

Під дією зовнішніх сил (магнітні або електричні поля, пружна деформація, лазерне випромінювання тощо) порушується стан термодинамічної рівноваги і відбувається, насамперед, міждолинний перерозподіл носіїв заряду (електронів). Якщо інтенсивність лазерного випромінювання, яке діє на БДНП, промодульована у просторі внаслідок інтерференції пучків, то, очевидно, розподіл носіїв по долинах також залежатиме від координати, і в БДНП також можна буде спостерігати надґратки електронної концентрації та температури, оскільки в БДНП навіть за локальної квазінейтральності в усіх точках об'єму можлива помітна просторова модуляція електронної концентрації та електронної температури в окремих долинах. Уперше лазер-індуковані структури на вільних електронах у БДНП були розглянуті О.О. Чуаком і П.М. Томчуком та І.М. Дикманом і П.М. Томчуком [131, 132].

Отже, розглянемо БДНП, зовнішня поверхня якого опромінюється кількома когерентними лазерними пучками (КЛП), вектор-потенціал яких опи- сується виразом

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{j=1}^N \vec{A}_j \cos(\omega t - \vec{k}_j \vec{r} - \varphi_j) = \text{Re} [a(\vec{r}) e^{i\omega t}]. \quad (2.92)$$

Вважатимемо, що $\hbar\omega$ менше від ширини забороненої зони і значно перевищує середню енергію електрона (носія) в кожній долині. Тому КЛП, не змінюючи загальної кількості електронів у БДНП, лише перерозподіляють їх в об'ємі та впливають на заселеність електронів у долинах.

Нашим завданням буде виведення кінетичного рівняння для визначення функції розподілу електронів в i -й долині за наявності поля КЛП та постійного нагрівного поля \vec{F} у формі, що містить координатну залежність у явному вигляді. З цією метою виходитимемо з квантового аналога класичної мікроскопічної функції розподілу електронів \hat{f} i -ї долини у вігнерівському зображенні:

$$f^i(\vec{r}, \vec{P}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{r}} a_{i, \vec{P} + \hbar\vec{k}/2}^+ a_{i, \vec{P} - \hbar\vec{k}/2}. \quad (2.93)$$

Тут, як і раніше, $\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t)$, але тепер кінематичний імпульс електрона \vec{p} відраховується від положення i -го мінімуму в імпульсному просторі.

Використовуючи тепер рівняння, що визначає часову еволюцію оператора (2.93)

$$i\hbar \frac{d\hat{f}}{dt} = i\hbar \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + [\hat{f}, \hat{H}]. \quad (2.94)$$

та явний вигляд гамільтоніана $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}$, можна почати процес виведення квантового кінетичного рівняння, яке міститиме незалежну змінну координату і за допомогою якого описуватимемо просторові надгратки в БДНП. Вважаючи $f^i(\vec{r}, \vec{P}, t)$ та $\vec{A}(\vec{r}, t)$ плавними функціями координати \vec{r} , дістанемо:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon^i}{\partial \vec{P}} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial \epsilon^i}{\partial \vec{r}} \frac{\partial}{\partial \vec{P}} \right] f^i(\vec{r}, \vec{P}, t) = -i \frac{1}{V} \sum_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \left\langle \left[a_{i, \vec{P} + \hbar\vec{k}/2}^+ a_{i, \vec{P} - \hbar\vec{k}/2}, H^{BH} + H^M \right] \right\rangle, \quad (2.95)$$

де ϵ^i — енергія електрона i -ї долини в наближенні ефективної маси; H^{BH} і H^M — гамільтоніани взаємодії електронів з внутрішньодолинними та міждолинними акустичними фононами. Тут і надалі користуватимемося системою одиниць, в якій $\hbar = 1$.

Оскільки вплив лазерного випромінювання на внутрішньодолинне розсіювання уже досліджувався раніше, зупинимосся лише на виведенні інтеграла міждолинного розсіювання. З (2.95) знаходимо доданок, пов'язаний з міждолинним розсіюванням:

$$\left\langle -i \sum_{\vec{p}', j \neq i} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \left[c_{\vec{q}}^{ij} (b_{\vec{q}} + b_{-\vec{q}}^+) a_{i, \vec{P} + \hbar\vec{k}/2}^+ a_{j, \vec{P}} - c_{-\vec{q}}^{ij} (b_{-\vec{q}} + b_{\vec{q}}^+) a_{i, \vec{P} + \hbar\vec{k}/2}^+ a_{j, \vec{P} - \hbar\vec{k}/2} \right] \right\rangle, \quad (2.96)$$

де $\vec{p}' = \vec{P} - (\vec{q} - \vec{q}_{ij}) - \vec{k} / 2$; \vec{q}_{ij} — відстань між i -м та j -м мінімумами в імпульсному просторі; $c_{\vec{q}}^{ij}$ — матричний елемент міждолинної електрон-фононої взаємодії; $b_{\vec{q}}^+$ ($b_{\vec{q}}$) — оператори народження (знищення) фононів.

Інтеграл міждолинного розсіювання електронів на фонах отримаємо методом рівнянь руху для потрібних операторів, що входять у (2.96). Введемо

позначення

$$g_{ij}(\vec{P}, \vec{q}) = \frac{1}{V} \sum_k e^{-i\vec{k}\vec{r}} \langle b_{\vec{q}} a_{i, \vec{p}+\vec{k}l}^+ a_{j, \vec{p}} \rangle. \quad (2.97)$$

Вважаючи, що $|\vec{P}| \gg |\vec{k}|$, з (2.97) отримуємо

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} - i \left[\varepsilon^i \left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) - \varepsilon^j \left(\vec{p}' - \frac{e}{c} \vec{A} \right) - \omega_{\vec{q}}^j \right] \right\} g_{ij}(\vec{P}, \vec{q}, t) = \psi(t), \quad (2.98)$$

де $\omega_{\vec{q}}^j$ — енергія міждолинного фонона, а $\psi(t)$ у борнівському наближенні за електрон-фононою взаємодією має вигляд

$$\psi(t) = c_{\vec{q}}^j \left[\left(N_{\vec{q}}^j + 1 \right) f_{i, \vec{p}} \left(1 - f_{j, \vec{p}} \right) - N_{\vec{q}}^j f_{j, \vec{p}} \left(1 - f_{i, \vec{p}} \right) \right], \quad (2.99)$$

де $N_{\vec{q}}^j$ — планківська функція розподілу міждолинних фононів.

Розв'язок рівняння (2.98) за нульових початкових умов має вигляд

$$g_{ij}(\vec{P}, \vec{q}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \psi(t') \exp \left\{ \begin{aligned} & i \left(\varepsilon_{\vec{p}}^i - \varepsilon_{\vec{p}'}^j - \omega_{\vec{q}}^j \right) (t - t') + \\ & + i \int_{t'}^t dt'' \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t'') \left[\vec{M}_{j, \vec{p}'} - \vec{M}_{i, \vec{p}} + \frac{e}{2c} (\vec{M}_i - \vec{M}_j) \vec{A}(\vec{r}, t'') \right] \end{aligned} \right\}. \quad (2.100)$$

Інтеграл у показнику експоненти (2.100), на відміну від внутрішньодолинного розсіювання, має квадратичний за полем доданок. Він відмінний від нуля лише тоді, коли поле КЛП орієнтоване під різними кутами до осей долин i та j .

Для того щоб обчислити інтеграл у показнику експоненти (2.100), необхідно явно задати залежність $\vec{A}(t)$. Припустимо, що координатні осі вибрано так, що електричне поле кожної хвилі паралельне осі u . Тоді можна покласти

$$\vec{A} = e_{ij} \vec{A} \sum_k \left[a_k e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} + \text{к. с.} \right], \quad (2.101)$$

де амплітуди a_k слабо залежать від z та t (через нелінійність середовища). Використовуючи (2.101), легко дістанемо

$$\begin{aligned} \int_{t'}^t \frac{e}{c} \vec{A} \left[\vec{M}_j \vec{p}' - \vec{M}_i \vec{p} + \frac{e}{2c} (\vec{M}_i - \vec{M}_j) \vec{A} \right] &= \frac{e}{\omega^2} \left[\vec{E}(t) - \vec{E}(t') \right] \left(\vec{M}_j \vec{p}' - \vec{M}_i \vec{p} \right) + \\ + \frac{e^2}{2c^2} (\vec{M}_i - \vec{M}_j)_{yy} \sum_{\vec{k}\vec{k}'} &\left\{ \frac{1}{2\omega} \left[a_{\vec{k}}^* a_{\vec{k}'}^* e^{-i(2\omega t' - (\vec{k} + \vec{k}')\vec{r})} - \text{к. с.} \right]_{t'} + 2a_{\vec{k}} a_{\vec{k}'}^* e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}(t-t')} \right\}, \end{aligned} \quad (2.102)$$

де $\vec{E}(t)$ — сумарне електричне поле випромінювання в середовищі.

Незважаючи на малість осцилюючих доданків у (2.102), ними не завжди можна знехтувати. Вони описують внесок міждолинних фононів у поглинання світла вільними носіями. Зазвичай поглинання світла при внутрішньодолинному розсіянні більш суттєве, і тому нехтуватимемо вищезгаданими доданками.

Величина $2a_{\vec{k}} a_{\vec{k}'}^* e^{i(\vec{k}' - \vec{k})\vec{r}(t-t')}$ дорівнює $\bar{A}^2(t)$, де риска означає усереднення за періодом хвилі. З урахуванням останнього припущення співвідношення (2.100)

перепишемо у вигляді

$$g_{ij}(\vec{P}, \vec{q}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \psi(t') \exp\left[i(E_{\vec{P}}^i - E_{\vec{P}}^j - \omega_q^j)(t - t')\right], \quad (2.103)$$

$$\text{де } E_{\vec{P}}^i = \varepsilon_{\vec{P}}^i + \Delta\varepsilon^i, \quad \Delta\varepsilon^i = \frac{e^2}{2c^2} \langle \vec{A} \vec{M} \vec{A} \rangle.$$

Отже, як це видно з (2.103), у БДНП з'являється якісно нова особливість впливу електромагнітної хвилі (лазерного випромінювання) на вільні електрони, а саме: різні долини мають різний зсув за енергією, зумовлений світлом. Величина цього зсуву залежить від координати.

Підставляючи (2.103) в (2.96), дістанемо інтеграл міждолинних зіткнень $I^{(i)} f^{(i)}$, який відрізняється від звичайного тим, що одночастинкова енергія вільних електронів у долині $\varepsilon_{\vec{P}}^i$ замінюється на усереднену за періодом електромагнітного поля енергію електрона $E_{\vec{P}}^i$ в цьому полі. Фізичним обґрунтуванням такої заміни є те, що електричне поле електромагнітної хвилі (лазерного випромінювання) змінюється набагато швидше, ніж відбувається зіткнення електрона з фононом.

У результаті проведених розрахунків, детально описаних вище, отримуємо таке кінетичне рівняння для визначення функції розподілу електронів у i -й долині $f^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ за наявності просторово-періодичного поля КЛП (2.92) та постійного поля \vec{F} , яке складається із зовнішнього потрійного електричного поля і поля, ініційованого КЛП:

$$e\vec{F} \frac{\partial f^{(i)}}{\partial \vec{P}} + \sum_j \frac{1}{m_j} \left\{ \left(\vec{P}_j - \frac{e}{c} \vec{A}_j \right) \left[\frac{\partial f^{(i)}}{\partial r_j} + \frac{e}{c} \frac{\partial A_j}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f^{(i)}}{\partial \vec{P}} \right] \right\} = I^{(i)} f^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t), \quad (2.104)$$

Тут $I^{(i)} f^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ — інтеграл зіткнень електронів i -ї долини; $\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$ — канонічний імпульс; $j = \xi, \eta, \zeta$ — координати в декартовій системі, в якій вісь $O\xi$ збігається з напрямом обертання осі еліпсоїда мас. У цій системі (яку називатимемо власною системою i -ї долини) $m_{\xi} = m_{\mu} = m_{\perp}$, $m_{\zeta} = m_{\parallel}$.

Функцію розподілу електронів $f^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t)$ зручно шукати у вигляді

$$f^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t) = \sum_s e^{is\omega t} f_s^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}, t). \quad (2.105)$$

Підстановка ряду (2.105) у рівняння (2.104) приводить до системи зв'язаних рівнянь відносно функції $f_s^{(i)}$. Найсуттєвішою для нас буде функція $f_0^{(i)}(\vec{r}, \vec{P})$, усереднена за $2\pi/\omega$. Якщо знехтувати слабким впливом на неї вищих гармонік, то рівняння, що її визначає у власній системі координат i -ї долини, матиме натурний вигляд:

$$e\vec{F} \frac{\partial f_0^{(i)}}{\partial \vec{P}} + \sum_j \frac{1}{m_j} P_j \frac{\partial f_0^{(i)}}{\partial r_j} - \sum_{j,j'} \frac{e^2}{2m_j c^2} \frac{\partial f_0^{(i)}}{\partial P_{j'}} \frac{\partial |a_j|^2}{\partial r_j} = I^{(i)} f_0^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}). \quad (2.106)$$

Вплив світлового поля на електрони в рівнянні (2.106) відображено у пов'язі додаткового доданка, що визначає світловий тиск на електронний газ, до-

даткового постійного поля (величина F відрізняється від прикладеного поля) та в інтегралі зіткнень $I^{(i)}f_0^{(i)}$, який тепер можна записати так [131—133]:

$$I^{(i)}f_0^{(i)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\alpha, \bar{q}} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left[C_{\bar{q}}^{(\alpha)} |J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\bar{q}}^{(i)}}{m_{\perp}\omega c} \right) \right] \left\{ \begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & (N_{\bar{q}}^{(\alpha)} + 1) f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P} - \hbar\bar{q}) - \\ & - N_{\bar{q}}^{(\alpha)} f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P}) \end{aligned} \right] \times \delta \left(\begin{aligned} & \varepsilon_{\bar{P}-\hbar\bar{q}} - \varepsilon_{\bar{P}} - \\ & - \hbar\omega_{\bar{q}}^{(i)} - l\hbar\omega \end{aligned} \right) + \\ & + \left[\begin{aligned} & N_{\bar{q}}^{(\alpha)} f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P} + \hbar\bar{q}) - \\ & - (N_{\bar{q}}^{(\alpha)} + 1) f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P}) \end{aligned} \right] \times \delta \left(\begin{aligned} & \varepsilon_{\bar{P}+\hbar\bar{q}} - \varepsilon_{\bar{P}} + \\ & + \hbar\omega_{\bar{q}}^{(i)} - l\hbar\omega \end{aligned} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (2.107)$$

Зауважимо, що в цьому інтегралі зіткнень враховано гілки фононних коливань (їх позначено індексом α) і той факт, що в БДНП параметр $\gamma_{\bar{q}}^{(i)}$ при еліпсоїдальному законі дисперсії енергії має такий вигляд:

$$\gamma_{\bar{q}}^{(i)} = \hbar^2 \left[\bar{a}_{\perp} \bar{q}_{\perp} + \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} a_{\parallel} q_{\parallel} \right]^2. \quad (2.108)$$

Нагадаємо, що в (2.107) та (2.108) використано такі позначення: $C_{\bar{q}}^{(\alpha)}$ — матричний елемент електрон-фононної взаємодії; $N_{\bar{q}}^{(\alpha)}$ — планківська функція розподілу фононів; $J_l(x)$ — функція Бесселя.

Крім того, з (2.106)—(2.108) випливає, що за заданої орієнтації вектор-потенціалу поля КЛП значення a_{\perp} , a_{\parallel} різні для різних долин, а це означає, що дія КЛП на електрони в різних долинах буде різною. Наведені формули вказують на те, що оскільки дія поля КЛП пропорційна функції розподілу електронів, вона зростає зі збільшенням концентрації електронів. Тому для спостереження лазер-індукованих структур на вільних електронах найбільше придатні БДНП з високою концентрацією носіїв. Цей факт дозволяє використовувати наближення електронної температури в долинах і подати функцію розподілу $f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P})$ у вигляді $f_0^{(i)}(\bar{r}, \bar{P}) = f^{(i)}(\bar{r}, \varepsilon) + f_a^{(i)}(\bar{r}, \bar{P})$, де

$$f^{(i)}(\bar{r}, \varepsilon) = \frac{n_i(\bar{r})}{(2\pi T_i)^{3/2} m_{\perp} m_{\parallel}^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{\varepsilon}{T_i} \right\}. \quad (2.109)$$

Тут і далі ε — енергія електрона; n_i , T_i — залежні від координати і такі, що мають бути розраховані, концентрація й температура електронів у i -й долині.

Непарну за \bar{P} функцію $f_a^{(i)}(\bar{r}, \bar{P})$ визначають за рівнянням (2.106). У дифузному наближенні вона має вигляд

$$f_a^{(i)}(\bar{r}, \bar{P}) = \sum_{j=1}^3 \tau_j \left\{ \frac{eF_j}{m_j T_i} P_j - \frac{P_j}{m_j} \frac{\partial}{\partial r_j} - \frac{e^2 \bar{P}_j}{4m_j c^2 T_i} \left(\frac{\partial}{\partial r_j} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j} \right) \right\} f^{(i)}(\bar{r}, \varepsilon), \quad (2.110)$$

де $\tau_j = \tau_{\perp}$, τ_{\parallel} — діагональні (у власній системі координат) компоненти тензора часу релаксації [131, 132].

Формули (2.109) та (2.110) дають змогу розрахувати компоненту густини струму $j_j^{(i)}$ та потоку енергії $Q_j^{(i)}$:

$$j_j^{(i)} = en_i \mu_j - \frac{\partial}{\partial r_j} (n_i \mu_j T_i) - \frac{e^2 n_i}{4c^2} \left(\frac{\partial}{\partial r_j} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j} \right) \mu_j; \quad (2.111)$$

$$Q_j^{(i)} = 2n_i T_i \mu_j F_j - \frac{2}{e} \frac{\partial}{\partial r_j} (n_i \mu_j T_i^2) - \frac{e^2 n_i}{4c^2} T_i \mu_j \frac{\partial}{\partial r_j} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j}. \quad (2.112)$$

У (2.111) та (2.112) ми ввели зручніші для практики компоненти тензора рухливості μ_j , пов'язані з тензором часу релаксації τ_j співвідношенням

$$\mu_j = \frac{8\pi}{3} \frac{\sqrt{2m_{\parallel}}}{n_i T_i} e \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \int_0^{\infty} \tau_j(\varepsilon) \varepsilon^{3/2} f_0^{(i)}(r, \varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.113)$$

Локальну електронну температуру i -ї долини знаходять з рівняння балансу потужностей, яке отримують множенням рівняння (2.113) на $\varepsilon = \sum_j P_j^2 / 2m_j$ та інтегруванням за простором \vec{P} :

$$W = \sum_j \left[-j_j F_i + \frac{\partial Q_j}{\partial r_j} + j_j \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e}{4c^2} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j} \right) \right] = \int \varepsilon I^{(i)} f_0^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}) d\vec{P} = W_1^{(i)} + W_2^{(i)}. \quad (2.114)$$

У (2.114) $W_1^{(i)}$ визначає потужність, що передається електронами одиничному об'єму напівпровідника, якщо кількість випромінених та поглинутих фотонів дорівнює нулю. Внесок усіх інших доданків з $l \neq 0$ включено в $W_2^{(i)}$. Ця величина визначає густину потужності, що передається світлом електронному газу. Після переходу від підсумовування до інтегрування за q вона дорівнюватиме

$$W = \sum_j \left[-j_j F_i + \frac{\partial Q_j}{\partial r_j} + j_j \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e}{4c^2} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j} \right) \right] = \int \varepsilon I^{(i)} f_0^{(i)}(\vec{r}, \vec{P}) d\vec{P} = W_1^{(i)} + W_2^{(i)}. \quad (2.115)$$

де $\hbar\vec{q} = \vec{P}' - \vec{P}$. Зауважимо, що в (2.115) основний внесок роблять акустичні фонони, яких значно більше, ніж оптичних, за температур ґратки T_0 , нижчих від дебаївської θ_D . Це також дозволяє в аргументі δ — функції (2.108) знехтувати $\hbar\omega_q^{(\alpha)}$ порівняно з $\hbar\omega$ і, крім того, вважати $N_q^{(\alpha)} \gg 1$.

Безпосередній розрахунок (2.115) спрощується тим фактом, що за актуальних інтенсивностей і частот поля КЛП має місце нерівність $e\gamma_q^{(i)} / m_{\perp} \omega c \ll 1$. Це дозволяє розкласти функції Бесселя в ряд і обмежитися членами порядку $l = 1$. Тоді з (2.115) отримаємо

$$-W_2^{(i)} = \frac{8\pi^2 n_i}{9c^2} \left(\frac{T_i}{\pi \hbar \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j^2 \mu_j} = \frac{1}{6} \left(\frac{e}{c} \right)^2 n_i \sum_j \frac{|a_j|^2}{m_j^2 \tau_j(\hbar \omega)}. \quad (2.116)$$

Зазначимо, що підсумовування виразу (2.116) за всіма долинами, коли всі n_i та T_i однакові, приводить до відомого виразу для потужності, що поглинається, у квантовій області частот.

На протигагу внеску в W_2 основний внесок у W_1 дають оптичні фонони. Якщо знехтувати впливом ВЧ-поля КЛП на матричний елемент розсіювання, то для W_1 дістанемо [74]

$$W_1 = C_0 \frac{n_i}{\sqrt{T_i}} K_1 \left(\frac{\hbar \omega_0}{2T_i} \right) \text{sh} \left(\frac{\hbar \omega_0}{2T_0} - \frac{\hbar \omega_0}{2T_i} \right), \quad (2.117)$$

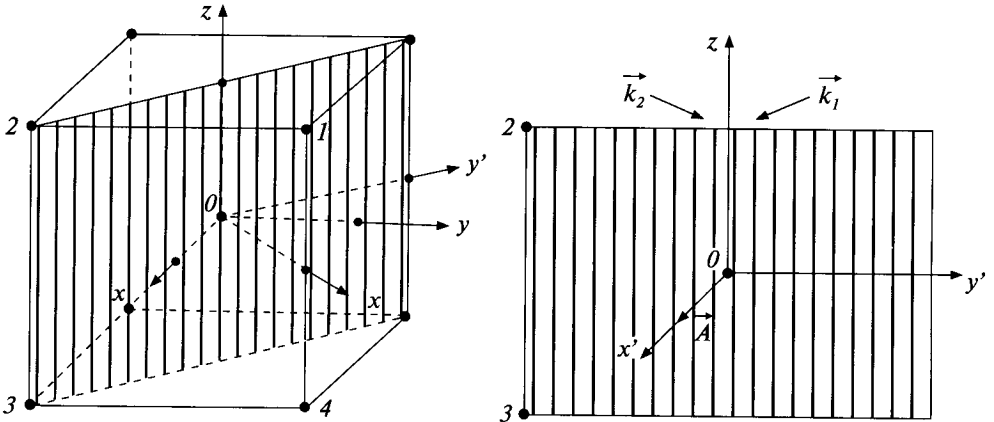


Рис. 2.7. Орієнтація долин, падаючих електромагнітних хвиль та системи координат у кристалі n -Ge [133]

де ω_0 — частота оптичного фону; C_0 — константа за фіксованої температури ґратки T_0 ; $K_1(x)$ — модифікована функція Генкеля.

Усі доданки рівняння (2.114) — відповідно (2.110), (2.111), (2.116) та (2.117) — пропорційні n_i . Тому електронна температура в i -й долині, що визначається за рівнянням (2.114), не повинна залежати від концентрації електронів у ній, хоча, через різну величину a_j у долинах електронна температура в них буде різною. Слід мати на увазі, що міждолинний перерозподіл концентрацій не дає суттєвого внеску в енергобаланс долин. Якщо ж це питання стає актуальним, потрібно до W_2 додати доданок, вигляд якого в разі еліпсоїдальних долин наведено в [74].

Якщо вважати, що головна причина перерозподілу концентрації електронів у долинах пов'язана з різницею температур електронів у долинах і знехтувати впливом ВЧ-поля КЛП на матричний елемент розсіювання та різницею осциляційної енергії електронів у долинах, то для визначення n_i (у квазістаціонарному випадку) дістанемо таку систему рівнянь:

$$\frac{1}{e} \operatorname{div} j^{(i)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\hbar\omega_M}{T_0} \right)^{1/2} v_M \sum_i \{n_i \Phi(T_i) - n_i \Phi(T_i)\}, \quad (2.118)$$

де

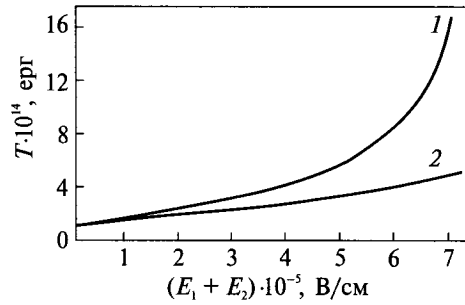
$$\Phi(T_i) = \sqrt{T_i} \left\{ 1 + \exp\left(\frac{\hbar\omega_M}{T_0} - \frac{\hbar\omega_M}{T_i}\right) \right\} \sqrt{\frac{\hbar\omega_M}{2T_i}} \exp\left(\frac{\hbar\omega_M}{2T_i}\right) K_1\left(\frac{\hbar\omega_M}{2T_i}\right). \quad (2.119)$$

Константа v_M характеризує частоту міждолинного розсіювання:

$$v_M(\varepsilon) = v_M \left\{ \left(\frac{\varepsilon + \hbar\omega}{T_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{\varepsilon - \hbar\omega}{T_0} \right)^{1/2} \exp\left\{ \frac{\hbar\omega_M}{T_0} \right\} \right\}, \quad (2.120)$$

де $v_M(\varepsilon)$ — частота міждолинного переходу; $\hbar\omega_M$ — частота міждолинного кванта. У разі, якщо умова квазінейтральності суттєво порушена, рівняння

Рис. 2.8. Залежність електронних температур T_1 (крива 1) і T_2 (крива 2) першої та другої пари долин від суми амплітуд КЛП [133]



(2.118) має бути скореговане рівнянням Пуассона і означенням самоузгодженого поля, що входить у F або збігається з ним за відсутності зовнішнього постійного поля.

До останнього часу ми не накладали жодних обмежень на кількість КЛП, напрямок їх поширення та поляризацію. Тепер для ілюстрації впливу інтерференційних ефектів на просторовий розподіл електронів у долинах та їх температури розглянемо найбільш наочну ситуацію, коли БДНП опромінюється двома КЛП. Орієнтацію долин, падаючих електромагнітних хвиль та системи координат у кристалі n -Ge наведено на рис. 2.7.

Вважатимемо, що ці дві хвилі однаково поляризовані і вектори \vec{A}_1 та \vec{A}_2 паралельні кристалографічному напрямку $[110]$. Більш того, для простоти приймемо, що обидва пучки симетричні відносно осі $[001]$, і \vec{A} в осях Ge має вигляд

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_1 \cos[\omega t - k_1(x - y) - k_2 z - \varphi_1] + \vec{A}_2 \cos[\omega t + k_1(x - y) - k_2 z - \varphi_2]. \quad (2.121)$$

За такої орієнтації вектор-потенціалу КЛП Ge стає ніби дводолинним, оскільки долини $[\bar{1}\bar{1}1]$, $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ та $[111]$, $[11\bar{1}]$ будуть мати попарно однакові концентрації й температури, а всі просторові змінні залежатимуть від координати $y' = x - y$. Так, для першої пари долин

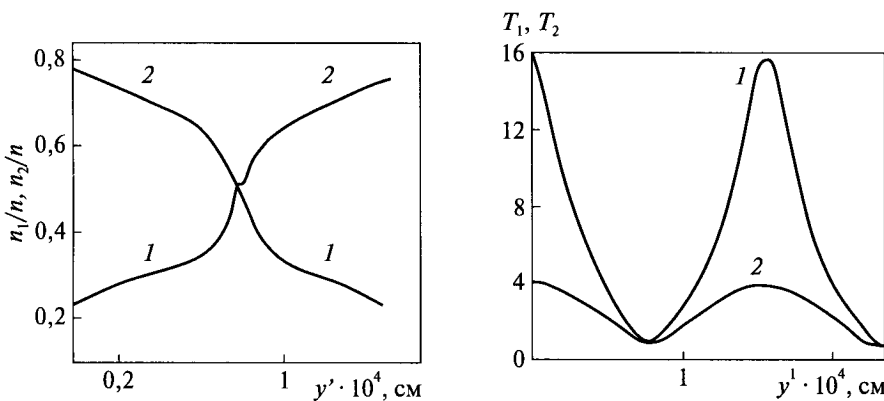


Рис. 2.9. Залежність відносних концентрацій електронів у долинах n_1/n (крива 1) та n_2/n (крива 2) від координати y' (n — повна концентрація електронів, напруженість електричного поля КЛП = $7,25 \cdot 10^4$ В/см) [133]

Рис. 2.10. Залежність температур електронів у долинах T_1 (крива 1) та T_2 (крива 2) від координати y' (напруженість електричного поля КЛП = $7,25 \cdot 10^4$ В/см) [133]

$$\sum_j \frac{1}{m_j} |a_j|^2 = \frac{1}{m_{\perp}} [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(2k_1 y' - \Delta\varphi)]; \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2; \quad (2.122)$$

для другої пари долин

$$\sum_j \frac{1}{m_j} |a_j|^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{\perp}} + \frac{2}{m_{\parallel}} \right) [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(2k_1 y' - \Delta\varphi)]; \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.123)$$

На рис. 2.8 наведено залежність локальних електронних температур T_1 і T_2 від суми амплітуд $E_1 + E_2 = \frac{\omega}{c} (A_1 + A_2)$ [133]. Розрахунок виконано в припущенні, що довжина хвилі КЛП більша за всі характерні довжини. У такому ж наближенні за фіксованого значення $E_1 + E_2$ розраховано координатну залежність концентрацій електронів у долинах n_1 і n_2 (рис. 2.9) та їх ефективних температур T_1 , T_2 . У розрахунках використовували такі значення параметрів Ge: $T_0 = 77$ К; $\omega = 8 \cdot 10^{14}$ с⁻¹; $k_1 = 2 \cdot 10^4$ с⁻¹ [133].

З рис. 2.8—2.10 видно, що глибина модуляції електронних температур і концентрацій у долинах може виявитися значною, хоча під час розрахунків виконувалася умова квазінейтральності.

На завершення наведемо вираз для поляризаційної частини ВЧ-струму в БДНП:

$$\vec{j} = \frac{e^2}{c} \sum_i n_i \left[\frac{\vec{A}}{m_{\perp}} + \left(\frac{1}{m_{\parallel}} - \frac{1}{m_{\perp}} \right) (\vec{\chi}_i \vec{A}) \vec{\chi}_i \right] = \frac{e^2}{c} \left[\frac{n}{m_{\perp}} \vec{A} + \left(\frac{1}{m_{\parallel}} - \frac{1}{m_{\perp}} \right) (\vec{\chi}_i \vec{A}) \vec{\chi}_i \right], \quad (2.124)$$

де $\vec{\chi}_i$ — орт i -ї долини; $n = \sum_i n_i$ — сумарна концентрація електронів у БДНП.

Отже, виконані розрахунки показали, що модуляція заселеності долин (навіть за виконання умови квазінейтральності) приводить до значної модуляції ВЧ-струму і, відповідно, до нелінійної взаємодії світлових пучків, що поширюються в БДНП. На можливість спостереження такої нелінійної взаємодії вказано в роботі [131].

2.4. Лазер-індуковані структури в багатодолинних напівпровідниках у нелокальному наближенні

Для отримання лазер-індукованих структур — надграток електронної температури та електронної концентрації в БДНП у нелокальному наближенні (порушенні квазінейтральності) необхідно врахувати похідні за координатою в рівняннях балансу потужностей та концентрації і подати температуру та концентрацію носіїв у вигляді суми їх локальних значень $T_0^{(i)}$ та $n_0^{(i)}$ та залежних від координат нелокальних додатків до них $\delta T^{(i)}$ та $\delta n^{(i)}$:

$$T^{(i)} = T_0^{(i)} + \delta T^{(i)}, \quad n^{(i)} = n_0^{(i)} + \delta n^{(i)}. \quad (2.125)$$

Зауважимо, що це можна зробити лише тоді, коли нелокальні додатки $\delta T^{(i)}$ та $\delta n^{(i)}$ суть малі величини, що спостерігається в разі слабого розігріву носіїв.

Розглянемо спочатку найпростіший випадок, коли постійного нагрівного електричного поля немає, а розігрів носіїв ВЧ-полем КЛП незначний, так що локальні температури електронів у всіх долинах однакові і збігаються з температурою ґратки ($T_0^{(i)} = T$). Локальні концентрації носіїв також вважатимемо однаковими і такими, що дорівнюють рівноважним значенням ($n_0^{(i)} = n_0 = \bar{n}/4$, \bar{n} — середня концентрація носіїв). Тоді

$$T^{(i)} = T + \delta T^{(i)}, \quad n^{(i)} = n_0 + \delta n^{(i)} \quad (2.126)$$

і задача зводиться до знаходження температурних і концентраційних нелокальних додатків. Причому тут ми, на відміну від попереднього розгляду, не вимагатимемо локальної квазінейтральності, тобто вважатимемо, що

$$\delta n = \sum_{i=1}^4 \delta n^{(i)} \neq 0, \quad \delta n^{(1)} + \delta n^{(2)} = \frac{\delta n}{2}. \quad (2.127)$$

У цьому випадку для врахування самоузгодженого поля F_c , яке виникає внаслідок порушення квазінейтральності, використаємо рівняння Пуассона, а для повноти системи — рівняння неперервності струму. В результаті дістанемо рівняння

$$n_0 \Phi'(T) (\delta T^{(1)} - \delta T^{(2)}) + \left(2\delta n^{(1)} - \frac{\delta n}{2} \right) \Phi(T) = 0, \quad (2.128)$$

яке дозволяє виключити $\delta n^{(1)}$ з рівняння неперервності струму ($\text{div} \vec{j} = 0$), що в лінійному наближенні за малою нелокальністю та малими величинами самоузгодженого поля F_c і тиску світла $f_c^{(i)}$ приводить до такого рівняння:

$$\left. \frac{\partial}{\partial y'} \left\{ \begin{aligned} & T(\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}) + \delta T^{(1)} \left[\mu_0^{(1)} - \frac{\Phi'(T) T (\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)})}{2\Phi(T)} \right] + \\ & + \delta T^{(2)} \left[\mu_0^{(2)} + \frac{\Phi'(T) T (\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)})}{2\Phi(T)} \right] + \frac{\delta n}{n} T (\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}) \end{aligned} \right\} + \right. \\ \left. + f_c^{(1)} \mu_0^{(1)} + f_c^{(2)} \mu_0^{(2)} - e F_c (\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}) = 0. \quad (2.129) \right.$$

У (2.129) введено позначення

$$\mu_0^{(1)} = \mu_{0\perp}^{(2)}, \quad \mu_0^2 = \frac{2\mu_{0\parallel}^{(2)} + \mu_{0\perp}^{(2)}}{3},$$

а величина $\mu_{0\alpha}^{(i)}$ визначається виразом

$$\mu_{0\alpha}^{(i)} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} |e| \frac{\tau_{\alpha}^{(0)}}{m_{\alpha}} \left(\frac{T}{T^{(i)}} \right)^{1/2}. \quad (2.130)$$

При $T^{(i)} = T$ величина $\mu_{0\alpha}^{(i)}$ не залежить від координати. Позначення $\Phi'(T)$ означає похідну від $\Phi(T)$ за температурою T . Величина $\Phi(T)$ визначається співвідношенням (2.119).

Продиференціювавши рівняння (2.129) за координатою y' і додавши до нього рівняння Пуассона, отримаємо систему диференціальних рівнянь з

двома невідомими δn та F_c :

$$eF_c - \frac{(\delta n)'}{\bar{n}} T = \frac{(\delta T^{(1)})' \left[\mu_0^{(1)} - \frac{\Phi'(T)T \left(\frac{\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)}}{2\Phi(T)} \right) \right] + (\delta T^{(2)})' \left[\mu_0^{(2)} + \frac{\Phi'(T)T \left(\frac{\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)}}{2\Phi(T)} \right) \right]}{\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}} + \frac{f_c^{(1)}\mu_0^{(1)} + f_c^{(2)}\mu_0^{(2)}}{\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}}, \quad (2.131)$$

$$\frac{dF_c}{dy'} = \frac{4\pi e}{\epsilon_0} \delta n.$$

У (2.131) штрихи при δn , $\delta T^{(i)}$ означають диференціювання за координатою y' , а ϵ_0 — діелектрична проникність БДНП.

Нелокальні температурні додатки $\delta T^{(i)}$, що входять у перше рівняння (2.124), визначають за рівнянням локального балансу потужності, лінеаризованим за малим відхиленням. Вважаючи розігрів настільки малим, що $(\delta T^{(i)}/T) \ll 1$, розкладемо за цим параметром гіперболічний синус $\text{sh} \left(\frac{\hbar\omega_0}{2T} - \frac{\hbar\omega_0}{2T^{(i)}} \right) \approx \frac{\hbar\omega_0}{2T^2} \delta T^{(i)}$ і знайдемо $\delta T^{(i)}$:

$$\delta T^{(i)} = \frac{\sqrt{\hbar\omega}}{T} \left(\frac{e}{c} A_c \right)^2 \left[C_0 K_1 \left(\frac{\hbar\omega_0}{2T} \right) \frac{\hbar\omega_0}{2T^2} \right]^{-1} \begin{cases} \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{2}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \right), & i = 1; \\ \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}}, & i = 2. \end{cases} \quad (2.132)$$

Після цього система диференціальних рівнянь (2.131) легко розв'язується, у результаті знаходимо:

$$\delta n = \bar{n} \eta \cos \Delta \Psi_{12}, \quad (2.133)$$

де

$$\eta = - \left(\frac{e}{c} \right)^2 \frac{A_1 A_2}{\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}} \left\{ \frac{\sqrt{\hbar\omega} T}{3 C_0 K_1 \left(\frac{\hbar\omega_0}{2T} \right) \frac{\hbar\omega_0}{2T}} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{2}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \right) \left[\mu_0^{(1)} - \frac{\Phi'(T)T \left(\frac{\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)}}{2\Phi(T)} \right) \right] + \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \left[\mu_0^{(2)} + \frac{\Phi'(T)T \left(\frac{\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)}}{2\Phi(T)} \right) \right]} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{\perp}} + \frac{2}{m_{\parallel}} \right) \mu_0^{(1)} \right] + \frac{1}{m_{\perp}} \mu_0^{(2)} \right\} \times \left[\frac{4\pi e^2 \bar{n}}{\epsilon_0} + (\Delta K_{y'})^2 T \right]^{-1} (\Delta K_{y'})^2;$$

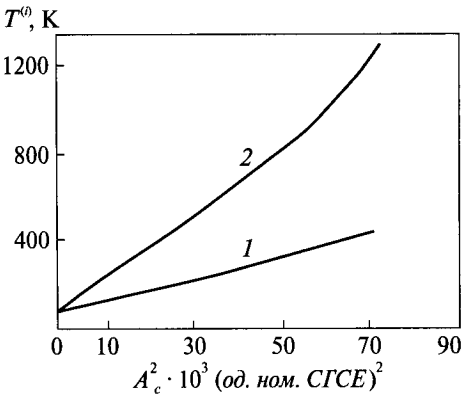


Рис. 2.11. Залежність температур у долинах від напруженості поля КЛП: 1 — перша долина; 2 — друга [133]

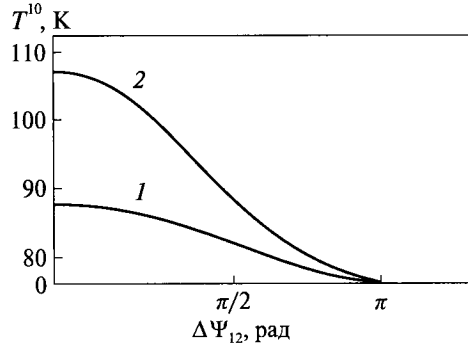


Рис. 2.12. Залежність нелокальної температури від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$: 1 — перша долина; 2 — друга [133]

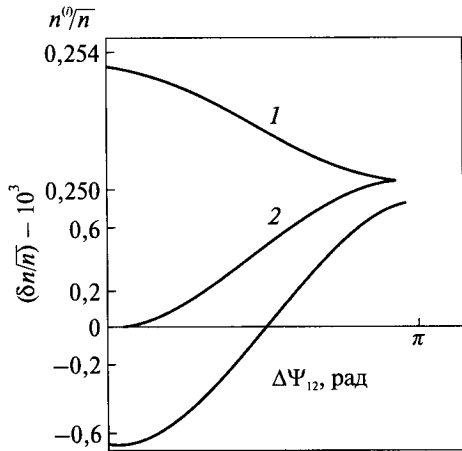


Рис. 2.13. Залежність нелокальних концентрацій електронів у долинах від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$: 1 — перша долина, 2 — друга [133]

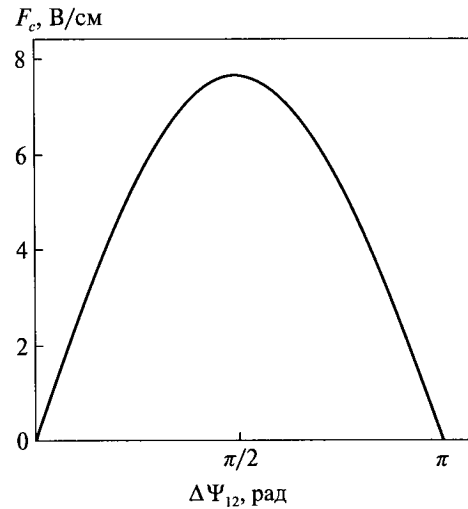


Рис. 2.14. Залежність самоузгодженого поля F_c від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$ [133]

$$F_c = \frac{4\pi e}{\epsilon_0 \Delta K_{y'}} \bar{n} \sin \Delta\Psi_{12}, \quad \Delta\Psi_{12} = (k_{1y'} - k_{2y'}) y' = 2k_{1y'} y'$$

На рис. 2.11–2.14 наведено результати числового розрахунку за вищенаведеними формулами нелокальних температур, нелокальних концентрацій електронів у долинах та самоузгодженого поля (координатна і польова (за фіксованої координати в A_c^2) залежності) за таких значень параметрів: $T = 77$ К,

$$\omega = 1,78 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}, \bar{n} = 10^{15} \text{ см}^{-3}, \Delta K_{y'} = 10^4 \text{ см}^{-1}, E_1 = E_2 = 1,78 \cdot 10^4 \text{ В/см}, \mu_{0\perp} = 5,73 \cdot 10^4, \mu_{0\parallel} = 3,56 \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с} [133].$$

Наведені графічні залежності демонструють просторові модуляції падаючою на кристал n-Ge лазерною хвилею усіх досліджуваних величин, у тому числі δn та F_c , а мала величина глибини модуляції та зумовлена нею слабка координатна залежність повної концентрації носіїв пояснюється порівняно слабким електричним полем КЛП. Для збільшення модуляційних параметрів необхідно використовувати КЛП більшої інтенсивності. Проте в разі використання таких пучків розігрів електронів може бути немалим, і тому описаним вище методом користуватися не рекомендується. Для цього випадку потрібен інший підхід, який наводимо далі.

Тепер електронні температури визначатимемо в локальному наближенні, а концентрації електронів у долинах братимемо у вигляді

$$\begin{aligned} n^{(1)} &= \frac{n}{2} \frac{\Phi(T^{(2)})}{\left[\Phi(T^{(1)}) + \Phi(T^{(2)}) \right]}, \\ n^{(2)} &= \frac{n}{2} \frac{\Phi(T^{(1)})}{\left[\Phi(T^{(1)}) + \Phi(T^{(2)}) \right]}, \end{aligned} \quad (2.134)$$

де повна концентрація носіїв тепер дорівнює

$$n = \bar{n} + \delta n. \quad (2.135)$$

Підставляючи (2.134) та (2.135) у рівняння, що випливає з рівняння неперервності струму, співвідношення $j = \text{const} = 0$ та враховуючи при диференціюванні за координатою y' координатну залежність концентрацій, температур і рухливості $\mu^{(i)}$, елементарно розв'язуємо його в нульовому наближенні за самоузгодженим полем і отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{\delta n}{\bar{n}} &= C \frac{\Phi(T^{(1)}) + \Phi(T^{(2)})}{\left[\Phi(T^{(2)})T^{(1)}\mu^{(1)} + \Phi(T^{(1)})T^{(2)}\mu^{(2)} \right]} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{\Delta K_{y'}} \int_{\pi}^{\Delta\Psi_{12}} d(\Delta\Psi'_{12}) \left[\frac{F_c^{(1)}\Phi(T^{(2)})\mu^{(1)} + F_c^{(2)}\Phi(T^{(1)})\mu^{(2)}}{\left[\Phi(T^{(2)})T^{(1)}\mu^{(1)} + \Phi(T^{(1)})T^{(2)}\mu^{(2)} \right]} \right] \right\} - 1. \end{aligned} \quad (2.136)$$

Стала інтегрування C визначається з умови

$$\frac{\delta \bar{n}}{n} = 0. \quad (2.137)$$

За допомогою рівняння Пуассона та співвідношення (2.136) можна розрахувати самоузгоджене поле:

$$F_c = \frac{4\pi e}{\varepsilon_0} \frac{1}{\Delta k_{y'}} \int_{\pi}^{\Delta\Psi_{12}} \delta n d(\Delta\Psi'_{12}), \quad (2.138)$$

а стала інтегрування C_1 тут дорівнює нулю, оскільки $\bar{F}_c = 0$.

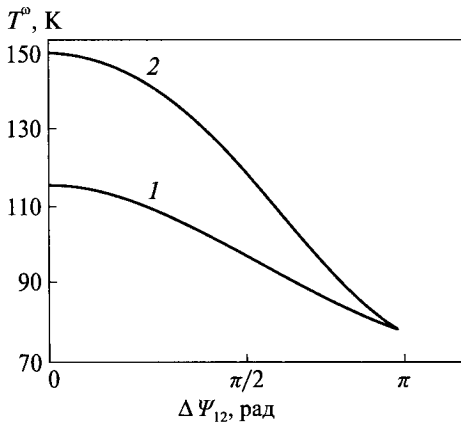


Рис. 2.15. Залежність температури носіїв T^0 від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$ [133]

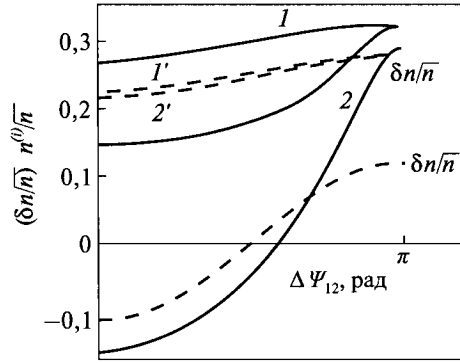


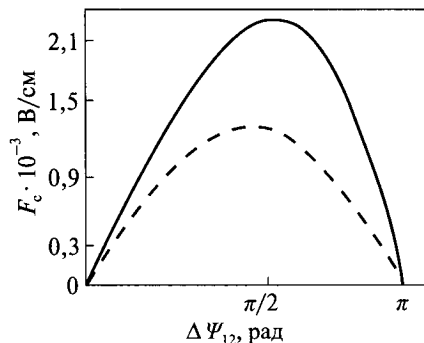
Рис. 2.16. Залежність нелокальної концентрації $\delta n/n$ від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$ [133]

Результати розрахунків температури носіїв T^0 , нелокальної концентрації $\delta n/n$ та самоузгодженого поля F_c подано на рис. 2.15—2.17. Під час розрахунків вважалося, що $E_1 = E_2 = 4,7 \cdot 10^4$ В/см. Як видно з рис. 2.15, вибране поле КЛП створює не дуже великий розігрів: $T_{\max} = 150$ К, але не настільки малий, щоб він був локальною поправкою до температури ґратки. Тому $\delta n/n$ (рис. 2.16) на відміну від аналогічної величини, наведеної на рис. 2.13, не описується косинусом: зі збільшенням розігріву гаряча область, звідки електрони «виходять», розширюється, а холодна, куди вони прямують, — звужується навколо точки $\Delta\Psi_{12} = \pi$. Це переміщення носіїв у просторі відображено і у поведінці концентрацій (криві 1 і 2): електрони не тільки «пересипаються» по долинах відповідно до температури долин, як у локальному випадку, й «розтікаються» по координатах відповідно до (2.127). Для порівняння на цьому ж графіку подано результати, отримані в разі слабого розігріву в тому самому наближенні (штрихові криві). Самоузгоджене поле, як впливає з рис. 2.17, також деформується внаслідок деформації нелокальної концентраційної поправки: максимум його зміщується в бік нижчих температур. Штрихова лінія відповідає слабкому розігріву.

У граничному випадку малого розігріву (після розкладання за степенями $\delta\theta^{(i)}$ до першого порядку) співвідношення (2.129) набуде вигляду

$$\frac{\delta n}{\bar{n}} = C(AB \cos \Delta\Psi_{12})^{-1}, \quad (2.139)$$

Рис. 2.17. Залежність самоузгодженого поля F_c від різниці фаз світлових пучків $\Delta\Psi_{12}$ [133]



де

$$A = a - b(A_1^2 + A_2^2), \quad B = 2bA_1A_2, \quad a = 2/\theta(\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)})$$

$$b = \frac{\sqrt{\hbar\omega}}{3} \left(\frac{e}{C}\right)^2 \left[C_0 K_1 \left(\frac{\hbar\omega_0}{2\theta}\right) \frac{\hbar\omega_0}{2} (\mu_0^{(1)} + \mu_0^{(2)}) \right]^{-1} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} + \frac{2}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}^{(0)}} \right) \left[\mu_0^{(1)} - \frac{\Phi'(\theta)\theta(\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)})}{2\Phi(\theta)} \right] + \frac{1}{m_{\perp} \tau_{\perp}^{(0)}} \left[\mu_0^{(2)} - \frac{\Phi'(\theta)\theta(\mu_0^{(1)} - \mu_0^{(2)})}{2\Phi(\theta)} \right] \right\}.$$

Умова (2.130) дає для C значення $C = 1/A$, за якого (2.139) набуває вигляду

$$\frac{\delta n}{n} = -\frac{B}{A} \cos \Delta\Psi_{12},$$

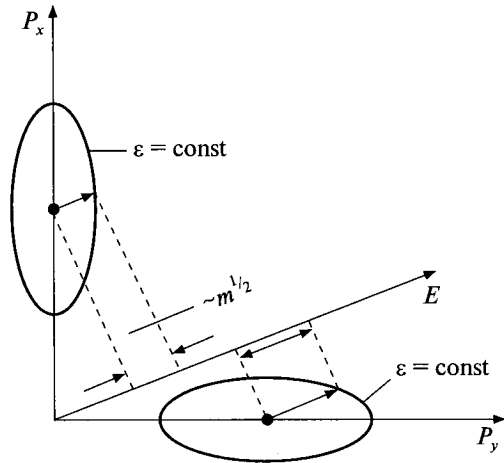
що збігається з (2.133) при рівності коефіцієнтів. Як показують числові оцінки, вони відрізняються усього на 0,004.

Отже, наведено теорію лазер-індукованих структур — надграток в багатодолинних напівпровідниках, узагальнену на нелокальний випадок, коли відбувається порушення умови квазінейтральності. При цьому питання, наскільки і за яких умов ця умова в БДНП порушується при утворенні лазер-індукованих структур, залишається відкритим.

2.5. Ефект Сасаки в багатодолинних напівпровідниках у високочастотному полі лазерного випромінювання

Як відомо, у напівпровідниках у сильних (нагрівних) електричних полях може спостерігатися анізотропія електропровідності, або так званий ефект Сасаки [134]. Розрізняють поздовжній і поперечний ефекти Сасаки. Поздовжній ефект Сасаки проявляється у різниці вольт-амперних характеристик (ВАХ) однорідних довгих кристалічних зразків за різних напрямків струму. В слабких полях усі ВАХ мають однаковий нахил. У сильних полях зі зниженням температури цей нахил посилюється і в деяких напрямках може навіть спостерігатися від'ємний диференціальний опір. Поперечний ефект Сасаки полягає у виникненні в сильних полях у зразках, вирізаних уздовж довільних напрямків, відмінних від осей симетрії, поперечної електрорушійної сили (ЕРС). Вона зумовлює появу кута між напрямками електричного струму та напруженості електричного поля (кут Сасаки). ЕРС Сасаки змінюється так, як ЕРС Холла. Ефект Сасаки пояснюється анізотропією закону дисперсії енергії гарячих носіїв заряду. Найяскравіше він проявляється в багатодолинних напівпровідниках (БДНП) завдяки міждолинному перерозподілу носіїв заряду зовнішнім нагрівним електричним полем унаслідок різного ступеня їх нагріву в долинах.

Рис. 2.18. Дводолинна модель БДНП з різними ефективними масами m для даного напрямку напруженості електричного поля \vec{E} [130]



У БДНП мінімум енергії в зоні провідності (або максимум у валентній зоні) досягається не при $\vec{p} = 0$ (\vec{p} — квазіімпульс електрона), а відразу в кількох еквівалентних точках зведеної зони Бріллюена, наприклад у 4 точках L на її поверхні в n -Ge та халькогенідах Pb (PbS, PbSe, PbTe); у 6 точках (на Δ -осях) у n -Si та алмазі. Велике значення ЕРС

ефекту Сасаки пов'язане з сильною анізотропією спектра електронів $\epsilon(\vec{p})$ у кожній з долин, де ізоенергетичні поверхні електронів $\epsilon(\vec{p}) = \text{const}$ мають форму сфероїдів (еліпсоїдів обертання) з великою ефективною масою m_{\parallel} вздовж осі обертання та малою m_{\perp} упоперек. Якщо електричне поле спрямоване так, що створюються кути φ з осями обертання еліпсоїдів у різних ($0 < \varphi < 2\pi$), то електрони в долинах розігріваються по-різному, причому найсильніше в тих долинах, у яких кути φ виявляються найбільшими (рис. 2.18).

Різний розігрів електронного газу зумовлює, по-перше, різну швидкість розсіювання електронів у різних долинах, яка за низьких температур визначає рухливість електронів; по-друге, різну швидкість переходу електронів з гарячих долин у холодні, що визначає заповнення долин електронами. Обидва ефекти пов'язані з енергетичною залежністю ймовірностей розсіювання носіїв заряду як усередині долин, так і між долинами. У чистих і структурно довершених кристалах переважає міждолинне розсіювання з випромінюванням або поглинанням короткохвильових фононів. Імовірність такого розсіювання зростає зі зростанням енергії електронів, так що більш нагріті долини порожніють, а менш нагріті заповнюються надлишковими електронами.

Тепер детальніше розглянемо ефект Сасаки в n -Ge. Для обчислення поля Сасаки, що виникає в зразку n -Ge, коли існують лазер-індуковані структури (надгратки) електронних температур і концентрацій, скористаємося таким виразом для статичного струму, що створюється електронами i -ї долини [133]:

$$\vec{j}(i) = \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \left(n^{(i)} \theta^{(i)} \mu_{\perp}^{(i)} \right) - \left(\vec{i}_{(0)} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \right) \left[n^{(i)} \theta^{(i)} \left(\mu_{\parallel}^{(i)} - \mu_{\perp}^{(i)} \right) \right] \vec{i}_{(0)} + \vec{\Phi} \left(h^{(i)} \mu_{\perp}^{(i)} \right) + \left(\vec{i}_{(0)} \vec{\Phi} \right) \left[h^{(i)} \left(\mu_{\parallel}^{(i)} - \mu_{\perp}^{(i)} \right) \right] \vec{i}_{(0)}, \quad (2.140)$$

де $n^{(i)}$, $\theta^{(i)}$, $\mu_{\perp}^{(i)}$, $\mu_{\parallel}^{(i)}$ — відповідно концентрація, ефективна температура, поперечна та поздовжня компоненти тензора рухливості електронів i -ї долини, $\vec{i}_{(0)}$ — одиничний вектор осі обертання еліпсоїда тензора ефективних мас (з

компонентами m_{\perp} та m_{\parallel}) електронів цієї долини, \vec{r} — координата, а

$$\vec{\Phi} = e\vec{F} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} E \left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right). \quad (2.141)$$

Тут \vec{F} — сумарний вектор напруженості зовнішнього електричного поля та самоузгодженого поля, що виникає внаслідок порушення умови квазінейтральності під дією падаючого на зразок лазерного випромінювання, а E — енергія електрона:

$$E(\vec{P}) = \frac{P^2}{2m_{\perp}} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_{\parallel}} - \frac{1}{m_{\perp}} \right) (\vec{i}_{(0)} \vec{P})^2,$$

\vec{P} — узагальнений імпульс електрона, \vec{A} — сумарний вектор-потенціал лазерного випромінювання. У (2.141) енергія електрона береться усередненою за періодом поля лазерного випромінювання.

Обчислюючи компоненти вектора густини струму (2.140) у системі координат, зображеній на рис. 2.7, та підсумовуючи за всіма долинами, дістанемо:

$$j_x = \frac{2}{3} \left\{ \begin{aligned} & \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] \Phi_x + \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) - n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right] \Phi_y \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) - n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right] \end{aligned} \right\}; \quad (2.142)$$

$$j_y = \frac{2}{3} \left\{ \begin{aligned} & \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) - n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right] \Phi_x + \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] \Phi_y \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) - n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] \end{aligned} \right\}; \quad (2.143)$$

$$j_z = \frac{2}{3} \left\{ \begin{aligned} & \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] \Phi_z \\ & - \frac{\partial}{\partial z} \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (2.144)$$

Особливістю формул (2.142)—(2.144) є те, що компонента густини струму j_x (аналогічно j_y) визначаються двома компонентами — Φ_x і Φ_y одночасно, на відміну від компоненти j_z , яка визначається лише Φ_z . Самоузгоджені поля і тиск світла (останній доданок у (2.141)) не враховуватимемо через їх малість, а зовнішнє постійне тягнуче поле \vec{E} прикладається вздовж осі OX (воно має бути досить слабким, щоб не порушувалася «анізотропія», створена лазерними пучками). У цьому випадку $j = j_x$, і з вигляду останнього впливає тензорний характер електропровідності, тобто з'являється ефект Сасаки.

Для знаходження напруженості поля Сасаки E_y занулимо струм у напрямку осі OY і дістанемо систему двох рівнянь

$$\begin{cases} j_x = j, \\ j_y = 0. \end{cases} \quad (2.145)$$

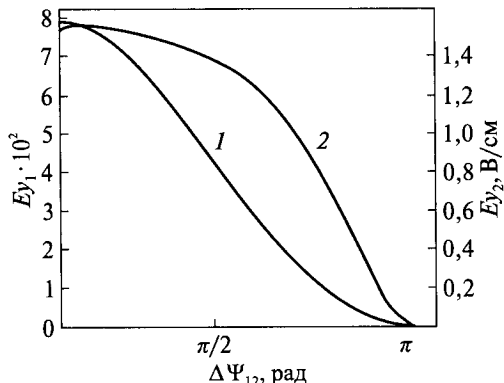


Рис. 2.19. Координатна і польова залежності поля Сасаки в БДНП у нелокальному наближенні [133]

Виключаючи з першого рівняння поле E_x за допомогою другого рівняння, знайдемо шукану величину у вигляді

$$E_y = \frac{j - \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xy}} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{\partial f_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{\partial f_1}{\partial y}}{\sigma_{xy} - \frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{xy}}}, \quad (2.146)$$

де

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} &= \frac{2}{3} \ell \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right]; \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= \frac{2}{3} \ell \left[n^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right] - \end{aligned} \quad (2.147)$$

компоненти тензора електропровідності,

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{2}{3} \left[n^{(1)} \theta^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} + 2\mu_{\perp}^{(1)}) + n^{(2)} \theta^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} + 2\mu_{\perp}^{(2)}) \right], \\ f_2 &= \frac{2}{3} \left[n^{(1)} \theta^{(1)} (\mu_{\parallel}^{(1)} - \mu_{\perp}^{(1)}) - n^{(2)} \theta^{(2)} (\mu_{\parallel}^{(2)} - \mu_{\perp}^{(2)}) \right]. \end{aligned} \quad (2.148)$$

Без урахування похідних за координатами від функцій f_1 та f_2 (це означає, що у першому наближенні нехтуємо термодифузійними струмами гарячих електронів) маємо

$$E_y = \frac{j \sigma_{xy}}{\sigma_{xy}^2 - \sigma_{xx}^2}. \quad (2.149)$$

Якщо задано величину E_x (а не j), то з другого рівняння системи (2.145) та формул (2.142)–(2.144) і (2.147) легко отримати в тому ж наближенні

$$E_y = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_{yy}} E_x. \quad (2.150)$$

Зі співвідношень (2.149) та (2.150) видно, що поле Сасаки E_y просторово замодульоване інтерференційними світловими (лазерними) пучками з різни-

цею фаз $\Delta\psi_{12} = (k_{1y'} - k_{2y'})y' = \Delta k_{y'}y' = 2\Delta k_{1y'}y'$, модуляціями температури носіїв у долинах і, отже, їх концентрації та рухливості. Крім того, має місце залежність поля Сасаки від інтенсивності падаючих хвиль, яка впливає на глибину модуляції всіх параметрів лазер-індукованої структури — надгратки.

На рис. 2.19 наведено координатну і польову залежності поля Сасаки в не-локальному наближенні. Крива 1 відповідає випадку слабого розігріву носіїв падаючою хвилею ($E_1 = E_2 = 1,78 \cdot 10^4$ В/см), крива 2 — сильнішому розігріву ($E_1 = E_2 = 4,7 \cdot 10^4$ В/см). Під час проведення розрахунків використовували такі значення параметрів: $T = 77,4$ К, частота лазерного випромінювання $\omega = 1,78 \cdot 10^{14}$ с⁻¹, $\Delta k_{y'} = 10^4$ см⁻¹, середня концентрація носіїв $\bar{n} = 10^{16}$ см⁻³, $\mu_{\perp} = 5,73 \cdot 10^4$, $\mu_{\parallel} = 3,56 \cdot 10^4$ см²/Вс.

Отже, в багатодолинних напівпровідниках у полі інтенсивного лазерного випромінювання спостерігається ефект Сасаки (поява анізотропії електропровідності), причому, на відміну від розігрівання зразка постійним зовнішнім полем, поле Сасаки в цьому випадку виявляється замодульованим, а глибина його модуляції залежить від інтенсивності нагрівного поля електромагнітної хвилі (лазерного випромінювання).

ЕЛЕКТРИЧНІ, ОПТИЧНІ ТА МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАПІВПРОВІДНИКІВ У ПОЛІ ІНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Сьогодні одним із цікавих об'єктів досліджень є феромагнітні напівпровідники, в яких одночасно поєднуються напівпровідникові та магнітні властивості. Наявність сильної s — d -обмінної взаємодії між електронною та магнітною підсистемами зумовлює те, що у зовнішніх полях (зокрема, у полі інтенсивного лазерного випромінювання) у ФМН реалізуються умови для розігрівання не лише носіїв заряду, а й спінових хвиль. Це призводить, зокрема, до появи періодичних структур як на вільних носіях в електронній підсистемі, так і на магнонах у магнітній підсистемі, що не може не виявлятися у зміні фізичних властивостей ФМП у полі інтенсивного лазерного випромінювання. Насамперед можлива поява нових закономірностей у взаємодії вільних носіїв заряду з магнітною підсистемою. ФМН можуть стати перспективними матеріалами для динамічної голографії, оскільки лазер-індуковані структури — надгратки у ФМН мають малий час релаксації та достатньо велику глибину модуляції. Утворення надгратки намагніченості у ФМН можна використовувати для аналізу та керування пучками ультрахолодних нейтронів.

Цей розділ присвячено електричним, оптичним і магнітним властивостям ФМН у полі інтенсивного лазерного випромінювання. Спочатку розглядається фотопровідність у ФМН у полі інтенсивного однорідного лазерного випромінювання. Наступним етапом є вивчення електричних, оптичних та магнітних властивостей ФМН з лазер-індукованою граткою на вільних носіях та магнонах. Найближчими до досліджуваної нами є такі системи: напівпровідник з надграткою, створеною просторово-періодичним розподілом домішок [135, 136], та напівпровідник (неферомагнітний) з надграткою, створеною когерентними світловими пучками [3].

Електричні, оптичні та магнітні властивості ФМН з лазер-індукованими структурами на вільних носіях і магнонах — надгратками завдяки їх однорідності та безінерційності можна змінювати у потрібному напрямі за допомогою постійного електричного поля. Це поле, в принципі, може також впливати на перерозподіл інтенсивності КСП, що створюють надгратки. Вар-

то також зазначити, що варіювання напруженості постійного електричного поля та інтенсивності лазерного випромінювання відкриває нові можливості для вивчення насамперед релаксації нерівноважних носіїв у ФМН.

3.1. Фотопровідність ФМН у полі потужного лазерного випромінювання

Розглянемо ФМН, що перебуває у постійному зовнішньому слабкому електричному полі \vec{F}_0 та довільному за величиною змінному однорідному електромагнітному полі потужного лазерного випромінювання

$$\vec{A}(t) = \vec{A} \cos \omega t \quad (3.1)$$

з електричною складовою $\vec{E}(t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} = \vec{E} \sin \omega t$.

Для спрощення розрахунків вважатимемо, що як за енергією, так і за імпульсом електрони релаксують на магнонах. В електрон-магنونній взаємодії враховуватимемо двомагنونні процеси в першому порядку теорії збурень, а одномагنونні — в другому. Квантові кінетичні рівняння, що описують процес електрон-магنونної взаємодії у ФМН, було виведено в першому розділі, і наведемо їх тут лише для довідки:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial t} + e\vec{F}_0 \frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial \vec{p}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{p',q'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{\bar{p}'q'q'}|^2 J_n^2(x) \delta_{\bar{p}+\bar{q}}^{\bar{p}'+\bar{q}'} \times \\ \times \left\{ f_{\bar{p}'}(1-f_{\bar{p}}) N_{\bar{q}'}(1+N_{\bar{q}}) - f_{\bar{p}}(1-f_{\bar{p}'}) N_{\bar{q}}(1+N_{\bar{q}'}) \right\} \delta(\Delta_{\bar{p}\bar{q}}^{\bar{p}'\bar{q}'}); \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\bar{q}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\bar{p}',\bar{q}'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_{\bar{p}'q'q'}|^2 J_n^2(x) \delta_{\bar{p}+\bar{q}}^{\bar{p}'+\bar{q}'} \left\{ \begin{aligned} & f_{\bar{p}'}(1-f_{\bar{p}}) N_{\bar{q}'}(1+N_{\bar{q}}) - \\ & - f_{\bar{p}}(1-f_{\bar{p}'}) N_{\bar{q}}(1+N_{\bar{q}'}) \end{aligned} \right\} \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\bar{p}'} - \varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}'} - \omega_{\bar{q}} - n\hbar\omega). \end{aligned} \quad (3.3)$$

У (3.1)–(3.3) використано такі позначення:

$$x = \frac{e\vec{E}(\vec{P}' - \vec{P})}{m\omega^2}; \quad \Delta_{\bar{p}\bar{q}}^{\bar{p}'\bar{q}'} = \varepsilon_{\bar{p}'} - \varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}'} - \omega_{\bar{q}} - n\hbar\omega.$$

Перш ніж навести розрахунки електропровідності ФМН в електромагнітному полі потужного лазерного випромінювання, потрібно зробити кілька зауважень і уточнень. Наявність високочастотного електромагнітного поля зумовлює, з одного боку, зміну ефективного матричного елемента електрон-магنونної взаємодії (поява співмножника, що містить бесселеву функцію J_n в інтегралах електрон-двомагنونних та двомагنون-електронних зіткнень), а з другого, — модифікацію законів збереження (аргументів δ -функцій), оскільки тепер процеси електрон-магنونної (електрон-фонононої) взаємодії можуть супроводжуватися поглинанням або випромінюванням довільного числа фотонів частоти ω . Інтеграли зіткнень у (3.2) і (3.3) не залежать явно від часу. Тому

має існувати стаціонарний розв'язок рівнянь (3.2)—(3.3), що описує розподіл електронів і магنونів у постійному електричному полі та високочастотному електромагнітному полі, усереднений за високочастотними осциляціями електронів. Постійна складова густини струму в напівпровідниках за наявності постійних і високочастотних електричних полів пов'язана зі стаціонарною складовою функції розподілу електронів $f_{\bar{p}}$, яку знаходять з розв'язку рівняння (3.2) звичайним співвідношенням [110]

$$\bar{j} = \frac{e}{m} \sum_{\bar{p}} \bar{p} f_{\bar{p}}. \quad (3.4)$$

Проте знайти цей розв'язок досить непросто, навіть якщо прийняти розподіл магنونів рівноважним. Наявність виділеного напрямку — вектора високочастотного електричного поля приводить до анізотропії електрон-магنونного розсіяння. У зв'язку з цією обставиною досить строгий розв'язок вдається знайти лише для випадку, коли напруженість високочастотного електричного поля не надто велика і можна обмежитися квадратичними за його амплітудою поправками до функції розподілу електронів.

Шукатимемо стаціонарний розв'язок рівняння (3.2), розуміючи під імпульсом електрона канонічний імпульс $\bar{P} = \bar{p} + \frac{e}{c} \bar{A}(\bar{r}, t)$. Крім того, вважатимемо, що частота високочастотного поля лазерної хвилі ω задовольняє нерівності [90, 110]

$$\omega \gg \tau_p^{-1}; \quad \omega \ll c/\lambda_p; \quad \omega > \omega_{\bar{q}}; \quad \bar{\epsilon} \gg \hbar\tau_p^{-1}.$$

Перша нерівність означає, що частота високочастотного електромагнітного поля ω має бути набагато більшою за обернений час релаксації електронів за імпульсами на магнонах при електрон-двомагنونній взаємодії τ_p^{-1} . Друга нерівність означає, що довжина хвилі зовнішнього електромагнітного поля $\lambda = c/\omega$ має набагато перевищувати довжину вільного пробігу електрона. Остання нерівність вимагає, щоб розширення рівнів енергії електрона за рахунок релаксації не перевищувало саму енергію. Наведені нерівності дають можливість обмежитися лише значенням $n = 0$ в бесселевих функціях та δ -функціях. У результаті для стаціонарного випадку рівняння (3.2) зведеться до такого:

$$e\bar{F}_0 \frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial \bar{P}} = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{J}{2N} \right)^2 \sum_{\bar{q}, \bar{k}} \frac{q^4}{(q_0^2 + q^2)^2} J_0^2 \left(\frac{e\bar{E}\bar{k}}{m\omega^2} \right) \times \\ \times \left\{ f_{\bar{p}-\bar{k}} N_{\bar{q}+\bar{k}} (1 + N_{\bar{q}}) - f_{\bar{p}} N_{\bar{q}} (1 + N_{\bar{q}+\bar{k}}) \right\} \delta(\epsilon_{\bar{p}-\bar{k}} - \epsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}} - \omega_{\bar{q}+\bar{k}}), \quad (3.5)$$

де $q_0^2 = 2mJS$.

Постійне електричне поле \bar{F}_0 вважатимемо слабким (нагрівним). Тоді шуканий розв'язок кінетичного рівняння (3.5) матиме вигляд [90, 110]

$$f_{\bar{p}} \approx f_0(\epsilon_{\bar{p}}) + \bar{P}\bar{F}_0 f_1(\bar{P}), \quad (3.6)$$

де функції f_0 і f_1 не залежать від \bar{F}_0 (але, взагалі кажучи, можуть залежати від \bar{E}). Функція $f_0(\epsilon_{\bar{p}})$, за розглядуваних нами умов, матиме максвеллівський

вигляд:

$$f_0(\varepsilon_{\bar{p}}) = \frac{n}{(2\pi mT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{p^2}{2m}}. \quad (3.7)$$

У нульовому наближенні функцію $f_1(\bar{P})$ можна знаходити як розв'язок рівняння (3.5) в однорідному полі \bar{F}_0 і як зазвичай (навіть у відносно сильному полі \bar{F}_0), у дифузному наближенні (тобто у наближенні часу релаксації). Для його знаходження спочатку, для полегшення розрахунків, усереднимо величину $J_0^2(e\bar{E}\bar{k}/m\omega^2)$ за всіма напрямками вектора \bar{k} і в (3.5) зробимо заміну

$$J_0^2\left(\frac{e\bar{E}\bar{k}}{m\omega^2}\right) \rightarrow \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_0^2\left(\frac{eEk \cos\theta}{m\omega^2}\right) \sin\theta d\theta d\phi = \int_0^1 J_0^2\left(\frac{eEkx}{m\omega^2}\right) dx. \quad (3.8)$$

Тепер за допомогою формули [86,106]

$$\sum_{\bar{k}} F(\bar{k}) = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \iiint_{s.o.} F(\bar{k}) d^3k \quad (3.9)$$

перейдемо від підсумовування за \bar{q} та \bar{k} до інтегрування по зоні Бріллюена. Відповідно, рівняння (3.5) тепер набуде вигляду

$$e\bar{F}_0 \frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial \bar{P}} = \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{J}{2N}\right)^2 \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \int_{s.o.} d\bar{q} d\bar{k} \frac{q^4}{(q_0^2 + q^2)^2} \int_0^1 J_0^2\left(\frac{eEkx}{m\omega^2}\right) dx \times \\ \times \left\{ f_{\bar{p}-\bar{k}} N_{\bar{q}+\bar{k}} (1 + N_{\bar{q}}) - f_{\bar{p}} N_{\bar{q}} (1 + N_{\bar{q}+\bar{k}}) \right\} \delta(\varepsilon_{\bar{p}-\bar{k}} - \varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}} - \omega_{\bar{q}+\bar{k}}). \quad (3.10)$$

Подаючи тепер функцію розподілу електронів у вигляді (3.7), з (3.10) дістанемо

$$e\bar{F}_0 \frac{\partial f_0(\varepsilon_{\bar{p}})}{\partial \bar{P}} = -\frac{1}{\tau_p^{em}(P)} (\bar{P}\bar{F}_0) f_1(\varepsilon_{\bar{p}}). \quad (3.11)$$

Тут величина $\tau_p^{em}(P)$ є часом релаксації електронів за імпульсами при їх розсіянні на магнонах з урахуванням впливу зовнішнього високочастотного електромагнітного поля. Під час розрахунку $\tau_p^{em}(P)$ виходитимемо з рівняння (3.10) і використаємо закон збереження енергії, відповідно до якого

$$f_1(\varepsilon_{\bar{p}-\bar{k}}) = f_1(\varepsilon_{\bar{p}} + \omega_{\bar{q}+\bar{k}} - \omega_{\bar{q}}). \quad (3.12)$$

У наближенні часу релаксації, за умови, що коливання спінової підсистеми ФМН є низькочастотними, з (3.12) випливає, що $f_1(\varepsilon_{\bar{p}-\bar{k}}) \approx f_1(\varepsilon_{\bar{p}})$. Значимо також, що із закону збереження енергії при електрон-двوماгнонному розсіянні також випливає, що переданий при розсіянні електрона імпульс \bar{k} має змінюватися в межах $0 < \bar{k} < 2\bar{P}$, а імпульс магнона — в межах зони Бріллюена ($0 < \bar{q} < \frac{\pi\hbar}{a}$). При інтегруванні в (3.10) за вісь OX виберемо напрямок вектора \bar{F}_0 і введемо кути ϑ та α між векторами \bar{P} і \bar{F}_0 та \bar{k} і \bar{F}_0 відповідно. При цьому

$$\cos\alpha = \cos\vartheta \cos\theta + \sin\vartheta \sin\theta \cos\Phi,$$

де θ і Φ — полярний та азимутальний кути, що визначають напрямок вектора \bar{k} .

Тепер запишемо в явному вигляді вираз для часу релаксації електронів за імпульсом при їх розсіянні на магнонах $\tau_p^{em}(P)$ за наявності високочастотного електромагнітного поля КСП [86]:

$$\frac{1}{\tau_p^{em}(P)} = \frac{1}{\tau_p^{em}(\varepsilon)} Y\left(\frac{2eEP}{m\omega^2}\right), \quad (3.13)$$

де

$$Y\left(\frac{2eEP}{m\omega^2}\right) = \int_0^1 \left\{ J_0^2\left(\frac{2eEP}{m\omega^2}x\right) + \frac{2}{5} J_1^2\left(\frac{2eEP}{m\omega^2}x\right) \right\} dx. \quad (3.14)$$

За малої амплітуди високочастотного електричного поля або за дуже великої його частоти ω дістанемо $z = \frac{2eEP}{m\omega^2} \ll 1$, тому $Y(z) = 1$. Отже:

$$\tau_p^{em}(P) \approx \tau_{em}^p(\varepsilon) = \frac{8\pi^2 \hbar^7 \sqrt{JS}}{a^6 m_s^2 m J^2 \Theta_m \sqrt{\varepsilon}} \quad (3.15)$$

($\tau_{em}^p(\varepsilon)$ — час релаксації електронів за імпульсом на магнонах за відсутності високочастотного поля КСП [2]), і вплив високочастотного електромагнітного поля на процес електрон-магноної взаємодії буде незначним. Цікавішим є випадок, коли амплітуда електричного поля лазерної хвилі буде великою, тобто коли $z \gg 1$. Використовуючи відомий асимптотичний розклад функції Бесселя для цього випадку [104]

$$J_n(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.16)$$

і підставляючи (3.16) у (3.14) при $n = 0$, знаходимо

$$Y(z) \approx \frac{1}{\pi z} \ln z.$$

Для часу релаксації електронів за імпульсом при їх розсіянні на магнонах $\tau_p^{em}(P)$ за наявності високочастотного електромагнітного поля лазерної хвилі дістанемо такий вираз:

$$\tau_p^{em}(P) = \tau_{em}^p(\varepsilon) \frac{2\pi|e|EP}{m\omega^2} \left[\ln \frac{2\pi|e|EP}{m\omega^2} \right]^{-1}. \quad (3.17)$$

За великої амплітуди електричного поля лазерної хвилі час релаксації електронів за імпульсом на магнонах стає функцією її частоти та амплітуди.

Густину електричного струму в ФМН за наявності сильного змінного електромагнітного поля лазерної хвилі (3.1) та слабкого постійного електричного поля \vec{F}_0 визначається за стандартною формулою (3.2). У зв'язку з тим, що підсумовування в (3.4) відбувається у всьому діапазоні імпульсів, вибір функції розподілу електронів f_p у зображенні канонічного імпульсу або в градієнтно-інваріантній формі еквівалентний. Це означає, що при підстановці в (3.4) розкладу (3.6) внаслідок симетричності функції $f_0(\varepsilon_p)$ відносно заміни \vec{P} на $-\vec{P}$ внеску в електропровідність вона не дає. Тому для електропровідності тепер матимемо такий вираз:

$$j = \frac{2e}{m} \sum_p \vec{P}(\vec{P}\vec{F}_0) f_1(\varepsilon_p). \quad (3.18)$$

Зауважимо, що множник 2 у (3.18) враховує підсумовування за обома проєкціями спіну електрона.

У наближенні часу релаксації функцію $f_1(\varepsilon_{\bar{p}})$ знаходять безпосередньо з рівняння (3.11). Оскільки

$$\frac{\partial f_0(\varepsilon_{\bar{p}})}{\partial \bar{P}} = \frac{\bar{P}}{m} \frac{\partial f_0(\varepsilon_{\bar{p}})}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}}, \quad (3.19)$$

то з (3.11) дістанемо

$$f_1(\varepsilon_{\bar{p}}) = -\frac{e}{m} \tau_p^{em}(P) \frac{\partial f_0(\varepsilon_{\bar{p}})}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}}. \quad (3.20)$$

Підставляючи (3.20) у (3.18) і виконуючи інтегрування, для i -ї ($i = x, y, z$) компоненти густини струму, зумовленого впливом лазерної хвилі, отримаємо співвідношення

$$j_E^i = -\frac{2e^2}{m^2} \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d\bar{P} P_i (\bar{P} \bar{F}_0) \tau_p^{em}(P) \frac{\partial f_0(\varepsilon_{\bar{p}})}{\partial \varepsilon_{\bar{p}}}. \quad (3.21)$$

З (3.21) дістанемо вираз для густини струму j_E вздовж напрямку постійного електричного поля \bar{F}_0

$$j_E = j_0 \alpha \Phi(\alpha), \quad (3.22)$$

де j_0 — струм у ФМН за відсутності високочастотного поля [2], а $\Phi(\alpha)$ — функція, що описує вплив інтенсивного лазерного випромінювання на електропровідність ФМН [104];

$$\alpha = \frac{|e|E}{\omega^2} \sqrt{\frac{8T}{m}} \quad (3.23)$$

параметр, що залежить від напруженості електричного поля лазерної хвилі.

За великої та малої амплітуди напруженості електричного поля лазерної хвилі функція $\Phi(\alpha)$ має різну асимптотику [100]:

$$\Phi(\alpha) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{9} \alpha^2, & \alpha \ll 1; \\ \frac{9\pi^{\frac{3}{2}} \alpha}{16 \ln \alpha}, & \alpha \gg 1. \end{cases} \quad (3.24)$$

Отже, постійна складова густини струму j у ФМН у полі лазерної хвилі виражатиметься співвідношенням:

$$j = j_0 + j_E = \frac{1}{2}(j_0 + j_0 \Phi(\alpha)). \quad (3.25)$$

Звідси знаходимо вираз для лазер-індукованої фотопровідності $j_\phi = j - j_0$:

$$j_\phi = 2j - j_0 = j_0 \Phi(\alpha). \quad (3.26)$$

Отже, як за великих, так і за малих значень α з (3.26) випливає, що зі збільшенням напруженості електричного поля лазерної хвилі E (відповідно до (3.24) збільшення амплітуди змінного електромагнітного поля лазерної хвилі

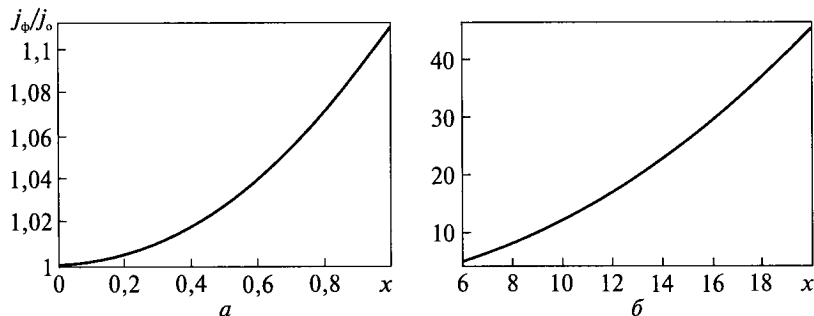


Рис. 3.1. Залежність фотоструму від безрозмірної напруженості електричного поля лазерної хвилі $x = E/E_0$ ($E_0 = (\omega^2 / \varepsilon)\sqrt{m/8T}$): *а* — для $0 < x < 1$; *б* — для $x \gg 1$

спричиняє зростання параметра α) має спостерігатися збільшення фотопровідності за тієї самої фіксованої температури. Вищенаведене ілюструється графічною залежністю безрозмірного фотоструму j_ϕ / j_0 від безрозмірної напруженості електричного поля лазерної хвилі $x = E/E_0$ ($E_0 = (\omega^2 / \varepsilon)\sqrt{m/8T}$) (рис. 3.1).

Таким чином, лазер-індукована фотопровідність ФМН, на відміну від фотопровідності, викликаній розігріванням електронів, є додатною величиною і в полі потужного лазерного випромінювання ($x \gg 1$) може бути досить великою.

Описану методику розрахунку лазер-індукованої фотопровідності у ФМН можна використати також для дослідження релаксаційних процесів у металах, але при цьому слід враховувати, що в металах електрони провідності матимуть імпульси, близькі до імпульсів p_F , що їх електрони мають на поверхні Фермі.

3.2. Електропровідність феромагнітного напівпровідника з лазер-індукованою ґраткою на вільних носіях і магнонах

Розглянемо широкозонний феромагнітний напівпровідник (ФМН) типу EuO із середньою концентрацією носіїв (електронів) n_0 в однорідному постійному нагрівному електричному полі $\vec{F}_0 \parallel OZ$ у спін-хвильовій області температур. Нехай на його зовнішню поверхню $z = 0$ падає кілька когерентних світлових пучків, вектор-потенціал яких у матеріалі задається формулою (1.17), а частота ω задовольняє нерівність $\bar{\varepsilon} \ll \hbar\omega \ll \varepsilon_g$ ($\bar{\varepsilon}$ — середня енергія електрона в зоні провідності; ε_g — ширина забороненої зони ФМН). За таких умов, як це було показано в [2], у ФМН під дією когерентних світлових пучків виникають лазер-індуковані ґратки (надґратки) концентрації носіїв, напруженості електричного поля, електронної та магноної температур. Це означає, що концентрація електронів n , напруженість електричного поля \vec{F} , електронна T_e та магнонна T_m температури стають просторово-періодичними функціями координати \vec{r} і для випадку $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$ при симетрично орієнтованих двох

пучках з $k_{1x} = k_{2x}$, $k_{1z} = -k_{2z}$ можуть бути записані у вигляді [2]:

$$\begin{aligned} T(z)_M &= T_M^{(0)}(1 + \mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z}z + \mu_2 \sin 2k_{1z}z); \\ T_e(z) &= T_e^{(0)}(1 + \eta_0 + \eta_1 \cos 2k_{1z}z + \eta_2 \sin 2k_{1z}z); \\ n(z) &= n_0(1 + \xi_1 \cos 2k_{1z}z + \xi_2 \sin 2k_{1z}z); \\ F(z) &= F_0(1 + \varsigma_1 \cos 2k_{1z}z + \varsigma_2 \sin 2k_{1z}z). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Амплітуди μ_i , η_i , ξ_i , ς_i залежать від A_1 , A_2 , F_0 та параметрів ФМН. Метод їх обчислення в загальному вигляді подано в розд. 2.

Нашим завданням тепер буде розрахунок електропровідності ФМН з лазер-індукованою ґраткою на вільних носіях та магнонах. Густина електричного струму j в цьому випадку визначатиметься відомим співвідношенням

$$j = \frac{e}{m} \sum_{\vec{p}} \vec{P} f(\vec{r}, \vec{P}).$$

Розв'язуватимемо цю задачу в дифузному наближенні. Запишемо функцію розподілу електронів $f(\vec{r}, \vec{P})$ у вигляді суми її сферично-симетричної за $\vec{P} = \vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}$ ($f_0(\vec{r}, \vec{P})$) та антисиметричної $f_a(\vec{r}, \vec{P})$ частин при $|f_a| \ll |f_0|$. Далі вважатимемо концентрацію електронів достатньо низькою, щоб $f_0(\vec{r}, \vec{P})$ можна було апроксимувати функцією Максвелла [110]:

$$f_0(\vec{r}, \vec{P}) = n(\vec{r}) [2\pi m T_e(\vec{r})]^{-3/2} \exp(-\varepsilon_{\vec{p}} / T_e(\vec{r})). \quad (3.28)$$

Тепер зробимо низку спрощувальних припущень. Вважатимемо, що частота ω та амплітуда A_j поля КСП задовольняють нерівність $eA_j \ll c(m\hbar\omega)^{1/2}$. Ця нерівність дозволяє розкласти функції Бесселя, що входять в інтеграли зіткнень електронів з магнонами, в ряд, обмежуючись квадратичними за параметром $\gamma_{\vec{p}\vec{P}}$ доданками. Крім того, вона дозволяє подати симетричну та антисиметричну частини функції розподілу електронів у вигляді

$$f_0(\vec{r}, P) = f(\varepsilon) + \Delta f^{(c)}(\vec{r}, \vec{P}), \quad f_a(\vec{r}, \vec{P}) = f_1(\vec{P}) + \Delta f_a(\vec{r}, \vec{P}), \quad (3.29)$$

де $f_0(\varepsilon_{\vec{p}})$ і $f_1(\vec{P})$ — симетрична та антисиметрична частини функції розподілу електронів у зовнішньому електричному полі \vec{E}_0 , а $\Delta f^{(c)}$ та Δf_a — відповідні доданки, зумовлені полем КСП.

У дифузному наближенні симетрична та антисиметрична частини функції розподілу електронів у зовнішньому електричному полі пов'язані співвідношенням [106]

$$f_1(\vec{P}) = -e\vec{E}_0 \tau_{em}^p(\varepsilon) \frac{\partial f_0(\varepsilon_{\vec{p}})}{\partial \vec{P}}. \quad (3.30)$$

Тут і далі [2]

$$\tau_{em}^p(\varepsilon) = \left(8\pi^2 \hbar^7 \sqrt{JS} / a^6 m_s^2 m J^2 T_m^0 \sqrt{\varepsilon} \right)$$

— час релаксації електронів за імпульсом на магнонах за відсутності високо-частотного поля КСП; J — інтеграл s - d -обміну; S — спин магнітного іона; m_s — маса магнона.

Обмежуючись випадком падіння на зовнішню поверхню ФМП усього двох пучків з $k_{1x} = k_{2x}$, $k_{1z} = -k_{2z}$ при $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$, дістанемо такий вираз для густини електричного струму в ФМН з надґраткою:

$$j = \frac{4ebT^{5/2}}{3\sqrt{2}m^{3/2}T_m^2(z)} \left\{ \frac{eF(z)n(z)}{T_e^{1/2}(z)} - \frac{d}{dz} \left[T_e^{1/2}(z)n(z) \right] \right\} + j_0 \left\{ \frac{n_1 + \frac{F_1}{F_0} - \frac{2T_2}{T_m^{(0)}} - \frac{T_1}{2T_e^{(0)}} - \frac{e^2 A_1 A_2}{12mc^2} \left(\frac{\pi}{\hbar\omega T_e^{(0)}} \right)^{1/2} \left[\frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} + 2 \cos \left(\frac{2k_{1z}z}{\phi_1 - \phi_2} \right) \right]}{n_0 + F_0^{-1} \left[(e^2 k_{1z} / mc^2) A_1 A_2 \sin \left(\frac{2k_{1z}z}{\phi_1 - \phi_2} \right) - T_e^{(0)} \left(\frac{1}{n_0} \frac{dn_1}{dz} + \frac{1}{2T_e^{(0)}} \frac{dT_1}{dz} \right) \right]} \right\}, \quad (3.31)$$

де $b = 8\pi^2 \hbar^7 \sqrt{JS} / a^6 mm_s^2 J^2 T^2$, а густина струму в однорідному ФМН у зовнішньому електричному полі

$$j_0 = \frac{2e^2 b T^2}{3\sqrt{\pi} m^2 T_m^2} \sqrt{\frac{2m}{T_e}} n_0 F_0. \quad (3.32)$$

У стаціонарному стані густина електричного струму (3.16) не повинна залежати від координати z , оскільки вважаємо, що $\text{div } \vec{j} = 0$ і створена КСП неоднорідність концентрації носіїв не є причиною додаткової генерації або рекомбінації носіїв. Тому маємо провести усереднення виразу для густини струму (3.31) за координатою z з періодом $l = (2k_{1z})^{-1}$. У результаті дістанемо:

$$j = j_0 \left[1 - \frac{e^2}{12mc^2} \left(\frac{\pi}{\hbar\omega T_e^{(0)}} \right)^{1/2} A_1^2 \left(1 + \frac{A_2^2}{A_1^2} \right) \right] + j_1. \quad (3.33)$$

У формулі (3.33) j_1 і є відшукованим додатковим струмом, зумовленим наявністю у ФМН надґраток концентрації електронів, напруженості електричного поля, електронної та магнетонної температур. У явному вигляді з точністю до квадратичних за малими параметрами n_1 , F_1 , T_1 , T_2 членів його можна записати так:

$$j_1 = \frac{1}{2} j_0 \left\{ \begin{aligned} & \xi_1 \zeta_1 + \xi_2 \zeta_2 - \eta_0 - 4\mu_0 + \frac{3}{8} (\eta_1^2 + \eta_2^2) + 2(\mu_1^2 + \mu_2^2) - \\ & - \frac{1}{2} [(\xi_1 + \zeta_1)(\eta_1 + 4\mu_1) + (\xi_2 + \zeta_2)(\eta_2 + 4\mu_2)] + \\ & + \left[1 + \frac{\eta_2 + \xi_2}{2\beta\eta_1} \right] \eta_1 \mu_1 + \left[1 - \frac{\eta_1 + \xi_1}{2\beta\eta_2} \right] \eta_2 \mu_2 \end{aligned} \right\}. \quad (3.34)$$

З аналізу виразів (3.31)—(3.34) випливає, що освітлення зовнішньої поверхні ФМН двома симетрично орієнтованими КСП має кілька наслідків. По-перше, з'являється додатковий доданок

$$\frac{e_2}{12mc^2} \sqrt{\frac{\pi}{\hbar\omega T_e^{(0)}}} A_1^2 \left(1 + \frac{A_2^2}{A_1^2} \right), \quad (3.35)$$

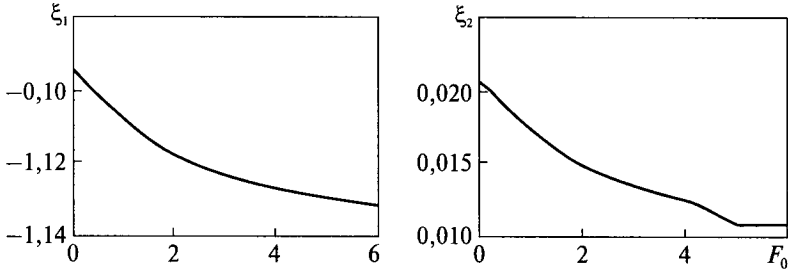


Рис. 3.2. Графічна залежність коефіцієнтів модуляції концентрації електронів ξ_1 та ξ_2 від зовнішнього нагрівного електричного поля F_0 , кВ/см, за значень параметрів: $n_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$; $\omega = 5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$; $T = 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$

який зменшує величину струму j_0 . Це пов'язано з тим, що частина електронів перерозподіляється в об'ємі ФМН електричним полем когерентних світлових пучків і не робить внеску в електропровідність. По-друге, з'являється додатковий струм j_1 , зумовлений наявністю у ФМН просторово-періодичних неоднорідностей — надграток концентрації електронів, напруженості електричного поля, електронної та магнетонної температур. Залежно від величин F_0 , A_1 , A_2 , а також параметрів ФМН струм j_1 , як це випливає з формули (3.34), може бути спрямований вздовж струму j_0 або проти нього.

Розглянемо залежність додаткового струму j_1 від постійного електричного поля F_0 . Вона визначається конкуренцією двох факторів. По-перше, j_0 зі зростанням поля F_0 збільшуватиметься, як це показано в роботі [137], в тому випадку, коли і за енергією, і за імпульсом електрони релаксують на магнонах:

$$j_0(F_0) = \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{5}{2} \left(\frac{F_0}{F_0'} \right) \right] F_0, \quad F_0 \ll F_0' \ll 10^3 \text{ В/см}, \\ F_0^{1/11}, \quad F_0' \ll F_0 \ll E_c \approx 10^5 \text{ В/см}. \end{array} \right. \quad (3.36)$$

По-друге, зі зростанням постійного електричного поля F_0 , як показують розрахунки, всі амплітуди μ_i , η_i , ξ_i , ζ_i прямують до нуля. Для ілюстрації на рис. 3.2 наведено графічні залежності коефіцієнтів модуляції концентрації електронів ξ_1 і ξ_2 від зовнішнього нагрівного електричного поля F_0 .

Такий самий характер залежності від нагрівного електричного поля F_0 притаманний і іншим коефіцієнтам модуляції — ζ_i , η_i та μ_i . Отже, нагрівне електричне поле зменшує неоднорідність у ФМН, спричинену його опроміненням КСП.

Таким чином, струм j_1 за своєю абсолютною величиною спочатку зростає зі збільшенням поля, досягаючи максимуму, а потім зменшується, прямуючи до нуля (рис. 3.3).

Такий характер залежності додаткового струму j_1 від електричного поля F_0 може за певних умов (досить висока концентрація носіїв $n \geq 10^{18} \text{ см}^{-3}$, напруженість прикладеного електричного поля $F_0 \geq 10^3 \text{ В/см}$) спричинити появу на

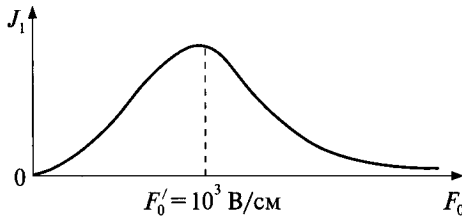


Рис. 3.3. Якісна залежність додаткового струму j_1 від напруженості постійного нагрівного поля F_0

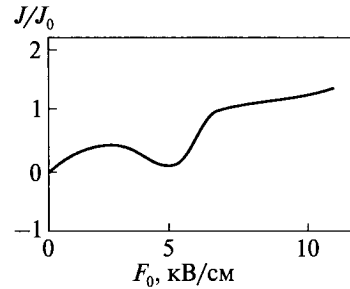


Рис. 3.4. Польова залежність електричного струму у феромагнітному напівпровіднику з лазер-індукованою ґраткою на вільних носіях та магнонах

вольт-амперній характеристиці (ВАХ) феромагнітного напівпровідника спадних ділянок. Зокрема, на рис. 3.4 наведено розраховану нами залежність густини сумарного безрозмірного струму j/j_0 від напруженості постійного нагрівного електричного поля F_0 для феромагнітного напівпровідника, зовнішня поверхня якого $x = 0$ освітлюється двома симетрично орієнтованими когерентними світловими пучками.

Видно, що в інтервалі полів $2,5 < F_0 < 7$ кВ/см спостерігається спадна ділянка. Її походження пов'язане з появою лазер-індукованих періодичних структур на вільних електронах і магнонах. Проведена нами числова оцінка показує, що коли $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$; $\omega = 5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$; $T = 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$, а напруженість зовнішнього постійного електричного поля F_0 та електричного поля КСП має порядок 5000 В/см, то за характерних для ФМП типу EuO значень параметрів $m = 2,73 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$, $m_s = 1,82 \cdot 10^{-28} \text{ кг}$, $a = 5,15 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, $J = 0,26\text{—}0,3 \text{ еВ}$, наведених у монографії [10], дістанемо $j_1/j_0 = 10\text{—}12 \%$. Отже, за типових значень параметрів ФМП зміна електричного струму, зумовлена дією КСП, може бути помітною.

Таким чином, із вищевикладеного випливає, що у ФМН з просторово-періодичним розподілом неоднорідностей (надґратками), створених за допомогою когерентних світлових пучків, на вольт-амперній характеристиці ФМН, при освітленні його зовнішньої поверхні $z = 0$ двома симетрично орієнтованими КСП, може з'являтися спадна ділянка. ВАХ при цьому може мати N-подібну форму. Зауважимо, що цей ефект має яскраво виражену концентраційну залежність. Він спостерігатиметься лише за концентрацій електронів $n \geq 10^{18} \text{ см}^{-3}$, оскільки за менших концентрацій внесок додаткового струму j_1 , зумовленого наявністю у ФМН лазер-індукованих ґраток — структур на вільних носіях і магнонах, буде несуттєвим.

3.3. Показник заломлення ФМН з лазер-індукованою надґраткою

Розглянемо вплив інтенсивного лазерного випромінювання (КСП) на показник заломлення ФМН. Нехай зовнішня поверхня ФМН $z = 0$ освітлюється двома КСП з однаковими частотами ω , що задовольняють умову $\bar{\epsilon} \ll \hbar\omega \ll \epsilon_g$. У цьому випадку, як відомо [2, 3], КСП інтерферують, і на поверхні ФМН утворюється інтерференційна картина — просторово-періодичне чергування світлих (максимум інтенсивності та напруженості електричного поля КСП) і темних (мінімум інтенсивності та напруженості електричного поля КСП) ділянок. Подивимося, як це може вплинути на показник заломлення ФМН. В освітлених ділянках напруженість електричного поля КСП буде максимальною, а в темних — мінімальною. Оскільки енергія кванта КСП $\hbar\omega < \epsilon_g$ (ϵ_g — ширина забороненої зони ФМН), то під дією КСП не відбуватиметься генерації носіїв, а рухливі електрони провідності під дією електричного поля КСП лише перерозподілятимуться — переміщуватимуться із світлих ділянок і накопичуватимуться в темних, залишаючи за собою область позитивного заряду. Між областями позитивного і негативного заряду виникатиме електричне поле. Під його дією деформуватиметься кристалічна ґратка ФМН. Її деформація призведе до того, що через одні ділянки світло поширюватиметься швидше, а через інші — повільніше. І, отже, показник заломлення також періодично змінюватиметься. Ми дістанемо просторово-періодичну лазер-індуковану структуру — ґратку показника заломлення ФМН. Отримана в такий спосіб лазер-індукована ґратка показника заломлення буде зсунута в просторі на чверть періоду порівняно з інтерференційною картиною, утвореною КСП на поверхні ФМН. Вищеописаний механізм утворення лазер-індукованої ґратки показника заломлення у ФМН при освітленні його зовнішньої поверхні двома КСП проілюстровано схемою, наведеною на рис. 3.5.

Тепер проведемо відповідні аналітичні розрахунки, що підтверджують появу у ФМН нового фоторефрактивного ефекту — появу лазер-індукованої ґратки показника заломлення. Як відомо, усі речовини характеризуються комплексним показником заломлення N , який визначає зменшення швидкості світла в середовищі порівняно з вакуумом [26, 84, 111]:

$$N = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (3.37)$$

де ϵ та μ — діелектрична і магнітна проникності ФМН відповідно; нагадаємо, що ϵ і μ пов'язані (в лінійному наближенні) з характеристиками середовища таким співвідношеннями [26, 84, 111]:

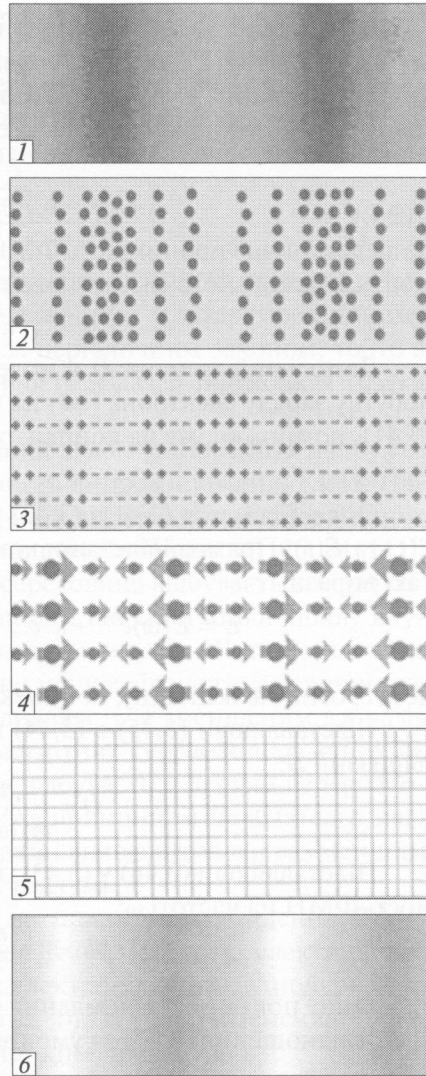
$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi_e; \quad \mu = 1 + 4\pi\chi_m, \quad (3.38)$$

де χ_e та χ_m — діелектрична і магнітна сприйнятливості ФМН відповідно.

Підставляючи (3.38) у (3.37), дістанемо вираз для комплексного показника заломлення ФМН:

$$N^2 = (1 + 4\pi\chi_e)(1 + 4\pi\chi_m). \quad (3.39)$$

Рис. 3.5. Схематичне пояснення утворення лазер-індукованої ґратки показника заломлення [138]: 1 — два лазерних КСП інтерферують на поверхні ФМН, створюючи інтерференційну картину; 2 — під дією КСП в об'ємі ФМН відбувається переміщення електронів із світлих ділянок у темні; 3 — під впливом КСП в об'ємі ФМН відбувається перерозподіл концентрації електронів: електрони накопичуються в темних ділянках, залишаючи області позитивного заряду; 4 — між областями позитивного та негативного зарядів виникає електричне поле; 5 — деформація кристалічної ґратки в ФМН, спричинена перерозподілом електронів полем КСП; 6 — схематичне зображення утвореної ґратки показника заломлення



Наступним завданням буде розрахунок діелектричної ϵ та магнітної μ проникностей або діелектричної χ_e та магнітної χ_m сприйнятливостей ФМН у височастотному полі КСП. Спочатку розраховуємо діелектричну проникність ϵ ФМН у височастотному полі КСП, для чого скористаємося відомою моделлю Лоренца — моделлю гармонічного осцилятора [26, 84, 111]. У ній середовище розглядається як сукупність деякого числа одноелектронних атомів; рух електрона в атомі описується в наближенні пружної взаємодії електрона з ядром — сила їх взаємодії вважається пропорційною величині зміщення електрона від його положення в атомі за відсутності зовнішнього поля: $f = -qr$. Тут q ($q > 0$) — стала взаємодії, а знак «мінус» означає, що пружна сила, яка виникає при зміщенні електрона, спрямована в бік, протилежний зміщенню. Миттєва координата електрона \vec{r} під дією зумовленої електричним полем \vec{E} когерентних світлових пучків сили $f_E = -eE$ визначається другим законом Ньютона:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = f + f_E, \quad (3.40)$$

де m та e — маса і заряд електрона відповідно. Враховуючи в (3.40) ще силу, яка гальмує електрон $f_i = 2\gamma \vec{r}$ (γ — деякий сталий коефіцієнт [26]), дістанемо

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + (2\gamma + \omega_0^2) \vec{r} + \frac{e}{m} \vec{E} = 0. \quad (3.41)$$

де введено позначення $\omega_0^2 = q/m$.

Напруженість електричного поля світлової хвилі \vec{E} , що поширюється в середовищі ФМН, знайдемо з рівнянь Максвелла. Обмежувачись для простоти одновимірним випадком, випишемо рівняння для визначення \vec{E} , яке випливає із системи рівнянь Максвелла:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (3.42)$$

де діелектрична проникність ФМН ϵ визначається величиною дипольного моменту, індукованого електричним полем КСП:

$$\epsilon = +4\pi \bar{D} / \vec{E}. \quad (3.43)$$

Дипольний момент \bar{D} у моделі Лоренца, яку ми розглядаємо, дорівнює добутку заряду електрона ($-e$) на його зміщення \vec{r} , що описується рівнянням (3.41), помноженому на концентрацію електронів n :

$$\bar{D} = -ne\vec{r}. \quad (3.44)$$

Отже, рівняння (3.41) і (3.42) утворюють систему для визначення величин $\vec{r}(t)$ та $\vec{E}(t)$. Прямою підстановкою можна впевнитися, що розв'язками будуть такі вирази:

$$\vec{E} = \vec{E}(\omega)e^{i\omega t} + \text{к. с.}; \quad \vec{r} = -\frac{e\vec{E}(\omega)}{m(\omega_0^2 + 2i\gamma\omega - \omega^2)} + \text{к. с.}, \quad (3.45)$$

де к. с. означає величину, комплексно спряжену з першим доданком.

Підставляючи (3.45) в (3.44) можна дістати явний вираз для вектора поляризації \bar{D} :

$$\bar{D} = \frac{ne^2 \vec{E}(\omega)e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 + 2i\gamma\omega - \omega^2)} + \text{к. с.} \quad (3.46)$$

Підставляючи (3.46) у (3.43), матимемо вираз для діелектричної проникності ФМН на частоті ω :

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{ne^2}{m} (\omega_0^2 + 2i\gamma\omega - \omega^2)^{-1}. \quad (3.47)$$

Зміну показника заломлення ФМН ΔN у полі КСП можна легко одержати зі співвідношення (3.47) за умов $\omega \gg \omega_0$, $\omega \gg 2\gamma$:

$$\Delta N \approx \frac{ne^2}{2\bar{N}m\omega^2}. \quad (3.48)$$

Отже, будь-який перерозподіл (або зміна) концентрації носіїв заряду (електронів) у напівпровідниках, у тому числі й у ФМН, спричинюватиме зміну показника заломлення, а утворення лазер-індукованої ґратки концентрації електронів у ФМН під дією КСП приведе до утворення лазер-індукованої ґратки показника заломлення. Як відомо [2], за певних умов ($\bar{\epsilon} \ll \hbar\omega \ll \epsilon_g$) КСП у ФМН, як і в будь-якому іншому напівпровіднику, перерозподіляють в об'ємі концентрацію носіїв заряду, створюючи статичну лазер-індувану ґратку концентрації носіїв заряду. В такому разі концентрацію носіїв заряду можна записати у вигляді [2]

$$n = n_0(1 + \xi_1 \cos 2k_{1z}z + \xi_2 \sin 2k_{1z}z) \quad (3.49)$$

(тут n_0 — концентрація носіїв заряду (електронів) у ФМН за відсутності поля КСП).

Тепер, використовуючи (3.48) і (3.49), дістанемо вираз для нелінійного доданка ΔN , зумовленого перерозподілом концентрації носіїв заряду у ФМН в інтерференційному полі КСП, до середнього показника заломлення \bar{N} ФМН:

$$\Delta N \approx \frac{e^2 n_0 (1 + \xi_1 \cos 2k_{1z} z + \xi_2 \sin 2k_{1z} z)}{2\bar{N}m\omega^2}. \quad (3.50)$$

З (3.50) випливає, що зміна показника заломлення ФМН, зумовлена перерозподілом концентрації носіїв заряду (електронів) у інтерференційному полі КСП, буде промодульована у просторі за періодичним законом, тобто в інтерференційному полі КСП у ФМН утворюється лазер-індукована ґратка показника заломлення.

Тепер розглянемо, як впливає на показник заломлення ФМН напруженість електричного поля інтенсивного лазерного випромінювання КСП. Нагадаємо, що зміни, які відбуваються в будь-якій системі під дією зовнішніх сил, завжди намагаються їм протистояти (принцип Ле-Шательє) [26, 84, 111]. Під дією прикладеного електричного поля в середовищі відбувається перерозподіл зарядів (виникає поляризація середовища), що спричинює появу внутрішнього електричного поля. Відповідно до принципу Ле-Шательє, це поле спрямоване проти зовнішнього поля, але дещо менше від нього за величиною. Сумарне поле в середовищі, таким чином, виявляється зменшеним в ϵ разів порівняно з його значенням у вакуумі. У магнітних середовищах, таких як ФМН, під дією зовнішнього магнітного поля відбувається деякий перерозподіл у магнітній системі, і в результаті за тим же принципом Ле-Шательє магнітне поле в магнітвпорядкованому середовищі виявляється в μ раз меншим (або більшим) порівняно з його значенням у вакуумі.

Спочатку розглянемо, як впливатиме на показник заломлення ФМН електрична складова електромагнітного поля КСП. Під дією електричного поля КСП внаслідок перерозподілу вільних електронів виникає поляризація середовища, і тому діелектрична проникність ϵ ФМН у полі інтенсивного лазерного випромінювання визначатиметься його поляризацією

$$\epsilon = 1 + 4\pi \frac{\bar{D}}{\bar{E}}. \quad (3.51)$$

Величина вектора поляризації \bar{D} визначатиметься тим, наскільки сильно поляризується ФМН під дією вектора напруженості електричного поля КСП \bar{E} , тобто наскільки далеко зовнішнє електричне поле КСП «розсовує» центри ваги позитивних іонів (атомів, що створюють кристалічну ґратку) в об'ємі ФМН. Оскільки зовнішнє електричне поле КСП E значно менше від внутрішньоатомного електричного поля E_a , то поляризацію P (середній дипольний момент одиниці об'єму ФМН) можна розкласти в ряд за малим параметром $\frac{E}{E_a}$ [26, 84]:

$$P = \chi_{1e} E + \chi_{2e} E^2 + \chi_{3e} E^3 + \dots \quad (3.52)$$

Величина χ_{1e} визначає лінійний за полем \vec{E} відгук середовища на світлове збудження і відповідне значення лінійного показника заломлення

$$N_0^2 = (1 + 4\pi\chi_{1e})(1 + 4\pi\chi_m). \quad (3.53)$$

Проте електричні поля КСП можуть бути настільки значні, що в розкладі (3.53) вже не можна обмежитися лінійним членом, і тому показник заломлення стає функцією електричного поля КСП:

$$N^2 = N_0^2 + 4\pi(1 + 4\pi\chi_m)(\chi_{2e}E + \chi_{3e}E^2 + \dots). \quad (3.54)$$

Залежно від властивостей симетрії кристала коефіцієнт χ_{2e} може дорівнювати нулю або бути відмінним від нуля, тоді як коефіцієнт χ_{3e} не дорівнює нулю за довільної симетрії. Для широкого кола речовин, у тому числі й ФМН, $\chi_{2e} = 0$, і для нелінійного показника заломлення ФМН можна дістати простий вираз

$$N^2 = N_0^2 + 4\pi(1 + 4\pi\chi_m)\chi_{3e}E^2. \quad (3.55)$$

Нагадаємо, що при виведенні співвідношень (3.53)—(3.55) вважалося, що нелінійне значення показника заломлення в змінному за часом полі КСП у будь-який момент часу визначається значенням поля в той самий момент, тобто запізнення немає. Це відповідає безінерційній залежності N від E .

Обмежуючись тут випадком безінерційного відгуку та випадком лише двох симетрично орієнтованих КСП, напруженість електричного поля яких має вигляд

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \vec{E}_1 \sin(\omega t - k_x x - k_z z - \phi_1) + \vec{E}_2 \sin(\omega t - k_x x + k_z z - \phi_2), \quad \vec{E}(\vec{R}, t) \parallel OY,$$

для комплексного показника заломлення ФМН дістанемо

$$N^2 = N_0^2 + 4\pi(1 + 4\pi\chi_m)\chi_{3e}[E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(2k_z z + \phi_1 + \phi_2)], \quad (3.56)$$

де $k_z = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильовий вектор лазер-індукованої ґратки показника заломлення.

Враховуючи, що нелінійний додаток ΔN до середнього показника заломлення \bar{N} є малим ($\Delta N \ll \bar{N}$), матимемо

$$\Delta N = \frac{4\pi(1 + 4\pi\chi_m)\chi_{3e}}{\bar{N}} [E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(2k_z z + \phi_1 - \phi_2)]. \quad (3.57)$$

Отже, як це видно з (3.57), зміна показника заломлення ФМН, зумовлена нелінійністю діелектричної сприйнятливості, буде промодульована в просторі за періодичним законом і утворюватиме лазер-індуковану ґратку показника заломлення.

Тепер розглянемо, як впливатиме на показник заломлення ФМН його магнітна підсистема. Комплексний показник заломлення ФМН N запишеться у вигляді

$$N^2 = (1 + 4\pi\chi_m)(1 + 4\pi\chi(\Theta_m)). \quad (3.58)$$

Розглядатимемо ФМН у зовнішніх постійних електричному $F_0 \parallel OZ$ і магнітному $\vec{H}_0 \parallel \vec{F}_0$ полях та слабкому змінному однорідному магнітному полі

$\vec{h} = \vec{h}_0 \cos \omega_1 t$, перпендикулярному до \vec{H}_0 . Компоненти тензора ефективної магнітної сприйнятливості $\hat{\chi}$ такого ФМН при віддаленні від резонансу було детально розраховано в [139], зокрема, для ермітової складової цього тензора було отримано вираз

$$\text{Im} \chi_{xx} = -\frac{\omega_1}{\omega} \left(\frac{M_0}{H_0} \right)^2 \frac{\lambda_1 \beta_0^2}{(2\pi)^3} \left(\frac{\Theta_m}{\Theta_c} \right)^2 \times \left[1 + \frac{R (2\pi)^3}{\lambda_1 \beta_0^2} \frac{M_0}{H_0} \left(\frac{\Theta_c}{\Theta_D} \right)^3 \frac{T}{\rho a^2 v_s^2} \right]. \quad (3.59)$$

Тут $\omega_0 = 2\mu_B H_0 (1 + \beta_0 H_0 / M_0)$, μ_B — магнетон Бора, β_0 — константа анізотропії, v_s — швидкість звуку, ρ — густина кристала ФМН; R та λ — числа, Θ_c , Θ_D — температури Кюрі та Дебая відповідно.

Тепер розглянемо, як наявність лазер-індукованої ґратки магнетонної температури позначиться на показнику заломлення. В цьому випадку магнетонну температуру Θ_m , як це було показано в [2], можна подати у вигляді

$$\Theta_m = T_m^{(0)} + T_2 = T_m^{(0)} (\mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z} z + \mu_2 \sin 2k_{1z} z). \quad (3.60)$$

Використовуючи (3.58)—(3.60), легко одержати кінцевий вираз для показника заломлення ФМН з лазер-індукованою ґраткою магнетонної температури:

$$N^2 = (1 + 4\pi\chi_e) \left[1 + 4\pi \frac{\omega_1}{\omega_0} \left(\frac{M_0}{H_0} \right)^2 \frac{\lambda_1 \beta_0^2}{(2\pi)^3} \left(\frac{T_m^{(0)}}{\Theta_c} \right)^2 \left(\begin{array}{l} 1 + \frac{R (2\pi)^3}{\lambda_1 \beta_0^2} \frac{M_0}{H_0} \left(\frac{\Theta_c}{\Theta_D} \right)^3 \frac{T}{\rho a^2 v_s^2} \times \\ \times (1 + \mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z} z + \mu_2 \sin 2k_{1z} z)^2 \end{array} \right) \right]. \quad (3.61)$$

Зазначимо, що при виведенні виразу (3.61) ми знехтували антиермітовими складовими тензора $\hat{\chi}$, а також впливом перерозподілу електронів на показник заломлення, оскільки цей ефект тут незначний.

Отже, як це видно з (3.61), у ФМН з лазер-індукованою ґраткою магнетонної температури можлива поява нелінійності показника заломлення, зумовленої нелінійністю магнітної сприйнятливості ФМН (її залежністю від магнетонної температури), і мають спостерігатися осциляції показника заломлення, які спричинюватимуть появу додаткових ділянок непрозорості.

На завершення проведемо деяку числову оцінку. Так, якщо вважати, що концентрація носіїв становить порядку $10^{15} - 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T = 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$, $\omega = 5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, а напруженість електричного поля когерентних світлових пучків порядку 1000 В/см , то за типових для широкозонного ферромагнітного напівпровідника типу EuO значень параметрів матимемо, що глибина модуляції надрітки показника заломлення може досягати $1 - 3 \%$ і її можна буде легко спостерігати експериментально під час оптичних вимірювань.

3.4. Дифракція світла у напівпровідниках з лазер-індукованою ґраткою концентрації електронів

Розглянемо тепер дифракцію слабкої електромагнітної хвилі, поляризація якої відрізняється від поляризації КСП, що утворюють на поверхні напівпровідника (НП) інтерференційну картину, на лазер-індукованій ґратці концентрації електронів усередині НП. Потрапляючи на поверхню НП, така хвиля частково відбивається від його поверхні і частково проникає всередину НП (рис. 3.6).

Отже, тепер усередині НП в напрямку осі Ox поширюватиметься слабка електромагнітна хвиля, поляризація якої відрізняється від поляризації падаючої хвилі. Для простоти вважатимемо, що амплітуда досліджуваної хвилі не залежить від координати z , напруженість її електричного поля всередині напівпровідника задається виразом

$$E = E(x) \exp[i(k_x x + k_{1z} z - \Omega t)], \quad (3.62)$$

а частота Ω значно більша від частоти зіткнень електронів.

Під дією електромагнітної хвилі (3.62), що поширюється у ФМН, відбувається збурення швидкості електронів $\Delta \vec{v}_e$, яке можна знайти з рівняння

$$\frac{\partial \Delta \vec{v}_e}{\partial t} = \frac{e}{m} \vec{E},$$

розв'язок якого має вигляд

$$\Delta \vec{v}_e = \frac{ie}{\Omega m} \vec{E}.$$

Густина струму, зумовленого хвилею (3.62), у лінійному за напруженістю її електричного поля наближенні, тепер матиме вигляд

$$\vec{j} = en(\vec{r}) \Delta \vec{v}_e = \frac{ie^2 n_0}{m\Omega} \left[1 + \frac{n_1(\vec{r})}{n_0} \right] E. \quad (3.63)$$

Підставляючи (3.63) у рівняння Максвелла для хвилі, дістанемо

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\epsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}.$$

З урахуванням того факту, що концентрація електронів утворює статичну лазер-індуковану ґратку ($n(z) = n_0 + n_1(z)$), а слабка електромагнітна хвиля лише продукує слабе збурення цієї ґратки, матимемо

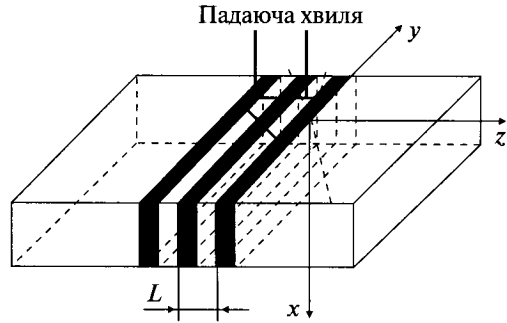
$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\epsilon_0}{c^2} (\Omega^2 - \omega_p^2) \vec{E} = \alpha_1 (\xi^* \exp(2ik_{1z} z) + \xi \exp(-2ik_{1z} z)) \vec{E}, \quad (3.64)$$

де $\omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / \epsilon_0 m$, $\alpha_1 = \epsilon_0 \omega_p^2 / 2c^2$, $\xi = \xi_1 + i\xi_2$.

Розв'язок рівняння (3.64) шукатимемо методом, запропонованим П.М. Томчуком і І.М. Дикманом [140], у вигляді

$$E = \sum_l E_l(x) \exp\{i(k_x x + k_{1z} z + 2lk_{1z} z)\} \quad (3.65)$$

Рис. 3.6. Схема дифракції слабкої електромагнітної хвилі на лазер-індукованій ґратці концентрації електронів



з граничними умовами

$$E_0(0) = E^{(0)}, \quad E_{l \neq 0}^{(0)} = 0. \quad (3.66)$$

Як видно з рівняння (3.65), функції $E_l(x)$ та $E_{l-1}(x)$ мають бути пов'язані співвідношенням

$$\frac{d^2 E_l}{dx^2} + 2ik_x \frac{dE_l}{dx} - 4l(l+1)k_{iz}^2 E_l = \alpha_1 (\xi^* E_{l-1} + \xi E_{l+1}). \quad (3.67)$$

Оскільки в нашій задачі $|\xi| \ll 1$, то з усього ряду (3.65) актуальними будуть доданки з $l = 0, l = -1$. Більше того, малість параметра $|\xi|$ дозволяє значно спростити рівняння (3.67) і звести його до системи рівнянь

$$2ik_x \frac{dE_0}{dx} = \alpha_1 \xi^* E_{-1}; \quad 2ik_x \frac{dE_{-1}}{dx} = \alpha_1 \xi E_0, \quad (3.68)$$

які мають простий розв'язок, що задовольняє граничні умови (3.66):

$$E_0 = E^{(0)} \cos \beta_1 x; \quad E_{-1} = -i \left(\frac{|\xi|}{\xi^*} \right) E^{(0)} \sin \beta_1 x; \quad \beta_1 = \alpha_1^2 \frac{|\xi|}{2k_x}. \quad (3.69)$$

Отриманий розв'язок (3.69) визначає дві хвилі, що утворилися в результаті дифракції всередині напівпровідника падаючої пробної хвилі на надґратці густини електронної концентрації з відносною інтенсивністю:

$$\frac{I_{-1}}{I_0} = \frac{|E_{-1}|^2}{|E_0|^2} = tg^2 \beta_1 x, \quad (3.70)$$

яка виявилася періодичною функцією координати x .

Отже, у разі, якщо пробна хвиля поширюється в напрямку осі OX усередині напівпровідника (як звичайного, так і феромагнітного), у результаті дифракції на надґратці густини електронної концентрації з'являються дві хвилі, які поширюються вздовж осі OZ і в яких відбувається періодичне перекачування енергії від однієї хвилі до іншої при віддаленні цих хвиль від поверхні напівпровідника. Оскільки їх період залежить від $|\xi|$, а отже, і від F_0 , то, варіюючи величину зовнішнього нагрівного електричного поля, можна впливати на характер дифракції. В принципі, за фіксованої товщини напівпровідника d ($x \leq d$) можна, змінюючи напруженість зовнішнього нагрівного електричного поля, переходити від розглянутої дифракції типу Брегга до дифракції типу Рамана—Ната.

3.5. Розсіяння світла у напівпровідниках з лазер-індукованою ґраткою концентрації носіїв

Нехай тепер пробна хвиля падає на поверхню $z = 0$ феромагнітного напівпровідника. Напруженість її електричного поля запишемо у вигляді

$$\vec{E} = \vec{E}(x, z) \exp(-i\omega t) \quad (3.71)$$

і розв'язок рівняння (3.67) для хвилі (3.71). шукатимемо у вигляді

$$\vec{E}(x, z) = \vec{\Phi}(z) \exp(-ik_x x), \quad (3.72)$$

де $\vec{\Phi}(z)$ тепер визначається за рівнянням

$$\frac{d^2 \vec{\Phi}}{dz^2} + S_z^2 \vec{\Phi} = \alpha_1 (\xi^* \exp(2ik_{1z} z) + \xi \exp(-2ik_{1z} z)) \vec{\Phi}. \quad (3.73)$$

Проте для області бреггівського резонансу, коли $S_z = k_{1z} + \Delta k$, ($\Delta k \rightarrow 0$), яка нас найбільше цікавить, теорія збурень не придатна. Для розв'язання цієї задачі скористаємося теорією, розробленою П.М. Томчуком і І.М. Дикманом та Х. Когельником [135, 136]. Для цього запишемо $\vec{\Phi}(z)$ у вигляді суми:

$$\vec{\Phi}(z) = \sum_l \left\{ \vec{A}_l \exp\{i[(2l+1)k_{1z} + \delta]z\} + \vec{B}_l \exp\{-i[(2l+1)k_{1z} - \delta]z\} \right\}, \quad (3.74)$$

де $\delta \rightarrow 0$ — малий параметр, який потрібно визначити. Якщо, як ми прийняли раніше, виконується нерівність $(\alpha_1/k_{1z}) \ll 1$, то в сумі досить обмежитися доданками з $l = 0$, тобто скористатися довгохвильовим наближенням, як у роботі [140]:

$$\vec{\Phi}(z) = \vec{A}_0 \exp\{i(k_{1z} + \delta)z\} + \vec{B}_0 \exp\{-i(k_{1z} - \delta)z\}. \quad (3.75)$$

Підставляючи (3.75) у (3.73) і прирівнюючи коефіцієнти при однакових експоненціальних функціях, приходимо до системи однорідних рівнянь відносно амплітуд прямої A_0 та відбитої від періодичної структури B_0 хвиль:

$$\begin{aligned} \left[-(k_{1z} + \delta)^2 + (k_{1z} + \Delta k)^2 \right] A_0 - \alpha_1 (\xi_1 - i\xi_2) B_0 &= 0; \\ \left[-(k_{1z} + \delta)^2 - (k_{1z} + \Delta k)^2 \right] B_0 - \alpha_1 (\xi_1 - i\xi_2) A_0 &= 0. \end{aligned} \quad (3.76)$$

З умови, що детермінант цієї системи дорівнює нулю, знаходимо

$$\delta = \pm \sqrt{(\Delta k)^2 - \alpha_1^2 (\xi_1^2 + \xi_2^2) / 4k_{1z}^2}, \quad (3.77)$$

а відношення амплітуд A_0/B_0 при цьому дорівнюватиме

$$\frac{B_0}{A_0} = R_s = \frac{\alpha_1 (\xi_1 + i\xi_2)}{2k_{1z} (\Delta k + \delta)} = \frac{2k_{1z} (\Delta k - \delta)}{\alpha_1 (\xi_1 - i\xi_2)}. \quad (3.78)$$

Зауважимо, що знак у формулі (3.78) визначається природними умовами напрямку потоку енергії й обмеженістю розв'язку (3.78) при $z \rightarrow 0$ та

напрямом потоку енергії хвилі (3.75) у бік додатних z . Таким умовам однозначно відповідає знак «+» у формулі (3.77). Наприклад, якщо $(\Delta k)^2 < \alpha_1^2(\xi_1^2 + \xi_2^2)/4k_{1z}^2$, то обмеженість розв'язку однозначно вимагає $\delta > 0$. З (3.75) та (3.76) випливає, що коли має місце протилежна нерівність $(\Delta k)^2 > \alpha_1^2(\xi_1^2 + \xi_2^2)/4k_{1z}^2$, то $\delta > 0$ при $\Delta k > 0$ і $\delta < 0$ при $\Delta k < 0$. При цьому для уявних δ , відповідно до (3.77) та (3.78), $R_s = 1$ і в цьому разі амплітуда хвиль, які поширюються у напівпровіднику в додатному і від'ємному напрямках, однакові. За реальних δ завжди $|R_s| \ll 1$. Числові значення амплітуд A_0 і B_0 задаються зовнішніми джерелами.

Тепер займемося власне розрахунком коефіцієнта відбиття світла від зовнішньої поверхні $z = 0$ напівпровідника з лазер-індукованою ґраткою концентрації електронів. Використовуючи співвідношення (3.77) та (3.78) і маючи на увазі, що розглядаємо резонансну ситуацію, з урахуванням відбитої хвилі, задамо напруженість електричного поля падаючої хвилі у вакуумі у вигляді [135, 136]

$$E_B(\vec{r}, t) = E^{(0)} \left[\exp\{ik_x x + u_z z\} + R_0 \exp\{i(kx_x - u_z z)\} \right] \exp(-i\Omega t), \quad (3.79)$$

де

$$\Omega^2 = c^2 (u_x^2 + u_z^2); \quad s_z = k_{1z} + \Delta k; \quad u_z = \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^2 + \frac{k_x^2 + (\epsilon_0 - 1)s_z^2}{\epsilon_0}.$$

Коефіцієнт відбиття світла від зовнішньої поверхні $z = 0$ напівпровідника $|R_0|^2$ та амплітуда прямої хвилі A_0 визначаються з граничних умов для хвиль (3.74) та (3.78) на поверхні $z = 0$. У результаті дістанемо вирази для коефіцієнта відбиття $|R_0|^2$ та амплітуди прямої хвилі A_0 :

$$|R_0|^2 = \frac{(k_{1z} - u_z)^2 + (k_{1z} + u_z)^2 |R_s|^2 - (k_{1z}^2 - u_z^2)^2 (R_s^* + R_s)}{(k_{1z} + u_z)^2 + (k_{1z} - u_z)^2 |R_s|^2 - (k_{1z}^2 - u_z^2)(R_s^* + R_s)}, \quad (3.80)$$

$$A_0 = \frac{2s_z}{s_z + k_{1z} + (s_z - k_{1z})R_s} E^{(0)}. \quad (3.81)$$

Як випливає з формул (3.78) та (3.81), величина коефіцієнта відбиття $|R_0|^2$ суттєво залежить від величин Δk , δ . Наприклад, коли за заданого Δk параметр δ стає уявною величиною, то, відповідно до співвідношення (3.78), $|R_s| = 1$ і, як це випливає з формули (3.80), $|R_0|^2 = 1$. Отже, поблизу бреггівського резонансу спостерігається випадок практично повного відбиття, й електромагнітна хвиля всередину феромагнітного напівпровідника не проникає. У разі відхилення від резонансу (наприклад, зростання Δk або фіксованого Δk зі зменшенням $\xi_1^2 + \xi_2^2$) величина δ може пройти через значення $\delta = 0$ і стати реальною величиною. Для цього випадку формулу (3.80) зручно переписати у вигляді

$$|R_0|^2 = \frac{2k_{1z} (u_z^{2(k)} + k_{1z}^2) \Delta k - 4u_z k_{1z}^2 \delta - \alpha_1 (k_{1z}^2 - u_z^2) \xi_1}{2k_z (u_z^2 + k_{1z}^2) \Delta k + 4u_z k_{1z}^2 \delta - \alpha_1 (k_{1z}^2 - u_z^2) \xi_1}. \quad (3.82)$$

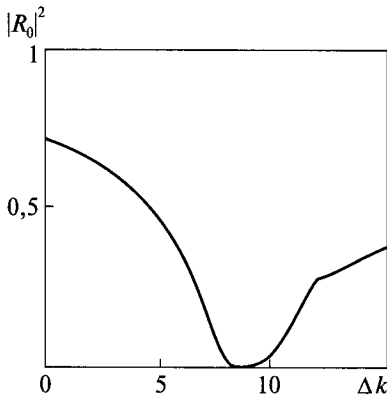


Рис. 3.7. Залежність коефіцієнта відбиття $|R_0|^2$ від параметра Δk для феромагнітного напівпровідника

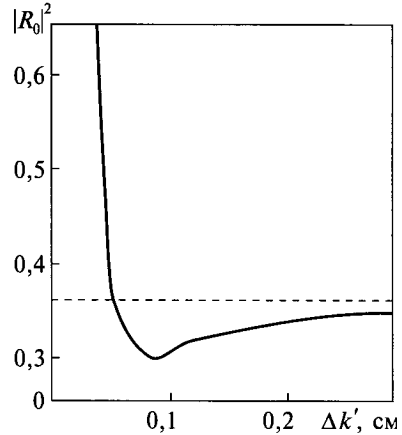


Рис. 3.8. Залежність $|R_0|^2$ від $\Delta k' = \Delta k$ для неферомагнітного напівпровідника [140]

З формули (3.82) випливає, що зі збільшенням Δk (або зменшенням $|\xi_1|^2$ при зростанні F_0) коефіцієнт відбиття $|R_0|^2$ прямує до величини

$$|R_0|_0^2 = \left(\frac{k_{1z} - u_z}{k_{1z} + u_z} \right)^2, \quad (3.83)$$

тобто свого значення для однорідного (не освітленого когерентними світловими пучками) напівпровідника.

Зауважимо, що величина коефіцієнта відбиття залежить не тільки від величини зовнішнього електричного поля та параметра Δk , а й від його знака. Якщо знаки Δk і ξ_1 збігаються, то коефіцієнт відбиття залежно від Δk досягає свого мінімального значення при

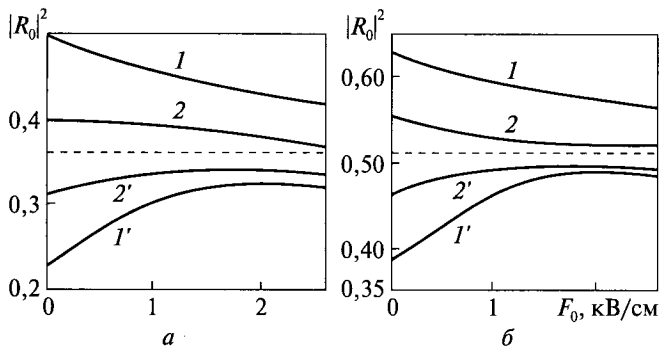
$$\Delta k = \frac{\alpha_1}{2} \frac{k_{1z}^2 + u_z^2}{k_z^2 - u_z^2} \frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{\xi_1}. \quad (3.84)$$

За такого значення Δk електромагнітна хвиля найкраще проникає у напівпровідник. На рис. 3.7 наведено розраховану нами за формулою (3.82) залежність $|R_0|^2$ від Δk для феромагнітного напівпровідника типу EuO при $n_0 = 10^{19} \text{ c}^{-3}$, $T = 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$, $\omega = 5 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$, $F_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ В/см}$. Видно, що коефіцієнт відбиття світла від зовнішньої поверхні феромагнітного напівпровідника з надграткою концентрації електронів досягає мінімуму, що дорівнює $2,547 \cdot 10^{-4}$, при $\Delta k = 8$.

На рис. 3.8 наведено залежність $|R_0|^2$ від $\Delta k' = -\Delta k$ для неферомагнітного донорного напівпровідника при $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$, $k_z = 6 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$, $F_0 = 1400 \text{ В/см}$, $A_1 A_2 = 0,1$ од. СГСЕ.

При цьому в роботі [140] було розраховано $|R_0|^2$ від Δk для неферомагнітного напівпровідника. За такого Δk у напівпровідник проникає найбільше енергії з частотою Ω (рис. 3.8). Наявність надгратки в цьому випадку ніби про-

Рис. 3.9. Залежність $|R_0|^2(F_0)$ при $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $k_z = 6 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$, $A_1 A_2 = 0,1$ од. СГСЕ: $a - u_z = 1,5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$; $b - u_z = 10^3 \text{ см}^{-1}$; $1 - \Delta k = 0,1 \text{ см}^{-1}$; $1' - \Delta k = -0,1 \text{ см}^{-1}$; $2 - \Delta k = 0,3 \text{ см}^{-1}$; $2' - \Delta k = -0,3 \text{ см}^{-1}$; штрихова лінія — $|R_{0\text{пр}}|^2(F_0)$ [140]



яснює напівпровідник, хоча в певній резонансній ситуації може призвести до майже повного непропускання хвилі. Таким самих можливостей впливу на $|R_0|^2$ можна досягти, варіюючи амплітуди лазерних хвиль. Очевидно, це саме, у свою чергу, можна використати для отримання інформації про параметри напівпровідника.

Отже, в цьому випадку наявність надґратки концентрації носіїв немовби «просвітлює» напівпровідник, хоча, як ми бачили раніше, вона ж в іншому граничному випадку може зумовити майже повне відбиття падаючої хвилі. Таких ефектів можна досягти, варіюючи амплітуди когерентних світлових пучків.

Описані вище ефекти можна використати для одержання інформації про параметри феромагнітного напівпровідника. Оскільки, як це впливає зі співвідношень (3.80) та (3.82), величина коефіцієнта відбиття залежить також від кута падіння електромагнітної хвилі (3.79) за фіксованої частоти, на якій реалізуються умови бреггівського резонансу, то, змінюючи кут падіння хвилі (3.79), можна змінювати величину коефіцієнта відбиття.

Зазначимо, що залежність ξ_1 , ξ_2 , δ від F_0 дозволяє, змінюючи F_0 за фіксованого Δk , змінювати $|R_0|^2$ від одиниці до його граничного значення. Цікаво, що і залежність його від F_0 визначається не лише величиною Δk , а і його знаком. Рис. 3.9 ілюструє сказане для двох значень u_z .

Звернімо ще увагу на залежність $|R_0|^2$ від проекції u_z хвильового вектора пробної хвилі (3.79). Вона визначається формулами (3.80), (3.82), які фактично задають залежність $|R_0|^2$ від Ω або, за визначеної частоти Ω , від кута падіння хвилі (3.79), за якого реалізуються резонансні умови. Отже, змінюючи кут падіння хвилі (3.79), можна змінювати коефіцієнт відбиття.

На завершення зазначимо, що наведені вище результати (див. рис. 3.8, 3.9) свідчать про специфіку чутливості оптичних властивостей напівпровідника від параметрів розглянутої надґратки. Проте виконаний розрахунок аж ніяк не відображує оптимальну з точки зору експерименту ситуацію. Метою його було з'ясування лише якісних закономірностей, і виконувався він у припущенні малої глибини модуляції параметрів надґратки й однодолинного напівпровідника з ізотропним параболічним законом дисперсії.

Когерентними світловими пучками або іншим способом можна отримати значні модуляції просторових амплітуд надґраток, що, природно, призведе до

більш різкого прояву їх властивостей. У цьому сенсі й перехід до багатодолінних напівпровідників може виявитися більш корисним. У таких напівпровідниках надгратка може виникнути через різну заселеність долин у різних точках об'єму, що також сприятиме зростанню глибини модуляції параметрів надгратки.

3.6. Нелінійний коефіцієнт поглинання електромагнітного випромінювання ФМН з динамічною лазер-індукованою ґраткою

Попередній матеріал цього розділу присвячений статичним лазер-індукованим ґраткам, тобто ґраткам, що описувалися функціями розподілу електронів $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ та магنونів $N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})$. Розглянемо тепер надгратки, пов'язані з членами $s, l = \pm 1$ з розкладів

$$f(\vec{r}, \vec{P}, t) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{is\omega t} f^{(s)}(\vec{r}, \vec{P}, t); \quad N(\vec{r}, \vec{q}, t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} e^{il\omega t} N^{(l)}(\vec{r}, \vec{q}, t). \quad (3.85)$$

Ці члени будуть пропорційні інтегралам електрон-магنونного розсіяння і виражатимуться через усереднені за періодом $2\pi/\omega$ амплітуди $f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P})$ та $N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})$ за умови, що виконуються нерівності

$$\omega \gg Pk/m, \quad \omega \gg eF_0/P, \quad \omega \gg \tau^{-1}.$$

Розглянемо динамічні лазер-індуковані ґратки, тобто ґратки, пов'язані з гармоніками $f^{(\pm 1)}$ функції розподілу електронів:

$$f^{(\pm 1)} = \mp \frac{2\pi}{i\hbar\omega} \sum_{\vec{q}, \vec{P}, \vec{P}', l} \delta_{\vec{P}+\vec{q}, \vec{P}'} \exp[\pm i u_{\vec{q}}] J_l \left(\frac{e\gamma_{\vec{P}\vec{P}'}}{m\omega} \right) J_{l\pm 1} \left(\frac{e\gamma_{\vec{P}\vec{P}'}}{m\omega} \right) \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}') N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}') (1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q})) - \\ f^{(0)}(\vec{r}, \vec{P}) N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}) (1 + N^{(0)}(\vec{r}, \vec{q}')) \end{array} \right\} \delta(\varepsilon_{\vec{P}'} - \varepsilon_{\vec{P}} + \omega_{\vec{q}'} - \omega_{\vec{q}} - l\hbar\omega). \quad (3.86)$$

Маючи вираз для гармонік функції розподілу електронів, неважко розрахувати високочастотний струм, виходячи з його означення:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -\frac{e^2 n(\vec{r})}{mc} \vec{A}(\vec{r}, t) + \frac{e}{m} \int \vec{P} f(\vec{r}, \vec{P}, t) d\vec{P}. \quad (3.87)$$

У лінійному наближенні за \vec{A}_j запишемо вираз для фур'є-компоненти високочастотного струму:

$$\vec{j}_l(\pm\omega) = -\frac{e^2 n(\vec{r})}{2mc} \left[1 - \frac{i}{3\omega\tau(\hbar\omega)} \right] \sum_j A_j \exp\{\pm i(\vec{k}_j \vec{r} + \phi_j)\}. \quad (3.88)$$

Тут $\tau(\hbar\omega)$ — час релаксації електронів за імпульсом на магнонах при $\varepsilon = \hbar\omega$.

Така залежність високочастотного струму $\vec{j}_l(\pm\omega)$ від координати \mathbf{r} означає, що в електрон-магنونній системі феромагнітного напівпровідника з'являється динамічна надгратка. Отримана залежність від координати \mathbf{r} , як ви-

пливає з (3.88), показує, що статична надгратка концентрації електронів модулює як поляризаційну (перший доданок у (3.88)), так і дисипативну (другий доданок у (3.88)) частини високочастотного струму $\vec{j}_1(\pm\omega)$.

Якщо не обмежуватися визначенням лінійного відгуку і врахувати в (3.88) наступні члени в розкладі бesselевих функцій за полем, то вони визначатимуться кубічними за амплітудою \vec{A}_j членами. Якщо ввести орти $\vec{n}_i (i = 1, 2, 3)$, то для високочастотного струму $\vec{j}_3(\pm\omega)$ дістанемо вираз

$$(\vec{n}_i \vec{j}_3(\pm\omega)) = -\frac{ie^4 n_0}{60m^2 c^3 \omega \tau(\hbar\omega) \hbar\omega} \left[1 - \frac{2\tau(\hbar\omega)}{\tau(2\hbar\omega)} \right] \sum_j \exp(\pm i\phi_j) \times \\ \times \sum_{j', j''} \left[(\vec{A}_j \vec{n}_j) (\vec{A}_{j'} \vec{A}_{j''}) + (\vec{A}_{j'} \vec{n}_i) (A_{j''} \vec{n}_i) + (\vec{A}_{j''} \vec{n}_i) (\vec{A}_j \vec{A}_{j'}) \right] \cos(\phi_{j'} - \phi_{j''}). \quad (3.89)$$

З високочастотним струмом пов'язаний коефіцієнт поглинання електромагнітного випромінювання вільними носіями:

$$\alpha_e = \frac{8\pi c}{\sqrt{\varepsilon(\omega)} A^2 \omega} \langle \vec{j}(t) \vec{A}(t) \rangle, \quad (3.90)$$

де $\varepsilon = (\omega)$ — діелектрична проникність феромагнітного напівпровідника на частоті ω , $\langle \dots \rangle$ означає усереднення за періодом поля когерентних світлових пучків.

Струм $\vec{j}_3(\pm\omega)$ відповідає за нелінійне поглинання на першій гармоніці. Воно, відповідно до (3.89), зумовлене впливом усіх хвиль на акт зіткнення електронів з магнонами. Цей вплив може бути виявлений, наприклад, коли потрібно визначити поглинання відносно слабкої хвилі певної поляризації за наявності більш інтенсивних хвиль тієї самої частоти, але з іншою поляризацією. У разі $\vec{A}_j \perp \vec{F}_0$ та освітлення зовнішньої поверхні феромагнітного напівпровідника всього двома симетрично орієнтованими когерентними світловими пучками з $\vec{A}_1 \parallel \vec{A}_2$, $k_{1x} = k_{2x}$, $k_{1z} = -k_{2z}$ вираз для струму $\vec{j}_3(\pm\omega)$ спрощується, і для коефіцієнта нелінійного поглинання електромагнітного випромінювання поверхнею феромагнітного напівпровідника з надграткою електронної концентрації можна отримати:

$$\alpha_e = \frac{4\pi n_0 \sqrt{\varepsilon_0}}{3m c \omega^2 \tau(\hbar\omega)} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{3e^2 A_1^2}{10m c^2 \hbar\omega} \left[1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + 2 \frac{A_2}{A_1} \cos(2k_{1z} z + \phi_1 - \phi_2) \right] \right\}. \quad (3.91)$$

Перший доданок у (3.91) визначає коефіцієнт поглинання світла (електромагнітного випромінювання) вільними електронами у квантовій області частот, а другий — нелінійне поглинання слабкої електромагнітної хвилі, характерною особливістю якого є його залежність від координати z , що спричинюватиме залежність інтенсивності зондувальної електромагнітної хвилі, яка пройшла через пластинку феромагнітного напівпровідника, від товщини цієї

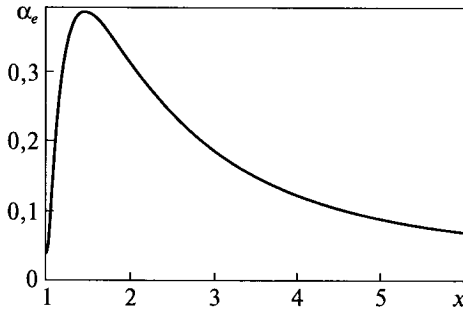


Рис. 3.10. Частотна залежність коефіцієнта поглинання α_e від безрозмірної частоти $x = \omega/\omega_0$ ($\omega_0 \approx 4 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$)

пластинки. Справді, нехай у напівпровіднику поширюється слабка (зондувальна) електромагнітна хвиля

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0(x) \exp[i(\omega_0 t - k_0 x)]. \quad (3.92)$$

Її амплітуда після проходження крізь пластинку завтовшки d дорівнюватиме

$$\vec{E}_d = \vec{E}_0(d) \exp\{-\alpha_e d / 2\} \exp\left\{i \frac{2\pi e^2 n_1(z) d}{\sqrt{\epsilon_0} m c \omega_0}\right\}. \quad (3.93)$$

Таким чином, параметри динамічної надгратки можна визначити, вимірюючи під різними кутами інтенсивність електромагнітної хвилі, що пройшла крізь напівпровідникову пластинку товщиною d .

Тепер розглянемо частотну залежність коефіцієнта поглинання (3.91), наведену на рис. 3.10. Отже, як випливає з рисунка, нелінійний коефіцієнт поглинання зростає зі збільшенням частоти, досягає максимуму при $\omega \approx 6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$, а потім повільно спадає з подальшим зростанням частоти. Цей результат можна пояснити появою динамічної лазер-індукованої ґратки та її впливом на процес поглинання КСП у ФМН.

3.7. Розсіяння ультрахолодних нейтронів ФМН з лазер-індукованою ґраткою нерівноважної намагніченості

Визначення структури магнітних матеріалів є фундаментальною проблемою, яку можна розв'язати за допомогою експериментального методу, відомого як метод дифракції ультрахолодних нейтронів (нейтронів, енергія яких становить порядку 10^{-7} еВ, а швидкість ≤ 5 м/с). Він особливо зручний для вивчення різноманітних магнітних (як періодичних, так і хаотичних) неоднорідностей у твердих тілах. Цей метод можна застосувати і для вивчення періодичних магнітних неоднорідностей, що можуть бути створені у ФМН за допомогою КСП. Як відомо, намагніченість феромагнетика залежить від температури за відомим законом «трьох других» Блоха, який для випадку ФМН можна записати у вигляді [105]

$$M = M_0 \left[1 - \frac{\sqrt{2}\xi(3/2)}{\pi^2 S} \left(\frac{T}{\theta_c} \right)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (3.94)$$

де M_0 — намагніченість насичення ФМН; $\xi(x)$ — дзета-функція Рімана; $\theta_c =$

$= 2ZSJ_0$; Z — число найближчих сусідів у кубічній ґратці; J_0 — інтеграл прямого обміну між магнітними іонами.

Якщо магнону систему виведено зі стану термодинамічної рівноваги будь-яким способом, наприклад за допомогою розігрівання магنونів у процесі електрон-магنونної взаємодії, як під час дії на електрон-магنونну систему ФМН неоднорідного високочастотного електромагнітного поля КСП, то в системі з'являється новий параметр — магنونна температура, і, відповідно до закону Блоха, з'являється нерівноважна намагніченість, пов'язана з цією температурою. Її можна описати за допомогою співвідношення (3.94), в якому потрібно лише замінити температуру термостата T на магنونну температуру T_m . Як відомо, у ФМН розігріватися можуть не лише електрони, а й магтони [2]. А це означає, що у ФМН може реалізовуватися нерівноважна намагніченість. Тут ми досліджуватимемо вплив такої нерівноважної намагніченості на процес розсіяння ультрахолодних нейтронів ФМН, зовнішня поверхня якого освітлюється КСП.

Розглянемо широкозонний донорний ФМН з середньою концентрацією носіїв n_0 у спин-хвильовій області температур, що знаходиться у зовнішньому постійному електричному полі $\vec{F}_0 \parallel OZ$, зовнішня поверхня якого $z = 0$ освітлюється двома симетрично орієнтованими КСП, вектор-потенціал яких у матеріалі ФМН задається у вигляді

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_1 \cos(\omega t - k_x x - k_z z - \phi_1) + \vec{A}_2 \cos(\omega t - k_x x + k_z z - \phi_2); \quad \vec{A}_1 \parallel \vec{A}_2 \perp \vec{F}_0, \quad (3.95)$$

а частота задовольняє нерівності $\bar{\epsilon} \ll \hbar\omega \ll \epsilon_g$ ($\bar{\epsilon}$ — середня енергія носія, ϵ_g — ширина забороненої зони ФМН). Отже, КСП, не змінюючи загальної концентрації носіїв у зоні провідності ФМН, зумовлюють лише їх просторовий перерозподіл. Нерівноважний стан в електрон-магنونній системі ФМН створюється внаслідок розігрівання електронів зовнішнім електричним полем і високочастотним електромагнітним полем КСП з наступною передачею енергії від електронів до магنونів. Роль термостата відіграють фонони. За таких умов у ФМН під впливом КСП індуються просторово-періодичні утворення — ґратки (надґратки) концентрації носіїв n , напруженості електричного поля F , електронної T_e та магنونної T_m температур. У ФМН магنونна температура утворює надґратку, а це означає, що й нерівноважна намагніченість, продукована у ФМН полем КСП, також утворює просторово-періодичну структуру — ґратку (надґратку), яку можна записати у вигляді

$$M \approx M_0 \left[1 - \frac{\sqrt{2}\xi(3/2)}{\pi^2 S} \left(\frac{T}{\theta_c} \right)^{\frac{3}{2}} \left[1 + \frac{3}{2} (\mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z} z + \mu_2 \sin 2k_{1z} z) \right] \right]. \quad (3.96)$$

Таким чином, лазер-індукована ґратка нерівноважної намагніченості повністю визначається ґраткою магنونної температури.

Розглянемо тепер розсіяння ультрахолодних нейтронів зовнішньою поверхнею $z = 0$ ФМН з надґраткою нерівноважної намагніченості, що описується співвідношенням (3.96). Як відомо (див., наприклад, [129]), потенціал взаємодії нейтронів з магنونною надґраткою, для випадку розсіяння з малою

зміною нейтронного імпульсу $\Delta g \ll \frac{\hbar}{a}$, можна записати у вигляді [129]

$$U = -\mu_n \hat{\sigma} \vec{B} \approx U_0 (\mu_0 + \mu_1 \cos 2k_{1z} z + \mu_2 \sin 2k_{1z} z). \quad (3.97)$$

де μ_n — магнітний момент нейтрона, $\hat{\sigma}$ — матриці Паулі, $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$; \vec{H} — зовнішнє магнітне поле, \vec{M} — магнітний момент (намагніченість) ФМН, $U_0 = (3\sqrt{2}\xi(3/2)/2\pi^2 S)(T/\theta_c)^{3/2} \mu_n M_0$.

Вважатимемо, що $\vec{H} = 0$, а рух нейтрона у ФМН з надграткою нерівноважної намагніченості можна описати рівнянням Шредінгера з потенціалом (3.97):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\frac{g^2}{2m} + U \right] \Psi, \quad (3.98)$$

де Ψ — хвильова функція нейтрона з імпульсом \vec{g} та енергією $\varepsilon_n = \vec{g}^2/2m_n$. Оскільки потенціал U періодичний, то найбільший інтерес становить випадок брегівського резонансу, коли $g \approx k_{1z}$. Вважаючи, що потік ультрахолодних нейтронів, який падає на зовнішню поверхню $z = 0$ ФМН, неполяризований, розв'язок рівняння (3.98) шукатимемо за стандартною методикою. Відповідно до неї, подамо хвильову функцію нейтрона у вигляді суми:

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{V} \left\{ \exp[i(k_{1z} + \delta)z] + R_s \exp[-i(k_{1z} - \delta)z] \right\}, \quad (3.99)$$

де

$$R_s = \frac{U_0(\mu_1 + i\mu_2)}{2\chi(\Delta g + \delta)}; \quad \delta = \sqrt{\Delta k^2 - \frac{U_0^2}{4k_{1z}^2}(\mu_1^2 + \mu_2^2)} \quad (3.100)$$

Δg — відстань від хвильового вектора нейтрона до резонансу.

Тепер розрахуємо коефіцієнт розсіяння ультрахолодних нейтронів $|R_0|^2$ від ФМН з надграткою нерівноважної намагніченості. Для цього запишемо розв'язок рівняння (3.98) для вакууму

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{V} \left\{ \exp(ig_0 z) + R_0 \exp(-ig_0 z) \right\}. \quad (3.101)$$

де g_0 — хвильовий вектор нейтрона у вакуумі.

Шуканий коефіцієнт розсіяння $|R_0|^2$ визначають з умови неперервності функцій (3.100) і (3.101) та їх похідних у точці $z = 0$, який з урахуванням (3.99) можна записати у вигляді

$$|R_0|^2 = \frac{(k_{1z} - g_0)^2 + (k_{1z} + g_0)^2 |R_s|^2 - (k_{1z}^2 - g_0^2)(R_s + R_s^*)}{(k_{1z} + g_0)^2 + (k_{1z} - g_0)^2 |R_s|^2 - (k_{1z}^2 - g_0^2)(R_s + R_s^*)}. \quad (3.102)$$

З (3.91) і (3.92) випливає, що коли $\Delta k^2 < \frac{U_0^2}{4k_{1z}^2}(\mu_1^2 + \mu_2^2)$, параметр δ стає уявною величиною і $|R_s|^2 = |R_0|^2 = 1$. Отже, в цьому випадку спостерігається повне відбивання нейтронного пучка від поверхні ФМН. Якщо ж має місце зворотна нерівність $\Delta k^2 > \frac{U_0^2}{4k_{1z}^2}(\mu_1^2 + \mu_2^2)$, то з (3.102) маємо

$$|R_0|^2 = \frac{2\Delta k k_{1z} (k_{1z}^2 + g_0^2) - U_0 \mu_1 (k_{1z}^2 - g_0^2) - 4g_0 k_{1z}^2 \delta}{2\Delta k k_{1z} (k_{1z}^2 + g_0^2) - U_0 \mu_1 (k_{1z}^2 - g_0^2) + 4g_0 k_{1z}^2 \delta}. \quad (3.103)$$

З (3.103) випливає, що зі збільшенням Δk (або збільшенням $|\mu_1|$ при зростанні \vec{F}_0) коефіцієнт розсіяння ультрахолодних нейтронів $|R_0|^2$ прямує до величини, що відповідає коефіцієнту розсіяння ультрахолодних нейтронів однорідним магнетиком

$$|R_{0h}|^2 = \left(\frac{g_0 - k_{1z}}{g_0 + k_{1z}} \right)^2. \quad (3.104)$$

Отже, за певних умов у ФМН з лазер-індукованою надґраткою нерівноважної намагніченості постійне електричне поле суттєво впливає на процес розсіяння ультрахолодних нейтронів, зменшуючи коефіцієнт їх розсіяння, тобто немовби «просвітлюючи» ФМН для пучків ультрахолодних нейтронів поблизу брегівського резонансу.

Таким чином, показано можливість вивчення лазер-індукованих ґраток у ФМН за допомогою розсіяння ультрахолодних нейтронів і вказано на принципovu можливість управління пучками ультрахолодних нейтронів за допомогою лазер-індукованих магнетонних надґраток.

3.8. Дифракція Рамана—Ната на тонкій лазер-індукованій амплітудно-фазовій ґратці

Розглянемо дифракцію падаючої електромагнітної хвилі на лазер-індукованій амплітудно-фазовій ґратці, товщина якої z_0 значно перевищує довжину падаючої світлової хвилі λ . У цьому випадку зміну амплітуди падаючої хвилі за координатою можна вважати плавною і знехтувати другою похідною від амплітуди за координатою вздовж напрямку поширення хвилі порівняно з першою похідною. Нехай, для визначеності, плоска електромагнітна (світлова) хвиля

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})\} + k. c. \quad (3.105)$$

(«*k. c.*» означає величину, комплексно спряжену за першим доданком у (3.105); постійну складову фази ϕ_0 тут внесено у величину E_0) падає вздовж осі z , «штрихи» ґратки спрямовані перпендикулярно до осі z , вектор поляризації хвилі напрямлений вздовж осі y (рис. 3.11).

Якщо, крім того, $z_0 \ll L$ (L — період ґратки), то у рівнянні Максвелла

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad (3.106)$$

можна знехтувати похідною за x порівняно з похідною за z , і тому в наближенні плавності амплітуди після підстановки (3.105) в (3.106) дістанемо:

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = -\frac{i}{2k} \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \varepsilon - 2i \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \alpha} \right) E_0. \quad (3.107)$$

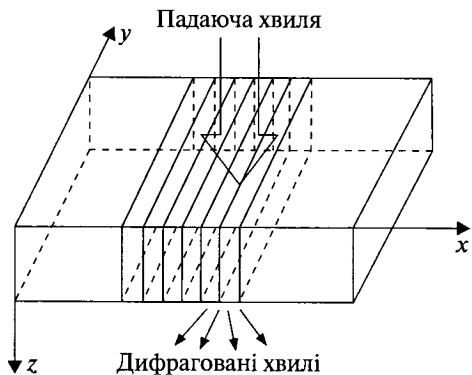


Рис. 3. 11. Схема дифракції пробної хвилі на тонкій ґратці

Зауважимо, що рівняння (3.107) виведено з (3.106) за умови знехтування в (3.106) похідною $\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2}$.

Припускаємо, що коефіцієнт поглинання α та діелектрична проникність середовища ϵ є просторово-періодичними функціями координати x і можуть бути записані у вигляді

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 \cos qx, \quad \alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \cos qx, \quad q = \frac{2\pi}{L}. \quad (3.108)$$

Це означає, що ми маємо справу з лазер-індукованою амплітудно-фазовою дифракційною ґраткою. Обмежуючись випадком малої модуляції параметрів ϵ та α , з (3.107) матимемо

$$\frac{\partial E_0}{\partial z} = -\frac{i}{2k} (-\alpha_0 - (i\gamma' + \gamma'') \cos qx) E_0, \quad (3.109)$$

де введено позначення $\gamma' = \frac{\omega\epsilon_1}{2c\sqrt{\epsilon_0}}$, $\gamma'' = \alpha_1$.

Розв'язок рівняння (3.109) має вигляд

$$E_0(x, z) = E_0(0)T(x, z), \quad (3.110)$$

де $E_0(0)$ — значення амплітуди падаючої хвилі на освітленій поверхні ґратки $z = 0$, а величина $T(x, z)$ — функція пропускання, що визначається співвідношенням

$$T(x, z) = \exp\{-\alpha_0 z\} \cdot \exp[-(\gamma'' + i\gamma')z \cos qx]. \quad (3.111)$$

Як видно з (3.110), амплітуда пучка, що пройшов крізь тонку ґратку ($z_0 \ll L$), визначається простим множенням початкової амплітуди $E_0(0)$ на функцію пропускання ґратки $T(x, z)$.

Функцію пропускання $T(x, z)$ зручно подати у вигляді ряду Фур'є, коефіцієнти якого знаходять з (3.111):

$$T(x, z) = \sum_l T_l(z) \exp\{ilqx\}; \quad T_l(z) = \sum_m i^{l-m} I_m(\alpha_1, z) J_{l-m}(\gamma'z) e^{-\alpha_0 z} (-1)^m, \quad (3.112)$$

де індекси l та m набувають цілочислових значень $0, \pm 1, \pm 2, \dots$ до нескінченності; J_m — функція Бесселя, I_m — функція Бесселя уявного аргументу.

Якщо ґратка суто фазова, то $\alpha_1 = 0$, і в сумі за m у (3.112) залишається тільки член з $m = 0$ і для функції пропускання дістанемо вираз

$$T_l(z) = i^l J_l(\gamma'z) e^{-\alpha_0 z}. \quad (3.113)$$

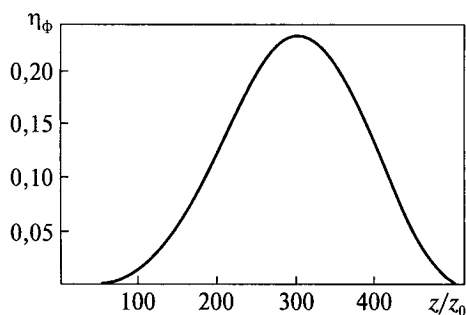


Рис. 3.12. Залежність дифракційної ефективності фазової ґратки η_ϕ від безрозмірної товщини z/z_0

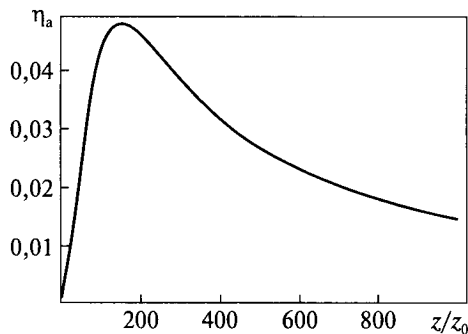


Рис. 3.13. Залежність дифракційної ефективності амплітудної ґратки η_a від безрозмірної товщини z/z_0

Для суто амплітудної ґратки, коли $\gamma' = 0$, у сумі за m у (3.112) залишається тільки член з $m = l$, у такому разі функція пропускання матиме вигляд

$$T_l(z) = I_l(\alpha_l z) e^{-\alpha_0 z}. \quad (3.114)$$

Отже, відповідно до (3.111) та (3.112), плоска електромагнітна хвиля (3.110), пройшовши крізь лазер-індуковану амплітудно-фазову дифракційну ґратку, перетворюється на набір плоских хвиль, що мають хвильові фронти $\exp\{i(zk + lqx)\}$, причому одна з хвиль, для якої виконується умова $l = 0$, проходить крізь ґратку без змін (нульовий порядок дифракції), а інші являють собою максимуми більш високих порядків, інтенсивність яких спадає зі зростанням $|l|$. Дифракцію такого типу і називають дифракцією Рамана—Ната [26].

Зауважимо, що розподіл інтенсивностей у максимумах визначається типом ґратки (амплітудна чи фазова) та її товщиною z_0 .

Кількісно картина дифракції описується відношенням інтенсивності дифрагрованої хвилі $J_l = |E_l|^2$ до інтенсивності падаючої хвилі $J_0 = |E_0|^2$, яке називають дифракційною ефективністю ґратки:

$$\eta_l = \frac{|E_l|^2}{|E_0|^2} = |T_l|^2. \quad (3.115)$$

Для фазової ґратки, відповідно до (3.115), дифракційна ефективність дорівнює

$$\eta_\phi = J_l^2(\gamma' z) e^{-2\alpha_0 z}, \quad (3.116)$$

а для амплітудної ґратки, відповідно до (3.115), маємо

$$\eta_a = I_l^2(\alpha_l z) e^{-2\alpha_0 z}. \quad (3.117)$$

На рис. 3.12 і 3.13 показано розраховану нами залежність дифракційної ефективності фазової та амплітудної дифракційної ґраток на вільних носіях, що створюються інтерференційною картиною від двох світлових (лазерних) пучків, від товщини ґратки z . З аналізу рис. 3.12 та 3.13 випливає, що максимальна дифракційна ефективність для дифракції Рамана—Ната першого по-

рядку становить 28,2 % для суто фазової ґратки за товщини $z \sim 200$ і 4,8 % — для суто амплітудної ґратки за товщини $z \sim 150$. Зазначимо також, що відповідно до (3.115) та (3.116) хвилі, які належать сусіднім порядкам дифракції, відрізняються між собою за фазою на $\pi/2$.

3.9. Особливості поглинання і випромінювання світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках

Цей матеріал написано на основі статті П.М. Томчука [75], в якій виведено загальні вирази для коефіцієнта поглинання світла вільними носіями та інтенсивності спонтанного випромінювання світла гарячими електронами в багатодолинних напівпровідниках. Отримані вирази залежать від концентрації електронів в окремих долинах та їхніх температур. Враховано анізотропію закону дисперсії і механізмів розсіяння електронів. Розглянуто домішковий і акустичний механізми розсіяння. Встановлено поляризаційну залежність спонтанного випромінювання гарячих електронів. У разі однопрямленого тиску або великих інтенсивностей опромінення поляризаційну залежність виявляє коефіцієнт поглинання світла вільними електронами.

3.9.1. Інтеграл зіткнень з іонами за наявності електромагнітної хвилі

Розглядатимемо багатодолинні напівпровідники n-Ge, n-Si. Гамільтоніан електронів можна записати у вигляді

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{1}{2m_{\alpha}} \left(\hat{p}_{\alpha} - \frac{e_0}{c} A_{\alpha} \right)^2 + \sum_{i=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_i). \quad (3.118)$$

У (3.118) m_{α} — головні значення компоненти тензора мас ($m_x = m_y \equiv m_{\perp}$, $m_z = m_{\parallel}$); \hat{p}_{α} — α -компонента оператора; e_0 — заряд електрона; c — швидкість світла; A_{α} — α -компонента вектор-потенціалу електромагнітного поля; N — кількість іонів в об'ємі V . Крім того, у (3.118) $U(\vec{r} - \vec{R}_i)$ — потенціал взаємодії електронів з іоном (\vec{r} — координата електрона; \vec{R}_i — координата i -го іона);

$$U(\vec{r}) = \frac{e_0^2}{\epsilon_0 r}, \quad (3.119)$$

де ϵ_0 — статична діелектрична стала, r_D — радіус Дебая.

Вектор-потенціал \vec{A} задається у вигляді

$$\vec{A} = \vec{A}^0 \cos \omega t. \quad (3.120)$$

У (3.120) \vec{A}^0 — сталий вектор, ω — частота хвилі.

Хвильова функція електрона в полі електромагнітної хвилі, але за відсутності центрів розсіяння, визначається за рівнянням Шредінґера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{\vec{p}}^{(0)} = \hat{H}^{(0)} \varphi_{\vec{p}}^{(0)} \equiv \sum_{\alpha=1}^3 \left(\vec{p}_{\alpha} - \frac{e_0}{c} \vec{A}_{\alpha} \right)^2 \varphi_{\vec{p}}^{(0)} \quad (3.121)$$

і дорівнює

$$\begin{aligned} \varphi_{\vec{p}}^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{p} \vec{r}\right) \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \sum_{\alpha=1}^3 \frac{1}{2m_{\alpha}} \left(p_{\alpha} - \frac{e_0}{c}\right) A_{\alpha}(t')^2\right\} \approx \\ &\approx \frac{\exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{p} \vec{r}\right)}{\sqrt{V}} \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \varepsilon_{\vec{p}} t + \frac{ie_0}{c\hbar\omega} \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{\alpha} A_{\alpha}^{(0)}}{m_{\alpha}} \sin \omega t\right\}. \end{aligned} \quad (3.122)$$

У (3.122) V — об'єм системи, $\varepsilon_{\vec{p}} = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}$ — енергія електронів з імпульсом \vec{p} . Під час виведення (3.122) ми випустили в експоненті квадратичні за $A_{\alpha}^{(0)}$ складові. За наявності розсіювальних центрів хвильову функцію електрона знайдемо за теорією збурень, подавши її у вигляді

$$\varphi_{\vec{p}} = \varphi_{\vec{p}}^{(0)} + \varphi_{\vec{p}}^{(1)}, \quad (3.123)$$

де функція $\varphi_{\vec{p}}^{(1)}$ задовольняє рівняння

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{\vec{p}}^{(1)} - \hat{H}^{(0)} \varphi_{\vec{p}}^{(1)} \equiv \sum_{i=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_i) \varphi_{\vec{p}}^{(0)}. \quad (3.124)$$

Розв'язок рівняння (3.124) запишемо у вигляді розкладу за функціями (3.122):

$$\varphi_{\vec{p}}^{(1)} = \sum_{\vec{p}'} C(\vec{p}, \vec{p}'; t) \varphi_{\vec{p}'}^{(0)}. \quad (3.125)$$

Підставимо розклад (3.125) у рівняння (3.124), помножимо обидві частини рівняння на $\psi_{\vec{p}}^{(0)}$ і проінтегруємо за \vec{r} . У результаті дістанемо

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} C(\vec{p}, \vec{p}'; t) &= \frac{1}{V} \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar} (\vec{p} - \vec{p}') \vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'}) t + \frac{ie_0}{\hbar\omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_{\alpha}^{(0)} \left(\frac{p_{\alpha} - p'_{\alpha}}{m_{\alpha}}\right) \sin \omega t\right\}. \end{aligned} \quad (3.126)$$

Інтегруючи обидві частини (3.126) від 0 до t і використовуючи тотожність [73]

$$e^{-i\lambda \sin \omega t} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l(\lambda) e^{-il\omega t} \quad (3.127)$$

($I_l(\lambda)$ — функція Бесселя), дістанемо

$$\begin{aligned} C(\vec{p}, \vec{p}'; t) &= \frac{1}{i\hbar V} \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar} (\vec{p} - \vec{p}') \vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l \left(\frac{e_0}{\hbar\omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_{\alpha}^{(0)} \frac{p_{\alpha} - p'_{\alpha}}{m_{\alpha}}\right) \times \\ &\times \frac{\exp\left\{\left[-\frac{i}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'}) + il\omega\right] t\right\} - 1}{-\frac{i}{\hbar} (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'}) + il\omega}. \end{aligned} \quad (3.128)$$

Використовуючи (3.128), можна знайти ймовірність того, що електрон у результаті розсіяння на доміші в полі електромагнітної хвилі перейде за

одиницю часу зі стану \vec{p} у стан \vec{p}' :

$$P_{\vec{p}, \vec{p}'} = \frac{d}{dt} |C(\vec{p}, \vec{p}'; t)|^2. \quad (3.129)$$

Після підстановки у (3.129) виразу (3.128) отримаємо

$$P_{\vec{p}, \vec{p}'} = \frac{1}{\hbar^2 V^2} \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \right|^2 \times \\ \times \left\{ 2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l^2 \left(\frac{e_0}{\hbar \omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_{\alpha}^{(0)} \frac{(p_{\alpha} - p'_{\alpha})}{m_{\alpha}} \right) \frac{\sin(\Omega - l\omega)t}{\Omega - l\omega} + \sum_{l \neq l'} (\dots) \right\}. \quad (3.130)$$

У (3.130) позначено $\Omega \equiv \frac{1}{\hbar}(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'})$.

Члени з $l \neq l'$ у (3.130) не вписані явно, тому що вони не містять резонансних множників і через те при $t \rightarrow \infty$ зникають. Переходячи в (3.130) до границі $t \rightarrow \infty$ і враховуючи, що при цьому $\frac{\sin xt}{x} \rightarrow \pi \delta(x)$, дістанемо для $P_{\vec{p}, \vec{p}'}$ такий вираз:

$$P_{\vec{p}, \vec{p}'} = \frac{1}{\hbar^2 V^2} \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \right|^2 \times \\ \times \left\{ 2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l^2 \left(\frac{e_0}{\hbar \omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_{\alpha}^{(0)} \frac{(p_{\alpha} - p'_{\alpha})}{m_{\alpha}} \right) \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} - l\hbar\omega) \right\}. \quad (3.131)$$

Вираз (3.131) явно залежить від усіх координат іонів $\{\vec{R}_j\}$. Тому його необхідно усереднити за всіма можливими розміщеннями іонів. Враховуючи, що

$$\left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \right|^2 = \sum_{j=1}^N \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) U(\vec{r} - \vec{R}_j) \right|^2 + \\ + \sum_{j \neq j'} \int d\vec{r}_1 \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}_1\right) U(\vec{r}_1 - \vec{R}_j) \int d\vec{r}_2 \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}_2\right) U(\vec{r}_2 - \vec{R}_{j'}), \quad (3.132)$$

можна показати, що другий член у (3.132) при усередненні за положеннями хаотично розмішених розсіювальних центрів перетворюється на нуль, і в результаті усереднення отримаємо

$$\left\langle \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) \sum_{j=1}^N U(\vec{r} - \vec{R}_j) \right|^2 \right\rangle = N \left| \int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) U(\vec{r}) \right|^2. \quad (3.133)$$

У (3.133) N — кількість іонів в об'ємі V , тобто

$$N = V n_{\alpha}, \quad (3.134)$$

де n_{α} — концентрація іонів. Інтеграл (3.133) з урахуванням явного виразу $U(\vec{r})$ згідно з (3.119) легко обчислюється:

$$\int d\vec{r} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} - \vec{p}')\vec{r}\right) U(\vec{r}) = \frac{4\pi e_0^2}{\varepsilon_0} \left\{ \left(\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\hbar} \right)^2 + \frac{1}{r_D^2} \right\}^{-2}. \quad (3.135)$$

$P_{\vec{p}, \vec{p}'}$, усереднене за всіма розміщеннями іонів, отримаємо (із (3.131) і (3.135)) у вигляді

$$\langle P_{\vec{p}, \vec{p}'} \rangle = \frac{(2\pi\hbar)^3 4e_0^4}{V \epsilon_0^2} \frac{n_\alpha}{\left\{ (\vec{p} - \vec{p}')^2 + \frac{\hbar^2}{r_D^2} \right\}^2} \times \\ \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} I_l^2 \left(\frac{e_0}{\hbar\omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^{(0)} \frac{(p_\alpha - p'_\alpha)}{m_\alpha} \right) \delta(\epsilon_{\vec{p}} - \epsilon_{\vec{p}'} - l\hbar\omega). \quad (3.136)$$

Інтеграл зіткнень електронів з іонами за наявності електромагнітного поля матиме вигляд

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{зітк}} = - \sum_{\vec{p}'} \langle P_{\vec{p}\vec{p}'} \rangle f(\vec{p}) + \sum_{\vec{p}'} \langle P_{\vec{p}\vec{p}'} \rangle f(\vec{p}'). \quad (3.137)$$

У (3.137) $f(\vec{p})$ — функція розподілу електронів за імпульсами \vec{p} . Оскільки ми розглядаємо багатодолинні напівпровідники, то в кожній долині функція розподілу може бути своя. Тому, розглядаючи i -ту долину, писатимемо $f^{(i)}(\vec{p})$.

3.9.2. Поглинання світла при анізотропному домішковому розсіянні

Підставимо тепер (3.136) у (3.137) і перейдемо від суми за \vec{p}' до інтеграла. У результаті для i -ї долини інтеграл зіткнень набуває вигляду

$$\left(\frac{\partial f^{(i)}}{\partial t} \right)_{\text{зітк}} = \frac{4\pi e_0^2}{\epsilon_0} n_\alpha \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int d\vec{p}' \frac{f^{(i)}(\vec{p}') - f^{(i)}(\vec{p})}{\left\{ (\vec{p} - \vec{p}')^2 + \left(\frac{\hbar}{r_D} \right)^2 \right\}} \times \\ \times I_l^2 \left(\frac{e_0}{\hbar\omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^{(0)} \frac{(p_\alpha - p'_\alpha)}{m_\alpha} \right) \delta(\epsilon_{\vec{p}} - \epsilon_{\vec{p}'} - l\hbar\omega). \quad (3.138)$$

Вважатимемо, що функція розподілу $f^{(i)}$ нормована на концентрацію i -ї долини (n_i):

$$\int d\vec{p} f^{(i)}(\vec{p}) = n_i. \quad (3.139)$$

У термодинамічній рівновазі всі (n_i) рівні між собою. За наявності розігрівання електронів або однонапрявленого тиску заселення різних долин може бути різним.

Енергію, яку поглинають електрони i -ї долини за одиницю часу, отримаємо з (3.138), домноживши (3.138) на $\epsilon_{\vec{p}}$ і взявши інтеграл за \vec{p} . Якщо при цьому в доданку, який пропорційний $f^{(i)}(\vec{p}')$, зробимо заміну $\vec{p} \rightarrow \vec{p}'$, $l \rightarrow -l$ і визначимо $\epsilon_{\vec{p}'}$ через $\epsilon_{\vec{p}}$, скориставшись δ -функцією, в результаті дістанемо

$$P^{(i)} \equiv \int d\vec{p} \varepsilon_{\vec{p}} \left(\frac{\partial f^{(i)}}{\partial t} \right)_{\text{згтк}} = -\frac{4e_0^4}{\varepsilon_0^2} n_\alpha \sum_{l=-\infty}^{\infty} \hbar \omega l \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}' f^{(i)}(\vec{p})}{\left\{ (\vec{p} - \vec{p}')^2 + \left(\frac{\hbar}{r_D} \right)^2 \right\}^2} \times \\ \times I_l^2 \left(\frac{e_0}{\hbar \omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^{(0)} \frac{p_\alpha - p'_\alpha}{m_\alpha} \right) \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} - l\hbar\omega). \quad (3.140)$$

Надалі розглядатимемо тільки однофотонні переходи, тобто $l = \pm 1$. У цьому наближенні маємо

$$P^i = P^{(i)}(+)+P^{(i)}(-), \quad (3.141)$$

де

$$P^{(i)}(\pm) \equiv \pm \frac{4e_0^4}{\varepsilon_0^2} n\hbar\omega \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}' f^{(i)}(\vec{p})}{\left\{ (\vec{p} - \vec{p}')^2 + \left(\frac{\hbar}{r_D} \right)^2 \right\}^2} I_1^2 \left(\frac{e_0}{\hbar \omega c} \sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^0 \frac{p_\alpha - p'_\alpha}{m_\alpha} \right) \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} \pm \hbar\omega). \quad (3.142)$$

Знак «плюс» означає збільшення енергії електронної системи (тобто поглинання), а знак «мінус» — зменшення цієї енергії (тобто випромінювання).

Аргумент функції $I_1(\dots)$ у (3.142), як показують оцінки для всіх частот оптичного діапазону, значно менший від одиниці. Тому можна обмежитися в (3.142) першим членом розкладу $I_1(\dots)$ в ряд Тейлора. Тоді матимемо

$$P^{(i)}(\pm) \cong \pm \frac{e_0^6 n_\alpha}{\varepsilon_0^2 c^2 \hbar \omega} \int \frac{d\vec{p} d\vec{p}' f^{(i)}(\vec{p}) \delta(\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}'} \pm \hbar\omega)}{\left\{ (\vec{p} - \vec{p}')^2 + \left(\frac{\hbar}{r_D} \right)^2 \right\}^2} \left(\sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^0 \frac{p_\alpha - p'_\alpha}{m_\alpha} \right)^2. \quad (3.143)$$

Для обчислення інтеграла (3.143) треба задати вигляд функції розподілу. Для того щоб мати надалі можливість розглядати загальний випадок, вважатимемо, що в кожній долині може бути своя концентрація n_i і своя температура θ_i .

Прийmemo, що

$$f^{(i)}(\vec{p}) = \frac{n_i}{(2\pi\theta_i)^3 m_{\perp 1} \sqrt{m_{\parallel 1}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\vec{p}}}{\theta_i}\right). \quad (3.144)$$

У головних осях тензора мас

$$\varepsilon_{\vec{p}} = \frac{p_{\perp}^2}{2m_{\perp}} + \frac{p_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}}. \quad (3.145)$$

Крім того,

$$\sum_{\alpha=1}^3 A_\alpha^0 \frac{p_\alpha - p'_\alpha}{m_\alpha} = \frac{\hbar\gamma}{m_{\perp}}, \quad (3.146)$$

де

$$\gamma \equiv \vec{A}_{\perp}^{(0)} \vec{q}_{\perp} + \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} A_{\parallel}^{(0)} q_{\parallel} = \vec{A}^{(0)} \vec{q} + \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} - 1 \right) \left(\vec{A}^{(0)} \vec{q} \right) \left(\vec{i}_0 \vec{q} \right) \quad (3.147) \\ \vec{q} \equiv \vec{p} - \vec{p}'.$$

У (3.147) \vec{i}_0 — орт, що задає напрямок осі обертання еліпсоїда мас, який збігається з напрямком розміщення i -ї долини в лабораторній системі.

Залежність енергії від кута значно ускладнює інтегрування. Тому зручно перейти до деформованої системи координат, у якій ізоенергетичні поверхні набувають вигляду сфер.

Отже, введемо нові змінні:

$$p_{\perp}^* = p_{\perp}, p_{\parallel}^* = \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}}\right)^{\frac{1}{2}} p_{\parallel}; q_{\perp}^* = q_{\perp}; q_{\parallel}^* = \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}}\right)^{\frac{1}{2}} q_{\parallel}. \quad (3.148)$$

При цьому

$$\varepsilon_{\vec{p}} = \frac{(p^*)^2}{2m_{\perp}}. \quad (3.149)$$

У нових змінних вираз (3.143) має вигляд

$$P_{(\pm)}^{(i)} = \pm \frac{e_0^6 n_a m_{\parallel}}{\varepsilon_0^2 c^2 \omega m_{\perp}} \int \frac{d\vec{p}^* d\vec{q}^* f^{(i)}(\varepsilon_{\vec{p}^*}) \delta \left\{ \frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} - \frac{\hbar}{m_{\perp}} p^* q^* \cos v^* \pm \hbar \omega \right\} \gamma^2}{\left\{ q_{\perp}^{*2} + \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} q_{\parallel}^{*2} + \left(\frac{1}{r_D}\right)^2 \right\}^2}. \quad (3.150)$$

Враховуючи тепер, що $d\vec{p}^* \rightarrow p^{*2} dp^* \sin v^* dv^* d\varphi^*$, за φ^* інтеграл береться елементарно (оскільки нічого від φ^* не залежить), а за v^* інтеграл можна взяти, використовуючи δ -функцію:

$$\int_0^{\pi} dv^* \sin v^* \delta \left\{ \frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} - \frac{\hbar}{m_{\perp}} p^* q^* \cos v^* \pm \hbar \omega \right\} = \frac{m_{\perp}}{\hbar p^* q^*}. \quad (3.151)$$

Рівність (3.151) справджується за умови

$$\left| \cos v^* \right| = \frac{\left| \pm \hbar \omega - \frac{(\hbar q^*)^2}{2m_{\perp}} \right|}{\frac{\hbar q^* p^*}{m_{\perp}}} \leq 1. \quad (3.152)$$

Умова (3.152) означає, що за заданого q^* аргумент δ -функції може набувати нульового значення. Інакше кажучи, нерівність (3.152) визначає межі інтегрування за q^* . Із (3.152) знаходимо

$$\hbar q_{\max}(\pm) = p^* + \sqrt{p^{*2} \pm 2m_{\perp} \hbar \omega}; \quad \hbar q_{\min}(\pm) = \left| -p^* + \sqrt{p^{*2} \pm 2m_{\perp} \hbar \omega} \right|. \quad (3.153)$$

Після обчислення інтегралів за кутами \vec{p}^* із (3.150) дістанемо

$$P^{(i)}(+)= \frac{e_0^6 n_a n_i \sqrt{m_{\parallel}}}{\sqrt{2\pi\theta_i^2} \varepsilon_0^2 c^2 \hbar \omega} \int d\varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{\theta_i}} \int_{q_{\min}^{(+)} }^{q_{\max}^{(+)}} dq^* q^* \int \frac{d\Omega_q \cdot \gamma^2(\vec{q}^*)}{\left\{ q_{\perp}^{*2} + \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} q_{\parallel}^{*2} + \left(\frac{1}{r_D}\right)^2 \right\}^2}. \quad (3.154)$$

Що стосується $P^{(i)}(-)$, то в цьому випадку на відміну від (3.154) інтеграл за ε треба брати від $\hbar\omega$ до ∞ (оскільки випромінювати квант $\hbar\omega$ можуть тільки електрони з енергією $\varepsilon \geq \hbar\omega$). Якщо у виразі для $P^{(i)}(-)$ зробити зсув $\varepsilon \rightarrow \varepsilon - \hbar\omega$, то дістанемо

$$P^{(i)}(-) = -\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) P^{(i)}(+).$$

Останній інтеграл у (3.154) за кутами вектора \vec{q}^* легко обчислити:

$$\begin{aligned} y(q^*) &\equiv \int \frac{d\Omega_q \cdot \gamma^2(\vec{q}^*)}{\left\{q^{*2} + \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} q_{\parallel}^{*2} + \left(\frac{1}{r_D}\right)^2\right\}^2} = \\ &= \frac{\pi}{q^{*2}} \left\{ \left(A_{\perp}^{(0)}\right)^2 B_1(q^*) + 2 \left(A_{\parallel}^{(0)}\right)^2 \frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}} B_2(q^*) \right\} \left(\frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}}\right)^2. \end{aligned} \quad (3.155)$$

У (3.155) введено такі позначення:

$$\begin{aligned} B_1(q^*) &= \frac{1}{b^2} + \frac{1-b^2}{b^3} \operatorname{arctg} \frac{1}{b}; \quad B_2(q^*) = -\frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{1}{b}; \\ b^2 &= \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}} \left(1 + \frac{1}{(q^* r_D)^2}\right). \end{aligned} \quad (3.156)$$

Подвійний інтеграл у (3.154), який залишилося взяти, можна звести до однократного, використавши інтегрування частинами:

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} d\varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{\theta_i}} \int_{q_{\min}^{(-)}}^{q_{\max}^{(+)}} dq^* q^* y(q^*) = \\ &= \theta_i \int_0^{\infty} d\varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{\theta_i}} \left\{ \left[q^* y(q) \right]_{q=q_{\max}^{(+)}} \frac{dq_{\max}^{(+)}}{d\varepsilon} - \left[q^* y(q) \right]_{q=q_{\min}^{(+)}} \frac{dq_{\min}^{(+)}}{d\varepsilon} \right\}. \end{aligned} \quad (3.157)$$

Підставимо тепер (3.157) і (3.155) у (3.154) і введемо безрозмірну змінну $x = \frac{\varepsilon}{\theta_i}$.

Крім того, величини $A_{\perp}^{(0)}$ і $A_{\parallel}^{(0)}$, які входять у (3.159) і записані в головних осях i -го еліпсоїда (долини), запишемо в лабораторній системі координат. Це означає, що

$$\left(A_{\parallel}^{(0)}\right)^2 = (\vec{i}_0 \vec{q}_0)^2 A^{(0)2}; \quad \left(A_{\perp}^{(0)}\right)^2 = A^{(0)2} - (\vec{i}_0 \vec{q}_0)^2 A^{(0)2}. \quad (3.158)$$

У (3.158) \vec{q}_0 — орт, який характеризує поляризацію хвилі. Орт \vec{i}_0 задає напрямок i -ї долини. У результаті описаних дій дістанемо

$$P^{(i)}(+)=\frac{e_0^6 n_a n_i}{4\varepsilon_0^2 c^2 \hbar \omega} \left(\frac{2\pi m_{\parallel}}{\theta_i}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{A^{(0)2}}{(m_{\parallel}-m_{\perp})^2} \int_0^{\infty} dx^{-x} \frac{\left[\Psi_i(q_{\max}(+)) + \Psi_i(q_{\min}(+))\right]}{\sqrt{x\left(x+\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right)}}. \quad (3.159)$$

У (3.159) введемо позначення:

$$\Psi_i(q^*) = B_1(q^*) + (i_0 \bar{q}_0)^2 \left[-B_1(q^*) + 2 \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} B_2(q^*) \right]. \quad (3.160)$$

Величини $q_{\max}(+)$ і $q_{\min}(+)$, що входять у (3.159), у безрозмірних змінних відповідно до (3.153) мають вигляд

$$q_{\max}(+) = \frac{(2m_{\perp}\theta_i)^{\frac{1}{2}}}{\hbar} \left[x^{\frac{1}{2}} + \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)^{\frac{1}{2}} \right];$$

$$q_{\min}(+) = \frac{(2m_{\perp}\theta_i)^{\frac{1}{2}}}{\hbar} \left[-x^{\frac{1}{2}} + \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (3.161)$$

3.9.3. Коефіцієнт поглинання

Раніше ми знайшли енергію, що поглинається і випромінюється за одиницю часу. В експерименті вимірюють коефіцієнт поглинання, який у наших позначеннях має вигляд

$$K = \frac{\sum_i (P^{(i)}(+)) + P^{(i)}(-)}{\prod} = \frac{\sum_i \left(1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) P^{(i)}(+)\right)}{\prod}. \quad (3.162)$$

У (3.162) \prod — електромагнітний потік, що падає на напівпровідник,

$$\prod = \frac{\varepsilon_0^{\frac{1}{2}} \omega^2}{8\pi c} A^{(0)2}. \quad (3.163)$$

Підставляючи (3.163) і (3.159) у (3.162), дістанемо

$$K = \frac{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \varepsilon_0^{\frac{1}{2}} n_{\alpha} m_{\parallel}^{\frac{1}{2}}}{\varepsilon_0^{5/2} c (m_{\parallel} - m_{\perp})^2 \hbar \omega^3} \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{\theta_i}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right) \right) \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \left\{ \Psi_i(q_{\max}(+)) + \Psi_i(q_{\min}(+)) \right\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}}. \quad (3.164)$$

Вираз (3.164) дає загальне значення коефіцієнта поглинання при анізотропному домішковому розсіянні в багатодолинних напівпровідниках. Різні значення заселення долин (n_i) можуть бути як пов'язані з різними значеннями електронних температур у долинах (θ_i), так і зумовлені однонаправленим тиском (який зміщує долини). У термодинамічній рівновазі і за відсутності однонаправленого тиску всі n_i і θ_i рівні між собою. Температури θ_i можуть різнити-

ся внаслідок розігрівання електронів зовнішнім електричним полем, а також у разі поглинання поляризованого світла достатньої інтенсивності. Тобто в багатодолинних напівпровідниках може проявитися поляризаційна залежність поглинання за достатніх інтенсивностей. Якщо n_i і θ_i в різних долинах різні, їх слід знаходити з рівнянь балансу концентрації та енергії.

Загальний вираз для коефіцієнта поглинання (3.164) при домішковому розсіянні можна істотно спростити в класичному $\left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \ll 1\right)$ і квантовому $\left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \gg 1\right)$ випадках. Розглянемо ці випадки.

Область класичного поглинання $\left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \ll 1\right)$. У цьому випадку згідно з (3.161) маємо

$$q_{\max}(+) \approx (2m_{\perp}\theta_i)^{\frac{1}{2}} \frac{2\sqrt{x}}{\hbar}, \quad q_{\min}(+) \approx 0. \quad (3.165)$$

У (3.161) інтегрування ведеться за безрозмірною енергією $x = \frac{\varepsilon}{\theta_i}$, враховуючи, що величина

$$b^2 = \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel} - m_{\perp}} \left(1 + \frac{1}{(q^* r_D)^2}\right) \equiv b_0^2 \left(1 + \frac{1}{(q^* r_D)^2}\right) \quad (3.166)$$

дуже слабо залежить від x , оскільки (як показують оцінки) $(q^* r_D)^2 \gg 1$. Тут значення q^* взято за середніх енергій (тобто при $x \approx 1$).

Із (3.160) і (3.156) видно, що $\Psi_i(q^*)$ може залежати від x тільки завдяки залежності від x величини b^2 . При цьому легко бачити, що при $q^* = q_{\min}(+) \approx 0$ величина $b^2 \rightarrow \infty$, і відповідно до (3.156) і (3.160) отримуємо $\Psi_i(q_{\min}(+)) \approx 0$. Тепер відносно значення $\Psi_i(q_{\max}(+))$. При $q^* = q_{\max}(+)$ величина b^2 практично від x не залежить, оскільки $(q_{\max}(+)r_D)^2 \gg 1$ для всіх $x \sim 1$. Залежність від x стає істотною тільки за малих значень x , для яких $q_{\max}(+)r_D = 1$. Визначимо значення $x = x_{\min}$ із умови $q_{\max}(+)r_D = 1$. Використовуючи (3.165), дістанемо

$$x_{\min} = \frac{1}{8} \frac{\hbar^2}{m_{\perp}\theta_i r_D^2}. \quad (3.167)$$

Завдяки сказаному вище при наближеному обчисленні інтеграла в (3.159) можемо винести за знак інтеграла Ψ_i і обірвати інтегрування за x на значенні $x = x_{\min}$. Отже, маємо $\left(\text{при } \left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \ll 1\right)\right)$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \Psi_i(q_{\max}(+))}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i}\right)}} \approx \Psi_i(\infty) \int_{x_{\min}}^{\infty} \frac{dx}{x} e^{-x}. \quad (3.168)$$

У (3.168) ми поклали $q_{\max}(+) \approx \infty$, що виправдано, як видно з (3.166), при $q_{\max}(+)r_D \gg 1$. Наближення (3.168), як побачимо далі, відповідає відомому ло-

гарифмічному наближенню в описі домішкового розсіяння (так зване наближення Конуелла—Вайскофа).

Згідно з (3.160) і (3.156), маємо

$$\Psi_i(\infty) = \frac{1}{b_0^3} \left[b_0 + (1 - b_0^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right] \sin^2 \varphi_i + 2 \frac{m_{\perp}}{m_{\parallel}} \left[-\frac{1}{1 + b_0^2} + \frac{1}{b_0} \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right] \cos^2 \varphi_i, \quad (3.169)$$

де $\cos \varphi_i \equiv \vec{i}_0 \vec{q}_0$, тобто φ_i — кут між віссю обертання еліпсоїда мас i -ї долини і ортом поляризації хвилі \vec{q}_0 .

Тепер, скориставшись апроксимацією (3.168), отримаємо із загального виразу (3.158) для класичної області простіший вигляд для коефіцієнта поглинання:

$$K = \frac{3\pi^2}{2} \frac{e_0^2}{\varepsilon_0^{1/2}} \frac{1}{c\omega^2} \sum_i n_i \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_i)} \right\}. \quad (3.170)$$

У виразі (3.170) $\tau_{\perp}(\theta_i)$ і $\tau_{\parallel}(\theta_i)$ — відповідні компоненти тензора релаксації при домішковому розсіянні. При цьому

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{\parallel}(\theta_s)} &= \frac{8 e_0^4 (2m_{\parallel})^{1/2}}{3 \varepsilon_0^2 m_{\perp} \theta_i^{3/2}} n_{\alpha} \frac{b_0}{2} \left[b_0 + (1 - b_0^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right] \ln(C_1 x_{\min})^{-1}; \\ \frac{1}{\tau_{\perp}(\theta_s)} &= \frac{8 e_0^4 (2m_{\parallel})^{1/2}}{3 \varepsilon_0^2 m_{\parallel} \theta_i^{3/2}} n_{\alpha} b_0 \left[-b_0 + (1 + b_0^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{b_0} \right] \ln(C_1 x_{\min})^{-1}. \end{aligned} \quad (3.171)$$

Поява у (3.171) $\ln(C_1 x_{\min})^{-1}$ пов'язана з тим, що інтеграл у правій частині (3.168)

$$\int_{x_{\min}}^{\infty} \frac{dx}{x} e^{-x} = \ln(C_1 x_{\min})^{-1} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k k!} (-x_{\min})^k,$$

де $\ln C_1 = 0,577\dots$ — стала Ейлера. Оскільки $x_{\min} \ll 1$, ми обмежилися в (3.171) логарифмічним наближенням.

Компоненти тензора релаксації при домішковому розсіянні пов'язані з компонентами тензора рухливості співвідношеннями

$$\mu_{\perp} = \frac{8 e_0 \tau_{\perp}(\theta_i)}{\sqrt{\pi} m_{\perp}}; \quad \mu_{\parallel} = \frac{8 e_0 \tau_{\parallel}(\theta_i)}{\sqrt{\pi} m_{\parallel}}. \quad (3.172)$$

Область квантового поглинання $\left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \gg 1 \right)$. У цьому випадку із (3.161) дістанемо

$$q_{\max}(+) \approx q_{\min}(+) = \left(\frac{2m_{\perp}}{\hbar} \omega \right)^{1/2} \equiv q_{\omega}. \quad (3.173)$$

Інтеграл (3.164) тепер легко оцінити:

$$\int_0^{\infty} \frac{dx e^{-x} \left\{ \Psi_i(q_{\max}(+)) + \Psi_i(q_{\min}(+)) \right\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}} \approx 2\sqrt{\pi} \Psi_i(q_{\omega}) \left(\frac{\theta_i}{\hbar\omega} \right)^{1/2}. \quad (3.174)$$

З урахуванням того, що $(q_\omega r_D) \gg 1$, можна покласти $\Psi_i(q_\omega) \approx \Psi_i(\infty)$. У результаті з (3.158) у квантовій області ($\hbar\omega \gg \theta_i$) матимемо

$$K = \left(\frac{2\pi}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{5}{2}} \frac{\varepsilon_0^6 n_\alpha m_\parallel^{1/2} \sum n_i \Psi_i(\infty)}{c (m_\parallel - m_\perp)^2 \omega^2 (\hbar\omega)^{3/2}}. \quad (3.175)$$

Вигляд функції $\Psi_i(\infty)$ заданий формулою (52), що виражає явну залежність від кута поляризації φ_i .

Отже, ми дістали простий вираз для коефіцієнта поглинання світла в класичному і квантовому діапазоні частот за домінуючої ролі домішкового (анізотропного) розсіяння.

Для повноти картини наведемо ще вираз для коефіцієнта поглинання у випадку домінуючої ролі акустичного розсіяння. Це дасть можливість порівняти особливості прояву різних механізмів розсіяння в явищі поглинання світла вільними носіями.

Коефіцієнт поглинання у випадку анізотропного акустичного розсіяння отримано у [136]. Перш ніж його наводити, нагадаємо, що компоненти тензора релаксації як функції енергії електронів у напівпровіднику типу n -Ge і n -Si при акустичному розсіянні можна записати у вигляді

$$\tau_x(\varepsilon) = \tau_y(\varepsilon) \equiv \tau_\perp(\varepsilon) = \tau_\perp^{(0)} \left(\frac{\theta_i}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad \tau_\parallel(\varepsilon) = \tau_\parallel^{(0)} \left(\frac{\theta_i}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.176)$$

Загальний вираз для коефіцієнта поглинання в усьому діапазоні частот при анізотропному акустичному розсіянні має вигляд:

$$K = -\frac{16\sqrt{\pi}}{3\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{e_0^2}{c\hbar} \sum_i \frac{n_i \theta_i}{\omega^3} \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}} \right) \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_\perp \tau_\perp(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_\parallel \tau_\parallel(\theta_\parallel)} \right\} \left\{ a_i^3 \frac{d}{da_i} \left(\frac{K_1(a_i)}{a_i} \right) \right\}. \quad (3.177)$$

У (3.177) $a_i = \frac{\hbar\omega}{2\theta_i}$, крім того, у (60) $K_1(a_i)$ — функція Бесселя, яка має асимптотику

$$K_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{at } x \rightarrow 0; \\ \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x} & \text{at } x \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (3.178)$$

Щоб уникнути непорозуміння, звернемо увагу на те, що величина $\tau_{\perp,\parallel}^{(0)}$ у (3.176) відрізняється від $\tau_{\perp,\parallel}^{(0)}$ в роботі [136] на фактор $\left(\frac{\theta_i}{\theta} \right)^{1/2} \tau_{\perp,\parallel}^{(0)}$, а $\tau_{\perp,\parallel}(\theta) = \tau_{\perp,\parallel}^{(0)}$. У цій роботі температуру ґратки θ взагалі не вводимо. Всюди фігурують температури електронів θ_i , що можуть як збігатися з температурою ґратки, так і не збігатися.

Із загальної формули (3.177) з використанням асимптотик (3.178) отримаємо коефіцієнт поглинання в класичному і квантовому діапазонах частот.

Отже, в класичному діапазоні ($\hbar\omega \ll \theta_i$) маємо

$$K = \frac{32\sqrt{\pi}}{3} \frac{e_0^2}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{1}{c\omega^2} \sum_i n_i \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_{\parallel})} \right\}. \quad (3.179)$$

Відповідно, у квантовому діапазоні частот ($\hbar\omega \gg \theta_i$) дістанемо

$$K = \frac{4\pi}{3} \frac{e_0^2}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{1}{c\omega^2} \sum_i n_i \left(\frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)^{1/2} \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_{\parallel})} \right\}. \quad (3.180)$$

Порівнюючи між собою формули (3.170) і (3.179), бачимо, що в класичному діапазоні частот коефіцієнт поглинання світла залежить однаково від компонент тензора часів релаксації і компонент тензора мас як при домішковому, так і при акустичному розсіянні. Відрізняються тільки числові коефіцієнти, що зумовлено різною енергетичною залежністю часів релаксації при домішковому і акустичному розсіяннях.

Інша ситуація виникає, як видно з порівняння (3.175) і (3.180), у квантовій області. Причина цих відмінностей полягає в тому, що потенціал домішкового розсіяння (3.135) при $\omega \rightarrow 0$ мав би сингулярність за відсутності екранування (тобто формально при $r_D \rightarrow \infty$). Тому в класичній області необхідно враховувати ефект екранування зарядженої домішки. У квантовій області частот екранування неістотне. Для акустичного розсіяння, на відміну від (3.172), маємо

$$\mu_{\alpha} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{e\tau_{\alpha}(\theta_i)}{m_{\alpha}}. \quad (3.181)$$

3.9.4. Поляризаційні ефекти при випромінюванні світла вільними носіями

Якщо електронний газ розігріти (наприклад, пропускаючи струм), то спостерігатиметься ефект, зворотний поглинанню Друде, тобто вільні носії випромінюватимуть світло. У випадку анізотропного закону дисперсії вільних носіїв можуть виникати поляризаційні залежності. Такі поляризаційні ефекти реалізуються у разі неоднакового нагрівання або за однакового нагрівання, але неоднакового заселення долин.

Спонтанне випромінювання гарячих електронів, яке нас цікавить, можна отримати, використавши виведений раніше вираз для індукованого полем випромінювання. Для цього потрібно спершу нормувати вектор-потенціал ($\vec{A}^{(0)}$) так, щоб у об'ємі V містилося N_{ph} фотонів, тобто використати умову

$$\frac{1}{V} N_{ph} \hbar\omega = \frac{E^2}{4\pi} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 A^{(0)^2}. \quad (3.182)$$

Звідси

$$A^{(0)} = 2c \left(\frac{2\pi\hbar}{V\omega} N_{ph} \right)^{1/2}. \quad (3.183)$$

Потім підставимо вираз (3.182) у формулу для $P^{(i)}(-)$, поклавши поперечно $N_{ph} = 1$. І, нарешті, домноживши отриманий вираз на густину кінцевих станів поля в одиничному інтервалі частот і тілесному куті $d\Omega$, дістанемо

$$d\rho(\omega) = \frac{V}{(2\pi c)^3} \omega^2 d\Omega. \quad (3.184)$$

У результаті вказаних процедур із $P^{(i)}(-)$ у випадку домішкового розсіяння для випромінювання електронів усіх долин у тілесний кут $d\Omega$ матимемо вираз

$$W^{(-)} = \frac{e_0^6 n_\alpha \sqrt{m_\parallel} d\Omega}{(2\pi)^{3/2} \varepsilon_0^2 c^3 (m_\parallel - m_\perp)^2} \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{\theta_i}} e^{-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}} \int_0^\infty dx e^{-x} \frac{\{\Psi_i(q_{\max}) + \Psi_i(q_{\min})\}}{\sqrt{x \left(x + \frac{\hbar\omega}{\theta_i} \right)}}. \quad (3.185)$$

Вираз (3.185) дає інтенсивність випромінювання з одиничного об'єму, в якому міститься $\sum_i n_i$ електронів. Щоб отримати випромінювання довільного об'єму V , треба домножити вираз (3.185) на V . Зауважимо, що знаки у виразах $P^{(i)}(+)$ і $P^{(i)}(-)$ різні, оскільки $P^{(i)}(+)$ описує надходження енергії в електронну підсистему (тобто поглинання), а $P^{(i)}(-)$ — її відведення. У (3.185) беремо інтенсивність випромінювання за абсолютною величиною.

Із загального виразу (3.185) можна, як і у випадку поглинання, отримати прості вирази для граничних випадків класичного і квантового діапазонів частот.

Для випадку класичного діапазону ($\hbar\omega \ll \theta_i$) маємо

$$W^{(-)} = \frac{e_0^6 n_\alpha \sqrt{m_\parallel}}{(2\pi)^{3/2} \varepsilon_0^2 c^3 (m_\parallel - m_\perp)^2} \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{\theta_i}} \Psi_i(\infty) \ln(C_1 x_{\min})^{-1} d\Omega. \quad (3.186)$$

І, відповідно, у діапазоні квантових частот ($\hbar\omega \gg \theta_i$) дістанемо

$$W^{(-)} = \frac{e_0^6 n_\alpha \sqrt{m_\parallel}}{\sqrt{2\pi} \varepsilon_0^2 c^3 (m_\parallel - m_\perp)^2} \frac{1}{\sqrt{\hbar\omega}} \sum_i n_i \Psi_i(\infty) e^{-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}} d\Omega. \quad (3.187)$$

Якщо використати явний вираз для $\Psi_i(\infty)$ згідно з (3.169) і вирази для компонент тензора релаксації при домішковому розсіянні відповідно до (3.171), то формулі (3.186) можна надати вигляду

$$W^{(-)} = \frac{3e_0^2}{16\pi^{3/2} c^3} \sum_i n_i \theta_i \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_\perp \tau_\perp(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_\parallel \tau_\parallel(\theta_i)} \right\} d\Omega. \quad (3.188)$$

Наявність у (3.186) множника $\ln(C_1 x_{\min})^{-1}$ пов'язана з ефектом екранування кулонівського потенціалу домішки. У квантовому діапазоні частот ефект екранування неістотний, тому в (3.187) цього множника немає і формула (3.187) не виражається через компоненти тензора релаксації подібно до (3.188).

В умовах домінування акустичного розсіяння енергія, що випромінюється електронами всіх долин за одиницю часу в тілесний кут $d\Omega$, дорівнює [136]

$$W^{(-)} = \frac{-2e_0^2}{3\pi^{5/2}c^3} \sum_i n_i \theta_i e^{-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}} \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_{\parallel})} \right\} a_i^3 e^{\alpha_i} \frac{d}{d\alpha_i} \left(\frac{K_i(\alpha_i)}{a_i} \right) d\Omega. \quad (3.189)$$

Звідси для класичного діапазону частот ($\hbar\omega \ll \theta_i$) дістанемо

$$W^{(-)} = \frac{4e_0^2}{3\pi^{5/2}c^3} \sum_i n_i \theta_i \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_{\parallel})} \right\} d\Omega. \quad (3.190)$$

Також простий вираз для інтенсивності випромінювання отримаємо з (3.189) і для квантового діапазону частот ($\hbar\omega \ll \theta_i$):

$$W^{(-)} = \frac{e_0^2}{6\pi c^3} \sum_i \frac{n_i}{\sqrt{\theta_i}} (\hbar\omega)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\hbar\omega}{\theta_i}} \left\{ \frac{\sin^2 \varphi_i}{m_{\perp} \tau_{\perp}(\theta_i)} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{m_{\parallel} \tau_{\parallel}(\theta_{\parallel})} \right\} d\Omega. \quad (3.191)$$

Із (3.190) видно, що інтенсивність випромінювання не залежить від частоти випромінюваного світла в класичному діапазоні частот і експоненціально спадає в області квантових частот. Нагадаємо, що у формулах (3.189)—(3.191) τ_{\perp} і τ_{\parallel} — компоненти акустичного тензора релаксації, які задані формулою (3.176).

Порівнюючи формули (3.188) і (3.190), побачимо, що залежність від параметрів однакова. Різні тільки числові коефіцієнти, що зумовлено різною залежністю компонент тензора часу релаксації від енергії електрона при домішковому і акустичному розсіянні.

ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНІ ПЕРІОДИЧНІ ПОВЕРХНІВІ СТРУКТУРИ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ

Одним із найцікавіших як з теоретичної, так і з практичної точок зору ефектів, що спостерігаються у твердих тілах, зокрема і в напівпровідниках, які знаходяться в полі інтенсивного лазерного випромінювання, є утворення на їх поверхні періодичних поверхневих структур різної форми та природи.

Уперше такі структури спостерігалися понад 30 років тому при опроміненні напівпровідників Ge та Si імпульсним випромінюванням рубінового лазера [27]. Згодом такі структури спостерігалися не лише у напівпровідниках, а й у металах (Ni, Cu, Pb, Al, сталь, латунь тощо) та діелектриках (NaCl, плавленому та кристалічному кварці тощо). Завдяки інтенсивним експериментальним і теоретичним дослідженням, що проводяться в цьому напрямі, нині склалася така фізична картина генерації періодичних поверхневих структур [27—30].

1. Процес утворення періодичної структури на поверхні твердого тіла починається з виникнення періодично модульованого інтерференційного світлового поля в просторі поблизу поверхні або на самій поверхні. Причина його появи — інтерференція падаючої світлової хвилі з хвилею, розсіяною неоднорідною поверхнею (при цьому випадкові неоднорідності рельєфу поверхні можуть мати як статичний, так і динамічний характер).

2. У періодично промодульованому за інтенсивністю світловому полі відбувається просторово неоднорідне нагрівання поверхні. При цьому розподіл температури вздовж поверхні, очевидно, корелює з розподілом інтенсивності світлового поля.

3. Неоднорідне нагрівання поверхні зумовлює неоднорідне плавлення, а потім і випаровування та абляцію речовини. Тобто інтерференційний рельєф «запам'ятовується», фіксується на поверхні.

Проте до останнього часу вивчалися переважно лазер-індуковані поверхневі просторово-періодичні поверхневі структури (ЛППС), що створювалися за допомогою інтерференційного світлового поля, утвореного інтерференцією падаючої світлової хвилі з хвилею, розсіяною неоднорідною поверхнею. Вивчення

ЛППС, утворених безпосереднім накладенням на поверхню твердого тіла інтерференційної картини, яка з'являється внаслідок інтерференції кількох (не менше двох) лазерних пучків, почалося лише кілька років тому [31—37]. Такі ЛППС уже знайшли практичне використання в металургії [33], біології, технології напівпровідникового виробництва тощо [36—52]. ЛППС можуть виникати також при опроміненні оптично полірованої поверхні напівпровідника та плоских полімерних структур серією ультракоротких (фемтосекундних) лазерних імпульсів. Крім того, в кремнії під дією фемтосекундного імпульсного лазерного випромінювання формуються також просторово-періодичні структури показника заломлення [52].

Цей розділ присвячений вивченню ЛППС, створених за допомогою інтерференційної картини від кількох лазерних пучків, яка безпосередньо накладається на поверхню твердого тіла. В ньому розглянуто теплові ефекти, зумовлені впливом інтенсивного лазерного випромінювання (однота двовимірної інтерференційної картини) на конденсоване середовище; проведено дослідження механізму утворення поверхневих наноострівців міді при лазерному опроміненні поверхні термоелектричних напівпровідників типу Cu_2Se .

4.1. Утворення інтерференційного поля при інтерференції падаючої та розсіяної світлових (лазерних) хвиль

Спочатку впевнімося в тому, що інтерференція плоских падаючої та дзеркально відбитої від ідеально рівної поверхні хвиль не може спричинити появу періодично промодульованої інтенсивності інтерференційного поля. Відповідно до рис. 4.1, для полів падаючої (i) і відбитої (r) хвиль можна записати

$$E_i = \frac{1}{2} E_{i0} \exp\{-i(k_x x - k_z z)\} + \text{к. с.}, \quad E_r = \frac{1}{2} E_{r0} \exp\{-i(k_x x + k_z z)\} + \text{к. с.} \quad (4.1)$$

При цьому слід зазначити, що у падаючої та відбитої хвиль однакові тангенціальні компоненти хвильового вектора ($k_{ix} = k_{rx} = k_x$). При $z = 0$ з (4.1) маємо

$$E_i = \frac{1}{2} E_{i0} \exp\{-i(k_x x)\} + \text{к. с.}, \quad E_r = \frac{1}{2} E_{r0} \exp\{-i(k_x x)\} + \text{к. с.} \quad (4.2)$$

Тепер з (4.2) для сумарної інтенсивності дістанемо

$$|E|^2 = |E_i + E_r|^2 = |E_i|^2 + |E_r|^2 + 2 \operatorname{Re}(E_i \cdot E_r^*) = \text{const.} \quad (4.3)$$

З (4.3) випливає, що сумарне (інтерференційне) поле не є модульованим. Воно набуває періодичної структури лише тоді, коли відбита хвиля має відмінну від падаючої хвилі тангенціальну складову хвильового вектора. Така ситуація стає можливою, якщо світло відбивається від хоча б трішки шорсткої поверхні. У цьому випадку у відбитому світлі з'являються не лише дзеркальні

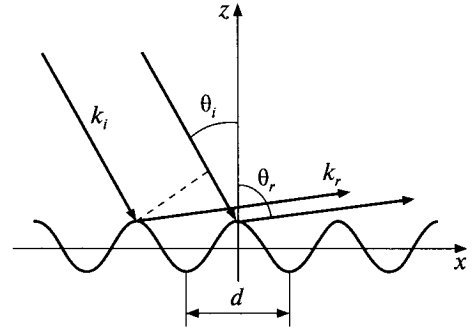
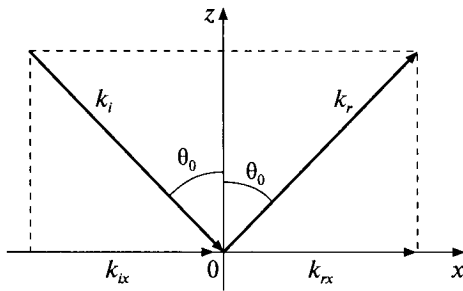


Рис. 4.1. Геометрія взаємодії падаючих і відбитих світлових хвиль при формуванні поверхневих періодичних структур; відбивання від гладкої поверхні [28]

Рис. 4.2. Геометрія взаємодії падаючих і відбитих світлових хвиль при формуванні поверхневих періодичних структур; дифракція на синусоїдальній ґратці [28]

компоненти відбитої хвилі, а й компоненти, що виникли внаслідок дифракції на різних фур'є-складових спектра шорсткості.

Для аналізу ситуації, що виникає при відбиванні світла від шорсткої поверхні, звернімося до рис. 4.2. Обмежимося найпростішим випадком, коли шорсткість поверхні є періодичною (з періодом, що дорівнює d), і розглянемо процес відбивання світлової хвилі від синусоїдальної дифракційної ґратки, що в цьому випадку модулює шорстку поверхню.

Отже, просторовий рельєф поверхні задамо таким рівнянням [28]:

$$\xi(x) = \xi_0 \cos qx, \quad (4.4)$$

де $q = \frac{2\pi}{d}$ — хвильове число періодичної структури.

Кут θ , який задає напрямок на дифракційний максимум, визначається з умови

$$\Delta = \pm m\lambda, \quad (4.5)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$ — порядок дифракції, Δ — різниця ходу сусідніх інтерференційних променів. З рис. 4.1 маємо

$$\Delta = d(\sin \theta_i - \sin \theta_r). \quad (4.6)$$

З (4.6) з урахуванням (4.5) дістанемо:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\sin \theta_i - \sin \theta_r) = \pm \frac{2\pi}{d}. \quad (4.7)$$

Якщо ввести $k_{i,r} = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число падаючої та відбитої хвиль — і тангенціальні компоненти хвильових векторів падаючої та дифрагрованої хвиль $k_{ix} = k \sin \theta_i$, $k_{iz} = k \sin \theta_r$, то співвідношення (4.7) набуде вигляду співвідношення Брегга:

$$k_{rx} = k_{ix} \pm q. \quad (4.8)$$

Зауважимо, що формула (4.8) зберігає свій вигляд і тоді, коли падіння хвилі на дифракційну ґратку відбувається в будь-якому напрямку відносно напрямку штрихів. У цьому випадку, як неважко впевнитися з наведених вище

розрахунків, інтерференційне поле падаючої та дифрагрованої світлових хвиль поблизу поверхні уже матиме періодично промодульовану складову [28]:

$$|E|^2 = |E_i + E_r|^2 = |E_i|^2 + |E_r|^2 + 2|E_{0i}| \cdot |E_{r0}^\pm| \cos \alpha^\pm \cos(qx + \phi^\pm). \quad (4.9)$$

У (4.9) введено такі позначення: ϕ^\pm — фазовий зсув у коливаннях хвиль; α^\pm — кут між вектором поляризації падаючої та дифрагрованої хвиль. Вважається, що, як і раніше, вектор q напрямлений уздовж осі OX . З (4.9) випливає, що при накладанні падаючої та дифрагрованої на періодичній шорсткій поверхні світлових хвиль на поверхні твердого тіла утворюється інтерференційна картина з періодом d , що дорівнює періоду шорсткої структури.

Подальша доля початкового шорсткого рельєфу на поверхні поглинального матеріалу в полі достатньо інтенсивного лазерного випромінювання значною мірою залежить від фазового зсуву ϕ^\pm . Якщо він такий, що максимуми інтенсивності інтерференційної картини (і, відповідно, максимуми температурної ґратки, яку вона створює) припадають на заглибини рельєфу ґратки, то з плином часу розплав, що тут утворюється, та наступне винесення речовини поглиблює первинний рельєф і спричинює підсилення дифракційної компоненти і, відповідно, подальший розвиток нестійкості поверхні. Навпаки, якщо величина ϕ^\pm така, що максимуми інтенсивності інтерференційної картини потрапляють на підвищення рельєфу, то розплавлення і випаровування речовини ґратки призводять до вирівнювання первинного рельєфу.

Будь-яку реальну шорстку поверхню можна подати у вигляді набору синусоїдальних ґраток з випадково орієнтованими штрихами, випадковими періодами та амплітудами рельєфу, тобто розкласти в просторовий спектр Фур'є. Тоді розсіювання падаючої світлової хвилі на шорстких поверхнях можна розглядати як дифракцію на різних фур'є-компонентах спектра шорсткості — щоразу точнісінько так, як у вже розглянутому нами випадку. Важливо підкреслити, що усі можливі випадкові ґратки на поверхні не рівнозначні — серед них є фізично виділені, на яких переважно й відбувається дифракція падаючої хвилі, а завдяки інтерференції падаючої і світлової хвилі, що дифрагує на цих ґратках, з наступними тепловими процесами саме ці ґратки починають «проявлятися» у вигляді макроскопічного рельєфу.

4.2. Лазер-індуковані періодичні структури на металевій поверхні

Взаємодія лазерного (електромагнітного) випромінювання з металеву поверхню має свої особливості. У цьому випадку головну роль відіграють резонанси дифрагованих хвиль з поверхневими електромагнітними хвилями (ПЕХ). Уперше такі аномалії в інтенсивності дифрагованих на металевих відбиваючих ґратках світлових хвилях, пов'язаних зі збудженням ПЕХ, спостерігав у 1902 р. Р. Вуд [28]. Це так звані аномалії Вуда, роль яких уперше пояснив Релей. Аномалії Вуда полягають у наявності вузького провалу в кутовій залежності інтенсивності дифрагрованої хвилі, зумовленої збудженням

ПЕХ у металі, з якого виготовлено ґратку. Необхідною умовою виникнення ПЕХ на межі поділу вакуум—середовище, як це впливає з рівнянь Максвелла, є нерівність [28]

$$\operatorname{Re} \varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) < -1,$$

де $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ — комплексна діелектрична проникність матеріалу. В металах ця умова виконується для широкої ділянки електромагнітного спектра, яка охоплює частину або весь видимий діапазон та значну частину інфрачервоного спектра.

Для аналізу поверхневих хвиль розглянемо класичну модель, у якій фігурують два півнескінченних середовища з локальними (частотозалежними) діелектричними функціями $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\omega)$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega)$, які розділяє площина $z = 0$. Для того щоб хвилі поширювалися вздовж ідеальної поверхні, необхідно, щоб компонента електричного поля була нормальною до поверхні. Тому s -поляризовані поверхневі коливання (коли вектор електричного поля \mathbf{E} паралельний поверхні) насправді не існують. Вкажемо умови, за яких хвиля з магнітним вектором \mathbf{H} , паралельним поверхні (p -поляризована хвиля), може поширюватися вздовж поверхні $z = 0$. Вибираючи вісь x уздовж напрямку поширення, запишемо компоненти поля, яке затухає при віддаленні від поверхні поділу, у вигляді [28]

$$E_i = (E_{ix}, 0, E_{iz})e^{-k_i|z|}e^{i(q_i x - \omega t)}; \quad H_i = (0, E_{ix}, 0)e^{-k_i|z|}e^{i(q_i x - \omega t)},$$

де q_i — модуль хвильового вектора, паралельного поверхні, а символ модуля в показнику експоненти вказує, що хвиля може поширюватися в обидва боки від площини. Для такого зображення розв'язків з рівнянь Максвелла знаходимо

$$ik_1 H_{1y} = \frac{\omega}{c} \varepsilon_1 E_{1x}; \quad ik_2 H_{2y} = -\frac{\omega}{c} \varepsilon_2 E_{2x} \quad \text{і} \quad k_i = \sqrt{q_i^2 - \varepsilon_i \frac{\omega^2}{c^2}}.$$

Граничні умови в цьому випадку полягають у неперервності на поверхні поділу компонент електричного і магнітного векторів, які паралельні поверхні. Підстановка зображення поля у відповідні рівності приводить до однорідної системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь, а вимога існування нетривіальних розв'язків їх дає умову виникнення поверхневого плазмона (поверхневої хвилі) [28]:

$$\frac{\varepsilon_1}{k_1} + \frac{\varepsilon_2}{k_2} = 0.$$

З граничних умов також впливає неперервність двовимірного вектора q і рівності $q_1 = q_2 = q$. Тоді умову виникнення поверхневого плазмона можна записати так:

$$q(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}, \quad (4.10)$$

де $q(\omega)$ — модуль хвильового вектора світлової хвилі.

Для поверхні, що розділяє метал і діелектрик з діелектричною проникністю ε_2 , розв'язок останнього рівняння $\omega(q)$ має нахил $c/\sqrt{\varepsilon_2}$ у точці $q = 0$ і є монотонно зростаючою функцією q , яка завжди менша, ніж $cq/\sqrt{\varepsilon_2}$, як це показано на рис. 4.3.

На рис. 4.3 показано розв'язки рівняння (4.10) при $\omega_p = 15$ еВ: дисперсія світла у твердому тілі (верхня крива) і крива поверхневого плазмона-поляритона (нижня лінія); в області, де $q < \omega_p/c$, дисперсійна крива наближається до лінії світла; для коротких хвиль, коли $q \gg \omega_p/c$, лінія поверхневого плазмона-поляритона асимптотично прямує до частоти поверхневого плазмона $\omega_s = \omega_p / \sqrt{2}$.

Для великих значень q ця функція асимптотично прямує до розв'язку рівняння

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0.$$

Це є умовою виникнення поверхневого плазмона, якщо фазова швидкість ω/q набагато менша від швидкості світла (електростатичне наближення).

Розглянемо випадок, коли метал знаходиться у вакуумі і відповідно $\varepsilon_2 = 1$. Прийемо для металу модель Друде [84, 111]

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)},$$

де ω_p — плазмова частота електронів, а η — їх затухання. Тоді матимемо таке дисперсійне співвідношення:

$$q(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{2\omega^2 - \omega_p^2}}. \quad (4.11)$$

Поверхневий плазмон-поляритон визначається за рівнянням [80, 107]

$$\omega^2(q) = \omega_p^2 / 2 + c^2 q^2 - \sqrt{\omega_p^4 / 4 + c^4 q^4}, \quad (4.12)$$

яке в області ($q < \omega_p/c$) разом з вільним електромагнітним полем за умови справдження сильної нерівності $q \gg \omega_p/c$ дає класичну частоту поверхневого плазмона $\omega_s = \omega_p / \sqrt{2}$ (див. рис. 4.3).

Слід зауважити, що хвильовий вектор \vec{q} , який входить до дисперсійного рівняння, є двовимірним хвильовим вектором у площині поверхні. Відповідно, якщо світло падає на поверхню в довільному напрямку, лінія дисперсії зовнішнього випромінювання буде завжди розміщена десь між лінією світла cq і вертикальною лінією i , отже не перетинає лінію поверхневого плазмона-поляритона, тобто світло, яке падає на ідеальну поверхню, не може збуджувати поверхневі плаزمони. Все ж є два механізми, що дають можливість зовнішньому випромінюванню діяти разом з поверхневими плазмон-поляритонами, — поверхнева шорсткість або поверхневі ґратки.

Дисперсійне рівняння для ПЕХ має вигляд [84]

$$q_{nex} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{|\varepsilon'(\omega)|}{|\varepsilon'(\omega) - 1|}}. \quad (4.13)$$

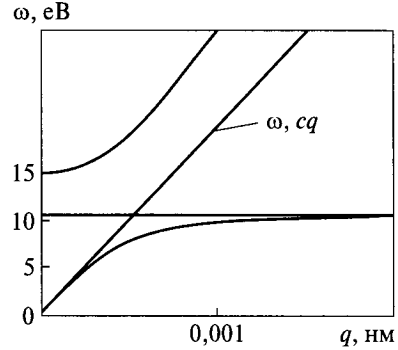


Рис. 4.3. Розв'язок рівняння (4.10) [28]

Оскільки $q_{nex} \geq \frac{\omega}{c} = k$ — хвильового вектора світлової хвилі у вакуумі, то світлові хвилі, які падають з вакууму (а також з будь-якого іншого діелектричного середовища з нормальною дисперсією) на гладеньку металеву поверхню, не можуть резонансно збуджувати ПЕХ. Проте ПЕХ можуть збуджуватися в матеріалі з гофрованою поверхнею внаслідок резонансу з дифрагованою світловою хвилею за певних кутів падіння на таку відбивну поверхню. Дійсно, за певних кутів падіння q_{i0} тангенціальна складова хвильового вектора дифрагованої компоненти, що поширюється вздовж металеві поверхні, виявляється такою, що дорівнює q_{nex} . Для колінеарної геометрії ($q_{iz} \parallel q$) умова резонансу Вуда має вигляд [28]

$$k_{it}^o \pm q = \pm q_{zSE} = \pm \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{|\varepsilon'(\omega)|}{|\varepsilon'(\omega) - 1|}} \quad (4.14)$$

або, беручи до уваги, що $k_{it}^o = k \sin \theta_{i0} = (2\pi / \lambda) \sin \theta_{i0}$,

$$\sin \theta_{i0} \pm \left(\sqrt{\frac{|\varepsilon'(\omega)|}{|\varepsilon'(\omega) - 1|}} - \frac{q}{k} \right) = \pm \left(\sqrt{\frac{|\varepsilon'(\omega)|}{|\varepsilon'(\omega) - 1|}} - \frac{\lambda}{d} \right). \quad (4.15)$$

За такого значення кута падіння падаюча хвиля резонансно збуджує в матеріалі ПЕХ, передаючи їй частину своєї енергії, що й реєструється у вигляді провалу в кутовій залежності інтенсивності дифрагованої хвилі. Поляризація падаючої хвилі має бути такою, щоб спостерігалася ненульова проекція поля хвилі на хвильовий вектор ґратки, оскільки ПЕХ поздовжньо поляризовані.

У випадку, який нас цікавить, лазер-індукована наведена періодична структура на шорсткій металевій поверхні за будь-якого значення кута падіння лазерного пучка на поверхню знайдеться фур'є-компонента шорсткості, яка саме для цього значення кута θ_i має резонансний період d_o . Із співвідношення (4.15) знаходимо цю умову:

$$d_o = \frac{2\pi}{q_o} = \lambda \left| \sqrt{\frac{|\varepsilon'(\omega)|}{|\varepsilon'(\omega) - 1|}} \pm \sin \theta_i \right|^{-1}. \quad (4.16)$$

Оскільки для багатьох металів у видимому та ближньому ІЧ-діапазонах $|\varepsilon'| \geq 1$, ця нерівність приблизно еквівалентна такій:

$$d_o \approx \lambda / (1 \pm \sin \theta_i).$$

Лазер-індукована генерація поверхневих ґраток саме такого типу (їх прийнято називати «нормальними») дійсно спостерігається в експериментах за опромінення металевих поверхонь потужними лазерними пучкам [145, 146]. Слід зазначити, що орієнтація штрихів утворюваної ґратки виявляється перпендикулярною до вектора поляризації падаючої світлової хвилі.

Резонанси локального поля виникають також і поблизу шорстких поверхонь діелектриків та напівпровідників; їх поява, проте, не пов'язана зі збудженням ПЕХ, а зумовлена іншими причинами. Зокрема, у разі твердих діелектриків можливий резонанс з біжучими поверхневими акустичними хвилями (ПАХ). У розплавлених діелектриках та напівпровідниках досить ефек-

тивними виявляються резонанси з капілярними хвилями (КХ) на поверхні розплаву. Закон дисперсії КХ має вигляд [28]

$$q_{\text{КХ}} = (\rho\Omega^2 / \sigma)^{\frac{1}{3}},$$

де σ — поверхневий натяг, Ω — частота КХ, ρ — густина. Для розплаву Ge з $\sigma = 6 \cdot 10^2$ г/см², $\rho = 5$ г/см³ при лазерному збудженні КХ з $q_{\text{КХ}} \sim k = 2\pi/\lambda \sim 6 \cdot 10^4$ см⁻¹ одержуємо, що частота КХ, які при цьому збуджуються, становить $\Omega \sim 10^8$ с⁻¹, а швидкість поширення $v = \Omega/q \sim 10^3$ см/с.

4.3. Лазер-індуковані поверхневі структури, створені за допомогою інтерференційної картини від кількох лазерних пучків

Останнім часом для створення лазер-індукованих поверхневих структур використовують інтерференційну картину, яка створюється інтерференцією двох або кількох лазерних пучків [31—37, 142—152]. Оскільки це питання важливе як із суто наукової, так і з практичної точок зору, зупинимося на ньому докладніше. На практиці система пучків, що інтерферують, може бути утворена одним джерелом за допомогою подільника світла і відповідної системи дзеркал або шілін, а також і системою (ґраткою) кількох однакових лазерів (схематично зображено на рис. 4.4).

Спочатку розглянемо першу схему, коли дифракційна картина утворюється одним джерелом. Вважаємо, що точкове джерело світла настільки віддалене від спостерігача, що його хвильовий фронт можна подати у вигляді плоскої біжучої електромагнітної хвилі

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \phi_0), \quad (4.17)$$

де ω — частота; \vec{k} — хвильовий вектор; ϕ_0 — початкова фаза. Вважатимемо також, що джерело світла є монохроматичним, тобто випромінює світло лише однієї частоти ω . Якщо розділити випромінювання від такого джерела на два пучки (наприклад, поставити на його шляху дві близько розташовані шілини або використати світлоподільних з напівпрозорих дзеркал) і потім звести ці два пучки під кутом 2θ один до одного, то результуюча картина інтенсивності буде промодульована в просторі за періодичним законом. У місцях, де різниця фаз двох променів кратна 2π , амплітуди напруженостей електричного поля обох пучків складатимуться, тобто світлові коливання підсилюватимуть одне одного, і ми побачимо відносно яскраві смуги світла.

Тепер коротко спинимося на математичному описі явища інтерференції хвиль. Вважаючи, що кожна з хвиль, які інтерферують, описується виразом (4.17), для сумарного поля, яке створюється при їх складанні, дістанемо такий вираз:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_1 \sin(\omega t - \vec{k}_1\vec{r} + \phi_1^0) + \vec{E}_2 \sin(\omega t - \vec{k}_2\vec{r} + \phi_2^0) + \dots = \\ &= \sum_i \vec{E}_i \sin(\omega t - \vec{k}_i\vec{r} + \phi_i^0). \end{aligned} \quad (4.18)$$

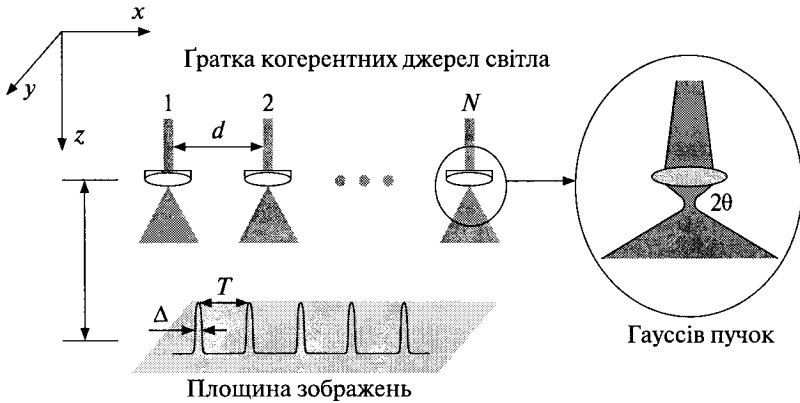


Рис. 4.4. Схема системи N лазерів при використанні ґратки когерентних джерел для створення інтерференційної картини; на вставці: збільшення кута розходження пучка 2θ з використанням додаткової лінзи [44]

Використовуючи (4.18), знайдемо сумарну інтенсивність світла від двох пучків:

$$J = \frac{cn}{4\pi} \langle E^2 \rangle = J_0 \left\{ 1 + \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}} \cos \left[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{r} + \varphi_2^0 - \varphi_1^0 \right] \right\}, \quad (4.19)$$

де $J_0 = \frac{cn}{8\pi} (E_1^2 + E_2^2)$ — сумарна інтенсивність двох хвиль, $J_{\max} = \frac{cn}{8\pi} (E_1 + E_2)^2$, $J_{\min} = \frac{cn}{8\pi} (E_1 - E_2)^2$, а дужка $\langle \rangle$ означає усереднення за часом, набагато більшим ніж ω^{-1} .

Відстань L між сусідніми смугами з максимальною інтенсивністю (період інтерференційної картини), відповідно до (4.19), визначається з умови

$$(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{L} = 2\pi. \quad (4.20)$$

Для двох пучків, що сходяться під кутом 2θ , з (4.20) знаходимо

$$L = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}. \quad (4.21)$$

Тепер проведемо розрахунок інтерференційної картини на площині (x, y) . Замість (4.18) запишемо аналогічний вираз для сумарної напруженості електричного поля, що утворюється на площині (x, y) в результаті складання плоских хвиль [151]:

$$E(x, y) = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n E_i^0 \exp\{-ik \sin \alpha_i (x \cos \beta_i - y \sin \beta_i)\}, \quad (4.22)$$

де α_i — кут між хвильовим вектором i -го пучка та нормаллю до площини, β_i — кут між проекцією хвильового вектора i -го пучка на площину (x, y) та проекцією на цю площину $(i + 1)$ -го пучка, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильовий вектор, λ — довжина хвилі лазерного випромінювання.

При двопучковій інтерференції ($i = 2$) отримуємо одновимірну лінійну інтерференційну картину. Дійсно, вважаючи, що

$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = \pi, \quad (4.23)$$

для інтенсивності інтерференційної картини дістанемо

$$J = |E_0|^2 = 4E_0^2 \cos(kx \sin \alpha). \quad (4.24)$$

Для трипучкової інтерференції ($i = 3$) з (4.22) та (4.23), поклавши

$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha, \quad \beta_1 = 0, \quad \beta_2 = \frac{2\pi}{3}, \quad \beta_3 = -\frac{2\pi}{3}, \quad (4.25)$$

матимемо для інтенсивності інтерференційної картини

$$I = E_0^2 \left[\left(-\cos(kx \sin \alpha) - \cos \left(k \sin \alpha \left(\frac{-x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) - \cos \left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \right)^2 + \left(-\sin(kx \sin \alpha) + \sin \left(k \sin \alpha \left(\frac{-x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) - \sin \left(k \sin \alpha \left(-\frac{x}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) \right)^2 \right]. \quad (4.26)$$

Графічну інтерпретацію формули (4.26) наведено на рис. 4.5 для випадку, коли інтенсивність лазерних променів є як однорідною, так і неоднорідною величиною. При цьому напруженості електричного поля неоднорідних пучків, що інтерферують, пов'язані співвідношенням

$$E_{01} = E_{02} = E_0, \quad E_{03} = \frac{1}{2} E_0. \quad (4.27)$$

Наведені вище теоретичні розрахунки підтверджуються експериментальними результатами [33]. Зокрема, експериментально одержану при інтерфе-

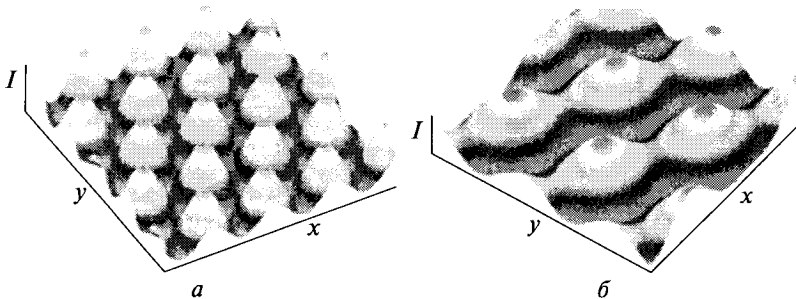


Рис. 4.5. Теоретично розрахована інтерференційна картина від трьох пучків: а — пучки однакової інтенсивності; б — пучки різної інтенсивності

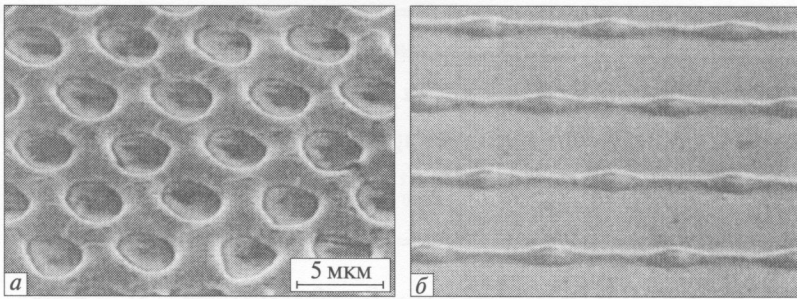


Рис. 4.6. Експериментальна періодична структура на поверхні, створена інтерференційною картиною від трьох пучків: *a* — Cu(30)/Al(60); *б* — Fe(30)/Al(120) [33]

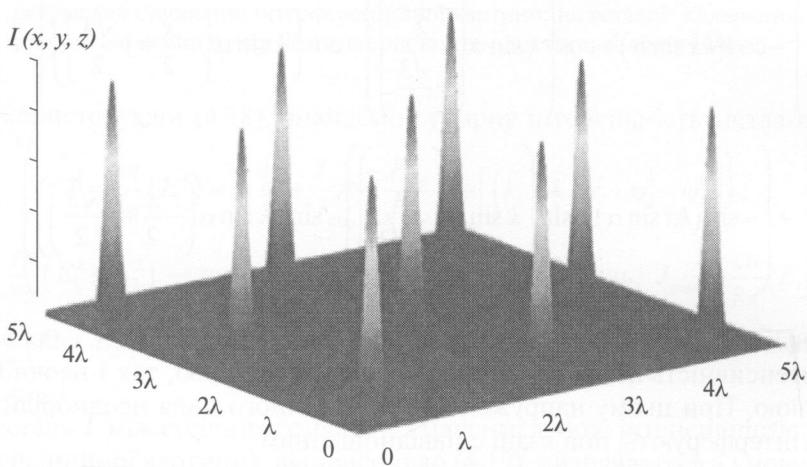


Рис. 4.7. Розрахована двовимірна дифракційна картина, сформована двовимірною системою 13×13 лазерів [152]

ренції трьох пучків періодичну структуру на поверхні Cu(30)/Al(60) наведено на рис. 4.6, *a*, а експериментальну структуру, яка спостерігалася на поверхні Fe(30)/Al(120), — на рис. 4.6, *б* [33]. Їх порівняння з теоретичною картиною, зображеною на рис. 4.5, вказує на хороший якісний збіг. При цьому максимум теоретично розрахованої інтерференційної картини (розрахунки проводили за формулою (4.26) при $\alpha = 1,834^\circ$) відповідають тим, що спостерігалися в експерименті.

Тепер розглянемо інтерференційну картину, що утворюється при використанні $M \times N$ двовимірної ґратки однакових джерел світла у припущенні, що $x_{mn} = md_x$, $y_{mn} = nd_y$ (d_x , d_y — відстані між сусідніми джерелами вздовж осей x , y , тобто періоди ґратки), $\varphi_{nm} = \varphi_0 + m\delta\varphi_x + n\delta\varphi_y$ (φ_0 — початкова фаза, φ_x , φ_y — фази, однакові для всіх пучків). Сумарну інтенсивність можна обчислити за формулою [152]:

$$I(x, y, z) = I_0(z) \left| \frac{\sin \frac{Mkx}{2\eta_x} + M\Delta\varphi_x}{\sin \frac{kx}{2\eta_x} + \Delta\varphi_x} \cdot \frac{\sin \frac{Nky}{2\eta_y} + N\Delta\varphi_y}{\sin \frac{ky}{2\eta_y} + \Delta\varphi_y} \right|, \quad (4.28)$$

де $\eta_x = z/d_x$, $\eta_y = z/d_y$, $\Delta\varphi_x$, $\Delta\varphi_y$ — стала фазова різниця у напрямках x , y відповідно:

$$I_0(z) = \frac{2P_0}{\pi W^2(z)}, \quad (4.29)$$

де P_0 — потужність кожного джерела світла, а функція $W(z)$ задає розподіл уздовж осі z .

Розраховану дифракційну картину, що утворюється на поверхні в разі використання досить великого числа джерел (квадратна ґратка з $13 \times 13 = 169$ джерел) показано на рис. 4.7.

Слід зауважити, що така система джерел має дві переваги порівняно із системами, пов'язаними з розщепленням пучка. По-перше, результуюча інтенсивність світла в максимумах виявляється пропорційній квадрату числа джерел, тобто $I_{\max} \propto N^2 P_0$. Це дозволяє використовувати в системі джерела не дуже високої потужності, досягаючи значної інтенсивності у вузлах ґратки. По-друге, за допомогою системи таких джерел вдається зробити розмір періоду індукованої структури значно меншим за величину $\lambda/4$ (за інших методів період структури має розмір порядку довжини хвилі). Нарешті, зручною є та обставина, що є практична можливість електричного контролю фази кожного джерела окремо.

4.4. Теплові ефекти при взаємодії потужного лазерного випромінювання з речовиною

Під час взаємодії потужного лазерного випромінювання з речовиною відбувається поглинання світлової енергії, яка перетворюється на енергію хаотичного руху атомів і молекул. Інакше кажучи, відбувається нагрівання речовини. Під дією потужного лазерного випромінювання змінюється температура матеріалу, а з нею і його фізичні, і зокрема оптичні, характеристики. Якщо лазер-індукований нагрів середовища достатньо великий, щоб стався фазовий перехід тверде тіло—розплав, то природно, що оптичні характеристики середовища можуть зазнати при цьому кардинальних змін. Наприклад, кремній, германій, напівпровідники групи A_3B_5 у розплавленому стані демонструють металічні властивості, що уможлиблює поширення поверхневих електромагнітних хвиль (ПЕХ) на їх поверхні [29]. Поширення ПЕХ також може стати можливим через генерацію електронно-діркової плазми (ЕДП) за досить інтенсивного впливу лазерного випромінювання. Також важливо зазначити, що температури ЕДП (у разі наявності забороненої зони) або електронної (у разі металу) і ґратчастої підсистем за час протікання імпульсу однакові [153].

При досягненні на поверхні твердого тіла температури плавлення починається процес зміни його агрегатного стану. В глиб речовини поширюється фронт плавлення — межа поділу рідкої і твердої фаз. Глибина розплаву, виходячи з розв'язку рівняння теплопровідності, пропорційна характерному масштабу поширення тепла (l_r) за час лазерного імпульсу та його густини енергії [154]. У разі використання наносекундного імпульсного випромінювання на довжині хвилі 0,53 мкм при досягненні температури плавлення на поверхні кремнію l_r відповідає приблизно 1—2 мікронам [28], що істотно обмежує можливість формування поверхневих наноструктур.

Після поглинання основної частини лазерного імпульсу поверхня (розплав) досягає своєї максимальної температури, потім починає охолоджуватися і переходить назад у стан твердого тіла. Час «життя» розплаву (час до повного затвердіння матеріалу) пропорційний часу лазерного імпульсу і квадрату його густини енергії, так що вже в разі незначного перевищення порога плавлення час «життя» розплаву істотно (у рази) більший за тривалість лазерного імпульсу [154]. Отже, значна частина лазерного імпульсу взаємодіє вже не з твердою, а з рідкою фазою речовини.

Через те що приповерхневий розплавлений шар прогрівається не однорідно, а мають температурні градієнти (градієнти густини), відбувається процес конвекції, доповнений ефектом поверхневого натягу, який також залежить від температури. З урахуванням малої глибини проплавлення порівняно з капілярною довжиною, в деяких випадках під час лазерного імпульсу можливий розвиток різного типу нестійкостей: Марангоні, Релея—Бенара, Кельвіна—Гельмгольца та ін. [153—155].

У металах лазерне випромінювання поглинається електронами провідності. Поглинена енергія швидко, за час порядку кількох фемтосекунд, розподіляється між електронами і потім повільно перетворюється на енергію коливань ґратки. Останній процес контролюється силою електрон-фононої взаємодії і може тривати від частки пікосекунди до кількох десятків пікосекунд. У підсумку між електронами і фононами встановлюється тепла рівновага, і для опису поширення тепла в глиб опроміненого зразка можна використовувати звичайну модель теплопровідності [156].

При дії на поверхню напівпровідника лазерного випромінювання з енергією кванта, що перевищує ширину забороненої зони E_g : $h\nu > E_g$, поглинання світла відбувається в тонкому приповерхневому шарі завтовшки $\alpha^{-1} \sim 10^{-4}—10^{-6}$ см (α — коефіцієнт оптичного поглинання), де останнє значення характерне і для глибини проникнення поля в метали. При імпульсному впливі такого роду, коли інтенсивність випромінювання велика ($I_0 \sim 10^6—10^{12}$ Вт/см²), у цьому шарі створюється сильний нерівноважний і нестационарний стан як електронної, так і фононої підсистеми.

Первинний акт поглинання енергії імпульсу оптичного збудження відбувається в електронній підсистемі, тому спочатку виникає значне розходження між електронною температурою T_e і температурою ґратки T . Процес передання і термалізації енергії в ґратці відбувається в кілька етапів: релаксація всере-

дині електронно-діркової підсистеми, електрон-фононна і фонон-фононна релаксація [153]. Отже, в режимі високого рівня збудження в часі $t < \tau_{ee} \sim 10\text{--}14$ с напівпровідник характеризується наявністю гарячої ($T_e \sim 1$ еВ) і щільної (до $n \sim 10^{21}\text{--}10^{22}$ см⁻³) ЕДП та холодної ($T \approx 300$ К) ґратки. У такому стані поверхня напівпровідника, як правило, «металізується» для довжин хвиль видимого діапазону, і вздовж поверхні можуть поширюватися ПЕХ, які інтерферують із зовнішнім лазерним полем, створюючи періодичне просторове вкладення енергії в поверхневу шарі.

У теплових процесах при $\tau_p \ll \tau_{e-ph}$ ситуація набагато складніша, оскільки як теплове джерело після припинення імпульсу вже виступає гаряча електронна підсистема. Для грубої оцінки глибини теплового впливу (l_T) ультракороткого випромінювання (УКВ) можна скористатися співвідношенням з теплової моделі $l_T \sim 2(D\tau_{e-ph})^{1/2}$, де D — коефіцієнт температуропровідності матеріалу (для металів $D \sim 10^{-5}\text{--}10^{-4}$ м²/с), а τ_{e-ph} — час електрон-фононної взаємодії. З цього співвідношення можна зробити висновок, що при $\tau_{e-ph} \sim 10^{-10}\text{--}10^{-12}$ с глибина теплового впливу мізерно мала. Це дає масштаби прогріву в діапазоні $l_T \sim 10^1\text{--}10^2$ нм. Також для благородних металів не можна не враховувати балістичний транспорт гарячих електронів в глиб матеріалу на відстані приблизно 10^2 нм [157]. Масштаб транспорту тепла додатково залежить від густини енергії, частоти проходження імпульсів і навіть від товщини зразка у разі тонких плівок [153].

Застосування закону Фур'є, або рівняння теплопровідності в металах [158], припускає існування повної локальної теплової рівноваги між електронами і фононами. Це припущення є правильним, якщо тривалість лазерного імпульсу набагато більша від характерного часу електрон-фононної релаксації. Однак для піко- і фемтосекундних імпульсів умова електрон-фононної рівноваги не виконується, тимчасова еволюція температур ґратки T_l і електронів T_e зазвичай описується в рамках двотемпературної моделі (ДТМ, two-temperature model) [155] за допомогою двох взаємозв'язаних рівнянь [156]:

$$C_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial t} = \nabla \cdot [K_e(T_e, T_l) \nabla T_e] - G(T_e)(T_e - T_l) + S(r, t); \quad (4.30)$$

$$C_l(T_l) \frac{\partial T_l}{\partial t} = \nabla \cdot [K_l(T_l) \nabla T_l] + G(T_e)(T_e - T_l), \quad (4.31)$$

де C_a і K_a — теплоємність і теплопровідність електронів ($a = e$) і ґратки ($a = l$); $G(T_e)$ — коефіцієнт, що задає швидкість обміну енергією між електронами і фононами (electron-phonon coupling factor) і $S(r, t)$ — джерельний член, що описує локальне поглинання лазерної енергії. Модель враховує збудження електронів провідності лазерним випромінюванням і наступні процеси релаксації, тобто передачу енергії від «гарячих» електронів у коливання ґратки внаслідок електрон-фононної взаємодії та електронну теплопровідність від опроміненої поверхні в глиб мішені. У рівнянні (4.31) член, що описує теплопровідність ґратки, часто опускається, оскільки зазвичай він дає надзвичайно малий внесок у теплопровідність металів порівняно з внеском електронного компонента.

Залежності теплофізичних властивостей металу, що входять у рівняння (4.30) (коефіцієнта обміну енергією між електронами або фононами $G(T_e)$, теплоємності $C_e(T_e)$ і теплопровідності $K_e(T_e, T_l)$ електронів), від температури електронів було проаналізовано для кількох металів у роботах [159–162]. Чисельний аналіз, заснований на розрахунках густини електронних станів, показав, що реальні залежності $G(T_e)$ і $K_e(T_e, T_l)$ від температури електронів істотно відрізняються (аж до порядку величини) від зазвичай використовуваних апроксимацій, в яких передбачається лінійна залежність теплопровідності електронів від їх температури, а величина коефіцієнта обміну енергією між електронами й фононами вважається сталою. Було встановлено, що теплофізичні властивості дуже чутливі до електронної структури матеріалу. Зокрема, інтенсивність електрон-фононного енергообміну з підвищенням температури електронів може збільшуватися (Al, Au, Ag, Cu і W), зменшуватися (Ni і Pt) або змінюватися немонотонно (Ti). Теплоємність електронного газу може виявляти додатне (Au, Ag, Cu і W) або від'ємне (Ni і Pt) відхилення від лінійної залежності від температури. Значні варіації теплофізичних властивостей, що спостерігаються за температур електронів до $2 \cdot 10^4$ К, які є типовими для процесів обробки матеріалів ультракороткими лазерними імпульсами, потрібно враховувати під час проведення кількісного чисельного аналізу процесів, ініційованих лазерним опромінюванням. Низка практично важливих характеристик, таких як порогові інтенсивності лазерного імпульсу для початку плавлення і абляції, інтенсивність пружно-пластичних хвиль, зумовлених лазерним опромінюванням, емісія електронів з опромінюваних поверхонь, глибина зон плавлення і нагрівання, можуть значно змінюватися внаслідок короткочасних змін теплофізичних властивостей металу, що відбуваються протягом електрон-фононної релаксації [156].

На основі проведених числових експериментів із визначення порогів плавлення і абляції під дією одиничного УКВ [154, 165] і підкріплених розрахунками методами молекулярної динаміки (МД), доповненими двотемпературною і гідродинамічною моделями [154, 163, 164], в основному склалася картина фізичних процесів, що супроводжують інтенсивний нагрів кристалічної ґратки під дією УКВ. У загальному випадку виявлено такі основні особливості [153]:

- є два яскраво виражених механізми (пороги) абляції: відкольний і фрагментаційний. Значення порога фрагментаційної абляції вище від порога відкольної абляції (спаліяції), як правило, приблизно в 1,5 раза, проте обидва пороги є вищими за поріг плавлення. У разі плавлення деяких напівпровідників спостерігається також два пороги — термічного («повільного») і нетермічного («швидкого») плавлення;
- для лазерних імпульсів, тривалість яких менша за час релаксації термопружних напруг або швидкості звуку в речовині, що нагрівається (ізохорний нагрів), а густина енергії вища від порога абляції, концентрація напружень може призводити до тиску, вищого від гігаскального рівня [153, 165];
- релаксація напруг може спричинювати тривалі поверхневі деформації, унаслідок кавітації в приповерхневому шарі. Далі відбувається ріст бульбашок

і їх коалесценція, а потім формування двофазної піни під конденсованим шаром, який відколовся. У такому режимі межа поділу поверхня—зовнішнє середовище зазнає нанорозмірних деформацій [164];

- макроскопічна відкольна абляція (спалювання), що сталася, тобто відколювання верхнього шару поверхні, значно обмежує подальший транспорт енергії в глиб матеріалу, залишаючи рівне дно кратера з глибиною, що слабко залежить від густини енергії [153, 163, 167];

- вище «другого порога» (порога фрагментаційної абляції) приповерхневий шар матеріалу стає значно перегрітим, і температура перевищує критичну, що призводить до колективного фазового переходу (гомогенне скипання) з рідкого стану до стану парокраплинної суміші (бінодальний розпад) [166].

Відкритим залишається, наприклад, питання про те, що за високих густин енергії для ряду матеріалів, через інтенсивну емісію електронів з поверхні та захоплення створюваним електричним полем позитивно зарядженого шару поверхні, можливий дуже швидкий (близько 10^{-13} с) ефект так званого «кулонівського вибуху», або розльоту подвійного електричного шару [167].

Досить добре вивчено механізми виникнення (формування) періодичних поверхневих структур (ППС), індукованих лазерними імпульсами в діапазоні тривалостей від 10^{-3} до 10^{-11} секунди [153], тобто коли тривалість імпульсів істотно більша від характерного часу електрон-фононної релаксації для опроміненого матеріалу. У таких випадках модуляція рельєфу утворюється в процесі поглинання лазерного імпульсу і зазвичай зберігається після його припинення. Періоди і орієнтації ґраток істотно залежать від характеристик лазерного випромінювання — кута падіння θ , поляризації, частоти, енергії імпульсу, довжини хвилі. Численні досліди із застосуванням високошвидкісних методів діагностики показали, що розвиток періодичних структур у часі має характер наростання нестійкостей; динаміка розвитку останніх має багато спільного з добре відомими в нелінійній оптиці нестійкостями при вимушеному розсіянні [168].

На відміну від довгих імпульсів енергія УКІ розподіляється по поверхні до початку плавлення і абляції, тобто без впливу дифракції падаючої хвилі на динамічних модуляціях рельєфу, що виникають. Відсутність різних динамічних неоднорідностей поверхні під час впливу одного лазерного імпульсу на перший погляд говорить про спрощення задачі визначення параметрів одержуваних ППС, проте наявні на сьогодні експериментальні результати свідчать про протилежне [153].

Специфіка саме лазерного впливу на речовину полягає в можливості надзвичайно великої концентрації енергії в малих об'ємах (на малих площах — порядку λ^2) і в малих проміжках часу (до 10^{-14} с). У результаті стають можливими надшвидкі процеси нагрівання, плавлення, руйнування тощо твердих тіл, генерація потужних акустичних імпульсів, які до цього були просто неможливими. Звідси — нові застосування в промисловості, військовій справі, медицині.

При описі процесу лазерного нагрівання речовини суттєвими виявляються дві обставини. По-перше, внаслідок проникнення світла в глиб середовища

оптичні теплові джерела мають бути об'ємними, тобто розподіленими в об'ємі середовища, а не локалізованими, наприклад на її межі, як у задачах про звичайне термічне нагрівання. По-друге, виділення оптичної енергії відбувається неоднорідно по об'єму взаємодії через зменшення інтенсивності світла в міру проникання його в глиб середовища. Остання обставина призводить до просторово неоднорідного нагрівання речовини і зумовлює процеси тепло- та масоперенесення між різними ділянками середовища. Під теплопровідністю розуміють безпосереднє молекулярне перенесення енергії з місць із вищою температурою в місця з нижчою температурою [169, 170]. Носіями енергії на молекулярному рівні можуть бути, наприклад, електрони провідності в металах, фонони в кристалічних твердих тілах, кванти світла у разі променевої теплопровідності [170]. Теплопровідність потрібно відрізнити від енергоперенесення, зумовленого можливим макроскопічним рухом середовища. Нехай \vec{q} — густина потоку енергії, що переноситься шляхом теплопровідності, тоді диференціальне зображення закону збереження енергії матиме вигляд [189, 190]

$$\rho T \frac{dS}{dt} = -\text{div} \vec{q} + \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}}. \quad (4.32)$$

Рівняння (4.32) є рівнянням неперервності для кількості теплоти.

Повна похідна за часом у лівих частинах рівнянь (4.29) та (4.32) означає зміну ентропії вибраного елемента середовища, який, у свою чергу, може переміщуватися, наприклад, унаслідок конвекції в рідині. Спочатку, для спрощення аналізу, виключимо з розгляду оптично ініційовану конвекцію в рідинах, газах та розплавах. Тому рівняння (4.32) набуває вигляду рівняння енергоперенесення в нерухомому середовищі [171, 172]:

$$\rho T \frac{dS}{dt} = -\text{div} \vec{q} + \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}}. \quad (4.33)$$

Для того щоб вивести з (4.33) рівняння, що описує зміну температури середовища, зробимо такі припущення. По-перше, вважатимемо, що зміна термодинамічних величин відбувається за сталого тиску, і тому [171, 172]

$$T \frac{\partial S}{\partial t} = c_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (4.34)$$

де c_p — теплоємність за сталого тиску. По-друге, використовуючи перший член розкладу вектора \vec{q} за степенями градієнта температури, дістанемо [171, 172]:

$$\vec{q} = -\kappa \text{grad} T, \quad (4.35)$$

де κ — коефіцієнт теплопровідності.

Отже, використовуючи (4.34) та (4.35), рівняння (4.32) можна записати так:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\kappa \nabla T) + \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}}.$$

Якщо знехтувати температурною залежністю ρ , c_p , κ , $(\partial Q / \partial t)_{\text{зовн}}$, то для опису нагрівання речовини в полі інтенсивного лазерного випромінювання можна використовувати лінійне неоднорідне диференціальне рівняння пара-

болічного типу, відоме під назвою рівняння Фур'є [171, 172]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}}, \quad (4.36)$$

де $\chi = \frac{\kappa}{\rho c_p}$ — температуропровідність.

Використовуючи у своїх дослідженнях наносекундні лазерні імпульси, припускаємо існування повної локальної теплової рівноваги між електронами і фононами. Це припущення є правильним, якщо тривалість лазерного імпульсу набагато більша за характерний час електрон-фононної релаксації. Тому в подальших дослідженнях використовуватимемо рівняння Фур'є і рівняння теплопровідності.

При дії серії короткодійних (10^{-15} — 10^{-12} с) лазерних імпульсів високої інтенсивності теплова енергія, що генерується на поверхні твердого тіла лазерним випромінюванням, не встигає поширитися на значну відстань від місця дії лазерного пучка через кінцеве значення фазової швидкості поширення теплових коливань вільних електронів. У зв'язку з цим виникає необхідність урахування кінцевої швидкості поширення тепла по поверхні та об'єму твердого тіла при різного роду теплофізичних розрахунках, насамперед за допомогою гіперболічного рівняння теплопровідності, яке можна записати у вигляді [171, 172]

$$\frac{1}{\chi} \frac{dT}{dt} + \frac{1}{v_T^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho c_p \chi} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}}, \quad (4.36a)$$

де $v_T = \sqrt{\frac{\kappa}{c_p \tau_p}}$ — швидкість поширення теплової хвилі, τ_p — час релаксації теплового потоку.

Тут не розглядатимемо процеси, які вимагають урахування кінцевої швидкості поширення тепла, і тому надалі користуватимемося лише параболічним рівнянням теплопровідності (4.34).

Вважатимемо, що кожен із лазерних пучків поширюється вздовж осі OZ і падає на поверхню (x, y) твердого тіла, створюючи об'ємне джерело теплоти з густиною потужності [28]

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right)_{\text{зовн}} = \alpha J(\vec{r}, t), \quad (4.37)$$

де α — коефіцієнт поглинання лазерного випромінювання. Для найпростішого випадку пучка з гауссовим розподілом інтенсивності маємо [28]

$$J(\vec{r}, t) = J_0(1 - R) \exp(-\alpha z) \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{a^2}\right\} f\left(\frac{t}{\tau_p}\right), \quad (4.38)$$

де J_0 — інтенсивність лазерного випромінювання, що падає на поверхню твердого тіла, R — коефіцієнт відбиття світла поверхнею, a — радіус гауссівського світлового пучка. Функція $f\left(\frac{t}{\tau_p}\right)$ описує часову обвідну лазерного імпульсу,

що має тривалість τ_p . Для отримання основних якісних уявлень про процес оптичного нагрівання речовини в багатьох випадках виявляється достатнім змодельювати неперервне лазерне випромінювання ступінчастою функцією Хевісайда [28]:

$$f\left(\frac{t}{\tau_p}\right) = \theta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1, & t \geq 0, \end{cases} \quad (4.39)$$

а імпульсне — прямокутною обвідною інтенсивності [28]:

$$f\left(\frac{t}{\tau_p}\right) \equiv \frac{\theta(t) - \theta(t - \tau_p)}{\tau_p}. \quad (4.40)$$

У граничному випадку, коли $\tau_p \rightarrow \infty$, одержимо миттєвий імпульс, який зазвичай задають за допомогою δ -функції, тобто $f(t/\tau_p) \equiv \delta(t)$. Цікавим з практичної точки зору є імпульс, інтенсивність якого швидко зростає до моменту часу τ_p , а потім повільно спадає. Такі імпульси генерують з метою уникнення швидкого охолодження тіла, і їх можна задати, наприклад, формулою

$$f\left(\frac{t}{\tau_p}\right) = \begin{cases} f\left(\frac{t}{\tau_p}\right)^n, & t < \tau_p, \\ \exp[-b(t - \tau_p)], & t > \tau_p. \end{cases}$$

Оскільки рівняння Фур'є (4.36) лінійне, то воно справедливе і для прирощення температури тіла $T' = T - T_0$, де T_0 — температура тіла за відсутності оптичного нагрівання. Для визначеності розглядатимемо процес нагрівання речовини за відсутності теплообміну з навколишнім середовищем, накладаючи на розв'язок рівняння теплопровідності таку граничну умову:

$$-q_z = \chi \frac{\partial T'}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0. \quad (4.41)$$

Для знаходження розв'язку рівнянь (4.36) і (4.41) було запропоновано низку методів, зокрема метод функцій Гріна, метод інтегральних перетворень та ін. [173—187].

Розглянемо процес поширення тепла у твердому тілі при нагріванні його лазерними пучками, які утворюють на його поверхні одно- та двовимірну інтерференційні картини, схематично зображені на рис. 4.8.

Вважатимемо, що теплофізичні характеристики не залежать від температури та координат, і тому для розподілу температури дістанемо таке рівняння:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{\rho c_p} J(x, y, z, t). \quad (4.42)$$

Для розподілу інтенсивності лазерного пучка приймемо гауссівський розподіл. Відлік температури здійснюватимемо від початкового значення T_0 . Оскільки рівняння (4.40) лінійне, воно зберігає свій вигляд і для різниці $T - T_0$. Тому, не применшуючи загальності, можна вважати, що температура відлічується від нуля.

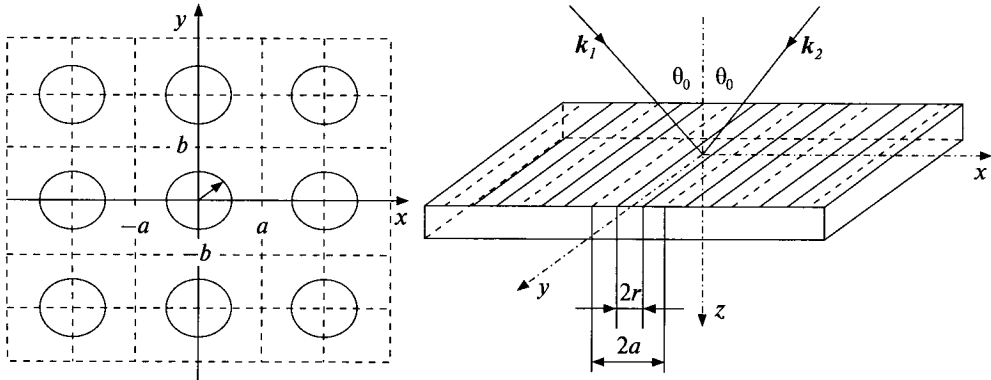


Рис. 4.8. Двовимірна (а) та одновимірна (б) інтерференційні картини на поверхні твердого тіла, створені КСП

Шуканий розподіл температури має задовольняти певні крайові й початкову умови. Унаслідок періодичності задачі на межах періодичної структури джерела і теплові потоки мають обернутися на нуль, тобто можна записати

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0. \quad (4.43)$$

На поверхні $z = 0$ можна прийняти відсутність теплового потоку, тобто виконання умови

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (4.44)$$

при цьому потрібно врахувати, що

$$\lim_{t \rightarrow 0} T = 0. \quad (4.45)$$

Для температури також приймемо нульову початкову умову:

$$T(x, y, z, 0) = 0. \quad (4.46)$$

Розв'язок сформульованої вище задачі можна побудувати за допомогою функцій Гріна [169, 170]. Проте за такого підходу виникає нетривіальна задача розрахунку невластних інтегралів, тому використаємо інший підхід. При цьому зауважимо, що рівняння (4.42) має сталі коефіцієнти і є однорідним, у функції джерела змінні розділяються. У такому разі зручним може виявитися метод інтегральних перетворень [179].

Під час розв'язування задачі знаходження просторового та часового розподілу температури поверхні твердого тіла при лазерному нагріванні ми використовуватимемо кінцеве інтегральне перетворення за координатами (x, y) та косинус-перетворення Фур'є по координаті z [171, 172]. Послідовне виконання цих перетворень (незалежно від послідовності) приводить до сімейства неоднорідних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку за часом. Розв'язування їх складне, і після переходу в простір оригіналів дістанемо розв'язок задачі (4.42)—(4.46) у вигляді збіжних ряду та інтеграла.

Як ядро двовимірного інтегрального перетворення за координатами (x, y) виберемо функцію

$$K_{nm}(x, y) = \cos(\lambda_n x) \cos(\mu_n y), \quad (4.47)$$

де $\lambda_n = \frac{\pi n}{a}$, $\mu_n = \frac{\pi n}{b}$; a і b — розміри прямокутної елементарної комірки на поверхні твердого тіла, на яку фокусується лазерний промінь (рис. 4.8). За такого вибору кожна з функцій $K_{nm}(x, y)$ задовольняє граничні умови (4.41). За означенням інтегрального перетворення для температури T та інтенсивності лазерного випромінювання J дістанемо їх зображення, які позначимо індексами n, m :

$$T_{nm}(z, t) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy, \quad (4.48a)$$

$$J_{nm}(z, t) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b J(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy. \quad (4.48б)$$

Далі помножимо рівняння (4.42) на ядро (4.47) і проінтегруємо його за періодом у межах комірки. Операції диференціювання за параметром та інтегрування у кінцевих межах взаємно переставні, тому дістанемо

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy &= \chi \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) K_{nm}(x, y) dx dy + \\ &+ \chi \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_{-a}^a \int_{-b}^b T(x, y, z, t) K_{nm}(x, y) dx dy + \alpha \int_{-a}^a dx \int_{-b}^b dy J(x, y, z, t) K_{nm}(x, y). \end{aligned} \quad (4.49)$$

Тепер у правій частині першого інтеграла в (4.49) двічі виконаємо інтегрування частинами і з урахуванням граничних умов (4.44) та (4.45), які для зображень T_{nm} можна тепер записати так:

$$\left. \frac{\partial T_{nm}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} T_{nm} = 0, \quad (4.50)$$

для вибраного ядра (4.47) та при позначеннях (4.48a) і (4.48б) матимемо таке рівняння:

$$\frac{\partial T_{nm}}{\partial t} = -\chi(\lambda_n^2 + \mu_n^2) T_{nm} + \chi \frac{\partial^2 T_{nm}}{\partial z^2} + \alpha J_{nm}(z, t). \quad (4.51)$$

У разі задання на межі похідної у випадку напівпростору потрібно застосувати косинус-перетворення Фур'є з ядром $\cos \xi z$, де ξ — змінна перетворення. Його застосування приводить до сімейства звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, які мають вигляд

$$\frac{dT_{nm}^F}{dt} = -\chi(\lambda_n^2 + \mu_n^2 + \xi^2) T_{nm}^F + \alpha J_{nm}^F(\xi, t), \quad (4.52)$$

де

$$T_{nm}^F(\xi, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} T_{nm}(z, t) \cos \xi z dz, \quad J_{nm}^F(\xi, t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} J_{nm}(z, t) \cos \xi z dz. \quad (4.53)$$

Початкова умова для функцій $T_{nm}^F(t)$ залишається нульовою, тобто $T_{nm}^F(t) = 0$. Розв'язок рівнянь (4.52) можна отримати різними методами. Ми застосуємо для розв'язання нашої задачі зображення Дюамеля для довільної форми імпульсу

$$T_{nm}^F(\xi, t) = \alpha \int_0^t h_+(t-\tau) J_{nm}^F(\xi, \tau) d\tau = \alpha \int_0^t h(t) J_{nm}^F(\xi, t-\tau) d\tau, \quad (4.54)$$

де $h_+(t-\tau)$ — нормальна реакція на одиничний імпульс [188]. Для рівняння (4.48) ця функція матиме вигляд

$$h_+(t) = \exp\{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t\}.$$

Отже, в просторі зображень розв'язок побудовано. Тепер, послідовно повертаючись у простір оригіналів, матимемо формальний розв'язок для довільного імпульсу

$$\begin{aligned} T_{nm}(z, t) &= \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty T_{nm}^F(\xi, t) \cos \xi z d\xi = \\ &= \alpha \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty \cos \xi z d\xi \int_0^t \exp\{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t\} J_{nm}^F(\xi, t-\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Обертання кінцевого інтегрального перетворення дається рядом за ядрами перетворення, тобто функціями $K_{nm}(x, y)$. Тому для розподілу поверхневої температури дістанемо кінцевий вираз

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{1}{\|K_{nm}\|^2} T_{nm}(z, t) K_{nm}(x, y), \quad (4.56)$$

де квадрат норми задається інтегралом

$$\|K_{nm}\|^2 = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \cos^2(\lambda_n x) \cos^2(\mu_m y) dx dy. \quad (4.57)$$

Отже, в розгорнутому вигляді розв'язок задачі знаходження просторового та часового розподілу температури поверхні при лазерному нагріванні речовини матиме вигляд

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha K_{nm}(x, y)}{\|K_{nm}\|^2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi_0}} \int_0^\infty \cos \xi z d\xi \int_0^t \exp\{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t\} J_{nm}^F(\xi, t-\tau) d\tau \right\}.$$

Тепер детальніше розглянемо випадок, коли на поверхню твердого тіла падає гауссів лазерний імпульс нескінченної довжини, часова залежність якого описується функцією Хевісайда $H(t)$ і має вигляд [28]

$$J(x, y, z, t) = J_0(1-R)e^{-\alpha z} H(t) \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}\right\}. \quad (4.58)$$

Застосовуючи загальні формули, наведені вище, дістанемо

$$J_m(z, t) = J_0(1-R)e^{-\alpha z} H(t) \int_{-a}^a \int_{-b}^b e^{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}} J(x, y, z, t) \cos \lambda_n x \cos \mu_m y dx dy. \quad (4.59)$$

Подвійний інтеграл у (4.57) легко зводиться до повторного, і через парність за обома змінними інтегрування легко виконати в першій чверті.

У результаті маємо:

$$G_{nm}(z, t) = 4 \int_0^a \int_0^b e^{-\frac{x^2+y^2}{r^2}} \cos \lambda_n x \cos \mu_m y dx dy = 4 \int_0^a e^{-\frac{x^2}{r^2}} \cos \lambda_n x dx \int_0^b e^{-\frac{y^2}{r^2}} \cos \mu_m y dy. \quad (4.60)$$

Інтеграл (4.60) не береться в аналітичній формі, і його потрібно розрахувати чисельним методом.

Отже, тепер (4.59) запишеться так:

$$J_{nm}(z, t) = J_0(1-R)G_{nm}(z, t)e^{-\alpha z}H(t). \quad (4.61)$$

Застосовуючи до (4.59) косинус-перетворення Фур'є, дістанемо

$$J_{nm}^F(t) = J_0(1-R)\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \xi^2}G_{nm}\sqrt{\frac{2}{\pi}}H(t). \quad (4.62)$$

Тут враховано той факт, що [195]

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha z} \cos \xi z = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \xi^2}.$$

З (4.59) після інтегрування дістанемо:

$$\begin{aligned} T_{nm}^F(\xi, t) &= J_0(1-R)G_{nm}(z, t) \int_0^t h_+(t-\tau)H(\tau) d\tau = \\ &= J_0(1-R)G_{nm}(z, t) \frac{\left[1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}\right]}{\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)}. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Застосовуючи до (4.63) обернене перетворення Фур'є, маємо

$$T(x, y, z, t) = J_0(1-R)\frac{2\alpha^2}{\chi\pi} \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\left[1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}\right] \cos \xi z d\xi}{(\alpha^2 + \xi^2)((\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2))} \frac{\varepsilon_{nm}G_{nm}}{ab} K_{nm}(x, y) \right\}, \quad (4.64)$$

де $\varepsilon_{nm} = 1$, якщо $n \neq 0, m \neq 0$; $\varepsilon_{nm} = 1/2$, якщо або $n = 0$, або $m = 0$; $\varepsilon_{nm} = 1/4$, якщо $n = 0, m = 0$. З формули (4.64) неважко знайти швидкість $v = v(x, y, z, t)$ поширення тепла по поверхні твердого тіла:

$$v = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{2}{\pi} J_0(1-R)\alpha \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)t}}{\alpha^2 + \xi^2} \cos \xi z d\xi \right\} \frac{\varepsilon_{nm}G_{nm}}{ab} K_{nm}(x, y). \quad (4.65)$$

Отже, задача знаходження температурних полів та швидкостей поширення теплової хвилі в будь-який момент часу звелася до обчислення коефіцієнтів G_{nm} та інтегралів, що входять у (4.63), та підсумовування рядів.

Вираз (4.64) можна подати у вигляді суми двох доданків:

$$T(x, y, z, t) = T_{st}(x, y, z) + T_{dyn}(x, y, z, t),$$

де $T_{st}(x, y, z)$ — стаціонарний розподіл температур, що встановлюється у твердому тілі, а $T_{dyn}(x, y, z, t)$ — розподіл температур, який безпосередньо залежить від часу.

Тепер розглянемо деякі окремі випадки. Зокрема, переходячи до границі при $t \rightarrow \infty$ у формулах (4.63) та (4.64), можна знайти стаціонарний розподіл температури за координатами

$$T_{st}(x, y, z) = \frac{2\alpha^2 J_0 (1-R)}{\pi\chi} \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \left[\frac{(\alpha^2 + \xi^2)^{-1} \cos \xi z}{\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2} d\xi \right] \frac{\varepsilon_{nm} G_{nm} K_{nm}(x, y)}{ab} \right\}, \quad (4.66)$$

і, якщо підставити значення інтеграла [224]

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \xi z d\xi}{(\alpha^2 + \xi^2)(\lambda_n^2 + \mu_m^2 + \xi^2)} = \frac{\pi/2}{(\alpha^2 + \xi^2) - \lambda^2} \left[\frac{\exp(-\alpha z)}{\alpha} - \frac{\exp(-z\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2})}{\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2}} \right],$$

то дістанемо такий вираз для $T_{st}(x, y, z)$:

$$T_{st}(x, y, z) = \frac{2}{\pi ab} I_0 (1-R) \frac{\alpha^2}{\chi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{nm} \left\{ \left[\frac{\exp(-\alpha z)}{\alpha} - \frac{\exp(-z\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2})}{\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2}} \right] \frac{G_{nm} K_{nm}(x, y)}{\lambda_n^2 + \mu_m^2 - \alpha^2} \right\}.$$

На поверхні твердого тіла, коли $z \rightarrow 0$, з (4.60) матимемо:

$$T(x, y) = \frac{2\alpha^2}{\pi\chi ab} (1-R) \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \left[\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)}}{\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2} d\xi \right] \varepsilon_{nm} G_{nm} K_{nm}(x, y) \right\}. \quad (4.67)$$

Зазначимо, що тут також можна виділити стаціонарну і динамічну частини. Використовуючи значення відповідних інтегралів [188]

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\alpha^2 + \xi^2)(\lambda_n^2 + \mu_m^2 + \xi^2)} = \frac{\pi/2}{\alpha} \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2} (\alpha + \sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2})} \right],$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp\{-\alpha x^2\}}{b^2 + x^2} dx = \frac{\pi}{2} \frac{e^{b^2 a}}{b} [1 - \text{erf}(b\sqrt{a})],$$

у результаті дістанемо

$$T_{st}(x, y, 0, t) = I_0 \{1-R\} \frac{\alpha}{\chi ab} \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_{nm} G_{nm} K_{nm}(x, y)}{\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2} (\alpha + \sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2})} \right\}; \quad (4.68)$$

$$T_{dyn}(x, y, 0, t) = \frac{2I_0 \alpha^2}{\pi ab \chi} (1-R) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \{B_{nm} \varepsilon_{nm} G_{nm} K_{nm}(x, y)\},$$

де

$$B_{nm} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\lambda_n^2 + \mu_m^2 - \alpha^2} \left\{ \frac{\exp\{\lambda_n^2 + \mu_m^2 - \alpha^2\} [1 - \text{erf}(\alpha\sqrt{\chi t})]}{\alpha} - \frac{1 - \text{erf}(\sqrt{(\lambda_n^2 + \mu_m^2)\chi t})}{\sqrt{\lambda_n^2 + \mu_m^2}} \right\}. \quad (4.69)$$

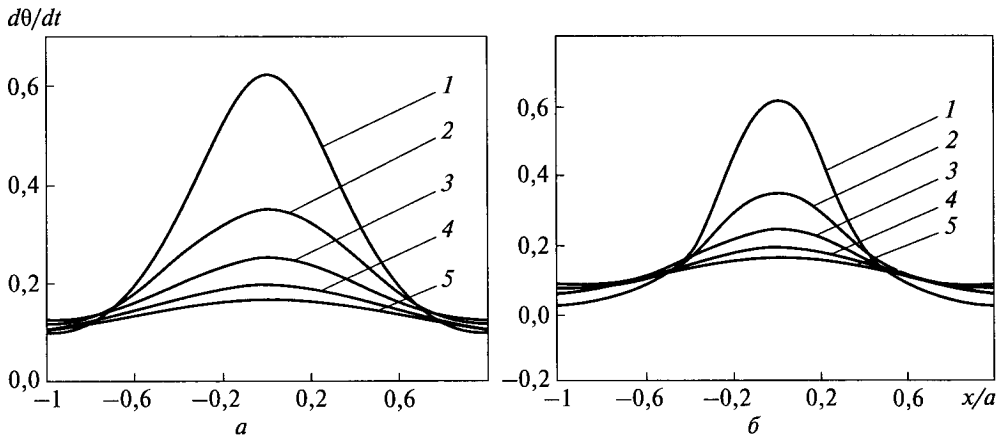


Рис. 4.9. Розподіл швидкості зміни температури ($d\theta/dt$) на поверхні твердого тіла в середньому (а) та діагональному ($x = y$) (б) перерізах двовимірної періодичної структури в різні моменти безрозмірного часу: 1 – $t = 0,05$; 2 – $t = 0,10$; 3 – $t = 0,15$; 4 – $t = 0,2$; 5 – $t = 0,25$

У центрі лазерного пучка, коли $x = y = 0$, отримуємо таку часову залежність поверхневої температури:

$$T(t) = \frac{2\alpha^2}{\pi\chi ab} (1-R) \sum_{n,m=0}^{\infty} \left\{ \left[\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-\chi(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)}}{(\lambda_{nm}^2 + \mu_{nm}^2 + \xi^2)(\alpha^2 + \xi^2)} d\xi \right] \varepsilon_{nm} G_{nm} \right\}. \quad (4.70)$$

Одержані розрахункові формули (4.67) і (4.70) повністю розв'язують задачу визначення просторово-часового розподілу температурних полів і полів швидкостей поширення теплоти у твердому тілі у випадку періодичних джерел, які створюють лазерні пучки, що взаємодіють між собою. Формули (4.60)–(4.62) дають розв'язок задачі для імпульсу довільної форми, а формули (4.68), (4.69) конкретизують цей розв'язок для ступінчастого імпульсу. Практичний інтерес має також випадок короткотривалих імпульсів. У теоретичних дослідженнях такі імпульси зазвичай задають за допомогою δ -функції (миттєвий імпульс). Розрахункові формули в цьому випадку неважко вивести із загальних співвідношень, враховуючи фільтраційну дію δ -функції. Зауважимо, що застосування операції згортання до знайдених розв'язків задачі (для ступінчастого або миттєвого імпульсу) дає можливість одержати розв'язки для імпульсу довільної форми.

Розрахунки показали високу ефективність розробленого алгоритму. Це дозволило проводити числові експерименти і досліджувати вплив параметрів задачі на просторово-часовий розподіл температурних полів і полів швидкостей поширення теплоти та зробити певні висновки. Під час проведення розрахунків усі змінні зручно подати у безрозмірному вигляді.

Тепер розглянемо деякі конкретні випадки, для яких було проведено числові розрахунки. Зауважимо, що усі результати подано в безрозмірному вигляді.

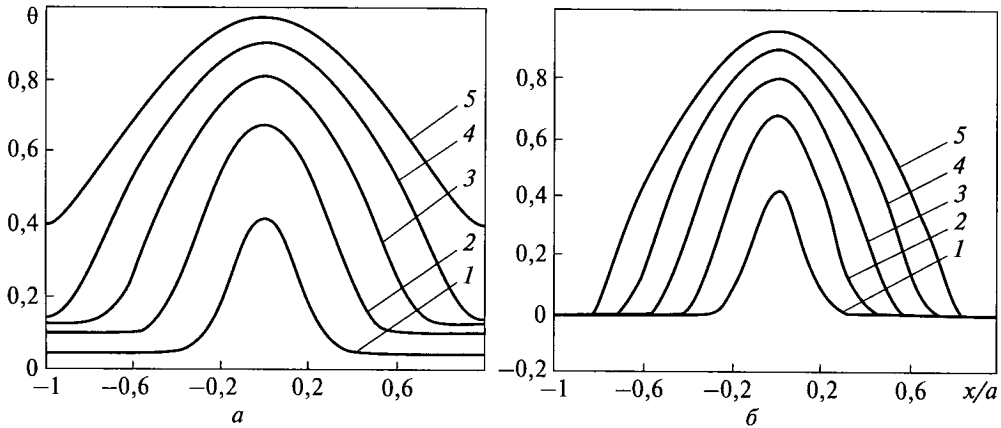


Рис. 4.10. Розподіл безрозмірної температури (θ) на поверхні твердого тіла в середньому (а) та діагональному ($x = y$) (б) перерізах двовимірної періодичної структури для різних радіусів пучка: 1 – $r/a = 0,2$; 2 – $r/a = 0,4$; 3 – $r/a = 0,6$; 4 – $r/a = 0,8$; 5 – $r/a = 1,0$

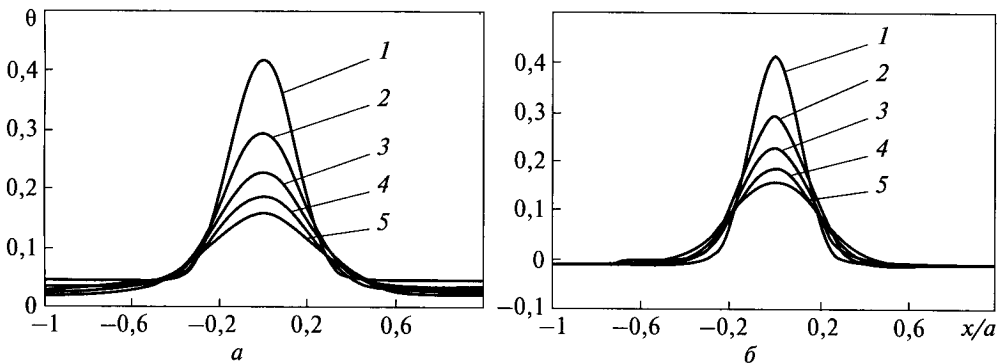


Рис. 4.11. Розподіл безрозмірної температури (θ) на поверхні твердого тіла в середньому (а) та діагональному ($x = y$) (б) перерізах двовимірної періодичної структури при радіусі пучка $r/a = 0,2$ для різних моментів безрозмірного часу: 1 – $t = 0,005$; 2 – $t = 0,010$; 3 – $t = 0,15$; 4 – $t = 0,20$; 5 – $t = 0,25$

ді для величин

$$\theta = (T - T_0)/T^*, \quad T^* = \alpha a^2 J_0 / \chi, \quad t = t/t^*, \quad t^* = a^2 / \chi, \quad x/a, \quad y/a, \quad z/a. \quad (4.71)$$

1. Двовимірна періодична структура з джерелами, що діють у межах кола радіусом $r = 0,2a$, з гауссовим розподілом інтенсивності пучка (рис. 4.8, а). Вважатимемо, що часова залежність лазерного імпульсу дається функцією Хевісайда. На рис. 4.9 наведено отриману нами залежність швидкості зміни безрозмірної температури $\frac{d\theta}{dt}$ на поверхні твердого тіла в середньому та діагональному перерізах квадратної комірки в різні моменти часу.

2. Для тієї ж періодичної структури розглядається миттєвий імпульс, що описується δ -функцією. Розподіл температури по поверхні твердого тіла в се-

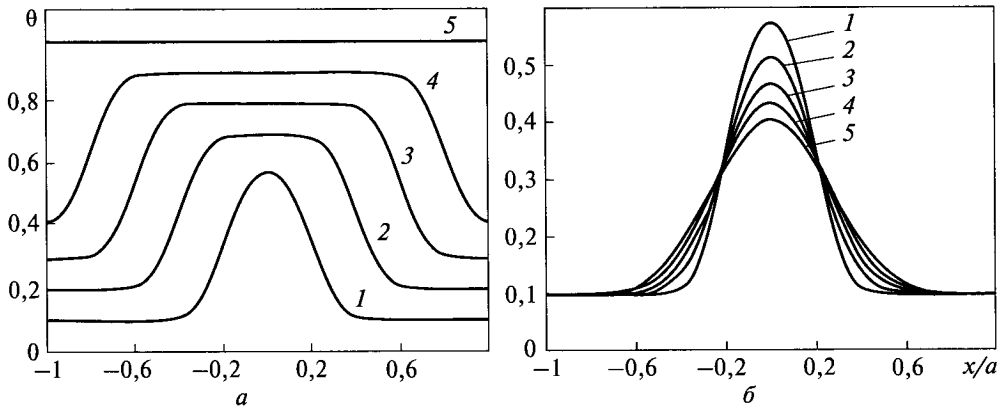


Рис. 4.12. Розподіл безрозмірної температури (θ) на поверхні твердого тіла в одновимірній періодичній структурі: *a* — при $t = 0,005$ для деяких значень ширини пучка: 1 — $r/a = 0,2$; 2 — $r/a = 0,4$; 3 — $r/a = 0,6$; 4 — $r/a = 0,8$; 5 — $r/a = 1,0$; *б* — при ширині пучка $r/a = 0,2$ для різних моментів безрозмірного часу: 1 — $t = 0,005$; 2 — $t = 0,10$; 3 — $t = 0,15$; 4 — $t = 0,20$; 5 — $t = 0,25$

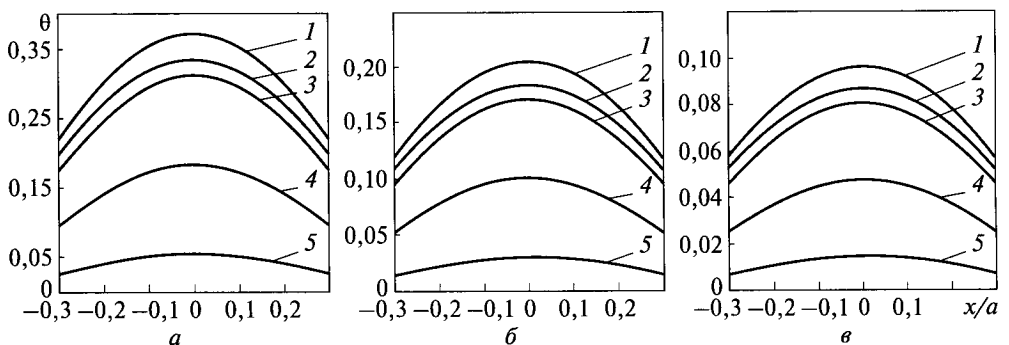


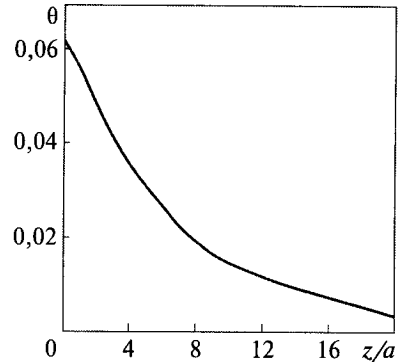
Рис. 4.13. Розподіл безрозмірної температури θ у твердому тілі на різних відстанях від його поверхні при значеннях радіуса пучка: *a* — $z/a = 1$; *б* — $z/a = 5$; *в* — $z/a = 10$; Криві 1–5 побудовані для безрозмірних радіусів пучка: 1 — $r/a = 1,0$, 2 — $r/a = 0,8$, 3 — $r/a = 0,6$, 4 — $r/a = 0,4$, 5 — $r/a = 0,2$

редньому та діагональному перерізах квадратної комірки для різних радіусів пучка при $t = 0,005$ подано на рис. 4.10, а для різних моментів часу — на рис. 4.11.

3. Одновимірна періодична структура на поверхні твердого тіла, створена інтерференцією двох пучків (рис. 4.8, б). Часова залежність лазерного імпульсу дається миттєвою δ -функцією. Вважається, що інтенсивність лазерного випромінювання рівномірно розподілена по ширині пучка. Розподіл температури на поверхні твердого тіла поперек смуг для різних значень ширини пучка при $t = 0,005$ подано на рис. 4.12, *a*. Ту саму залежність для різних моментів часу наведено на рис. 4.12, *б* при ширині пучка $r/a = 0,2$.

У загальному випадку температура і швидкість її зміни в часі є функцією трьох просторових координат і часу. Зміна температури вздовж координати z

Рис. 4.14. Залежність стаціонарної безрозмірної температури θ від безрозмірної відстані $z = z/a$ від поверхні твердого тіла для пучка радіусом $r/a = 0,2$



буде різною для різних членів ряду, але, оскільки величини $1/n\alpha \approx n$ і $1/n\beta \approx m$ у показник експоненти входять у квадраті зі знаком «мінус», то швидкість спаду вздовж координати z визначатиметься переважно першими членами розкладів. Ця обставина дозволяє вважати, що спад відбувається за законом експоненти, як це задається при гауссовому розподілі, і результати розрахунків достатньо подати у вигляді розподілу температури на поверхні твердого тіла, тобто при $z = 0$. У цьому випадку температура для фіксованих моментів часу буде функцією двох координат x, y , яку можна розглядати як рівняння деякої поверхні. Достатнє уявлення про вигляд цієї поверхні дають її перерізи вертикальними площинами, тому результати розрахунків подано у вигляді розподілів температури і швидкості в середньому ($y = 0$) і діагональному ($y = x$) перерізах. Результати, наведені нижче, подано у вигляді залежностей безрозмірної температури θ для безрозмірного часу $t = t/t^*$ і безрозмірної координати $x = x/a$. Для зменшення кількості незалежних параметрів розглядали квадратну комірку, тобто приймали, що $a = b$. При підсумовуванні подвійних рядів враховували 64 члени, а в одинарних — 10 членів, чим забезпечувалася їх задовільна збіжність.

Практичний інтерес становить дослідження нагрівання та охолодження елементарних об'ємів, що знаходяться на різній глибині від поверхні твердого тіла, яке опромінюється інтенсивним лазерним випромінюванням. Розраховали розподіл стаціонарної безрозмірної температури θ залежно від відстані до поверхні твердого тіла (z/a) та безрозмірного радіуса лазерного пучка (r/a). Деякі результати розрахунків наведено на рис. 4.13.

З результатів, наведених на рисунку, випливає, що, як і слід було очікувати, в міру віддалення від поверхні внаслідок зменшення інтенсивності в пучку температура в шарах спадатиме. Разом з тим, розподіл температури по координатах зберігає свій вигляд (подібність). Величина температури суттєво залежить від радіуса пучка, і ця залежність має нелінійний характер. При цьому, наприклад, при $z/a = 1$, тобто поблизу поверхні, безрозмірна температура θ в центрі пучка змінюватиметься від 0,371 для найбільшого ($r = 1,0$) до 0,0556 для найменшого ($r = 0,2$) з розглянутих радіусів пучка.

Наочне уявлення про прогрівання твердого тіла дають криві на зразок поданої на рис. 4.14. Варто зауважити, що ця залежність відрізняється від суто експоненціальної залежності в пучку.

4.5. Експериментальні дослідження взаємодії інтенсивного лазерного випромінювання з поверхнею напівпровідників

Під дією лазерного випромінювання на поверхні конденсованого середовища (напівпровідники, метали, діелектрики) виникають лазер-індуковані нестійкості поверхні, так звані поверхневі ґратки (рис. 4.15).

Лазерна обробка матеріалів останнім часом набула широкого застосування в промисловості, особливо в мікроелектроніці [189, 190]. Це передусім пов'язано з тими перевагами, які вона має порівняно з іншими методами. Існують лазерні методи очищення поверхні та створення мікронних, субмікронних та наноструктурованих періодичних структур на поверхні напівпровідників, полімерів, металів тощо [189, 190]. Зокрема, для відновлення структури тонких напівпровідникових шарів, домішкового легування, обробки тонкоплівкових матеріалів застосовують лазерний відпал. Вплив лазерного випромінювання на напівпровідники може спричинювати зміну їх кристалічної структури, електрофізичних та оптичних властивостей [191]. Під час опромінення поверхні монокристалічного кремнію фемтосекундними лазерними імпульсами на ній формуються нанорозмірні кластери. Їх висота становить від 2 до 30 нм, а поперечний розмір — від 70 до 200 нм [192]. Одноразове опромінення поверхні кристалів *p*-CdTe імпульсом рубінового лазера також приводить до утворення нанорозмірних поверхневих структур з періодом 100 мкм та лінійними розмірами 19—20 нм і середньою висотою 3,4—9,38 нм [193]. У ніобаті літію під впливом лазерного випромінювання виникають самоподібні нанодоменні структури [194]. Особливий інтерес становить можливість за допомогою ла-

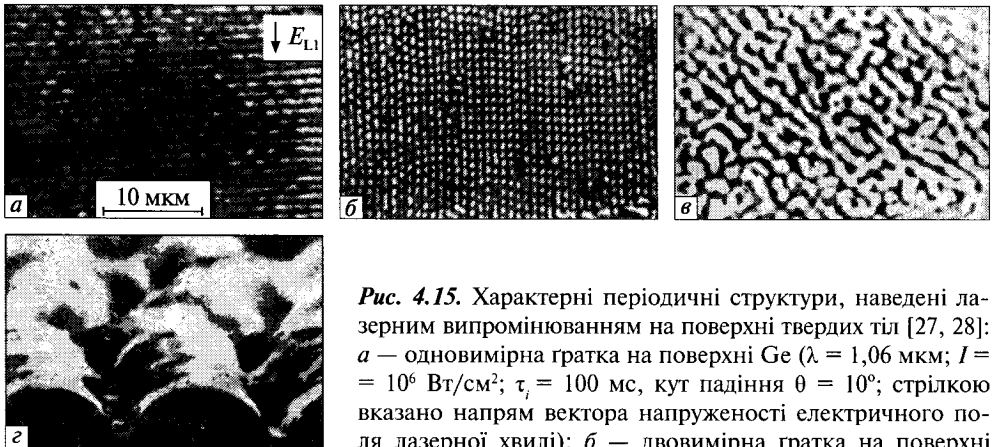


Рис. 4.15. Характерні періодичні структури, наведені лазерним випромінюванням на поверхні твердих тіл [27, 28]: *a* — одновимірна ґратка на поверхні Ge ($\lambda = 1,06$ мкм; $I = 10^6$ Вт/см²; $\tau_i = 100$ мс, кут падіння $\theta = 10^\circ$; стрілкою вказано напрям вектора напруженості електричного поля лазерної хвилі); *б* — двовимірна ґратка на поверхні Ge ($\lambda = 1,06$ мкм); *в* — структура, утворена на поверхні Ge лазерною хвилею з коловою поляризацією при похилому падінні; *г* — «заморожені» капілярні хвилі на поверхні попередньо розплавленого випромінюванням CO₂ лазера у кварці (знімок зроблено за допомогою електронного мікроскопа) [27, 28]

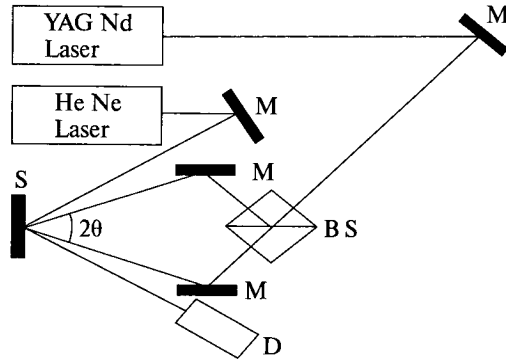


Рис. 4.16. Схема експериментальної установки з дослідження впливу лазерного випромінювання на поверхню твердих тіл: М — дзеркало; BS — розщеплювач пучка; S — досліджуваний зразок; D — детектор

зерної обробки модифікувати властивості багат шарових систем, оскільки при цьому, добираючи відповідну довжину хвилі та потужність випромінювання, можна здійснювати селективний відпал окремих шарів багат шарової композиції, а цього не можна досягти традиційною термообробкою [195].

Лазерне випромінювання використовують також для створення наноструктур на поверхні твердих тіл та для потреб літографії. Річ у тім, що при освітленні поверхні напівпровідника кількома (хоча б двома) лазерними пучками на його поверхні може створюватись інтерференційна картина. Під її впливом на поверхні твердого тіла (напівпровідника), коли інтенсивність лазерного випромінювання стає близькою до порога абляції, формуються лазеріндуковані періодичні поверхневі структури [189, 190]. Характерний розмір таких структур — порядку довжини хвилі лазерного випромінювання.

Розглянемо проведені нами експериментальні дослідження взаємодії інтенсивного лазерного випромінювання з поверхнею термоелектричних напівпровідників (рис. 4.16). Експерименти проводили у вакуумній камері під тиском 10^{-4} Па. Використовували NdYAG — лазер, який генерував гауссовий пучок з тривалістю імпульсу 7 нс, довжиною хвилі 1064 нм та діаметром 5 мм. Вихідне випромінювання з довжиною хвилі 1064 нм за допомогою нелінійного кристала перетворювалося на два пучки з довжинами хвиль 532 та 355 нм.

Число спалахів регулювалося за допомогою механічного затвора. Інтенсивність випромінювання контролювалася півхвильовим обертачем площини поляризації та імпульсною лампою. Розщеплені пучки фокусувалися на поверхню зразка за допомогою дзеркал. Для вивчення нестационарного коефіцієнта відбиття використовувався промінь гелій-неонового лазера та детектор, сполучений з цифровим осцилографом.

Два лінійно поляризованих лазерних пучки на поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se створювали інтерференційну картину, геометрія якої визначалася довжиною хвилі лазерного випромінювання та кутом сходження пучків. Розподіл інтенсивності такої інтерференційної картини виражають співвідношенням

$$I(x) = 2I_0 \left\{ \cos \left[\left(4\pi x / \lambda \right) \sin \left(\theta_0 / 2 \right) \right] + 1 \right\}, \quad (4.72)$$

де I_0 — інтенсивність світлового поля лазера; λ — довжина хвилі випромінювання, яку генерує лазер; θ_0 — кут сходження пучків. Просторова періодичність утвореної картини визначається довжиною хвилі лазера, що індукує картину, та кутом сходження пучків — $d = \lambda / (2 \sin \theta_0 / 2)$. Два пучки створюють одновимірну поверхневу структуру (чергування максимумів і мінімумів інтенсивності світлового поля). Три пучки створюють двовимірну структуру. Чотири пучки створюють структуру більш складної форми.

Поширення температурного поля по поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se при його нагріванні лазерним випромінюванням описувався рівнянням

$$\rho c_p \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} - \nabla [k(T) \nabla T(\vec{r}, t)] = \alpha I_0(\vec{r}) (1 - R) \exp(-\alpha z), \quad (4.73)$$

де

$$I_0(\vec{r}) = \frac{2I_0 \left\{ \cos \left[\left(\frac{4\pi x}{\lambda} \right) \sin \left(\frac{\theta_0}{2} \right) \right] + 1 \right\}}{2\pi\sigma} \exp \left\{ - \frac{(t - \tau_p)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (4.74)$$

$$\sigma = \frac{\tau_p}{2\sqrt{2 \ln 2}}. \quad (4.75)$$

Тут ρ — густина зразка; T — абсолютна температура зразка; $c_p(T)$ — теплоємність; $k(T)$ — коефіцієнт теплопровідності; τ_p — тривалість лазерного імпульсу; R — відбивальна здатність поверхні (коефіцієнт відбиття світла поверхнею); α — коефіцієнт поглинання лазерного випромінювання; $I(x)$ — інтенсивність світлового поля лазерної хвилі, яка описується рівнянням (4.72).

Отже, рівняння (4.73) описує часову еволюцію температури поверхні термоелектричного напівпровідника під час дії імпульсу лазерного випромінювання. Лазерне випромінювання поглинається поблизу поверхні. Енергія лазерного пучка, що поглинається поверхнею термоелектричного напівпровідника, перетворюється на тепло внаслідок теплопровідності з поверхні в об'єм. Відразу ж вважатимемо, що коефіцієнти поглинання та відбиття світла поверхнею термоелектричного напівпровідника є константами, тобто не залежать від температури. Основні параметри, що характеризують напівпровідник Cu_2Se , наведено в табл. 4.1 [28].

Таблиця 4.1. Основні параметри напівпровідника Cu_2Se [28]

Довжина хвилі, нм	Коефіцієнт відбиття	Коефіцієнт поглинання, 10^8 м^{-1}	Теплоємність, Дж/(кг · К)	Теплопровідність, Вт/(м · К)	Густина, кг/м ³	Теплота випаровування, 10^5 Дж/кг
1064	0,40	3,1	510	95	6739	1,2
633	0,41	—	—	—	—	—
532	0,42	10,1	—	—	—	—
355	0,32	27	—	—	—	—

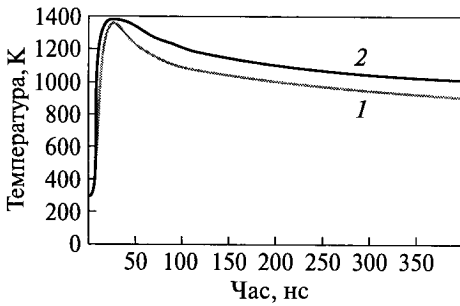


Рис. 4.17. Залежність поверхневої температури від часу: 1 — для лазерного випромінювання потужністю 0,5 Дж/см²; 2 — для лазерного випромінювання потужністю 0,75 Дж/см²

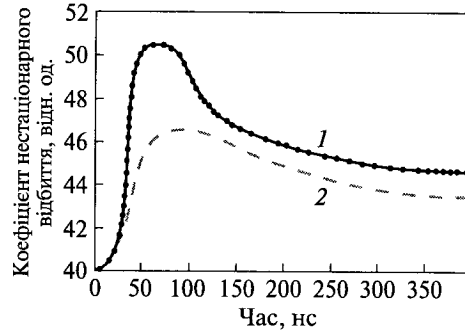


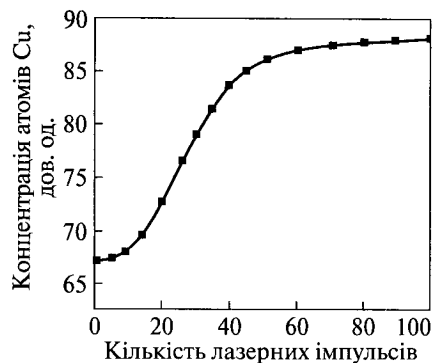
Рис. 4.18. Зміна коефіцієнта нестационарного відбиття під час дії лазерного імпульсу: 1 — для лазерного випромінювання потужністю 0,75 Дж/см²; 2 — для лазерного випромінювання потужністю 0,5 Дж/см²

Результати проведеного нами чисельного моделювання зміни температури поверхні в процесі лазерного опромінювання зовнішньої поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se наведено на рис. 4.17 [196].

Експериментально зафіксовану залежність відбитого сигналу при опроміненні поверхні Cu_2Se гелій-неоновим лазером наведено на рис. 4.18 для двох різних значень густини випромінювання. Видно, що максимальне відбиття досягається на прикінцевій стадії дії лазерного імпульсу, причому за максимальної густини потоку спостерігається інша картина часової поведінки, ніж за низької інтенсивності. Ці ефекти можуть бути пов'язані зі зміною нестационарної відбивальної здатності напівпровідників Cu_2Se , що опромінюється інтенсивним лазерним випромінюванням.

Одним із чинників, що впливають на величину нестационарного коефіцієнта відбиття, може бути температурна залежність дійсної та уявної частин показника заломлення. Інший чинник пов'язаний з фазовим переходом тверда фаза—рідина в Cu_2Se , ініційованим лазерним нагріванням. За низьких інтенсивностей лазерного випромінювання поверхня термоелектричного напівпровідника не встигає нагрітися до температури плавлення, яка дорівнює 1386 К, і нестационарна зміна коефіцієнта відбиття визначається температурною залежністю дійсної та уявної частин показника заломлення. За вищих інтенсивностей лазерного випромінювання відбивальна здатність різко зростає. Це явище

Рис. 4.19. Залежність концентрації атомів міді (у довільних відносних одиницях), що виділилася на поверхні термоелектричного напівпровідника типу Cu_2Se , від інтенсивності лазерного імпульсу



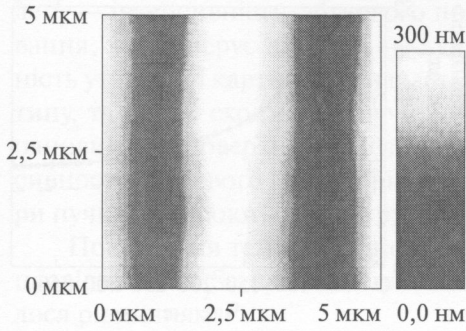


Рис. 4.20. АСМ-діаграма структурованого зразка поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se

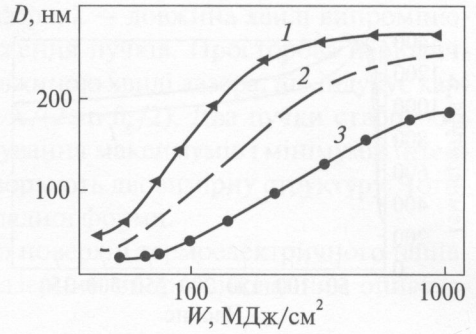


Рис. 4.21. Залежність глибини заглиблень D від потужності лазерного випромінювання W за довжини хвилі: 1 — 1064 нм; 2 — 525 нм; 3 — 355 нм

пов'язане з розплавленням поверхні напівпровідника. Надалі коефіцієнт відбиття відповідає його величині для рідкого напівпровідника за довжини хвилі 633 нм. В. Марін [197] зареєстрував самодифракцію та підсилення розсіювання при взаємодії рубінового лазера, який генерував коливання з частотою 40 нс, з плівкою GaAs до і після її самодифракційного збудження. Зареєстровано різкий пік на графіку розсіювання сигналу часом, який, на його думку, можна пов'язати з фазовим переходом тверда фаза — рідина.

Ми провели експериментальні дослідження поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se до і після його обробки лазерним випромінюванням. Різниця у значеннях коефіцієнта відбиття до і після обробки становила приблизно 2,5 %. Це може бути пов'язано з тим, що на поверхні термоелектричного напівпровідника, внаслідок процесів лазерної абляції, відбувається формування nanoострівців міді, або з фазовим переходом. Додаткові вимірювання за допомогою оже-спектроскопії показали, що відбувається збільшення концентрації міді в міру зростання інтенсивності лазерного пучка (рис. 4.19). Кілька слів про можливий механізм утворення nanoострівців міді на поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se . Два важливих ефекти слід врахувати в процесі лазерної абляції в наносекундному часовому інтервалі. Перший з них враховує взаємодію між лазерним променем та поверхневим розтіканням, а другий пов'язаний з тривалістю часу передачі енергії від лазерного променя до матеріалу, що опромінюється. Обидва явища — дисоціація Cu_2Se та сильне випаровування Se відповідальні за появу nanoострівців міді на поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se . При цьому останній запускає механізм термічної абляції, тоді як перший спричинює сильну іонізацію та дисоціацію при абляції зразків.

Крім того, ми спостерігали ще один цікавий ефект — структурування поверхні напівпровідника Cu_2Se під дією інтерференційної картини (інтерференційних смуг), що її створюють на його поверхні два лазерних пучки. За допомогою атомного силового мікроскопа ТМХ 2000 досліджували поверхню

Cu_2Se до і після дії лазерного випромінювання. Було знайдено, що середня шорсткість не обробленої лазерним випромінюванням поверхні Cu_2Se становила $\Delta h \approx 20$ нм. Під впливом лазерного випромінювання внаслідок процесів нагрівання, плавлення та абляції на поверхні Cu_2Se утворюються заглиблення, причому їх глибина залежить від інтенсивності лазерного випромінювання.

На рис. 4.20 наведено АСМ-діаграму структурованої поверхні термоелектричного напівпровідника Cu_2Se , а на рис. 4.21 — порівняння глибини заглиблень на поверхні Cu_2Se залежно від інтенсивності лазерного випромінювання.

Розроблену методику лазерного структурування поверхні термоелектричних напівпровідників можна використати в процесі практичного розроблення та вдосконалення методу лазерної літографії.

Використання концентрованих потоків енергії лазерного випромінювання (КПЕЛВ) у різноманітних процесах металургії та оброблення металів зумовлює зростання інтересу до нього. Дослідники різних спеціальностей вивчають синтез, відновлення, легування матеріалів, зварювання, різання та інші технологічні процеси з метою розширення сфер їх застосування в науці і техніці та оптимізації їх параметрів. Фундаментом цих досліджень є результати теоретичного й експериментального вивчення теплофізичних явищ. Традиційний підхід до вирішення завдань, пов'язаних з впливом КПЕЛВ на матеріали, полягає у введенні поняття ефективного теплового джерела для різних процесів обробки, що дозволяє виділяти в них загальні закономірності і специфіку. Як параметри використовується ефективне теплове джерело, до якого входять теплофізичні характеристики матеріалу, характеристики технологічного процесу і, звичайно, КПЕЛВ. У цьому випадку температурне поле є єдиною незалежною характеристикою, через яку визначаються рух фазових меж, швидкість перебігу хімічних реакцій, дифузія легованих домішок тощо.

Отже, дослідження впливу КПЕЛВ на матеріали потрібно проводити у два етапи. На першому розв'язують теплову задачу, тобто розраховують температурне поле, на другому — температурне поле вважається заданим, розраховують швидкоплинні процеси та процеси, які не впливають на розподіл температурного поля [198].

Метод ефективних теплових джерел справедливий за достатньо малих густин КПЕЛВ, коли зміни температурного поля матеріалу відбуваються набагато повільніше, ніж решти полів. У цьому випадку всі швидкоплинні процеси встигають підпорядкуватися більш інерційним тепловим. Зі збільшенням густини КПЕЛВ ситуація змінюється. Дію КПЕЛВ на матеріал уже не можна описати, використовуючи тільки теплові ступені вільності. Внаслідок нагріву матеріалу до високих температур з великими швидкостями необхідно разом з тепловими розглядати газодинамічні, гідро-

динамічні, хімічні ступені вільності тощо. Найяскравіше ефекти взаємодії різних ступенів вільності проявляються за наявності між ними зворотних зв'язків. Достатньо повне уявлення про сучасний рівень розуміння явищ при дії лазерного випромінювання на матеріали можна дістати, розглянувши високі швидкості руху меж поділу розплав — тверде тіло — газове середовище, розплав — тверде тіло, великі градієнти полів температур, деформацій, густин, швидкостей, взаємозв'язки між цими полями. Для загальнішої картини перебігу цих явищ найбільш плідним є підхід, що спирається на результати аналітичних досліджень і робіт, виконаних за допомогою числових методів (чисельний експеримент).

Одним із результатів дії лазерного випромінювання на матеріали є перенесення теплоти і маси. Відомо [198], що розподіл густини лазерного випромінювання на плоскій поверхні тіла описується законом Гаусса. Добре відомо [205], що для пучка з гауссівським розподілом інтенсивності в перетині ефект дифракції зумовлює поступове зростання поперечних розмірів променя, зменшення амплітуди хвилі та деяку різницю фазової швидкості відносно швидкості плоскої хвилі. Ця різниця невелика і впливає тільки на фазовий зсув відносно плоскої хвилі, що становить $\frac{\pi}{2}$ на відстані поширення від гауссівського пучка до далекого поля.

5.1. Формування наночастинок кремнію в процесі термостимульованого розкладання нестехіометричних плівок SiO_x

Структури з кремнієвими наночастинками (nc-Si — нанокристалічний кремній), вирощеними всередині SiO_2 , привертають увагу дослідників перспективами створення на їх основі функціонально нових пристроїв наноелектроніки. На основі структур $\text{SiO}_2/\text{Si-nc}/\text{SiO}_2/\text{Si}$, сформованих іонним осадженням кремнію в SiO_2 , створено і успішно досліджено світлодіоди (LED) [139]. Аналогічні структури, отримані за допомогою високотемпературного відпалу, який поліпшує шари SiO_x ($x < 2$), описано в літературі [137, 138]. Ці технології мають деякі переваги, що стосуються сумісності зі стандартною кремнієвою технологією. Це є однією з причин того, що високотемпературний відпал плівок SiO_x розглядають як фактичний і перспективний метод для їх наноструктурування [199]. У більшості праць, де вивчалася люмінесценція в структури $\text{SiO}_2/\text{Si-nc}/\text{SiO}_2/\text{Si}$, головну увагу приділяли впливу розмірного для кроку квантування рівня кремнієвих нанокластерів на появу електролюмінесценції в області високих енергій (блакитній або ультрафіолетовій частині спектра). Разом з тим, квантові стани, що завжди з'являються на межі Si та SiO_2 , і рівні енергії, пов'язані з існуванням окремих додаткових атомів кремнію в SiO_2 , вивчено мало [200]. Проте відомо про кінетичні процеси створення кремнієвих нанокластерів у SiO_2 , а саме, що структура завжди проходить через певний стан з внутрішнім надлишком кремнію в SiO_x , $x < 2$, у ході відпалу. Відносно більша кількість кремнію, ніж необхідна для стехіометричної

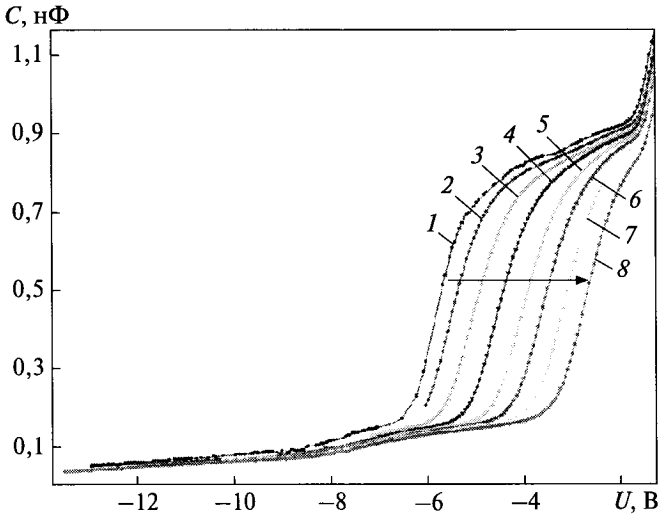
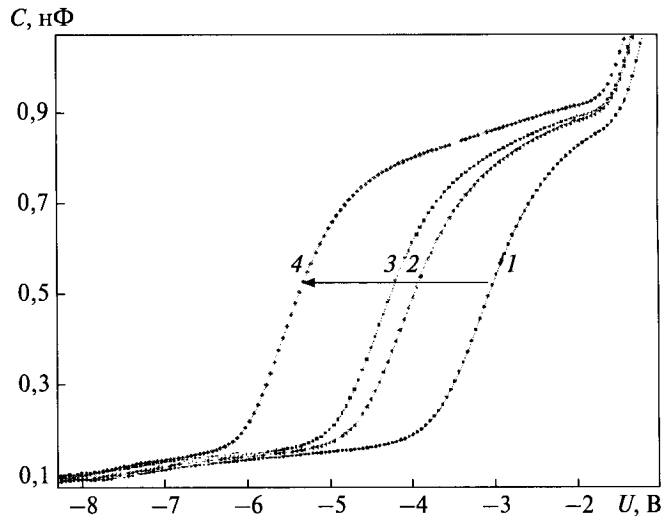


Рис. 5.1. $C-U$ -характеристики структури з тунельним діелектриком після застосування значного зсуву назад (зсув $C-U$ -характеристики пов'язаний із запам'ятовуванням процесу): 1 — початковий стан; 2 — після 5 В; 3 — після 6 В; 4 — після 7 В; 5 — після 9 В; 6 — після 10 В; 7 — після 11 В; 8 — після 13 В

Рис. 5.2. Динаміка виконання процесу в структурі з тонким шаром тунельного діелектрика (відновлення $C-U$ -характеристики структури за кімнатної температури (293 К): 1 — після заряджання; 2 — після 1 год; 3 — після 2,5 год; 4 — повне розряджання (2–3 дні)



фази SiO_2 , може зумовити появу додаткових атомів Si і утворення Si-наночастинок. Швидкість процесу міграції атомів Si в діелектрику істотно впливає на процес утворення стану межі між Si-нанокластерами і SiO_2 та на утворенні окремих вставок атомів Si в SiO_2 , який уможливорює формування множинних вставок окремих атомів Si у матриці SiO_2 [201]. У роботі [201] описано теоретичні й експериментальні дослідження електричних властивостей структур $\text{SiO}_2/\text{Si-ncs}/\text{SiO}_2/\text{Si}$, вирощених високотемпературним відпалом SiO_x , $x < 2$. Було розглянуто вплив умови росту кластера Si на частотних залежностях $C-U$ -характеристики. У результаті теоретичного моделювання було обчислено залежності $C-U$ -характеристики. У цій роботі експериментально знайде-

но, що структури $\text{SiO}_2/\text{Si-ncs}/\text{SiO}_2/\text{Si}$ з тунельним діелектричним шаром виявляють ефект пам'яті (рис. 5.1, 5.2).

Виділення фази кремнію супроводжується відновленням стехіометрії навколишньої оксидної матриці. Температура відпалу визначає структуру наночастинок. Дифузійно-лімітований ріст аморфних включень Si починається за температури 1070 K, за вищих температур відпалу ріст включень супроводжується кристалізацією. При цьому кристалічна фаза Si вкрай нестійка, а стабільні нанокристали Si формуються лише при 1370 K, що узгоджується з припущенням про значну залежність температури кристалізації Si від розміру включення. За відпалу тривалістю 1 хв при 1520 K відбувається повне розкладання SiO_x на фази Si та SiO_2 .

У процесі розроблення сучасних пристроїв оптоелектроніки актуальним завданням залишається створення випромінювачів світла на основі розвинутої кремнієвої технології. Одним із найперспективніших кремнієвих випромінювальних структур є тонкоплівкові структури nc-Si- SiO_x , в яких наночастинок кремнію (nc-Si) знаходяться в оточенні оксидної матриці (SiO_x). До найпоширеніших методів створення світловипромінювальних nc-Si належать: отримання пористого кремнію; лазерна абляція; плазмохімічне осадження з газової фази плівок нестехіометричного оксиду SiO_x ; імплантація в матрицю SiO_2 іонів Si^+ ; резистивне розпилення порошку SiO в атмосфері кисню і одночасне магнетронне розпилення мішені Si, SiO_2 [202].

Залежно від розмірів сформованих nc-Si їх структури (кристалічна чи аморфна), концентрації, а також якості інтерфейсу nc-Si/матриця фотоліумінесценції (ФЛ) таких структур може спостерігатися як у ближчій інфрачервоній, так і у видимій ділянках спектра. При зменшенні їх розмірів положення максимуму випромінювання зміщується в короткохвильову ділянку спектра. Одним із методів контролю розмірів наночастинок кремнію, розміщених у матриці оксиду, є використання осадження у вакуумі монооксиду кремнію (SiO) і отримання субоксидних плівок SiO_x пористої циліндричної структури [203]. У разі високотемпературного відпалу таких плівок утворюються наночастинок Si в обмеженому об'ємі SiO_x циліндрів малого діаметра, що приводить до формування наночастинок кремнію меншого розміру, ніж у суцільних плівках того самого складу.

Отримані похилим осадженням плівки SiO_x через наявність вільного простору (пор) між оксидними циліндрами легше піддаються різного виду хімічним обробкам, наприклад парами ацетону чи аміаку, внаслідок чого відбувається модифікація межі поділу nc-Si/ SiO_x , яка впливає на світловипромінювальні властивості SiO_x . Пористі SiO_x -плівки легше піддаються й хімічному травленню порівняно з плівками SiO_x суцільної структури. У роботі [203] вперше наведено результати дослідження впливу селективного травлення оксидної матриці, яка містить nc-Si кристалічної (c-nc-Si) або аморфної (a-nc-Si) структури на спектр випромінювання цих nc-Si- SiO_x -наноконкомпозитів.

У процесі термічного відпалювання вихідна плівка SiO_x трансформується в матрицю SiO_y ($y > x$) з вбудованими в матрицю наночастинками Si, причому

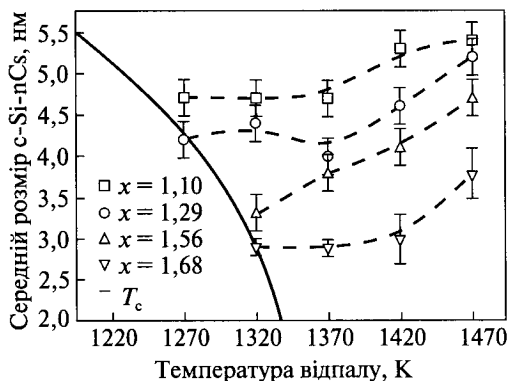


Рис. 5.3. Залежність середніх розмірів нанокристалів кремнію від температури відпалу плівок SiO_x з різними значеннями показника стехіометрії x . Суцільна крива відповідає теоретичній залежності радіуса кристалізації (параметри моделі $A = 5,5$ нм, $T_c = 1348$ К). Штрихові лінії наведено для наочності [204]

починаючи з певних температур відпалу параметр u досягає значення 2, тобто процес розділення фаз закінчується формуванням кремнієвих нанокластерів у матриці SiO_2 [202]. У подальшому спостерігається «дозрівання за Оствальдом», яке відбувається дуже повільно через малі коефіцієнти дифузії Si у SiO_2 [202]. Для травлення отриманих nc-Si- SiO_x -структур з кристалічними й аморфними nc-Si використовують розчин плавикової кислоти (HF), який селективно діє на такі структури, тобто розчиняє оксидну матрицю і не розчиняє nc-Si [203].

Для визначення параметра стехіометрії x невідпалених плівок SiO_x використовують метод інфрачервоної (ІЧ) спектроскопії і спектроскопії резерфордського зворотного розсіювання (РЗР) [11]. За спектрами поглинання в області $700\text{—}1400\text{ см}^{-1}$ визначають положення піків поглинання для кожного зразка. За зв'язком між складом плівок SiO_x і положенням піків ІЧ-поглинання визначають відповідні значення параметра стехіометрії x для досліджуваного зразка. Методом РЗР отримують спектри, за якими також знаходять значення параметра x для зразка. Кінцеве значення параметра стехіометрії визначають як середнє знайдених за допомогою двох методів [204].

У роботі [204] наведено також залежність середніх розмірів нанокристалів кремнію від температури відпалу плівок SiO_x з різними значеннями показника стехіометрії x .

З рис. 5.3 видно, що зі збільшенням вмісту кремнію в плівках SiO_x (при зменшенні параметра x) середній розмір нанокристалів збільшується. Це пояснюється тим, що в разі надлишку кремнію густина нановключень кремнію висока, що спричинює їх більш активну взаємодію в процесі росту і формування нанокристалів. Ріст середніх розмірів кристалічних нановключень кремнію зі збільшенням температури відпалу починається з моменту повної кристалізації аморфних нанокластерів кремнію. За нижчих температур відпалу середній розмір нанокластерів Si у плівці залишається відносно незмінним через конкуренцію двох процесів: зменшення розмірів кристалізації аморфних нанокластерів Si і збільшення уже сформованих кремнієвих нанокластерів [204].

За певного складу плівок утворені нанокластери nc-Si є джерелом фотолюмінесценції (ФЛ) в діапазоні $700\text{—}900$ нм [203, 205]. Зв'язок між наявністю nc-Si і ФЛ досить надійно встановлено, але механізм формування nc-Si у плів-

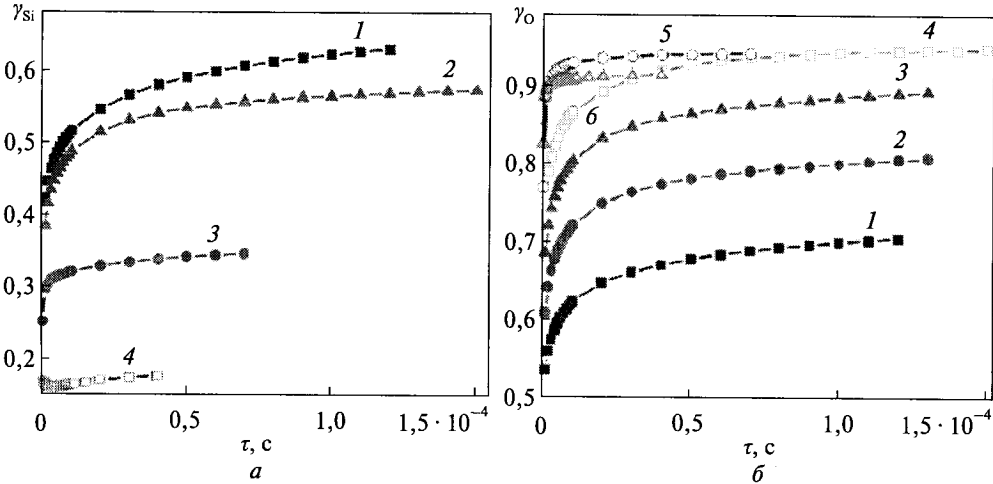


Рис. 5.4. Залежність частки правильно координуваних атомів γ -кремнію (а) і кисню (б) від часу модельного відпалу SiO_x -шару за різного вмісту надлишкового кремнію: 1 — 0 %; 2 — 9 %; 3 — 17 %; 4 — 23 %; 5 — 37 %; 6 — 50 % від SiO_2 ; $T = 1470$ К

ках SiO_x поки що недостатньо вивчено. Незважаючи на тривалу історію дослідження Si-SiO₂, залишається нез'ясованим питання про процеси газової твердофазної дифузії в матриці діоксиду кремнію, а також про частинки— носії кисню і кремнію в оксидній плівці на кремнієвій підкладці. Новітні роботи свідчать про велику роль монооксиду SiO у формуванні nc-Si в SiO_x [206]. Розрахунки для уточнення енергетичних бар'єрів дифузії надлишкового кремнію в SiO_x -плівках подано в роботі [207], а кінетику формування nc-Si у SiO_x -плівках розглянуто в роботі [204]. Кілька робіт присвячено моделюванню росту плівок SiO_x методом Монте-Карло [208, 209].

У роботі [209] проведено моделювання поведінки плівки SiO_x ($1 \leq x < 2$) у процесі відпалювання. Атоми надлишкового кремнію займали частину пустот, які залишаються після заповнення половини гратчастих місць стехіометричним діоксидом. Вихідний стан шару — хаотичний розподіл атомів у вузлах ґратки. На рис. 5.4 наведено залежності від часу частки правильно координуваних атомів кремнію (рис. 5.4, а) і кисню (рис. 5.4, б) у SiO_x -шарах. Зі збільшенням надлишкового кремнію частка атомів кремнію в правильних позиціях зменшується, а частка кисню в правильних позиціях збільшується. На рис. 5.4, б видно, що максимум правильно координованого кисню (до 95 %) спостерігається при 23—37 % надлишкового кремнію (криві 4 і 5). Можливо, саме цей процес відбувається при утворенні субоксидних фаз преципітатів кисню в кремнії і в процесі відпалювання плівок SiO_x . Нижчі значення насичення на кривій б пов'язані з тим, що в разі більшого надлишку кремнію кисень розміщений у неправильних позиціях і не має можливості дифундувати [209].

У процесі відпалювання плівок SiO_x можна виділити два етапи. Перший — фрагментарне ущільнення матриці SiO_2 , утворення нанопор у місцях скупчен-

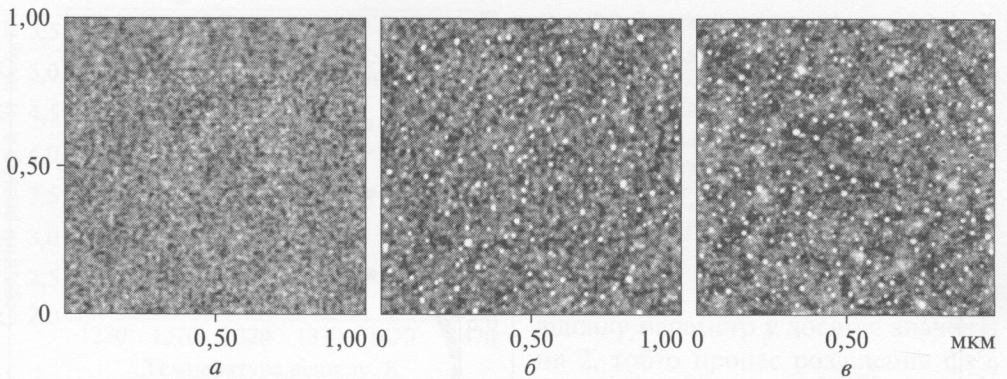


Рис. 5.5. АСМ-зображення поверхні плівки: *a* — вихідна плівка SiO_x ; *б* — відпал за температури 1270 К; *в* — відпал за температури 1370 К

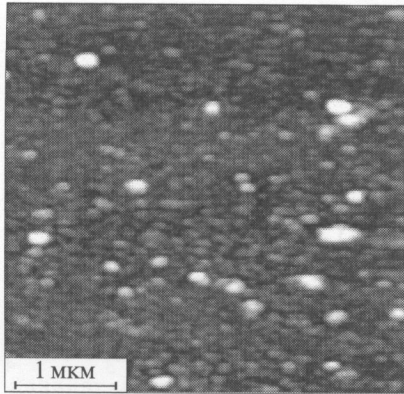
ня надлишкового кремнію і зосередження Si-кластерів з великим числом обірваних зв'язків. Другий етап — поступове «обтікання» матрицею кластерів діоксиду кремнію. Тривалість другого етапу в десятки разів більша, ніж першого. Тривалість різних етапів відпалювання має значно залежати від флуктуацій складу, густини і структури шарів.

Для аналізу структури поверхні плівки SiO_x використовують атомно-силову мікроскопію (АСМ) [146]. АСМ-зображення морфології вихідної плівки SiO_x було отримано іонно-плазмовим розпиленням (рис 5.5, *a*). Це досить однорідна поверхня, утворена з дрібних зерен висотою до 0,4 нм. У результаті високотемпературного відпалу за температури 1270 і 1370 К упродовж 30 хв морфологія поверхні змінюється з появою нановключень (рис. 5.5, *б*, *в*). Відпал за температури 1270 К стимулював формування наночастинок висотою 0,8 нм з їх поверхневою густиною $N \approx 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^2$. З підвищенням температури відпалу (1370 К) густина наночастинок не змінюється, а висота зростає до 1,1 нм.

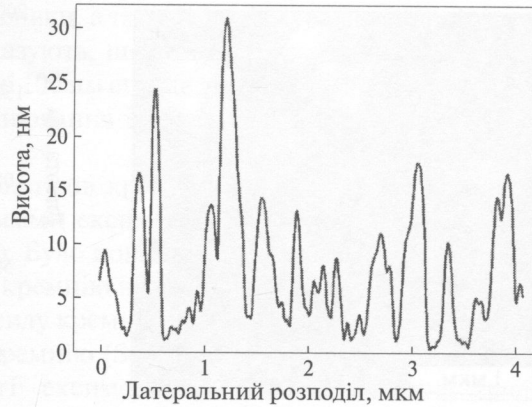
Отже, в результаті термічного відпалу утворюються nanoострівці з іншим хімічним складом, а саме, кремній на тлі вихідної поверхні [146]. Порівнюючи вплив кількості збагаченого кремнію у вихідних плівках SiO_x на формування рельєфу у зв'язку з високою температурою відпалу, можна зробити висновок, що висока концентрація кремнію в початкових плівках збільшує формування острівців, але їх густина зменшується.

5.2. Лазер-індуковане формування наночастинок Si у плівках SiO_x

Кристалічний кремній (с-Si) є основним матеріалом сучасної напівпровідникової мікроелектроніки і залишиться таким ще протягом кількох наступних десятиліть. Однак швидка мініатюризація компонентів сучасних інтегральних схем і оптичних систем потребує знаходження нових способів наноструктурування цього матеріалу. Крім традиційно використовуваних лі-



а



б

Рис. 5.6. АСМ-зображення поверхні (а) і профілограма (б) кремнієвої мішні, опроміненої одним фемтосекундним лазерним імпульсом

тографічних технологій є й інші шляхи високоточного оброблення $c\text{-Si}$. Одним із таких методів є оброблення поверхні потужними надкороткими лазерними імпульсами тривалістю менш як 100 фс [210]. У цьому випадку завдяки розділенню в часі процесів поглинання випромінювання в речовині і термічної дифузії виникає значне зменшення зони термічного руйнування, що в результаті забезпечує високу якість структур, сформованих при фемтосекундній лазерній дії. Слід зазначити, що за густини енергії лазерних імпульсів, близької до порогової, точність може бути збільшена до субмікронних масштабів. Також добре відомий механізм утворення поверхневих ґраток унаслідок інтерференції падаючої і розсіяної поверхневої електромагнітних хвиль [210]. У цьому разі період утворених структур близький до довжини хвилі лазерного випромінювання.

Не менший інтерес становить лазерно-індуковане формування кремнієвих структур нанометрового масштабу. Електронні й оптичні властивості нанокристалів кремнію істотно відрізняються від властивостей $c\text{-Si}$.

Аналізом поверхні $c\text{-Si}$ [211], опроміненої фемтосекундними лазерними імпульсами, методом атомно-силової мікроскопії (АСМ) на ній виявлено наявність частинок, менших за 1 мкм.

На рис. 5.6, а наведено зображення зразка в зондовому мікроскопі після опромінення одним імпульсом. На опроміненій поверхні в цьому випадку спостерігається багато неоднорідностей з латеральним (горизонтальним) розміром від 70 до 200 нм. Профілограму (зображення рельєфу профілю поверхні) для того самого зразка наведено на рис 5.6, б. Як можна бачити, поверхня вкрита тонким шаром наночастинок від 2 до 30 нм.

При більш тривалому опроміненні кремнієвих пластин фемтосекундними лазерними імпульсами число наночастинок на поверхні монотонно збільшується. Як видно з рис. 5.7, а і б, де наведено АСМ-зображення і профіло-

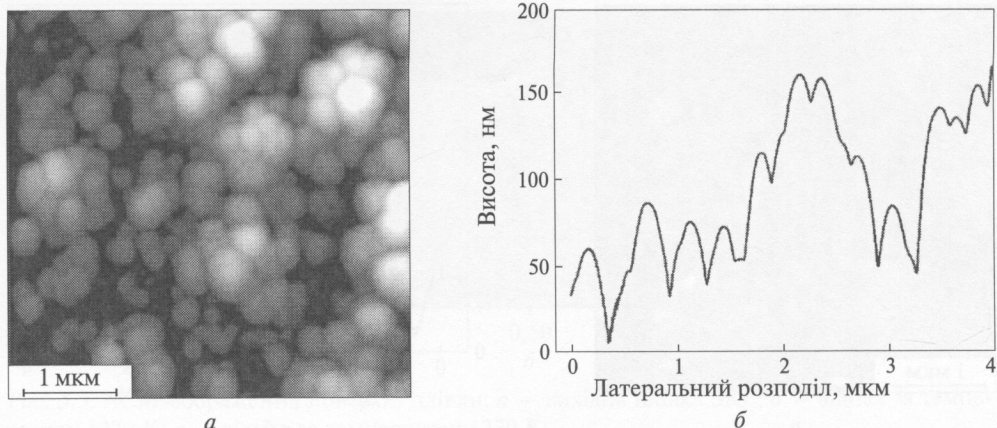


Рис. 5.7. АСМ-зображення поверхні (а) і профілографа (б) кремнієвої мішені, опроміненої 100 імпульсами

граму при опроміненні 100 імпульсами, структура поверхні в цьому випадку являє собою агломерати наночастинок. Характерні розміри агломератів у латеральному перерізі й по висоті становлять ~ 100 нм.

Потрібно знайти шляхи ефективнішого формування наночастинок розміром менш як 5 нм при опроміненні кремнієвих поверхонь фемтосекундними лазерними імпульсами, адже частинки таких розмірів з урахуванням їх латерального розміру і малої висоти можна наближено розглядати як квантові ями, де прояв квантово-розмірних ефектів може спричинювати істотні зміни оптичних і електричних властивостей кремнію внаслідок розширення забороненої зони [211].

Зростання товщини шару наночастинок і їх агломерація зі збільшенням часу експозиції дозволяє припустити, що в процесі взаємодії потужних надкоротких імпульсів з поверхнею пластини $c\text{-Si}$ відбувається розігрівання приповерхневої ділянки. Після закінчення дії лазерного імпульсу це приводить до абляції речовини з утворенням поблизу поверхні високотемпературної хмари атомів кремнію. Атоми, які випарувалися, перебуваючи в атмосфері, швидко втрачають свою кінетичну енергію і в результаті зіткнень з іншими атомами об'єднуються в агломерації, формуючи наночастинок. Оскільки цей процес відбувається за високих температур, наночастинок перебувають у рідкій фазі і при осадженні на поверхню $c\text{-Si}$ розтікаються по ній і, охолоджуючись, переходять у тверду фазу. Слід зазначити, що сформовані під дією фемтосекундних лазерних імпульсів наночастинок досить сильно зв'язані з поверхнею Si ; дія ультразвуком не змінює рельєф зразків [211].

Використовуючи лазерний відпал плівок SiO_x імпульсами тривалістю в десятки наносекунд, автори [212] показали, що при цьому відбувається часткове розкладання SiO_x на кремній і оксид кремнію, причому процес має пороговий характер. Автори зазначають, що відпал імпульсним лазером не до-

зволяє контролювати температуру плівки, а також досліджувати розподіл температури по плівці. Результати показують, що температура на поверхні приблизно дорівнює 1820 К, а на глибині 100 нм спадає до 1270 К. Також показано, що під впливом лазерного випромінювання відбувається випаровування матеріалу (абляція).

У [213] для отримання нанокристалів кремнію використовували відпал оксидних шарів короткими імпульсами ексимерного лазера (тривалість імпульсу 30 нс, довжина хвилі 308 нм). Було показано, що такий відпал не приводить до утворення наночастинок кремнію навіть за високих температур нагрівання, аж до плавлення шару оксиду кремнію.

УФ-поглинальні монооксиди кремнію (SiO_x, $x \approx 1$) тонких плівок на підкладках кремнію, опромінених ArF ексимерним лазером (довжина хвилі 193 нм) у суб-абляції порогового режиму, розглянуто в роботі [214]. Мультиімпульс опромінення плівки товщиною ~ 200 нм, за густини енергії близько 100 мДж/см², призводить до значного збільшення УФ-випромінювання, із значенням окиснення SiO_x у SiO₂. Якість отриманої плівки після цього лазерного відпалу залежить від вмісту кисню у навколишньому середовищі. Опромінення на повітрі за атмосферного тиску приводить до утворення субмікронних розмірів частинок оксиду у приповерхневій зоні плівки. Таке опромінення застосовують, щоб сформувати ділянки плівки зі зміненим коефіцієнтом заломлення або для формування регулярних частинок із субмікронним періодом. Ці процеси можуть бути використані для виготовлення масок або фази для різних типів поверхні функціоналізації.

На рис. 5.8 [214] наведено СЕМ-зображення плівки SiO_x завтовшки 406 нм після опромінення з параметрами лазера: 193 нм при 120 мДж/см².

Отже просторово селективне окиснення шарів SiO_x можливе ексимерним лазерним опроміненням [214]. У сильно розбавленій киснем атмосфері виходять гладкі плівки оптичної якості. Цей тип обробки придатний, наприклад, для виготовлення оптичних фазових елементів, які поєднують у собі гладку поверхню і зміни показника заломлення. У багатому на кисень навколишньо-

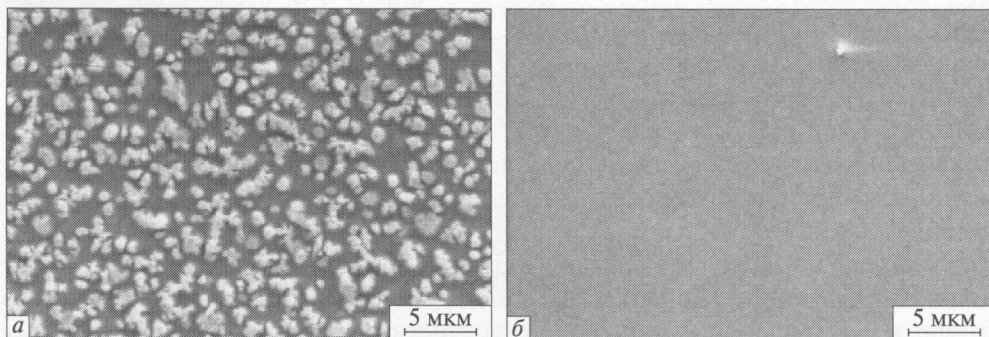


Рис. 5.8. СЕМ-зображення плівок SiO_x [214]: а — опромінення в повітрі; 80 000 імпульсів; б — опромінення в азоті; 50 000 імпульсів

му середовищі окиснення плівок SiO_x відбувається швидше. У разі високої роздільної здатності опромінення це можна використати для виготовлення масивів наночастинок SiO_2 , які в поєднанні з металізацією є перспективними кандидатами щодо підвищення поверхневих ефектів [214].

Дослідження впливу лазерного відпалу на кремнієві нанокристалічні плівки, виготовлені PLD (імпульсно-лазерним осадженням) у середовищі інертного газу аргону, проводилося в роботі [210], в якій показано, що одно- і багаторазові імпульси лазерного відпалу поліпшують кристалічність у плівках і підвищують інтенсивність фотолюмінесценції. Одноімпульсний відпал може легко спричинити пошкодження. Низька густина енергії кількох імпульсів відпалу може забезпечити більший відпал, ніж одиничного імпульсу, без пошкоджень. Число імпульсів для багатоімпульсного відпалу має бути оптимізоване до пошкодження чи лазерної абляції.

Розроблення технології отримання кремнієвих нанокристалів і нанокompatитних плівок, що містять нанокристали кремнію в діелектричній матриці, є важливим і актуальним завданням наноелектроніки. Для ефективного використання наноструктур у кремнієвій електроніці необхідне також усебічне дослідження фізичних властивостей плівок SiO_x [215].

Плівки оксиду кремнію, збагачені кремнієм (SRSO) з нанокристалами кремнію (Si-ncs), відомі як новий тип світловипромінювальних матеріалів для нового покоління оптоелектронних інтегральних схем. Високотемпературний відпал у печах (понад 1270 K) є необхідним процесом для осадження Si-ncs у плівках SRSO (оксид кремнію, збагачений кремнієм). І все ж таки обробка типовим термічним відпалом не є локалізованою і може призвести під час оброблення до руйнування інших електронних схем, які знаходяться на одній підкладці. Лазерне опромінення почали використовувати порівняно недавно для осадження Si-ncs у плівках SRSO. Використовуючи імпульсний Nd : YAG лазер ($\tau = 8$ нс, $\lambda = 355$ нм) з густиною енергії випромінювання від 30 до 360 мДж/см², розміри наночастинок кремнію в $\alpha\text{-SiO}_x\text{:H}$ (гідрогенізований субстехіометричний аморфний оксид кремнію) можна збільшити від 20 до 200 нм [216]. В іншому дослідженні було продемонстровано, що для 248 нм KrF імпульсного ексимерного лазера, для відпалу SiO_x без абляції, порогова інтенсивність становить 85 мДж/см². І все ж, досить складно здійснювати відпалювання для осадження Si-ncs у плівках SRSO за такої низької інтенсивності у зв'язку з малим коефіцієнтом поглинання SiO_2 за такої довжини хвилі (наприклад, $\alpha < 10^{-6}$ см⁻¹ при $\lambda < 532$ нм) [216]. У такому разі недостатня енергія перетворюється на теплоту для Si-ncs з температурою поверхні, яка прямо пропорційна коефіцієнту поглинання. У роботі [217] було використано лазер CO_2 як джерело відпалу для синтезу nc-Si. Отриману плівку було вирощено на кварцовій підкладці. Розмір і густина nc-Si у плівці після обробки лазером CO_2 вивчали за допомогою трансмісійного електронного мікроскопа з високою роздільною здатністю. Автори [217] роблять висновки, що поріг лазерної абляції лазера CO_2 настає за інтенсивності, близької до 6 кВт/см². Максимальна температура порогу абляції 1560 K оціню-

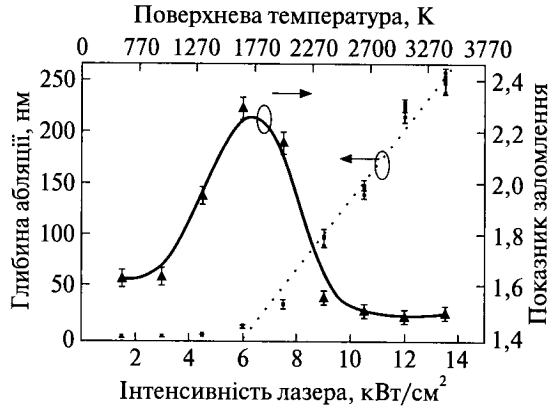
Рис. 5.9. Залежність глибини абляції і показника заломлення плівки від інтенсивності лазерного випромінювання

валася за допомогою теплофізичної моделі [217]. Температуру поверхні шару плівки під час лазерної обробки визначали за раніше розробленою методикою [218], у якій нехтується перенесенням теплоти за рахунок конвекції і теплового випромінювання. Максимальна температура поверхні (T_{peak}) шарів плівки, опроміненних гауссівським пучком, визначається виразом [217]:

$$T_{peak}(r) = \frac{\alpha(1-R)}{\rho C_p} \cdot \frac{2P\tau}{\pi w^2} \cdot \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2}\right), \quad (5.1)$$

де α — коефіцієнт поглинання; $R = [(n-1)^2 + k^2] / [(n+1)^2 + k^2]$ — коефіцієнт відбиття; w — радіус гауссівського пучка; r — радіальна відстань; τ — час освітлення; ρ — густина; C_p — питома теплоємність; P — інтенсивність лазера. Отже, з рівняння (5.1) випливає, що температура (T_{peak}) поверхневого шару плівки пропорційна P , тому може бути передбачена. Якщо P збільшується від 1,5 до 13,5 кВт/см², то відповідно збільшується і температура T_{peak} від 400 до 3620 К (рис. 5.9).

З рис. 5.9 [216] видно, що показник заломлення для шару плівки на довжині хвилі 633 нм змінюється від 1,57 до 2,31 при збільшенні P з 1,5 до 6 кВт/см². Показник заломлення плівки змінюється від 1,93 до 2,31 при зростанні температури відпалу від 1170 до 1570 К. Це означає, що осадження nc-Si відбувається за більших інтенсивностей випромінювання лазера CO₂. І навпаки, показник заломлення відпалених плівок різко зменшується до 1,42 за інтенсивностей лазерного випромінювання вищих, ніж поріг інтенсивності абляції — 6 кВт/см². Тоді CO₂-лазер завдає серйозної шкоди плівкам і також знижує надлишкову густину кремнію через значний процес окиснення. А глибина абляції у плівках змінюється залежно від інтенсивності лазерного випромінювання (P_{laser}).



5.3. Моделювання процесу формування наночастинок Si при термічному відпалі плівок SiO_x

Експериментально виявлені закономірності зародження, росту і коалесценції нанокристалів Si створили передумови для теоретичного опису та моделювання процесу формування нанокристалів Si при відпалі твердого

розчину $\text{SiO}_2:\text{Si}$. Слід зазначити, що при цьому використовуються загальні уявлення про фазові переходи I роду. Відповідно до них, у дифузійному процесі утворення включень нової фази під час розпаду пересиченого твердого розчину слід розрізняти дві стадії. На першій відбувається флуктуаційне утворення зародків нової фази і їх ріст безпосередньо з перенасиченого розчину. На другій стадії, коли включення мають уже досить великий розмір, а перенасичення стає надзвичайно малим, визначальну роль відіграє процес коалесценції (дозрівання за Оствальдом), який полягає в розчиненні частинок нової фази з розміром, меншим за критичний, і зростанні за рахунок цього більших частин. Цей ефект визначається прагненням системи частинок до мінімуму вільної енергії, зокрема, до зменшення площі поверхні зіткнення фаз. Така система в обмеженому об'ємі нестійка щодо розподілу частинок за розмірами і еволюціонує в бік їх укрупнення, так що на межі має досягтися рівновага, за якої існує єдиний масивний монокристал у насиченому розчині [219]. Основним теоретичним підходом, що описує цю пізню стадію дозрівання, є наближення «середнього поля» Ліфшиця, Слезового і Вагнера (передбачає однорідне пересичення в проміжках між включеннями нової фази). Інший поширений підхід, заснований на методі Монте-Карло [209, 220], дозволяє моделювати еволюцію атомів розчинної речовини, випадково розподілених у твердому розчині, у зв'язку з низкою макроскопічних параметрів. Основним недоліком першого підходу є його застосовність лише для відносно «розведених» розчинів, оскільки «дифузійна» взаємодія між частинками за їх значної густини локально модифікує розподіл концентрації в розчині, надаючи йому неоднорідності. Атомістичне моделювання можна успішно застосовувати для аналізу ранніх стадій зародження і росту включень нової фази, однак для розгляду процесів коалесценції потрібні великі обчислювальні ресурси, які з'явилися лише останнім часом.

Кінетику зародження і росту nc-Si при відпалі імплантованих кремнієм шарів SiO_2 вивчали в роботах [221—223]. У роботі [221] методом Монте-Карло у двовимірному просторі моделювали ріст кремнієвих нанопреципітатів у шарах SiO_2 , що містять кілька ат. % надлишкового кремнію. Було показано високу ймовірність утворення подвійних зв'язків Si—Si та перколяційних кластерів (центрів зародкоутворення) за концентрацій Si понад 1 ат. % навіть за відсутності відпалу. Для температур відпалу до 1170 К виявлено переважання процесу зародкоутворення над ростом преципітатів, а також детально вивчено процеси трансформації дрібних нефазових комплексів у відносно великі кластери Si, які добре корелюють з даними структурного аналізу та люмінесцентними властивостями для певних температур відпалу. Тривимірний метод Монте-Карло, описаний у [221], нещодавно було застосовано для випадку високих концентрацій іонно-імплантованого кремнію (понад 30 ат. %) у тонких шарах SiO_2 з використанням розрахункових розподілів TRIDYN [222]. За відносно малих концентрацій надлишкового кремнію (до ~ 30 ат. %) виявлено стадії нуклеації, росту і дозрівання за Оствальдом nc-Si. Середній розмір НК залежно від часу відпалу виходив на насичення, зумовлене конкуренцією коа-

лесценції і стоку надлишкового кремнію до близько розміщеної межі з підкладкою Si. З подальшим збільшенням концентрації Si фіксували спінодальний розпад твердого розчину, для якого характерне формування несферичних довгастих включень кремнію і згодом його суцільного шару.

Нестехіометричні оксид SiO_x, нітрид SiN_x, оксинітрид SiO_xN_y є тетраедричними сполуками, будова яких визначається октаедричним правилом Мотта [224]. Моделі випадкових зв'язків Random Bonding (RB) і суміші фаз Random Mixture (RM) [225] є двома граничними випадками опису будови SiO_x. У моделі RM припускається, що SiO_x складається з двох фаз — аморфного кремнію (α-Si) і SiO₂, тобто з тетраедрів SiSi₄ і SiO₄. Як правило, за низьких температур синтезу SiO_x (менш як 570 K) його структура описується моделлю RM, вищі температури синтезу зумовлюють фазове розділення в шарах SiO_x, тобто такі плівки мають краще описуватися моделлю RM [225]. Для моделі RB функція розподілу тетраедрів SiO_vSi_{4-v}, v = 0, 1, 2, 3, 4, у SiO_x описується виразом [224]

$$W(v, x) = \left(\frac{x}{2}\right)^v \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{4-v} \frac{4!}{v!(4-v)!}. \quad (5.2)$$

У роботі [225] для опису будови SiO_x використано проміжну між RB і RM модель — Intermediate Model (IM). За теорією IM, розрахований спектр являє собою суперпозицію п'яти тетраедрів SiO_vSi_{4-v}, v = 0, 1, 2, 3, 4. Для визначення складу плівок SiO_x використовували формулу

$$x = \frac{1}{2} \frac{\sum_{v=1}^4 v W_v^{IM}}{\sum_{v=0}^4 W_v^{IM}}, \quad (5.3)$$

де W_v^{IM} — частка тетраедрів.

На рис. 5.10, а [225] наведено п'ять експериментальних фотоелектронних спектрів Si 2p-рівня у SiO_x. Штриховими лініями показано розраховані спектри, що найповніше відповідають експериментальним. Також на рисунку наведено значення складу x плівок SiO_x, отриманих за формулою (5.2).

Слід зазначити, що будова SiO_x залежить від методу його отримання. Так, для плівок SiO_x, отриманих розпиленням кремнію в кисні за низької температури, розділення на дві фази — SiO₂ і Si — не спостерігається [224].

На рис. 5.10, б [225] показано експериментальні фотоелектронні спектри Si 2p-рівнів у SiO_x і результати теоретичного моделювання з використанням моделі RB.

Модель RB передбачає один пік, що являє собою суперпозицію п'яти піків, які відповідають п'яти тетраедрам SiO_vSi_{4-v}, v = 0, 1, 2, 3, 4. Зі зменшенням концентрації кисню розрахований пік зсувається в бік менших енергій зв'язку. Положення і півширина розрахованих піків у SiO_x для x = 0,7, 0,98, 1,47 не узгоджується з експериментальним спектром Si 2p-рівня.

Розрахунок експериментальних спектрів з використанням моделі RM наведено на рис. 5.11 [225]. Відповідно до моделі RM, розрахунок перед-

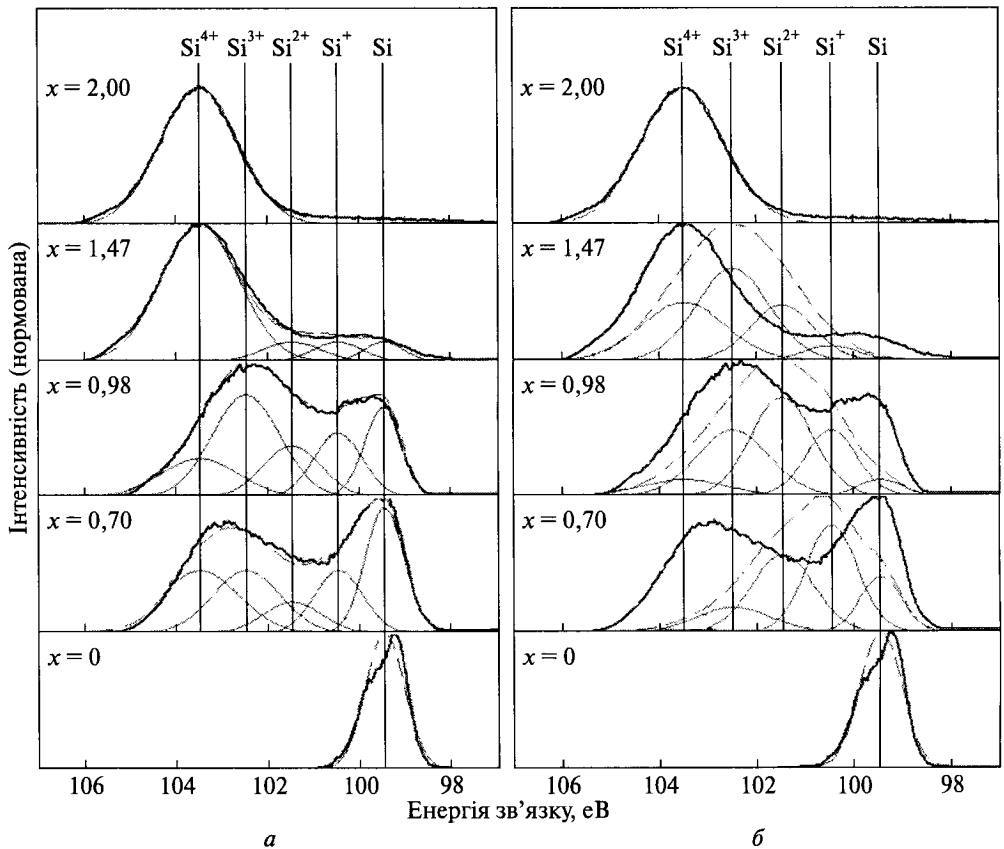
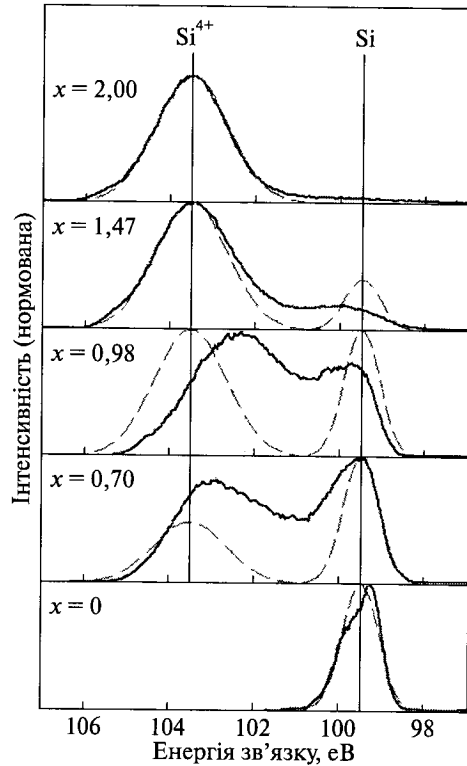


Рис. 5.10. Експериментальні фотоелектронні спектри $\text{Si } 2p$ -рівня у SiO_x (жирна лінія). Штрихові лінії — результати моделювання для визначення складу плівки (а) і теоретичного моделювання з використанням моделі RB (б). Символами Si^{4+} , Si^{3+} , Si^{2+} , Si^{+} позначено інтенсивності $\text{Si } 2p$ -рівня для тетраедрів SiO_4 , SiSiO_3 , SiSi_2O_2 , SiSi_3O і SiSi_4 відповідно

бачає наявність двох піків, які відповідають двом тетраедрам — SiO_4 і SiSi_4 . Розраховані піки $\text{Si } 2p$ -рівня корелюють за енергією з експериментальними спектрами.

На рис. 5.12, а вгорі зображено енергетичну діаграму SiO_x для перетину А—А. Горизонтальна лінія ($E = 0$) позначає початок відліку енергії електрона (енергія вакууму) [225]. Символами E_c і E_v позначено відповідно дно зони провідності і верх валентної зони в SiO_x . Ширина забороненої зони SiO_2 становить 8 еВ [225]. Зменшення ширини забороненої зони свідчить про локальне збільшення концентрації кремнію в SiO_x . Найменша ширина забороненої зони ($E_g = 1,6$ еВ) відповідає кремнієвій фазі. Отже, максимальний масштаб флуктуацій потенціалу для електронів становить 2,6 еВ, а для дірок — 3,8 еВ. У нижній частині рис. 5.12, а зображено всі можливі варіанти просторової будови SiO_x . Білим кольором позначено SiO_2 , чорним — $\alpha\text{-Si}$, сірим — субокси-

Рис. 5.11. Експериментальні фотоелектронні спектри Si 2p-рівня в SiO_x (жирна лінія) і результати теоретичного моделювання з використанням моделі RM (штрихова лінія). Символами Si⁴⁺ і Si позначено інтенсивності Si 2p-рівня для тетраедрів SiO₄ і SiSi₄ відповідно



ди кремнію. Якщо розмір кремнієвого кластера L малий, то в ньому можна спостерігати ефекти розмірного квантування. Такий кластер позначено цифрою 1. Цифрою 2 позначено макроскопічний кластер кремнію в оксиді кремнію. В цьому випадку немає перехідного шару субоксидів кремнію, і на енергетичній діаграмі межа Si/SiO₂ є різкою. Цифрою 3 позначено кремнієвий кластер, оточений субоксидом кремнію. В цьому разі на енергетичній діаграмі перехід від кремнію до SiO₂ зображено плавною лінією. Тут і далі передбачається, що розмір перехідної ділянки (субоксиду кремнію) суттєво перевищує довжину зв'язків Si—O та Si—Si. Цифрою 4 позначено кластер субоксиду кремнію в SiO₂, цифрою 5 — кремнієвий кластер у субоксиді кремнію, цифрою 6 — кластер субоксиду в Si, цифрою 7 — кластер SiO₂ у Si.

Раніше було запропоновано модель великомасштабних флуктуацій потенціалу (модель Шкловського—Ефроса) у сильно легovanому компенсованому напівпровіднику (рис. 5,12, б). У цій моделі ширина забороненої зони стала, а флуктуації потенціалу виникають унаслідок неоднорідного просторового розподілу заряджених іонізованих донорів і акцепторів. Порушення електронно-діркової пари призводить до просторового розподілу електронів і дірок, що не сприяє їх рекомбінації.

Принципова відмінність між моделлю великомасштабних флуктуацій потенціалу в SiO_x [225] і моделлю Шкловського—Ефроса полягає в такому:

1. Великомасштабні флуктуації потенціалу в компенсованих напівпровідниках мають електростатичну природу, пов'язану з просторовими флуктуаціями, зарядовою густиною донорів і акцепторів.

2. Величина забороненої зони є сталою (рис. 5.12, б), електричне поле, зумовлене просторовими флуктуаціями потенціалу, сприяє розділенню електронів і дірок. У SiO_x флуктуації потенціалу зумовлені локальними флуктуаціями хімічного складу.

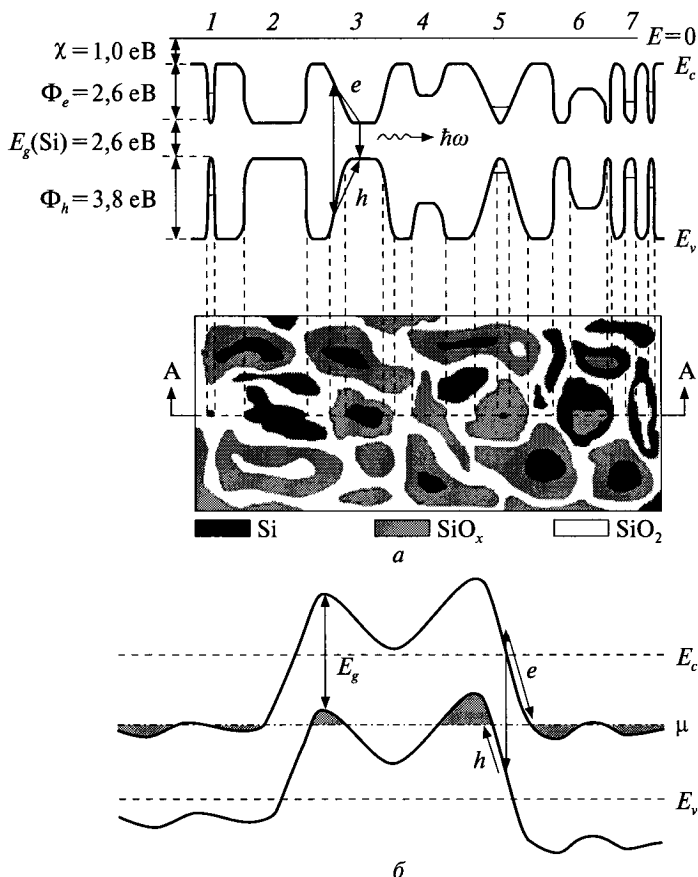


Рис. 5.12. ІМ-модель (а) і модель флуктуації (Шкловського—Ефроса) потенціалу в сильно легovanому напівпровіднику; Φ_e , Φ_h — бар'єри для електронів і дірок на межі a-Si/ SiO_2 відповідно; μ — рівень Фермі

3. В ІМ-моделі [225], на відміну від моделі Шкловського—Ефроса, немає просторового об'ємного заряду.

4. Відповідно до моделі ІМ, локальні флуктуації хімічного складу в SiO_x призводять до просторової флуктуації потенціалу. Просторова флуктуація потенціалу веде до зміни локальних електричних полів для електронів і дірок. Локальні електричні поля для електрона і дірки в одній і тій самій точці зразка SiO_x різні за величиною та напрямом (рис. 5.12, а). У разі порушення електронно-діркової пари в SiO_x електричне поле для електрона і дірки сприяє, як видно з рис. 5.12, а, їх рекомбінації. У разі радіаційного механізму рекомбінації SiO_x є ефективним випромінювальним середовищем. Великомасштабні флуктуації потенціалу в SiO_x сприяють локалізації електронів і дірок у потенційних ямах (кремнієвих кластерах) [225]. Цей ефект використовують для розроблення швидкодіючої енергонезалежної пам'яті, заснованої на локалізації заряду в SiO_x [225].

У ранніх роботах, присвячених структурам nc-Si- SiO_x , передбачалося, що нанокристали nc-Si утворюються за рахунок дифузії атомів кремнію з навколишнього середовища до зародків [218]. У низці недавніх досліджень на

основі експериментальних результатів і теоретичного моделювання було висловлено гіпотезу про перколяційний характер формування нанокластерів і ланцюжків атомів кремнію за температур, нижчих від 970 К [226]. З підвищенням температури відбувається трансформація перколяційного виділення в нанорозмірні частинки аморфної фази кремнію, і лише за температур понад 1270 К коефіцієнт дифузії Si у SiO_2 уже достатній для дифузійно-контрольованого росту преципітатів кремнію [222]. У роботах [227, 228], у яких досліджували механізм перенесення кремнію в плівці SiO_x з невеликим надлишком кремнію, було висловлено припущення, що важливу роль при перенесенні кремнію в кристалічному SiO_2 відіграє монооксид кремнію, що утворюється за високих температур. У роботі [227] передбачалося, що внаслідок дифузії SiO при відпалі шарів SiO_x відбувається збирання кремнію в преципітати. У процесі високотемпературного відпалювання SiO_x поряд з процесом дифузії атомів кисню і кремнію відбувається утворення монооксиду кремнію (SiO). На користь цього свідчить робота, яка показує, що при відпалі плівок SiO_2 , які містять іонно-імплантовані шари з надмірним вмістом кремнію, в разі перевищення певного температурного порога на місці шару нестехіометричного складу замість нанокластерів утворюються порожнини [229]. Цей ефект можна пояснити утворенням і десорбцією SiO, а оскільки концентрація монооксиду експоненційно залежить від температури відпалу, то помітну роль у процесах він відіграватиме тільки починаючи з певного значення температури.

Однак наночастинки кремнієвої фази можуть утворюватися і в результаті термостимульованого дифузійного «відходу» атомів кисню з ділянки локалізації, де формуються кремнієві наночастинки [230]. На основі аналізу результатів вивчення за допомогою ІЧ-спектроскопії фазово-структурних перетворень у плівках SiO_x у процесі вакуумних термообробок було показано, що слабо окиснені молекулярні кластери вихідного шару SiO_x (в основному SiOSi_3) втрачають кисень, трансформуючись у тетраедри SiSi_4 . Кисень дифундує і, взаємодіючи з сильно окисненими кластерами (наприклад, SiO_3Si), трансформує їх у SiO_4 . У результаті відбувається локальне виділення кремнієвої фази і збагачення оксидної фази киснем [230].

5.4. Моделювання лазерного відпалу плівок SiO_x одноімпульсним лазерним променем

Високотемпературний відпал у печах (понад 1200 К) є необхідним процесом для осадження nc-Si у SiO_x . Тим не менш обробка SiO_x типовим термічним відпалом не є локалізованою обробкою і може привести під час відпалу до руйнування компонент електронних схем, які знаходяться на цій же підкладці. Порівняно недавно для осадження nc-Si у SiO_x почали використовувати лазерний відпал [231]. Лазерний відпал приводить до виділення включень нової фази — кремнію. Якщо розглядати шар SiO_2 з надлишком Si як пересичений твердий розчин Si у SiO_2 , то процес поділу фаз у цій системі може

бути розглянутий на основі класичних уявлень про фазовий перехід I роду, що включає зародження, ріст і дозрівання нановключень Si.

Фазовими переходами першого роду називають фазові перетворення, за яких термодинамічні потенціали змінюються безперервно, а їхні перші похідні зазнають розриву. Ентропія системи змінюється стрибком, виділяється або поглинається теплота фазового переходу ($q = T(s_2 - s_1)$). Для таких переходів характерне утворення міжфазних меж, велика роль поверхневої енергії. У загальному випадку фазовий перехід I роду включає стадії зародкоутворення (нуклеації), постнуклеаційну стадію росту включень і стадію дозрівання (коалесценцію). Першу задовільну теорію зародження нової фази запропонували М. Фольмер і А. Вебер (1926 р.), а потім її узагальнив Я.І. Френкель на основі статистичної механіки (1939 р.). Більш послідовну теорію було розвинуто в рамках кінетичного підходу в роботах Р. Беккера і В. Дерінга (1935 р.), Л. Фаркаша (1927 р.) і Я.Б. Зельдовича (1942 р.). Розглянемо спрощений опис стадій нуклеації і росту зародків нової фази [232].

Рушійною силою фазового переходу в метастабільному стані вихідної фази (пересичений розчин), що відповідає локальному мінімуму вільної енергії, є гетерофазна флуктуація — спонтанне локальне відхилення густини речовини або числа частинок нової фази. Утворення включень нової фази пов'язане (без урахування поверхневої енергії) зі зменшенням хімічного потенціалу речовини (який за визначенням відповідає за зміну енергії при зміні числа частинок). Однак утворення межі поділу фаз призводить до збільшення вільної енергії системи в тій її частині, що пов'язана з поверхневим натягом. Для випадку сферичного включення нової фази повну зміну вільної енергії системи можна записати в вигляді

$$\Delta F = 4\pi r^2 \sigma - \frac{4\pi r^3 \Delta\mu}{3v}, \quad (5.4)$$

де r — радіус включення; σ — питома поверхнева енергія; v — питомий об'єм нової фази; $\Delta\mu = \mu_{\text{вих. фази}} - \mu_{\text{нов. фази}}$ — різниця хімічних потенціалів вихідної і нової фаз.

За малих значень радіуса основний внесок у зміну вільної енергії дає перший квадратичний за r член. Отже, утворення центрів нуклеації малого радіуса є термодинамічно не вигідним процесом, оскільки виграш у хімічному потенціалі компенсується додатним членом — поверхневою енергією. При $\Delta\mu > 0$ вона має максимум за деякого критичного значення радіуса. Таким чином, якщо при $r < r_k$ збільшення розміру зародка нової фази зумовлює збільшення вільної енергії, то при $r > r_k$ ріст центру зародкоутворення стає термодинамічно вигідним процесом. Отже, в класичній теорії фазоутворення передбачається, що надкритичні зародки утворюються спонтанно внаслідок флуктуації, причому швидкість їх утворення зростає зі ступенем пересичення. Ріст утворених надкритичних зародків нової фази відбувається завдяки надходженню речовини шляхом дифузії атомів з прилеглого розчину.

Характерною особливістю стадій зародкоутворення і дифузійно стимульованого росту включень є мала маса утвореної нової фази, що дозволяє

Рис. 5.13. Схематичне зображення температурних профілів у плівці SiO_x

знехтувати впливом процесу на пересичення розчину. Насправді при подальшому зростанні включень пересичення починає зменшуватися, і швидкість зародження істотно зменшується через різку залежність від пересичення.

Найважливішим наслідком є збільшення розміру r_k критичного зародка. При цьому частина утворених раніше частинок нової фази, для яких r став меншим від r_k ($r < r_k$), стають нестійкими і розчиняються, даючи матеріал для росту великих частинок ($r > r_k$). Цей процес дістав назву коалесценції (або дозрівання за Оствальдом). Отже, ми провели теоретичне дослідження поширення температурних профілів у нестехіометричній плівці SiO_x . Нестехіометричність полягає в зміні співвідношення кремнію і кисню в хімічній сполуці SiO_2 на користь першого елемента. У процесі високотемпературного відпалювання надлишковий кремній виділяється у вигляді нанорозмірних включень, занурених у стехіометричну оксидну матрицю. Як дослідний зразок використовували плівку SiO_x завтовшки 138 нм з показником стехіометрії, що дорівнює 0,8.

Для серії тонких плівки зі зміною співвідношення O/Si густина є лінійною функцією від стехіометрії за феноменологічним виразом, отриманим за допомогою лінійної регресії експериментальних точок [233]: $\rho(\text{SiO}_x) = 2,2 - 0,8(2 - x)$.

Для визначення густини вихідної плівки ми скористалися рівнянням [225]:

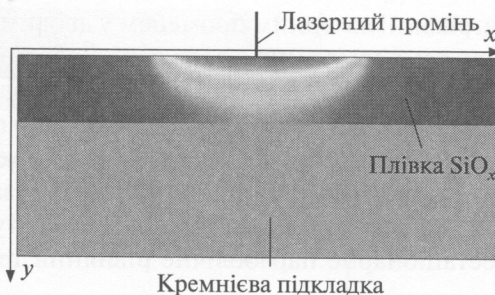
$$\rho_{\text{SiO}_x} = \frac{M_{\text{SiO}_x} \cdot \rho_{\text{Si}} \cdot \rho_{\text{SiO}}}{x \cdot M_{\text{SiO}} \cdot \rho_{\text{Si}} - (x-1) \cdot M_{\text{Si}} \cdot \rho_{\text{SiO}}} \quad (5.5)$$

Для вихідної плівки SiO_x , $x = 0,8$, маємо такі теплофізичні й оптичні параметри: густина $\rho = 1,64 \text{ г/см}^3$; теплоємність $C_p = 1270 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$; теплопровідність $k = 0,014 \text{ Вт/см} \cdot \text{К}$; коефіцієнт відбиття $R = 0,3$; коефіцієнт поглинання $\alpha = 6,9$, показник заломлення $n = 1,99$.

Для того щоб знайти розподіл температури у твердому тілі в будь-який момент часу, тобто розв'язати диференціальне рівняння теплопровідності методом кінцевих елементів, потрібно знати розподіл температури в початковий момент часу (початкові умови), геометричну форму тіла (у нашій задачі — прямокутна) і закон взаємодії між навколишнім середовищем і поверхнею тіла (граничні умови).

Процес моделювання поставленої задачі здійснюють у кілька етапів:

1. *Вибір геометричної розмірності задачі.* При створенні нової моделі потрібно визначитися з розмірністю задачі. У нашому випадку ми проводили моделювання процесу поширення тепла у нестехіометричній плівці SiO_x при її



нагріванні лазерним променем у двовимірному режимі (2D), тобто розраховували температурний профіль по координатах x, y (рис. 5.13).

2. *Вибір фізичної моделі.* Фізична модель визначає залежну змінну і тип диференціального рівняння та відповідно фізико-хімічні закони, які використовують при розв'язуванні задачі. А також, чи ця модель є стаціонарною (не залежить від часу), чи нестаціонарною (залежить від часу). У нашому випадку для моделювання поширення температурних профілів використовуватимемо нестаціонарне параболічне рівняння теплопровідності, де як джерело тепла використаємо лазерне випромінювання $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) = \alpha I(\vec{r}, t)$, де $I(\vec{r}, t)$ — розподіл інтенсивності лазерного випромінювання в середовищі.

Для моделювання температурних профілів у відповідній плівці було використано такі параметри лазерного випромінювання: тривалість імпульсу 10 нс; інтенсивність лазерного променя змінювався в діапазоні 14—52 МВт/см²; діаметр лазерного променя — 300 мкм.

Діаметр лазерного променя при гауссівському розподілі інтенсивності визначається як подвійна відстань від осі променя, на якій інтенсивність лазерного випромінювання зменшується в $e^2 = 7,39$ раза.

Поширення температурного поля по поверхні твердого тіла при нагріванні його лазерним імпульсом описується рівнянням (4.40), що для задачі, яку ми розглядаємо, можна переписати так:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla[k(T)\nabla T] = \alpha I(\vec{r}, t), \quad (5.6)$$

$$I(\vec{r}, t) = I_0(t)(1 - R)\exp(-\alpha y)\exp\left\{-\frac{x^2}{r^2}\right\}, \quad (5.7)$$

де α — коефіцієнт поглинання лазерного випромінювання поверхнею; $\alpha = \frac{2\omega n_1}{c} = \frac{4\pi n_1}{\lambda} = \frac{1}{\delta}$; $I_0(t)$ — описує часову обвідну лазерного імпульсу; T — абсолютна температура зразка; $\rho(T)$ — густина; $c_p(T)$ — теплоємність за сталого тиску; $k(T)$ — коефіцієнт теплопровідності; R — відбивальна властивість поверхні; λ — довжина хвилі; n_1 — коефіцієнт послаблення (коефіцієнт екстинкції); c — швидкість світла; ω — циклічна частота; δ — глибина проникнення лазерного випромінювання в речовину; r — радіус гауссівського світлового пучка.

3. *Геометричне моделювання розрахункової області і встановлення граничних і початкових умов.* Під час розв'язання будь-якої задачі завжди ставиться мета пошуку розв'язку в деякій розрахунковій області. Як правило, розмір і форма розрахункової області визначаються досліджуваною проблемою.

У нашому випадку вибираємо розрахункову область кінцевого розміру, але на межах цієї області задаються граничні умови (рис. 5.14).

Граничні умови на верхній і нижній гранях зразка описуються граничною умовою третього роду, яка характеризує конвективний теплообмін між поверхнею тіла і навколишнім середовищем за постійного потоку тепла. Цю гра-

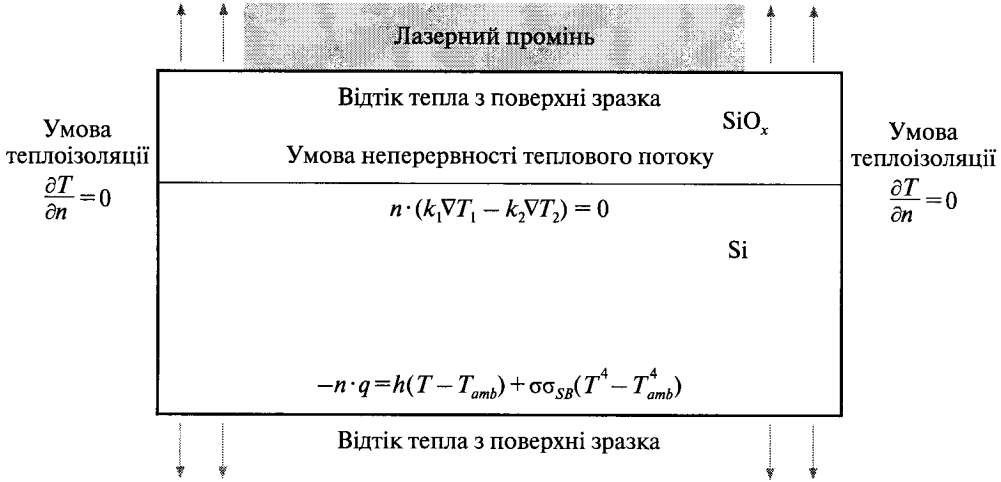


Рис. 5.14. Схематичне зображення моделі зразка плівки SiO_x , для якої визначають розподіл температури, з граничними умовами

ничну умову можна використати при розгляді нагрівання або охолодження тіл, враховуючи закон Стефана—Больцмана, за яким, для нашої задачі, потік тепла між двома середовищами матиме вигляд [171]

$$-n \cdot q = h(T - T_{amb}) + \sigma\sigma_{SB}(T^4 - T_{amb}^4), \quad (5.8)$$

де σ — коефіцієнт поверхневої емісії; $\sigma_{SB} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ — константа Стефана—Больцмана; n — вектор нормалі; h — коефіцієнт передачі теплоти; T_{amb} — температура навколишнього середовища. Для однозначного опису потоку енергії потрібно також задати часову обвідну лазерного імпульсу:

$$I_0(t) = \frac{I_0}{\tau} \cdot \exp\left\{-\frac{4(t-\tau)^2}{\tau^2}\right\}, \quad (5.9)$$

де τ — тривалість імпульсу; I_0 — інтенсивність одиничного лазерного імпульсу.

На вертикальних поверхнях зразка задаються симетричні умови теплоізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (5.10)$$

Початкові умови приймають у вигляді

$$T_0 = T_{amb}. \quad (5.11)$$

Граничною умовою на межі поділу плівки SiO_x і кремнієвої підкладки є умова неперервності теплового потоку, яка описується рівнянням

$$(n \cdot (k_1 \nabla T_1 - k_2 \nabla T_2) = 0). \quad (5.12)$$

Рівняння (5.8—5.12) описують процес поширення температурних профілів у плівці SiO_x при відпалі одиничним лазерним імпульсом.

Після побудови геометрії розрахунку потрібно побудувати кінцево-елементну сітку, яка розбиває розрахункову область на безліч невеликих кінцевих

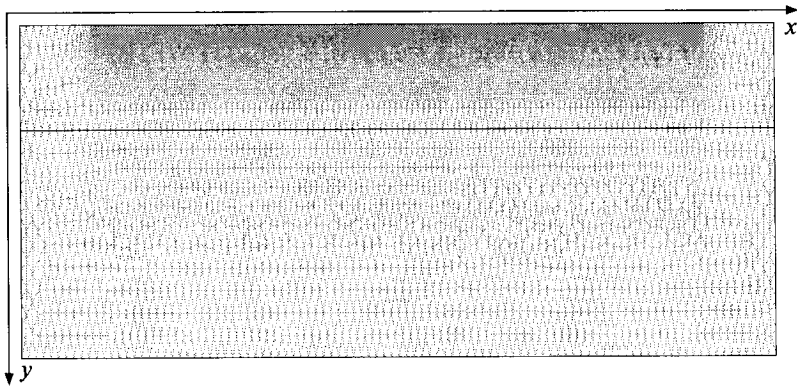


Рис. 5.15. Кінцево-елементна сітка для розв'язання поставленої задачі методом кінцевих елементів

елементів, що описують розв'язок задачі в обраних точках, які називають вузлами. Ця операція в літературі часто визначається як операція дискретизації, коли відбувається перехід від пошуку розв'язку в неперервно-змінюваній області незалежних змінних до розв'язку задачі тільки в обраній множині точок — вузлах. При візуалізації обчислювальна сітка «покриває» розрахункову область нерівномірно, утворюючи згущення поблизу меж або кутів, де розв'язок змінюється швидше, ніж це відбувається далі від межі.

Ми побудували трикутну сітку (рис. 5.15), ущільнену в місці падіння лазерного променя на плівку SiO_x . Це потрібно для точнішого отримання результатів моделювання температурних профілів у цьому зразку. Побудована сітка містить 82 760 елементів.

4. *Чисельне розв'язання.* Після виконання попередніх пунктів реалізується етап обчислень, який дозволяє отримати розв'язок задачі залежно від незалежних змінних. Для стаціонарної задачі таке розв'язання не змінюється в часі, тому воно одне. Для нестационарних задач, як у нашому випадку, розраховується набір розв'язків, кожен з яких відповідає певному моменту часу.

5. *Візуалізація і аналіз отриманих результатів.* Результатом розв'язання, як правило, є скалярні чи векторні поля, що визначаються значеннями залежних змінних у вузлах сітки. За допомогою методу інтерполяції вдається визначити значення досліджуваної функції не тільки у вузлах, а й у довільній точці розрахункової області.

Розглянемо розподіл температури на поверхні плівки SiO_x , опроміненої лазерним променем з різною інтенсивністю (рис. 5.16).

Збільшення інтенсивності лазерного випромінювання спричинює підвищення температури. Після завершення дії лазерного імпульсу ($\tau = 10$ нс) температура на поверхні ще деякий час зростає внаслідок інерційних процесів під час лазерного відпалювання та у зв'язку з тепловою інерцією плівки (теплова інерція характеризує здатність чинити опір зміні температури за певний час). У подальшому відбувається охолодження плівки внаслідок відтоку тепла з по-

верхні плівки і передачі тепла в кремнієву підкладку. Через 30 нс від початку відпалу температура на поверхні плівки стабілізується. Стабілізована температура залежить від інтенсивності лазерного випромінювання: вищій інтенсивності відповідає вища температура. Температура зразка за інтенсивностей лазерного випромінювання 27—52 МВт/см² достатня, щоб стимулювати фазові перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ з кремнієвими наночастинками [234, 235]. Було показано, що за температур 1470 і 1620 К кремнієві нанокристали були сформовані протягом 1 с і 20 мс відповідно.

Теплова інерція — це термін, що використовується переважно в інженерному та науковому моделюванні теплопередачі і означає сукупність властивостей матеріалу, пов'язаних з теплопровідністю та об'ємною теплоємністю. Наприклад, трапляються вирази: «цей матеріал має велику теплову інерцію» чи «теплова інерція відіграє важливу роль у цій системі», які означають те, що ефекти в динаміці є визначальними для цієї моделі, і розрахунки в стаціонарному стані можуть дати неточні результати. Інакше кажучи, теплова інерція характеризує здатність чинити опір зміні температури впродовж певного часу. Цей термін відображає наукову аналогію і не пов'язаний безпосередньо з терміном «інерція», використовуваним у механіці. Теплову інерцію матеріалу можна визначити за формулою $I_m = \sqrt{k\rho c}$ (I_m — теплова інерція; k — теплопровідність; ρ — густина матеріалу; c — питома теплоємність матеріалу). Добуток ρc є об'ємною теплоємністю. Іноді в науковій літературі теплову інерцію називають тепловою активністю або термічною активністю. У визначенні

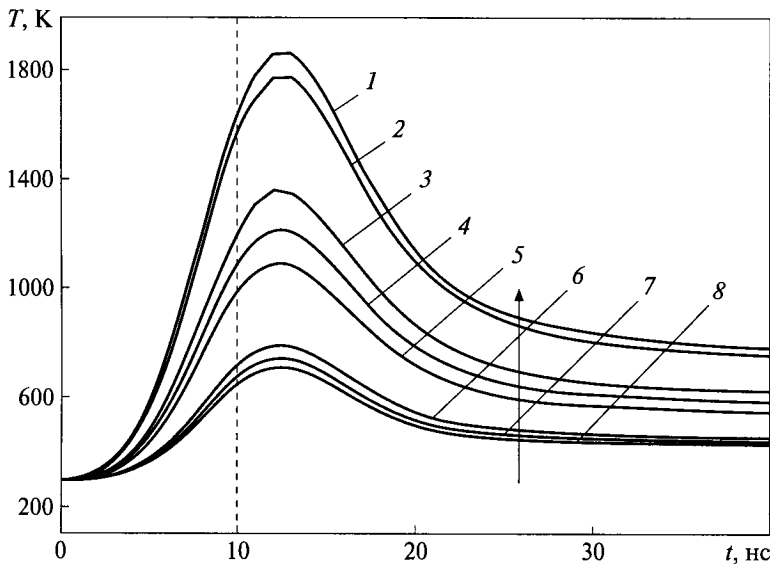


Рис. 5.16. Розрахункові залежності температури на поверхні зразка від часу за різних інтенсивностей лазерного випромінювання, обчислених за допомогою рівняння (5.7). I , МВт/см²: 1 — 52; 2 — 49; 3 — 35; 4 — 31; 5 — 27; 6 — 17,2; 7 — 15,7; 8 — 14,7. Штриховою лінією вказано тривалість лазерного імпульсу

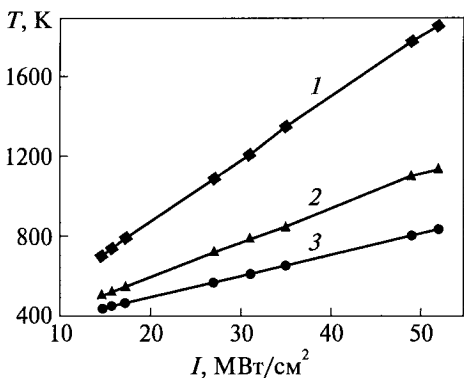


Рис. 5.17. Розрахункові залежності температури на поверхні зразка в центрі дії лазерного променя від інтенсивності лазерного випромінювання з плином часу: 1 — 13 нс; 2 — 20 нс; 3 — 30 нс

теплової інерції відіграє роль кілька фізичних властивостей матеріалу. По-перше, це теплоємність — кількість теплоти, яку може накопичити матеріал щодо своєї маси або об'єму. Здебільшого чим важчий і густіший мате-

ріал, тим більша його об'ємна теплоємність. Проте це не єдиний параметр, який нас цікавить. Насправді важливо знати, як і з якою швидкістю тепло проникає і зберігається в матеріалі. Саме тому, щоб визначити теплову інерцію, потрібно звернути увагу на іншу фізичну властивість — ефузивність. Це

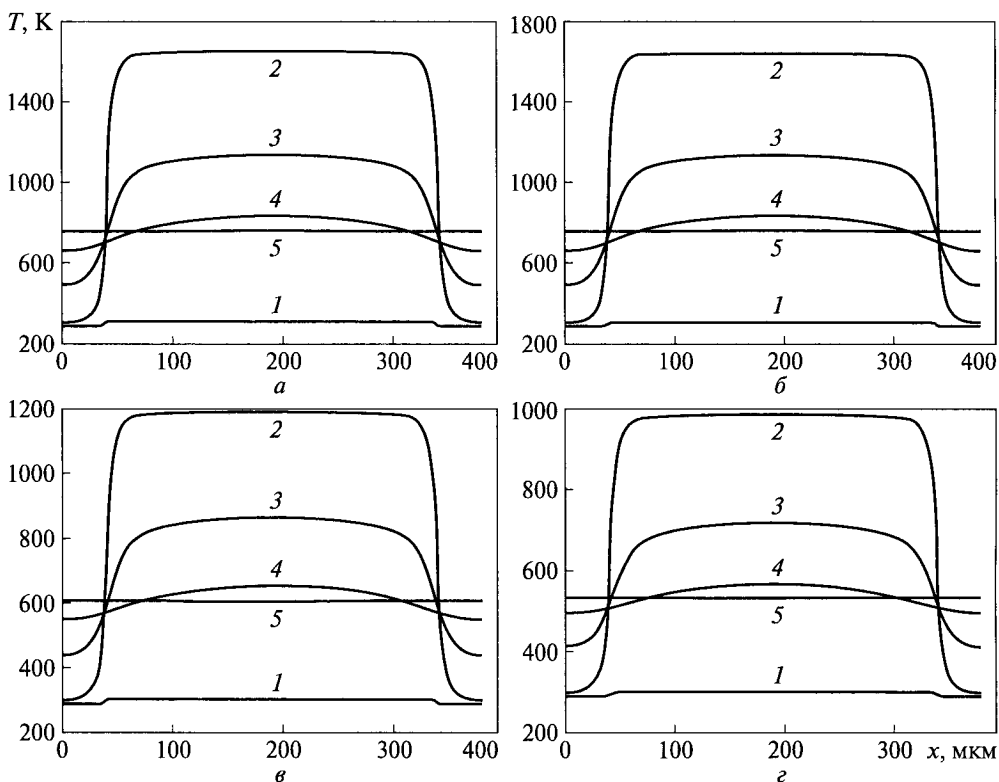


Рис. 5.18. Розподіл розрахованої температури на поверхні зразка в різні проміжки часу: а — $I = 52 \text{ MW/cm}^2$; б — $I = 49$; в — $I = 35$; з — $I = 27 \text{ MW/cm}^2$ (1 — 1 нс; 2 — 10 нс; 3 — 20 нс; 4 — 30 нс; 5 — 80 нс)

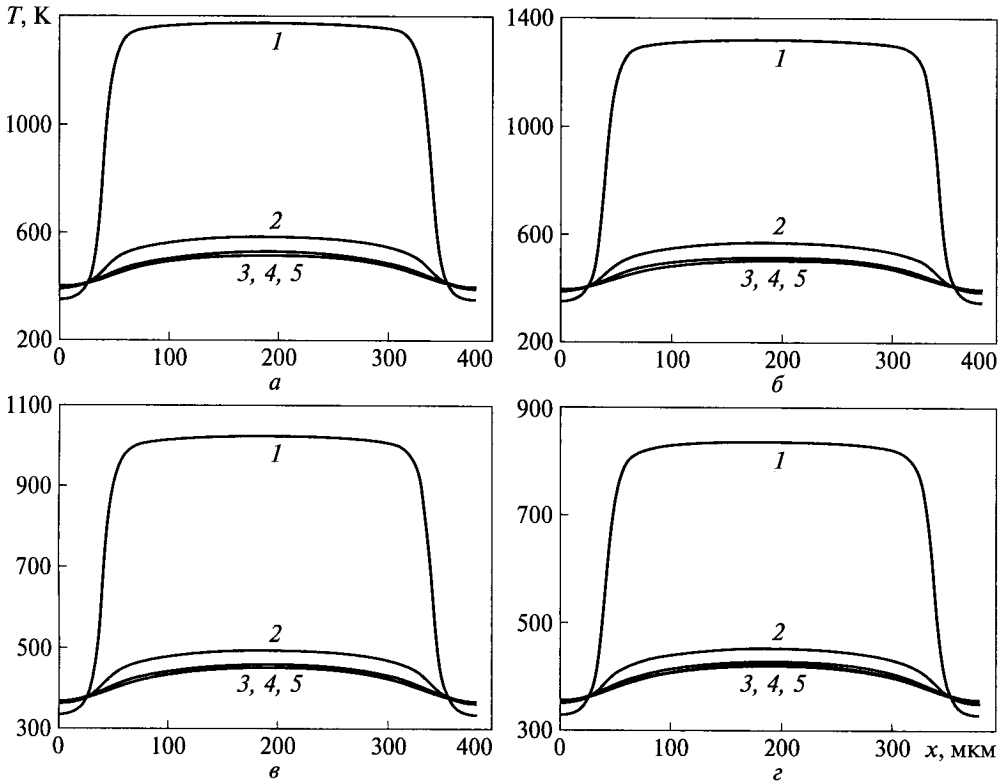


Рис. 5.19. Розподіл розрахованої температури по координаті x на різній глибині зразка після 13 нс від початку відпалювання: а — $I = 52 \text{ МВт/см}^2$; б — $I = 4$; в — $I = 3$; г — $I = 27 \text{ МВт/см}^2$ (1 — 38 нм; 2 — 100; 3 — 200; 4 — 300; 5 — 400 нм)

швидкість, з якою змінюється температура поверхні матеріалу. Чим більше це значення, тим швидше матеріал нагрівається і охолоджується. Третій параметр — дифузивність, який характеризує швидкість поширення тепла не тільки по поверхні, а й усередині матеріалу. Чим вона вища, тим швидше матеріал повністю нагрівається або охолоджується. Теплова інерція є комбінацією цих властивостей. Саме теплова інерція може бути причиною збільшення температури після завершення лазерного імпульсу (див. рис. 5.16).

Побудувавши залежність температури на поверхні зразка від інтенсивності лазерного випромінювання в різні проміжки часу (рис. 5.17), бачимо, що вона має лінійний характер. Це дає можливість в окремі проміжки часу прогнозувати температуру на поверхні зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання. Після завершення лазерного імпульсу температура за інтенсивностей понад 50 МВт/см^2 досягає і перевищує температуру плавлення кремнію, що може спричинити пошкодження зразка.

Однак температура при цьому швидко спадає (рис. 5.16, 5.17) і вже через кілька наносекунд вона на поверхні стає нижчою за температуру плавлення кремнію.

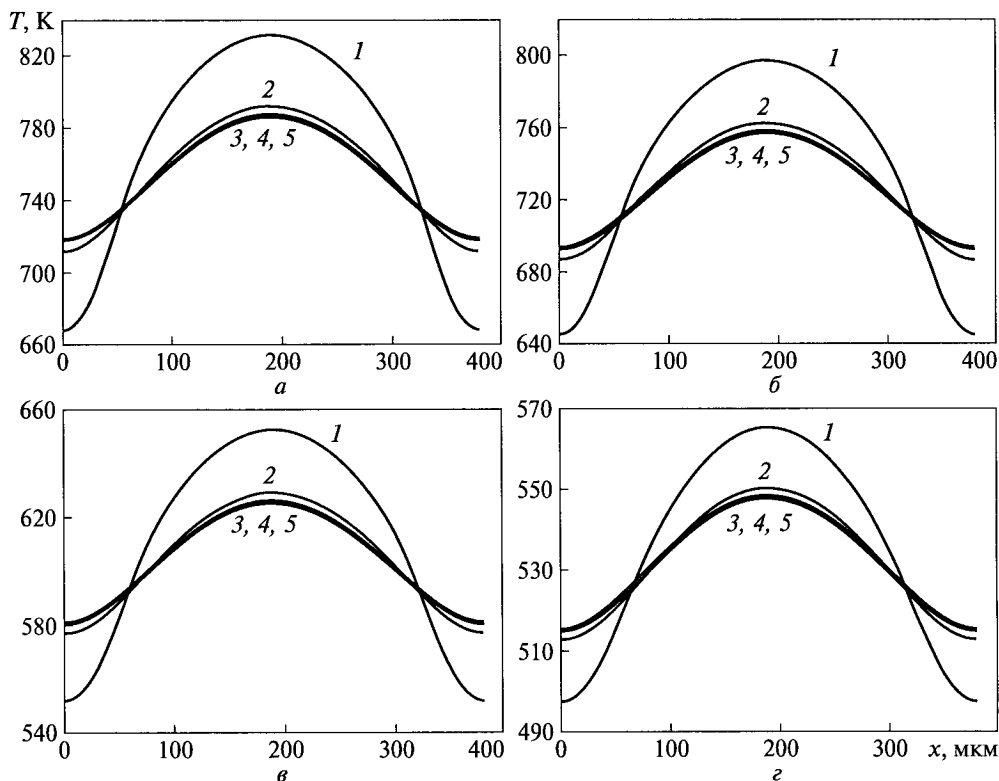


Рис. 5.20. Розподіл розрахованої температури на різній глибині зразка по координаті x через 30 нс від початку відпалювання: a — $I = 52$ МВт/см²; b — $I = 4$; $в$ — $I = 3$; $г$ — $I = 27$ МВт/см² (1 — 38 нм; 2 — 100; 3 — 200; 4 — 300; 5 — 400 нм)

Розглянемо також, як змінюється температура по координаті x на поверхні зразка (рис. 5.18).

Як можна було очікувати, в різні проміжки часу максимальна температура на поверхні зменшується, причому з плином часу температурний профіль змінює свою форму.

Замість різких перепадів температури за межами дії лазерного променя спостерігається плавний відтік тепла на периферію зразка і вглиб (рис. 5.17—5.19), внаслідок чого зразок прогрівається по об'єму. Через 13 нс від початку відпалювання температура по поверхні зразка досягає свого піку, але при цьому об'єм зразка прогрівається недостатньо (рис. 5.19). У подальшому внаслідок поширення тепла прогрівається весь об'єм зразка, але все ж температура в ділянці дії лазерного променя залишається вищою порівняно з іншими частинами зразка (рис. 5.20).

Отримані результати свідчать, що за даних умов кристалічні кремнієві наночастинки формуватимуться на поверхні плівки SiO_x у ділянці дії лазерного променя, де температура достатня для їх утворення (>1300 К). За межами дії лазерного променя температура недостатня для формування наночастинок

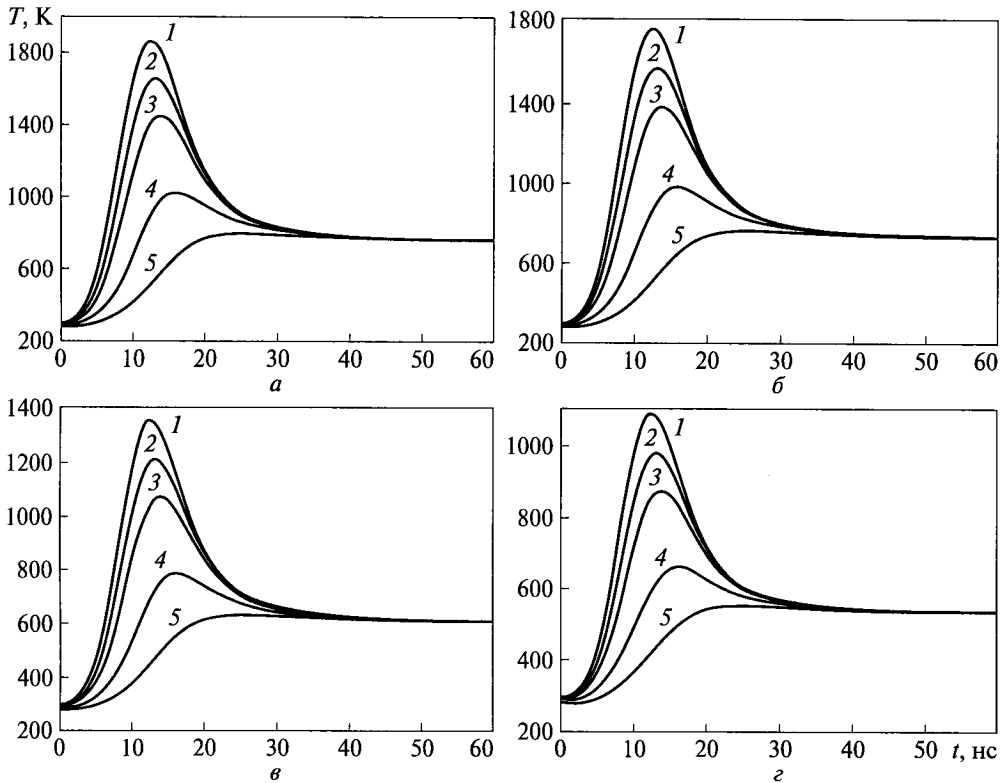


Рис. 5.21. Розподіл розрахованої температури на різній глибині зразка у центрі дії лазерного променя залежно від часу: а — $I = 52 \text{ МВт/см}^2$; б — $I = 49$; в — $I = 35$; г — $I = 27 \text{ МВт/см}^2$ ($l = 0 \text{ нм}$; 2 — 18; 3 — 38; 4 — 80; 5 — 138 нм)

кремнію (див. рис. 5.18). Це можна використати при локальному відпалі плівок SiO_x , розміщених на інтегральних схемах, при цьому не пошкоджуватимуться інші елементи, які знаходяться на ній. Кремнієва підкладка під дією лазерного випромінювання з інтенсивністю 52 МВт/см^2 нагрівається до 780 К (рис. 5.19, 5.20). Ця температура далека від температури плавлення кремнію, тому за такого відпалу руйнування підкладки не відбувається.

Розподіл температури з часом у центрі дії лазерного променя на різній глибині зображено на рис. 5.21.

Часова залежність температури в окремій точці зразка на одній прямій зберігає свій вигляд подібності і, як можна було очікувати, максимальна температура з віддаленням від поверхні зменшується. Однак через 35 нс температура в кожній точці стає однаковою і в подальшому майже не змінюється, що свідчить про встановлення термодинамічної рівноваги.

Отже, за великих інтенсивностей лазерного відпалу кристалічні наночастинки утворюватимуться на глибині до $50\text{--}80 \text{ нм}$, де температура оптимальна для їх формування, на більшій глибині, $80\text{--}100 \text{ нм}$, можуть утворюватися

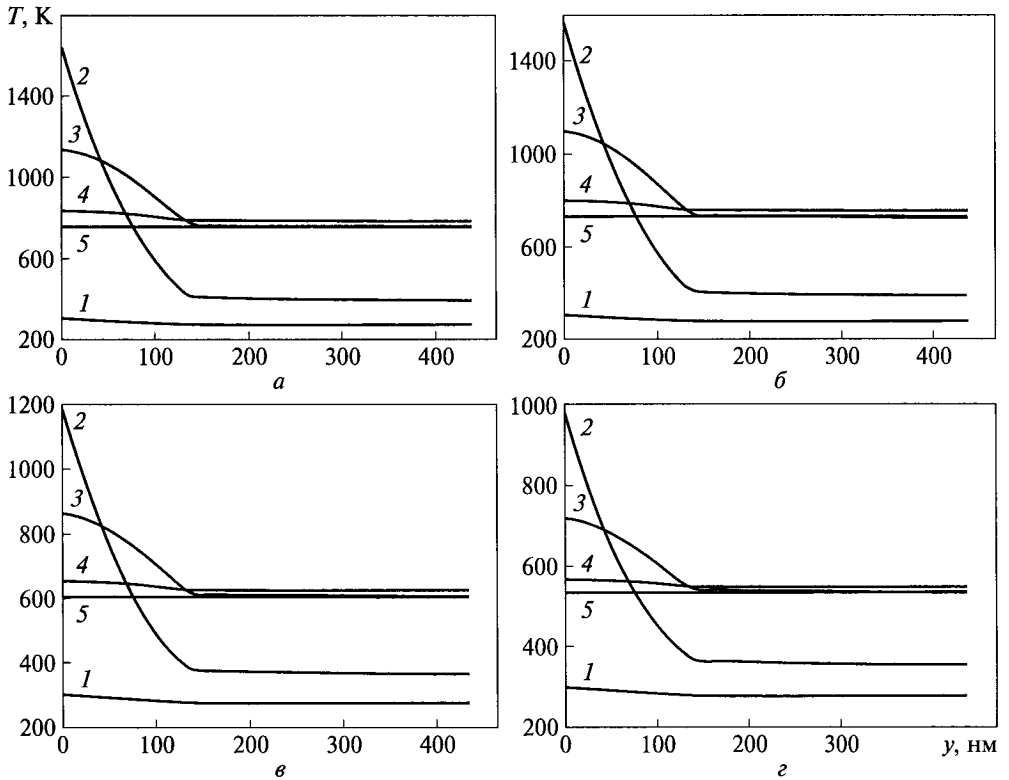


Рис. 5.22. Розподіл розрахованої температури по глибині зразка в центрі дії лазерного променя в різні проміжки часу: а — $I = 52 \text{ MWt/cm}^2$; б — $I = 49$; в — $I = 35$; г — $I = 27 \text{ MWt/cm}^2$ (I — 1 нс; 2 — 10; 3 — 20; 4 — 30; 5 — 80 нс)

аморфні наночастинки кремнію, для формування яких достатня температура 600—800 К [203, 236].

На рис. 5.22 показано розподіл температури по глибині в різні проміжки часу. На початкових етапах відпалювання існує великий градієнт температури по глибині зразка, але уже після 30 нс зразок рівномірно прогривається по центру дії лазерного променя і температура стабілізується. Видно, що основна теплова енергія, яку несе лазерне випромінювання, втрачається на нагрівання плівки SiO_x завтовшки 138 нм і утворення наночастинок кремнію в цій плівці, а кремнієва підкладка прогривається слабкіше.

Розглянемо температурні профілі у зразку в різні проміжки часу (рис. 5.23, 5.24). Після завершення лазерного імпульсу максимальна температура зосереджена в приповерхневій ділянці плівки SiO_x , а теплові потоки спрямовані переважно в глиб зразка. Саме в цій ділянці здебільшого формуються наночастинки кремнію в процесі розкладання плівки SiO_x . При цьому об'єм плівки майже не прогрітий, а кремнієва підкладка залишилася з початковою температурою.

Через 30 нс від початку відпалювання (рис. 5.24) відбулося прогрівання як плівки SiO_x , так і кремнієвої підкладки, при цьому максимальна температура

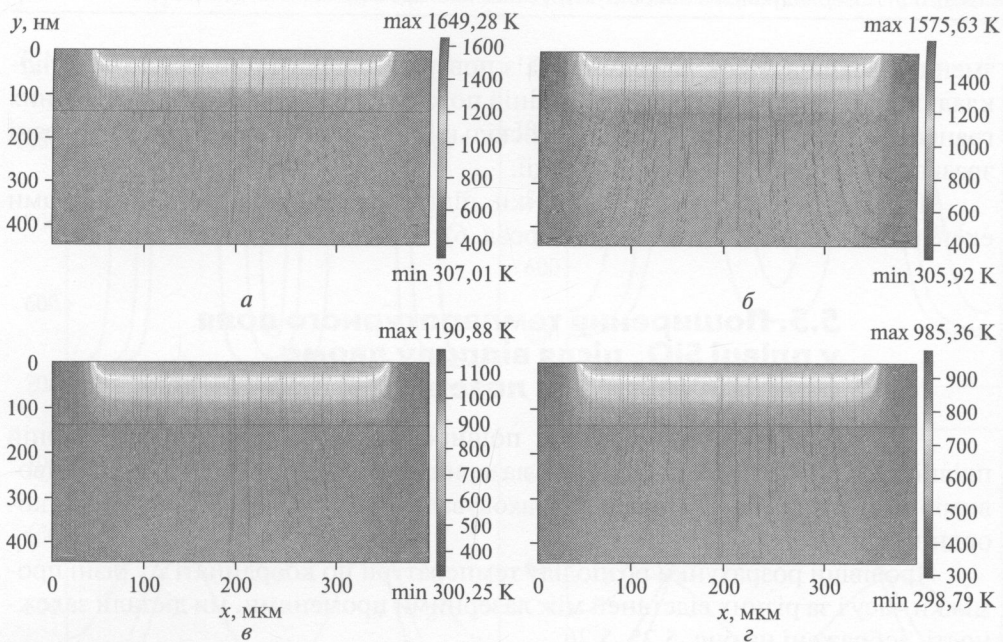


Рис. 5.23. Температурний профіль у зразку через 10 нс від початку відпалювання лазером: *a* — $I = 52$ МВт/см²; *б* — $I = 49$; *в* — $I = 35$; *г* — $I = 27$ МВт/см². Лініями вказано напрямки поширення теплових потоків

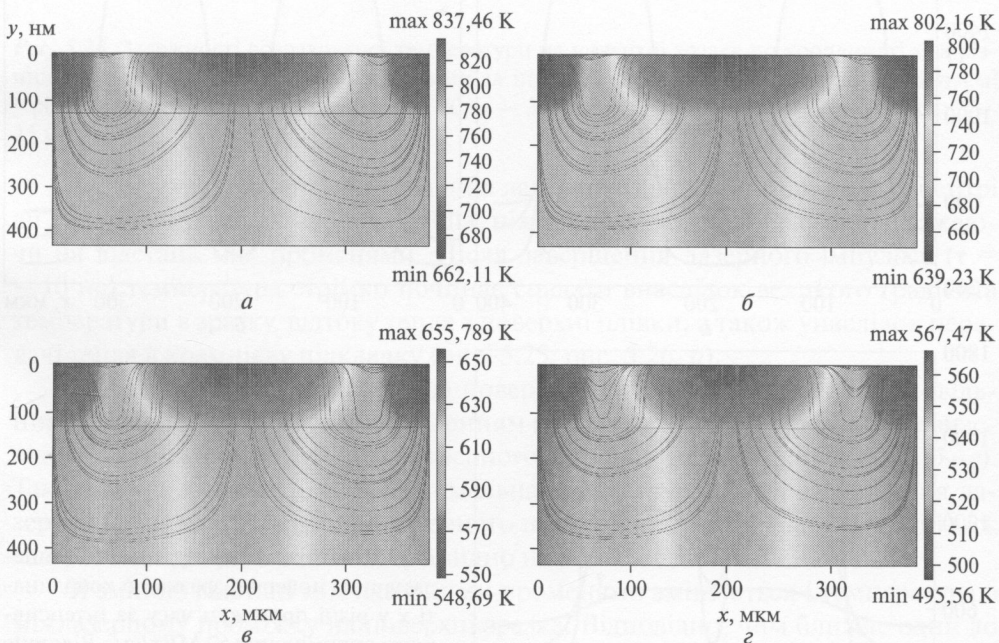


Рис. 5.24. Температурний профіль у зразку після 30 нс від початку відпалу лазером: *a* — $I = 52$ МВт/см²; *б* — $I = 49$; *в* — $I = 35$; *г* — $I = 27$ МВт/см². Лініями вказано напрямки поширення теплових потоків

зменшилася внаслідок відтоку тепла з поверхні плівки та нижньої грані підкладки, про що свідчить напрямок ліній потоку тепла. Зауважимо, що з бічних граней відтік тепла не відбувається, оскільки за нашою моделлю на бічні грані зразка накладено умову теплоізоляції.

Проведені теоретичні розрахунки підтверджуються отриманими нами експериментальними даними (див. розд. 6).

5.5. Поширення температурного поля у плівці SiO_x після відпалу двома одноімпульсними лазерними променями

Моделювання процесу поширення тепла у нестехіометричній плівці SiO_x при її нагріванні двома лазерними променями проводили у двовимірному режимі (2D), тобто розраховували температурний профіль по координатах x , y .

Провівши розрахунки розподілу температури по координаті x у різні проміжки часу і за різних відстаней між лазерними променями, ми дістали залежності, зображені на рис. 5.25, 5.26.

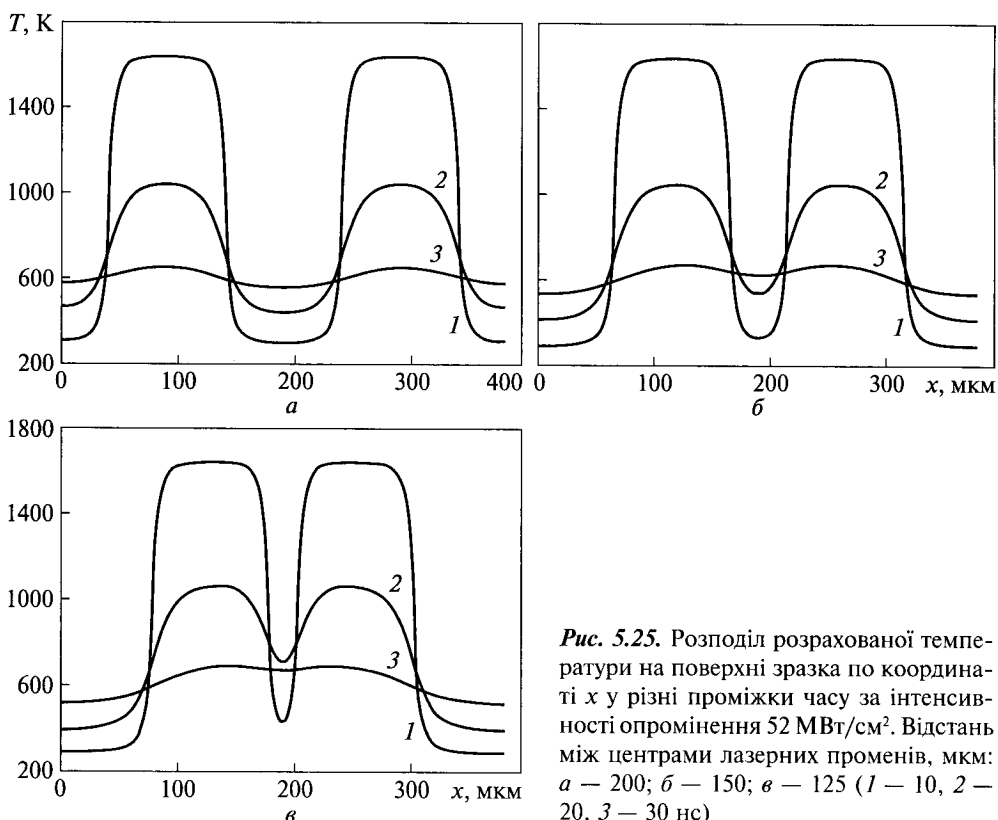


Рис. 5.25. Розподіл розрахованої температури на поверхні зразка по координаті x у різні проміжки часу за інтенсивності опромінення 52 МВт/см^2 . Відстань між центрами лазерних променів, мкм: $a - 200$; $b - 150$; $v - 125$ ($1 - 10$, $2 - 20$, $3 - 30 \text{ нс}$)

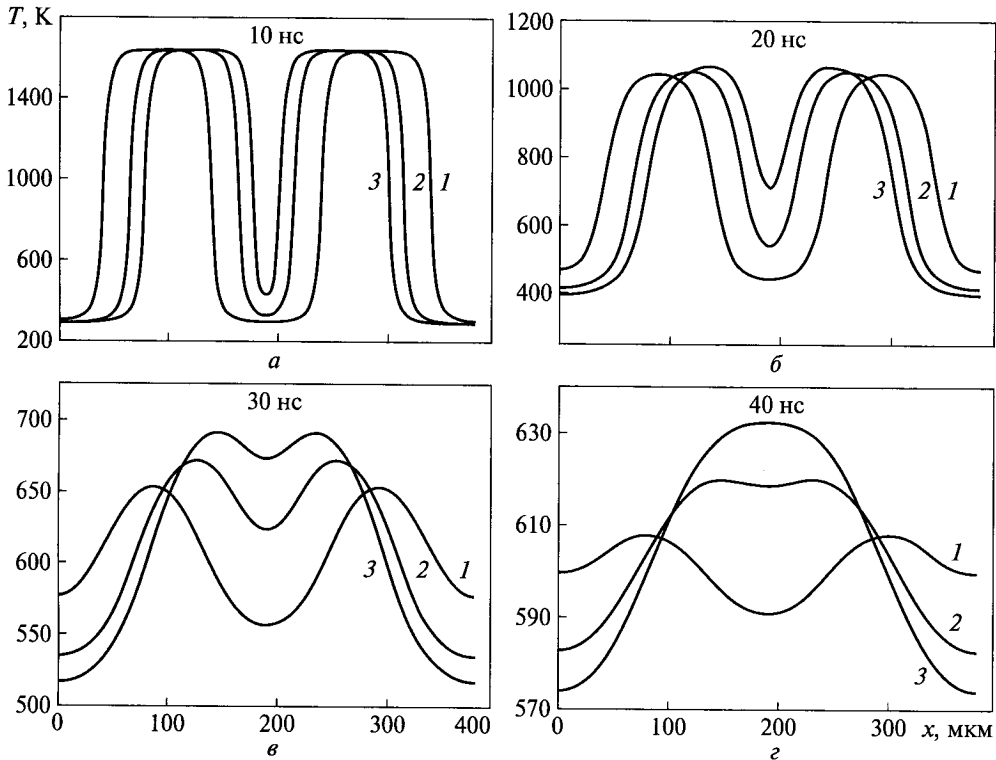


Рис. 5.26. Залежності розрахованої температури на поверхні зразка по координаті x за різних відстаней між лазерними променями за інтенсивності випромінювання 52 МВт/см^2 у різні проміжки часу, нс: а — 10; б — 20; в — 30; г — 40 (1 — 100 мкм; 2 — 50 мкм; 3 — 25 мкм)

Як і очікувалося, після закінчення лазерного відпалу температура в центрі дії лазерних променів набагато вища, ніж в інших ділянках зразка, незважаючи на відстань між променями. Після завершення лазерного імпульсу ($\tau = 10 \text{ нс}$) температура стрімко починає спадати внаслідок великого градієнта температури в зразку, відтоку тепла з поверхні плівки, а також унаслідок передачі тепла в кремнієву підкладку (рис. 5.25, рис. 5.26, а).

У подальшому температура на поверхні плівки характеризується повільним зниженням у зв'язку зі зменшенням градієнта температури в зразку внаслідок прогрівання зразка після лазерного імпульсу (рис. 5.25, рис. 5.26, б—г). Також варто зауважити, що максимальна температура, після завершення лазерного імпульсу, в центрі дії лазерного променя не залежить від відстані між лазерними променями, що добре видно на рис. 5.26, а.

Зі зміною відстані між лазерними променями змінюється і температура в міжлазерному проміжку на поверхні зразка. Відповідно, чим ближче один до одного знаходяться лазерні промені, тим більшою буде температура на поверхні зразка між цими променями (рис. 5.26). Температура зразка в центрі лазерного променя за високої інтенсивності лазерного випромінювання

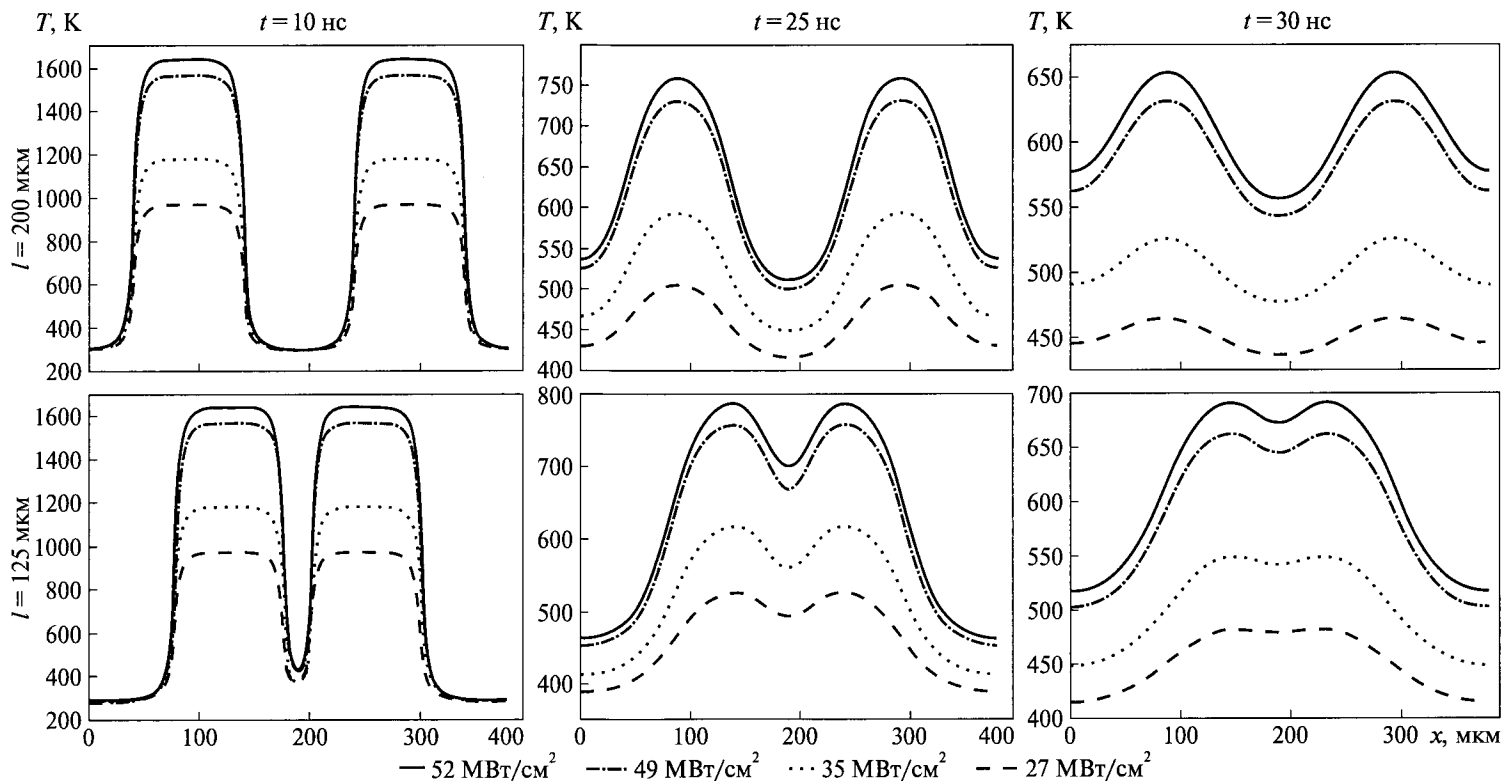


Рис. 5.27. Розподіл розрахованої температури на поверхні зразка за різних інтенсивностей лазерного випромінювання в різні проміжки часу і за різних відстаней між лазерними променями

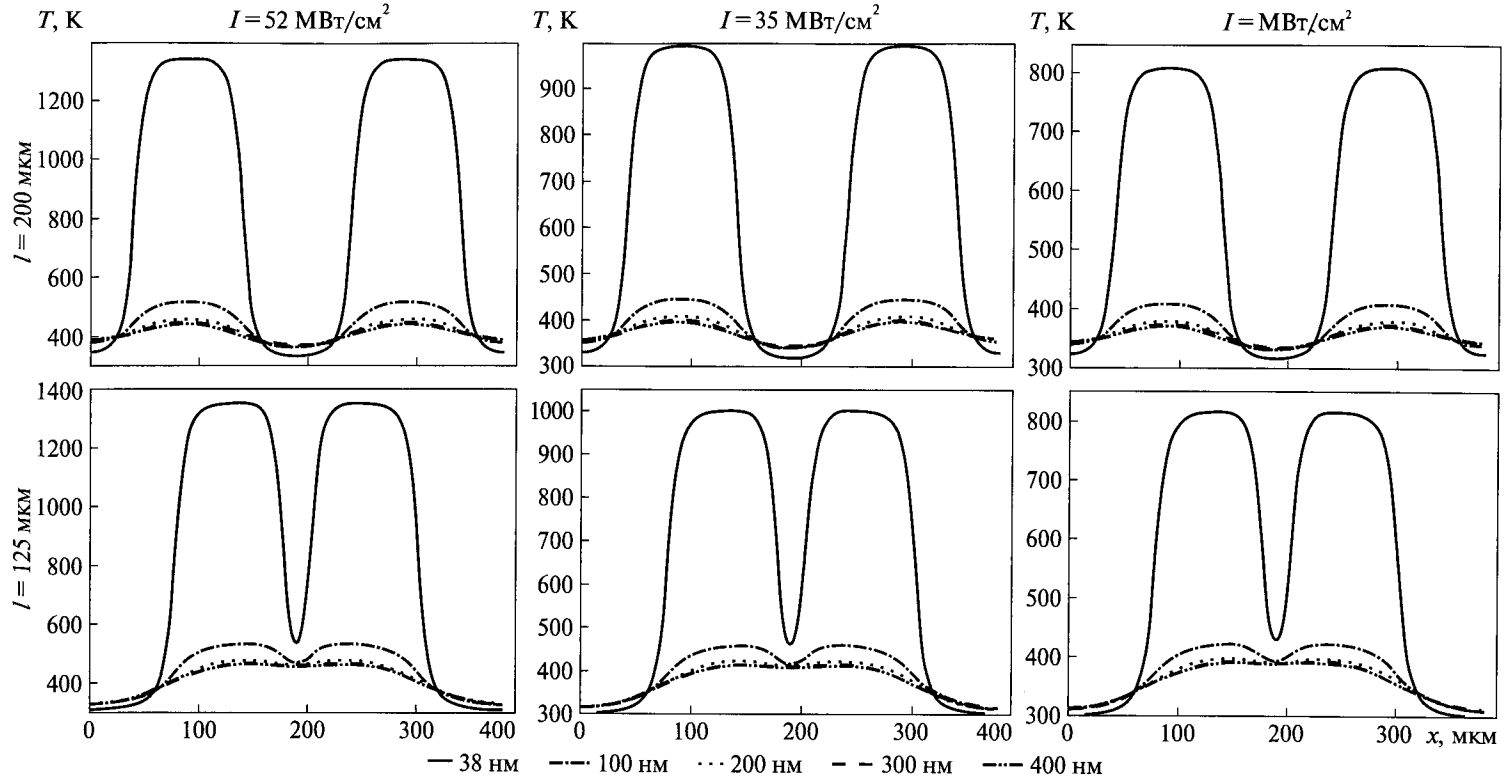


Рис. 5.28. Розподіл розрахованої температури на різній глибині зразка за різних інтенсивностей лазерного випромінювання та різних відстаней між лазерними променями через 13 нс від початку лазерного відпалювання

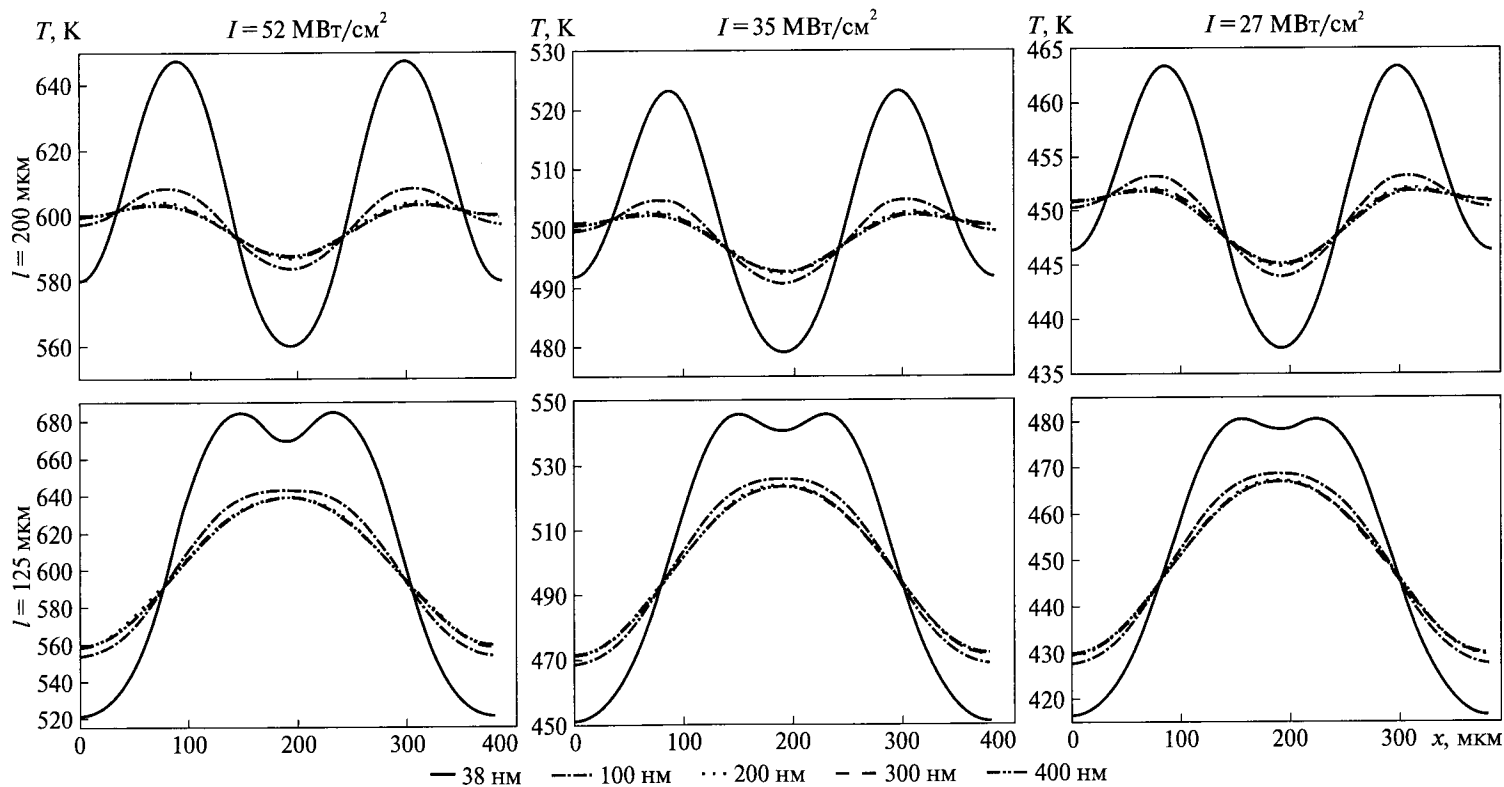


Рис. 5.29. Розподіл розрахованої температури на різній глибині зразка за різних інтенсивностей лазерного випромінювання та різних відстаней між лазерними променями через 30 нс від початку лазерного відпалювання

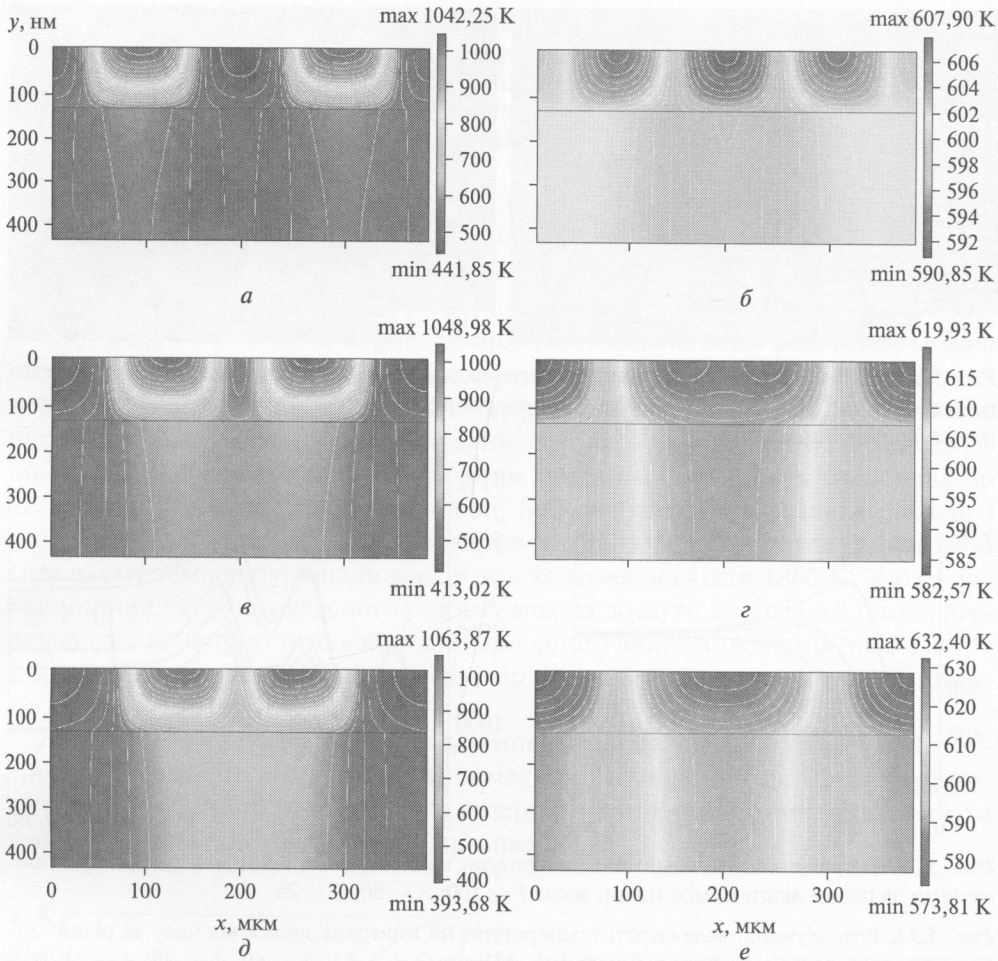


Рис. 5.30. Температурний профіль у зразку в різні проміжки часу t , нс, за різних відстаней між лазерними променями d , мкм, відповідно: *a* — 20, 200; *б* — 40, 200; *в* — 20, 150; *г* — 40, 150; *д* — 20, 125; *е* — 125, 40

достатня, щоб стимулювати фазовий перехід плівки SiO_x у нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ з кремнієвими нанокристаллами [237].

На рис. 5.27—5.29 показано динаміку поширення температурних профілів у плівці SiO_x у разі відпалювання двома одноімпульсними променями різної інтенсивності. Після завершення лазерного імпульсу (див. рис. 5.27, 5.28) на поверхні створюється температура, достатня для розділення плівки SiO_x у нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$, при цьому на більших глибинах температура недостатня для початку цього процесу (рис. 5.28). Однак у наступному часовому інтервалі спостерігається підвищення температури в різних шарах плівки (рис. 5.28, 5.29). При великих віддальх між лазерними пучками не спостерігається накладання температурних профілів (рис. 5.27, 5.29, 5.30, *a*, *б*), але якщо

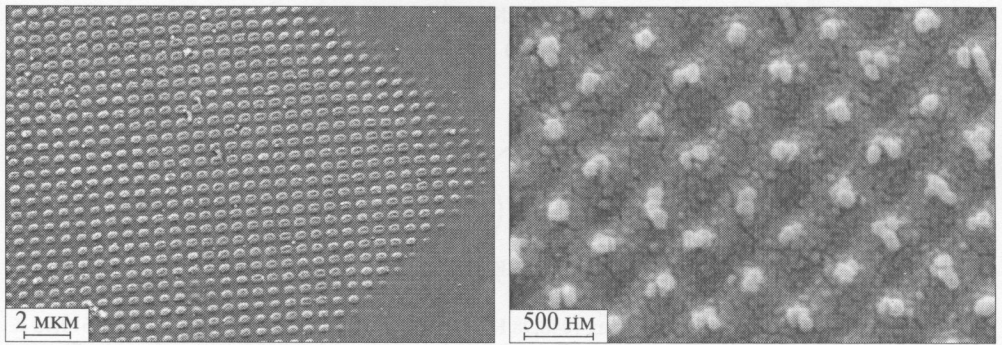


Рис. 5.31. СЕМ-зображення двовимірної інтерференційної картини з наночастинок, утворених на плівці SiO_x завтовшки 400 нм за допомогою лазерного випромінювання з густиною енергії 100 мДж/см²

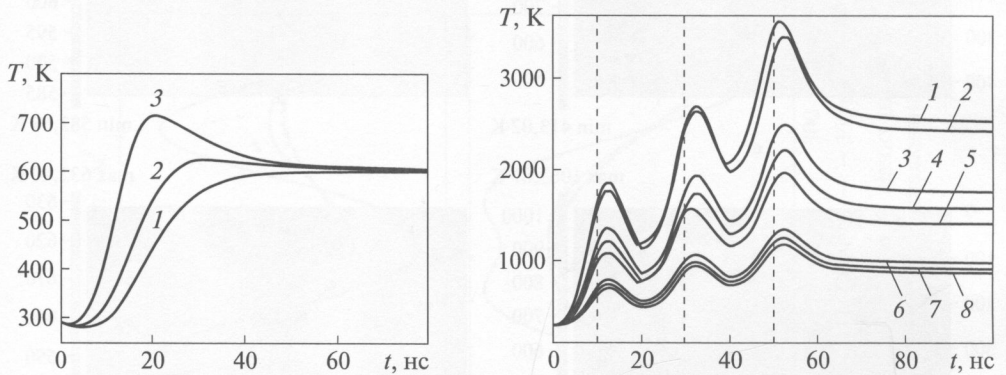


Рис. 5.32. Розрахункові залежності температури на поверхні плівки між лазерними променями за різної відстані між ними, мкм: 1 — 100; 2 — 50; 3 — 25

Рис. 5.33. Розрахункові залежності температури на поверхні зразка від часу за різних інтенсивностей лазерного випромінювання, МВт/см²: 1 — 52; 2 — 49; 3 — 35; 4 — 31; 5 — 27; 6 — 17,2; 7 — 15,7; 8 — 14,7. Три імпульси тривалістю 10 нс кожний, період між імпульсами — 10 нс. Штриховою лінією позначено завершення кожного лазерного імпульсу

відстані між лазерними променями менші від діаметра лазерного променя, відбувається накладання температурних профілів (рис. 5.30, д, е).

При цьому температура в зоні дії лазерних променів через 30 нс від початку відпалювання в разі малих відстаней між лазерними променями вища, ніж при великих відстанях у той самий період часу.

Хоча температура на поверхні зразка в міжлазерному проміжку і збільшується зі зменшенням відстані між променями, але її недостатньо, щоб стимулювати фазовий перехід плівки SiO_x у нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ з кремнієвими нанокристаллами (рис. 5.32), що добре узгоджується з експериментальними даними, отриманими в роботах [216, 238] (рис. 5.31). Унаслідок цього наночастинки кремнію утворюватимуться точно по позиціях пікової інтенсивності лазерного випромінювання.

5.6. Розподіл температури на поверхні плівки SiO_x при багатоімпульсному лазерному відпалі

Дослідження впливу лазерного відпалу на нанокристалічні плівки кремнію, виготовлені в середовищі інертного газу аргону [209], показали, що одно- і багаторазові імпульси лазерного відпалу поліпшують кристалічність у плівках.

Одноімпульсний відпал може спричинити пошкодження плівки, але низька густина енергії кількох імпульсів може забезпечити її відпал без пошкоджень. Тому доцільно дослідити і багатоімпульсний режим відпалу таких плівок.

Як видно з рис. 5.33, користуючись багатоімпульсним режимом, можна досягти потрібних температур на поверхні зразка для відпалу плівки SiO_x , використовуючи меншу інтенсивність лазерного випромінювання, що дозволяє проводити відпалювання без руйнування зразка. У нашій роботі [237] показано, що в разі відпалювання плівки одним лазерним імпульсом з інтенсивністю 52 МВт/см^2 у нестехіометричній плівці SiO_x відбуваються фазові переходи і розкладання плівки SiO_x на стехіометричну фазу SiO_2 з наночастинками Si . При цьому температура на поверхні зразка може досягати 1800 К . У разі використання багатоімпульсного режиму можна досягти необхідної температури відпалу за менших інтенсивностей лазерного випромінювання, використовуючи відповідну кількість імпульсів, що в нашому випадку для трьох імпульсів становить 27 МВт/см^2 .

Як видно з рис. 5.34, залежність температури на поверхні зразка від інтенсивності лазерного випромінювання має лінійну залежність. Це дає можливість зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання прогнозувати температуру на поверхні в окремі проміжки часу.

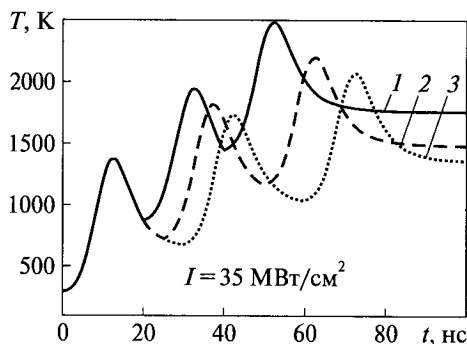
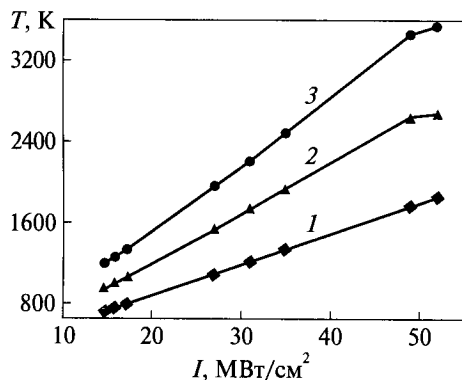


Рис. 5.34. Розрахункові залежності температури на поверхні зразка в центрі дії лазерного випромінювання від його інтенсивності (тривалість — 10 нс ; кількість імпульсів — 3), період між імпульсами, нс: $1 - t = 13$; $2 - t = 33$; $3 - t = 53$

Рис. 5.35. Розрахункові залежності температури на поверхні зразка в центрі дії лазерного променя інтенсивністю 35 МВт/см^2 (тривалість імпульсу — 10 нс ; кількість імпульсів — 3) з різним часом між імпульсами, нс: $1 - 10$; $2 - 15$; $3 - 20$

Як при одноімпульсному, так і при багатоімпульсному режимах лінійність залежності $T(I)$ зберігається. Однак з плином часу при одноімпульсному режимі кут нахилу залежності $T(I)$ до осі абсцис зменшується, що свідчить про відтік тепла і охолодження плівки, оскільки після завершення імпульсу плівка не отримує тепла ззовні.

При багатоімпульсному режимі (рис. 5.34) кут нахилу залежності $T(I)$ до осі абсцис збільшується — до плівки періодично надходить тепло ззовні. Використовуючи ці залежності, можна підібрати відповідну інтенсивність лазерного випромінювання, щоб досягти необхідної температури відпалу і при цьому не пошкодити плівку.

Як видно з рис. 5.35, змінюючи тривалість між імпульсами, можна контролювати температуру на поверхні. Як і очікувалося, зі збільшенням часу між імпульсами температура на поверхні зростає. Тому час між імпульсами є ще одним із параметрів, яким можна коригувати температуру на поверхні зразка.

Висновки

1. Отримано числовий розв'язок параболічного рівняння теплопровідності — знайдено просторово-періодичний розподіл температури на поверхні та в об'ємі нестехіометричних плівок SiO_x .

2. Встановлено, що фемтосекундними лазерними імпульсами можна ефективно прогрівати зразки кристалічного кремнію завтовшки до 20 мкм. При цьому найефективніше прогривається приповерхнева ділянка товщиною до 5 мкм. Отже, фемтосекундне лазерне випромінювання може бути ефективним методом мікро-, наноструктурування та відпалу напівпровідникових матеріалів, що використовуються в мікроелектроніці.

3. Для осадження нанокристалів Si у нестехіометричній плівці SiO_x можна використовувати лазерний відпал, який дає змогу здійснювати локалізовану обробку зразка, не руйнуючи інші елементи, що знаходяться на одній підкладці з плівкою, яка відпалюється.

4. Теоретичне моделювання лазерного нагрівання плівки SiO_x показало, що за інтенсивності лазерного випромінювання 52 МВт/см^2 температура на її поверхні може досягати 1800 К, достатньої для розділення фаз речовини плівки на діоксид кремнію і наночастинки кремнію.

5. Залежність температури на поверхні зразка від інтенсивності лазерного випромінювання в різні проміжки часу має лінійну залежність. Це дає можливість в окремі проміжки часу прогнозувати температуру на поверхні зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання.

6. Проникнення тепла в об'єм нестехіометричної плівки SiO_x внаслідок лазерного відпалу визначає ділянки формування наночастинок кремнію — на глибині 50—80 нм утворюються кристалічні наночастинки (температура $>1000 \text{ К}$), на більшій глибині, 80—100 нм, можуть формуватися аморфні наночастинки (температура — 800 К).

7. Створена під дією двох лазерних пучків максимальна температура поверхні плівки SiO_x у центрі дії кожного лазерного променя не залежить від відстані між пучками. При цьому температура, що встановлюється в проміжку між ділянками дії променів, недостатня для стимулювання переходу плівки SiO_x у нанокompозитну структуру $\text{SiO}_2(\text{Si})$ з кремнієвими наночастинками; як наслідок, ці частинки утворюватимуться точно по позиціях пікової інтенсивності лазерного випромінювання.

8. Одноімпульсний відпал високої інтенсивності може легко спричинити пошкодження плівки, але низька густина енергії кількох імпульсів може забезпечити її відпал без пошкоджень, при цьому на поверхні зразка створюється необхідна температура для розділення фаз плівки SiO_x на оксид кремнію і кремнієві нанокристали. У разі використання багатоімпульсного режиму можна досягти необхідної температури відпалу за менших інтенсивностей лазерного випромінювання, використовуючи відповідну кількість імпульсів.

9. Змінюючи період між імпульсами, можна контролювати температуру на поверхні. Зі збільшенням часу між імпульсами температура на поверхні зразка зменшується. Тому час між імпульсами є ще одним із параметрів, яким можна коригувати температуру на поверхні зразка.

10. Теоретичне моделювання дає змогу підібрати оптимальні параметри лазерного відпалу для найкращого розділення фаз плівки SiO_x на оксид кремнію і кремнієві наночастинки.

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ
ТЕРМІЧНОГО І ЛАЗЕРНОГО ВІДПАЛУ
НЕСТЕХІОМЕТРИЧНИХ ПЛІВОК SiO_x**

В останні десятиліття інтенсивно досліджується нанокристалічний кремній (nc-Si) та нестехіометричні плівки SiO_x . Вже сьогодні в ряді робіт повідомляється про отримання діючих світлово-промінювальних приладів на основі структур з нанокристалічним кремнієм, дослідження одноелектронних транзисторів, резонансно-тунельних діодів, комірок нанокристалічної пам'яті [234—237]. Плавучі затвори, що складаються з кремнієвих нанокристалів, занурених у шар оксиду кремнію, було запропоновано як альтернативу використанню полікремнію в незалежній пам'яті для того, щоб збільшити густину збереження і зменшити споживання енергії. Для виробництва дисплеїв з великою площею світіння на основі кремнію досить перспективною є технологія вакуумного термічного розпилення SiO на різні підкладки. У такому разі формується нестехіометричний шар SiO_x , де $x < 2$. Це нестабільна фаза, яка може зберігатися тривалий час за кімнатної температури.

Для опису структури плівок SiO_x було запропоновано дві моделі: модель суміші ($\text{Si} + \text{SiO}_2$) і модель випадкового зв'язування, в якій кожен атом кремнію тетраедрично координований з y атомів кремнію і з $(4 - y)$ атомів кисню. Дані оптичних вимірювань, рентгенівської фотоелектронної спектроскопії та досліджень електронного парамагнітного резонансу (ЕПР) аморфних шарів SiO_x добре описуються в моделі випадкового зв'язування. Нагрівання плівок SiO_x може спричинити виділення фази дрібнодисперсних частинок Si, які при подальшому нагріванні формують кристаліти кремнію [238].

У цьому розділі представлено результати експериментальних досліджень впливу температурного та локального лазерного відпалу на перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку SiO_2 (Si). Ідея полягає в тому, щоб використовувати лазерний і термічний відпал на другому етапі формування нанокристалів кремнію і порівняти їх вплив на електропровідність плівки. АСМ-зображення, ІЧ-спектри та електропровідність плівки SiO_x після температурного і лазерного відпалу використовували як основні досліджувані параметри.

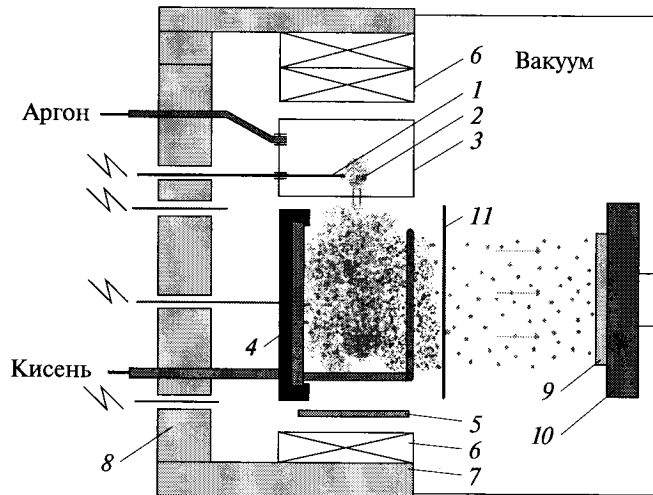


Рис. 6.1. Схематичне зображення установки для іонно-плазмового розпилення: 1 — анод; 2 — катод; 3 — розрядна камера; 4 — мішень; 5 — колектор іонів; 6 — магніти; 7 — магнітна система; 8 — фланець; 9 — підкладка; 10 — нагрівник; 11 — клапан [215]

Плівки SiO_x осаджували на кремнієвій пластині n -типу ($\rho = 4,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ (100)) методом іонно-плазмового напилення (ІПН) [215]. У процесі ІПН плівок SiO_x відбувалося розпилення в середовищі аргону і кисню. При цьому атоми кремнію (вибиті іонами з кремнієвої мішені) окиснюються, а ступінь окиснення атомів залежить від газового співвідношення кисню та аргону, що подаються в камеру під час напилення плівок. Співвідношення газу під час осадження $\text{Ar}/\text{O}_2 = 5,25$. Інші параметри осадження були такими: тиск під час осадження $P = 8 \cdot 10^{-4} \text{ мм рт. ст.}$, температура підкладки $T = 420 \text{ К}$, нагрівальний катодний струм $I_C = 145 \text{ А}$, анодна напруга $U_A = 50 \text{ В}$, анодний струм $I_A = 10\text{--}11 \text{ А}$, напруга на мішені $U_T = 1,1\text{--}1,3 \text{ кВ}$, струм осадження $I_S = 0,65 \text{ мА}$. Осаджені плівки SiO_x мали товщину 138 нм і різний вміст надлишкового кремнію ($x = 0,8; 1,3$).

Установка іонно-плазмового напилення (ІПН) призначена для нанесення металевих, напівпровідникових і діелектричних плівок. Конструкцію розпилення установки схематично зображено на рис. 6.1. Вона складається з камери 3 з діафрагмою, вольфрамового катода 2 та анода 1. Є також магнітна система фокусування 7, виготовлена з оксидно-барієвих магнітів 6, колектор іонів 5 та мішень для розпилення. Усі деталі для розпилення встановлені на базовому фланці 8. Нагрітий катод випускає електрони в катодному просторі, які, переміщуючись до анода, іонізують атоми робочого газу (Ar) і створюють плазму. Негативний потенціал (1–3 кВ) відносно плазми подається на мішень. Цього достатньо для інтенсивного бомбардування мішеней позитивними іонами плазми. Вибиті атоми мішені падають на підкладку. Кисень вводиться у вакуумну камеру, щоб отримати оксиди. Розпорошені атоми мішені на шляху до підкладки окиснюються і осідають на ній у вигляді оксиду.

6.1. Фазово-структурні перетворення плівки SiO_x у процесі термічного відпалювання

У теоріях, які пояснюють утворення наночастинок кремнію під час температурного відпалювання, часто розглядається гомогенне зародження, тобто передбачається, що утворення центру зародження відбувається рівноімовірно в усіх частинах системи. На практиці важливу роль відіграють процеси гетерогенного зародження. У цьому випадку за певних умов можливе додаткове зменшення вільної енергії утворення критичного зародка. Таке зменшення можливе тоді, коли утворення зародка пов'язане зі зникненням частини поверхні гомогенного зародка і формуванням нової поверхні, так що в цілому поверхнева енергія стає меншою, ніж у разі гомогенного зародження [238]. Роль центрів гетерогенного зародкоутворення, яка полягає у прискоренні формування включень нової фази, можуть відігравати власні точкові дефекти в матриці, атоми домішок або домішкові комплекси.

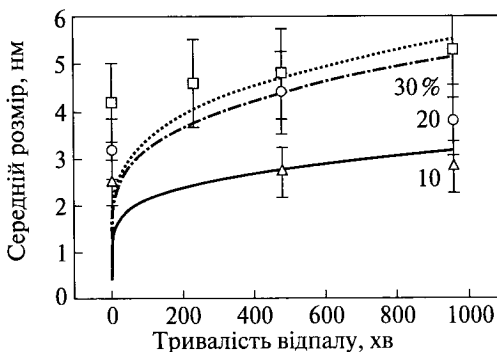
Температура відпалу впливає на одну з найважливіших характеристик зародження і росту включень — коефіцієнт дифузії атомів Si, який досить малий (звідси такі високі температури відпалу):

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{E_d}{kT}\right] \approx 10^{-17} \text{ см}^2/\text{с (при 1370 K)}, \quad (6.1)$$

де E_d — енергія активації дифузії; k — стала Больцмана.

Крім того, температура відпалу визначає кінцевий структурний стан включень Si. На рис. 6.2 наведено залежність середнього розміру нанокристалів Si від часу відпалу для різних пересичень [239]. Стадії зародкоутворення і росту завершуються в перші хвилини високотемпературного відпалювання і змінюються стадією дозрівання за Оствальдом, через малість коефіцієнта дифузії. Як і передбачає теорія коалесценції, середній розмір нанокристалів слабо залежить від дози (вихідного пересичення) на першій ділянці дозової залежності, однак різко зростає зі збільшенням концентрації надлишкового кремнію понад 10 % (за температури 1370 K).

Схематичну залежність морфології масиву нановключень Si від дози Si зображено на рис. 6.3 [240]. На першій ділянці дозової залежності збільшення



концентрації Si, через високу швидкість зародкоутворення, приводить до збільшення числа включень (рис. 6.2), а повільне асимптотичне дозрівання за Оствальдом майже не позначається на їх середньому розмірі. На другій ділянці дозової залежності

Рис. 6.2. Залежність середнього розміру nc-Si від часу відпалу за різного насичення [239]



Рис. 6.3. Залежність морфології нановключень кремнію від кількості кремнію у вихідній плівці SiO_x [240]

ті, коли відстань між включеннями стає порівнянною з довжиною дифузії, а саме, відбувається перекриття градієнтів концентрацій поблизу включень, які ростуть, починається пряме перетікання атомів між сусідніми включеннями, що призводить до прискорення процесу коалесценції — розчинення включень малого розміру і росту більших та збільшення середнього розміру.

Специфіка вихідного нестехіометричного оксиду кремнію або субоксиду SiO_x полягає в тому, що, згідно з однією моделлю, він має однорідну структуру, де атоми кремнію і кисню розподілені випадково і рівномірно, а згідно з іншою моделлю — це сильно неоднорідна система, що містить фракції елементного кремнію і SiO_2 . Так, за досить малих значень x навіть за відсутності термічного відпалу в SiO_x наявні кластери аморфного кремнію, тому не зовсім коректно застосовувати до цього випадку моделі гомогенного зародкоутворення і росту.

З іншого боку, можна також розглядати SiO_x як оксид SiO_2 з великою кількістю кисневих вакансій або їх комплексів. У простому випадку аморфну модифікацію SiO_2 (наприклад, термічний оксид кремнію, плавлений кварц) можна подати як набір зв'язаних між собою тетрадрів, у вершинах яких знаходяться двовалентні атоми кисню, а в центрі — чотиривалентні атоми кремнію. Така аморфна структура не має далекого порядку, оскільки ці тетрадри випадково орієнтовані один щодо одного. Один із варіантів кисневої вакансії — це парний дефект Si-Si, що утворюється в разі замикання обірваних зв'язків ближніх вакансій атомів Si, що безпосередньо прилягають до вакансії кисню (рис. 6.4) [241]. Зв'язок Si-Si є попередником («прекурсором») складнішого включення Si і під час відпалювання виступає як зародок фази Si (фактично це різновид гетерогенного зародження).

Температура відпалу визначає кінцевий структурний стан включень Si. За відсутності відпалу в імплантованому шарі міститься велика кількість зв'язків Si-Si, які з підвищенням температури об'єднуються в ланцюжки, кільця з атомів Si, розгалужені фракталоподібні утворення [242]. Такі включення називають «нефазовими», оскільки немає яскраво вираженої межі поділу фаз. Компактні фазові включення — кластери аморфного Si формуються за температур понад 870 K і кристалізуються за температур понад 1270 K.

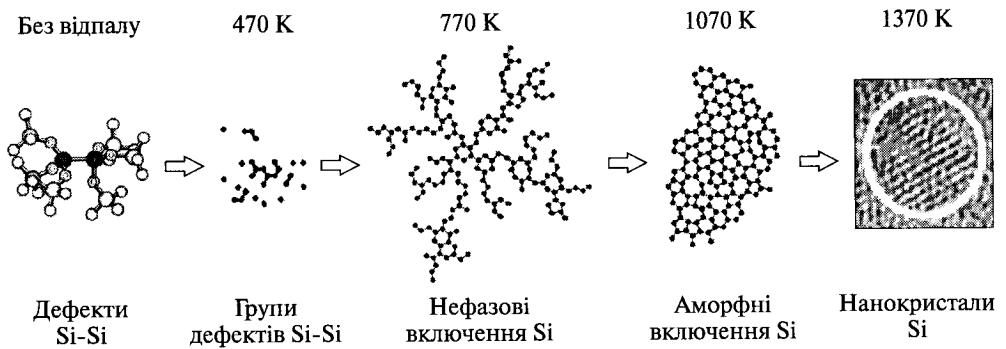


Рис. 6.4. Різні стани включень Si, які утворюються в SiO_2 , залежно від температури відпалу [241, 242]

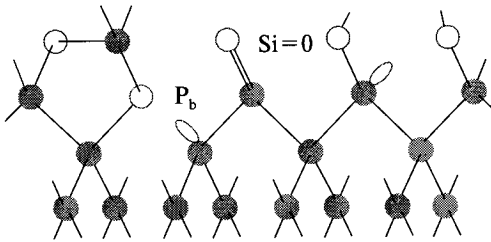


Рис. 6.5. Типові дефекти на межі поділу Si/SiO₂ [243]

Температура кристалізації нанорозмірних включень кремнію істотно вища від температури кристалізації об'ємного кремнію, що пов'язано з дією поверхні включення

внаслідок малості відношення радіуса до площі поверхні і меншим значенням поверхневого натягу σ для аморфного включення. За фіксованої температури відпалу різні стани кремнію в SiO_2 можуть існувати разом, але можна виділити характерні температури, за яких ці стани домінують (рис. 6.4).

Орієнтація нанокристалів кремнію, що утворюються в аморфній матриці SiO_2 , випадкова. Кристалічна структура нанокристалів збігається з такою для масивного кремнію. Можлива наявність перехідного шару нестехіометричного складу SiO_x між нанокристалом Si і матрицею SiO_2 . На межі поділу (інтерфейсу) можуть міститися дефекти, такі як P_b -центри і подвійні зв'язки $\text{Si}=\text{O}$ (рис. 6.5). P_b -центр — це типовий обірваний зв'язок на межі поділу з SiO_2 , а подвійні зв'язки $\text{Si}=\text{O}$ виникають у разі розриву зв'язків $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$. Ці дефекти можуть відігравати важливу роль у прояві оптичних властивостей нанокристалів Si.

У цьому розділі наведено результати експериментальних досліджень впливу термічного відпалу на перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$.

Перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ здійснюється шляхом термічного відпалу, вплив якого на перетворення збагачених кремнієм плівок SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ досліджували в температурному діапазоні 770—1370 K протягом 30 хв в азоті або аргоні.

6.1.1. Морфологія поверхні плівки SiO_x після термічного відпалу

Для порівняння морфології поверхні після термічного і лазерного відпалу спочатку розглянемо морфологію поверхні плівки SiO_x після термічного відпалу.

Розглянемо дані, отримані нами на атомно-силовому мікроскопі (АСМ) за різних умов відпалу в атмосфері інертного газу. АСМ було використано для аналізу структури поверхні плівок SiO_x і SiO_2 (Si). На рис. 6.6 наведено зображення топографії АСМ вихідної плівки SiO_x , отриманої іонно-плазмовим напыленням. Ця поверхня досить однорідна ($\text{RMS} \approx 0,18$ нм), з утвореними дрібними зернами діаметром 10 нм і висотою 0,4 нм.

Після високотемпературного відпалу при $T = 1270$ К і $T = 1370$ К зразка ($x = 1,3$) протягом 30 хв відбулися зміни морфології поверхні з появою наноострівців (рис. 6.7, а, б). Відпал за температури 1270 К зумовив утворення наноострівців висотою 0,8 нм з поверхневою густиною $4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. За вищої температури відпалу ($T = 1370$ К) поверхнева густина наноострівців не змінилася, але їх висота збільшилася до 1,1 нм (рис. 6.7). Відпал зразка ($x = 1,1$) при $T = 1320$ К (рис. 6.8) приводить до утворення двох типів наноострівців на поверхні, а саме, невеликих — заввишки 0,3—1,0 нм і густиною $4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ і більших, висотою 1,0—1,5 нм і поверхневою густиною $1,2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Більш висока температура відпалу зразка ($T = 1370$ К) спричинює утворення однорідної поверхні, але більших за діаметром наноострівців, а їх висота зменшується до 0,4—0,7 нм. Проте в результаті відпалу при $T = 1370$ К спостерігається значне зниження густини наноострівців до $8 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$.

АСМ-зображення зразка з концентрацією кремнію $x = 0,8$ показує, що висота нановключень перебуває в межах 2,1—2,6 нм, поверхнева густина становить $4 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$, а $\text{RMS} = 0,35$ нм (рис. 6.9). Візуальне збільшення попере-

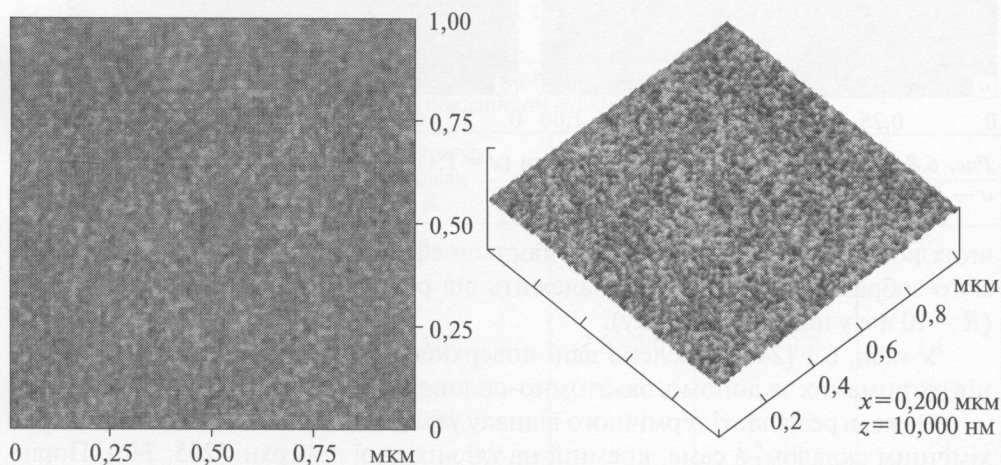


Рис. 6.6. АСМ-зображення топографії вихідної плівки SiO_x ($x = 1,3$)

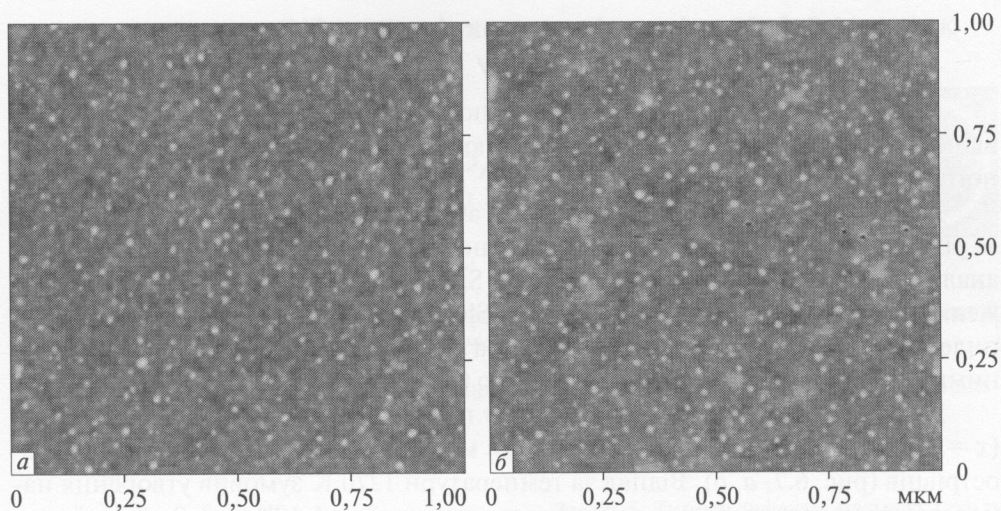


Рис. 6.7. АСМ-зображення рельєфу відпаленої плівки ($x = 1,3$) за температури, К: *a* — 1270; *б* — 1370

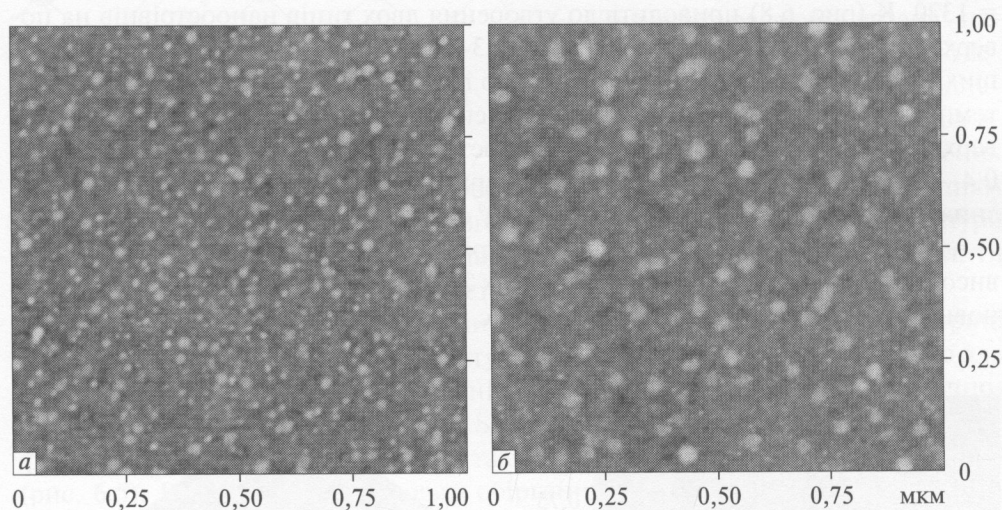


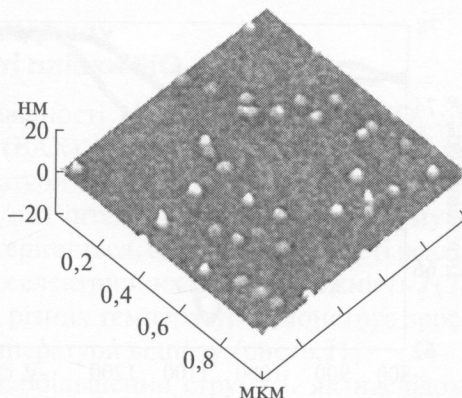
Рис. 6.8. АСМ-зображення рельєфу плівки ($x = 1,1$), яку відпалювали за температури, К: *a* — 1320; *б* — 1370

чних розмірів наноострівців пояснюється ефектом розширення топографічного зображення АСМ, який залежить від радіуса кривини верхнього зонда ($R = 10$ нм у нашому випадку).

У табл. 6.1 [244] наведено дані поверхневої густини і висоти наноострівців, отриманих за допомогою атомно-силової мікроскопії.

Отже, в результаті термічного відпалу утворюються наночастинки з іншим хімічним складом, а саме, кремній на тлі вихідної поверхні [245, 246]. Порівнюючи вплив кількості збагаченого кремнію в початкових плівках SiO_x на

Рис. 6.9. АСМ-зображення рельєфу плівки ($x = 0,8$), яку відпалювали за температури $T = 1370$ К протягом 30 хв [244]



формування рельєфу внаслідок високотемпературного відпалу, можна дійти висновку, що вища концентрація кремнію у вихідних плівках спричинює збільшення розмірів наноострівців, але зменшення їх поверхневої густини. Це можна пояснити тим, що в разі надлишку кремнію густина нановключень кремнію висока, що зумовлює їх активнішу взаємодію в процесі росту і формування нанокристалів. Ріст кристалічних нановключень кремнію середніх розмірів зі збільшенням температури відпалу починається з моменту повної кристалізації аморфних наночастинок кремнію. За нижчих температур відпалу середній розмір наночастинок Si у плівці залишається відносно незмінним через конкуренцію двох процесів: зменшення розмірів кристалізації аморфних наночастинок Si і збільшення уже сформованих кремнієвих наночастинок.

Отримані нами дані морфології плівки SiO_x [246] добре узгоджуються з даними, наведеними в роботі [244].

6.1.2. ІЧ-спектроскопія плівки SiO_x після термічного відпалу

Для підтвердження структурних змін у плівці SiO_x було використано ІЧ-спектроскопію. Визначення відношення атомарного вмісту кисню і кремнію (значення x) у напилених зразках ґрунтується на залежності положення смуги поглинання в ІЧ-спектрах плівок SiO_x у діапазоні частот 1000—

Таблиця 6.1. Розподіл висоти і поверхневої густини наночастинок термічного відпалу нестехіометричної плівки SiO_x з різним показником стехіометрії

Характеристика	Температура відпалу, К	Показник стехіометрії		
		$x = 0,8$	$x = 1,1$	$x = 1,3$
Висота наночастинок, нм	1270	—	—	0,8
	1320	—	0,3—1,0 1,0—1,5	—
	1370	2,0—3,0	0,4—0,7	1,1
Поверхнева густина, см^{-1}	1270	—	—	$4 \cdot 10^{10}$
	1320	—	$4 \cdot 10^{10}$ $1,2 \cdot 10^{10}$	—
	1370	$4 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^{10}$

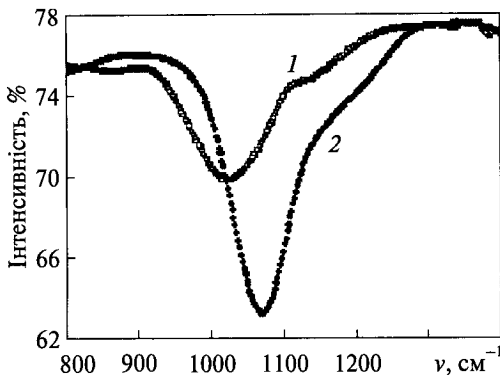


Рис. 6.10. ІЧ-спектри пропускання оксидних плівок кремнію до відпалу (1) і після відпалу (2) при $T = 1370$ К протягом 30 хв в атмосфері N_2 ($x = 0,8$)

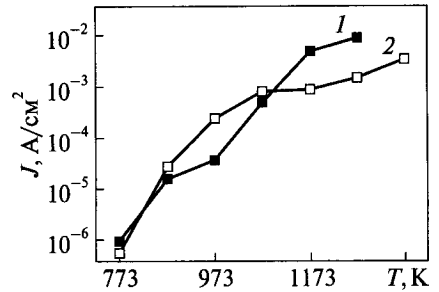


Рис. 6.11. Залежність густини струму від температури термічного відпалу (плівка SiO_x ($x = 0,8$)): 1 — в атмосфері азоту; 2 — в атмосфері аргону ($E = 1 \cdot 10^5$ В/см)

1100 cm^{-1} від складу плівки. Положення максимуму зазначеної смуги монотонно зміщується від 980 cm^{-1} для SiO у високочастотний бік зі збільшенням вмісту кисню в складі оксиду. Ця смуга зумовлена валентними зв'язками $\text{Si}-\text{O}$. Оскільки в ІЧ-спектрах у цій ділянці виявляються тільки коливання кремній-кисневої фази, а зв'язки $\text{Si}-\text{Si}$ не реєструються, цей метод можна використовувати для визначення складу оксидної матриці як у свіжоприготовлених, так і у відпалених зразках, які містять фазу кремнію

Інфрачервоні спектри вихідного зразка з концентрацією кремнію ($x = 0,8$) (крива 1) і відпаленої за температури $T = 1370$ К (крива 2) оксидних плівок кремнію наведено на рис. 6.10.

Мінімум інтенсивності ІЧ-поглинання плівки SiO_x (рис. 6.10) у ділянці $\nu_{M1} = 1026 \text{ cm}^{-1}$ після відпалу зміщується в область високих частот ($\nu_{M2} = 1076 \text{ cm}^{-1}$). Така зміна ІЧ-спектра пов'язана переважно зі зміною фазового складу нестехіометричного оксиду кремнію внаслідок високотемпературного відпалу [247, 248]. Можна оцінити вміст кремнію в осаджених плівках SiO_x за допомогою положення максимумів на ІЧ-спектрі максимальної ν_M , використовуючи вираз [249]:

$$\nu_M = (987 + 48,8x).$$

Було встановлено, що індекс стехіометрії (x) досліджуваної методом ІЧ-спектроскопії початкової плівки SiO_x становив $x \approx 0,8$, тоді як після відпалу — $x \approx 1,82$.

Отже, термічна обробка плівок SiO_x зумовлює розкладання молекулярних комплексів слабо окисненого кремнію і сприяє формуванню кремнієвих кластерів і сильно окисненої матриці діоксиду кремнію.

6.1.3. Вплив термічного відпалу на електричні властивості плівки SiO_x

Для визначення електропровідності відпалених плівок SiO_x ми виміряли вольт-амперні характеристики (ВАХ). Залежність густини струму по глибині плівки SiO_x ($x = 0,8$) від температури термічного відпалу має дві області. У першій області (до $E = 5 \cdot 10^4$ В/см) інтенсивне зростання струму зі збільшенням електричного поля не спостерігається, але в другій області реалізується струм насичення за більш високих електричних полів. Залежність $J(T)$ у плівці SiO_x після термічного відпалу за різних температур демонструє зростання густини струму зі збільшенням температури відпалу (рис. 6.11).

Відпал в азоті і в аргоні спричинює збільшення струму і, як наслідок, зростання електропровідності. Зростання електропровідності з температурою відпалу зумовлене утворенням електронних пасток в оксидній плівці у процесі перетворення SiO_x на SiO_2 з нанокристаллами Si.

Вища провідність плівок, відпалених при $T = 1100\text{--}1400$ К, вказує на роль азоту в створенні електронних пасток у забороненій зоні оксиду.

Густина струму в нанокompatитній плівці $\text{SiO}_2(\text{Si})$ залежить від температури (рис. 6.12), але майже не залежить від поля. Транспортний механізм електричного струму через плівку не змінюється в діапазоні поля $E \approx 1 \cdot 10^5\text{--}3 \cdot 10^5$ В/см і має омичний характер. Зі зростанням температури відпалу збільшилася густина струму через нанокompatитну структуру $\text{SiO}_2(\text{Si})$. Можливо, це пов'язано зі збільшенням розмірів наночастинок і збільшенням тунелювання через пастки. Відпал в атмосфері азоту ефективніший, ніж в атмосфері аргону, про що свідчить густина струму (рис. 6.12, а) зразка, відпаленого в атмосфері N_2 . При $T = 1370$ К густина струму становить $J = 10^{-1}$ А/см², тоді як в Ar — $J = 10^{-3}$ А/см².

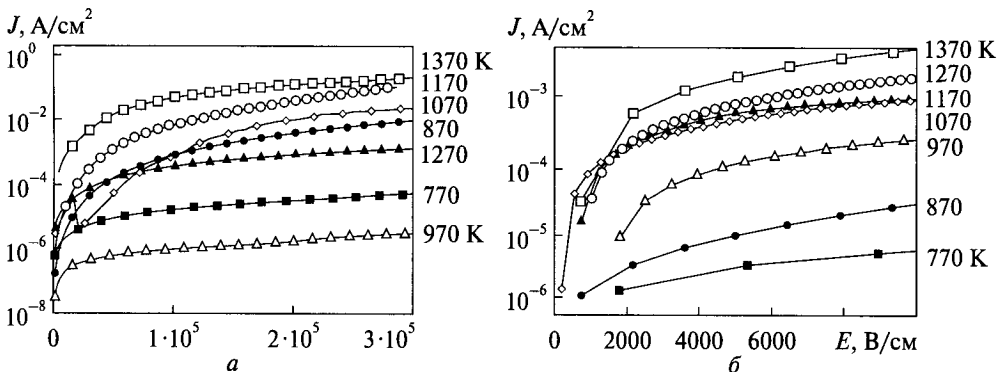


Рис. 6.12. ВАХ плівок ($x = 0,8$), які відпалювали в атмосфері азоту (а) і аргону (б) в інтервалі температури 770—1370 К протягом 30 хв

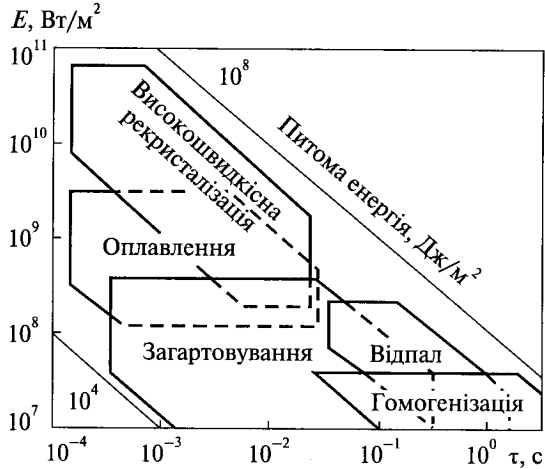
6.2. Перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку SiO_2 (Si) під дією лазерного випромінювання

Процеси плавлення і випаровування металів покладено в основу численних технологічних процесів у галузі металообробки, а також обробки інших матеріалів. Це лазерне зварювання і лазерна термообробка поверхонь (наприклад, гартування сталі), пробивання отворів, у тому числі в таких тугоплавких і твердих матеріалах, як сапфір і алмаз, розкрій листових матеріалів. Очевидними перспективними властивостями лазерних технологій є гранично висока просторова локалізація впливу, виняткова його нетривалість, що дає змогу локалізувати просторову зону теплового впливу, безконтактність, можливість чіткого дозування впливу. Ці особливості роблять лазерні технології не тільки прогресивними, а в ряді випадків і незамінними. В основі всіх цих технологій лежать процеси плавлення та випаровування твердого тіла лазерним випромінюванням.

Застосовуваний на практиці термін «лазерне зміцнення» охоплює, як правило, широкий спектр фізичних процесів, що відбуваються внаслідок лазерного термічного впливу на матеріали і сплави. Інтенсивний лазерний потік поглинається приповерхневим шаром і спричинює структурні зміни, залежні від режимів лазерної обробки та фізичних властивостей оброблюваних матеріалів. Тому термін «лазерне зміцнення» слід розуміти як процес цілеспрямованої зміни структурно-чутливих механічних властивостей матеріалів і сплавів за допомогою лазерного термічного впливу. Зважаючи на те, що більшість механічних властивостей є структурно-чутливими, слід звертати особливу увагу на закономірності структуроутворення в разі варіацій умов і режимів лазерної обробки. Будь-яка термічна обробка полягає в нагріванні сплавів за різних температур і охолодженні їх з різними швидкостями. При цьому змінюється фазовий стан і структура сплавів і, разом з тим, у широких межах змінюються їх фізичні та механічні властивості. Енергетичні параметри лазерного впливу (густина потужності, тривалість впливу, коефіцієнт поглинання лазерного випромінювання поверхнею) і фізичні властивості оброблюваного матеріалу (коефіцієнт температуропровідності, коефіцієнт дифузії у твердій фазі) визначають теплові та дифузійні процеси, що призводять до тих чи інших структурних змін і фазових перетворень. Залежно від ступеня теплового впливу на приповерхневі шари лазерне зміцнення поділяють на відпал, гомогенізацію, відпуск, лазерне загартування, перекристалізацію (в літературі — оплавлення поверхні), високошвидкісну перекристалізацію (Rapid solidification processes). На рис. 6.13 наведено основні енергетичні параметри перелічених процесів.

Для отримання нанокompозитних плівок SiO_2 (Si) використовують різноманітні технології, які мають певні переваги і недоліки. У цьому контексті було розроблено методи для підготовки збагачених кремнієм плівок оксиду кремнію за відносно низьких температур, таких як термічне випаровування [250, 251], хімічне осадження з парової фази CVD низького тиску, фото-CVD

Рис. 6.13. Класифікаційна діаграма різновидів лазерної технології за енергетично-часовими параметрами (E — густина потужності; τ — тривалість дії) [252]



[253—256]. Оксид сприяє росту нанокристалів, що широко використовується для отримання плівок $\text{SiO}_2(\text{Si})$. У цьому випадку на першому етапі збагачену кремнієм SiO_x ($x < 2$) плівку наносять на підкладку. Потім під час високотемпературного відпалювання на другому етапі

плівка SiO_x перетворюється на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$, що містить нанокристали кремнію в діелектричній плівці SiO_2 . Можна також використовувати лазерну абляцію для нанесення SiO_x або плівки $\text{SiO}_2(\text{Si})$ [212, 215, 257]. Однак у цьому разі, як правило, необхідний наступний високотемпературний відпал, щоб сформувати нанокристали кремнію, оскільки досить важко проводити відпалювання для осадження nc-Si в SiO_x за низької інтенсивності у зв'язку з малим коефіцієнтом поглинання SiO_2 (наприклад, $\alpha < 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ при $\lambda < 532 \text{ нм}$).

Ми експериментально дослідили вплив локального лазерного відпалу на перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$.

Перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ виконували лазерним відпалом (рис. 6.14). Лазерне опромінення здійснювали за кімнатної температури і атмосферного тиску. Зразки з Si/SiO_x-структур опромінювали з боку SiO_x основною ($\lambda = 1064 \text{ нм}$, $\tau = 15 \text{ нс}$) і другою ($\lambda = 532 \text{ нм}$, $\tau = 10 \text{ нс}$) гармоніками YAG: Nd³⁺ лазером в Q-модуляції з інтенсивністю в діапазоні від 10 до 100 МВт/см². Такий діапазон інтенсивності було вибрано через досягнення неруйнівного відпалу плівки SiO_x з використанням кремнієвої підкладки. Поверхню SiO_x опромінювали одномодовим сфокусованим лазерним променем з комп'ютерним управлінням сканування з частотою повторення $f_{\text{rep}} \leq 25 \text{ Пц}$ і регульованим ступенем перекриття лазерної точки, яка становила $\sim 0,3 \text{ мм}$. Рівень інтенсивності лазерного променя регулюється розфо-

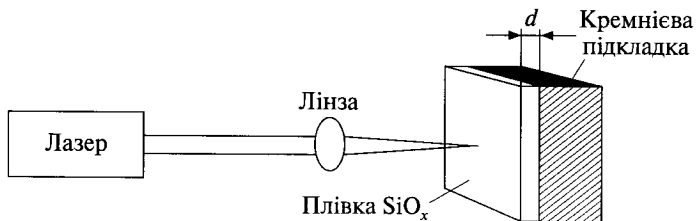


Рис. 6.14. Схематичне зображення лазерного відпалу досліджуваного зразка (d — товщина плівки (138 нм))

кусуванням і за допомогою оптичного нейтрального сірого фільтра. Енергію лазерного імпульсу і тривалість вимірювали за допомогою звичайного лічильника енергії імпульсу і коаксіального фотоелемента ФК-19 з осцилографа С8-12 відповідно.

У результаті лазерного відпалу залежно від інтенсивності утворюються різні за висотою і з різним розподілом густини наночастинки. Однак є межі формування нановключень кремнію ($I_b = 14 \text{ МВт/см}^2$) і їх руйнування ($I = 100 \text{ МВт/см}^2$). Ми проаналізували лазерний відпал для лазерної довжини хвилі $\lambda = 1064 \text{ нм}$ і $\lambda = 532 \text{ нм}$ у діапазоні інтенсивностей $I = 10\text{—}100 \text{ МВт/см}^2$.

6.2.1. Морфологія поверхні нанокompозитної плівки $\text{SiO}_2(\text{Si})$ після лазерного відпалу

Для визначення топології поверхні плівок $\text{SiO}_2(\text{Si})$, відпалених за допомогою лазерного випромінювання, було використано атомно-силову мікроскопію. Розглянемо дані, отримані АСМ після лазерного відпалу.

На рис. 6.15, 6.16 показано формування морфології зразка при лазерному відпалі за інтенсивностей 17 і 22 МВт/см^2 ($\lambda = 1064 \text{ нм}$). За теоретичними розрахунками, температура на поверхні зразка у разі опромінення лазерним променем з інтенсивністю 17 МВт/см^2 досягає 800—1000 К. При цьому утворюються наночастинки висотою $h = 5 \text{ нм}$.

Інша морфологія відпаленого зразка спостерігалася за довжини хвилі лазера $\lambda = 532 \text{ нм}$ та інтенсивностей $I = 12,4; 21; 34; 52 \text{ МВт/см}^2$ (рис. 6.17—6.20).

Зі збільшенням інтенсивності — $I_1 = 12,4, I_2 = 21, I_3 = 34, I_4 = 52 \text{ МВт/см}^2$ відповідно збільшується висота nanoострівців — $h_1 = 30 \text{ нм}, h_2 = 50 \text{ нм}, h_3 = 80 \text{ нм}$, але $h_4 = 30 \text{ нм}$, при цьому радіус зменшується від $R_2 = 90 \text{ нм}$ до

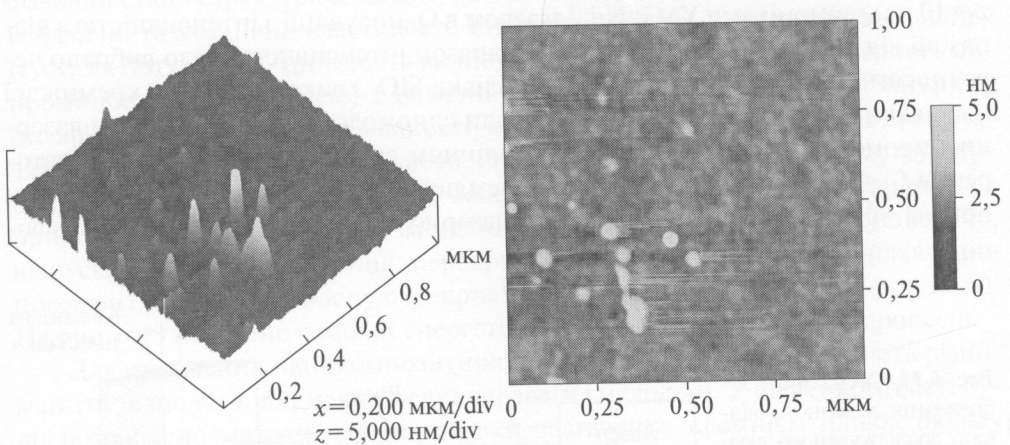


Рис. 6.15. АСМ-зображення поверхні плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 1064 \text{ нм}$ та $I = 17 \text{ МВт/см}^2$

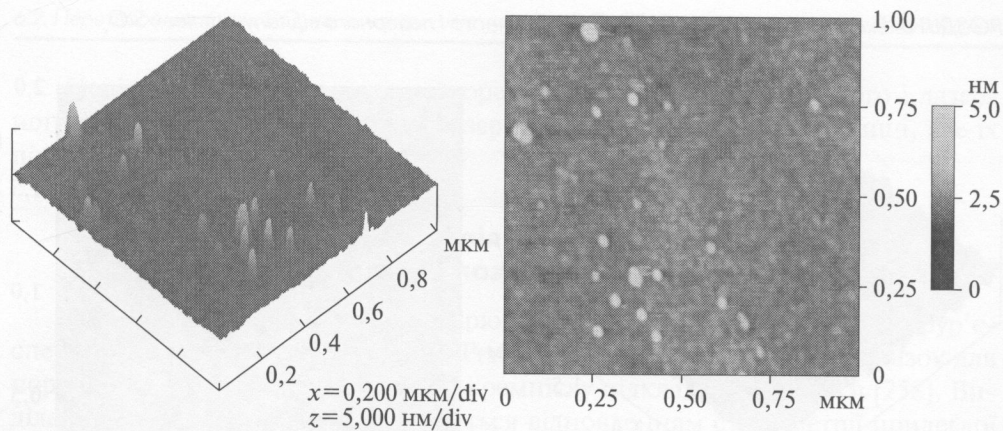


Рис. 6.16. АСМ-зображення поверхні плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 1064 \text{ нм}$ та $I = 22 \text{ МВт/см}^2$

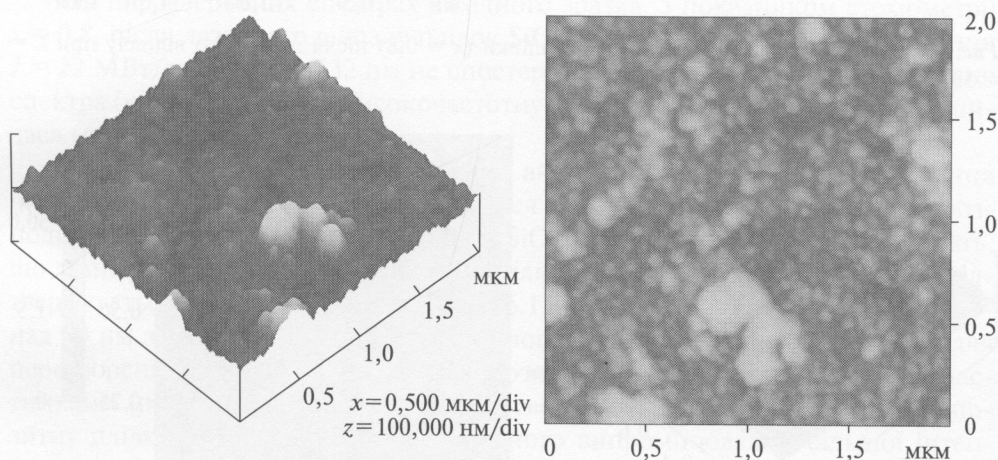


Рис. 6.17. АСМ-зображення топографії плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 532 \text{ нм}$ і $I = 12,4 \text{ МВт/см}^2$

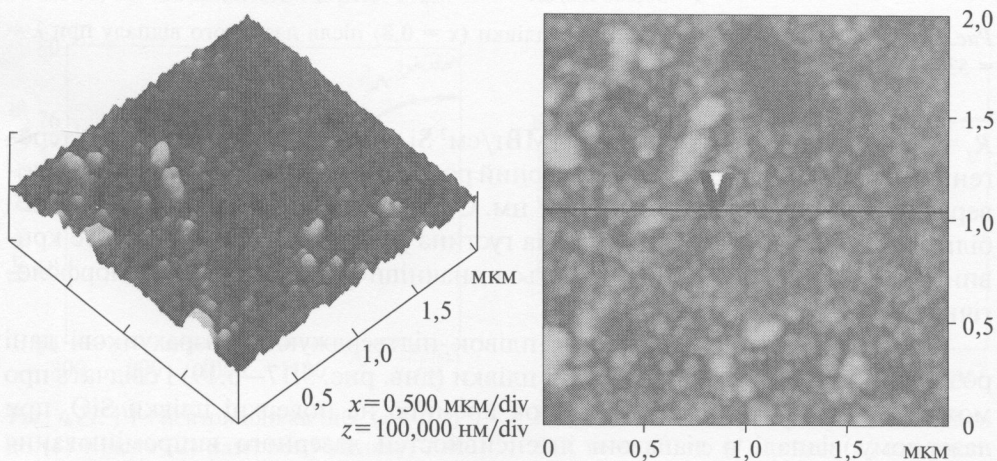


Рис. 6.18. АСМ-зображення топографії плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 532 \text{ нм}$ і $I = 20 \text{ МВт/см}^2$

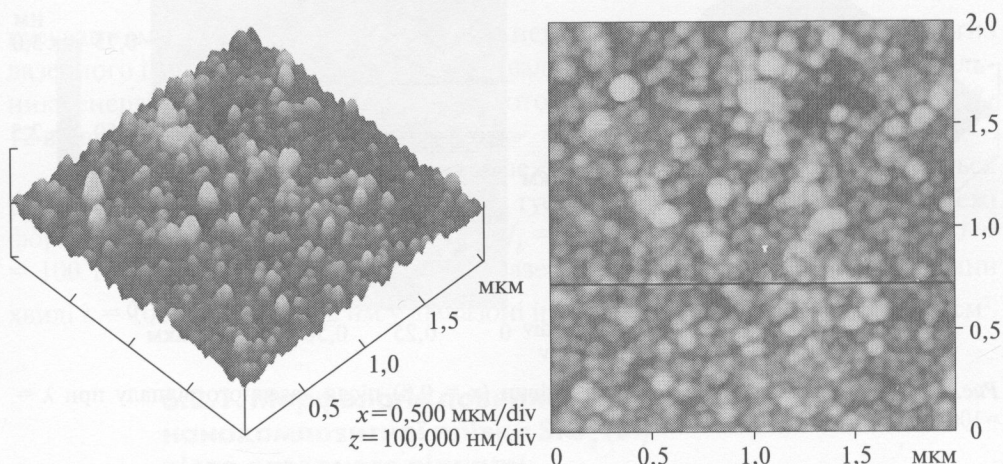


Рис. 6.19. АСМ-зображення топографії плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 532$ нм і $I = 34$ МВт/см²

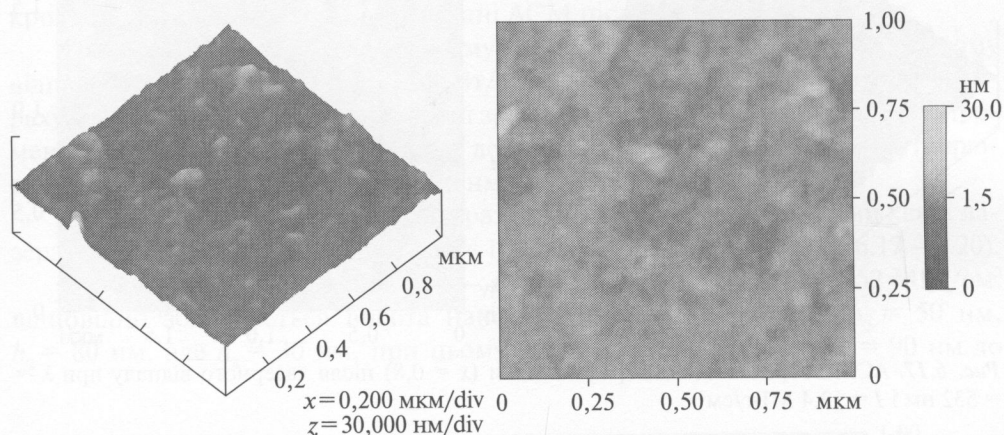


Рис. 6.20. АСМ-зображення топографії плівки ($x = 0,8$) після лазерного відпалу при $\lambda = 532$ нм і $I = 52$ МВт/см²

$R_3 = 13$ нм. Цікаво, що при $I_4 = 52$ МВт/см² Si нановключення набули гетерогенної форми. Крім того, нерівномірний розподіл, середня рельєфність по поверхні становить $Ra_2 = 4$ нм, $Ra_3 = 7$ нм. Отже, чим більша інтенсивність, тим більша висота nanoострівців, менша густина розподілу і більший радіус кривини nanoострівців і спостерігаються значні неконтрольовані морфологічні зміни.

АСМ-зображення відпалених плівок підтверджують розрахункові дані розподілу температури на поверхні плівки (див. рис. 5.17—5.19) і свідчать про можливість утворення наночастинок кремнію на поверхні плівки SiO_x при лазерному відпалі в діапазоні інтенсивностей лазерного випромінювання (15—52 МВт/см²).

Порівняння nanoострівців, створених за допомогою термічного і лазерного відпалу, свідчить, що в разі лазерного відпалу nanoострівці вищі, але їх поверхнева густина нижча.

6.2.2. ІЧ-спектроскопія нанокompозитної плівки $\text{SiO}_2(\text{Si})$, відпаленої лазерним випромінюванням

ІЧ-спектри плівок вимірювали в діапазоні $800\text{--}1400\text{ см}^{-1}$ фур'є-спектрометром Spectrum ВХ фірми Perkin—Elmer. Як контрольний зразок для порівняння використовували чисту кремнієву підкладку без плівки [258]. Виділення фази кремнію супроводжується відновленням стехіометрії прилеглої оксидної матриці, яке добре відстежується методами ІЧ-спектроскопії щодо зміни частот коливань зв'язків Si—O.

На інфрачервоних спектрах вихідного зразка, з показником стехіометрії $x = 0,8$, після лазерного відпалу плівок SiO_x з інтенсивністю випромінювання $I = 22\text{ МВт/см}^2$ для $\lambda = 532\text{ нм}$ не спостерігається зсуву мінімуму положення спектра ($\nu_{\text{M1}} = 1026\text{ см}^{-1}$) у високочастотну ділянку, але його глибина збільшилася (рис. 6.21).

Такий характер зміни ІЧ-спектра вказує на недостатнє перетворення оксидної матриці, що добре узгоджується з теоретичними розрахунками розподілу температури по глибині плівки SiO_x (рис. 5.22, з, 5.23, з), які свідчать, що температура на поверхні достатня для утворення наночастинок. Це підтверджується АСМ-зображенням (рис. 6.15, 6.17). Температура на глибині понад 80 нм за такої інтенсивності лазерного випромінювання недостатня для перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку з кремнієвими наночастинами (рис. 6.19). Щоб досягти перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку SiO_2 , необхідна дія лазерного випромінювання більшої інтенсивності [259].

ІЧ-спектри плівки SiO_x до і після опромінення лазером з інтенсивністю 52 МВт/см^2 зображено на рис. 6.22.

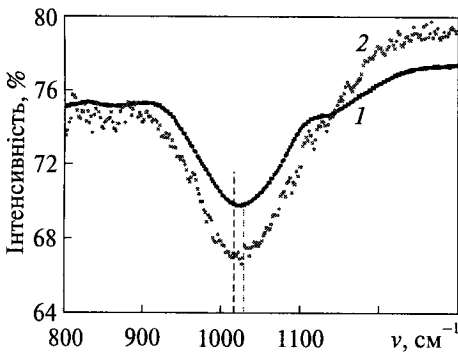


Рис. 6.21. ІЧ-спектри плівки SiO_x ($x = 0,8$) до (1) і після (2) лазерного відпалу; $I = 22\text{ МВт/см}^2$

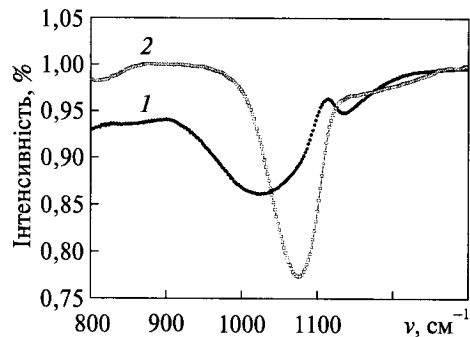


Рис. 6.22. ІЧ-спектри пропускання плівки SiO_x ($x = 0,8$) до (1) і після (2) лазерного відпалу; $I = 52\text{ МВт/см}^2$

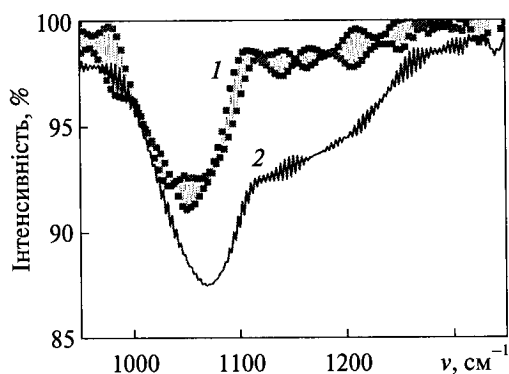
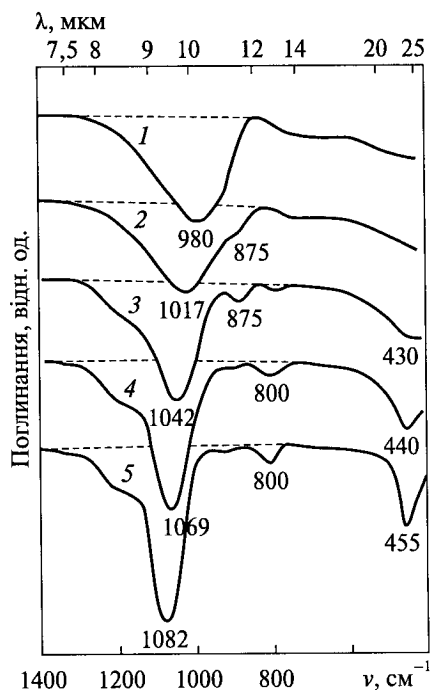


Рис. 6.23. ІЧ-спектри плівки SiO_x ($x = 1,27$) до (1) і після (2) лазерного відпалу; $I = 100 \text{ МВт/см}^2$

Рис. 6.24. ІЧ-спектри пропускання плівок SiO_x : 1 — вихідна плівка; 2 — відпал у кисні при 720 К, 1 год; 3 — 870 К, 1 год; 4 — 970 К, 0,5 год; 5 — 1170 К, 0,5 год [260]



Після відпалу плівки лазером більшої інтенсивності мінімум інтенсивності ІЧ-спектра збільшується і зміщується у височастотну область (рис. 6.22, 6.23). Положення мінімуму в діапазоні 1050—1100 cm^{-1} характерне для стехіометричних плівок SiO_2 [258].

Такий зсув мінімуму інтенсивності у височастотну ділянку вказує на розділення фаз і перетворення плівки SiO_x на плівку SiO_2 з нанокристаллами [259, 261, 262]. Ці результати добре узгоджуються з нашими теоретичними розрахунками (див. рис. 5.22, а), які свідчать, що за інтенсивності 52 МВт/см^2 плівка SiO_x достатньо прогривається по всій глибині для перетворення плівки SiO_x на нанокompatитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$. У результаті перетворення структура і властивості плівки значно змінилися. Отримані дані ІЧ-спектрів плівок після лазерного відпалу добре узгоджуються з нашими (рис. 6.22) та іншими експериментальними даними з температурного відпалу аналогічних плівок SiO_x (рис. 6.24) [260, 263, 264], що свідчить про доцільність використання лазерного відпалу на другому етапі для формування нанокристалів кремнію. Причому тривалість відпалювання плівок на другому етапі традиційним температурним методом у печах вимірюється годинами і хвилинами, а тривалість лазерного відпалювання — секундами й мікросекундами.

6.2.3. Вплив лазерного відпалу на електричні властивості нанокompозитної плівки $\text{SiO}_2(\text{Si})$

Для визначення електричних властивостей плівки SiO_x після лазерного відпалу ми виміряли вольт-амперні характеристики за допомогою автоматизованого комплексу, що складається з контрольованого джерела напруги і амперметра Keithley-6485. Для вимірювання використовували пружинний індієвий зонд діаметром 0,1 мм. Контакт забезпечувався завдяки срібній пасті. Контроль процесу вимірювання здійснювали персональним комп'ютером, а всі електричні вимірювання проводили за відсутності освітлення за кімнатної температури. Густина струму через невідпалену плівку SiO_x ($x = 0,8$) за напруженості електричного поля $E = 5 \cdot 10^4$ В/см становить $J = 1,2 \cdot 10^{-5}$ А/см².

Залежність густини струму, що проходить через плівку, від інтенсивності лазерного випромінювання за різних значень напруженості електричного поля як параметра наведено на рис. 6.25. Спостерігається початкове зростання електропровідності за малих інтенсивностей лазерного випромінювання. З подальшим збільшенням інтенсивності відбувається зменшення електропровідності. Такий характер експериментальних кривих можна пояснити зміною кількості, енергії і положення електронних пасток у плівці забороненої зони під час нагрівання лазером та перетворення структури плівки.

За низьких інтенсивностей лазерного випромінювання густина струму зростає внаслідок створення додаткових електронних пасток у плівці. Після цього кількість пасток зменшується зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання. Це може бути зумовлене створенням дефектів під час лазерного відпалювання (див. рис. 5.17, крива *I*; рис. 6.20).

Далі ми дослідили залежність сили струму від напруги за довжини хвилі лазерного відпалу $\lambda = 532$ нм та для діапазону інтенсивностей 14,7–49 МВт/см² в інтервалі температур 190–310 К. ВАХ для інтенсивності 49 МВт/см² наведено на рис. 6.26. Функція $I(U)$ за напруги 3 В має нелінійну залежність. За напруги понад 3 В провідність омична. Зі зниженням температури інтенсивність струму зменшується (рис. 6.26, *a*). Залежність провідності (σ) від $1/U$ показує, що σ не залежить від напруженості поля, але залежить від температури (рис. 6.26, *b*).

Густина струму через нанокompозитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$ зале-

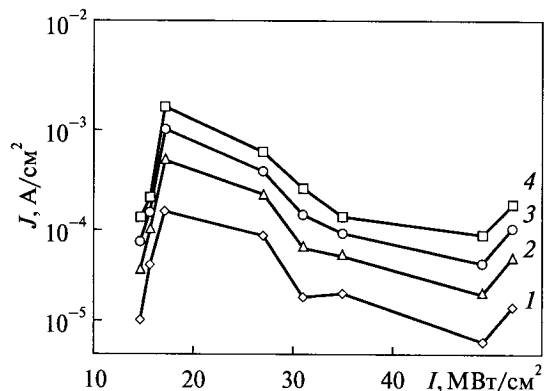


Рис. 6.25. Залежність густини струму від інтенсивності лазерного випромінювання при відпалі плівки SiO_x ($\lambda = 532$ нм, $\tau = 10$ нс) з різним значенням напруженості електричного поля E , В/см: 1 — $5 \cdot 10^4$; 2 — $1 \cdot 10^5$; 3 — $1,5 \cdot 10^5$; 4 — $2 \cdot 10^5$

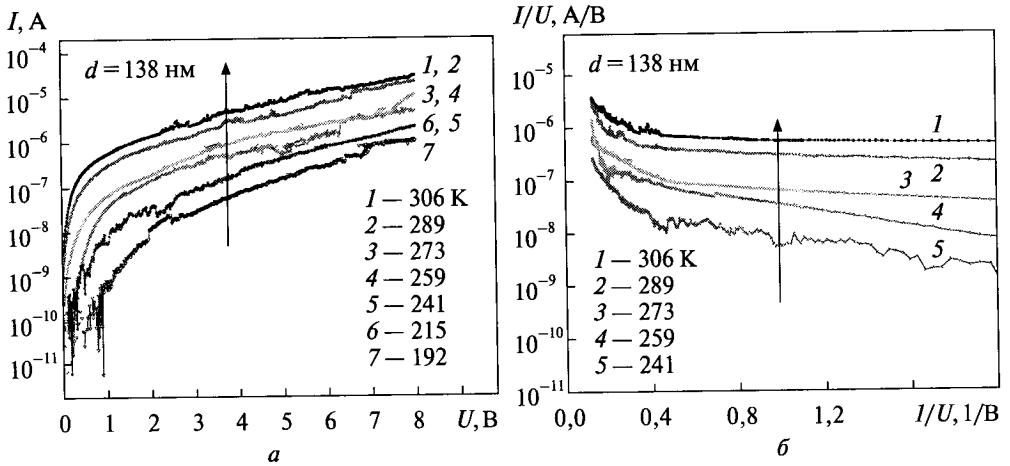


Рис. 6.26. ВАХ зразка SiO_x , відпаленого лазерним імпульсом ($\lambda = 532$ нм, $\tau = 10$ нс) за інтенсивності $I = 49$ МВт/см², зняті в інтервалі температур $T = 190\text{--}310$ К

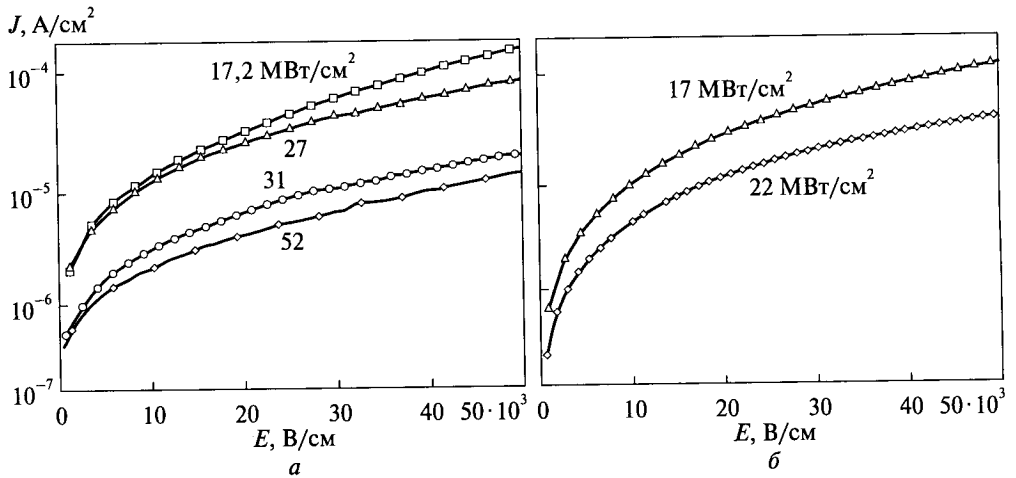


Рис. 6.27. ВАХ плівок ($x = 0,8$), які відпалювали за різної інтенсивності лазерного випромінювання: а — $\lambda = 532$ нм; б — $\lambda = 1064$ нм

жить від інтенсивності лазерного випромінювання (рис. 6.27), що й демонструє рис. 6.25.

Однак на відміну від температурного відпалу (рис. 6.12), за якого залежність густини струму від напруженості поля майже не спостерігається, при лазерному відпалі така залежність є (рис. 6.25, 6.27). Відмінностей в електропровідності після відпалу випромінюванням з різною довжиною хвилі майже не спостерігається (рис. 6.27, а, б).

Для оцінювання енергії активації електронного транспорту після лазерного відпалу плівок SiO_x було виміряно ВАХ за різних температур і побудовано в координатах $\ln(I/U) - 1/T$ (рис. 6.28). Енергія активації опи-

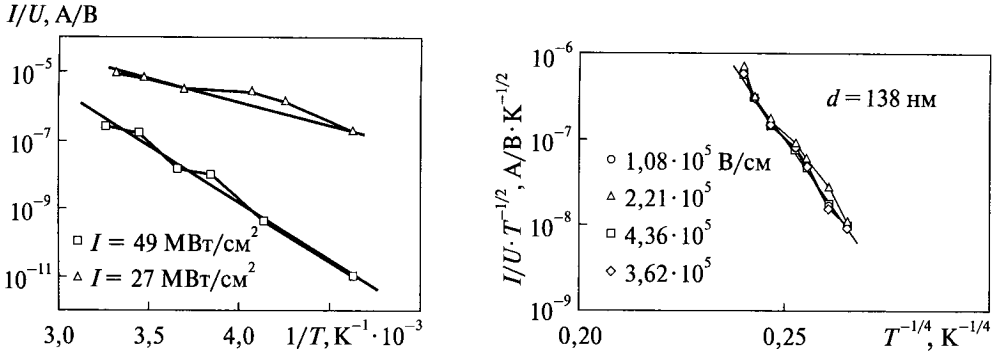


Рис. 6.28. ВАХ у координатах $\ln I/U \sim 1/T$ за різних інтенсивностей лазерного випромінювання

Рис. 6.29. Залежність провідності нанокompозитних плівок $\text{SiO}_2(\text{Si})$ від температури у координатах Мотта за різної напруженості електричного поля для зворотної напруги та інтенсивності лазерного випромінювання $I = 27 \text{ MW/cm}^2$

сує потенціальний бар'єр, який необхідно подолати електрону для того, щоб потрапити в зону провідності.

Енергію активації можна визначити за нахилом кривих у координатах $\ln I/U \sim 1/T$.

Густина струму залежно від енергії активації розраховують за формулою [265, 266]. За нахилом кривих можна визначити енергію активації:

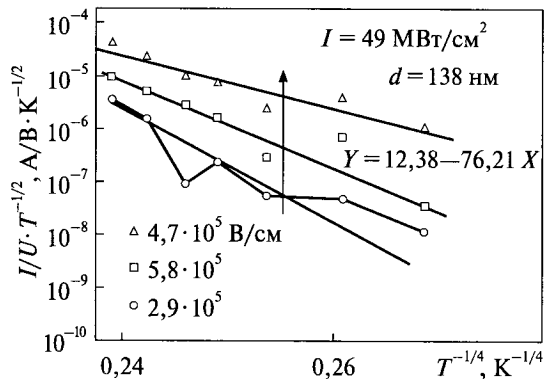
$$j = j_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_a}{kT}\right]; \quad (6.2)$$

$$\ln j = \ln j_0 - \frac{E_a}{kT}, \quad (6.3)$$

де k — стала Больцмана. Значення енергії активації для інтенсивностей $I_1 = 27 \text{ MW/cm}^2$ і $I_2 = 49 \text{ MW/cm}^2$ становить відповідно $E_{a1} = 0,098 \text{ eV}$ і $E_{a2} = 0,29 \text{ eV}$. Більша інтенсивність спричинює формування більших наноструктур. Енергія активації електронного транспорту зумовлена положенням електронних пасток у забороненій зоні.

Отже, зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання енергія активації зростає.

Рис. 6.30. Залежність провідності нанокompозитних плівок $\text{SiO}_2(\text{Si})$ від температури в координатах Мотта за різної напруженості електричного поля для зворотної напруги та інтенсивності лазерного випромінювання $I = 49 \text{ MW/cm}^2$



Для визначення густини електронних станів (кількість дозволених енергетичних станів в одиничному інтервалі енергії на одиницю об'єму) перебудуємо ВАХ у координатах Мотта (рис. 6.29, 6.30).

За інтенсивності лазера $I = 27$ МВт/см² величина напруженості електричного поля не впливає на стрибкову провідність, і всі пастки знаходяться майже на однаковій відстані і мають однакову густину розподілу станів (рис. 6.29).

У випадку провідності відповідно до механізму Мотта вираз для провідності σ матиме вигляд [266]

$$\sigma = \sigma_0(T) \cdot \exp\left(-\frac{B}{T^{1/4}}\right). \quad (6.4)$$

Передекспоненту зображено як

$$\sigma_0 = \frac{e^2 v_{ph} N(E_F)}{6} \left(\frac{9}{8\pi\alpha N(E_F)kT}\right)^{1/2} = \frac{e^2}{2(8\pi)^{1/2}} v_{ph} \left(\frac{N(E_F)}{\alpha kT}\right)^{1/2}, \quad (6.5)$$

де e — заряд електрона; $N(E_F)$ — локалізовані стани поблизу рівня Фермі; v_{ph} — стрибова провідність за одиницю часу

$$B = B_0 \left(\frac{\alpha^3}{k_B N(E_F)}\right)^{1/4}, \quad (6.6)$$

де α — стала хвильова функція загасання електронів у локалізованих станах; k_B — стала Больцмана; $B_0 = 1,66$.

Параметр B визначали за нахилом лінійної функції у координатах $\ln(\sigma T^{1/2}) - T^{-1/4}$. Ця залежність в інтервалі температур $T = 200-320$ К показує, що перенесення заряду в нанокompозитній плівці SiO₂(Si) при дослідженні реалізує стрибкову провідність зі змінною діапазону стрибкоподібної перебудови через пастки поблизу рівня Фермі. Ці стани можуть бути створені обірваними зв'язками кремнію та іншими дефектами у діелектричній матриці SiO₂. Стрибова провідність — це механізм, за якого носії заряду перестрибують між локалізованими станами, тобто станами, для яких імовірність перебування за межами певної вибраної ділянки дуже швидко спадає зі збільшенням віддалі до цієї ділянки.

Густину локалізованих станів енергії $N(E_F)$ поблизу рівня Фермі E_F можна оцінити за нахилом кривої залежності провідності від $T^{-1/4}$, припускаючи більш-менш прийнятну просторову протяжність локалізованих хвильових функцій:

$$N(E_F) = \frac{B_0^4}{B^4 \alpha^3 k_B}. \quad (6.7)$$

Якщо взяти значення для радіуса локалізації хвильової функції електрона $\alpha = 0,8$ нм, аналогічно даним для аморфних напівпровідників [266], то значення B від схилю дорівнює 68.

У рамках розглянутої моделі середню довжину пробігу носіїв заряду на локалізованих станах поблизу рівня Фермі за певної температури можна визна-

чити за виразом [266]

$$R = \left[\frac{9}{8\pi\alpha N(E_F)k_B T} \right]^{1/4} \quad (6.8)$$

Густина енергетичних станів для $I = 27 \text{ МВт/см}^2$ дорівнює $N(E_F) = 8,05 \times 10^{18} \text{ eV}^{-1}\text{см}^{-3}$ (6.7), а середня довжина пробігу $R(T_1) = 1,241 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ ($T_1 = 300 \text{ К}$) і $R(T_2) = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ ($T_2 = 273 \text{ К}$) (6.8).

Якщо розглянути випадок більшої інтенсивності $I = 49 \text{ МВт/см}^2$, то провідність з напруженістю поля збільшується, причому в координатах Мотта залежність σ від $T^{-1/4}$ має лінійний характер.

Зі збільшенням інтенсивності лазерного випромінювання густина енергетичних станів відпаленої плівки зростає. Хоча, в разі відпалу плівки з малою інтенсивністю густина енергетичних станів не залежить від електричного поля, на відміну від відпалу з великою інтенсивністю лазерного випромінювання:

**Густина енергетичних станів
відпаленої плівки SiO_x за інтенсивності
лазерного випромінювання 49 МВт/см^2**

$E_F, \text{ В/см}$	$12,9 \cdot 10^5$	$4,7 \cdot 10^5$	$5,8 \cdot 10^5$
$N, \text{ eV}^{-1}\text{см}^{-3}$	$5,75 \cdot 10^{18}$	$2,75 \cdot 10^{19}$	$5,1 \cdot 10^{18}$

Висновки

Термічний відпал сприяє розкладанню плівки SiO_x на нанокompозитну плівку $\text{SiO}_2(\text{Si})$, що містить кремнієві наночастинки. Розміри і поверхнева густина наночастинок залежать як від кількості кремнію у вихідній плівці SiO_x , так і від температури відпалу.

Показано, що розмір і поверхнева густина кремнієвих наночастинок, утворених унаслідок температурного відпалу, визначаються як кількістю кремнію у вихідній плівці SiO_x , так і температурою термічного відпалу. Збільшення температури відпалу зумовлює ріст наночастинок зі зменшенням їх поверхневої густини.

Вплив газової атмосфери при температурному відпалі також відіграє важливу роль у випадку більш високих температур. Відпал в атмосфері азоту ефективніший, ніж в атмосфері аргону. Плівка, відпалена в атмосфері азоту, має більшу електропровідність, ніж відпалена в аргоні.

За однакових початкових температур відпалу розміри наночастинок, що утворюються внаслідок лазерного відпалу SiO_x , є більшими (5–80 нм), ніж утворені при термічному відпалі (0,3–3 нм). За низьких інтенсивностей лазерного відпалу густина енергетичних станів не залежить від величини напруженості електричного поля.

Встановлено, що при термічному відпалі з підвищенням температури від 800 до 1400 К електропровідність нанокompозитної плівки $\text{SiO}_2(\text{Si})$ збільшується на чотири порядки, тоді як при лазерному відпалі підвищення інтенсивності випромінювання від 20 до 50 МВт/см^2 суттєво (в десятки разів) погіршує її електропровідність.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Негрійко А.М.* Динаміка атомів і молекул в когерентних лазерних полях / А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко. — К.: Наук. думка, 2008. — 239 с.
2. *Дыкман И.М.* Влияние когерентных световых пучков на свободные носители в полупроводниках / И.М. Дыкман, П.М. Томчук // ФТТ. — 1984. — Т. 26, № 9. — С. 2729–2733.
3. *Levshin A.E.* Superlattices formed in ferromagnetic semiconductors by coherent light beams / A.E. Levshin, O.Yu. Semchuk, P.M. Tomchuk // Sov. Phys. Solid State (US). — 1986. — V. 28, N. 2. — P. 229–232.
4. *Сугаков В.И.* Образование островков конденсированных фаз экситонов в полупроводниковых квантовых ямах в неоднородном поле / В.И. Сугаков, А.А. Чернюк // Письма в ЖЭТФ. — 2007. — Т. 85, № 11. — С. 699–704.
5. *Чернюк А.А.* Конденсація екситонів в квантових ямах напівпровідників в неоднорідному електричному полі / А.А. Чернюк, В.С. Копп, В.Й.Сугаков // УФЖ. — 2007. — Т. 52, № 7. — С. 696–702.
6. *Blonski I.V.* Surface plasmons and transient optical response of cooper nanoparticles / I.V. Blonski, I.M. Dmitruk, O.A. Yeshchenko [et al.] // Ukr. J. Phys. — 2009. — V. 54, N 1-2. — P. 123 – 129.
7. *Шур В.Я.* Поверхностные самоподобные нанодоменные структуры, индуцированные лазерным облучением в ниобате лития / В.Я. Шур, Д.К. Кузнецов, А.И. Лобов [и др.] // ФТТ. — 2008. — Т. 50, № 4. — С. 689–695.
8. *Тарасенко С.А.* Оптическая ориентация линейно-поляризованным светом при межподзонных переходах в квантовых ямах / С.А. Тарасенко // Там же. — 2007. — Т. 49, № 9. — С. 1704–1708.
9. *Питаевский Л.П.* Конденсаты Бозе–Эйнштейна в поле лазерного излучения // УФН. — 2006. — Т. 176, № 4. — С. 345–364.
10. *Нагаев Э.Л.* Физика магнитных полупроводников / Эдуард Леонович Нагаев. — М.: Наука, 1979. — 432 с.
11. *Остин И.* Магнитные полупроводники / И. Остин, Д. Иллюэлл // УФН. — 1972. — Т. 106, № 2. — С.337–364.
12. *Гуревич А.Г.* Ферромагнитный полупроводник / А.Г. Гуревич, Ю.М. Яковлев, В.И. Карпович [и др.] // ФТП. — 1975. — Т. 9, № 1. — С. 3–11.
13. *Балкарей Ю.М.* Физические свойства магнитных полупроводников EuO , CdCr_2Se_4 / Ю.М. Балкарей, В.Т. Бару, Л.Л. Голик // Микроэлектроника. — 1976. — Т. 5, № 6. — С. 475–488.
14. *Коваленко В.Ф.* Фотоиндуцированный магнетизм / В.Ф. Коваленко, Э.Л. Нагаев // УФН. — 1986. — Т. 148, № 4. — С. 561–602.
15. *Nagaev E.L.* Photoinduced Magnetism and Conduction Electrons in Magnetic Semiconductors // Phys. stat. sol. (b). — 1988. — V. 145, N 1. — P. 11–64.
16. *Jin S.* Thousandfold Change in Resistivity in Magnetoresistive La-Ca-Mn-O Films / S. Jin, T.H. Tiefel, M. McCormack [et al.] // Science. — 1994. — V. 264, N 5157. — P. 413–415.

17. Ohno H. (Ga,Mn)As: A new diluted magnetic semiconductor based on GaAs / H. Ohno, A. Chen, F. Matsukura [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1996. – V. 69, N 3. – P. 363–365.
18. Oestreich M. Spin injection into semiconductors / M. Oestreich, J. Hubner, D. Hagele [et al.] // Ibid. – 1999. – V. 74, N 9. – P. 1251–1253.
19. Gardelis S. Spin-wave effects in semiconductor field-effect transistor: A spintronic device / S. Gardelis, C.G. Smith, H.W. Barnes [et al.] // Phys. Rev. B. – 1999. – V. 60, N 11. – P. 7764–7765.
20. Heide C. Ferromagnet-semiconductor device with tunable tunnel characteristics // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, No. 9. – P. 6379–6381.
21. Carlos Engues J. Spin-Dependent Perpendicular Magnetotransport through a Tunable ZnSe/Zn_{1-x}Mn_xSe Heterostructure: A possible Spin Filter? / J. Carlos Engues // Phys. Rev. Letters. – 1998. – V. 80, N 20. – P. 4578–4581.
22. Prinz Gary A. Magnetoelctronics / Gary A. Prinz // Science. – 1998. – V. 282. – P. 1660–1663.
23. Винецкий В.Л. Динамическая самодифракция световых пучков / В.Л. Винецкий, Н.В. Кухтарев, С.Г. Одулов, М.С. Соскин // УФН. – 1979. – Т. 129, № 1. – С. 113–137.
24. Князьков А.В. Голографический метод исследования модуляций коэффициента поглощения прозрачных сред / А.В. Князьков // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, № 5. – С. 73–79.
25. Князьков А.В. Матричный анализ голографического метода исследования наведенного поглощения / А.В. Князьков // Оптика и спектроскопия. – 2010. – Т. 109, № 5. – С. 863–866.
26. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
27. Birnbaum M.J. Semiconductor surface damage produced by ruby lasers / M.J. Birnbaum // J. Appl. Phys. – 1965. – V. 36, N 11. – P. 3688–3691.
28. Коротеев Н.И. Физика мощного лазерного излучения / Н.И. Коротеев, И.Л. Шумай. – М.: Наука, 1991. – 312 с.
29. Ахманов С.А. Воздействие мощного лазерного излучения на поверхность полупроводников и металлов: нелинейно-оптические эффекты и нелинейно-оптическая / С.А. Ахманов, В.И. Емельянов, Н.И. Коротеев, В.Н. Семиногов // УФН. – 1985. – Т. 147, № 4. – С. 675–745.
30. Самохин А.А. Фазовые переходы первого рода при действии лазерного излучения на поглощающие конденсированные среды / А.А. Самохин // Труды ИОФАН. – 1988. – Т. 13. – С. 3–98.
31. Csete M. Laser-induced periodic surface structures on different poly-carbonate films / M. Csete, O. Marti, Zs. Bor // Appl. Phys. A. – 2001. – V. 73. – P. 521–526.
32. Lu X.M. Laser-induced periodic surface structure on polyimide doped with lecithin / X.M. Lu, Q.H. Lu, Z.K. Zhy [et al.] // Materials Letters. – 2003. – V. 57. – P. 3636–3640.
33. Lasagni A. Periodic pattern formation of intermetallic phases with long range order by laser interference metallurgy / A. Lasagni, C. Holzapfer, F. Mucklich // Advanced Eng. Mat. – 2005. – V. 7, N 6. – P. 487–492.
34. Lasagni A. Production of two-dimensional periodical structures by laser interference irradiation on bi-layered metallic films / A. Lasagni, C. Holzapfer, F. Mucklich // Appl. Surf. Sci. – 2006. – V. 253. – P. 1555–1560.
35. Duate M. Increasing Lubricant Film Lifetime by Grooving Periodical Patterns Using Laser Interference Metallurgy / M. Duate, A. Lasagni, R. Giovanelli [et al.] // Advanced Eng. Mat. – 2008. – V. 10, N 6. – P. 554–558.
36. Rodriguez A. Laser interference lithography for nanoscale structuring of materials: From laboratory to industry / A. Rodriguez, M. Echeverría, M. Ellman [et al.] // Microelectronic Eng. – 2009. – V. 86, N 4-5. – P. 937–940.
37. Lasagni A. One-step production of organized surface architectures on polymeric materials by direct laser interference patterning / A. Lasagni, D.A. Acevedo, C.A. Barbero, F. Mucklich // Advanced Eng. Mat. – 2007. – V. 9, N 1-2. – P. 99–103.

38. *Емельянов В.И.* Самоорганизация упорядоченных дефектно-деформационных микро- и наноструктур на поверхности твердых тел под действием лазерного излучения / В.И. Емельянов // Квантовая электроника. – 1999. – Т. 28, № 1. – С. 2–18.
39. *Косарев Н.И.* Теория взаимодействия мощных коротких лазерных импульсов с плазмой / Н.И. Косарев // Журн. техн. физики. – 2005. – Т. 75, № 1. – С. 32–36.
40. *Косарев Н.И.* Кинетическая теория плазмы и газа. Взаимодействие мощных лазерных импульсов с плазмой / Н.И. Косарев // УФН. – 2006. – Т. 176, № 12. – С. 1267–1281.
41. *Анисимов С.И.* Разлет вещества и образование кратера при абляции под действием ультракороткого лазерного импульса / С.И. Анисимов, В.В. Жаховский, Н.А. Иногамов [и др.] // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130, № 2. – С. 212–227.
42. *Гуськов С.Ю.* Энергия ударной волны, инициируемой в различных металлах при воздействии мощного лазерного импульса / С.Ю. Гуськов, А. Касперчик, Т. Писарчук [и др.] // Там же. – 2007. – Т. 132, № 4. – С. 907–917.
43. *Shmeleva L.V.* Theory of plasma dynamics in the case of solid matter surface destruction by pulses of power radiation / L.V. Shmeleva, S.M. Yezhov, A.D. Supron, S.A. Shevchenko // Ukr. J. Phys. – 2006. – V. 51, N 8. – P. 788–794.
44. *Barhen Lu. Y.* Interference pattern from an array of coherent laser beams / Lu. Y. Barhen, J.Y. Braiman, J. X. Zhong // J. Vac. Sci. Technol. – 2002. – V. B20, N 6. – P. 2602–2605.
45. *Muklich F.* Laser Interference Metallurgy – using interference as a tool for micro/nano structuring / F. Muklich, F. Lasagni, C. Daniel // Int. Jor. Mat. Research. – 2006. – V. 97, N 10. – P. 1337–1344.
46. *Daniel C.* Stress and texture evolution of Ni/Al multi-film by laser interference irradiation / C. Daniel, A. Lasagni, F. Mucklich // Surf. Coat. Tech. – 2004. – V. 181–182. – P. 478–482.
47. *Ping Li.* Laser ablation pattern by interference includes directional cell growth / Li Ping, U. Baskowsky, Fayou Yu, C. Loechback // IEEE Trans. of NanoBios. – 2003. – V. 2, N 3. – P. 138–145.
48. *Lasagni A.* Laser interference metallurgy: A new method for periodic surface microstructure design on multilayered metallic thin films / A. Lasagni, T. Weinch, F. Mucklich // Appl. Surf. Sci. – 2007. – V. 253, N 19. – P. 8070–8074.
49. *Lasagni A.* Periodical Surface Structuring of Metals by Laser Interference Metallurgy as a New Fabrication Method of Textured Solar Selective Absorbers / A. Lasagni, F. Mucklich, M.R. Nejati, R. Clasen // Adv. Eng. Mat. – 2006. – V. 8, N 8. – P. 580–584.
50. *Gachot C.* Comparative study of grain sizes and orientation in microstructured Au, Pt and W thin films designed by laser interference metallurgy // C. Gachot, R. Catrin, A. Lasagni [et al.] // Appl. Surf. Sci. – 2009. – V. 255, N 10. – P. 5626–5632.
51. *Lasagni A.* FEM simulation of periodical local heating caused by Laser Interference Metallurgy / A. Lasagni, F. Mucklich // J. Mat. Proc. Tech. – 2009. – V. 209, N 1. – P. 202–209.
52. *D'Alessandria M.* Tailoring the chemical behavior of aluminum for selective etching by laser interference metallurgy // M. D'Alessandria, F. Mucklich // Appl. Phys. A. – 2010. – V. 98. – P. 311–320.
53. *Ансельм А.И.* Введение в теорию полупроводников: учеб. пособие / А.И. Ансельм. 3-е изд. (стр.). – СПб.: Изд-во «Лань», 2008. – 624 с.
54. *Luttinger J.M.* Thee effect of a magnetic field on electrons in a periodic potential / J.M. Luttinger // Phys. Rev. – 1951. – V. 84, N 4. – P. 814–823.
55. *Young R.H.* Quasi-periodic states of an oscillation Hamiltonian / R.H. Young, W.J. Deal, N.P. Kesther // Mol. Phys. – 1969. – V. 17. – P. 369–375.
56. *Landhoff P.W.* Aspects of time dependent perturbation theory / P.W. Landhoff, S.T. Epstein, M. Karplus // Rev. Mod. Phys. – 1972. – V. 44, N 3. – P. 602–610.
57. *Shirley J.H.* Solution of Shrodinger equations with a Hamiltonian periodic in time / J.H. Shirley // Phys. Rev. – 1965. – V. 138, N 4B. – P. 974–980.
58. *Hisks W.W.* Combined Zeeman and high-frequency Stark Effect with applications to neutral-

- helium lines useful in plasma diagnostics / W.W. Hisks, R.A. Hess, W.S. Cooper // *Ibid.* – 1972. – V. 5, N 3. – P. 490–507.
59. Барьяхтар В.Г. Кинетические явления в твердых телах / В.Г. Барьяхтар, Э.Г. Петров. – К.: Наук. думка, 1989. – 296 с.
60. Гапонов А.В. О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле / А.В. Гапонов, М.А. Миллер // *ЖЭТФ.* – 1958. – Т. 34, № 1-2. – С. 242–245.
61. Олейник В.П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча / В.П. Олейник // Там же. – 1967. – Т. 52, № 4. – С. 1049–1067.
62. Эпштейн Э.М. Фотостимулированные процессы в полупроводниках / Э.М. Эпштейн, Г.М. Шмелев, Г.И. Пуркан. – Кишинев: «Штиинца», 1987. – 168 с.
63. Переломов А.М. Групповые аспекты задачи об осцилляторе с переменной частотой / А.М. Переломов, В.С. Попов // *ТМФ.* – 1969. – Т. 1, № 3. – С. 360–374.
64. Базь А.И. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике / А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов. – М.: Наука, 1971. – 544 с.
65. Болотовский Б.М. Особенности движения частиц в электромагнитном поле / Б.М. Болотовский, А.В. Серов // *УФН.* – 2003. – Т. 173, № 6. – С. 667–678.
66. Смирнов М.З. Спектр квазиэнергий двухуровневого атома в поле интенсивного модулированного излучения / М.З. Смирнов // *Квантовая электроника.* – 1995. – Т. 22, № 7. – С. 903–908.
67. Zhu Z. Resonance fluorescence of two-level atoms under strong bichromatic excitation / Z. Zhu, A. Lezama, D.J. Gauthier, T.W. Mossberg // *Phys. Rev. A.* – 1990. – V. 41. – P. 6574–6576.
68. Chakmakjan S. Observation of resonances at subharmonics of the Rabi frequency in the saturated absorption of a 100% amplitude-modulated laser beam / S. Chakmakjan, K. Koch, C.R. Stroud // *J. Opt. Soc. Amer. B.* – 1988. – V. 5. – P. 2015–2020.
69. Thomann P. Optical resonances in a strong modulated laser field / P. Thomann // *J. Phys. B.* – 1980. – V. 13. – P. 1111–1114.
70. Seminozhenko V.P. Kinetics of interaction quasiparticles in strong external fields / V.P. Seminozhenko // *Phys. Rev.* – 1982. – V. 91, N 3. – P. 103–182.
71. Semchuk O.Yu. Wave function and quasi-energy of conduction electrons in a field of coherent light beams / O.Yu. Semchuk, M. Willander, M. Karlsteen // *Phys. Stat. Sol. (B).* – 2004. – V. 241, N 11. – P. 2549–2554.
72. Ландау Л.Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1974. – 750 с.
73. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
74. Дыкман И.М. Явления переноса и флуктуации в полупроводниках / И.М. Дыкман, П.М. Томчук. – К.: Наук. думка, 1981. – 320 с.
75. Томчук П.М. Особливості поглинання і випромінювання світла вільними електронами в багатодолінних напівпровідниках // *УФЖ.* – 2004. – Т. 49, № 7. – С. 682–691.
76. Семчук О.Ю. Кінетика взаємодіючих квазічастинок в напівпровідниках в полі когерентних світлових пучків / О.Ю. Семчук, В.Є. Клименко // *ХФТП.* – 2015. – Т. 6, № 1. – С. 135–146.
77. Hayashi T. Tunneling magnetoresistance of GaMnAs-based double barrier ferromagnetic tunnel junction / T. Hayashi, M. Tanaka, A. Asamitsu // *J. Appl. Phys.* – 2000. – V. 87, N 9. – P. 4673–4675.
78. Ohno H. Magnetotransport properties of p-type (In:Mn)As diluted magnetic III-V semiconductors / H. Ohno, H. Munekata, T. Penney [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68. – P. 2664–2667.
79. Akai H. Ferromagnetism and Its Stability in the Diluted Magnetic Semiconductor (In,Mn)As // *Ibid.* – 1998. – V. 81, N 14. – P. 3002–3005.

80. Ohno H. Spontaneous splitting of ferromagnetic (Ga,Mn)As valence band observed by resonant tunneling spectroscopy / H. Ohno, N. Akiba, F. Matsukura [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 73, N 3. – P. 363–365.
81. Давыдов А.С. Теория твердого тела / А.С. Давыдов. – М.: Наука, 1976. – 640 с.
82. Вонсовский С.В. Магнетизм / С.В. Вонсовский. – М.: Наука, 1971. – 1032 с.
83. Tsubokava I. On the Magnetic properties of Vanadium Sulfide and Selenide / I. Tsubokava // J. Phys. Soc. Japan. – 1960. – V. 14. – P. 196–198.
84. Mattias B. Ferromagnetic interaction in EuO / B. Mattias, R. Rosorth and I. Van Vleck // Phys. Rev. Lett. – 1961. – V. 7, N 2. – P. 160–161.
85. Wachter R. The optical, electrical and magnetic properties of the europium chalcogenides and the rare earth principles / R. Wachter // CRC Crit. Rev. in Solid State and Mat. Sciences. – 1972. – V. 3, N 2. – P. 189–241.
86. Метфессель З. Магнитные полупроводники / З. Метфессель, Д. Маттис. – М.: Мир, 1972. – 405 с.
87. Larson G.H. FMR studies of Ag-doped CdCr₂Se₄ / G.H. Larson, A.W. Sleight // Phys. Lett. A. – 1968. – V. 28, N 3. – P. 203–204.
88. Демин Р.В. Новый ферромагнетик с температурой Кюри выше комнатной – легированный марганцем халькопирит CdGeAs₂ / Р.В. Демин, Л.И. Королева, С.Ф. Маренкин [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2004. – Т. 30, № 21. – С. 81–83.
89. Shioda F. Local Structures of III-Y diluted magnetic semiconductors Ga_{1-x}Mn_xAs studied using extended x-ray-absorption fine structure / F. Shioda, K. Ando, T. Hayashi, M. Tanaka // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 58, N 3. – P. 1100–1102.
90. Beschoten B. Magnetic Circular Dichroism Studies of Carrier-Induced Ferromagnetism in (Ga_{1-x}Mn_x)As / B. Beschoten, P.A. Crowell, I. Malajovich, D.D. Awschalom // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 83, N 15. – P. 3073–3076.
91. Shimizu H. Magnetic and transport properties of III-Y based magnetic semiconductor (GaMn)As: Growth condition dependence / H. Shimizu, T. Hayashi, T. Nishinaga, M. Tanaka // Ibid. – 1999. – V. 74, N 3. – P. 388–400.
92. Hegele D. Spin transport in GaAs / D. Hegele, M. Oestreich, W.W. Ruhle [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1998. – V. 73, N 11 – P. 1580–1582.
93. Ando K. Magneto-optic effect of the ferromagnetic diluted magnetic semiconductors Ga_{1-x}Mn_xAs / K. Ando, T. Hayashi, M. Tanaka, A. Twardowski // J. Appl. Phys. – 1999. – V. 83, N 11. – P. 6548–6550.
94. Bock J. Interplay between the magnetic and transport properties in the III-Y diluted magnetic semiconductor Ga_{1-x}Mn_xAs / J. Bock, A. van Esch, L. Van Bockstal [et al.] // Phys. Rev. B. – 1997. – V. 56, N 20. – P. 13103–13111.
95. Szczytko J. Mn impurity in Ga_{1-x}Mn_xAs epilayers / J. Szczytko, K. Swiatek, M. Palczewska [et al.] // Ibid. – 1999. – V. 60, N 11. – P. 8304–8308.
96. Hauray A. Observation of Ferromagnetic Transition Induced by Two-Dimensional Hole Gas in Modulation-Doped CdMnTe Quantum Wells / A. Hauray, A. Wasieda, A. Atnoult, [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 79, N 3. – P. 511–514.
97. Tanaka M. Epitaxial growth and properties of III-Y magnetic semiconductor (GaMn)As and its heterostructures / M. Tanaka // J. Vac. Sci. Technol. B. – 1998. – V. 16, N 4. – P. 2267–2274.
98. Laine T. Defects in GaAs growth by molecular-beam epitaxy at low temperatures: stoichiometry, doping and deactivation of n-type conductivity / T. Laine, K. Saarinen, P. Hautojarvi, C. Corbel // J. Appl. Phys. – 1999. – V. 86, N 4. – P. 1888–1897.
99. Antonov V.N. Electric structure and x-ray magnetic circular dichroism in (Ge, Mn)Te diluted magnetic semiconductors / V.N. Antonov, A.P. Shpak, L.V. Bekenov [et al.] // Condensed matter Physics. – 2010. – V. 13, N 2. – P. 23702:1–8.
100. Koshihara S. Ferromagnetic Order Induced by Photogenerated Carriers in Magnetic III-Y Se-

- miconductor Heterostructures of (In,Mn)As/GaSb / S. Koshihara, A. Oiwa, M. Hirasawa [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 78, N 24. – P. 4617–4620.
101. *Oettreich M.* Spin injection into semiconductors / M. Oettreich, J. Hubner, D. Hagege [et al.] // Appl. Phys. Lett. – 1999. – V. 74, N 9. – P. 1251–1253.
 102. *Matsukura F.* Growth and properties of (Ga,Mn)As: A new III-V diluted magnetic semiconductor / F. Matsukura, A. Oiwa, A. Shen [et al.] // Appl. Surf. Sci. – 1997. – V. 113–114. – P. 178–182.
 103. *Hayashi T.* Tunneling magnetoresistance of GaMnAs-based double barrier ferromagnetic tunnel junction / T. Hayashi, M. Tanaka, A. Asamitsu // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, N 9. – P. 4673–4675.
 104. *Ohno H.* Electric-field control of ferromagnetism in (Ga,Mn)As / H. Ohno, D. Chiba, F. Matsukura // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V. 89, N 10. – P. 162505.
 105. *Akiba N.* Interlayer exchange in (Ga,Mn)As/(Al,Ga)As/(Ga,Mn)As semiconducting ferromagnet/nonmagnet/ferromagnet trilayer structures / N. Akiba, F. Matsukura, A. Shen [et al.] // Ibid. – 1998. – V. 73, N 15. – P. 2122–2124.
 106. *Akiba N.* Spin-dependent scattering in semiconducting ferromagnetic (Ga,Mn)As trilayer structures / N. Akiba, D. Chiba, K. Nakata [et al.] // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, N 9. – P. 6436–6438.
 107. *Ohno H.* Magnetotransport Properties of p-Type (In,Mn)As Diluted Magnetic III-V Semiconductors / H. Ohno, H. Munekata, T. Penney [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1992. – V. 68, N 17. – P. 2664–2667.
 108. *Twardowski A.* Diluted magnetic III-V Semiconductors / A. Twardowski // Acta Physica Polonica A. – 2000. – V. 98, N 3. – P. 303–216.
 109. *Matsukura F.* Transport properties and origin of ferromagnetism in (Ga,Mn)As / F. Matsukura, H. Ohno, A. Shen, Y. Sugawara // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 57, N 4. – P. R2037–R2040.
 110. *Dietl T.* Free carrier-induced ferromagnetism in structures of diluted magnetic semiconductors / T. Dietl, A. Haury, Y. Merle d'Aubigne // Ibid. – 1997. – V. 55, N 6. – P. R3347–R3380.
 111. *Munekata H.* Diluted Magnetic III-V Semiconductors / H. Munekata, H. Ohno, S. Von Molnar [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1989. – V. 63, N 17. – P. 1849–1852.
 112. *Akai H.* Ferromagnetism and Its Stability in the Diluted Magnetic Semiconductor (In,Mn)As // Ibid. – 1998. – V. 81, N 14. – P. 3002–3005.
 113. *Hammar P.R.* Observation of Spin Injection at a Ferromagnet-Semiconductor Interface / P.R. Hammar, B.R. Bennet, M.J. Yang, M. Johnson // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 83, N 1. – P. 203–206.
 114. *Moodera J.S.* Variation of the Electron-Spin Polarization in EuSe Tunnel Junctions from Zero to Near 100% in a magnetic Field / J.S. Moodera, R. Meservey, X. Hao // Ibid. – 1993. – V. 70, N 6. – P. 853–856.
 115. *Howell T. D.* Getting the information in and out: The channel / T.D. Howell, P.A. MnEven, A. Patapoutian // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, N 3. – P. 5371–5376.
 116. *Story T.* Carrier-Concentration-Induced Ferromagnetism in PbSnMnTe / T. Story, R.R. Galazka, R.B. Frankel, P.A. Wolf // Phys. Rev. Lett. – 1986. – V. 56, N 7. – P. 777–779.
 117. *Johnson K.E.* Magnetic material and structures for thin-film recording media / K.E. Johnson // J. Appl. Phys. – 2000. – V. 87, N 9. – P. 5365–5370.
 118. *Fitzgerald R.* Magnetic Semiconductors Enable Efficient Electrical Spin Injection / R. Fitzgerald // Physics Today. – 2000. – N 4. – P. 21–22.
 119. *Coe J.M.* Mixed-valence manganites / J.M. Coey, M. Viret, S. Van Molnar // Adv. Phys. – 1999. – V. 48, N 2. – P. 167–293.
 120. *Khomskil D.I.* Interplay between spin, charge and orbital degree of freedom in magnetic oxides / D.I. Khomskil, G.A. Sawaltzky // Solid State Communication – 1997. – V. 102, N 2-3. – P. 87–99.

121. *Ruderman M.* Indirect Exchange Coupling of Nuclear Magnetic Moments by Conduction Electrons / *M. Ruderman, C. Kittel* // *Phys. Rev.* – 1954. – V. 96, N 1. – P. 99–115.
122. *Kasuya T. A.* Theory of Metallic Ferro- and Antiferromagnetism on Zener's model / *T. Kasuya* // *Prog. Theor. Phys.* – 1956 – V. 16, N 1. – P. 45–57.
123. *Yosida K.* Magnetic properties of Cu-Mn alloys / *K. Yosida* // *Phys. Rev.* – 1957. – V. 106, N 3. – P. 893–898.
124. *Рожков С.С.* Разогрев электронов и магнов в ферромагнитных полупроводниках / *С.С. Рожков, А.Ю. Семчук* // *ФТТ.* – 1091. – Т. 23, № 7. – С. 1913–1916.
125. *Semchuk A. Yu.* Field influence on the parameters of ferromagnetic semiconductor superlattices formed by coherent light beams / *A. Yu. Semchuk, L.G. Grechko, V.M. Ogenko* // *Phys. Stat. Sol. (b).* – 1990. – V. 157, N 1. – P. 451–458.
126. *Semchuk A. Yu.* Theory of transport phenomena in ferromagnetic semiconductors with superlattice produced by coherent light beams / *A. Yu. Semchuk, L.G. Grechko, V.M. Ogenko* // *Physica B.* – 1992. – V. 176. – P. 153–155.
127. *Коренблит И.Я.* Релаксация энергии и разогрев магнов в ферромагнитных полупроводниках / *И.Я. Коренблит, Б.Г. Танхилевич* // *ФТТ.* – 1976. – Т. 18, № 1. – С. 62–72.
128. *Танхилевич Б.Г.* Магнон-фононное затухание в ферромагнитных полупроводниках с низкой температурой Кюри / *Б.Г. Танхилевич* // *Там же.* – 1975. – Т. 17, № 4. – С. 973–975.
129. *Левшин А.Е.* Влияние межзонных переходов на процесс образования сверхрешеток в ферромагнитных полупроводниках когерентными световыми пучками / *А.Е. Левшин, П.М. Томчук* // *УФЖ.* – 1992. – Т. 37, № 4. С. 533–541.
130. *Цидильковский И. М.* Зонная структура полупроводников / *И.М. Цидильковский.* – М.: Наука, 1978. – 328 с.
131. *Томчук П.М.* Нелинейное распространение инфракрасного излучения в многодолинных полупроводниках / *П.М. Томчук, А.А. Чумак* // *ФТП.* – 1985. – Т. 19, № 1. – С. 77–82.
132. *Дыкман И.М.* Сверхрешетка в многодолинном полупроводнике, образованная когерентным пучком световых волн / *И.М. Дыкман, П.М. Томчук* // *Там же.* – 1987. – Т. 21, № 9. – С. 1612–1618.
133. *Томчук П.М.* Сверхрешетки на горячих электронах в многодолинных полупроводниках / *П.М. Томчук, Н.Г. Ситилина* (Препринт ИФ АНУ № 13/39). – К., 1989. – 31 с.
134. *Sasaki M.* Experimental Evidence of the Anisotropy of Hot Electrons in n-type Germanium / *M. Sasaki, M. Shibuya* // *J. Phys. Soc. Japan.* – 1956. – V. 11, N 11. – P. 1202–1203.
135. *Dykman I.M.* Transport phenomena and eigenoscillations of hot electrons in semiconductors with periodic structure / *I.M. Dykman, P.M. Tomchuk* // *Phys. Stat. Sol. (b).* – 1997. – V. 76. – P. 385–393.
136. *Kogelnik H.* Coupled wave theory for thick hologram grating // *BSTJ.* – 1969. – V. 48, N. 9. – P. 2909–2947.
137. *Garcia Salgado G.* Effect of Annealing in Atomic Hydrogen or Nitrogen Atmospheres on SiO_x Nanoclusters Obtained by HFCVD / *G. Garcia Salgado, T. Diaz, A. Coyopol* [et al.] // *J. of Nano Research.* – 2009. – V. 5. – P. 105–111.
138. *Lisovskyy I.P.* Effect of low-temperature annealing on light-emitting properties of na-Si/SiO_x porous nanocomposite films / *I.P. Lisovskyy, V.G. Litovchenko, S.O. Zlobin* [et al.] // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics.* – 2011. – V. 14, N 1. – P. 127–129.
139. *Diaz T.* PL Properties of SiO_x obtained by HFCVD Technique / *T. Diaz, G. Garcia Salgado, A. Coyopol* [et al.] // *Materials Science Forum.* – 2010. – V. 636–637. – P. 444–449.
140. *Дыкман И.М.* Дифракция света в полупроводнике со сверхрешеткой, образованной нагретыми носителями / *И.М. Дыкман, П.М. Томчук* // *УФЖ.* – 1986. – Т. 31, № 6. – С. 841–848.

141. *Бондар В.М.* Поляризаційна залежність спонтанного излучения горячих электронов / В.М. Бондар, О.Г. Сарбей, П.М. Томчук // ФТТ. – 2002. – N 9. – С. 1540–1546.
142. *Barhen Lu. Y.* Interference pattern from an array of coherent laser beams / Lu. Y. Barhen, J.Y. Braiman, J.X. Zhong // J. Vac. Sci. Technol. – 2002. – V. B20, N. 6. – P. 2602–2605.
143. *Muklich F.* Laser interference metallurgy – periodic surface patterning and formation of intermetallics / F. Muklich, F. Lasagni, C. Daniel // Intermetallics. – 2005. – V. 13. – P. 437–442.
144. *Daniel C.* Periodical micro-nano-structuring of metallic surfaces by interfering laser beams / C. Daniel, F. Muklich, Z. Liu // Appl. Surf. Sci. – 2003. – V. 208-209. – P. 317–321.
145. *Yu F.* Laser interference lithography as a new and efficient technique for micropatterning of biopolymer surface / F. Yu, P. Li, F. Muklich // Biomaterials. – 2005. – V. 26. – P. 2307–2312.
146. *Veith M.* Periodic micro-structuring of hydride coating metastable aluminumoxide using laser interference metallurgy / M. Veith, C. Daniel, F. Muklich // Adv. Eng. Mat. – 2005. – V. 7, N 1-2. – P. 27–29.
147. *Liu K.W.* Combinatorial experiment in Ni-Ti thin films by laser interference structuring / K.W. Liu, C. Gachot, P. Leibenguth, F. Muklich // Appl. Surf. Sci. – 2005. – V. 247. – P. 550–555.
148. *Lasagni A.* Structuring of metallic bi- and tri-nanolayer films by laser interference irradiation: control of the structure depth / A. Lasagni, F. Muklich // Ibid. – V. 240. – P. 214–221.
149. *Lasagni A.* Study of the multilayer metallic films topography modified by laser interference irradiation / A. Lasagni, F. Muklich // Ibid. – V. 247. – P. 32–37.
150. *Salaun M.* Periodic sub-micrometric structures using a 3D laser interference pattern / M. Salaun, A.L. Joudrier, M. Audier, S. Pignar // Appl. Surf. Sci. – 2007. – V. 253. – P. 7947–7951.
151. *Mooodera J.S.* Variation of the Electron-Spin Polarization in EuSe Tunnel Junctions from Zero to Near 100% in magnetic Field / J.S. Mooodera, R. Mesurvey, X. Hao // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. 70, N 6. – P. 853–856.
152. *Suersson C.* A mathematical model for predicting the temperature distribution in laser-induced hypertermia. Experimental evaluation and applications / C. Suersson, A. Andersen-Engles // Phys. Med. Biol. – 1995. – V. 40. – P. 2037–2052.
153. *Макаров С. В.* Нано- и микроструктурирование поверхности металлов и полупроводников в воздухе при воздействии фемтосекундных лазерных импульсов : дис. ... канд. физ.-мат. наук: спец. 01.04.21 / Сергей Владимирович Макаров – М., 2014. – 149 с.
154. *Bäuerle D.* Laser processing and chemistry / D. Bäuerle. – Berlin: Springer, 2011. – 853 p.
155. *Анисимов С.И.* Действие излучения большой мощности на металлы / С.И. Анисимов, Я.А. Имас, Г.С. Романов, Ю.В. Ходыко – М.: Наука, 1970. – 272 с.
156. *Булгаков А. В.* Синтез наноразмерных материалов при воздействии мощных потоков энергии на вещество / А. В. Булгаков, Н. М. Булгакова, И. М. Бураков [и др.]. – Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН. – 2009. – 462 с.
157. *Hohlfeld J.* Electron and lattice dynamics following optical excitation of metals / J. Hohlfeld, S.S. Wellershoff, J. Güdde [et al.] // Chem. Physics. – 2000. – V. 251. – P. 237.
158. *Ohmura E.* Modified molecular dynamics simulation on laser ablation of metal E. Ohmura, I. Fukumoto // Ibid. – 1997. – V. 31. – P. 206–207.
159. *Lin Z.* Temperature dependences of the electron-phonon coupling, electron heat capacity and thermal conductivity in Ni under femtosecond laser irradiation / Z. Lin, L.V. Zhigilei // Appl. Surf. Sci. – 2007. – V. 253. – P. 6295–6300.
160. *Lin Z. Zhigilei L.V.* Thermal excitation of d band electrons in Au: implications for laser-induced phase transformations / Z. Lin, L.V. Zhigilei // Proc. SPIE. – 2006. – V. 6261. – Pap. 62610U.

161. Lin Z. Electron-phonon coupling and electron heat capacity of metals under conditions of strong electron-phonon nonequilibrium / Z. Lin, L.V. Zhigilei, V. Celli // *Phys. Rev. B.* – 2008. – V. 77. – P. 075133.
162. *Electron-Phonon Coupling and Electron Heat Capacity of metals at Hight Electron Temperatures* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.facultu.virginia.edu/CompMat/electron-phonon-coupling>.
163. Zhigilei L.V. Atomistic modeling of short pulse laser ablation of metals: connections between melting, spallation and phase explosion / L.V. Zhigilei, Z. Lin, D.S. Ivanov. // *The Journal of Phys. Chemistry C.* – 2009. – V. 113. – P. 11892.
164. Ашитков С.И. Образование нанополостей в поверхностном слое алюминиевой мишени при воздействии фемтосекундных лазерных импульсов / С.И. Ашитков, Н.А. Иногамов, В.В. Жаховский [и др.] // *Письма в ЖЭТФ.* – 2012. – Т. 95. – С. 192.
165. Ионин А.А. Генерация и регистрация сверхмощных ударных волн при абляции поверхности алюминия под действием высокоинтенсивных фемтосекундных лазерных импульсов / А.А. Ионин, С.И. Кудряшов, С.В. Макаров [и др.] // Там же. – 2011. – Т. 94. – С. 35.
166. Bulgakova N.M. Phase explosion under ultrashort pulsed laser ablation: modeling with analysis of metastable state of melt / N.M. Bulgakova, I.M. Bourakov // *Appl. Surf. Sci.* – 2002. – V. 197. – P. 41.
167. Bulgakova N.M. A general continuum approach to describe fast electronic transport in pulsed laser irradiated materials: The problem of Coulomb explosion / N.M. Bulgakova, R. Stoian, A. Rosenfeld [et al.] // *Appl. Phys. A.* – 2005. – V. 81. – P. 345.
168. Young J.F. Laser-induced periodic surface structure. III. Fluence regimes, the role of feedback, and details of the induced topography in germanium / J.F. Young, I.E. Sipe, H.M. van Driel // *Phys. Rev. B.* – 1984. – V. 30. – P. 2002.
169. Burgess D. Calculation of the surface temperature rise and deposition temperature in laser-induced thermal deposition / D. Burgess, P.C. Stair, E. Weitz // *J. Vac. Sci. Technol.* – 1986. – V. A4, N 3. – P. 1352–1366.
170. Armon E. A metalldrilling with CO₂ laser beam. 1.Theory / E. Armon, Y. Zving, G. Laufer [et al.] // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, N 12. – P. 4995–5002.
171. Лыков А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
172. Карлсруоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карлсруоу, Д. Эгер. – М.: Наука, 1964. – 650 с.
173. Yibas B. S. Laser-induced thermal stresses on steal surface / B.S. Yibas, M. Sami, S.Z. Shuja // *Opt. and Lasers in Engineering.* – 1998. – V. 30. – P. 25–37.
174. El-Adawi M. K. Laser heating and melting of thin films with time-dependent absorptance. II. An exact solution for time intervals greater than the transit time / M. K. El-Adawi, S.A. Shalaby, E.F. Elshehaway // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, N 10. – P. 3781–3785.
175. Conde J.C. Temperature distribution an a mayerial heated by laser radiation: modeling and application / J.C. Conde, F. Lusquinos, P. Gonzales [et al.] // *Vacuum* – 2002. – V. 64. – P. 259–366.
176. Oane M. Mathematical modelingof two-photon thermal fields in laser-solid interaction / M. Oane, D. Apostol // *Optics & Laser Technology.* – 2004. – V. 36. – P. 219–222.
177. Hasan A. F. Heating effects induced by pulse laser in semi-infinite target in view of the theory of linear systems / A.F. Hasan, M.M. El-Nicklawy, M.K. El-Adawi // *Ibid.* – 1996. – V. 28, N 5. – P. 337–343.
178. Shen Z.H. Mathematical modelling of laser induced heating and melting in solids / Z.H. Shen, S.Y. Zhang, L. Lu, X.W. Ni // *Ibid.* – 2001. – V. 33. – P. 533–537.
179. Rantala T. A numerical simulations method for the laser-induced temperature distribution / T. Rantala, J. Levoska // *J. Appl. Phys.* – 1989. – V. 65, N 12. – P. 4475–4479.
180. Yibas B.S. Laser pulse heating of still surface and flexural wave analysis / B.S. Yibas, M. Faisal, S.Z. Shuija, A.F.M. Arif / *Opt. and Laser Eng.* – 2002. – V. 37. – P. 62–83.

181. *El-Adawi M.K.* Laser heating of two-layer system with temperature dependent front surface absorbance / M.K. El-Adawi, S.A. Shalaby // *Vacuum*. – 1996. – V. 46, N 1. – P. 37–42.
182. *El-Adawi M. K.* Laser heating of two-layer systems with constant surface absorption: on exact solution / M.K. El-Adawi, M.A. Abde, S.A. Shalaby // *Int. J. Heat Mass Transf.* – 1995. – V. 38, N 5. – P. 947–952.
183. *Исаев М.* Особливості поширення тепла при лазерному опроміненні напівпровідникових структур: імпульсний режим / М. Исаев, А. Кузьмич, Р. Бурбело // *Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Фізика*. – 2008. – № 8-9. – С. 58–60.
184. *Бурбело Р.М.* Формування температурних полів в легованих структурах на основі Si при лазерному опроміненні. Імпульсний режим / Р.М. Бурбело, М.В. Исаев, А.Г. Кузьмич // *УФЖ*. – 2010. – Т. 55, № 5. – С. 318–322.
185. *Sarantopoulou E.* Removing Foxing stains from old paper at 157 nm / E. Sarantopoulou, Z. Samardzija, S. Kobe [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2003. – V. 208-209. – P. 311–320.
186. *El-Adawi M. K.* Laser melting of solids – an exact solution for time intervals greater than the transit time / M.K. El-Adawi, S.A. Shalaby // *J. Appl. Phys.* – 1986. – V. 60, N 7. – P. 2265–2270.
187. *El-Adawi M.K.* Laser heating and melting of thin films with time –dependent absorbance: an exact solution for time intervals less than or equal to the transit time / M.K. El-Adawi, S.A. Shalaby // *Ibid.* – 1988. – V. 53, N 7. – P. 2212–2216.
188. *Двайт Г.В.* Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.В. Двайт. – М.: Наука, 1973. – 228 с.
189. *Schaaf P.* Laser Nitriding of Metals / P. Schaaf // *Prog. Mat. Sci.* – 2002. – V. 47, N 1. – P. 1–16.
190. *Pereira A.* Surface nanostructuring of metals by laser irradiation: effects of pulse duration, wavelength and gas atmosphere / A. Pereira, A. Cross, P. Delaporte [et al.] // *Appl. Phys. A*. – 2004. – V. 79. – P. 2602–2605.
191. *Лисовченко В.Н.* Формирование наночастиц на поверхности кремния под действием фемтосекундных лазерных импульсов / В.Н. Лисовченко, З.В. Конакова, Б.Г. Коноплев [и др.] // *ФТП*. – 2010. – Т. 44, № 3. – С. 326–329.
192. *Заботнов С.Е.* Формирование наночастиц на поверхности кремния под действием фемтосекундных лазерных импульсов / С.Е. Заботнов, А.А. Ежок, Л.А. Головань [и др.] // *Там же*. – 2007. – Т. 41, № 8. – С. 1017–1020.
193. *Байдуллаева А.* Образование наноразмерных структур на поверхности кристаллов р-CdTe при однократном воздействии импульсного излучения рубинового лазера / А. Байдуллаева, А.И. Власенко, Л.Ф. Кузан [и др.] // *Там же*. – 2005. – Т. 39, № 9. – С. 1064–1067.
194. *Шур В.Я.* Поверхностные самоподобные монодоменные структуры, индуцированные лазерным излучением в ниобате лития / В.Я. Шур, Д.К. Кузнецов, А.И. Лобов [и др.] // *ФТТ*. – 2008. – Т. 50, № 4. – С. 689–695.
195. *Жигалина О.М.* Электронная микроскопия структуры композиций пленок титаната бария-стронция на подложках Pt-Ti-SiO₂-Si после лазерного отжига / О.М. Жигалина, Д.Н. Хмеленин, К.А. Воротилов [и др.] // *Там же*. – 2009. – Т. 51, № 7. – С. 1398–1399.
196. *Semchuk O. Yu.* Laser ablation lithography on thermoelectric semiconductor / O.Yu. Semchuk, L.G. Grechko, M. Willander [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2006. – V. 252, N 13. – P. 4759–762.
197. *Marine W.* Transient gratings on α -GaAs under laser annealing conditions / W. Marine, J. Marfaing, F. Salvon // *J. Phys. Lett.* – 1983. – V. 44, N 7. – P. 271–278.
198. *Воздействие* концентрированных потоков энергии на материалы. – М.: Наука, 1985. – 246 с.
199. *Kolomzarov Yu.* Disappearance of aligning properties of deposited SiO_x films as caused by external factors / Yu. Kolomzarov, P. Oleksenko, V. Sorokin [et al.] // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. – 2006. – V. 9, N 3. – P. 60–65.

200. *Borowiec A.* Subwavelength ripple formation on the surface of compound semiconductors irradiated with femtosecond laser pulses / A. Borowiec, H. Haugen // *Appl. Phys. Lett.* – 2003. – V. 42, N 25. – P. 4462–4464.
201. *Bunak S.V.* Electrical properties of semiconductor nanostructures with Si nanoparticles in SiO₂ layer, X<2 / S.V. Bunak, A.A. Buyanin, V.V. Ichenko [et al.] // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics.* – 2010. – V. 13, N 1. – P. 12–18.
202. *Жигунов Д.М.* Фотолюминесцентное исследование структурной эволюции аморфных и кристаллических нанокластеров кремния при термическом отжиге слоев субоксида кремния различной стехиометрии / Д.М. Жигунов, Н.В. Швыдун, А.В. Емельянов [и др.] // *Физика и техника полупроводников.* – 2012. – Т. 46, вып. 3. – С. 369–375.
203. *Индутный И.З.* Видимая фотолюминесценция селективно травленных пористых nc-Si-SiO_x-структур / И.З. Индутный, Е.В. Михайловская, П.Е. Шепелявый, В.А. Данько // *Там же.* – 2010. – Т. 44, вып. 2. – С. 218–222
204. *Zhang R.Q.* Silicon monoxide clusters: the favorable precursors for forming silicon nanostructures / R.Q. Zhang, M.W. Zhao, S.T. Lee // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93, N 9. – P. 095503.
205. *Власенко Н.А.* Особенности и природа полосы фотолюминесценции 890 нм, обнаруженной после низкотемпературного отжига пленок SiO_x / Н.А. Власенко, Н.В. Соппинский, Е.Г. Гуле [и др.] // *Физика и техника полупроводников.* – 2011. – Т. 45, вып. 11. С. 1470–1475.
206. *Spinella C.* Quantitative determination of the clustered silicon concentration in substoichiometric silicon oxide layer / C. Spinella, C. Bongiorno, C. Nicotta [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* – 2005. – V. 87. – P. 044102.
207. *Hwang J.S.* Structure and diffusion of excess Si atoms in SiO₂ / J.S. Hwang, T.A. Kirichenko, S.K. Banerjee // *Phys. Rev. B.* – 2005. – V. 72. – P. 205204.
208. *Muller T.* Size and location control of Si nanocrystals at ion beam synthesis in thin SiO₂ films / T. Muller, K.-H. Heinig, W. Moller // *Appl. Phys. Lett.* – 2002. – V. 81, N 16. – P. 3049 – 3051.
209. *Зверев А.В.* Решеточная Монте-Карло модель SiO_x-слоев / А.В. Зверев, И.Г. Неизвестный, Н.Л. Шварц, З.Ш. Яновицкая // *Российские нанотехнологии.* – 2008. – Т. 3, № 5-6. – С. 175–185.
210. *Tan C.F.* Laser annealing of silicon nanocrystal films formed by pulsed-laser deposition / C.F. Tan, X.Y. Chen, Y.F. Lu [et al.] // *J. of laser applications.* – 2004. – V. 16, N 1. – P. 40–45.
211. *Заботнов С.Е.* Формирование наночастиц на поверхности кремния под действием фемтосекундных лазерных импульсов / С.Е. Заботнов, А.А. Ежок, Л.А. Головань [и др.] // *ФТП.* – 2007. – Т. 41, № 8. – С. 1017–1020.
212. *Gallas B.* Laser annealing of SiO_x thin films / B. Gallas, C.-C. Kao, S. Fisson [et al.] // *Appl. Surf. Sci.* – 2002. – V. 185, N 3-4. – P. 317–320.
213. *Daigil C.* Enhanced formation of luminescent nanocrystal Si embedded in SiO/SiO₂ superlattice by excimer laser irradiation / C. Daigil, H.S. Jung, S. In-Hyuk, H. Min-Koo // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – V. 84, N 8. – P. 1287–1289.
214. *Richter J.* Patterned laser annealing of silicon oxide films / J. Richter, J. Meinertz, J. Ihlemann // *Appl. Phys. A.* – 2011. – V. 104, N 3. – P. 759–764.
215. *Evtukh A.* Electrical characterization of SiO₂(Si) films as a medium for charge storage / A. Evtukh, O. Bratus', T. Gorbanyuk, V. Ievtukh // *Phys. Stat. Sol. (c).* – 2008. – V. 5, N 12. – P. 3663–3666.
216. *Andreas J.* Light-induced modification of a-SiO_x ||: Laser crystallization / J. Andreas, D. Yavuz, S. Matthias, E. Christopher // *J. of Appl. Phys.* – 2004. – V. 93, N 8. – P. 4060–4068.
217. *Chun-Jung L.* Synthesis of silicon nanocrystals in silicon-rich SiO₂ by rapid CO₂ laser annealing / L. Chun-Jung, L. Gong-Ru, C. Yu-Lun, C. Li-Jen // *Electrochem. and Sol.-State Lett.* – 2005. – V. 8, N 12. – P. 43–45.

218. *Nesbit L.A.* Annealing characteristics of Si-rich SiO₂ films / L.A. Nesbit. // *Appl. Phys. Lett.* – 1985. – Т. 46, N 1. – P. 38 – 40.
219. *Лифшиц И.М.* О кинетике распада пересыщенных твердых растворов / И.М. Лифшиц, В.В. Слезов // *Журнал эксперим. и теор. физики.* – 1958. – Т. 35, вып. 2, № 8. – С. 479–492.
220. *Burlakov V.M.* Monte Carlo Simulation of Growth of Porous SiO_x by Vapor Deposition / V.M. Burlakov, G.A. Briggs, A.P. Sutton, Y. Tsukahara // *Phys. Rev. Lett.* – 2001. – V. 86, N 14. – P. 3052–3055.
221. *Strobel M.* Three-dimensional domain growth on the size scale of the capillary length: Effective growth exponent and comparative atomistic and mean-field simulations / M. Strobel, K.-H. Heining, W. Moller // *Phys. Rev. B.* – 2001. – V. 64. – P. 245422.
222. *Лейер А.Ф.* Моделирование формирования нанопреципитатов в SiO₂, содержащем избыточный кремний / А.Ф. Лейер, Л.Н. Сафронов, Г.А. Качурин // *ФТП.* – 1999. – Т. 33, № 4. – С. 389–392.
223. *Muller T.* Size and location control of Si nanocrystals at ion beam synthesis in thin SiO₂ films / T. Muller, K.-H. Heining, W. Moller // *Appl. Phys. Lett.* – 2002. – V. 81, N 6. – P. 3049–3051.
224. *Гриценко В.А.* Атомная структура аморфных нестехиометрических оксидов и нитридов кремния / В.А. Гриценко // *Успехи физических наук.* – 2008. – Т. 178, № 7. – С. 727–737.
225. *Новиков Ю.М.* Крупномасштабные флуктуации потенциала, обусловленные неоднородностью состава SiO_x / Ю.М. Новиков, В.А. Гриценко // *ФТТ.* – 2012. – Т. 54, № 3. – С. 465–470.
226. *Овсюк Н.Н.* Особенности формирования нанокристаллов кремния при отжиге слоев SiO₂, имплантированных ионами Si / Н.Н. Овсюк, Venu Mankad, R. Sanjeev [и др.] // *Изв. РАН. Сер. физ.* – 2011. – Т. 75, № 5. – С. 644–647.
227. *Takahashi T.* Self-diffusion of Si in thermally grown SiO₂ under equilibrium conditions / T. Takahashi, S. Fukatsu, K.M. Itoh [et al.] // *J. of Appl. Phys.* – 2003. – V. 93, N 6. – P. 3674.
228. *Tsoukalas D.* Diffusivity measurements of silicon dioxide layers using isotopically pure materials / D. Tsoukalas, C. Tsamis, P. Normand // *Ibid.* – 2001. – V. 89, N 12. – P. 7809–7813.
229. *Beyer V.* Dissociation of Si⁺ ion implanted and as-grown thin SiO₂ layers during annealing in ultra-pure neutral ambient by emanation of SiO / V. Beyer, J. Borany, K.-H. Heinig // *Ibid.* – 2007. – V. 101, N 5. – P. 053516.
230. *Lisovsky I.P.* Thermostimulated structural transformations in vacuum-evaporated SiO_x films / I.P. Lisovsky, I.Z. Indutnyy, V.G. Litovchenko [et al.] // *Ukr. J. of Physics.* – 2003. – V. 48, N 3. – P. 250–255.
231. *Chung-Jung L.* Synthesis of silicon nanocrystals in silicon-rich SiO₂ by rapid CO₂ laser annealing / L. Chung-Jung, L. Gong-Ru, C. Yu-Lun, C. Li-Jen // *Electrochem. and Solid-State Lett.* – 2005. – V. 8, N 12. – P. 43–45.
232. *Разумов В.Ф.* Курс лекций по синергетике. Ч. 1. / В.Ф. Разумов. – Черноголовка: ИПХФ РАН, 2002. – 128 с.
233. *Barranco A.* Electronic state characterization of SiO_x thin films prepared by evaporation / A. Barranco, F. Yubero, J.P. Espinos [et al.] // *J. of Appl. Phys.* – 2005. – V. 97, N 11. – P. 113714.
234. *Fazio E.* Investigation of a nanocrystalline silicon phase embedded in SiO_x thin films grown by pulsed laser deposition / E. Fazio, E. Barletta, F. Barreca [et al.] // *J. of Vacuum Science & Technology B.* – 2005. – V. 23, N 2. – P. 519–522.
235. *Nassiopoulou A.G.* Encyclopedia of Nanoscience and Nanotechnology, V. 9 / A.G. Nassiopoulou, H.S. Nalwa. – USA: American Scientific Publishers, 2004. – P. 793–813.

236. *Bratus' O.L.* Nanocomposite SiO₂(Si) films as a medium for non-volatile memory / O.L. Bratus', A.A. Evtukh, V.A. Ievtukh, V.G. Litovchenko // *J. of Non- Crystalline Solids*. – 2008. – V. 354, N 35-39. – P. 4278–4281.
237. *Pace C.* Room-temperature single-electron effects in silicon nanocrystal memories / C. Pace, F. Crupi, S. Lombardo [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* – 2005. – V. 87, N 18. – P. 182106.
238. *Братусь В.Я.* Структурные превращения и образования нанокристаллитов кремния в пленках SiO_x / В.Я. Братусь, В.А. Юхимчук, Л.И. Бережинский // *ФТП*. – 2001. – Т. 35, вып. 7. – С. 854–860.
239. *Тетельбаум Д.И.* О влиянии процесса коалесценции и характера исходного оксида на фотолюминесценцию ионно-синтезированных нанокристаллов Si в SiO₂ / Д.И. Тетельбаум, О.Н. Горшков, А.П. Касаткин [и др.] // *ФТТ*. – 2005. – Т. 47, № 1. – С. 17–21.
240. *Гриценко В.А.* Численное моделирование собственных дефектов в SiO₂ и Si₃N₄ / В.А. Гриценко, Ю.Н. Новиков, А.В. Шапошников, Ю.Н. Мороков // *ФТП*. – 2001. – Т. 35, № 9. – С. 1041–1049.
241. *Лейер А.Ф.* Моделирование формирования нанопреципитатов в SiO₂, содержащем избыточный кремний / А.Ф. Лейер, Л.Н. Сафронов, Г.А. Качурин // Там же. – 1999. – Т. 33, № 4. – С. 389–394.
242. *Stesmans A.* Electron spin resonance features of interface defects in thermal (100)Si/SiO₂ / A. Stesmans, V.V. Afanas'ev // *J. of Appl. Phys.* – 1998. – V. 83, N 5. – P. 2449–2457.
243. *Красников Г.Я.* Система кремний – диоксид кремния субмикронных СБИС / Г.Я. Красников, Н.А. Зайцев. – М.: Техносфера, 2003. – 383 с.
244. *Bratus' O.L.* Structural properties of nanocomposite SiO₂(Si) films obtained by ion-plasma sputtering and thermal annealing / O.L. Bratus', A.A. Evtukh, O.S. Lytvyn [et al.] // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*. – 2011. – V. 14, № 2. – P. 247–255.
245. *Hubner K.* Chemical bond and related properties of SiO₂. VII. Structure and electronic properties of the SiO_x region of Si-SiO₂ interfaces / K. Hubner // *Phys. Stat. Sol. (a)*. – 1980. – V. 61, N 2. – P. 665–673.
246. *Steblova O.V.* Transformation of SiO_x films into nanocomposite SiO₂(Si) films under thermal and laser annealing / O.V. Steblova, A.A. Evtukh, O.O. Gavrylyuk [et al.] // *Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics*. – 2014. – V. 17, N 3. – P. 295–300.
247. *Сушко М.Я.* Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем / М.Я. Сушко, С.К. Криський // *Журн. техн. физики*. – 2009. – Т. 79, № 3. – С. 97–101.
248. *Aspnes D.E.* Optical properties of Si / D.E. Aspnes // *Properties of Crystalline Silicon*. – London: INSPEC IEE, 1999. – 677 p.
249. *Lehmann A.* Optical phonons in amorphous silicon oxides / A. Lehmann, L. Schumann, K. Hubner // *Phys. Stat. Sol. (b)*. – 1987. – V. 151. – P. 317–323.
250. *De Castro J.* Optical properties of ion-assisted deposited SiO thin films / J. De Castro, F. Lopez, J. Melendez, M. Fernandez // *Thin Solid Films*. – 1994. – V. 241, N 1-2. – P. 202–205.
251. *Rinnert H.* Strong visible photoluminescence in amorphous SiO_x and SiO_x:H thin films prepared by thermal evaporation of SiO powder / H. Rinnert, M. Vergnat, G. Marchal, A. Burneau // *J. of Luminescence*. – 1998. – V. 80, N 1-4. – P. 445–448.
252. *Григорьянц А.Г.* Лазерная техника и технология. Методы поверхностной лазерной обработки: учеб. пособие для вузов / А.Г. Григорьянц, А.Н. Сафонов. – М.: Высш. шк., 1988. – 159 с. – (Серия «лазерная техника и технология»: в 7 кн., кн. 3).
253. *Nesheva D.* Raman scattering and photoluminescence from Si nanoparticles in annealed SiO_x thin films / D. Nesheva, C. Raptis, A. Perakis [et al.] // *J. of Appl. Phys.* – V. 92, N 8. – P. 4678–4683.
254. *Desbiens E.* Reactive pulsed laser deposition of high-k silicon dioxide and silicon oxynitride thin films for gate-dielectric applications / E. Desbiens, R. Dolbec, M.A.El. Khakani // *J. of Vacuum Science & Technology A*. – 2002. – V. 20, N 3. – P. 1157–1161.

255. *Lackner J.M.* Pulsed laser deposition: a new technique for deposition of amorphous SiO_x thin films / J.M. Lackner, W. Waldhauser, R. Ebner [et al.] // *Surface and Coatings Technology*. – 2003. – V. 163-164. – P. 300–305.
256. *Chen X.Y.* The mechanisms of photoluminescence from silicon nanocrystals formed by pulsed-laser deposition in argon and oxygen ambient / X.Y. Chen, Y.F. Lu, Y.H. Wu [et al.] // *J. of Appl. Phys.* – 2003. – V. 93, N 10. – P. 6311–6319.
257. *Chun-Jung L.* Synthesis of silicon nanocrystals in silicon-rich SiO_2 by rapid CO_2 laser annealing / L. Chun-Jung, L. Gong-Ru, C. Yu-Lun, C. Li-Jen // *Electrochem. and Solid-State Lett.* – 2005. – V. 8, N 12. – P. 43–45.
258. *Lisovskyy I.P.* IR study of short-range and local order in SiO_2 and SiO_x films / I.P. Lisovskyy, V.G. Litovchenko, V.B. Lozinskyy [et al.] // *J. of Non-Crystalline Solids*. – 1995. – V. 187. – P. 91–95.
259. *Rossi M.C.* Optical and electrical properties of silicon nanocrystals formed by CW laser irradiation of amorphous silicon oxides / M.C. Rossi, S. Salvatori, M. Burchielli, G. Conte // *Thin Solid Films*. – 2001. – V. 383, N 1-2. – P. 267–270.
260. *Гриценко В.А.* Структура границ раздела кремний / оксид и нитрид / оксид / В.А. Гриценко // *Успехи физ. наук*. – 2009. – Т. 179, № 9. – С. 921–930.
261. *Lisovskyy I.P.* Structural-phase transformations in SiO_x films in the course of vacuum heat treatment / I.P. Lisovskyy, I.Z. Indutnyy, B.N. Gnenny [et al.] // *Semiconductors*. – 2003. – V. 37, N 1. – P. 97–102.
262. *Fang Y.C.* Room temperature photoluminescence mechanism of SiO_x film after annealing at different temperatures / Y.C. Fang, Z.J. Zhang, M. Lu // *J. of Luminescence*. – 2007. – V. 126, N 1. – P. 145–148.
263. *Шамин С.Н.* Рентгеновская и инфракрасная спектроскопия слоев, полученных совместным распылением разнесенных в пространстве источников SiO_2 и Si / С.Н. Шамин, В.Р. Галахов, В.И. Аксенова [и др.] // *ФТП*. – 2010. – Т. 44, вып. 4. – С. 550–555.
264. *Карпов А.Н.* Формирование SiO_x -слоев при плазменном распылении Si- и SiO_2 -мишеней / А.Н. Карпов, Д.В. Марин, В.А. Володин [и др.] // *Там же*. – 2008. – Т. 42, вып. 6. – С. 753–758.
265. *Balberg I.* Fundamental transport processes in ensembles of silicon quantum dots / I. Balberg, E. Savir, J. Jedrzejewski [et al.] // *Phys. Rev. B*. – 2007. – V. 75, N 23. – P. 235329.
266. *Brodsky M.H.* Amorphous Semiconductor / М.Н. Brodsky. – Berlin: Springer-Verlag, 1979. – 345 p. – (Topics in applied physics: V. 36).

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

АСМ	— атомний силовий мікроскоп
БДНП	— багатодолинні напівпровідники
ВАХ	— вольт-амперна характеристика
ГМО	— гігантський магнітоопір
КЕС	— квазіенергетичні стани
КПЕЛВ	— концентровані потоки енергії лазерного випромінювання
КСП	— когерентні світлові пучки
КХ	— капілярні хвилі
ЛІППС	— лазер-індуковані періодичні поверхневі структури
ПАХ	— поверхневі акустичні хвилі
ПЕХ	— поверхневі електромагнітні хвилі
РМН	— розбавлені магнітні напівпровідники
ФМН	— феромагнітні напівпровідники
I	— інтенсивність лазерного випромінювання
λ	— довжина хвилі лазерного випромінювання
ω	— частота електромагнітного поля
\vec{A}	— вектор-потенціал електромагнітного поля
\vec{E}	— вектор напруженості електричного поля
\vec{H}	— вектор напруженості магнітного поля
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	— хвильове число
φ	— фаза
L	— просторовий період
τ_p	— тривалість лазерного імпульсу
Ψ	— хвильова функція електрона провідності
t	— час
\hat{H}	— гамільтоніан системи
$\hbar = h/2\pi$	— стала Планка
$\delta(x)$	— дельта-функція Дірака
m_0	— маса вільного електрона
m	— ефективна маса електрона провідності
\vec{v}	— швидкість електрона провідності
ε_g	— ширина забороненої зони
$\bar{\varepsilon}$	— середня енергія електрона в зоні провідності
\bar{v}	— середня швидкість електрона в зоні провідності

τ	— час вільного пробігу електрона між зіткненнями
λ_b	— дебройлівська довжина хвилі електрона
n	— концентрація електронів
a	— стала кристалічної ґратки
\vec{E}_0	— вектор напруженості електричного поля КСП
\vec{F}_0	— напруженість постійного електричного поля
\vec{B}	— вектор магнітної індукції
c	— швидкість світла у вакуумі
e	— заряд електрона
j	— густина електричного струму
\vec{P}	— канонічний імпульс електрона
\vec{p}	— кінематичний імпульс електрона
$J_n(x)$	— функція Бесселя
$J_m(x, y)$	— функція Бесселя уявного аргументу
W	— потенціал
\vec{F}	— сила
J	— енергія s — d -обмінної взаємодії у феромагнетиках
S	— спин магнітного іона
M_0	— намагніченість насичення
$\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$	— спіновий індекс
ϵ_0	— статична діелектрична проникність
l	— довжина вільного пробігу електрона
ω_m	— максвеллівська частота
Ψ_{lem}	— амплітуда електрон-одномагнетонної взаємодії
$f_{\vec{p}}$	— функція розподілу електронів з імпульсом \vec{p}
$N_{\vec{q}}$	— функція розподілу магнетонів з квазіімпульсом \vec{q}
τ_p^{em}	— час релаксації електронів за імпульсом на магнетонах
$\mu_i, \eta_i, \xi_i, \zeta_i$	— модуляційні коефіцієнти
K	— коефіцієнт поглинання світла вільними електронами
T_e	— температура нерівноважних електронів
T_m	— температура нерівноважних магнетонів
T	— абсолютна температура
Θ_c, Θ_D	— температури Кюрі і Дебая відповідно
v_s	— швидкість звуку
N	— показник заломлення
c_p	— теплоємність за сталого тиску
κ	— коефіцієнт теплопровідності
χ	— температуропровідність
ρ	— густина
α	— коефіцієнт поглинання лазерного випромінювання
R	— коефіцієнт відбиття лазерного випромінювання
$\delta_{i,m}^{lm}$	— багатоіндексний символ Кронекера

ЗМІСТ

	ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1	КІНЕТИКА ВЗАЄМОДІЮЧИХ КВАЗІЧАСТИНОК У НАПІВПРОВІДНИКАХ У ПОЛІ КОГЕРЕНТНИХ СВІТЛОВИХ ПУЧКІВ	7
	1.1. Хвильова функція електрона провідності у полі КСП	8
	1.2. Особливості руху електронів провідності в полі КСП	14
	1.3. Система квантових кінетичних рівнянь для взаємодіючих квазічастинок у напівпровідниках у полі КСП	19
РОЗДІЛ 2	ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНІ ПЕРІОДИЧНІ СТРУКТУРИ НА ВІЛЬНИХ НОСІЯХ	30
	2.1. Вплив когерентних світлових пучків на вільні носії в напівпровідниках	31
	2.2. Лазер-індуковані періодичні структури на вільних електронах і магнонах у феромагнітних напівпровідниках	39
	2.3. Лазер-індуковані структури в багатодолинних напівпровідниках ...	57
	2.4. Лазер-індуковані структури в багатодолинних напівпровідниках у нелокальному наближенні	66
	2.5. Ефект Сасаки в багатодолинних напівпровідниках у високочастотному полі лазерного випромінювання	72
РОЗДІЛ 3	ЕЛЕКТРИЧНІ, ОПТИЧНІ ТА МАГНІТНІ ВЛАСТИВОСТІ НАПІВПРОВІДНИКІВ У ПОЛІ ІНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ	77
	3.1. Фотопровідність ФМН у полі потужного лазерного випромінювання	78
	3.2. Електропровідність феромагнітного напівпровідника з лазер-індукованою ґраткою на вільних носіях і магнонах	83
	3.3. Показник заломлення ФМН з лазер-індукованою надґраткою	88
	3.4. Дифракція світла у напівпровідниках з лазер-індукованою ґраткою концентрації електронів	94
	3.5. Розсіяння світла у напівпровідниках з лазер-індукованою ґраткою концентрації носіїв	96
	3.6. Нелінійний коефіцієнт поглинання електромагнітного випромінювання ФМН з динамічною лазер-індукованою ґраткою.	100

3.7. Розсіяння ультрахолодних нейтронів ФМН з лазер-індукованою граткою нерівноважної намагніченості	102
3.8. Дифракція Рамана—Ната на тонкій лазер-індукованій амплітудно-фазовій гратці	105
3.9. Особливості поглинання і випромінювання світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках	108
3.9.1. Інтеграл зіткнень з іонами за наявності електромагнітної хвилі	108
3.9.2. Поглинання світла при анізотропному домішковому розсіянні	111
3.9.3. Коефіцієнт поглинання	115
3.9.4. Поляризаційні ефекти при випромінюванні світла вільними носіями	119

РОЗДІЛ



ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНІ ПЕРІОДИЧНІ ПОВЕРХНЕВІ СТРУКТУРИ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ	122
---	-----

4.1. Утворення інтерференційного поля при інтерференції падаючої та розсіяної світлових (лазерних) хвиль	123
4.2. Лазер-індуковані періодичні структури на металевій поверхні	125
4.3. Лазер-індуковані поверхневі структури, створені за допомогою інтерференційної картини від кількох лазерних пучків	129
4.4. Теплові ефекти при взаємодії потужного лазерного випромінювання з речовиною	133
4.5. Експериментальні дослідження взаємодії інтенсивного лазерного випромінювання з поверхнею напівпровідників	150

РОЗДІЛ



ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНЕ НАНОСТРУКТУРУВАННЯ НЕСТЕХІОМЕТРИЧНИХ ПЛІВОК SiO_x	156
---	-----

5.1. Формування наночастинок кремнію в процесі термостимульованого розкладання нестехіометричних плівок SiO_x	157
5.2. Лазер-індуковане формування наночастинок Si у плівках SiO_x	162
5.3. Моделювання процесу формування наночастинок Si при термічному відпалі плівок SiO_x	167
5.4. Моделювання лазерного відпалу плівок SiO_x одноімпульсним лазерним променем	173
5.5. Поширення температурного поля у плівці SiO_x після відпалу двома одноімпульсними лазерними променями	186
5.6. Розподіл температури на поверхні плівки SiO_x при багатоімпульсному лазерному відпалі	193
Висновки	194

РОЗДІЛ



ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМІЧНОГО І ЛАЗЕРНОГО ВІДПАЛУ НЕСТЕХІОМЕТРИЧНИХ ПЛІВОК SiO_x	196
---	-----

6.1. Фазово-структурні перетворення плівки SiO_x у процесі термічного відпалювання	198
6.1.1. Морфологія поверхні плівки SiO_x після термічного відпалу	201

6.1.2. ІЧ-спектроскопія плівки SiO_x після термічного відпалу	203
6.1.3. Вплив термічного відпалу на електричні властивості плівки SiO_x	205
6.2. Перетворення плівки SiO_x на нанокompозитну плівку SiO_2 (Si) під дією лазерного випромінювання	206
6.2.1. Морфологія поверхні нанокompозитної плівки SiO_2 (Si) після лазерного відпалу	208
6.2.2. ІЧ-спектроскопія нанокompозитної плівки SiO_2 (Si), відпаленої лазерним випромінюванням	211
6.2.3. Вплив лазерного відпалу на електричні властивості нанокompозитної плівки SiO_2 (Si)	213
Висновки	217
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	218
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	232

Наукове видання

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ НАПІВПРОВІДНИКІВ ім. В.Є. ЛАШКАРЬОВА
ІНСТИТУТ ХІМІЇ ПОВЕРХНІ ім. О.О. ЧУЙКА

ВЕНГЕР Євген Федорович
СЕМЧУК Олександр Юрійович
ГАВРИЛЮК Олександр Олександрович

ЛАЗЕР-ІНДУКОВАНІ НАНОСТРУКТУРИ У ТВЕРДИХ ТІЛАХ

Редактор *Л.Є. Канівець*
Художнє оформлення *Є.О. Ільницького*
Технічний редактор *Т.М. Шендерович*
Комп'ютерна верстка *В.Г. Веденської*

Підписано до друку 15.11.2016. Формат 70×100/16. Гарн. Ньютон.
Ум. друк. арк. 19,18. Обл.-вид. арк. 19,12. Тираж 300 прим. Зам. № 4724

Видавець і виготовлювач
Видавничий дім «Академперіодика» НАН України
01004, Київ, вул. Терещенківська, 4

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи серії ДК № 544 від 27.07.2001