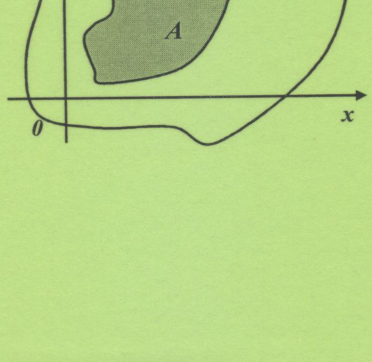
ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

ЧАСТИНА 2



$$p(A) = \frac{mes\, g}{mes\, G}$$

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

ЧАСТИНА 2

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2017

УДК 519.21(075.8)
ББК 22.я73
Е22

Автори:
І. В. Хом'юк, Н. В. Сачанюк-Кавецька, М. Б. Ковальчук, В. В. Хом'юк

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 8 від 26. 03. 2015 р.)

Рецензенти:
Ю. І. Волков, доктор фізико-математичних наук, професор
Є. А. Іванченко, доктор педагогічних наук, професор
Т. Б. Мартинюк, доктор технічних наук, доцент

Е22 **Елементи** теорії ймовірностей та математичної статистики. Частина 2 : навчальний посібник / І. В. Хом'юк, Н. В. Сачанюк-Кавецька, М. Б. Ковальчук, В. В. Хом'юк. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 162 с.

Даний посібник є керівництвом до практичних занять з теорії ймовірностей та математичної статистики, в якому систематизовано методи розв'язування відповідних задач. Весь матеріал посібника розділено на вісім розділів і містить велику кількість задач, які висвітлюють основні питання теорії ймовірностей, математичної статистики. В кожній темі розглянуто розв'язування основних задач та наведено завдання для самостійної роботи, які дають можливість студенту закріпити розібраний матеріал. До кожної теми розглянуто достатньо варіантів завдань для самостійної роботи.

Посібник розрахований на студентів технічних спеціальностей.

УДК 519.21(075.8)
ББК 22.я73

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Теорія ймовірностей – математична наука, що вивчає закономірності випадкових явищ. Очевидно, що в природі, техніці та економіці немає явищ, в яких би не був присутній елемент випадковості. Існує два підходи до вивчення цих явищ. Класичний підхід полягає в тому, що виділяються основні фактори, які визначають дане явище і формують його основну закономірність, а рештою другорядних факторів нехтують. Такий підхід притаманний «точним» наукам.

Однак при дослідженні багатьох явищ необхідно враховувати не тільки основні фактори, а й множину другорядних факторів, які призводять до випадкових збурень та спотворення результату. Тому інший підхід до вивчення випадкових явищ потребує спеціальних методів дослідження таких явищ. Розробкою саме таких методів, вивченням специфічних закономірностей спостережуваних випадкових явищ і займається теорія ймовірностей.

Вивчення ймовірнісних моделей дає змогу зрозуміти різноманітні властивості випадкових явищ на абстрактному та узагальненому рівні без експерименту. При великій кількості спостережень випадкові впливи значною мірою нівелюються і одержаний результат стає невипадковим, передбачуваним. Це твердження і є базою для практичного використання ймовірнісних методів дослідження. Метою вказаних методів є вивчення закономірностей масових випадкових явищ, прогнозування їх характеристик, контроль над цими явищами, обмеження області дії випадковості.

Основний принцип, яким керувались автори при підготовці курсу теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів технічних вузів, – підвищення рівня фундаментальної математичної підготовки студентів з посиленням її прикладної технічної спрямованості. Це не тільки навчальний посібник, але й коротке керівництво до розв'язування задач. Основи теорії, викладені в навчальному посібнику, супроводжуються великою кількістю задач (в тому числі фізичного, технічного та економічного змісту), які наводяться з розв'язуванням, та задачами для самостійної роботи. Задачі для самостійної роботи розглядаються в кінці кожної теми. Істотною особливістю даного посібника є розгляд з кожної теми творчих завдань чи завдань підвищеної складності, які позначені (*), що дозволяють здійснити диференційований підхід при роботі зі студентами.

Даний посібник може бути використаний студентами як денної, так і заочної форм навчання.

ТЕМА 1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

1.1 Класифікація подій та операції над подіями

Приклад 1.1 Проводяться три незалежні постріли по мішені. Описати події: а) A= «В мішені один отвір»; б) B= «В мішені не менше двох отворів».

Розв'язування

а) Зрозуміло, що подія A може відбуватись по-різному, оскільки улучення в мішень можливе при першому, другому або третьому пострілах. Решта пострілів є невдалими. Тому розглянемо елементарні події:

ω_1 = «Улучення в мішень з першого пострілу»;

ω_2 = «Улучення в мішень з другого пострілу»;

ω_3 = «Улучення в мішень з третього пострілу».

Тоді їх антиподії:

$\overline{\omega_1}$ = «В мішень не влучили з першого пострілу»;

$\overline{\omega_2}$ = «В мішень не влучили з другого пострілу»;

$\overline{\omega_3}$ = «В мішень не влучили з третього пострілу».

Використовуючи розглянуті елементарні події, маємо:

$$A = \omega_1\overline{\omega_2}\,\overline{\omega_3} + \overline{\omega_1}\omega_2\overline{\omega_3} + \overline{\omega_1}\,\overline{\omega_2}\omega_3 .$$

б) Подія B означає, що в мішені має бути два або три отвори. Використовуючи розглянуті елементарні події, маємо:

$$B = \omega_1\omega_2\overline{\omega_3} + \overline{\omega_1}\omega_2\omega_3 + \omega_1\overline{\omega_2}\omega_3 + \omega_1\omega_2\omega_3 .$$

1.2 Класичне означення ймовірності

Приклад 1.2 В ліфт на першому поверсі дев'ятиповерхового будинку ввійшло 4 особи, кожна з яких може вийти незалежно від інших на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Яка ймовірність того, що всі пасажири вийдуть: а) на шостому поверсі; б) на одному поверсі; в) на різних поверхах?

Розв'язування

Оскільки загальна кількість випадків – це є розміщення з повтореннями, то $n = 8^4 = 4096$.

Згідно з умовою задачі розглянемо три події:

A= «Всі пасажири вийдуть на шостому поверсі»;
B= «Всі пасажири вийдуть на одному поверсі»;
C= «Всі пасажири вийдуть на різних поверхах».

Оскільки в довільному будинку тільки один шостий поверх, то число випадків, сприятливих події A – m_1, дорівнює 1. Тоді

$$p(A)=\frac{1}{4096}=0{,}00024.$$

Події B сприятимуть $m_2=8$ випадків, тому

$$p(B)=\frac{8}{4096}=0{,}00195.$$

Події C сприятимуть $m_2=C_8^4=\frac{8!}{4!4!}=70$ випадків і

$$p(C)=\frac{70}{4096}=0{,}0171.$$

Приклад 1.3 В магазині продали 21 холодильник з 25 холодильників трьох марок, що були наявні в кількості 5, 7 та 13 штук. Припускаючи, що ймовірність бути проданим для холодильника кожної марки однакова, знайти ймовірність того, що залишились нерозпроданими холодильники: а) однієї марки; б) трьох різних марок.

Розв'язування

а) Нехай A=«Залишились нерозпроданими холодильники однієї марки». Загальна кількість способів, якими можна одержати 4 (непроданих) холодильники з 25, дорівнює $n=C_{25}^4$. Кількість способів, якими можна одержати 4 холодильники першої марки з 5, дорівнює $m_1=C_5^4$; другої марки із 7 – $m_2=C_7^4$ та третьої марки з 13 – $m_3=C_{13}^4$. Події A за правилом додавання подій сприяють $m=m_1+m_2+m_1=C_5^4+C_7^4+C_{13}^4$ випадків. Тому

$$p(A)=\frac{C_5^4+C_7^4+C_{13}^4}{C_{25}^4}=\frac{5+35+715}{12\,650}=\frac{755}{12\,650}=0{,}06.$$

б) Нехай B= «Залишились нерозпроданими холодильники трьох різних марок». Ця подія може відбуватись за одним з трьох варіантів. За першим варіантом подія B відбудеться, якщо залишаться 1, 1, 2 холодильники відповідно 1-ї, 2-ї та 3-ї марок; за другим варіантом – 1, 2, 1 та за третім 2, 1, 1 холодильники 1-ї, 2-ї та 3-ї марок, відповідно. Згідно з умовою задачі та правилом множення подій маємо кількість випадків, сприятливих першому варіанту $m_1=C_5^1\cdot C_7^1\cdot C_{13}^2$; другому – $m_2=C_5^1\cdot C_7^2\cdot C_{13}^1$; третьому варіанту – $m_3=C_5^2\cdot C_7^1\cdot C_{13}^1$. Загальна кількість сприятливих події B випадків дорівнює $m=m_1+m_2+m_3$. Таким чином,

$$p(B)=\frac{C_5^1\cdot C_7^1\cdot C_{13}^2+C_5^1\cdot C_7^2\cdot C_{13}^1+C_5^2\cdot C_7^1\cdot C_{13}^1}{C_{25}^4}=\frac{5\cdot 7\cdot 78+5\cdot 21\cdot 13+10\cdot 7\cdot 13}{12650}=$$

$$=\frac{5005}{12650}=0{,}396.$$

Завдання для самостійної роботи

Завдання 1.1

1. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Подія A= «Випало більше решок, ніж орлів». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати подію A.

2. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідає кількості очок, які випали першого і другого разу. Подія A = «Обидва рази випала кількість очок, кратна трьом». Побудувати множину елементарних подій Ω на основі опису експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

3. Монету кидають 3 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Подія A= «Решка випала не менше, ніж 2 рази підряд». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати подію A.

4. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав не менше, ніж 2 рази підряд», B = «Жодного разу не випав орел». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

5. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідають кількості очок, які випали і першого, і другого разу. Подія A= «Обидва рази випала кількість очок, більша 5». Побудувати простір Ω елементарних подій і підмножину, яка відповідає події A.

6. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Подія A= «Орел випав 1 раз», B= «Решка випала не раніше, ніж при 3-му підкиданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

7. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок, кратна 2»,

B= «Обидва рази випала кількість очок, не менша 5». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

8. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав 2 рази»; B= «Решка випала менше, ніж 3 рази». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

9. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідають кількості очок, які випадали кожного разу. Подія A= «Обидва рази випала кількість очок, менша 3». Побудувати множину елементарних подій Ω на основі опису експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

10. Монету кидають тричі. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Подія A= «Решка випала 2 рази». Побудувати множину Ω елементарних подій та описати подію A.

11. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідають кількості очок, які випадали кожного разу. Подія A= «Обидва рази випала кількість очок, менша 3». Побудувати множину елементарних подій Ω на основі опису експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

12. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Решка випала 3 рази»; B= «Орел випав не раніше, ніж при 3-му підкиданні». Побудувати множину Ω елементарних подій та описати події A і B.

13. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідають кількості очок, які випали кожного разу. Подія A= «Жодного разу не випало число 6». Побудувати множину елементарних подій Ω на основі опису експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

14. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Решка випала принаймні 2 рази підряд». B= «Орел випав не раніше, ніж при другому підкиданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

15. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, що відповідають кількості очок, які випадали кожного разу. Подія A= =«Обидва рази випала кількість очок, менша 4». Побудувати множину

елементарних подій Ω на основі опису експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

16. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Випало більше орлів, ніж решок», B= «Решка випала 2 рази». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

17. Монету кидають тричі. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав не менше, ніж 2 рази підряд», B= «Решка випала 1 раз». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

18. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав 3 рази»; B= «Решка випала не раніше, ніж при другому підкиданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

19. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Жодного разу не випало число 5», B= «Обидва рази випала кількість очок, менша 5». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

20. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Решка випала один раз»; B= «Орел випав принаймні 3 рази». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

21. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок більша 2», B= «Обидва рази випала кількість очок, не менша 4». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

22. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав не більше двох разів»; B= «Решка випала принаймні 3 рази підряд». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

23. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок, не більша

4», B= «Обидва рази випала непарна кількість очок». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

24. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок більша 3», B= «Жодного разу не випало 3». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

25. Монету кидають 4 рази. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Події: A= «Орел випав двічі»; B= «Орел випав не раніше, ніж при 3-му киданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

26. Монету кидають до першої появи орла. Результат спостережень – загальна кількість кидань. Події: A= «Орел випав при 4-му киданні»; B= «Орел випав не раніше, ніж при 4-му киданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

27. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані кожного разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок, менша 4», B= «Жодного разу не випало число 4». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

28. Монету кидають до першої появи решки. Результат спостережень – загальна кількість кидань. Події: A= «Решка випала при 4-му киданні»; B= «Решка випала не раніше, ніж при 4-му киданні». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати події A і B.

29. Гральний кубик підкидають двічі. Результат спостережень – пара чисел, які відповідають кількості очок, що випадали на верхній грані першого і другого разу. Події: A= «Обидва рази випала кількість очок, кратна 3». Побудувати множину елементарних наслідків Ω за описом експерименту і підмножину, яка відповідає події A.

30. Монету кидають тричі. Результат спостережень – поява орла (О) або решки (Р) на верхній стороні монети. Подія A= «Орел випав не менше, ніж 2 рази підряд». Побудувати простір Ω елементарних подій та описати подію A.

31. * Дві особи стріляють у мішень по одному разу. Подія A – у мішень влучив перший стрілець. Подія B – у мішень влучив другий стрілець. Ви-

разити через A та B такі події: C – два влучення у мішень; D – хоч би одне влучення у мішень; E – лише одне влучення у мішень.

32. * Маємо такі події: A – навмання взято деталь першого сорту; B – навмання взято деталь другого сорту; C – навмання взято деталь третього сорту. Що означають події $A \cup B; \overline{A \cup B}; A \cap C; (A \cup B) \cup C$?

33. * У книжковій шафі стоять підручники з математики, фізики та хімії. Учень навмання бере два підручники. Скласти повну групу подій, які при цьому можуть відбутися.

Завдання 1.2

1. Підкидають два гральних кубики. Знайти ймовірність того, що: а) сума кількості очок не перевищуватиме 3; б) добуток кількості очок не перевищуватиме 3; в) добуток кількості очок ділитиметься на 3.

2. Дехто купив картку спортлото і відмітив у ній 6 із наявних 49 номерів, після чого в тиражі розігрується 6 «виграшних» номерів із 49. Знайти ймовірність таких подій. A= «Правильно вгадані 3 виграшних номери із 6»; B= «Правильно вгадані всі 6 номерів».

3. Є вироби 4-х сортів, причому кількість виробів І сорту дорівнює 1, ІІ – 2, ІІІ – 3, IV – 5. Для контролю навмання беруть 7 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 1 виріб І сорту, 1 – ІІ, 2 – ІІІ і 3 – IV.

4. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує величину $\frac{1}{4}$.

5. Моменти початку двох подій навмання розподілені в проміжку часу від T_1=900 хвилин до T_2=1100 хвилин. Одна із подій триває 10 хв, друга – 20 хв. Знайти ймовірність того, що: а) події «перекриваються» в часі; б) «не перекриваються».

6. Серед 10 лотерейних білетів є 2 виграшних. Навмання взяли 6 білетів. Знайти ймовірність того, що: 1) серед них немає виграшних; 2) один виграшний.

7. У крузі радіуса R=12 навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що вона потрапить до однієї із двох фігур, які не перерізаються і площі яких дорівнюють S_1=2,37 та S_2=3,52.

8. У ліфт 10-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 5 пасажирів. Кожний із них з однаковою ймовірністю може вийти на будь-

якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність того, що: а) всі вийдуть на різних поверхах; б) всі пасажири вийдуть на одному і тому ж поверсі; в) всі пасажири вийдуть на 8-му поверсі; г) на одному із поверхів вийде 2 пасажири, а на іншому – 3.

9. Серед дев'яти лотерейних білетів є 2 виграшних. Навмання беруть 4 білети. Знайти ймовірність того, що серед них: а) один виграшний; б) немає виграшних.

10. Є вироби трьох сортів, причому кількість виробів I сорту дорівнює 3, II-2, III-4. Для контролю навмання беруть 5 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 2 вироби I сорту , 2-II і 1-III сорту.

11. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує $\frac{3}{16}$.

12. (Задача Бертрана) На колі радіуса r навмання вибираються 2 точки і з'єднуються хордою. Знайти ймовірність того, що довжина хорди перевищує величину $r\sqrt{3}$.

13. 25 екзаменаційних білетів містять по 2 питання, що не повторюються. Студент може відповісти лише на 45 питань. Яка ймовірність того, що взятий студентом екзаменаційний білет містить відомі йому питання?

14. Мале підприємство одержало 20 радіоприймачів, з яких 5 бракованих. Навмання для перевірки взяли три приймачі. Яка ймовірність того, що серед взятих приймачів будуть: а) тільки стандартні приймачі; б) тільки браковані приймачі; в) один бракований та два стандартних?

15. У ліфт 7-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 3 пасажири. Кожний із них з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність того, що: а) всі вийдуть на різних поверхах; б) всі пасажири вийдуть на одному і тому ж поверсі; в) всі пасажири вийдуть на 4-му поверсі; г) на одному із поверхів вийде 2 пасажири, а на іншому – один.

16. В урні є 10 куль: із них 3 білих і 7 чорних. Із урни навмання виймають 2 кулі. Яка ймовірність того, що: а) обидві кулі білі; б) одна куля біла; в) обидві кулі однакового кольору.

17. На площині проведені паралельні прямі, відстані між якими дорівнюють: в першому випадку 2 см; в другому – 10 см. На площину кидають навмання круг радіусом 3 см. Яка ймовірність того, що цей круг не перетне жодної із прямих ліній?

18. Моменти початку двох подій навмання розподілені в проміжку часу від T_1=900 хвилин до T_2=930 хвилин. Одна із подій триває 10 хв, друга також 10 хвилин. Знайти ймовірність того, що: а) події «перекриваються» в часі; б) «не перекриваються».

19. Студент забув останні три цифри потрібного номера телефону, але він пам'ятає, що всі три цифри різні, тому набирає їх навмання. Знайти ймовірність того, що цифри набрано правильно.

20. Серед 25 студентів групи, в якій є 10 дівчат, розігрують 5 квитків на концерт. Визначити ймовірність того, що квитки виграють дві дівчини.

21. Партію з N виробів перевіряє контролер шляхом відбору навмання n виробів і визначення їх якості. Якщо серед вибраних контролером виробів немає жодного бракованого, то вся партія виробів приймається, у протилежному випадку всі вироби посилають на додаткову перевірку. Яка ймовірність того, що партія виробів, яка містить M бракованих, буде прийнята контролером?

22. В урні 15 червоних, 9 синіх та 6 зелених куль однакового розміру. Навмання беруть 6 куль. Яка ймовірність того, що будуть взяті 1 зелена, 2 синіх та 3 червоних кулі?

23. Два студенти домовились зустрітись у певному місці між 17-ю та 18-ю годинами. Той, хто прийде першим, повинен чекати іншого протягом 15 хвилин, після чого йде. Знайти ймовірність зустрічі, якщо час приходу на місце зустрічі кожного студента незалежний і рівноможливий протягом вказаної години.

24. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує величину $\frac{2}{7}$.

25. Є вироби 4-х сортів, причому кількість виробів I сорту дорівнює 5, II–1, III–2 і IV–2. Для контролю навмання беруть 6 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 3 вироби I сорту ,1–II і 1–III і 1 –IV.

26. У групі є 12 студентів, серед яких 3 відмінники. За списком навмання відібрано 7 студентів. Знайти ймовірність того, що: а) серед відібраних студентів є 2 відмінники; б) немає жодного відмінника.

27. Той, хто прийде першим, чекає другого протягом 20 хвилин, після чого йде. Чому дорівнює ймовірність зустрічі осіб за умови, що кожна з них може прийти навмання у будь-який момент між 18-ю та 19-ю годинами, незалежно одна від одної?

28. Кидають 2 гральних кубики. Знайти ймовірність того, що: а) сума кількості очок не перевищує 6; б) добуток кількості очок не перевищує 6; в) добуток кількості очок ділиться на 6.

29. В ліфт шестиповерхового будинку сіли 5 пасажирів. Кожен незалежно від інших з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність того, що: а) всі пасажири вийдуть на різних поверхах; б) всі пасажири вийдуть на 3-му поверсі; в) всі пасажири вийдуть на одному і тому ж поверсі; г) на одному із поверхів вийде 3 пасажири, а на іншому –2.

30. В ящику є 30 однакових деталей, серед яких 6 браковані. Навмання взято 4 деталі. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих деталей: а) немає бракованих; б) 2 браковані деталі.

31. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує величину 0,3.

32. Еліпсоїд $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{3}=1$ поміщено в кулю $x^2+y^2+z^2=9$. Знайти ймовірність того, що поставлена навмання всередині кулі точка виявиться всередині еліпсоїда.

33. Серед 35 екзаменаційних білетів є 10, яких студенти не знають. Два студенти беруть по одному білету. Знайти ймовірність таких подій: а) A= «Перший студент взяв «гарний» білет»; б) B= «Другий студент взяв «гарний» білет»; в) C= «Обидва студенти взяли «гарні» білети».

34. В ящику є 15 однакових деталей, на яких проставлені номери 1, 2,..., 15. Навмання взято 5 деталей. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих деталей виявляться: а) деталі № 3 і № 5; б) деталі № 3.

35. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує величину $\frac{1}{12}$.

36. Кулю $x^2+y^2+z^2=9$ поміщено всередину еліпсоїда $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{25}=1$. Знайти ймовірність того, що поставлена навмання всередині еліпсоїда точка виявиться всередині кулі.

37. Серед 8 лотерейних білетів 3 виграшних. Навмання взяли 4 білети. Знати ймовірність того, що: а) серед них два виграшних; б) немає виграшних.

38. У ліфт дев'ятиповерхового будинку на першому поверсі зайшло 6 пасажирів. Кожний із них з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність того, що: а) всі вийдуть на різних поверхах; б) всі пасажири вийдуть на одному і тому ж поверсі; в) всі пасажири вийдуть на 7-му поверсі; г) на одному із поверхів вийдуть 4 пасажири, а на іншому – 2.

39. Є вироби трьох сортів, причому кількість виробів I сорту дорівнює 3, II–4, III–3. Для контролю навмання беруть 6 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 2 вироби I сорту , 3–II та 1–III.

40. У крузі радіуса R=13 навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що вона потрапить в одну із двох фігур, які не перетинаються і площі яких дорівнюють S_1=2,53 та S_2=3,52.

41. Моменти початку двох подій навмання розподілені в проміжку часу від 800-ї до 830-ї хвилини. Одна із подій триває 10 хвилин, а друга – 15 хвилин. Знайти ймовірність того, що: а) події «перекриваються» в часі; б) «не перекриваються».

42. Підкидають 2 гральні кубики. Знайти ймовірність того, що: а) сума кількості очок не перевищує 18; б) добуток кількості очок не перевищує 18; в) добуток кількості очок ділиться на 18.

43. У ліфт семиповерхового будинку на першому поверсі зайшло 4 пасажирів. Кожний із них з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність того, що: а) всі вийдуть на різних поверхах; б) всі пасажири вийдуть на одному і тому ж поверсі; в) всі пасажири вийдуть на 6-му поверсі; г) на одному із поверхів вийдуть 3 пасажири, а на іншому – 1.

44. В ящику є 10 деталей, серед яких 4 пофарбованих. Складальник навмання виймає 3 деталі. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих деталей: а) всі деталі пофарбовані; б) немає пофарбованих; в) одна деталь пофарбована.

45. На відрізку одиничної довжини навмання з'являється точка. Знайти ймовірність того, що відстань від точки до кінців відрізка перевищує величину $\frac{4}{15}$.

46. На площині проведені три паралельні прямі, відстані між якими дорівнюють 2,5 см і 9 см. На площину кидають навмання круг радіусом 2 см. Яка ймовірність того, що цей круг не перетне жодної із прямих ліній?

47. Дехто купив білет спортлото і відмітив в ньому 6 із наявних 49 номерів, після чого в тиражі розігруються 6 «виграшних» із 49. Знайти ймовірність того, що: а) правильно вгадані 3 «виграшних» номери із 6-ти; б) правильно вгадані 4 «виграшних» номери із 6-ти; в) правильно вгадані 5 «виграшних» номерів із 6-ти.

48. Набираючи телефонний номер, який складається із шести цифр, абонент забув дві останні цифри і набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що номер набрано правильно, якщо: а) цифри непарні і різні; б) цифри кратні трьом; в) одна із них – 0, а друга – кратна 4.

49. В ящику є 12 однакових деталей з номерами 1, 2, 3,..., 12. Навмання взято 4 деталі. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих деталей виявляться: а) деталі № 1 і № 2; б) деталь № 2.

50. У коробці 10 однакових виробів, причому 3 із них пофарбовані. Навмання виймається 2 вироби. Знайти ймовірність того, що серед них виявляться: а) два пофарбованих вироби; б) один пофарбований; в) хоча б один пофарбований.

51. Кулю радіуса R=1 см поміщено всередині куба, ребро якого дорівнює 2 см. Знайти ймовірність того, що поставлена навмання всередині куба точка виявиться всередині кулі.

52. Кулю радіуса R=4 см поміщено всередині куба, ребро якого дорівнює 8 см. Знайти ймовірність того, що поставлена навмання всередині куба точка виявиться всередині кулі.

53. Є вироби трьох сортів, причому кількість виробів I сорту дорівнює 9, II–6, III–5. Для контролю навмання беруть 5 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них 3 вироби I сорту , 1–II.

54. Два студенти домовились зустрітись в певному місці між 11-ю і 12-ю годинами дня. Той, хто прийшов першим, чекає другого протягом 15 хвилин, після чого залишає це місце. Знайти ймовірність того, що зустріч відбудеться, якщо кожен студент навмання вибирає час свого приходу.

55. Підкидають 2 гральних кубики. Знайти ймовірність того, що: а) сума кількості очок не перевищує 4; б) добуток кількості очок не перевищує 4; в) добуток кількості очок ділиться на 4.

56. В автобусі є 5 пасажирів. Знайти ймовірність того, що на решті із п'яти зупинок буде виходити: а) по одному пасажиру; б) на одній із решти зупинок вийдуть 3 пасажири, а на іншій – 2; в) всі 5 пасажирів вийдуть на останній зупинці. Вважається, що кожен із пасажирів з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якій із зупинок.

57. Набираючи телефонний номер, абонент забув дві останні цифри і набрав їх навмання. Знайти ймовірність того, що номер набрано правильно, якщо: а) цифри кратні 4; б) цифри непарні; в) цифри непарні і різні.

58. В ящику є 20 однакових деталей, із них 6 бракованих. Навмання взято 5 деталей. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих деталей: а) немає бракованих; б) 2 браковані деталі.

59. Визначити ймовірність того, що номер першої зустрічної машини: а) складається із парних цифр; б) має перші дві однакові; в) має один нуль і дві непарних цифри. Відомо, що всі номери чотиризначні, починаючи з номера 0001, не повторюються і рівноможливі.

60. Визначити ймовірність того, що номер першої зустрічної машини: а) не містить однакових цифр; б) має дві однакові; в) має дві пари однакових непарних цифр. Відомо, що всі номери чотиризначні, починаючи з номера 0001, не повторюються і рівноможливі.

61. * У щорічній лотереї розіграють шість основних тиражів та один додатковий, який відбувається після основного п'ятого. Із 100000 серій в кожному основному тиражі виграють 170 серій, а в кожному додатковому – 230 серій. Знайти ймовірність виграшу на один лотерейний квиток за перші десять років: а) в основному тиражі; б) в додатковому тиражі; в) в довільному тиражі.

62. * Із наявних n виробів j-ту ознаку мають n_j виробів ($j=\overline{1,k}$, $\sum_{j=1}^{k} n_j = n$). Визначити ймовірність того, що із m взятих навмання виробів вказані ознаки мають $m_1, m_2, \ldots, m_k$ виробів, причому $\sum_{j=1}^{k} m_j = m$.

63. * По m урнах випадково розклали n однакових кульок. Визначити ймовірність того, що: а) в першій урні n_1 кулька, в другій – n_2, …, в m-ій – n_m; б) є урни, в яких відповідно n_1, $n_2, \ldots$, n_m кульок, якщо числа n_1, $n_2, \ldots$, n_m різні і $\sum_{k=1}^{m} n_k = n$.

ТЕМА 2 ОСНОВНІ ТЕОРЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

2.1 Розв'язування задач з використанням теорем додавання та множення ймовірностей

Приклад 2.1 Ймовірність того, що студент складе перший іспит, дорівнює 0,9; другий – 0,9; третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що студент складе: а) тільки два іспити; б) тільки один іспит; в) три іспити; г) хоча б два іспити; д) хоча б один іспит; е) тільки другий іспит.

Розв'язування

а) Позначимо незалежні події A_i= «Студент складе i-ий іспит», $i=1,2,3$; B= «Студент кладе два іспити з трьох». Очевидно, що
$B=A_1\cdot A_2\cdot\overline{A_3}+A_1\cdot\overline{A_2}\cdot A_3+\overline{A_1}\cdot A_2\cdot A_3=0{,}9\cdot 0{,}9\cdot 0{,}2+0{,}9\cdot 0{,}1\cdot 0{,}8+0{,}1\cdot 0{,}9\cdot 0{,}8=0{,}306$.

б) Нехай подія C= «Студент складе один іспит з трьох». Зрозуміло, що ця подія відбудеться, якщо студент складе або тільки 1-ий іспит, або тільки 2-ий іспит, або тільки 3-ій іспит, тобто
$p(C)=p(A_1\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}+\overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}+\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot A_3)=0{,}9\cdot 0{,}1\cdot 0{,}2+0{,}1\cdot 0{,}9\cdot 0{,}2+$
$+0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}8=0{,}044$.

в) Нехай подія D= «Студент складе три іспити», тобто $D=A_1\cdot A_2\cdot A_3$. Тоді $p(D)=p(A_1\cdot A_2\cdot A_3)=0{,}9\cdot 0{,}9\cdot 0{,}8=0{,}648$.

г) Нехай подія E= «Студент складе хоча б два іспити». Зрозуміло, що дана подія означає, що студент складе будь-які два іспити або всі три, тобто $E=A_1\cdot A_2\cdot\overline{A_3}+A_1\cdot\overline{A_2}\cdot A_3+\overline{A_1}\cdot A_2\cdot A_3+A_1\cdot A_2\cdot A_3$
і $p(E)=0{,}306+0{,}648=0{,}954$.

д) Нехай подія F= «Студент складе хоча б один іспит». Зрозуміло, що ця подія включає в себе подію C, подію D та подію B (сім варіантів). Однак простіше знайти ймовірність події F, якщо перейти до протилежної події $\overline{F}$= «Студент не складе жодного іспиту». Таким чином,

$$p(F)=1-p(\overline{F})=1-0{,}1\cdot 0{,}1\cdot 0{,}1=0{,}998.$$

е) Нехай подія K= «Студент складе тільки 2-ий іспит». Зрозуміло, що $K=\overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3}$ і маємо

$$p(K)=p(\overline{A_1}\cdot A_2\cdot\overline{A_3})=0{,}1\cdot 0{,}9\cdot 0{,}2=0{,}018.$$

Приклад 2.2 Причиною розриву електричного кола слугує вихід з ладу елемента K_1 або одночасний вихід з ладу двох елементів – K_2 та K_3. Елементи можуть вийти з ладу незалежно один від одного з ймовірностями, що дорівнюють відповідно 0,1; 0,2; 0,3. Знайти ймовірність розриву кола.

Розв'язування

Позначимо події:

A_i= «Вихід з ладу елемента K_i», $i = 1, 2, 3$;

B= «Розрив електричного кола».

Зрозуміло, що подія B відбудеться, якщо відбудеться або подія A_1, або подія $A_2 \cdot A_3$, тобто $B = A_1 + A_2 \cdot A_3$. Тоді

$$p(B) = p(A_1) + p(A_2 \cdot A_3) = p(A_1) + p(A_2 \cdot A_3) - p(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) =$$
$$= p(A_1) + p(A_2) \cdot p(A_3) - p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 - 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}154.$$

Приклад 2.3 Ділянка електричного кола має вигляд:

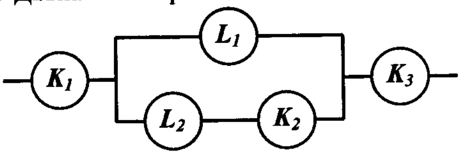


Рисунок 2.1 – Схема ділянки кола

Надійність кожного елемента подано в таблиці:

Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Надійність	0,5	0,6	0,4	0,9	0,8

Визначити надійність даної системи.

Розв'язування

Зрозуміло, що надійність даної системи можна обчислити за формулою:

$$p = p(K_1) \cdot \left[1 - (1 - p(L_1))(1 - p(L_2)P(K_2))\right] \cdot p(K_3).$$

Таким чином, маємо

$$p = 0{,}5 \cdot \left[1 - 0{,}1 \cdot (1 - 0{,}8 \cdot 0{,}6)\right] \cdot 0{,}4 = 0{,}5 \cdot 0{,}948 \cdot 0{,}4 = 0{,}1896.$$

Приклад 2.4 Виробничі потужності трьох станків, що обробляють однакові деталі, відносяться як $1:3:6$. Серед несортованої партії оброблених деталей навмання взяли дві. Яка ймовірність того, що: а) одна з них оброблена на третьому станку; б) обидві оброблені на одному і тому ж станку?

Розв'язування

а) Позначимо події:

A_i= «Деталь оброблено на i-му станку», $i = 1, 2, 3$;

B= «Одна із взятих деталей оброблена на третьому станку».

За умовою

$$p(A_1)=\frac{1}{1+3+6}=0,1; \quad p(A_2)=\frac{3}{1+3+6}=0,3; \quad p(A_3)=\frac{6}{1+3+6}=0,6.$$

Зрозуміло, що $B=A_1A_3+A_2A_3+A_3A_1+A_3A_2$ (при цьому потрібно врахувати, що або першу деталь оброблено на третьому станку, або другу). За теоремами додавання та множення (для незалежних подій) маємо:

$$p(B)=p(A_1)p(A_3)+p(A_2)p(A_3)+p(A_3)p(A_1)+p(A_3)p(A_2)=$$
$$=0,1\cdot 0,6+0,3\cdot 0,6+0,6\cdot 0,1+0,6\cdot 0,3=0,48.$$

б) Нехай подія C= «Обидві відібрані деталі оброблено на одному станку». Тоді $C=A_1A_1+A_2A_2+A_3A_3$ і

$$p(C)=p(A_1A_1)+p(A_2A_2)+p(A_3A_3)=0,1^1+0,3^2+0,6^2=0,46.$$

Приклад 2.5 Партія зі 100 деталей піддається вибірковому контролю. Умовою непридатності всієї партії є наявність хоча б однієї бракованої деталі серед п'яти відібраних. Яка ймовірність для даної партії бути не прийнятою, якщо вона містить 5% браку?

Розв'язування

Позначимо події:

A_i= «Перевірена i-та деталь стандартна», $i=1,2,3,4,5$;

$\overline{A}$= «Партія прийнята». Очевидно, що $\overline{A}$ можна подати $\overline{A}=A_1A_2A_3A_4A_5$. За умовою задачі $p(A_1)=\frac{95}{100}$, оскільки всього деталей 100, а стандартних 95. Після появи події A_1 деталей залишається 99, а стандартних 94. Тому $p_{A_1}(A_2)=\frac{94}{99}$. Аналогічно $p_{A_1A_2}(A_3)=\frac{93}{98}$, $p_{A_1A_2A_3}(A_4)=\frac{92}{97}$ та $p_{A_1A_2A_3A_4}(A_5)=\frac{91}{96}$. Тоді $p(\overline{A})=\frac{95}{100}\cdot\frac{94}{99}\cdot\frac{93}{98}\cdot\frac{92}{97}\cdot\frac{91}{96}=0,77$; а шукана ймовірність $p(A)=1-0,77=0,23$.

Приклад 2.6 Екзаменаційний білет для письмового іспиту складається з 10 запитань – по 2 запитання із 20 до кожної з п'яти тем. З кожної теми студент підготував лише половину всіх запитань. Яка ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти хоча б на одне запитання кожної з п'яти тем?

Розв'язування

Позначимо події:

A_1 = «Студент підготував 1-ше запитання білета з кожної теми»;

A_2 = «Студент підготував 2-ге запитання білета з кожної теми»;

B_i= «Студент підготував хоча б одне запитання з двох з i-ої теми», $i=1,2,3,4,5$;

C = «Студент склав іспит».

За умовою $C = B_1B_2B_3B_4B_5$. Припускаючи відповіді студента з різних тем незалежними, за теоремою множення ймовірностей

$$p(C) = p(B_1)p(B_2)p(B_3)p(B_4)p(B_5) = (p(B_i))^5,$$

оскільки всі $p(B_i)$ однакові, то

$$p(B_i) = p(A_1 + A_2) = 1 - p(A_1A_2) = 1 - p(A_1)p_{A_1}(A_2) = 1 - \frac{10}{20}\cdot\frac{9}{19} = 0{,}763.$$

Таким чином, $p(C) = (p(B_i))^5 = 0{,}763^5 = 0{,}259$.

Приклад 2.7 На іспиті з «Теорії ймовірностей» 24 білети. Студент знає 20 білетів. Він витягнув один білет і не знав його. Йому запропонували витягнути інший. Яка ймовірність того, що студент складе іспит?

Розв'язування

Позначимо події:

A = «Студент витягнув білет, який не знав»;

B = «Студент витягнув білет, який знав». Зрозуміло, що за умовою задачі подія AB = «Складено іспит».

За теоремою множення ймовірностей $p(AB) = p(A)\cdot p_A(B)$. Оскільки $p(A) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ і $p_A(B) = \frac{20}{23}$, то $p(AB) = \frac{1}{6}\cdot\frac{20}{23} = \frac{10}{69} \approx 0{,}145$.

2.2 Формула повної ймовірності. Формула Байєса

Приклад 2.8 Відомо, що в середньому 95% продукції, що її випускає завод, відповідає стандарту. Спрощена схема контролю визначає придатною продукцію з ймовірністю 0,98, якщо вона стандартна, та з ймовірністю 0,06, якщо вона нестандартна. Визначити ймовірність того, що: 1) взятий навмання виріб пройде спрощений контроль; 2) виріб стандартний, якщо він: а) пройшов спрощений контроль; б) двічі пройшов спрощений контроль.

Розв'язування

1. Позначимо події:

H_1 = «Взятий навмання виріб стандартний»;

H_2 = «Взятий навмання виріб бракований»;

A = «Виріб пройшов спрощений контроль».

За умовою $p(H_1) = 0{,}95$; $p(H_2) = 0{,}05$; $p_{H_1}(A) = 0{,}98$; $p_{H_2}(A) = 0{,}06$.

Ймовірність того, що взятий навмання виріб пройде спрощений контроль, за формулою повної ймовірності:

$$p(A) = 0{,}95\cdot 0{,}98 + 0{,}05\cdot 0{,}06 = 0{,}934.$$

2. а) Ймовірність того, що виріб, який пройшов спрощений контроль, стандартний, обчислюємо за формулою Байєса:

$$p_A(H_1)=\frac{0{,}95\cdot 0{,}98}{0{,}934}=0{,}997\,.$$

б) Нехай подія $A^*=$ «Вибраний навмання виріб двічі пройшов спрощений контроль». Тоді за теоремою множення ймовірностей

$$p_{H_1}(A^*)=0{,}98\cdot 0{,}98=0{,}9604 \text{ та } p_{H_2}(A^*)=0{,}06\cdot 0{,}06=0{,}0036\,.$$

За формулою Байєса $p_{A^*}(H_1)=\dfrac{0{,}95\cdot 0{,}9604}{0{,}95\cdot 0{,}9604+0{,}05\cdot 0{,}0036}=0{,}9998.$

Оскільки $p_{A^*}(H_2)=1-0{,}9998=0{,}0002$ дуже мала, то гіпотезу H_2 про те, що виріб, який двічі пройшов спрощений контроль, є бракованим, потрібно відкинути як практично неможливу подію.

Приклад 2.9 Два мисливці незалежно один від одного стріляли по мішені, роблячи по одному пострілу. Ймовірність влучного пострілу для першого мисливця дорівнює 0,8; для другого – 0,4. Після стрільби в мішені виявлено одну пробоїну. Яка ймовірність того, що вона належить: а) 1-му мисливцю; б) 2-му мисливцю?

Розв'язування

Позначимо події:

$H_1=$ «Обидва мисливці не влучили»;

$H_2=$ «Обидва мисливці влучили в мішень»;

$H_3=$ «1-ий мисливець влучив в мішень, а 2-ий – ні»;

$H_4=$ «2-ий мисливець влучив в мішень, а 1-ий – ні»;

$A=$ «В мішені одна пробоїна (одне влучення)».

Знайдемо ймовірності гіпотез та умовні ймовірності події A для цих гіпотез:

$$p(H_1)=0{,}2\cdot 0{,}5=0{,}12\,; \quad p_{H_1}(A)=0\,;$$
$$p(H_2)=0{,}8\cdot 0{,}4=0{,}32\,; \quad p_{H_2}(A)=0\,;$$
$$p(H_3)=0{,}8\cdot 0{,}6=0{,}48\,; \quad p_{H_3}(A)=1\,;$$
$$p(H_4)=0{,}2\cdot 0{,}4=0{,}08\,; \quad p_{H_4}(A)=1\,.$$

Тепер за формулою Байєса

$$p_A(H_3)=\frac{0{,}48\cdot 1}{0{,}12\cdot 0+0{,}32\cdot 0+0{,}48\cdot 1+0{,}08\cdot 1}=\frac{6}{7}=0{,}857\,;$$
$$p_A(H_4)=\frac{0{,}08\cdot 1}{0{,}12\cdot 0+0{,}32\cdot 0+0{,}48\cdot 1+0{,}08\cdot 1}=\frac{1}{7}=0{,}143\,,$$

тобто, в шість разів більш ймовірно, що в мішень влучив 1-ий мисливець.

Завдання для самостійної роботи

Завдання 2.1

1. У двох партіях 71% і 47% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один бракований виріб;

б) два бракованих вироби;

в) один бракований виріб?

2. Ймовірність того, що улучено в ціль при одному пострілі першим стрільцем, дорівнює 0,61, другим – 0,55. Перший зробив 2, а другий 3 постріли. Знайти ймовірність того, що в ціль не влучили.

3. Два стрільці роблять по одному пострілу в мішень. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,7, а для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що при одному залпі в мішень влучить тільки один із стрільців.

4. При увімкненні запалювання двигун починає працювати з ймовірністю p. Знайти ймовірність того, що двигун почне працювати при другому увімкненні запалювання.

5. В одному ящику 5 білих і 10 червоних куль, в другому – 10 білих і 5 червоних. Навмання з кожного ящика виймають по одній кулі. Знайти ймовірність того, що:

а) серед них одна біла й одна червона куля;

б) хоч би одна біла куля;

в) обидві кулі білі.

6. Ймовірність того, що улучено в ціль при одному пострілі першим стрільцем дорівнює 0,62, другим – 0,54. Перший зробив 3, а другий 2 постріли. Знайти ймовірність того, що в ціль не влучили.

7. Відділ технічного контролю перевіряє вироби на стандартність. Ймовірність того, що виріб стандартний, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з двох перевірених виробів тільки один стандартний.

8. Над виготовленням деякого виробу працюють послідовно k робітників; якість виробу при передачі наступному робітникові не перевіряється. Перший робітник допускає брак з ймовірністю p_1, другий – з ймовірністю p_2 і т. д. Знайти ймовірність того, що при виготовленні буде допущено брак.

9. У двох партіях 75% і 43% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один бракований виріб;

б) два бракованих вироби;

в) один бракований і один доброякісний виріб?

10. Ймовірність того, що в ціль улучено при одному пострілі першим стрільцем, дорівнює 0,74, другим – 0,42. Обидва стрільці зробили по 2 постріли. Знайти ймовірність того, що в ціль не улучили.

11. Ймовірність улучення в ціль першим стрільцем дорівнює p_1, а другим – p_2. Стрільці зробили постріли одночасно. Яка ймовірність того, що перший із них улучить в ціль, а другий – ні?

12. При одному циклі огляду радіолокаційною станцією, яка стежить за космічним об'єктом, об'єкт виявляється з ймовірністю p. Виявлення об'єкта у кожному циклі відбувається незалежно від інших. Знайти імовірність того, що при n циклах об'єкт буде виявлено.

13. В одному ящику 7 білих і 8 червоних куль, в другому – 9 білих і 6 червоних. Навмання з кожного ящика виймають по одній кулі. Знайти ймовірність того, що:

а) серед них одна біла й одна червона куля;

б) хоч би одна червона куля;

в) обидві червоні кулі.

14. Студент розшукує потрібну йому формулу в трьох довідниках. Імовірність того, що формула міститься в І, ІІ, ІІІ довіднику відповідно дорівнює 0,8; 0,6 і 0,7. Знайти ймовірність того, що формула міститься, принаймні, в двох довідниках.

15. Кожна із чотирьох незалежних подій може відбуватися з ймовірностями 0,012; 0,010; 0,006 і 0,002; відповідно. Знайти ймовірність того, що в результаті досліду відбудеться хоч би одна із подій.

16. Обчислювальна машина складається з n блоків. Надійність протягом часу T першого блока дорівнює p_1, другого – p_2 і т. д. Блоки перестають працювати незалежно один від одного. При відмові будь-якого блока перестає працювати машина. Знайти ймовірність того, що машина перестане працювати за час T.

17. В одному ящику 8 пофарбованих і 4 непофарбованих вироби, в другому – 10 пофарбованих та 2 непофарбованих вироби. Навмання з кожного ящика виймають по одному виробу. Знайти ймовірність того, що:

а) серед них немає пофарбованих виробів;

б) хоч би один пофарбований виріб;

в) один пофарбований і один непофарбований.

18. Ймовірність того, що в ціль улучено при одному пострілі першим стрільцем, дорівнює 0,65, другим – 0,5. Перший зробив 2, а другий 4 постріли. Знайти ймовірність того, що в ціль не влучили.

19. Студент розшукує потрібну йому формулу в трьох довідниках. Імовірність того, що формула міститься в I, II, III довіднику, відповідно дорівнює 0,7; 0,7 і 0,8. Знайти ймовірність того, що формула міститься тільки в одному довіднику.

20. У двох партіях 86% і 32% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один доброякісний виріб;

б) один доброякісний виріб;

в) два браковані вироби?

21. Знайти ймовірність того, що партія із 40 виробів, серед яких 2 браковані, буде прийнята при випробуванні, якщо умовами прийому допускається не більше одного бракованого приладу із 30.

22. Два гравці по черзі кидають монету. Вважається, що виграє той гравець, у якого раніше випаде орел. Перший кидок робить гравець А, другий – В, третій – А і т. д. Знайти ймовірність того, що:

а) виграв гравець В до 6-го кидка;

б) виграв гравець А не пізніше 6-го кидка.

23. Чотири мисливці домовились стріляти у дичину в певній послідовності. Наступний мисливець робить постріл тільки у випадку промаху попереднього. Ймовірність влучення для першого мисливця дорівнює 0,6, для другого – 0,7, для третього і четвертого – 0,8. Знайти ймовірність того, що буде зроблено: а) один; б) два; в) три; г) чотири постріли.

24. Виготовляються деталі для приладу у вигляді прямокутного паралелепіпеда. Деталь вважається придатною, якщо відхилення розміру кожного з ребер від заданого не перевищує 0,01. Ймовірність відхилень, які перевищують 0,01, становить для довжини p_1=0,06, для ширини p_2=0,04, для висоти p_3=0,1. Знайти ймовірність непридатності деталі.

25. Ймовірність того, що потрібна складальнику деталь міститься в I, II, III ящику, відповідно дорівнює 0,7; 0,4 і 0,9. Знайти ймовірність того, що деталь міститься тільки в одному ящику.

26. Два мисливці стріляють у вовка, причому кожен робить по два постріли. Для першого мисливця ймовірність влучення дорівнює 0,6, для другого – 0,7. Яка ймовірність влучення у вовка хоч би з одного із цих пострілів?

27. У двох партіях 75% і 33% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один бракований виріб;
б) два бракованих вироби;
в) один доброякісний, один бракований виріб?

28. Знайти ймовірність того, що партія із 30 виробів, серед яких 2 браковані, буде прийнята при випробуванні, якщо умовами прийому допускається не більше одного бракованого виробу з 10.

29. Є m радіолокаційних станцій, кожна з яких за один цикл огляду виявляє об'єкт з імовірністю p (незалежно від інших циклів і від інших станцій). За час T кожна станція встигає зробити n циклів. Знайти ймовірність того, що об'єкт буде виявлений кожною із станцій.

30. У двох партіях 74% і 44% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один доброякісний виріб;
б) два доброякісні вироби;
в) один доброякісний і один бракований виріб?

31. Ймовірність того, що потрібна складальнику деталь міститься в I, II, III і IV ящику, відповідно дорівнює 0,4; 0,7; 0,6 і 0,8. Знайти ймовірність того, що деталь міститься в двох ящиках.

32. Дві гармати ведуть стрілянину по танку. Ймовірність влучення в танк для першої гармати дорівнює 0,6, для другої – 0,7. Знайти ймовірність хоч би одного влучення в танк, якщо з кожної гармати зроблено по 3 постріли.

33. Ймовірність того, що улучили в ціль при одному пострілі першим стрільцем, дорівнює 0,73, другим – 0,43. Перший зробив 2, а другий – 1 постріл. Знайти ймовірність того, що в ціль не влучили.

34. В одному ящику 12 червоних і 6 синіх ґудзиків. Навмання виймають 2 ґудзики. Яка ймовірність того, що:

а) ґудзики однакового кольору;

б) один ґудзик червоний та один синій;

в) обидва ґудзики червоні?

35. Ймовірність того, що при одному вимірюванні деякої фізичної величини буде допущена похибка, яка перевищує задану точність, дорівнює 0,4. Зроблено 3 незалежні виміри. Знайти ймовірність того, що тільки при одному із них допущено похибку, яка перевищує задану точність.

36. Припустимо, що для однієї торпеди ймовірність потопити корабель дорівнює 0,5. Яка імовірність того, що 4 торпеди потоплять корабель, якщо для цього достатньо одного влучення торпеди в ціль?

37. Прилад, який працює протягом часу t, складається з трьох вузлів, кожен з яких незалежно від інших може протягом цього часу відмовити. Відмова хоча б одного вузла призводить до відмови приладу в цілому. Ймовірність безвідмовної роботи першого вузла дорівнює 0,7, другого – 0,8 і третього – 0,9. Знайти ймовірність безвідмовної роботи приладу.

38. Два стрільці А та В по черзі стріляють в мішень. Для першого стрільця ймовірність влучення дорівнює 0,8, для другого – 0,6. Перший постріл робить стрілець А, другий – В, третій – А і т. д. Знайти ймовірність того, що:

а) в мішень влучив стрілець В до 5-го пострілу;

б) в мішень влучив стрілець А не пізніше 5-го пострілу.

39. В ящику є 10 деталей, серед яких 4 пофарбовані. Складальник навмання взяв 3 деталі. Знайти ймовірність того, що хоч би одна із взятих деталей пофарбована.

40. На складі знаходиться 60 виробів, виготовлених 3-ма бригадами. З них 30 виробів виготовлені першою бригадою, 16 – другою і 14 – третьою. Знайти ймовірність надходження для складання деталі, виготовленої другою або третьою бригадою.

41. В першій урні 1 біла і 4 чорні кулі, в другій – 2 білі і 3 чорні кулі, в третій – 3 білі і 2 чорні кулі. З кожної урни вийняли по одній кулі. Знайти ймовірність того, що серед них буде 1 біла і 2 чорні кулі.

42. Достатньою умовою для складання колоквіуму є правильна відповідь на одне із двох питань, які запропоновані викладачем студентові. Студент не знає восьми питань з тих 40, які можуть бути запропоновані на колоквіумі. Яка ймовірність складання колоквіуму?

43. По каналу зв'язку передається 5 повідомлень. Кожне з них (незалежно від інших) з ймовірністю 0,2 спотворюється. Знайти ймовірність того, що:

а) всі повідомлення будуть передані без спотворення;

б) не менше, ніж 2 повідомлення буде спотворено.

44. У двох партіях 73% і 45% доброякісних виробів, відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) хоч би один бракований виріб;

б) два бракованих вироби;

в) один бракований виріб?

45. Булочки, які випускає хлібозавод, мають такий розподіл за масою: найменші 98 г – 5%, найбільші 108 г – 10%, решта – 85% булочок має нормальну масу (98 – 102 г). З величезної партії навмання беруть 2 булочки. Знайти ймовірність того, що:

а) обидві булочки мають нормальну масу;

б) одна булочка має найменшу масу, а друга – найбільшу?

46. Ймовірність хоч би одного влучення в ціль при чотирьох пострілах дорівнює 0,9984. Знайти ймовірність влучення при одному пострілі.

47. В обчислювальній лабораторії є 6 основних автоматів та 4 напівавтомати. Ймовірність того, що за час виконання деякого розрахунку автомат вийде із ладу, дорівнює 0,95, для напівавтомата ця ймовірність дорівнює 0,8. Студент виконує розрахунок на навмання взятій машині. Знайти ймовірність того, що до закінчення розрахунку машина не вийде з ладу.

48. Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години верстат не потребуватиме уваги від робітника, для першого верстата дорівнює 0,3, для другого – 0,5 і для третього – 0,6. Знайти ймовірність того, що:

а) протягом години хоч би один верстат не потребуватиме уваги від робітника;

б) протягом 2-х годин жоден верстат не потребуватиме уваги від робітника.

49. На випробному стенді в певних умовах випробовують 5 приладів. Ймовірність того, що протягом часу T відмовить якийсь з цих приладів, дорівнює 0,01 й однакова для всіх приладів. Знайти ймовірність того, що протягом часу T:

а) відмовить хоча б один із приладів, які випробовуються;

б) не відмовить жоден із 5-ти приладів;

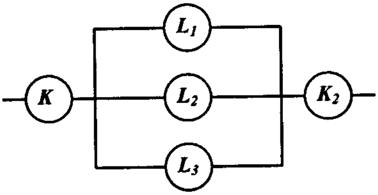
в) всі прилади відмовлять.

50. Із партії виготовлених мікросхем, серед яких 20 придатних і 5 бракованих, для контролю взято 8 штук. Знайти ймовірність того, що серед них:

а) всі мікросхеми придатні;

б) 3 браковані мікросхеми.

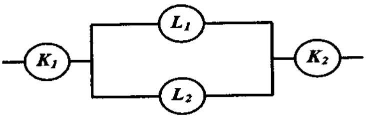
51. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K	K_2	L_1	L_2	L_3
Ймовірність	0,6	0,5	0,4	0,7	0,5

Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T.

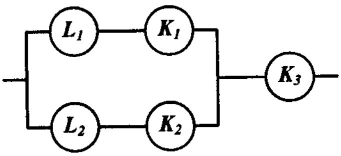
52. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2
Ймовірність	0,3	0,7	0,9	0,8

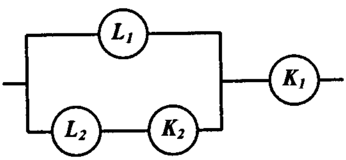
Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T.

53. Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T, якщо ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,5	0,4	0,6	0,8	0,7

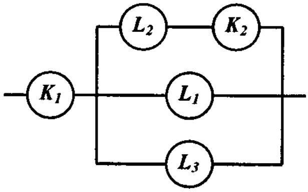
54. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,5	0,4	0,7

Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

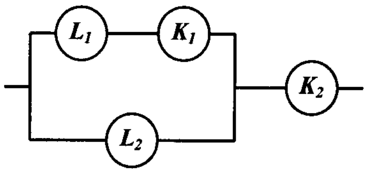
55. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2	L_3
Ймовірність	0,5	0,7	0,6	0,8	0,9

Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

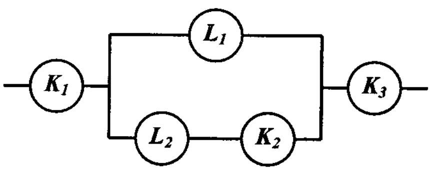
56. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2
Ймовірність	0,5	0,7	0,6	0,8

Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

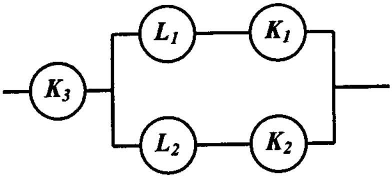
57. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,5	0,6	0,4	0,9	0,8

Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

58. Ділянка електричного кола має вигляд:

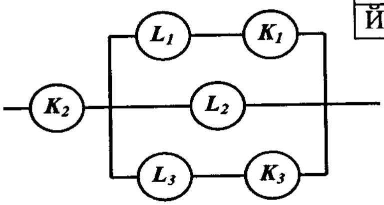


Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,5	0,8	0,4	0,7

Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

59. Ділянка електричного кола має вигляд:

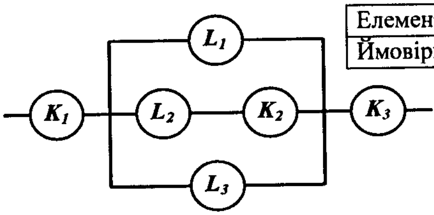
Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3
Ймовірність	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	0,7



Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

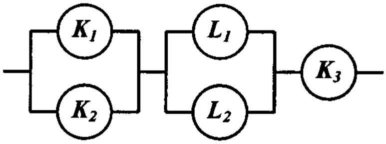
60. Ділянка електричного кола має вигляд:

Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2	L_3
Ймовірність	0,5	0,6	0,4	0,7	0,75	0,8



Вихід із ладу за час Т різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу Т.

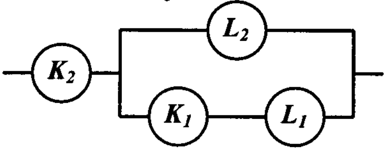
61. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,8	0,7	0,85	0,9

Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T.

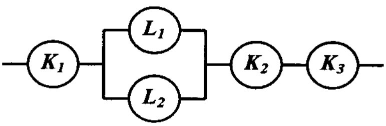
62. Ділянка електричного кола має вигляд:



Елемент	K_1	K_2	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,5	0,7	0,9

Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T.

63. Ділянка електричного кола має вигляд:

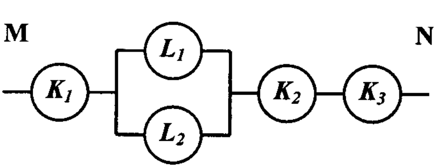


Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,5	0,7	0,85	0,9

Вихід із ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Знайти ймовірність розриву кола за певний проміжок часу T.

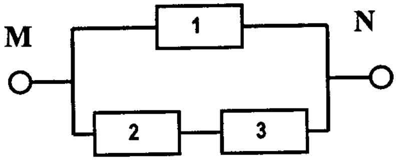
64. Електричне коло між точками M і N складене за схемою:

Елемент	K_1	K_2	K_3	L_1	L_2
Ймовірність	0,6	0,5	0,3	0,4	0,7



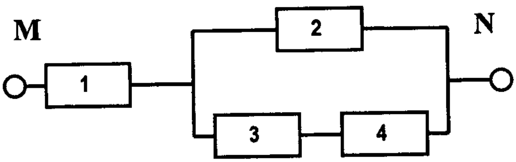
Вихід з ладу за час T різних елементів – незалежні події, які мають ймовірності, зазначені в таблиці. Визначити ймовірність розриву електричного кола за певний проміжок часу T.

65. Електричне коло складене за схемою:



Елементи 1, 2, 3 виходять із ладу незалежно один від одного з ймовірностями 0,2; 0,1; 0,4, відповідно. Знайти ймовірність розриву електричного кола.

66. Електричне коло складене з 4-х елементів за схемою:



Елементи 1, 2, 3, 4 виходять із ладу незалежно один від одного з ймовірностями 0,3; 0,1; 0,2; 0,25, відповідно. Знайти ймовірність розриву електричного кола.

67. * k кульок розкидають випадковим чином та незалежно одна від одної по n лунках, що розташовані одна за одною вздовж прямої лінії ($k<n$). Знайти ймовірність того, що вони займуть k сусідніх лунок.

68. *В лотереї n білетів, з яких l виграшних. Дехто купив k білетів. Знайти ймовірність того, що він виграє хоча б на один білет.

69. *Обстрілюють деякий об'єкт n незалежними пострілами. Об'єкт складається з k частин (елементів). Ймовірність влучення в i-ий елемент при одночасному пострілі дорівнює p_i, $i=1,2,\ldots,k$. Знайти ймовірність $P_{l_0,l_1,\ldots,l_k}$ того, що в результаті стрільби буде l_0 промахів, l_1 влучення в перший елемент, і т. д., загалом l_i влучень в i-ий елемент ($i=1,2,\ldots,k$), $\sum\limits_{i=1}^{k} l_i = n$.

70. * В умовах попередньої задачі знайти ймовірність знищення об'єкта, якщо для цього потрібно знищити не менш, ніж два елементи, а для знищення елемента достатньо одного влучення.

71. * N стрільців по черзі стріляють по одній мішені. Ймовірність влучення в мішень для кожного стрілка дорівнює p_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Стрільба ведеться до першого влучення. Виграє той стрілець, який першим влучить у мішень. У кожного стрілка є запас з n патронів. Визначити ймовірність того, що виграє i-ий стрілець.

Завдання 2.2

1. Із 1000 ламп 400 належать до першої партії, 350 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 6%, в другій – 5%, в третій – 4% бракованих ламп. Навмання вибирається одна лампа. Знайти ймовірність того, що вибрана лампа – бракована.

2. В першій урні 9 білих і 1 чорна куля, в другій – 2 білих і 6 чорних. З першої урни в другу переклали 3 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона – біла.

3. До магазину надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 60%, другий – 30%, третій –10%. Серед виробів першого заводу 85%, другого 70%, третього 80% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений третім заводом.

4. Три стрільці роблять по одному пострілу в одну і ту ж мішень. Ймовірність влучень у мішень при одному пострілі для першого – 0,6; для другого – 0,4; для третього – 0,8. Яка ймовірність того, що другий стрілець промахнувся, якщо після пострілу в мішені виявилося дві пробоїни.

5. Відомо, що 92% випущених заводом виробів відповідає стандарту. Спрощена схема контролю визнає придатною стандартну продукцію з ймовірністю 0,96 і нестандартну з ймовірністю 0,06. Знайти ймовірність того, що виріб, який пройшов спрощений контроль, не відповідає стандарту.

6. В альбомі 18 чистих і 10 гашених марок. З них навмання виймаються 3 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 3 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки – чисті.

7. Із 1000 ламп 430 належать до першої партії, 180 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 4%, в другій – 6%, в третій – 3% бракованих

ламп. Навмання вибирається одна лампа. Знайти ймовірність того, що вибрана лампа – бракована.

8. В першій урні 7 білих і 3 чорних кулі, в другій – 5 білих і 1 чорна. З першої урни в другу переклали 4 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність що вона – біла.

9. В альбомі 7 чистих і 6 гашених марок. З них навмання виймаються 2 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 3 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки – чисті.

10. На склад надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 42%, другий – 38%, третій – 20%. Серед виробів першого заводу 80%, другого 70%, третього 85% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений другим заводом.

11. Сигнали із пунктів A і B в пункт C передаються із спотвореннями. Ймовірність спотворення з A дорівнює 0,4; із B – 0,5. Співвідношення між кількостями передач дорівнює $K_A:K_B = 5:3$. Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений. З якого пункту, найімовірніше, передано спотворений сигнал?

12. Із 1000 магнітофонів 650 належать до першої партії, 220 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 3%, в другій – 6%, в третій – 5% бракованих виробів. Навмання вибирається один магнітофон. Знайти ймовірність того, що вибраний магнітофон – справний.

13. В першій партії 25 стандартних виробів і 3 нестандартних, в другій – 40 стандартних виробів і 2 нестандартних. Із першої партії в другу перекладено 14 виробів. Після цього з другої партії виймається навмання 1 виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний виріб – стандартний.

14. В альбомі 6 чистих і 6 гашених марок. З них навмання виймається 1 марка (яка може бути як чистою, так і гашеною), піддається спецгасінню і повертається в альбом. Після цього знов навмання виймаються 2 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки – гашені.

15. Три мисливці роблять по одному пострілу в одну і ту ж саму мішень. Ймовірність влучення у мішень при одному пострілі для першого мисливця – 0,7; для другого – 0,6; для третього – 0,45. Яка ймовірність того,

що третій мисливець не влучив, якщо після пострілу в мішені виявилося дві пробоїни.

16. До магазину надходять газові лічильники з трьох заводів, причому перший завод постачає 20%, другий – 35%, третій – 45%. Серед виробів першого заводу 80%, другого 70%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він і виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний газовий лічильник випущений першим заводом.

17. В партії із 100 виробів кількість бракованих не може перевищувати п'яти, причому всі значення (0, 1, 2, 3, 4, 5) кількості бракованих виробів однаково можливі. Відомо, що серед 10 навмання взятих виробів 9 виявились придатними. Знайти ймовірність того, що решта виробів також придатна.

18. Із 1000 електроплиток 180 належать до першої партії, 270 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 3%, в другій – 5%, в третій – 4% бракованих виробів. Навмання вибирається одна електроплитка. Знайти ймовірність того, що вибрана електроплитка – справна.

19. В першій урні 40 білих і 8 чорних куль, в другій – 20 білих і 4 чорних. З першої урни в другу переклали 3 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона – чорна.

20. В альбомі 7 чистих і 8 гашених марок. З них навмання виймаються 4 марки (які можуть бути як чистими, так і гашеними), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 3 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки – чисті.

21. До магазину надходять пилососи з трьох заводів, причому перший завод постачає 25%, другий – 45%, третій – 30%. Серед виробів першого заводу 86%, другого 60%, третього 80% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний пилосос випущений другим заводом.

22. На спостережній станції встановлено 3 радіолокатори різної конструкції. Ймовірність виявити ціль за допомогою першого радіолокатора дорівнює 0,81, другого – 0,75; третього – 0,9. Спостерігач навмання включив один радіолокатор. Яка ймовірність виявлення цілі? Яка ймовірність того, що ціль виявлена другим радіолокатором?

23. На вхід радіолокаційного пристрою з ймовірністю 0,8 надходить суміш завади з корисним сигналом, з ймовірністю 0,2 – тільки завада. Якщо надходить корисний сигнал з завадою, то пристрій реєструє наявність деякого сигналу з ймовірністю 0,7; якщо тільки завада – то з ймовірністю 0,3. Відомо, що пристрій зареєстрував наявність деякого сигналу. Знайти ймовірність того, що до його складу входить корисний сигнал.

24. Мікросхема може належати до однієї із трьох партій, причому співвідношення між кількістю мікросхем в партіях дорівнює N1:N2:N3= 3:2:5. Ймовірність того, що мікросхема працює задану кількість годин, для кожної з партій відповідно дорівнює 0,65; 0,8 і 0,75. Знайти ймовірність того, що мікросхема пропрацює задану кількість годин. Ймовірніше, до якої партії вона належить?

25. На склад надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 55%, другий – 25%, третій – 20%. Серед виробів першого заводу 70%, другого 80%, третього 75% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений другим заводом.

26. В альбомі 13 чистих і 11 гашених марок. З них навмання виймаються 2 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 4 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

27. В першій урні 6 білих і 4 чорних кулі, в другій – 1 біла і 7 чорних. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона – біла.

28. Із 1000 ламп 360 належать до першої партії, 600 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 4%, в другій – 3%, в третій – 5% бракованих ламп. Навмання вибирається одна лампа. Знайти ймовірність того, що вибрана лампа – бракована.

29. Із 1000 виробів 700 належать до першої партії, 90 до другої, а решта до третьої. В першій партії 8%, в другій – 5%, в третій – 4% бракованих виробів. Навмання вибирається один виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний виріб бракований.

30. В першій урні 3 білих і 2 чорні кулі, в другій – 4 білих і 4 чорних. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

31. До магазину надходять вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 55%, другий – 25%, третій – 20%. Серед виробів першого заводу 70%, другого 80%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений третім заводом.

32. Мікросхема може належати до однієї із двох партій, причому співвідношення між кількістю мікросхем в партіях дорівнює N1:N2 = 7:8. Ймовірності того, що лампа пропрацює задану кількість годин, для цих партій відповідно дорівнюють 0,85 і 0,7. Знайти ймовірність того, що мікросхема пропрацює задану кількість годин, і що ця лампа належить до першої партії.

33. Два автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі дорівнює 0,08; а на другому – 0,12. Продуктивність першого автомата вдвічі вища, ніж у другого. Ймовірніше, на якому автоматі виготовлена нестандартна деталь серед тих, що надійшли до цеху?

34. В першій урні 5 білих і 5 чорних куль, в другій – 4 білих і 10 чорних. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

35. В альбомі 12 чистих і 7 гашених марок. З них навмання виймаються 2 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 4 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

36. На базу надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 40%, другий – 30%, третій – 30%. Серед виробів першого заводу 80%, другого 90%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений другим заводом.

37. Сигнали із пунктів B і C в пункт O передаються із спотвореннями. Ймовірність спотворення з B дорівнює 0,3 із C – 0,4. Співвідношення між кількостями передач дорівнює M_1:M_2 =1:2. Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений. Ймовірніше, із якого пункту передано спотворений сигнал?

38. Із 1000 виробів 80 належать до першої партії, 710 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 6%, в другій – 5%, в третій – 4% бракованих

виробів. Навмання вибирається один виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний виріб бракований.

39. В першій урні 13 білих і 12 чорних куль, в другій – 4 білих і 6 чорних. З першої урни в другу переклали 5 куль, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність, що вона біла.

40. В альбомі 9 чистих і 6 гашених марок. З них навмання виймаються 2 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 3 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

41. До магазину надходять світильники з трьох заводів, причому перший завод постачає 40%, другий – 30%, третій – 30%. Серед виробів першого заводу 80%, другого 80%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний світильник випущений другим заводом.

42. Сигнали із пунктів В і С в пункт О передаються із спотвореннями. Ймовірність спотворення з В дорівнює 0,4; із С – 0,25. Співвідношення між кількостями передач дорівнює $K_B:M_C$ = 8:12. Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений. Ймовірніше, із якого пункту передано спотворений сигнал?

43. Два автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі – 0,11; а на другому – 0,09. Продуктивність другого автомата вдвічі вища, ніж першого. Знайти ймовірність того, що на конвеєр надійшла стандартна деталь, і що ця деталь виготовлена першим автоматом?

44. Із 1000 виробів 630 належать до першої партії, 230 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 5%, в другій – 4%, в третій – 3% бракованих виробів. Навмання вибирається один виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний виріб бракований.

45. В першій урні 1 біла і 9 чорних куль, в другій – 3 білих і 3 чорних. З першої урни в другу переклали 4 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

46. На базу надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 46%, другий – 24%, третій – 30%. Серед виробів першого заводу 90%, другого 75%, третього 80% першосортних. Купуємо один

виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений другим заводом.

47. Три автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі дорівнює 0,04; на другому – 0,09, а на третьому – 0,05. Продуктивність першого і другого автоматів вдвічі вища, ніж третього. Ймовірніше, на якому автоматі виготовлена стандартна деталь, яка надійшла до цеху?

48. Телеграфне повідомлення складається із сигналів «крапка» і «тире». Статистичні властивості завад такі, що спотворення в середньому дорівнює 25% повідомлень «крапка» і 20% повідомлень «тире». Відомо, що серед переданих сигналів «крапка» і «тире» зустрічаються у співвідношенні 3:2. Знайти ймовірність того, що прийнято переданий сигнал, якщо прийнято сигнал «крапка».

49. Транзистор може належати до однієї із двох партій, причому співвідношення між кількістю транзисторів в партіях дорівнює $M_1{:}M_2 = 6{:}8$. Ймовірності того, що транзистор працює задану кількість годин, для цих партій відповідно дорівнюють 0,85 і 0,7. Знайти ймовірність того, що транзистор пропрацює задану кількість годин, і що цей транзистор належить до першої партії?

50. На склад надходять однотипні вироби з трьох заводів. Причому перший завод постачає 40%, другий – 20%, третій – 40%. Серед виробів першого заводу 85%, другого 90%, третього 80% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений першим заводом.

51. Два автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі дорівнює 0,03; а на другому – 0,08. Продуктивність першого автомата вдвічі вища, ніж другого. Ймовірніше, на якому автоматі виготовлена нестандартна деталь?

52. Із 1000 виробів 500 належать до першої партії, 320 – до другої, а решта до третьої. В першій партії – 5%, в другій – 3%, в третій – 6% бракованих виробів. Навмання вибирається один виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний виріб бракований.

53. В першій урні 7 чорних і 3 білих кулі, в другій – 5 білих і 2 чорних. З першої урни в другу переклали 3 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

54. Сигнали із пунктів B і C в пункт A передаються із спотвореннями. Ймовірність спотворення з B дорівнює 0,25; із C – 0,3. Співвідношення між кількостями передач дорівнює $M_в:M_c = 8:6$. Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений і що він переданий із пункту C?

55. Один із чотирьох стрільців викликається на лінію вогню і робить постріл. В ціль влучено. Ймовірність влучення у ціль при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,4; для другого – 0,6; для третього – 0,8 і для четвертого – 0,5. Знайти ймовірність того, що постріл зробив четвертий стрілець.

56. До магазину надходять світильники з трьох заводів, причому перший завод постачає 42%, другий – 28%, третій – 30%. Серед виробів першого заводу 85%, другого 90%, третього 80% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний світильник випущений другим заводом.

57. В альбомі 13 чистих і 8 гашених марок. З них навмання виймаються 5 марок (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймається 2 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

58. Із 1000 газових лічильників 450 належать до першої партії, 280 до другої, а решта до третьої. В першій партії 3,5%, в другій – 4%, в третій – 2% бракованих виробів. Навмання вибирається один лічильник. Знайти ймовірність того, що вибраний лічильник бракований.

59. В першій урні 2 білих і 3 чорних кулі, в другій – 7 білих і 1 чорна. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

60. На склад надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 40%, другий – 45%, третій – 15%. Серед виробів першого заводу 70%, другого 85%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений третім заводом.

61. Два автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержати нестандартну деталь на першому автоматі дорівнює 0,12; а на другому – 0,2. Продуктивність першого автомата вдвічі вища, ніж другого. Знайти ймовірність того, що на конвеєр надійшла стандартна деталь, і що ця деталь виготовлена першим автоматом?

62. Сигнали із пунктів B і C в пункт A передаються із спотвореннями. Ймовірність спотворення з B дорівнює 0,4; із C – 0,55. Співвідношення між кількостями передач дорівнює $H_B:H_C = 9:7$. Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений. Ймовірніше, із якого пункту передано спотворений сигнал?

63. Із 1000 фотоапаратів 270 належать до першої партії, 640 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 4%, в другій – 2%, в третій – 3% бракованих виробів. Навмання вибирається один виріб. Знайти ймовірність того, що вибраний фотоапарат бракований.

64. В першій урні 8 чорних і 3 білих кулі, в другій – 3 білих і 1 чорна. З першої урни в другу переклали 1 кулю, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона біла.

65. В альбомі 12 чистих і 10 гашених марок. З них навмання виймаються 4 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймається 2 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

66. На базу надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 35%, другий – 40%, третій – 25%. Серед виробів першого заводу 75%, другого 70%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений першим заводом.

67. Мікросхема може належати до однієї із двох партій, причому співвідношення між кількістю мікросхем в партіях дорівнює $N_1:N_2 = 9:5$. Ймовірності того, що мікросхема працює задану кількість годин, для цих партій відповідно дорівнюють 0,65 і 0,8. Знайти ймовірність того, що мікросхема пропрацює задану кількість годин. Ймовірніше, до якої партії вона належить?

68. Два автомати виготовляють деталі, які надходять до складального цеху. Ймовірність одержання нестандартної деталі на першому автоматі дорівнює 0,07; а на другому – 0,18. Продуктивність другого автомата вдвічі вища, ніж першого. Знайти ймовірність того, що на конвеєр надійшла стандартна деталь і що ця деталь виготовлена першим автоматом?

69. Із 1000 електродвигунів 220 належать до першої партії, 110 – до другої, а решта до третьої. В першій партії 5%, в другій – 3%, в третій –

4% бракованих виробів. Навмання вибирається один двигун. Знайти ймовірність того, що вибраний електродвигун бракований.

70. В першій урні 8 чорних і 2 білих кулі, в другій – 3 білих і 2 чорні. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона чорна.

71. В альбомі 7 чистих і 8 гашених марок. З них навмання виймаються 2 марки (серед яких можуть бути як чисті, так і гашені), піддаються спецгасінню і повертаються в альбом. Після цього знов навмання виймаються 3 марки. Знайти ймовірність того, що ці марки чисті.

72. На склад надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 68%, другий – 22%, третій – 10%. Серед виробів першого заводу 70%, другого 80%, третього 90% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений другим заводом.

73. Телевізор може належати до однієї із двох партій, причому співвідношення між кількістю телевізорів в партіях дорівнює $M_I:M_2 = 6:8$. Ймовірності того, що телевізор пропрацює задану кількість годин, для цих партій відповідно дорівнюють 0,8 і 0,75. Знайти ймовірність того, що телевізор пропрацює задану кількість годин, і що він належить до другої партії.

74. Три стрільці роблять одночасно постріли по мішені, причому дві кулі влучили. Знайти ймовірність того, що третій стрілець влучив у мішень, якщо ймовірність влучень в мішень для першого – 0,6; для другого – 0,5; для третього – 0,4.

75. В першій урні 6 білих і 4 чорних кулі, в другій – 3 білих і 3 чорних. З першої урни в другу переклали 2 кулі, потім з другої урни виймається одна куля. Знайти ймовірність того, що вона чорна.

76. Є дві партії однотипних виробів по 16 і 20 штук. В першій партії 2, а в другій 3 бракованих вироби. Навмання взятий виріб з першої партії перекладено в другу партію, після чого навмання виймається один виріб із другої партії. Він виявився якісним. Ймовірніше, який виріб перекладено в другу партію?

77. Сигнали із пунктів A, B і C передаються із спотвореннями в пункт D. Ймовірність спотворення з A дорівнює 0,3; із B – 0,25; із C – 0,2. Співвідношення між кількостями передач дорівнює $M_A:M_B:H_C = 5:8:7$.

Знайти ймовірність того, що одержаний сигнал спотворений. Ймовірніше, із якого пункту передано спотворений сигнал?

78. На склад надходять мікросхеми з трьох заводів, причому перший завод постачає 45%, другий – 20%, третій – 35%. Серед виробів першого заводу 80%, другого 70%, третього 65% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбана мікросхема випущена другим заводом.

79. В партії з 60 виробів кількість бракованих не може перевищувати двох, причому всі значення (0, 1, 2) кількості бракованих виробів однаково можливі. Відомо, що 6 навмання взятих виробів виявилися придатними. Знайти ймовірність того, що решта виробів також придатні.

80. До магазину надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому перший завод постачає 30%, другий – 34%, третій – 36%. Серед виробів першого заводу 75%, другого 70%, третього 80% першосортних. Купуємо один виріб, він виявляється першосортним. Знайти ймовірність того, що придбаний виріб випущений першим заводом.

81. * Одному володареві надокучив астролог зі своїми неправдивими віщуваннями, і він вирішив покарати його. Проте володар надав йому можливість вижити і наказав розподілити у дві урни дві білі і дві чорні кулі. Кат вибере навмання урну і з неї вийме кулю. Якщо куля буде чорною, астролога стратять, якщо білою – помилують. Як астролог повинен розподілити кулі в урнах, щоб забезпечити собі найбільшу ймовірність залишитись живим.

82. * Урна містить n куль. Усі припущення про кількість білих куль в урні однаково ймовірні. Навмання вийнята з урни куля виявилась білою. Обчислити ймовірність усіх припущень про склад куль в урні. Яке припущення найбільш імовірне?

83. * З урни, що містить n куль невідомого кольору, взяли одну кулю, що виявилась білою. Після цього знову виймають кулю. Яка ймовірність того, що ця куля біла? Усі припущення про кількість білих куль в урні однаково ймовірні.

84. * Пілот здійснює посадку літака, спостерігаючи за аеродромом візуально або «сліпо» (за приладами). У разі візуальної посадки ймовірність благополучного результату дорівнює p_1. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) «сліпої» посадки – p_2. Якщо прилади

під час «сліпої» посадки спрацьовують нормально, то літак сідає благополучно з тією ж самою ймовірністю, що й у разі візуальної посадки. Якщо прилади «сліпої» посадки не спрацювали, то пілот може благополучно посадити літак з ймовірністю $p_1^* < p_1$. Знайти повну ймовірність благополучної посадки літака, якщо відомо, що в $k\%$ випадків існує необхідність посадки за приладами.

85. * Прилад містить два блоки, справність кожного з яких необхідна для функціонування приладу. Ймовірності безвідмовної роботи протягом проміжку часу T для цих блоків відповідно дорівнюють p_1 та p_2. Прилад випробовувався протягом часу T та вийшов з ладу. Визначити ймовірність того, що відмовив перший блок, другий блок, обидва блоки.

86. * Дві урни містять білі та червоні кулі, які неможливо розрізнити на дотик. Урна A містить 2 червоні та 1 чорну кулю; урна B – 101 червону та 100 чорних куль. Навмання вибирається одна із урн, і ви одержуєте нагороду, якщо правильно називаєте урну після витягування з неї двох куль. Після витягування першої кулі та визначення її кольору ви вирішуєте, чи повернути цю кулю в урну перед тим, як витягнути другу. Якою повинна бути ваша стратегія?

87. * Дуелянти А, В та С сходяться для тристоронньої дуелі. Відомо, що для А ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,3, для С – 0,5, а В стріляє без промаху. Дуелянти можуть стріляти в будь-якого супротивника на вибір. Першим стріляє А, другим В, потім С і т. д. в циклічному порядку (поранений вибуває з дуелі) доти, доки лише один чоловік залишається неушкодженим. Якою повинна бути стратегія А?

ТЕМА 3 ПОВТОРНІ НЕЗАЛЕЖНІ ВИПРОБУВАННЯ

3.1 Розв'язування задач із використанням теорем повторення випробувань

Приклад 3.1 В середньому 20% пакетів акцій на аукціонах продаються за початково заявленою ціною. Знайти ймовірність того, що із 9 пакетів в результаті торгів за початковою ціною: 1) не буде продано 5 пакетів; 2) буде продано: а) менше 2 пакетів; б) не більше двох пакетів; в) хоча б 2 пакети; г) найімовірніше число пакетів.

Розв'язування

1. Ймовірність того, що пакет акцій не продано за початковою ціною, становить $p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$. За формулою Бернуллі

$$P_{5,9} = C_9^5 \cdot 0{,}8^5 \cdot 0{,}2^4 = 0{,}066.$$

2. а) За умовою $p = 0{,}2$. Тоді подія – продано менше двох пакетів за початковою ціною означає, що продано нуль або один пакет. Тобто

$$P_9(m < 2) = P_{0,9} + P_{1,9} = C_9^0 \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^9 + C_9^1 \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^8 = 0{,}436.$$

б) Подія – продано не більше двох пакетів за початковою ціною означає, що продано нуль, один або два пакети. Тобто

$$P_9(m \le 2) = P_{0,9} + P_{1,9} + P_{2,9} = C_9^0 \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^9 + C_9^1 \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^8 + C_9^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^7 = 0{,}738.$$

в) Для знаходження ймовірності події – продано за початковою ціною хоча б два пакети акцій – перейдемо до протилежної події (продано за початковою ціною менше двох пакетів акцій). Тоді

$$P_9(m \ge 2) = 1 - P_9(m < 2) = 1 - \left(P_{0,9} + P_{1,9}\right) = 1 - 0{,}436 = 0{,}564.$$

г) Найімовірніша кількість проданих акцій за початковою ціною дорівнює

$$9 \cdot 0{,}2 - 0{,}8 \le m_0 \le 9 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \quad \text{або } 1 \le m_0 \le 2,$$

тобто найімовірніших є два числа $m_0 = 1$ та $m_0' = 2$. Тому ймовірність

$$P_{\text{найімовір.}} = P_{1,9} + P_{2,9} = C_9^1 \cdot 0{,}2^1 \cdot 0{,}8^8 + C_9^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^7 = 0{,}604.$$

Приклад 3.2 Завод відправив на базу 10000 стандартних виробів. Середня кількість виробів, що псуються під час транспортування, становить 0,02%. Знайти ймовірність того, що із 10000 виробів: 1) буде пошкоджено: а) три; б) хоча б три; 2) не буде пошкоджено: а) 9997; б) хоча б 9997.

Розв'язування

1. а) Ймовірність того, що виріб буде пошкоджено при транспортуванні, становить за умовою $p = 0{,}0002$. Оскільки ця ймовірність мала, $n = 10000$ – велике та $\lambda = np = 10000 \cdot 0{,}0002 = 2 \le 10$, то потрібно застосовувати формулу Пуассона:

$$P_{3,10000} = \frac{2^3 \cdot e^{-2}}{3!} = P_3(2) = 0{,}1804$$

(додаток А).

б) Ймовірність $P_{10000}(m \ge 3)$ може бути обчислена як сума великої кількості доданків:

$$P_{10000}(m \ge 3) = P_{3,10000} + P_{4,10000} + \ldots + P_{10000,10000}.$$

Зрозуміло, що простіше знайти цю ймовірність, використавши антиподію:

$$P_{10000}(m \ge 3) = 1 - P_{10000}(m < 3) = 1 - (P_{0,10000} + P_{1,10000} + P_{2,10000}) =$$

$= 1 - (0,1353 + 0,2707 + 0,2707) = 0,3233$.

Необхідно відмітити, що для обчислення ймовірності $P_{10000}(m \geq 3)$ не можна застосовувати інтегральну формулу Муавра – Лапласа, оскільки не виконується основна умова її використання.

2. а) В даному випадку $p = 1 - 0,0002 = 0,9998$ та потрібно знайти $P_{9997,10000}$, для безпосереднього обчислення якої не можна застосувати ні формулу Пуассона (p велика), ні локальну формулу Муавра – Лапласа ($npq \approx 2 < 20$). Однак подія «не буде пошкоджено 9997 виробів з 10000» рівносильна події «буде пошкоджено 3 вироби із 10000», ймовірність якої 0,1804.

б) Подія «не буде пошкоджено хоча б 9997 виробів з 10000» рівносильна події «буде пошкоджено не більше трьох виробів із 10000», для якої $p = 0,0002$ та $P_{10000}(m \leq 3) = P_{0,10000} + P_{1,10000} + P_{2,10000} + P_{3,10000} =$
$= 0,1353 + 0,2707 + 0,2707 + 0,1804 = 0,8572$.

Приклад 3.3 За результатами перевірок податковими інспекціями встановлено, що в середньому кожне друге мале підприємство регіону має порушення фінансової дисципліни. Знайти ймовірність того, що із 2000 зареєстрованих у регіоні малих підприємств мають порушення фінансової дисципліни: а) 980 підприємств; б) найімовірніше число підприємств; в) не менше 980 підприємств; г) від 980 до 1020 підприємств.

Розв'язування

а) За умовою $p = 0,5$. Оскільки $n = 2000$ достатньо велике (умова $npq = 2000 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 500 \geq 20$ виконується), то застосуємо локальну формулу Муавра – Лапласа. Спочатку обчислимо

$$x = \frac{980 - 2000 \cdot 0,5}{\sqrt{2000 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = -0,89,$$

потім за локальною формулою Муавра – Лапласа

$$P_{980,2000} = \frac{f(-0,89)}{\sqrt{2000 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = \frac{f(0,89)}{\sqrt{500}} \approx \frac{0,2685}{22,36} \approx 0,012$$

(значення функції $f(0,89)$ знайдено за таблицею із додатка Б).

б) Знайдемо найімовірніше число

$$2000 \cdot 0,5 - 0,5 \leq m_0 \leq 2000 \cdot 0,5 + 0,5 \text{ або } 999,5 \leq m_0 \leq 1000,5$$

і ціле число $m_0 = 1000$. Тепер маємо:

$$x = \frac{1000 - 2000 \cdot 0,5}{\sqrt{2000 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 0 \text{ та } P_{1000,2000} = \frac{f(0)}{\sqrt{500}} \approx \frac{0,3989}{22,36} \approx 0,018.$$

в) Необхідно знайти

$$P_{2000}(m \geq 980) = P_{2000}(980 \leq m \leq 2000).$$

Застосуємо інтегральну формулу Муавра – Лапласа, попередньо знайшовши за формулою аргументи

$$x_1 = \frac{980 - 2000 \cdot 0{,}5}{\sqrt{2000 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}} = -0{,}89\,; \quad x_2 = \frac{2000 - 2000 \cdot 0{,}5}{\sqrt{2000 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}} = 44{,}72\,.$$

Тепер

$$P_{2000}(980 \le m \le 2000) \approx \frac{1}{2}\left[\Phi(44{,}72) - \Phi(-0{,}89)\right] \approx \frac{1}{2}\left[\Phi(44{,}72) + \Phi(0{,}89)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}(1 + 0{,}6265) = 0{,}81325\,.$$

г) Помічаємо, що межі інтервалу 980 та 1020 симетричні відносно значення $np = 2000 \cdot 0{,}5 = 1000$ тоді:

$$P_{2000}(980 \le m \le 1020) = P_{2000}\left(|m - 100| \le 20\right) \approx \Phi\left(\frac{20}{\sqrt{500}}\right) = \Phi(0{,}89) = 0{,}2685\,.$$

Приклад 3.4 У страхової компанії 10000 клієнтів. Страховий внесок кожного клієнта становить 500 грн. При появі страхової події, ймовірність якої, за відомими даними експертів, дорівнює $p = 0{,}005$, страхова компанія зобов'язана сплатити клієнту страхову компенсацію 50000 грн. На який прибуток може розраховувати страхова компанія з надійністю 0,95?

Розв'язування

Розмір прибутку компанії становить різницю між загальним внеском усіх клієнтів та загальною страховою компенсацією, яку виплачують n_0 клієнтам при появі страхової події, тобто

$$\Pi = 500 \cdot 10000 - 50000 \cdot n_0 = 50000(100 - n_0) \text{ (грн)}.$$

Для визначення n_0 застосуємо інтегральну теорему Муавра – Лапласа (вимога $npq = 10000 \cdot 0{,}005 \cdot 0{,}995 = 49{,}75 \ge 20$ виконана).

За умовою задачі

$$P_{10000}(0 \le m \le n_0) \approx \frac{1}{2}\left[\Phi(x_2) - \Phi(x_1)\right] = 0{,}95\,, \tag{3.1}$$

де m – кількість клієнтів, яким буде виплачено страхову компенсацію;

$$x_1 = \frac{0 - np}{\sqrt{npq}} = -\sqrt{\frac{np}{q}} = -\sqrt{\frac{10000 \cdot 0{,}005}{0{,}995}} = -7{,}09\,; \quad x_2 = \frac{n_0 - np}{\sqrt{npq}}\,.$$

Звідки

$$n_0 = np + x_2 \cdot \sqrt{npq} = 10000 \cdot 0{,}005 + x_2 \cdot \sqrt{49{,}75} = 50 + x_2 \cdot \sqrt{49{,}75}\,.$$

Із співвідношення (3.1)

$$\Phi(x_2) = 1{,}9 + \Phi(x_1) = 1{,}9 + \Phi(-7{,}09) \approx 1{,}0 - 1 = 0{,}9\,.$$

За таблицею додатка В знаходимо, що $\Phi(x_2)=0{,}9$ при $x_2=1{,}645$. Таким чином, $n_0=50+1{,}645\cdot\sqrt{49{,}75}=61{,}6$ та

$$П=50000(100-n_0)=50000(100-61{,}6)=1920000 \text{ (грн)},$$

тобто з надійністю 0,95 очікуваний прибуток становить 1,92 млн грн.

Завдання для самостійної роботи

Завдання 3.1

1. Середня щільність хвороботворних мікробів в одному кубічному метрі повітря дорівнює 100. Береться на пробу 2 дм^3 повітря. Знайти ймовірність того, що в ньому буде виявлено хоча б один мікроб.

2. Зроблено п'ять незалежних пострілів. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі однакова і дорівнює p. Знайти ймовірність: а) одного, двох, трьох, чотирьох та п'яти влучень; б) ймовірність хоча б одного влучення; в) ймовірність не менше двох влучень; г) ймовірність не більше трьох влучень.

3. У родині семеро дітей. Будемо вважати, що ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що в родині: а) чотири хлопчики та три дівчинки; б) не більше як три хлопчики; в) принаймні, одна дівчинка.

4. Ймовірність малому підприємству бути банкротом за час t дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що серед шести малих підприємств за час t збережуться: а) два; б) більше двох підприємств.

5. За даними технологічного контролю в середньому 2% виготовлених на заводі годинників потребують додаткового регулювання. Знайти ймовірність того, що зі 100 годинників, виготовлених на заводі, додатково відрегулювати потрібно буде не більше, ніж три годинники.

6. В середньому п'ята частина авто, що надходять в продаж, некомплектні. Знайти ймовірність того, що серед десяти авто мають некомплектність: а) три авто; б) менше трьох.

7. Проводиться залп із шести гармат по деякому об'єкту. Ймовірність влучення в об'єкт з кожної гармати дорівнює 0,6. Знайти ймовірність ліквідації об'єкта, якщо для цього необхідно не менше п'яти влучень.

8. Ймовірність того, що будь-який абонент зателефонує на комутатор протягом години, дорівнює 0,02. Телефонна станція обслуговує 1000

абонентів. Яка ймовірність того, що протягом години зателефонують 8 абонентів?

9. Товариство складається з 700 осіб. Знайти ймовірність того, що в чотирьох з них день народження припадає на Різдво.

10. Яка ймовірність того, що в стовпчику з 300 навмання відібраних монет число монет, розташованих решкою догори, буде від 125 до 274?

11. Що ймовірніше виграти в рівносильного противника: а) чотири партії з п'яти чи п'ять із дев'яти; б) не менше чотирьох партій з п'яти чи не менше п'яти партій з дев'яти?

12. Деяке виробництво дає 3% браку. Яка ймовірність того, що з узятих на дослідження 3300 виробів бракованих буде не більше 51?

13. В середньому по 15% договорів страхова компанія сплачує страхову компенсацію. Знайти ймовірність того, що з десяти договорів буде пов'язано з виплатою страхової компенсації: а) чотири договори; б) менше трьох договорів.

14. Ймовірність проростання елітної моркви дорівнює 0,95. Знайти ймовірність того, що з 2000 посіяних насінин число пророслих буде між 1890 і 1930.

15. Прилад складається з дев'яти вузлів. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи протягом часу t) для кожного вузла дорівнює 0,8. Вузли виходять з ладу незалежно один від одного. Знайти ймовірність того, що за час t: а) відмовить принаймні два вузли; б) відмовлять рівно три вузли; в) відмовлять не менше, як три вузли.

16. Ймовірність проростання насіння певної рослини дорівнює 0,7. Висаджено 834 насінини. Знайти ймовірність того, що частота проростання рослини відхилиться за абсолютною величиною від ймовірності не більше, ніж на 0,03.

17. Скільки потрібно провести дослідів з підкидання монети, щоб з ймовірністю 0,83 можна було очікувати відхилення частоти випадання «герба» від теоретичної ймовірності 0,5 на абсолютну величину, меншу ніж 0,02.

18. Передбачається, що 10% нових малих підприємств припиняють свою діяльність протягом року. Яка ймовірність того, що із шести малих підприємств не більше двох протягом року припинять свою діяльність?

19. Два рівносильні супротивники грають в шахи. Що більш ймовірно: а) виграти дві партії з чотирьох чи три партії з шести; б) не менше двох партій з шести чи менше трьох партій з шести?

20. В банк доставлено 5000 пакетів грошових знаків. Ймовірність того, що пакет містить недостатню чи надлишкову кількість грошових знаків, дорівнює 0,0002. Знайти ймовірність того, що при перевірці буде виявлено: а) три помилково укомплектовані пакети; б) не більше трьох помилково укомплектованих пакетів.

21. Будівельна фірма, яка займається будівництвом дач, розкидає рекламні листки по поштових скриньках. Попередній досвід роботи компанії показує, що приблизно в одному випадку з двох тисяч надходить замовлення. Знайти ймовірність того, що при розміщенні 100 000 листків число замовлень буде: а) 55; б) знаходитись в межах від 55 до 65.

22. В університеті навчаються 1578 студентів. Ймовірність того, що день народження студента припаде на певний день року, дорівнює $\frac{1}{365}$. Знайти: а) найбільш імовірну кількість студентів, які народились 28 вересня, та ймовірність такої події; б) ймовірність того, що принаймні 5 студентів народились в один день.

23. Підручник видано тиражем 5000 примірників. Ймовірність того, що екземпляр підручника зброшурований неправильно, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що: а) тираж містить 5 бракованих книг; б) принаймні 2498 книг зброшуровані правильно.

24. Два баскетболісти роблять по 3 кидки м'ячем в корзину. Ймовірності влучення м'яча в корзину при кожному кидку дорівнюють відповідно 0,6 та 0,7. Знайти ймовірність того, що: а) в обох буде однакова кількість влучень; б) у першого баскетболіста буде більше влучень, ніж у другого.

25. Відомо, що в середньому 75% усіх телевізорів, що виготовляються заводом, є продукцією першого сорту. Чому дорівнює ймовірність того, що у виготовленій партії виявиться: а) 8 телевізорів першого сорту, якщо партія містить 12 телевізорів; б) 130 телевізорів першого сорту, якщо партія містить 250 телевізорів?

26. Аудиторну роботу з теорії ймовірностей з першого разу вдало виконують 45% студентів. Знайти ймовірність того, що із 500 студентів роботу вдало виконають: а) 200 студентів; б) не менше 200 студентів.

27. При обстеженні статутних фондів банків встановлено, що п'ята частина банків мають статутний фонд 100 млн грн. Знайти ймовірність того, що серед 2000 банків мають статутний фонд понад 100 млн грн: а) не менше 400; б) від 400 до 500 банків включно.

28. Скільки потрібно взяти деталей, щоб найімовірніша кількість придатних деталей дорівнювала 70, якщо ймовірність того, що взята навмання деталь буде бракованою, дорівнює 0,2?

29. Ймовірність того, що пасажир на встигне до відправки потягу, дорівнює 0,01. Знайти найбільш імовірну кількість пасажирів із 800, що спізняться на потяг, та ймовірність цієї кількості.

30. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює $p = 0{,}9$. Знайти: а) з ймовірністю 0,9545 межі (симетричні відносно p), в яких міститься частка стандартних деталей серед 900 перевірених; б) ймовірність того, що частка нестандартних деталей серед них міститься в межах від 0,08 до 0,11.

31. Ймовірність проростання насіння гороху дорівнює $p = 0{,}9$. Скільки насінин потрібно посіяти, щоб з ймовірністю 0,991 можна було очікувати, що частка пророслих насінин відхилиться від ймовірності $p = 0{,}9$ не більше, ніж на 0,03 за абсолютною величиною?

32. Ймовірність того, що дилер, який займається торгівлею цінними паперами, продасть їх, дорівнює 0,8. Скільки повинно бути цінних паперів, щоб з ймовірністю 0,996 можна було стверджувати, що частка проданих серед них відхилиться від 0,8 не більше, ніж на 0,04 за абсолютною величиною?

33. В страхової компанії є 20 000 клієнтів. Кожен з них, страхуючись від нещасного випадку, вносить 600 грн. Ймовірність нещасного випадку 0,0055, а страхова компенсація, яка сплачується постраждалому, становить 60 000 грн. Яка ймовірність того, що: а) страхова компанія буде мати збитки; б) на відшкодування страхових компенсацій піде більше половини усіх коштів, що надійшли від клієнтів.

34. Перший прилад складається із 10 вузлів, другий – з 8 вузлів. За час t кожен вузол першого приладу виходить з ладу, незалежно від інших, з ймовірністю 0,1; другого – з ймовірністю 0,2. Знайти ймовірність того, що за час t в першому приладі вийде з ладу хоча б один вузол, а в другому – принаймні два вузли.

35. Студент певного інституту за рівнем підготовки з ймовірністю 0,3 є «слабким», з ймовірністю 0,5 – «середнім», з ймовірністю 0,2 – «сильним».

Яка ймовірність того, що серед навмання вибраних шести студентів інституту: а) кількість «слабких», «середніх» та «сильних» виявиться однаковою; б) кількість «слабких» та «сильних» виявиться однаковою?

36. Два шахісти умовились зіграти десять результативних партій. Ймовірність виграшу кожної окремої партії першим гравцем дорівнює $\frac{2}{3}$, другим – $\frac{1}{3}$ (нічиї не враховуються). Чому дорівнює ймовірність виграшу всієї гри (потрібно виграти понад п'ять партій) першим гравцем, другим гравцем, загального нічийного результату?

37. Яке найменше число випробувань достатньо провести, щоб з ймовірністю, не меншою за 0,75, можна було очікувати, що успіх настане принаймні два рази, якщо ймовірність успіху в одному випробуванні дорівнює 0,07?

38. Кожні п'ять незалежних випробувань полягають в одночасному підкиданні трьох монет. Знайти ймовірність того, що принаймні під час одного випробування випадуть три орла.

39. Під час передавання повідомлення ймовірність спотворення одного знака дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що повідомлення з 20 знаків: а) не буде спотворене; б) містить рівно чотири спотворення; в) містить не більше чотирьох спотворень.

40. Серед насіння пшениці 0,7% бур'янів. Яка ймовірність під час випадкового відбору 1000 насінин виявити: а) рівно 5 насінин бур'янів; б) не менше п'яти насінин бур'янів; в) не більше п'яти насінин бур'янів?

41. На лекції присутні 150 студентів. Знайти ймовірність того, що один з присутніх народився 19 січня і два народились 28 вересня.

42. Імовірність того, що на сторінці книжки можуть виявитись помилки, дорівнює 0,002. Перевіряється книжка, яка містить 800 сторінок. Знайти ймовірність того, що з помилками виявляться: а) шість сторінок; б) від п'яти до десяти сторінок.

43. Дослід полягає в тому, що підкидають 4040 разів монету (дослід Бюффона), при цьому орел випав 2048 разів. Знайти ймовірність того, що в разі повторення досліду Бюффона частота появи орла відхилиться від 0,5 не більше, ніж у попередньому досліді Бюффона.

44. Знайти приблизно ймовірність того, що під час 400 випробувань успіх настане рівно 104 рази, якщо ймовірність в кожному випробуванні дорівнює 0,3.

45. Ймовірність того, що подія А відбудеться під час кожного з 1000 випробувань, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що: а) частота успіхів відхиляється від 0,6 менше, ніж на 0,03; б) кількість успіхів за тих самих умов знаходиться між 600 та 680.

46. В урні міститься порівну чорних та білих куль. В одному експерименті під час 20000 витягувань з поверненням було витягнуто 6022 білих та 5989 чорних куль. Яка ймовірність такого результату експерименту? Якщо повторити цей експеримент, то яка ймовірність того, що за модулем відхилення дістанемо білих куль більше за найімовірніше число?

47. У селищі 2500 жителів. Кожен із них приблизно вісім разів на місяць їздить до міста, підбираючи дні поїздки з випадкових причин незалежно від інших. Яка найменша кількість пасажирів повинна вміщуватись у потязі, щоб він переповнювався в середньому не частіше, ніж один раз за 90 днів (потяг ходить один раз на добу)?

48. Ймовірність появи події А в кожному незалежному експерименті дорівнює 0,8. Скільки потрібно здійснити експериментів, щоб з ймовірністю 0,9 можна було очікувати, що подія А відбудеться не менше, ніж 75 разів?

49. Під час передавання повідомлення ймовірність спотворення одного знака дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що повідомлення з 40 знаків: а) не буде спотворене; б) містить рівно чотири спотворення; в) містить не більше чотирьох спотворень.

50. Для одного баскетболіста ймовірність влучити м’ячем у корзину під час одного кидання дорівнює 0,3. Зроблено 20 кидків. Знайти найімовірніше число влучень і відповідну ймовірність.

51. * Яка ймовірність того, що при підкиданні 100 монет «орел» випаде 50 раз?

52. * Чеканник кладе m фальшивих монет у скриньку, яка містить n монет. Король, підозрюючи чеканника, дістає навмання по одній монеті з кожної із n скриньок та перевіряє їх. Яка ймовірність того, що у виборці із n монет рівно r виявляться фальшивими.

53. * Спори, що розносяться повітрям, продукують маленькі колонії плісняви на пластинках желатину у лабораторії. В середньому на пластинці є три колонії. Яка частина пластинок має рівно три колонії? Якщо середня кількість колоній дорівнює достатньо великому цілому числу m, то яка частина пластинок містить рівно m колоній?

54. * У хлібному магазині продаються кекси, в середньому 20 кексів за день. Яка ймовірність того, що в магазині буде продано парну кількість кексів? (Передбачається, що кількість покупок підпорядковується закону Пуассона.)

55. * За якої мінімальної кількості людей в компанії ймовірність того, що хоча б два з них народились в один і той же день, не менше 0,5?

56. * Ви маєте на меті знайти людину, день народження якої збігається з вашим. Скільки незнайомців вам доведеться опитати, щоб ймовірність зустріти таку людину була не меншою за 0,5?

57. * (Задача Банаха) Деякий математик, що курить, носить із собою дві коробки сірників. Щоразу, коли він хоче дістати сірник, вибирає навмання одну з коробок. Знайти ймовірність того, що коли математик витягне вперше порожню коробку, в іншій коробці виявиться m сірників ($m = 0, 1, 2, \ldots, n$; n – кількість сірників, що були спочатку в кожній з коробок).

ТЕМА 4 ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

4.1 Дискретні випадкові величини, їхній закон розподілу та числові характеристики. Функція розподілу випадкової величини

Приклад 4.1 В білеті з «Прикладної механіки» три задачі. Ймовірність правильного розв'язування першої задачі дорівнює 0,9, другої – 0,8, третьої – 0,7. Скласти закон розподілу кількості правильно розв'язаних задач в білеті та обчислити математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення цієї випадкової величини.

Розв'язування

Випадкова величина X – кількість правильно розв'язаних задач білета з трьох заданих задач. Зрозуміло, що можливими значеннями цієї величини є 0, 1, 2, 3. Знайдемо ймовірності цих значень. Розглянемо елементарні події та їхні ймовірності:

ω_i=«i-та задача білета розв'язана правильно»;

$\overline{\omega_i}$=«i-та задача білета розв'язана неправильно»; $i=1,2,3$; $p(\omega_1)=0{,}9$; $p(\omega_2)=0{,}8$; $p(\omega_3)=0{,}7$; $p(\overline{\omega_1})=0{,}1$; $p(\overline{\omega_2})=0{,}2$; $p(\overline{\omega_3})=0{,}3$. Тоді подія $X=0$ означає, що жодна задача білета не розв'язана правильно, тобто $(X=0)=\overline{\omega_1}\cdot\overline{\omega_2}\cdot\overline{\omega_3}$ і її ймовірність дорівнює

$$P(X=0)=p(\overline{\omega_1})\cdot p(\overline{\omega_2})\cdot p(\overline{\omega_3})=0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 0{,}3=0{,}006.$$

Випадкова величина набуде значення $X=1$, якщо буде правильно розв'язано лише одну задачу з трьох (першу, другу або третю), тобто

$$P(X=1)=p(\omega_1\cdot\overline{\omega_2}\cdot\overline{\omega_3})+p(\overline{\omega_1}\cdot\omega_2\cdot\overline{\omega_3})+p(\overline{\omega_1}\cdot\overline{\omega_2}\cdot\omega_3)=$$

$$=0{,}9\cdot 0{,}2\cdot 0{,}3+0{,}1\cdot 0{,}8\cdot 0{,}3+0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 0{,}7=0{,}054+0{,}024+0{,}014=0{,}092.$$

Міркуючи аналогічно, одержуємо:

$$P(X=2)=0{,}9\cdot 0{,}8\cdot 0{,}3+0{,}9\cdot 0{,}2\cdot 0{,}7+0{,}1\cdot 0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}216+0{,}126+0{,}056=0{,}398;$$

$$P(X=3)=0{,}9\cdot 0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}504.$$

Таким чином, ряд розподілу випадкової величини X такий:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,006	0,092	0,398	0,504

Обчислимо числові характеристики даної випадкової величини. Маємо:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot p_i=0\cdot 0{,}006+1\cdot 0{,}092+2\cdot 0{,}398+3\cdot 0{,}504=0{,}092+0{,}796+1{,}512=2{,}4;$$

$$M(X^2)=\sum_{i=1}^{4}x_i^2\cdot p_i=0^2\cdot 0{,}006+1^2\cdot 0{,}092+2^2\cdot 0{,}398+3^2\cdot 0{,}504=$$

$$=0{,}092+1{,}592+4{,}536=6{,}22;$$

$D(X)=6{,}22-2{,}4^2=0{,}46$; $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}46}\approx 0{,}678$.

Приклад 4.2 Ймовірність ураження вірусним захворюванням куща малини дорівнює 0,1. Скласти закон розподілу числа кущів малини інфікованих вірусом серед чотирьох висаджених кущів.

Розв'язування

Випадкова величина X – число уражених вірусом кущів з чотирьох висаджених. Зрозуміло, що можливими значеннями цієї величини є 0, 1, 2, 3 та 4. Знайдемо ймовірності цих значень. Нехай A=«Ураження куща вірусом». В нашому випадку потрібно знайти ймовірність того, що з чотирьох висаджених кущів уражено вірусом 0, 1, 2, 3 або 4. За формулою Бернуллі $n=4$; $p=0{,}1$; $q=0{,}9$; $m=\overline{0,4}$ ($P_{m,n}=C_n^m\cdot p^n\cdot q^{n-m}$) маємо:

$$P_{0,4}=C_4^0\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^4=\frac{4!}{0!\cdot 4!}\cdot 0{,}9^4=0{,}6561;$$

$$P_{1,4}=C_4^1\cdot 0{,}1^1\cdot 0{,}9^3=\frac{4!}{3!\cdot 1!}\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9^3=0{,}2916;$$

$$P_{2,4}=C_4^2\cdot 0{,}1^2\cdot 0{,}9^2=\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot 0{,}1^2\cdot 0{,}9^2=0{,}0486;$$

$$P_{3,4}=C_4^3\cdot 0{,}1^3\cdot 0{,}9=\frac{4!}{3!\cdot 1!}\cdot 0{,}1^3\cdot 0{,}9=0{,}0036;$$

$$P_{4,4}=C_4^4\cdot 0{,}1^4\cdot 0{,}9^0=0{,}0001.$$

Таким чином, ряд розподілу випадкової величини X такий:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,6561	0,2916	0,0486	0,0036	0,0001

Обчислимо числові характеристики даної випадкової величини. Маємо:

$$M(X)=0{,}2916+0{,}0972+0{,}0108+0{,}0004=0{,}012;$$

$$M(X^2)=0{,}2916+0{,}1944+0{,}0324+0{,}0016=0{,}52;$$

$$D(X)=0{,}52-0{,}000144\approx 0{,}52;\ \sigma(X)=\sqrt{0{,}52}\approx 0{,}72.$$

Приклад 4.3 Дано ряд розподілу випадкової величини X:

x_i	2	4
p_i	p_1	p_2

Знайти функцію розподілу даної випадкової величини, якщо її математичне сподівання дорівнює 3,4, а дисперсія дорівнює 0,84.

Розв'язування

Для знаходження функції розподілу потрібно знайти ймовірності можливих значень. Одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2p_1 + 4p_2 = 3{,}4, \\ 4p_1 + 16p_2 - (3{,}4)^2 = 0{,}84 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} p_1 + 2p_2 = 1{,}7, \\ p_1 + 4p_2 = 3{,}1. \end{cases}$$

Розв'язавши останню систему, знаходимо, що $p_1 = 0{,}3$; $p_2 = 0{,}7$ ($p_1 + p_2 = 1$). Таким чином ряд розподілу даної випадкової величини набуває вигляду:

x_i	2	4
p_i	0,3	0,7

Знайдемо функцію розподілу такої випадкової величини. Будемо задавати різноманітні значення x та знаходити для них $F(x) = P(X < x)$.

1. Якщо $x \le 2$, то зрозуміло, що $F(x) = P(X < x) = 0$.
2. Якщо $2 < x \le 4$, то $F(x) = P(X = 2) = 0{,}3$. Зрозуміло, що і $F(4) = P(X < 4) = 0{,}3$.
3. Якщо $x > 4$, то $F(x) = [P(X = 2) + P(X = 4)] = 0{,}3 + 0{,}7 = 1$.

Маємо: $$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 2, \\ 0{,}3, & \text{якщо} \quad 2 < x \le 4, \\ 1, & \text{якщо} \quad x > 4. \end{cases}$$

Графічно зобразимо функцію $F(x)$ (рис. 4.1).

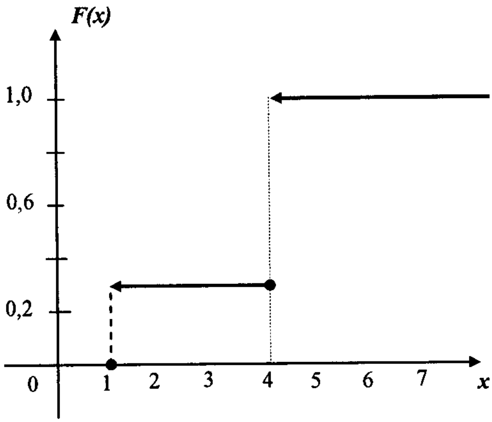


Рисунок 4.1 – Графік функції $F(x)$

Приклад 4.4 Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,8. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M[x]=3{,}4$ і дисперсія $D[x]=0{,}64$.

Розв'язування

Оскільки в ряді розподілу сума ймовірностей можливих значень дорівнює одиниці, то зрозуміло, що $P(X=x_2)=0{,}2$. Як і в попередньому прикладі одержуємо систему рівнянь (нелінійну):

$$\begin{cases} 0{,}8x_1+0{,}2x_2=3{,}4, \\ 0{,}8x_1^2+0{,}2x_2^2-3{,}4^2=0{,}64 \end{cases} \text{або} \begin{cases} x_1+0{,}25x_2=4{,}25, \\ x_1^2+0{,}25x_2^2=15{,}25. \end{cases}$$

Розв'яжемо одержану систему, виразивши з першого рівняння $x_1=4{,}25-0{,}25x_2$. Підставивши його в друге рівняння системи, одержуємо:

$$(4{,}25-0{,}25x_2)^2+0{,}25x_2^2=15{,}25,$$

або $0{,}3125x_2^2-2{,}125x_2+2{,}8125=0$.

Розв'язками даного квадратного рівняння є значення $x_2 = 5$ та $x_2 = 1{,}8$, яким відповідають значення $x_1 = 3$ та $x_1 = 3{,}8$. Оскільки за умовою задачі $x_1 < x_2$, то ряд розподілу заданої випадкової величини такий:

x_i	3	5
p_i	0,8	0,2

Приклад 4.5 Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	2	4	6	8
p_i	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

Знайти:

а) функцію розподілу F(x) і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X: $M(X)$, $D(X)$ та $\sigma(X)$.

Розв'язування

Будемо задавати різноманітні значення x та знаходити для них $F(x) = P(X < x)$.

1. Якщо $x \le 0$, то зрозуміло, що $F(x) = P(X < x) = 0$.

2. Якщо $0 < x \le 2$, то $F(x) = P(X = 0) = 0{,}2$. Зрозуміло, що і $F(2) = P(X < 2) = 0{,}2$.

3. Якщо $2 < x \le 4$, то $F(x) = P(X = 0) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3$.

4. Якщо $4 < x \le 6$, то $F(x) = [P(X = 0) + P(X = 2)] + P(X = 4) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$.

5. Якщо $6 < x \le 8$, то

$$F(x) = [P(X = 0) + P(X = 2) + P(X = 4)] + P(X = 6) = 0{,}7 + 0{,}2 = 0{,}9.$$

6. Якщо $x > 8$, то

$$F(x) = [P(X = 0) + P(X = 2) + P(X = 4) + P(X = 6)] + P(X = 8) = 0{,}9 + 0{,}1 = 1.$$

Графічно зобразимо функцію $F(x)$ (рис. 4.2). Маємо:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0, \\ 0{,}2, & \text{якщо} \quad 0 < x \le 2, \\ 0{,}3, & \text{якщо} \quad 2 < x \le 4, \\ 0{,}7, & \text{якщо} \quad 4 < x \le 6, \\ 0{,}9, & \text{якщо} \quad 6 < x \le 8, \\ 1, & \text{якщо} \quad x > 8. \end{cases}$$

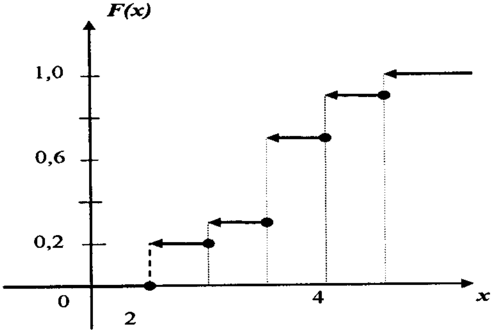


Рисунок 4.2 – Графічне зображення функції $F(x)$

Обчислимо числові характеристики даної випадкової величини.

$M(X)=0\cdot 0{,}2+2\cdot 0{,}1+4\cdot 0{,}4+6\cdot 0{,}2+8\cdot 0{,}1=3{,}8$.

$M(X^2)=0^2\cdot 0{,}2+2^2\cdot 0{,}1+4^2\cdot 0{,}4+6^2\cdot 0{,}2+8^2\cdot 0{,}1=20{,}4$.

$D(X)=20{,}4-3{,}8^2=5{,}96$, $\sigma(X)=\sqrt{5{,}96}\approx 2{,}44$.

4.2 Неперервні випадкові величини, їхні числові характеристики. Щільність ймовірності

Приклад 4.6 Задано функцію розподілу випадкової величини X:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0, \\ x^2/4, & \text{якщо} \quad 0 < x \le 2, \\ 1, & \text{якщо} \quad x > 2. \end{cases}$$

а) Знайти щільність ймовірності $f(x)$;

б) побудувати графіки функцій $f(x)$ та $F(x)$;

в) переконатися в тому, що X – неперервна випадкова величина; г) знайти ймовірності $P(X=1)$, $P(X<1)$, $P(1 \le X < 2)$ (дві останні ймовірності показати на графіках);

д) обчислити математичне сподівання, дисперсію, моду та медіану.

Розв'язування

а) $f(x)=F'(x)=\begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0 \text{ та } x>2, \\ \dfrac{x}{2}, & \text{якщо} \quad 0<x \le 2. \end{cases}$

б) Графіки функції щільності ймовірності $f(x)$ та інтегральної функції розподілу $F(x)$ зображено на рис. 4.3.

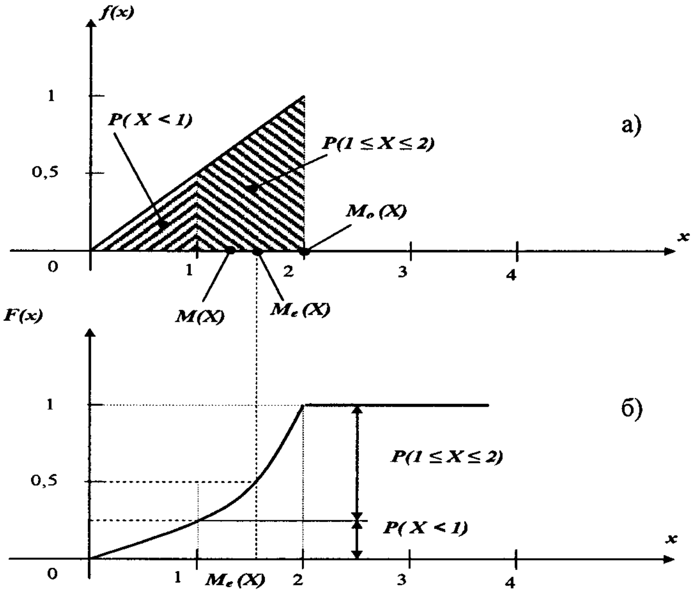


Рисунок 4.3 – Графіки функцій $f(x)$ та $F(x)$

в) Випадкова величина X – неперервна, оскільки неперервна її функція розподілу $F(x)$, а її похідна – щільність ймовірності $f(x)$ – неперервна в усіх точках, окрім однієї $x=2$.

г) $P(X=1)=0$ як ймовірність окремо взятого значення неперервної випадкової величини.

$P(X<1)$ можна знайти або за означенням функції розподілу, або через щільність ймовірності:

$P(X<1)=F(1)=\frac{1^2}{4}=\frac{1}{4}$ (ордината графіка $F(1)$ – див. рис. 4.3, б) або

$P(X<1)=\int\limits_{-\infty}^{1} f(x)dx=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\cdot dx+\int\limits_{0}^{1}\frac{x}{2}dx=0+\left.\frac{x^2}{4}\right|_0^1=\frac{1}{4}$ (площа під кривою розподілу $f(x)$ на відрізку [0, 1] – див. рис. 4.3, а).

$P(1\le X<2)$ можна знайти або як приріст функції розподілу, або через щільність ймовірності $f(x)$:

$$P(1\le X<2)=F(2)-F(1)=\frac{2^2}{4}-\frac{1^2}{4}=\frac{3}{4}$$

(приріст ординати графіка $F(x)$ на відрізку $[1,2]$ – див. рис. 4.3, б) або

$$P(1\le X<2)=\int\limits_{1}^{2}\frac{x}{2}dx=\left.\frac{x^2}{4}\right|_1^2=\frac{3}{4}$$

(площа під кривою розподілу $f(x)$ на відрізку $[1,2]$ – див. рис. 4.3, а).

д) Обчислимо числові характеристики

$$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int\limits_{0}^{2} x\cdot\frac{x}{2}dx+\int\limits_{2}^{+\infty} 0\,dx=\left.\frac{x^3}{6}\right|_0^2=\frac{1}{6}\cdot 2^3=\frac{4}{3}.$$

Якщо подати розподіл випадкової величини X у вигляді одиничної маси, розподіленої по трикутнику (див. рис. 4.3, а), то значення математичного сподівання $M(X)=\frac{4}{3}$ означає абсцису центра мас трикутника.

Дисперсію знайдемо за формулою $D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$. Маємо:

$$M(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx=\int_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int_{0}^{2} x^2\cdot\frac{x}{2}dx+\int_{2}^{+\infty} 0\,dx=\frac{x^4}{8}\Bigg|_0^2=\frac{1}{8}\cdot 2^4=2,$$

$$D(X)=2-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{2}{9}.$$

Щільність ймовірності найбільша при $x=2$ (див. рис. 4.3, а), отже $Mo(X)=2$.

Медіану $Me(X)=b$ знайдемо з умови $F(b)=\frac{1}{2}$, тобто $\frac{b^2}{4}=\frac{1}{2}$, звідки $Me(X)=b=\sqrt{2}$. Або через щільність ймовірності

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx=\frac{1}{2}, \text{ тобто } 0+\int_{0}^{b}\frac{x}{2}dx=\frac{x^2}{4}\Bigg|_0^b=\frac{b^2}{4}=\frac{1}{2},$$

звідки $Me(X)=b=\sqrt{2}$.

Приклад 4.7 Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ A\sin 2x, & 0<x\le\frac{\pi}{4}, \\ 0, & x>\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Знайти: а) коефіцієнт A, б) функцію розподілу $F(x)$, в) математичне сподівання та дисперсію випадкової величини, г) ймовірність $P(0<x<\frac{\pi}{12})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

Розв'язування

а) Коефіцієнт A знайдемо з умови $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$, маємо:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int\limits_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} A\sin 2x dx + \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{+\infty} 0\,dx = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} A\sin 2x dx = 1, \text{ звідки}$$

$$-\frac{A}{2}\cos 2x\Big|_{0}^{\frac{\pi}{4}} = 1,\ \frac{A}{2} = 1,\ A = 1.$$

б) Знайдемо $F(x)$.

Якщо $x \le 0$, то $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int\limits_{-\infty}^{x} 0 \cdot dx = 0$.

Якщо $0 < x \le \frac{\pi}{4}$ $F(x) = 0 + \int\limits_{0}^{x} 2\sin 2x dx = -\frac{2}{2}\cos 2x\Big|_{0}^{x} = 1 - \cos 2x$.

Якщо $x > \frac{\pi}{4}$, то $F(x) = 1$.

Таким чином, $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \le 0, \\ 1 - \cos 2x, & \text{якщо } 0 < x \le \frac{\pi}{4},. \\ 1, & \text{якщо } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

Зобразимо графіки щільності розподілу випадкової величини X (рис. 4.4, а) та функції розподілу ймовірностей (рис. 4.4, б).

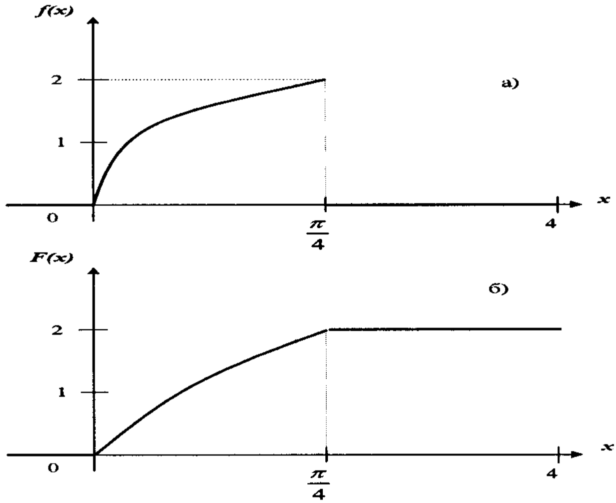


Рисунок 4.4 – Графіки щільності розподілу випадкової величини X та функції розподілу ймовірностей

в) Обчислимо математичне сподівання та дисперсію. Маємо:

$$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int\limits_{-\infty}^{0}0\,dx+\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}2x\cdot\sin 2xdx+\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{+\infty}0\,dx=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}2x\cdot\sin 2xdx=$$

$$=\left\{\begin{matrix}U=x & dU=dx\\ dV=2\sin 2xdx & V=-\cos 2x\end{matrix}\right\}=-x\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos 2xdx=\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2};$$

$$M(X^2)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}2x^2\cdot\sin 2xdx=\left\{\begin{matrix}U=x^2 & dU=2xdx\\ dV=2\sin 2xdx & V=-\cos 2x\end{matrix}\right\}=$$

$$=-x^2\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}2x\cos 2xdx=\left\{\begin{matrix}U=x & dU=dx\\ dV=2\cos 2xdx & V=\sin 2x\end{matrix}\right\}=$$

$$= x\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2};$$

$$D(X) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{\pi - 3}{4} \approx 0{,}035.$$

г) Знайдемо ймовірність $P(0<x<\frac{\pi}{12})$

$$P(0 \le X < \frac{\pi}{12}) = \int_0^{\frac{\pi}{12}} 2\sin 2x dx = -\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{12}} = -\cos\frac{\pi}{6} + 1 = 1 - 0{,}87 = 0{,}13.$$

Завдання для самостійної роботи

Завдання 4.1

1. Стрілок веде стрільбу по мішені з ймовірністю включення при кожному пострілі 0,3. За кожен влучний постріл він отримує 6 очок, у разі промаху очки не нараховуються. Скласти закон розподілу числа очок, одержаних стрілком за чотири постріли. Обчислити математичне сподівання цієї випадкової величини.

2. З метою реклами торгова фірма вкладає в кожну десяту одиницю товару грошовий приз розміром 500 грн. Скласти закон розподілу випадкової величини – розміру виграшу при чотирьох зроблених покупках. Знайти математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

3. Клієнти банку, не пов'язані між собою, не повертають кредити у вказаний термін з ймовірністю 0,4. Скласти закон розподілу числа повернених кредитів із 7 виданих. Знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення цієї випадкової величини.

4. Контрольна робота складається з чотирьох питань. На кожне з них наведено 3 відповіді, одна з яких правильна. Скласти закон розподілу числа правильних відповідей при простому вгадуванні. Знайти математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

5. Приватна фірма укладає договір на установлення та ремонт індивідуального опалення, причому ремонт здійснюється в 10% випадках. Скласти закон розподілу кількості таких договорів серед 4 вибраних

навмання. Обчислити математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

6. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,8 та зменшується з кожним пострілом на 0,2. Скласти закон розподілу кількості влучень в ціль, якщо зроблено три постріли. Знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення цієї випадкової величини.

7. Зроблено два постріли по мішені. Ймовірність влучного пострілу першого стрілка дорівнює 0,7, другого – 0,6. Скласти закон розподілу кількості влучних пострілів. Знайти математичне сподівання, дисперсію та функцію розподілу цієї випадкової величини і побудувати її графік. (Кожен стрілок робить по одному пострілу.)

8. Знайти закон розподілу трьох пакетів акцій, якщо ймовірність отримання прибутку по кожному з них дорівнює відповідно 0,2; 0,4; 0,7. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини, побудувати її функцію розподілу.

9. З шести троянд чотири помаранчеві. Скласти закон розподілу та знайти функцію розподілу випадкової величини, що виражає кількість помаранчевих троянд серед трьох, взятих одночасно.

10. З десяти моніторів на виставці 4 виявились фірми «Самсунг». Навмання для попереднього огляду обрано три монітори. Скласти закон розподілу числа моніторів фірми «Самсунг» серед трьох відібраних.

11. Серед 20 агрегатів 6 потребують додаткового змащення. Скласти закон розподілу кількості агрегатів, що потребують додаткового змащення серед п'яти навмання відібраних.

12. В магазині продаються 6 вітчизняних та 4 імпортних телевізори. Скласти закон розподілу кількості імпортних телевізорів з чотирьох обраних навмання. Знайти функцію розподілу цієї випадкової величини та побудувати її графік.

13. Ймовірність того, що потрібна студенту книга наявна, дорівнює 0,7. Скласти закон розподілу кількості бібліотек, котрі відвідає студент, якщо в місті чотири бібліотеки. Знайти математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

14. Викладач ставить студенту запитання до першої помилки. Як тільки кількість правильних відповідей досягне чотирьох або студент відповість

неправильно, викладач припиняє ставити запитання. Ймовірність правильної відповіді на одне запитання становить $\frac{2}{3}$. Скласти закон розподілу кількості запитань, поставлених студенту.

15. Торговий агент має 7 телефонних номерів потенційних клієнтів та телефонує їм до тих пір, доки не отримає замовлення. Ймовірність того, що потенційний покупець зробить замовлення, дорівнює 0,2. Скласти закон розподілу кількості телефонних розмов, які здійснить агент. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини.

16. Студент має скласти три іспити протягом сесії. Ймовірність того, що він складе перший іспит, становить 0,9; другий – 0,7; третій – 0,4. Наступний іспит студент складає у випадку вдалого попереднього іспиту. Скласти закон розподілу кількості іспитів, які склав студент. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини.

17. З метою реклами торгова фірма вкладає в кожну двадцяту одиницю товару грошовий приз розміром 700 грн. Скласти закон розподілу випадкової величини – розміру виграшу при чотирьох зроблених покупках. Знайти математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

18. Знайти закон розподілу чотирьох пакетів акцій, якщо ймовірність отримання прибутку по кожному з них дорівнює відповідно 0,1; 0,3; 0,4; 0,6. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини, побудувати її функцію розподілу.

19. З шести кущів троянд чотири вражені вірусом. Скласти закон розподілу та знайти функцію розподілу випадкової величини, що виражає кількість вражених вірусом кущів троянд серед трьох, взятих одночасно.

20. З 15 телевізорів на виставці 5 виявились фірми «Соні». Навмання для попереднього огляду обрано чотири телевізори. Скласти закон розподілу кількості телевізорів фірми «Соні» серед чотирьох відібраних.

21. Серед 15 агрегатів 4 потребують додаткового змащення. Скласти закон розподілу кількості агрегатів, що потребують додаткового змащення, серед п'яти навмання відібраних.

22. В автосалоні продають 6 вітчизняних та 4 імпортних авто. Скласти закон розподілу кількості вітчизняних авто з чотирьох обраних навмання. Знайти функцію розподілу цієї випадкової величини та побудувати її графік.

23. Ймовірність того, що потрібна студенту книга наявна дорівнює 0,3. Скласти закон розподілу числа бібліотек, котрі відвідає студент, якщо в місті шість бібліотек. Знайти математичне сподівання та дисперсію цієї випадкової величини.

24. Викладач ставить студенту запитання до першої правильної відповіді. Як тільки кількість неправильних відповідей досягне трьох або студент відповість правильно, викладач припиняє ставити запитання. Ймовірність правильної відповіді на одне запитання становить $\frac{1}{6}$. Скласти закон розподілу кількості запитань, поставлених студенту.

25. Мисливець відправився на полювання з 4 патронами. Стріляє, доки не закінчаться патрони або доки не підстрелить дичину. При першому пострілі ймовірність влучення становить 0,6, з кожним наступним – ймовірність зменшується на 0,1. Скласти закон розподілу кількості витрачених патронів. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини.

26. В майстерню здано 10 годинників, 7 із них потребують загального чищення механізму. Годинники не сортовані за видом ремонту. Майстер по черзі оглядає годинники. Якщо він знаходить годинника, що потребує загального чищення, то огляд припиняється. Скласти закон розподілу кількості оглянутих годинників. Знайти математичне сподівання та дисперсію даної випадкової величини.

27. Є 4 ключ, з яких тільки один підходить до замка. Скласти закон розподілу кількості спроб відмикання, якщо використаний ключ відкладається. Знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення даної випадкової величини.

28. Абонент забув останню цифру потрібного йому номера, однак пам'ятає, що вона парна. Скласти закон розподілу числа «спроб», якщо останню цифру він набирає навмання, а набрану цифру в подальшому не використовує. Знайти математичне сподівання та функцію розподілу даної випадкової величини.

29. Дана функція розподілу випадкової величини X:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{якщо } x\le 1,\\ 0{,}3, & \text{якщо } 1<x\le 2,\\ 0{,}7, & \text{якщо } 2<x\le 3,\\ 1, & \text{якщо } x>3.\end{cases}$$

Знайти ряд розподілу даної випадкової величини, математичне сподівання та дисперсію. Побудувати полігон розподілу та функцію розподілу цієї випадкової величини.

30. Зроблено два високоризиковані вклади: 20000 грн в компанію A та 25000 грн. – в компанію B. Перша компанія обіцяє 35% річних і може «луснути» з ймовірністю 0,4. Друга компанія обіцяє 40% річних, але може «луснути» з ймовірністю 0,35. Скласти закон розподілу загальної суми прибутку (збитку), отриманого від двох компаній за рік та знайти її математичне сподівання.

31. * Дано закони розподілу двох незалежних випадкових величин

X:

x_i	0	1	3
p_i	0,2	0,5	?

Y:

y_i	2	3
p_i	0,4	?

Знайти ймовірності, з якими випадкові величини набувають значення 3, скласти закон розподілу випадкової величини $3X-2Y$ та перевірити виконання властивостей математичного сподівання та дисперсій: $M(3X-2Y)=3M(X)-2M(Y)$, $D(3X-2Y)=9D(X)+4D(Y)$.

32. * Вивести формулу математичного сподівання частки двох випадкових величин.

33. * Довести, що якщо X та Y – незалежні випадкові величини, то $D(X\cdot Y)\ge D(X)\cdot D(Y)$.

34. * Нехай випадкова величина X набуває скінченної кількості невід'ємних значень $x_1, x_2, \dots, x_n$. Довести, що $\lim\limits_{k\to\infty}\dfrac{M(X^{k+1})}{M(X^k)}=\max\limits_{1\le i\le n} x_i$ та $\lim\limits_{k\to\infty}\sqrt[k]{M(X^k)}=\max\limits_{1\le i\le n} x_i$.

35. * Нехай X, Y та Z – випадкові величини: X – виручка фірми, Y – її витрати, $Z=X-Y$ – прибуток. Знайти розподіл прибутку, якщо витрати та виручка незалежні та задані розподілами:

X:

x_i	3	4	5
p_i	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Y:

y_i	1	2
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Завдання 4.2

1. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	2	4	6	8
p_i	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

2. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Ймовірність того, що випадкова величина X набуде значення x_1, дорівнює 0,5. Знайти закон розподілу x, якщо математичне сподівання $M(X)$=3,5 і середнє квадратичне відхилення $\sigma = 0{,}5$.

3. Дискретна випадкова величина задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	2	3	6	7
p_i	0,1	0,3	0,2	0,1	0,3

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

4. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,8. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)$=3,4 і дисперсія $D(X)$=0,64.

5. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-1	1	3	5	7
p_i	0,15	0,3	0,1	0,25	0,2

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

6. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Ймовірність того, що випадкова величина X набуде

значення x_1, дорівнює 0,8. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)$=2,2 і середнє квадратичне відхилення $\sigma = 0,4$.

7. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-1	0	3	5
p_i	0,2	0,3	0,1	0,4

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

8. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Ймовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,4. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)$=0,2 і дисперсія $D(X)$=0,96.

9. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	2	4	6	8
p_i	0,25	0,15	0,3	0,2	0,1

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

10. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Ймовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,1. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)$=1,9 і середнє квадратичне відхилення σ=0,3.

11. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-2	-1	0	1	2
p_i	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

12. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює

0,6. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)=1,4$ і $D(X)=0,24$.

13. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-1	0	1	2	4
p_i	0,1	0,3	0,2	0,25	0,15

Знайти:

а)функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б)числові характеристики випадкової величини X.

14. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,1. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)=5,8$ і середнє квадратичне відхилення $\sigma=0,6$.

15. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	1	2	4	5
p_i	0,35	0,1	0,3	0,25

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

16. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що випадкова величина X набуде значення x_1, дорівнює 0,9. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)=3,1$ і дисперсія $D(X)=0,09$.

17. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-2	0	2	4	6
p_i	0,2	0,15	0,3	0,1	0,25

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

18. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що випадкова величина X набуде значення x_1, дорівнює 0,9. Знайти закон розподілу випадкової величини X,

якщо математичне сподівання $M(X)$=3,1 і середнє квадратичне відхилення σ=0,3.

19. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-3	-1	0	2	3
p_i	0,08	0,22	0,1	0,4	0,2

Знайти:
а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;
б) числові характеристики випадкової величини X.

20. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X прийме значення x_1, дорівнює 0,8. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)$=3,2 і середнє квадратичне відхилення σ=0,4.

21. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	3	4	7
p_i	0,2	0,15	0,3	0,35

Знайти:
а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;
б) числові характеристики випадкової величини X.

22. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,7. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)$=3,3 і дисперсія $D(X)$=0,21.

23. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-2	-1	1	3	4
p_i	0,25	0,2	0,3	0,2	0,05

Знайти:
а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;
б) числові характеристики випадкової величини X.

24. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює

0,2. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)=3,8$ і середнє квадратичне відхилення $\sigma=0,4$.

25. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	-4	2	6	8	10
p_i	0,2	0,35	0,1	0,3	0,05

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

26. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,9. Знайти закон розподілу X, якщо математичне сподівання $M(X)=4,1$ і середнє квадратичне відхилення $\sigma=0,3$.

27. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	1	3	5	6
p_i	0,15	0,1	0,3	0,2	0,25

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

28. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що X набуде значення x_1, дорівнює 0,4. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)=2,6$ і дисперсія $D(X)=0,24$.

29. Дискретна випадкова величина X задана рядом розподілу:

$x=x_i$	0	1	3	4	6
p_i	0,1	0,25	0,2	0,3	0,15

Знайти:

а) функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік;

б) числові характеристики випадкової величини X.

30. Дискретна випадкова величина X може набувати тільки двох значень: x_1 і x_2, причому $x_1<x_2$. Імовірність того, що випадкова величина X набуде значення x_1, дорівнює 0,3. Знайти закон розподілу випадкової величини X, якщо математичне сподівання $M(X)$=3,1 і дисперсія $D(X)$=0,89.

Завдання 4.3

1. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ A\cos\frac{x}{2}, & 0\le x\le\pi\\ 0, & x>\pi\end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{2})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

2. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<\frac{3}{2}\\ 2x-A, & \frac{3}{2}\le x\le\frac{5}{2}\\ 0, & x>\frac{5}{2}\end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(1<x<2)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

3. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<6\\ \frac{x}{2}-A, & 6\le x\le 8\\ 0, & x>8\end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(5<x<7)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

4. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ Ax^3, & 0\le x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$. Знайти: коефіцієнт a, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

5. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<10\\ Ax-5, & 10\le x\le 12\\ 0, & x>12\end{cases}$. Знайти A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(10<x<11)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

6. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ Ax^2, & 0\le x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

7. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<2\\ A(x-2)^2, & при \quad 2\le x\le 3\\ 0, & при \quad x>3\end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$ і побудувати її графік, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, імовірність $P(1<x<2{,}5)$.

8. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<1\\ A(x-1), & при \quad 1\le x\le 2\\ 0, & при \quad x>2\end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(0<x<1{,}5)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

9. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0\\ A\sin\frac{x}{2}, & при \quad 0\le x\le 2\pi\\ 0, & при \quad x>2\pi\end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, імовірність $P(\frac{\pi}{3}<x<\pi)$; побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

10. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<1 \\ A(x-1)^2, & при \quad 1\le x\le 2 \\ 0, & при \quad x>2 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(2<x<2{,}5)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

11. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<2 \\ A(3-x)^2, & 2\le x\le 3 \\ 0, & x>3 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2})$.

12. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<3 \\ A(4-x)^2, & 3\le x\le 4 \\ 0, & x>4 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, імовірність $P(-1<x<2)$.

13. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<2 \\ A(x-2), & при \quad 2\le x\le 3 \\ 0, & при \quad x>3 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(2{,}3<x<2{,}7)$.

14. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} A\cos^3 x, & при \quad |x|\le\frac{\pi}{2} \\ 0, & при \quad |x|>\frac{\pi}{2} \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2})$.

15. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x \le 0 \\ A \cdot e^{-\frac{x}{2}}, & при \quad x > 0 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(1<x<3)$.

16. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x \le 0 \\ a\cos x, & при \quad 0 < x \le \frac{\pi}{2} \\ 0, & при \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт a, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(0<x<\frac{1}{3})$.

17. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x < 0 \\ Ax + \frac{1}{2}, & при \quad 0 \le x \le 1 \\ 0, & при \quad x > 1 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(0<x<\frac{1}{2})$.

18. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x < 0 \\ a(2-x)^2, & при \quad 1 \le x \le 2 \\ 0, & при \quad x > 2 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт a, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, ймовірність $P(1<x<1{,}5)$.

19. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ A \cdot e^{-2x}, & x > 0 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(\frac{1}{2}<x<1)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

20. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, при & x<0 \\ ax\ , при & 0 \le x \le 1 \\ 0, при & x>1 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт a, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(0<x<\frac{1}{4})$.

21. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ A\cos\frac{x}{3}, & 0 \le x \le \pi \\ 0, & x>\pi \end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

22. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<1 \\ x-A, & 1 \le x \le 3 \\ 0, & x>3 \end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(1<x<2)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

23. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<1 \\ \frac{x}{3}-A, & 1 \le x \le 4 \\ 0, & x>4 \end{cases}$. Знайти: A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(2<x<4)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

24. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ Ax^4, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & x>1 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт a, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(\frac{1}{4}<x<1)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

25. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<1 \\ Ax+2, & 1\le x\le 2 \\ 0, & x>2 \end{cases}$. Знайти A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(0<x<1)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

26. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ Ax, & 0\le x\le 3 \\ 0, & x>3 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, $M(X)$, $D(X)$, $P(\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4})$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

27. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<8 \\ Ax-3, & при \quad 8\le x\le 10 \\ 0, & при \quad x>10 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$ і побудувати її графік, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, імовірність $P(1<x<2)$.

28. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<1 \\ A(x-1)^2+2, & при \quad 1\le x\le 2 \\ 0, & при \quad x>2 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(0<x<1,5)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

29. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<0 \\ A\sin\frac{x}{3}, & при \quad 0\le x\le 2\pi \\ 0, & при \quad x>2\pi \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, імовірність $P(\frac{\pi}{3}<x<\pi)$; побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

30. Щільність розподілу випадкової величини X задана виразом: $f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x<1 \\ A(x-3)^2, & при \quad 1\le x\le 2 \\ 0, & при \quad x>2 \end{cases}$. Знайти: коефіцієнт A, $F(x)$, математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, $P(2<x<2{,}5)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

31. * Випадкова величина X при $x\ge 0$ задана щільністю ймовірності $f(x)=\frac{n}{x_0}\cdot x^{n-1}\cdot e^{-\frac{x^n}{x_0}}$ (розподіл Вейбулла). Знайти моду X.

32. * Випадкова величина X в інтервалі (0, 1) задана щільністю $f(x)=2x$; поза цим інтервалом $f(x)=0$. Знайти початкові і центральні моменти 1, 2, 3 та 4 порядків.

33. * Випадкова величина X в інтервалі (-1, 1) задана щільністю розподілу $f(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}$; поза цим інтервалом $f(x)=0$. Знайти моду та медіану X.

34. * Щільність розподілу неперервної випадкової величини X в інтервалі $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ дорівнює $f(x)=\frac{2}{\pi}\cos^2 x$; поза цим інтервалом $f(x)=0$. Знайти ймовірність того, що в трьох незалежних випробуваннях X двічі набуде значення, яке належить інтервалу $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

35. * Випадкова величина X в інтервалі (-3, 3) задана щільністю розподілу $f(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}$; поза цим інтервалом $f(x)=0$. Знайти моду, медіану та дисперсію X. Що ймовірніше: в результаті випробування виявиться $X<1$ чи $X>1$.

36. * Нижче подано функції, які залежать від певних параметрів:

а) $f(x)=\begin{cases} cx^{\alpha}e^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$; б) $f(x)=ce^{\alpha(x-b)^2}$; в) $f(x)=\frac{d}{a+bx+cx^2}$.

Визначити значення параметрів, для яких ці функції будуть щільністю розподілу.

ТЕМА 5 ОСНОВНІ ЗАКОНИ РОЗПОДІЛУ

5.1 Приклади розв'язування задач

Приклад 5.1 Ціна поділки шкали вимірювального пристрою 0,2. Покази пристрою округлюються до найближчого цілого числа.

Знайти ймовірність того, що при вимірюванні буде зроблена похибка: а) менша 0,04; б) більша 0,05.

Розв'язування

Нехай A – описана подія. Похибку округлення відліку можна розглядати як випадкову величину X, яка розподілена рівномірно в інтервалі між двома сусідніми цілими поділками. Щільність рівномірного розподілу $f(x)=\dfrac{1}{b-a}=\dfrac{1}{0{,}2}=5$. При відліку буде зроблена похибка:

а) менша 0,04, якщо покази приладу округлені до попередньої з двох сусідніх поділок, тобто до 0, так, що випадкова величина $X\in(0;\quad 0{,}04)$ – подія A_1 або покази округлені до наступної поділки, тобто до 0,2, так, що $X\in(0{,}16;\quad 0{,}2)$ – подія A_2. Таким чином, $P(A)=P(A_1)+P(A_2)$ як сума ймовірностей несумісних подій.

Оскільки $P(a<X<b)=\int\limits_a^b f(x)dx$, то

$$P(A)=P(0<X<0{,}04)+P(0{,}16<X<0{,}2)=$$

$$=5\int\limits_0^{0{,}04}dx+5\int\limits_{0{,}16}^{0{,}2}dx=5x\Big|_0^{0{,}04}+5x\Big|_{0{,}16}^{0{,}2}=10\cdot 0{,}04=0{,}4.$$

б) Похибка відліку перевищить 0,05, якщо вона буде знаходитись в інтервалі $(0{,}05;\quad 0{,}15)$. Ймовірність такої події дорівнює

$$P(0{,}05<X<0{,}15)=5\int\limits_{0{,}05}^{0{,}15}dx=5x\Big|_{0{,}05}^{0{,}15}=5\cdot 0{,}1=0{,}5.$$

Приклад 5.2 Годинникова стрілка електричного годинника рухається стрибками в кінці кожної хвилини. Знайти ймовірність того, що в даний момент часу годинник покаже час, який відрізняється від істинного не більше, ніж на 20 с.

Розв'язування

Істинний час є випадковою величиною X, яка рівномірно розподілена в інтервалі між двома сусідніми хвилинними поділками. Щільність рівномірного розподілу $f(x)=\dfrac{1}{60}$. Тоді

$$P(A)=P(0<X<20)+P(40<X<60)=$$

$$=\frac{1}{60}\int_0^{20}dx+\frac{1}{60}\int_{40}^{60}dx=\frac{1}{60}x\Big|_0^{20}+\frac{1}{60}x\Big|_{40}^{60}=\frac{2}{3}.$$

Приклад 5.3 Встановлено, що час ремонту телевізорів є випадкова величина X, розподілена за показниковим законом. Визначити ймовірність того, що на ремонт телевізора знадобиться не менше 20 днів, якщо середній час ремонту телевізора становить 15 днів. Знайти щільність ймовірності, функцію розподілу та середнє квадратичне відхилення випадкової величини.

Розв'язування

За умовою математичне сподівання $M(X)=\frac{1}{\lambda}=15$, звідки $\lambda=\frac{1}{15}$ і щільність ймовірності та функція розподілу такі:

$$f(x)=\frac{1}{15}e^{-\frac{1}{15}x};\quad F(x)=1-e^{-\frac{1}{15}x}\quad (x\geq 0).$$

Шукану ймовірність $P(x\geq 20)$ знайдемо, використовуючи функцію розподілу

$$P(x\geq 20)=1-P(X<20)=1-F(20)=1-\left(1-e^{-\frac{20}{15}}\right)=\mathrm{e}^{-\frac{20}{15}}=0{,}264.$$

Зрозуміло, що $\sigma_x=M(X)=15$ днів.

Приклад 5.4 Час T безвідмовної роботи двигуна автомобіля розподілений за показниковим законом. Відомо, що середній час безвідмовної роботи двигуна між технічним обслуговуванням дорівнює 100 годин.

Визначити ймовірність безвідмовної роботи двигуна за 80 годин.

Розв'язування

Нехай випадкова величина X – час безвідмовної роботи. Середній час безвідмовної роботи дорівнює його математичному сподіванню: $M(X)=100$. Оскільки $M(X)=\frac{1}{\lambda}$, то $\lambda=\frac{1}{M(X)}=0{,}01$. Отже,

$$P(0\leq X\leq 80)=e^{-0\cdot 0{,}01}-e^{-80\cdot 0{,}01}=1-e^{-0{,}8}=1-0{,}4493=0{,}5507.$$

Приклад 5.5 Випадкові похибки вимірювання мають нормальний закон розподілу ймовірностей із середнім квадратичним відхиленням σ = 20 мм і з математичним сподіванням a = 0. Знайти ймовірність того, що із трьох незалежних вимірювань похибка хоч би одного не перевищуватиме за абсолютною величиною 4 мм.

Розв'язування

Ймовірність того, що похибка одного вимірювання не перевищить 4 мм обчислюється за формулою $P(|X-a|\le\Delta)=\Phi\left(\dfrac{\Delta}{\sigma}\right)$. Отже маємо

$$P(|X|\le 4)=\Phi\left(\frac{4}{20}\right)=\Phi(0{,}2)=0{,}1585.$$

Тоді ймовірність того, що похибка вимірювання перевищує 4 мм, становить $1-0{,}1585=0{,}8415$. Таким чином, ймовірність того, що із трьох вимірювань похибка хоча б одного не перевищуватиме 4 мм, дорівнює

$P=0{,}1585\cdot 0{,}8415^2+0{,}1585^2\cdot 0{,}8415+0{,}1585^3\approx 0{,}1122+0{,}0211+0{,}0039\approx 0{,}1372$.

Приклад 5.6 Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=10. Імовірність потрапляння X в інтервал (10; 20) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (0;10)

Розв'язування

$$P(10\le X\le 20)=\frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{20-10}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{10-10}{\sigma}\right)\right]=\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right)=0{,}3.$$

З іншого боку

$P(0\le X\le 10)=\dfrac{1}{2}\left[\Phi\left(\dfrac{10-10}{\sigma}\right)-\Phi\left(\dfrac{0-10}{\sigma}\right)\right]=\dfrac{1}{2}\Phi\left(\dfrac{10}{\sigma}\right)=0{,}3$ (в силу непарності функції Лапласа).

Завдання для самостійної роботи

Завдання 5.1

1. Випадкові похибки вимірювання мають нормальний закон розподілу ймовірностей із середнім квадратичним відхиленням $\sigma=20$ мм і з математичним сподіванням $a=0$. Знайти ймовірність того, що із трьох незалежних вимірювань похибка хоч би одного не перевищуватиме за абсолютною величиною 4 мм.

2. Випадкова величина X має рівномірний розподіл із $M(X)$=2 і $D(X)=\dfrac{1}{3}$. Знайти щільність імовірності випадкової величини X, функцію розподілу F(x) і P(1<x<1,5).

3. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=10. Імовірність потрапляння X в інтервал (10; 20) дорівнює 0,2. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (20; 30).

4. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з математичним сподіванням $M(X)=2$ і дисперсією $D(X)=3$. Знайти щільність імовірності випадкової величини X, інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і ймовірність $P(1<x<3)$.

5. Зважується деяка речовина без систематичних похибок. Випадкові похибки зважування мають нормальний закон із середнім квадратичним відхиленням $\sigma=20$ г. Знайти ймовірність того, що зважування буде здійснене з похибкою, яка не перевищує за абсолютною величиною 10 г.

6. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з $M(X)=5$ і $D(X)=3$. Знайти щільність ймовірності випадкової величини X, інтегральну функцією розподілу $F(x)$ та ймовірність $P(3<x<5)$.

7. Автомат штампує деталі. Контролюється довжина деталі X, яка розподілена нормально з математичним сподіванням 50 мм. Фактична довжина виготовлених деталей не менша 32 мм і не більша 68 мм. Знайти ймовірність того, що довжина навмання взятої деталі більша 55 мм.

8. Ціна поділки шкали амперметра дорівнює 0,1 А. Покази округлюються до найближчої цілої поділки. Знайти ймовірність того, що при відліку буде допущена похибка, яка перевищує 0,02 А. Знайти: $f(x)$, $F(x)$ і побудувати їх графіки $M(X)$, $D(X)$.

9. Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормальної розподіленої випадкової величини X відповідно дорівнюють 20 і 5. Знайти ймовірність того, що в результаті випробування випадкова величина X набуде значення, що належить інтервалу (15;25).

10. Ціна поділки шкали вимірювального приладу дорівнює 0,1. Покази приладу округлюють до найближчої цілої поділки. Знайти ймовірність того, що при відліку буде допущена похибка, більша від 0,02.

11. Знайти ймовірність того, що випадкова величина X, яка має нормальний закон розподілу, при трьох випробуваннях хоч би один раз виявиться в інтервалі (1; 2), якщо математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення її відповідно дорівнюють 1,5 і 1,2.

12. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з математичним сподіванням $M(X)=4$ і $D(X)$ дисперсією, що дорівнює 3. Знайти щільність ймовірності випадкової величини X, інтегральну функцію $F(x)$ і $P(3<x<5)$.

13. Автомат штампує кульки. Кулька вважається придатною, якщо відхилення X діаметра кульки від проектного розміру за абсолютною величиною менше від 0,7 мм. Вважаємо, що випадкова величина X розподілена нормально з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0{,}4$ мм. Знайти, скільки буде придатних кульок серед 100 виготовлених.

14. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з математичним сподіванням $M(X)=3$ і дисперсією $D(X)=\frac{4}{3}$. Знайти щільність імовірності випадкової величини X, інтегральну функцію $F(x)$ і $P(2<x<3)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

15. Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини X відповідно дорівнюють 10 і 2. Знайти ймовірність того, що в результаті випробування випадкова величина X набуде значення, що належить інтервалу (12;14).

16. Хвилинна стрілка електричного годинника переміщується стрибком в кінці кожної хвилини. Знайти ймовірність того, що в дану мить годинник покаже час, який відрізняється від справжнього не більше, ніж на 15 с.

17. Здійснюється два незалежних вимірювання вимірювальним приладом, що має систематичну похибку +5 і середнє квадратичне відхилення 6 м. Яка ймовірність того, що вимірювані значення будуть відхилятися від справжнього не більше, ніж на 1,5 м?

18. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з математичним сподіванням $M(X)=2$ і дисперсією $D(X)=\frac{1}{3}$. Знайти щільність імовірності випадкової величини X, інтегральну функцію $F(x)$ і ймовірність $P(1<x<1{,}5)$.

19. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=2,2. Імовірність потрапляння випадкової величини X в інтервал (0; 2,2) дорівнює 0,17. Знайти ймовірність потрапляння X в інтервал (5; 6).

20. Ціна поділки шкали вимірювального приладу дорівнює 0,2. Покази приладу округлюють до найближчої цілої поділки. Знайти ймовірність того, що під час відліку буде допущено похибку, меншу від 0,04.

21. Випадкова величина X має нормальний закон розподілу з математичним сподіванням $a = 2{,}2$ і середнім квадратичним відхиленням 0,5. Яка

ймовірність того, що при першому випробуванні випадкова величина потрапить в інтервал (3; 4), а при другому випробуванні – в інтервал (1; 2)?

22. Хвилинна стрілка електричного годинника рухається стрибком в кінці кожної хвилини. Знайти ймовірність того, що в дану мить годинник покаже час, який відрізняється від справжнього не більше, ніж на 8 с.

23. Деталі, які випускає цех, за розмірами мають нормальний закон розподілу N(5; 0,9). Знайти, в яких межах буде розмір діаметра деталі, щоб імовірність невиходу за ці межі дорівнювала 0,95.

24. Автобуси деякого маршруту йдуть точно за розкладом. Інтервал руху – 6 хв. Знайти ймовірність того, що пасажир, який підійшов до зупинки, буде чекати черговий автобус менше 4-х хвилин.

25. Деталі, які випускає цех, за розмірами мають нормальний закон розподілу з математичним сподіванням $M(X)=5$ і середнім квадратичним відхиленням $\sigma=0{,}9$. Знайти ймовірність того, що розмір діаметра навмання взятої деталі відрізняється від математичного сподівання не більше, ніж на 2 см.

26. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з $M(X)=2$ і $D(X)=\frac{1}{3}$. Знайти щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X, функцію розподілу $F(x)$ і ймовірність $P(1<x<1{,}5)$.

27. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням $a=6$. Імовірність потрапляння X в інтервал (1,8; 6) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння випадкової величини X в інтервал (6,5; 9).

28. Ціна поділки шкали амперметра дорівнює 0,1 А. Покази округлюють до найближчої цілої поділки. Знайти ймовірність того, що під час відліку буде допущена похибка, яка перевищує 0,02. Знайти: $f(x)$ і $F(x)$ та побудувати їх графіки, математичне сподівання та дисперсію.

29. Математичне співвідношення нормально розподіленої випадкової величини X дорівнює $a=3$ і середнє квадратичне відхилення $\sigma=2$. Знайти щільність розподілу випадкової величини X і ймовірність $P(0<x<2)$.

30. Ціна поділки шкали амперметра дорівнює 0,2 А. Покази округлюють до найближчої цілої поділки. Знайти ймовірність того, що під час відліку буде допущена похибка, менша 0,03.

31. Випадкова величина X розподілена нормально з математичним сподіванням a=10. Імовірність потрапляння випадкової величини X в інтервал (10; 20) дорівнює 0,3. Знайти ймовірність потрапляння випадкової величини X в інтервал (0; 10).

32. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з математичним сподіванням $M(X)=2$ і дисперсією $D(X)=3$. Знайти $f(x)$, $F(x)$ і $P(1<x<3)$. Побудувати графіки функцій $f(x)$ і $F(x)$.

33. Консервні банки, що випускаються заводом, за масою мають нормальний закон розподілу з середньою масою 250 г і середнім квадратичним відхиленням, що дорівнює 5 г. Знайти ймовірність того, що відхилення маси банок від середньої маси банок за абсолютною величиною не перевищуватиме 8 г.

34. Подія, що полягає в миттєвому сигналі, повинна відбуватися між першою і п'ятою годинами. Час чекання сигналу є випадковою величиною X, що має рівномірний розподіл. Знайти ймовірність того, що сигнал буде зафіксовано протягом 20 хвилин після другої години.

35. Випадкова величина X має нормальний закон розподілу з математичним сподіванням a=50. Знайти дисперсію випадкової величини X, якщо ймовірність потрапляння випадкової величини X в інтервал (50; 60) дорівнює 0,3413.

36. Випадкова величина X має рівномірний закон розподілу ймовірностей. Знайти щільність ймовірності, якщо математичне сподівання випадкової величини X дорівнює 8, а дисперсія дорівнює $\frac{1}{3}$.

37. Математичне сподівання і середнє квадратичне відхилення нормально розподіленої випадкової величини X відповідно дорівнюють 16 і 4. Знайти ймовірність того, що в результаті двох незалежних випробувань випадкова величина X хоч би один раз набуде значення з інтервалу (12; 20).

38. Випадкова величина X має рівномірний розподіл ймовірностей на інтервалі (4;10). Знайти її математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, функцію розподілу $F(x)$, імовірність $P(3<x<6)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

39. Випадкова величина X має щільність імовірності $f(x)=\frac{1}{0,5\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-5)^2}{0,5}}$. Знайти ймовірність того, що при двох незалежних випробуваннях випадкова величина X хоч би один раз набуде значення поза інтервалом (4; 6).

40. Випадкова величина X має рівномірний розподіл з $M(X)=1$ і $D(X)=\frac{1}{3}$. Знайти щільність імовірності випадкової величини X, інтегральну функцію $F(x)$, $P(0<x<1,5)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

41. При вимірюванні деталі її довжина X є випадковою величиною, що має нормальний розподіл з параметрами a=22 см і σ=0,2 см. Знайти інтервал, в який з ймовірністю 0,9544 потрапить випадкова величина X.

42. Випадкова величина X має рівномірний розподіл ймовірностей на інтервалі (3;8). Знайти її математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, інтегральну функцію розподілу і $P(3<x<6)$. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

43. * Прилад складається зі 1000 незалежних елементів. Ймовірність відмови будь-якого елементу протягом певного часу дорівнює 0,001. Скласти закон розподілу елементів, що відмовили протягом певного часу.

44. * Нормально розподілена випадкова величина має таку функцію розподілу: $F(x)=0,5+0,5\Phi(x-1)$. З якого інтервалу (1; 2) чи (2; 6) вона набуде значення з більшою ймовірністю?

45. * Квантиль рівня 0,12 нормально розподіленої випадкової величини X дорівнює 9, а квантиль рівня 0,57 дорівнює 13. Знайти математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення такої випадкової величини.

46. * 20%-ва точка нормально розподіленої випадкової величини дорівнює 50, а 40%-ва точка дорівнює 35. Знайти ймовірність того, що випадкова величина набуде значення, яке належить інтервалу (35; 55).

47. * Випадкова величина розподілена за нормальним законом з нульовим математичним сподіванням. Ймовірність потрапляння цієї випадкової величини на відрізок від -1 до +1 дорівнює 0,5. Знайти щільність ймовірності та функцію розподілу даної випадкової величини.

ТЕМА 6 ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

6.1 Варіаційні ряди, їх графічне подання та характеристики

Приклад 6.1 Необхідно вивчити зміну виробітку на одну кравчиню швейного цеху у звітному році порівняно з попереднім. Отримано такі дані про розподіл 100 кравчинь цеху за виробітком у звітному році (у відсотках до попереднього року):

$$\underbrace{97{,}8;\quad 97{,}0;\quad 101{,}7;\ldots;\quad 142{,}3;\quad 104{,}2;\quad 141{,}0;\quad 122{,}1}_{100\ \text{значень}}.$$

Розв'язування

Щоб скласти уявлення про дану вибірку, потрібно, спочатку, її впорядкувати, розташувавши варіанти в порядку зростання (спадання). Цю операцію називають ранжуванням варіант вибірки:

$$\underbrace{x_{\min}=97{,}0;\quad 97{,}2;\ \ldots;\quad 141{,}0;\quad 142{,}3=x_{\max}}_{n=100\ \text{значень}}.$$

В такому вигляді вивчати виробіток кравчинь також не дуже зручно через велику кількість числових даних. Тому розіб'ємо варіанти на окремі інтервали, тобто проведемо їх групування (*інтервальне групування*).

Згідно з формулою Стерджеса можливе число інтервалів $m=1+3{,}322\cdot\lg n$, а величина інтервалу (інтервальна різниця, ширина інтервалу): $k=\dfrac{x_{\max}-x_{\min}}{m}$.

В нашому випадку $k=\dfrac{142{,}3-94{,}0}{1+3{,}3221\cdot\lg 100}=\dfrac{48{,}3}{7{,}6442}\approx 6{,}32\,(\%)$.

Візьмемо $k=6\,(\%)$. За початок першого інтервалу рекомендується обирати величину $x_{\text{поч}}=x_{\min}-\dfrac{k}{2}$. В прикладі 6.1 $x_{\text{поч}}=97{,}0-\dfrac{6}{2}=94{,}0\,(\%)$.

Наступним кроком є підрахунок *частоти варіант* $n_1, n_2, \ldots, n_s$. Згруповану вибірку можна подати у вигляді таблиці (табл.6.1).

Таблиця 6.1 – Інтервальний варіаційний ряд (відсотки виробітку умовно округлені до десятих)

i	Виробіток в звітному році у відсотках до попереднього x	Частота (кількість кравчинь) n_i	Ваги (частка кравчинь) $\omega_i = \frac{n_i}{n}$
1	94,0-100,0	3	0,03
2	100,0-106,0	7	0,07
3	106,0-112,0	11	0,11
4	112,0-118,0	20	0,20
5	118,0-124,0	28	0,28
6	124,0-130,0	19	0,19
7	130,0-136,0	10	0,10
8	136,0-142,0	2	0,02
	$\sum$	100	1

Приклад 6.2 Є такі дані стосовно середніх та дисперсій заробітної плати двох груп працівників:

Група робітників	Кількість робітників	Середня заробітна плати робітника в групі (грн)	Дисперсія заробітної плати
Робітники, що працюють в одному відділі	40	2400	180000
Робітники, що працюють у двох відділах	60	3200	200000

Знайти загальну дисперсію розподілу робітників за заробітною платою та коефіцієнт варіації.

Розв'язування

Знайдемо загальну середню: $\bar{x} = \dfrac{2400 \cdot 40 + 3200 \cdot 60}{100} = 2880$ (грн).

Обчислимо вибіркову дисперсію:

$$D_в = \frac{180000 \cdot 40 + 200000 \cdot 60}{100} + \frac{(2400 - 2880)^2 \cdot 40 + (3200 - 2880)^2 \cdot 60}{100} =$$

$= 192000 + 153600 = 345600$;

Обчислимо коефіцієнт варіації:

$$V = \frac{\sigma_в}{\overline{X}_в} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{345600}}{2880} \cdot 100\% = 20{,}4\ (\%).$$

Приклад 6.3 Знайти середній виробіток кравчинь за даними таблиці 6.1.

Розв'язування

За формулою

$$\overline{X_в} = \overline{X} = \overline{x_в} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + \ldots + x_in_i + \ldots + x_mn_m}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_in_i}{n}$$

маємо для інтервального ряду

$$\overline{X_г} = \overline{x_в} = \frac{97 \cdot 3 + 103 \cdot 7 + \ldots + 133 \cdot 10 + 139 \cdot 2}{100} = 119{,}2\,(\%),$$

де числа 97, 103, … , 133, 139 – середини відповідних інтервалів.

Приклад 6.4 Обчислити коефіцієнти асиметрії та ексцес розподілу кравчинь за виробітком за даними табл. 6.1.

Розв'язування

З прикладу 6.3 відомо, що $\overline{X}_г = 119{,}2$, тому

$$As = \frac{\mu_3}{\sigma_в^3} = \frac{\sum_i \left(x_i - \overline{X}\right)^3 \cdot \frac{m_i}{n}}{\sigma_в^3} =$$

$$= \frac{(97-119{,}2)^3 \cdot 3 + (103-199{,}2)^3 \cdot 7 + \ldots + (139-119{,}2)^3 \cdot 2}{100 \cdot 9{,}53^3} = -0{,}302;$$

$$E_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\sum_i \left(x_i - \overline{X}\right)^4 \cdot \frac{m_i}{n}}{\sigma^4} - 3 =$$

$$= \frac{(97-119{,}2)^4 \cdot 3 + (103-119{,}2)^4 \cdot 7 + \ldots + (139-119{,}2)^4 \cdot 2}{100 \cdot 9{,}53^4} - 3 = -0{,}286.$$

Приклад 6.5 Задана генеральна сукупність з 20 елементів. Виконати такі вправи:

1) побудувати статистичний розподіл вибірки та його емпіричну функцію розподілу;
2) обчислити числові характеристики вибірки: середнє, дисперсію і середнє квадратичне відхилення та зробити з їх допомогою висновок про генеральну сукупність;
3) побудувати полігон частот і відносних частот та гістограму, розбивши інтервал на 4 рівних підінтервали;
4) знайти моду, медіану, розкид і коефіцієнт варіації.

Розв'язування

У нашому випадку задано таку генеральну сукупність: 15, 19, 13, 12, 9, 14, 15, 19, 12, 17, 13, 9, 15, 12, 15, 14, 18, 16, 15, 12.

1. Статистичний розподіл вибірки:

x_i	9	12	13	14	15	16	17	18	19
n_i	2	4	2	2	5	1	1	1	2

$$n=\sum_{i=1}^{9} n_i = 20.$$

$\frac{n_i}{n}$; $\frac{n_1}{n}=0{,}1$; $\frac{n_2}{n}=0{,}2$; $\frac{n_3}{n}=0{,}1$; $\frac{n_4}{n}=0{,}1$; $\frac{n_5}{n}=0{,}25$; $\frac{n_6}{n}=0{,}05$; $\frac{n_7}{n}=0{,}05$; $\frac{n_8}{n}=0{,}05$; $\frac{n_9}{n}=0{,}1$.

Емпірична функція розподілу $:F^*(x)=\frac{n_x}{n}$, де n_x- число варіант, менших від x; n – обсяг вибірки; $n=20$.

$$x=9,F^*(x)=\frac{0}{20}=0;$$

$$x=12,\ F^*(x)=\frac{2}{20}=0{,}1;$$

$$x=13,\ F^*(x)=\frac{2+4}{20}=0{,}3;$$

$$x=14,\ F^*(x)=\frac{2+4+2}{20}=0{,}4;$$

$$x=15,\ F^*(x)=\frac{10}{20}=0{,}5;$$

$$x=16,\ F^*(x)=\frac{15}{20}=0{,}75\ ;$$

$$x=17,\ F^*(x)=\frac{16}{20}=0{,}8;$$

$$x=18,\ F^*(x)=\frac{17}{20}=0{,}85;$$

$$x=19,\ F^*(x)=\frac{18}{20}=0{,}9;$$

або

$$F^*(x)=\begin{cases}0, x\le 9,\\ 0.1, 9<x\le 12,\\ 0.3, 12<x\le 13,\\ 0.4, 13<x\le 14,\\ 0.5, 14<x\le 15,\\ 0.75, 15<x\le 16,\\ 0.8,\ 16<x\le 17,\\ 0.85, 17<x\le 18,\\ 0.9, 18<x\le 19,\\ 1,\ x>19.\end{cases}$$

Графік емпіричної функції розподілу подано на рис. 6.1.

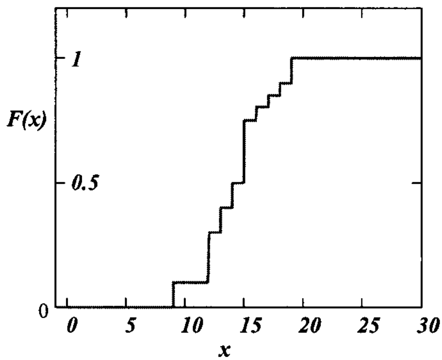


Рисунок 6.1 – Графік емпіричної функції розподілу

2. Числові характеристики вибірки.

Вибіркове середнє $\overline{X_в}$:

$\overline{X_в}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}x_in_i$ (незміщена оцінка математичного сподівання генеральної сукупності):

$$\overline{X_в}=\frac{1}{20}(9\cdot 2+12\cdot 4+13\cdot 2+14\cdot 2+15\cdot 5+16+17+18+19\cdot 2)=14,2.$$

Вибіркова дисперсія (зміщена оцінка дисперсії генеральної сукупності):

$$D_в = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i^{\,2} \cdot n_i}{n} - \left(\overline{X_i}\right)^2.$$

$$D_в = \frac{1}{20}(81 \cdot 2 + 144 \cdot 4 + 169 \cdot 2 + 196 \cdot 2 + 225 \cdot 5 + 256 +$$

$$+ 289 + 324 + 361 + 722) - 14{,}2^2 = 7{,}56$$

$$D_в = 7{,}56.$$

Середнє квадратичне відхилення: $\sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{7{,}56} = 2{,}7495$ характеризує середню величину розсіювання значень x_i навколо середнього вибіркового $\overline{X_в}$.

3. $W_1 = \frac{n_1}{n} = 0{,}1$; $W_2 = 0{,}2$; $W_3 = 0{,}1$; $W_4 = 0{,}1$; $W_5 = 0{,}25$; $W_6 = 0{,}05$; $W_7 = 0{,}05$; $W_8 = 0{,}05$; $W_9 = 0{,}1$.

Розбиваємо інтервал на 4 інтервали:

Інтервал	[9;11,5]	[11,5;14]	[14;16,5]	[16,5;19]
Сума частот	2	6	8	4

$$W(x) := \begin{cases} 2 & \text{if } 9 < x \le 11.5 \\ 6 & \text{if } 11.5 < x \le 14 \\ 8 & \text{if } 14 < x \le 16.5 \\ 4 & \text{if } 16.5 < x \le 19 \end{cases}$$

Побудуємо гістограму(східчасту діаграму) частот (рис. 6.2).

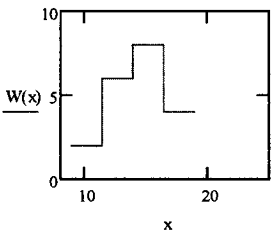


Рисунок 6.2 – Гістограма частот

4. Модою M_O^* є варіанта, якій відповідає найбільша частота. В нашому випадку $M_O^* = 15$.

Медіаною називається число, яке ділить варіаційний ряд на дві частини, рівні за кількістю варіант, тому $M_e^* = (14 + 15)/2 = 14{,}5$.

Розкид варіації (R) – це різниця між найбільшою та найменшою варіантами $R = x_{\max} - x_{\min}$; $R = 19 - 9 = 10$.

Коефіцієнт варіації: $V = \frac{\sigma_в}{\overline{X_в}} \cdot 100\%$;

$V = \frac{2,7495}{14,2} \cdot 100\% = 19,36\%$.

Завдання

У **завданнях 6.1–6.3** задано розподіл ознаки X (випадкової величини X), одержаної в результаті n спостережень. Необхідно: 1) побудувати полігон (гістограму) та емпіричну функцію розподілу X; 2) знайти: а) середнє арифметичне; б) медіану та моду; в) дисперсію, середнє квадратичне відхилення та коефіцієнт варіації; г) початкові та центральні моменти k-го порядку $(k = 1, 2, 3, 4)$; коефіцієнт асиметрії та ексцес.

6.1 X – кількість угод агентства нерухомості за квартал; $n = 439$ (інвесторів).

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	201	95	71	32	23	5	5	2	3	1	1

6.2 X – місячний дохід жителя м. Вінниці (в грн); $n = 1000$ (жителів).

x_i	Менше 650	650-1150	1150-1650	1650-2150	2150-2650	Понад 2650
n_i	58	96	239	328	147	132

6.3 X – надій корів на молочній фермі за лактаційний період (в ц); $n = 100$ (корів).

x_i	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26
n_i	1	3	6	11	15	20	14	12	10	6	2

6.2 Поняття оцінки параметрів. Методи знаходження оцінок

Приклад 6.6 Знайти несуміщену оцінку середнього виробітку кравчинь швейного цеху за даними з табл. 6.1.

Розв'язування

Несуміщеною оцінкою генерального середнього є вибіркове середнє, яке ми обчислили в прикладі 6.3 $\overline{X_г} = 119,2$.

Приклад 6.7 Знайти несуміщену оцінку дисперсії виробітку кравчинь швейного цеху за даними з табл. 6.1.

Розв'язування

Несуміщеною оцінкою дисперсії випадкової величини X (генеральної дисперсії) є вибіркова дисперсія, яку обчислюємо так.

$$D=\frac{(97-119{,}2)^2\cdot 3+(103-119{,}2)^2\cdot 7+...+(133-119{,}2)^2\cdot 10+(139-119{,}2)^2\cdot 2}{100}=87{,}48\,.$$

Тоді:

$$D'=\frac{n}{n-1}D=\frac{100}{99}\cdot 87{,}48=88{,}36\,.$$

Приклад 6.8 При дослідженні виробітку 1000 кравчинь в звітному році порівняно з попереднім було відібрано 100 кравчинь (див. табл. 6.1). Необхідно визначити: а) ймовірність того, що середній виробіток кравчинь швейного цеху відрізняється від середнього вибіркового не більше, ніж на 1% (за абсолютною величиною); б) межі, в яких з ймовірністю 0,9545 знаходиться середній виробіток кравчинь швейного цеху. Розглянути варіант повторної та без повторної вибірки.

Розв'язування

Маємо $N=1000$, $n=100$. В прикладі 6.3 було обчислено, що $\overline{X_г}=119{,}2$ (%), а в прикладі 6.7 – $D=87{,}48$.

а) Знайдемо середню квадратичну похибку для середнього:

для повторної вибірки	для безповторної вибірки
$\sigma_{\overline{X}}=\sqrt{\dfrac{87{,}48}{100}}=0{,}935$ (%).	$\sigma'_{\overline{X}}\approx\sqrt{\dfrac{87{,}48}{100}\left(1-\dfrac{100}{1000}\right)}=0{,}887$ (%).

Тепер шукану довірчу ймовірність:

$P\left(\left\lvert\overline{X}-\overline{X_г}\right\rvert\le 1\right)=$ $=\Phi\left(\dfrac{1}{0{,}935}\right)=\Phi(1{,}07)=0{,}715\,.$	$P\left(\left\lvert\overline{X}-\overline{X_г}\right\rvert\le 1\right)=$ $=\Phi\left(\dfrac{1}{0{,}887}\right)=\Phi(1{,}13)=0{,}741\,.$

(Значення $\Phi(t)$ знаходимо з додатку Б).

б) Знайдемо граничні похибки повторної та безповторної вибірки, обчислимо за формулою $\Delta=t\sigma_{\overline{X}}$, де $t=2$ (знаходимо з додатку Б із співвідношення $\Phi(t)=\gamma=0{,}9545$).

$\Delta=2\cdot 0{,}935=1{,}87$ (%),	$\Delta'=2\cdot 0{,}887=1{,}774.$

Тоді шуканий довірчий інтервал:

$119{,}2-1{,}87\le\overline{X_г}\le 119{,}2+1{,}87$	$119{,}2-1{,}774\le\overline{X_г}\le 119{,}2+1{,}774$

або $117{,}33 \le \overline{X_г} \le 121{,}07$ (%), | або $117{,}43 \le \overline{X_г} \le 120{,}97$ (%).

Таким чином, з надійністю 0,9545 середній виробіток кравчинь швейного цеху знаходиться в межах від 117,33(%) до 121,07(%), якщо вибірка повторна, та від 117,43 до 120,97(%), якщо вибірка безповторна.

Завдання

6.4 Для дослідження доходів населення м. Любомля (20 000 чол.) за схемою безповторної вибірки відібрано 1000 жителів. Одержано такий розподіл жителів за місячним доходом (грн).

x_i	менше 650	650-1150	1150-1650	1650-2150	2150-2650	більше 2650
n_i	58	96	239	328	147	132

Необхідно: 1. а) Знайти ймовірність того, що середній місячний дохід жителя міста відрізняється від середнього доходу його у вибірці не більше, ніж на 55 грн (за абсолютною величиною); б) визначити інтервал, в якому із надійністю 0,99 міститься місячний дохід жителя міста; 2. Яким повинен бути обсяг вибірки, щоб ті самі межі інтервалу гарантувати з надійністю 0,9973?

6.5 Розв'язати попередню вправу за умови, що кількість населення міста невідома, а відомо лише, що вона дуже велика порівняно з обсягом вибірки.

6.6 За даними завдання **6.4** необхідно: 1. а) Знайти ймовірність того, що частка малозабезпечених жителів міста (з доходом меншим 650 грн) відрізняється від частки таких жителів у вибірці не більш ніж на 0,01 (за абсолютною величиною); б) визначити інтервал, в якому з надійністю 0,98 знаходиться частка малозабезпечених жителів міста. 2. Яким має бути обсяг вибірки, щоб ті самі межі для частки малозабезпечених жителів міста гарантувати з надійністю 0,9973? 3. Як змінилися б результати, отримані в п. 1–2, якби про частку малозабезпечених жителів взагалі не було нічого відомо?

6.7 Розв'язати завдання **6.6** за умови, що кількість населення міста невідома, а відомо лише, що вона дуже велика порівняно з обсягом вибірки.

6.8 З партії 7000 телевізорів відібрали 800. Серед них виявилось 10% нестандартних. Знайти інтервал, в якому із ймовірністю 0,95 міститься частка стандартних телевізорів в усій партії – повторній та безповторній.

6.3 Побудова теоретичного закону розподілу за експериментальними даними. Перевірка гіпотез про закон розподілу

Приклад 6.9 Для емпіричного розподілу кравчинь швейного цеху за виробітком за даними перших двох граф табл. 6.1 добрати відповідний теоретичний розподіл та на рівні значимості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про згоду двох розподілів за допомогою критерію χ^2.

Розв'язування

За виглядом гістограми розподілу кравчинь за виробітком (рис. 6.3) можна припустити нормальний закон розподілу ознаки.

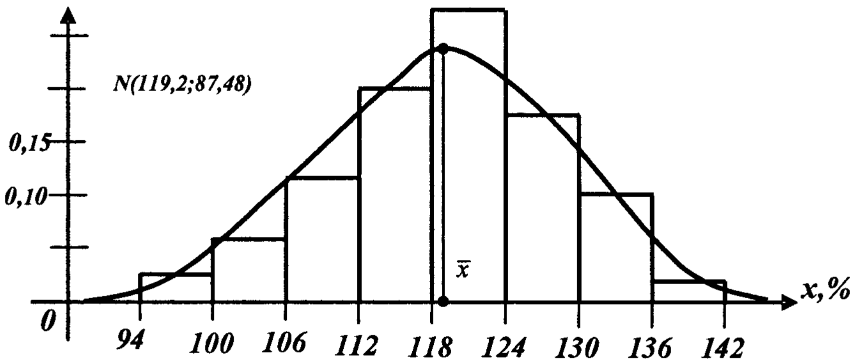


Рисунок 6.3 – Гістограма розподілу

Параметри нормального закону невідомі, тому замінюємо їх «найкращими» оцінками за вибіркою – вибірковим середнім $\bar{x}$ та «виправленою» вибірковою дисперсією $\hat{D}'$. Оскільки кількість спостережень $n = 100$ досить велика, то замість «виправленої» дисперсії $\hat{D}'$ можна взяти «звичайну» вибіркову дисперсію D. В прикладах 6.3 та 6.7 було обчислено, що $\bar{x} = 119{,}2$ (%); $D = 87{,}48$.

Таким чином висуваємо гіпотезу H_0: випадкова величина X – виробіток кравчинь цеху – розподілений нормально з параметрами $a = 119{,}2$; $\sigma^2 = 87{,}48$, тобто $X \cong N(119{,}2;\ \ 87{,}48)$.

Для розрахунку ймовірностей p_i потрапляння випадкової величини X в інтервал $[x_i, x_{i+1}]$ використовуємо функцію Лапласа згідно із властивістю нормального розподілу:

$$p_i(x_i \le X \le x_{i+1}) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x_{i+1} - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - a}{\sigma}\right)\right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x_{i+1}-119{,}2}{9{,}35}\right)-\Phi\left(\frac{x_i-119{,}2}{9{,}35}\right)\right].$$

Наприклад $p_1(94 \le X \le 100)=\frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{100-119{,}2}{9{,}35}\right)-\Phi\left(\frac{94-119{,}2}{9{,}35}\right)\right]=$

$=\frac{1}{2}[\Phi(-2{,}05)-\Phi(-2{,}69)]=\frac{1}{2}(-0{,}9596+0{,}9928)=0{,}0166$ та теоретична частота, що відповідає першому інтервалу $np_1=100\cdot 0{,}0166\approx 1{,}7$ і т. д.

Для визначення статистики χ^2 зручно скласти таблицю:

Таблиця 6.2

i	*Інтервал* $[x_i, x_{i+1}]$	*Емпіричні частоти* n_i	*Ймовірності* p_i	*Теоретичні частоти* np_i	$(n_i-np_i)^2$	$\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$
1	94-100	3 } 10	0,017	1,7 } 7,6	5,76	0,758
2	100-106	7	0,059	5,9		
3	106-112	11	0,141	14,1	9,61	0,682
4	112-118	20	0,228	22,8	7,84	0,344
5	118-124	28	0,247	24,7	10,89	0,441
6	124-130	19	0,182	18,2	0,64	0,035
7	130-136	10 } 12	0,087	8,7 } 11,6	0,16	0,014
8	136-142	2	0,029	2,9		
	$\sum$	100	0,990	99,0	–	χ^2=2,27

Враховуючи, що в даному емпіричному розподілі частоти першого та останнього інтервалів менші 5, при використанні критерію χ^2– Пірсона доцільно об'єднати вказані інтервали із сусідніми (див. табл. 6.1).

Таким чином, спостережуване значення статистики χ^2=2,27. Оскільки нова кількість інтервалів $m=6$, а нормальний закон розподілу визначається $r=2$ параметрами, то кількість ступенів свободи $k=m-r-1=6-2-1=3$. Відповідне критичне значення статистики за дод. Д $\chi^2_{0{,}05;3}=7{,}82$. Оскільки $\chi^2<\chi^2_{0{,}05;3}$, то гіпотеза про обраний теоретичний нормальний закон $N(119{,}2;\ \ 87{,}48)$ узгоджується з практичними даними.

Зауваження. Для графічного зображення емпіричного закону та вирівнювального теоретичного нормального розподілу необхідно використовувати однаковий для двох розподілів масштаб.

Завдання

6.9 Є такі статистичні дані про кількість викликів спеціалізованих бригад швидкої допомоги в м. Вінниці протягом 300 год:

Число викликів за годину x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$
Частота n_i	15	71	75	68	39	17	10	4	1	300

Припускаючи, що кількість викликів швидкої розподілена за законом Пуассона при рівні значимості $\alpha = 0{,}05$, перевірити гіпотезу про узгодження двох розподілів за допомогою критерію χ^2.

6.10 Витрати сировини на одиницю продукції становили:

За старою технологією						За новою технологією					
x_i	303	307	308	Разом		y_j	303	304	306	308	Разом
n_i	1	4	4	9		n_j	2	6	4	1	13

Припускаючи, що витрати сировини за кожною технологією мають нормальний розподіл з однаковими дисперсіями, на рівні значимості $\alpha = 0{,}05$ з'ясувати, чи дає нова технологія економію в середніх витратах сировини.

6.11 Вступний іспит проводили на двох факультетах інституту. На першому факультеті серед $n_1 = 900$ абітурієнтів витримали іспит $m_1 = 500$; а на іншому факультеті серед $n_2 = 800$ абітурієнтів – $m_2 = 408$. На рівні значимості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про відсутність суттєвих відмінностей в рівні підготовки абітурієнтів двох факультетів. Розглянути випадок, при якому конкуруючою гіпотезою є $H_1: \; p_1 > p_2$.

6.12 Встановлено, що середня вага пігулки ліків сильної дії (номінал) повинна дорівнювати 0,5 мг. Вибіркова перевірка $n = 100$ пігулок показала, що середня вага пігулки $\bar{x} = 0{,}53$ мг. На базі проведених досліджень можна вважати, що вага пігулки є нормально розподіленою випадковою величиною із середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0{,}11$ мг. На рівні значимості $\alpha = 0{,}05$: а) з'ясувати, чи можна вважати одержане у вибірці відхилення від номіналу випадковим; б) знайти потужність критеріїв, використаних в п. а).

6.13 Є такі дані про кількість складених іспитів в сесію студентами-заочниками:

Кількість складених іспитів x_i	0	1	2	3	4	$\sum$
Кількість студентів n_i	1	1	1	3	35	60

На рівні значимості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про те, що випадкова величина X – кількість складених студентами іспитів – розподілена за біноміальним законом, використовуючи критерій χ^2 – Пірсона.

Завдання для самостійної роботи

Завдання 3.1

Задана генеральна сукупність із 50 елементів. Виконати такі вправи:

1) побудувати статистичний розподіл вибірки та його емпіричну функцію розподілу;
2) обчислити числові характеристики вибірки: середнє, дисперсію і середнє квадратичне відхилення та зробити з їх допомогою висновок про генеральну сукупність;
3) побудувати полігон частот і відносних частот та гістограму, розбивши інтервал на 4 рівних підінтервали;
4) знайти моду, медіану, розкид і коефіцієнт варіації;
5) визначити оцінку середньої величини у генеральній сукупності; оцінку, яку слід взяти за дисперсію генеральної сукупності; довірчий інтервал для генерального середнього за даною довірчою імовірністю $\beta = 0{,}95$ двома способами: припускаючи розподіл випадкової величини близьким до нормального; використовуючи розподіл Стьюдента;
6) перевірити статистичну гіпотезу про нормальність вибіркового розподілу, використовуючи критерій згоди Пірсона.

Варіант 1

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	126,145	11	126,123	21	126,109	31	126,135	41	126,147
2	126,105	12	126,179	22	126,151	32	126,096	42	126,113
3	126,151	13	126,143	23	126,137	33	126,158	43	126,175
4	126,180	14	126,067	24	126,169	34	126,137	44	126,132
5	126,127	15	126,167	25	126,159	35	126,118	45	126,152
6	126,162	16	126,131	26	126,084	36	126,173	46	126,093
7	126,134	17	126,117	27	126,172	37	126,137	47	126,203
8	126,215	18	126,142	28	126,139	38	126,144	48	126,138
9	126,129	19	126,135	29	126,193	39	126,116	49	126,195
10	126,147	20	126,184	30	126,154	40	126,199	50	126,178

Варіант 2

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	126,9	11	127,3	21	126,3	31	126,8	41	126,8
2	127,1	12	126,6	22	126,9	32	127,1	42	127,9
3	126,9	13	126,9	23	126,6	33	127,4	43	127,7
4	127,2	14	127,2	24	127,3	34	126,7	44	127,4
5	127,1	15	126,4	25	127,0	35	126,7	45	126,7
6	126,8	16	127,3	26	127,6	36	126,1	46	126,9
7	127,3	17	126,9	27	126,9	37	126,8	47	127,6
8	126,8	18	126,6	28	128,0	38	126,9	48	127,2
9	127,6	19	127,1	29	127,2	39	126,3	49	127,2
10	126,7	20	126,9	30	126,9	40	127,2	50	126,9

Варіант 3

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	7,634	11	7,645	21	7,654	31	7,692	41	7,648
2	7,669	12	7,676	22	7,607	32	7,594	42	7,685
3	7,587	13	7,543	23	7,692	33	7,746	43	7,725
4	7,712	14	7,639	24	7,558	34	7,636	44	7,573
5	7,673	15	7,688	25	7,718	35	7,732	45	7,679
6	7,624	16	7,618	26	7,651	36	7,683	46	7,714
7	7,734	17	7,684	27	7,684	37	7,731	47	7,605
8	7,593	18	7,645	28	7,602	38	7,613	48	7,688
9	7,773	19	7,674	29	7,679	39	7,635	49	7,657
10	7,691	20	7,615	30	7,634	40	7,634	50	7,731

Варіант 4

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	20,3	11	15,3	21	24,1	31	20,5	41	23,5
2	19,7	12	23,6	22	21,8	32	17,6	42	21,8
3	22,1	13	21,2	23	20,7	33	21,1	43	25,9
4	24,2	14	24,3	24	18,3	34	17,3	44	22,3
5	21,6	15	21,8	25	17,7	35	19,8	45	20,5
6	18,5	16	18,4	26	22,0	36	20,1	46	19,4
7	23,2	17	23,7	27	20,3	37	20,5	47	21,5
8	17,4	18	21,3	28	16,6	38	21,3	48	24,2
9	20,1	19	19,5	29	22,1	39	18,8	49	23,1
10	16,8	20	20,3	30	18,3	40	22,3	50	21,9

Варіант 5

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	1,26	11	1,37	21	1,10	31	1,23	41	1,50
2	1,32	12	1,08	22	1,19	32	1,45	42	1,37
3	1,05	13	1,25	23	1,05	33	1,25	43	1,29
4	1,29	14	1,33	24	1,30	34	1,06	44	1,25
5	1,16	15	1,15	25	1,45	35	1,33	45	1,46
6	1,06	16	1,44	26	1,25	36	1,00	46	1,20
7	1,25	17	1,05	27	1,32	37	1,30	47	1,15
8	1,20	18	1,26	28	1,12	38	1,38	48	1,33
9	1,49	19	1,03	29	1,15	39	1,25	49	1,40
10	1,30	20	1,23	30	1,37	40	1,10	50	1,16

Варіант 6

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	0,7415	11	0,7403	21	0,7418	31	0,7412	41	0,7397
2	0,7396	12	0,7429	22	0,7394	32	0,7427	42	0,7419
3	0,7440	13	0,7356	23	0,7449	33	0,7450	43	0,7458
4	0,7420	14	0,7431	24	0,7409	34	0,7376	44	0,7385
5	0,7443	15	0,7447	25	0,7435	35	0,7425	45	0,7423
6	0,7426	16	0,7408	26	0,7423	36	0,7411	46	0,7408
7	0,7377	17	0,7484	27	0,7413	37	0,7391	47	0,7453
8	0,7493	18	0,7468	28	0,7452	38	0,7448	48	0,7431
9	0,7398	19	0,7430	29	0,7434	39	0,7429	49	0,7453
10	0,7433	20	0,7442	30	0,7471	40	0,7459	50	0,7464

Варіант 7

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	1,9622	11	1,9633	21	1,9625	31	1,9601	41	1,9641
2	1,9635	12	1,9675	22	1,9648	32	1,9579	42	1,9615
3	1,9671	13	1,9541	23	1,9687	33	1,9654	43	1,9673
4	1,9604	14	1,9654	24	1,9671	34	1,9677	44	1,9652
5	1,9641	15	1,9608	25	1,9572	35	1,9621	45	1,9718
6	1,9682	16	1,9689	26	1,9657	36	1,9632	46	1,9593
7	1,9685	17	1,9647	27	1,9618	37	1,9683	47	1,9685
8	1,9695	18	1,9590	28	1,9682	38	1,9635	48	1,9605
9	1,9623	19	1,9705	29	1,9652	39	1,9680	49	1,9645
10	1,9645	20	1,9618	30	1,9611	40	1,9648	50	1,9619

Варіант 8

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	0,0145	11	0,0123	21	0,0109	31	0,0135	41	0,0147
2	0,0105	12	0,0179	22	0,0151	32	0,0096	42	0,0113
3	0,0151	13	0,0143	23	0,0137	33	0,0158	43	0,0175
4	0,0180	14	0,0067	24	0,0169	34	0,0137	44	0,0132
5	0,0127	15	0,0167	25	0,0159	35	0,0118	45	0,0152
6	0,0162	16	0,0131	26	0,0084	36	0,0173	46	0,0092
7	0,0134	17	0,0117	27	0,0172	37	0,0137	47	0,0203
8	0,0215	18	0,0142	28	0,0139	38	0,0114	48	0,0138
9	0,0129	19	0,0135	29	0,0193	39	0,0116	49	0,0195
10	0,0147	20	0,0184	30	0,0154	40	0,0199	50	0,0178

Варіант 9

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	80,5284	11	80,5307	21	80,5315	31	80,5320	41	80,5327
2	80,5287	12	80,5308	22	80,5315	32	80,5320	42	80,5328
3	80,5291	13	80,5308	23	80,5315	33	80,5321	43	80,5330
4	80,5293	14	80,5308	24	80,5316	34	80,5321	44	80,5332
5	80,5295	15	80,5309	25	80,5316	35	80,5321	45	80,5355
6	80,5297	16	80,5309	26	80,5317	36	80,5324	46	80,5356
7	80,5300	17	80,5312	27	80,5317	37	80,5325	47	80,5357
8	80,5300	18	80,5312	28	80,5318	38	80,5326	48	80,5338
9	80,5304	19	80,5313	29	80,5319	39	80,5326	49	80,5342
10	80,5305	20	80,5314	30	80,5319	40	80,5327	50	80,5399

Варіант 10

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	5,792	11	5,784	21	5,798	31	5,782	41	5,795
2	5,783	12	5,795	22	5,789	32	5,792	42	5,788
3	5,800	13	5,760	23	5,772	33	5,768	43	5,775
4	5,773	14	5,805	24	5,801	34	5,808	44	5,814
5	5,797	15	5,796	25	5,799	35	5,779	45	5,796
6	5,793	16	5,803	26	5,781	36	5,793	46	5,803
7	5,804	17	5,777	27	5,818	37	5,803	47	5,785
8	5,786	18	5,828	28	5,776	38	5,799	48	5,812
9	5,794	19	5,797	29	5,807	39	5,787	49	5,812
10	5,782	20	5,785	30	5,791	40	5,794	50	5,784

Варіант 11

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	1,721	11	1,733	21	1,731	31	1,743	41	1,731
2	1,730	12	1,724	22	1,734	32	1,730	42	1,736
3	1,739	13	1,731	23	1,727	33	1,733	43	1,734
4	1,731	14	1,740	24	1,730	34	1,728	44	1,737
5	1,742	15	1,731	25	1,748	35	1,731	45	1,728
6	1,734	16	1,733	26	1,730	36	1,727	46	1,730
7	1,736	17	1,731	27	1,728	37	1,731	47	1,739
8	1,730	18	1,727	28	1,730	38	1,736	48	1,731
9	1,728	19	1,731	29	1,733	39	1,751	49	1,742
10	1,730	20	1,745	30	1,746	40	1,734	50	1,737

Варіант 12

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	3,302	11	3,307	21	3,465	31	3,343	41	3,375
2	3,337	12	3,302	22	3,434	32	3,279	42	3,318
3	3,241	13	3,315	23	3,308	33	3,308	43	3,367
4	3,318	14	3,426	24	3,335	34	3,482	44	3,512
5	3,402	15	3,342	25	3,287	35	3,306	45	3,345
6	3,317	16	3,367	26	3,311	36	3,280	46	3,319
7	3,332	17	3,305	27	3,274	37	3,304	47	3,363
8	3,318	18	3,281	28	3,312	38	3,395	48	3,342
9	3,271	19	3,301	29	3,458	39	3,312	49	3,371
10	3,213	20	3,332	30	3,319	40	3,427	50	3,286

Варіант 13

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	33,375	11	33,343	21	33,465	31	33,307	41	33,302
2	33,318	12	33,279	22	33,434	32	33,392	42	33,337
3	33,367	13	33,308	23	33,308	33	33,315	43	33,241
4	33,512	14	33,482	24	33,335	34	33,426	44	33,318
5	33,345	15	33,306	25	33,287	35	33,342	45	33,402
6	33,319	16	33,280	26	33,311	36	33,367	46	33,317
7	33,363	17	33,274	27	33,274	37	33,305	47	33,332
8	33,342	18	33,395	28	33,312	38	33,281	48	33,318
9	33,371	19	33,312	29	33,458	39	33,304	49	33,271
10	33,286	20	33,427	30	33,319	40	33,332	50	33,213

Варіант 14

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	28,586	11	28,631	21	28,680	31	28,580	41	28,585
2	28,561	12	28,577	22	28,598	32	28,618	42	28,677
3	28,625	13	28,601	23	28,639	33	28,572	43	28,574
4	28,607	14	28,627	24	28,611	34	28,605	44	28,635
5	28,600	15	28,592	25	28,570	35	28,639	45	28,616
6	28,650	16	28,655	26	28,608	36	28,591	46	28,660
7	28,619	17	28,543	27	28,599	37	28,602	47	28,586
8	28,581	18	28,641	28	28,612	38	28,624	48	28,618
9	28,654	19	28,615	29	28,631	39	28,545	49	28,604
10	28,613	20	28,564	30	28,647	40	28,659	50	28,651

Варіант 15

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	39,4	11	43,6	21	41,5	31	42,3	41	40,3
2	41,2	12	42,1	22	37,8	32	41,1	42	42,7
3	40,5	13	41,8	23	43,2	33	40,9	43	40,5
4	42,4	14	43,7	24	41,0	34	41,9	44	41,8
5	41,7	15	39,1	25	38,1	35	38,0	45	42,3
6	40,3	16	42,8	26	43,7	36	44,0	46	40,6
7	42,8	17	41,3	27	41,2	37	40,2	47	43,8
8	44,0	18	42,4	28	38,4	38	39,1	48	38,9
9	40,8	19	39,1	29	43,2	39	41,8	49	39,5
10	41,4	20	41,7	30	40,7	40	37,9	50	41,6

Варіант 16

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	84,3368	11	84,3335	21	84,3383	31	84,3371	41	84,3372
2	84,3403	12	84,3371	22	84,3419	32	84,3357	42	84,3351
3	84,3323	13	84,3240	23	84,3296	33	84,3423	43	84,3429
4	84,3371	14	84,3365	24	84,3381	34	84,3379	44	84,3374
5	84,3285	15	84,3413	25	84,3442	35	84,3317	45	84,3402
6	84,3385	16	84,3379	26	84,3354	36	84,3503	46	84,3391
7	84,3461	17	84,3290	27	84,3367	37	84,3369	47	84,3475
8	84,3417	18	84,3463	28	84,3435	38	84,3471	48	84,3373
9	84,3397	19	84,3392	29	84,3385	39	84,3471	49	84,3338
10	84,3515	20	84,3414	30	84,3348	40	84,3396	50	84,3345

Варіант 17

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	6,0	11	10,5	21	9,0	31	6,0	41	5,5
2	1,5	12	9,0	22	14,0	32	0,5	42	12,0
3	3,0	13	4,2	23	3,5	33	7,5	43	2,2
4	15,0	14	4,8	24	4,5	34	3,0	44	4,5
5	8,5	15	5,5	25	1,0	35	5,0	45	1,0
6	3,5	16	7,0	26	8,0	36	8,0	46	8,0
7	0,0	17	8,5	27	6,5	37	2,0	47	6,0
8	1,2	18	11,0	28	4,0	38	18,0	48	7,0
9	5,0	19	6,0	29	10,0	39	6,0	49	6,0
10	12,0	20	8,5	30	4,0	40	5,0	50	10,0

Варіант 18

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	208	11	125	21	70	31	266	41	201
2	205	12	138	22	80	32	75	42	102
3	130	13	144	23	101	33	82	43	169
4	183	14	157	24	122	34	180	44	168
5	190	15	189	25	204	35	250	45	185
6	220	16	160	26	150	36	276	46	115
7	177	17	171	27	155	37	197	47	191
8	184	18	169	28	280	38	143	48	276
9	110	19	185	29	70	39	153	49	158
10	92	20	199	30	144	40	280	50	162

Варіант 19

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	29,586	11	29,631	21	29,680	31	29,580	41	29,585
2	29,561	12	29,577	22	29,598	32	29,618	42	29,677
3	29,625	13	29,601	23	29,639	33	29,572	43	29,574
4	29,607	14	29,627	24	29,611	34	29,605	44	29,635
5	29,600	15	29,592	25	29,570	35	29,639	45	29,616
6	29,650	16	29,655	26	29,608	36	29,591	46	29,660
7	29,619	17	29,543	27	29,599	37	29,602	47	29,586
8	29,581	18	29,641	28	29,612	38	29,624	48	29,618
9	29,654	19	29,615	29	29,631	39	29,545	49	29,604
10	29,613	20	29,564	30	29,647	40	29,659	50	29,651

Варіант 20

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	85,3368	11	85,3335	21	85,3383	31	85,3371	41	85,3372
2	85,3403	12	85,3371	22	85,3419	32	85,3357	42	85,3351
3	85,3323	13	85,3240	23	85,3296	33	85,3423	43	85,3429
4	85,3371	14	85,3365	24	85,3381	34	85,3379	44	85,3374
5	85,3285	15	85,3413	25	85,3442	35	85,3317	45	85,3402
6	85,3385	16	85,3379	26	85,3354	36	85,3503	46	85,3391
7	85,3461	17	85,3290	27	85,3367	37	85,3369	47	85,3475
8	85,3417	18	85,3463	28	85,3435	38	85,3471	48	85,3373
9	85,3397	19	85,3392	29	85,3385	39	85,3471	49	85,3338
10	85,3515	20	85,3414	30	85,3348	40	85,3396	50	85,3345

Варіант 21

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	34,375	11	34,343	21	34,465	31	34,307	41	34,302
2	34,318	12	34,279	22	34,434	32	34,392	42	34,337
3	34,367	13	34,308	23	34,308	33	34,315	43	34,241
4	34,512	14	34,482	24	34,335	34	34,426	44	34,318
5	34,345	15	34,306	25	34,287	35	34,342	45	34,402
6	34,319	16	34,280	26	34,311	36	34,367	46	34,317
7	34,363	17	34,274	27	34,274	37	34,305	47	34,332
8	34,342	18	34,395	28	34,312	38	34,281	48	34,318
9	34,371	19	34,312	29	34,458	39	34,304	49	34,271
10	34,286	20	34,427	30	34,319	40	34,332	50	34,213

Варіант 22

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	4,302	11	4,307	21	4,465	31	4,343	41	4,375
2	4,337	12	4,302	22	4,434	32	4,279	42	4,318
3	4,241	13	4,315	23	4,308	33	4,308	43	4,367
4	4,318	14	4,426	24	4,335	34	4,482	44	4,512
5	4,402	15	4,342	25	4,287	35	4,306	45	4,345
6	4,317	16	4,367	26	4,311	36	4,280	46	4,319
7	4,332	17	4,305	27	4,274	37	4,304	47	4,363
8	4,318	18	4,281	28	4,312	38	4,395	48	4,342
9	4,271	19	4,301	29	4,458	39	4,312	49	4,371
10	4,213	20	4,332	30	4,319	40	4,427	50	4,286

Варіант 23

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	2,721	11	2,733	21	2,731	31	2,743	41	2,731
2	2,730	12	2,724	22	2,734	32	2,730	42	2,736
3	2,739	13	2,731	23	2,727	33	2,733	43	2,734
4	2,731	14	2,740	24	2,730	34	2,728	44	2,737
5	2,742	15	2,731	25	2,748	35	2,731	45	2,728
6	2,734	16	2,733	26	2,730	36	2,727	46	2,730
7	2,736	17	2,731	27	2,728	37	2,731	47	2,739
8	2,730	18	2,727	28	2,730	38	2,736	48	2,731
9	2,728	19	2,731	29	2,733	39	2,751	49	2,742
10	2,730	20	2,745	30	2,746	40	2,734	50	2,737

Варіант 24

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	6,792	11	6,784	21	6,798	31	6,782	41	6,795
2	6,783	12	6,795	22	6,789	32	6,792	42	6,788
3	6,800	13	6,760	23	6,772	33	6,768	43	6,775
4	6,773	14	6,805	24	6,801	34	6,808	44	6,814
5	6,797	15	6,796	25	6,799	35	6,779	45	6,796
6	6,793	16	6,803	26	6,781	36	6,793	46	6,803
7	6,804	17	6,777	27	6,818	37	6,803	47	6,785
8	6,786	18	6,828	28	6,776	38	6,799	48	6,812
9	6,794	19	6,797	29	6,807	39	6,787	49	6,812
10	6,782	20	6,785	30	6,791	40	6,794	50	6,784

Варіант 25

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	81,5284	11	81,5307	21	81,5315	31	81,5320	41	81,5327
2	81,5287	12	81,5308	22	81,5315	32	81,5320	42	81,5328
3	81,5291	13	81,5308	23	81,5315	33	81,5321	43	81,5330
4	81,5293	14	81,5308	24	81,5316	34	81,5321	44	81,5332
5	81,5295	15	81,5309	25	81,5316	35	81,5321	45	81,5355
6	81,5297	16	81,5309	26	81,5317	36	81,5324	46	81,5356
7	81,5300	17	81,5312	27	81,5317	37	81,5325	47	81,5357
8	81,5300	18	81,5312	28	81,5318	38	81,5326	48	81,5338
9	81,5304	19	81,5313	29	81,5319	39	81,5326	49	81,5342
10	81,5305	20	81,5314	30	81,5319	40	81,5327	50	81,5399

Варіант 26

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	2,9622	11	2,9633	21	2,9625	31	2,9601	41	2,9641
2	2,9635	12	2,9675	22	2,9648	32	2,9579	42	2,9615
3	2,9671	13	2,9541	23	2,9687	33	2,9654	43	2,9673
4	2,9604	14	2,9654	24	2,9671	34	2,9677	44	2,9652
5	2,9641	15	2,9608	25	2,9572	35	2,9621	45	2,9718
6	2,9682	16	2,9689	26	2,9657	36	2,9632	46	2,9593
7	2,9685	17	2,9647	27	2,9618	37	2,9683	47	2,9685
8	2,9695	18	2,9590	28	2,9682	38	2,9635	48	2,9605
9	2,9623	19	2,9705	29	2,9652	39	2,9680	49	2,9645
10	2,9645	20	2,9618	30	2,9611	40	2,9648	50	2,9619

Варіант 27

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	127,145	11	127,123	21	127,109	31	127,135	41	127,147
2	127,105	12	127,179	22	127,151	32	127,096	42	127,113
3	127,151	13	127,143	23	127,137	33	127,158	43	127,175
4	127,180	14	127,067	24	127,169	34	127,137	44	127,132
5	127,127	15	127,167	25	127,159	35	127,118	45	127,152
6	127,162	16	127,131	26	127,084	36	127,173	46	127,093
7	127,134	17	127,117	27	127,172	37	127,137	47	127,203
8	127,215	18	127,142	28	127,139	38	127,144	48	127,138
9	127,129	19	127,135	29	127,193	39	127,116	49	127,195
10	127,147	20	127,184	30	127,154	40	127,199	50	127,178

Варіант 28

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	8,634	11	8,645	21	8,654	31	8,692	41	8,648
2	8,669	12	8,676	22	8,607	32	8,594	42	8,685
3	8,587	13	8,543	23	8,692	33	8,746	43	8,725
4	8,712	14	8,639	24	8,558	34	8,636	44	8,573
5	8,673	15	8,688	25	8,718	35	8,732	45	8,679
6	8,624	16	8,618	26	8,651	36	8,683	46	8,714
7	8,734	17	8,684	27	8,684	37	8,731	47	8,605
8	8,593	18	8,645	28	8,602	38	8,613	48	8,688
9	8,773	19	8,674	29	8,679	39	8,635	49	8,657
10	8,691	20	8,615	30	8,634	40	8,634	50	8,731

Варіант 29

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	2,26	11	2,37	21	2,10	31	2,23	41	2,50
2	2,32	12	2,08	22	2,19	32	2,45	42	2,37
3	2,05	13	2,25	23	2,05	33	2,25	43	2,29
4	2,29	14	2,33	24	2,30	34	2,06	44	2,25
5	2,16	15	2,15	25	2,45	35	2,33	45	2,46
6	2,06	16	2,44	26	2,25	36	2,00	46	2,20
7	2,25	17	2,05	27	2,32	37	2,30	47	2,15
8	2,20	18	2,26	28	2,12	38	2,38	48	2,33
9	2,49	19	2,03	29	2,15	39	2,25	49	2,40
10	2,30	20	2,23	30	2,37	40	2,10	50	2,16

Варіант 30

№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i	№	X_i
1	1,7415	11	1,7403	21	1,7418	31	1,7412	41	1,7397
2	1,7396	12	1,7429	22	1,7394	32	1,7427	42	1,7419
3	1,7440	13	1,7356	23	1,7449	33	1,7450	43	1,7458
4	1,7420	14	1,7431	24	1,7409	34	1,7376	44	1,7385
5	1,7443	15	1,7447	25	1,7435	35	1,7425	45	1,7423
6	1,7426	16	1,7408	26	1,7423	36	1,7411	46	1,7408
7	1,7377	17	1,7484	27	1,7413	37	1,7391	47	1,7453
8	1,7493	18	1,7468	28	1,7452	38	1,7448	48	1,7431
9	1,7398	19	1,7430	29	1,7434	39	1,7429	49	1,7453
10	1,7433	20	1,7442	30	1,7471	40	1,7459	50	1,7464

ТЕМА 7 ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТИПОВИХ РОЗРАХУНКІВ

7.1 Завдання з теорії ймовірностей

Завдання 7.1.1

Підкидають дві монети. Знайти ймовірність того, що:

1) на двох монетах випаде «герб»;
2) хоча б на одній монеті випаде «герб»;
3) на жодній монеті не випаде «герб».

Підкидають три монети. Знайти ймовірність того, що:

4) на всіх монетах випаде «герб»;
5) хоча б на одній монеті випаде «герб»;
6) тільки на двох монетах випаде «герб»;
7) тільки на одній монеті випаде «герб»;
8) на жодній монеті не випаде «герб».

Підкидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що:

9) на всіх монетах випаде «герб»;
10) хоча б на одній монеті випаде «герб»;
11) тільки на одній монеті випаде «герб»;
12) тільки на двох монетах випаде «герб»;
13) тільки на трьох монетах випаде «герб»;
14) на жодній монеті не випаде «герб».

Підкидають гральну кістку. Знайти ймовірність того, що на верхній грані випаде:

15) парне число;
16) «1» або «6».

Підкидають дві гральні кості. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях випадуть такі числа:

17) тільки парні;

18) одне парне, друге непарне;
19) сума яких парна;
20) сума яких непарна;
21) сума яких більша, ніж їх добуток;
22) сума яких менша шести;
23) сума яких більша восьми.

Підкидають три гральні кості. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях випадуть такі числа:

24) тільки парні;
25) одне парне, решта непарні;
26) сума яких парна;
27) сума яких непарна;
28) числа всі однакові;
29) числа всі різні;
30) сума яких ділиться на чотири;
31) сума яких ділиться на п'ять.

Завдання 7.1.2

1. Студент знає 45 із 60 питань програми. У кожному білеті 3 питання. Знайти ймовірність того, що студент знає лише два питання.

2. У ящику 3 червоні та 7 білих куль. Виймають одну кулю, а потім другу. Знайти ймовірність того, що перша куля буде червоною, а друга білою.

2. Чому дорівнює ймовірність того, що при киданні трьох кубиків, 6 очок випаде хоча б на одному кубику ?

4. Ймовірність того, що деталь з першого набору деталей стандартна, дорівнює 0,8, а з другого – 0,9. Знайти ймовірність того, що деталь, взята з навмання вибраного набору, буде стандартною.

5. У наборі є десять карток білого, червоного, зеленого і жовтого кольорів. На картках кожного кольору написані цифри від 1 до 10. Навмання взято одну картку. Знайти ймовірність того, що вона буде біла і матиме одну з цифр 5, 6 або 7.

6. У першому ящику деталей першого сорту 30%, а в другому ящику – 40%. Виймають по одній деталі з кожного ящика. Знайти ймовірність того, що обидві деталі будуть першого сорту.

7. Серед 15 квитків лотереї 10 виграшних. Яка ймовірність виграти, маючи 5 лотерейних квитків ?

8. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі з двох із п'яти гвинтівок дорівнює 0,8, а в останніх трьох дорівнює 0,9. Знайти ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з навмання взятої гвинтівки.

9. В урні 30 куль: 20 білих і 10 чорних. Вийняли підряд 4 кулі, причому кожна куля повертається в урну перед вийманням наступної і кулі в урні перемішуються. Яка ймовірність того, що серед вийнятих чотирьох куль будуть дві білі кулі?

10. У двох ящиках знаходяться деталі : у першому 10 (з них 3 стандартні), у другому 15 (з них 6 – стандартні). Знайти ймовірність того, що дві деталі, вийняті по одній з кожного ящика, будуть стандартними.

11. У телевізійній студії 3 камери. Для кожної з них ймовірність того, що в даний момент вона включена, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що в даний момент включена хоча б одна камера.

12. Бібліотечка складається з 10 різних книг, причому 5 книг коштують по 4 гривні кожна, 3 книги – по 1 гривні і дві книги по 3 гривні. Знайти ймовірність того, що взяті навмання дві книги коштують 5 гривен.

13. Завод виготовляє 95% деталей стандартних, причому з них 86% першого сорту. Знайти ймовірність того, що навмання взята деталь виявиться першого сорту.

14. Ймовірність того, що стрілець при одному пострілі набере 10 очок, дорівнює 0,1; ймовірність набрати 9 очок дорівнює 0,3; ймовірність вибити 8 або менше очок дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що при одному пострілі стрілець виб'є не менше 9 очок.

15. Є чотири урни. У першій урні 1 біла і 1 чорна кулі, у другій урні 2 білі і 3 чорні кулі, у третій урні 3 білі і 5 чорних куль, у четвертій урні 4 білі і 7 чорних куль. З навмання вибраної урни виймають кулю. Знайти ймовірність того, що ця куля біла.

16. Гральний кубик кидають 5 разів. Знайти ймовірність того, що 2 рази випаде шістка і 3 рази не шістка.

17. 15 куль, серед яких 10 білих і 5 червоних, навмання розклали на групи по 3. Знайти ймовірність того, що в кожній групі буде по дві білі кулі.

18. В одній коробці міститься 20 радіоламп, із яких 16 стандартних, у другій коробці 12 радіоламп, із яких 10 стандартних. Із другої коробки навмання переклали радіолампу в першу коробку. Знайти ймовірність того, що радіолампа, навмання взята з першої коробки, буде стандартною.

19. Є три класи. У одному з них половина відмінників, в другому відмінники становлять третю частину учнів класу, а в третьому відмінників немає. З цих класів навмання вибрали один клас, а з нього навмання викликали учня, який виявився відмінником. Знайти ймовірність того, що при цьому було вибрано: а) перший клас; б) другий клас; в) третій клас.

20. Кожний з двох танків зробив по одному пострілу по деякому об'єкту. Ймовірність влучення в ціль першим танком 0,8, а другим 0,4. Об'єкт знищений одним влученням. Знайти ймовірність того, що це зробив перший танк.

21. Яка ймовірність витягнути з колоди карт (52 карти) підряд 13 карт однієї масті?

22. На полиці навмання розставляють 10 томів енциклопедії. Знайти ймовірність того, що перший, другий і третій томи не виявляться поставленими поруч у порядку зростання номерів.

23. Серед 350 механізмів 160 першого типу, 110 – другого типу і 80 – третього типу. Ймовірність браку серед механізмів першого типу 0,01, серед механізмів другого типу – 0,02 , серед механізмів третього типу – 0,04. Взяли один механізм. Знайти ймовірність того, що він справний.

24. Є 12 пластмасових кульок білого, зеленого і червоного кольорів, причому у кожному кольорі по 4 кульки з номерами від 1 до 4. Є 12 металевих кульок тих же кольорів і з тими ж номерами. Є також 12 дерев'яних кульок білого і червоного кольорів з номерами від 1 до 6. Навмання вибирається одна кулька. Знайти ймовірність того, що вона не металева, не зелена і на ній стоїть номер, не менший від двох.

25. Зроблено три послідовні постріли по мішені. Ймовірність влучення при першому пострілі 0,3, при другому – 0,6, при третьому – 0,8. При одному влученні ймовірність ураження цілі 0,4, при двох влученнях – 0,7, при трьох – 1,0. Визначити ймовірність ураження цілі при трьох пострілах.

26. Відомо, що 90% деталей стандартні. Контролюючий пристрій стандартну деталь може визнати придатною для використання з ймовірністю 0,95, а нестандартну – з ймовірністю 0,15. Знайти ймовірність того, що деталь, визнана придатною для використання, стандартна.

27. Учень навмання відповідає на поставлене запитання доти, доки відповідь виявиться правильною. При цьому ймовірність того, що перша відповідь буде правильною, дорівнює 0,5, а кожного наступного разу ймовірність правильної відповіді збільшується на 0,1. Знайти ймовірність того, що правильну відповідь учень знайде не більше ніж за 3 спроби.

28. По цілі проводиться 5 незалежних пострілів. Ймовірність влучення при кожному пострілі дорівнює 0,2. Для ураження цілі достатньо трьох влучень. Знайти ймовірність знищення цілі.

29. У клубі 17 перших місць виділили 17 кращим учням випускних класів, серед яких Іра К. і Боря С. Якщо ці місця займають довільно, то яка ймовірність того, що Іра і Боря сидітимуть поруч ?

30. У класі 25 учнів, серед яких 20 навчаються на «7» і «10». Знайти ймовірність того, що серед 10 навмання вибраних учнів буде вісім таких, що навчаються на «7» і «10».

31. Є дві урни, в кожній з яких по 6 білих і по 4 червоних кульки. З кожної урни навмання вибирається по одній кульці, а потім з цих двох кульок навмання береться одна. Знайти ймовірність того, що остання кулька біла.

Завдання 7.1.3

Слово складене з карток, на кожній з яких написана одна буква. Картки перемішують і виймають по одній навмання, не повертаючи назад. Знайти ймовірність того, що букви будуть вийняті у порядку заданого слова.

Варіанти

0. Математика	16. Економіка
1. Програма	17. Маркетинг
2. Програмування	18. Бухгалтер
3. Менеджмент	19. Фінансист
4. Підручник	20. Кредитування
5. Статистика	21. Процент
6. Подія	22. Бізнесмен
7. Випадковість	23. Відносини
8. Ймовірність	24. Аудитор
9. Алгоритм	25. Аудиторія
10. Підпрограма	26. Прибуток
11. Процедура	27. Знання
12. Напівпровідник	28. Здобуток
13. Транзистор	29. Коридор
14. Інтеграл	30. Визнання
15. Калькулятор	

Завдання 7.1.4

Як і в попередній задачі знайти ймовірність події, коли заданим словом є ваше прізвище і ваше ім'я.

Завдання 7.1.5

У скриньці міститься К чорних і Н білих куль. Навмання виймають М куль. Знайти ймовірність того, що серед них буде :

а) Р білих куль;

б) менше ніж Р білих куль;

в) хоча б одна біла куля.

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
К	5	5	6	6	7	4	8	6	4	5	7	6	6	4	8	5
Н	6	6	5	5	4	5	6	7	7	6	4	6	5	6	6	6
М	4	5	4	5	4	4	5	4	4	5	4	4	4	4	5	5
Р	2	3	2	3	2	2	3	4	2	3	2	3	3	3	2	4
Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
К	7	5	6	5	6	6	6	8	6	5	6	5	6	6	4	
Н	4	7	5	7	7	8	5	6	7	7	7	7	8	7	7	
М	5	4	5	5	5	5	5	5	4	4	6	5	5	5	4	
Р	3	3	2	4	3	4	4	3	3	2	3	3	3	2	2	

Завдання 7.1.6

Пристрій складається із трьох незалежно працюючих елементів, які працюють протягом часу T безвідмовно з ймовірностями p_1, p_2, p_3. Знайти ймовірність того, що за час T вийде із ладу: 1) тільки один елемент; 2) хоча б один елемент. Значення параметрів обчислити за формулами: $k = |14{,}9 - V| : 100$; $p_1 = 1 - k$, $p_2 = 0{,}9 - k$, $p_3 = 0{,}85 - k$.

Завдання 7.1.7

У першій скриньці міститься K білих і L чорних куль, а у другій – M білих і N чорних куль. З першої скриньки навмання виймають P куль, а з другої – Q куль. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих куль:

а) всі кулі одного кольору;

б) лише три білі кулі;

в) хоча б одна біла куля.

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	6	5	4	7	5	5	5	5	6	6	6	6	3	3	3	3
L	4	5	5	3	4	6	7	8	3	5	6	7	8	7	6	5
M	5	4	5	6	7	7	6	7	5	5	5	5	5	6	6	6
N	7	8	8	3	4	3	4	5	6	3	5	4	7	4	5	6
P	3	2	2	3	1	3	2	4	3	2	4	2	2	3	1	4
Q	2	2	3	1	4	2	2	1	3	2	1	3	3	3	4	1
Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
K	3	5	4	4	4	4	4	4	4	7	7	7	7	7	7	
L	4	3	9	8	7	6	5	4	3	2	4	5	6	7	8	
M	6	4	7	7	8	7	7	7	7	4	8	4	4	4	8	
N	7	9	3	4	3	5	6	7	8	8	5	6	7	4	5	
P	2	2	3	2	4	2	3	3	1	4	3	2	3	1	3	
Q	2	3	3	3	1	2	2	3	4	1	3	2	2	4	3	

Завдання 7.1.8

У скриньці міститься K чорних і білих куль, до яких додають L білих куль. Після цього з скриньки навмання виймають M куль. Знайти ймовірність того, що всі вийняті кулі білі.

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	4	3	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3
L	2	4	3	2	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4
M	3	4	4	3	4	2	3	2	3	4	2	3	4	5	2	3
Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
K	3	3	3	3	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
L	4	5	5	5	5	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	
M	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	

Завдання 7.1.9

У одній скриньці міститься K білих і L чорних куль, а в другій – M білих і N чорних куль. З першої скриньки навмання виймають P куль і кладуть у другу скриньку. Після цього з другої скриньки також навмання виймають R куль. Знайти ймовірність того, що всі кулі, вийняті з другої скриньки, білі.

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	6
L	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7	8	8	7	6	5	4
M	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3
N	8	7	6	5	4	3	5	4	6	7	8	9	3	4	5	6
P	3	2	3	2	3	3	4	2	3	2	3	3	4	3	4	4
R	4	3	3	4	4	2	3	4	3	4	3	4	3	2	3	2
Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
K	6	6	3	3	3	3	3	3	3	7	7	7	7	7	7	
L	3	2	2	3	4	5	6	7	8	2	3	4	5	6	7	
M	3	3	6	6	6	6	6	6	6	2	2	2	2	2	2	
N	7	8	8	7	6	5	4	3	2	8	6	5	4	3	2	
P	3	3	2	2	3	3	2	3	3	2	2	3	3	2	3	
R	3	4	4	3	3	4	5	2	3	3	2	2	4	2	4	

Завдання 7.1.10

У піраміді стоять R гвинтівок, із них L з оптичним прицілом. Стрілець, стріляючи із гвинтівки з оптичним прицілом, може влучити в мішень з ймовірністю p_1, а стрілець із гвинтівки без оптичного прицілу – з ймовірністю p_2. Знайти ймовірність того, що стрілець влучить в мішень, стріляючи із навмання взятої гвинтівки:

$$k=|14-V|,\ p_1=0{,}95-\frac{k}{100},\ p_2=0{,}6-\frac{k}{100},\ R=5+k$$

$$L=\begin{cases}3, & V\le 14,\\ 4, & V>14.\end{cases}$$

Завдання 7.1.11

У монтажному цеху до пристрою приєднують електродвигун. Електродвигуни постачаються трьома заводами. На складі є електродвигуни цих заводів відповідно в кількості M_1, M_2, M_3 штук, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного строку з ймовірностями відповідно p_1, p_2, p_3. Робітник бере навмання один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти ймовірність того, що вмонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного строку електродвигун поставлений відповідно першим, другим чи третім заводом–постачальником.

$$k=|14-V|,\ p_1=0{,}99-\frac{k}{100},\ p_2=0{,}9-\frac{k}{100},\ p_3=0{,}85-\frac{k}{100},$$

$$M_1=5+k,\quad M_2=20-k,\quad M_3=25-k.$$

Завдання 7.1.12

У кожному із n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною ймовірністю p. Обчислити всі ймовірності p_k, $k=0,1,2,...,n$, де k – частота події A. Побудувати графік ймовірностей p_k. Знайти найімовірнішу частоту. Значення параметрів n і p обчислити за формулами:

$$n=\begin{cases}11, & V\le 10\\ 10, & 10<V\le 20\\ 9, & V>20\end{cases}, \quad p=0{,}3+\frac{V}{100}.$$

Завдання 7.1.13

У кожному із n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною ймовірністю p. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться: а) точно M разів; б) менше ніж M і більше ніж L разів; в) більше ніж M разів.

$$n=700+V\cdot 10, \qquad p=0{,}35+\frac{V}{50},$$

$$M=270+V\cdot 10, \qquad L=M-40-V.$$

Завдання 7.1.14

У кожному із n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною ймовірністю p. Знайти ймовірність того, що подія A відбудеться : а) точно G разів; б) точно L разів; б) менше ніж M і більше ніж F разів; в) більше ніж R разів.

$$n=500+V\cdot 10, \qquad p=0{,}4+\frac{V}{100}, \qquad G=220+V\cdot 10, \qquad L=G-30,$$

$$M=G+20+V, \quad F=G-40+V, \qquad R=G+15.$$

Завдання 7.1.15

На телефонній станції неправильне з'єднання відбувається з ймовірністю p. Знайти ймовірність того, що серед n з'єднань має місце:

а) точно G неправильних з'єднань;

б) менше ніж L неправильних з'єднань;

в) більше ніж M неправильних з'єднань.

$D = V \cdot 100 + 200, \quad p = \frac{1}{D}, \qquad S = остача(\frac{V}{7}) + 1,$

$n = S \cdot D, \qquad G = остача\,(\frac{V}{5}) + 1,$

$L = остача\,(\frac{V}{6}) + 3, \qquad M = остача\,(\frac{V}{8}) + 2..$

Завдання 7.1.16

Випадкова величина X задана рядом розподілу

X	x_1	x_2	x_3	x_4
p	p_1	p_2	p_3	p_4

Знайти функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X і побудувати її графік. Обчислити для X її математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$ і моду M_0.

$R = остача\,(\frac{V}{4}) + 2,$

$x_1 = V + 3, \quad x_2 = x_1 + R, \quad x_3 = x_2 + R, \quad x_4 = x_3 + 2R,$

$$p_1 = \frac{1}{R+5}, \quad p_2 = \frac{1}{R+3}, \quad p_3 = \frac{41 + 33R + R^2 - R^3}{(R+3)(R+5)(8-R)}, \quad p_4 = \frac{1}{8-R}.$$

Завдання 7.1.17

Випадкова величина X задана функцією щільності ймовірностей

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 0, \\ \frac{x}{k} & при \quad 0 < x \le R, \\ 0 & при \quad x > R. \end{cases}$$

Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *f(x)* і *F(X)*. Обчислити для *X* математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, моду M_0 і медіану M_e.

$k = V + 2, \; R = \sqrt{2k}, \; де \;\; V \; - \; номер \;\; варіанта.$

Завдання 7.1.18

Випадкова величина X задана функцією розподілу ймовірностей

$$F(x)=\begin{cases}0 & при \quad x\le 0,\\ \dfrac{x}{k} & при \quad 0<x\le k,\\ 1 & при \quad x>k.\end{cases}$$

Знайти функцію щільності $f(x)$ випадкової величини X. Побудувати графіки функцій $f(x)$ і $F(X)$. Обчислити для X математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, моду M_0 і медіану M_e.

$k=V+3,$ *де* V *– номер варіанта.*

Завдання 7.1.19

Задана випадкова величина X розподілена нормально із математичним сподіванням a і середнім квадратичним відхиленням σ. Знайти ймовірність того, що ця випадкова величина набуде значення: а) в інтервалі $[c,b]$; б) менше K; в) більше L; г) відрізняється від свого середнього значення за абсолютною величиною не більше ніж на ε.

$$a=V,\quad \sigma=остача\,(\frac{V}{8})+2,\quad S=остача\,(\frac{V}{5})+1,$$

$$c=V-S,\quad b=V+2S,\quad k=V-S,\quad L=V+2S,\quad \varepsilon=S.$$

7.2 Завдання з математичної статистики

Завдання 7.2.1

За даними вибірки скласти найпростіший статистичний розподіл, побудувати полігон і гістограму, знайти емпіричну функцію розподілу і побудувати її графік, обчислити числові характеристики вибірки – середнє арифметичне $\overline{x}$, дисперсію $\overline{S}^2$, стандартне відхилення $\overline{s}$, моду M_0 і медіану M_e.

1.

3	6	4	1	0	5	1	1	3	1	4	2	2	3	2	3	0	4	5	1	3	1	5	2	2
0	2	2	3	2	2	3	6	2	1	3	1	1	5	4	2	3	2	4	3	2	4	2	1	3

2.

3	5	3	5	7	5	4	5	4	4	3	7	6	2	7	6	1	6	4	6	9	4	5	2	4
2	5	1	2	1	6	4	5	7	6	3	5	5	3	2	3	1	4	2	5	4	1	5	3	5

3.

0	1	2	1	0	3	1	2	0	2	1	0	1	0	2	4	3	2	1	1	0	5	4	0	3
4	4	1	1	3	4	0	0	2	2	1	2	1	3	2	3	2	4	3	4	2	5	2	5	2

4.

3	5	5	3	3	3	4	3	1	3	1	3	0	0	3	0	0	2	5	3	6	3	7	5	4
3	6	1	3	1	3	2	5	1	4	1	3	1	3	1	0	2	5	4	0	2	6	4	3	1

5.

0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	2	1	1	0
0	2	0	1	0	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2	0	2	1	0	0	0	1	0	1

6.

4	1	10	11	5	5	10	5	6	4	7	8	7	4	8	6	7	8	3	9	5	1	3	5	7
8	2	11	10	8	5	10	7	9	7	7	4	7	6	4	6	7	3	8	7	3	6	8	2	5

7.

2	0	3	1	0	2	4	0	1	2	0	2	1	0	2	3	1	3	2	4	3	4	5	1	4
3	1	7	0	1	0	1	3	3	3	6	3	3	4	5	2	4	3	4	3	2	1	2	1	2

8.

8	6	7	5	2	6	4	7	4	5	6	8	4	7	4	7	10	6	7	11	4	6	11	5	8
8	8	9	7	1	2	7	5	7	5	4	3	6	7	9	5	11	1	6	10	5	4	10	6	5

9.

2	0	3	1	2	0	2	0	2	3	0	2	0	3	0	1	3	2	1	0	4	3	2	4	2
1	3	0	2	0	2	3	2	3	1	0	2	0	3	0	4	0	4	3	4	3	3	2	1	2

10.

3	5	4	8	2	5	2	9	4	6	4	8	6	4	9	5	7	3	4	2	3	5	3	4	8
5	3	4	3	6	5	4	2	6	2	2	4	8	1	5	6	5	2	6	3	3	9	3	5	5

11.

4	5	6	1	1	6	2	2	8	4	5	5	4	2	3	4	7	5	4	7	5	3	3	4	4
3	8	4	3	5	5	2	1	4	3	5	1	4	3	3	3	5	1	0	2	2	1	7	5	2

12.

6	7	8	7	3	7	3	3	7	9	5	7	4	7	2	7	4	5	1	5	6	0	4	5	9
8	6	5	2	1	0	3	4	8	4	0	6	8	3	5	0	6	7	3	1	8	5	8	6	7

13.

1	0	1	1	1	2	0	2	2	1	0	0	0	1	0	3	1	2	1	1	1	0	0	1	1
2	0	3	4	2	3	4	1	1	0	0	1	1	3	0	2	0	3	2	1	1	1	2	2	1

14.

6	6	5	6	11	8	7	4	4	8	3	2	3	9	7	6	9	5	8	8	7	8	6	9	9
6	3	5	7	10	9	3	8	6	8	9	9	3	8	4	4	6	9	2	8	7	7	7	8	4

15.

2	0	1	2	0	0	2	2	1	1	0	0	0	0	1	2	0	4	0	0	1	0	4	1	1
0	2	1	0	0	2	1	1	1	0	1	1	3	1	2	2	1	3	0	2	4	3	0	2	1

16.

5	4	4	4	5	0	3	7	2	2	3	0	5	6	3	4	6	1	2	5	3	2	3	6	6
2	3	1	7	2	3	2	2	5	2	0	2	2	6	1	3	2	6	7	7	2	0	4	6	1

17.

4	8	4	11	7	7	5	8	9	6	7	4	6	5	8	4	7	4	8	5	6	5	7	4	8
7	4	3	10	2	8	7	5	0	4	7	6	3	5	7	2	6	6	5	8	8	3	8	6	6

18.

5	3	3	3	5	4	5	3	3	4	2	1	5	2	4	0	2	2	3	2	1	3	3	1	2
4	6	6	4	1	2	4	3	1	5	2	4	3	6	8	4	5	1	1	2	0	2	3	3	2

19.

2	2	0	1	3	0	3	3	3	3	1	0	1	0	0	1	4	1	0	0	0	2	0	1	1
0	1	2	1	2	2	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	2	1	0	0	1	1	1	0	3

20.

7	8	4	0	4	6	5	4	3	2	4	8	6	2	2	5	3	6	6	5	5	3	5	6	7
8	5	2	5	4	5	6	6	3	6	6	5	3	4	5	9	7	5	9	3	3	4	9	2	3

21.

3	5	1	4	5	3	4	1	7	5	4	7	3	3	6	7	4	5	7	4	0	6	6	9	1
6	5	2	4	1	3	2	3	5	5	3	6	7	5	4	6	1	2	1	5	2	4	5	2	4

22.

2	3	1	0	2	3	2	3	1	3	0	4	2	2	0	1	5	2	3	2	5	2	1	3	4
2	3	2	3	1	2	1	2	2	0	0	4	3	1	1	4	4	2	1	3	4	2	3	2	3

23.

7	4	5	1	3	4	6	7	6	5	4	5	1	4	0	6	3	4	5	1	5	3	5	4	1
3	4	3	2	0	4	5	2	0	1	3	1	3	1	4	1	5	2	3	3	1	3	1	6	3

24.

1	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	1	2	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	0
2	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	2	0	1	1	1	0	0	0	0	1	2	1

25.

3	0	4	3	6	4	9	8	9	6	3	6	3	4	7	3	5	7	8	2	8	6	3	7	8
3	7	6	4	6	7	7	4	7	9	5	8	7	5	7	6	5	3	8	3	5	8	7	6	8

26.

5	1	4	1	0	3	2	3	4	3	1	4	2	1	2	1	2	4	2	4	3	2	3	4	3
4	2	3	4	3	3	6	3	3	2	1	7	1	0	1	1	3	4	3	4	2	3	1	2	1

27.

5	6	7	4	0	4	6	4	3	6	1	7	6	1	5	7	5	9	0	6	9	7	6	3	0
4	5	7	2	1	7	9	0	8	0	8	5	8	3	1	6	8	5	6	5	3	9	7	5	8

28.

4	3	2	4	2	4	1	0	2	4	2	3	2	1	2	3	2	3	2	0	1	3	0	1	2
0	3	0	4	1	4	3	0	3	1	3	1	0	3	4	3	4	4	0	3	0	2	0	1	3

29.

5	1	4	1	7	4	5	3	4	0	4	3	9	4	6	4	7	7	5	5	3	9	5	3	3
6	2	5	5	7	3	2	1	5	6	7	7	8	3	6	2	4	2	8	4	7	5	8	7	5

30.

1	4	5	2	7	5	3	7	4	1	7	2	3	2	2	6	2	9	3	3	4	3	2	4	8
6	4	5	4	1	4	4	5	4	8	1	1	2	6	2	5	7	1	2	2	0	1	5	3	3

Завдання 7.2.2 Числові характеристики вибірки. Полігон. Гістограма

Задана генеральна сукупність, яка характеризує річний прибуток фермерів (в тис. грн). З неї зроблено вибірку з 20 елементів. Виконати такі вправи:

а) побудувати статистичний розподіл вибірки та його емпіричну функцію розподілу;

б) обчислити числові характеристики вибірки та зробити з їх допомогою висновок про генеральну сукупність;

в) побудувати полігони частот і відносних частот та гістограму, розбивши інтервал на 4 рівних підінтервали;

г) знайти моду, медіану, розкид та коефіцієнт варіації.

Таблиця 7.1

варіант	Вибірка
1	7,10,9,10,11,12,13,14,13,15,14,15,14,16,12,14,16,14,16,15
2	12,13,14,13.15,14,15,14,16,12,14,16,14,16,15,5,7,8,5,7.
3	14,15,14,16,12,14,16,14,16,15,5,7,8,5,7,9,10,9,8,4.
4	14,16,14,16,15,16,18,14,16,11,9,10,9,8,4,7,8,10,9,4.
5	5,7,8,5,7,9,10,16,18,14,16,1110,9,4,8,11,9,11,8.
6	9,10,9,8,4,7,8,10,9,4,8,11,9,11,8,10,11,12,9,12.
7	7,8,10,9,4,8,11,9,11,8,10,11,12,9,12,7,6,8,5,3.
8	8,11,9,11,8,10,11,12,9,12,7,6,8,5,3,6,9,10,6,5.
9	10,11,12,9,12,7,6,11,14,19,16,21,10,6,5,11,9,7,6,7.
10	7,6,8,5,3,6,9,10,6,5,11,9,7,6,7,10,9,8,11,6.
11	6,9,10,6,5,11,9,7,6,7,10,9,8,11,11,14,19,16,21,6.
12	11,9,7,6,7,10,9,8,11,6,5,10,8,7,6,9,8,10,7,10.
13	10,9,8,11,6,5,10,8,7,6,9,8,10,7,10,12,7,8,10,12.
14	5,10,8,7,6,9,8,10,7,10,12,7,8,10,12,11,9,10,8,11.
15	9,8,10,7,10,12,7,8,10,12,11,9,10,8,11,12,14,10,8,14.
16	12,7,8,10,12,11,9,10,8,11,12,14,10,8,14,7,10,8,12,13.
17	11,9,10,8,11,12,14,10,8,14,7,10,8,12,13,10,9,13,12,14.
18	12,14,10,8,14,7,10,8,12,13,10,9,13,12,14,10,12,14,15,13.
19	7,10,8,12,13,10,9,13,12,14,10,12,14,15,13,14,12,12,13,15.
20	10,9,13,12,14,10,12,14,15,13,14,12,12,13,15,14,12,9,16,10.
21	10,12,14,15,13,14,12,12,13,15,14,12,9,16,10,12,15,16,10,14.
22	14,12,12,13,15,14,12,9,16,10,12,15,16,10,14,17,18,17,14,12.
23	14,12,9,16,10,12,15,16,10,14,17,18,17,14,12,15,16,18,14,15.
24	12,15,16,10,14,17,8,17,14,12,15,16,18,14,15,12,15,14,16,12.
25	17,18,17,14,12,15,6,18,14,15,12,15,14,16,12,16,21,18,12,15.
26	15,16,18,14,15,12,15,14,16,12,16,21,18,12,15,8,20,16,15,12.
27	12,15,14,16,12,16,21,18,12,15,18,20,16,15,12,9,12,21,20,16.
28	16,21,18,12,15,18,20,16,15,12,9,12,21,20,16,12,9,8,12,12.
29	18,20,16,15,12,9,12,21,20,16,12,9,8,12,12,8,18,16,18,14.
30	9,12,21,20,16,12,9,8,12,12,8,18,16,18,14,11,16,18,21,19.

Завдання 7.2.3 Перевірка гіпотези про вид розподілу. Довірчий інтервал

Вивчається відсоткове відношення номінальної і ринкової цін на акції на фондовому ринку *(X)* за певний період. Вибірка, зроблена випадковим способом, за акціями 50 різних підприємств задається даними, наведеними в таблицях 7.2 і 7.3.

Таблиця 7.2

98,01 + a_1	100,2 + a_2	98,1 – a_3	96,2 + a_4	99,8 + a_5
101,2 + a_1	99,2 + a_2	104,1 – a_3	102,6 + a_4	103,8 + a_5
101,2 + a_1	99,4 + a_2	106,1 – a_3	100,6 + a_4	98,8 + a_5
96,2 + a_1	98,2 + a_2	101,1 – a_3	100,6 + a_4	99,8 + a_5
100,8 + a_1	98,2 + a_2	100,1 – a_3	101,6 + a_4	96,1 + a_5
101,2 + a_1	97,2 + a_2	102,1 – a_3	96,3 + a_4	96,8 + a_5
98,8 + a_1	94,2 + a_2	102,01 – a_3	96,3 + a_4	98,8 + a_5
99,2 + a_1	100,6 + a_2	100,1 – a_3	98,6 + a_4	100,8 + a_5
100,5 + a_1	98,2 + a_2	103,5 – a_3	100,1 + a_4	98,8 + a_5
100,4 + a_1	96,2 + a_2	102,1 – a_3	101,6 + a_4	100,8 + a_5

Необхідно:

а) за допомогою критерію Пірсона перевірити гіпотезу про нормальний закон розподілу відсоткового відношення номінальної і ринкової цін на акції на фондовому ринку при рівні значимості α ($\alpha = 0{,}05$, якщо варіант парний і $\alpha = 0{,}01$, якщо варіант непарний);

б) у випадку, коли закон розподілу виявиться нормальним, з надійністю γ ($\gamma = 0{,}95$, якщо варіант парний і $\gamma = 0{,}99$, якщо варіант непарний) побудувати довірчі інтервали для параметрів α і σ.

Параметри a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, вибираються з табл. 7.3 залежно від варіанта.

Таблиця 7.3 – Значення параметрів

Варіант	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	0,1	0,12	0,13	0,2	0
2	0,15	0,22	0,03	0,2	0,14
3	0,15	0,12	0,1	0,21	0,24
4	0,05	0,12	0,03	0,3	0,24
5	0	0,2	0,1	0,2	0,14
6	0,2	0,2	0,03	0,02	0,2
7	0,15	0,22	0,03	0,22	0
8	0,25	0,22	0,1	0,12	0,14
9	0,15	0,22	0	0,2	0,14
10	0,05	0,2	0,2	0,12	0,17

ТЕМА 8 ТЕСТИ З ДИСЦИПЛІНИ

Варіант 1

1. Простір елементарних подій складається з випадкових подій:
а) які є незалежними;
б) які є несумісними;
в) які не розкладаються на простіші;
г) які є несумісними і не розкладаються на простіші;
д) інша відповідь.

2. Нехай A, B, C – довільні події, Ω – простір всіх елементарних подій, $\varnothing$ – неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:

1) $A+\overline{A}=\Omega$; 2) $A(B+C)=AB+AC$; 3) $\overline{(A+B)C}=\overline{AC}+\overline{BC}$;

4) $A+\varnothing=\varnothing$; 5) $A+B=B+A$.

а) 1, 2, 3 і 5; б) 1, 2 і 5; в) 2, 3 і 4;
г) 1 і 5; д) інша відповідь.

3. Ймовірність суми двох сумісних подій A і B обчислюється за формулою:

а) $P(A+B)=P(A)+P(B)$;

б) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$;

в) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(AB)$;

г) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(AB)$;

д) інша відповідь.

4. Ймовірність події A , що сприяє події B, є:

а) меншою за ймовірність B ;

б) не більшою за ймовірність B ;

в) більшою за ймовірність B ;

г) не меншою за ймовірність B ;

д) інша відповідь.

5. Згідно з класичним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:

а) відношенню кількості елементарних подій, що сприяють події, до кількості всіх рівноможливих елементарних подій;

б) відношенню кількості всіх рівноможливих елементарних подій до кількості елементарних подій, що сприяють події;

в) добутку кількості елементарних подій, що сприяють події, та кількості всіх рівноможливих елементарних подій;

г) кількості елементарних подій, що сприяють події;

д) інша відповідь.

6. За формулою повної ймовірності ймовірність події A дорівнює ($\{H_k : 1 \le k \le n\}$ H_k – повна група подій):

а) $\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)$; б) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A)$; в) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(A/H_k)$;

г) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(H_k/A)$; д) інша відповідь.

7. Різницею подій A і B називається подія, яка визначається як:

а) $A \setminus B$; б) $A \bigcup B$; в) $A \bigcap B$; г) $A \subset B$; д) інша відповідь.

8. Щільність розподілу випадкової величини – це функція $f(x)$, для якої (F – функція розподілу):

а) $F(x)=\int_{x}^{+\infty} f(t)dt$; б) $F(x)=\int f(x)dx+C$; в) $F(x)=\int_{0}^{x} f(t)dt$;

г) $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$; д) інша відповідь.

9. Математичне сподівання неперервної випадкової величини з щільністю розподілу $f(x)$ дорівнює:

а) $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$; б) $\int_{0}^{+\infty} xf(x)dx$; в) $\int_{0}^{+\infty} x^2 f(x)dx$; г) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$; д) інша відповідь.

10. Середньоквадратичне відхилення випадкової величини є:

а) квадратним коренем з дисперсії цієї величини;

б) середнім значенням квадрата цієї величини;

в) відхиленням середнього значення квадрата випадкової величини від її середнього значення;

г) квадратом середнього значення цієї величини;

д) інша відповідь.

11. У групі 15 студентів, серед яких 8 відмінників. Навмання вибрано 9 студентів. Знайти ймовірність того, що серед вибраних студентів буде 6 відмінників.

а) 0,191; б) 0,196; в) 0,201; г) 0,206; д) інша відповідь.

12. Номер випадково взятого автомобіля чотирицифровий. Знайти ймовірність того, що номер не містить однакових цифр.

а) 0,021; б) 0,185; в) 0,504; г) 0,625; д) інша відповідь.

13. Партія з 10 деталей містить 4 браковані. Знайти ймовірність того, що з навмання взятих двох деталей будуть дві придатні.

а) 0,(3); б) 0,5; в) 0,65; г) 0,(4); д) інша відповідь.

14. Три аварійні пристрої працюють незалежно і сповіщають про аварію з ймовірностями 0,8; 0,9; 0,75. Яка ймовірність того, що при аварії спрацює хоча б один пристрій?

а) 0,975; б) 0,980; в) 0,985; г) 0,990; д) інша відповідь.

15. Ймовірність невлучання у мішень першого стрільця дорівнює 0,2, другого – 0,1 і третього – 0,3. Знайти ймовірність влучення в мішень хоча б одним стрільцем.

а) 0,994; б) 0,504; в) 0,092; г) 0,728; д) інша відповідь.

16. Продуктивність першого автомата вдвічі перевищує продуктивність другого. Перший автомат в середньому дає 60% деталей відмінної якості; другий – 84%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана деталь буде з браком?

а) 0,65; б) 0,28; в) 0,4; г) 0,32; д) інша відповідь.

17. В урні знаходиться кулька невідомого кольору – з рівною ймовірністю біла або чорна. В урну кладуть білу кульку і після перемішування навгад витягують одну кульку. Вона виявилась білою. Яка ймовірність того, що в урні залишилась біла кулька?

а) 0,67; б) 0,62; в) 0,57; г) 0,52; д) інша відповідь.

18. Було встановлено, що 25% сімей міста мають кабельне телебачення. Яка ймовірність того, що з 10 сімей 5 мають кабельне телебачення?

а) 0,06; б) 0,12; в) 0,18; г) 0,24; д) інша відповідь.

19. Підручник надруковано тиражем 5000 примірників. Ймовірність того, що підручник буде бракованим, дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що тираж має не більше трьох бракованих підручників.

а) $\frac{115}{3}e^{-5}$; б) $\frac{37}{2}e^{-5}$; в) $1-\frac{37}{2}e^{-5}$; $\frac{118}{3}e^{-5}$; д) інша відповідь.

20. За даними відділу технічного контролю серед виготовлених деталей у середньому 1,5% браку. Знайти найімовірнішу кількість бракованих деталей у партії із 300 деталей.

а) 3; б) 5; в) 4; г) 2; д) інша відповідь.

21. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0{,}2x, \quad 0<x\le 5,\\ 1, x>5.\end{cases}$$

Знайти щільність розподілу випадкової величини ξ.

а) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0{,}1x^2, \quad 0<x\le 5,\\ x, x>5.\end{cases}$ б) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0{,}2x\ , \quad 0<x\le 5,\\ 0, x>5.\end{cases}$

в) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0{,}2, \quad 0<x\le 5,\\ 0, x>5.\end{cases}$ г) $f_\xi(x)=\begin{cases}1, x\le 0,\\ 0{,}1x^2, \quad 0<x\le 5,\\ 1, x>5.\end{cases}$ д) інша відповідь.

22. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ. Знайти математичне сподівання $M\xi$.

ξ	-2	-1	0	2
p	0,1	0,3	0,4	0,2

а) 0; б)1; в) –1; г) –0,1; д) інша відповідь.

23. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ. Знайти дисперсію $D\xi$.

ξ	-2	-1	0	2
p	0,1	0,3	0,4	0,2

а) 1; б) 0,5; в)1,49; г)1,5; д) інша відповідь.

24. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ. Знайти математичне сподівання $M\xi$.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}2(1-x), \quad x\in(0;1),\\ 0, x\notin(0;1).\end{cases}$$

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{4}$; д) інша відповідь.

25. Випадкова величина ξ нормально розподілена. $M\xi=1$, $D\xi=4$. Знайти $P(|\xi-1|<2)$.

а) 0,68; б) 0,58; в) 0,78; г) 0,48; д) інша відповідь.

26. Вантажі із залізничної станції вивозять автомобілями за кільцевими маршрутами. Визначити вантажопідйомність автомобіля на маршруті *M(X)*, якщо обсяг перевезень розподіляється за показниковим законом, коли $a=0{,}25$.

а) 7 ; б) 4 ; в) 8 ; г) 5 ; д) інша відповідь.

27. Випадкова величини ξ має розподіл Пуассона з параметром λ. Які із рівностей є абсолютно правильними?

1) $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, при k =0,1, 2,... ; 2) $M\xi = \lambda$; 3) $D\xi = \lambda^2$.

а) тільки 1 і 2; б) тільки 1 і 3; в) тільки 2 і 3;

г) всі; д) інша відповідь.

28. Нехай $r(\xi,\eta)$ – коефіцієнт кореляції випадкових величин ξ і η . Які із тверджень є правильними?

1) $r(\xi ,\eta) = 0$, якщо випадкові величини незалежні;

2) якщо $r(\xi,\eta)$ =0, то випадкові величини незалежні;

3) $|r(\xi,\eta)| = 1$ тоді і тільки тоді, коли випадкові величини лінійно залежні.

а) тільки 3; б) тільки 1 і 3; в) тільки 2 і 3; г) тільки 1 і 2; д) інша відповідь.

29. Основна гіпотеза підтверджується, якщо вибіркове значення статистики критерію:

а) менше критичного значення;

б) більше критичного значення;

в) потрапляє в критичну область;

г) не потрапляє в критичну область;

д) інша відповідь.

30. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулася хоча б одна із подій;

б) не відбулися обидві події;

в) одна подія відбулася, а інша ні;

г) не відбулася хоча б одна із подій;

д) інша відповідь.

31. Протилежна подія має ймовірність, що в сумі з ймовірністю даної події дорівнює:

а) 2; б) 1,5; в) 1; г) 0,5; д) інша відповідь.

32. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

а) відношенню ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

33. Ймовірність події A , що сприяє події B, є:

а) меншою за ймовірність B ;

б) не більшою за ймовірність B ;

в) більшою за ймовірність B;

г) не меншою за ймовірність B; д) інша відповідь.

34. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:

а) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(A / B) \cdot P(A / BC)$;

б) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / A)$;

в) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/B)$;

г) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/AB)$; д) інша відповідь.

35. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:

а) з підкиданням монети; б) з підкиданням грального кубика;

в) незалежних один від одного;

г) однакових і незалежних скінченну кількість разів;

д) інша відповідь.

36. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а) добутку ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

37. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:

а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;

в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;

г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;

д) інша відповідь.

38. Згідно з геометричним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:

а) геометричній мірі множини, що задає подію;

б) частці від ділення геометричної міри множини, що задає подію, на геометричну міру множини, що задає весь простір елементарних подій;

в) відношенню міри простору елементарних подій до міри події;

г) процентному вмісту події в просторі елементарних подій;

д) інша відповідь.

39.Формула Байєса має вигляд ($\{H_k:1\le k\le n\}$ H_k – повна група подій):

а) $P(A/H_i)=\dfrac{\sum_{k=1}^{n}P(H_k/A)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$; б) $P(H_i/A)=\dfrac{\sum_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$;

в) $P(H_i/A)=\dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}$; г) $P(A/H_i)=\dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}$;

д) інша відповідь.

40. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та маловймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх настипить k раз, може бути наближено обчислена за формулою (n – кількість випробувань, p – ймовірність успіху в кожному з них):

а) $\dfrac{(np)^k e^{-np}}{k!}$; б) $\dfrac{(np)^k e^{-\frac{np}{2}}}{n!}$; в) $\dfrac{p^k e^{-np}}{n!}$; г) $\dfrac{k!e^{-np}}{(np)^k}$; д) інша відповідь.

Варіант 2

1. Сумою двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:
а) відбулися обидві події;
б) відбулася тільки одна з двох подій;
в) відбулася хоча б одна з двох подій;
г) не відбулася одна з подій; д) інша відповідь.
2. Нехай A, B, C – довільні події, Ω – простір всіх елементарних подій, $\varnothing$ – неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:
1) $A + \overline{A} = \varnothing$; 2) $A + (B + C) = (A + B) + C$; 3) $\overline{A + B} = \overline{A \cdot B}$;
4) $(AB)C = AC + BC$; 5) $A \cdot \Omega = \Omega$.
а) 1, 2 і 5; б) 2 і 4; в) 2 і 3;
г) 2, 3, 4 і 5; д) інша відповідь.
3. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:
а) добутку ймовірностей цих подій;
б) сумі ймовірностей цих подій;
в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.
4. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:
а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;
в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;
г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;
д) інша відповідь.
5. Згідно з геометричним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:
а) геометричній мірі множини, що задає подію;
б) частці від ділення геометричної міри множини, що задає подію, на геометричну міру множини, що задає весь простір елементарних подій;
в) відношенню міри простору елементарних подій до міри події;
г) процентному вмісту події в просторі елементарних подій;
д) інша відповідь.
6. Формула Байєса має вигляд ($\{ H_k : 1 \le k \le n \}$ H_k – повна група подій):

а) $P(A / H_i) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(H_k / A) P(H_k)}{P(H_i / A) P(H_i)}$; б) $P(H_i / A) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}{P(H_i / A) P(H_i)}$;

в) $P(H_i / A) = \dfrac{P(A / H_i) P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}$; г) $P(A / H_i) = \dfrac{P(A / H_i) P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}$;

д) інша відповідь.
7. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та малоймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх насту-

пить k разів, може бути наближено обчислена за формулою (n – кількість випробувань, p – ймовірність успіху в кожному з них):

а) $\dfrac{(np)^k e^{-np}}{k!}$; б) $\dfrac{(np)^k e^{-\frac{np}{2}}}{n!}$; в) $\dfrac{p^k e^{-np}}{n!}$; г) $\dfrac{k! e^{-np}}{(np)^k}$; д) інша відповідь.

8. Основними властивостями щільності розподілу $f(x)$ є:

а) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, $f(x) \geq 0$; б) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 1$, $f(x) \leq 0$; в) $\int\limits_{0}^{+\infty} f(x)dx = 1, f(x) > 0$;

г) $\int\limits_{0}^{+\infty} xf(x)dx = 1, f(x) < 0$; д) інша відповідь.

9. Математичне сподівання випадкової величини задає:

а) її найбільш ймовірне значення; б) її середнє значення; в) її найменш ймовірне значення;

г) значення, якого потрібно сподіватись; д) інша відповідь.

10. Випадкова величини ξ має біноміальний розподіл з параметрами n і p . Які із рівностей є абсолютно правильними?

1) $P(\xi = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, при k = 0, 1, 2, ..., n; 2) $M\xi$ = np; 3) $D\xi = p(1-p)^n$.

а) тільки 1; б) тільки 2; в) тільки 3;

г) тільки 1 і 2; д) інша відповідь.

11. Переможцями конкурсу стали 3 жінок та 4 чоловіків. Організатори випадковим чином обрали 4 особи для вручення суперпризів. Яка ймовірність того, що серед них буде дві жінки і два чоловіки?

а) $\dfrac{4}{49}$; б) $\dfrac{2}{7}$; в) $\dfrac{18}{35}$; г) $\dfrac{9}{25}$; д) інша відповідь.

12. Навмання взятий телефонний номер складається із 6 цифр. Знайти ймовірність того, що в ньому всі цифри різні.

а) 0,1512; б) 0, 2456; в) 0,3323; г) 0,504; д) інша відповідь

13. У шафі стоять 5 пар чобіт різних розмірів. З них навмання вибирають 4 чоботи. Знайти ймовірність того, що серед вибраних чобіт жоден не має пари.

а) $\dfrac{1}{42}$; б) $\dfrac{8}{21}$; в) $\dfrac{2}{21}$; г) $\dfrac{4}{21}$; д) інша відповідь.

14. Ймовірність одержання студентом оцінки «відмінно» на іспиті дорівнює 0,2. Яка ймовірність того, що оцінку «відмінно» одержить не більше як один студент із трьох?

а) 0,896; б) 0,64; в) 0,384; г) 0,512; д) інша відповідь.

15. Ймовірність того, що під час трьох незалежних випробувань деяка подія настане принаймні один раз, дорівнює 0,875. Знайти ймовірність настання цієї події під час одного випробування, якщо вона під час усіх випробувань однакова.

а) 0,25; б) 0,125; в) 0,6; г) 0,5; д) інша відповідь

16. Податкові інспектори роблять перевірку діяльності підприємств: перший обслуговує 40 підприємств, серед яких 25% не мають за боргованостей, другий – 60 підприємств, із них 40% – без заборгованостей. Яка ймовірність того, що навмання обране підприємство не має за боргованості?

а) 0,24; б) 0,29; в) 0,44; г) 0,39; д) інша відповідь.

17. З 10 деталей 4 пофарбовані. Ймовірність того, що пофарбована деталь важча за норму, дорівнює 0,3, а для непофарбованої деталі ця ймовірність 0,1. Взята навмання деталь виявилась важчою за норму. Знайти ймовірність того, що вона пофарбована.

а) 0,72; б) 0,67; в) 0,62; г) 0,57; д) інша відповідь.

18. Ймовірність браку виробництва становить 15%. Яке буде найімовірніше значення браку для 500 виготовлених деталей?

а) 80; б) 75; в) 70; г) 65; д) інша відповідь.

19. Завод відправив на базу 10000 доброякісних виробів. Ймовірність пошкодження кожного виробу під час транспортування на базу дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що під час транспортування буде пошкоджено не більше, ніж 3 вироби.

а) $\frac{5}{2e}$; б) $\frac{8}{3e}$; в) $\frac{5}{3e}$; г) $-\frac{13}{6e}$; д) інша відповідь.

20. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ 0{,}2x, & 0<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

Знайти ймовірність того, що при випробуванні випадкова величина ξ набере значення з інтервалу (2; 6)

а) 1; б) 0; в) 0,6; г) 0,4; д) інша відповідь.

21. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ 0{,}4x, & 1<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$$

Знайти щільність розподілу випадкової величини ξ .

а) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ 0{,}4x^2, & 1<x\le 5,\\ x, & x>5.\end{cases}$ б) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ 0{,}4x\ , & 1<x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$

в) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ 0{,}4, & 1<x\le 5,\\ 0, & x>5.\end{cases}$ г) $f_\xi(x)=\begin{cases}1, & x\le 1,\\ 0{,}4x^2, & 1<x\le 5,\\ 1, & x>5.\end{cases}$

д) інша відповідь.

22. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

ξ	-2	0	1	2
p	0,4	0,1	0,1	0,4

а) 0,1; б) 1; в) 2; г) 0; д) інша відповідь.

23. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти дисперсію $D\xi$.

ξ	-2	0	1	2
p	0,4	0,1	0,1	0,4

а) 3,3; б) 3,29; в) 3; г) 0,1; д) інша відповідь.

24. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}6(x-x^2), & x\in(0;1),\\ 0,\ x\notin(0;1)\end{cases}$$

а) $\frac{1}{2}$; б) 1; в) 0; г) $\frac{1}{3}$; д) інша відповідь.

25. Випадкова величина ξ нормально розподілена. $M\xi=-1$, $D\xi=9$. Знайти $P(-1<\xi<9)$

а) 0,45; б) 0,50; в) 0,54; г) 0,60; д) інша відповідь.

26. Проводиться серія з 1000 випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з ймовірністю 0,001. Визначити ймовірність того, що в цій серії випробувань подія A з'явиться тричі.

а) 0,5; б) 0,23; в) 0,3 ; г) 0,06; д) інша відповідь.

27. Випадкова величини ξ має рівномірний розподіл на відрізку $[a;b]$. Які із тверджень є абсолютно правильними?

1) її щільність розподілу є кусково сталою; 2) $D(\xi)=\frac{(b-a)^2}{4}$; 3) $M(\xi)=\frac{a+b}{2}$.

а) всі; б) тільки 1 і 2; в) тільки 1 і 3;

г) тільки 3; д) інша відповідь.

28. Визначити ймовірність того, що нормально розподілена величина потрапляє у проміжок $[\alpha;\beta)$, скориставшись таблицями функції $\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$.

а) $P(\alpha\le X<\beta)=1/2\left(\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sqrt{2}\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right)$;

б) $P(\alpha\le X<\beta)=1/2\left(\Phi^*\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi^*\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)\right)$;

в) $P(\alpha \le X < \beta) = 1/2\left(\Phi^*\left(\frac{\beta - a}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi^*\left(\frac{\alpha - a}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right)$;

г) $P(\alpha \le X < \beta) = 1/2\left(\Phi^*\left(\frac{\beta - a}{\sqrt{2}}\right) - \Phi^*\left(\frac{\alpha - a}{\sqrt{2}}\right)\right)$; д) інша відповідь.

29. Критичним значенням критерію Пірсона перевірки гіпотези про розподіл генеральної сукупності при рівні значущості α є (k – кількість інтервалів, l – кількість параметрів розподілу оцінених за вибіркою):

а) квантиль порядку $1-\alpha$ розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l-1$ ступенем вільності (свободи);

б) квантиль порядку α розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l+1$ ступенем вільності (свободи);

в) квантиль порядку $1-\alpha$ розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l+1$ ступенем вільності (свободи);

г) квантиль порядку α розподілу Пірсона (χ^2) з $k-l-1$ ступенем вільності (свободи);

д) інша відповідь.

30. Ймовірність суми двох сумісних подій A і B обчислюється за формулою:

а) $P(A+B)=P(A)+P(B)$;

б) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$;

в) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(AB)$;

г) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(AB)$; д) інша відповідь.

31. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулася хоча б одна із подій;

б) не відбулися обидві події;

в) одна подія відбулася, а інша ні;

г) не відбулася хоча б одна із подій; д) інша відповідь.

32. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

а) відношенню ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

33. Ймовірність події A , що сприяє події B, є:

а) меншою за ймовірність B;

б) не більшою за ймовірність B;

в) більшою за ймовірність B;

г) не меншою за ймовірність B; д) інша відповідь.

34. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:

а) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(A/B) \cdot P(A/BC)$;

б) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A)$;

в) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/B)$;

г) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB)$; д) інша відповідь.

35. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:

а) з підкиданням монети; б) з підкиданням грального кубика;

в) незалежних один від одного;

г) однакових і незалежних скінченну кількість разів;

д) інша відповідь.

36. Партія складається зі стандартних і нестандартних деталей, які ретельно перемішані. З неї навмання беруть дві деталі. Визначити простір елементарних подій.

а) $\Omega = \{CC; CH; HC\}$;

б) $\Omega = \{CC; HH; CH\}$;

в) $\Omega = \{CC; HH; CH; HC\}$;

г) $\Omega = \{CC; HH\}$;

д) інша відповідь.

37. Ймовірність того, що деяка подія в схемі Бернуллі з n випробувань відбудеться k разів дорівнює (p – ймовірність цієї події в кожному випробуванні):

а) $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$; б) $C_n^k p^{n-k} (1-p)^k$; в) $C_n^k p^{n-k} (1+p)^k$;

г) $C_n^k p^{n+k} (1-p)^k$; д) інша відповідь.

38. За формулою повної ймовірності ймовірність події A дорівнює ($\{H_k : 1 \le k \le n\}$ H_k – повна група подій):

а) $\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)$; б) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A)$; в) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(A/H_k)$;

г) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(H_k/A)$; д) інша відповідь.

39. Найбільш ймовірною кількістю успіхів в схемі Бернуллі з n випробувань та ймовірністю успіху в кожному з них p є:

а) n; б) $\left[\frac{n}{2}\right]$; в) $[np]$; г) $[np+p]$; д) інша відповідь.

40. Функція розподілу випадкової величини є:

а) неперервною зростаючою функцією;

б) неспадною неперервною справа функцією;

в) неспадною неперервною зліва функцією;

г) спадною неперервною функцією; д) інша відповідь

Варіант 3

1. Добутком двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулися обидві події;

б) відбулася тільки одна з двох подій;

в) відбулася хоча б одна з двох подій;

г) не відбулася одна з подій; д) інша відповідь.

2. Нехай A, B, C – довільні події, Ω – простір всіх елементарних подій, $\varnothing$ – неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:

1) $\overline{A+B} = AB$; 2) $A \cdot A = A$; 3) $A \cdot \varnothing = \varnothing$;
4) $A + \Omega = A$; 5) $AB + C = (A + C)(B + C)$.

а) 2, 3, 4 і 5; б) всі; в) 1, 3 і 5;
г) 2 і 3; д) інша відповідь.

3. Згідно з теоремою множення ймовірностей ймовірність добутку двох подій дорівнює:

а) $P(A \cdot B) = P(B / A) \cdot P(B)$; б) $P(A \cdot B) = P(A / B) \cdot P(A)$;
в) $P(A \cdot B) = P(A / B) \cdot P(B)$; г) $P(A \cdot B) = P(A + B) \cdot P(B)$;
д) інша відповідь.

4. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:

а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;
в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;
г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;
д) інша відповідь.

5. Повною групою подій є:

а) набір незалежних рівноймовірних подій;
б) набір несумісних подій, сума яких є достовірною подією;
в) набір незалежних подій, сума яких є достовірною подією;
г) набір подій, сума яких є достовірною подією;
д) інша відповідь.

6. Апостеріорні ймовірності гіпотез можна обчислити за формулою:

а) Байєса; б) Бернуллі; в) Пуассона;
г) повної ймовірності; д) інша відповідь.

7. Функцією розподілу випадкової величини ξ є функція:

а) $F(x)=P(\xi \geq x)$; б) $F(x) = P(0 < \xi \leq x)$; в) $F(x) = P(\xi > x)$;
г) $F(x) = P(\xi < x)$; д) інша відповідь.

8. Математичним сподіванням дискретної випадкової величини з розподілом (x_i, p_i) є:

а) $\frac{1}{n}\sum_i x_i$; б) $\sum_i x_i p_i$; в) $\sum_i x_i^2 p_i$; г) $\sum_i x_i p_i^2$; д) інша відповідь.

9. Дисперсією випадкової величини ξ є:

а) $M\left|\xi + M\xi\right|$; б) $M\left|\xi - M\xi\right|$; в) $M(\xi - M\xi)$;
г) $M(\xi - M\xi)^2$; д) інша відповідь.

10. Випадкова величини ξ має розподіл Пуассона з параметром λ. Які із рівностей є абсолютно правильними?

1) $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, при k =0,1, 2,… ; 2) $M\xi = \lambda$; 3) $D\xi = \lambda^2$.

а) тільки 1 і 2; б) тільки 1 і 3; в) тільки 2 і 3; г) всі; д) інша відповідь.

11. В аудиторії серед 15 комп'ютерів 12 справних. Знайти ймовірність того, що з двох вибраних комп'ютерів хоча б один виявиться несправним.

а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{6}{35}$; г) $\frac{13}{25}$; д) інша відповідь.

12. В урні є 12 кульок, з них 8 червоних і 4 чорних. Навмання вибирають 6 кульок. Яка ймовірність того, що вибрано дві чорних кульки?

а) $\frac{5}{66}$; б) $\frac{1}{154}$; в) $\frac{6}{11}$; г) $\frac{5}{11}$; д) інша відповідь.

13. Диспетчер обслуговує три лінії. Ймовірність того, що протягом години звернуться по першій лінії, становить 0,3, по другій – 0,4, по третій – 0,6. Яка ймовірність того, що протягом години диспетчер отримає виклики з двох ліній?

а) 0,314; б) 0,324; в) 0,334; г) 0,344; д) інша відповідь.

14. В ящику 10 білих та 5 чорних куль. Навмання виймають дві кулі. Яка ймовірність того, що чорних куль буде не більше одної?

а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{10}{21}$; в) $\frac{5}{7}$; г) $\frac{19}{21}$; д) інша відповідь.

15. Тираж популярної газети друкується в двох типографіях. Потужності цих типографій відносяться як 3:4, причому перша дає 3,5% браку, друга – 2,5%. Яка ймовірність того, що навмання обраний примірник газети буде бракованим?

а) 0,0293; б) 0,0298; в) 0,0303; г) 0,0308; д) інша відповідь.

16. Завод випускає кухонні набори білого і синього кольорів, що виготовляються двома цехами. Перший цех виробляє 35% продукції, серед яких 40% наборів синього кольору. У продукції другого цеху 55% синіх наборів. Яка ймовірність того, що навмання вибраний набір синього кольору ?

а) 0,4975; б) 0,4980; в) 0,4985; г) 0,4990; д) інша відповідь.

17. Кількість вантажних машин, які проходять по шосе, відноситься до кількості легкових машин як 3 до 2. Ймовірність того, що машина під'їде на заправку для вантажних машин дорівнює 0,1, а для легкових – 0,2. До бензоколонки під'їхала машина. Яка ймовірність того, що ця машина вантажна?

а) 0,33; б) 0,38; в) 0,43; г) 0,48; д) інша відповідь.

18. Монету підкидають 6 разів. Яка ймовірність одержання рівно чотири рази «орла»?

а) 0,210; б) 0,222; в) 0,234; г) 0,246; д) інша відповідь.

19. Ймовірність пошкодження виробу при транспортуванні дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що при транспортуванні 2000 виробів буде пошкоджено більше, ніж 2 вироби.

а) $1-13e^{-4}$; б) $13e^{-4}$; в) $\frac{3}{32}e^{-4}$; г) $1-\frac{1}{71}e^{-4}$; д) інша відповідь.

20. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ . Знайти сталу С.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}Cx^2, & x\in[0,2],\\ 0,\ x\notin[0,2]\end{cases}$$

а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{8}{3}$; г) 0,4; д) інша відповідь.

21. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0,\ x\le 2,\\ 0{,}5x, & 2<x\le 5,\\ 1,\ x>5.\end{cases}$$

Знайти щільність розподілу випадкової величини ξ .

а) $f_\xi(x)=\begin{cases}0,\ x\le 2,\\ 0{,}5x^2, & 2<x\le 5,\\ x,\ x>5.\end{cases}$ б) $f_\xi(x)=\begin{cases}0,\ x\le 2,\\ 0{,}5x\ , & 2<x\le 5,\\ 0,\ x>5.\end{cases}$ в) $f_\xi(x)=\begin{cases}0,\ x\le 2,\\ 0{,}5, & 2<x\le 5,\\ 0,\ x>5.\end{cases}$ г) $f_\xi(x)=\begin{cases}1,\ x\le 2,\\ 0{,}5x^2, & 2<x\le 5,\\ 1,\ x>5.\end{cases}$ д) інша відповідь.

22. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

ξ	-3	-1	2	4
p	0,2	0,3	0,4	0,1

а) 0; б) 2; в) –1; г) –0,1; д) інша відповідь.

23. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти дисперсію $D\xi$.

ξ	-3	-1	2	4
p	0,2	0,3	0,4	0,1

а) 0; б) 2; в)5,3; г) 5,21; д) інша відповідь.

24. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}x-\frac{1}{4}x^3, & x\in(0;2),\\ 0,\ x\notin(0;2)\end{cases}$$

а) 1; б) $\frac{16}{15}$; в) $\frac{8}{3}$; г) $\frac{7}{20}$; д) інша відповідь.

25. Випадкова величина ξ нормально розподілена. $M\xi$ =1, $D\xi$ = 4. Знайти $P(\xi>2)$.

а) 0,25; б) 0,28; в) 0,31; г) 0,37; д) інша відповідь.

26. Брак при виготовленні деталей становить у середньому 5 %. Знайти ймовірність того, що серед 5 навмання взятих деталей: а) не виявиться жодної бракованої; б) буде дві браковані деталі.

а) 0,77; 0,02 ; б) 0,8; 0,02; в) 0,88; 0,3 ; г) 0,6; 0,25 ; д) інша відповідь.

27. Випадкова величини ξ має нормальний розподіл з параметрами a і σ^2. Які із тверджень є абсолютно правильним?

$$1)\, M(\xi)=a\,, D(\xi)=\sigma^2;\ 2)\ P(\xi>a)=P(\xi<a)=\frac{1}{2};\ 3)\, P(|\xi-a|>3\sigma)\approx 1.$$

а) тільки 1 і 2; б) тільки 1 і 3; в) тільки 2 і 3; г) 1, 2 і 3; д) інша відповідь.

28. Згідно із законом великих чисел правильними є такі твердження:

1) малоймовірно, що середнє арифметичне відхилень випадкових величин від своїх математичних сподівань значно відрізняється від 0 при великій кількості незалежних випадкових величин;

2) сума великої кількості випадкових величин має приблизно нульове математичне сподівання та одиничну дисперсію;

3) відносна частота успіху в схемі Бернуллі мало відрізняється від ймовірності успіху в кожному з випробувань при великій кількості випробувань.

а) тільки 1; б) тільки 2; в) тільки 3;

г) тільки 1 і 2; д) інша відповідь.

29. Рівнем значущості критерію перевірки статистичної гіпотези є:

а) ймовірність того, що результат перевірки буде правильним;

б) ймовірність помилки першого роду;

в) ймовірність помилки другого роду;

г) максимальне відхилення вибіркового значення статистики критерію від критичного;

д) інша відповідь.

30. Сумою двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулися обидві події;

б) відбулася тільки одна з двох подій;

в) відбулася хоча б одна з двох подій;

г) не відбулася одна з подій; д) інша відповідь

31. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а) добутку ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

32. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

а) відношенню ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

33. Ймовірність події A, що сприяє події B, є:

а) меншою за ймовірність B;

б) не більшою за ймовірність B;

в) більшою за ймовірність B;

г) не меншою за ймовірність B; д) інша відповідь.

34. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:

а) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(A / B) \cdot P(A / BC)$;

б) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / A)$;

в) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / B)$;

г) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / AB)$; д) інша відповідь.

35. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:

а) з підкиданням монети; б) з підкиданням грального кубика;

в) незалежних один від одного;

г) однакових і незалежних скінченну кількість разів;

д) інша відповідь.

36. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а) добутку ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

37. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:

а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;

в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;

г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;

д) інша відповідь.

38. Згідно з геометричним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:

а) геометричній мірі множини, що задає подію;

б) частці від ділення геометричної міри множини, що задає подію, на геометричну міру множини, що задає весь простір елементарних подій;

в) відношенню міри простору елементарних подій до міри події;

г) процентному вмісту події в просторі елементарних подій;

д) інша відповідь.

39. Формула Байєса має вигляд ($\{ H_k : 1 \le k \le n \}$ H_k – повна група подій):

а) $P(A / H_i) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(H_k / A) P(H_k)}{P(H_i / A) P(H_i)}$; б) $P(H_i / A) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}{P(H_i / A) P(H_i)}$;

в) $P(H_i / A) = \dfrac{P(A / H_i) P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}$; г) $P(A / H_i) = \dfrac{P(A / H_i) P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A / H_k) P(H_k)}$;

д) інша відповідь.

40. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та малоймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх наступить k разів, може бути наближено обчислена за формулою (n – кількість випробувань, p – ймовірність успіху в кожному з них):

а) $\frac{(np)^k e^{-np}}{k!}$; б) $\frac{(np)^k e^{-\frac{np}{2}}}{n!}$; в) $\frac{p^k e^{-np}}{n!}$; г) $\frac{k! e^{-np}}{(np)^k}$; д) інша відповідь.

Варіант 4

1. Протилежною до суми двох подій є подія, яка полягає в тому, що:
а) не відбулася хоча б одна із подій;
б) не відбулися обидві події;
в) одна подія відбулася, а інша ні;
г) відбулася хоча б одна із подій; д) інша відповідь
2. Нехай A, B, C – довільні події, Ω – простір всіх елементарних подій, $\varnothing$ – неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:
1) $A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$; 2) $\overline{(A+B)C}=\overline{A}C+\overline{B}C$; 3) $A\cdot A=\Omega$;
4) $A+\varnothing=A$; 5) $AB+C=AC+BC$.
а) 1, 2, 3 і 4; б) 3, 4 і 5; в) 1 і 2; г) 1 і 4; д) інша відповідь.
3. Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:
а) відношенню ймовірностей цих подій;
б) сумі ймовірностей цих подій;
в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.
4. Ймовірність події A, що сприяє події B, є:
а) меншою за ймовірність B;
б) не більшою за ймовірність B;
в) більшою за ймовірність B;
г) не меншою за ймовірність B; д) інша відповідь.
5. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:
а) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(A/B)\cdot P(A/BC)$;
б) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/A)$;
в) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/B)$;
г) $P(A\cdot B\cdot C)=P(A)\cdot P(B/A)\cdot P(C/AB)$; д) інша відповідь.
6. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:
а) з підкиданням монети; б) з підкиданням грального кубика;
в) незалежних один від одного;
г) однакових і незалежних скінченну кількість разів;
д) інша відповідь.
7. Які з рівностей є правильними (F – функція розподілу випадкової величини ξ)?
1) $P(a\le\xi\le b)=F(b)-F(a)$; 2) $P(a\le\xi<b)=F(b)-F(a)$;
3) $P(a<\xi\le b)=F(b+0)-F(a)$;
4) $P(a<\xi<b)=F(b)-F(a+0)$.
а) 1 і 3; б) 2 і 4; в) 3 і 4; г) 2 і 3; д) інша відповідь.

8. Які з рівностей для математичного сподівання є неправильними (ξ_1,ξ_2,ξ_3 – випадкові величини, C – стала)?

1) $M(C\cdot\xi)=C\cdot M\xi$; 2) $M(\xi_1+\xi_2)=M\xi_1+M\xi_2$; 3) $M(\xi_1\cdot\xi_2)=M\xi_1\cdot M\xi_2$;
4) $MC=C$; 5) $M(\xi_1-\xi_2)=M\xi_1+M\xi_2$.

а) тільки 5; б) 3 і 4; в) 3 і 5; г) 1, 2 і 4; д) інша відповідь.

9. Дисперсія випадкової величини характеризує:

а) її відхилення від початку координат;

б) її відхилення від середнього значення;

в) квадрат відхилення середнього значення випадкової величини від початку координат;

г) середнє значення різниці випадкової величини та її середнього значення;

д) інша відповідь.

10. Випадкова величини ξ має рівномірний розподіл на відрізку $[a; b]$. Які із тверджень є абсолютно правильними?

1) її щільність розподілу є кусково-сталою; 2) $D(\xi)=\frac{(b-a)^2}{4}$; 3) $M(\xi)=\frac{a+b}{2}$

а) всі; б) тільки 1 і 2; в) тільки 1 і 3; г) тільки 3; д) інша відповідь.

11. Серед 20 ламп 5 бракованих. Знайти ймовірність того, що із чотирьох взятих навмання ламп всі будуть якісні.

а) 0,306; б) 0,282; в) 0,243; г) 0,328; д) інша відповідь.

12. В урні є 12 кульок, з них 8 червоних і 4 чорних. Навмання вибирають 6 кульок. Яка ймовірність того, що вибрано хоча б одну чорну кульку?

а) $\frac{31}{33}$; б) $\frac{9}{11}$; в) $\frac{29}{33}$; г) $\frac{32}{33}$; д) інша відповідь.

13. Ймовірність вчасного повернення кредиту для першої фірми становить 0,96, другої – 0,88. Яка ймовірність, що вчасно поверне кредит тільки одна фірма?

а) 0,900; б) 0,088; в) 0,1504; г) 0,108; д) інша відповідь.

14. Студент вивчив 20 із 25 питань програми. Яка ймовірність того, що він складе екзамен, якщо для цього потрібно відповісти не менше, ніж на два із трьох заданих екзаменатором запитань?

а) 0,413; б) 0,909; в) 0,496; г) 0,755; д) інша відповідь.

15. Виробництво певної продукції може проводитись в двох температурних режимах з ймовірностями 0,45 і 0,55, відповідно. Залежно від температурного режиму ймовірність отримання продукції вищої якості становить 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навмання вибрана продукція вищої якості?

а) 0,850; б) 0,855; в) 0,860; г) 0,865; д) інша відповідь.

16. До каси підприємства надійшли банкноти у пачках від двох банків: 50 пачок від першого і 70 – від другого. Ймовірність помилки касирів пер-

шого банку становить 0,0015, другого – 0,002. Яка ймовірність того, що навмання вибрану пачку сформовано без помилок?

а) 0,9987; б) 0,9982; в) 0,9977; г) 0,9972; д) інша відповідь.

17. На двох полицях стоять книги: на першій – 15 українською і 7 російською мовами, на другій – відповідно 10 і 8 книг. З першої полиці навмання перекладено книгу на другу полицю. Яка ймовірність того, що з першої полиці було перекладено російську книгу, якщо вибрана з другої полиці книга виявилась українською?

а) 0,50; б) 0,55; в) 0,60; г) 0,65; д) інша відповідь.

18. Кількість звернень до агентства з нерухомості з приводу оренди та продажу квартир відносяться як 7:5. Яка ймовірність того, що серед 6 довільно вибраних заявок буде чотири щодо продажу квартир?

а) 0,30; б) 0,25; в) 0,20; г) 0,15; д) інша відповідь.

19. Ймовірність несплати податку для кожного із 400 підприємств дорівнює 0,1. Яка найімовірніша кількість підприємств, що не сплатять податки?

а) 41; б) 39; в) 42; г) 40; д) інша відповідь.

20. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ. Знайти сталу C.

$$f_\xi(x)=\begin{cases} C\cos 2x, & x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right], \\ 0, x\notin\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right] \end{cases}$$

а)1; б) 2; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{3}{2}$; д) інша відповідь

21. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, \\ 0{,}1x, & 0<x\le 6, \\ 1, x>6. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу випадкової величини ξ.

а) $f_\xi(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, \\ 0{,}1x^2, & 0<x\le 6, \\ x, x>6. \end{cases}$ б) $f_\xi(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, \\ 0{,}1x, & 0<x\le 6, \\ 0, x>6. \end{cases}$

в) $f_\xi(x)=\begin{cases} 0, x\le 0, \\ 0{,}1, & 0<x\le 6, \\ 0, x>6. \end{cases}$ г) $f_\xi(x)=\begin{cases} 1, x\le 0, \\ 0{,}1x^2, & 0<x\le 6, \\ 1, x>6. \end{cases}$ д) інша відповідь.

22. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ. Знайти математичне сподівання $M\xi$.

ξ	-2	-1	3	
p	0,5	0,3	0,2	

а) 0; б) –1; в) –1,2; г) –0,7; д) інша відповідь.

23. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти дисперсію $D\xi$.

ξ	-2	-1	3	
p	0,5	0,3	0,2	

а) 3,61; б) 4,1; в) 1; г) 0,5; д) інша відповідь.

24. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}3(x-2)^2, & x\in(2;3),\\ 0,\ x\notin(2;3)\end{cases}$$

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{9}{4}$; г) $\frac{7}{4}$; д) інша відповідь.

25. Випадкова величина ξ нормально розподілена. $M\xi$ = 2, $D\xi$ =1,21. Знайти $P(\xi \le 0)$.

а) 0,0012; б) 0,0123; в) 0,0234; г) 0,0345; д) інша відповідь.

26. Імовірність виготовлення бракованого свердла дорівнює 0,02. Свердла пакуються в коробки по 100 штук. Знайти ймовірність того, що в коробці не буде бракованих свердел.

а) 0,235; б) 0,335 ; в) 0,138 ; г) 0,135; д) інша відповідь.

27. Які із тверджень правильні для функції Лапласа $\Phi(x)$?

1) $\Phi(-x) = -\Phi(x)$; 2) $\Phi(-x) = 1-\Phi(x)$; 3) $\Phi(-x) = \Phi(x)$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\Phi(x)=1$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\Phi(x)=0,5$

а) 3 і 4; б) 1 і 5; в) 2 і 5; г) 1 і 4; д) інша відповідь.

28. Які з оцінок є оцінками математичного сподівання?

1) $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$; 2) медіана; 3) $\frac{1}{2}(x_{\min}+x_{\max})$; 4) мода.

а) тільки 1, 3 і 4; б) тільки 2, 3 і 4; в) тільки 1, 2 і 3;

г) тільки 1; д) інша відповідь.

29. Залежність випадкової величини Y від значень невипадкової величини x називається лінійною регресією Y на x , якщо:

а) $Y=a\cdot x+b$;

б) відхилення величини Y від $a\cdot x+b$ є мінімальними;

в) середнє значення величини Y при кожному значенні x дорівнює $a\cdot x+b$;

г) середнє значення величини Y дорівнює $a\cdot x+b$;

д) інша відповідь.

30. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а) добутку ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

31. Сумою двох випадкових подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулися обидві події;

б) відбулася тільки одна з двох подій;

в) відбулася хоча б одна з двох подій;

г) не відбулася одна з подій; д) інша відповідь.

32. Рівнем значущості критерію перевірки статистичної гіпотези є:

а) ймовірність того, що результат перевірки буде правильним;

б) ймовірність помилки першого роду;

в) ймовірність помилки другого роду;

г) максимальне відхилення вибіркового значення статистики критерію від критичного;

д) інша відповідь.

33. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:

а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;

в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;

г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;

д) інша відповідь.

34. Згідно з геометричним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:

а) геометричній мірі множини, що задає подію;

б) частці від ділення геометричної міри множини, що задає подію, на геометричну міру множини, що задає весь простір елементарних подій;

в) відношенню міри простору елементарних подій до міри події;

г) процентному вмісту події в просторі елементарних подій;

д) інша відповідь.

35. Формула Байєса має вигляд ($\{H_k : 1 \le k \le n\}$ H_k – повна група подій):

а) $P(A/H_i)=\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}P(H_k/A)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$; б) $P(H_i/A)=\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$;

в) $P(H_i/A)=\dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum\limits_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}$; г) $P(A/H_i)=\dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum\limits_{k=1}^{n}P(A/H_k)P(H_k)}$;

д) інша відповідь.

36. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та малоймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх наступить k разів, може бути наближено обчислена за формулою (n – кількість випробувань, p – ймовірність успіху в кожному з них):

а) $\dfrac{(np)^k e^{-np}}{k!}$; б) $\dfrac{(np)^k e^{-\frac{np}{2}}}{n!}$; в) $\dfrac{p^k e^{-np}}{n!}$; г) $\dfrac{k!e^{-np}}{(np)^k}$; д) інша відповідь.

37.Основними властивостями щільності розподілу $f(x)$ є:

а) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$, $f(x) \geq 0$; б) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 1$, $f(x) \leq 0$; в) $\int\limits_{0}^{+\infty} f(x)dx = 1$, $f(x) > 0$;

г) $\int\limits_{0}^{+\infty} xf(x)dx = 1$, $f(x) < 0$; д) інша відповідь.

38. Математичне сподівання випадкової величини задає:

а) її найбільш ймовірне значення; б) її середнє значення; в) її найменш ймовірне значення;

39. На дошці записують два числа, вибрані навмання. Подія A – одне з цих чисел просте, подія B – одне з написаних чисел парне. Що означає подія AB?

а) з двох написаних чисел одне просте, а інше – парне;

б) два написані числа прості;

в) два написані числа парні;

г) одне написане число просте, а інше – непарне;

д) інша відповідь.

40. Ймовірність того, що деяка подія в схемі Бернуллі з n випробувань відбудеться k разів дорівнює (p – ймовірність цієї події в кожному випробуванні):

а) $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$; б) $C_n^k p^{n-k} (1-p)^k$; в) $C_n^k p^{n-k} (1+p)^k$; г) $C_n^k p^{n+k} (1-p)^k$; д) інша відповідь.

Варіант 5

1. Протилежною до добутку двох подій є подія, яка полягає в тому, що:

а) відбулася хоча б одна із подій;

б) не відбулися обидві події;

в) одна подія відбулася, а інша ні;

г) не відбулася хоча б одна із подій; д) інша відповідь.

2. Нехай A, B, C – довільні події, Ω – простір всіх елементарних подій, $\varnothing$ – неможлива подія. Вкажіть, які із співвідношень правильні:

1) $\overline{(A+B)C} = \overline{AC} + \overline{BC}$; 2) $\overline{AB} = A + B$; 3) $A \cdot \overline{A} = \varnothing$;

4) $A + \Omega = \Omega$; 5) $(A+B)C = AC + BC$.

а) 3, 4 і 5; б) 2, 3 і 4; в) 1, 2 , 3 і 4;

г) 3 і 5; д) інша відповідь.

3. Протилежна подія має ймовірність, що в сумі з ймовірністю даної події дорівнює:

а) 2; б) 1,5; в) 1; г) 0,5; д) інша відповідь.

4. Підкидається гральний кубик. Розглянемо події: $A_1 = \{1;\ 2;\ 4\}$, $A_2 = \{3;\ 4;\ 6\}$, $A_3\{4;\ 5;\ 6\}$. Якими будуть події: $B_1 = A_1 \cap \overline{A}_3$ і $B_2 = \overline{A}_1 \cap A_2$?

а) сумісними;

б) несумісними;

в) рівними;

г) протилежними;

д) інша відповідь.

5. За формулою повної ймовірності ймовірність події A дорівнює ($\{H_k : 1 \le k \le n\}$ H_k – повна група подій):

а) $\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)$; б) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A)$; в) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(A/H_k)$;

г) $\sum_{k=1}^{n} P(H_k)P(H_k/A)$;

д) інша відповідь.

6. Ймовірність того, що деяка подія в схемі Бернуллі з n випробувань відбудеться k раз дорівнює (p – ймовірність цієї події в кожному випробуванні):

а) $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$; б) $C_n^k p^{n-k} (1-p)^k$; в) $C_n^k p^{n-k} (1+p)^k$;

г) $C_n^k p^{n+k} (1-p)^k$; д) інша відповідь.

7. Функція розподілу випадкової величини є:

а) неперервною зростаючою функцією;

б) неспадною неперервною справа функцією;

в) неспадною неперервною зліва функцією;

г) спадною неперервною функцією; д) інша відповідь.

8. Чи правильна рівність $M(\xi_1 \cdot \xi_2) = M\xi_1 \cdot M\xi_2$?

а) правильна; б) неправильна; в) правильна, якщо ξ_1 і ξ_2 однаково розподілені; г) правильна, якщо ξ_1 і ξ_2 незалежні; д) інша відповідь.

9. Які з рівностей для дисперсії є неправильними (ξ_1, ξ_2, ξ – випадкові величини, C – стала)?

1) $DC = 0$; 2) $D\xi \ge 0$; 3) $D(C \cdot \xi) = C \cdot D\xi$;

4) $D(\xi_1 + \xi_2) = D\xi_1 + D\xi_2$; 5) $D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2$.

а) 1, 3 і 4; б) тільки 3; в) 3 і 4; г) 2 і 5; д) інша відповідь.

10. Випадкова величина ξ має нормальний розподіл з параметрами a і σ^2 . Яке із тверджень є абсолютно правильним?

1) $M(\xi) = a, \quad D(\xi) = \sigma^2$; 2) $P(\xi > a) = P(\xi < a) = \frac{1}{2}$; 3) $P(|\xi - a| > 3\sigma) \approx 1$.

а) тільки 1 і 2; б) тільки 1 і 3; в) тільки 2 і 3; г) 1, 2 і 3; д) інша відповідь.

11. Серед 20 ламп 5 бракованих. Навмання взято 4 лампи. Яка ймовірність того, що серед взятих буде хоча б одна бракована?

а) 0,682; б) 0,754; в) 0,818; г) 0,746; д) інша відповідь.

12. В урні є 15 червоних, 9 синіх та 6 зелених кульок. Навмання вибирають 6 кульок. Знайти ймовірність того, що буде вийнято 1 зелену, 2 сині і 3 червоних кульки?

а) $\frac{42}{145}$; б) $\frac{12}{145}$; в) $\frac{24}{145}$; г) $\frac{36}{145}$; д) інша відповідь.

13. Від аеровокзалу відправились два автобуси. Імовірність своєчасного прибуття кожного з них дорівнює 0,92. Знайти імовірність того, що обидва автобуси прибудуть своєчасно.

а) 0,846; б) 0,678; в) 0,89; г) 0,54; д) інша відповідь.

14. В електричному колі послідовно з'єднані чотири елементи. Ймовірність виходу з ладу кожного з цих елементів однакова і дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що струму в колі не буде, тобто вийде з ладу хоча б один елемент.

а) 0,4096; б) 0,9984; в) 0,5904; г) 0,7836; д) інша відповідь.

15. В групі спортсменів 20 лижників і 4 легкоатлети. Ймовірність виконати норму майстра спорту для кожної групи спортсменів дорівнює відповідно 0,9; 0,75. Яка ймовірність того, що навмання вибраний спортсмен виконає норму майстра спорту?

а) 0,865; б) 0,870; в) 0,875; г) 0,880; д) 0,885.

16. Два верстати виготовляють деталі, які надходять на конвеєр. З першого верстата надійшло 400 деталей, а з другого на 50% більше. Перший верстат дає 2% браку, другий – 3%. Знайти ймовірність того, що навмання взята з конвеєра деталь є бракованою.

а) 0,016; б) 0,021; в) 0,026; г) 0,031; д) інша відповідь.

17. При заповненні певного документа перший бухгалтер помиляється з ймовірністю 0,05, а другий – з ймовірністю 0,1. За певний час перший бухгалтер заповнив 80 таких документів, а другий – 120. Всі ці документи складені в одну папку. Навмання витягнутий з папки документ виявився з помилкою. Яка ймовірність того, що вона допущена другим бухгалтером?

а) 0,60; б) 0,65; в) 0,70; г) 0,75; д) інша відповідь.

18. При транспонуванні 3% виробів із скла пошкоджуються. Яка ймовірність того, що серед 6 відібраних для перевірки виробів буде хоча б один пошкоджений?

а) 0,1; б) 0,14; в) 0,18; г) 0,22; д) інша відповідь.

19. Ймовірність того, що виріб вищого сорту дорівнює 0,25. Яка найімовірніша кількість виробів вищого сорту в партії із 350 виробів?

а) 86; б) 87; в) 88; г) 85; д) інша відповідь.

20. Неперервна випадкова величина ξ рівномірно розподілена на відрізку [1; 3]. Знайти ймовірність того, що ξ набере значення з інтервалу (1; 2).

а) 1; б) 0,5; в)0,9; г)0; д) інша відповідь.

21. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0,7x, \quad 0<x\le 5,\\ 1, x>5.\end{cases}$$

Знайти щільність розподілу випадкової величини ξ .

а) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0,7x^2, \quad 0<x\le 5,\\ x, x>5.\end{cases}$ б) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0,7x\ , \quad 0<x\le 5,\\ 0, x>5.\end{cases}$

в) $f_\xi(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ 0,7, \quad 0<x\le 5,\\ 0, x>5.\end{cases}$ г) $f_\xi(x)=\begin{cases}1, x\le 0,\\ 0,7x^2, \quad 0<x\le 5,\\ 1, x>5.\end{cases}$ д) інша відповідь.

22. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

ξ	-1	2	3
p	0,2	0,4	0,4

а) 0; б) –1; в) 2; г) 1,5; д) інша відповідь.

23. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини ξ . Знайти дисперсію $D\xi$

ξ	-1	2	3
p	0,2	0,4	0,4

а) 3,61; б) 4,1; в) 1; г) 0,5; д) інша відповідь.

24. Задана щільність $f_\xi(x)$ розподілу випадкової величини ξ . Знайти математичне сподівання $M\xi$.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}(2-x)^2, \quad x\in(0;2),\\ 0, x\notin(0;2).\end{cases}$$

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $\frac{1}{2}$; д) інша відповідь.

25. Випадкова величина ξ нормально розподілена. $M\xi=1$, $D\xi=4$. Знайти $P(|\xi-1|<2)$.

а) 0,68; б) 0,58; в) 0,78; г) 0,48; д) інша відповідь.

26. Брак при виготовленні деталей становить у середньому 5%. Знайти ймовірність того, що серед 5 навмання взятих деталей: а) не виявиться жодної бракованої; б) буде дві браковані деталі.

а) 0,77; 0,02 ; б) 0,8; 0,02; в) 0,88; 0,3 ; г) 0,6; 0,25 ; д) інша відповідь.

27. Функція Лапласа має вид:

а) $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$;б) $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-x}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$; в) $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$;

г) $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$; д) інша відповідь.

28. Яке з тверджень щодо перевірки статистичних гіпотез є помилковим?

1) помилкою першого типу є відхилення правильної гіпотези;

2) помилкою другого типу є підтвердження неправильної гіпотези;

3) перевірка статистичної гіпотези є логічним доведенням її правильності чи хибності;

4) для кожної статистичної гіпотези існує альтернативна гіпотеза.

а) тільки 1; б) тільки 2; в) тільки 3;

г) тільки 4; д) інша відповідь.

29. Основна гіпотеза підтверджується, якщо вибіркове значення статистики критерію:

а) менше критичного значення;

б) більше критичного значення;

в) потрапляє в критичну область;

г) не потрапляє в критичну область;

д) інша відповідь.

30. Простір елементарних подій складається з випадкових подій:

а) які є незалежними; б) які є несумісними;

в) які не розкладаються на простіші;

г) які є несумісними і не розкладаються на простіші;

д) інша відповідь.

31. Ймовірність суми двох подій A і B обчислюється за формулою:

а) $P(A+B)=P(A)+P(B)$;

б) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A \cdot B)$;

в) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(A \cdot B)$;

г) $P(A+B)=P(A)+P(B)+P(A \cdot B)$; д) інша відповідь

32.Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює:

а) відношенню ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

33. Ймовірність події A, що сприяє події B, є:

а) меншою за ймовірність B;

б) не більшою за ймовірність B;

в) більшою за ймовірність B;

г) не меншою за ймовірність B; д) інша відповідь.

34. Ймовірність добутку трьох подій обчислюється за формулою:

а) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(A / B) \cdot P(A / BC)$;

б) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / A)$;

в) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / B)$;

г) $P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / AB)$; д) інша відповідь.

35. Схемою Бернуллі називається схема проведення експериментів:

а) з підкиданням монети; б) з підкиданням грального кубика;

в) незалежних один від одного;

г) однакових і незалежних скінчену кількість раз;

д) інша відповідь.

36. Ймовірність добутку несумісних подій дорівнює:

а) добутку ймовірностей цих подій;

б) сумі ймовірностей цих подій;

в) нулю; г) одиниці; д) інша відповідь.

37. Класичне означення ймовірності можна застосувати, коли:

а) простір елементарних подій скінченний; б) завжди;

в) простір елементарних подій складається з рівноможливих елементів;

г) простір елементарних подій містить скінченну кількість рівноможливих елементів;

д) інша відповідь.

38. Згідно з геометричним означенням ймовірності, ймовірність події дорівнює:

а) геометричній мірі множини, що задає подію;

б) частці від ділення геометричної міри множини, що задає подію, на геометричну міру множини, що задає весь простір елементарних подій;

в) відношенню міри простору елементарних подій до міри події;

г) процентному вмісту події в просторі елементарних подій;

д) інша відповідь.

39.Формула Байєса має вигляд ($\{ H_k : 1 \le k \le n \}$ H_k – повна група подій):

а) $P(A/H_i) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(H_k/A)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$; б) $P(H_i/A) = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)P(H_k)}{P(H_i/A)P(H_i)}$;

в) $P(H_i/A) = \dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)P(H_k)}$; г) $P(A/H_i) = \dfrac{P(A/H_i)P(H_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(A/H_k)P(H_k)}$;

д) інша відповідь.

40. При великій кількості випробувань за схемою Бернуллі та малоймовірному успіху в кожному випробуванні ймовірність того, що успіх настане k разів, може бути наближено обчислена за формулою (n – кількість випробувань, p – ймовірність успіху в кожному з них):

а) $\dfrac{(np)^k e^{-np}}{k!}$; б) $\dfrac{(np)^k e^{-\frac{np}{2}}}{n!}$; в) $\dfrac{p^k e^{-np}}{n!}$; г) $\dfrac{k! e^{-np}}{(np)^k}$; д) інша відповідь.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бочаров П. П. Теория вероятностей и математическая статистика / П. П. Бочаров, А. В. Печенкин. – М. : Гардарика, 1998.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1988.
3. Вентцель Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Высшая школа, 2002.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей : учебник для вузов / Вентцель Е. С. – [7-е изд., стереотип]. – М. : Высшая школа, 2001.
5. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / Гмурман В. Е. – М. : Высшая школа, 1979.
6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / Гмурман В. Е. – М. : Высшая школа, 1977.
7. Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач / Кармелюк Г. І. – К. : Центр учбової літератури, 2007.
8. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей / Колмогоров А. Н. – М. : Наука, 1975.
9. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / Кремер Н. Ш. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М. : ЮНИТИ–ДАНА, 2004.
10. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник / Сеньо П. С. – Київ : Центр навчальної літератури, 2004.
11. Четыркин Е. М. Вероятность и статистика / Е. М. Четыркин, И. Л. Калихман. – М. : Финансы и статистика, 1982.

ГЛОСАРІЙ

Варіанта – variant
Варіаційний ряд – variational row
Вибіркове середнє – selective average
Випадкова величина – random quantity
Випадкова подія – casual event
Випробування – test
Гіпотеза – hypothesis
Гістограма – histogram
Дисперсія – dispersion
Дослід – experience
Закон розподілу – law of the distribution
Інтервал – interval
Ймовірність – probability
Кореляція – correlation
Коефіцієнт кореляції – factor to correlations
Критерій – criterion
Математичне сподівання – mathematics expectation
Медіана – median
Многокутник розподілу – polygonal figure of the distribution
Мода – mode
Область – area
Перестановка – transposition
Подія – event
Розміщення – accomodation
Середнє квадратичне відхилення – average square deflection
Сполучення – combination
Частота – frequency
Щільність – density

Додаток А

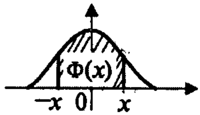
Значення функції Пуассона $P_m(\lambda) = \dfrac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

m \ λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2223	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1216	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

m \ λ	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0001
1	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,1805	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0902	0,1681	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0034	0,0216	0,0595	0,1045	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0689	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0002	0,0019	0.0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0 0000	0,0000	0,0003	0,0015	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Додаток Б

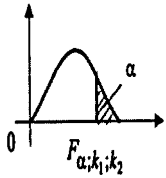
Значення функції Лапласа $\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-t^2/2}\,dt$



Цілі та десяткові частки x	Соті частки x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,0955	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,1350	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,1974	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,2510	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,2960	0,3035
0,4	0,3108	0,3182	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5763	0,5821	0,5878	0,5935	0,5991	0,6047	0,6102	0,6157	0,6211	0,6265
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6476	0,6528	0,6579	0,6629	0,6679	0,6729	0,6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,6970	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,7330	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,7540	0,7580	0,7620	0,7660
1,2	0,7699	0,7737	0,7775	0,7813	0,7850	0,7887	0,7923	0,7959	0,7984	0,8029
1,3	0,8064	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8230	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8638
1,5	0,8664	0,8690	0,8715	0,8740	0,8764	0,8789	0,8812	0,8836	0,8859	0,8882
1,6	0,8904	0,8926	0,8948	0,8969	0,8990	0,9011	0,9031	0,9051	0,9070	0,9090
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9327	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9392	0,9412
1,9	0,9426	0,9439	0,9451	0,9464	0,9476	0,9488	0,9500	0,9512	0,9523	0,9533
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	0,9643	0,9651	0,9660	0,9668	0,9676	0,9684	0,9692	0,9700	0,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,9780
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9807	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	0,9832
2,4	0,9836	0,9841	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9886	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,9910	0,9912	0,9915	0,9917	0,9920	0,9922	0,9924	0,9926	0,9928
2,7	0,9331	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947
2,8	0,9949	0,9951	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,9960	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	0,9981	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,3	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Додаток В

Значення $F_{\alpha,\,k_1,\,k_2}$ ***– критерію Фішера – Снедекора***



α=0,05																			
k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	240	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6.59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84

Додаток Г

Значення t – критерію Стьюдента

Кількість ступенів вільності k	Рівень значимості α (двостороння критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,68	3,09	3,29

Додаток Д

Критичні точки розподілу χ^2

Кількість ступенів вільності k	Рівень значимості α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,6	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Навчальне видання

Хом'юк Ірина Володимирівна
Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна
Ковальчук Майя Борисівна
Хом'юк Віктор Вікторович

Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Частина 2

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек
Оригінал-макет підготовлено Н. Сачанюк-Кавецькою

Підписано до друку 23.06.2017 р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 9,37.
Наклад 50 (1-й запуск 1-20) пр. Зам. № 2017-239.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 59-85-32, 59-87-38.
press.vntu.edu.ua; *e-mail:* kivc.vntu@gmail.com

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.