

**Методичні вказівки
до самостійної та індивідуальної роботи студентів
з дисципліни «Статистика»
напряму підготовки 073 – «Менеджмент»**

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Методичні вказівки
до самостійної та індивідуальної роботи студентів
з дисципліни «Статистика»
напряму підготовки 073 – «Менеджмент»

Вінниця
ВНТУ
2017

Рекомендовано до друку Методичною радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 20 червня 2013 р.)

Рецензенти:

В. В. Зянько, доктор економічних наук, професор

Л. О. Нікіфорова, кандидат економічних наук, доцент

Методичні вказівки до самостійної та індивідуальної роботи студентів з дисципліни «Статистика» напряму підготовки 073 – «Менеджмент» / Уклад. Н. П. Карачина. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 59 с.

У методичних вказівках визначається мета і завдання курсу «Статистика», наводяться програмні питання, методичні вказівки та запитання до самоконтролю щодо кожної теми відповідно до нормативної програми, розроблено завдання до індивідуальної роботи студентів. Для полегшення самостійного вивчення дисципліни наводиться список рекомендованої літератури.

Призначений для студентів економічних спеціальностей денної та заочної форми навчання.

ЗМІСТ

Загальні положення.....	4
Тема 1. Методологічні засади статистики. Організація статистики в Україні.....	5
Тема 2. Статистичне спостереження.....	6
Тема 3. Зведення та групування статистичних даних.....	8
Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники та загальні принципи їх застосування.....	13
Тема 5. Ряди розподілу та їх аналіз.....	20
Тема 6. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.....	24
Тема 7. Аналіз тенденцій розвитку.....	30
Тема 8. Індексний метод аналізу.....	38
Тема 9. Вибіркове спостереження.....	51
Завдання на індивідуальну розрахункову роботу.....	55
Список рекомендованої літератури.....	57

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Курс «Статистика», як один із фундаментальних економічних дисциплін, вивчається студентами всіх економічних спеціальностей. Методологія цього курсу використовується майже в усіх науках як суспільних, так і природничих. Загальна теорія статистики покликана озброїти студентів знаннями, які мають не тільки пізнавальне, але й велике практичне значення. Опанування інших економічних дисциплін неможливе без знання методології статистики.

В інших економічних дисциплінах широко використовуються поняття, терміни, категорії, показники, методика статистики. Засвоєння дисципліни дозволяє студентам на підставі інформації порівнювати явища між собою в часі і просторі, обчислювати узагальнюючі показники масових явищ (середні, відносні величини, варіації, індекси та ін.), будувати статистичні таблиці, графіки, робити висновки і давати пропозиції.

Специфічний характер статистики, її показників та методології потребує від студентів вивчення цієї науки послідовно і систематично, засвоєння логічного змісту статистичних показників і методів.

Вивчення кожної теми потрібно проводити згідно з навчальною та робочою навчальною програмою.

В процесі вивчення курсу важливо не тільки засвоєння теоретичних положень, але й виконання вправ, що дозволить набути вміння та практичних навичок обчислення статистичних показників, аналізу статистичних даних.

Для засвоєння змісту кожної теми рекомендується відповісти на запитання для самоконтролю, що додаються до кожної теми.

Керуючись програмою курсу, цими методичними вказівками, необхідно також систематично вивчати рекомендовану літературу.

Тема 1 МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ СТАТИСТИКИ. ОРГАНІЗАЦІЯ СТАТИСТИКИ В УКРАЇНІ

Питання програми

- 1. Становлення статистики як науки. Предмет статистики. Основні поняття і категорії статистичної науки.*
- 2. Статистична сукупність. Одиниця сукупності та її ознаки. Закон великих чисел і статистичні закономірності.*
- 3. Метод статистики та статистична методологія. Узагальнюючі статистичні характеристики.*
- 4. Галузі статистичної науки. Завдання статистики в сучасних умовах та її організація в Україні.*
- 5. Права і обов'язки органів державної статистики.*
- 6. Порядок і умови доступу до статистичної інформації. Міжнародні статистичні організації.*

Методичні вказівки до теми

Ця тема дуже важлива не тільки для загальної статистики, але й для всіх статистичних наук взагалі, складовою частиною яких є загальна теорія статистики.

В ній викладаються найголовніші питання статистичної науки: предмет, метод, категорії, теоретичні основи, задачі тощо.

Студент повинен знати, що статистика вивчає кількісні сторони масових явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною, що статистика – комплексна дисципліна.

Метод статистики, як сукупність спеціальних прийомів, базується на загальнонаукових, діалектико-логічних і формально-логічних методах.

Необхідно засвоїти такі категорії і поняття статистики, як статистична сукупність; одиниця сукупності; ознаки кількісні і якісні (атрибутивні), головні і другорядні, первинні і вторинні; статистична закономірність; закон великих чисел; статистичні показники.

В результаті вивчення теми у студента повинно скластися цілісне уявлення про те, що вивчає статистика, якими методами вона користується в економічних дослідженнях, які її теоретичні основи, головні поняття, терміни та категорії.

Запитання для самоконтролю

1. Від чого походить термін «статистика»?
2. Назвіть основні галузі статистичної науки
3. Визначте предмет і метод статистики.
4. Назвіть основоположні і специфічні методи статистики.
5. Назвіть основні категорії і поняття статистики та роз'ясніть їх зміст.
6. Дайте визначення статистичного показника.

Тема 2 СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Питання програми

- 1. Суть, джерела та організаційні форми статистичного спостереження.*
- 2. Види статистичного спостереження відносно часу реєстрації фактів та повноти охоплення одиниць сукупності.*
- 3. Способи отримання даних. План статистичного спостереження. Мета спостереження. Об'єкт та одиниця спостереження. Програма спостереження. Статистичні формуляри та принципи їх розробки. Організаційні питання плану статистичного спостереження.*
- 4. Органи державної статистики. Підготовчі роботи. Засоби забезпечення точності спостереження.*
- 5. Первинний облік та звітність. Види звітності. Спеціальні статистичні спостереження. Помилки спостереження. Контроль даних спостереження.*

Методичні вказівки до теми

Статистичне спостереження – перша стадія статистичного дослідження. Результатом статистичного спостереження є первинні дані, якість яких визначають достовірність і рівень економічних досліджень.

Статистичне спостереження – це планомірна, науково організована систематична робота із збирання масових первинних даних про явища і процеси суспільного життя.

Статистичне спостереження повинно проводитись за планом, що складається з програмно-методологічного і організаційного розділів, в яких вказується мета, організація проведення, об'єкт спостереження, метод обробки інформації тощо.

Усвідомивши суть статистичного спостереження, необхідно розібратися в класифікації спостереження на окремі форми, види, способи. При цьому слід пам'ятати, що ознаки класифікації різні, а це приводить до різноманітних комбінацій окремих видів спостережень.

Важливо засвоїти такі поняття як об'єкт та одиниця спостереження, одиниця сукупності, програма спостереження, статистичний формуляр. Ці питання складають основний зміст програмно-методологічного розділу плану статистичного спостереження. Питання організації спостереження, яке є другим розділом плану, включає місце, час і строки проведення спостереження, підбір та підготовку кадрів, заходи запобігання помилкам реєстрації, методи контролю тощо. Окремо потрібно звернути увагу на можливі помилки статистичних спостережень: систематичні і випадкові, навмисні і ненавмисні, зв'язані з недосконалістю теоретичних концепцій.

Запитання для самоконтролю

1. В чому полягає суть і особливості статистичного спостереження?
2. Назвіть форми, види і способи статистичних спостережень.

3. Назвіть складові частини плану статистичного спостереження.
4. Роз'ясніть суть таких понять як об'єкт спостереження, одиниця спостереження, одиниця сукупності.
5. Які помилки можливі при проведенні статистичного спостереження?
6. Якими способами здійснюється контроль матеріалів спостереження?

Тема 3 ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

Питання програми

1. Суть і завдання статистичного зведення. Особливості зведення матеріалів звітності і спеціально організованого спостереження.

2. Групування як основа наукової обробки даних. Завдання групування та їх значення у статистичному дослідженні. Групувальні ознаки та їх вибір. Типологічні, структурні, аналітичні групування. Прості та комбінаційні групування. Визначення кількості груп та розміру інтервалів групування. Основні правила вибору групувальної ознаки.

3. Класифікація ознак та інтервалів групування. Метод вторинного групування. Найважливіші групування і класифікації, що застосовуються в статистиці.

4. Основні класифікатори України. Класифікатор видів економічної діяльності (КВЕД), Товарна номенклатура зовнішньоекономічної діяльності (УКТ ЗЕД), Класифікатор форм власності (КФВ), Класифікатор основних фондів (КОФ), Єдиний державний реєстр підприємств і організацій України (ЄДРПОУ) та інші.

5. Засоби графічного зображення статистичної інформації. Поняття про статистичний графік та його елементи. Класифікація статистичних графіків.

6. Статистичні таблиці, їх види. Правила побудови. Аналіз таблиць. Розробка макетів таблиць. Статистичні таблиці у вивченні оптової та роздрібною торгівлі.

Методичні вказівки до теми

Зведення і групування складають другий, дуже важливий етап економічного дослідження. Якщо від статистичного спостереження залежить повнота, якість і достовірність зібраної інформації, то від другого етапу залежить ефективність використання зібраних даних для вирішення задач дослідження.

Слід знати, що групування в статистичному аналізі виконують ряд функцій, зокрема:

- а) визначення структури і структурних зрушень;
- б) типологія соціально-економічних явищ;
- в) аналіз взаємозв'язків між явищами.

Відповідно до цих функцій розрізняють структурні, типологічні та факторні групування.

Групування за однією ознакою називають простим, у разі двох або більше ознак – комбінаційним.

Різновидом структурного групування є ряд розподілу, який складається з двох елементів – варіанти і частоти (частки, якщо використовується питома вага).

Варіанта – це конкретне значення групувальної ознаки; частота – число, яке показує скільки раз повторюється значення певної ознаки.

Розподіл за ознаками може бути кількісний і якісний (атрибутивний). Ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, які мають кількісне вираження, називаються варіаційним рядом розподілу.

Варіаційні ряди за способом побудови бувають дискретними і інтервальними.

Дискретні ряди – це такі ряди, де значення варіант дано в окремих числах.

Для побудови дискретного ряду розподілу (дискретне групування), необхідно:

а) вписати всі значення варіанти послідовно у міру зростання, або у міру зменшення;

б) визначити, скільки раз повторюється значення кожної варіанти. Розглянемо приклад побудови дискретного групування.

Таблиця 3.1 – Вік студентів однієї з груп (роки)

21	20	24	21	23	24	23	24	20	25
22	24	25	23	21	25	20	24	21	20
20	22	23	25	23	22	20	21	22	20

В таблиці 3.2 подане дискретне групування на підставі наведених даних. В графі 1 поданий вік студентів у міру зростання, в графі 2 – кількість студентів певного віку, в графі 3 – частка студентів кожного віку в загальній чисельності.

Таблиця 3.2 – Групування студентів групи за віком

Вік студентів, роки (x)	Кількість студентів, осіб (f)	Частка, % (f^l)	Накопичена (кумулятивна) частота, осіб (f^{l1})
1	2	3	4
20	7	23,3	7
21	5	16,7	12
22	4	13,3	16
23	5	16,7	21
24	5	16,7	26
25	4	13,3	30
Разом	30	100,0	–

Інтервальне групування – це таке групування, де значення варіант дано у вигляді інтервалів. Інтервал – це проміжок між двома значеннями кількісної ознаки, в межах якої всі значення ознаки відносяться до однієї групи. Розрізняють відкриті і закриті інтервали, рівні і нерівні (зростаючі і спадні).

Для побудови інтервального групування з рівними інтервалами спочатку визначають величину інтервалу (i) та кількість груп, або рядків в таблиці (K), за такими формулами:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k} \quad (3.1)$$

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3,322 \lg n}, \quad (3.2)$$

де i – величина інтервалу;

X_{\max} і X_{\min} – відповідно максимальне і мінімальне значення показників сукупності даних;

k – кількість груп;

n – кількість одиниць сукупності.

Для побудови інтервального групування необхідно:

а) визначити величину інтервалу і кількість груп;

б) в першу групу (перший рядок) за мінімальне значення варіанти прийняти мінімальне число сукупності; додавши до останнього величину інтервалу, отримуємо максимальне значення варіанти першої групи,

в) максимальне значення варіанти першої групи стає мінімальним значенням варіанти другої групи; додавши до останнього величину інтервалу, отримуємо максимальне значення варіанти другої групи і аналогічно для інших груп; визначається кількість одиниць сукупності, які входять в кожну групу;

г) за умовою в кожний ряд включаються варіанти до максимальною значення. Якщо є дані на рівні максимального значення інтервалу, то вони включаються в наступну групу (рядок).

Важливе значення в економічних дослідженнях має побудова вторинних і комбінаційних групувань.

Вторинне групування – це створення нових груп на основі раніше проведеного групування. До нього вдаються, якщо первинне групування не вирішує необхідне завдання (надто великий, або навпаки, малий інтервал, або необхідна об'єднати декілька групувань).

Необхідно знати, що статистичні таблиці і статистичні графи використовуються для подання матеріалів в наочній формі і наочного зображення статистичних даних.

Необхідно засвоїти основні принципи побудови і оформлення статистичних таблиць і графіків; їх елементи і види. Потрібно звернути

увагу на широкі можливості використання ЕОМ для побудови і оформлення статистичних таблиць і графіків.

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 3

Задача 1

За даними обстеження 40 сімей кількість дітей у них становить (табл. 3.3).

Таблиця 3.3 – Кількість дітей у досліджуваних 40 сімей

5	4	5	3	4	2	5	6	1	3
5	1	2	5	4	6	3	2	1	3
6	1	5	3	5	2	4	4	6	1
4	3	4	3	3	3	3	1	4	4

Побудувати дискретний варіаційний ряд розподілу сімей за кількістю дітей.

Розв'язування

Таблиця 3.4 – Дискретний варіаційний ряд розподілу сімей за кількістю дітей

Кількість дітей, x	Кількість сімей, f	Частка сімей із заданою кількістю дітей в загальній кількості, f', %
1	6	15
2	4	10
3	10	25
4	9	22,5
5	7	17,5
6	4	10
Разом	40	100

Отже, типовою є наявність у сім'ї 3-х дітей, оскільки 25 % сімей мають саме таку їх кількість.

Задача 2

Є такі дані про обсяг побутових послуг в регіонах, млн. гр. од. (табл. 3.5).

Таблиця 3.5 – Обсяг побутових послуг в регіонах

156	96	55	239	277	81	72	126	77	104	227	73	148
154	78	164	98	58	71	65	195	76	78	89	54	68

Побудувати інтервальний ряд розподілу регіонів за обсягом побутових послуг з рівними інтервалами.

Розв'язування

Знайдемо спочатку кількість інтервалів:

$$k = 1 + 3,322 \cdot \lg 26 \approx 6$$

Знайдемо величину інтервалу:

$$i = \frac{277 - 54}{6} = 37,17 \text{ млн. гр. од.}$$

Таблиця 3.6 – Інтервальний ряд розподілу регіонів за чисельністю робітників

Обсяг послуг, х, млн. гр. од.	Кількість регіонів, f	Частка, %
54 – 91,17	14	53,85
91,17 – 128,34	4	15,38
128,34 – 165,51	4	15,38
165,51 – 202,68	1	3,85
202,68 – 239,85	2	7,69
239,85 – 277	1	3,85
Разом	26	100

Отож, найбільш типовим є розмір наданих послуг в межах 54 – 91,17 млн. гр. од.

Запитання для самоконтролю

1. В чому полягає зміст статистичного зведення?
2. Що таке групування, і яке його значення в економічних дослідженнях?
3. Назвіть основні види групувань.
4. Наведіть приклади типологічного, структурного і факторного групування.
5. Які види інтервалів вам відомі?
6. За якими правилами будуються дискретні і інтервальні (з рівними інтервалами) ряди розподілу?
7. Дайте визначення статистичної таблиці і статистичного графіка.
8. Із яких елементів складається таблиця і графік?
9. Які види таблиць і графіків вам відомі?
10. Які вимоги висуваються до побудови таблиці і графіка?
11. В яких випадках використовуються ті чи інші види графіків?

Тема 4 УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ТА ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Питання програми

1. Суть і види узагальнюючих статистичних показників. Принципи побудови узагальнюючих статистичних показників. Огляд основних джерел статистичної інформації та їх загальна характеристика.

2. Абсолютні статистичні величини, їх види та одиниці виміру.

3. Відносні величини. Види відносних величин, техніка їх обчислення та форми вираження. Відносні величини динаміки, планового завдання та виконання плану. Базисні та ланцюгові відносні величини. Взаємозв'язок між окремими видами відносних величин.

4. Суть і умови використання середніх величин. Види середніх величин. Середня арифметична та умови її застосування. Властивості середньої арифметичної та техніка її обчислення. Середня гармонічна і техніка її обчислення. Середня квадратична та умови її застосування. Середня геометрична та середня хронологічна. Умови використання і техніка обчислення.

5. Мода і медіана в статистиці. Обчислення моди і медіани в інтервальному ряді розподілу.

Методичні вказівки до теми

При вивченні цієї теми слід звернути увагу на те, що при первинній обробці даних одержують абсолютні величини, на підставі яких визначають відносні величини. Кожна з названих величин має своє особливе значення в економічних дослідженнях.

Вивчаючи тему, потрібно засвоїти такі питання: суть і види абсолютних величин, одиниці виміру абсолютних величин, суть і значення відносних величин, їх види.

Основні види вимірників абсолютних величин: натуральні, умовно-натуральні, вартісні, часові, трудові.

Умовно-натуральні вимірники використовуються в разі потреби звести воедино декілька різновидів однієї споживчої вартості. При цьому використовуються спеціальні коефіцієнти сумірності (K). Роль загальної міри, еталона для розрахунків і порівнянь найчастіше виконує один різновид. Перерахунок в умовно-натуральні одиниці виконується за такою формулою:

$$Y = \sum K \cdot X, \quad (4.1)$$

де Y – обсяг продукції в умовно-натуральних одиницях;

X – кількість певних одиниць сукупності в натуральному вимірі;

K – коефіцієнт сумірності (перерахунку).

Для еталонного виду продукції $K = 1$. Для інших одиниць сукупності K або ϵ в умові задачі, або розраховується шляхом співвідношення значення

заданого параметра певного виду продукції до значення цього ж параметра еталонного зразка.

Відносний показник одержують як співвідношення величини даного явища з величиною будь-якого іншого явища, або з величиною того ж самого явища, але взятого за інший час, або на іншій території.

Потрібно детально засвоїти суть і призначення різних видів відносних величин, зокрема:

- відносні величини планового завдання, виконання плану і відношення значення показника у звітному періоді до значення цього ж показника у попередньому періоді;
- відносні величини просторового порівняння;
- відносні величини динаміки (базисні і ланцюгові);
- відносні величини структури – як відношення складових частин до цілого, або частка (питома вага) частин в обсязі явища;
- відносні величини координації;
- відносні величини інтенсивності.

При обчисленні відносних величин важливе значення має правильний вибір бази, яка є знаменником відносної величини.

Обчислення відносних величин планового завдання (K_1), виконання плану (K_2) і динаміки (співвідношень значень показника у звітному періоді і попередньому періоді) (K_3) здійснюється таким чином:

$$K_1 = б / а \quad (4.2)$$

$$K_2 = в / б \quad (4.3)$$

$$K_3 = в / а \quad (4.4)$$

де а – фактичне значення певного показника в попередньому періоді;

б – значення певного показника згідно з планом на поточний рік;

в – фактичне значення певного показника за звітом.

Із значень зазначених коефіцієнтів випливає: $K_3 = K_1 \cdot K_2$.

Всі зазначені вище коефіцієнти відображають по суті темпи росту. Якщо в умові задачі задані прирости або зниження певного показника, то необхідно при визначенні певного коефіцієнта до 100 додати заданий приріст або від 100 відняти задане зниження.

Середня величина – одна із найважливіших категорій статистичної науки. За допомогою середніх величин визначаються характерні, типові розміри ознаки в сукупності, що необхідно для вивчення властивостей і закономірностей масових суспільних явищ.

В статистиці є значна кількість середніх. На практиці частіше зустрічається чотири види середніх. Їх назва і формули для обчислення наведені в таблиці 4.1

Таблиця 4.1 – Види середніх величин та формули їх обчислення

Прості	Види	Зважені
$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$	арифметична	$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{X_1f_1 + X_2f_2 + \dots + X_nf_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$
$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$	гармонічна	$\bar{X} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{X}} = \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_n}{\frac{W_1}{X_1} + \frac{W_2}{X_2} + \dots + \frac{W_n}{X_n}}$
$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n}}$	квадратична	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{X_1^2 f_1 + \dots + X_n^2 f_n}{f_1 + \dots + f_n}}$
$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_n}$	геометрична	$\bar{X} = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_n^{f_n}}$

Важливим питанням при вивченні та використанні середніх є правильний вибір виду середньої, особливо зваженої. Середній показник одержують діленням «обсягу ознаки» на чисельність одиниць сукупності, тобто за допомогою логічної формули, яка є дробом. При цьому можливі такі випадки:

1. Якщо є ряд даних по двох взаємозв'язаних показниках, по одному із яких потрібно обчислити середню величину, і при цьому відомі чисельні значення знаменника і її логічної формули, а чисельника – невідомі, однак вони можуть бути визначені як добуток цих показників, тоді середня обчислюється за допомогою середньої арифметичної зваженої;

2. Якщо відомі числові значення чисельника логічної формули, а значення знаменника невідомі, однак вони можуть бути визначені шляхом ділення одного показника на інший, то середня обчислюється за формулою середньої гармонічної зваженої;

3. В тому випадку, коли в умовах є числові значення чисельника і знаменника: логічної формули, то середня визначається шляхом ділення першого на другий.

Перед вибором виду середньої потрібно уявити собі логічну формулу, за якою слід визначати середню величину.

Мода і медіана в дискретних і інтервальних рядах розподілу визначається по різному.

Моду в дискретному ряду є варіанта з найбільшою частотою (часткою).

Для визначення медіани в дискретному ряду спочатку визначається місце, де вона знаходиться. Медіаною буде ознака, яка відповідає накопиченій частоті, що буде рівною цій величині або більша:

$$f_i^{\parallel} \geq \frac{\sum f + 1}{2}. \quad (4.5)$$

Для визначення моди в інтервальному ряду спочатку визначається модальний інтервал.

Модальним вважається інтервал, який має найбільшу частоту. Для інтервального ряду розподілу мода визначається за формулою:

$$M_0 = X_0 + i_m \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}, \quad (4.6)$$

де X_0 – нижня межа модального інтервалу;

i_m – модальний інтервал;

f_m – частота модального інтервалу;

f_{m-1} – частота інтервалу, що передує модальному;

f_{m+1} – частота наступного за модальним інтервалу.

Для визначення медіани в інтервальному ряду спочатку визначається медіанний інтервал. Медіанним вважається інтервал, який знаходиться за номером медіанної одиниці ряду:

$$f_i'' \geq \frac{\sum f}{2}. \quad (4.7)$$

Медіана в інтервальному ряду визначається за формулою:

$$M_e = X_{M_e} + i_{M_e} \frac{\sum \frac{f}{2} - S_{M_e-1}}{f_{M_e}}, \quad (4.8)$$

де M_e – медіана;

X_{M_e} – нижня межа медіанного інтервалу;

i_{M_e} – величина медіанного інтервалу;

$\sum f$ – сума частот ряду;

S_{M_e-1} – сума накопичених частот в інтервалі, що передує медіанному;

f_{M_e} – частота медіанного інтервалу.

Для обґрунтування вибору виду середньої необхідно логічно уявити, яким чином слід розв'язати таку задачу. *Щоб визначити, скільки часу потрібно в середньому на розв'язання однієї задачі, необхідно, очевидно, весь витрачений час розділити на кількість розв'язаних задач. Уявімо собі, що студенти розв'язували задачі протягом академічного часу (умовний вибір часу значення не має). Тоді кожний студент витратив по 45 хв, а щоб визначити кількість розв'язаних задач протягом встановленого терміну, необхідно витрати часу кожного студента розділити на витрати часу на розв'язання однієї задачі.*

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 4

Задача № 1

Таблиця 4.2 – Дані про виробництво електродвигунів у натуральному вираженні, шт.

Потужність двигунів, кВт	Базовий період	Звітний період
120	600	820
150	940	970
180	1700	1800
300	2300	2410

Визначити:

а) загальний обсяг виробництва двигунів в умовно-натуральних одиницях у базовому і звітному періодах;

б) відносну величину динаміки обсягу виробництва двигунів в умовно-натуральних одиницях.

За умовну одиницю виміру прийняти двигун потужністю 120 кВт.

Розв'язання

Для спрощення розрахунків побудуємо таблицю 4.3.

Таблиця 4.3 – Допоміжна аналітична таблиця для переведення абсолютних показників в умовно-натуральні вимірники

Потужність двигунів, кВт	Вироблено двигунів, шт.		Коефіцієнт переводу	Вироблено двигунів, ум. шт.	
	Базовий період	Звітний період		Базовий період	Звітний період
120	600	820	1 (120/120)	600	820
150	940	970	1,25 (150/120)	1175	1212,5
180	1700	1800	1,5 (180/120)	2550	2700
300	2300	2410	2,5 (300/120)	5750	6025
Всього	5540	6000	–	10075	10757,5

Отже, кількість двигунів в умовно-натуральному вираженні у базовому періоді становила 10075 ум. шт., а у звітному періоду – 10757,5 ум. шт. Звідси відносна величина динаміки виробництва двигунів становить:

$$k_3 = \frac{10757,5}{10075} \cdot 100\% = 106,8\%.$$

Задача № 2

Таблиця 4.4 – Вихідні дані по діяльності підприємства

Показник	Звітний період		Темп росту у порівнянні з попереднім періодом, %
	План	Звіт	
Товарна продукція, млн. гр. од.	18920	19294	109,4

Визначити:

- відносні величини виконання плану і планового завдання;
- абсолютну величину товарної продукції за попередній рік.

Розв'язання

Показник виконання плану становитиме: $k_2 = \frac{19294}{18920} \cdot 100\% = 102\%$.

Оскільки $k_1 \cdot k_2 = k_3$, то $k_1 = \frac{k_3}{k_2} = \frac{1,094}{1,02} = 1,073$ або 107,3%.

Оскільки $k_3 = \frac{b}{a} \cdot 100\%$,

де b – значення показника, у звітному періоді,
 a – значення показника у попередньому, то

$$a = \frac{b \cdot 100\%}{k_3} = \frac{19294 \cdot 100\%}{109,4} = 17636.$$

Задача № 3

Плановий обсяг виробництва продукції заводу становив 550 млн. гр. од. Планове завдання перевиконано на 6,1%. Визначте фактичний обсяг продукції заводу в абсолютному вираженні.

Розв'язання

Плановий обсяг продукції $b = 550$ млн. гр. од.,

Коефіцієнт виконання плану $k_2 = \frac{b}{\bar{b}} \cdot 100\%$; $k_2 = 100 + 6,1 = 106,1\%$.

Звідси фактичний обсяг продукції становить:

$$b = \frac{106,1 \cdot \bar{b}}{100} = \frac{550 \cdot 106,1}{100} = 583,55 \text{ млн. гр. од.}$$

Запитання для самоконтролю

- Які величини в статистиці називаються абсолютними?
- Перерахуйте одиниці виміру абсолютних величин.

3. В яких випадках використовуються умовно-натуральні одиниці виміру абсолютних величин?
4. Що таке відносні статистичні величини?
5. Назвіть основні види відносних величин.
6. Які основні вимоги до правильного обчислення відносних величин?
7. Дайте визначення середньої.
8. Які види середньої ви знаєте?
9. Сформулюйте правила вибору виду середньої.
10. Дайте визначення понять «мода» і «медіана».
11. За якими правилами вибирається модальний і медіанний інтервали?

Тема 5 РЯДИ РОЗПОДІЛУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Питання програми

1. *Поняття ряду розподілу та його елементи. Види рядів розподілу. Форми рядів розподілу: симетричні та асиметричні ряди.*

2. *Основні характеристики ряду розподілу: середня, мода, медіана, квартилі, децилі.*

3. *Суть варіації, необхідність її статистичного вивчення. Показники варіації, техніка їх обчислення та економічний зміст. Розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середній квадрат відхилення (дисперсія) та середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.*

4. *Методи обчислення дисперсії. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів.*

Методичні вказівки до теми

Вивчення варіації має важливе значення для оцінювання сталості та диференціації соціально-економічних явищ при застосуванні вибірових та інших статистичних методів.

Варіація – це нерівність одного і того ж показника у різних об'єктів; вона сприяє вивченню суті досліджуваних явищ.

Для виміру варіації в статистиці застосовується декілька показників (табл.5.1).

Таблиця 5.1 – Показники варіації та формули для їх обчислення

Назва показників варіації	Розрахункові формули	
	Незгруповані дані	Згруповані дані
1. Розмах варіації	$R = X_{\max} - X_{\min}$	
2. Середнє лінійне відхилення	$\bar{d} = \frac{\sum x - \bar{x} }{n}$	$\bar{d} = \frac{\sum x - \bar{x} f}{\sum f}$
3. Середнє квадратичне відхилення	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}}$
4. Дисперсія	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$
5. Коефіцієнт варіації	$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$	
6. Лінійний коефіцієнт варіації	$V_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100$	
7. Коефіцієнт осциляції	$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100$	

Середнє лінійне відхилення і середньоквадратичне відхилення – іменовані величини, кожна з яких має свої одиниці виміру. Тому, коли потрібно порівняти мінливість різних ознак для оцінювання варіації, використовується відносна величина – коефіцієнт варіації.

Варіація ознаки залежить від безлічі факторів, які нерідко діють в різних напрямках.

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 5

Задача № 1

Таблиця 5.2 – Розподіл робітників за рівнем кваліфікації

Тарифний розряд	1	2	3	4	5	6
Кількість робітників, чол.	4	28	48	66	52	32

Визначити середнє значення, розмах, середнє лінійне відхилення, дисперсію, коефіцієнт варіації, моду, медіану.

Розв'язання

Таблиця 5.3 – Допоміжна таблиця для розрахунку показників варіації

Тарифний розряд, x	Кількість робітників, f	xf	x - \bar{x}	x - \bar{x} f	(x - \bar{x}) ²	(x - \bar{x}) ² f	f'
1	4	4	3	12	9	36	4
2	28	56	2	56	4	112	32
3	48	144	1	48	1	48	80
4	66	264	0	0	0	0	146
5	52	260	1	52	1	52	198
6	32	192	2	64	4	128	230
Разом	230	920	–	232	–	376	–

Середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{920}{230} = 4.$$

Розмах:

$$R = 6 - 1 = 5.$$

Середнє лінійне відхилення:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|f}{\sum f} = \frac{232}{230} = 1,01.$$

Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{376}{230} = 1,63.$$

Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,63} = 1,28.$$

Коефіцієнт варіації:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,28}{4} = 0,32.$$

На наступному етапі визначимо моду. В даному випадку модою є 4-й розряд, оскільки він має найбільшу частоту – 66. Медіаною в даному випадку є теж 4-й розряд, оскільки його накопичена частота

$$f''_4 = 115,5 \geq \frac{230 + 1}{2}.$$

Задача № 2

Таблиця 5.4 – Виробництво продукції за зміну (шт.)

Групи робітників за кількістю виробленої продукції за зміну, шт.	3-5	5-7	7-9	9-11	11-13	Разом
Кількість робітників	10	30	40	15	5	100

Визначити середнє значення, розмах, середнє лінійне відхилення, дисперсію, коефіцієнт варіації, моду, медіану.

Розв'язання

Таблиця 5.5 – Допоміжна таблиця для розрахунку показників варіації

Групи робітників за кількістю виробленої продукції за зміну, шт., x	Кількість робітників, f	x'	x'f	x'-x̄	x'-x̄ f	(x'-x̄) ²	(x'-x̄) ² f	f''
3-5	10	4	40	3,5	35	12,25	122,5	10
5-7	30	6	180	1,5	45	2,25	67,5	40
7-9	40	8	320	0,5	20	0,25	10	80
9-11	15	10	150	2,5	37,5	6,25	93,75	95
11-13	5	12	60	4,5	22,5	20,25	101,25	100
Разом	100	–	750	–	160	–	395	–

Середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{750}{100} = 7,5.$$

Середнє лінійне відхилення:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x'-\bar{x}|f}{\sum f} = \frac{160}{100} = 1,6.$$

Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x'-\bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{395}{100} = 3,95.$$

Середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3,95} = 1,987.$$

Коефіцієнт варіації:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,987}{7,5} = 0,265.$$

На наступному етапі визначимо моду. В даному випадку модальним є інтервал до 7-9, оскільки він має найбільшу частоту – 40.

Отже:

$$M_o = x_{mo} + i_{mo} \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})} = 7 + 2 \frac{40 - 30}{40 - 30 + 40 - 15} =$$
$$= 7 + 2 \frac{10}{35} \approx 7,57.$$

Медіанним в даному ряді теж є інтервал 7-9, бо $f''_{7-9} = 80 \geq \frac{100}{2}$.

Отже:

$$M_e = x_{me} + i_{me} \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}} = 7 + 2 \frac{50 - 40}{40} = 7,5.$$

Запитання для самоконтролю

1. Які показники варіації вам відомі?
2. В чому перевага коефіцієнта варіації в порівнянні з середнім лінійним і середнім квадратичним відхиленням?
3. Розкрийте методи обчислення дисперсії.

Тема 6 СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

Питання програми

1. *Взаємозв'язок показників і виявлення залежностей між ними. Непараметричні методи зв'язку.*
2. *Кореляційно-регресійні методи. Прямі й обернені, прямолінійні та криволінійні зв'язки.*
3. *Рівняння регресії як форма аналітичного виразу статистичного зв'язку соціально-економічних явищ.*
4. *Обчислення параметрів рівняння регресії. Визначення щільності зв'язку між показниками. Лінійний коефіцієнт кореляції. Коефіцієнт детермінації, індекс кореляції.*
5. *Множинна і часткова кореляції, критерії істотності зв'язку між факторами.*

Методичні вказівки до теми

Вивчення взаємозв'язків – важлива пізнавальна задача статистики. Основними методами вивчення взаємозв'язків є: балансовий, групування, індекси, аналіз кореляції і регресії. Методи вивчення взаємозв'язків за допомогою групування та індексів розглядалися в попередніх темах.

Що стосується методу кореляції і регресії, то потрібно знати, що кореляційні зв'язки відображають взаємозв'язок між результативним показником (y) і факторними показниками (x_i) тільки в середньому.

Основна задача кореляційного і регресивного аналізу полягає в тому, щоб знайти алгебраїчну залежність між результативним показником і факторами, які визначають його рівень, тобто визначити математичну формулу залежності:

$$y = f(x_1, x_2, x_3 \dots x_n), \quad (6.1)$$

а потім використати одержане рівняння для проведення техніко економічних досліджень.

В залежності від кількості факторів, що визначають рівень результативної ознаки, рівняння регресії можуть бути парними (однофакторними), якщо в рівняння включається тільки один фактор, або багатфакторними (множинними), якщо кількість факторів два і більше.

В залежності від виду зв'язку рівняння бувають:

лінійне:

$$y = a_0 + a_1x \quad (6.2)$$

нелінійні:

– квадратичне:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (6.3)$$

– гіперболічне:

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} \quad (6.4)$$

– логарифмічне:

$$\ln y = a_0 + a_1 \ln x_1 \quad (6.5)$$

– степеневе:

$$y = a_0 x^{a_1} \quad (6.6)$$

Що стосується багатofакторних рівнянь, то в економічних дослідженнях найчастіше застосовуються такі рівняння:

– лінійне: $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n \quad (6.7)$

– логарифмічне: $\ln y = a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots + a_n \ln x_n \quad (6.8)$

Перевага зазначених багатofакторних рівнянь полягає в тому, що їх параметри (a_i) відображають певний економічний зміст.

Після теоретичних досліджень поставленої проблеми, вибору виду рівняння, збору і обробки інформації настає важлива стадія в процесі використання методів кореляції і регресії – визначення параметрів рівняння (a_0, a_i) і статистичних характеристик, за допомогою яких оцінюється якість рівняння.

Параметри будь-якого рівняння регресії визначаються методом найменших квадратів. На основі методу найменших квадратів формується система нормальних рівнянь, склад яких залежить від виду рівняння регресії.

Стосовно парного лінійного рівняння і квадратичного рівняння система нормальних рівнянь має такий вигляд:

$$Y = a_0 + a_1 x \quad (6.9)$$

$$\begin{cases} \sum y = n a_0 + a_1 \sum x \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2. \end{cases} \quad (6.10)$$

$$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (6.11)$$

$$\begin{cases} \sum y = n a_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 \\ \sum xy = a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 \\ \sum x^2 y = a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4. \end{cases} \quad (6.12)$$

Найбільш важливою характеристикою рівняння, що відображає і його якість, і цінність, є тіснота зв'язку між фактором (факторами) і результативною ознакою.

Для оцінювання тісноти зв'язку використовуються:

- в парних рівняннях – парний лінійний коефіцієнт кореляції (r);
- в парних нелінійних рівняннях – парне кореляційне відношення (η);
- в багатofакторних множинних лінійних рівняннях – множинний лінійний коефіцієнт кореляції (R);
- в множинних нелінійних рівняннях – множинне кореляційне відношення (η).

Парний лінійний коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2)(n \sum y^2 - (\sum y)^2)}} \quad (6.13)$$

Лінійний множинний коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення (парне і множинне) розраховуються за однаковою формулою:

$$R(\eta) = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_p)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (6.14)$$

Для оцінювання рівня зв'язку між досліджуваними ознаками використовуються певні межі:

Таблиця 6.1 – Оцінювання рівня зв'язку

Величини r, R, η	До 0,5	0,5-0,6	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	Більше 0,9
Сила зв'язку	дуже низька	низька	помітна	середня	сильна	дуже сильна

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 6 Задача № 1

Таблиця 6.2 – Дані про використання автомобілів в автогосподарських підприємствах

Номер господарства	Середня дальність перевезень, км (y_1)	Коефіцієнт використання вантажопідйомності (y_2)	Середній виробіток на 1 автомобіль за місяць, тис. км (x)
1	2	3	4
1	15	0,82	10
2	40	0,98	21
3	18	0,84	12
4	25	0,89	15
5	34	0,96	19
6	32	0,93	17
7	19	0,87	13
8	29	0,94	18

Продовження таблиці 6.2

1	2	3	4
9	16	0,83	11
10	26	0,89	15
11	28	0,92	17
12	17	0,86	13
13	24	0,87	14
14	31	0,97	19
15	20	0,86	14
16	19	0,85	12
17	21	0,91	16
18	27	0,93	18
19	38	0,98	20
20	22	0,92	16

Ч.1 Потрібно визначити взаємозв'язок між продуктивністю автомобілів і відстанню перевезень за допомогою лінійного рівняння і обчислити:

- параметри рівняння (a_0, a_1);
- парний лінійний коефіцієнт кореляції (r).

Зробити висновки.

Ч.2 Потрібно визначити взаємозв'язок між продуктивністю автомобілів і коефіцієнтом використання вантажопідйомності за допомогою лінійного рівняння і обчислити:

- параметри рівняння (a_0, a_1);
- парний лінійний коефіцієнт кореляції (r).

Зробити висновки.

Розв'язання

Таблиця 6.3 – Допоміжна таблиця для узагальнення та спрощення розрахунків

Номер	y_1	y_2	x	x^2	y_1^2	y_2^2	xy_1	xy_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	15	0,82	10	100	225	0,6724	150	8,2
2	40	0,98	21	441	1600	0,9604	840	20,58
3	18	0,84	12	144	324	0,7056	216	10,08
4	25	0,89	15	225	625	0,7921	375	13,35
5	34	0,96	19	361	1156	0,9216	646	18,24
6	32	0,93	17	289	1024	0,8649	544	15,81
7	19	0,87	13	169	361	0,7569	247	11,31
8	29	0,94	18	324	841	0,8836	522	16,92
9	16	0,83	11	121	256	0,6889	176	9,13
10	26	0,89	15	225	676	0,7921	390	13,35
11	28	0,92	17	289	784	0,8464	476	15,64
12	17	0,86	13	169	289	0,7396	221	11,18
13	24	0,87	14	196	576	0,7569	336	12,18

Продовження таблиці 6.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	31	0,97	19	361	961	0,9409	589	18,43
15	20	0,86	14	196	400	0,7396	280	12,04
16	19	0,85	12	144	361	0,7225	228	10,2
17	21	0,91	16	256	441	0,8281	336	14,56
18	27	0,93	18	324	729	0,8649	486	16,74
19	38	0,98	20	400	1444	0,9604	760	19,6
20	22	0,92	16	256	484	0,8464	352	14,72
Разом	501	18,02	310	4990	13557	16,2842	8170	282,26

Визначимо спочатку взаємозв'язок між продуктивністю автомобілів і відстанню перевезень. Для визначення параметрів рівняння a_0 і a_1 скористаємося такими формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}, \quad (6.15)$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}. \quad (6.16)$$

Отже:

$$a_0 = \frac{501 \cdot 4990 - 8170 \cdot 310}{20 \cdot 4990 - 310^2} = \frac{-32710}{3700} = -8,84,$$

$$a_1 = \frac{20 \cdot 8170 - 310 \cdot 501}{20 \cdot 2907 - 310^2} = \frac{8090}{3700} = 2,19.$$

Звідси рівняння залежності відстані перевезень від продуктивності автомобілів буде мати такий вигляд:

$$y = -8,84 + 2,19x.$$

Парний лінійний коефіцієнт кореляції обчислимо за формулою:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(n \sum x^2 - (\sum x)^2) \cdot (n \sum y^2 - (\sum y)^2)}}. \quad (6.17)$$

$$\text{Отже: } r = \frac{8090}{\sqrt{3700 \cdot (20 \cdot 13557 - 501^2)}} = \frac{8090}{\sqrt{3700 \cdot 20139}} = \frac{8090}{8632,2} = 0,94.$$

Значення парного лінійного коефіцієнта кореляції свідчить про дуже сильний зв'язок між досліджуваними показниками.

На наступному етапі визначимо взаємозв'язок між продуктивністю автомобілів і коефіцієнтом використання вантажопідйомності. Для

визначення параметрів рівняння a_0 і a_1 скористаємося стандартними формулами (6.15) та (6.16).

Отже:

$$a_0 = \frac{18,02 \cdot 4990 - 282,26 \cdot 310}{20 \cdot 4990 - 310^2} = \frac{2419,2}{3700} = 0,65,$$

$$a_1 = \frac{20 \cdot 282,26 - 310 \cdot 18,02}{20 \cdot 2907 - 310^2} = \frac{59}{3700} = 0,016.$$

Звідси рівняння залежності коефіцієнта використання вантажопідйомності від продуктивності автомобілів буде мати такий вигляд:

$$y = 0,65 + 0,016x.$$

Парний лінійний коефіцієнт кореляції обчислимо за формулою (6.17):

$$\text{Отже: } r = \frac{59}{\sqrt{3700 \cdot (20 \cdot 16,28 - 18,02^2)}} = \frac{59}{\sqrt{3700 \cdot 0,9636}} = \frac{59}{59,7} = 0,99.$$

Значення парного лінійного коефіцієнта кореляції свідчить про дуже сильний зв'язок між досліджуваними показниками.

Запитання для самоконтролю

1. В чому різниця між функціональною і стохастичною залежністю?
2. Які методи вивчення взаємозв'язків вам відомі?
3. Якими методами визначаються параметри рівняння?
4. За допомогою яких показників визначається тіснота зв'язку?
5. Які види рівнянь вам відомі?
6. Для чого використовуються рівняння тренда?
7. Як оцінюється тіснота зв'язку в ранжованих ознаках?

Тема 7 АНАЛІЗ ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ

Питання програми

1. Динамічний ряд як база аналізу й прогнозування соціально-економічного розвитку. Види рядів динаміки.

2. Статистичні характеристики динамічних рядів і їх взаємозв'язок: абсолютний приріст, темпи зростання, темпи приросту, абсолютне значення одного процента приросту.

3. Методи обчислення середнього рівня динамічного ряду. Економічна суть та техніка розрахунку середніх значень основних характеристик рядів динаміки. Середня геометрична, техніка її обчислення та випадки застосування. Середня хронологічна, техніка обчислення та випадки застосування.

4. Способи обробки рядів динаміки з метою виявлення основної тенденції розвитку: укрупнення інтервалів, спосіб рухомих середніх, приведення рядів до однієї основи, змикання рядів динаміки, вимірювання сезонних коливань.

5. Прогнозування на основі рядів динаміки. Інтерполяція та екстраполяція в статистиці, аналітичне вирівнювання.

Методичні вказівки до теми

Для дослідження тенденцій і закономірностей суспільних явищ їх потрібно вивчати впродовж певного часу. Для цього будуються і використовуються хронологічні ряди або ряди динаміки. Динамічний ряд – це послідовність упорядкованих в часі кількісних показників, які характеризують рівень розвитку досліджуваних явищ. Цифри (показники), з яких складається динамічний ряд, називаються рівнями.

Ряд динаміки складається з двох елементів: рівнів ряду і моментів (періодів) часу, до яких належать ці рівні.

За часом, що відображаються у динамічних рядах, їх поділяють на моментні і інтервальні.

В моментних рядах рівні висвітлюють величину явища на певну дату (залишки запасів на складах: 1.01, 1.02, 1.03.) В моментних рядах недоцільно складати окремі рівні динаміки.

В інтервальних рядах динаміки рівні висвітлюють величину явища за певний проміжок часу (випуск продукції за березень, квітень).

На відміну від моментних рядів рівні інтервальних рядів можна складати, одержавши новий ряд, який характеризує явища за більш великий інтервал часу.

За відстанню між датами або інтервалами часу виділяють повні і неповні ряди динаміки.

В повних рядах інтервали часу між окремими рівнями однакові. 1.01, 1.02, 1.03, 1.04, 1.05.

За характером явищ, що відображаються в динамічних рядах, за способом їх вираження вони бувають абсолютні, середні і відносні.

Обсяг національного доходу (абсолютні), на душу населення (середні), темп росту (відносні).

При формуванні динамічних рядів необхідно, щоб всі рівні оцінювались в однакових цінах і розраховувались за єдиною методологією.

Визначення середніх значень динамічних рядів

1. Середні значення повних інтервальних рядів (з рівними інтервалами) обчислюються як середня арифметична (2015, 2016, 2017...):

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n} \quad (7.1)$$

2. Якщо окремі періоди інтервального ряду динаміки мають різну довжину, то для визначення середнього рівня використовують середню арифметичну зважену:

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t} \quad (7.2)$$

3. Середнє значення повного моментного ряду визначається за формулою середньої хронологічної (1.01, 1.02, 1.03, 1.04...):

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n-1} \quad (7.3)$$

4. Середнє значення неповного моментного ряду:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_n}{2(t_1 + t_2 + \dots + t_n)} \quad (7.4)$$

де t – проміжок часу між певними рівнями.

Наприклад:

Є такі дані про запас сировини на складі в тоннах:

1.01 1.03 1.07 1.08 1.12 31.12

20 15 25 90 25 15

$$\bar{y} = \frac{(20+15) \cdot 2 + (15+25) \cdot 4 + (25+90) \cdot 1 + (90+25) \cdot 4 + (25+15) \cdot 1}{2(2+4+1+4+1)} = 29.$$

На основі рівнів ряду динаміки визначають систему показників, які дозволяють всебічно оцінити напрямок та інтенсивність змін явища в часі. Ці показники називають аналітичними (статистичними) характеристиками рядів динаміки і обчислюють їх шляхом порівняння рівнів динамічних рядів.

Статистичні характеристики рядів динаміки і формули для їх обчислення наведені в таблиці (табл. 7.1).

Таблиця 7.1 – Аналітичні показники рядів динаміки і формули для їх розрахунку

Аналітичні показники	Розрахункові формули
1	2
1 Абсолютний приріст:	
ланцюговий	$\Delta y^1 = y_i - y_{i-1}$
базисний	$\Delta y = y_i - y_0$
за весь період	$\Delta y_n = y_n - y_0$
середній	$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$
2 Коефіцієнт росту:	
ланцюговий	$K_p^1 = \frac{y_i}{y_{i-1}}$
базисний	$K_p = \frac{y_i}{y_0}$
за весь період	$K_{p_n} = \frac{y_n}{y_0}$
середній	$\overline{K_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}$
3 Темп росту	$T_p^1 = K_p^1 \cdot 100,$ $T_p = K_p \cdot 100,$ $T_{p_n} = K_{p_n} \cdot 100,$ $\overline{T_p} = \overline{K_p} \cdot 100$
4 Темп приросту	$T_{np}^1 = T_p^1 - 100,$ $T_{np} = T_p - 100,$ $T_{np_n} = T_{p_n} - 100,$ $\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 100$
5 Абсолютний розмір 1% приросту	
ланцюговий	$\Delta y_{1\%} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100}$
середній за весь період	$\overline{\Delta y_{1\%}} = \frac{\overline{\Delta y}}{\overline{T_{np}}}$
6 Коефіцієнт випередження (відставання)	$K = \left(\frac{y_i}{y_{i-1}} \right) \div \left(\frac{x_i}{x_{i-1}} \right)$

Наведені в табл. 7.1 коефіцієнти (темпи) росту за весь період і середній темп (коефіцієнт) росту можуть бути визначені тільки на підставі абсолютних даних динамічного ряду. Якщо ж такі дані відсутні, а є тільки ланцюгові темпи росту (приросту), то слід дотримуватися такого правила:

добуток ланцюгових коефіцієнтів росту дорівнює коефіцієнту росту за весь період, тобто,

$$K_{p_n} = \frac{y_n}{y_0} = K_{p_1}^1 \cdot K_{p_2}^1 \cdot K_{p_3}^1 \cdot \dots \cdot K_{p_n}^1 = \prod \frac{y_i}{y_{i-1}}, \quad (7.5)$$

середній коефіцієнт росту в такому випадку визначається як:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod \frac{y_i}{y_{i-1}}}. \quad (7.6)$$

Якщо в умові задачі подані темпи приросту, то їх спочатку потрібно перетворити в темпи росту ($T_p^1 = T_{mp}^1 + 100$), а потім перевести їх в коефіцієнти росту ($K_p^1 = T_p^1 \div 100$).

При аналізі динамічних рядів слід також зважити на такі правила:

1. Частка від ділення базисного коефіцієнта росту за поточний період на базисний коефіцієнт росту за попередній період дорівнює ланцюговому коефіцієнту росту за поточний період:

$$\frac{y_i}{y_0} \div \frac{y_{i-1}}{y_0} = \frac{y_i}{y_{i-1}}. \quad (7.7)$$

2. Добуток двох послідовних ланцюгових коефіцієнтів росту дорівнює базисному коефіцієнту росту відносно першого періоду:

$$\frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} = \frac{y_2}{y_0}. \quad (7.8)$$

3. Порівняння двох послідовних ланцюгових абсолютних приростів показує абсолютне прискорення або уповільнення динаміки:

$$\Delta_i = \Delta y_i - \Delta y_{i-1}. \quad (7.9)$$

Якщо $\Delta_i > 0$, то має місце абсолютне прискорення; якщо $\Delta_i < 0$ – то уповільнення.

4. Співвідношення додатних абсолютних ланцюгових приростів показує відносне прискорення:

$$K = \frac{\Delta y_i}{\Delta y_{i-1}}. \quad (7.10)$$

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 7

Задача № 1

Таблиця 7.2 – Дані про валовий збір овочів у колгоспі

2012 р.	2013 р.	2014 р.	2015 р.	2016 р.	2017 р.
20	25	23	21	27	30

Визначити:

- абсолютні прорости – ланцюгові, базові, середній;
- темпи росту – ланцюгові, базові, за весь період;
- темпи приросту – ланцюгові, базові, за весь період;
- середній темп росту (приросту);
- середній рівень валового збору за роки п'ятирічки;
- абсолютні значення 1 % приросту – ланцюгові і за весь період.

Розв'язання

Абсолютні прорости:

– ланцюгові:

$$\Delta y'_{12-13} = y_{2013} - y_{2012} = 25 - 20 = 5 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y'_{13-14} = y_{2014} - y_{2013} = 23 - 25 = -2 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y'_{14-15} = y_{2015} - y_{2014} = 21 - 23 = -2 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y'_{15-16} = y_{2016} - y_{2015} = 27 - 21 = 6 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y'_{16-17} = y_{2017} - y_{2016} = 30 - 27 = 3 \text{ тис. т;}$$

– базові:

$$\Delta y_{12-13} = y_{2013} - y_{2012} = 25 - 20 = 5 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y_{12-14} = y_{2014} - y_{2012} = 23 - 20 = 3 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y_{12-15} = y_{2015} - y_{2012} = 21 - 20 = 1 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y_{12-16} = y_{2016} - y_{2012} = 27 - 20 = 7 \text{ тис. т,}$$

$$\Delta y_{12-17} = y_{2017} - y_{2012} = 30 - 20 = 10 \text{ тис. т;}$$

– середній:

$$\Delta \bar{y} = \frac{y_n - y_0}{n - 1} = \frac{30 - 20}{6 - 1} = 2 \text{ тис. т.}$$

Темпи росту (приросту):

– ланцюгові:

$$T'p_{12-13} = y_{2013} / y_{2012} \cdot 100\% = 25 / 20 \cdot 100\% = 125\%,$$

$$T'pr_{12-13} = T'p_{12-13} - 100\% = 125 - 100 = 25\%,$$

$$T'p_{13-14} = y_{2014} / y_{2013} \cdot 100\% = 23 / 25 \cdot 100\% = 92\%,$$

$$T'pr_{13-14} = T'p_{13-14} - 100\% = 92 - 100 = -8\%,$$

$$T'p_{14-15} = y_{2015} / y_{2014} \cdot 100\% = 21 / 23 \cdot 100\% = 91,3\%,$$

$$T'pr_{14-15} = T'p_{14-15} - 100\% = 91,3 - 100 = -8,7\%,$$

$$T'p_{15-16} = y_{2016} / y_{2015} \cdot 100\% = 27 / 21 \cdot 100\% = 128,57\%,$$

$$T'pr_{15-16} = T'p_{15-16} - 100\% = 128,57 - 100 = 28,57\%,$$

$$T_{p_{16-17}} = y_{2017} / y_{2016} \cdot 100\% = 30 / 27 \cdot 100\% = 111,11\%,$$

$$T_{np_{16-17}} = T_{p_{16-17}} - 100\% = 111,11 - 100 = 11,11\%;$$

– базові:

$$T_{p_{12-13}} = y_{2013} / y_{2012} \cdot 100\% = 25 / 20 \cdot 100\% = 125\%,$$

$$T_{np_{12-13}} = T_{p_{12-13}} - 100\% = 125 - 100 = 25\%,$$

$$T_{p_{12-14}} = y_{2014} / y_{2012} \cdot 100\% = 23 / 20 \cdot 100\% = 115\%,$$

$$T_{np_{12-14}} = T_{p_{12-14}} - 100\% = 115 - 100 = 15\%,$$

$$T_{p_{12-15}} = y_{2015} / y_{2012} \cdot 100\% = 21 / 20 \cdot 100\% = 105\%,$$

$$T_{np_{12-15}} = T_{p_{12-15}} - 100\% = 105 - 100 = 5\%,$$

$$T_{p_{12-16}} = y_{2016} / y_{2012} \cdot 100\% = 27 / 20 \cdot 100\% = 135\%,$$

$$T_{np_{12-16}} = T_{p_{12-16}} - 100\% = 135 - 100 = 35\%,$$

$$T_{p_{12-17}} = y_{2017} / y_{2012} \cdot 100\% = 30 / 20 \cdot 100\% = 150\%,$$

$$T_{np_{12-17}} = T_{p_{12-17}} - 100\% = 150 - 100 = 50\%;$$

– середньорічний:

$$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100\% = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100\% = \sqrt[5]{\frac{30}{20}} \cdot 100 = 108,4\%,$$

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\% = 108,4 - 100 = 8,4\%.$$

Середнє значення рівня ряду динаміки становить:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{20 + 25 + 23 + 21 + 27 + 30}{6} = \frac{146}{6} = 24,33 \text{ тис. т.}$$

Абсолютні значення 1% приросту:

– ланцюгові:

$$\Delta y_{1\%_{12-13}} = \frac{y_{2012}}{100\%} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ тис. т.},$$

$$\Delta y_{1\%_{13-14}} = \frac{y_{2013}}{100\%} = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ тис. т.},$$

$$\Delta y_{1\%_{14-15}} = \frac{y_{2014}}{100\%} = \frac{23}{100} = 0,23 \text{ тис. т.},$$

$$\Delta y_{1\%_{15-16}} = \frac{y_{2015}}{100\%} = \frac{21}{100} = 0,21 \text{ тис. т.},$$

$$\Delta y_{1\%_{16-17}} = \frac{y_{2016}}{100\%} = \frac{27}{100} = 0,27 \text{ тис. т.};$$

– за весь період:

$$\Delta \bar{y}_{1\%} = \frac{\Delta \bar{y}}{\bar{T}_{np}} = \frac{2}{8,4} = 0,24 \text{ тис. т.}$$

Задача № 2

На скільки відсотків збільшиться продуктивність праці робітників підприємства за три роки, якщо вона щорічно збільшуватиметься на 2,5%.

Розв'язання

Річний темп росту:

$$T_p = T_{пр} + 100\% = 2,5 + 100 = 102,5\%,$$

$$K_p = \frac{T_p}{100\%}, \quad K_{p_n} = K_{p_1} \cdot K_{p_2} \cdot \dots \cdot K_{p_n}.$$

Звідси коефіцієнт росту за три роки становить:

$$K_{p_3} = 1,025 \cdot 1,025 \cdot 1,025 = 1,077,$$

$$T_{p_3} = K_{p_3} \cdot 100\% = 1,077 \cdot 100 = 107,7\%,$$

$$T_{пр_3} = T_{p_3} - 100\% = 107,7 - 100 = 7,7\%.$$

Отже, за три роки продуктивність праці робітників зросла на 7,7%.

Задача № 3

За період з 2010 р. по 2015 р. кількість робітників на заводі виросла на 20%. Абсолютне значення 1% приросту складає 14 чоловік. Визначити кількість робітників у 2015 р.

Розв'язання

Якщо 14 чол. – це середнє значення 1% приросту за весь період, то:

$$\Delta \bar{y}_{1\%} = \frac{\Delta \bar{y}}{T_{пр}} = \frac{\frac{y_n - y_0}{n-1}}{T_p - 100\%} = \frac{\frac{y_n - y_0}{n-1}}{K_p \cdot 100\% - 100\%} = \frac{\frac{y_n - y_0}{n-1}}{\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \cdot 100\% - 100\%},$$

$$y_n = y_0 \cdot K_p \rightarrow y_0 = y_n / 1,2.$$

Звідси:

$$14 = \frac{y_{2015} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,2}\right)}{5} = \frac{0,033 y_{2015}}{\sqrt[5]{1,2 \cdot 100\% - 100\%}} = \frac{0,033 y_{2015}}{3,714}.$$

Звідси:

$$y_{2015} = \frac{14 \cdot 3,714}{0,033} = 1576 \text{ чол.}$$

Отже, кількість працівників у 2015 р. склала 1576 чол.

Задача № 4

За перші два роки п'ятиріччя виробництво продукції щорічно зменшувалося на 0,5%, а в наступні три роки воно зростало на 1,5%. Визначити темп приросту виробництва продукції за п'ятиріччя.

Розв'язання

Коефіцієнти росту за роки п'ятиріччя визначимо за формулою:

$$K' p = \frac{T' p}{100\%} = \frac{T'_{пр} + 100\%}{100\%}.$$

Отже:

$$K' p_1 = \frac{-0,5 + 100}{100} = 0,995,$$

$$K' p_2 = \frac{-0,5 + 100}{100} = 0,995,$$

$$K' p_3 = \frac{1,5+100}{100} = 1,015,$$

$$K' p_4 = \frac{1,5+100}{100} = 1,015,$$

$$K' p_5 = \frac{1,5+100}{100} = 1,015,$$

Темп росту за роки п'ятиріччя можна визначити за формулою:

$$Tp_5 = Kp_5 \cdot 100 = K' p_1 \cdot K' p_2 \cdot K' p_3 \cdot K' p_4 \cdot K' p_5 \cdot 100\%$$

Отже:

$$Tp_5 = 0,995 \cdot 0,995 \cdot 1,015 \cdot 1,015 \cdot 1,015 \cdot 100 = 103,52\%.$$

Звідси темп приросту за роки п'ятиріччя становить:

$$T_{пр} = Tp - 100\% = 103,52 - 100 = 3,52\%.$$

Задача № 5

За звітний період обсяг продукції виріс на 5% і склав 520 млн. гр. од. Визначити розмір 1% приросту.

Розв'язання

За попередній період обсяг продукції склав:

$$y_0 = \frac{520 \cdot 100}{(100 + 5)} = 495,2 \text{ млн. гр. од.},$$

$$\text{Звідси } \Delta y_{1\%} = \frac{495,2}{100} = 4,952 \text{ млн. гр. од.}$$

Запитання для самоконтролю

1. В чому суть і значення рядів динаміки в економічних дослідженнях?
2. Які принципи і правила побудови рядів динаміки?
3. Чим відрізняється моментний ряд від інтервального? Наведіть приклади.
4. Як обчислюються середні в інтервальних і моментних рядах динаміки?
5. Назвіть основні аналітичні показники рядів динаміки. За якими формулами вони обчислюються?
6. Якими методами визначається основна тенденція в рядах динаміки?
7. В чому суть і призначення індексу сезонності?

Тема 8 ІНДЕКСНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ

Питання програми

1. Суть індексів та їх роль у статистико-економічному аналізі. Класифікація індексів. Методологічні принципи побудови індексів. Базисні й ланцюгові індекси.

2. Індекси агрегатної форми. Індекс товарообороту, цін та фізичного обсягу товарообороту. Економічний зміст індексів. Система взаємопоєднаних індексів і визначення впливів окремих факторів.

3. Індекси із змінними і постійними вагами. Середньозважені індекси. Розкладання загального абсолютного приросту за факторами.

4. Аналіз динаміки середнього рівня інтенсивного показника. Індекси структурних зрушень.

5. Індекси Фішера, Ласпейреса і Пааше. Індекс споживчих цін. Інфляція та методи її виміру. Індекси-дефлятори.

Методичні вказівки до теми

Індекс – це відносна величина, яка характеризує зміну економічних явищ (процесів, об'єктів) в часі (в динаміці), в просторі і в порівнянні з будь-яким еталоном (планом, нормативами, кращими зразками тощо). Найпоширенішими є індекси динаміки, просторові (територіальні), виконання плану.

За ступенем охоплення елементів сукупності розрізняють індивідуальні і зведені індекси. Останні в свою чергу поділяються на загальні і групові.

Індивідуальні індекси (i) відображають зміну в динаміці або в просторі тільки одного елемента складного явища (наприклад, обсяг виробництва певного виду продукції, ціна, собівартість певного виду продукції тощо).

Зведені індекси (I) відображають зміну сукупності елементів складного явища (наприклад, зміну обсягу різнорідних видів продукції).

Якщо індекси охоплюють зміну не всіх елементів складного явища, а тільки певну частину (їх групу), то такі індекси називають груповими або субіндексами.

За характером явищ, що визначаються, індекси поділяють на індекси кількісних показників і індекси якісних показників. Перші – це показники фізичного обсягу (продукція, посівна площа, кількість працюючих, вартість основних фондів, матеріальні витрати, обсяг споживаної продукції тощо); до другої групи відносяться показники, які розраховані на будь-яку одиницю (ціна, собівартість, трудомісткість, урожайність, продуктивність праці, середня заробітна плата, матеріаломісткість тощо).

Загальні та групові індекси в залежності від методології обчислення поділяються на агрегатні (підсумкові) і середні з індивідуальних індексів. Агрегатні є основною формою економічних індексів, а середні з індивідуальних – похідні, які одержують в результаті перетворення агрегатних індексів.

Щоб визначити індивідуальний індекс, досить поділити значення однорідного показника за звітний період на значення цього показника за базисний період (або на план).

Частіше всього приходиться оцінювати зміну явища, що складається з різномірних елементів сукупності, які не можна підсумовувати, наприклад, різні за споживчою вартістю види продукції в натуральному вираженні, ціни, собівартість і трудомісткість окремих видів продукції, продуктивність праці, урожайність окремих культур, середню заробітну плату тощо.

Тому для побудови загальних індексів, які характеризують зміну різномірних елементів, використовуються показники-сумірники. Так, для зведення різних видів продукції показниками-сумірниками є ціна, собівартість, трудомісткість. Якщо ж потрібно визначити зміну ціни, собівартості, трудомісткості, то як показник-сумірник використовується обсяг продукції у натуральному вимірі.

Показник, зміну якого характеризує індекс, називається індексовним. Перемножуючи індексовний показник на показник-сумірник, який ще можна назвати ознакою-вагою, сумірником, зводимо різні явища до їх спільності, чим забезпечується їх кількісна порівнянність. Кожний добуток індексовної величини на показник-сумірник повинен мати певний економічний зміст, відображати складний показник.

Так, добуток ціни на кількість виробленої (проданої) продукції в натуральному вимірі відображає вартість виробленої (проданої) продукції; добуток собівартості одиниці продукції на фізичний обсяг цієї продукції відображає загальні витрати на виробництво продукції; добуток урожайності з 1 га на посівну площу під певну культуру відображає валовий збір певної сільськогосподарської культури.

Слід вивчити і засвоїти таке правило побудови агрегатного індексу: Агрегатний індекс – це дріб, в чисельнику якого, за рідким винятком, сума добутоків індексовного показника за звітний період на показник-сумірник, а в знаменнику сума добутоків індексовного показника за базисний період (або план) на цей же показник-сумірник, причому показник-сумірник приймається за базисний період, якщо індексовна величина кількісна, і за звітний період, якщо індексовна величина якісна.

Якщо потрібно визначити індекс планового завдання, то замість значення показника за звітний період використовується значення показника за планом.

Для розрахунку індексів використовуються такі умовні позначення:

q – кількість виготовленого (або проданого) товару (продукції) певного виду у натуральному вимірі;

p – ціна одиниці товару (продукції);

z – собівартість одиниці продукції;

t – трудомісткість або затрати робочого часу на виготовлення одиниці певної продукції;

w – продуктивність праці (виробіток продукції на одного працюючого);
 y – урожайність певної культури;
 n – розмір посівної площі під певну культуру;
«0» – порядковий знак показника базисного періоду;
«пл» – значення показника згідно з планом;
«1» – порядковий номер показника звітного періоду.
 pq – загальна вартість виготовленої або проданої продукції (товарообіг певного виду);
 zq – витрати на виробництво певного виду продукції;
 tq – загальні витрати робочого часу на виготовлення певного виду продукції;
 yn – валовий збір певної сільськогосподарської культури.

Ґрунтуючись на змісті і правилах побудови, а також на умовних позначеннях, в таблиці 8.1. і таблиці 8.2 наведені відповідно індивідуальні і агрегатні (зведені) індекси окремих показників.

Таблиця 8.1 – Індивідуальні індекси та формули для їх обчислення

Назва індексів	Розрахункова формула
1. Фізичного обсягу виготовленої (реалізованої) продукції	$i_q = q_1 / q_0$
2. Ціни	$i_p = p_1 / p_0$
3. Собівартості одиниці продукції	$i_z = z_1 / z_0$
4. Трудомісткості окремого виду продукції	$i_t = t_1 / t_0$
5. Урожайності певної культури	$i_y = y_1 / y_0$
6. Продуктивності праці	$i_w = w_1 / w_0$
7. Товарообігу певного товару	$i_{pq} = p_1 q_1 / p_0 q_0$
8. Витрат на конкретний вид продукції	$i_{zq} = z_1 q_1 / z_0 q_0$
9. Валового збору певної культури	$i_{yn} = y_1 n_1 / y_0 n_0$

Таблиця 8.2 – Агрегатні індекси та формули для їх обчислення

Назва індексів	Розрахункова формула
1. Фізичного обсягу виготовленої (реалізованої) продукції	$I_q = \sum q_1 p_0 / \sum q_0 p_0$
2. Ціни	$I_p = \sum q_1 p_1 / \sum q_1 p_0$
3. Собівартості	$I_z = \sum q_1 z_1 / \sum q_1 z_0$
4. Трудомісткості	$I_t = \sum q_1 t_1 / \sum q_1 t_0$
5. Валового збору	$I_{yn} = \sum n_1 y_1 / \sum n_0 y_0$
6. Урожайності певної культури	$I_y = \sum n_1 y_1 / \sum n_1 y_0$
7. Витрат на виробництво	$I_{zq} = \sum q_1 z_1 / \sum q_0 z_0$
8. Товарообороту	$I_{qp} = \sum q_1 p_1 / \sum q_0 p_0$
9. Купівельної спроможності грошової одиниці	$I_{\frac{1}{p}} = \sum p_0 q_1 / \sum p_1 q_1$

В практиці індексних розрахунків бувають випадки, коли відсутні абсолютні значення індексовних ознак і показників-сумірників, а є тільки їх відносні величини, які показують зміну зазначених показників у звітному періоді в порівнянні з базисним (або планом), тобто індивідуальні індекси.

В таких випадках загальну зміну індексовної ознаки визначають як середню з індивідуальних індексів, і такий індекс має назву середнього індексу.

Перетворення агрегатного індексу в середній із індивідуальних індексів проводиться так:

- в чисельнику або в знаменнику агрегатного індексу індексовний показник змінюється його виразом через відповідний індивідуальний індекс. Якщо таку заміну зробити в чисельнику, то агрегатний індекс перетвориться в середньоарифметичний зважений, якщо ж у знаменнику, то у середньогармонійний зважений.

Як правило, середньоарифметичний зважений індекс використовується тоді, коли індексовна величина кількісна, а середньогармонійний зважений індекс – коли індексовна величина якісна.

Агрегатні індекси перетворюються в середні таким чином.

Агрегатний індекс фізичного обсягу

$$I_q = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0}, \quad (8.1)$$

оскільки $i_g = \frac{g_1}{g_0}$, то $g_1 = i_g \cdot g_0$.

Якщо підставити $q_1 = i_q \cdot q_0$ в агрегатну форму, то одержимо середній індекс кількісного показника – фізичного обсягу

$$I_q = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_0 p_0} = \frac{\sum i_g \cdot g_0 p_0}{\sum g_0 p_0}. \quad (8.2)$$

Агрегатний індекс ціни

$$I_p = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1 p_0}; \quad (8.3)$$

$i_p = \frac{p_1}{p_0} \rightarrow p_1 = i_p \cdot p_0$.

Звідси середній індекс якісного показника – ціни буде мати такий вигляд:

$$I_p = \frac{\sum g_i p_i}{\sum \frac{g_i p_i}{i_p}} \quad (8.4)$$

Середній індекс фізичного обсягу – це середня арифметична, а середній індекс ціни – середня гармонічна.

Якщо в умові задачі подані не індивідуальні індекси, а зміна індексного показника у звітному періоді в порівнянні з базисним (темпом приросту), то для обчислення індивідуального індексу необхідно до 100 додати величину зміни, якщо вона додатна, або від 100 відняти, якщо вона від'ємна, а потім для зручності розрахунків перевести значення індивідуальних індексів, оцінених в процентах, в коефіцієнти шляхом ділення на 100.

В економічних дослідженнях нерідко доводиться аналізувати і порівнювати різні середні величини: середню ціну, середню собівартість, середню урожайність, середню продуктивність праці, середню заробітну плату тощо. Такі середні обчислюються на основі групових середніх, а показниками-сумірниками (вагою) повинні бути кількісні показники, які можна підсумовувати. Останніми, наприклад, може бути однойменна продукція, яка виготовляється на декількох підприємствах, або різнойменна, але однієї споживчої вартості продукція, яка виробляється на окремому підприємстві.

Середній рівень, який визначається для якісних показників, умовно обчислюється за формулою:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \sum x \cdot d, \quad (8.5)$$

де X – середня величина якісної ознаки;

f – частота (кількісна ознака);

d – частка окремих елементів кількісної ознаки.

Із формули видно, що середня величина залежить від значення усередненого показника (x) і частоти (величини окремих варіант кількісної ознаки). Проте на середню впливає не абсолютна величина частот, а співвідношення між ними, тобто структура кількісної ознаки.

Відповідно динаміка середньої визначається зміною усередненої величини і зміною співвідношення між частотами (структурними зрушеннями).

Динаміку середньої величини певного показника характеризує індекс змінного складу.

Зміна усередненого показника описується індексом фіксованого складу.

Нарешті, зміна співвідношення частот описується індексом структурних зрушень.

Так, для ціни індекси змінного складу, фіксованого складу і структурних зрушень записуються відповідно такими формулами:

$$I_p^{zc} = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1} \div \frac{\sum g_0 p_0}{\sum g_0} = \bar{P}_1 \div \bar{P}_0, \quad (8.6)$$

$$I_p^{fc} = \frac{\sum g_1 p_1}{\sum g_1} \div \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_1}, \quad (8.7)$$

$$I_p^{cz} = \frac{\sum g_1 p_0}{\sum g_1} \div \frac{\sum g_0 p_0}{\sum g_0}. \quad (8.8)$$

$$I_p^{zc} = I_p^{fc} \cdot I_p^{cz} \quad (8.9)$$

В економічних дослідженнях важливе значення має оцінка впливу окремих факторів на рівень результативного показника, тобто проведення факторного аналізу.

Індексний метод широко використовується в факторному аналізі, однак тільки в тих випадках, коли між результативним і факторними показниками є функціональний зв'язок.

Існує декілька методів проведення індексного факторного аналізу. Вибір певного методу залежить в першу чергу від наявної інформації і виду функціональної залежності.

Розглянемо два основних види функціонального зв'язку:

- факторна система являє собою взаємозв'язок агрегатних індексів;
- факторна система відображає залежність результативного показника від добутку двох або більше факторів:

$$y = a \cdot b \cdot c \cdot d. \quad (8.10)$$

Якщо факторна система зображена у вигляді взаємозалежностей агрегатних індексів, то слід звернути увагу на такі положення:

а) індекс результативного показника дорівнює добутку індексів показників-факторів;

б) різниця між чисельником і знаменником індексу показує абсолютну зміну показника у звітному періоді в порівнянні з базисним (планом);

в) зміна результативного показника дорівнює сумі змін показників-факторів.

Відносно товарообігу зазначені положення записуються відповідно так:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q; \quad I_{pq} = \sum q_1 p_1 / \sum q_0 p_0; \quad I_q = \sum q_1 p_0 / \sum q_0 p_0; \quad I_p = \sum q_1 p_1 / \sum q_1 p_0,$$

$$\Delta_{pq} = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0; \quad \Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0; \quad \Delta q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0,$$

$$\Delta_{pq} = \Delta p + \Delta q = (\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0) + (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0.$$

Якщо факторна система відображається залежністю

$$y = a \cdot b \cdot c \cdot d. \quad (8.11)$$

то факторний аналіз проводиться за такими методами:

1. Метод ланцюгових підстановок – за цим методом система факторних індексів визначається шляхом послідовної заміни базисних (планових) значень факторів на звітні:

$$I_a = \frac{a_1 b_0 c_0 d_0}{a_0 b_0 c_0 d_0}; \quad I_b = \frac{a_1 b_1 c_0 d_0}{a_1 b_0 c_0 d_0}; \quad I_c = \frac{a_1 b_1 c_1 d_0}{a_1 b_1 c_0 d_0}; \quad I_d = \frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_1 b_1 c_1 d_0}. \quad (8.12)$$

Для оцінки впливу кожного фактора на результативний показник необхідно від значення чисельника кожного індексу відняти значення знаменника, тобто:

$$\Delta y_a = a_1 b_0 c_0 d_0 - a_0 b_0 c_0 d_0, \quad (8.13)$$

$$\Delta y_b = a_1 b_1 c_0 d_0 - a_1 b_0 c_0 d_0, \quad (8.14)$$

$$\Delta y_c = a_1 b_1 c_1 d_0 - a_1 b_1 c_0 d_0, \quad (8.15)$$

$$\Delta y_d = a_1 b_1 c_1 d_1 - a_1 b_1 c_1 d_0. \quad (8.16)$$

Загальна зміна результативного показника дорівнює:

$$\Delta y = y_1 - y_0. \quad (8.17)$$

У всіх випадках при проведенні факторного аналізу загальна зміна результативної ознаки повинна дорівнювати сумі зміни під впливом окремих факторів, тобто:

$$\Delta y = \Delta y_a + \Delta y_b + \Delta y_c + \Delta y_d. \quad (8.18)$$

2. Метод різниць – цей метод є окремим випадком методу ланцюгових підстановок і впливає із вищенаведених обчислень впливу окремих факторів шляхом арифметичних перетворень:

$$\Delta y_a = (a_1 - a_0) b_0 c_0 d_0, \quad (8.19)$$

$$\Delta y_b = a_1 (b_1 - b_0) c_0 d_0, \quad (8.20)$$

$$\Delta y_c = a_1 b_1 (c_1 - c_0) d_0, \quad (8.21)$$

$$\Delta y_d = a_1 b_1 c_1 (d_1 - d_0). \quad (8.22)$$

$$\Delta y = y_1 - y_0. \quad (8.23)$$

$$\Delta y = \Delta y_a + \Delta y_b + \Delta y_c + \Delta y_d. \quad (8.24)$$

Методи ланцюгових підстановок і різниць використовуються лише в тому випадку, коли відомі абсолютні значення результативного показника і всіх факторів за два періоди.

3. Метод відносних величин застосовується в тому випадку, коли відсутні абсолютні значення показників факторів, а є тільки їх відносні зміни (індивідуальні індекси).

За цим методом вплив окремих факторів на зміну результативного показника визначається за такими формулами:

$$\Delta y_a = (i_a - 1)y_0, \quad (8.25)$$

$$\Delta y_b = i_a(i_b - 1)y_0, \quad (8.26)$$

$$\Delta y_c = i_a i_b (i_c - 1)y_0, \quad (8.27)$$

$$\Delta y_d = i_a i_b i_c (i_d - 1)y_0, \quad (8.28)$$

$$\Delta y = y_1 - y_0. \quad (8.29)$$

$$\Delta y = \Delta y_a + \Delta y_b + \Delta y_c + \Delta y_d. \quad (8.30)$$

Слід звернути увагу на методологічні принципи побудови і аналізу факторних систем.

У факторну систему спочатку включаються і оцінюються кількісні показники, а потім якісні. Якщо у факторну систему входить декілька кількісних, або декілька якісних показників-факторів, то послідовність їх розміщення і аналізу така: в першу чергу розміщуються і аналізуються головні (первинні) фактори, а потім неголовні (вторинні).

Послідовне розміщення факторів в індексній системі – спочатку кількісні, а потім якісні – необхідне для виключення перекрученого впливу зміни кількісних показників, який вони здійснюють на кожен одиницю якісних показників.

Якщо факторна система складається тільки з двох показників-факторів ($y = a \cdot b$), то вплив кожного фактора на зміну результативного показника за методом різниць визначається в такому порядку.

Обчислюється послідовно різниця між значеннями кожного із факторів за звітний і базисний періоди, і одержане число (абсолютна зміна фактора. вплив якого досліджується) множиться на інший фактор-співмножник, причому останній береться за базисний період, якщо фактор, вплив якого досліджується, є кількісним, і за звітний період, якщо цей фактор якісний.

Так, для факторної системи:

$$Y = a \cdot b, \quad (8.31)$$

де a – кількісний фактор;

b – якісний фактор.

Оцінювання впливу кожного фактора на зміну результативного показника здійснюється за такою методикою:

$$\Delta y_a = (a_1 - a_0)b_0, \quad (8.32)$$

$$\Delta y_b = (b_1 - b_0)a_1, \quad (8.33)$$

$$\Delta y = y_1 - y_0 = \Delta y_a + \Delta y_b. \quad (8.34)$$

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 8

Задача № 1

Таблиця 8.3 – Дані про роботу підприємства

Вид продукції	Вироблено продукції, шт.		Витрати праці в базовому періоді, н-год. / шт.	Собівартість в базовому періоді, гр. од. / шт.	Оптова ціна, гр. од. / шт.
	Базовий період	Звітний період			
А	15000	14000	2	26	34
Б	8000	12000	3	16	20

Визначити загальні індекси фізичного обсягу.

Розв'язання

Загальні індекси фізичного обсягу:

– порівнювач – витрати праці:

$$I_{q_w} = \frac{\sum q_1 w_0}{\sum q_0 w_0} = \frac{14000 \cdot 2 + 12000 \cdot 3}{15000 \cdot 2 + 8000 \cdot 3} = \frac{64000}{54000} = 1,185;$$

– порівнювач – собівартість:

$$I_{q_z} = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{14000 \cdot 26 + 12000 \cdot 16}{15000 \cdot 26 + 8000 \cdot 16} = \frac{556000}{518000} = 1,073;$$

– порівнювач – ціна:

$$I_{q_p} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{14000 \cdot 34 + 12000 \cdot 20}{15000 \cdot 34 + 8000 \cdot 20} = \frac{716000}{670000} = 1,069.$$

Отже, як бачимо при зміні порівнювача показники змінюються.

Задача № 2

Таблиця 8.4 – Вихідні дані

Товар	Ціна за одиницю в базисному періоді, грн	Продано, шт.		Зміна ціни в звітному періоді порівняно з базисним, %
		Базисний період	Звітний період	
А	0,50	1200	1500	-0,5
Б	1,20	4200	6300	+0,2
В	2,45	2000	2500	-1,5

Визначити

– індивідуальні індекси цін, фізичного обсягу і товарообороту;

– загальні індекси цін, фізичного обсягу і товарообороту.

Розв'язання

Індивідуальні індекси визначимо за формулами:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \quad i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{Тпр + 100\%}{100\%}, \quad i_{qp} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} = \frac{q_1 p_0 i_p}{q_0 p_0}.$$

Отже:

$$i_{q_A} = \frac{1500}{1200} = 1,25, \quad i_{q_B} = \frac{6300}{4200} = 1,5, \quad i_{q_C} = \frac{25000}{2000} = 1,25,$$

$$i_{p_A} = \frac{100 - 0,5}{100} = 0,995, \quad i_{p_B} = \frac{100 + 0,2}{100} = 1,002, \quad i_{p_C} = \frac{100 - 1,5}{100} = 0,985,$$

$$i_{qp_A} = \frac{1500 \cdot 0,5 \cdot 0,995}{1200 \cdot 0,5} = 1,244, \quad i_{qp_B} = \frac{6300 \cdot 1,2 \cdot 1,002}{4200 \cdot 1,2} = 1,503,$$

$$i_{qp_C} = \frac{2500 \cdot 2,45 \cdot 0,985}{2000 \cdot 2,45} = 1,231.$$

Перевірка:

$$i_{q_A} \cdot i_{p_A} = 1,25 \cdot 0,995 = 1,244 = i_{qp_A},$$

$$i_{q_B} \cdot i_{p_B} = 1,5 \cdot 1,002 = 1,503 = i_{qp_B},$$

$$i_{q_C} \cdot i_{p_C} = 1,25 \cdot 0,985 = 1,231 = i_{qp_C},$$

що свідчить про правильність зроблених розрахунків.

Загальні індекси розрахуємо за такими формулами:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 i_p}{\sum q_1 p_0}, \quad I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 i_p}{\sum q_0 p_0}.$$

Отже:

$$I_q = \frac{1500 \cdot 0,5 + 6300 \cdot 1,2 + 2500 \cdot 2,45}{1200 \cdot 0,5 + 4200 \cdot 1,2 + 2000 \cdot 2,45} = \frac{14435}{10540} = 1,37,$$

$$I_p = \frac{1500 \cdot 0,5 \cdot 0,995 + 6300 \cdot 1,2 \cdot 1,002 + 2500 \cdot 2,45 \cdot 0,985}{14435} = \frac{14354,5}{14435} = 0,994,$$

$$I_{qp} = \frac{14354,5}{10540} = 1,361.$$

Перевірка: $I_q \cdot I_p = 1,37 \cdot 0,994 = 1,361 = I_{qp}$, отже розрахунки правильні.

Задача № 3

Таблиця 8.5 – Вихідні дані по підприємству

Вид продукції	Загальні витрати на виробництво, млн. гр. од.		Зниження собівартості одиниці продукції у II кв. порівняно з I кв., %
	I квартал	II квартал	
А	750	780	5,0
Б	500	520	3,0

Визначити:

- індивідуальні індекси собівартості, фізичного обсягу і витрат по окремих видах продукції;
- загальні індекси собівартості, фізичного обсягу і витрат;
- загальну економію від зниження собівартості на окремі види продукції.

Розв'язання

Індивідуальні індекси собівартості визначимо за формулою:

$$i_z = \frac{Tp}{100\%} = \frac{Tp + 100\%}{100\%}.$$

Отже:

$$i_{z_A} = \frac{-5 + 100\%}{100\%} = 0,95, \quad i_{z_B} = \frac{-3 + 100\%}{100\%} = 0,97.$$

Індивідуальні індекси витрат на виробництво визначаємо за формулою:

$$i_{qz} = \frac{q_1 z_1}{q_0 z_0}.$$

Отже:

$$i_{qz_A} = \frac{780}{750} = 1,04, \quad i_{qz_B} = \frac{520}{500} = 1,04.$$

Індивідуальні індекси собівартості визначимо за формулою:

$$i_q = \frac{i_{qz}}{i_z}.$$

Отже:

$$i_{q_A} = \frac{1,04}{0,95} = 1,095, \quad i_{q_B} = \frac{1,04}{0,97} = 1,072.$$

Загальні індекси:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}, \quad I_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0}, \quad I_{qp} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}.$$

Звідси:

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot q_0 z_0}{\sum q_0 z_0} = \frac{1,095 \cdot 750 + 1,072 \cdot 500}{750 + 500} = \frac{1357,25}{1250} = 1,0858,$$

$$I_z = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum i_q \cdot q_0 z_0} = \frac{780 + 520}{1357,25} = \frac{1300}{1357,25} = 0,958,$$

$$I_{qz} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0} = \frac{1300}{1250} = 1,04,$$

$$\text{Перевірка: } I_q \cdot I_z = 1,0858 \cdot 0,958 = 1,04 = I_{qz}.$$

Зміна загальних витрат отримана від зміни собівартості окремих видів продукції становить:

$$\Delta z = \sum q_1 z_1 - \sum q_1 z_0 = \sum q_1 z_1 - \sum i_q \cdot q_0 z_0 = 1300 - 1357,25 = -57,25 \text{ млн. гр. од.}$$

Задача № 4

Таблиця 8.6 – Вихідні дані по підприємству

Вид продукції	Випуск продукції в травні, млн. гр. од.	Зміна фізичного обсягу продукції в червні порівняно з травнем, %
А	30	+15,0
Б	10	-20,0
В	25	+10,0

Визначити індивідуальні і загальний індекс фізичного обсягу продукції.

Розв'язання

Індивідуальні індекси визначимо за формулою:

$$i_q = \frac{Tp}{100\%} = \frac{Tp + 100\%}{100\%}.$$

Отже:

$$i_{q_A} = \frac{15 + 100\%}{100\%} = 1,15,$$

$$i_{q_B} = \frac{-20 + 100\%}{100\%} = 0,8,$$

$$i_{q_B} = \frac{10 + 100\%}{100\%} = 1,1.$$

Загальний індекс фізичного обсягу:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{30 \cdot 1,15 + 10 \cdot 0,8 + 25 \cdot 1,1}{30 + 10 + 25} = \frac{70}{65} = 1,077.$$

Задача № 5

Є такі дані про роботу підприємства.

Продукція підприємства у базовому періоді склала 117 млн. гр. од. У звітному періоді в порівнянні з базисним кількість робітників знизилась на 2%, а продуктивність праці виросла на 6,9%. Визначити приріст продукції у звітному періоді порівняно з базовим в цілому, в тому числі за рахунок зміни кількості робітників та продуктивності праці.

Розв'язання

Позначимо кількість робітників – Ч, продуктивність праці – ПП, обсяг продукції – ОП.

$$\text{Тоді: } i_q = \frac{100 - 2}{100} = 0,98, \quad i_{nn} = \frac{100 + 6,9}{100} = 1,069.$$

Зміна обсягу продукції (млн. гр. од.):

– в цілому:

$$\begin{aligned} \Delta ОП &= Ч_1 n n_1 - Ч_0 n n_0 = Ч_0 \cdot i_q \cdot n n_0 \cdot i_{nn} - Ч_0 n n_0 = 117 \cdot 0,98 \cdot 1,069 - 117 = \\ &= 122,6 - 117 = 5,6; \end{aligned}$$

– за рахунок зміни кількості робітників:

$$\begin{aligned} \Delta ОП_q &= Ч_1 n n_0 - Ч_0 n n_0 = Ч_0 \cdot i_q \cdot n n_0 - Ч_0 n n_0 = 117 \cdot 0,98 - 117 = 114,7 - 117 = \\ &= -2,3; \end{aligned}$$

– за рахунок зміни продуктивності праці:

$$\Delta ОП_m = Ч_1 n n_1 - Ч_1 n n_0 = Ч_0 \cdot i_q \cdot n n_0 \cdot i_m - Ч_0 \cdot i_q \cdot n n_0 = 117 \cdot 0,98 \cdot 1,069 - 117 \cdot 0,98 = 122,6 - 114,7 = 7,9.$$

Перевірка:

$$\Delta ОП = \Delta ОП_{nn} + \Delta ОП_q = 7,9 + (-2,3) = 5,6 \text{ млн. гр. од.}$$

Запитання для самоконтролю

1. Які відносні величини називаються індексами?
2. Назвіть правила побудови індивідуальних і агрегатних індексів.
3. Покажіть взаємозв'язок індексів фізичного обсягу, цін і товарообігу.
4. В яких випадках використовуються середні індекси?
5. В чому полягає економічна суть індексу змінного складу і від чого залежить його рівень?
6. Назвіть методи проведення факторного аналізу за допомогою індексів.
7. В яких випадках використовується метод різниць і в яких – метод відносних різниць?

Тема 9 ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Питання програми

1. Суть і переваги вибіркового спостереження. Генеральна і вибіркова сукупності. Помилки вибіркового спостереження.

2. Обчислення помилок вибірки та визначення меж інтервалу для середньої величини і частки. Середня та гранична помилки вибірки та їх економічний зміст.

3. Визначення необхідного обсягу вибірки. Види вибірки і способи відбору, що забезпечують репрезентативність. Власне-випадкова вибірка, механічна, типова, серійна, комбінована вибірки.

4. Способи поширення результатів вибіркового спостереження на генеральну сукупність. Практика застосування вибіркового спостереження в соціально-економічному аналізі.

Методичні вказівки до теми

Вибіркові спостереження дозволяють відібрати в генеральній сукупності певну кількість одиниць, провести дослідження і розповсюдити висновки, що одержані на основі обробки даних вибіркових спостережень, на генеральну сукупність з досить високою точністю.

При вибіркового спостереженні використовують дві категорії узагальнюючих показників: середня величина (вибіркова – \bar{x}) і генеральна – (\bar{x})) і частка (вибіркова – p і генеральна – p). Частка визначається як співвідношення числа одиниць сукупності, яким притаманні ознаки, що нас цікавлять, до загальної кількості одиниць сукупності.

В теорії вибіркового методу розглядаються дві схеми відбору:

- повторний відбір, при якому кожна відібрана одиниця повертається в сукупність і може знову нарівні з іншими одиницями сукупності потрапити в нову вибірку;

- безповторний відбір, коли відібрана одиниця сукупності після обстеження не повертається в сукупність.

При вивченні вибіркового методу слід звернути увагу на способи формування вибіркових сукупностей і, перш за все, на механічний відбір, багатоступеневу, багатофазну, серійну і малу вибірки.

Основні показники, які використовуються для оцінювання вибіркової сукупності і котрі характеризують межі, в яких знаходяться середня і частка в генеральній сукупності та формули для їх обчислення, наведені в таблиці 9.1

Слід зауважити, що вибіркова частка це питома вага одиниць у вибірковій сукупності, що мають певну ознаку:

$$P = \frac{m}{n}, \quad (9.1)$$

де m – кількість одиниць вибіркової сукупності, що мають цю ознаку;
 n – загальна кількість одиниць вибіркової сукупності.

Таблиця 9.1 – Показники вибіркової сукупності

Показник	Формули	
	Повторна вибірка	Безповторна вибірка
1	2	3
1. Середня помилка:		
1.1 середньої	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
1.2 частки	$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$\mu_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
1.3 середньої для серійної вибірки	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{s}}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$
1.4 частки для серійної вибірки	$\mu_p = \sqrt{\frac{\sigma_p^2}{s}}$	$\mu_p = \sqrt{\frac{\sigma_p^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$
2. Середня гранична помилка		
2.1 середньої	$\Delta_x = t\mu_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta_x = t\mu_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
2.2 частки	$\Delta_p = t\mu_p = t\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$\Delta_p = t\mu_p = t\sqrt{\frac{p(1-p)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
2.3 середньої для серійної вибірки	$\Delta_x = t\mu_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{s}}$	$\Delta_x = t\mu_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$
2.4 частки для серійної вибірки	$\Delta_p = t\mu_p = t\sqrt{\frac{\sigma_p^2}{s}}$	$\Delta_p = t\mu_p = t\sqrt{\frac{\sigma_p^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$

На підставі узагальнюючих показників вибіркової сукупності визначаються межі, в яких знаходяться середня або частка в генеральній сукупності, визначаються відповідно за формулами:

$$x - \Delta_x \leq X \leq x + \Delta_x, \quad (9.2)$$

$$p - \Delta_p \leq P \leq p + \Delta_p. \quad (9.3)$$

Методичні рекомендації до розв'язання задач теми 9

Задача № 1

При дослідженні 500 зразків виробів, які відібрані із партії готової продукції підприємства у випадковому порядку, 40 виявились нестандартними. З імовірністю 0,997 ($t = 3$) визначити межі, в яких знаходиться частка нестандартної продукції, яка виробляється заводом.

Розв'язання

$$\tilde{p} = \frac{40}{500} = 0,08.$$

Гранична помилка вибірки становить:

$$\Delta\tilde{p} = t\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 3\sqrt{\frac{0,08(1-0,08)}{500}} = 3\sqrt{\frac{0,0736}{500}} \cdot 0,9 = 0,036.$$

Отже, межі для частки робітників, які перевиконали норму на вказану величину становлять: $0,08 - 0,036 \leq p \leq 0,08 + 0,036$,

звідси $0,044 \leq p \leq 0,116$.

Отже, частка нестандартної продукції, випущеної заводом, становитиме від 0,044 до 0,116 (тобто від 4,4% до 11,6%).

Задача № 2

На заводі з кількістю робітників 1000 чол. було проведене 5% дослідження віку робітників методом випадкового без повторного відбору. В результаті дослідження одержані такі дані (табл. 9.2).

Таблиця 9.2 – Результати вибіркового дослідження

Вік робітників, роки	До 30	30-40	40-50	50-60	60 і більше
Кількість робітників, чол.	8	22	10	6	4

З ймовірністю 0,997 ($t = 3$) визначити границі, в яких знаходиться середній вік робітників заводу.

Розв'язання

Таблиця 9.3 – Допоміжна таблиця для визначення дисперсії

Групи робітників за віком, р., x	Кількість робітників, чол., f	x'	x'f	$(x' - \bar{x})^2$	$(x' - \bar{x})^2 f$
До 30	8	25	200	231,04	1848,32
30-40	22	35	770	27,04	594,88
40-50	10	45	450	23,04	230,4
50-60	6	55	330	219,04	1314,24
60 і більше	4	65	260	615,04	2460,16
Разом	50	—	2010	—	6448

За даними таблиці середній вік робітників становить:

$$\bar{x} = \frac{\sum x'f}{\sum f} = \frac{25 \cdot 8 + 35 \cdot 22 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 6 + 65 \cdot 4}{8 + 22 + 10 + 6 + 4} = \frac{2010}{50} = 40,2 \text{ роки.}$$

Дисперсія:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x' - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{6448}{50} = 128,96.$$

Визначимо граничну помилку вибірки:

$$\Delta \tilde{x} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{128,96}{50} \left(1 - \frac{50}{1000}\right)} = \sqrt{2,45} = 1,57.$$

Звідси середній вік працівників коливатиметься в межах від $(40,2 - 1,57)$ років до $(40,2 + 1,57)$ років.

Тобто:

$$38,63 \leq \bar{X} \leq 41,77.$$

Запитання для самоконтролю

1. В чому суть і для чого використовуються вибіркові спостереження?
2. Що таке генеральна і вибіркова сукупність?
3. Визначте поняття «помилка вибірки» і «гранична помилка вибірки», «вибіркова середня» і «вибіркова частка».
4. Які схеми відбору вам відомі?
5. Які способи відбору ви знаєте?
6. Яким чином визначається помилка вибірки при різних схемах відбору?
7. Яким чином визначається необхідна чисельність вибірки?
8. Назвіть основні способи розповсюдження даних вибіркової сукупності на генеральну сукупність.

ЗАВДАННЯ НА ІНДИВІДУАЛЬНУ РОЗРАХУНКОВУ РОБОТУ

Мета розрахункової роботи полягає в тому, щоб сформувати у студентів теоретичні знання та практичні навички кількісного оцінювання масових суспільно-економічних явищ та процесів на народногосподарському рівні, зокрема для розробки обґрунтованих рекомендацій щодо вдосконалення діяльності досліджуваного об'єкта.

У процесі досягнення зазначеної мети вирішуються такі завдання:

- закріплення та поглиблення знань з дисциплін фахового спрямування;
- вивчення, поглиблення та узагальнення теоретичних засад з дисципліни «Статистика»;
- досягнення вміння орієнтуватись у великому обсязі інформації та процесах, які відбуваються в економіці;
- узагальнення отриманих результатів та їх аналіз.

В роботі здійснюються детальні та ґрунтовні розрахунки за вихідними даними згідно з варіантом. Завдання щодо змістового наповнення кожного з розділів основної частини наводяться нижче.

В розділі 1 (Побудова інтервальних варіаційних рядів розподілу) необхідно побудувати інтервальні варіаційні ряди розподілу періодів функціонування підприємства за сукупним обсягом виробництва продукції, виручкою від реалізації та витратами на виробництво продукції; відобразити результати розрахунків графічно та зробити висновки.

В розділі 2 (Визначення середніх величин та показників варіації) потрібно для заданих наборів даних розрахувати середнє значення, середнє лінійне відхилення, середнє квадратичне відхилення, дисперсію, квадратичний та лінійний коефіцієнти варіації, моду і медіану; проаналізувати отримані результати.

В розділі 3 (Аналіз статистичних характеристик рядів динаміки) необхідно визначити середні значення кількості реалізованої продукції, виручки від реалізації та витрат на виробництво і за цими показниками розрахувати абсолютні прирости (ланцюгові, базові та середні), темпи росту і приросту (ланцюгові, базові та середні), а також абсолютні значення 1% приросту (ланцюгові і за весь період); зробити висновки.

В розділі 4 (Визначення індексів якісних та кількісних показників) на основі розрахованих середніх значень кількості реалізованої продукції, виручки від реалізації та витрат на виробництво необхідно визначити індивідуальні індекси фізичного обсягу, собівартості, ціни, товарообороту, витрат на виробництво. Визначити вплив окремих факторів на зміну товарообороту та витрат на виробництво за досліджуваній період. За отриманими результатами зробити висновки.

В розділі 5 (Формування та оцінювання вибіркової сукупності) потрібно з ймовірністю 0,954 визначити граничні похибки вибірових середніх та межі, в яких будуть знаходитись середні величини генеральної сукупності, якщо врахувати, що надані масиви даних щодо сукупного

обсягу виробництва продукції, виручки від реалізації та витрат на виробництво продукції є результатом 15-відсоткового вибіркового спостереження. Зробити висновки щодо репрезентативності сформованих вибіркової сукупностей.

В розділі 6 (Дослідження та визначення взаємозв'язку між досліджуваними показниками) необхідно визначити взаємозв'язок між наведеними даними (показниками обсягів реалізації продукції та показниками витрат підприємства на випуск реалізованої продукції і виручкою від реалізації) за допомогою лінійного рівняння регресії та параметри лінійних рівнянь (a_0 , a_1); величину постійних витрат підприємства; величину змінних витрат на одиницю продукції; ціну одиниці продукції; точку беззбитковості. Зобразити графічно залежність виручки від реалізації, витрат та прибутку підприємства від обсягів реалізації продукції.

У додатки, обсяг яких не обмежується, рекомендується включати відносно самостійні частини тексту, складні розрахунки, громіздкі таблиці, виокремлення яких поліпшує цілісність сприйняття основної частини роботи.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова

1. Статистика : підручник / С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна та ін. – К. : КНЕУ, 2000. – 468 с.
2. Ткач Є. І. Загальна теорія статистики : [навч. посіб.] / Є. І. Ткач, В. П. Сторожук. – К. : Либідь, 2001. – 320 с.
3. Уманець Т. В. Загальна теорія статистики : [навч. посіб.] / Уманець Т. В. – К. : Знання, 2006. – 239 с.
4. Єріна А. М. Статистика: структурно-логічні схеми та задачі : [навч. посіб.] / Єріна А. М. – К. : КНЕУ, 2010. – 491 с.
5. Маслій В. В. Статистика : [навч. посіб. для студ. вузів] / Маслій В. В. – Т. : Карт-бланш, 2011. – 270 с.
6. Тринько Р. І. Основи теоретичної і прикладної статистики: [навч. посіб.] / Р. І. Тринько, М. Є. Стадник. – К. : Знання, 2011. – 397 с.
7. Опря А. Т. Статистика : [навч. посіб.] / Опря А. Т. – К. : Центр учбової літератури, 2012. – 448 с.
8. Мармоза А. Т. Статистика : [підручник] / Мармоза А. Т. – К. : Ельга-Н, КНТ, 2009. – 896 с.
9. Лугінін О. Є. Статистика : [підручник] / Лугінін О. Є. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 608 с.
10. Мармоза А. Т. Практикум із статистики / Мармоза А. Т. – Київ : Кондор, 2009. – 512 с.
11. Гаркавий В. К. Статистика / Гаркавий В. К. – Київ : Алерта, 2012. – 608 с.
12. Уманець Т. В. Загальна теорія статистики : [навч. посіб.] / Уманець Т. В. – К. : Знання, 2006. – 239 с.
13. Статистика : [навчальний посібник] / С. О. Матковський, Л. І. Гальків, О. С. Гринькевич, О. З. Сорочак. – Львів : «Новий Світ – 2000», 2009. – 430 с.

Допоміжна

14. Захожай В. Б. Статистика : [підручник] / В. Б. Захожай, І. І. Попов. – К. : МАУП, 2006. – 536 с.
15. Попов І. І. Теорія статистики. Практикум : [навч. посіб.] / Попов І. І. – К. : КНТЕУ, 2006. – 290 с.
16. Статистика : учеб. пособие / под ред. М. Р. Ефимовой. – М. : ИНФРА–М., 2002.
17. Бек В. Л. Теорія статистики : [навч. посіб.] / Бек В. Л. – К. : ЦУЛ. – 288 с.
18. Елисеєва І. І. Общая теория статистики : [учебник] / І. І. Елисеєва, М. М. Юзбашев. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 544 с.
19. Єріна А. М. Теорія статистики : практикум / А. М. Єріна, З. О. Пальян. – К. : Знання, 2004. – 256 с.

20. Сріна А. М. Організація вибірових спостережень : [навч. посіб.] / Сріна А. М. – К. : КНЕУ, 2004. – 127 с.
21. Парфенцева Н. О. Міжнародні статистичні класифікації в Україні: Впровадження й використання / Парфенцева Н. О. – К. : Основи, 2000. – 351 с.
22. Сигел З. Практическая бизнес-статистика : пер. с англ. / Сигел З. – М. : Вильямс, 2002. – 1021 с.
23. Статистика : структурно-логічні схеми та задачі: [навч. посіб.] – К. : КНЕУ, 2007. – 304 с.
24. Тарасенко І. О. Статистика : [навч. посіб.] / Тарасенко І. О. – К. : Центр навч. л-ри, 2006. – 344 с.
25. Опря А. Т. Статистика : [навч. посіб.] / Опря А. Т. – К. : Центр навч. л-ри, 2005. – 472 с.
26. Грабовецький Б. Є. Загальна теорія статистики : [навчальний посібник] / Грабовецький Б. Є. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 147 с.
27. Грабовецький Б. Є. Економічна статистика : [навч. посібник] / Грабовецький Б. Є. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 170 с.
28. Кулинич О. І. Теорія статистики: [підручник] / О. І. Кулинич, Р. О. Кулинич – К. : Знання, 2006. – 294 с.
29. Харченко Н. М. Статистика : [учебник 2-е изд., перераб. и доп.] / Харченко Н. М. – М., 2008. – 428 с.
30. Чекотовський Е. В. Історія статистичної науки : [навч. посіб.] / Чекотовський Е. В. – К. : Знання, 2011. – 495 с.
31. Мармоза А. Т. Практикум з математичної статистики : [навч. посібник] / Мармоза А. Т. – К. : Кондор, 2009. – 264 с.
32. Руденко В. М. Математична статистика : [навч. посібник] / Руденко В. М. – К. : Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.

Інформаційні ресурси

33. Про державну статистику : Закон України від 17.09.1992 № 2614-ХІІ [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/2614-12> (дата звернення 22.10.2012).
34. Про інформацію : Закон України від 02.10.1992 № 2657-ХІІ [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/2657-12> (дата звернення 22.10.2012).
35. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/> (дата звернення 22.10.2012).
36. Головне управління статистики у Вінницькій області [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.vn.ukrstat.gov.ua/index.php/2010-11-23-15-32-05/432-2011-01-13-14-47-32.html> (дата звернення 22.10.2012).
37. Smida [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://smida.gov.ua/> (дата звернення 22.10.2012).

Навчальне видання

Методичні вказівки
до самостійної та індивідуальної роботи студентів
з дисципліни «Статистика»
напряму підготовки 073 – «Менеджмент»

Редактор В. Дружиніна
Коректор З. Поліщук

Укладач: Наталія Петрівна Карачина

Оригінал-макет підготовлено Н. Карачиною

Підписано до друку 19.05.2017 р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,39.
Наклад 40 пр. Зам. № 2017-151.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 59-85-32, 59-87-38.
press.vntu.edu.ua; e-mail: kivc.vntu@gmail.com
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.