

**ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА**  
**РОБОЧИЙ ЗОШИТ**  
**ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ**  
**Частина I. Ортогональні проекції елементарних**  
**геометричних фігур та їх перетворення**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА  
РОБОЧИЙ ЗОШИТ  
ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ  
Частина I. Ортогональні проекції елементарних  
геометричних фігур та їх перетворення**

Вінниця  
ВНТУ  
2017

Рекомендовано до друку Методичною радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 19.06.2014 р.)

Рецензенти:

**А. С. Моргун**, доктор технічних наук, професор

**Т. Б. Мартинюк**, доктор технічних наук, професор

**Інженерна графіка.** Робочий зошит для самостійного розв'язування задач. Частина 1. Ортогональні проекції елементарних геометричних фігур та їх перетворення / Уклад. О. П. Мельник, Я. Г. Скорюкова. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 40 с.

Робочий зошит призначений для самостійної індивідуальної роботи студентів при розв'язуванні задач та підготовки до контрольних та колоквіумів на першому курсі в першому семестрі при вивченні дисциплін "Інженерна графіка" та "Інженерна та комп'ютерна графіка". Містить теоретичні та графічні умови задач для безпосереднього розв'язування в зошиті. Може бути використаний студентами всіх напрямків.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Точка.....	5
2 Пряма. Взаємне положення прямих.....	9
3 Площина. Точка і лінія в площині.....	14
4 Багатогранники.....	27
5 Метод заміни площин проєкцій.....	32
6 Метод плоскопаралельного переміщення.....	35
Література.....	39

## ВСТУП

Рівень засвоєння навчального матеріалу студентами залежить від якості організації навчального процесу в цілому і, зокрема, її невід'ємної складової – організації самостійної роботи студентів.

Тому актуальною задачею є створення навчально-методичних матеріалів для вивчення геометрографічних дисциплін на базі нових підходів до організації СРС з урахуванням принципів:

- доступності комплексу навчально-організаційних та методичних матеріалів, які необхідні студенту при вивченні дисципліни;
- повноти інформації, яка доставляється викладачем протягом навчального процесу;
- забезпечення максимального рівня самостійності при виконанні студентами індивідуальних розрахунково-графічних завдань, курсових робіт тощо;
- об'єктивності оцінювання знань студентів.

Розроблений робочий зошит для самостійного розв'язування задач спрямований на реалізацію принципу забезпечення максимального рівня самостійності студентів у набутті стійких навичок розв'язування задач з основ ортогонального проєкціювання елементарних геометричних фігур.

Текстові та графічні умови задач, запропонованих у зошиті, складені з урахуванням їх розв'язування безпосередньо на його сторінках.

В робочому зошиті висвітлені теми, які вивчають студенти всіх напрямів підготовки з дисциплін "Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка", "Інженерна та комп'ютерна графіка", "Інженерна графіка" в першому семестрі на першому курсі: проєкції точки; проєкції прямої; взаємне положення прямих; проєкції площини; умови належності і паралельності прямих і площин; багатогранники; перетворення комплексного кресленика методом заміни площин проєкцій; перетворення комплексного кресленика методом плоскопаралельного переміщення.

Теми з перетворення комплексного кресленика подано з наголосом на практичне використання при розв'язуванні метричних та позиційних задач, зокрема, і олімпіадних.

Використання зошита у навчальному процесі дозволить студентам максимально ефективно використати час, відведений на самостійну роботу при підготовці до контрольних робіт, колоквіумів, іспитів тощо, а також сприятиме поглибленню знань та умінь при опануванні геометрографічних дисциплін.

# 1 ТОЧКА

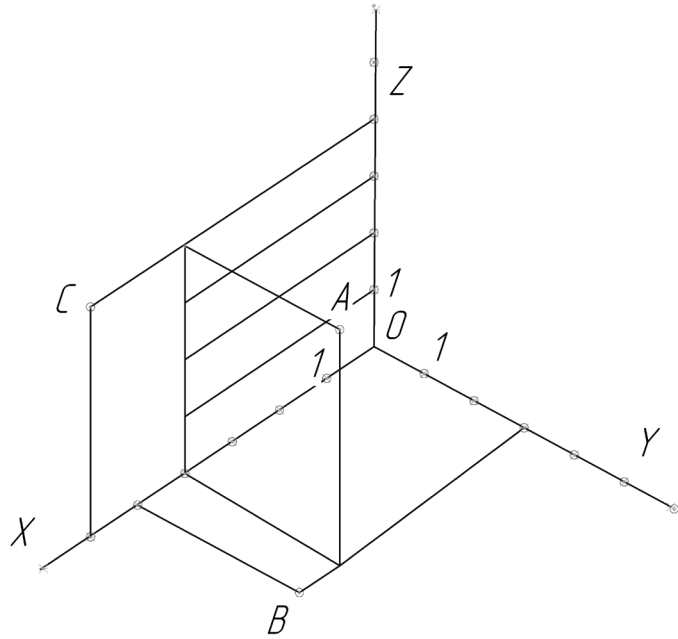
## Задача № 1

Записати координати точок А, В, С:

А (... , ... , ...);

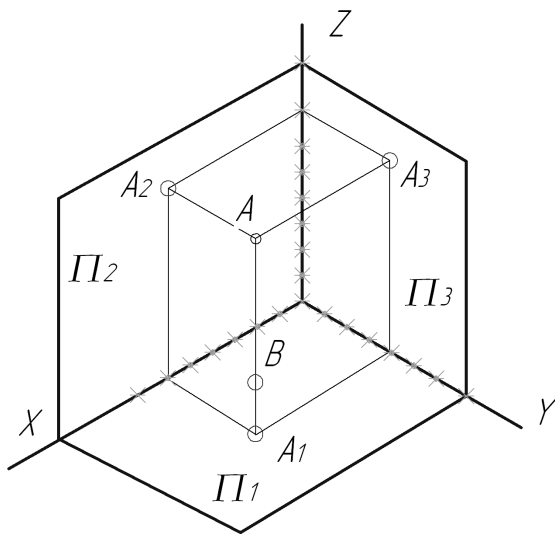
В (... , ... , ...);

С (... , ... , ...).



## Задача № 2

Побудувати епюри точок А і В. Проаналізувати їх положення відносно площини  $\Pi_1$ .



### Задача № 3

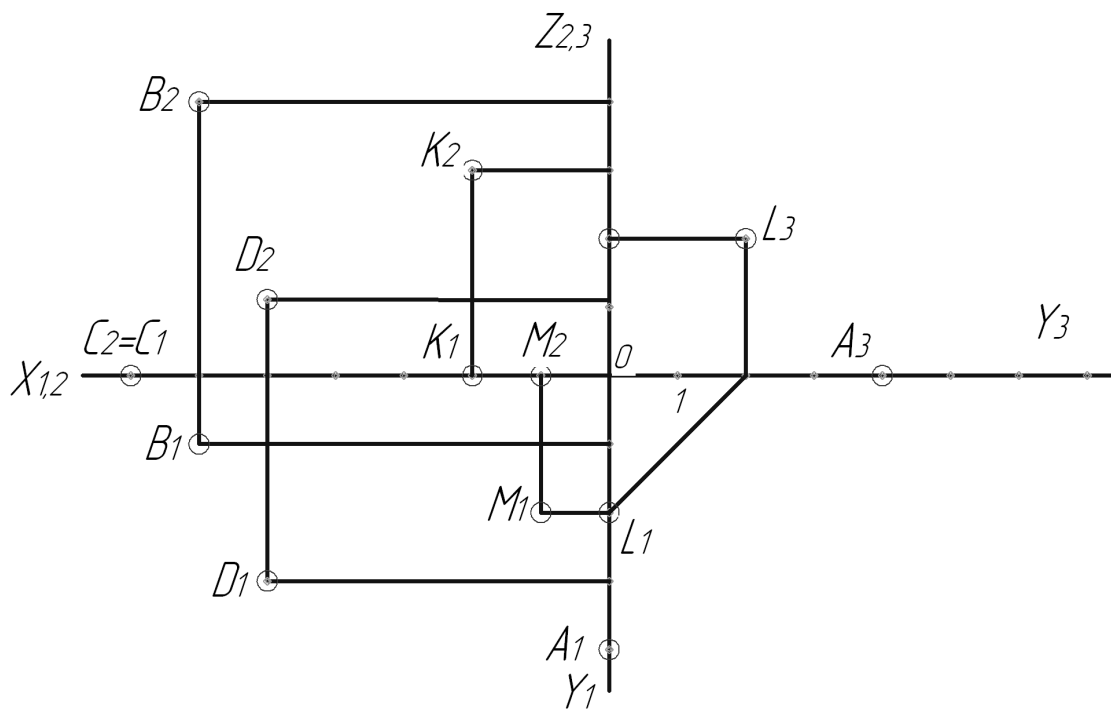
Побудувати епюри точок за заданими в таблиці 1.1 значеннями координат.

Таблиця 1.1

	A	B	C	D	E	F	G
X	15	0	20	8	0	10	0
Y	4	1	0	3	6	0	0
Z	4	3	2	0	0	0	5

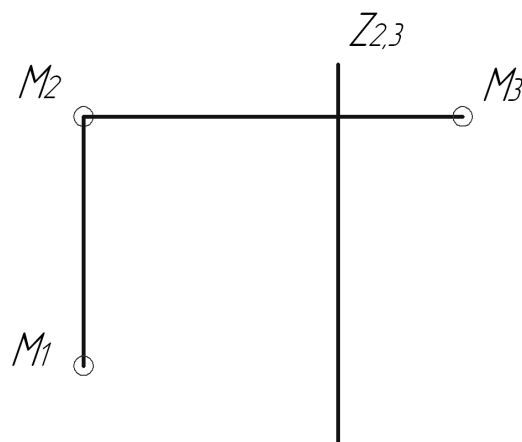
### Задача № 4

За двома заданими проекціями точок побудувати їх третю проекцію.



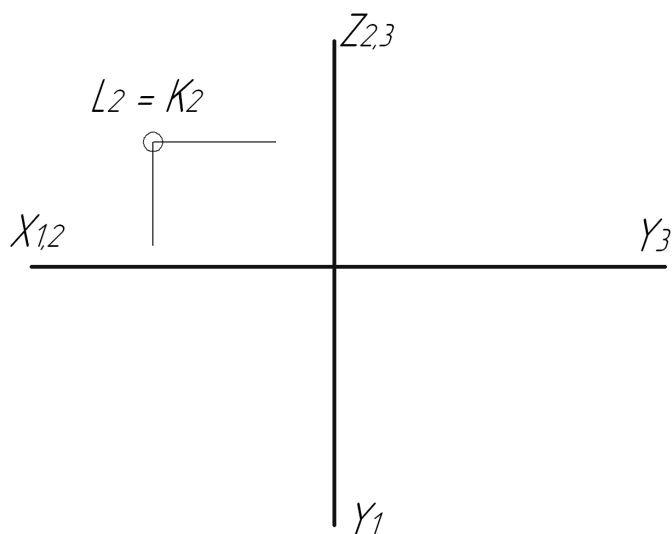
### Задача № 5

Визначити положення горизонтальної осі проєкцій  $OX$ .



### Задача № 6

Побудувати горизонтальні проєкції точок  $K$  і  $L$  за умови, що точка  $K$  знаходиться на відстані 25 мм від площини проєкцій  $\Pi_1$ , а точка  $L$  належить площині проєкцій  $\Pi_2$ .



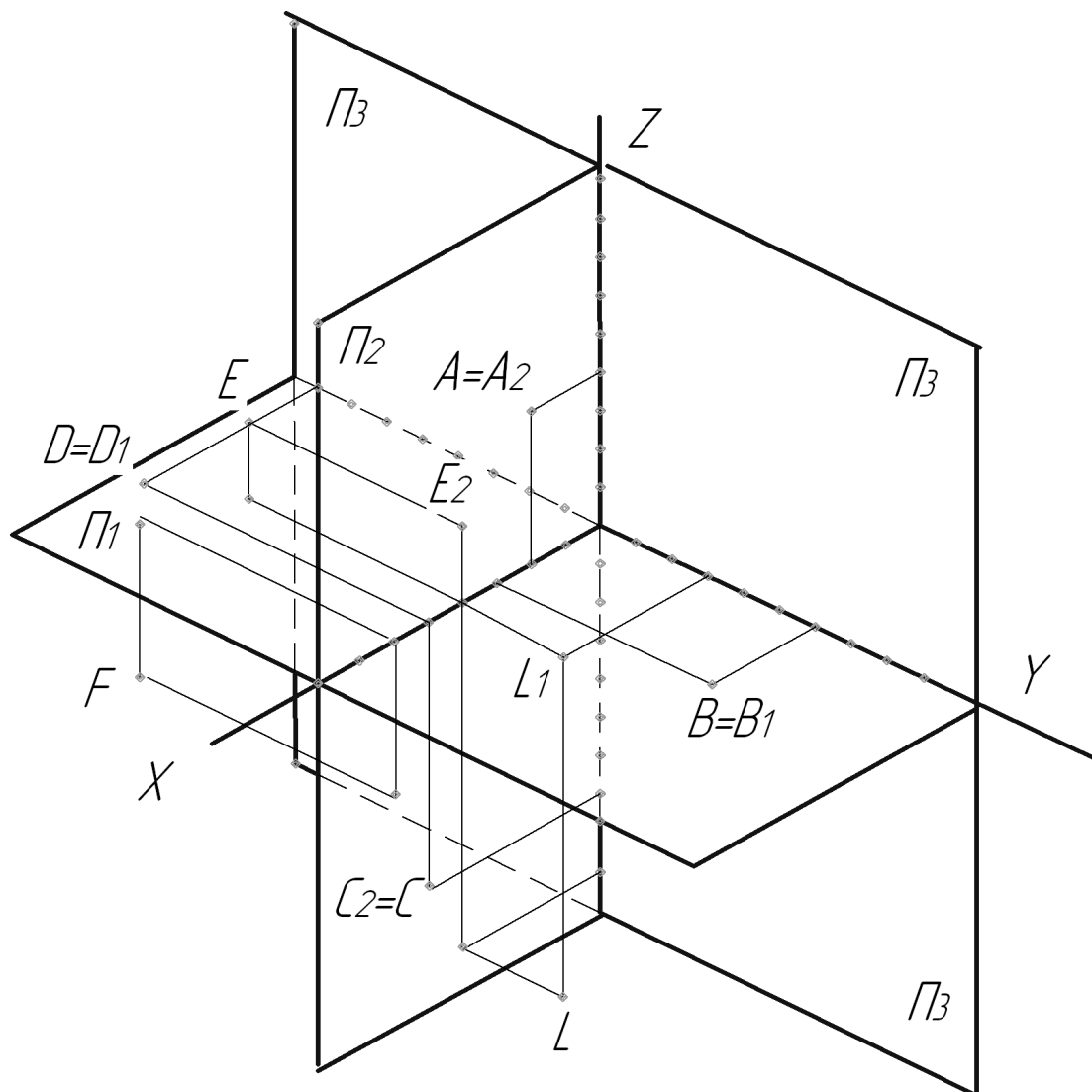
### Задача № 7

Для даного рисунка:

- побудувати епюри точок, зображених на просторовій моделі системи площин проєкцій;
- записати координати побудованих точок;
- знайти точки ( $y$ ), найбільш віддалені від площини проєкцій  $\Pi_1$ ;
- знайти точки ( $y$ ), найбільш віддалені від площини проєкцій  $\Pi_2$ ;
- знайти точки ( $y$ ), найбільш віддалені від площини проєкцій  $\Pi_3$ ;



е) визначити, чи є точки, що рівновіддалені від однієї площини проєкцій.



## 2 ПРЯМА. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМИХ

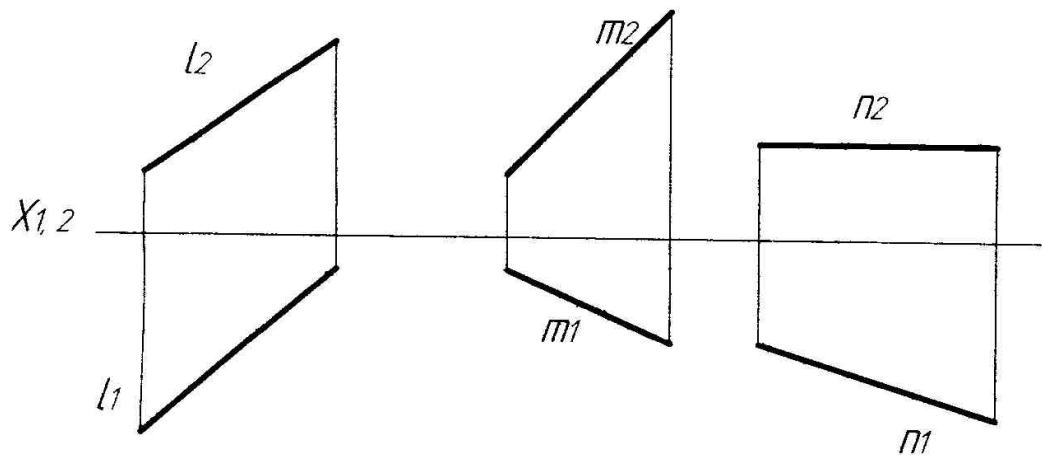
### Задача № 8

Побудувати проекції відрізків прямих АВ, CD, ..., ST за заданими координатами вершин. Визначити положення прямих відносно системи площин проекцій.

Відрізок		X	Y	Z
AB	A	3	2	2
	B	0	6	4
CD	C	4	1	1
	D	1	2	1
EF	E	4	2	2
	F	6	2	5
KL	K	8	4	4
	L	8	7	8
MN	M	9	8	10
	N	9	8	1
PR	P	10	3	6
	R	10	6	6
ST	S	1	9	7
	T	5	9	7

### Задача № 9

Визначити на заданих прямих точку  $M$ , що належить площині проєкцій  $\Pi_1$ , та точку  $N$ , що належить площині проєкцій  $\Pi_2$ .



### Задача № 10

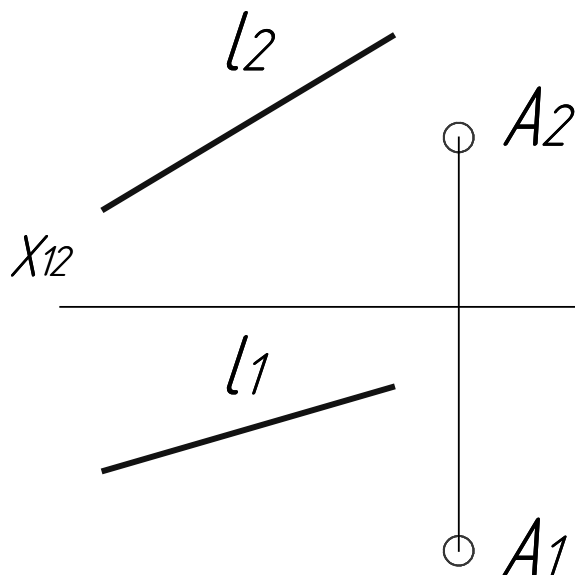
Побудувати прямокутні проєкції прямих  $\ell$  і  $m$ , які перетинаються в т. А. Пряма  $\ell$  – фронталь, пряма  $m$  – профільна пряма.

### Задача № 11

Прямі  $h$  (горизонталь) та  $\ell$  (загального положення) перетинаються під кутом  $90^\circ$ . Побудувати прямокутні проекції прямих.

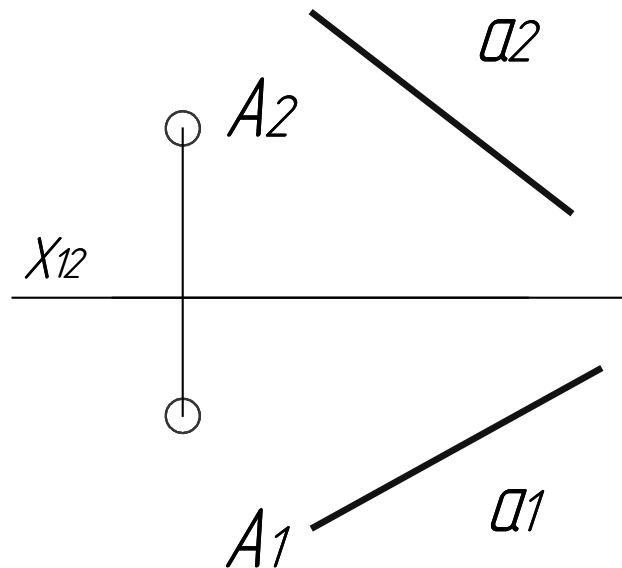
### Задача № 12

Побудувати проекції прямої  $m$ , яка проходить через т.  $A$  та паралельна прямій  $\ell$ . Побудувати проекції горизонталі  $h$ , яка перетинає лінію  $\ell$ .



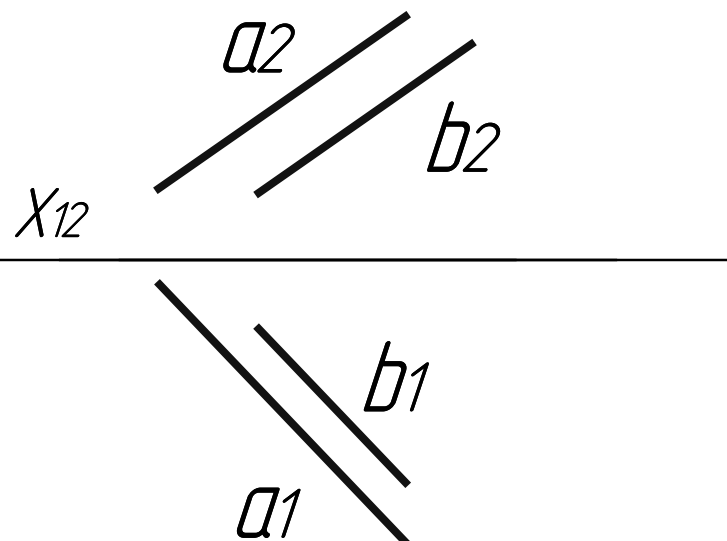
### Задача № 13

Через точку  $A$  провести пряму  $\ell$ , мимобіжну відносно прямої  $a$ . Пряма  $\ell$  повинна проходити над прямою  $a$ .



### Задача № 14

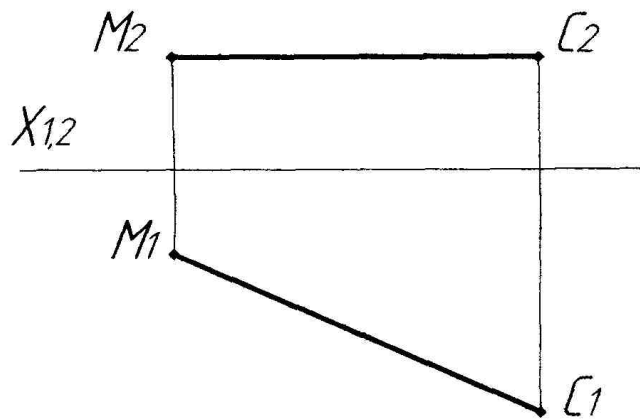
Побудувати проєкції фронталі  $f$ , яка знаходиться на відстані 20 мм від площини проєкцій  $\Pi_2$  і перетинає задані паралельні прямі.



### Задача № 15

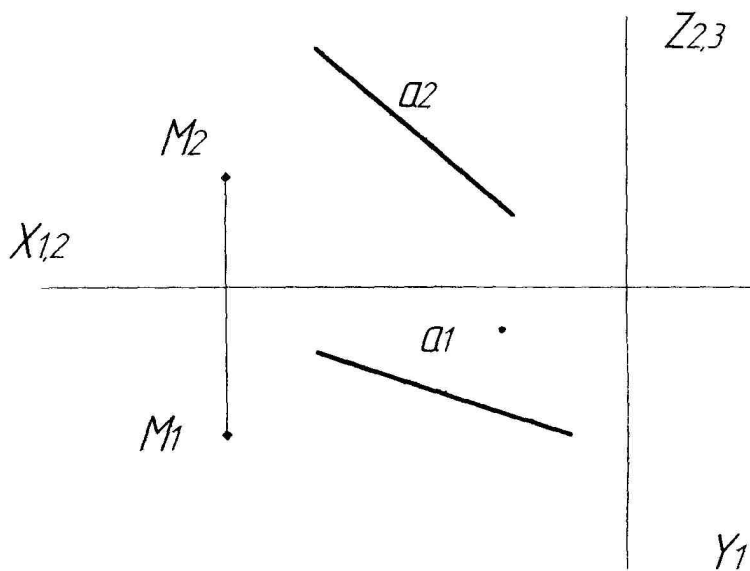
Побудувати проєкції  $\Delta ACB$ , якщо:

- $CM$  – висота рівнобедреного трикутника ;
- точка  $A$  – належить площині проєкцій  $\Pi_1$ ;
- точка  $B$  – належить площині проєкцій  $\Pi_2$



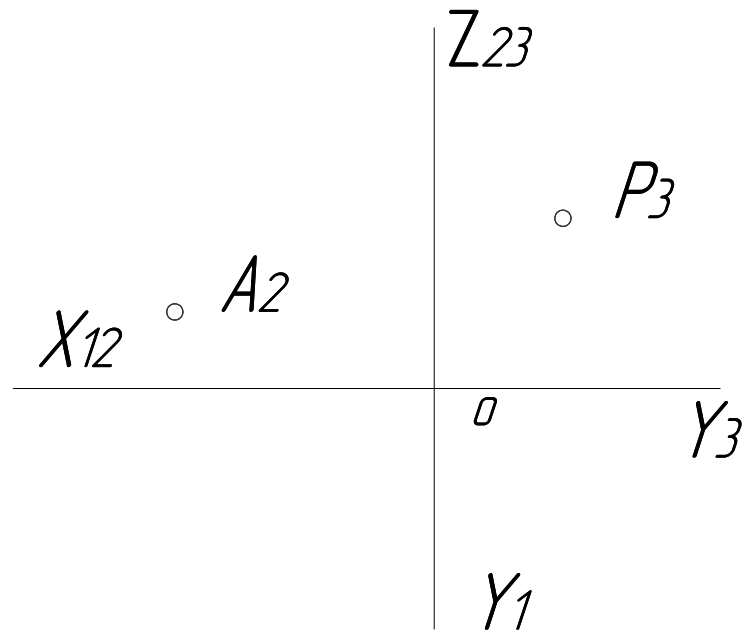
### Задача № 16

Через точку  $M$  провести пряму  $b$ , яка перетинає пряму  $a$  та вісь  $OZ$ .



### Задача № 17

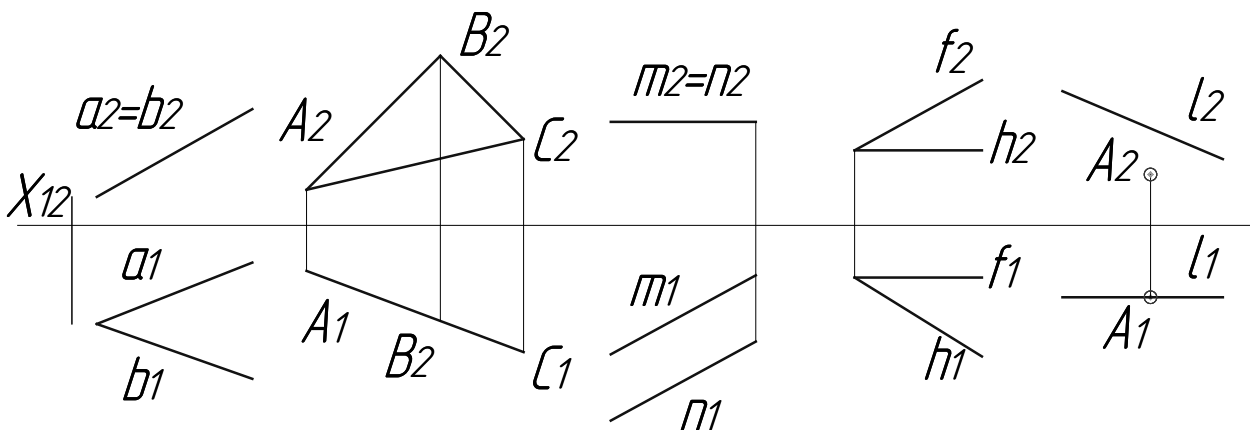
За заданими слідами А і Р прямої  $m$  побудувати її проєкції.



### 3 ПЛОЩИНА. ТОЧКА І ЛІНІЯ В ПЛОЩИНІ

#### Задача № 18

Визначити положення площин. Записати в символній формі їх позначення.



а) \_\_\_\_\_

г) \_\_\_\_\_

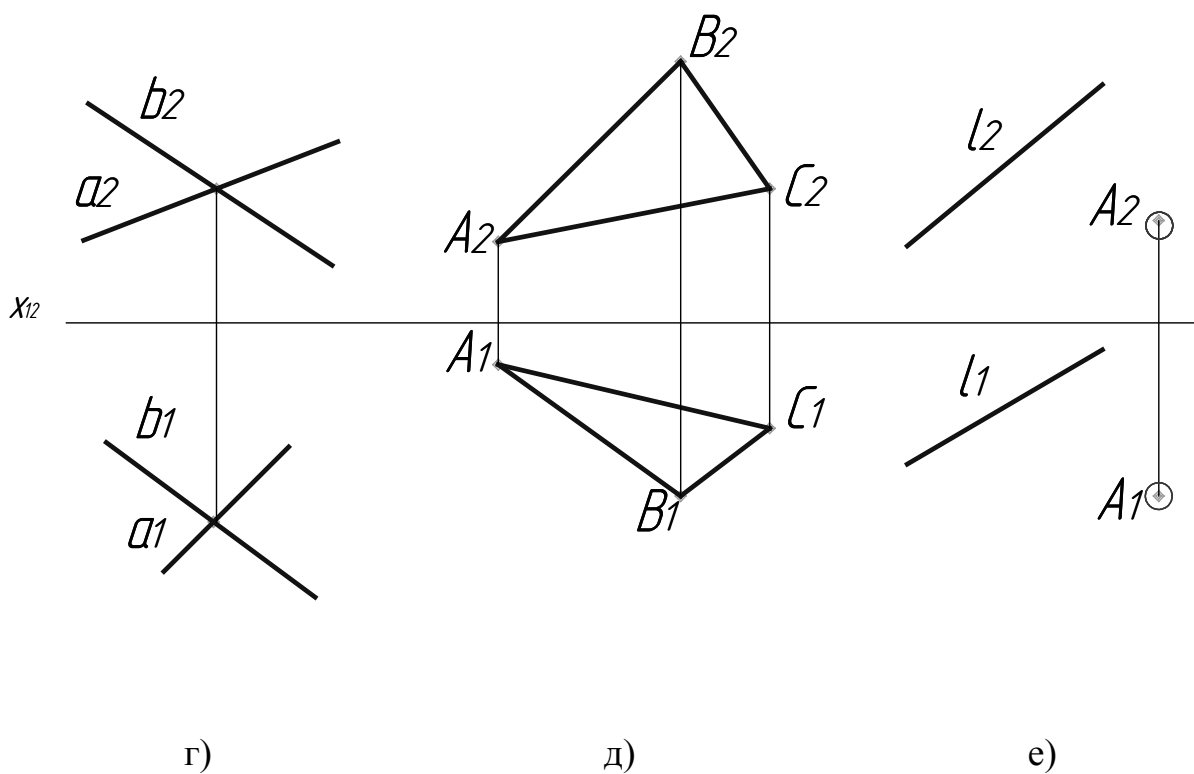
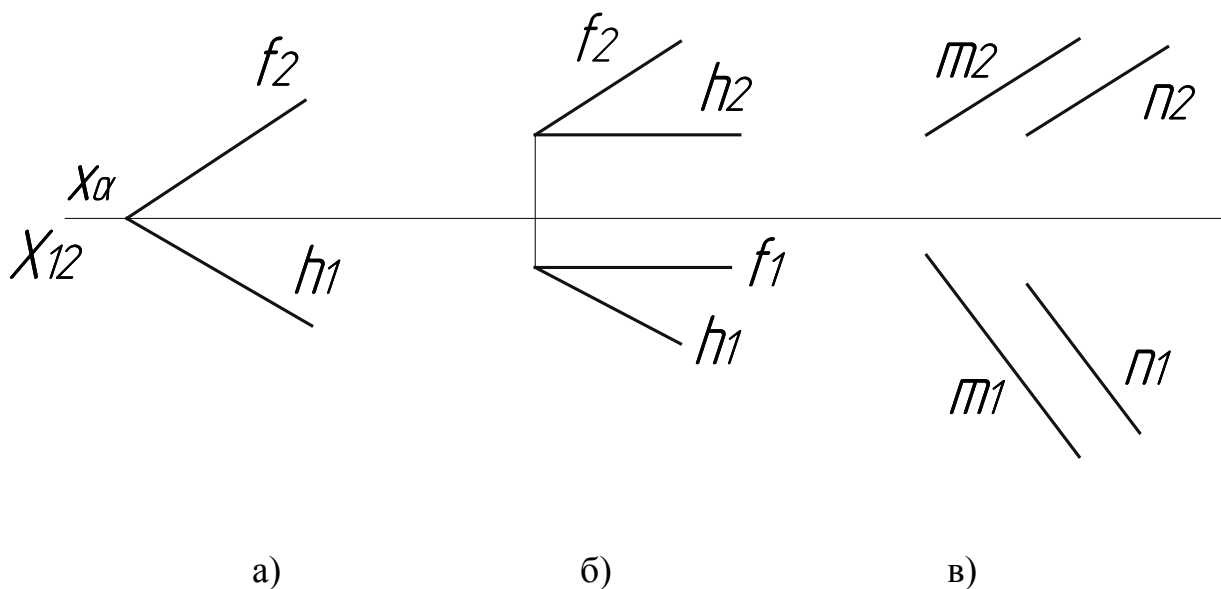
б) \_\_\_\_\_

д) \_\_\_\_\_

в) \_\_\_\_\_

### Задача № 19

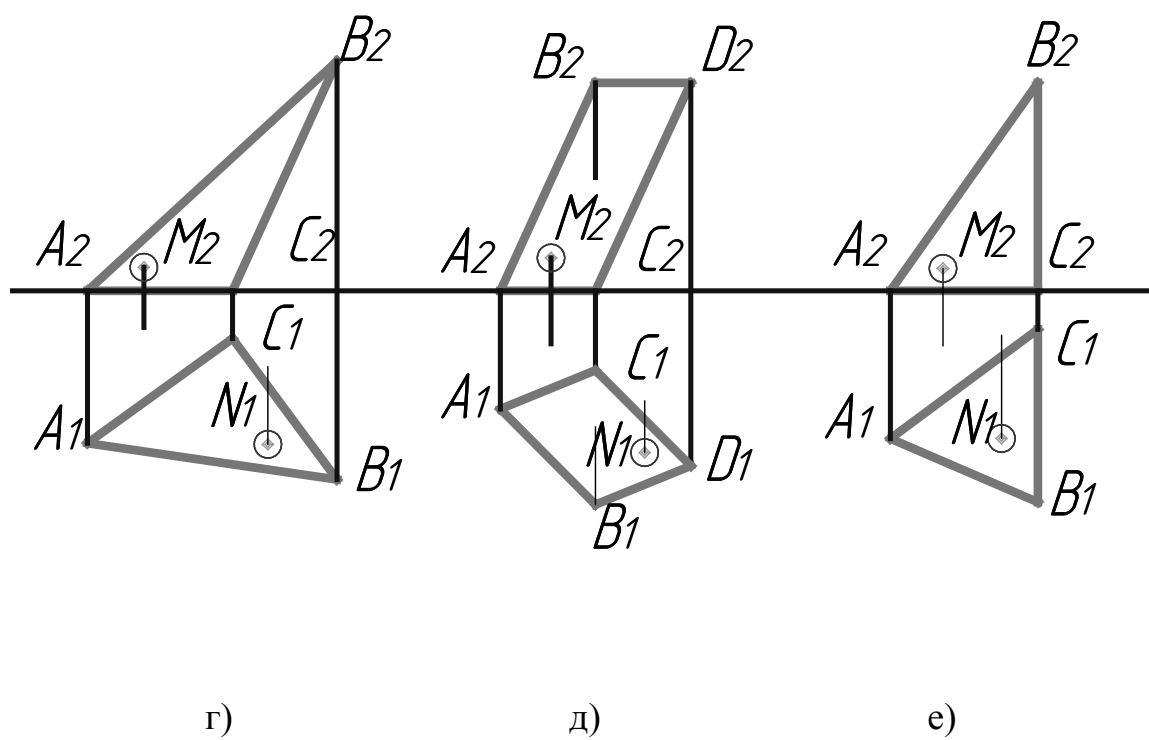
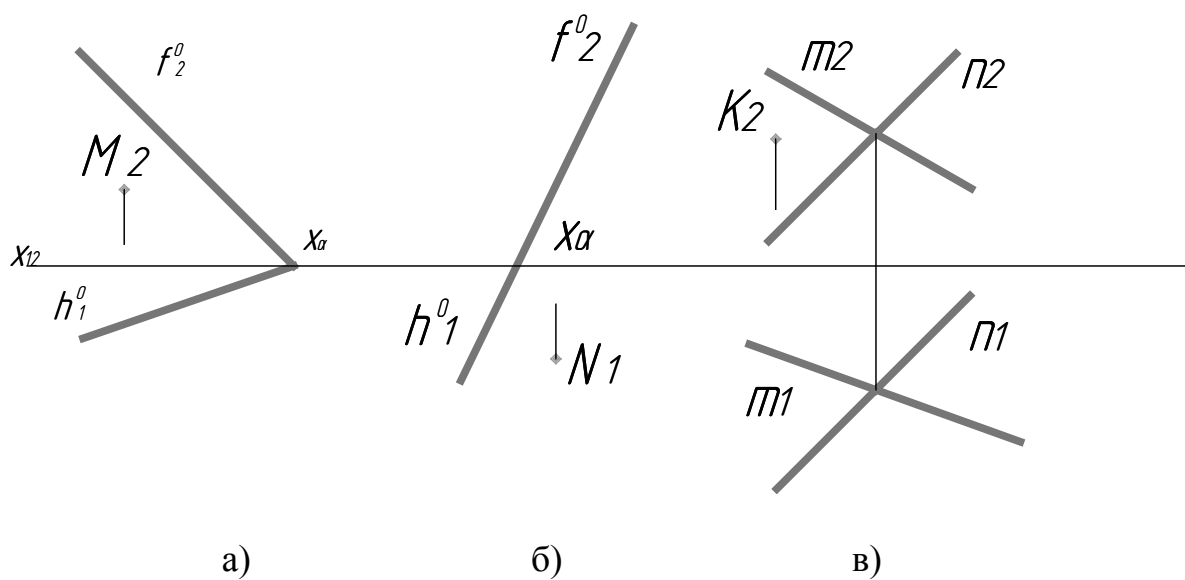
Побудувати лінії рівня в заданих площинах.

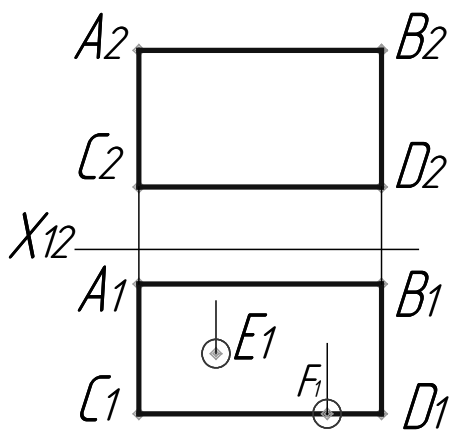




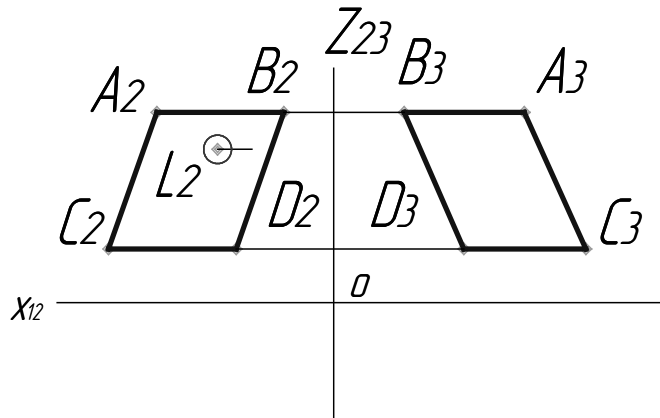
## Задача № 20

Побудувати відсутні проекції точок за умови їх належності заданим площинам.





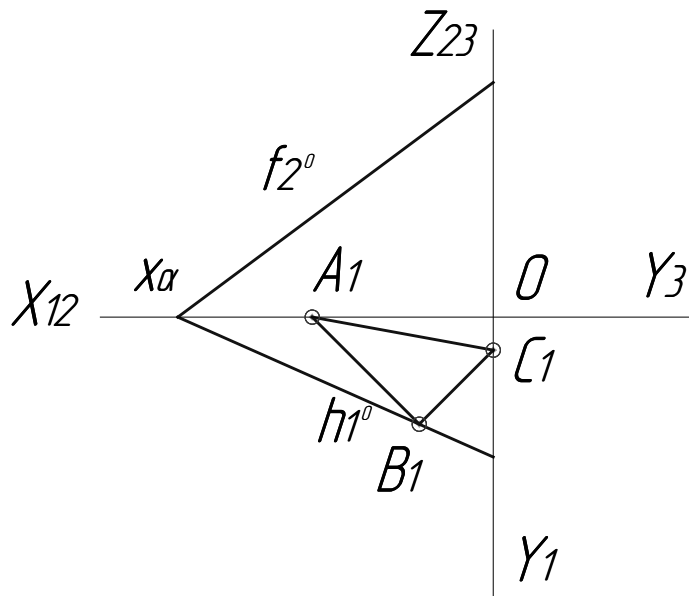
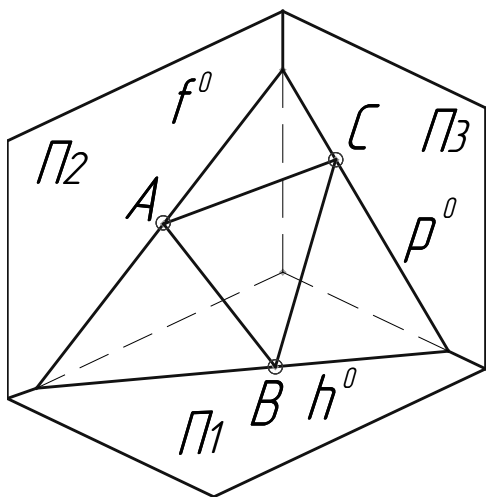
ж)



з)

### Задача № 21

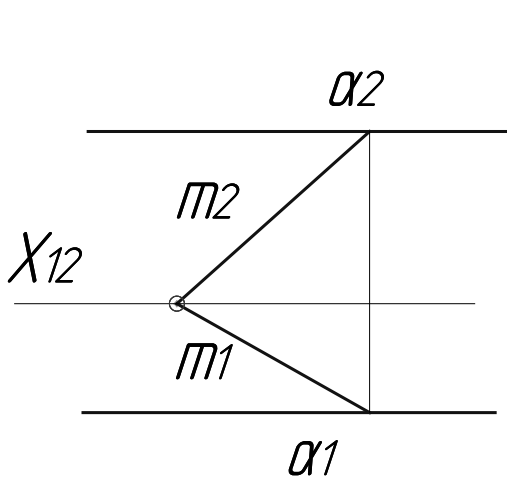
Побудувати фронтальну проекцію  $\Delta ABC$ , яка належить площині  $\alpha(f^0 \cap h^0)$ .



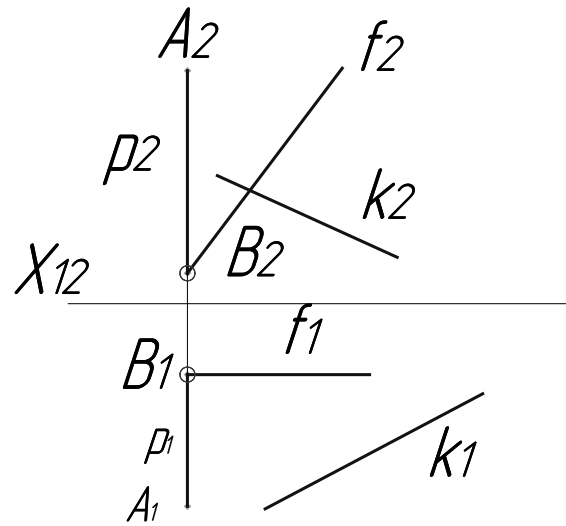
### Задача № 22

Визначити графічно:

- чи належить пряма  $m$  площині  $\alpha$ ?
- чи паралельна площина  $\alpha(p \cap f)$  прямій  $k$ ?



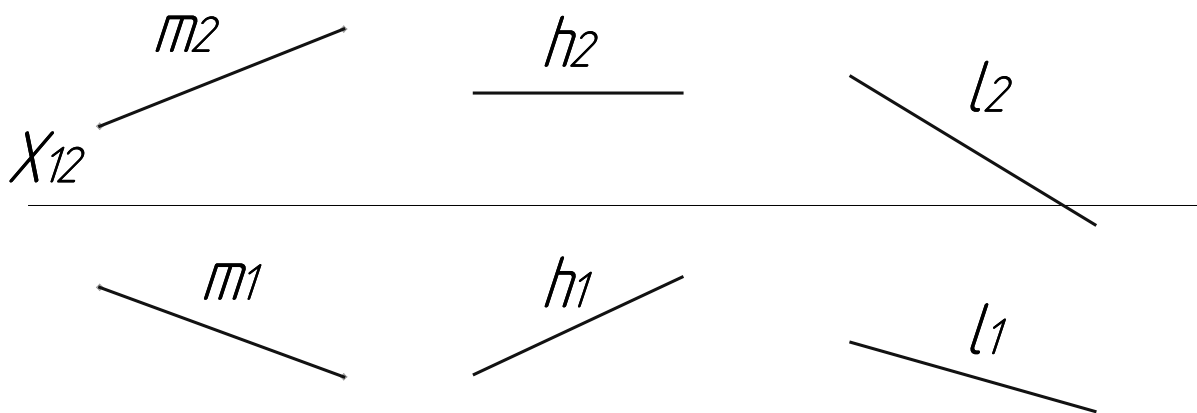
а)



б)

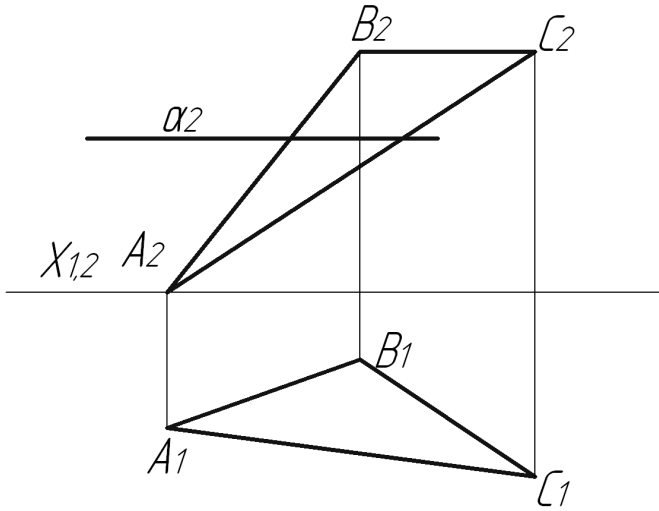
### Задача № 23

- укласти пряму  $m$  в фронтально-проекціювальну площину;
- укласти пряму  $h$  в горизонтальну площину;
- укласти пряму  $l$  в горизонтально-проекціювальну площину.

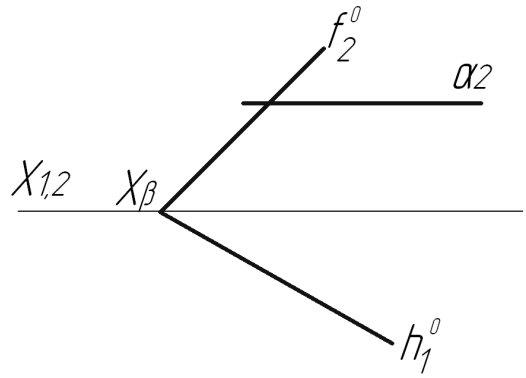


### Задача № 24

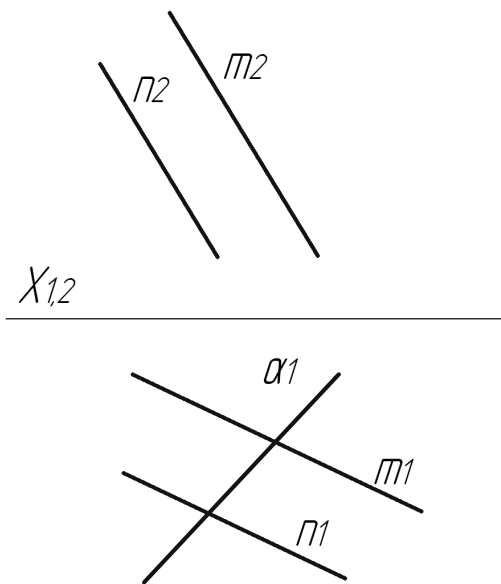
Побудувати проєкції лінії взаємного перетину площин.



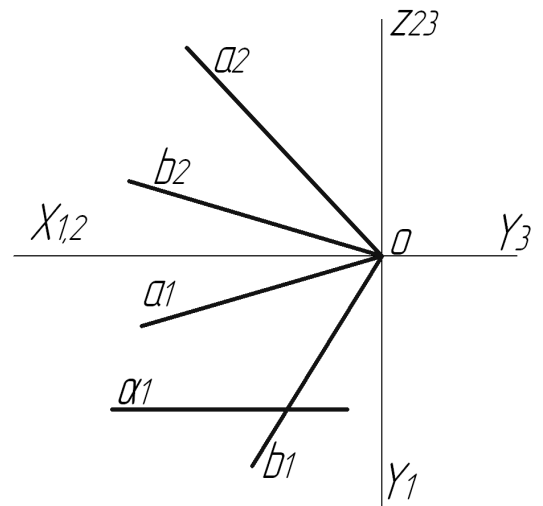
а)



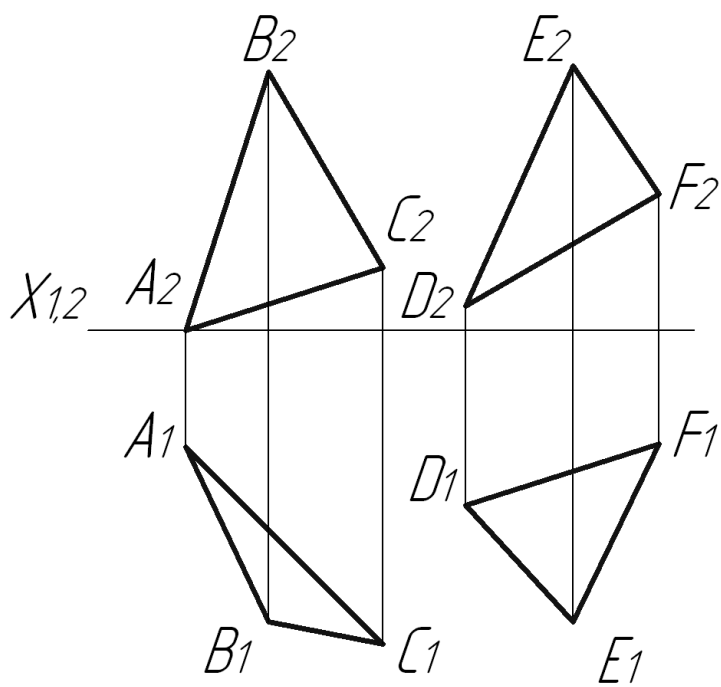
б)



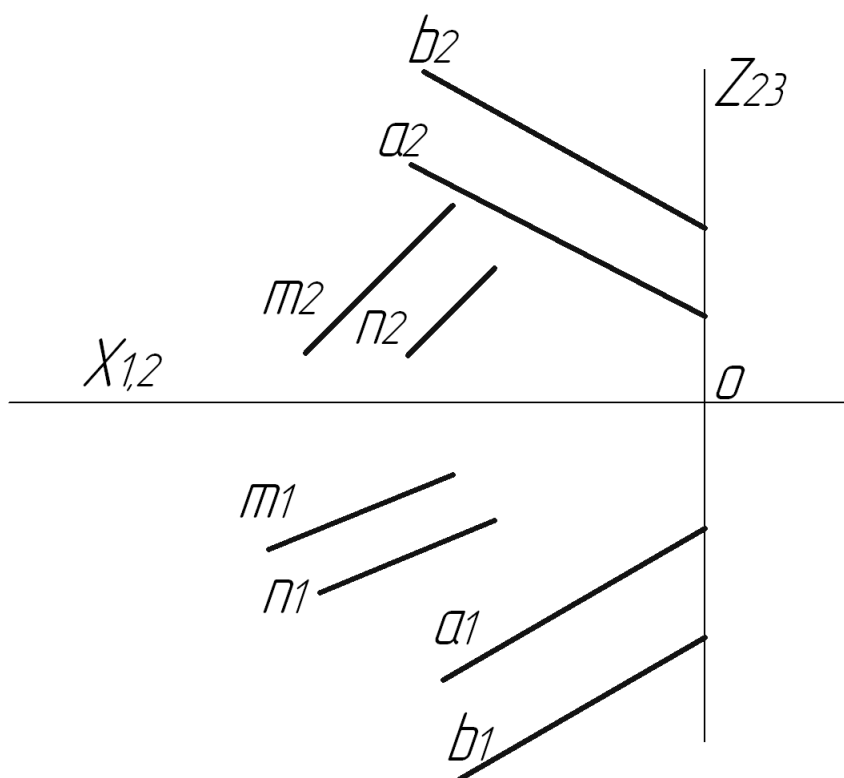
в)



г)



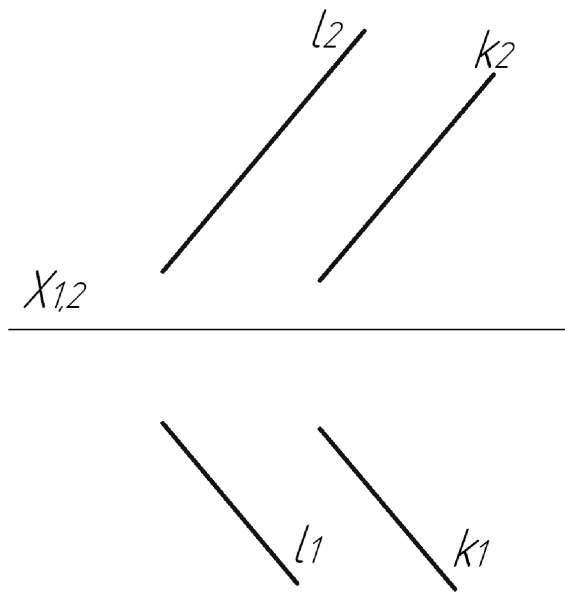
д)



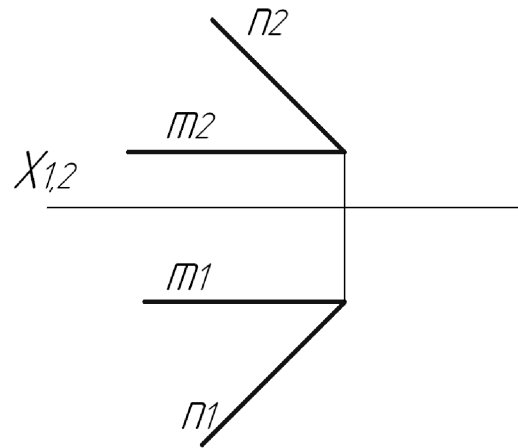
е)

### Задача № 25

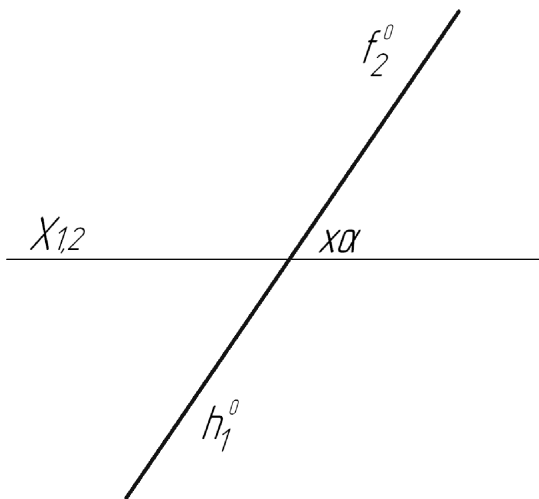
Побудувати площини, паралельні заданим площинам.



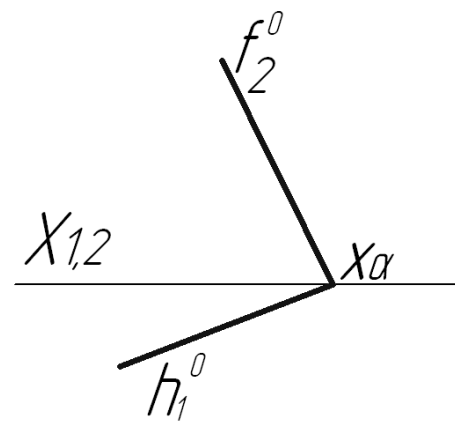
a)



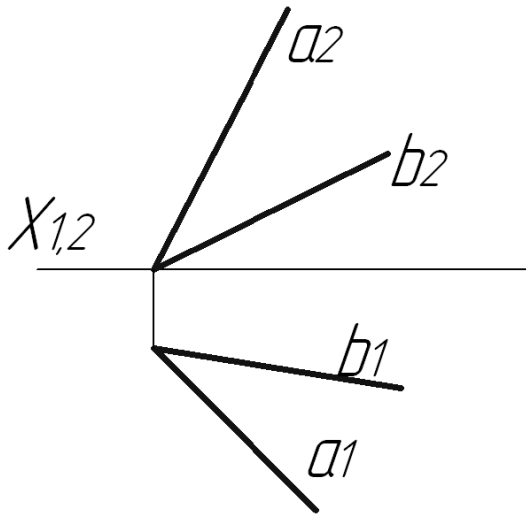
б)



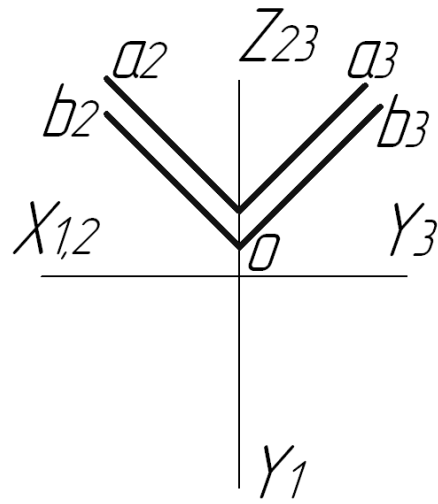
в)



г)



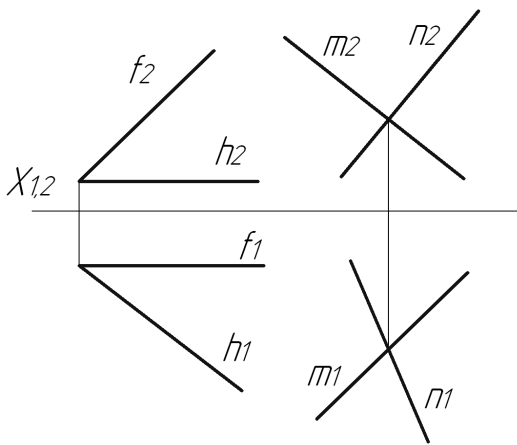
д)



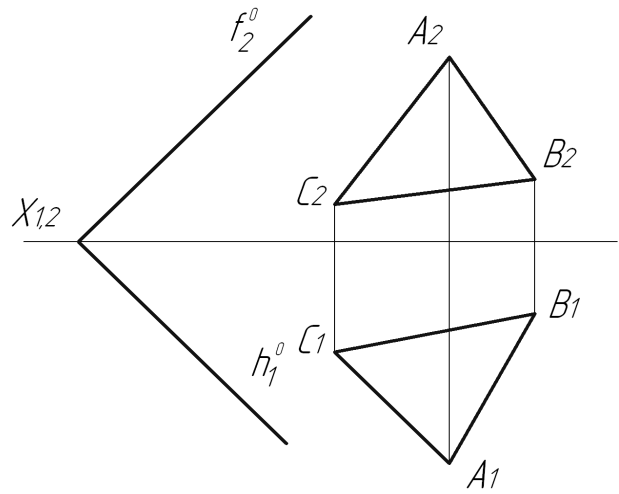
е)

### Задача № 26

Визначити графічно, чи паралельні між собою пари площин?



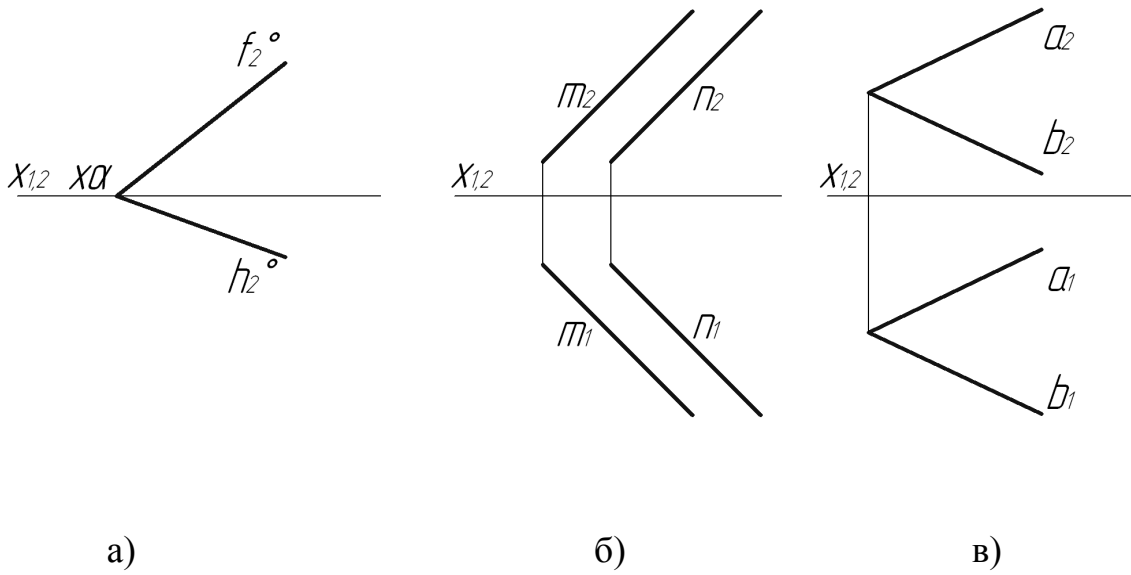
а)



б)

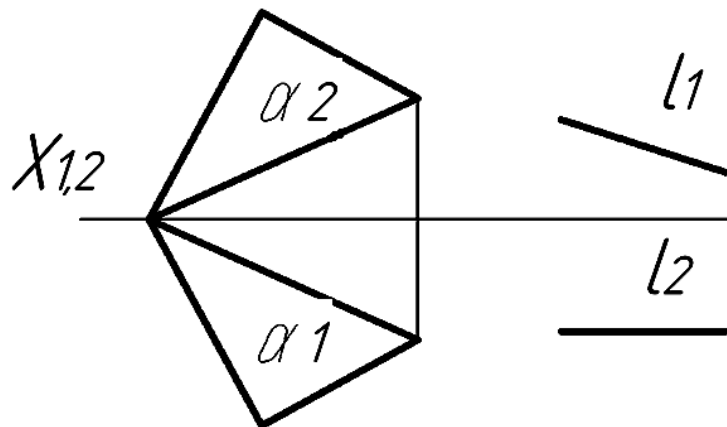
### Задача № 27

Побудувати пряму, паралельну заданій площині.



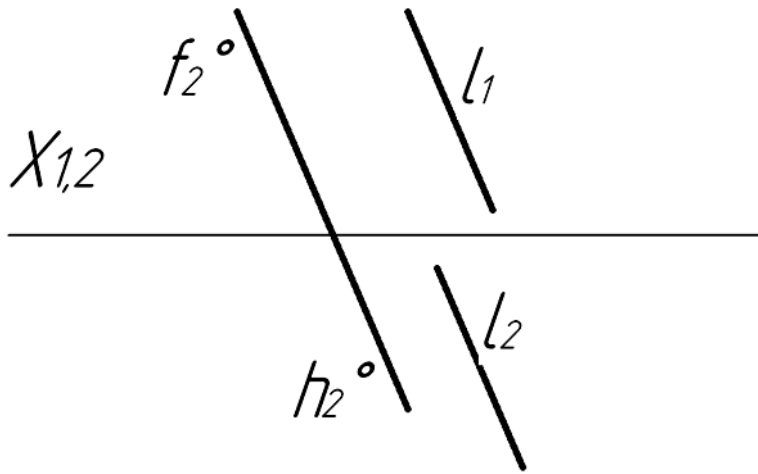
### Задача № 28

Визначити графічно чи паралельна задана пряма  $\ell$  площині?



a)

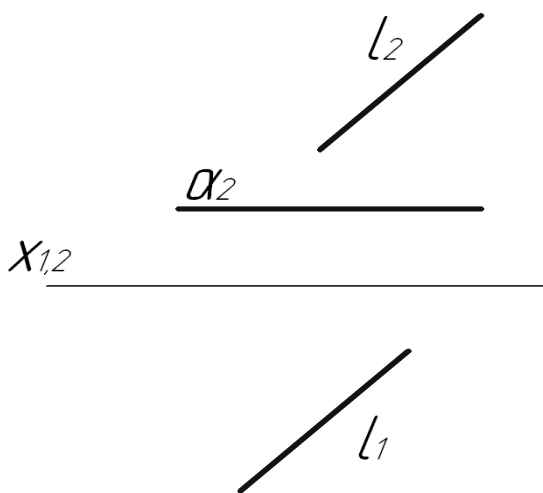




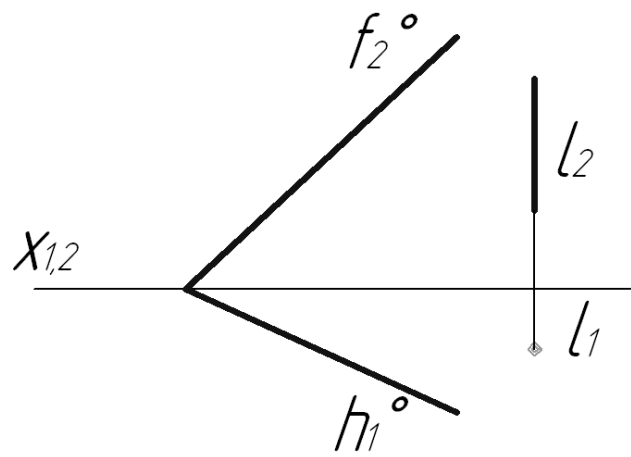
б)

**Задача № 29**

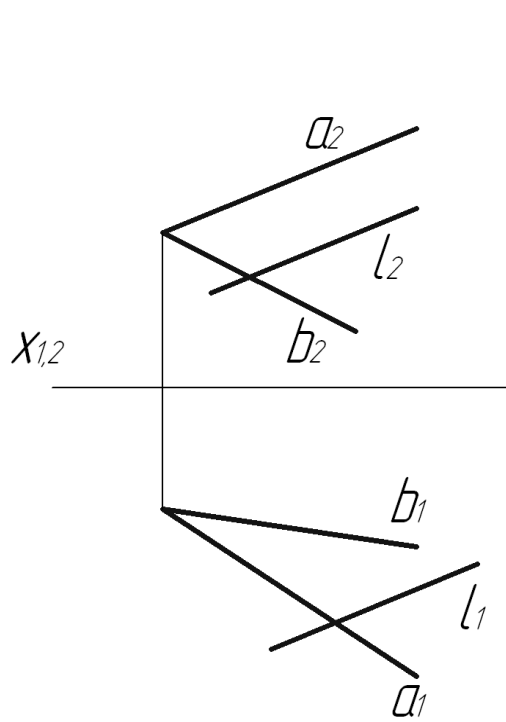
Побудувати проєкції точки перетину прямої та площини.



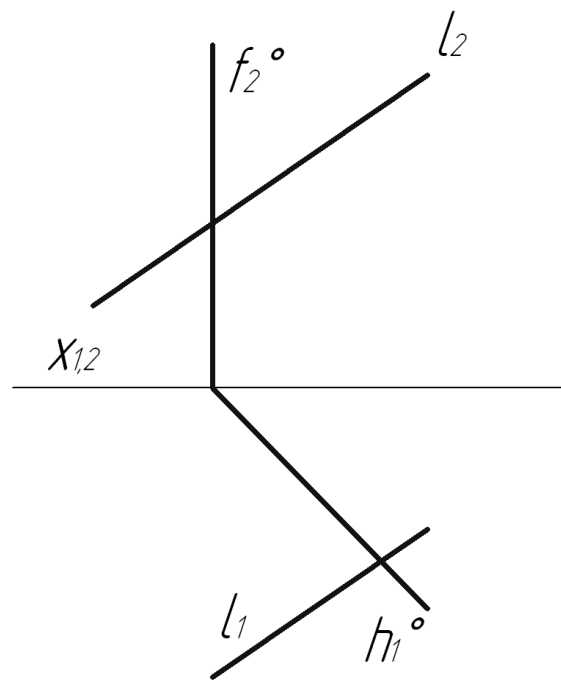
а)



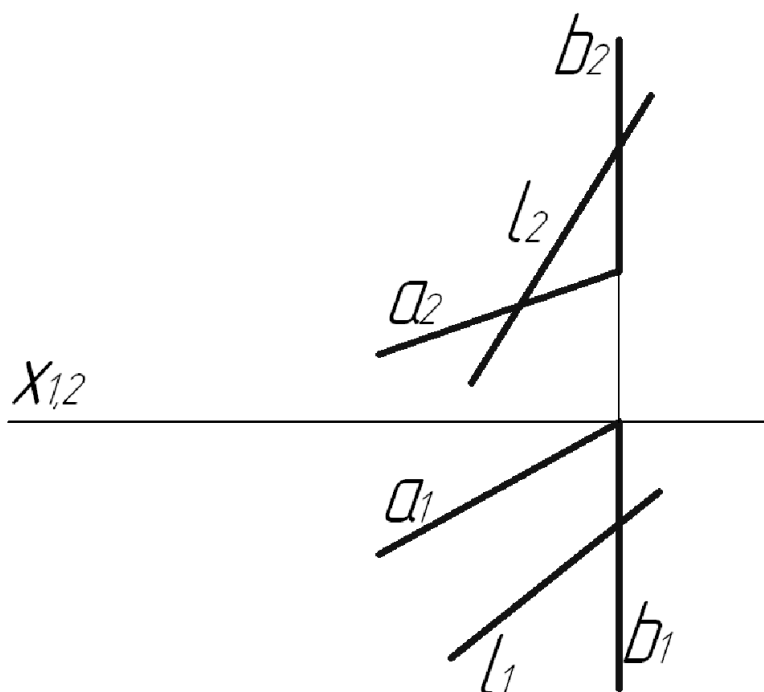
б)



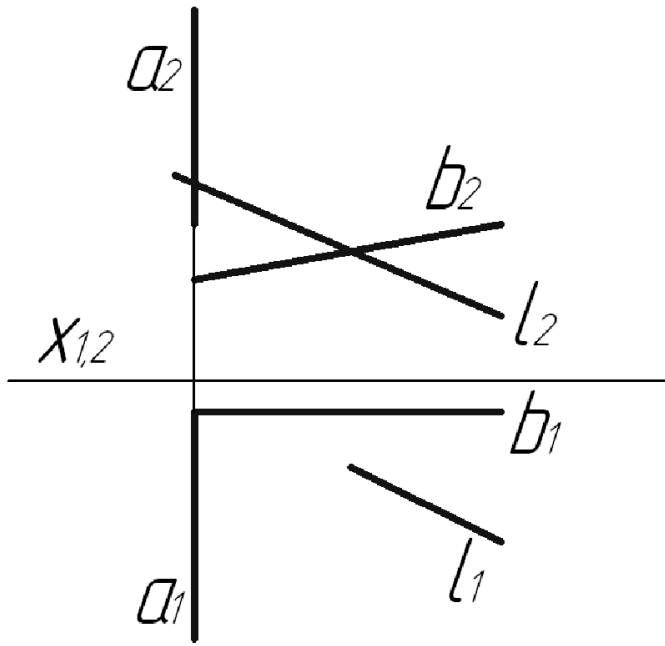
В)



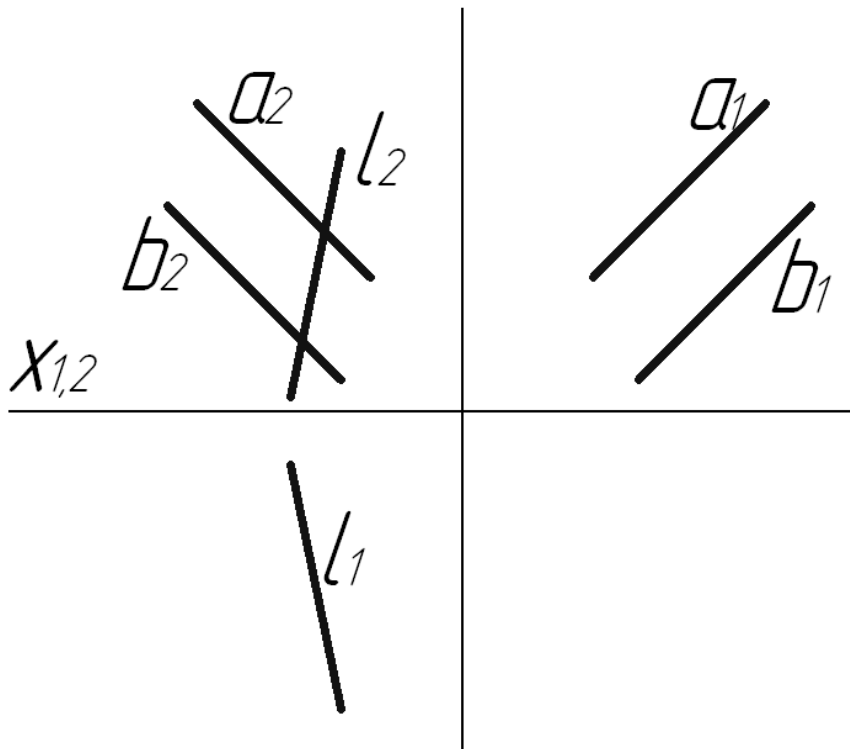
Г)



Д)



e)

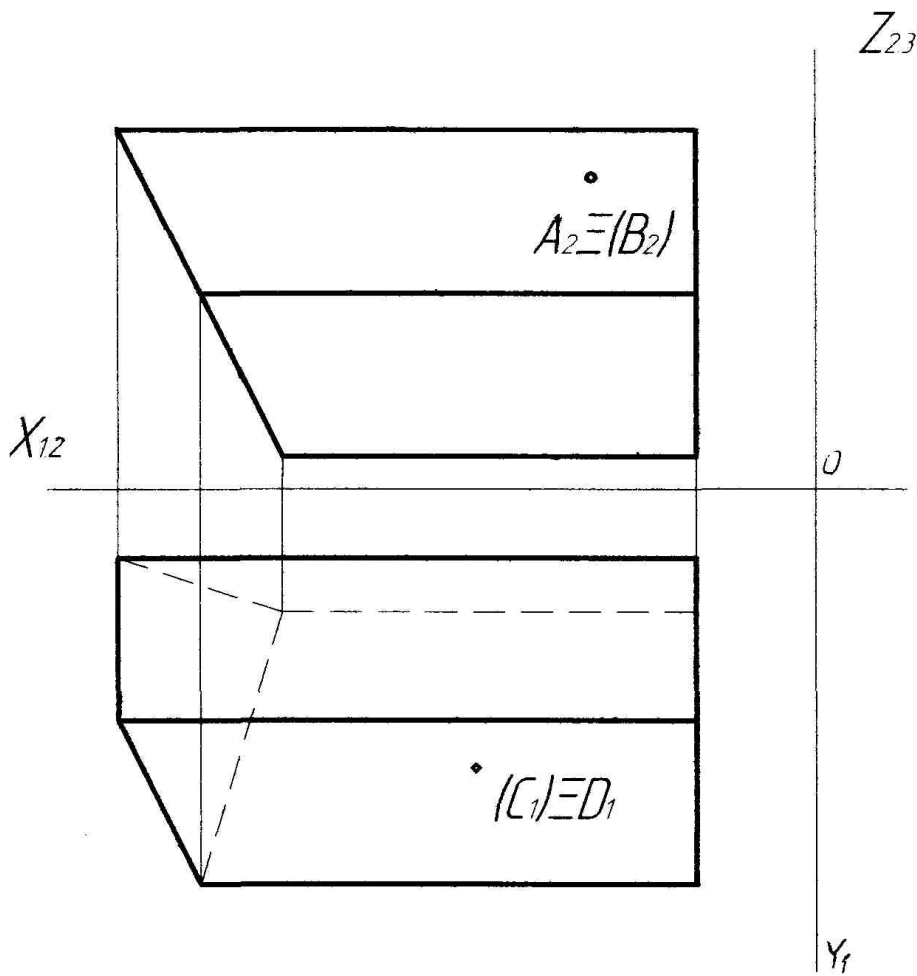


ж)

## 4 БАГАТОГРАННИКИ

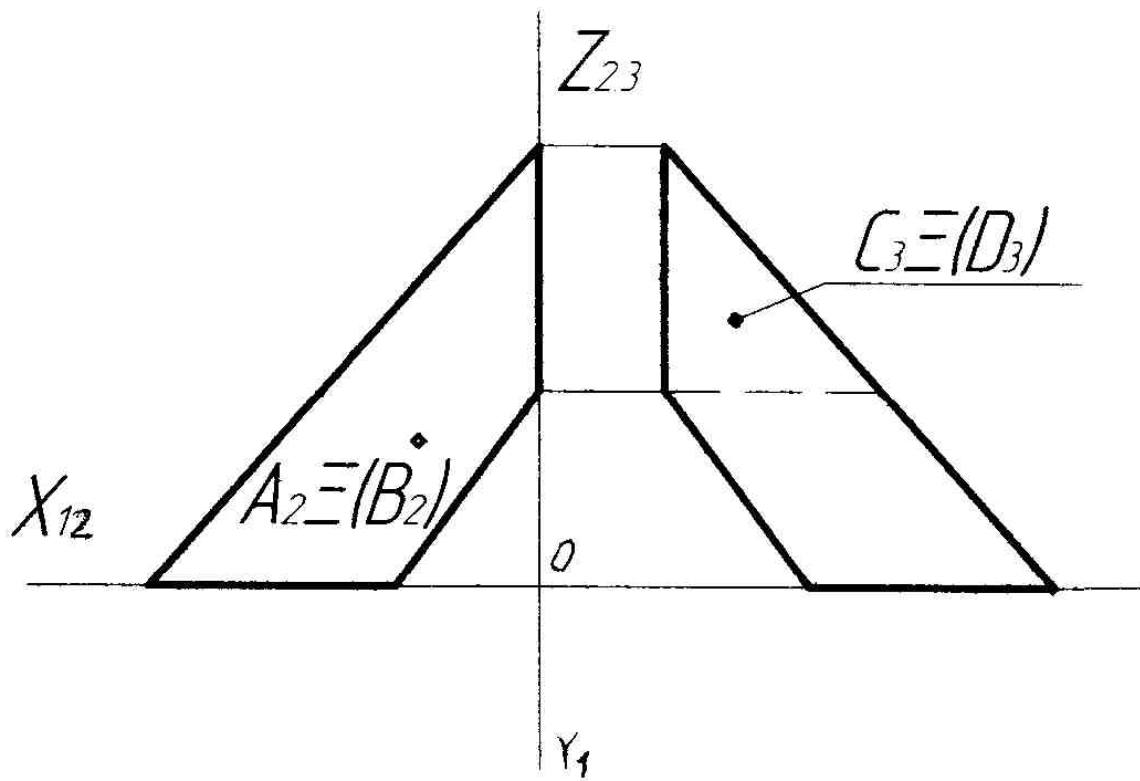
### Задача № 30

Побудувати профільну проекцію багатогранника. За умови належності точок граням багатогранника визначити проекції точок:  $(A_1, A_3)$ ,  $(C_2, C_3)$ ,  $(B_1, B_3)$ ,  $(D_2, D_3)$ .



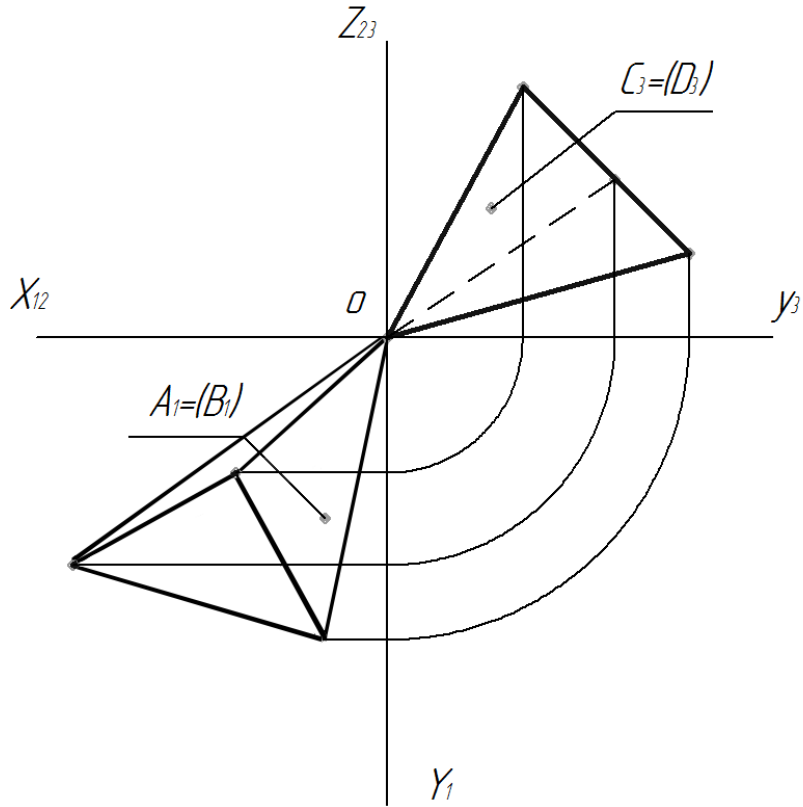
### Задача № 31

Побудувати горизонтальну проекцію багатогранника. За умови належності точок граням багатогранника визначити проекції точок:  $(A_1, A_3)$ ,  $(C_1, C_2)$ ,  $(B_1, B_3)$ ,  $(D_1, D_2)$ .



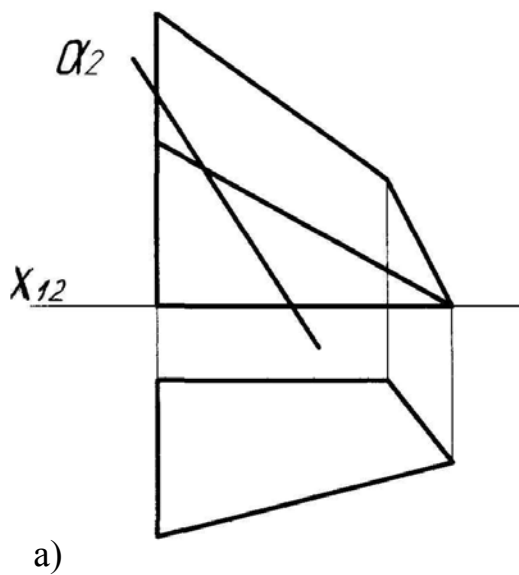
### Задача № 32

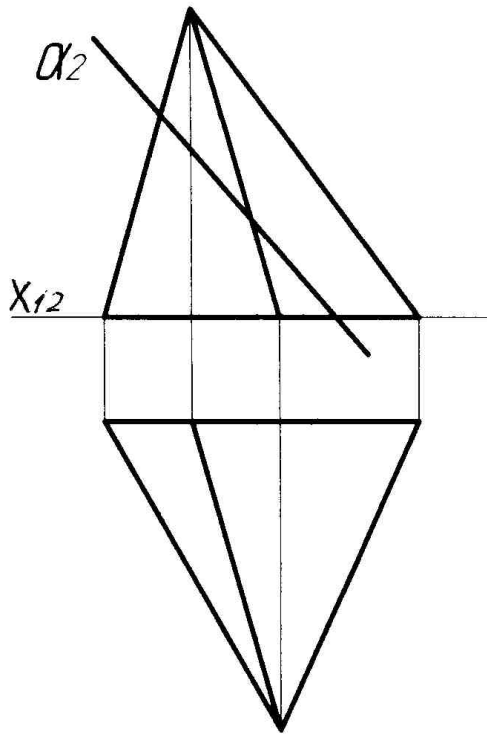
Побудувати фронтальну проекцію багатогранника. За умови належності точок граням багатогранника визначити проекції точок:  $(A_2, A_3)$ ,  $(C_1, C_2)$ ,  $(B_2, B_3)$ ,  $(D_1, D_2)$ .



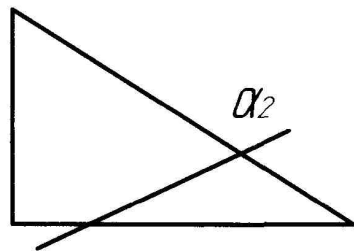
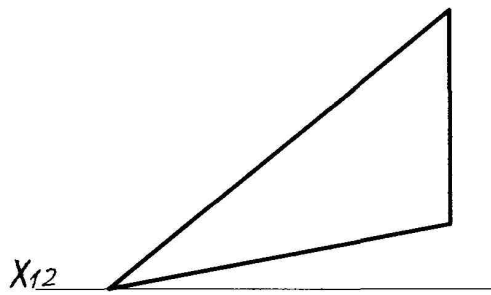
### Задача № 33

Побудувати три проекції перерізів багатогранників площинами окремого положення.

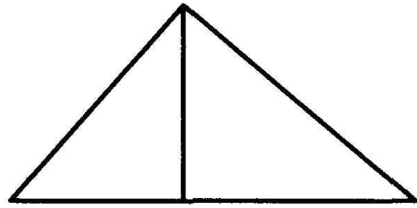




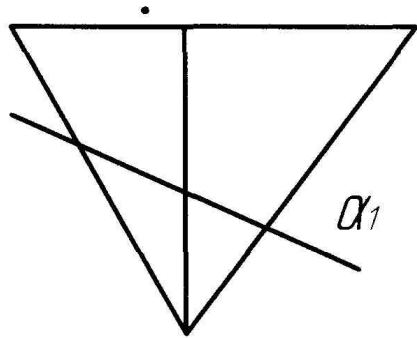
6)



B)



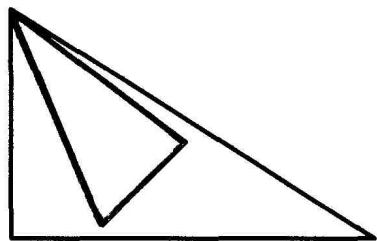
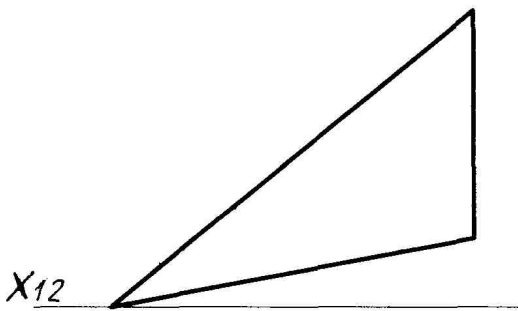
$X_{12}$



г)

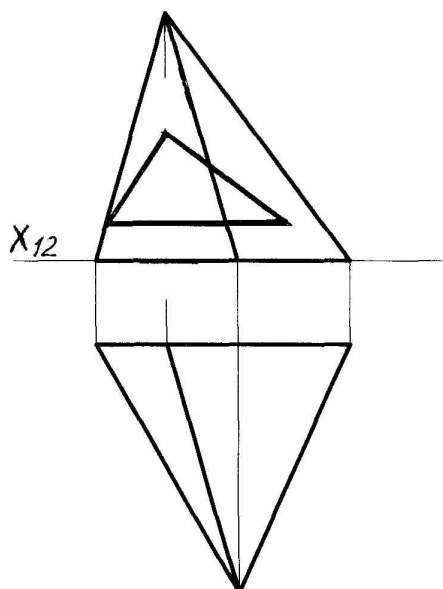
### Задача № 34

Побудувати три проекції наскрізних отворів



а)



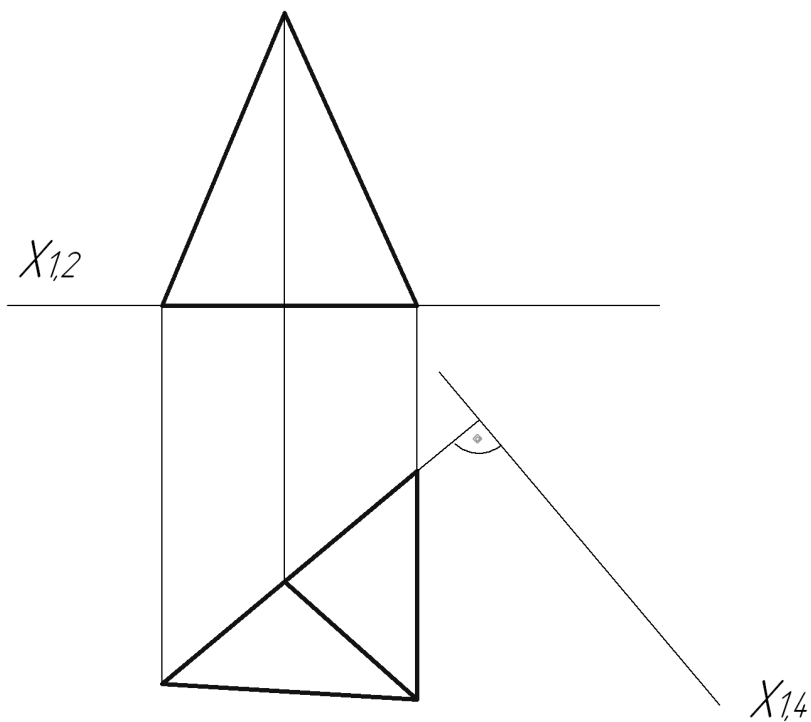


б)

## 5 МЕТОД ЗАМІНИ ПЛОЩИН ПРОЕКЦІЙ

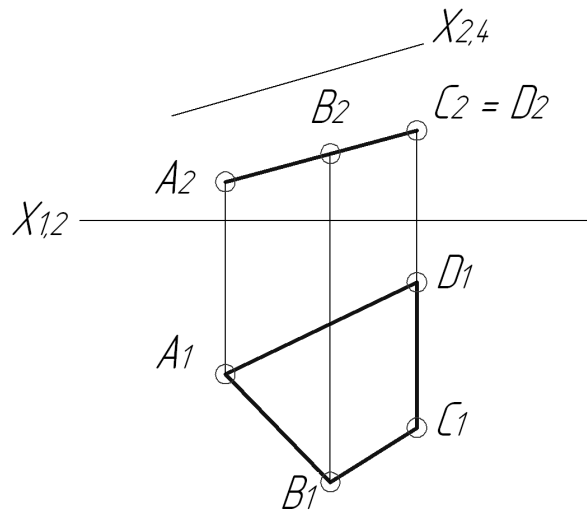
### Задача № 35

Побудувати додаткову проекцію багатогранника на площину проєкцій  $\Pi_4$ .



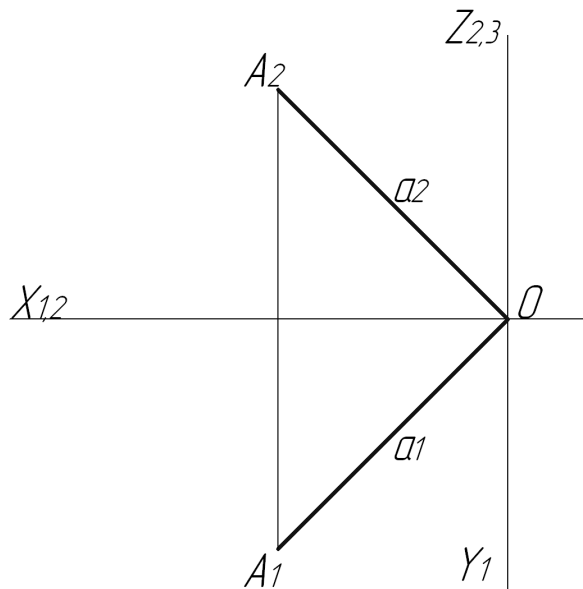
### Задача № 36

Визначити натуральну величину площини, заданої чотирикутником.



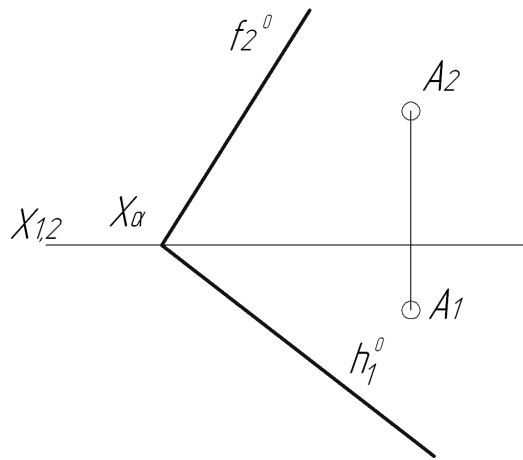
### Задача № 37

Визначити натуральну величину відрізка прямої  $a$ .



### Задача № 38

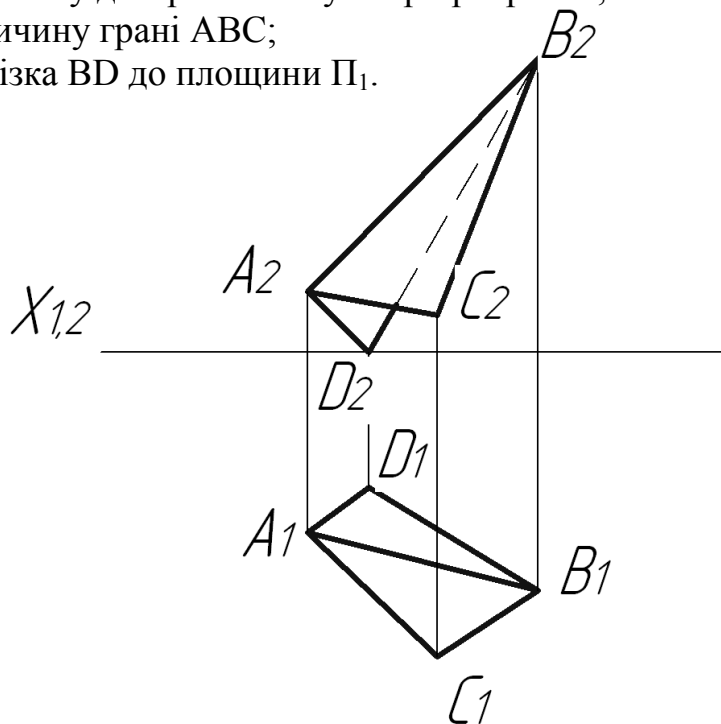
Визначити натуральну відстань між точкою А та площиною  $\alpha$ .



### Задача № 39

Визначити:

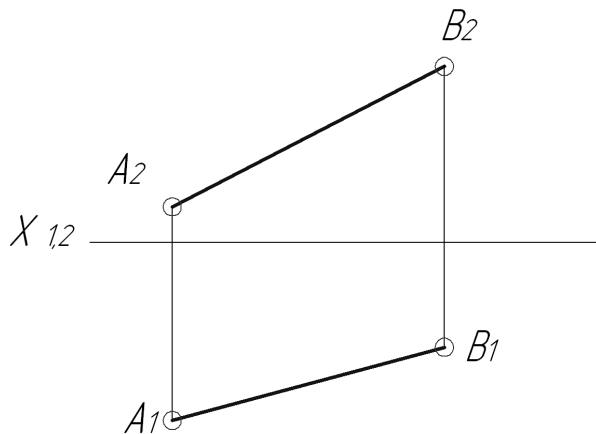
- а) натуральну величину двогранного кута при ребрі АВ;
- б) натуральну величину грані АВС;
- в) кут нахилу відрізка ВD до площини  $\Pi_1$ .



## 6 МЕТОД ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ

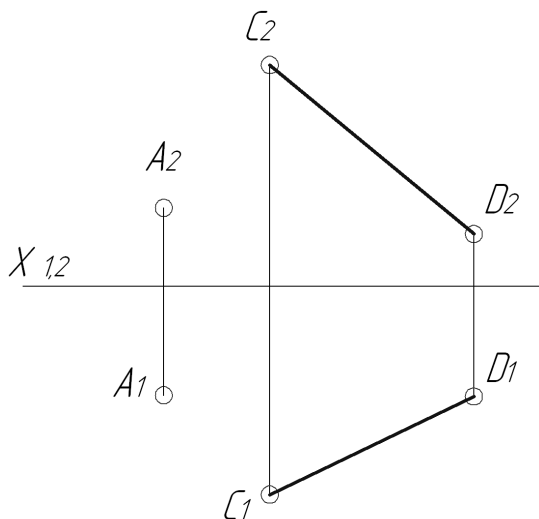
### Задача № 40

Визначити натуральну величину відрізка прямої АВ загального положення.



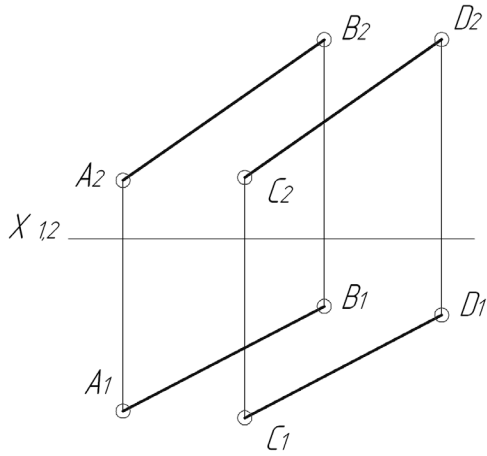
### Задача № 41

Визначити натуральну величину відстані від точки А до прямої CD.



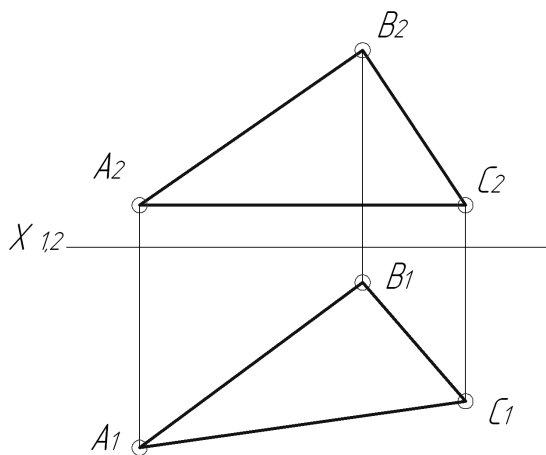
### Задача № 42

Визначити натуральну величину відстані між паралельними прямими.



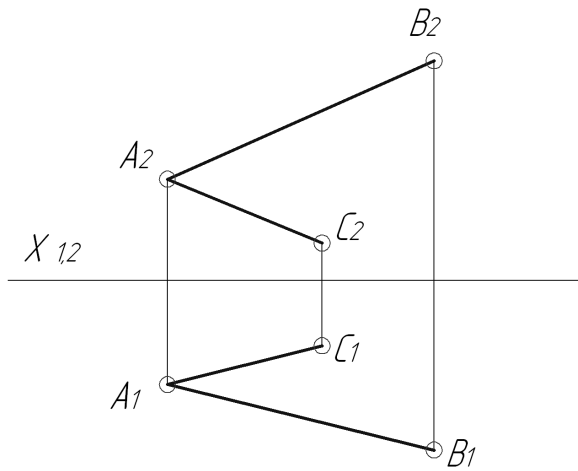
### Задача № 43

Визначити натуральну величину трикутного відсіку площини загального положення.



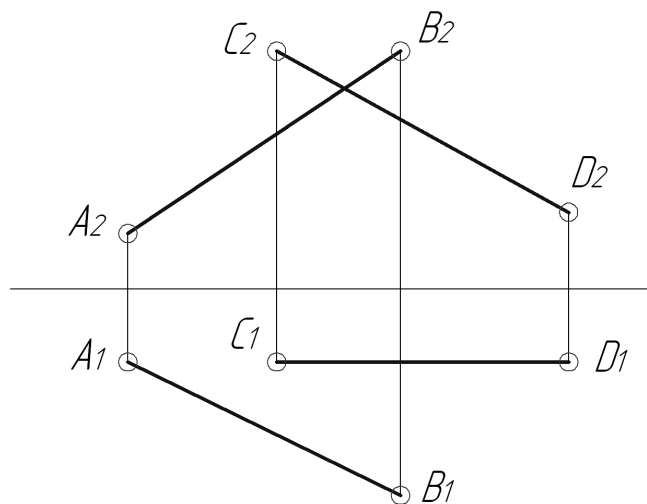
### Задача № 44

Визначити натуральну величину лінійного кута при вершині А.



### Задача № 45

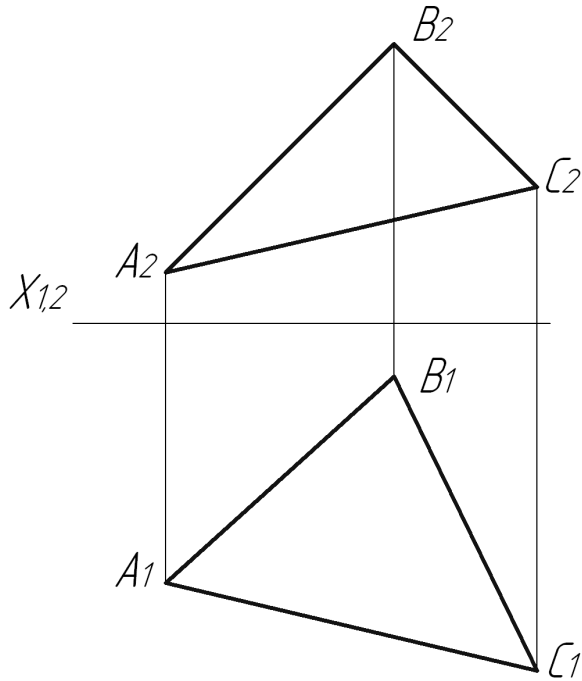
Визначити відстань між двома мимобіжними прямими.



### Задача № 46

Знайти:

- а) проєкції центра кола, вписаного в трикутник ABC;
- б) проєкції центра кола, описаного навколо трикутника ABC.



## ЛІТЕРАТУРА

1. Буда А. Г. Нарисна геометрія, : збірник прикладів та задач з теоретичними відомостями для студентів машинобудівних спеціальностей. / Буда А. Г. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 142 с.
2. Інженерна графіка : підручник для студентів вищих закладів освіти / [В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов та ін.]; за ред. В. Є. Михайленка. – Львів : Піча Ю. В.; К. : "Каравела"; Львів : "Новий Світ-2000", 2002. – 336 с.
3. Збірник задач з інженерної та комп'ютерної графіки / [Михайленко В. Є., Найдис В. М., Підкоритов А. М., Скидан І. А.] – К. : Вища шк., 2002. – 300 с.
4. Інженерна та комп'ютерна графіка : [підручник] / В. Є. Михайленко, В. М. Найдис, А. М. Підкоритов, І. А. Скидан; за ред. В. Є. Михайленка. – 2-е вид. – К. : Вища шк., 2001. – 350 с.
5. Павлова А. А. Начертательная геометрия : учеб. для студентов высш. учеб. заведений / Павлова А. А. – М. : ООО "Издательство Астрель" : ООО "Издательство АСТ", 2001. – 304 с.
6. Вітюк О. П. Методичні вказівки до виконання графічних робіт з нарисної геометрії / Вітюк О. П., Кормановський С. І., Пащенко В. Н. – Вінниця : ВДТУ, 1994. – 72 с.
7. Нарисна геометрія : [підручник] / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстифеев, С. М. Ковальов, О. В. Кащенко; за ред. В. Є. Михайленка. – К. : Вища шк., 1993. – 271 с.
8. Шевченко А. В. Конспект лекцій з курсу "Інженерна графіка" / Шевченко А. В., Пащенко В. Н., Павловська О. Г. – Вінниця : ВПІ, 1990. – 80 с.
9. Бубырь Ю. В. Начертательная геометрия : учебно-методические материалы для самостоятельного изучения курса / Ю. В. Бубырь, А. М. Пресис. – Харьков : УЗПИ, 1989. – 306 с.
10. Лагерь А. И. Инженерная графика : учеб. для инж.-техн. спец. вузов / А. И. Лагерь, Л. М. Колесникова. – М. : Высш. шк., 1985. – 176 с.
11. Курс начертательной геометрии (на базе ЭВМ) : учеб. для инж.-техн. вузов. / [А. М. Тевлин, Г. С. Иванов, Л. Г. Нартова и др.]; под ред. А. М. Тевлина. – М. : Высш. школа., 1983. – 175 с.
12. Кузнецов Н. С. Начертательная геометрия : учеб. для вузов. 2-е изд. / Кузнецов Н. С. – М. : Высш. школа, 1981. – 262 с.
13. Мельник О. П. Інженерна графіка. Дистанційний практикум. Частина 1. Прямокутні зображення тривимірних об'єктів : навчальний посібник / Мельник О. П., Скорюкова Я. Г., Слободянюк О. В. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 149 с.



*Навчальне видання*

**Інженерна графіка. Робочий зошит для самостійного розв'язування  
задач. Частина 1. Ортогональні проекції елементарних геометричних  
фігур та їх перетворення**

Укладачі: Ольга Петрівна Мельник  
Яніна Германівна Скорюкова

Редактор В. Дружиніна  
Коректор З. Поліщук

Оригінал-макет підготовлено укладачем Я. Скорюковою

Підписано до друку 21.04.2017 р.  
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Ум. друк. арк. 2,3.  
Наклад 50 (1-й запуск 1-20) пр. Зам. № 2017-060.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 59-85-32, 59-87-38.  
press.vntu.edu.ua; e-mail: kivc.vntu@gmail.com

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.