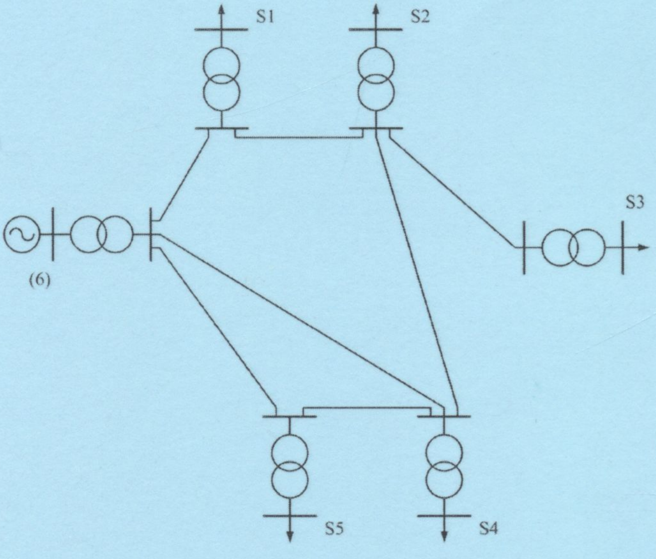
621.31:51(076)
Б91

М. Й. Бурбело, С. М. Левицький

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ

Частина 1



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

М. Й. Бурбело, С. М. Левицький

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ

Частина 1

Лабораторний практикум

Вінниця
ВНТУ
2017

УДК 621.311(075)

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 15 від 25 травня 2017 р.)

Рецензенти:
П. Д. Лежнюк, доктор технічних наук, професор
В. М. Кутін, доктор технічних наук, професор
В. С. Костишин, доктор технічних наук, професор

Бурбело, М. Й.

Б91 Математичні задачі електроенергетики. Частина 1 : лабораторний практикум / М. Й. Бурбело, С. М. Левицький. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 63 с.

У лабораторному практикумі подано методи аналізу та розрахунку усталених режимів розподільних електричних мереж. Видання призначене для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальністю «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

УДК 621.311(075)

© ВНТУ, 2017

ЗМІСТ

ВСТУП

У лабораторному практикумі наведено короткі теоретичні відомості та розглянуто приклади моделювання й розрахунку усталених режимів електричних мереж.

У лабораторній роботі № 1.1 коротко розглянуто питання подання електричної мережі у вигляді графа; сформовано узагальнене матричне рівняння стану для аналізу усталених режимів.

У лабораторних роботах № 1.2 та № 1.3 розглянуто вузлове та контурне рівняння електричної мережі та порядок їхнього складання. Подано послідовність визначення напруг вузлів та напруг і струмів віток.

У лабораторній роботі № 1.4 виконується розрахунок втрат активної та реактивної потужностей у вітках мережі за матрицею перетоків потужності. Проводиться перевірка балансу потужностей у вузлах та вітках мережі.

Метою лабораторних роботах № 1.5 та № 1.6 є оволодіння методами розрахунку усталеного режиму електричної мережі за допомогою методів Гаусса та методу Зейделя.

У лабораторних роботах № 1.7 та № 1.8 вирішується задача зменшення втрат потужності в електричній мережі з використанням компенсувальних пристроїв та вольтододаткових трансформаторів.

У лабораторній роботі № 1.9 виконується розрахунок мережі методом Ньютона з урахуванням статичних характеристик вузлів навантажень.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.1

УЗАГАЛЬНЕНЕ РІВНЯННЯ СТАНУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

Мета:

Опанувати метод аналізу електричної мережі за допомогою узагальненого рівняння стану.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання в табл. 1.1–1.3 та схеми електричної мережі (рис. 1–30), скласти схему заміщення мережі, граф електричної мережі з зазначенням дерева та хорд, вибраних напрямків протікання струму у вітках.
2. Виконати нумерування вузлів та віток графа. Скласти повну першу матрицю інциденцій.
3. Виділити у схемі відповідного варіанта замкнені контури та скласти другу матрицю інциденцій.
4. Скласти узагальнене рівняння стану в матричній формі та розрахувати струми в електричній мережі $\mathbf{I} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Складання графа. Графічне зображення електричної мережі у вигляді сукупності точок (вершин), що відповідають вузлам, і ліній (дуг або ребер), які відповідають віткам, називають топологічним графом. Вершину, з якої виходить дуга графа, називають початковою, а вершину, що є кінцем дуги, – кінцевою вершиною. Частину графа, який містить всі вершини, але не має жодного контуру, називають деревом графа. Ребра, що доповнюють дерево до повного графа, називають ребрами зв'язку (хордами).

Основні правила побудови графа:

– *віткам надається напрямок (вказується стрілкою), що відповідає умовно вибраному позитивному напряму протікання струму (передачі потужності);*
– *вузли графа нумерують довільно за винятком того, що о с т а н н і й номер надається базисному (балансувальному) вузлу;*
– *вітки нумерують, почавши з віток дерева (бажано надати вітці номер її кінцевого вузла) і закінчивши хордами.*

Складання першої матриці інциденцій М [1]. Матриця з'єднань віток з незалежними вузлами **М** складається з елементів M_{ij}, які приймають значення 1, –1, 0 і характеризують зв'язок віток графа з його вершинами. Рядки матриці відповідають вузлам, стовпці матриці – віткам. *Нумерація* *рядків та стовпців (вузлів і віток) відповідає прийнятій нумерації на графі.* Якщо j-вітка виходить з i-вершини, то $M_{ij} = 1$, якщо входить, то $M_{ij} = -1$, а якщо вітка не з'єднана з цією вершиною, то $M_{ij} = 0$.

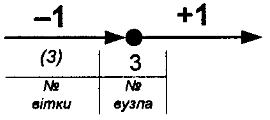


Рисунок 1.1 – Заповнення першої матриці з'єднань

Складання другої матриці інциденцій N. Перед складанням другої матриці з'єднань потрібно виділити у графі незалежні контури. Незалежним контуром є такий контур, що містить лише *одну* хорду. Напрямок обходу контуру збігається з напрямком хорди.

Друга матриця інциденцій **N** складається з елементів N_{ij}, які приймають значення 1, –1, 0 і характеризують належність віток графа до цього контуру. Рядкам матриці відповідають контури схеми, а стовпцям – вітки в тій же послідовності, що і для першої матриці **M**. Якщо j-вітка входить в i-контур і їхні напрямки збігаються, то $N_{ij} = 1$; а якщо входить, але напрямки протилежні, то $N_{ij} = -1$; якщо ж вітка не належить до цього контуру, то $N_{ij} = 0$.

Узагальнене рівняння стану. Матрицю вузлових (визначальних) струмів **J** можна задати наближено [1–3]

$$\mathbf{J} \approx -\bar{\mathbf{S}} \frac{1}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{н}}}, \tag{1.1}$$

де $\bar{\mathbf{S}}$ – матриця комплексних спряжених потужностей вузлів навантаження;

$U_{\text{н}}$ – номінальна напруга (лінійна) мережі.

Перший закон Кірхгофа (алгебраїчна сума комплексних струмів, що витікають з вузла, дорівнює нулю) у матричній формі записують за допомогою першої матриці з'єднань

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{J}, \tag{1.2}$$

де **I** – вектор комплексних струмів у вітках.

Другий закон Кірхгофа (алгебраїчна сума комплексних напруг на вітках контуру дорівнює нулю) у матричній формі записують за допомогою другої матриці з'єднань

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{U}_{\text{в}} = \mathbf{0}, \tag{1.3}$$

де $\mathbf{U_B}$ – вектор комплексних напруг на вітках.

Згідно з узагальненим законом Ома $\mathbf{U_B} = \mathbf{Z_B} \cdot \mathbf{I} - \mathbf{E}$, тут $\mathbf{E}$ – матриця ЕРС у вітках контуру, тоді з (1.3) отримуємо

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_B} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{E}, \qquad (1.4)$$

Формули (1.2) та (1.4) утворюють узагальнене рівняння стану електричної мережі

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F}, \qquad (1.5)$$

у якому матриця **A** складена з матриць **M** та $\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_в}$, а вектор **F** – із векторів **J** та $\mathbf{N} \cdot \mathbf{E}$ [1–3]

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{NZ_B} \end{bmatrix}; \; \dot{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{J}} \\ \mathbf{N}\dot{\mathbf{E}} \end{bmatrix}.$$

Розв'язок рівняння стану (1.5) шукається відносно струмів віток – це дозволить визначити втрати напруги та потужності в лініях електропередач, фактичні значення напруги на вузлах навантаження

$$\mathbf{I} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{F}. \qquad (1.6)$$

Знайдені струми віток є результатом виконання лабораторної роботи.

Контрольні запитання

1. З якою метою здійснюється розподіл графа на дерево й хорди?
2. Який порядок номерування вузлів і віток?
3. Правила складання першої матриці з'єднань.
3. Правила складання другої матриці з'єднань.
4. Перший та другий закони Кірхгофа в матричній формі.
5. Послідовність розв'язування узагальненого рівняння стану.
6. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з матрицями (поділ матриць на підматриці, об'єднання матриць, транспонування).

Таблиця 1.1 – Напруга живлення мережі та розрахункові потужності підстанцій

№ варіанта	Напруга живлення мережі, $U_н$, кВ	Розрахункова потужність вузлів навантаження				
		S1, МВ·А	S2, МВ·А	S3, МВ·А	S4, МВ·А	S5, МВ·А
1	10	1,2+j0,3	1,0+j0,7	1,0+j0,6	1,2+j0,8	1,5+j0,9
2	20	3,2+j3,0	4,9+j1,1	4,5+j3,6	2,4+j2,1	2,8+j1,8
3	35	4,7+j4,0	4,1+j3,0	3,6+j2,0	3,7+j2,5	4,2+j1,7
4	10	0,8+j0,8	1,0+j1,0	1,2+j0,8	1,0+j0,8	0,8+j0,6
5	20	2,9+j1,3	2,9+j1,8	2,1+j1,0	1,8+j1,9	2,2+j1,4
6	35	3,5+j2,7	1,4+j4,1	3,1+j3,2	4,0+j2,4	4,1+j2,4
7	10	1,6+j1,0	1,6+j1,3	1,5+j0,7	1,8+j0,9	1,6+j0,8
8	35	1,6+j1,9	2,6+j1,6	3,4+j1,5	2,8+j2,0	3,7+j1,9
9	20	3,3+j1,1	1,4+j1,9	4,6+j3,4	2,0+j3,0	1,1+j4,6
10	35	2,7+j1,1	1,7+j1,2	2,5+j1,2	2,0+j1,6	1,8+j1,4
11	10	1,4+j1,0	1,5+j1,1	1,0+j0,9	1,7+j0,9	1,2+j0,9
12	20	2,4+j1,4	1,6+j1,1	2,1+j1,5	2,4+j1,4	2,7+j2,0
13	35	3,6+j1,4	3,2+j3,2	2,4+j3,6	2,9+j2,3	4,0+j3,3
14	10	1,5+j1,1	1,8+j1,2	1,6+j1,1	1,8+j1,3	1,4+j0,6
15	20	4,2+j4,9	3,2+j1,2	3,6+j2,6	2,0+j3,9	1,2+j2,6
16	35	4,2+j2,9	3,8+j2,2	1,1+j2,3	4,3+j3,9	4,1+j1,1
17	20	2,0+j1,6	1,7+j0,8	1,9+j1,1	1,5+j1,1	1,7+j0,7
18	35	2,9+j4,3	2,0+j2,7	4,4+j1,5	2,4+j1,7	2,6+j1,6
19	10	1,3+j1,5	1,0+j0,6	1,1+j0,6	1,4+j1,3	0,9+j0,7
20	35	4,8+j3,6	4,5+j3,4	4,4+j2,7	4,6+j3,0	4,9+j1,4
21	20	1,7+j1,3	2,0+j1,4	1,6+j1,4	2,1+j1,5	1,6+j1,3
22	35	4,5+j4,2	4,4+j4,3	2,2+j2,2	2,9+j3,0	1,5+j0,8
23	10	1,9+j1,1	2,8+j2,0	1,1+j1,1	1,7+j1,0	1,1+j1,1
24	10	1,2+j0,6	1,7+j0,7	1,8+j0,8	1,3+j1,2	1,0+j0,4
25	35	2,6+j3,0	3,5+j4,4	1,5+j2,5	4,2+j1,5	5,4+j4,3
26	20	2,2+j1,8	2,6+j1,6	1,5+j0,8	1,1+j0,6	1,3+j0,8
27	10	1,8+j1,2	1,4+j1,2	1,9+j1,8	1,0+j0,5	1,7+j1,4
28	20	3,2+j2,8	3,0+j2,6	1,9+j0,8	1,0+j0,7	3,0+j1,7
29	20	2,2+j1,5	1,4+j1,3	2,7+j1,9	2,2+j1,9	2,5+j2,0
30	35	4,4+j3,5	2,5+j2,2	1,6+j1,3	2,4+j1,1	4,6+j3,8

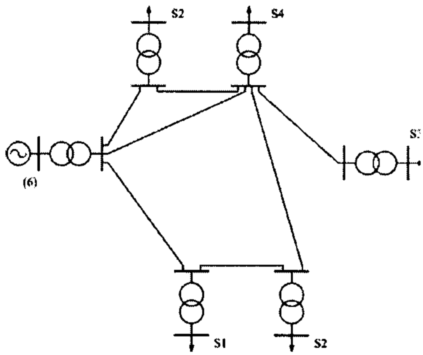
Примітка. Напруга центра живлення у режимі, що розглядається, становить $1{,}1 \times U_н$.

Таблиця 1.2 – Активні опори ділянок мережі.

№ варіанта	Активні опори ЛЕП, Ом														
	Позначення віток														
	1–2	1–3	1–4	1–5	1–6	2–3	2–4	2–5	2–6	3–4	3–5	3–6	4–5	4–6	5–6
1	3				2,1		3,5			3,5			2,8	1,1	3,8
2	3,4			3,8	1,8	1,8						4,2	1,1		1,2
3	3,6	3,8					1,9	1,6		2,9		1,6		1,3	
4				4,1	2,5	3,3	1,9					4,4	3,4	2,2	
5	4,2				2,4	4,6	3,3						2,3	3,3	1,4
6	2,4		3		3,9	1,8				4,6	4,2	4,5			
7		1			3,2	2,2				4,2		3,2	1,8	2,3	
8					1,8	2,8	2,7			4,8			1,2	1	2,8
9					1,4	4,7		3,3	2,7	3,2	1,4		3		
10	1,8	3,3			5		2,6	1,9	3			4,6			
11				4		2,1		3,6		4			1,4	2,8	4,3
12				1,4		2,5		3,1	2,9	3,7		3,2	4,8		
13				2,9	3,9	4,6	4,7			4,3	1,5				4,2
14		4,5	3,1			1,2				1,6	3,9	2,5			2,4
15			1,8	4,4		1,8			3,2		4,8	4,6	3,2		
16		2,7		3,1			3		4		2,9		1		2,7
17				1,9		4,2			2,9		4,6		1,3	1	4,6
18		1,8	4,3		3,1				2,2	4,8			4		4
19		1,7	3,9		3,7		3,9	1,3					2,9		3,2
20	1,4	1,2	3,3	1,7			1,5						1,7		2,4
21	4,5				1,3	2	1		2,7		1,5				2,2
22		2,8			1,7		4,7			3,9			2,8	2,5	3,9
23		4,9			4,7			1,3	2,1		3,1		1,5		4,4
24		1,3	4,5		1,9	4,2							3,3	3,7	4,7
25	1,9		4,2		2,6	1,1			3,9		2,8				1,3
26	4,9				2				4	1,4	3,7	1,6		4,4	
27			2,8			2,1			4,2		2,6		3,9	3,8	2,9
28	3,5					2,7			1,2	2,8			4,3	4,4	1,4
29	2,6	1,2		3,6		2,3							4,3	2,7	1,1
30	2,1	2,6			1,5	2,7				1,3	1,7			4,7	

Таблиця 1.3 – Реактивні опори ділянок мережі

№ варіанта	Реактивні опори ЛЕП, Ом														
	Позначення віток														
	1–2	1–3	1–4	1–5	1–6	2–3	2–4	2–5	2–6	3–4	3–5	3–6	4–5	4–6	5–6
1	3,7				4,5		2,9			4,7			2,9	2,8	1,8
2	4,2			1,3	3,7	4,8						3,2	2,1		3,6
3	3,5	1,9					3,1	4,5		3,4		3,5	2,1		
4				4,5	1,3	2,5	3,5					4,1	2,3	1,4	
5	3,1				1,1	1,1	2,9						2,6	2,4	2,8
6	2,2		2,4		2	1,7				1,2	5	3,1			
7		2,9			1,3	4,1				1,2		2,6	3,3	4,3	
8					1,3	4,7	5			4,7			4,6	4,1	3,6
9					4,9	1,5		4,9	3,6	3,6	4,6		2,2		
10	3,3	3,7			1,9		1,7	1,8	1			1,9			
11				4,4		1,2		1		4,4			1,9	1,5	4,6
12				2,7		4		4,8	4,9	1,4		2	2,3		
13				3,7	2,9	3,4	3,8			3,6	1,1				2,8
14		3,1	2,5			4,2				4,3	2	2,5			3,7
15			3,8	1,5		5			3,6		3,9	4,9	4		
16		2		5			1,6		2,4		2,5		1		4,9
17				5		5			1,2		1,4		4,6	4,4	4,3
18		3,5	2,3		1,9				4,7	1,9			1,6		3,3
19		4	3,8		1,1		2,7	2,6					2,5		1
20	3,5	4,6	2,8	1,1			1,9						1		1,6
21	1,3				4,4	3,9	2,3		1,8		1,3				2
22		4,5			2,6		2			3,7			1,6	1	3,5
23		4,7			3,5			1,6	1,6		2,6		4		2,3
24		3,1	4,4		4,6	2,5							2,1	1,8	2
25	2,1		4		4,8	1,5			4		1,4				2,6
26	3,6				1,6				4,3	1,9	2,4	4,4		2,6	
27			2,8			2,1			4,4		1,3		2,4	3,1	4,3
28	3,2					2,5			1,9	1,1			2,9	2,3	1,1
29	3,5	2,7		1,7		3,6							3,4	3,1	2,6
30	2,8	4,7			4,9	1,8				4,4	4,4			1,7	



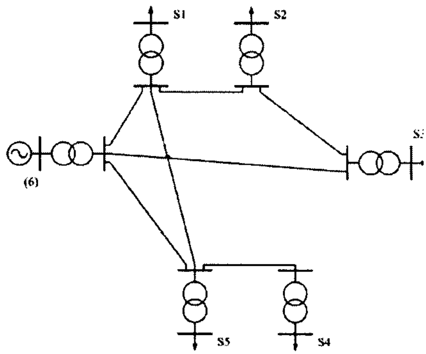
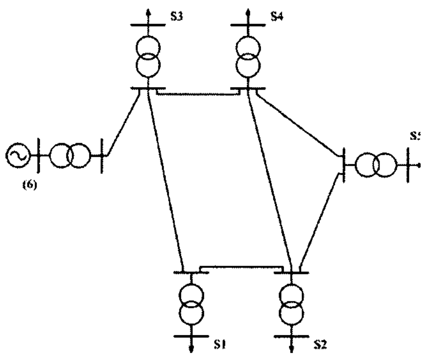


Рисунок 1

Рисунок 2



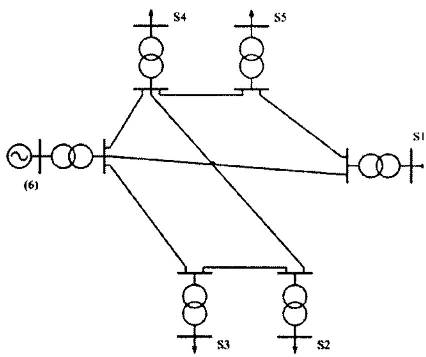
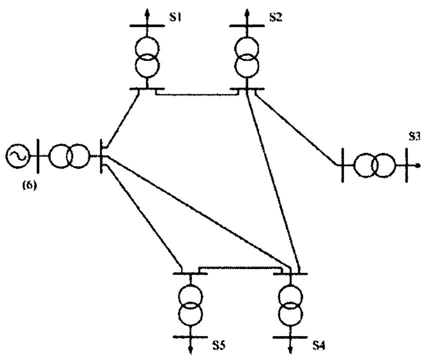


Рисунок 3

Рисунок 4



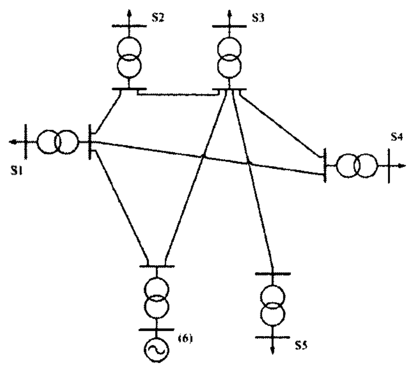


Рисунок 5

Рисунок 6

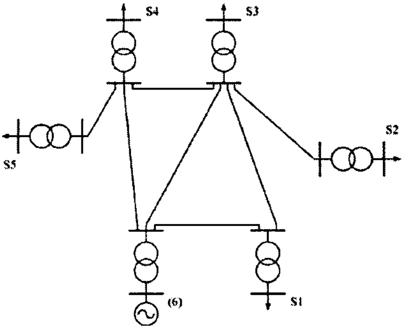


Рисунок 7

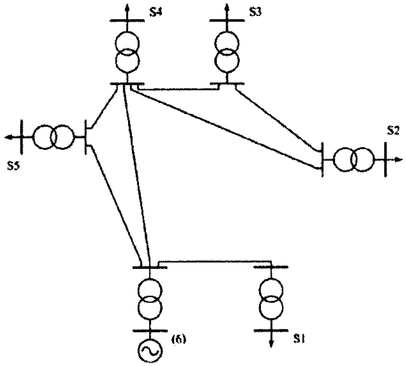


Рисунок 8

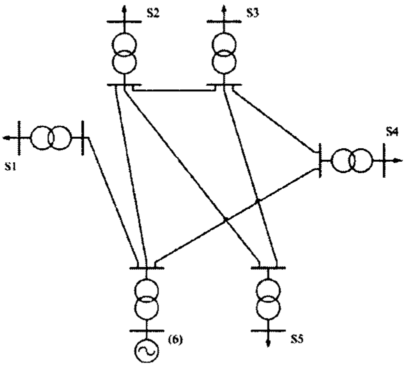


Рисунок 9

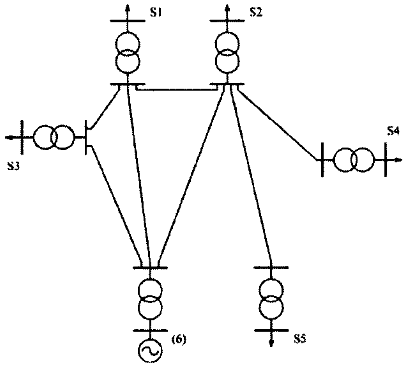


Рисунок 10

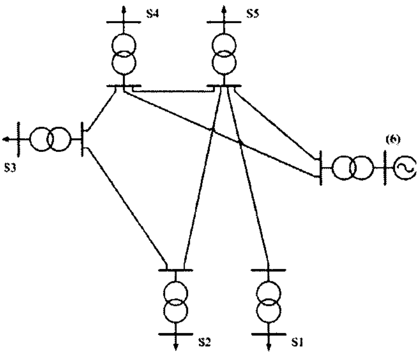


Рисунок 11

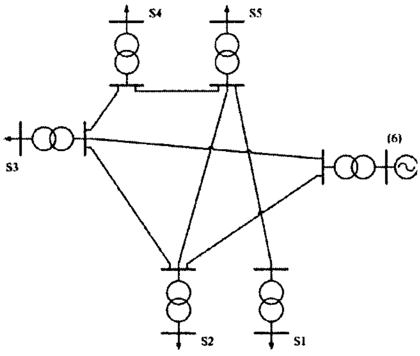


Рисунок 12

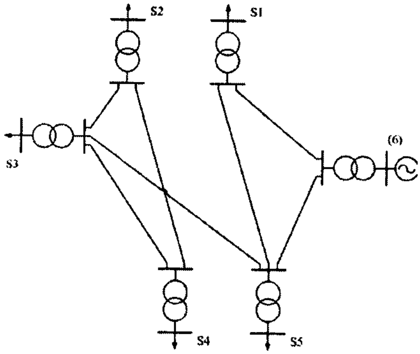


Рисунок 13

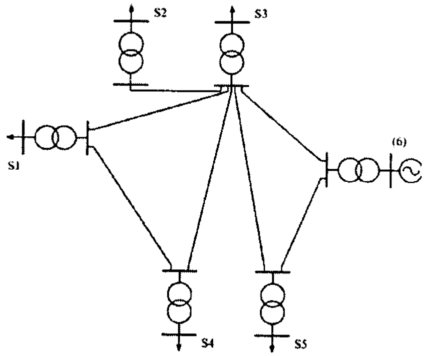


Рисунок 14

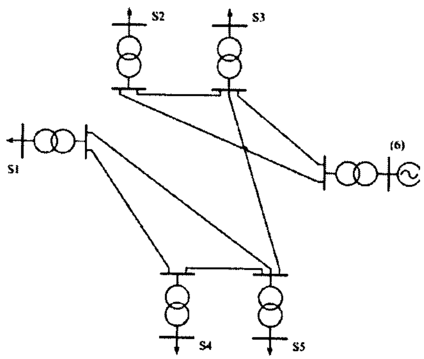


Рисунок 15

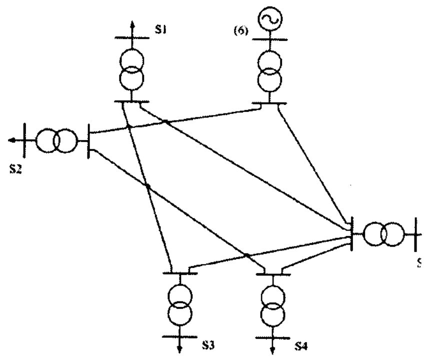


Рисунок 16

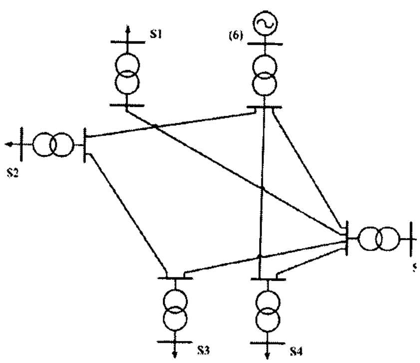


Рисунок 17

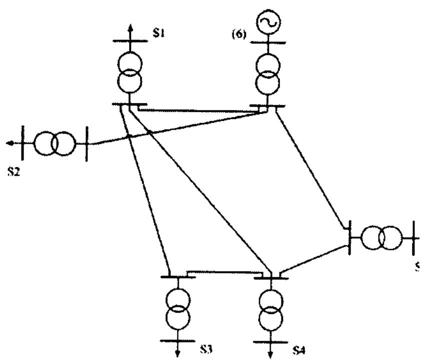


Рисунок 18

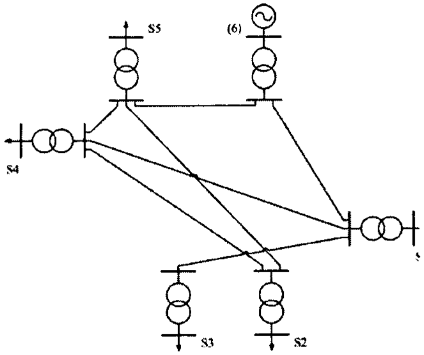


Рисунок 19

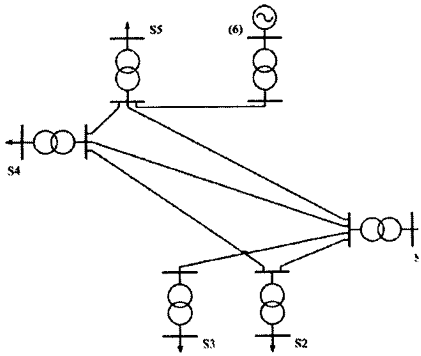


Рисунок 20

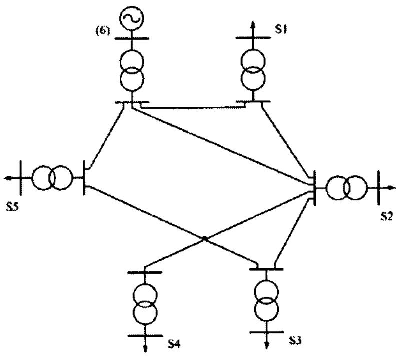


Рисунок 21

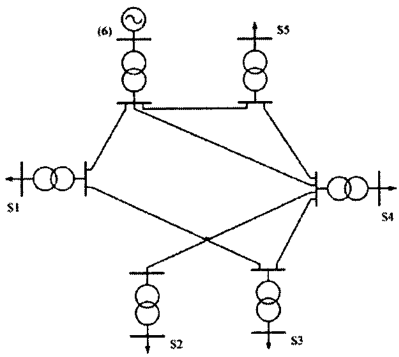


Рисунок 22

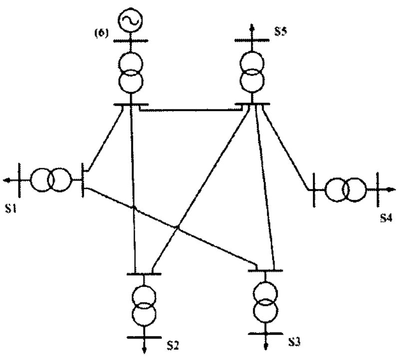


Рисунок 23

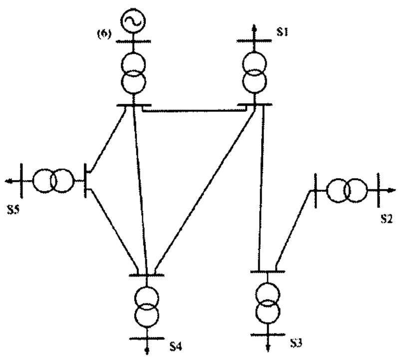


Рисунок 24

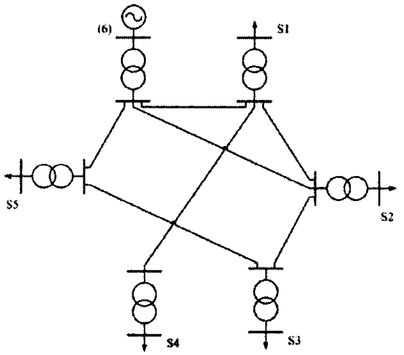


Рисунок 25

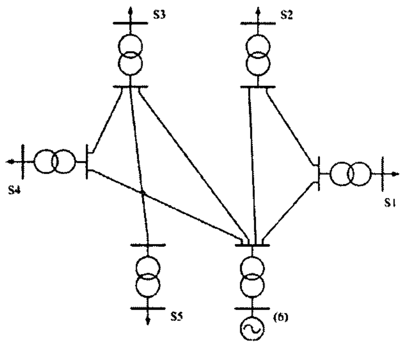


Рисунок 26

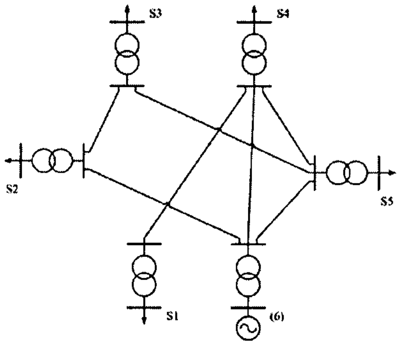


Рисунок 27

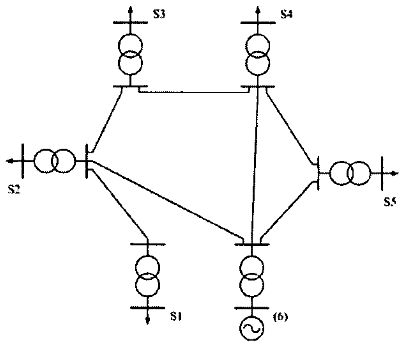


Рисунок 28

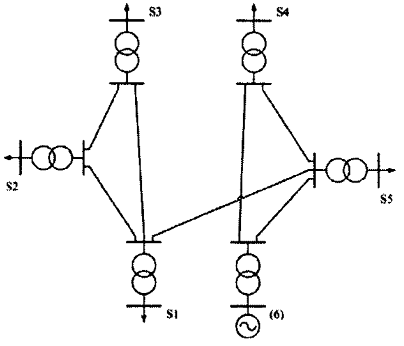


Рисунок 29

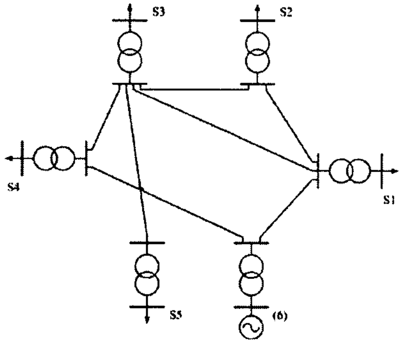


Рисунок 30

$$i := \sqrt{-1} \qquad ORIGIN := 1 \qquad U_n := 110$$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{bmatrix} (42 + i\cdot 13) \\ (16 + i\cdot 19) \\ (28 + i\cdot 39) \\ (32 + i\cdot 48) \\ (35 + i\cdot 29) \end{bmatrix} \qquad M_{\Sigma} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_{\Sigma}, 1, 5, 1, 7) \qquad N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad J := \left(\frac{\overline{S}}{\sqrt{3}\cdot U_n} \right) \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix}$$

$$NZ := N\cdot \mathrm{diag}(Z_{\hat{a}}) \qquad NZ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$A := \mathrm{stack}(M, NZ) \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$NE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F := \mathrm{stack}(J, NE) \qquad F = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A I=F

$$I := A^{-1}\cdot F \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.2

РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ ЗА ДОПОМОГОЮ ВУЗЛОВОГО РІВНЯННЯ

Мета:

Опанувати метод аналізу електричної мережі за допомогою вузлового рівняння.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1, скласти першу матрицю інциденцій.
2. Розрахувати задаючі струми, провідності віток та вузлів схеми.
3. Розрахувати за допомогою вузлового рівняння $\mathbf{\Delta U} = \mathbf{Y}^{-1} \cdot \mathbf{J}$ відхилення напруги у вузлах схеми.
4. Розрахувати втрати напруги та струми у вітках схеми, а також фактичну напругу у вузлах навантажень.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Розрахунок провідностей віток і вузлів. Матриця провідностей віток

$$\mathbf{Y_В} = \mathbf{Z_В}^{-1}, \tag{2.1}$$

де $\mathbf{Z_В}$ – матриця комплексних опорів віток відповідно до їхньої нумерації (*дерево* + *хорди*).

Матриця вузлових провідностей [1–3]

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y_В} \cdot \mathbf{M}^{\mathrm{T}}, \tag{2.2}$$

де $\mathbf{M}$ – перша матриця з'єднань ($\mathbf{M}^{\mathrm{T}}$ – транспонована матриця $\mathbf{M}$).

Розрахунок відхилень напруги та фактичної напруги у вузлах. Напруги у вузлах відносно базисного вузла (відхилення напруги) можна визначити з вузлового рівняння [1–3]

$$\mathbf{U_\Delta} = \mathbf{Y}^{-1}(\dot{\mathbf{J}} - \mathbf{M}\mathbf{Y_В}\dot{\mathbf{E}}), \tag{2.3}$$

де $\mathbf{Y}^{-1}$ – обернена матриця вузлових провідностей;

$\dot{\mathbf{J}}$, $\dot{\mathbf{E}}$ – вектори задавальних струмів вузлів (джерел і навантажень) та електрорушійних сил у вітках.

Встановлені відхилення напруги відповідають різниці між фазними напругами базисного вузла та відповідного вузла навантаження, тому для визначення фактичних лінійних напруг вузлів навантаження використовується вираз

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_б + \sqrt{3}\cdot\mathbf{U}_\Delta, \tag{2.4}$$

де $\mathbf{U}_б$ – матриця-стовпець зі значеннями напруги базисного вузла з кількістю рядків, як у матриці **M** (відповідно кількості вузлів). Її можна отримати шляхом множення заданої в завданні напруги базисного вузла $U_б$ на одиничний стовпець *n* вказаної розмірності.

Розрахунок напруг та струмів віток. Спади напруг на вітках (ЛЕП, трансформатори) визначаються з виразу

$$\mathbf{U}_в = \mathbf{M}^т\,\mathbf{U}_\Delta. \tag{2.5}$$

Струми у вітках визначаються за виразом

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{Y}_в\left(\dot{\mathbf{U}}_в + \dot{\mathbf{E}}\right). \tag{2.6}$$

Вектор струмів віток можна також подати через матриці коефіцієнтів струморозподілу та взаємних провідностей віток замкнутого кола

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{C}\dot{\mathbf{J}} + \mathbf{Y}_{вв}\dot{\mathbf{E}}, \tag{2.7}$$

де $\mathbf{C} = \mathbf{Y}_в\mathbf{M}^т\mathbf{Z}$ – матриця коефіцієнтів струморозподілу;

$\mathbf{Y}_{вв} = \mathbf{Y}_в\left(1 - \mathbf{M}^т\mathbf{C}^т\right)$ – матриця взаємних провідностей віток.

Визначені струми у вітках, фактичні напруги у вузлах та втрати напруги в лініях електропередач є результатом виконаної роботи.

Контрольні запитання

1. Вузлове рівняння електричної мережі та порядок його складання.
2. Послідовність визначення фактичних напруг вузлів навантаження та втрат напруги в лініях електропередач.
2. Послідовність визначення струмів в лініях електропередач з використанням вузлового рівняння.
4. Перший та другий закони Кірхгофа в матричній формі.
5. Що характеризує матриця коефіцієнтів струморозподілу?

Приклад виконання роботи

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad ORIGIN := 1 \qquad U_n := 110$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i \cdot 4.5 \\ 3 + i \cdot 3.7 \\ 3.5 + i \cdot 4.7 \\ 1.1 + i \cdot 2.8 \\ 3.8 + i \cdot 1.8 \\ 2.8 + i \cdot 2.9 \\ 3.5 + i \cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 42 + i \cdot 13 \\ 16 + i \cdot 19 \\ 28 + i \cdot 39 \\ 32 + i \cdot 48 \\ 35 + i \cdot 29 \end{pmatrix} \qquad M_{\Sigma} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_{\Sigma}, 1, 5, 1, 7) \qquad M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J := \overrightarrow{\left(\frac{\mathrm{Re}(S) - i \cdot \mathrm{Im}(S)}{\sqrt{3} \cdot U_n}\right)} \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix}$$

$$Y_{\hat{a}} := \overrightarrow{\frac{1}{Z_{\hat{a}}}} \qquad Y_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 0.085 - 0.182i \\ 0.132 - 0.163i \\ 0.102 - 0.137i \\ 0.122 - 0.309i \\ 0.215 - 0.102i \\ 0.172 - 0.178i \\ 0.169 - 0.14i \end{pmatrix}$$

$$Y := M \cdot \mathrm{diag}(Y_{\hat{a}}) \cdot M^T$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.217 - 0.346i & -0.132 + 0.163i & 0 & 0 & 0 \\ -0.132 + 0.163i & 0.302 - 0.303i & 0 & -0.169 + 0.14i & 0 \\ 0 & 0 & 0.102 - 0.137i & -0.102 + 0.137i & 0 \\ 0 & -0.169 + 0.14i & -0.102 + 0.137i & 0.565 - 0.765i & -0.172 + 0.178i \\ 0 & 0 & 0 & -0.172 + 0.178i & 0.387 - 0.28i \end{pmatrix}$$

$$U_{\Delta} := Y^{-1} \cdot J \qquad U_{\Delta} = \begin{pmatrix} -1.305 - 0.723i \\ -1.774 - 0.482i \\ -3.06 - 0.249i \\ -1.584 - 0.274i \\ -1.332 + 0.037i \end{pmatrix} \qquad n := (1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1)^T \qquad U := n \cdot U_n + \sqrt{3} \cdot U_{\Delta} \qquad U = \begin{pmatrix} 107.74 - 1.253i \\ 106.928 - 0.835i \\ 104.699 - 0.43i \\ 107.257 - 0.475i \\ 107.693 + 0.064i \end{pmatrix}$$

$$\Delta U_{\hat{a}} := M^T \cdot U_{\Delta} \qquad \Delta U_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 1.305 + 0.723i \\ 0.469 - 0.241i \\ 1.476 - 0.026i \\ 1.584 + 0.274i \\ 1.332 - 0.037i \\ 0.252 + 0.311i \\ 0.19 + 0.208i \end{pmatrix} \qquad I := \mathrm{diag}(Y_{\hat{a}}) \cdot \Delta U_{\hat{a}} \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.3

РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ ЗА ДОПОМОГОЮ КОНТУРНОГО РІВНЯННЯ

Мета:

Опанувати метод аналізу електричної мережі за допомогою контурного рівняння.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1, визначити незалежні контури схеми системи електропостачання, скласти першу та другу матрицю інциденцій.
2. Розрахувати задаючі струми, опори та провідності контурів.
3. Розрахувати за допомогою контурного рівняння струми в не залежних контурах схеми.
4. Розрахувати втрати напруги та струми у вітках схеми, а також фактичну напругу у вузлах навантажень.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Розрахунок опорів та провідностей контурів. Матриця опорів контурів [1–3]

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{K}} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{N}^{\mathrm{T}}, \tag{3.1}$$

де $\mathbf{N}$ – друга матриця з'єднань ($\mathbf{N}^{\mathrm{T}}$ – транспонована матриця $\mathbf{N}$).

Матриця провідностей контурів отримується звичайно

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{K}} = \mathbf{Z}_{\mathbf{K}}^{-1}. \tag{3.2}$$

Розрахунок контурних струмів та струмів у вітках. З першої матриці з'єднань обчислюють матрицю коефіцієнтів струморозподілу розімкнутого кола (*дерева* графа) [1]

$$\mathbf{C}_{\alpha} = \mathbf{M}_{\alpha}^{-1}, \tag{3.3}$$

де $\mathbf{M}_{\alpha}$ – частина (підматриця) першої матриці інциденцій $\mathbf{M}$, що відповідає віткам *дерева* графа.

Записують розширену матрицю коефіцієнтів струморозподілу розімкнутого кола $\mathbf{C}_{\alpha 0}$

$$\mathbf{C}_{\alpha 0} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{\alpha}^{-1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \tag{3.4}$$

де кількість нульових рядків визначається кількістю хорд, які доповнюють дерево до повного графа.

Далі знаходять значення контурних струмів [1–3]

$$\mathbf{I}_{\mathrm{K}} = \mathbf{Y}_{\mathrm{K}}\cdot\mathbf{N}\cdot(\mathbf{E}\text{-}\mathbf{Z}_{\mathrm{B}}\cdot\mathbf{C}_{\alpha 0}\cdot\mathbf{J}). \tag{3.5}$$

Струми у вітках мережі знаходять за виразом

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}_{\alpha 0}\cdot\mathbf{J} + \mathbf{N}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{K}}. \tag{3.6}$$

Розрахунок спадів напруг на вітках та напруг у вузлах. Спади напруг в ЛЕП (вітках мережі) визначають за виразом

$$\mathbf{U}_{\mathrm{B}} = \mathbf{Z}_{\mathrm{B}}\cdot\mathbf{I}. \tag{3.7}$$

Відхилення напруги у вузлах (порівняно з базисним вузлом) можна визначити за формулою

$$\mathbf{U}_{\Delta} = \mathbf{C}_{\alpha}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{B}\alpha}, \tag{3.8}$$

де $\mathbf{U}_{\mathrm{B}\alpha}$ – матриця-стовпець спадів напруг на вітках дерева графа (підматриця матриці-стовпця $\mathbf{U}_{\mathrm{B}}$).

Фактичні напруги у вузлах мережі

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{б} + \sqrt{3}\ \mathbf{U}_{\Delta}, \tag{3.9}$$

де $\mathbf{U}_{б}$ – матриця-стовпець зі значеннями напруги базисного вузла з кількістю рядків, як у матриці **M** (відповідно до кількості вузлів). Її можна отримати шляхом множення одиничного стовпця розмірності n на задану в завданні напругу базисного вузла $U_{б}$.

Визначені струми у вітках, фактичні напруги у вузлах та спади напруг у лініях електропередач є результатом виконаної роботи. Порівняйте отримані результати з результатами попередніх робіт.

Контрольні запитання

1. Контурне рівняння електричної мережі та порядок його складання.
2. Послідовність визначення струмів у лініях електропередач з використанням контурного рівняння.
3. Послідовність визначення фактичних напруг вузлів навантаження та втрат напруги в лініях електропередач з використанням контурного рівняння.
4. Узагальнене рівняння стану електричної мережі в матричній формі.
5. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з матрицями (поділ матриць на підматриці, об'єднання матриць, транспонування).
6. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з матрицями (обернена матриця, діагональна матриця).

Приклад виконання роботи

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad ORIGIN := 1$ $\qquad U_n := 110$

$$Z_{â} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{bmatrix} (42 + i\cdot 13) \\ (16 + i\cdot 19) \\ (28 + i\cdot 39) \\ (32 + i\cdot 48) \\ (35 + i\cdot 29) \end{bmatrix} \qquad M_{\Sigma} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_{\Sigma}, 1, 5, 1, 7) \qquad M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J := \left(-\frac{\overline{S}}{\sqrt{3}\cdot U_n} \right) \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix} \qquad N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{\alpha} := \mathrm{submatrix}(M, 1, 5, 1, 5) \qquad Z_{ê} := N\cdot \mathrm{diag}(Z_{â})\cdot N^{T}$$

$$M_{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad Z_{ê} = \begin{pmatrix} 7.7 + 7.5i & -1.1 - 2.8i \\ -1.1 - 2.8i & 9.7 + 13.9i \end{pmatrix}$$

$$Y_{\hat{e}} := \frac{1}{Z_{\hat{e}}} \qquad Y_{\hat{e}} = \begin{pmatrix} 0.071 - 0.065i & 0.015 - 8.32i \times 10^{-3} \\ 0.015 - 8.32i \times 10^{-3} & 0.037 - 0.049i \end{pmatrix}$$

$$NE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad n := (1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1)^T \qquad C_{\alpha 0} := \mathrm{stack}\left(M_\alpha^{-1}, NE \cdot n^T\right)$$

$$I_{\hat{e}} := Y_{\hat{e}} \cdot \left(NE - N \cdot \mathrm{diag}\left(Z_{\hat{a}}\right) \cdot C_{\alpha 0} \cdot J\right) \qquad I_{\hat{e}} = \begin{pmatrix} 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$I := C_{\alpha 0} \cdot J + N^T \cdot I_{\hat{e}} \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\Delta U_{\hat{a}} := \mathrm{diag}\left(Z_{\hat{a}}\right) \cdot I \qquad \Delta U_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 1.305 + 0.723i \\ 0.469 - 0.241i \\ 1.476 - 0.026i \\ 1.584 + 0.274i \\ 1.332 - 0.037i \\ 0.252 + 0.311i \\ 0.19 + 0.208i \end{pmatrix}$$

$$Z_\alpha := \mathrm{submatrix}\left(\mathrm{diag}\left(Z_{\hat{a}}\right), 1, 5, 1, 5\right) \qquad I_\alpha := \mathrm{submatrix}(I, 1, 5, 1, 1)$$

$$U_\Delta := \left(M_\alpha^{-1}\right)^T \cdot Z_\alpha \cdot I_\alpha \qquad U_\Delta = \begin{pmatrix} -1.305 - 0.723i \\ -1.774 - 0.482i \\ -3.06 - 0.249i \\ -1.584 - 0.274i \\ -1.332 + 0.037i \end{pmatrix}$$

$$U := \sqrt{3} \cdot U_\Delta + n \cdot U_n \qquad U = \begin{pmatrix} 107.74 - 1.253i \\ 106.928 - 0.835i \\ 104.699 - 0.43i \\ 107.257 - 0.475i \\ 107.693 + 0.064i \end{pmatrix}$$

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.4

РОЗРАХУНОК ПЕРЕТОКІВ ТА ВТРАТ ПОТУЖНОСТЕЙ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ

Мета:

Опанувати метод розрахунку втрат потужності і напруги в електричній мережі.

Хід роботи:

1. Розрахувати струми у вітках системи електропостачання відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1 за допомогою узагальненого рівняння стану.
2. Визначити зміни напруги у вузлах електроспоживання відносно базисного вузла, фактичні напруги у вузлах, спади напруги у вітках схеми системи електропостачання. Знайти максимальне відхилення напруги у вузлах та порівняти його з допустимим відхиленням (±5%).
3. Розрахувати матрицю потужностей вузлів та віток мережі. Визначити втрати потужності у вітках, обчислити сумарні втрати та знайти вітку з максимальними втратами.
4. Перевірити баланс потужностей за втратами та потужностями вузлів, порівняно із заданими потужностями.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Визначення напруги у вузлах мережі та максимального відхилення напруги від напруги базисного вузла. Матриця вузлових провідностей

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y_B}\, \mathbf{M}^{\mathrm{T}}, \tag{4.1}$$

Напруги у вузлах відносно базисного вузла (відхилення напруги) і напруги у вузлах, відповідно, будуть

$$\mathbf{U}_{\Delta} = \mathbf{Y}^{-1} \cdot \mathbf{J}; \tag{4.2}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{б} + \sqrt{3} \cdot \mathbf{U}_{\Delta}, \tag{4.3}$$

де $\mathbf{U}_б$ – матриця-стовпець зі значеннями напруги базисного вузла з кількістю рядків, як у матриці **M** (відповідно до кількості вузлів). Її можна отримати шляхом множення заданої в завданні напруги базисного вузла $U_б$ на одиничний стовпець n вказаної розмірності.

Спади напруг на вітках (ЛЕП, трансформатори) визначаються з виразу

$$\mathbf{U}_{\text{в}} = \mathbf{M}^{\text{т}}\, \mathbf{U}_{\Delta}. \tag{4.4}$$

З вектора вузлових напруг $\mathbf{U}_{\Delta}$ вибирається найбільше за модулем значення (вузол з найбільшим відхиленням напруги) та визначається відносна зміна напруги у вибраному вузлі до номінальної напруги, яка не повинна перевищувати 5%

$$U_{\Delta\max} = \frac{\sqrt{3}\cdot\max\left(\left|U_{\Delta}\right|\right)}{U_{б}}\cdot 100\% \le 5\%. \tag{4.5}$$

Аналогічно можна знайти вітку з максимальними втратами напруги, підставивши у вираз (4.5) вектор втрат напруги на вітках $\left|\mathbf{U}_{\text{в}}\right|$ замість вектора вузлових напруг $\left|\mathbf{U}_{\Delta}\right|$.

За знайденими втратами напруги побудуйте діаграму втрат напруги у вузлах та вітках.

Розрахунок перетоків потужностей. Матриця перетоків потужностей визначається з формули

$$\underline{\mathbf{S}}_{\text{п}} = \sqrt{3}\left[\operatorname{diag}\mathbf{U}_{\Sigma}\mathbf{M}_{\Sigma}\operatorname{diag}\hat{\mathbf{I}}_{\text{в}}\right], \tag{4.6}$$

де $\operatorname{diag}(\mathbf{U}_{\Sigma})$ – діагональна матриця напруг вузлів $\mathbf{U}_{\Sigma}$ з напругою базисного вузла $U_{б}$ в останньому рядку,

$\operatorname{diag}\hat{\mathbf{I}}_{\text{в}}$ – діагональна матриця комплексно спряжених струмів віток.

В отриманій матриці $\underline{\mathbf{S}}_{\text{п}}$ рядки відповідають потужностям вузлів (якщо $P_i < 0$ – споживаній, якщо $P_i > 0$ – генерованій), а стовпці – перетокам потужностей по вітках, причому різниця потужностей між елементами відповідного стовпця матриці $\underline{\mathbf{S}}_{\text{п}}$ і визначає втрати потужності у відповідній вітці.

Втрати комплексної потужності у вітках схеми

$$\Delta\underline{S}_{\text{в}j} = \sum_{i=1}^{n+1} \underline{S}_{\text{п}ij}, \quad j = 1,\ldots, m, \tag{4.7}$$

де $n+1$ – кількість вузлів схеми разом із базисним вузлом (кількість рядків матриці $\underline{\mathbf{S}}_{\text{п}}$);

m – кількість віток (кількість стовпців матриці $\underline{\mathbf{S}}_{\text{п}}$).

За результатами обчислення вектора втрат потужностей у вітках $\Delta S_в$ побудуйте діаграму втрат потужності у вітках.

Сумарні втрати потужності в мережі (сума елементів матриці $\Delta S_в$)

$$\Delta \underline{S}_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{m} \Delta \underline{S}_{в\,j}\,. \tag{4.8}$$

Перевірка балансу потужностей. Перевірка балансу потужностей проводиться шляхом зіставлення результатів обчислення перетоків потужностей за допомогою матриці $\underline{S}_{п}$ (4.6) та матриці навантажень вузлів $\underline{S}$ для заданого усталеного режиму. Сума елементів останнього рядка (для балансувального вузла) матриці $\underline{S}_{п}$ повинна відповідати сумі елементів матриці навантажень $\underline{S}$

$$\sum_{j=1}^{m} \underline{S}_{пб j} = \sum_{i=1}^{n} \underline{S}_{i}. \tag{4.9}$$

Якщо рівність (4.9) виконується, то розрахунок виконаний правильно.

Контрольні запитання

1. Визначення матриці перетоків потужності мережі системи електропостачання.
2. Розрахунок втрат активної та реактивної потужності у вітках мережі систем електропостачання за матрицею перетоків потужності.
3. Перевірка балансу потужностей по вузлах та вітках мережі системи електропостачання.
4. Розрахунок напруг вузлів та струмів віток мережі за вузловим рівнянням.
5. Розрахунок напруг вузлів та струмів віток мережі за контурним рівнянням.
6. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з матрицями (обернена матриця, діагональна матриця).

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad$ $ORIGIN := 1$ $\qquad$ $U_n := 110$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 42 + i\cdot 13 \\ 16 + i\cdot 19 \\ 28 + i\cdot 39 \\ 32 + i\cdot 48 \\ 35 + i\cdot 29 \end{pmatrix} \qquad M_{\Sigma} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_{\Sigma}, 1, 5, 1, 7) \qquad N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad J := \left(\frac{-\overline{S}}{\sqrt{3}\cdot U_n}\right) \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix}$$

$$NZ_{\hat{a}} := N\cdot \mathrm{diag}(Z_{\hat{a}}) \qquad NZ_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$A := \mathrm{stack}(M, NZ_{\hat{a}}) \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$NE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F := \mathrm{stack}(J, NE) \qquad F = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad I := A^{-1}\cdot F \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

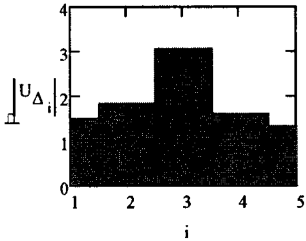
$$Y := M\cdot \mathrm{diag}\left(\frac{1}{Z_{\hat{a}}}\right)\cdot M^{T}$$

$$U_{\Delta} := Y^{-1}\cdot J \qquad U_{\Delta} = \begin{pmatrix} -1.305 - 0.723i \\ -1.774 - 0.482i \\ -3.06 - 0.249i \\ -1.584 - 0.274i \\ -1.332 + 0.037i \end{pmatrix}$$

$$\Delta U_{\hat{a}} := M^T \cdot U_\Delta \qquad \Delta U_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 1.305 + 0.723i \\ 0.469 - 0.241i \\ 1.476 - 0.026i \\ 1.584 + 0.274i \\ 1.332 - 0.037i \\ 0.252 + 0.311i \\ 0.19 + 0.208i \end{pmatrix} \qquad n := (1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1)^T \quad U := n \cdot U_n + \sqrt{3} \cdot U_\Delta \qquad U = \begin{pmatrix} 107.74 - 1.253i \\ 106.928 - 0.835i \\ 104.699 - 0.43i \\ 107.257 - 0.475i \\ 107.693 + 0.064i \end{pmatrix}$$

$$dU := \text{for } i \in 1..\text{rows}(U_\Delta) \quad dU_i \leftarrow \left|U_{\Delta_i}\right| \qquad \max(dU) = 3.07$$

$$\Delta U_{max} := \frac{\max(dU)}{U_n} \cdot 100 \qquad \Delta U_{max} = 2.791\ \% \qquad i := 1..\text{rows}(U_\Delta)$$



$$I_d := \text{diag}(\text{Re}(I) - i \cdot \text{Im}(I)) \qquad U_d := \text{diag}(\text{stack}(U, U_n))$$

$$I_d \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.243 + 0.177i \\ 0.023 + 0.108i \\ 0.147 + 0.205i \\ 0.277 + 0.457i \\ 0.283 + 0.144i \\ 0.099 - 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 - 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix} \qquad U_d \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 107.74 - 1.253i \\ 106.928 - 0.835i \\ 104.699 - 0.43i \\ 107.257 - 0.475i \\ 107.693 + 0.064i \\ 110 \end{pmatrix}$$

$$S_I := \sqrt{3} \cdot U_d \cdot M_\Sigma \cdot I_d$$

$$S_i = \begin{pmatrix} -45.748 - 32.417i & 4.463 + 20.162i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4.352 - 20.026i & 0 & 0 & 0 & 0 & -11.345 + 1.679i \\ 0 & 0 & -26.803 - 37.011i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 27.47 + 37.906i & -51.902 - 84.618i & 0 & -18.362 + 1.692i & 11.385 - 1.645i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -52.694 - 26.806i & 18.445 - 1.606i & 0 \\ 46.316 + 33.635i & 0 & 0 & 52.844 + 87.016i & 53.839 + 27.348i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

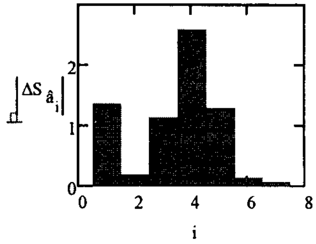
$$\Delta S_{\hat{a}} := \text{for } i \in 1..\,\text{cols}(S_Y)$$
$$\quad \Delta S_{\hat{a}_i} \leftarrow \sum_{j=1}^{\text{rows}(S_Y)} S_{Y_{j,i}}$$

$$\Delta S_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 0.569 + 1.219i \\ 0.11 + 0.136i \\ 0.667 + 0.895i \\ 0.942 + 2.398i \\ 1.145 + 0.542i \\ 0.083 + 0.086i \\ 0.04 + 0.033i \end{pmatrix}$$

$$\Delta S_{\Sigma} := \sum_{j=1}^{\text{rows}(S_Y)} \Delta S_{\hat{a}_j} \qquad \Delta S_{\Sigma} = 3.516 + 5.276i$$

$$i := 1..\,\text{rows}(\Delta S_{\hat{a}})$$

$$S_b := \sum_{i=1}^{\text{cols}(S_Y)} S_{Y_{\text{rows}(S_Y),i}} \qquad S_b = 153 + 148i$$



$$S_n := \sum_{i=1}^{\text{rows}(S)} S_i \qquad S_n = 153 + 148i$$

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.5

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯННЯ СТАНУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ГАУССА

Мета:

Опанувати метод метод Гаусса розв'язування системи лінійних рівнянь стану усталеного режиму електричної мережі.

Хід роботи:

1. Розрахувати струми у вітках системи електропостачання відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1 за допомогою узагальненого рівняння стану.
2. Скласти розширену матрицю **A** для узагальненого рівняння стану, необхідну для розв'язування системи $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F}$ відносно струмів віток **I**.
3. Обчислити за відповідним алгоритмом пряму (сходинкову) матрицю Гаусса.
4. Знайти розв'язок системи рівнянь шляхом обчислення зворотної матриці Гаусса, порівняйте розв'язок з результатами розрахунку за п. 1.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Розв'язання системи «*n*» лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B} \tag{5.1}$$

за алгоритмом Гаусса складається з двох етапів.

На першому етапі (прямий хід) початкова система за «*n*» однакових кроків перетворюється таким чином, що матриця коефіцієнтів перетвореної системи стає верхньою трикутною.

На другому етапі (зворотний хід), послідовно визначається значення невідомих від x_n до x_1.

Послідовність операцій, що виконується при прямому ході, така:

На *першому* кроці в початковій системі рівнянь у вигляді (5.2)

$$\begin{array}{l} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n = b_n \end{array} \tag{5.2}$$

перше рівняння ділиться на a_{11}. Далі x_1 виключається з усіх наступних рівнянь ($i = 2 \ldots n$) шляхом множення на a_{i1} і віднімання з *i*-го рівняння. У результаті цих операцій отримаємо систему рівнянь з матрицею коефіцієнтів $A^{(1)}$.

$$\begin{aligned} &x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)} \cdot x_n = b_1^{(1)} \\ &0 + a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n = b_2^{(1)} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &0 + a_{n2}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn}^{(1)} \cdot x_n = b_n^{(1)} \end{aligned} \qquad (5.3)$$

де $a_{1j}^{(1)} = \dfrac{a_{1j}}{a_{11}}$; $b_1^{(1)} = \dfrac{b_1}{a_{11}}$; $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}^{(1)} \cdot a_{1j}^{(1)}$; $b_i^{(1)} = b_1 - a_{i1} \cdot b_1^{(1)}$, $i, j = 2, \ldots, n$

Виконання операцій першого кроку потребує, щоб елемент a_{11}, який називається провідним, був відмінний від нуля.

Другий крок полягає у виключенні x_2 з рівнянь $3, \ldots, n$ отриманої на першому кроці системи шляхом аналогічних операцій при використанні як провідного елемента $a_{22}^{(1)}$.

У результаті система матиме вигляд

$$\mathbf{A}^{(2)} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}^{(2)}. \qquad (5.4)$$

Третій і наступні кроки виконуються аналогічно. Формули для розрахунку коефіцієнтів системи рівнянь на довільному (k-ому) кроці запишуться так

$$\begin{gathered} a_{kj}^{(k)} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}; \; b_k^{(k)} = \frac{b_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}; \\ a_{ij}^{(k)} = a_{ii}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} \cdot a_{kj}^{(k)}; \\ b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} \cdot b_k^{(k)}, \\ i, j = k + 1, \ldots, n. \end{gathered} \qquad (5.5)$$

Таким чином, при прямому ході провідними елементами послідовно є a_{11}, $a_{22}^{(1)}$, $a_{33}^{(2)}$, …, $a_{nn}^{(n-1)}$, і їхня відмінність від нуля – умова здійснення процесу віднімання.

У результаті перетворення матриці коефіцієнтів **А** з початкової системи рівнянь до верхньої трикутної на етапі прямого ходу за «n» кроків утворюється система рівнянь виду

$$x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{1(n-2)}^{(1)} \cdot x_{(n-2)} + a_{1(n-1)}^{(1)} \cdot x_{(n-1)} + a_{1n}^{(1)} \cdot x_n = b_1^{(1)}$$
$$x_2 + \ldots + a_{2(n-2)}^{(2)} \cdot x_{(n-2)} + a_{2(n-1)}^{(2)} \cdot x_{(n-1)} + a_{2n}^{(2)} \cdot x_n = b_2^{(2)}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (5.6)$$
$$x_{(n-2)} + a_{(n-2)(n-1)}^{(n-2)} \cdot x_{(n-1)} + a_{(n-2)n}^{(n-2)} \cdot x_n = b_{(n-2)}^{(n-2)}$$
$$x_{(n-1)} + a_{(n-1)n}^{(n-1)} \cdot x_n = b_{(n-1)}^{(n-1)}$$
$$x_n = b_n^{(n)}$$

На етапі зворотного ходу визначаються шукані невідомі в такій послідовності

$$x_{n-1} = b_{n-1}^{(n-1)} - a_{(n-1)n}^{(n-1)} \cdot x_n$$
$$x_{n-2} = b_{n-2}^{(n-2)} - a_{(n-2)n}^{(n-2)} \cdot x_n - a_{(n-2)(n-1)}^{(n-2)} \cdot x_{n-1}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (5.7)$$
$$x_2 = b_2^{(2)} - \sum_{j=3}^{n} a_{2j}^{(2)} \cdot x_j$$
$$x_1 = b_1^{(1)} - \sum_{j=2}^{n} a_{2j}^{(1)} \cdot x_j$$

У загальному вигляді формули для зворотного ходу можуть бути записані як

$$x_i = b_i^{(i)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}^{(i)} \cdot x_j,\ i = n-1, \ldots, 1. \qquad (5.8)$$

Метод Гаусса не має методичної похибки. Однак будь-яка неточність вихідних даних або округлення можуть призвести до суттєвих помилок розв'язування погано обумовлених систем рівнянь. Для оцінювання помилок використовують поняття норми матриці. Переважно розглядають такі норми матриці [3]:

1) найбільша сума абсолютних значень елементів матриці за рядками або найбільша сума абсолютних значень елементів матриці за стовпцями

$$\|\mathbf{A}\|_{1i} = \max_i \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|,\ i=1,\ldots,n;\quad \|\mathbf{A}\|_{1j} = \max_j \sum_{i=1}^{m} |a_{ij}|, j=1,\ldots,n; \qquad (5.9)$$

2) евклідова норма, яку визначають як корінь квадратний із суми квадратів модулів усіх елементів матриці

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^2}\ ; \qquad (5.10)$$

3) спектральна норма, яку визначають за найбільшим за абсолютною величиною власним значенням матриці $\max|\lambda_i|$, i=1,...,n.

Власними значеннями квадратної матриці **A** називають корені характеристичного рівняння

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \dots & a_{2n} \\ & \dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (5.11)$$

Власні значення у загальному випадку комплексні. Для знаходження норм і власних значень матриці вузлових провідностей використовують вбудовані функції

$$\text{norm1}(Y) = 0.199 \qquad \text{norm2}(Y) = 0.187 \qquad \text{eigenvals}(Y) = \begin{pmatrix} 0.054 - 0.179i \\ 0.032 - 0.106i \\ 0.015 - 0.052i \end{pmatrix} \qquad (5.12)$$

Для симетричних матриць

$$\|\mathbf{A}\|_2 = \max|\lambda_i|,\ i=1,\dots,n; \quad \left\|\mathbf{A}^{-1}\right\|_2 = \frac{1}{\min|\lambda_i|},\ i=1,\dots,n, \qquad (5.13)$$

де λ_i – власні значення матриці **A**.

Відношення похибки розв'язку до похибки правої частини називають числом обумовленості матриці

$$\vartheta(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\|_2 \cdot \left\|\mathbf{A}^{-1}\right\|_2. \qquad (5.14)$$

Для симетричних матриць

$$\vartheta(\mathbf{A}) = \frac{\max|\lambda_i|}{\min|\lambda_i|}. \qquad (5.15)$$

Якщо число обумовленості матриці $\vartheta(\mathbf{A}) \approx 1 \div 10$, то матриця **A** вважається добре обумовленою, якщо $\vartheta(\mathbf{A}) \approx 100 \div 1000$, то матриця **A** вважається погано обумовленою і отриманий прямими методами розв'язок необхідно уточнювати.

Контрольні запитання

1. У чому полягає суть методу Гаусса зі зворотним ходом для розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь?
2. Як здійснюється поступове перетворення коефіцієнтів матриці **A** і **b**?
3. Навіщо в методі Гаусса здійснюється прямий і зворотний хід?
4. Як визначають норми матриці?
5. Що характеризує число обумовленості матриці?

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad ORIGIN := 1$ $\qquad U_n := 110$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot4.5 \\ 3 + i\cdot3.7 \\ 3.5 + i\cdot4.7 \\ 1.1 + i\cdot2.8 \\ 3.8 + i\cdot1.8 \\ 2.8 + i\cdot2.9 \\ 3.5 + i\cdot2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{bmatrix} (42 + i\cdot13) \\ (16 + i\cdot19) \\ (28 + i\cdot39) \\ (32 + i\cdot48) \\ (35 + i\cdot29) \end{bmatrix} \qquad M_\Sigma := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_\Sigma, 1, 5, 1, 7) \qquad N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad J := \overline{\left(\frac{\bar{S}}{\sqrt{3}\cdot U_n}\right)} \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix}$$

$$NZ_{\hat{a}} := N\cdot\mathrm{diag}(Z_{\hat{a}}) \qquad NZ_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$A := \mathrm{stack}(M, NZ_{\hat{a}}) \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$NE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F := \mathrm{stack}(J, NE) \qquad F = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad I := A^{-1}\cdot F \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

========== Gauss method of ***A x I = F*** solving ================================

Ag := augment(A,F)

$$Ag = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.22+0.068i \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -0.084+0.1i \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.147+0.205i \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & -0.168+0.252i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -0.184+0.152i \\ 0 & 0 & 0 & -1.1-2.8i & 3.8+1.8i & 2.8+2.9i & 0 & 0 \\ -2.1-4.5i & -3-3.7i & 0 & 1.1+2.8i & 0 & 0 & 3.5+2.9i & 0 \end{pmatrix}$$

```
Gauss_F(X) := | n ← rows(X)
              | for i ∈ 1..n − 1
              |   | buf ← X[i,i]
              |   | for j ∈ 1..n + 1
              |   |   X[i,j] ← X[i,j] / buf
              |   | for k ∈ i + 1..n
              |   |   | buf ← X[k,i]
              |   |   | for j ∈ 1..n + 1
              |   |   |   X[k,j] ← X[k,j] − X[i,j]·buf
              | X
```

$\boxed{Ig\_f := Gauss\_F(Ag)}$

$$Ig\_f = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.22-0.068i \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.084-0.1i \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.147-0.205i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0.315-0.457i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0.184-0.152i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.255-0.115i & 0.084-5.837i\times10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.742+13.059i & 0.485+0.884i \end{pmatrix}$$

```
Gauss_R(X) := | n ← rows(X)
              | i ← 1..n − 1
              | x[n] ← X[n,n+1] / X[n,n]
              | for i ∈ n − 1, n − 2..1
              |   | buf ← 0
              |   | for j ∈ i + 1..n
              |   |   buf ← buf + X[i,j]·x[j]
              |   | x[i] ← (X[i,n+1] − buf) / X[i,i]
              | x
```

$\boxed{Ig := Gauss\_R(Ig\_f)}$

$$Ig = \begin{pmatrix} 0.243-0.177i \\ 0.023-0.108i \\ 0.147-0.205i \\ 0.277-0.457i \\ 0.283-0.144i \\ 0.099+8.67i\times10^{-3} \\ 0.061+8.584i\times10^{-3} \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243-0.177i \\ 0.023-0.108i \\ 0.147-0.205i \\ 0.277-0.457i \\ 0.283-0.144i \\ 0.099+8.67i\times10^{-3} \\ 0.061+8.584i\times10^{-3} \end{pmatrix}$$

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.6

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯННЯ СТАНУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ

Мета:

Опанувати метод Зейделя розв'язування рівнянь стану нормального усталеного режиму електричної мережі.

Хід роботи:

1. Розрахувати струми у вітках системи електропостачання відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1 за допомогою узагальненого рівняння стану.
2. Визначити струми у вітках системи електропостачання за допомогою вбудованих операторів розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Провести перетворення узагальненого рівняння стану мережі до форми, зручної для розв'язування ітераційним методом, перевірити на збіжність розв'язок ітераційного методу.
4. Проведіть розрахунок перетвореної системи рівнянь ітераційним методом Зайделя для мінімум двох кроків ітерацій з визначенням відносної похибки обчислення для кожного кроку.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Ітераційні методи розрахунку системи лінійних алгебраїчних рівнянь $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F}$ дозволяють отримати значення шуканих невідомих $\mathbf{I}$ в результаті виконання одноманітних кроків розрахунків, які отримали назву послідовних наближень або ітерацій. На відміну від прямих методів, рішення можна отримати тільки із заданою точністю. Зі збільшенням точності буде зростати і кількість ітерацій.

В ітераційному процесі матриця $\mathbf{A}$ не підлягає перетворенню, як це використовувалось в лабораторній роботі № 1.1, де обчислювалась обернена матриця $\mathbf{A}^{-1}$ для знаходження струмів з узагальненого рівняння стану електричної мережі

$$\mathbf{I} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{F}. \qquad (6.1)$$

Ця обставина дозволяє максимально скористатись слабким заповненням цієї матриці (більшість елементів дорівнює нулю). При цьому загальна кількість ітерацій буде значно більшою порядку (N) системи рівнянь.

Практично при розрахунках або складанні прикладних програм використовуються найчастіше два методи: метод простої ітерації та метод прискореної ітерації Зейделя.

Початкова система лінійних алгебраїчних рівнянь має вигляд:

$$
\begin{aligned}
&a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n = b_1, \\
&a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n = b_2, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n = b_n.
\end{aligned}
\tag{6.2}
$$

Припустимо, що $a_{ij} \neq 0$, $i = 1 \ldots \mathrm{n}$. Тоді початкова система рівнянь може мати такий вигляд:

$$
\begin{aligned}
&x_1 = \frac{1}{a_{11}} \cdot \left(b_1 - a_{12} \cdot x_2 - \ldots - a_{1n} x_n\right), \\
&x_2 = \frac{1}{a_{22}} \cdot \left(b_2 - a_{21} \cdot x_1 - a_{23} \cdot x_3 - \ldots - a_{2n} x_n\right), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&x_n = \frac{1}{a_{nn}} \cdot \left(b_n - a_{n1} \cdot x_1 - a_{n2} \cdot x_3 - \ldots - a_{n(n-1)} x_{n-1}\right)
\end{aligned}
\tag{6.3}
$$

Для розв'язування системи рівнянь $\mathbf{AI} = \mathbf{F}$ методом Зейделя її можна звести до вигляду (6.3) за допомогою таких перетворень [5]

$$
\mathbf{H}_a \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{V}_a \mathbf{x}_\mathbf{k} = \mathbf{F}. \tag{6.4}
$$

Для цього матрицю **A** з ненульовими діагональними коефіцієнтами розбивають на нижню та верхню трикутні матриці

$$
\mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & 0 \\ & \ldots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}_a = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ 0 & 0 & \ldots & a_{2n} \\ & \ldots & & \\ 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}.
$$

У результаті отримаємо

$$
\mathbf{x}_{k+1} = -\mathbf{H}_a^{-1} \left(\mathbf{V}_a \mathbf{x}_k - \mathbf{F}\right). \tag{6.5}
$$

Для збіжності методу Зейделя при $k \to \infty$ необхідно і достатньо, щоб будь-яка норма матриці $-\mathbf{H}_a{}^{-1}\mathbf{F}_a$ була меншою від одиниці або матриця $-\mathbf{H}_a{}^{-1}\mathbf{F}_a$ мала всі власні значення $|\lambda_i| < 1$.

Така система рівнянь, згідно з методом звичайної ітерації, розв'язується в такій послідовності:

1) задаються початковими (нульовими) наближеннями невідомих $x_i^{(0)}$, $i = 1,...,n$;

2) значення $x_i^{(0)}$ підставляються в праві частини системи рівнянь, у результаті чого буде отримано подальше наближення невідомих $x_i^{(1)}$, $i = 1,...,n$;

3) підстановкою отриманих значень $x_i^{(1)}$ визначають подальше наближення і т. д.

Отже, на k-му кроці ітераційного процесу вихідна система запишеться так

$$\begin{aligned}
x_1^{(k)} &= \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2^{(k-1)} - \ldots - a_{1n}x_n^{(k-1)}\right); \\
x_2^{(k)} &= \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1^{(k-1)} - a_{23}x_3^{(k-1)} - \ldots - a_{2n}x_n^{(k-1)}\right); \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n^{(k)} &= \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1^{(k-1)} - a_{n2}x_2^{(k-1)} - \ldots - a_{n(n-1)}x_{n-1}^{(k-1)}\right).
\end{aligned} \tag{6.6}$$

Ітераційний процес здійснюється допоки значення x_i, що отримане на двох суміжних ітераціях, не буде відрізнятись від значення, яке менше заданої похибки ε, тобто можливе виконання умови

$$\left|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\right| \le \varepsilon. \tag{6.7}$$

Для виконання цієї умови за будь-якої точності (за будь-якої похибки ε) треба, щоб границя $x_i^{(k)}$ при k, спрямованому до нескінченності, дорівнювала точному розв'язку початкової системи x_i^*

$$\lim_{k\to\infty} x_i^{(k)} = x_i^*, \ i = 1,...,n. \tag{6.8}$$

де x_i^* – точний розв'язок початкової системи рівнянь.

При виконанні цієї умови для довільного початкового наближення $x_i^{(0)}$ $i = 1,...,n$ ітераційний процес називається «збіжним». У протилежному випадку ітераційний процес не веде до розв'язку і називається «розбіжним».

При з'ясуванні можливості застосування алгоритмів, які реалізують числові методи, завжди проводяться попередні дослідження щодо збіжності методу.

При використанні методу Зейделя початкову систему рівнянь приводять до такого вигляду:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 - \ldots - a_{1n}x_n\right) + x_1;\\
x_2 &= \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - a_{23}x_3 - \ldots - a_{2n}x_n\right) + x_2;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
x_n &= \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - a_{n(n-1)}x_{n-1} - a_{nn}x_n\right) + x_n.
\end{aligned}
\tag{6.9}
$$

На відміну від методу простої ітерації ітераційний процес можна змінити певним чином, якщо скористатись наближеннями до рішень, які були знайдені під час виконання кожної поточної ітерації. Така модифікація ітераційного процесу відома в числових методах як метод Зейделя. Цей підхід дозволяє значно прискорити збіжність. У загальному вигляді при виконанні кроку $x_i^{(k+1)}$ маємо таку систему:

$$
\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \varphi_1\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)}\right);\\
x_2^{(k+1)} &= \varphi_2\left(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)}\right);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
x_n^{(k+1)} &= \varphi_n\left(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \ldots, x_n^{(k)}\right).
\end{aligned}
\tag{6.10}
$$

Для прискорення збіжності ітераційних методів є доцільним перетворення, при якому значення діагональних елементів матриці **А** переважають за абсолютною величиною значення всіх інших елементів. Таке перетворення можна забезпечити шляхом перестановки рівнянь і невідомих в матриці **А**. Ітераційний процес закінчується при досягненні заданої похибки.

Контрольні запитання

1. Які методи розв'язування лінійних алгебраїчних рівнянь називаються ітераційними?
2. Що таке ітерація?
3. Порівняйте ітераційні методи з методами прямого розрахунку системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
4. Який ітераційний процес називається збіжним?
5. Наведіть умову збіжності методу Зейделя.

Приклад виконання роботи

==

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad$ $ORIGIN := 1$ $\qquad$ $U_n := 110$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{bmatrix} (42 + i\cdot 13) \\ (16 + i\cdot 19) \\ (28 + i\cdot 39) \\ (32 + i\cdot 48) \\ (35 + i\cdot 29) \end{bmatrix} \qquad M_\Sigma := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M := \mathrm{submatrix}(M_\Sigma, 1, 5, 1, 7) \qquad N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad J := \overrightarrow{\left(\frac{\overline{S}}{\sqrt{3}\cdot U_n}\right)} \qquad J = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \end{pmatrix}$$

$$NZ_{\hat{a}} := N\cdot \mathrm{diag}(Z_{\hat{a}}) \qquad NZ_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$A := \mathrm{stack}(M, NZ_{\hat{a}}) \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.1 - 2.8i & 3.8 + 1.8i & 2.8 + 2.9i & 0 \\ -2.1 - 4.5i & -3 - 3.7i & 0 & 1.1 + 2.8i & 0 & 0 & 3.5 + 2.9i \end{pmatrix}$$

$$NE := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F := \text{stack}(J, NE) \qquad F = \begin{pmatrix} -0.22 + 0.068i \\ -0.084 + 0.1i \\ -0.147 + 0.205i \\ -0.168 + 0.252i \\ -0.184 + 0.152i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad I := A^{-1} F \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Equation in default form: **A×I=F**

Built-in function ***lsolve***:

$$I_L := \text{lsolve}(A, F) \qquad I_L = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

==

Zeidel method:

Transform equation **A×I = F** to equation type **I = B×I + C** for comfort iterations

$$PB(A,n) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..n \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} B_{i,j} \leftarrow 0 \text{ if } i = j \\ B_{i,j} \leftarrow \dfrac{-A_{i,j}}{A_{i,i}} \text{ if } i \neq j \end{array} \right. \\ B \end{array} \right. \qquad PC(A,F,n) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad C_i \leftarrow \dfrac{F_i}{A_{i,i}} \\ C \end{array} \right.$$

$$B := PB(A, \text{rows}(A)) \qquad C := PC(A, F, \text{rows}(A))$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.689 + 0.286i & -0.976 + 0.368i & 0 & 0 \\ 0.987 + 0.468i & 1.028 + 0.206i & 0 & -0.579 - 0.32i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0.22 - 0.068i \\ 0.084 - 0.1i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.168 - 0.252i \\ 0.184 - 0.152i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Check precision of the method

$$\text{normB}(B,n) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad s_i \leftarrow \displaystyle\sum_{j=1}^{n} \left| B_{i,j} \right| \\ \max(s) \end{array} \right. \qquad \text{normB}(B, \text{rows}(B)) = 3$$

- ! ! ! must be <1 -

```
zeid(B,C,n,k,x0) := | y ← x0
                    | for m ∈ 1..k
                    |   | x ← y
                    |   | for i ∈ 1..n
                    |   |   | u ← 0
                    |   |   | j ← 1
                    |   |   | while 1 ≤ j < i
                    |   |   |   | u ← u + B_{i,j}·y_j
                    |   |   |   | j ← j + 1
                    |   |   | j ← i + 1
                    |   |   | while i < j ≤ n
                    |   |   |   | u ← u + B_{i,j}·x_j
                    |   |   |   | j ← j + 1
                    |   |   | y_i ← u + C_i
                    |   | for i ∈ 1..n
                    |   |   rez_{m,i} ← y_i
                    | rez
```

First approximation $x0 := \text{for } i \in 1..\text{rows}(B)$
$\quad x0_i \leftarrow C_i$

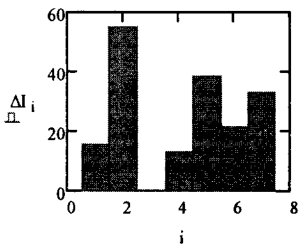
Iteration number $n := 2$ $\quad Z := \text{zeid}(B,C,\text{rows}(B),n,x0)$ $\quad I_z := \text{for } i \in 1..\text{rows}(B)$, $\; I_{z_i} \leftarrow Z_{n,i}$

$$I_z = \begin{pmatrix} 0.304 - 0.168i \\ -0.073 - 0.155i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.248 - 0.393i \\ 0.408 - 0.161i \\ -0.056 + 0.107i \\ 0.066 - 0.049i \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 0.243 - 0.177i \\ 0.023 - 0.108i \\ 0.147 - 0.205i \\ 0.277 - 0.457i \\ 0.283 - 0.144i \\ 0.099 + 8.67i \times 10^{-3} \\ 0.061 + 8.584i \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$\Delta I := \text{for } i \in 1..\text{rows}(I)$

$$\Delta I_i \leftarrow \frac{\left|\,|I_i| - |I_{z_i}|\,\right|}{|I_i|}\cdot 100$$

$i := 1..\text{rows}(I)$



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.7

ВИЗНАЧЕННЯ МІСЦЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ТА ПОТУЖНОСТІ КОМПЕНСУВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ

Мета:

Набути практичних навичок з визначення місця розташування компенсувальних пристроїв у складнозамкненій електричній мережі.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання у лабораторній роботі № 1.1, визначити максимальну споживану реактивну потужність з вузлів навантаження та прийняти початкове значення потужності компенсатора рівним йому.
2. Розрахувати втрати потужності та втрати напруги по вітках схеми для різних місць розташування компенсувального пристрою з початковою потужністю. Визначити вузол, де сумарні втрати потужності та напруги найменші.
3. Визначити потужність компенсатора, що приєднаний до вибраного вузла, яка дозволяє знизити втрати в електричній мережі до мінімально можливих.
4. Розрахувати втрати напруги й потужності у вітках схеми за умови оптимального місця приєднання та потужності компенсатора і порівняти їх із втратами в мережі без компенсатора.
5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Компенсація реактивної потужності – цілеспрямована дія на баланс реактивної потужності в конкретному вузлі електроенергетичної системи з метою зменшення втрат електричної енергії та регулювання напруги.

Реактивна потужність й енергія погіршують показники роботи енергосистеми, тобто завантаження реактивними струмами генераторів електростанцій зменшує їхню навантажувальну здатність; збільшуються втрати в мережах і приймачах; збільшується спад напруги в мережах.

Основні споживачі реактивної потужності – асинхронні електродвигуни, які споживають 40% усієї потужності спільно з побутовими і власними потребами; електричні печі – 8%; перетворювачі – 10%; трансформатори всіх ступенів трансформації – 35%; лінії електро-передач – 7%.

Реактивний струм додатково навантажує лінії електропередачі, що призводить до збільшення перерізів проводів і кабелів, та, відповідно, до збільшення капітальних витрат на зовнішні й внутрішні мережі. Реактивна потужність разом з активною потужністю враховується постачальником електроенергії, а отже, підлягає оплаті по тарифах, що діють, тому становить значну частину рахунку за електроенергію.

Найбільш дієвим та ефективним способом зниження споживаної з мережі реактивної потужності є застосування установок компенсації реактивній потужності (конденсаторних установок). Використання конденсаторних установок дозволяє:

- розвантажити живильні лінії електропередачі, трансформатори й розподільні пристрої;
- зменшити витрати на оплату електроенергії; при використанні певного типу установок знизити рівень вищих гармонік;
- подавити мережеві перешкоди, понизити несиметрію фаз;
- зробити розподільні мережі надійнішими й економічнішими.

Споживач електричної енергії зобов'язаний підтримувати рівень реактивної потужності в розподільній мережі відповідно до значення економічно оптимальної реактивної потужності, яка може бути передана підприємству в режимах найбільшого та найменшого активного навантаження енергосистеми. За рахунок приєднання до мережі компенсувального пристрою (КП) зменшуються втрати потужності (рис. 31) і напруги. На практиці коефіцієнт потужності після компенсації має приблизно дорівнювати 0,99.

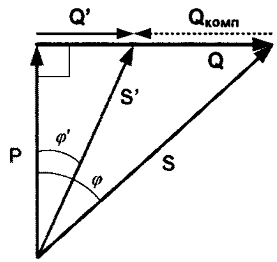


Рисунок 31 – Трикутник потужностей
з компенсацією реактивної потужності $Q_{комп}$

Відносну ефективність зменшення реактивного навантаження в тому чи іншому пункті електричної мережі можна оцінити за допомогою так званого економічного еквівалента реактивної потужності. Економічний еквівалент чисельно дорівнює зменшенню втрат активної потужності в мережах при зменшенні реактивного навантаження на 1 квар.

Розглядаючи можливості максимального наближення компенсувальних установок (КУ) до електроприймачів, які споживають велику реактивну потужність, необхідно враховувати такі чинники.

За інших однакових умов великий ступінь компенсації реактивної потужності потрібно забезпечувати у електроспоживачів, розташованих найбільш далеко від ТП.

Найбільш доцільно використання КУ в електроспоживачів з великою кількістю годин роботи протягом року.

При виборі місць установлення КУ необхідно прагнути до приєднання їх під загальний комутаційний апарат з електроприймачем, щоб уникнути витрат на додатковий апарат.

Відповідно до вимог електропостачальної організації, необхідно забезпечувати не тільки задане споживання в максимум активного навантаження енергосистеми, а й витримувати необхідне споживання в її мінімум навантаження. З цієї умови випливають вимоги до регулювання КУ.

Реактивна енергія не пов'язана з виконанням корисної роботи, а витрачається на створення електромагнітних полів в електродвигунах, трансформаторах, індукційних печах, зварювальних трансформаторах, дроселях та освітлювальних приладах.

Реактивні навантаження підприємств не залишаються незмінними не тільки протягом більш-менш тривалих проміжків часу доби місяця року, а й протягом однієї виробничої зміни. Ці навантаження безупинно змінюються залежно від виробничої програми окремих струмоприймачів, від ступеня їхнього завантаження і відносної тривалості ввімкнення, від коливань напруги в мережі, від якості обслуговування устаткування експлуатаційним і ремонтним персоналом та від інших факторів. Компенсація реактивної потужності є найдешевшим і найефективнішим засобом підвищення техніко-економічних показників електропостачання, що зменшує всі види втрат електроенергії.

У сучасних умовах існує певна специфіка вибору джерел реактивної потужності, яка полягає у відсутності механізмів державного регулювання і прийнятті рішень суб'єктом господарювання, винятково, з погляду власних інтересів.

У [6, 7] розроблено математичні моделі для розподілення навантажувальних втрат потужності між споживачами в мережах будь-якої конфігурації, в основу яких покладено матрицю вузлових опорів

$$\Delta \mathbf{S} = \frac{1}{U^2}(\hat{\mathbf{S}}^{\text{Д}} \mathbf{Z} \mathbf{S}), \tag{7.1}$$

де $\Delta \mathbf{S}$ – вектор-стовпець втрат комплексних потужностей, які розподіляються між окремими споживачами;

$\hat{\mathbf{S}}^{\text{Д}}$ – діагональна матриця комплексних спряжених потужностей навантажень споживачів;

$\mathbf{S}$ – вектор-стовпець комплексних потужностей навантажень споживачів;

$\mathbf{Z}$ – матриця вузлових комплексних опорів мережі;

U – середня експлуатаційна напруга мережі.

У разі застосування формули (7.1) втрати потужності розподіляються між споживачами пропорційно споживаній (генерованій) потужності з урахуванням електричної відстані (опору) до споживачів.

Найменше значення втрат потужності в мережі у разі можливості регулювання реактивної потужності навантаження i-го споживача визначають з умови

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial Q_i} = \frac{1}{U^2}\left(Q_i R_{ii} - \sum_{i \neq j} Q_j R_{ij} \right) = 0, \qquad (7.2)$$

де ΔP – втрати активної потужності в мережі;

Q_i – реактивна потужність навантаження i-го споживача;

Q_j – реактивні потужності навантаження решти j-их споживачів мережі;

R_{ij} – елементи матриці вузлових опорів.

Умову визначення оптимальної потужності реактивного навантаження i-го споживача, з погляду мінімальних втрат, які відносяться на його баланс за їхнього пропорційного розподілення між споживачами, можна подати у вигляді

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial Q_i} = \frac{1}{U^2}\left(2Q_i R_{ii} - \sum_{i \neq j} Q_j R_{ij} \right) = 0, \qquad (7.3)$$

де ΔP_i – втрати активної потужності, які відносяться на баланс i-го споживача;

Q_i – реактивна потужність навантаження i-го споживача;

Q_j – реактивні потужності навантаження решти j-их споживачів мережі, на розподілення втрат яких впливає зміна навантаження i-го споживача.

Провести розрахунки відповідно до завдання лабораторної роботи № 1.1. При цьому потрібно користуватись такими зауваженнями:

1. Розрахунок потужностей проводиться за тією ж методикою, що і в лабораторній роботі № 1.4, але для всіх варіантів приєднання компенсатора до відповідних вузлів мережі.

2. Розрахунок втрат потужностей для вибраного вузла зі змінною потужністю компенсатора виконується також за методикою лабораторної роботи № 1.4, але для діапазону потужності компенсатора в межах від нуля до трикратної початкової потужності компенсатора за п. 1.

Контрольні запитання

1. Призначення та різновиди компенсувальних пристроїв.

2. Послідовність визначення втрат напруги за допомогою матричних рівнянь для складних електричних мереж.

3. Послідовність визначення втрат потужності за допомогою матричних рівнянь для складних електричних мереж.

4. Порядок застосуваня циклів *for* та умовних переходів *if* для пошуку місця приєднання компенсатора.

5. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з рівняннями (Given/Find, Lsolve та ін. – *самостійно*).

6. Перетворення функції в масив та масиву в функцію із застосуванням засобів MathCAD.

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad$ $ORIGIN := 1$ $\qquad$ $Un := 110$

$$Z_{\hat{a}} := \begin{pmatrix} 2.1 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 42 + i\cdot 13 \\ 16 + i\cdot 19 \\ 28 + i\cdot 39 \\ 32 + i\cdot 48 \\ 35 + i\cdot 29 \end{pmatrix} \qquad M_{\Sigma} := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$Qc := -i\cdot \max(\mathrm{Im}(S))$

$n := (1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1)^T$

$M := \mathrm{submatrix}(M_{\Sigma}, 1, 5, 1, 7)$ $\qquad$ $Y_{\hat{a}} := \dfrac{1}{Z_{\hat{a}}}$ $\qquad$ $Y := M\cdot \mathrm{diag}(Y_{\hat{a}})\cdot M^T$ $\qquad$ $Q := \mathrm{diag}(n)\cdot Qc$

$$\begin{aligned} Z := \ & \text{for } r \in 1..\mathrm{rows}(Y) \\ & \quad \text{for } c \in 1..\mathrm{cols}(Y) \\ & \quad\quad Z_{r,c} \leftarrow \left| \begin{array}{l} \dfrac{1}{Y_{r,c}} \ \text{ if } Y_{r,c} \neq 0 \\ 0 \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1.304 + 2.073i & -3 - 3.7i & 0 & 0 & 0 \\ -3 - 3.7i & 1.648 + 1.658i & 0 & -3.5 - 2.9i & 0 \\ 0 & 0 & 3.5 + 4.7i & -3.5 - 4.7i & 0 \\ 0 & -3.5 - 2.9i & -3.5 - 4.7i & 0.625 + 0.846i & -2.8 - 2.9i \\ 0 & 0 & 0 & -2.8 - 2.9i & 1.695 + 1.227i \end{pmatrix}$$

$$Vzopt := \text{for } j \in 1..\text{rows}(Z)$$
$$\quad Vzopt \leftarrow j \text{ if } Z_{j,j} = \max(Z) \qquad Vzopt = 3$$

$$m := \text{for } j \in 1..\text{rows}(S)$$
$$\quad \begin{vmatrix} m_j \leftarrow 1 \text{ if } j = Vzopt \\ m_j \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{vmatrix}$$

$$accur := 0.1 \qquad m^T = (0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0) \qquad v := 0, accur..3 \qquad qc(v) := v \cdot Qc$$

$$Sq(v) := S + m \cdot qc(v)$$

$$Jq(v) := \left(\frac{\overline{Sq(v)}}{\sqrt{3} \cdot Un} \right)$$

$$U_\Delta(v) := Y^{-1} \cdot Jq(v)$$

$$\Delta U_{\hat{a}}(v) := M^T \cdot U_\Delta(v)$$

$$U(v) := n \cdot Un + \sqrt{3} \cdot U_\Delta(v)$$

$$I(v) := \text{diag}(Y_{\hat{a}}) \cdot \Delta U_{\hat{a}}(v)$$

$$Id(v) := \text{diag}\left(\overline{I(v)}\right)$$

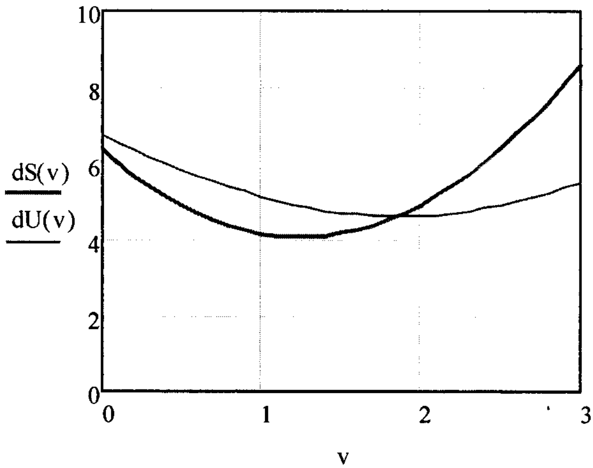
$$Ud(v) := \text{diag}(\text{stack}(U(v), Un))$$

$$S_{\ddot{I}}(v) := \sqrt{3} \cdot Ud(v) \cdot M_\Sigma \cdot Id(v)$$

$$\Delta S_{\hat{a}}(v) := \text{for } i \in 1..\text{cols}(S_{\ddot{I}}(v))$$
$$\quad \Delta S_{\hat{a}_i} \leftarrow \sum_{j=1}^{\text{rows}(S_{\ddot{I}}(v))} S_{\ddot{I}}(v)_{j,i}$$

$$\Delta S_\Sigma(v) := \sum_{i=1}^{\text{rows}(S_{\ddot{I}}(v))} \Delta S_{\hat{a}}(v)_i \qquad \Delta U\Sigma(v) := \sum_{i=1}^{\text{rows}(\Delta U_{\hat{a}}(v))} \Delta U_{\hat{a}}(v)_i$$

$$dS(v) := |\Delta S_\Sigma(v)| \qquad dU(v) := |\Delta U\Sigma(v)|$$



$$ind(v) := v \cdot \frac{1}{accur} + 1$$

$DS_{ind(v)} := dS(v)$ $\quad\quad$ $MDS := \min(DS) = 4.068$ (MVA)

$v := 0 \quad\quad DS := 0$

Given $\quad\quad m^T = (0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0)$

$MDS = dS(v)$

$vmin := (Find(v)) = 1.2$ $\quad\quad$ $Qmin := vmin \cdot |Qc| = 57.6$ (Mvar)

==

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.8

РОЗРАХУНОК ЛІНІЙНОГО ВОЛЬТОДОДАВАННЯ В ЗАМКНЕНІЙ ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ

Мета:

Набути практичних навичок з визначення місця розташування вольтододавання у складнозамкненій електричній мережі.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1 визначити за допомогою контурного рівняння струми у вітках та фактичні напруги у вузлах схеми, а також перетоки потужностей та сумарні втрати в схемі системи електропостачання.

2. Установити вітки схеми, введення ЕРС до яких дає максимальний та мінімальний ефект відповідно по зміні втрат потужностей та напруги в схемі.

3. Розрахувати сумарні втрати повної, активної, реактивної потужності та напруги системи електропостачання у функції поздовжнього вольтдодавання у вибрану вітку схеми в межах від –2,5% до +2,5% номінальної напруги генерувального вузла.

4. Розрахувати сумарні втрати повної, активної, реактивної потужності та напруги системи електропостачання у функції поперечного вольтдодавання у вибрану вітку схеми в межах від –2,5% до +2,5% номінальної напруги генерувального вузла.

5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Введення додаткової ЕРС в одну з віток замкнених схем електричних мереж є одним з дієвих способів компенсації неоднорідності електричних мереж, вирівнювання перетоків потужності по вітках схеми, і як наслідок, зниження втрат потужності в електричних мережах. Додаткова ЕРС може співпадати за фазою з напругою мережі в поточний момент часу, або бути їй протилежною (поздовжня вольтдобавка), або випереджати (відставати) від напруги мережі за фазою на 90°ел. (поперечна вольтдобавка), або приймати проміжне положення на комплексній площині (поздовжньо-поперечна вольтдобавка).

Технічно реалізувати вольтододавання можливо за допомогою лінійних трансформаторів, які складаються з послідовного трансформатора (вмикається послідовно в лінію електропередач) та регулювального автотрансформатора з пристроєм перемикання відгалужень (рис. 32).

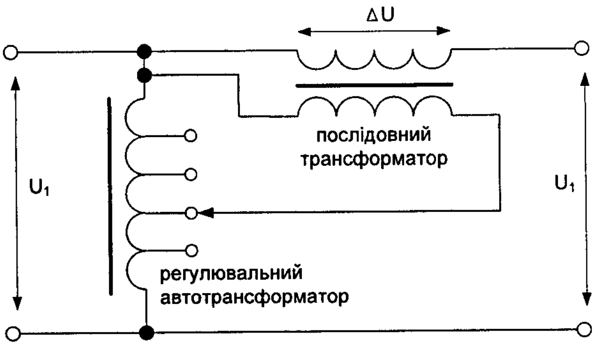


Рисунок 32 – Лінійний трансформатор
з поздовжнім вольтододаванням

Трансформатор поперечного регулювання (ТПР) виконаний як лінійний вольтододавальний трансформатор (ВДТ), ЕРС вторинної обмотки якого зміщена відносно ЕРС основного трансформатора на 90°. ТПР побудований за схемою, що зображена на рис. 33.

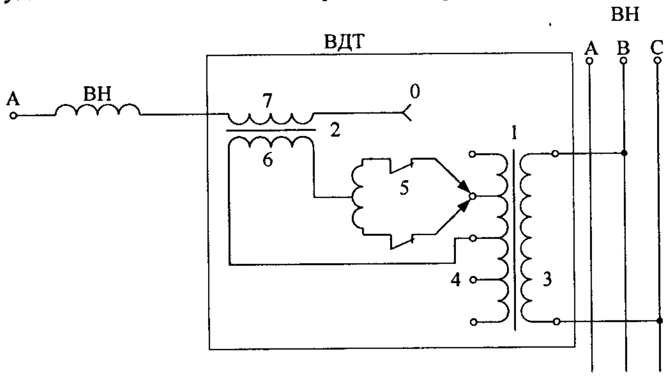


Рисунок 33 – Трансформатор поперечного регулювання з РПН

ТПР складається з живильного трансформатора 1 та послідовного трансформатора 2. Первинна обмотка живильного трансформатора 3 отримує живлення від двох фаз обмотки ВН основного трансформатора. Вторинна обмотка живильного трансформатора виконана секціонованою, що приєднується до первинної обмотки послідовного трансформатора через пристрій РПН 5. Інший кінець приєднується до середньої точки вторинної обмотки живильного трансформатора 4. Вторинна обмотка послідовного трансформатора 7 вмикається послідовно в нейтраль обмотки ВН основного трансформатора (як показано на рис. 33) або в розсічку фази НН при розташуванні його на стороні низької напруги. Перемикання пристрою РПН проводиться за такою ж послідовністю, як і в пристроях РПН основного трансформатора. Трансформатор поперечного регулювання (ТПР) застосовується для регулювання струморозподілення активної потужності.

Якщо в режимі навантаження силового трансформатора знехтувати опором вітки намагнічування, то амплітуда та фаза струму первинної обмотки силового трансформатора визначатимуться еквівалентним комплексним опором, що відповідає сумі комплексних опорів первинної обмотки, приведених опорів вторинної обмотки, ліній електропередач та навантаження. Однак струм, який споживається з живильної мережі, протікає через місце введення додаткової ЕРС та первинну обмотку трансформатора, один і той же. Тому при постійному навантаженні та введенні в деякий момент часу додаткової ЕРС можливе зміщення вектора струму первинної обмотки відносно вектора напруги мережі, причому кут між векторами напруги та струму обмотки ВН залишиться практично незмінним. У результаті струм, спожитий з мережі, буде зсуватися відносно вектора напруги мережі на кут, що визначається величиною введеної додаткової поперечної ЕРС. Такий зсув споживаного струму в напрямку наближення до вектора напруги мережі еквівалентний появі ємнісної складової струму $I_{1p\varepsilon}$ (рис. 34), яка випереджає вектор напруги мережі на 90°ел. Величина ємнісної складової струму визначається величиною введеної додаткової ЕРС і прямопропорційна їй. Унаслідок появи ємнісної складової струму мережі в точці введення додаткової ЕРС змінюватиметься співвідношення активної та реактивної потужностей, які протікають в контурах системи електропостачання.

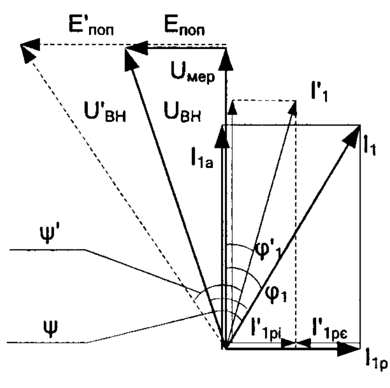


Рисунок 34 – Поперечне регулювання вольтододавання

На рис. 34: ψ – кут зсуву між фазами напруги на первинній обмотці трансформатора та струмом у ній, φ – кут зсуву між фазами напруги мережі та струмом у ній.

Відповідно до завдання лабораторної роботи, що викладено під час роботи, потрібно користуватись такими зауваженнями:

1. Розрахунок струмів у вітках схеми та фактичних напруг вузлів проводиться за методикою, що викладена в лабораторній роботі № 1.3, а розрахунок потужностей проводиться за тією ж методикою, що і в лабораторній роботі № 1.4

2. Вибір віток, які будуть установлені як базові для введення в них вольтододавання, відбувається за/на користь тієї, що входить до більшості (усіх) незалежних контурів схеми (відстежити за допомогою другої матриці з'єднань N) і має найменший опір.

3. Розрахунок втрат потужностей для вибраної вітки зі змінною додатковою ЕРС виконується також за методикою лабораторній роботі № 1.4, але для діапазону ЕРС в межах від –2,5% до +2,5% номінальної напруги генерувального вузла (причому варто розглядати поперечну ЕРС як комплексне число з тим же модулем, що і для випадку поздовжньої вольтдобавки).

Контрольні запитання

1. Призначення та різновиди лінійних трансформаторів.

2. Послідовність визначення втрат напруги за допомогою матричних рівнянь для складних електричних мереж.

3. Послідовність визначення втрат потужності за допомогою матричних рівнянь для складних електричних мереж.

4. Вплив поперечного та поздовжнього вольтододавання на перетоки потужностей та напруги вузлів електричних мереж.

5. Вбудовані оператори MathCAD для роботи з рівняннями (Given/Find, Lsolve та ін. – *самостійно*).

6. Перетворення функції в масив та масиву в функцію із застосуванням засобів MathCAD.

$i := \sqrt{-1}$ $\qquad$ $ORIGIN := 1$ $\qquad$ $Un := 110$

$$Z := \begin{pmatrix} 2.1 + i \cdot 4.5 \\ 3 + i \cdot 3.7 \\ 3.5 + i \cdot 4.7 \\ 1.1 + i \cdot 2.8 \\ 3.8 + i \cdot 1.8 \\ 2.8 + i \cdot 2.9 \\ 3.5 + i \cdot 2.9 \end{pmatrix} \qquad S := \begin{pmatrix} 42 + i \cdot 13 \\ 16 + i \cdot 19 \\ 28 + i \cdot 39 \\ 32 + i \cdot 48 \\ 35 + i \cdot 29 \end{pmatrix} \qquad M_\Sigma := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$M := \text{submatrix}(M_\Sigma, 1, 5, 1, 7)$

$M\alpha := \text{submatrix}(M, 1, 5, 1, 5)$

$Z\alpha := \text{submatrix}(\text{diag}(Z), 1, 5, 1, 5)$

$n := (1 \ \ 1 \ \ 1 \ \ 1 \ \ 1)$

$Zk := N \cdot \text{diag}(Z) \cdot N^T$

$$Yk := \frac{1}{Zk}$$

$$J := \overrightarrow{\left(\frac{\overline{S}}{\sqrt{3} \cdot Un} \right)}$$

$accur := 0.1$

$v := -2, (-2 + accur) .. 2$ $\qquad$ $dE := 1$ $\qquad$ $\Delta E(v) := dE \cdot v$

$Nv := 4$ $\quad$ - from 1 to $\quad$ $\text{cols}(M) = 7$

```
NDE(v) := for n ∈ 1..rows(M)
            for m ∈ 1..rows(N)
              NE[m,n] ← ΔE(v)  if (N[m,Nv] ≠ 0 ∧ M[n,Nv] ≠ 0)
              NE[m,n] ← 0  otherwise
          NE
```

$C\alpha0(v) := \text{stack}\left(M\alpha^{-1}, NDE(v)\right)$

$Ik(v) := -1 \cdot Yk \cdot N \cdot \text{diag}(Z) \cdot C\alpha0(v) \cdot J$

$I(v) := C\alpha0(v) \cdot J + N^T \cdot Ik(v)$

$\Delta Uvt(v) := diag(Z) \cdot I(v)$

$I\alpha(v) := submatrix(I(v), 1, 5, 1, 1)$

$\Delta U(v) := \left(M\alpha^{-1}\right)^{T} \cdot Z\alpha \cdot I\alpha(v)$

$Uf(v) := \sqrt{3} \cdot \Delta U(v) + n^{T} \cdot Un$

$Id(v) := diag(Re(I(v)) - i \cdot Im(I(v)))$

$Ud(v) := diag(stack(Uf(v), Un))$

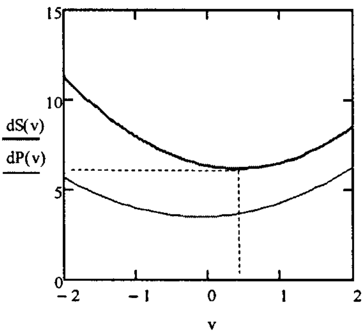
$Svt(v) := \sqrt{3} \cdot Ud(v) \cdot M_{\Sigma} \cdot Id(v)$

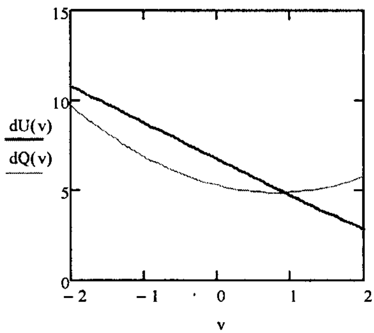
$$\Delta S(v) := \text{for } i \in 1..cols(Svt(v)) \quad \Delta S_i \leftarrow \sum_{j=1}^{rows(Svt(v))} Svt(v)_{j,i}$$

$$\Delta S\Sigma(v) := \sum_{i=1}^{rows(Svt(v))} \Delta S(v)_i \qquad \Delta U\Sigma(v) := \sum_{i=1}^{rows(\Delta Uvt(v))} \Delta Uvt(v)_i$$

$dS(v) := |\Delta S\Sigma(v)|$ $\qquad$ $dU(v) := |\Delta U\Sigma(v)|$

$dP(v) := Re(\Delta S\Sigma(v))$ $\qquad$ $dQ(v) := Im(\Delta S\Sigma(v))$





$$ind(v) := |v| \cdot \frac{1}{accur} + 1$$

$DS_{ind(v)} := dS(v)$

$MDS := min(DS) = 6.183$ (MVA)

$v := 0 \quad DS := 0$

Given

$MDS = dS(v)$

$vmin := Find(v) = 0.4 \qquad \Delta Emin := vmin \cdot dE = 0.4$ (kV).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.9

РОЗРАХУНОК МЕРЕЖІ МЕТОДОМ НЬЮТОНА З УРАХУВАННЯМ СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВУЗЛІВ НАВАНТАЖЕНЬ

Мета:

Набути практичних навичок використання методу Ньютона для розрахунку фактичних напруг вузлів та струмів віток складно-замкненої електричної мережі з урахуванням статичних характеристик навантаження.

Хід роботи:

1. Відповідно до варіанта завдання в лабораторній роботі № 1.1, визначити за допомогою вузлового рівняння струми у вітках та фактичні напруги у вузлах схеми для номінальної напруги вузла живлення, а потім повторити розрахунок з урахуванням статичних характеристик навантаження (показники p та q у табл. 9.1) для фактичних напруг вузлів, порівняти початковий та кінцевий результати обчислень напруг вузлів.

2. Виконати розрахунок фактичних напруг вузлів за допомогою методу Ньютона із заданою точністю d (табл. 9.1) та порівняти результати розрахунку з отриманими в п. 1. Обчислити різницю розрахунків (абсолютну) за модулями фактичних напруг вузлів, отриманих в п. 1 та п. 2.

3. Розрахувати струми віток схеми для фактичних напруг вузлів, отриманих в п. 2.

4. Побудувати статичні характеристики навантажень вузлів для заданих показників p та q у межах зміни напруги від 0,5 до 1,5 $U_{ном}$.

5. Зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Відомо, що за незмінного складу навантаження споживані активна та реактивна потужності є функціями напруги на шинах живлення $P = f_p(U)$, $Q = f_q(U)$. Водночас, напруга у вузлі електричної мережі залежить від навантаження. Одним з методів врахування взаємовпливу статичних характеристик навантаження і напруги у вузлі електричної мережі оснований на представленні статичних характеристик степеневими залежностями потужностей фаз від напруги на шинах:

$$\underline{S} = P_{\text{н}}\left(U^*\right)^p + jQ_{\text{н}}\left(U^*\right)^q, \tag{9.1}$$

де $P_{\text{н}}$, $Q_{\text{н}}$ – відповідно, активна та реактивна номінальні потужності навантаження за номінальної напруги;

$U^* = U/U_н$ – відносне значення напруги у вузлі навантаження;

U, $U_н$ – фактичне та номінальне значення напруги у вузлі навантаження;

p, q – характеристичні коефіцієнти, що визначають залежності потужностей навантаження від напруги з діапазоном їхньої зміни в таких межах: $p = 0\ldots1{,}6$, $q = 0\ldots4$.

У багатьох випадках розрахунок виконується в режимі заданої потужності, коли навантаження задаються потужностями, які не залежать від напруги $P = const$, $Q = const$. Це еквівалентно тому, що статичні характеристики навантаження мають нульові характеристичні коефіцієнти. У такому разі значення визначальних струмів вузлів необхідно коректувати за отриманими в результаті розрахунків значеннями напруг у вузлах.

Якщо розрахунок виконується в режимі заданого струму з використанням визначальних струмів вузлів, які не залежать від напруги $I_а = const$, $I_р = const$, то їхнє значення не потрібно коректувати за отриманими в результаті розрахунків значеннями напруг у вузлах. Якщо струми не коректуються, то це означає, що навантаження задаються струмами, які не залежать від напруги $J = const$. У цьому випадку статичні характеристики навантаження мають характеристичні коефіцієнти, що дорівнюють одиниці.

Якщо навантаження задають опорами або провідностями, то це еквівалентно квадратичним статичним характеристикам навантаження.

За необхідності статичні характеристики вузлів навантажень можуть бути враховані точно. Однак для визначення статичних характеристик необхідні повні дані про склад навантажень вузлів.

Одним з найбільш досконалих методів, що може бути використаний для ітераційного пошуку розв'язку рівнянь усталеного режиму електричної мережі, з урахуванням статичних характеристик навантажень (9.1), є метод Ньютона.

Метод Ньютона призначений для розв'язування систем *нелінійних* рівнянь

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{f} = \mathbf{0}. \tag{9.2}$$

Він базується на лінеаризації нелінійних рівнянь на кожному кроці алгоритму

$$\mathbf{W}_k + \mathbf{J}_k \cdot \Delta\mathbf{x}_k = \mathbf{0}, \tag{9.3}$$

де $\mathbf{W}_k$ – вектор значень W_i, розрахованих при k-му наближенні;

$\Delta\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ – вектор нев'язок змінних, компоненти якого є невідомими в системі (9.3);

$\mathbf{J}_k$ – матриця похідних, яку називають матрицею Якобі:

$$\mathbf{J}_k = \left.\frac{\mathbf{dW}}{\mathbf{dx}}\right|_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial x_1} & \frac{\partial W_1}{\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial W_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial W_2}{\partial x_1} & \frac{\partial W_2}{\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial W_2}{\partial x_n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{\partial W_n}{\partial x_1} & \frac{\partial W_n}{\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial W_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}. \tag{9.4}$$

У результаті розв'язування системи рівнянь (9.3) на кожному кроці ітераційного процесу визначається вектор нев'язок змінних. Рекурентна формула методу Ньютона має вигляд

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{J}_k^{-1}\mathbf{W}_k. \tag{9.5}$$

У разі побудови алгоритму з використанням рівняння вузлових напруг у формі балансу струмів

$$\mathbf{Y}_\Sigma \mathbf{U}_\Sigma = (\operatorname{diag}\hat{\mathbf{U}})^{-1}\underline{\hat{\mathbf{S}}} \tag{9.6}$$

вектор небалансу

$$\mathrm{W}(\mathbf{U}) = \mathbf{Y}_\Sigma \mathbf{U}_\Sigma - \left(\operatorname{diag}\hat{\mathbf{U}}\right)^{-1}\underline{\hat{\mathbf{S}}}, \tag{9.7}$$

а формування матриці Якобі здійснюють за формулами:

$$\begin{cases} J_{ii} = \left(\underline{Y}_{ii} + \underline{S}^*{}_i \left|\dot{U}_i\right|^{-2}\right), \quad i = 1,\ldots,n; \\ J_{ij} = -\underline{Y}_{ij}, \quad i = 1,\ldots,n,\ j = 1,\ldots,n\ (j \neq i). \end{cases} \tag{9.8}$$

У матричній формі матриця Якобі

$$\mathbf{J} = \mathbf{Y} + \left(\operatorname{diag} \cdot |\mathbf{U}|^{-2}\right)\underline{\hat{\mathbf{S}}}. \tag{9.9}$$

Таблиця 9.1 – Параметри статичних характеристик навантажень вузлів

№ варіанта	*p*					*q*					*d*
1	0,43	0,8	0,39	1,39	0	0	1,89	2,56	3,45	2,8	0,01
2	1,27	1,56	0	0,84	0,23	2,83	5,21	1,0	2,52	0,66	0,001
3	0,31	0	1,4	1,32	0,56	0,69	2,1	2,59	3,96	1,6	0,1
4	0,6	0,47	0,25	1,44	1,16	1,34	1,57	0,46	4,32	3,31	0,01
5	1,31	0,87	1,0	0	0,48	2,92	1,0	1,85	2,5	1,37	0,001
6	0	1,53	0,84	1,0	0,34	4,2	5,11	1,55	1,93	0,97	0,1
7	0,38	1,18	1,24	0,53	1,35	0,85	3,94	2,29	1,59	3,85	0,01
8	1,28	1,57	0	0,85	0,24	2,85	5,24	3,1	2,55	0,68	0,001
9	0,32	0	1,41	1,33	0,52	3,71	0	2,61	3,99	1,48	0,1
10	0,61	0,48	0,26	1,45	1,17	1,36	1,6	0,48	4,35	3,33	0,01
11	1,32	0,88	1,55	0	0,49	2,94	2,94	2,87	1,85	1,4	0,001
12	1,1	1,54	0,85	1,0	0,35	2,45	5,14	0	2,53	3,1	0,1
13	0	1,19	1,25	0,54	1,36	1,56	3,97	2,31	1,62	3,88	0,01
14	0,88	0,67	1,56	0,92	0	1,96	2,24	2,89	2,76	1,88	0,001
15	0,73	0,64	1,37	0,28	1,5	1,63	2,14	2,53	0,84	4,28	0,1
16	1,23	0,55	0	1,46	0,51	2,74	1,84	2,47	4,38	1,45	0,01
17	1,44	0	0,85	1,0	0,23	3,21	3,2	0	3	0,66	0,001
18	0,86	0,43	0,9	0,33	1,47	1,92	1,44	1,67	0,99	4,19	0,1
19	0,95	0,57	1,52	0,68	0,55	2,12	1,9	2,81	2,04	1,57	0,01
20	0	1,4	0,82	0,21	0,64	2,56	4,68	1,52	0,63	1,82	0,001
21	0,31	1,0	1,37	0,58	1,22	3,69	3,34	2,53	1,74	3,48	0,1
22	0,41	0,59	0,85	1,56	0	2,91	1	1,57	4,68	1,72	0,01
23	1,36	1,0	1,52	0,48	0,23	3,03	3,34	2,81	1,44	0,66	0,001
24	0,34	0,52	1,0	0,98	1,48	0,76	1,74	1,85	2,94	4,22	0,1
25	0,21	1,45	0,84	0,78	0,35	0,47	4,84	1,55	2,34	2,1	0,01

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади залежності активного навантаження від напруги мережі, поясніть природу статичної характеристики $P = f_p(U)$.

2. Наведіть приклади залежності реактивного навантаження від напруги мережі, поясніть природу статичної характеристики $Q = f_q(U)$.

3. Послідовність визначення напруги у вузлах мережі за допомогою прямого ітераційного методу.

4. Послідовність визначення напруги у вузлах мережі за допомогою методу Ньютона у разі задання навантаження струмами.

5. Послідовність визначення напруги у вузлах мережі за допомогою методу Ньютона у випадку задання навантаження потужностями.

6. Послідовність визначення напруги у вузлах мережі за допомогою методу Ньютона у випадку задання навантаження опорами.

$i := \sqrt{-1}$ $\quad$ ORIGIN := 1 $\quad$ Un := 110

$$Z := \begin{pmatrix} 1.2 + i\cdot 4.5 \\ 3 + i\cdot 3.7 \\ 3.5 + i\cdot 4.7 \\ 1.1 + i\cdot 2.8 \\ 3.8 + i\cdot 1.8 \\ 2.8 + i\cdot 2.9 \\ 3.5 + i\cdot 2.9 \end{pmatrix} \quad Sn := \begin{pmatrix} 42 + i\cdot 13 \\ 16 + i\cdot 19 \\ 28 + i\cdot 39 \\ 32 + i\cdot 48 \\ 35 + i\cdot 29 \end{pmatrix} \quad M_\Sigma := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$M := \text{submatrix}(M_\Sigma, 1, 5, 1, 7)$

$n := \text{for } m \in 1..\text{rows}(M)$
$\quad n_m \leftarrow 1$

$$Y := M\cdot \text{diag}\left(\frac{1}{Z}\right)\cdot M^T \quad p := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.25 \\ 0.5 \\ 0.75 \\ 1 \end{pmatrix} \quad q := \begin{pmatrix} 1 \\ 1.25 \\ 1.5 \\ 1.75 \\ 2 \end{pmatrix} \quad d := 0.001$$

$Yv := \text{stack}\left[Y, (-Y\cdot n)^T\right]^T$

$Uf := n\cdot Un$

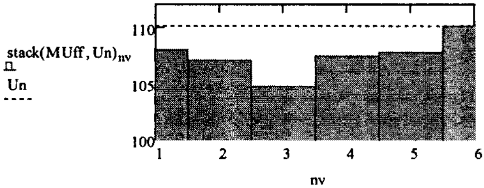
============= Newton solving method ====================

text – $\bar{S}$ = S + Shift+"

$$Uff := \left| \begin{array}{l} \Delta Uf \leftarrow 1 \\ \text{while } |\Delta Uf| \ge d \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{for } m \in 1..\text{rows}(Sn) \\ \quad S_m \leftarrow \text{Re}(Sn_m)\cdot\left(\dfrac{Uf_m}{Un}\right)^{p_m} + i\cdot \text{Im}(Sn_m)\cdot\left(\dfrac{Uf_m}{Un}\right)^{q_m} \\ W \leftarrow Yv\cdot \text{stack}(Uf, Un) + \text{diag}(\bar{S})\cdot(\overline{Uf})^{-1} \\ dW \leftarrow Y + \text{diag}(\bar{S})\cdot(|Uf|)^{-2} \\ \Delta Uf \leftarrow -\left(dW^{-1}\cdot W\right) \\ Uf \leftarrow Uf + \Delta Uf \end{array} \right. \\ \text{return } Uf \end{array} \right.$$

$$MUff := \left| \begin{array}{l} \text{for } m \in 1..\text{rows}(Uff) \\ \quad MU_m \leftarrow |Uff_m| \\ \text{return } MU \end{array} \right. \quad Uff = \begin{pmatrix} 107.968 - 1.519i \\ 107.061 - 1.02i \\ 104.781 - 0.572i \\ 107.327 - 0.556i \\ 107.728 + 6.946i \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad MUff = \begin{pmatrix} 107.979 \\ 107.065 \\ 104.782 \\ 107.328 \\ 107.728 \end{pmatrix}$$

$nv := 1..\text{rows}(\text{stack}(Uff, Un))$

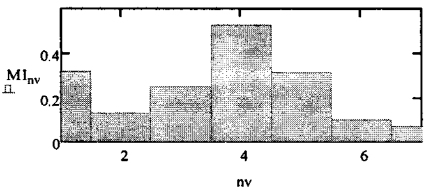


***

$$\Delta U := \frac{(Un - Uff)}{\sqrt{3}} \qquad \Delta Uvt := M^{T} \cdot \Delta U \qquad I := \mathrm{diag}\left(\frac{1}{Z}\right) \cdot \Delta Uvt$$

$$MI := \left| \begin{array}{l} \text{for } m \in 1..\mathrm{rows}(I) \\ \quad MI_{m} \leftarrow \left| I_{m} \right| \\ \text{return } MI \end{array} \right. \qquad I = \begin{pmatrix} 0.247 - 0.195i \\ 0.022 - 0.124i \\ 0.151 - 0.2i \\ 0.287 - 0.439i \\ 0.282 - 0.134i \\ 0.098 + 0.015i \\ 0.064 + 0.024i \end{pmatrix} \qquad MI = \begin{pmatrix} 0.315 \\ 0.126 \\ 0.251 \\ 0.524 \\ 0.312 \\ 0.099 \\ 0.068 \end{pmatrix}$$

$nv := 1..\mathrm{rows}(I)$

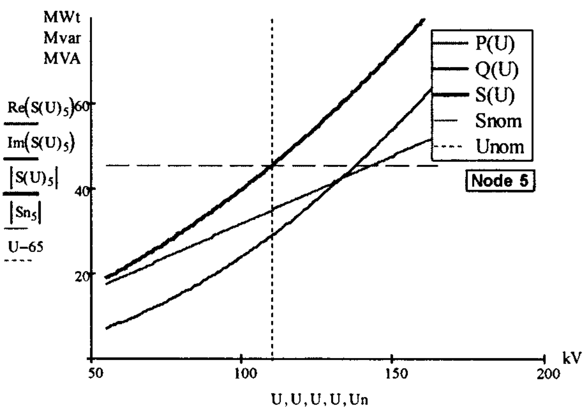


***

$U := 0.5 \cdot Un .. 1.5Un$

$$S(U) := \text{for } m \in 1..\mathrm{rows}(Sn)$$

$$S_{m} \leftarrow \mathrm{Re}\left(Sn_{m}\right) \cdot \left(\frac{U}{Un}\right)^{p_{m}} + i \cdot \mathrm{Im}\left(Sn_{m}\right) \cdot \left(\frac{U}{Un}\right)^{q_{m}}$$



ЛІТЕРАТУРА

1. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики : учебник / Под ред. В. А. Веникова. – М. : Высшая школа, 1981. – 288 с.

2. Перхач В. С. Математичні задачі електроенергетики : навчальний посібник / В. С. Перхач. – Львів : Вид-во при Львів. ун-ті, 1982. – 380 с.

3. Математичне моделювання в електроенергетиці : підручник / Кириленко О. В., Сегеда М. С., Буткевич О. Ф., Мазур Т. А. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 608 с.

4. Бурбело М. Й. Математичні задачі електроенергетики. Математичне моделювання електропостачальних систем. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 185 с.

5. Охорзин В. А. Прикладная математика в системе MATHCAD / В. А. Охорзин. – СПб : Изд-во «Лань», 2008. – 352 с.

6. Рогальський Б. С. Визначення та розподілення втрат електричної енергії між споживачами / Б. С. Рогальський, Л. М. Мельничук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 1. – С. 38–41.

7. Бурбело М. Й. Стимулювання зменшення втрат в електричних мережах : монографія / М. Й. Бурбело, Л. М. Мельничук. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 110 с.

8. Бурбело М. Й. Вибір джерел реактивної потужності за зменшенням втрат потужності, що відносяться на баланс споживачів / М. Й. Бурбело, А. Ж. Войнаровський, М. В. Кузьменко // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2009. – Вип. 4 (7). – С. 14–16.

Навчальне видання

Бурбело Михайло Йосипович
Левицький Сергій Михайлович

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ

Частина 1

Лабораторний практикум

Редактор О. Ткачук

Оригінал-макет підготовлено С. Левицьким

Підписано до друку 09.11.2017 р.
Формат 29,7х42¼ . Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,64. Зам. № 2017-399.
Наклад 50 (1-й запуск 1–20) пр.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 59-85-32, 59-87-38.
press.vntu.edu.ua;
e-mail: kivc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.