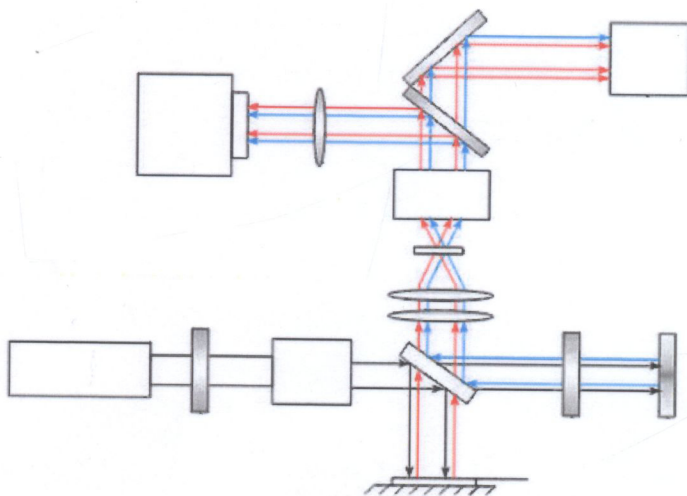


Кожем'яко В. П., Тарновський М. Г.

ПРИКЛАДНА ОПТИКА

Частина 1

Основи теорії оптичних систем



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Кожем'яко В. П., Тарновський М. Г

ПРИКЛАДНА ОПТИКА
Частина 1. Основи теорії оптичних систем

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2017

УДК [535] + [681.785] (075)
ББК [22.34] + [34.942] я73
К58

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 9 від 25.02.2016 р.)

Рецензенти:

Я. В. Бобицький, доктор технічних наук, професор
Л. І. Тимченко, доктор технічних наук, професор
Б. П. Русин, доктор технічних наук, професор

Кожем'яко, В. П.

К 58 Прикладна оптика. Частина 1. Основи теорії оптичних систем : навчальний посібник / В. П. Кожем'яко, М. Г. Тарновський. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 107 с.

У навчальному посібнику розглянуті основні поняття та закони геометричної оптики, викладені основи теорії оптичних систем, необхідні для розуміння принципів побудови оптичних зображень, критеріїв їх якості, принципів роботи оптичних приладів та їх характеристик.

Навчальний посібник розроблений у відповідності до плану кафедри та навчального плану дисципліни «Прикладна оптика».

УДК [535] + [681.785] (075)
ББК [22.34] + [34.942] я73

© ВНТУ, 2017

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ЗАКОНИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ	6
1.1 Геометрична оптика. Основні поняття та визначення	6
Контрольні питання.....	9
1.2 Закони геометричної оптики	9
Контрольні питання.....	12
1.3 Правила знаків для відрізків та кутів	12
Контрольні питання.....	13
1.4 Заломлювальні та відбивальні поверхні	13
1.4.1 Заломлення променів плоскою поверхнею.....	13
1.4.2 Відбивання променів плоскою поверхнею	15
1.4.3 Заломлення променів сферичною поверхнею	16
1.4.4 Відбивання променів сферичною поверхнею	18
Контрольні питання.....	21
2 ІДЕАЛЬНА ОПТИЧНА СИСТЕМА	22
2.1 Оптичні середовища.....	22
Контрольні питання.....	23
2.2 Поняття про ідеальну оптичну систему. Кардинальні елементи оптичної системи	23
Контрольні питання.....	27
2.3 Залежності між положенням і розміром предметів та зображень. Кутове та повздовжнє збільшення.....	27
Контрольні питання.....	31
2.4 Побудова і розрахунок ходу променів через ідеальну оптичну систему.....	31
Контрольні питання.....	34
2.5 Багатокomпонентні оптичні системи. Еквівалентна фокусна відстань	35
Контрольні питання.....	37
2.6 Параксіальна область оптичної системи. Параксіальні і нульові промені.....	37
Контрольні питання.....	42
3 МАТРИЧНА ТЕОРІЯ ПАРАКСІАЛЬНОЇ ОПТИКИ	44
3.1 Перетворення координат променів оптичною системою. Матриця перетворення	44
Контрольні питання.....	50

3.2 Багатокомпонентна оптична система	50
Контрольні питання	54
4 ОБМЕЖЕННЯ ПУЧКІВ ПРОМЕНІВ В ОПТИЧНИХ СИСТЕМАХ	55
4.1 Апертурна діафрагма	55
Контрольні питання	57
4.2 Польова діафрагма	58
Контрольні питання	60
4.3 Він'єтувальна діафрагма	61
Контрольні питання	65
4.4 Оптична система як передавач світлової енергії	65
Контрольні питання	71
5 АБЕРАЦІЇ ОПТИЧНИХ СИСТЕМ	72
5.1 Поняття аберації. Монохроматичні і хроматичні аберації	72
Контрольні питання	75
5.2 Монохроматичні аберації	76
5.2.1 Сферична аберація	76
5.2.2 Кома	77
5.2.3 Астигматизм та кривизна поля	80
5.2.4 Дисторсія	83
Контрольні питання	85
5.3 Хроматичні аберації	85
5.3.1 Хроматизм положення та вторинний спектр	85
5.3.2 Хроматизм збільшення	90
Контрольні питання	92
6 ОКО ЯК ОПТИЧНА СИСТЕМА	93
6.1 Око як оптична система	93
6.1.1 Будова ока	93
6.1.2 Характеристики ока	94
6.1.3 Вимоги до візуальної оптичної системи	97
Контрольні питання	97
6.2 Видиме збільшення і роздільна здатність оптичного приладу спільно з оком	98
Контрольні питання	99
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	100

ВСТУП

Оптичні прилади та пристрої значною мірою визначають науково-технічний прогрес та розвиток різноманітних технологій майже у всіх галузях науки та техніки. Дослідження природних ресурсів, екологія, медицина, важка промисловість, приладобудування, електроніка, прилади зв'язку та телебачення, системи контролю та управління, автоматизація технологічних процесів, астрономія, космонавтика, сільське господарство, харчова промисловість, хімія, поліграфія, будівництво – ось не повний перелік тих галузей, де знаходять застосування оптичні прилади.

Широке застосування різноманітних оптичних приладів та пристроїв поряд з розвитком відповідних галузей, потребує постійного вдосконалення їх характеристик, розширення номенклатури та функціональних можливостей. Спеціалісти, які здатні творчо забезпечити виконання цих завдань, повинні володіти фундаментальними знаннями з дисциплін, що складають основу оптичних спеціальностей. До таких дисциплін, у першу чергу, належить дисципліна «Прикладна оптика», яка є невід'ємною компонентою оптичної освіти. Вивчення матеріалу даної дисципліни важливо не лише для засвоєння базових понять, що активно використовуються в інших спеціальних дисциплінах, а й для отримання уяви про будову та практичне використання основних оптичних пристроїв.

Основою будь-якого оптичного пристрою є оптична система – сукупність оптичних деталей, що забезпечує певне перетворення та формування пучків світлових промінів. Прикладна оптика пояснює дію оптичних систем, методи їх створення та оптимізації, використовуючи досягнення фізики, обчислювальної техніки, оптичної технології. Відомості, які надаються прикладною оптикою про окремі оптичні деталі та їх сукупності, ґрунтовані на законах та основних положеннях фізичної та геометричної оптики.

В навчальному посібнику викладено основні поняття та залежності геометричної оптики, необхідні для обґрунтування принципу дії оптичних систем, надано базові знання для розуміння основ їх побудови, роботи та практичного використання.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ЗАКОНИ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ОПТИКИ

1.1 Геометрична оптика. Основні поняття та визначення

Розділ фізики, що вивчає природу світла, його поширення і взаємодію з речовиною, називається **фізичною оптикою**. Раніше світлом називали той вид випромінювання, який викликав зорове відчуття. В наш час до поняття «світло» відносять також види випромінювань, які не бачить око: рентгеновське, ультрафіолетове та інфрачервоне (тобто випромінювання в діапазоні довжин хвиль від 0,1 нм до 1 мм).

Світло за сучасною теорією являє собою єдність двох процесів: хвильового і квантового. Такі явища, як інтерференція, дифракція і поляризація пояснюються тільки хвильовою природою світла, а фотоелектричний ефект і поглинання – квантовою теорією. Відбивання, заломлення і тиск світла легко пояснюються як хвильовою, так і квантовою теоріями.

Багато оптичних явищ можна розглядати, виходячи з уявлень про світлові промені як напрямки поширення енергії, які є нормаллями до хвильової поверхні. Тобто явищами інтерференції і дифракції можна знехтувати. Розділ оптики, що базується на цьому припущенні, називають **геометричною (променевою) оптикою**. Положення геометричної оптики мають чисто геометричний характер.

Під **світловою точкою** розуміють джерело випромінювання, що не має розмірів. **Світловий промінь** – це лінія, вздовж якої поширюється енергія випромінювання. Світловому променю у фізичній оптиці відповідає нормаль до поверхні світлової хвилі. В геометричній оптиці за допомогою світлових промінів описується поширення електромагнітної хвилі у просторі.

Оптичною довжиною променя називають добуток відстані, яку проходить промінь в однорідному середовищі, на показник заломлення цього середовища. Якщо середовище є неоднорідним, шлях променя можна розбити на нескінченно малі ділянки, на кожній з яких показник заломлення можна вважати постійним. Тоді оптична довжина променя на всьому шляху буде визначатися як криволінійний інтеграл оптичної довжини на нескінченно малій ділянці.

Якщо поверхня хвилі – сфера, то всі нормалі до неї, а отже, і всі промені сходяться в одній точці, а саме у центрі сфери. Пучок, промені якого сходяться в одній точці, називається **гомоцентричним пучком**, тобто пучком, що має загальний центр.

Пучок, промені якого розходяться із загального центра, називається **гомоцентричним пучком, що розходиться** (рис. 1.1 а), якщо ж промені йдуть у напрямку до центра пучка, то пучок називається **гомоцентричним пучком, що сходиться** (рис. 1.1, б).

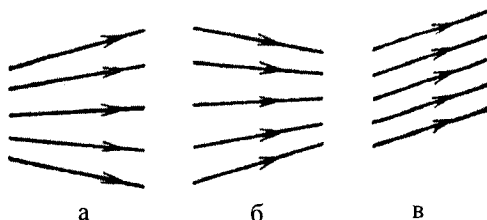


Рисунок 1.1 – Гомоцентричні пучки променів

Якщо точка, в якій сходяться промені гомоцентричного пучка знаходиться в нескінченності, то такий гомоцентричний пучок називається **пучком паралельних променів** (рис. 1.1, в).

Центр гомоцентричного пучка, що входить в оптичну систему, називається **предметною точкою**, а центр гомоцентричного пучка, що вийшов з оптичної системи, називається **зображенням предметної точки**.

Простір, у якому знаходяться точки предметів, називають **простором предметів**. Простір, у якому розташовані зображення точок простору предметів, називають **простором зображень**.

Будь-який предмет і його зображення в геометричній оптиці розглядаються як сукупність предметних точок і їхніх зображень. Тому для того, щоб знайти зображення того або іншого предмета, потрібно знайти зображення його окремих точок. Якщо після проходження через оптичну систему пучки променів зберігають гомоцентричність, то кожній точці предмета відповідає тільки одна точка зображення. Такі дві точки, одна з яких є зображенням іншої, називають **сполученими**.

У геометричній оптиці зображення точки прийнято відмічати тією самою літерою, що і предмет, але зі штрихом. Це відноситься і до інших позначень. Зображення, що утворюється перетином самих променів, називають **дійсним**, а зображення, що утворюється перетином їхніх геометричних продовжень, – **уявним**. Дійсне зображення може бути спроекційоване на екран або фотопластинку. Уявне зображення спроекціювати на екран неможливо, але його можна побачити оком так само, як і дійсне зображення.

Чітке зображення предметної точки буде мати місце тоді, коли усі про-

міні гомоцентричного пучка, що виходять з цієї точки, одночасно досягають точки, яка є її зображенням. Час поширення променів повинен бути не лише однаковим, а й мінімальним, оскільки один із цих променів потрапляє з предметної точки у точку її зображення за найкоротшим шляхом – по прямій, що з'єднує ці дві точки. Якщо на своєму шляху промені проходять через різні однорідні середовища з різкими межами поділу, то для часу поширення будь-якого з променів, що утворюють зображення предметної точки, можна записати:

$$t_{\min} = t_1 + t_2 + \dots + t_i + \dots + t_k = \text{const} . \quad (1.1)$$

де t_i – час поширення променя в i -ому середовищі;
 k – кількість середовищ на шляху променя.

На основі виразу (1.1) можна записати

$$\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \dots + \frac{d_i}{v_i} + \dots + \frac{d_k}{v_k} = \text{const}$$

або

$$\frac{1}{c} \left[d_1 \frac{c}{v_1} + d_2 \frac{c}{v_2} + \dots + d_i \frac{c}{v_i} + \dots + d_k \frac{c}{v_k} \right] = \text{const} . \quad (1.2)$$

де c – швидкість світла у вакуумі;
 v_i – швидкість світла в i -ому середовищі;
 d_i – товщина i -ого середовища.

Враховуючи, що частка c/v є абсолютним показником заломлення середовища, вираз (1.2) переписеться у вигляді:

$$d_1 n_1 + d_2 n_2 + \dots + d_i n_i + \dots + d_k n_k = \text{const}$$

або

$$\sum_{i=1}^k d_i n_i = \text{const} . \quad (1.3)$$

Ліва частина виразу (1.3) є сумарна оптична довжина променя. Отже, виходячи з позицій геометричної оптики, точка предмета буде відобразитися у вигляді точки, якщо оптичні довжини усіх променів, що зв'язують пре-

дметну точку та її зображення, є однаковими та мінімальними. Ця умова називається **принципом Ферма** і є базою основних законів і положень геометричної оптики.

Оптичною системою називається сукупність оптичних деталей (призм, лінз, дзеркал і т. п.), розташованих у певному порядку у відповідно до розрахунку. Оптична система призначається для формування зображення шляхом перерозподілу у просторі енергії електромагнітного поля, що поширюється від предмета. Отже, оптична система призначається для перетворення світлових пучків.

Оптичну систему називають **центрованою**, якщо центри сферичних поверхонь або осі симетрії інших поверхонь лежать на одній прямій, яку називають **оптичною віссю**. Будь-яка площина, що містить оптичну вісь, називається **меридіональною**.

Контрольні питання

1. Які припущення лежать в основі основних положень геометричної оптики?
2. Що таке світлова точка та світловий промінь?
3. Який пучок світлових променів називається гомоцентричним?
4. Чи може гомоцентричний пучок розглядатися як пучок паралельних променів? Якщо так, то за яких умов?
5. Які точки називаються сполученими?
6. За яких умов виходить дійсне зображення, а за яких уявне? Яке з них може бути побачене, а яке отримано на екрані?
7. У чому полягає принцип Ферма?
8. Що називається оптичною системою? Для чого призначається оптична система?

1.2 Закони геометричної оптики

Теорія геометричної оптики основана на використанні таких основних законів.

Закон прямолінійного поширення світла

Світло між двома точками в однорідному та ізотропному середовищі (у середовищі, оптичні властивості якого не залежать від положення точки і від напрямку променя) поширюється по прямій, що з'єднує ці точки.

На основі закону прямолінійного поширення світла пояснюють виник-

нення тіней і напівтіней, явища сонячних і місячних затемнень. Всі найточніші фізичні і астрономічні вимірювання основані на застосуванні цього закону.

Закон відбивання світла

Промінь, що падає, нормаль до поверхні відбивання у точці падіння, і відбитий промінь лежать в одній площині. Кут відбивання за абсолютним значенням дорівнює куту падіння (рис. 1.2).

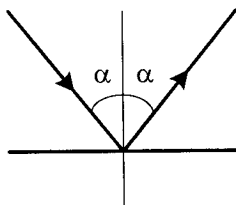


Рисунок 1.2 – Відбивання променя від дзеркальної поверхні

Промені світла при переході з одного прозорого середовища в інше на межі їхнього поділу не тільки частково відбиваються, але й заломлюються.

Закон заломлення світла

Промінь, що падає, нормаль до поверхні розділу двох середовищ у точці падіння, і промінь, що заломлюється, лежать в одній площині (рис. 1.3).

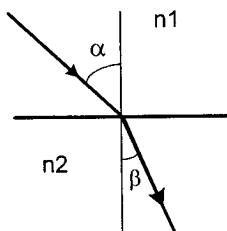


Рисунок 1.3 – Заломлення променя на межі двох середовищ

Добуток показника заломлення середовища на синус кута, утвореного променем з нормаллю, є постійним при переході променя з одного середовища в інше:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta. \quad (1.4)$$

Звідси

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.5)$$

Відношення n_2/n_1 називається **відносним показником заломлення** двох середовищ.

Як випливає з виразу (1.5), відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення не залежить від значення кутів, є постійним для даної пари середовищ і визначається лише їх оптичними властивостями.

Варто зауважити, що закон відбивання може розглядатися як окремий випадок закону заломлення за умови, що $n_2 = -n_1$, тоді $\sin \alpha = -\sin \beta$ або $\alpha = -\beta$. У тих випадках, коли світло поширюється з більш оптично щільного середовища в менш щільне ($n_1 > n_2$) при певних значеннях кутів падіння α може виникнути явище повного внутрішнього відбивання, яке полягає у тому, що пучок не проходить в інше середовище, відбиваючись від межі поділу (рис. 1.4).

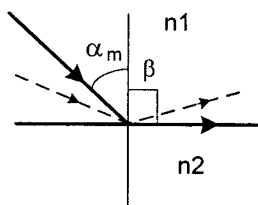


Рисунок 1.4 – Повне внутрішнє відбивання променів

Граничне значення кута падіння α_m , при якому промінь починає ковзати по межі поділу, можна знайти з виразу (1.5), приймаючи, що при куті падіння α_m кут заломлення β буде дорівнювати 90° , а $\sin \beta = 1$:

$$\sin \alpha_m = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.6)$$

При кутах падіння, більших за граничне значення α_m , промінь буде повертатися у перше середовище (пунктирний промінь на рис. 1.4).

Явище повного внутрішнього відбивання широко використовується при створенні різноманітних оптичних деталей, наприклад, відбивних призм, світловодів і т. п.

Закон незалежності поширення світлових пучків

Окремі промені і пучки, які зустрічаються і перетинаються один з одним, не чинять взаємного впливу, тобто кожний промінь поширюється так, ніби інших променів не існує.

У геометричній оптиці вважають, що якщо декілька пучків падають на одну ділянку або сходяться в одній точці, то дії цих пучків додаються. Інтерференцією при цьому нехтують. Явища інтерференції і дифракції необхідно враховувати при аналізі процесу утворення зображення, оскільки це дозволяє пояснити розподіл світлової енергії в колі розсіювання і аналізувати якість зображення.

Закон оберненого поширення світла

Якщо світло, поширюючись з т. А в т. В пройшло по деякій траєкторії, то поширюючись з т. В в т. А воно пройде по тій самій траєкторії.

Контрольні питання

1. Розкрийте зміст закону прямолінійного поширення світла.
2. Розкрийте зміст закону відбивання світла.
3. Розкрийте зміст закону заломлення світла.
4. Що таке відносний показник заломлення?
5. Розкрийте зміст явища повного внутрішнього відбивання світла.
6. Розкрийте зміст закону незалежного поширення світлових пучків.
7. Розкрийте зміст закону оберненого поширення світла.

1.3 Правила знаків для відрізків та кутів

Для отримання можливості здійснення розрахунків за загальними формулами у геометричній оптиці для оцінювання відрізків і кутів прийнято загальні правила знаків.

Відрізки, які відкладаються вздовж оптичної осі вважаються позитивними, якщо їх напрям збігається з напрямом світла, і негативними – якщо є протилежним. За позитивний напрям поширення світла приймають напрям поширення його зліва направо.

Для кожного відрізка вказується напрямок відліку. Радіуси кривизни, відрізки, що характеризують положення предметів і зображень, відраховують від вершин відповідних поверхонь. Так, радіус кривизни поверхні є позитивним, коли цент кривизни поверхні знаходиться праворуч від поверхні, і негативним – якщо ліворуч.

Відрізки, перпендикулярні до оптичної осі, вважають позитивними, якщо вони розташовані над оптичною віссю, і негативними, якщо вони розташовані під нею.

Для визначення знаків кутів вибирають осі, від яких відраховують кути. Так для кутів падіння та заломлення променів на поверхнях заломлення за вісь приймається нормаль до дотичної у точці падіння.

Кут між променем та віссю вважається позитивним, якщо для суміщення осі з променем вісь потрібно повернути навколо вершини кута за годинниковою стрілкою, і негативним – якщо проти.

Контрольні питання

1. Визначте умови, за яких відрізки вважаються позитивними, а за яких – негативними.
2. Визначте умови, за яких кути вважаються позитивними, а за яких – негативними.
3. Від чого відраховують кути падіння, відбивання та заломлення променя?

1.4 Заломлювальні та відбивальні поверхні

Як було зазначено вище, оптична система складається із сукупності оптичних деталей, що певним чином формують пучки світлових променів. Оптичні деталі, що входять до складу оптичної системи, обмежуються плоскими, сферичними та несферичними поверхнями. У свою чергу, ці поверхні можуть бути як заломлювальними, так і відбивальними.

1.4.1 Заломлення променів плоскою поверхнею

Плоскі оптичні поверхні використовуються в плоско-опуклих (опукло-плоских) та плоско-вгнутих (вгнуто-плоских) лінзах, призмах, клинах, плоско-паралельних пластинах. Розглянемо заломлення променя плоскою поверхнею на межі двох середовищ, при умові, що показник заломлення n_1 першого середовища є меншим за показник заломлення n_2 другого (рис. 1.5).

Промінь, що виходить з т. A , яка знаходиться на оптичній осі, падає на плоску оптичну поверхню в т. M , яка знаходиться на висоті h від оптичної осі. Згідно із законом заломлення (1.4):

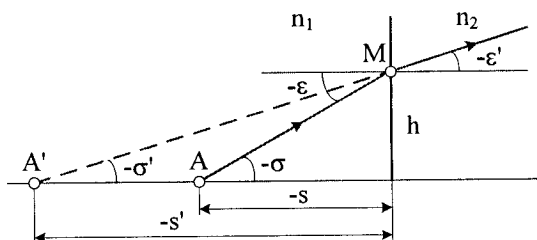


Рисунок 1.5 – Заломлення променя плоскою поверхнею

$$n_1 \cdot \sin(-\varepsilon) = n_2 \cdot \sin(-\varepsilon'). \quad (1.7)$$

Оскільки $-\varepsilon = -\sigma$, $-\varepsilon' = -\sigma'$, а \sin є непарною функцією, вираз (1.7) запишемо так:

$$\sin \sigma' = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \sigma. \quad (1.8)$$

З рис. 1.5 видно, що відрізок s' , який визначає положення т. A' , котра є зображенням т. A , дорівнює:

$$-s' = \frac{h}{\operatorname{tg}(-\sigma')}. \quad (1.9)$$

З іншого боку

$$h = -s \cdot \operatorname{tg}(-\sigma). \quad (1.10)$$

де s – відстань між т. A та заломлювальною поверхнею.

З виразів (1.9) та (1.10), з врахуванням, що tg є непарною функцією, знаходимо, що

$$s' = s \cdot \frac{\operatorname{tg} \sigma}{\operatorname{tg} \sigma'} = s \cdot \frac{\frac{\sin \sigma}{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma}}}{\frac{\sin \sigma'}{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma'}}} = s \cdot \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma'}}{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma}}. \quad (1.11)$$

З врахуванням виразу (1.8), вираз (1.11) запишеться у вигляді:

$$s' = s \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \sigma}}{\sqrt{1 - \sin^2 \sigma}}$$

або

$$s' = s \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \sigma}{n_2^2 - n_2^2 \sin^2 \sigma}} \quad (1.12)$$

Вираз (1.12) дозволяє за заданим положенням т. A знайти положення її зображення – т. A' . З виразу (1.12) витікає, що при заломленні на плоскій поверхні гомоцентричність пучка променів не зберігається, оскільки положення зображення, яке визначається відрізком s' , є нелінійною функцією кута σ . Оскільки $n_1 < n_2$, при збільшенні кута σ знаменник дробу під коренем зменшується суттєвіше, ніж її чисельник. Це означає, що чим більший кут падіння променя на заломлювальну поверхню, тим далі розташовується утворюване ним зображення т. A .

1.4.2 Відбивання променів плоскою поверхнею

Відбивання променя плоскою поверхнею (плоским дзеркалом) ілюструє рис. 1.6. Зображення A' точки A виходить уявним. Воно знаходиться на перетині продовження відбитого променя та нормалі, що проведена до поверхні через т. A (вздовж цієї нормалі поширюється інший падаючий та відбитий промені).

Згідно із законом заломлення кут падіння ε дорівнює куту відбивання ε' . Тому трикутники AOM та $A'OM$ також будуть рівні (за гострим кутом та спільним катетом). З рівності трикутників випливає, що

$$s' = -s.$$

Ця рівність буде забезпечуватися для будь-яких кутів ε падіння променів. Отже плоске дзеркало не порушує гомоцентричності пучків променів, а значить забезпечує отримання ідеального зображення.

Аналогічно можна побудувати зображення $A'B'$ відрізка AB . З рівності трикутників випливає, що $A'B' = AB$, а отже ідеальне зображення, отримуване за допомогою плоского дзеркала, є повністю ідентичним предмету.

При відбиванні від плоского дзеркала промінь змінює напрям свого поширення на кут 2ε (рис. 1.6), де ε – кут падіння променя на відбивальну

поверхню. При повороті плоского дзеркала на кут φ нормаль до його поверхні також повертається на кут φ . У результаті кут падіння променя змінюється на φ . Оскільки кут відбивання дорівнює куту падіння, то кут між падаючим та відбитим променями змінюється на 2φ . Таким чином, поворот плоского дзеркала на кут φ викликає зміну напрямку поширення відбитого від нього променя на кут 2φ .

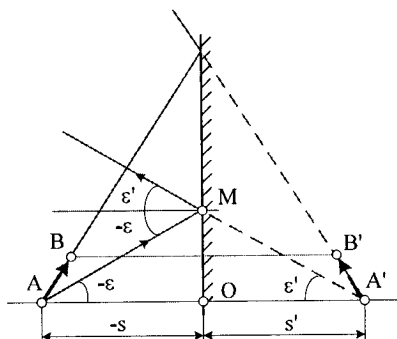


Рисунок 1.6 – Відбивання променя плоскою поверхнею

Зображення, що отримується від одного плоского дзеркала, є дзеркальним. Для того, щоб отримати пряме зображення, потрібно використати ще одне дзеркало. Отже, непарна, у загальному випадку, кількість дзеркал утворює дзеркальне зображення, а парна – пряме.

1.4.3 Заломлення променів сферичною поверхнею

Розглянемо заломлення світлових променів на сферичній поверхні. Нехай промінь із середовища з показником заломлення n_1 потрапляє у середовище з показником заломлення n_2 ($n_2 > n_1$) через т. M на межі середовищ, яка є сферичною поверхнею радіуса r із центром в т. O (рис. 1.7). Кут падіння променя, який відраховується від нормалі до поверхні у т. M , становить ε . Нормаль задається радіусом, проведеним із центра кривизни сферичної поверхні – т. O у т. M .

Кут ε є зовнішнім кутом $\triangle AMO$. Тоді, використовуючи позначення, прийняті на рис. 1.7, для кута ε можна записати:

$$-\varepsilon = -\sigma + \varphi. \quad (1.13)$$

Аналогічно для кута φ , який є зовнішнім кутом $\triangle A'OM$, отримаємо:

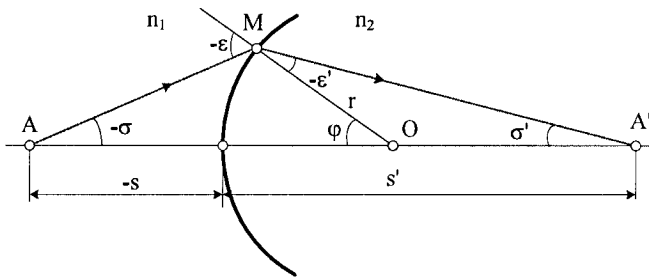


Рисунок 1.7 – Заломлення променя на сферичній поверхні

$$\varphi = -\varepsilon' + \sigma' . \quad (1.14)$$

З виразів (1.13) та (1.14) отримаємо:

$$\sigma' = \sigma - \varepsilon + \varepsilon' . \quad (1.15)$$

З $\triangle AMO$ за теоремою синусів можна записати:

$$\frac{-s + r}{\sin(180 - (-\sigma + \varphi))} = \frac{r}{\sin(-\sigma)}$$

або

$$\frac{-s + r}{\sin(-\sigma + \varphi)} = \frac{r}{\sin(-\sigma)} .$$

Звідки, з врахуванням виразу (1.13) та того, що $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, отримаємо

$$\sin \varepsilon = \frac{r - s}{r} \cdot \sin \sigma . \quad (1.16)$$

З $\triangle A'OM$ за теоремою синусів отримуємо:

$$\frac{s' - r}{\sin(-\varepsilon')} = \frac{r}{\sin \sigma'}$$

або

$$\frac{r - s'}{\sin \varepsilon'} = \frac{r}{\sin \sigma'}$$

Звідси:

$$s' = r \left(1 - \frac{\sin \varepsilon'}{\sin \sigma'} \right). \quad (1.17)$$

За законом заломлення

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n_2}{n_1}$$

або

$$\sin \varepsilon' = \frac{n_1}{n_2} \sin \varepsilon. \quad (1.18)$$

Знаючи положення т. A (відстань s) та кут σ , що задає напрям поширення променя, за виразом (1.16) можна знайти кут ε падіння променя на заломлювальну поверхню. Далі, за законом заломлення (1.18) визначається кут ε' заломлення. За виразом (1.15) знаходиться кут σ' , що визначає новий напрям поширення променя після заломлення. На завершальному етапі за виразом (1.17) визначається відстань s' , яка задає положення т. A' , що є зображенням т. A , утворюваним сферичною заломлювальною поверхнею.

Відрізок s' є нелінійною функцією кута σ , тому зображенням т. A буде певна множина точок на оптичній осі, кожна з яких відповідає певному початковому напрямку поширення променів. У загальному випадку ця множина є нескінченною. Отже, при дії сферичної заломлювальної поверхні гомоцентричність пучка променів порушується.

Якщо промінь поширюється через кілька сферичних заломлювальних поверхонь, їх загальний вплив оцінюють послідовним використанням формул (1.15) – (1.18) для кожної заломлювальної поверхні, так само, як це було описано вище. При цьому береться до уваги, що зображення, отримане після чергової поверхні, є предметом відносно наступної (наприклад, зображення, отримане після першої поверхні, є предметом відносно другої). У результаті застосування кількох сферичних поверхонь можна досягти збереження гомоцентричності вихідного пучка променів.

1.4.4 Відбивання променів сферичною поверхнею

Відбивання променів від сферичної поверхні може відбуватися у двох варіантах, коли сферична поверхня є увігнутою або опуклою. Відбивання променів увігнутою сферичною поверхнею радіуса r та центром у т. S наведено на рис. 1.8. Нехай осьова т. A знаходиться на відстані s від т. O , яка є вершиною сферичної поверхні. Знайдемо зображення т. A – т. A' . Розгляне-

мо хід променя, що поширюється з т. A під кутом σ до осі. Цей промінь падає на сферичну відбивальну поверхню у т. M , що розташована на висоті h . Кут падіння променя, який відраховується від нормалі до поверхні у т. M , становить ε .

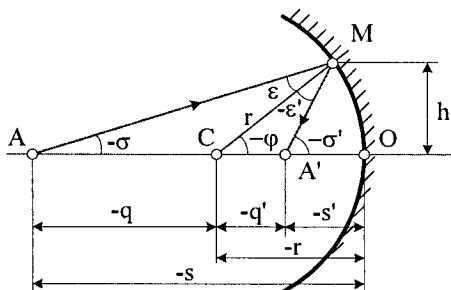


Рисунок 1.8 – Відбивання променя увігнутою сферичною поверхнею

З $\triangle AMC$ за теоремою синусів знаходимо, що:

$$\frac{q}{\sin \varepsilon} = \frac{r}{\sin(-\sigma)}$$

або

$$\frac{q}{\sin \varepsilon} = -\frac{r}{\sin \sigma}.$$

Звідки, з врахуванням того, що $-s = -r - q$, отримаємо

$$\sin \varepsilon = \frac{r-s}{r} \cdot \sin \sigma. \quad (1.19)$$

За законом відбивання $-\varepsilon' = \varepsilon$. Тоді для кута σ' , який є зовнішнім кутом $\triangle AMA'$, маємо:

$$-\sigma' = -\sigma - 2\varepsilon'.$$

або

$$\sigma' = \sigma + 2\varepsilon'. \quad (1.20)$$

За теоремою синусів з $\triangle CMA'$ отримаємо:

$$\frac{-q'}{\sin(-\varepsilon')} = \frac{r}{\sin(180 - \sigma')},$$

або

$$\frac{q'}{\sin \varepsilon'} = \frac{r}{\sin \sigma'}$$

Звідки

$$q' = r \cdot \frac{\sin \varepsilon'}{\sin \sigma'} \quad (1.21)$$

Довжина відрізка s' , який задає положення т. A' – зображення т. A , визначається рівністю:

$$s' = r - q' \quad (1.22)$$

Використовуючи вирази (1.20) та (1.21), формулу (1.22) можна переписати у вигляді:

$$s' = r - r \cdot \frac{\sin \varepsilon'}{\sin(\sigma + 2\varepsilon')}$$

або

$$s' = r \cdot \left(1 + \frac{\sin \varepsilon}{\sin(\sigma - 2\varepsilon)} \right) \quad (1.23)$$

Наведені вирази є правильними і для випадку опуклої сферичної поверхні, відбивання променів від якої у таких самих позначеннях, що й у попередньому випадку, зображено на рис. 1.9.

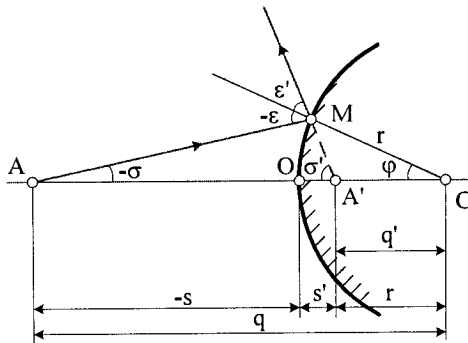


Рисунок 1.9 – Відбивання променя опуклою сферичною поверхнею

Знаючи положення т. A (відстань s) та кут σ , що задає напрям поширення променя, радіус r кривизни відбивальної поверхні, за виразом (1.19) можна знайти кут ε падіння променя на цю поверхню. Підставляючи отриманий ре-

зультат у формулу (1.23), визначають відстань s' , яка задає положення зображення $t. A$.

З формул (1.19) та (1.23) витікає, що відрізок s' є нелінійною функцією кута σ . Тому сферична відбивальна поверхня не зберігає гомоцентричності пучка променів після його відбивання.

Контрольні питання

1. Охарактеризуйте основні особливості заломлення променів плоскою поверхнею.
2. Зобразіть графічно заломлення променів плоскою поверхнею.
3. Охарактеризуйте основні особливості відбивання променів плоскою поверхнею.
4. Зобразіть графічно відбивання променів плоскою поверхнею.
5. Охарактеризуйте основні особливості заломлення променів сферичною поверхнею.
6. Зобразіть графічно заломлення променів сферичною поверхнею.
7. Охарактеризуйте основні особливості відбивання променів сферичною поверхнею.
8. Зобразіть графічно відбивання променів увігнутою сферичною поверхнею.
9. Зобразіть графічно відбивання променів опуклою сферичною поверхнею.

2 ІДЕАЛЬНА ОПТИЧНА СИСТЕМА

2.1 Оптичні середовища

Оптична система складається з сукупності оптичних середовищ, що розділяються оптичними поверхнями. Перетворення світлових пучків в оптичній системі відбувається за рахунок заломлення та відбивання світла поверхнями.

Оптичні середовища – це прозорі однорідні середовища з точно визначеним показником заломлення. Як оптичні середовища в оптичних системах застосовують повітря ($n \approx 1$), оптичне скло ($n \approx 1,42 \div 2,0$), оптичні кристали. Останні працюють у більш широкому оптичному діапазоні, ніж оптичне скло.

Оптичні системи використовуються у широкому діапазоні довжин хвиль (від ультрафіолетових до інфрачервоних), тому важливо знати показники заломлення скла та кристалів для різних довжин хвиль. Залежність показника заломлення від довжини світлової хвилі називається **дисперсією**. Дисперсію оптичних матеріалів описують дисперсійними формулами, які називаються **формулами Зельмейєра**:

$$n^2 = 1 + \sum_{k=1}^{4-5} \frac{b_k}{\lambda^2 - \lambda_k^2}, \quad (2.1)$$

$$n = a_1 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda^4 + a_4 \lambda^{-2} + a_5 \lambda^{-4} + a_6 \lambda^{-6}. \quad (2.2)$$

Усе скло відрізняється одне від одного характером залежності показника заломлення від довжини світлової хвилі. Оптичні матеріали можна описувати або значеннями коефіцієнтів дисперсійної формули, або безпосередньо значеннями показника заломлення для різних довжин хвиль.

Оптичні матеріали можуть працювати тільки у певному діапазоні оптичних хвиль (від λ_1 до λ_2), у межах якого показник заломлення добре описується дисперсійною формулою. Біля меж цього діапазону залежність показника заломлення значно відрізняється від описаного дисперсійною формулою. Він або стрімко зростає, або стрімко спадає. Межові інтервали довжин хвиль називаються **смугами поглинання**. У різного скла ці смуги різні.

У видимій області спектра є стандартні довжини хвиль, які називаються **Фраунгоферовими лініями**: $i - 365$ нм, $h - 404$ нм, $G' - 434$ нм, $g - 436$ нм, $F - 480$ нм, $F - 486$ нм, $e - 546$ нм, $d - 587$ нм, $D - 589$ нм, $C - 643$ нм,

$C - 656 \text{ нм}$, $r - 706 \text{ нм}$, $A' - 768 \text{ нм}$.

Основними характеристиками скла є показник заломлення для основної довжини хвилі n_{λ_0} та загальна дисперсія $n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$, де λ_1 , λ_2 – найбільша та найменша довжини хвиль, які пропускає скло.

Як опорні або основні довжини хвиль для видимої області зараз використовуються: центральна довжина хвилі $\lambda_0 = e$ та крайні довжини хвиль $\lambda_1 = F$, $\lambda_2 = C$.

Оптичне скло характеризується показником заломлення для основної довжини хвилі n_e (або n_D), а також загальною дисперсією $n_F - n_C$ (або $n_F - n_C$).

Ще однією важливою характеристикою є число Аббе або коефіцієнт відносної дисперсії:

$$v_e = \frac{n_e - 1}{n_F - n_C}. \quad (2.3)$$

Чим менше число Аббе, тим більша дисперсія, тобто сильніша залежність показника заломлення від довжини світлової хвилі. За числом Аббе оптичне скло поділяється на дві групи: флінти ($v_e < 60$) та крони ($v_e > 60$).

Комбінація стекол, що належать різним групам, дає можливість створювати високоякісні оптичні системи. Крони та флінти – це основні групи оптичного скла. Їх назви сформувалися в Англії у XVIII столітті, коли вперше було основане промислове виробництво оптичного скла.

Контрольні питання

1. Розкрийте зміст поняття оптичного середовища.
2. Розкрийте зміст основних характеристик оптичного скла.

2.2 Поняття про ідеальну оптичну систему. Кардинальні елементи оптичної системи

Під ідеальною оптичною системою розуміють систему, яка не порушує гомоцентричності широких пучків променів, тобто будь-яку точку простору предметів зображує стигматично.

Теорія ідеальної оптичної системи має чисто геометричний характер. Вона є окремим випадком більш загальної геометричної задачі про перетворення одного простору на інший, що називають **колінеарним перетворенням**. Кожній множині точок одного простору відповідає множина точок в

іншому просторі, який можна назвати зображенням першого. В основі колінеарної відповідності лежать такі положення:

а) кожній точці простору предметів відповідає тільки одна точка в просторі зображень; ці дві точки є сполученими;

б) будь-якій прямій лінії простору предметів відповідає тільки одна сполучена з нею пряма лінія в просторі зображень;

в) будь-якій площині простору предметів відповідає тільки одна сполучена з нею площина в просторі зображень.

У сполучених площинах, що перпендикулярні до оптичної осі, зберігається строга подібність, тобто відношення координат для пари сполучених точок є величина стала.

Виберемо в предметній площині Q , перпендикулярній до осі, предмет у вигляді лінійного відрізка y (рис. 2.1). Зображенням цього предмета буде відповідний відрізок y' .

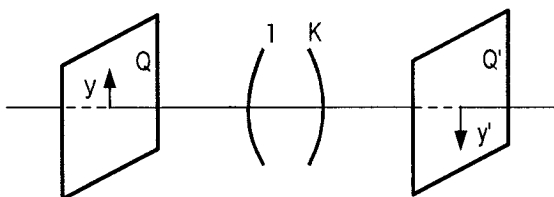


Рисунок 2.1 – Зображення лінійного відрізка у оптичною системою

Відношення розміру зображення до розміру предмета називають **лінійним збільшенням** ідеальної системи:

$$\beta = y' / y. \quad (2.4)$$

Для даної пари сполучених площин Q та Q' , перпендикулярних до оптичної осі, лінійне збільшення є постійним і не залежить від розмірів предмета. Для іншої пари сполучених площин лінійне збільшення буде мати інше значення. Якщо $\beta < 0$, то зображення відносно предмета буде перевернутим, якщо $\beta > 0$ – зображення пряме.

Теорія ідеальної центрованої оптичної системи була розроблена Гауссом, тому її часто називають оптикою Гаусса.

Зобразимо оптичну систему, яка складається з ряду поверхонь, серед яких l і k (рис. 2.2) є першою та останньою. Розглянемо три характерних положення предметної точки та її зображення.

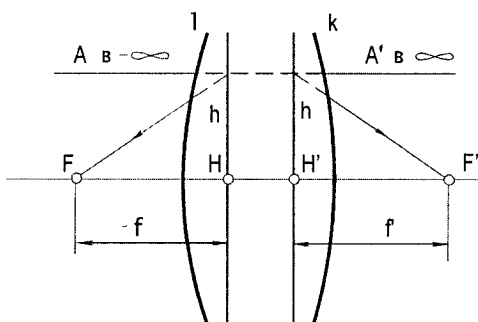


Рисунок 2.2 – Кардинальні точки оптичної системи

Якщо світлова точка A знаходиться на оптичній осі в нескінченності, то її зображення буде у точці F' , яку називають заднім фокусом оптичної системи. Таким чином, **задній фокус** – це зображення нескінченно віддаленої точки, розташованої на оптичній осі системи.

Пучок променів, які виходять із нескінченно віддаленої точки на оптичній осі, приходить в оптичну систему у вигляді пучка, паралельного оптичній осі. Отже, задній фокус має таку властивість, що через нього проходить будь-який промінь, який входить в оптичну систему паралельно оптичній осі.

При переміщенні предметної точки A праворуч, точка A' (рис. 2.2) буде пересуватись також праворуч і віддалятися у нескінченність. У цьому випадку точка A пересунеться в точку F . Точку F на оптичній осі у просторі предметів, зображення якої знаходиться у нескінченності, називають **переднім фокусом** оптичної системи. Будь-який промінь, який входить в оптичну систему через передній фокус, виходить із системи паралельно до її оптичній осі.

Площина, яка проходить через задній фокус і є перпендикулярною до оптичній осі, називається **задньою фокальною площиною** оптичної системи. Ця площина являє собою зображення нескінченно віддаленої площини.

Якщо предметна точка B (рис. 2.3, а), віддалена у нескінченність, знаходиться поза оптичною віссю, то промені, які виходять із цієї точки, утворюють похилий пучок паралельних променів. Цей пучок на виході із оптичної системи збирається у сполученій позаосьовій точці B' , яка знаходиться в задній фокальній площині.

Площина, яка проходить через передній фокус і є перпендикулярною

до оптичної осі, називається **передньою фокальною площиною**. Передня фокальна площина сполучена з безмежно віддаленою площиною простору зображень.

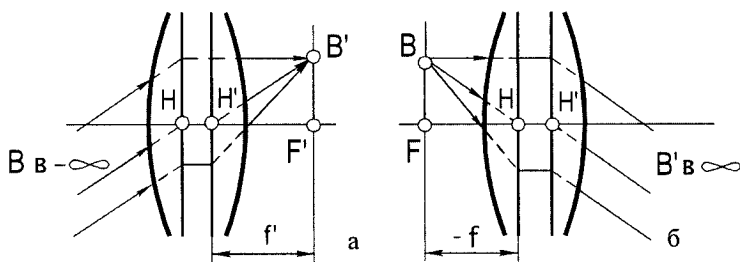


Рисунок 2.3 – Схема для визначення властивостей фокальних площин

Пучок променів, який виходить з будь-якої точки B , що знаходиться в передній фокальній площині (окрім переднього фокуса), виходить із системи похилим пучком паралельних променів (рис. 2.3, б).

Виберемо пару перпендикулярних до оптичної осі сполучених площин, в яких лінійне збільшення дорівнює одиниці (див. рис. 2.2). Ці площини називають **передньою і задньою головними площинами**. Задній головній площині належать точки перетину променів, що поширюються у просторі предметів паралельно оптичній осі, та відповідних їм променів у просторі зображень. Передній головній площині належать точки перетину променів, що поширюються у просторі зображень у зворотному напрямі паралельно оптичній осі, та відповідних їм променів у просторі предметів.

Точки перетину головних площин з оптичною віссю називають **передньою H і задньою H' головними точками**. Оскільки лінійне збільшення в головних площинах дорівнює $+1$, то будь-який відрізок однієї площини зображується рівним і однаково розташованим відрізком у іншій площині. Звідси виходить, що вхідний та вихідний промені перетинають відповідні головні площини на однакових висотах h .

Відстань HF від передньої головної точки H до переднього фокуса F є **передньою фокусною відстанню** оптичної системи, а відстань $H'F'$ від задньої головної точки H' до заднього фокуса F' – **задньою фокусною відстанню**. Фокусні відстані позначають відповідно f та f' . Їх відраховують від головних точок.

Якщо оптична система знаходиться в однорідному середовищі, наприклад у повітрі ($n=n'=1$), то $f' = -f$, тобто задні і передні фокусні відстані рівні

за абсолютним значенням. У загальному випадку при $n' \neq n$

$$-f/f' = n/n'. \quad (2.5)$$

Оскільки $n > 0$ і $n' > 0$, то фокусні відстані оптичної системи завжди мають різні знаки. Як правило, для характеристики оптичної системи використовують задню фокусну відстань, тому, якщо $f' > 0$, то система вважається додатною, якщо $f' < 0$, то від'ємною. У від'ємних системах задній фокус знаходиться перед оптичною системою.

Фокуси, фокальні площини, головні площини, головні точки і фокусні відстані називають **кардинальними елементами оптичної системи**.

Контрольні питання

1. Розкрийте зміст поняття ідеальної оптичної системи та основних принципів, які покладені в його основу.
2. Розкрийте зміст лінійного збільшення.
3. Охарактеризуйте кардинальні елементи оптичної системи.
4. Чи є зв'язок між фокусними відстанями оптичної системи та характеристиками середовища, в якому вона знаходиться? Якщо є, то який?

2.3 Залежності між положенням і розміром предметів та зображень. Кутове та повздовжнє збільшення

Використовуючи кардинальні елементи оптичної системи, знайдемо зображення відрізка АВ, перпендикулярного до оптичної осі системи (рис. 2.8). Для цього побудуємо хід двох променів, які виходять з позаосьової точки В предмета. Один промінь проводимо паралельно оптичній осі, а другий - через передній фокус F. На перетині цих променів у просторі зображень буде знаходитись зображення В' предметної точки В.

Із подібності трикутників виходить, що

$$-y'/y = -f/z = z'/f'.$$

Звідси отримаємо формулу Ньютона:

$$zz' = ff'. \quad (2.6)$$

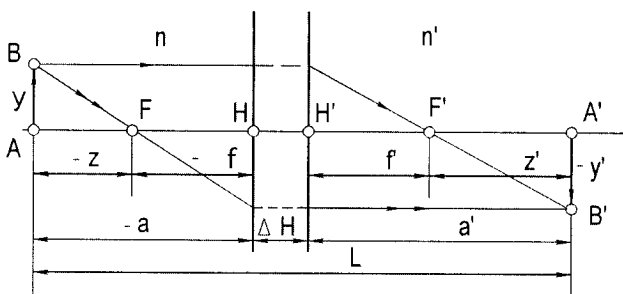


Рисунок 2.4 – Графічне визначення положення і розміру зображення

Виражаючи відрізки z та z' через відрізки a та a' , які визначають положення предмета і зображення відносно головних площин, і підставляючи ці дані у вираз (2.6), приходимо до **формули Гаусса**:

$$f'/a' + f/a = 1. \quad (2.7)$$

Формули Ньютона і Гаусса є основними рівняннями оптичної системи. Лінійне збільшення β може бути виражено через відрізки z , z' , f та f' :

$$\beta = -y'/y = -f/z = -z'/f'. \quad (2.8)$$

Якщо у формулі (2.8) z і z' замінити на $a - f$ та $a' - f'$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \beta &= -f/z = -f/(a - f), \\ \beta &= -z'/f' = -(a' - f')/f'. \end{aligned}$$

Звідси

$$\begin{aligned} a &= \frac{\beta - 1}{\beta} f, \\ a' &= (1 - \beta) f' \end{aligned}$$

Поділивши один вираз на інший, отримаємо:

$$\frac{a}{a'} = -\frac{f}{\beta f'}$$

Звідки

$$\beta = -\frac{f \cdot a'}{f' \cdot a} \quad (2.9)$$

Формули (2.6) – (2.9) при відомому положенні предмета (відрізок z або a) та заданому розмірі предмета, дозволяють знайти положення зображення (відрізок z' або a') та його розмір.

Кутовим збільшенням γ оптичної системи називають відношення тангенсів кутів, утворених сполученими променями з оптичною віссю:

$$\gamma = \operatorname{tg} \sigma' / \operatorname{tg} \sigma. \quad (2.10)$$

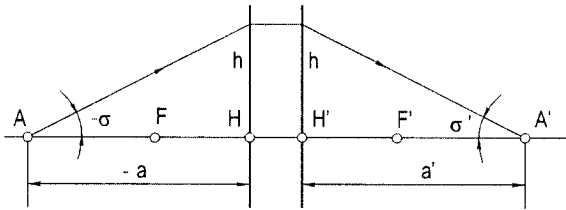


Рисунок 2.5 – Схема для визначення кутового збільшення

Як видно з рис. 2.5 $\operatorname{tg} \sigma = h/a$, а $\operatorname{tg} \sigma' = h/a'$, тому

$$\gamma = a/a' \quad (2.11)$$

або, з врахуванням виразу (2.9),

$$\gamma = -\frac{f}{f' \beta}. \quad (2.12)$$

Формула (2.12) встановлює зв'язок між кутовим і лінійним збільшеннями.

Точки предмета і зображення, які лежать на оптичній осі і для яких $\gamma = +1$, називають **вузловими точками** оптичної системи. З формули (2.9) видно, що кутові точки збігаються з головними ($\beta = +1$) в тому випадку, якщо оптична система знаходиться в однорідному середовищі ($f = -f'$). В цьому випадку сполучені промені, які проходять через головні точки H і H', паралельні один одному (рис. 2.6).

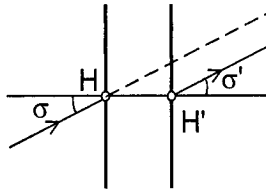


Рисунок 2.6 – Проходження променя через вузлові точки

Поздовжнім збільшенням α оптичної системи називають відношення розміру зображення нескінченно маленького відрізка, розташованого вздовж оптичної осі, до розміру цього відрізка (рис. 2.7):

$$\alpha = dz' / dz \quad (2.13)$$

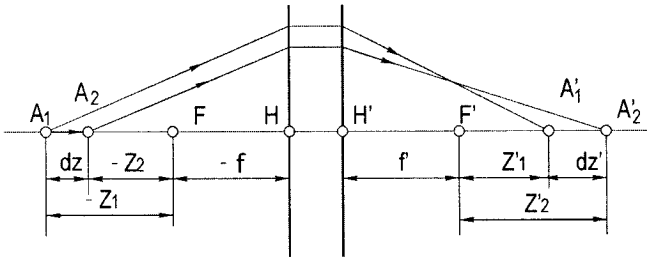


Рисунок 2.7 – Схема для визначення поздовжнього збільшення

Диференціюючи формулу Ньютона (2.6) за z і z' , отримаємо

$$z \cdot dz' + z' \cdot dz = 0.$$

Після множення і ділення знайденого виразу на ff' та заміни відношень z'/f' і f/z на β (вираз (2.8)) знаходимо, що

$$\alpha = -(f' / f)\beta^2. \quad (2.14)$$

На основі виразів (2.12) і (2.14) можна записати:

$$\gamma\alpha = \beta. \quad (2.15)$$

Рівняння (2.15) встановлює зв'язок між трьома збільшеннями β , γ та α .

Контрольні питання

1. Чи існує зв'язок між положеннями предмета та його зображення? Чи залежить розташування зображення від оптичних характеристик оптичної системи? Якщо так, то від яких?
2. Відомо розташування предмета відносно переднього фокуса оптичної системи. Чи можна знайти положення зображення цього предмета і, якщо так, то за яких умов та за якою формулою?
3. Відомо розташування предмета відносно передньої головної площини оптичної системи. Чи можна знайти положення зображення цього предмета і, якщо так, то за яких умов та за якою формулою?
4. Чи залежить лінійне збільшення оптичної системи від її оптичних характеристик та розташування предмета? Якщо так, то як?
5. Охарактеризуйте поняття кутового збільшення оптичної системи.
6. Охарактеризуйте поняття повздовжнього збільшення оптичної системи.
7. Чи існує зв'язок між лінійним, кутовим та повздовжнім збільшеннями? Якщо так, то який?
8. Що таке вузлові точки? Яким чином пов'язані між собою промені, що проходять через вузлові точки?

2.4 Побудова і розрахунок ходу променів через ідеальну оптичну систему

Знаходження ходу променя через оптичну систему може бути здійснено графічним або аналітичним способом.

Графічний розв'язок є більш наочним і здійснюється за допомогою побудови ходу допоміжного променя. Як допоміжний вибирається один з трьох променів, хід яких є відомий – промінь, що поширюється паралельно оптичній осі, промінь, що проходить через передній фокус, або промінь, що проходить через головні точки. Допоміжний промінь проводять так, щоб він або перетинався із заданим променем у передній фокальній площині, або був паралельний йому. У першому випадку заданий промінь після оптичної системи повинен поширюватися паралельно допоміжному, а у другому – перетинатися із допоміжним в одній точці у задній фокальній площині.

Чотири способи побудови ходу променів через додатну і від'ємну оптичні системи, які основані на цих принципах, наведені на рис. 2.8. Хід заданого променя зображений чорним кольором, а допоміжного – червоним. То-

чки, загальні для заданого і допоміжного променів в передній фокальній площині, умовно позначені літерою C , а точки, загальні для тих самих променів в задній фокальній площині, позначені відповідно через C' .

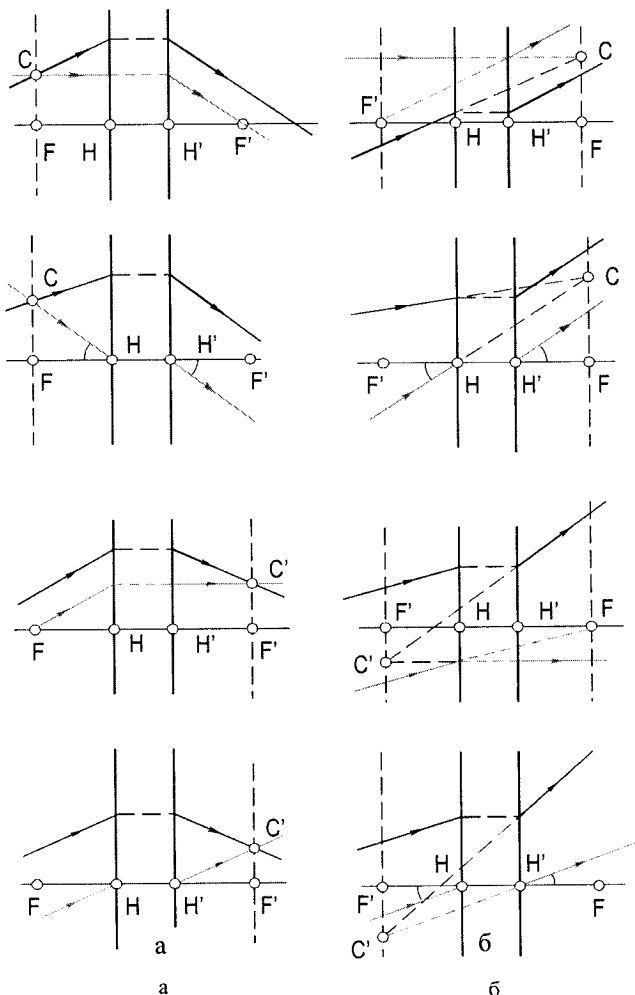


Рисунок 2.8 – Чотири способи побудови ходу променів через оптичну систему: а – додатну; б – від’ємну

Промені, які виходять з точки C , після проходження системи поширюються паралельно один одному. Промені, які були паралельні перед оптичною системою, після проходження системи сходяться в точку C' .

ною системою, після проходження через неї перетинаються в точці C' . Для тонкої системи (головні площини збігаються), побудови стають простішими.

У першому випадку допоміжний промінь проводиться паралельно оптичній осі через точку перетину заданого променя з передньою фокальною площиною. Допоміжний промінь після оптичної системи повинен пройти через задній фокус. Заданий промінь проводиться паралельно допоміжному.

У першому випадку допоміжний промінь проводиться паралельно оптичній осі через точку C перетину заданого променя з передньою фокальною площиною. Допоміжний промінь після оптичної системи повинен пройти через задній фокус. Заданий промінь проводиться паралельно допоміжному.

У другому випадку допоміжний промінь проводиться через передню головну точку та точку C перетину заданого променя з передньою фокальною площиною. Після оптичної системи допоміжний промінь пройде через задню головну точку під тим самим кутом до оптичної осі. Заданий промінь проводиться паралельно допоміжному.

У третьому випадку допоміжний промінь проводиться через передній фокус оптичної системи паралельно заданому. Після оптичної системи допоміжний промінь поширюється паралельно оптичній осі. Заданий промінь повинен пройти через точку C' перетину допоміжного променя із задньою фокальною площиною.

У четвертому випадку допоміжний промінь проводиться через передню головну точку паралельно заданому. Після оптичної системи допоміжний промінь пройде через задню головну точку під тим самим кутом до оптичної осі. Заданий промінь повинен пройти через точку C' перетину допоміжного променя із задньою фокальною площиною.

Часто оптичні системи складаються із великої кількості окремих компонентів, які віддалені один від одного на значні відстані. У цьому випадку зручніше застосовувати аналітичний спосіб. Наприклад, в центрованих оптичних системах положення зображення предмета, перпендикулярного до оптичної осі, можна визначити шляхом розрахунку променя, який проходить через осьову точку A цього предмета. Положення променя, який виходить із точки A і який падає на висоті h на оптичну систему (рис. 2.9), визначається кутом σ з оптичною віссю. Знайдемо кут σ' .

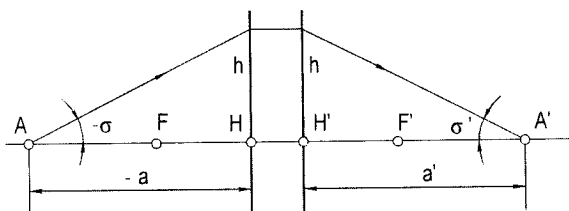


Рисунок 2.9 – Схема для знаходження напрямку поширення променя

Відповідно до рис. 2.9 маємо

$$a = h/\operatorname{tg} \sigma \quad \text{і} \quad a' = h/\operatorname{tg} \sigma'.$$

Підставивши a і a' в формулу Гауса (2.7), після перетворення маємо:

$$\operatorname{tg} \sigma' = (-f/f') \operatorname{tg} \sigma + h \Phi/n', \quad (2.16)$$

де $\Phi = n'/f'$ – оптична сила системи

Формула (2.16) називається **формулою кутів**. В загальному вигляді для системи із кількох компонентів вона має такий вигляд:

$$\operatorname{tg} \sigma_{k+1} = (-f_k/f'_k) \operatorname{tg} \sigma_k + h_k \Phi_k/n_{k+1}. \quad (2.17)$$

Якщо оптична система знаходиться в повітрі, то з (2.17) виходить, що

$$\operatorname{tg} \sigma_{k+1} = \operatorname{tg} \sigma_k + h_k \Phi_k.$$

Висоти h падіння променів на компоненти залежать від кутів, а також від відстані між цими компонентами:

$$h_{k+1} = h_k - L_k \operatorname{tg} \sigma_{k+1}. \quad (2.18)$$

Рівняння (2.18) називають **формулою висот**.

Послідовно застосовуючи формули кутів і висот, можна розрахувати хід променя через ідеальну оптичну систему будь-якої складності.

Контрольні питання

1. Який промінь вибирається як допоміжний при графічному способі

знаходження ходу променя через оптичну систему?

2. Як допоміжний промінь вибраний такий, що проходить через передній фокус оптичної системи. Як у цьому випадку вибирається напрям його поширення – так, щоб він проходив паралельно даному, чи так, щоб він проходив через точку перетину даного з передньою фокальною площиною?
3. Напрямок поширення допоміжного променя вибраний так, що він є паралельним даному. Яким чином будуть поширюватися даний та допоміжний промені після проходження оптичної системи?
4. Напрямок поширення допоміжного променя вибраний так, що він перетинається з даним у передній фокальній площині оптичної системи. Яким чином будуть поширюватися даний та допоміжний промені після проходження оптичної системи?
5. Як аналітично знайти напрям поширення променя після проходження оптичного компонента, якщо відомі фокусна відстань оптичного компонента та напрям поширення променя перед ним? Чи усі вхідні дані є заданими? Напрямок поширення променя визначається кутом, який утворюється променем з оптичною віссю.
6. Що визначають за формулою кутів, а що за формулою висот?
7. Відомі фокусні відстані компонентів оптичної системи та висота падіння променя на перший компонент оптичної системи. У якій послідовності використовуються формули кутів та висот для знаходження ходу променя через оптичну систему?

2.5 Багатокомпонентні оптичні системи. Еквівалентна фокусна відстань

З використанням формул кутів та висот можна знайти фокусні відстані та положення головних площин оптичної системи, яка є еквівалентною будь-якій багатокомпонентній системі.

У практиці розрахунку оптичних систем велику роль відіграють двоконпонентні оптичні системи. Розглянемо дію такої системи за умови, що фокусні відстані компонентів і їх взаємне розташування відомі.

Визначити положення фокальних і головних площин оптичної системи, що за своєю дією є еквівалентною будь-якому числу заданих компонентів, можна шляхом розрахунку ходу променя, паралельного оптичній осі, у прямому та зворотному ході (рис. 2.10).

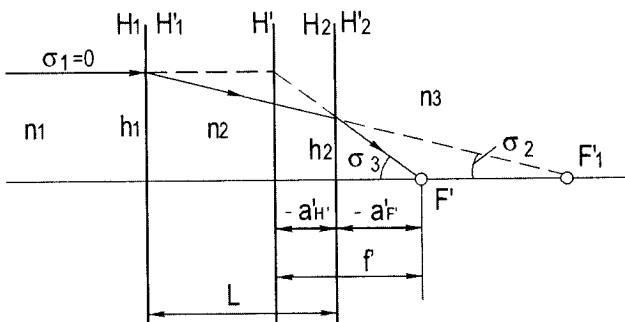


Рисунок 2.10 – Система з двох компонентів

Послідовно застосовуючи формули кутів та висот для двокомпонентної системи, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \sigma_1 &= 0; \\
 \operatorname{tg} \sigma_2 &= \operatorname{tg} \sigma_1 + h_1 \frac{\Phi_1}{n_2} = h_1 \frac{\Phi_1}{n_2}; \\
 h_2 &= h_1 - L \cdot \operatorname{tg} \sigma_2 = h_1 \left[1 - L \frac{\Phi_1}{n_2} \right]; \\
 \operatorname{tg} \sigma_3 &= \operatorname{tg} \sigma_2 + h_2 \frac{\Phi_2}{n_3} = h_1 \left[\frac{\Phi_1}{n_3} + \left(1 - \frac{\Phi_1}{n_2} L \right) \frac{\Phi_2}{n_3} \right].
 \end{aligned}$$

Еквівалентна фокусна відстань оптичної системи (рис. 2.10):

$$f' = h_1 / \operatorname{tg} \sigma_3.$$

Тоді

$$\frac{n_3}{f'} = \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - L \frac{\Phi_1 \Phi_2}{n_2}.$$

Відстань від другого компонента до еквівалентного заднього фокуса системи становить $a'_{F'} = h_2 / \operatorname{tg} \sigma_3$ або

$$a'_{F'} = f' [1 - (\Phi_1 / n_2) L],$$

а відстань від цього компонента до задньої головної площини еквівалентної системи

$$a'_{H'} = a'_{F'} - f'.$$

З розрахунку ходу променя у зворотному ході, тобто справа наліво, аналогічно отримаємо:

$$\begin{cases} -\frac{n_1}{f} = \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - L \frac{\Phi_1 \Phi_2}{n_2}, \\ a_F = f \left[1 - L \frac{\Phi_2}{n_2} \right], \\ a_H = a_F - f. \end{cases}$$

Знайти параметри еквівалентної системи можна графічно шляхом побудови ходу променя, паралельного оптичній осі, у прямому й зворотному напрямках.

Контрольні питання

1. Яким чином може бути визначена еквівалентна фокусна відстань багатокомпонентної оптичної системи?
2. Чому для визначення еквівалентної фокусної відстані багатокомпонентної оптичної системи розраховується хід променя, який перед оптичною системою поширюється паралельно оптичній осі?
3. Як визначається положення головних площин еквівалентної системи?

2.6 Параксіальна область оптичної системи. Параксіальні і нульові промені

Реальні оптичні системи, що складаються зі сферичних і плоских заломлювальних і відбивальних поверхонь, у загальному випадку не дають стигматичних зображень, тобто не задовольняють положення ідеальної оптичної системи. Замість точкових зображень утворюються кола розсіювання. Гомоцентричність пучків променів зберігається тільки за умови, що кути σ та ε , утворені реальними променями з оптичною віссю та нормальними до заломлювальних і відбивальних поверхонь, нескінченно малі.

Промені, що утворюють малі кути σ і σ' оптичною віссю та малі кути ε і ε' з нормаллю до заломлювальної поверхні, називають **параксіальними променями**, а область навколо оптичної осі, всередині якої поширюються ці промені, – **параксіальною областю**.

Розглянемо заломлення параксіальних променів сферичною поверхнею (рис. 2.11).

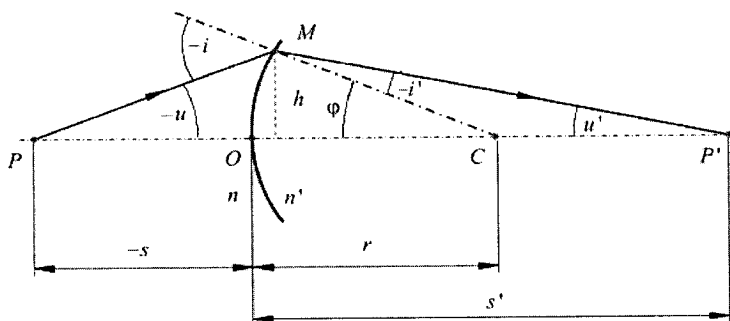


Рисунок 2.11 – Заломлення параксіальних променів сферичною поверхнею

Для нескінченно малих кутів синуси та тангенс кутів можуть бути замінені самими кутами, тобто якщо $\alpha \rightarrow 0$, то $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$. Тоді закон заломлення (1.4) для параксіальних променів запишеться у вигляді:

$$n \cdot i = n' \cdot i'. \quad (2.19)$$

Оскільки кути i та φ є зовнішніми кутами трикутників PMS та $P'MS$, то:

$$-i = -u + \varphi, \quad (2.20)$$

а

$$\varphi = -i' + u'. \quad (2.21)$$

З рис. 2.11 видно, що

$$-u \approx \sin(-u) = \frac{h}{-s},$$

$$u' \approx \sin u' = \frac{h}{s'},$$

$$\varphi \approx \sin \varphi = \frac{h}{r}.$$

З врахуванням записаних співвідношень, вирази (2.20) та (2.21) запишуться у вигляді:

$$-i = \frac{h}{-s} + \frac{h}{r},$$

$$-i' = \frac{h}{r} - \frac{h}{s'}$$

Підставляючи отримані вирази у закон заломлення для параксіальних променів (2.19) та скоротивши на h , отримаємо:

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s'}\right). \quad (2.22)$$

Отриманий вираз називається нульовим інваріантом Аббе.

У вираз (2.22) не входять кути, тому будь-який параксіальний промінь, що вийшов з осової точки P , після заломлення на сферичні поверхні буде перетинати оптичну вісь у точці P' .

Нульовий інваріант Аббе зручно записати у вигляді:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}. \quad (2.23)$$

Якщо $r \rightarrow \infty$, то сферична поверхня перетворюється у плоску. Тоді на основі виразу (2.23) для заломлення параксіальних променів на плоскій поверхні можна записати:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0. \quad (2.24)$$

При відбиванні промінь повертається у те саме середовище, тому $n' = n$. Враховуючи це та те, що при відбиванні s та s' будуть мати однакові знаки, на основі виразів (2.23) та (2.24) запишемо вирази для відбивання параксіальних променів на сферичній та плоскій поверхні:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}, \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = 0. \quad (2.26)$$

Співвідношення (2.23)÷(2.26) називають **рівняннями параксіальних променів**. Використовуючи їх, можна розрахувати хід параксіальних променів через послідовність оптичних поверхонь.

З виразу (2.23) можна знайти фокусну відстань для сферичної заломлю-

вальної поверхні. Справді, якщо $s \rightarrow \infty$, то $s' \rightarrow f'$. Тоді з виразу (2.23) для оптичної сили сферичної заломлювальної поверхні маємо:

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r}. \quad (2.27)$$

При розрахунках ходу параксіальних променів через велику кількість оптичних поверхонь замість виразів (2.23)÷(2.26) зручніше користуватися формулами кутів та висот. З врахуванням виразу (2.27) та того, що кути, які утворюються параксіальними променями з оптичною віссю, прийнято позначати через α , формули кутів (2.17) та висот (2.18) для параксіальних променів набудуть вигляду:

$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} \cdot r_k} \cdot h_k, \quad (2.28)$$

$$h_{k+1} = h_k - L_k \cdot \alpha_{k+1}. \quad (2.29)$$

З виразу (2.28) можна отримати формулу для радіуса кривизни сферичної поверхні при необхідному ході променя:

$$r_k = \frac{n_{k+1} - n_k}{\alpha_{k+1} \cdot n_{k+1} - \alpha_k \cdot n_k} \cdot h_k.$$

Для зручності виконання розрахунків вводиться поняття нульових променів. **Нульовим променем** називають фіктивний промінь, що заломлюється (відбивається) на поверхнях так само, як і параксіальний, але утворює кінцеві кути з оптичною віссю та нормальми до заломлювальних поверхонь.

Шляхом розрахунку за виразами (2.28) та (2.29) ходу нульового променя через оптичну систему визначають фокусні відстані і фокальні відрізки, а також положення зображення та лінійне збільшення системи для випадку, коли предмет знаходиться на скінченній відстані.

Розглянемо використання формул (2.28) та (2.29) для знаходження фокусної відстані сферичної лінзи (рис. 2.12) при умові, що показник заломлення середовища перед лінзою – n_1 , матеріалу лінзи – n_2 та середовища після лінзи – n_3 . Через задній фокус лінзи проходять промені, які перед лінзою поширюються паралельно оптичній осі, тобто які утворюють нульовий кут з оптичною віссю.

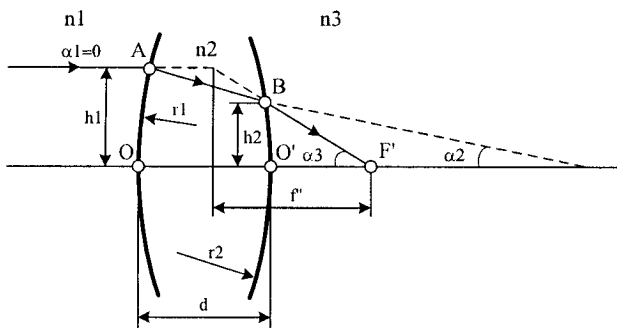


Рисунок 2.12 – Схема для знаходження фокусної відстані сферичної лінзи

Послідовно використовуючи вирази (2.28) та (2.29) з врахуванням того, що $\alpha_1 = 0$, отримуємо:

$$\alpha_2 = h_1 \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2 \cdot r_1};$$

$$h_2 = h_1 - d \cdot \alpha_2 = h_1 \cdot \left[1 - d \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2 \cdot r_1} \right];$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2}{n_3} \alpha_2 + \frac{n_3 - n_2}{n_3 \cdot r_2} \cdot h_2 = \frac{n_2}{n_3} \cdot h_1 \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2 \cdot r_1} + \frac{n_3 - n_2}{n_3 \cdot r_2} \cdot h_1 \cdot \left[1 - d \cdot \frac{n_2 - n_1}{n_2 \cdot r_1} \right].$$

При знаходженні висоти h_2 падіння променя на другу заломлювальну поверхню було прийнято, що, оскільки параксіальний промінь поширюється на малій відстані від оптичної осі, відстань вздовж оптичної осі між точками А та В дорівнює відстані між точками О та О' і дорівнює товщині лінзи по осі d .

Остаточно для кута α_3 , який утворюється вихідним променем з оптичною віссю, будемо мати:

$$\alpha_3 = h_1 \left[\frac{1}{n_3} \cdot \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} \right) - \frac{(n_2 - n_1) \cdot (n_3 - n_2)}{n_2 \cdot n_3 \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d \right]. \quad (2.30)$$

З іншого боку (рис. 2.12)

$$\alpha_3 \approx \text{tg} \alpha_3 = \frac{h_1}{f'}. \quad (2.31)$$

З виразів (2.30) та (2.31) для задньої фокусної відстані f' отримаємо:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{n_3} \cdot \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} \right) - \frac{(n_2 - n_1) \cdot (n_3 - n_2)}{n_2 \cdot n_3 \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d. \quad (2.32)$$

Аналогічно, розглядаючи хід променя, паралельного оптичній осі, у зворотному напрямі, для передньої фокусної відстані будемо мати:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{n_1} \cdot \left(\frac{n_1 - n_2}{r_1} + \frac{n_2 - n_3}{r_2} \right) - \frac{(n_1 - n_2) \cdot (n_2 - n_3)}{n_1 \cdot n_2 \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d. \quad (2.33)$$

Якщо лінза знаходиться у повітрі, то $n_1 = n_3 = 1$. Приймаючи показник заломлення матеріалу лінзи $n_2 = n$, вирази для фокусних відстаней набудуть вигляду:

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n-1}{r_1} + \frac{1-n}{r_2} \right) - \frac{(n-1) \cdot (1-n)}{n \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d,$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1-n}{r_1} + \frac{n-1}{r_2} \right) - \frac{(1-n) \cdot (n-1)}{n \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d$$

або

$$\frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n \cdot r_1 \cdot r_2} \cdot d. \quad (2.34)$$

На завершення зазначимо, що у параксіальній області для реальних центрованих оптичних систем справедливі усі формули і положення ідеальної оптичної системи.

Контрольні питання

1. Чи може реальна оптична система давати ідеальне зображення, тобто не порушувати гомоцентричності пучків променів? Якщо так, то за яких умов?
2. Які промені називаються параксіальними? Що називається параксіальною областю оптичної системи?
3. Чим можна пояснити, що промені, які падають під різними кутами на сферичну заломлювальну поверхню, після заломлення на ній перетинаються в різних точках?
4. Чому параксіальні промені після заломлення на сферичній поверхні

перетинаються в одній точці?

5. Що дозволяє знайти нульовий інваріант Аббе? Як, використовуючи нульовий інваріант Аббе, знайти фокусну відстань сферичної заломлювальної поверхні?
6. Яким чином може бути знайдений радіус кривизни сферичної заломлювальної поверхні для забезпечення необхідного ходу променя?
7. Який промінь називається нульовим?
8. Яким чином можуть бути визначені фокусні відстані сферичної лінзи, якщо відомі її конструктивні параметри? До конструктивних параметрів лінзи належать радіуси кривизни заломлювальних поверхонь, показник заломлення матеріалу лінзи, товщина лінзи по осі.
9. Охарактеризуйте передню та задню фокусні відстані сферичної лінзи, розташованої у повітрі та на поверхні води (у воду занурена тільки перша заломлювальна поверхня).

3 МАТРИЧНА ТЕОРІЯ ПАРАКСІАЛЬНОЇ ОПТИКИ

3.1 Перетворення координат променів оптичною системою. Матриця перетворення

Основна дія оптичної системи полягає у зміні ходу променів, що описується перетвореннями двох параметрів – лінійної і кутової координат променя. Ці перетворення найбільш зручно описувати за допомогою апарату матричної оптики. Матриця перетворення повністю описує поширення променів через оптичну систему.

Параметри променя у просторах предметів та зображень можуть бути поставлені тільки в тому випадку, якщо вибрані опорні площини (ОП). **Опорна площина** – це деяка довільно обрана площина, перпендикулярна до оптичної осі. Опорні площини в просторі предметів і зображень вибираються з міркувань зручності і можуть бути або сполученими, або ні.

На рис. 3.1 показані лінійна y та кутова α координати променя.

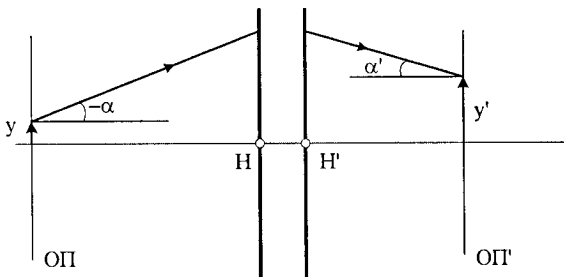


Рисунок 3.1 – Координати променя

Замість кута α часто використовують напрямний косинус Y оптичного променевого вектора:

$$Y = n \cdot \cos \beta = -n \cdot \sin \alpha. \quad (3.1)$$

де β – кут між променем та віссю OY .

З врахуванням того, що розглядуваний промінь є параксіальним, вираз (3.1) можна записати у вигляді:

$$Y = -n \cdot \alpha.$$

Добуток $n \cdot \alpha$ називається **приведеним кутом**.

Для променів, що поширюються у меридіональній площині, напрямний косинус $X = 0$. Отже у параксіальній оптиці промінь, що поширюється у меридіональній площині, може бути однозначно визначений через лінійну координату y та кутову координату $Y = -n \cdot \alpha$:

$$\begin{pmatrix} y \\ Y \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Аналогічно параксіальний промінь у просторі зображень описується лінійною координатою y' та кутовою координатою $Y' = -n' \cdot \alpha'$:

$$\begin{pmatrix} y' \\ Y' \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Для оптичної системи полягає у перетворенні координат:

$$\begin{pmatrix} y \\ Y \end{pmatrix} \rightarrow (OC) \rightarrow \begin{pmatrix} y' \\ Y' \end{pmatrix}.$$

Розкладемо вихідні координати променя у ряд:

$$\begin{aligned} y' &= a_0 + a_1 y + a_2 Y + a_3 y^2 + a_4 yY + a_5 Y^2 + \dots; \\ Y' &= b_0 + b_1 y + b_2 Y + b_3 y^2 + b_4 yY + b_5 Y^2 + \dots \end{aligned}$$

Якщо оптична система є центрованою, то $a_0 = b_0 = 0$. Усіма членами ряду, починаючи з a_3 та b_3 , можна знехтувати, оскільки вони прямують до нуля на порядок швидше, ніж попередні. Таким чином для ідеальної оптичної системи:

$$\begin{aligned} y' &= Ay + BY, \\ Y' &= Cy + DY. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Вираз (3.4), який описує перетворення лінійної та кутової координат променя, можна записати у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} y' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ Y \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Матриця

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

у виразі (3.5) називається **матрицею перетворення променів** або **гауссовою матрицею**. Усі властивості ідеальної оптичної системи можуть бути описані цією матрицею.

Вираз (3.5) можна переписати у вигляді:

$$b' = G \cdot b, \quad (3.7)$$

де b – вектор-стовпець вхідних координат променя;

b' – вектор-стовпець вихідних координат променя.

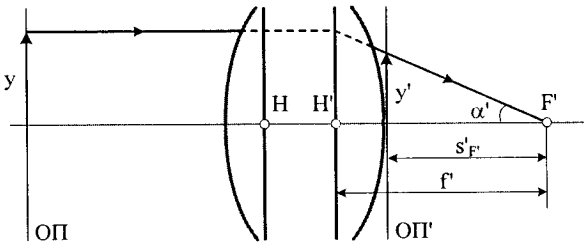


Рисунок 3.2 – Схема для знаходження елементів A та C матриці перетворення

Для знаходження геометричного змісту елементів матриці перетворення G , розглянемо промінь з координатами $y = 1$ та $Y = 0$ (рис. 3.2). Підставивши ці координати у вираз (3.4), отримаємо:

$$\begin{aligned} y' &= A, \\ Y' &= C. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Знайдемо значення y' та $Y' = -n' \cdot \alpha'$, використовуючи рис. 3.2 та враховуючи, що для параксiальних променів $\text{tg} \alpha \approx \alpha$:

$$\begin{aligned} y' &= s'_{F'} \cdot \alpha', \\ \alpha' &= \frac{y}{f'}. \end{aligned}$$

Враховуючи, що $y = 1$, для y' та $Y' = -n' \cdot \alpha'$ остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{s_{F'}}{f'}, \\ Y' &= -\frac{n'}{f'}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Порівнюючи вирази (3.8) та (3.9), для елементів A та C матриці перетворення одержимо:

$$\begin{aligned} A &= \frac{s_{F'}}{f'}, \\ C &= -\frac{n'}{f'} = -\Phi. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Для знаходження елементів B та D розглянемо промінь з вхідною кутковою координатою $Y = 1$ і вихідною кутковою координатою $Y' = 0$ (рис. 3.3). Підставивши ці координати у вираз (3.4), отримаємо:

$$\begin{aligned} y' &= Ay + B, \\ 0 &= Cy + D. \end{aligned} \quad (3.11)$$

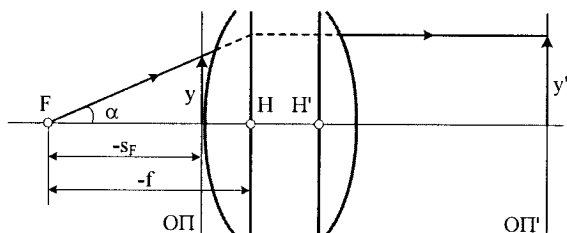


Рисунок 3.3 – Схема для знаходження елементів B та D матриці перетворення

З рис. 3.3 видно, що:

$$\begin{aligned} y &= -s_F \cdot (-\alpha), \\ y' &= -f \cdot (-\alpha). \end{aligned}$$

Оскільки було прийнято, що $Y = 1$, то $\alpha = -(1/n)$. Тоді остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{s_F}{n}, \\
 y' &= -\frac{f}{n}.
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Порівнюючи вирази (3.11) та (3.12), для елементів B та D матриці перетворення одержимо:

$$\begin{aligned}
 B = y' - Ay &= -\frac{f}{n} - \frac{s'_F}{f'} \cdot \left(-\frac{s_F}{n} \right) = \frac{s'_F \cdot s_F - f \cdot f'}{n \cdot f'}, \\
 D = -Cy &= -\left(\frac{n'}{f'} \right) \cdot \left(-\frac{s_F}{n} \right) = \frac{n}{f} \cdot \frac{s_F}{n} = \frac{s_F}{f}.
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

Таким чином матриця перетворень буде мати вигляд:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{s'_F}{f'} & \frac{s'_F \cdot s_F - f \cdot f'}{n \cdot f'} \\ -\Phi = -\frac{n'}{f'} & \frac{s_F}{f} \end{pmatrix}.
 \tag{3.14}$$

Елемент C матриці залежить тільки від параметрів оптичної системи, а елементи A , B та D ще й від вибору опорних площин. Усі елементи матриці перетворення у загальному випадку відрізняються від нуля. Для випадку, коли опорні площини є сполученими, $y' = \beta \cdot y$, де β – лінійне збільшення. Тоді, як впливає з виразу (3.4) для y' , елемент B матриці перетворення у випадку сполучених площин дорівнює 0.

Визначник матриці перетворення (3.14) будь-якої оптичної системи дорівнює одиниці. Обернена матриця перетворення, яка описує перетворення вихідних координат променя у вхідні, має вигляд:

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}.$$

Існує два основних види матриці перетворення, що описують два простих перетворення – перенесення променя у вільному просторі та заломлення променя на заломлюваній поверхні.

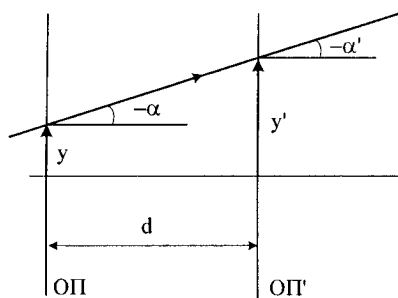


Рисунок 3.4 – Перенесення променя

При перенесенні променя змінюється тільки його лінійна координата. Як видно з рис. 3.4

$$y' = y + (-\alpha) \cdot d = y + \frac{Y}{n} \cdot d, \quad (3.15)$$

$$Y' = Y.$$

Порівнюючи (3.15) та (3.4), визначаємо, що $A = 1$, $B = d/n$, $C = 0$, а $D = 1$. Отже матриця перетворення G , яка у цьому випадку має зміст матриці перенесення T , буде мати вигляд:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Частка d/n називається **приведеною відстанню** між опорними площинами або **приведеною товщиною оптичного проміжку** з показником заломлення n .

Для отримання матриці заломлення сумістимо опорні площини з головними площинами (рис. 3.5). У цьому випадку $y' = y$, і тому при заломленні змінюється тільки кутова координата променя. Оскільки $y' = y$, то, як випливає з виразу (3.4) для y' , $A = 1$, а $B = 0$. Визначник матриці перетворення $\det G = A \cdot D - B \cdot C = 1$, і тому $D = 1$. Елемент C залишається незмінним.

Матриця перетворення G , яка у цьому випадку виступає як матриця заломлення R і описує заломлення променя оптичною системою, буде мати вигляд:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

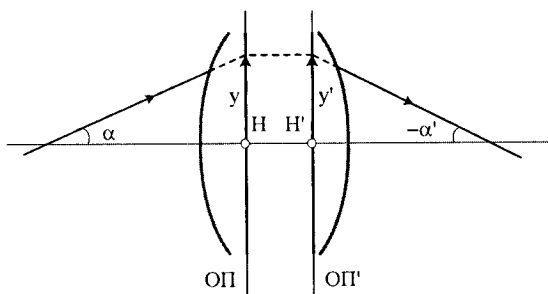


Рисунок 3.5 – Заломлення променя

На основі виразу (2.27), що визначає оптичну силу сферичної заломлювальної поверхні, матриця заломлення однієї сферичної поверхні (див. рис. 2.11) буде мати вигляд:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n' - n}{r} & 1 \end{pmatrix}.$$

При відбиванні промінь повертається у те саме середовище, поширюючись у зворотному напрямі. Тому можна прийняти, що $n' = -n$. Тоді матриця заломлення сферичної дзеркальної поверхні запишеться у вигляді:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2n}{r} & 1 \end{pmatrix}.$$

Контрольні питання

1. Опишіть дію оптичної системи у матричній формі.
2. Розкрийте зміст елементів матриці перетворення. При якій умові елемент B дорівнює 0?
3. Які перетворення описуються матрицями перенесення та заломлення? Наведіть вигляді цих матриць. Розгляньте випадки сферичної заломлювальної та сферичної відбивальної поверхонь.

3.2 Багатокомпонентна оптична система

Будь-яку оптичну систему можна подати як сукупність кількох компо-

нентів, що розділені проміжками, в якій для кожного компонента відоме положення головних площин та оптична сила, а також відомі відстані між компонентами та показник заломлення середовища між ними (рис. 3.6).

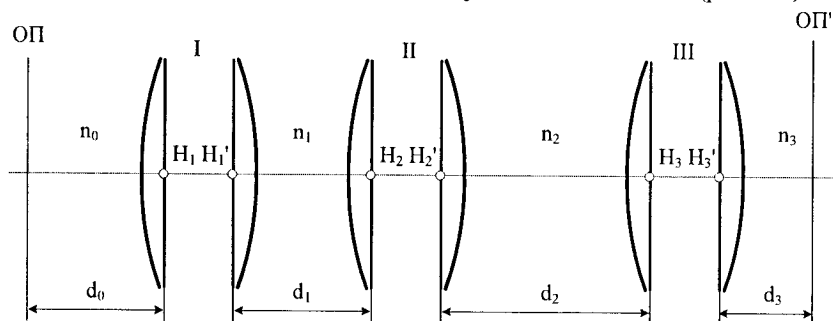


Рисунок 3.6 – Багатокомпонентна оптична система

Матриця такої системи буде складатися з добутку матриць заломлення R_k та перенесення T_k для окремих компонентів:

$$G = T_3 R_3 T_2 R_2 T_1 R_1 T_0.$$

Зверніть увагу на обернений до нумерації компонентів порядок розташування матриць перетворення в записаному виразі. Такий порядок обумовлений тим, що вихідні координати променя виражаються через вхідні, тобто координати y_k та Y_k через координати y_{k-1} та Y_{k-1} , останні через координати y_{k-2} та Y_{k-2} і т. д. Іншими словами, оскільки вихідні координати променя шукаються через вхідні, то матриці перетворення розглядаються як елементи математичного ланцюга, які приводять до початкових координат променя.

Кожний з компонентів може бути розкладений за цією схемою на більш прості складові, аж до окремих поверхонь. Якщо оптична система складається з k оптичних поверхонь, що розділені $k-1$ проміжками, то вираз для матриці перетворення системи у загальному випадку запишеться у вигляді:

$$G = T_{k+1} R_k T_{k-1} \dots T_2 R_2 T_1 R_1 T_0.$$

Якщо між компонентами немає проміжків ($d_k = 0$), то матриця перенесення T_k між цими компонентами згідно з виразом (3.16) стає одиничною і її можна не враховувати. Якщо оптична сила компонента дорівнює нулю $\Phi_k = 0$, то матриця заломлення R_k для цього компонента також стає одинич-

ною (вираз (3.17)).

Для спрощення розрахунків при визначенні матриці перетворення увесь добуток можна попередньо розбити на пари. Матрицю для добутку $R \cdot T$ можна записати майже одразу, оскільки у цьому випадку потрібно обчислити лише четвертий елемент матриці, який дорівнює $(1 - \Phi \cdot d/n)$. Під час виконання обчислення доцільно час від часу перевіряти на рівність одиниці визначника отриманої на даний момент матриці.

Розглянемо оптичну систему, що складається з плоско-паралельних пластин, тобто компонентів, оптична сила яких дорівнює 0. Матриця перетворення такої оптичної системи складається тільки з матриць перенесення:

$$G = T = T_k \dots T_2 T_1 = \begin{pmatrix} 1 & d_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_1 + d_2 + \dots + d_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Приведені товщини шарів додаються і можуть бути замінені загальною приведеною товщиною:

$$t = \frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} + \dots + \frac{d_k}{n_k} = t_1 + t_2 + \dots + t_k.$$

Тоді матриця переносу запишеться у вигляді:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Знайдемо матрицю перетворення двокомпонентної оптичної системи. Нехай компоненти розділені проміжком з показником заломлення n товщиною d , а оптичні сили компонентів становлять відповідно Φ_1 та Φ_2 . Матриця перетворення такої системи буде мати вигляд:

$$G = R_2 T_1 R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\Phi_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{n} \cdot \Phi_1 & \frac{d}{n} \\ -(\Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\Phi_1 \Phi_2}{n} d) & 1 - \frac{d}{n} \cdot \Phi_2 \end{pmatrix}.$$

З врахуванням змісту елементів A , B , C та D матриці перетворення (3.6), що визначається виразами (3.10) та (3.13), маємо повну відповідність одер-

жаних результатів та результатів, отриманих у підрозділі 2.5. Аналогічно, використовуючи матриці заломлення сферичної поверхні, можна зайти матрицю перетворення одиночної сферичної лінзи.

Елемент C матриці перетворення визначає оптичну силу, отже оптична сила двокомпонентної оптичної системи дорівнює:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\Phi_1 \cdot \Phi_2}{n} d. \quad (3.18)$$

Розглянемо можливі окремі випадки. Якщо $d = 0$, то з виразу (3.18) витікає, що

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

Якщо приведена відстань між компонентами d/n дорівнює $1/\Phi_1$, що означає, що передня головна площина другого компонента знаходиться у задньому фокусі першого, то

$$\Phi = \Phi_1,$$

тобто оптична сила всієї системи визначається лише оптичною силою першого компонента.

Якщо задня головна площина першого компонента знаходиться у передньому фокусі другого ($d/n = 1/\Phi_2$), то

$$\Phi = \Phi_2,$$

і оптична сила всієї системи визначається лише оптичною силою другого компонента.

Якщо задній фокус першого компонента збігається з переднім фокусом другого, тобто

$$\frac{d}{n} = \frac{1}{\Phi_1} + \frac{1}{\Phi_2} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{\Phi_1 \cdot \Phi_2},$$

то оптична сила всієї системи:

$$\Phi = 0.$$

Такі оптичні системи, для яких оптична сила дорівнює нулю, називаються **афокальними** або **телескопічними**. Оскільки для афокальних систем $\Phi = 0$, то коефіцієнт C у матриці перетворення (3.6) для афокальної оптичної системи дорівнює 0. Тоді визначник матриці перетворення становить:

$$\det G = A \cdot D - B \cdot C = A \cdot D.$$

Оскільки визначник матриці перетворення дорівнює 1, то $D = 1/A$. Відповідно до цього матриця перетворення афокальної оптичної системи буде мати вигляд:

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & \frac{1}{A} \end{pmatrix}.$$

Якщо опорні площини є сполученими, то коефіцієнт $B = 0$, і тоді

$$G = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & \frac{1}{A} \end{pmatrix}.$$

Тоді координати променя (3.4) переписуться у вигляді:

$$\begin{aligned} y' &= Ay, \\ Y' &= \frac{1}{A}Y. \end{aligned} \tag{3.19}$$

З (3.19) витікає, що для афокальної системи коефіцієнт A матриці перетворення має зміст лінійного збільшення β , а його обернена величина – кутового збільшення γ .

Контрольні питання

1. Наведіть вигляд матриці перетворення багатокомпонентної оптичної системи.
2. Який вигляд має матриця перетворення оптичної системи, що складається з плоско-паралельних пластин?
3. Яким чином знаходиться матриця перетворення двокомпонентної оптичної системи?
4. Знайдіть матрицю перетворення для сферичної лінзи.
5. Яка оптична система називається афокальною? Який вигляд має матриця перетворення афокальної системи? Який зміст мають елементи матриці перетворення афокальної системи?

4 ОБМЕЖЕННЯ ПУЧКІВ ПРОМЕНІВ В ОПТИЧНИХ СИСТЕМАХ

Обмеження розмірів пучків світлових променів в оптичних системах пов'язано зі скінченністю фізичних розмірів оптичних компонентів, що входять до складу системи. В теорії оптичних систем обмеження розмірів світлових пучків в оптичних системах розглядають як результат дії діафрагм. **Діафрагмами** називають оправы оптичних деталей і спеціальні непрозорі екрани з отворами, що обмежують проходження пучків променів через оптичну систему. Звичайно діафрагми мають отвори круглої форми, центровані відносно оптичної осі, а площини діафрагм розташовані перпендикулярно до оптичної осі. У візуальних оптичних системах, що діють разом з оком, зіниця ока також є діафрагмою, розмір і положення якої враховують при проектуванні приладу.

Внаслідок дії діафрагм в оптичну систему надходить лише певна частина світлового потоку, що випромінюється кожною точкою предмета, та відображається лише частина простору предметів.

4.1 Апертурна діафрагма

Апертурною діафрагмою називають діафрагму, що обмежує пучок променів, які виходять з осьової точки предмета (рис. 4.1). Апертурна діафрагма визначає кількість енергії випромінювання, що проходить через оптичну систему, тобто впливає на освітленість зображення.

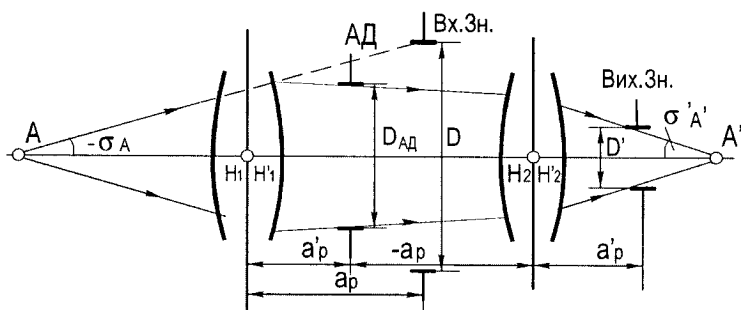


Рисунок 4.1 – Апертурна діафрагма, входна і вихідна зіниця

Апертурна діафрагма часто встановлюється усередині оптичної системи

між лінзами. Лінзи, що стоять перед діафрагмою і стоять після неї, зображають діафрагму так само, як і будь-який інший предмет. Через це діаметр діафрагми змінюється, якщо дивитися на неї через лінзи, які стоять перед нею, або через лінзи, які розташовані після неї (так і зіниці очей здаються більшими чи меншими, якщо дивитися на них через окуляри).

Вхідною зіницею називається параксіальне зображення апертурної діафрагми в просторі предметів, отримане в зворотному ході променів через попередню до діафрагми частину оптичної системи.

Вихідною зіницею називається параксіальне зображення апертурної діафрагми в просторі зображень, отримане у прямому ході променів через наступну за діафрагмою частину оптичної системи.

На рис. 4.1 апертурна діафрагма АД розташована між компонентами системи, вхідна зіниця Вх.Зн. є уявною, а вихідна зіниця Вих.Зн. – дійсною. Якщо апертурна діафрагма знаходиться перед оптичною системою або після неї, вхідна або вихідна зіниці, відповідно, збігаються з отвором діафрагми і є дійсними.

Вхідна зіниця, апертурна діафрагма та вихідна зіниці сполучені між собою. Відношення діаметра вихідної зіниці D' до діаметра вхідної зіниці D називається **лінійним збільшенням оптичної системи в зіницях** β_p .

$$\beta_p = \frac{D'}{D}. \quad (4.1)$$

Вхідну та вихідну зіниці видно з осьової точки предмета та зображення, відповідно, під найменшим кутом.

Головним променем називається промінь, що йде з крайньої точки предмета через центр вхідної зіниці. Оскільки вхідна зіниця, апертурна діафрагма та вихідна зіниці сполучені між собою, то головний промінь проходить і через центр апертурної діафрагми, і через центр вихідної зіниці. На рис. 4.2 хід головного променя відображений червоним кольором.

Апертурним променем називається промінь, що йде з осьової точки предмета і проходить через край вхідної зіниці. Оскільки вхідна зіниця, апертурна діафрагма та вихідна зіниці сполучені між собою, то апертурний промінь проходить і через край апертурної діафрагми, і через край вихідної зіниці. На рис. 4.2 хід апертурного променя відображений синім та чорним кольорами.

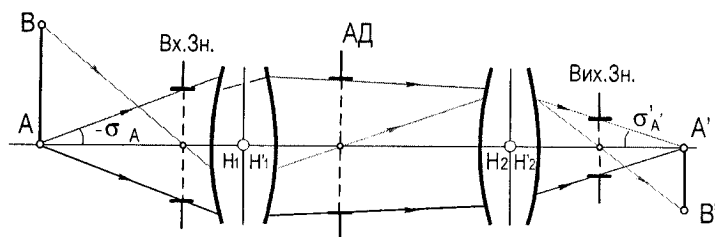


Рисунок 4.2 – Хід головного та апертурних променів

Кут між оптичною віссю та апертурним променем називається **апертурним кутом**. Виходячи з означення апертурного променя, можна сказати, що апертурний кут – це кут, під яким бачиться вхідна зіниця з осьової точки предмета. На рис. 4.2 апертурний кут в просторі предметів позначений через σ_A , а в просторі зображень – через σ'_A .

Апертурна діафрагма може розташовуватися перед оптичною системою, усередині неї або за нею. Якщо апертурна діафрагма встановлена в передній (задній) фокальній площині системи, то головний промінь проходить через передній (задній) фокус, тобто поширюється у просторі зображень (предметів) паралельно оптичній осі. Такі системи називають **телецентричними**. Телецентричний хід головного променя в просторі предметів використовують у вимірювальних мікроскопах для виключення впливу неточності фокусування на правильність результатів вимірювань.

У складній оптичній системі для визначення апертурної діафрагми необхідно побудувати у зворотному ході променів зображення всіх діафрагм, розташованих усередині або після системи. Та з діафрагм, що знаходиться перед системою, або те з отриманих зображень діафрагм, що має найменший кутовий розмір при розгляді з осьової точки площини предметів, є вхідною зіницею системи. Діафрагма, зображення якої є вхідною зіницею, буде апертурною діафрагмою. Зображення апертурної діафрагми, побудоване у прямому ході променів через наступну за нею частину оптичної системи, буде вихідною зіницею.

Контрольні питання

1. Яка діафрагма називається апертурною?
2. Що називається вхідною та вихідною зіницями оптичної системи?
3. Що можна сказати про вхідну зіницю, якщо апертурна діафрагма розташована перед оптичною системою?

4. За якої умови вихідна зіниця збігається з апертурною діафрагмою?
5. Де повинна знаходитися апертурна діафрагма, щоб вихідна зіниця розташовувалася у задній фокальній площині оптичної системи?
6. Який промінь є головним, а який апертурним? Що таке апертурний кут?
7. Який промінь, головний чи апертурний, та за яких умов може поширюватися паралельно оптичній осі після проходження оптичної системи?
8. Де повинна розташовуватися апертурна діафрагма, щоб головний промінь у просторі предметів поширювався паралельно оптичній осі?

4.2 Польова діафрагма

Частина простору навколо оптичної осі, яка може бути відображена оптичною системою, називається **полем оптичної системи**. Поле оптичної системи є однією з основних характеристик системи. Діафрагма, що обмежує розміри поля оптичної системи в просторі зображень, називається **польовою діафрагмою**. Польова діафрагма найчастіше встановлюється в площині дійсного зображення (або проміжного зображення), рідше – в площині предмета.

На рис. 4.3 наведено приклад можливого розташування польової діафрагми у площині зображення Q' або у площині проміжного дійсного зображення Q'' . Для того щоб поле оптичної системи не залежало від місця розташування польової діафрагми, її діаметр повинен бути різним в різних положеннях, що й видно з рисунка.

Залежно від того, де розташований предмет відносно системи, – на скінченній відстані чи в нескінченності, поле оцінюється в лінійних або кутових одиницях, відповідно.

Лінійним полем оптичної системи у просторі предметів називають найбільший розмір зображуваної частини площини предмета, розташованої на скінченній відстані.

Лінійним полем оптичної системи в просторі зображень називається найбільший розмір зображення, що знаходиться на скінченній відстані.

Кутовим полем оптичної системи в просторі предметів називають подвоєний кут між оптичною віссю і променем у просторі предметів, що проходить через центр апертурної діафрагми і край польової діафрагми. Ін-

шими словами, кутове поле у просторі предметів – це кут між головними променями в просторі предметів.

Кутовим полем оптичної системи в просторі зображень називають подвоєний кут між оптичною віссю і променем у просторі зображень, що проходить через центр апертурної діафрагми і край польової діафрагми. Кутове поле у просторі зображень – це кут між головними променями у просторі зображень.

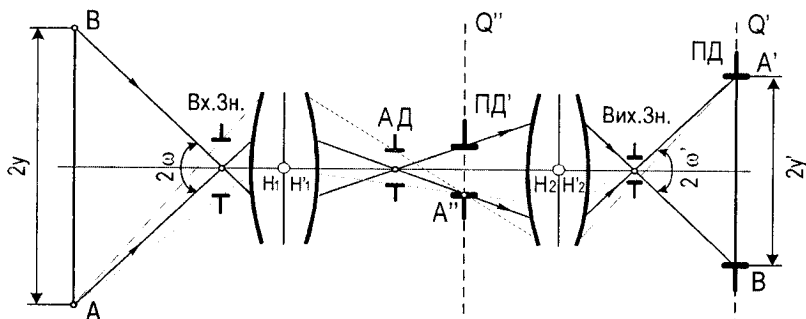


Рисунок 4.3 – Схема дії польової діафрагми

На рис. 4.3 лінійне поле в площині предметів становить $2y$, а у площині зображень – $2y'$. Кутове поле в площині предметів становить 2ω , а у площині зображень – $2\omega'$. Між кутовими полями в просторах предметів і зображень для системи, що знаходиться в однорідному середовищі, має місце така залежність:

$$\operatorname{tg} \omega' = \gamma_p \cdot \operatorname{tg} \omega = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\beta_p},$$

де γ_p і β_p — відповідно кутове і лінійне збільшення оптичної системи в зіницях.

Діаметри окремих елементів, що входять до складу оптичної системи, не можуть бути обрані довільно і не можуть бути однаковими, оскільки пучки променів, проходячи через систему, змінюють свої поперечні розміри. При визначенні світлових діаметрів слід врахувати, що оптична система повинна передати без обмежень задану ділянку поля і висвітлити кожен його точку широким світловим пучком.

Для визначення світлових діаметрів необхідно побудувати або розраху-

вати хід таких променів через оптичну систему (рис. 4.3):

1. Апертурного, що виходить з осьової точки предмета і проходить через край вхідної зіниці, край апертурної діафрагми та край вихідної зіниці (промінь, позначений зеленим кольором);

2. Осьового променя польового пучка, що поширюється з позаосьової точки предмета (наприклад, т. А); осьовий промінь польового пучка є нічим іншим як головним променем (він позначений чорним кольором);

3. Верхнього польового променя, що поширюється з позаосьової точки предмета і проходить через верхній край вхідної зіниці (промінь, позначений синім кольором);

4. Нижнього польового променя, що поширюється з позаосьової точки предмета і проходить через нижній край вхідної зіниці (промінь, позначений червоним кольором).

Верхній і нижній польові промені обмежують польовий пучок, віссю якого є головний промінь. Вони проходять через протилежні краї вхідної зіниці, а значить і через протилежні краї апертурної діафрагми та протилежні краї вихідної зіниці (рис. 4.3). Осьовий промінь польового пучка (головний промінь) проходить через центр вхідної зіниці, центр апертурної діафрагми та центр вихідної зіниці. Проходячи послідовно через кожен елемент системи, польові промені перетинаються в точках дійсного зображення точки А, тобто в сполучених точках (т. А" та т. А' на рис. 4.3).

Світловий діаметр кожного елемента оптичної системи визначається як подвійна відстань між оптичною віссю та найбільш віддаленою точкою серед тих 4-ох, в яких вищеназвані промені перетинають цей елемент. Для прикладу, який наведений на рис. 4.3, світлові діаметри двох елементів оптичної системи, будуть визначатися за точками перетину з цими елементами променя, що позначений синім кольором. Цей окремий випадок, коли діаметри усіх елементів визначаються ходом одного і того самого променя, не треба розуміти як єдино можливий. Світловий діаметр кожного окремого елемента оптичної системи може визначатися ходом будь-якого з 4-ох вищеназваних променів.

Контрольні питання

1. Що називається полем оптичної системи?
2. В яких одиницях може вимірюватися поле оптичної системи?
3. Яка діафрагма називається польовою? Що таке вхідне та вихідне вікно оптичної системи?

4. Де розташовують польову діафрагму?
5. Чи є зв'язок між кутовими полями оптичної системи та її зіницями? Якщо так, то який?
6. Чи буде залежати діаметр польової діафрагми від місця її розташування при заданому полі оптичної системи?
7. Хід яких променів розглядається для визначення світлових діаметрів компонентів оптичної системи при заданому полі?
8. Польова діафрагма розташована у задній фокальній площині оптичної системи. Де буде знаходитися вхідне вікно?

4.3 Він'єтувальна діафрагма

Якщо пучки променів обмежуються тільки апертурною діафрагмою, то вони повністю проходять через вхідну зіницю, незалежно від того, з якої точки поля оптичної системи вони поширюються (рис. 4.4, а).

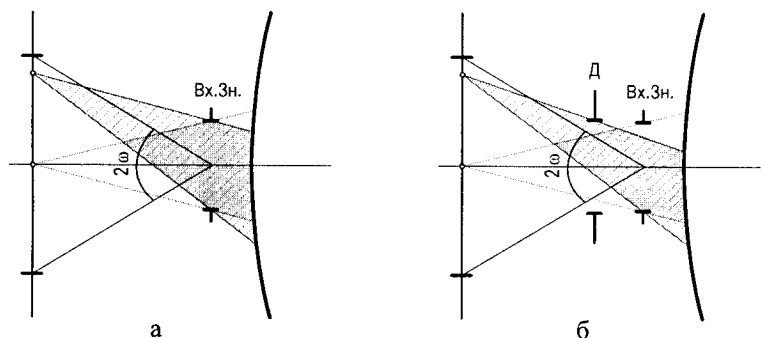


Рисунок 4.4 – Поширення похилих пучків променів через оптичну систему: а – без обмежень; б – з частковим зрізанням (він'єтуванням)

Якщо існує діафрагма, що може обмежувати деякі похилі пучки променів, то через вхідну зіницю такі пучки будуть проходити не повністю. Як видно з рис. 4.4, б, діафрагма Д може затримувати частину променів, що поширюються з деяких позаосьових точок поля оптичної системи. Таке затримання (зрізання) похилих пучків променів називається **він'єтуванням**, а сама діафрагма Д, на якій відбувається він'єтування – **він'єтувальною**.

Він'єтувальною називається будь-яка матеріальна діафрагма, крім апертурної та польової, що обмежує пучки променів, які поширюються з позаосьових точок предмета. Зазвичай, він'єтувальними діафрагмами в оптичних

системах є оправи оптичних елементів.

Зображення він'єтувальної діафрагми, отримване у зворотному ході променів через частину оптичної системи, що розташована перед нею, називається **вхідним вікном**.

Зображення він'єтувальної діафрагми, отримване у прямому ході променів через частину оптичної системи, що розташована за нею, називається **вихідним вікном**.

Для різних пучків він'єтування виявляється різним. Чим далі знаходиться точка від оптичної осі, тим більша частина променів, що поширюються з цієї точки, буде затримана він'єтувальною діафрагмою. Внаслідок цього освітленість зображення буде зменшуватися від центра до країв.

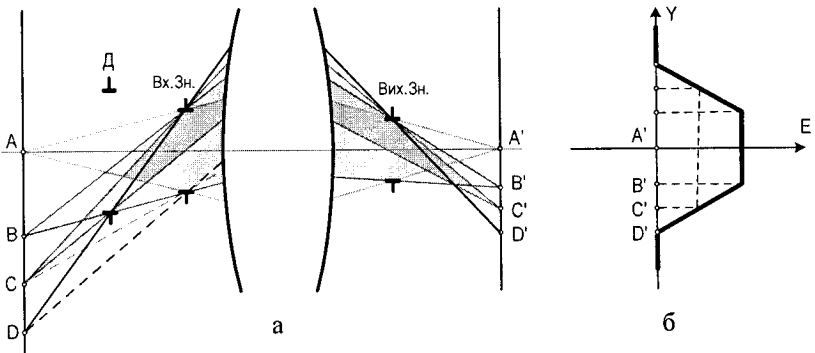


Рисунок 4.5 – Він'єтувальна діафрагма: а – схема дії; б – розподіл освітленості в площині зображення

На рис. 4.5 наведено приклад неоднакового він'єтування похилих пучків променів, що поширюються з різних точок предметної площини, та його вплив на освітленість зображення. Від точок, що розташовані в межах кола радіуса АВ, через оптичну систему проходять повні пучки променів, які опираються на усю вхідну зіницю (рис. 4.5, а), тобто для цих пучків він'єтування немає. У результаті, зображення буде мати рівномірну максимальну освітленість у центрі в межах кола радіуса А'В' (рис. 4.5, б). Усі інші пучки, що поширюються з точок, які знаходяться за межами кола радіуса АВ, певним чином будуть він'єтуватися діафрагмою Д. Так, з точки С через оптичну систему пройде тільки половина пучка, і освітленість зображення в точці С' буде у два рази меншою, ніж в точках від А' до В'. Від точки D в оптичну систему потрапить лише один промінь, тому освітленість зобра-

ження в точці D' спаде до нуля. Таким чином, у результаті він'єтування освітленість зображення плавно зменшується від максимального значення на межі кола радіуса $A'B'$ до нуля на межі кола радіуса $A'D'$ (рис. 4.5, б).

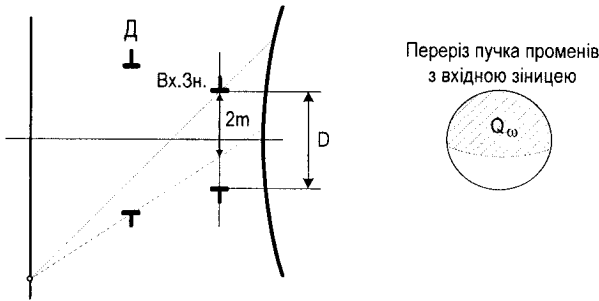


Рисунок 4.6 – До визначення коефіцієнта він'єтування

Він'єтування характеризується коефіцієнтом **геометричного він'єтування** k_Q , який дорівнює відношенню площ перерізів похилого та осьового пучків променів з вхідною зіницею (рис. 4.6):

$$k_Q = \frac{Q_\omega}{Q_0},$$

де Q_ω – площа діючого отвору вхідної зіниці для похилого пучка променів (діючий отвір вхідної зіниці – переріз пучка з вхідною зіницею);

Q_0 – площа діючого отвору вхідної зіниці для осьового пучка променів (для випадку, що наведений на рис. 4.6, діючий отвір для осьового пучка збігається з отвором вхідної зіниці).

Як видно з виразу для визначення коефіцієнта геометричного він'єтування, необхідно знати площу діючого отвору вхідної зіниці для похилого пучка променів. Для визначення площі діючого отвору вхідної зіниці необхідно:

1. Побудувати у зворотному ході променів зображення всіх діафрагм, розташованих усередині системи або за нею;

2. Спроеціювати отримані зображення та діафрагми, що знаходяться в просторі предметів перед оптичною системою, на площину вхідної зіниці із центром проєкції в заданій позаосьовій точці (приклад знаходження проєкції наведений на рис. 4.7, D_1 – діафрагма, що розташована перед оптичною системою, D_2' та D_3' – зображення діафрагм, що розташовані всередині та

позаду оптичної системи);

3. Площа, що є загальною площею для всіх проєкцій у площині вхідної зіниці, і буде площею діючого отвору вхідної зіниці для похилого пучка променів, що поширюється з вибраної позаосьової точки (на рисунку 4.7 площа діючого отвору показана штриховкою).

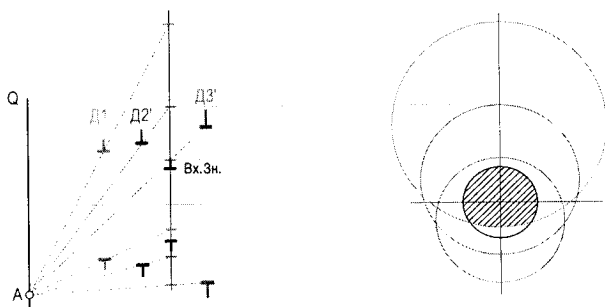


Рисунок 4.7 – Приклад отримання проєкції діафрагми або її зображення на площину вхідної зіниці із центром проєкції в позаосьовій точці

Якщо предметна площина оптичної системи знаходиться в нескінченності, то проєкціювання здійснюється прямими, паралельними головному променю.

Приблизно він'єтування може бути визначене через коефіцієнт лінійного він'єтування k_{ω} , який дорівнює відношенню розміру $2m$ (див. рис. 4.6) перерізу похилого пучка у площині вхідної зіниці до діаметра D вхідної зіниці:

$$k_{\omega} = \frac{2m}{D}.$$

Зазвичай в оптичних системах k_{ω} приймається меншим одиниці, наприклад, у візуальних системах припустимим вважається він'єтування на рівні 50%, а в складних перископічних системах – 20%. В особливих випадках припускається підвищене він'єтування для збільшення поля системи. Наприклад, максимально можливе поле оптичної системи, показаної на рис. 4.5, визначається променем, що йде з точки D через краї діафрагми D і вхідної зіниці при коефіцієнті він'єтування, близькому до нуля.

У ширококутних і надширококутних оптичних системах явище він'єтування викликає неприпустиме зменшення освітленості по краях поля

зображення. У таких системах вдається уникнути різкого зниження освітленості від центра до країв, якщо зробити коефіцієнт він'єтування більшим за одиницю. Ця умова забезпечується за допомогою так званого абераційного він'єтування, яке можливо в системах, що містять передній негативний меніск. В таких системах площа перерізу похилого пучка променів у вхідній зіниці більша площі перерізу осевого пучка променів.

Перевагою він'єтування є виключення з формування зображень крайніх зон позаосьвих пучків, які зазвичай призводять до аберацій, що важко усуваються.

Контрольні питання

1. Що таке він'єтування? Яка діафрагма називається він'єтувальною?
2. На що і як впливає він'єтування?
3. Чи залежить значення він'єтування від нахилу косого пучка променів (від віддаленості точки, з якої він поширюється, від оптичної осі)? Якщо залежить, то як?
4. Для позаосьової точки А предмета коефіцієнт геометричного він'єтування дорівнює 0,5. Що можна сказати про освітленість точки А' зображення цього предмета?
5. Чи може бути він'єтувальною діафрагма, що розташована у площині вхідної зіниці і має діаметр, більший за діаметр останньої? Відповідь поясніть.
6. Нехай для деякої позаосьової точки А предмета коефіцієнт геометричного він'єтування дорівнює k . Чи зміниться його значення, якщо зменшити діаметр він'єтувальної діафрагми? Якщо зміниться, то як?
7. Нехай для деякої позаосьової точки А предмета коефіцієнт геометричного він'єтування дорівнює k . Він'єтувальна діафрагма знаходиться перед вхідною зіницею. Чи буде змінюватися значення коефіцієнта геометричного він'єтування при наближенні він'єтувальної діафрагми до вхідної зіниці? Якщо буде, то як?

4.4 Оптична система як передавач світлової енергії

При проходженні світлового потоку через оптичну систему його інтенсивність знижується через: *відбивання* від кожної заломлювальної поверхні при вході та виході з оптичної деталі; *поглинання* у матеріалі оптичної деталі та тонкому відбивальному шарі дзеркал. Крім того, світлова енергія втра-

чається внаслідок того, що поверхні деталі можуть мати подряпини. Коефіцієнти відбивання ρ , поглинання α та пропускання τ оцінюються за такими рівняннями:

$$\rho = \frac{\Phi_{e\rho}}{\Phi_e};$$

$$\alpha = \frac{\Phi_{e\alpha}}{\Phi_e};$$

$$\tau = \frac{\Phi_{e\tau}}{\Phi_e};$$

де Φ_e – потік випромінювання на вході оптичної системи;

$\Phi_{e\rho}$ – потік випромінювання, що відбився;

$\Phi_{e\alpha}$ – потік випромінювання, що був поглинений;

$\Phi_{e\tau}$ – потік випромінювання, що пройшов через оптичну систему.

Оскільки

$$\Phi_{e\rho} + \Phi_{e\alpha} + \Phi_{e\tau} = \Phi_e,$$

то

$$\rho + \alpha + \tau = 1.$$

Отже коефіцієнт пропускання оптичної системи τ дорівнює:

$$\tau = 1 - \rho - \alpha.$$

В оптичних системах з великою кількістю поверхонь основною причиною зниження коефіцієнта пропускання є підвищені втрати при відбиванні. В оптичних системах з великим ходом променів у склі (наприклад, призми) коефіцієнт пропускання, в основному, обумовлюється втратами на поглинання.

Для зменшення втрат світла на відбивання заломлювальні поверхні покривають тонкими просвічувальними плівками, товщина і показники заломлення яких визначаються з умови гасіння відбитої частини потоку випромінювання внаслідок інтерференції. Для деталей з великим ходом променів застосовують найбільш прозорі матеріали, поверхні яких добре піддаються поліруванню, а для відбивальних поверхонь – спеціальні методи покриття, що збільшують коефіцієнт відбивання.

Після проходження оптичної системи потік випромінювання, потрапля-

ючи на ділянку зображення площею dS' , створює освітленість E' , яка визначається як відношення світлового потоку $d\Phi_e'$, що падає на цю ділянку, до площі ділянки:

$$E'_e = \frac{d\Phi'_e}{dS'} . \quad (4.2)$$

При розгляді апертурної діафрагми було зазначено, що апертурна діафрагма визначає кількість енергії випромінювання, що проходить через оптичну систему. Отже, освітленість зображення буде визначатися значенням світлового потоку, що може пройти через апертурну діафрагму, а значить, і через вхідну та вихідну зіниці.

Значення світлового потоку $d\Phi$, що падає на вхідну зіницю оптичної системи від елементарної ділянки предметної площини площею dS , що рівномірно світиться і розташована на оптичній осі, визначається виразом:

$$d\Phi_e = L_e \cdot \Omega \cdot \cos i \cdot dS ,$$

де L_e – енергетична яскравість елементарної ділянки dS предметної площини;

Ω – тілесний кут*, під яким є видимою вхідна зіниця з будь-якої точки елементарної ділянки dS ;

i – кут нахилу елементарної ділянки dS до оптичної осі.

Якщо предметна площина є перпендикулярною до оптичної осі, $i = 0$ і

$$d\Phi_e = L_e \cdot \Omega \cdot dS . \quad (4.3)$$

Якщо відстань p від вхідної зіниці до ділянки dS є набагато більшою за діаметр вхідної зіниці, тілесний кут Ω , під яким видно вхідну зіницю, може бути визначений за виразом:

$$\Omega = \frac{\pi \cdot (D^2/4)}{p^2} , \quad (4.4)$$

* Тілесний кут – частина простору, що обмежена кінечною поверхнею. Тілесний кут вимірюється відношенням площі ділянки, яка вирізається цим кутом на сферичній поверхні з центром у вершині кута, до квадрата радіуса цієї сфери. Одиницею виміру тілесного кута є стерadian (ср). Повна сфера утворює кут $4\pi R^2/R^2 = 4\pi$ (ср).

де $\pi \cdot (D^2/4)$ – площа вхідної зіниці;

D – діаметр вхідної зіниці.

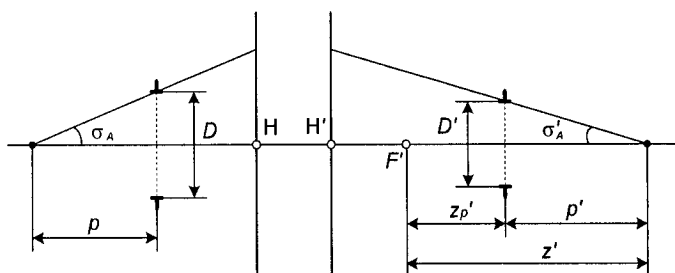


Рисунок 4.8 – Схема для визначення освітленості зображення

Діаметр вхідної зіниці (рис. 4.8):

$$D = 2p \cdot \operatorname{tg} \sigma_A, \quad (4.5)$$

де σ_A – апертурний кут.

З врахуванням виразів (4.4) та (4.5) вираз (4.3) для світлового потоку, що проходить через вхідну зіницю, набуде вигляду:

$$d\Phi_e = \pi \cdot L_e \cdot dS \cdot \operatorname{tg}^2 \sigma_A. \quad (4.6)$$

Після проходження оптичної системи цей світловий потік зміниться і буде дорівнювати:

$$d\Phi'_e = \tau \cdot \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \cdot d\Phi, \quad (4.7)$$

де τ – коефіцієнт пропускання оптичної системи;

n – показник заломлення середовища у просторі предметів;

n' – показник заломлення середовища у просторі зображень.

Вираз (4.7) записний з врахуванням того, що яскравість L_e світлового пучка при переході його із середовища з показником заломлення n у середовище з показником заломлення n' , змінюється у $(n'/n)^2$ разів. Підставляючи вираз (4.6) у формулу (4.7), для світлового потоку на виході оптичної системи отримаємо:

$$d\Phi'_e = \tau \cdot \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \cdot \pi \cdot L_e \cdot dS \cdot \text{tg}^2 \sigma_A.$$

Якщо система знаходиться у повітрі, то $n = n' = 1$, і для світлового потоку на виході оптичної системи маємо:

$$d\Phi'_e = \tau \cdot \pi \cdot L_e \cdot dS \cdot \text{tg}^2 \sigma_A. \quad (4.8)$$

З виразів (4.2) та (4.8) знаходимо освітленість ділянки зображення, що створюється потоком $d\Phi'$:

$$E'_e = \tau \cdot \pi \cdot L_e \cdot \frac{dS}{dS'} \cdot \text{tg}^2 \sigma_A = \tau \cdot \pi \cdot L_e \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \text{tg}^2 \sigma_A, \quad (4.9)$$

де β – коефіцієнт лінійного збільшення оптичної системи.

Оскільки

$$\frac{1}{\beta} = \gamma = \frac{\text{tg} \sigma'_A}{\text{tg} \sigma_A},$$

де γ – кутове збільшення оптичної системи, вираз (4.9) можна переписати у вигляді:

$$E'_e = \tau \cdot \pi \cdot L_e \cdot \text{tg}^2 \sigma'_A. \quad (4.10)$$

З рис. 4.8 видно, що:

$$\text{tg} \sigma'_A = \frac{D'}{2 \cdot p'} = \frac{D'}{2 \cdot (z' - z'_p)}.$$

З врахуванням того, що $z' = -f' \cdot \beta$; $z'_p = -f' \cdot \beta_p$ та $D' = D \cdot \beta_p$, де β_p – лінійне збільшення оптичної системи в зіницях, для $\text{tg} \sigma'_A$ отримаємо:

$$\text{tg} \sigma'_A = \frac{D' \cdot \beta_p}{2 \cdot f' \cdot (\beta_p - \beta)}.$$

Підставляючи отриманий вираз у формулу (4.10), для освітленості ділянки зображення отримаємо:

$$E'_e = \frac{\tau \cdot \pi \cdot L_e}{4} \cdot \left(\frac{D}{f'}\right)^2 \cdot \frac{\beta_p^2}{(\beta_p - \beta)^2}. \quad (4.11)$$

Якщо лінійне збільшення в зіницях дорівнює 1, а сам предмет знаходиться в нескінченності ($\beta = 0$), формула (4.11) набуває вигляду:

$$E'_e = \frac{\tau \cdot \pi \cdot L_e}{4} \cdot \left(\frac{D}{f'} \right)^2. \quad (4.12)$$

Вирази (4.11) та (4.12) є правильними, коли випромінювач, а значить, і його зображення знаходяться на оптичній осі системи. Освітленість ділянок зображення, які розташовані поза віссю, зменшується пропорційно четвертому ступеню косинуса кута ω' , під яким ці ділянки видно з центра вихідної зіниці:

$$E'_{\omega} = E'_e \cdot \cos^4 \omega',$$

де E'_e – освітленість зображення на осі, яка визначається виразом (4.11) або (4.12).

Множник D/f' у формулах (4.11) та (4.12), який є відношенням діаметра вхідної зіниці до задньої фокусної відстані, називається **відносним отвором оптичної системи**.

Величина, обернена до відносного отвору, називається **діафрагмовим числом K** :

$$K = \frac{f'}{D}.$$

Як видно з виразів (4.11) та (4.12) освітленість зображення є прямо пропорційною відносному отвору або обернено пропорційною діафрагмовому числу.

Зазвичай відносний отвір позначають через діафрагмове число як $1:K$.

Діафрагмове число, визначене з врахуванням коефіцієнта пропускання оптичної системи, називається **ефективним діафрагмовим числом**:

$$K_{\text{эф}} = \frac{K}{\sqrt{\tau}}.$$

Квадрат відносного отвору $(D/f')^2$ називається **геометричною світлосилою**, а добуток коефіцієнта пропускання та геометричної світлосили $\tau \cdot (D/f')^2$ – **фізичною світлосилою**.

Контрольні питання

1. Чи змінюється інтенсивність світлового потоку при проходженні його через оптичну систему? Якщо так, то як і внаслідок чого?
2. Чи можуть бути зменшені втрати на відбивання при заломленні? Якщо так, то яким чином?
3. Чи можуть бути зменшені втрати на поглинання? Якщо так, то яким чином?
4. Чи залежить освітленість зображення від діаметра апертурної діафрагми? Якщо так, то як?
5. Чи залежить освітленість зображення від фокусної відстані оптичної системи? Якщо так, то як?
6. Що таке відносний отвір та діафрагмове число? Чи залежать вони від діаметра вхідної зіниці та фокусної відстані оптичної системи? Якщо так, то як?
7. Що таке ефективне діафрагмове число?
8. Що таке геометрична та фізична світлосила? Чи залежать їх значення від значення фокусної відстані оптичної системи? Якщо так, то як?

5 АБЕРАЦІЇ ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

5.1 Поняття аберациї. Монохроматичні і хроматичні аберациї

Ідеальне зображення реальною оптичною системою може створюватися лише в області параксіальних променів. При збільшенні площі перерізу пучків променів і розширенні області простору, що зображується реальною оптичною системою, хід променів у системі і побудова пучків значно відрізняються від того, що має місце в ідеальній системі. Винятком є плоске дзеркало (або система плоских дзеркал), плоско-паралельна пластинка, встановлена в паралельних пучках променів, і ряд інших частинних випадків. В результаті, реальні оптичні системи дають зображення, які певною мірою є наближеними до ідеальних. Одним із критеріїв, за яким можна судити про ступінь наближення реальної системи до ідеальної, є **аберації** – спотворення або похибки зображень, відхилення реального зображення від ідеального. Ці похибки обумовлені відхиленнями променів від тих напрямків, по яких вони повинні були б йти в ідеальній оптичній системі. Таким чином, аберациї можна розглядати як порушення гомоцентричності пучків променів або сферичності хвильових поверхонь, а також як порушення розташування точки зображення при дії реальної оптичної системи відносно ідеальної.

Аберації оптичних систем поділяють на **монохроматичні** і **хроматичні**. **Монохроматичними аберациями** називають похибки зображення, що мають місце для променів однієї довжини хвилі. **Хроматичними аберациями** називають похибки зображень, які утворюються випромінюванням в межах певного спектрального діапазону. Суть хроматичних абераций полягає в тому, що випромінювання складного спектрального складу при проходженні через заломлювальні поверхні розкладається на спектральні складові внаслідок дисперсії. У цьому випадку зображення являє собою суму великої кількості монохроматичних зображень, що не збігаються між собою ні за положенням, ні за розмірами. Зображення стає пофарбованим. Тільки дзеркальні системи не вносять хроматичної аберациї

Через аберациї порушується ступінь відповідності зображення предмету, порушується передача кольору, кожна точка предмета зображається плямою (колом) розсіювання. У цьому випадку говорять про погіршення якості зображення. Воно, перш за все, оцінюється за розміром, формою плями розсіювання і розподілом енергії в ній.

Для кількісної оцінки абераций розраховуються ходи дійсного (того, що

йде у вхідну зіницю на скінченній, відмінній від нуля висоті) та параксіального променів через систему, що складається з оптичних деталей з відомими радіусами кривизни поверхонь, товщиною і показниками заломлення середовищ. Хід дійсного променя обчислюється з використанням закону заломлення $n \cdot \sin \epsilon = n' \cdot \sin \epsilon'$. Хід параксіального – за формулою $n \cdot \text{tg} \epsilon = n' \cdot \text{tg} \epsilon'$, яка являє собою закон заломлення для параксіальної області.

Координати дійсного променя в просторі зображень відрізняються від ідеальних (параксіальних). Відмінність дійсної координати від ідеальної (параксіальної) є кількісною мірою аберації. Таким чином, аберацію можна визначити як різницю лінійних або кутових дійсних та параксіальних координат променів.

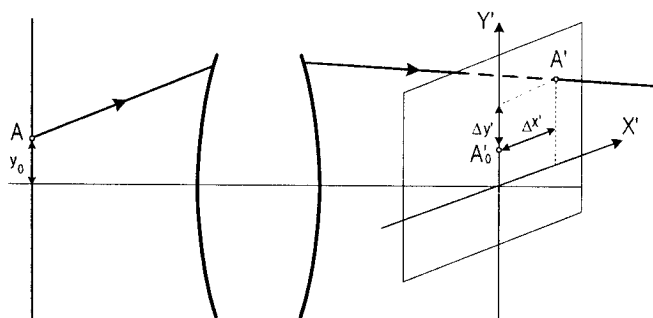


Рисунок 5.1 – Поперечні аберації

Розрізняють поперечні та повздовжні аберації.

Поперечні аберації – це відхилення координат точки A' перетину реального променя з площиною зображення від координат точки A'_0 ідеального зображення в напрямі, перпендикулярному до оптичної осі (рис. 5.1):

$$\Delta x' = x' - x'_0,$$

$$\Delta y' = y' - y'_0.$$

Меридіональна та сагітальна складові $\Delta x'$ та $\Delta y'$ поперечної аберації залежать від напрямку променя, а отже, є функціями координат променя, що падає на вхідну зіницю, тобто функціями координат початку променя (координати y_0 точки A) та координат Px та Py перетину променя з площиною вхідної зіниці:

$$\Delta x' = f(y_0, P_x, P_y),$$

$$\Delta y' = g(y_0, P_x, P_y).$$

Виконуючи розрахунок для кількох променів, які виходять з точки А та проходять через різні точки вхідної зіниці, знаходять поперечні аберації $\Delta x'$ та $\Delta y'$ для кожного променя, які і характеризують пляму розсіювання даної предметної точки.

Для знаходження меридіональної $\Delta x'$ та сагітальної $\Delta y'$ складових поперечної аберації застосовують розкладання функцій f та g в ряди по y_0 , P_x та P_y . Лінійні члени цих розкладань відповідають параксіальній оптиці, а значить, коефіцієнти при них повинні дорівнювати нулю. Парні степені не увійдуть до розкладання внаслідок симетрії оптичної системи. Таким чином, залишаться тільки непарні степені, починаючи з третього, які відповідають меридіональній та сагітальній складовим поперечної аберації третього, п'ятого, сьомого і т. д. порядків. Складові аберацій порядку вище третього (тобто п'ятого, сьомого і т. д.) називають абераціями вищих порядків.

Аналітичні вирази, що визначають аберації вищих порядків, виявляються настільки громіздкими, що їх практичне застосування є ускладненим. Тому при розв'язуванні задач із визначення конструктивних параметрів оптичної системи, які забезпечать необхідні значення остаточних аберацій, розглядають лише аберації третього порядку.

Теорія аберацій третього порядку визначає наближені значення складових аберацій $\Delta x'$ та $\Delta y'$, поданих у вигляді рядів

$$\Delta x'_{III} = Ap_x(p_y^2 + p_x^2) + 2By_0 p_x p_y + Dy_0^2 p_x, \quad (5.1)$$

$$\Delta y'_{III} = Ap_y(p_y^2 + p_x^2) + By_0(3p_y^2 + p_x^2) + Cy_0^2 p_y + Ey_0^3, \quad (5.2)$$

в яких коефіцієнти A , B , C , D та E залежать від положення площини вхідної зіниці, площини предмета та конструктивних характеристик оптичної системи (радіусів кривизни оптичних поверхонь, відстаней між оптичними поверхнями, показників заломлення). Зазвичай класифікацію аберацій здійснюють, розглядаючи кожний доданок окремо, беручи інші коефіцієнти рівними нулю.

Повздовжні аберації – це відхилення координат точки O'' перетину реального променя з оптичною віссю від координат точки O' ідеального зображення в напрямі вздовж оптичної осі (рис. 5.2).

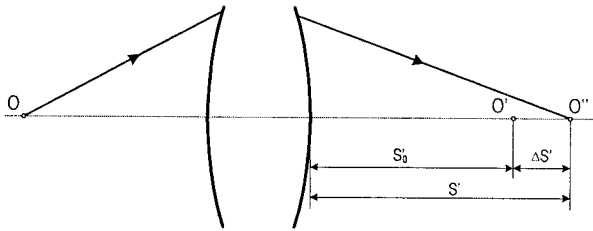


Рисунок 5.2 – Повздовжні аберації

Аберації відсутні у тому випадку, якщо промінь іде по нормалі до поверхні, коли кути падіння і заломлення (або відбиття) дорівнюють нулю.

Крім цього, у разі утворення зображення випромінюванням в межах спектрального діапазону $\lambda_1 \dots \lambda_n$ навіть у параксіальній області координати променів для довжин хвиль $\lambda_1 \dots \lambda_n$ будуть різними. У цьому випадку аберація (хроматична) являє собою різницю координат променів (параксіальних або дійсних) для довжин хвиль λ_1 та λ_n .

Головне завдання оптичної системи полягає у створенні правильного (неспотвореного абераціями) зображення предмета, яке в простому випадку є плоскою картиною, розташованою перпендикулярно до оптичної осі. Аберації оптичних систем не можна усунути, крім рідкісних окремих випадків, які передбачають використання асферичних поверхонь. Аберації можна зменшити (виправити) до необхідної величини, при якій пляма розсіювання або спотворення форми не перевищує допустимих значень.

Контрольні питання

1. Що таке аберації? Чим вони обумовлюються?
2. Які бувають аберації з точки зору залежності від довжини світлової хвилі? Як вони проявляються?
3. Яким чином оцінюють значення аберацій?
4. Які аберації будуть мати місце, якщо перед оптичною системою розмістити світлофільтр, який пропускає випромінювання тільки однієї довжини хвилі?
5. Відомо, що реальні системи є подібними до ідеальних лише в параксіальній області. Чи залежить величина аберацій від ширини пучка? Якщо так, то як? Вважається, що світловий пучок є тим ширшим, чим більші кути з оптичною віссю утворюють його промені.
6. Чи правильним є твердження, що в параксіальній області не може

бути ніяких абераций? Відповідь поясніть.

7. Які аберации є поперечними, а які повздовжніми?

5.2 Монохроматичні аберации

5.2.1 Сферична аберация

Сферичною аберацией називають порушення гомоцентричності широкого пучка променів при збереженні його симетрії відносно осі пучка. Сферична аберация виникає через те, що оптична довжина ходу променів, які йдуть на різних висотах, від точки предмета до точки зображення є різною.

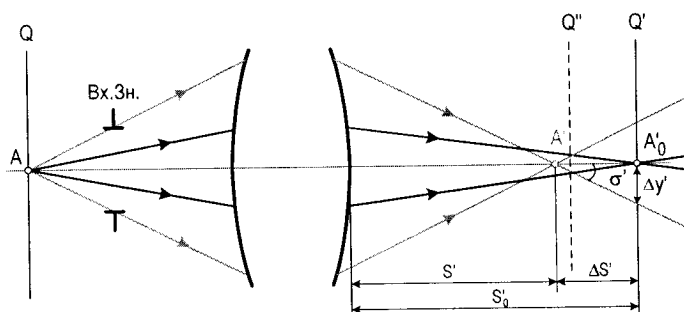


Рисунок 5.3 – Сферична аберация

Суть сферичної аберации ілюструє рис. 5.3. Промені, що поширюються з точки A та перетинають площину входної зіниці на різних висотах від оптичної осі, в просторі зображень перетинають оптичну вісь в різних точках. Так, точка A'_0 , яка знаходиться на відстані S'_0 від останньої поверхні системи, є ідеальним зображенням точки A , створюваним параксіальними променями. Промені, які перетинають площину входної зіниці на скінченних відстанях від оптичної осі, не проходять через точку ідеального зображення A'_0 і перетинають оптичну вісь в точках, які будуть розташовані ближче до оптичної системи, ніж точка A'_0 (це відноситься до позитивної системи, якщо система негативна, то картина буде протилежною). Так, апертурні промені, які проходять через край входної зіниці, тобто проходять через площину входної зіниці на максимальній, порівняно з іншими променями, висоті, перетинають оптичну вісь у точці A' , яка знаходиться на відстані S' від останньої поверхні системи. Внаслідок цього замість чіткого зображення точки у площині ідеального зображення Q' утворюється коло радіуса $\Delta y'$.

Величина $\Delta S = S'_0 - S'$ називається **повздожньою сферичною аберацією**, а величина $\Delta y' = \Delta S \cdot tg \sigma'$ – **поперечною сферичною аберацією**.

Сферична аберація погіршує різкість зображення і має місце для всіх точок поля оптичної системи. В оптичних системах зі сферичними оптичними поверхнями сферична аберація може бути зменшена комбінацією позитивних та негативних лінз, що характеризуються різними знаками сферичної аберації. Проте такий підхід дозволяє усунути сферичну аберацію тільки для деяких променів. Для всіх променів, що заповнюють вхідну зіницю, сферичну аберацію можна виправити лише при заміні сферичних поверхонь асферичними.

Поперечна сферична аберація характеризує коло розсіювання, яке виникає замість ідеального зображення точки. Як видно з рис. 5.3, діаметр цього кола залежить від вибору положення площини зображення (при зсуві площини зображення ліворуч $\Delta y'$ спочатку зменшується, а потім знову збільшується). Площина Q'' , в якій коло розсіювання має мінімальний діаметр, називається **площиною найкращого встановлення**.

На закінчення додамо, що чим більший діаметр вхідної зіниці, тим більша різниця в координатах точок перетину дійсного та параксіального променів з площиною вхідної зіниці, а значить, тим більший діаметр $2 \cdot \Delta y'$ кола розсіювання.

5.2.2 Кома

Комою називається порушення симетрії широкого похилого пучка променів, що поширюються з позаосьової предметної точки (рис. 5.4). У результаті, точка зображується несиметричною плямою у вигляді коми з ядром (область зі збільшеною яскравістю), зміщеним вниз або вгору відносно її центра (ще отримуване зображення нагадує комету). Віссю такого похилого пучка є головний промінь, який іде через центр вхідної зіниці.

Порушення симетрії вихідного пучка пояснюється різними кутами падіння променів вхідного пучка на заломлювальні поверхні. Тому аберація залежить від кута, під яким промені пучка проходять через вхідну зіницю, та діаметра вхідної зіниці. Отже, чим далі віддалена предметна точка від оптичної осі, тим більше значення коми для неї. Зазвичай асиметрію пучка досліджують в меридіональній площині. Значення меридіональної коми обчислюється за виразом:

$$\Delta y' = \frac{y'_a - y'_n}{2} - y'_{\text{гол}},$$

де y'_a , y'_n та $y'_{\text{гол}}$ – ординати точок перетину верхнього, нижнього та головного променів пучка з площиною зображення.

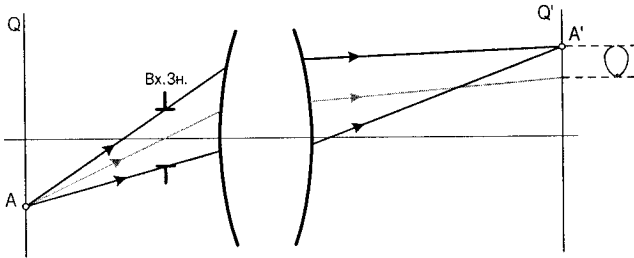


Рисунок 5.4 – Меридіональна кома

Для обчислення цієї величини розраховують хід дійсних променів – головного, верхнього та нижнього та визначають ординати точок їх перетину з площиною зображення.

Разом зі сферичною аберациєю меридіональна кома є найбільш помітним недоліком зображення, що виявляється по всьому полю. Тому виправлення коми є обов'язковим у всіх оптичних системах, що працюють з широкими пучками променів, незалежно від величини кутового поля. У складних оптичних системах з великими кутівими полями може бути і сагітальна кома, що виникає при проходженні плоского пучка променів в сагітальній площині.

Якщо оптична система дає безабераційне зображення точки, то для отримання безабераційного зображення нескінченно малого відрізка, перпендикулярного оптичній осі, в системі повинна виконуватися умова синусів Аббе:

$$n' \cdot dy' \cdot \sin \sigma' = n \cdot dy \cdot \sin \sigma$$

або

$$\frac{dy'}{dy} = \frac{n \cdot \sin \sigma}{n' \cdot \sin \sigma'}, \quad (5.3)$$

де dy та dy' – нескінченно малий предмет та його зображення;

σ та σ' – кути між оптичною віссю та променями, які проходять через осьові точки предмета та зображення;

n та n' – показники заломлення середовищ просторів предметів та зображень.

Умова (5.3) повинна забезпечуватися для будь-яких значень σ . Оскільки $dy'/dy = \beta$ – лінійне збільшення, це означає, що для отримання безабераційного зображення лінійне збільшення повинно бути однаковим для усіх променів, що беруть участь у формуванні зображення і падають на оптичну систему під скінченними кутами до оптичної осі.

Для нескінченно віддаленої предметної площини умова синусів має вигляд:

$$\frac{m}{\sin \sigma'} = f' = f'_0, \quad (5.4)$$

де m – відстань між оптичною віссю та точкою, в якій площину вхідної зіниці перетинає промінь, що входить в оптичну систему паралельно оптичній осі та на виході із системи утворює з віссю кут σ' ;

f'_0 – задня фокусна відстань оптичної системи для параксіальних променів.

Умова (5.4) повинна забезпечуватися для будь-яких значень m . Для променя, що проходить через край вхідної зіниці, $m = D/2$, $\sin \sigma' = \sin \sigma'_A$. Оскільки межове значення апертурного кута у просторі зображень σ'_A не може бути більшим за 90° , то, відповідно до (5.4), максимально можливий відносний отвір оптичної системи, що задовольняє умову синусів, обмежений нерівністю:

$$\frac{D}{f'} < 1:0.5.$$

Пара точок на осі оптичної системи, для яких відсутня сферична аберація і виконується умова синусів, називається **парою апланатичних точок**. Оптичні системи, в яких відсутня сферична аберація і виконується умова синусів, називаються **апланатичними** або **апланатами**. Прикладами апланатів є об'єктиви зорових труб, коліматорів, мікроскопів, що працюють при невеликих куткових або лінійних полях.

У багатьох випадках не вдається отримати досконалого зображення для точки, розташованої на оптичній осі: в оптичних системах з великими зіни-

цями сферична аберація виправляється для двох, рідко для трьох променів, решта променів осевого пучка мають сферичну аберацію, яка не усувається. В оптичних системах, що мають залишкову сферичну аберацію, замість умови апланатизму виконують умову **ізопланатизму**, при якій якість зображення точок, розташованих поблизу оптичної осі, є такою самою, як і осевої точки.

5.2.3 Астигматизм та кривизна поля

Астигматизм і кривизна поля зображення відносяться до польових аберацій. Вони помітно впливають на якість зображення, викликаючи його нерізкість при великих кутових (або лінійних) полях. На відміну від коми, ці дві аберації виникають при зображенні позаосевої точки предмета нескінченно вузькими (елементарними) похилими пучками.

Астигматизм полягає в тому, що зображення однієї і тієї самої точки предмета нескінченно тонкими пучками променів – меридіональними та сагітальними – виходить у вигляді двох точок, які не збігаються із зображенням, утвореним параксіальними променями (рис. 5.5).

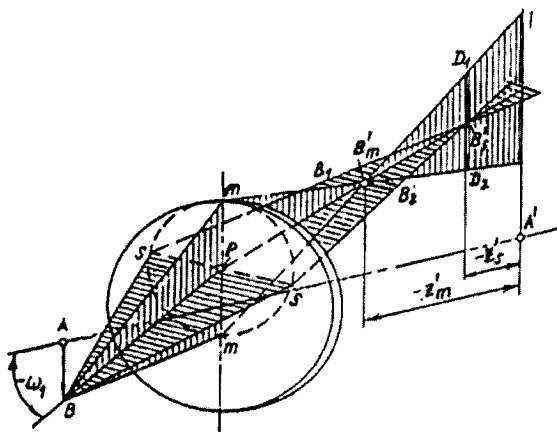


Рисунок 5.5 – Зображення позаосевої точки при астигматизмі

На рис. 5.5 пучок променів, що поширюється з позаосевої точки В у меридіональній площині, позначений через mm , а пучок, що поширюється сагітальній площині, – через ss (сагітальна площина проходить через вісь пучка перпендикулярно до меридіональної площини). Віссю пучка є головний промінь, що поширюється з точки В та проходить через центр вхідної

зіниці (точка P). Через те, що кривизна оптичних поверхонь для меридіонального та сагітального пучків виявляється різною, промені меридіонального пучка збираються в точці B'_m , а сагітального – в точці B'_s , які розташовані на відстанях z'_m та z'_s від площини Гаусса (площини параксіального зображення). Обидві точки лежать на головному промені. Відстань по головному променю між точками B'_m та B'_s називається **астигматичною різницею** або **астигматизмом**. Зазвичай астигматизм вимірюють по оптичній осі різницею відрізків z'_s та z'_m , тобто визначають як $z'_s - z'_m$.

Якщо розглянути весь кінцевий пучок променів, що виходить з точки B , то зображення точки B , утворюване меридіональними променями, буде виходити у вигляді горизонтальної лінії B_1B_2 , що лежить в сагітальній площині. Аналогічно, зображення точки B сагітальними променями виходить у вигляді вертикальної лінії D_1D_2 , що лежить в меридіональній площині. У площині параксіального зображення пляма розсіювання має форму еліпса; в перерізі, що проходить через точку B' , – форму кола. Між точками B'_m та B'_s фігури розсіювання мають вигляд еліпсів з різною орієнтацією осей.

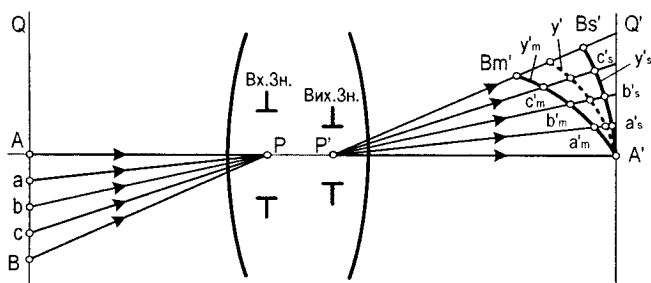


Рисунок 5.6 – Зображення відрізка, утворюване астигматичними пучками

У випадку протяжного об'єкта необхідно розглядати сукупність точок цього об'єкта, кожна з яких зображується астигматичними пучками променів. Якщо об'єктом є відрізок прямої AB , розташований у меридіональній площині, то кожній точці цього відрізка буде відповідати меридіональне та сагітальне зображення (рис. 5.6). З'єднаючи отримані точки, одержимо криві y'_m та y'_s , які є відповідно меридіональним та сагітальним зображеннями відрізка AB . Якщо ці криві обертають навколо оптичної осі, то отримаємо астигматичні поверхні обертання, які доторкаються площини ідеального зображення в точці A' . Так виникає інша аберация – **кривизна поля зображення**. Кривизна поля зображення проявляється в тому, що найкраще зо-

ображення виходить на викривленій поверхні, а не в площині.

Між кривими зображень u'_m та u'_s проходить середня крива зображення u' . На поверхні зображення, яка утворюється при обертанні кривої u' навколо оптичної осі, кожна точка відрізка АВ зображається у вигляді кружка правильної форми. На цій поверхні кривизна поля зображення має середнє значення.

Отже, наявність в оптичній системі абераций астигматизму та кривизни поля зображення при умові, що зображення проєкціюється на площину, веде до нерізкого зображення точок. Ця нерізкість збільшується із віддаленням точки від оптичної осі. Відзначимо характерні особливості зображення, створюваного системою, що має астигматизм, для випадку, коли об'єктом є двовимірною фігура. Оптична система, що має астигматизм, не може одночасно дати різке зображення горизонтальних і вертикальних ліній. Елементарні меридіональні пучки зображають кожену точку у вигляді ліній, перпендикулярних до цих меридіональних площин. Елементарні відрізки меридіональних зображень, накладаючись один на одного, дають різке зображення кола. Зображення точок, що належать радіусам, будуть при цьому виходити у вигляді елементарних ліній, перпендикулярних до радіусів. Довжина цих елементарних відрізків не є однаковою і збільшується із віддаленням від оптичної осі (рис. 5.7, б).

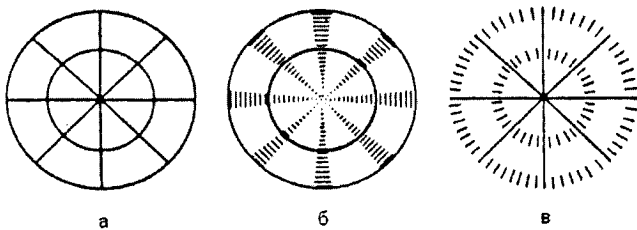


Рисунок 5.7 – Зображення радіальних ліній і концентричних кіл астигматичними пучками

Елементарні сагітальні пучки будуть відображати кожену точку об'єкта у вигляді ліній, перпендикулярних до різноорієнтованих сагітальних площин. У результаті зображення радіусів виходять невикривленими, а зображення кіл утворюються сукупністю елементарних радіальних відрізків, довжина яких збільшується із віддаленням від оптичної осі (рис. 5.7, в).

Астигматизм та кривизну поля зображення оптичної системи зазвичай характеризують величинами z'_m та z'_s , які зводяться до таблиць та ілюстру-

ються графіками. Ці таблиці та графіки відображають залежність z'_m та z'_s від кутів, що утворюються з оптичною віссю головними променями, які поширюються з різних точок предмета, або залежність z'_m та z'_s від лінійного розміру предмета.

Оптичні системи з виправленим астигматизмом і кривизною поля зображення називають **анастигматами**. В таких системах астигматизм та кривизна поля зображення практично повністю виправляються для деякого кута поля та мають допустимі значення у межах усього поля оптичної системи.

5.2.4 Дисторсія

Дисторсією називається монохроматична аберация, при якій порушується подібність зображення та предмета. Дисторсія виникає через те, що точки предмета, по-різному віддалені від оптичної осі, відображаються з різним лінійним збільшенням.

Ця аберация не залежить від координат променя у площині вхідної зіниці. Внаслідок цього усі промені, що виходять з даної точки предмета, після проходження оптичної системи дають гомоцентричний пучок, що сходиться в площині ідеального зображення в точці, яка не збігається з її ідеальним зображенням. Тому при дисторсії лише викривляється форма зображення без порушення його різкості.

Дисторсія відноситься до польових абераций. Вона особливо помітна при великих кутових (або лінійних) полях оптичної системи. Дисторсія залежить від величини кутового поля, але не залежить від ширини пучків променів, тобто розмірів вхідної зіниці. Вона проявляється в нескінченно вузьких пучках, тому дисторсію іноді називають аберацией головного променя.

Значення дисторсії для даної точки поля визначається різницею між ординатою y' точки перетину головного променя з площиною зображення та ординатою y'_0 точки, що відповідає ідеальному зображенню:

$$\Delta y' = y' - y'_0. \quad (5.5)$$

Зазвичай дисторсію виражають у відносних одиницях (у відсотках):

$$\Delta = \frac{y' - y'_0}{y'_0} \cdot 100\% = \left(\frac{y'}{y'_0} - 1 \right) \cdot 100\%$$

або

$$\Delta = \left(\frac{\beta}{\beta_0} - 1 \right) \cdot 100\%, \quad (5.6)$$

де β та β_0 – відповідно дійсне лінійне збільшення та лінійне збільшення ідеальної системи.

З виразу (5.6) видно, що лінійне збільшення оптичної системи β є постійним для будь-якої точки предмета і дорівнює лінійному збільшенню ідеальної оптичної системи β_0 , тобто $\beta = \beta_0$, дисторсія буде відсутня. Оптична система вільна від дисторсії називається **ортоскопічною**.

Відповідно до виразів (5.5) та (5.6) якщо абсолютне значення β збільшується при віддаленні предметної точки від оптичної осі, то збільшується дисторсія $\Delta y'$, тобто $|\beta| > |\beta_0|$. У цьому випадку дисторсія позитивна. Замість квадрата виходить подушкоподібна фігура (рис. 5.8, б).

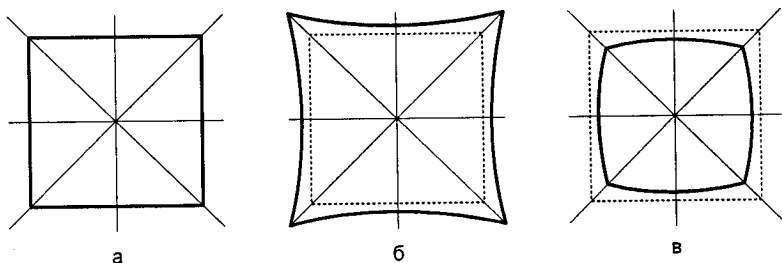


Рисунок 5.8 – Спотворення зображення дисторсією: а – предмет у вигляді квадрата; б – позитивна (подушкоподібна) дисторсія; в – негативна (бочкоподібна) дисторсія.

Якщо абсолютне значення β зменшується при віддаленні предметної точки від оптичної осі, то зменшується і дисторсія $\Delta y'$, тобто $|\beta| < |\beta_0|$. У цьому випадку дисторсія негативна. Замість квадрата виходить бочкоподібна фігура (рис. 5.8, в).

Допустиме значення відносної дисторсії (значення дисторсії непомітне для ока) становить величину 5...10%. Виправлення дисторсії важливе у вимірювальних приладах (зокрема у фотограмметричних об'єктивах), оскільки наявність дисторсії веде до нелінійної похибки вимірювання. Для таких приладів значення відносної дисторсії становить десятки і навіть соті частки відсотка.

Контрольні питання

1. Як проявляється сферична аберация? Які причини виникнення сферичної аберации?
2. Що називається повздовжню сферичною аберациєю, а що поперечною?
3. Охарактеризуйте зображення за наявності сферичної аберации.
4. Яка площина називається площиною найкращого установлення?
5. Чи впливає діаметр вхідної зіниці на величину сферичної аберации? Якщо так, то як?
6. Як проявляється кома? Які причини виникнення коми?
7. Яка умова отримання без аберацийного зображення?
8. Охарактеризуйте зображення за наявності коми.
9. Які оптичні системи називаються апланатичними?
10. Які оптичні системи називаються ізопланатичними?
11. Як проявляється астигматизм? Які причини виникнення астигматизму?
12. Що таке астигматизм та кривизна поля?
13. Охарактеризуйте плоске зображення (зображення отримане в площині) за наявності астигматизму та кривизни поля.
14. Як проявляється дисторсія? Які причини виникнення дисторсії?
15. Охарактеризуйте зображення за наявності дисторсії.
16. Як оцінюється значення дисторсії?
17. Чи залежить дисторсія від діаметра вхідної зіниці та кутового поля оптичної системи? Якщо так, то як?
18. Яка оптична система називається ортоскопічною? Яка умова отримання ортоскопічної системи?

5.3 Хроматичні аберации

5.3.1 Хроматизм положення та вторинний спектр

Виникнення **хроматичних** абераций пов'язано з явищем дисперсії – залежності показника заломлення оптичного середовища від довжини світлової хвилі. У результаті оптичне випромінювання складного спектрального складу при проходженні через заломлювальні поверхні розкладається на окремі монохроматичні складові. На відміну від монохроматичних, хроматичні аберации проявляються вже в параксіальній області.

Для оптичного скла (або інших оптичних матеріалів) характерна нормальна дисперсія, коли показник заломлення n обернено пропорційний довжині хвилі λ . Тому на лінзових компонентах промені з більш короткими довжинами хвиль відхиляються сильніше.

Нехай на оптичну систему від осевої точки A надходить випромінювання складного оптичного складу, наприклад, біле світло (рис. 5.9). Розглянемо параксіальні промені, які відповідають нижній межі спектра випромінювання, основній частині та верхній межі, тобто промені з довжинами хвиль λ_1 , λ_0 та λ_2 , відповідно.

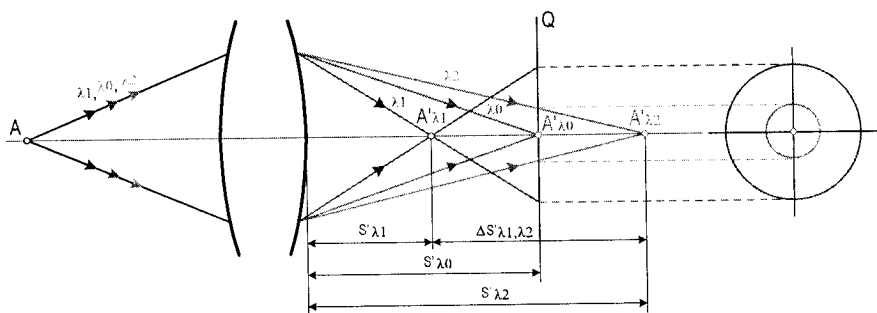


Рисунок 5.9 – Хроматизм положення

Внаслідок дисперсії після заломлення в оптичній системі цей пучок розкладеться на кольорові складові, які утворюють зображення точки A на різних відстанях s'_{λ_1} , s'_{λ_0} та s'_{λ_2} від оптичної системи, причому $s'_{\lambda_1} \neq s'_{\lambda_0} \neq s'_{\lambda_2}$.

Отже, **хроматизм положення** – це хроматична аберация, при якій зображення однієї точки предмета для різних довжин хвиль розташовані на різних відстанях від оптичної системи.

Кількісно хроматизм положення визначається різницею положень зображень для крайніх довжин хвиль:

$$\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2} = s'_{\lambda_1} - s'_{\lambda_2}. \quad (5.7)$$

За наявності хроматизму положення у площині параксіального зображення, за яку зазвичай приймають площину зображення для λ_0 , зображення точки буде нечітким та матиме кольорову забарвленість: у центрі – зелена точка, по краях – червоно-синя облямівка, середня область практично безбарвна через змішування кольорів (рис. 5.9).

Знайдемо хроматизм положення одиночної тонкої лінзи. Взаємне розташування точки А та її зображення А', визначається формулою відрізків (формулою Гаусса (2.7):

$$f'/s'_\lambda + f/s = 1. \quad (5.8)$$

Для лінзи, розташованої у повітрі, $f = -f'$. Тоді вираз (5.8) запишеться у вигляді:

$$1/s'_\lambda - 1/s = 1/f'. \quad (5.9)$$

Диференціюванням формули (5.9) за s'_λ отримаємо:

$$-\Delta s'_\lambda / s'^2_\lambda = -\Delta f' / f'^2. \quad (5.10)$$

Отже,

$$\Delta s'_{\lambda 1, \lambda 2} = s'^2_\lambda \cdot \Delta f' / f'^2 \quad (5.11)$$

Для визначення значення $\Delta f' / f'^2$ скористаємося виразом (2.34) для фокусної відстані сферичної лінзи, який для тонкої лінзи ($d = 0$) буде мати вигляд:

$$\frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (5.12)$$

Диференціюючи вираз (5.12), отримаємо:

$$-\frac{\Delta f'}{f'} = \Delta n \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

або

$$-\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{\Delta n}{f' \cdot (n-1)}, \quad (5.13)$$

де $\Delta n = n_{\lambda 1} - n_{\lambda 2}$, $n-1 = n_{\lambda 0} - 1$.

З врахуванням виразу (2.3) для коефіцієнта відносної дисперсії v_e , вираз (5.13) запишеться у вигляді:

$$-\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{1}{f' \cdot v_e}. \quad (5.14)$$

З виразів (5.11) та (5.14) отримаємо:

$$\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2} = -\frac{s'^2_{\lambda}}{f' \cdot \nu_e}. \quad (5.15)$$

Якщо предмет знаходиться у нескінченності ($s = -\infty$), $s'_{\lambda} = f'$. Тоді

$$\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2} = -\frac{f'}{\nu_e}. \quad (5.16)$$

Хроматизм положення ілюструють графіком, що відображає залежність $s'_{\lambda}(\lambda)$ (рис. 5.10, а).

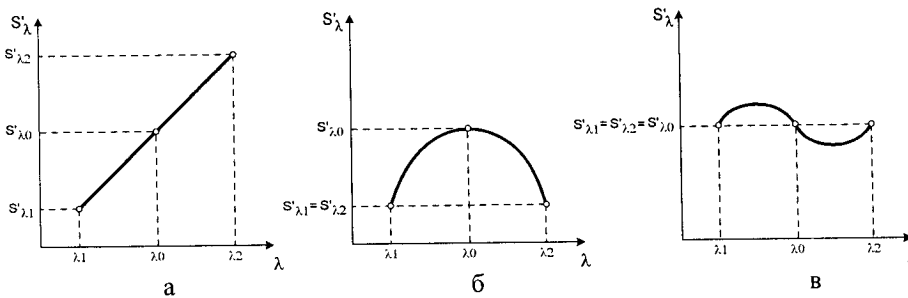


Рисунок 5.10 – Хроматичні аберації положення: а – хроматизм положення; б – вторинний спектр; в – виправлений вторинний спектр

Як витікає з формули (5.16), позитивні лінзи мають хроматизм положення негативний, а негативні – позитивний.

Хроматизм положення одиночної тонкої лінзи не можна виправити. Проте відповідним підбором матеріалів та фокусних відстаней позитивної та негативної лінз можна виправити хроматизм положення, тобто досягнути **ахроматизму** – умови, при якій $s'_{\lambda_1} = s'_{\lambda_2}$.

Розглянемо умову ахроматизації дволінзового тонкого склесеного об'єктива (відстань між лінзами об'єктива дорівнює нулю), що розташований у повітрі. Оптична сила такого об'єктива дорівнює:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \quad (5.17)$$

де Φ_1 та Φ_2 – оптичні сили компонентів об'єктива.

Диференціюючи вираз (5.17), отримаємо:

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2. \quad (5.18)$$

Враховуючи, що $\Phi = 1/f'$, та використовуючи вираз (5.12), для $\Delta\Phi$ будемо мати:

$$\Delta\Phi = \Delta n \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{\Delta n}{n-1} \cdot \Phi$$

або

$$\Delta\Phi = \frac{\Phi}{\nu_e}. \quad (5.19)$$

З врахуванням виразу (5.19) вираз (5.18) запишеться у вигляді:

$$\Delta\Phi = \frac{\Phi_1}{\nu_{e1}} + \frac{\Phi_2}{\nu_{e2}}. \quad (5.20)$$

Умовою виправлення хроматизму є $\Delta\Phi = 0$. З врахуванням формули (5.20) умова ахроматизації буде мати вигляд:

$$\frac{\Phi_1}{\nu_{e1}} = -\frac{\Phi_2}{\nu_{e2}}. \quad (5.21)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (5.17) та (5.21), отримаємо формули для обчислення оптичних сил лінз, що входять до складу ахроматичної пари:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \frac{\nu_{e1}}{\nu_{e1} - \nu_{e2}} \cdot \Phi, \\ \Phi_1 = \frac{\nu_{e2}}{\nu_{e1} - \nu_{e2}} \cdot \Phi. \end{cases} \quad (5.22)$$

З отриманих виразів (5.17), (5.21) та (5.22) витікає, що для виправлення хроматизму положення необхідна комбінація лінз, які мають фокусні відстані різних знаків. При цьому позитивна лінза для позитивного об'єктива повинна бути виготовлена з матеріалу з більшим коефіцієнтом дисперсії, а для негативного об'єктива – з меншим. Іншими словами, з матеріалу з більшим коефіцієнтом дисперсії виготовляється лінза, знак фокусної відстані якої збігається зі знаком фокусної відстані об'єктива.

При ахроматизації дволінзового склесного об'єктива вдається сумістити параксіальні зображення осьових точок тільки для променів з довжинами хвиль λ_1 та λ_2 . Зображення на основній довжині хвилі λ_0 виявляється на відстані s'_{λ_0} , яка не дорівнює $s'_{\lambda_1} = s'_{\lambda_2}$ (рис. 5.10, б). Залишковий хроматизм називається **вторинним спектром**. Вторинний спектр може бути оцінений різницею:

$$\Delta s'_{\lambda_0, \lambda_1} = s'_{\lambda_0} - s'_{\lambda_1}$$

або різницею

$$\Delta s'_{\lambda_0, \lambda_2} = s'_{\lambda_0} - s'_{\lambda_2}.$$

Вторинний спектр є значно меншим первинного хроматизму положення, проте він все ж таки впливає на якість зображення. Для виправлення вторинного спектра необхідно використовувати не менше трьох сортів скла з різними коефіцієнтами дисперсії.

При виправленому вторинному спектрі вдається сумістити зображення осьових точок для межових та основної довжин хвиль, тобто досягти рівності:

$$s'_{\lambda_0} = s'_{\lambda_1} = s'_{\lambda_2}.$$

Оптичні системи з виправленим вторинним спектром називаються **апохроматами** (рис. 5.10, в).

5.3.2 Хроматизм збільшення

Хроматизм збільшення – це хроматична аберация, при якій зображення позаосьової точки предмета, що утворюються оптичною системою в променях з різними довжинами хвиль, розташовуються на різних відстанях від оптичної осі (рис. 5.11).

Кількісно абсолютний хроматизм збільшення оцінюють за різницею y' для граничних довжин хвиль:

$$\Delta y'_{\lambda_1, \lambda_2} = y'_{\lambda_1} - y'_{\lambda_2}. \quad (5.23)$$

Абсолютний хроматизм збільшення, що визначається за виразом (5.23), вимірюють у тих самих одиницях, що й величину зображення: для кінцевих відстаней – у лінійних одиницях, для предметів, що знаходяться у нескінченності – у кутових.

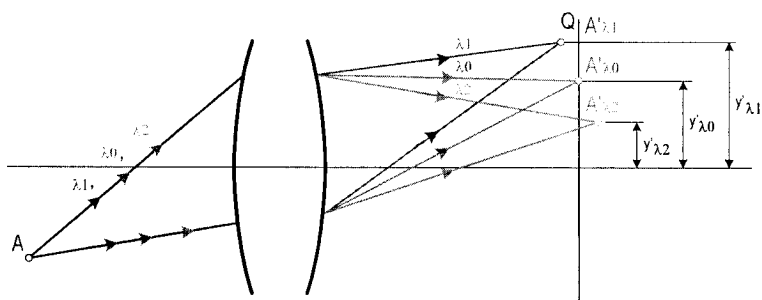


Рисунок 5.11 – Хроматизм збільшення

Хроматизм збільшення може бути оцінений і у відносних одиницях:

$$\frac{\Delta y'_{\lambda_1, \lambda_2}}{y'_{\lambda_0}} = \frac{y'_{\lambda_1} - y'_{\lambda_2}}{y'_{\lambda_0}}$$

Хроматизм збільшення визначається у площині параксіального зображення для основної довжини хвилі. При наявності хроматизму збільшення зображення предметів набувають кольорових контурів, які погіршують різкість зображення. Хроматизм збільшення зростає при збільшенні кутових полів оптичних систем і залежить не лише від конструктивних параметрів оптичних деталей та використовуваних оптичних матеріалів, а й від ступеня виправлення хроматизму положення.

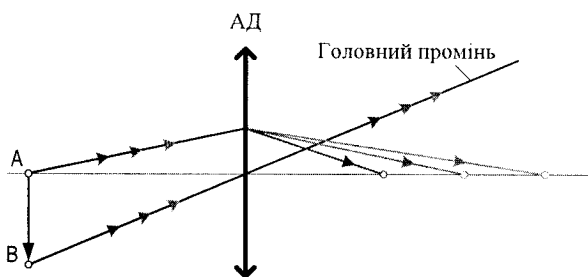


Рисунок 5.12 – Хроматизм положення та збільшення тонкої лінзи

Хроматизм збільшення може виправлятися незалежно від хроматизму положення. Зокрема, якщо оптична система є тонкою, а апертурна діафрагма збігається із системою, то хроматизм положення існує, а хроматизму збільшення немає (рис. 5.12).

Контрольні питання

1. Які причини виникнення хроматичних аберацій? Чи можуть хроматичні аберації проявлятися в параксіальній області?
2. Як проявляється хроматизм положення? Які причини виникнення хроматизму положення?
3. Як оцінюється хроматизм положення?
4. Охарактеризуйте зображення при хроматизмі положення.
5. Чи є різниця між хроматизмами положення одиночної позитивної та одиночної негативної лінз?
6. Яка умова ахроматизму? Як вона може бути досягнена?
7. Як проявляється вторинний спектр? Як він оцінюється?
8. Які оптичні системи називаються апохроматами? Як можна отримати апохромат?
9. Як проявляється хроматизм збільшення? Які причини виникнення хроматизму збільшення?
10. Як оцінюється хроматизм збільшення? В яких одиницях він може вимірюватися?
11. Охарактеризуйте зображення при наявності хроматизму збільшення.
12. За яких умов хроматизму збільшення може не бути?

6 ОКО ЯК ОПТИЧНА СИСТЕМА

6.1 Око як оптична система

6.1.1 Будова ока

Око людини має приблизно шароподібну форму, діаметром, в середньому, 2,5 см. Зовні око оточено трьома оболонками. Зовнішня міцна оболонка 1 (рис. 6.1), що називається склерою або білковою, захищає внутрішню частину ока від механічних ушкоджень. Склера на передній частині ока є прозорою і називається роговою оболонкою або рогівкою 2. На всій іншій поверхні ока склера є непрозорою, має білий колір і називається білком. З внутрішнього боку до склери прилягає судинна оболонка 3, що складається зі складного переплетення кров'яних судин, які живлять око. Ця друга оболонка у передній частині ока переходить в райдужну оболонку, яка у різних людей має різний колір. Райдужна оболонка в середині має отвір, що називається зіницею 4. Райдужна оболонка може деформуватися і таким чином змінювати діаметр зіниці. Зміна діаметра зіниці відбувається рефлекторно (без участі свідомості) залежно від кількості світла, що потрапляє в око. При яскравому освітленні діаметр зіниці має приблизне значення 2 мм, при слабкому – до 8 мм.

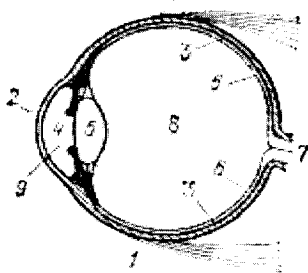


Рисунок 6.1 – Схематичний переріз ока людини: 1 – білкова оболонка; 2 – рогівка; 3 – судинна оболонка; 4 – зіниця; 5 – кришталік; 6 – сітківка; 7 – зоровий нерв; 8 – склоподібне тіло; 9 – передня камера

На внутрішній поверхні судинної оболонки розташована сітківка 6. Вона покриває усе дно ока, крім його передньої частини. Ззаду через оболонку входить зоровий нерв 7, що з'єднує око з мозком. Сітківка складається з розгалужень волокон зорового нерва та їх закінчень і утворює світлочутливу поверхню ока. Сітківка містить світлочутливі елементи – палички діаметром

близько 2 мкм та колбочки діаметром близько 5 мкм. Місце входу зорового нерва являє собою сліпу пляму, в якій світлочутливі елементи відсутні.

Всередині ока, безпосередньо за зіницею, розташований кришталик 5. Кришталик являє собою прозоре пружне тіло, що має форму двоопуклої лінзи. Кривизна поверхонь кришталика може змінюватися під впливом м'яза, що оточує його з усіх боків. Завдяки цьому досягається фокусування на сітківку зображень предметів, що знаходяться на різних відстанях. Уся порожнина ока за кришталиком заповнена драглистою рідиною, що утворює склоподібне тіло 8. Проміжок між рогівкою та райдужною оболонкою називається передньою камерою 9. Передня камера заповнена камерною рідиною.

6.1.2 Характеристики ока

За своїми властивостями око, як оптична система, подібне до фотоапарата. Роль об'єктива виконує кришталик у поєднанні із заломлювальним середовищем передньої камери та склоподібного тіла. Роль діафрагми виконує зіниця, а роль фотоплівки або фотоматриці – сітківка. Оптична система ока утворює на сітківці дійсне перевернуте зображення предмета.

Основними характеристиками ока є фокусна відстань f' , діаметр D_z зіниці ока, кутове поле. Задня фокусна відстань f' , що визначає масштаб зображення на сітківці, для середньостатистичного ока в спокої дорівнює 22,8 мм (оптична сила ока становить 58,6 дптр). Оскільки система ока діє в неоднорідному середовищі: $n = 1$, $n' = 1,33$ (де n' – показник заломлення склоподібного тіла), то передня фокусна відстань ока $f = -17,1$ мм.

Діаметр зіниці ока змінюється від 1,5 до 8 мм залежно від умов освітленості. Таким чином, відносний отвір ока може змінюватися в межах від 1:15 до 1:2,8, що обумовлює зміну освітленості сітківки приблизно у 30 разів.

Кутове поле ока в горизонтальній і вертикальній площині становить 150° і 125° , відповідно, більша частина якого використовується для орієнтації.

Відстань між центрами зіниць очей називається **очним базисом**. Очний базис визначається анатомічними особливостями і зазвичай становить 56...72 мм. При розрахунках значення очного базису береться рівним 65 мм.

Властивість ока суміщати зображення предметів, розташованих на різних відстанях, з поверхнею сітківки називають **акомодацією**. Акомодація забезпечується зміною оптичної сили кришталика, що відбувається за рахунок зміни кривизни його заломлювальних поверхонь під дією м'язів, що оточують його. Розрізняють **дальню** і **ближню точки ясного зору**. Перша визначається при відсутності напруги акомодацийних м'язів, коли око нала-

штовано на нескінченність, а друга – при найбільшому напруженні м'язів, коли фокусна відстань ока зменшується до 18,9 мм і око спроможне бачити точку, розташовану на відстані 92 мм. Відстань між ближньою і дальньою точками, виражену в діоптріях, називають **об'ємом акомодациї** (біля 11 дптр). Найбільш зручну відстань для читання, точної роботи і т. і при освітленості не менше 50 лк називають **відстанню найкращого зору**. Відстань найкращого зору для нормального ока що становить 250–300 мм.

Спроможність ока пристосовуватися до різноманітної інтенсивності світлового впливу називають **адаптацією**. При малих яскравостях предметів ($10^{-7} \dots 1$ кд/м²) світлове подразнення сприймається в основному паличками, а при яскравостях $1 \dots 105$ кд/м² – тільки колбочками. Адаптація забезпечується зміною діаметра зіниці, що регулює світловий потік, який потрапляє в око. Розрізняють світлову та темнову адаптацію. Світлова адаптація має місце при переході з темряви у світле приміщення, а темнова – навпаки, зі світла у темряву. Світлова адаптація становить десятки секунд, а темнова – десятки хвилин.

Властивість ока бачити роздільно дві близько розташовані точки предмета називають **роздільною здатністю**. Роздільна здатність характеризується кутовою межею роздільного бачення ψ_r , яка в середньому дорівнює одній кутовій хвилині ($1'$ або $60''$).

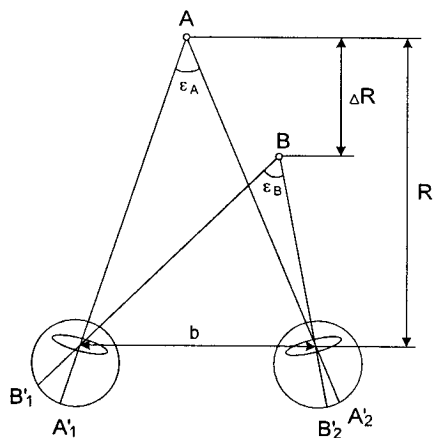


Рисунок 6.2 – Схема стереоскопічного зору

Спроможність тривимірного сприйняття простору при спостереженні двома очима називають **стереоскопічним зором**. Виникнення стереоефекту

ілюструє рис. 6.2. Точки А і В, що розташовані на різних відстанях від спостерігача, видні з лівого і правого ока під кутами ε_A і ε_B , різниця яких $\Delta\varepsilon$ є **стереоскопічним паралаксом**. Якщо кут $\Delta\varepsilon$ більший кута $\Delta\varepsilon_{\min}$, який називається границею стереоскопічного сприйняття, то точки А і В спостерігаються розташованими на різних відстанях R і $R-\Delta R$. Мінімальна відстань R_{\min} , за межами якої око не розрізняє різну віддаленість точок спостереження, називають **радіусом стереоскопічного зору**.

При достатньо великому, порівняно з очним базисом b , віддаленні R точки спостереження, можна вважати, що кут $\Delta\varepsilon$ дорівнює

$$\Delta\varepsilon = \frac{b}{R} \quad (6.1)$$

Досвідчений спостерігач відмічає різницю між зображеннями точок у лівому та правому очах при стереоскопічному паралаксі у $10''$. Беручи значення очного базису $b = 65$ мм і враховуючи, що $10'' = 4,9 \cdot 10^{-5}$ рад, з виразу (6.1) знаходимо радіус стереоскопічного зору:

$$R_{\min} = \frac{0,065}{4,9 \cdot 10^{-5}} = 1326,5(\text{м}).$$

Зазвичай за радіус стереоскопічного зору беруть відстань 1320 м.

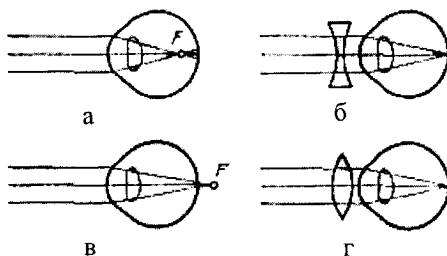


Рисунок 6.3 – Недоліки ока та їх корекція: а – короткозоре око; б – корекція короткозорості; в – далекозоре око; г – корекція далекозорості.

Якщо нормальне око акомодоване на нескінченність, то зображення фокусується на сітківці. Таке око називають **еметропічним**. Якщо зображення віддаленого предмета не збігається із сітківкою, око є **аметропічним**. Розрізняють два типи аметропії: коли задній фокус ока розташований перед

сітківкою – **короткозорість** або **міопія** (рис. 6.3, а), та коли задній фокус ока розташований за сітківкою – **далекозорість** або **гіперметропія** (рис. 6.3, в).

За короткозорості людина не може чітко бачити віддалені предмети, оскільки напруження м'язів при акомодациї ще сильніше віддаляють фокус від сітківки. Короткозорість виправляють окулярами з негативними лінзами (рис. 6.3, б).

За далекозорості для того, щоб бачити навіть віддалені предмети, людина вже повинна роботи зусилля. Для бачення близько розташованих предметів акомодациї властивості ока вже не вистачає. Тому для виправлення далекозорості використовують окуляри з позитивними лінзами (рис. 6.3, г).

6.1.3 Вимоги до візуальної оптичної системи

Аналіз характеристик і властивостей ока дозволяє сформулювати основні вимоги, що висувуються до візуальної оптичної системи, тобто до системи, що працює разом з оком.

1. Зображення, утворене оптичною системою, повинно знаходитися в межах об'єму акомодациї ока. Для забезпечення спостереження без напруги, тобто за умови акомодациї ока на нескінченність, пучки променів, що виходять з оптичної системи, повинні бути паралельними.

2. Положення і розмір вихідної зіниці оптичної системи повинні бути узгоджені з зіницею ока. Віддалення вихідної зіниці системи від заднього торця оправки повинно бути не менше 10 мм за умови суміщення вихідної зіниці з зіницею ока. Діаметр вихідної зіниці системи вибирають у діапазоні 2–4 мм для приладів, що використовуються вдень, і 4–7 мм для приладів, що працюють у сутінкових умовах.

3. Оскільки візуальні оптичні системи проектуються з розрахунку на нормальний зір, то для зручності їхнього використання спостерігачами з різноманітним зором окуляри цих систем повинні переміщатися уздовж осі для зміни структури пучків променів, що виходять із системи.

Контрольні питання

1. Яким чином формується зображення в оці?
2. Чи є подібність між оком та будь-яким оптичним приладом? Якщо є, то з яким?
3. У чому полягає акомодация? За рахунок чого вона відбувається?

4. Що таке об'єм акомодації та відстань найкращого зору? Які кількісні значення цих величин?
5. Що таке адаптація? За рахунок чого вона відбувається? Яка буває адаптація?
6. Що таке стереоскопічний зір, стереоскопічний паралакс та радіус стереоскопічного зору? Чи пов'язані між собою стереоскопічний паралакс та радіус стереоскопічного зору? Якщо так, то як?
7. Яким чином може бути збільшений радіус стереоскопічного зору?
8. Яке око вважається нормальним? Як проявляється міопія та гіперметропія? Як вони виправляються?
9. Які основні вимоги до візуальних оптичних приладів?

6.2 Видиме збільшення і роздільна здатність оптичного приладу спільно з оком

Видимим збільшенням Γ оптичної системи називають відношення тангенса кута ω' , під яким предмет видно через оптичний прилад, до тангенса кута ω , під яким предмет видно неозброєним оком (рис. 6.4):

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = \frac{y''}{y'} \quad (6.2)$$

Фізичний зміст видимого збільшення полягає в тому, що ця величина показує, у скільки разів розмір зображення y'' , утвореного на сітківці ока при спостереженні через оптичний прилад, більше розміру зображення y' , отриманого на сітківці при спостереженні без приладу.

Роздільна здатність ψ оптичної системи, що діє спільно з оком, визначається рівністю:

$$\psi = \frac{\psi'}{\gamma_p} = \psi' \cdot \beta_p \cdot \frac{n'}{n}, \quad (6.3)$$

де ψ' – роздільна здатність неозброєного ока;
 γ_p – кутове збільшення в зіницях;
 β_p – лінійне збільшення в зіницях;
 n – показник заломлення простору предметів;
 n' – показник заломлення простору зображень.

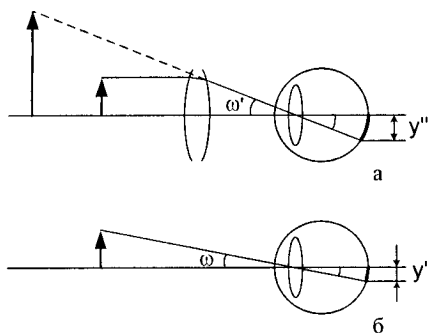


Рисунок 6.4 – Схема спостереження предмета: а – через оптичний прилад; б – незброєним оком

Око буде бачити роздільно дві точки, кутова відстань між якими дорівнює ψ , якщо кут ψ' між променями, що виходять з оптичної системи, буде більшим або дорівнювати кутовій межі роздільної здатності ока $\psi_s = 60''$:

$$\psi \geq \frac{\psi_s}{\gamma_p} = \psi_s \cdot \beta_p \cdot \frac{n'}{n} = \psi_s \cdot \frac{D'}{D} \cdot \frac{n'}{n}, \quad (6.4)$$

де D та D' – діаметри вхідної та вихідної зіниць системи, відповідно.

Оскільки для візуальної системи кутове збільшення в зіницях γ_p дорівнює видимому збільшенню Γ (див. (6.2)), то з формули (6.4) випливає, що

$$\psi \geq \frac{60''}{\gamma_p} = \frac{60''}{\Gamma},$$

тобто кутова межа роздільної здатності приладу спільно з оком у Γ разів менше за межу роздільної здатності незброєного ока.

Контрольні питання

1. Що таке видиме збільшення? У чому полягає його фізичний зміст?
2. Як оцінюється роздільна здатність? Як змінюється роздільна здатність при використанні візуального оптичного приладу?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мальцев М. Д. Прикладная оптика и оптические измерения / М. Д. Мальцев, Г. А. Каракулина – М. : Машиностроение, 1968. – 471 с.
2. Теория оптических систем / [Бегунов Б. Н., Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузичев В. И.] – М. : Машиностроение, 1984. – 488 с.
3. Прикладная оптика : учеб. пособие для приборостроительных специальностей вузов / Л. Г. Бебчук, Ю. В. Богачев, Н. П. Заказнов и др. ; под общ. ред. Н. П. Заказнова. – М. : Машиностроение, 1988. – 312 с.
4. . Заказнов Н. П Теория оптических систем: Учебник для приборостроительных специальностей вузов / Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузичев В. Н. – [3-е изд., перераб. и доп.] – М. : Машиностроение, 1992. – 448 с.
5. Основы оптики. Конспект лекций. / [под редакцией Шехониной А. А.]. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009. – 162 с.
6. Можаров Г. А. Основы геометрической оптики / Можаров Г. А. – М. : Издательский дом ЛОГОС, 2006. – 280 с.
7. Прикладная физическая оптика / [Москалев В. А., Нагибина И. М., Полушкина Н. А., Рудин В. Л.] ; под. ред. В. А. Москалева. – СПб. : Политехника, 1995. – 528 с.
8. Шрёдер Г. Техническая оптика. / Г. Шрёдер, Х. Трайбер. – М. : Техносфера, 2006. – 424 с.

Навчальне видання

67,60

НТБ ВНТУ
м.Вінниця

Кожем'яко Володимир Прокопович
Тарновський Микола Геннадійович

Прикладна оптика.
Частина 1
Основи теорії оптичних систем

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет підготовлено М. Тарновським

Підписано до друку 6.07.2017 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 5,83.
Наклад 50 (1-й запуск 1–20) пр. Зам. № 2017-270.

Видавець і виготовлювач –
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.

Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.

Тел. (0432) 59-85-32 59-87-38.

press.vntu.edu.ua;

E-mail: kivc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.