# ЕЛЕКТРИЧНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ ЧАСТИНА III



Міністерство освіти і науки України Вінницький національний технічний університет

# ЕЛЕКТРИЧНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ ЧАСТИНА III

Електронний навчальний посібник комбінованого (локального та мережного) використання

> Вінниця ВНТУ 2022

УДК 621.311(075.8) Е50

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 6 від 27.01.2022 р.)

#### Автори:

Ю. В. Малогулко, О. Б. Бурикін, Т. Л. Кацадзе, В. В. Нетребський

Рецензенти:

В. В. Кулик, доктор технічних наук, доцент В. В. Черкашина, доктор технічних наук, доцент Ю. В. Томашевський, кандидат технічних наук

Електричні системи і мережі. Частина 3 : електронний навчальний Е50 посібник комбінованого (локального та мережного) використання [Електронний ресурс] / Ю. В. Малогулко, О. Б. Бурикін, Т. Л. Кацадзе, В. В. Нетребський ; за ред. П. Д. Лежнюка. – Вінниця : ВНТУ, 2022. – 172 с.

У навчальному посібнику розглянуто математичні моделі та методи аналізу усталених режимів електроенергетичних систем, а також несиметричні та несинусоїдні режими електричних систем; розглянуті питання в рукописі сприяють вивченню спеціальних дисциплін студентами. Навчальний посібник розроблено студентів для спеціальності «Електроенергетика, електротехніка 141 та електромеханіка» денної та заочної форм навчання, які вивчають курс «Електричні системи і мережі».

УДК 621.311(075.8)

# **3MICT**

Передмова	5
1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ АНАЛІЗУ	
УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ	6
1.1 Дослідження усталених режимів складнорозгалужених	
розімкнених електричних систем	6
1.2 Контурні розрахункові моделі режиму електричної системи	19
1.3 Метод розрізання контурів	29
1.4 Вузлові розрахункові моделі усталеного режиму електричної	
мережі	36
1.5 Ітераційні методи розв'язання систем нелінійних вузлових	
рівнянь	42
1.6 Формування розрахункової моделі усталеного режиму	
електричної системи за методом перерізів	57
1.7 Моделювання установлених режимів електричних систем з	
урахуванням статичних характеристик навантажень	64
1.8 Моделювання усталених режимів електричних систем, які	
містять трансформаторні зв'язки	67
1.9 Моделювання усталених режимів електричних систем, які	
містять вузли з фіксацією модуля напруги	86
1.10 Метод накладання	93
1.11 Математичний апарат методу коефіцієнтів розподілу	97
1.12 Розрахунок режиму напруги електричної системи з	
використанням апарату опорів впливу	104
1.13 Моделювання усталених режимів однорідних електричних	
мереж	107
1.14 Особливості моделювання усталених режимів місцевих	
електричних мереж	110
1.15 Застосування методів діакоптики до моделювання усталених	
режимів великих електричних систем	116
1.16 Основні положення методу дуальних схем	121
Контрольні запитання до 1 розділу	123
2 НЕСИМЕТРИЧНІ ТА НЕСИНУСОЇДНІ РЕЖИМИ ЕЛЕКТРИЧНИХ	
СИСТЕМ	131
2.1 Загальна характеристика несиметричних та несинусоїдних	
режимів електричних систем	131
2.2 Основні положення методу симетричних складових	134

2.3 Визначення параметрів розрахункових схем зверненої та	
нульової послідовностей	137
2.4 Комплексні схеми заміщення несиметричних режимів	
електричних систем	146
2.5 Аналіз несиметричних режимів електричних систем за	
допомогою несиметричних складових	153
2.6 Загальна характеристика заходів зі симетрування режимів	
електричних систем	156
2.7 Моделювання несинусоїдних режимів електричних систем	161
2.8 Заходи, направлені на обмеження несинусоїдності режимів	
електричних систем	164
Контрольні запитання до 2 розділу	166
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	170

#### Передмова

Зміст навчального посібника відповідає частині програми курсу «Електричні системи і мережі», затвердженої для спеціальності 141 – «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка». Рукопис призначається для студентів та аспірантів всіх форм навчання, які мають достатню підготовку в обсязі загального курсу і прагнуть отримати глибокі професійні знання.

Дисципліна «Електричні системи і мережі» є однією з базових дисциплін, в якій закладається фундамент спеціальної підготовки інженераелектроенергетика. Метою вивчення дисципліни є формування знань в теорії розрахунків та аналізу режимів електричних систем і мереж, забезпечення при їх проектуванні та експлуатації економічності, надійності, а також якості електричної енергії.

Основні задачі дисципліни, викладені в навчальному посібнику, – навчити розраховувати усталені режими складнорозгалужених розімкнених електричних систем, формувати контурні розрахункові моделі режиму електричної системи, а також розрахункові моделі усталеного режиму електричної системи за методом перерізів; застосовувати при розрахунках математичні методи та моделі аналізу усталених режимів електроенергетичних систем. Крім того, навчити розраховувати несиметричні та несинусоїдні режими режимів електричних систем.

Зміст курсу базується на знаннях вищої математики, теоретичних основ електротехніки, прикладної механіки, програмування, електричних машин, математичних задач електроенергетики.

У навчальному посібнику систематизовано та використано теоретикометодологічні результати досліджень вітчизняних та зарубіжних шкіл, розосереджені в різних спеціальних виданнях і журнальних статтях.

# 1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ АНАЛІЗУ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

# 1.1 Дослідження усталених режимів складнорозгалужених розімкнених електричних систем

Розглянемо задачу моделювання усталеного режиму електричної системи, розрахункова схема якої є розімкненою та складнорозгалуженою, як показано, наприклад, на рис. 1.1. Будемо розглядати нелінійну розрахункову модель усталеного режиму. Це означає, що навантаження подається у вигляді нелінійних джерел струму із фіксованими значеннями активної та реактивної потужності (за допомогою *PQ*-моделі).



Рисунок 1.1 - Розрахункова схема складнорозралуженої розімкненої електричної мережі

Для однозначного визначення режиму напруги в електричній мережі будемо вважати, що вузол, на який опирається дерево розрахункової схеми (пункт 0 на рис. 1.1) є опорним за напругою. Водночає цей вузол будемо розглядати як балансуючий пункт.

Відповідно до загального закону збереження енергії, сумарний потік потужності на кожній ділянці розрахункової схеми містить дві складові, обумовлені покриттям навантажень незалежних вузлів схеми та покриттям втрат потужності на передавання електричної енергії по мережі

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}'_{ij} + \dot{S}''_{ij},$$

де  $\dot{S}'_{ij}$  – складова потоку потужності, обумовлена навантаженнями пунктів розрахункової схеми;  $\dot{S}''_{ij}$  – складова потоку потужності, обумовлена втратами.

Першу складову сумарного потоку потужності визначають навантаження пунктів, які отримують живлення від поточної ділянки схеми. Таку складову можна визначити за першим законом Кірхгофа, записаним у вигляді

$$\dot{S}'_{ij} = \sum_{k\geq j} \dot{S}_k \,,$$

де  $\dot{S}_k$  – повна потужність навантаження у *k*-му пункті розрахункової схеми; запис  $k \ge j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма пунктами схеми, розташованими за *j*-м відносно опорного пункту, включаючи *j*-й пункт.

Друга складова потоку потужності на кожній ділянці схеми визначається сумою постійних втрат потужності у гілках поперечних провідностей та навантажувальних втрат в на поздовжніх ділянках розрахункової схеми

$$\dot{S}''_{ij} = \sum_{k \ge j} U_k^2 \left( g_k + j b_k \right) + \sum_{m,k \ge j} \frac{P_{mk}^{\kappa 2} + Q_{mk}^{\kappa 2}}{U_k^2} \left( r_{mk} - j x_{mk} \right), \tag{1.1}$$

де  $U_k$  – модуль вектору напруги k-го пункту схеми;  $P_{mk}^{\kappa}$ ,  $Q_{mk}^{\kappa}$  – потоки активної та реактивної потужності наприкінці ділянки m-k;  $g_k$ ,  $b_k$  – еквівалентні активна та реактивна поперечні провідності k-го пункту схеми; r<sub>mk</sub>, x<sub>mk</sub> – активний та реактивний поздовжні опори ділянки m-k; запис  $k \ge j$  під першим знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма пунктами схеми, розташованими за *ј*-м відносно опорного пункту, включаючи еквівалентну поперечну провідність *j*-го пункту; запис  $m, k \ge j$  під другим знаком суми ділянками, підсумовування слід здійснювати за всіма означає, ЩО розташованими за *j*-м пунктом розрахункової схеми відносно опорного пункту, включаючи ділянку і-і.

Аналіз виразу (1.1) свідчить про те, що визначення другої складової сумарного потоку потужності на кожній ділянці розрахункової схеми базується на даних режиму напруги, який наразі є невідомим та може бути визначений лише на підставі даних про результуючий потокорозподіл потужностей. Це визначає принципову неможливість застосування прямих методів розв'язання рівнянь усталеного режиму розімкненої електричної системи та вимагає залучення наближених ітераційних методів.

Тут на кожній ітерації обчислювального процесу використовують метод, який полягає в послідовному виконанні двох основних процедур. Перша процедура полягає в послідовному перегляданні ділянок схеми, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, та визначенні потокорозподілу потужності на підставі рівнянь першого закону Кірхгофа. Далі, під час виконання другої процедури, здійснюють прохід за схемою в напрямку від опорного за напругою пункту до найбільш віддалених вузлів. У результаті за законом Ома здійснюють розрахунок уточнених значень напруги в незалежних вузлах розрахункової схеми. Розглянуті процедури повторюють циклічно аж до досягнення необхідної інженерної точності.

Зазначимо, що вимоги інженерної точності, зазвичай, дозволяють визначати постійні втрати потужності в гілках поперечних провідностей розрахункової схеми наближено за номінальною напругою електричної системи і враховувати такі втрати у складі розрахункових навантажень пунктів. У цьому разі

ітераційному уточненню підлягають режим напруги в пунктах розрахункової схеми та навантажувальні втрати потужності на її ділянках.

Загальний алгоритм моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі складається із послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що напруги на шинах усіх незалежних пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі

$$U_k = U_{\text{HOM}}$$

2. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають потокорозподіл потужності по ділянках схеми електричної мережі. При цьому потік потужності наприкінці кожної ділянки являє собою суму потоків потужностей на початках всіх ділянок, які отримують живлення від даної ділянки і розрахункової потужності пункту наприкінці цієї ж ділянки

$$\dot{S}_{ij}^{\kappa} = \sum_{\substack{k \in j, \\ k \neq j}} \dot{S}_{jk}^{\pi} + \dot{S}_{j},$$

де  $\dot{S}_{j}$  – розрахункова потужність *j*-го пункту схеми;  $\dot{S}_{jk}^{n}$  – потік повної потужності на початку ділянки *j*–*k*; запис  $k \in j, k \neq j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з *j*-м пунктом, крім ділянки *i*–*j*.

Потік потужності на початку ділянки відрізняється від потоку наприкінці на величину втрат потужності<sup>1</sup>

$$\dot{S}_{ij}^{\pi} = \dot{S}_{ij}^{\kappa} + \Delta \dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij}^{\kappa} + \frac{P_{ij}^{\kappa 2} + Q_{ij}^{\kappa 2}}{U_{j}^{2}} (r_{ij} - jx_{ij}).$$

3. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головної, яка примикає к опорному за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми за наступним виразом<sup>2</sup>

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \frac{P_{ij}^{\pi} r_{ij} - Q_{ij}^{\pi} x_{ij}}{\hat{U}_{i}} - j \frac{P_{ij}^{\pi} x_{ij} + Q_{ij}^{\pi} r_{ij}}{\hat{U}_{i}}$$

де  $P_{ij}^{n}$ ,  $Q_{ij}^{n}$  – потоки активної та реактивної потужності на початку ділянки i-j.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В розрахункових моделях, побудованих у відповідності до рекомендацій МЕК потокорозподіл потужностей по ділянках схеми визначають за виразом  $\dot{S}_{ij}^{\pi} = \dot{S}_{ij}^{\kappa} + \frac{P_{ij}^{\kappa^2} + Q_{ij}^{\kappa^2}}{U_j^2} (r_{ij} + jx_{ij}).$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> В розрахункових моделях, побудованих у відповідності до рекомендацій МЕК режим напруги визначають за виразом  $\dot{U}_j = \dot{U}_i - \frac{P_{ij}^n r_{ij} + Q_{ij}^n x_{ij}}{\hat{U}_i} - j \frac{P_{ij}^n x_{ij} - Q_{ij}^n r_{ij}}{\hat{U}_i}$ .

4. Визначають сумарні навантажувальні втрати потужності в розрахунковій схемі електричної мережі. Такі втрати можна розрахувати шляхом підсумовування втрат потужності на всіх ділянках розрахункової схеми

$$\Delta {\dot S}_{\scriptscriptstyle \Sigma} = \sum \Delta {\dot S}_{ij}$$
 ,

або як різницю між потужністю балансуючого пункту та сумарних розрахункових потужностей незалежних пунктів схеми

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = \dot{S}_0 - \sum \dot{S}_k^p, \qquad (1.2)$$

де  $\dot{S}_0$  – розрахункова потужність балансуючого пункту схеми, яка, очевидно, дорівнює потоку потужності на початку головної ділянки схеми.

За зміною сумарних втрат потужності в ітераційному процесі здійснюють контроль збіжності обчислень. Якщо зміна сумарних втрат потужності щодо даних попередньої ітерації за абсолютною величиною не перевищує інженерної точності

$$\left|\Delta S_{\Sigma}^{(n)} - \Delta S_{\Sigma}^{(n-1)}\right| \leq \varepsilon,$$

де ε – інженерна точність розрахунків; *n* – індекс поточної ітерації, то мету ітераційних розрахунків слід вважати досягнутою. Інакше обчислення повторюють за наведеним алгоритмом починаючи з процедури 2.

Аналіз виразу (1.2) дає підставу для контролю збіжності ітераційного процесу за зміною потужності балансуючого пункту або зміною потоку потужності на початку головної ділянки схеми:

$$\left|\dot{S}_{0}^{(n)}-\dot{S}_{0}^{(n-1)}\right|\leq\varepsilon,$$

або

$$\dot{S}_{01}^{\pi(n)} - \dot{S}_{01}^{\pi(n-1)} \bigg| \le \varepsilon,$$

де  $\dot{S}_{01}^{\pi}$  – потік повної потужності на початку головної ділянки розрахункової схеми.

Аналіз алгоритму моделювання усталеного режиму розімкнутої електричної мережі дозволяє зробити висновок про те, що метою ітераційного розрахунку є уточнення втрат потужності в електричній системі. Такий висновок можна поширити на електричні системи будь-якого ступеня складності та замкнутості.

#### Метод лінеаризації навантажень

Аналіз наведеного алгоритму моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі свідчить про те, що нелінійність розрахункової моделі визначають навантаження споживачів, представлені фіксованими значеннями їх активної та реактивної потужностей за допомогою *PQ*-моделі. Процес розрахунку можна дещо спростити, якщо застосувати метод лінеаризації

навантажень. Останній полягає в тому, що на кожній ітерації обчислювального процесу нелінійні джерела струму, які моделюють навантаження споживачів, умовно лінеаризують, подаючи їх фіксованими значеннями струмів навантажень. В результаті на кожному кроці обчислювального процесу виконують розрахунки за лінійною моделлю усталеного режиму електричної системи в струмовій формі, яка є простішою, ніж розрахунки в формі потужностей. Разом з тим, зрозуміло, що лінеаризація навантажень не дозволяє уникнути ітераційного уточнення режиму напруги та втрат потужності. Тут ітераційний розрахунок складається із послідовного уточнення струмів навантажень незалежних пунктів розрахункової схеми.

Алгоритм розрахунку параметрів усталеного режиму за лінеаризованою моделлю складається із послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що напруги на шинах усіх незалежних пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі

$$U_k = U_{\text{HOM}},$$

де *U*<sub>н</sub> – номінальна напруга електричної системи.

2. За поточним режимом напруги уточнюють значення вузлових струмів<sup>1</sup>

$$\dot{J}_k = rac{\dot{S}_k}{\hat{U}_k},$$

де  $\dot{S}_k$  – розрахункова потужність навантаження *k*-го пункту схеми;  $\hat{U}_k$  – спряжений комплекс вектора напруги *k*-го пункту розрахункової схеми.

3. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають струморозподіл по ділянках схеми електричної мережі

$$\dot{I}_{ij} = \dot{J}_{j} + \sum_{\substack{k \in j, \\ k \neq j}} \dot{I}_{jk},$$

де  $\dot{J}_{j}$  – струм навантаження *j*-го пункту схеми;  $\dot{I}_{jk}$  – струм на ділянці *j*–*k*; запис  $k \in j, k \neq j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з *j*-м пунктом, крім ділянки *i*–*j*.

4. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головної, яка примикає к опорному за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \dot{I}_{ij} (r_{ij} + jx_{ij}).$$

#### 5. Визначають поточну потужність балансуючого пункту схеми

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В розрахункових моделях, побудованих на підставі рекомендацій МЕК вузлові струми слід визначати за виразом  $\dot{J}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}}$ .

$$\dot{S}_0 = U_0 \dot{I}_{01}, \tag{1.3}$$

де  $\dot{I}_{01}$  – струм головної ділянки схеми.

6. Здійснюють контроль збіжності ітераційного обчислювального процесу за виразом

$$\left| \dot{S}_{0}^{(n)} - \dot{S}_{0}^{(n-1)} \right| \le \varepsilon.$$
 (1.4)

Якщо умова збіжності фне задовольняється, виконують наступний цикл обчислень за наведеним алгоритмом починаючи з процедури 2.

Вираз (1.4) надає підставу здійснювати контроль збіжності ітераційного процесу за зміною струму головної ділянки розрахункової схеми

$$\left|\dot{I}_{01}^{(n)}-\dot{I}_{01}^{(n-1)}\right|\leq\varepsilon_{I},$$

де *ε<sup><i>I*</sup> – значення необхідної інженерної точності за струмом.

Аналіз наведеного алгоритму свідчить про відсутність необхідності обчислення втрат потужності на ділянках схеми та сумарних втрат потужності на кожній ітерації обчислювального процесу. Разом з тим сумарні втрати потужності під час виконання розрахунків в неявному вигляді присутні у складі повної потужності балансуючого пункту або в струмі головної ділянки. Сама тому наведений підхід до моделювання усталених режимів електричних систем часто називають методом неявного уточнення втрат потужності.

#### Метод «у два етапи»

Розглянемо розрахункову схему розімкненої електричної мережі, яка складається з одиничної електропередачі, представлену на рис. 1.2.



Рисунок 1.2 - Розрахункова схема одиночної електропередачі

Закон Ома для ділянки електропередачі можна записати у вигляді

$$\Delta \dot{U}_{01} = \underline{z}_{01} \dot{I}_{01} = \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1}{\dot{U}_1}, \qquad (1.5)$$

де  $\dot{S}_1$  — розрахункова потужність навантаження в пункті наприкінці електропередачі;  $\hat{U}_1$  — спряжений комплекс вектора напруги в пункті наприкінці електропередачі;  $\underline{Z}_{01}$  — комплексний імпеданс електропередачі.

Вираз (1.5) можна переписати у вигляді

$$\Delta \dot{U}_{01} = \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1}{U_0 - \Delta \hat{U}_{01}} = \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1}{U_0} + \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1 \Delta \hat{U}_{01}}{U_0 \left( U_0 - \Delta \hat{U}_{01} \right)}.$$
(1.6)

Під час виконання оціночних розрахунків слід зважати на те, що падіння напруги на ділянках розрахункової схеми набагато менше лінійної напруги електричної системи, зокрема на початку електропередачі

$$\Delta U_{01} \square U_0$$
.

Це дозволяє знехтувати вектором падіння напруги в знаменнику другого доданку виразу (1.6). Крім того, оціночні розрахунки дозволяють реалізувати обчислення за номінальною напругою електричної системи. В результаті вираз (1.6) набуває вигляду

$$\Delta \dot{U}_{01} = \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1}{U_{\text{HOM}}} + \underline{z}_{01} \frac{U_{\text{HOM}} \dot{I}_{01} \Delta \hat{U}_{01}}{U_{\text{HOM}}^2} = \underline{z}_{01} \frac{\dot{S}_1}{U_{\text{HOM}}} + \underline{z}_{01} \frac{\Delta \dot{S}_{01}}{U_{\text{HOM}}} = \Delta \dot{U}_{01}' + \Delta \dot{U}_{01}''. \quad (1.7)$$

Отриманий результат свідчить про те, що режим електричної системи умовно можна розглядати як результат накладання двох режимів – заданих розрахункових навантажень незалежних пунктів схеми та режиму втрат потужностей на ділянках розрахункової схеми. Зазначимо, що рівняння (1.7) можна поширити на електричну систему будь-якого ступеню складності.

Отриманий результат дозволяє сформулювати принципи методу моделювання усталеного режиму електричної системи «у два етапи». Такий метод полягає у послідовному виконанні обчислень за наступною схемою. На першому етапі обчислень визначають основний потокорозподіл потужностей по ділянкам розрахункової схеми від заданих розрахункових навантажень, нехтуючи втратами потужностей на передавання електричної енергії по електричній мережі.

Другий етап розрахунків полягає в обчисленні втрат потужностей на ділянках розрахункової схеми та визначенні потокорозподілу потужностей від втрат. Тут втрати потужності на окремих ділянках схеми умовно представляють у вигляді додаткових фіктивних навантажень, поділивши навпіл та рознісши в пункти, які обмежують кожну ділянку відповідно до принципів формування симетричних «П»-подібних схем заміщення устаткування електричних мереж. Така операція дозволяє визначити потокорозподіл від втрат потужностей за тими самими алгоритмами, що й основний потокорозподіл потужностей.

Накладання потокорозподілу від втрат на основний потокорозподіл дозволяє визначити результуючий потокорозподіл потужностей та за законом Ома обчислити режим напруги.

Тут слід зважати на те, що втрати потужності на ділянках розрахункової схеми визначаються режимом напруги в мережі, який на початку розрахунків є невідомим. Ця обставина вимагає організації циклічних ітераційних розрахунків на другому етапі методу.

Крім того, наведені вище викладки визначають похибку в моделюванні усталених режимів електричних систем за методом «у два етапи». Таку похибку визначає нехтування додатковими втратами потужності на лілянках розрахункової схеми від протікання струмів на покриття основних втрат. Разом з тим відомо, що сумарні втрати потужності в сучасних електричних мережах, як правило, не перевищують 10% від встановленої потужності електричної системи та зменшуються із ростом номінальної напруги електричної системи. Це означає, що додаткові втрати потужності гарантовано не перевищують 1% встановленої потужності електричної системи, що цілком задовольняє вимогам інженерної точності. Це означає, що прийняті допущення не призводять до суттєвого викривлення результатів моделювання.

Розглянемо застосування методу «у два етапи» до моделювання усталених режимів розімкнених електричних мереж. Такі розрахунки виконують за алгоритмом, який складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що напруги на шинах усіх незалежних пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі

$$U_k = U_{\text{HOM}},$$

де  $U_{\text{ном}}$  – номінальна напруга електричної системи.

2. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають основний потокорозподіл потужностей по ділянках схеми електричної мережі

$$\dot{S}'_{ij} = \sum_{k \ge j} \dot{S}_k = \dot{S}_j + \sum_{\substack{m \in j \\ m \neq i}} \dot{S}'_{jm} ,$$

де  $\dot{S}_{j}$ ,  $\dot{S}_{k}$  – розрахункові потужності *j*-го та *k*-го пунктів розрахункової схеми відповідно;  $\dot{S}'_{jm}$  – потік потужності на ділянці *j*–*m*, обумовлений лише розрахунковими навантаженнями мережі; запис  $k \ge j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід проводити по всіх вузлах, розташованих за *j*-м відносно балансуючого пункту, а запис  $m \in j$ ,  $m \ne i$  означає, що підсумовування слід проводити по ділянках, суміжних с *j*-м пунктом розрахункової схеми, крім ділянки *i*–*j*.

3. Для кожної з ділянок розрахункової схеми за поточним режимом напруги визначають наближені значення втрат потужності

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \frac{P_{ij}^{\prime 2} + Q_{ij}^{\prime 2}}{U_{ij}^{c^2}} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right) = \frac{2 \left( P_{ij}^{\prime 2} + Q_{ij}^{\prime 2} \right)}{U_i^2 + U_j^2} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right),$$

де  $P'_{ij}$ ,  $Q'_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності на ділянці *i*-*j* без урахування втрат потужності;  $U^{c}_{ij} = \sqrt{0,5(U^{2}_{i} + U^{2}_{j})}$  – середня квадратична напруга на ділянці *i*-*j*.

4. Втрати потужностей на ділянках електричної мережі враховують у вигляді додаткових фіктивних навантажень пунктів, які обмежують ділянку, відповідно до принципів формування симетричної «П»-подібної схеми заміщення устаткування електричних мереж у вигляді половин втрат потужностей на ділянках, суміжних з даним пунктом

$$\dot{S}_{j}^{\scriptscriptstyle \mathrm{дод}} = rac{1}{2} \sum_{i \in j} \Delta \dot{S}_{ij} \, .$$

де запис *i*∈*j* означає, що підсумовування слід здійснювати по ділянках, суміжним з *j*-м пунктом розрахункової схеми.

5. За першим законом Кірхгофа, так само, як і в процедурі 3, визначають потокорозподіл потужностей від додаткових фіктивних навантажень

$$\dot{S}_{ij}^{\prime\prime} = \sum_{k\geq j} \dot{S}_k^{\scriptscriptstyle \, {\scriptscriptstyle {\rm AOA}}} = \dot{S}_j^{\scriptscriptstyle \, {\scriptscriptstyle {\rm AOA}}} + \sum_{\substack{m\in j \ m
eq i}} \dot{S}_{jm}^{\prime\prime} \, .$$

6. Потокорозподіл додаткових фіктивних навантажень накладають на основний потокорозподіл потужностей, який було визначено в процедурі 2

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}'_{ij} + \dot{S}''_{ij}.$$

7. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головної, яка примикає к опорному за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \frac{P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij}}{\hat{U}_{i}} - j\frac{P_{ij}x_{ij} + Q_{ij}r_{ij}}{\hat{U}_{i}},$$

де  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності результуючого потокорозподілу потужностей на ділянці i-j.

8. Визначають сумарні втрати потужностей та виконують контроль збіжності ітераційного процесу за виразом

$$\left|\Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n)} - \Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n-1)}\right| \leq \varepsilon.$$

Якщо критерій збіжності розрахункового процесу не задовольняється, виконують наступний цикл обчислень за наведеним алгоритмом починаючи з процедури 3.

Вимоги інженерної точності часто дозволяють організувати наближені оціночні розрахунки параметрів усталених режимів електричних систем. Так, наприклад, за певних умов, допустимо визначати втрати потужності на ділянках розрахункової схеми електричної мережі за номінальною напругою електричної системи. За таких умов розглянутий алгоритм методу «у два етапи» спрощується, оскільки відпадає необхідність ітераційного уточнення навантажувальних втрат потужності, та набуває наступного вигляду. 1. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають потокорозподіл потужностей по ділянках схеми електричної мережі

$$\dot{S}'_{ij} = \dot{S}_j + \sum_{\substack{m \in j \\ m \neq i}} \dot{S}'_{jm} \,.$$

2. Для кожної з ділянок розрахункової схеми визначають наближені значення втрат потужності

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \frac{{P'_{ij}}^2 + {Q'_{ij}}^2}{U_{_{\rm H}}^2} (r_{ij} - jx_{ij}),$$

де *U*<sub>н</sub> – номінальна напруга електричної системи.

3. Втрати потужностей на ділянках електричної мережі враховують у вигляді додаткових фіктивних навантажень пунктів, які обмежують ділянку, відповідно до принципів формування симетричної «П»-подібної схеми заміщення устаткування електричних мереж у вигляді половин втрат потужностей на ділянках, суміжних з даним пунктом

$$\dot{S}_{j}^{\text{дод}} = \frac{1}{2} \sum_{i \in j} \Delta \dot{S}_{ij} \,.$$

де запис *i*∈*j* означає, що підсумовування слід здійснювати по ділянках, суміжним з *j*-м пунктом розрахункової схеми.

4. За першим законом Кірхгофа, так само, як і в процедурі 1, визначають потокорозподіл потужностей від додаткових фіктивних навантажень

$$\dot{S}''_{ij} = \dot{S}_j^{\text{дод}} + \sum_{\substack{m \in j \\ m \neq i}} \dot{S}''_{jm} \,.$$

5. Потокорозподіл додаткових фіктивних навантажень накладають на основний потокорозподіл потужностей, який було визначено в процедурі 1 алгоритму

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}'_{ij} + \dot{S}''_{ij}.$$

6. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головної, яка примикає к опорному за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми.

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \frac{P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij}}{\hat{U}_{i}} - j\frac{P_{ij}x_{ij} + Q_{ij}r_{ij}}{\hat{U}_{i}},$$

де  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності результуючого потокорозподілу потужностей на ділянці *i*–*j*.

## Наближений розрахунок за середніми лінійними потужностями ділянок схеми

Розрахунок усталених режимів електричних систем часто виконують за середніми лінійними потужностями ділянок розрахункової схеми. Для кожної ділянки схеми середню лінійну потужність визначають за виразами

$$\begin{split} \dot{S}_{ij} &= \dot{S}_{ij}^{n} - 0, 5\Delta \dot{S}_{ij}; \\ \dot{S}_{ij} &= \dot{S}_{ij}^{\kappa} + 0, 5\Delta \dot{S}_{ij}, \end{split}$$

де  $\dot{S}_{ij}^{\pi}$ ,  $\dot{S}_{ij}^{\kappa}$  – потоки повної потужності на початку та наприкінці ділянки i-j відповідно;  $\Delta \dot{S}_{ij}$  – повні навантажувальні втрати потужності на ділянці i-j.

Середні лінійні потужності ділянок розрахункової схеми дозволяють визначити режим напруги в електричній мережі. Так для окремої ділянки схеми справедливі відношення

$$U_{j} = \sqrt{U_{i}^{2} - 2(P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij})};$$
  

$$U_{i} = \sqrt{U_{j}^{2} + 2(P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij})},$$
(1.8)

де  $U_i$ ,  $U_j$  — модулі векторів напруги на початку та наприкінці ділянки;  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  — активна та реактивна середні лінійні потужності на ділянці i-j.

Тут перший з виразів (1.8) відповідає розв'язанню режимної задачі за умовами початку, а другий – за умовами кінця ділянки розрахункової схеми.

Під час моделювання режиму електричної системи за середніми лінійними потужностями ділянок схеми відсутня необхідність послідовного розрахунку режиму напруги від пункту до пункту електричної мережі. Легко показати, що модуль напруги в будь-якому пункті розрахункової схеми можна визначити за виразом

$$U_{k} = \sqrt{U_{0}^{2} - 2\sum_{i \in 0-k} \left(P_{i}r_{i} - Q_{i}x_{i}\right)},$$
(1.9)

де  $U_0$  – напруга на шинах опорного за напругою пункту; i – індекс поточної ділянки розрахункової схеми; запис  $i \in 0 - k$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, які належать до тракту між опорним за напругою та k-м пунктами електричної мережі.

Розглянемо векторну діаграму напруг окремої ділянки розрахункової схеми електричної мережі, наведену на рис. 1.3. Тут  $U_i$ ,  $U_j$  – вектори напруги на початку та наприкінці ділянки i-j;  $\Delta U_i$ ',  $\Delta U_i$ " – поздовжня та поперечна складові вектору падіння наруги, визначеного за умовами початку електропередачі;  $\Delta U_j$ ',  $\Delta U_j$ " – поздовжня та поперечна складові вектору падіння наруги, визначеного за умовами кінця електропередачі;  $\delta_{ij}$  – різниця фазових кутів векторів напруги на початку та наприкінці ділянки електричної мережі.

З прямокутних трикутників на рис. 1.3 випливають співвідношення



Рисунок 1.3 - Векторна діаграма напруг ділянки електричної мережі

З урахуванням виразів для поперечних складових вектору падіння напруги за умовами початку та кінця співвідношення (1.10) набуває вигляду

$$\sin \delta_{ij} = \frac{P_{ij}^{\pi} x_{ij} + Q_{ij}^{\pi} r_{ij}}{U_i U_j} = \frac{P_{ij}^{\kappa} x_{ij} + Q_{ij}^{\kappa} r_{ij}}{U_i U_j}.$$
 (1.11)

Похідна пропорція від виразу (1.11) має вигляд

$$\sin \delta_{ij} = \frac{\left(P_{ij}^{\pi} + P_{ij}^{\kappa}\right) x_{ij} + \left(Q_{ij}^{\pi} + Q_{ij}^{\kappa}\right) r_{ij}}{2U_i U_j}.$$
(1.12)

Чисельник отриманого виразу (1.12) містить подвоєні середні лінійні значення активної та реактивної потужностей ділянок:

$$P_{ij}^{\pi} + P_{ij}^{\kappa} = 2P_{ij};$$
  
 $Q_{ij}^{\pi} + Q_{ij}^{\kappa} = 2Q_{ij}.$ 

В результаті отримуємо вираз для визначення розвороту фазового кута вектора напруги на ділянці розрахункової схеми електричної системи

$$\delta_{ij} = \arcsin \frac{P_{ij} x_{ij} + Q_{ij} r_{ij}}{U_i U_j}.$$

Фазовий кут вектора напруги у будь-якому пункті розрахункової схеми визначають за виразом

$$\delta_k = \sum_{i \in 0-k} \delta_i, \qquad (1.13)$$

де запис  $i \in 0 - k$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, які належать до тракту між опорним за напругою та k-м пунктами електричної мережі.

Зазначимо, що вираз (1.13) передбачає нульове значення фазового кута вектора напруги опорного за напругою пункту, що відповідає загальному випадку постановки задачі моделювання усталеного режиму електричної системи.

Для визначення навантажувальних втрат потужностей на ділянках розрахункової схеми використовують середню квадратичну напругу на ділянці

$$U_{ij}^{c} = \sqrt{0, 5\left(U_{i}^{2} + U_{j}^{2}\right)}.$$
(1.14)

Поєднання розрахунків за середніми лінійними потужностями та середніми квадратичними напругими ділянок зручно через наявність простого зв'язку між цими параметрами

$$U_{ij}^{c} = \sqrt{U_{i}^{2} - (P_{ij}r_{ij} + Q_{ij}x_{ij})} = \sqrt{U_{j}^{2} + (P_{ij}r_{ij} + Q_{ij}x_{ij})},$$

що випливає з підстановки виразів (1.8) в формулу (1.14).

Таким чином, втрати потужності на ділянці електричної мережі можна оцінити за виразом

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{U_{ij}^{c^2}} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right) = \frac{2 \left( P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \right)}{U_i^2 + U_j^2} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right).$$
(1.15)

Тут слід зважати на те, що поєднання розрахунків за середніми лінійними потужностями та середніми квадратичними напругами ділянок схеми пов'язано з неминучим викривленням результатів моделювання.

Точні значення втрат потужності на ділянці електричної мережі дорівнюють

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{\mathrm{T}} = \frac{P_{ij}^{\mathrm{n}2} + Q_{ij}^{\mathrm{n}2}}{U_i^2} \left( r_{ij} - j x_{ij} \right) = \frac{P_{ij}^{\mathrm{\kappa}2} + Q_{ij}^{\mathrm{\kappa}2}}{U_j^2} \left( r_{ij} - j x_{ij} \right). \tag{1.16}$$

Переходячи до похідної пропорції та поділивши чисельник та знаменник отриманого дробу навпіл вираз (1.16) набуває вигляду

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{T} = \frac{0.5 \left( \left( P_{ij}^{\pi^2} + P_{ij}^{\kappa^2} \right) + \left( Q_{ij}^{\pi^2} + Q_{ij}^{\kappa^2} \right) \right)}{0.5 \left( U_i^2 + U_j^2 \right)} \left( r_{ij} - j x_{ij} \right).$$
(1.17)

Знаменник отриманого виразу (1.17) являє собою квадрат середньої квадратичної напруги на ділянці *i*–*j*, а чисельник містить квадрат середньої квадратичної потужності цієї ж ділянки

$$S_{ij}^{c} = \sqrt{0, 5\left(\left(P_{ij}^{\pi 2} + Q_{ij}^{\pi 2}\right) + \left(P_{ij}^{\kappa 2} + Q_{ij}^{\kappa 2}\right)\right)}.$$

Таким чином, точні значення навантажувальних втрат потужності на ділянці визначає вираз

$$\Delta \dot{S}_{ij}^{T} = \frac{S_{ij}^{c2}}{U_{ij}^{c2}} (r_{ij} - jx_{ij}).$$

У разі здійснення наближених розрахунків втрат потужності за середніми лінійними потужностями ділянок вираз (1.15) можна записати у вигляді

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{U_{ij}^{c^2}} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right) = \frac{0.25 \left( \left( P_{ij}^{\pi} + P_{ij}^{\kappa} \right)^2 + \left( Q_{ij}^{\pi} + Q_{ij}^{\kappa} \right)^2 \right)}{0.5 \left( U_i^2 + U_j^2 \right)} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right). \quad (1.18)$$

Порівняння виразів (1.17) та (1.18) дозволяє визначити похибку моделювання

$$\begin{split} \Delta_{S} &= \frac{\Delta \dot{S}_{ij} - \Delta \dot{S}_{ij}^{\mathrm{T}}}{\Delta \dot{S}_{ij}^{\mathrm{T}}} = \frac{0, 5\left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}} + P_{ij}^{\mathrm{K}}\right)^{2} + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}} + Q_{ij}^{\mathrm{K}}\right)^{2}\right) - \left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}2} + P_{ij}^{\mathrm{K}2}\right) + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}2} + Q_{ij}^{\mathrm{K}2}\right)\right)}{\left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}2} + P_{ij}^{\mathrm{K}2}\right) + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}2} + Q_{ij}^{\mathrm{K}2}\right)\right)} = \\ &= \frac{-0, 5\left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}} - P_{ij}^{\mathrm{K}}\right)^{2} + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}} - Q_{ij}^{\mathrm{K}}\right)^{2}\right)}{\left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}2} + P_{ij}^{\mathrm{K}2}\right) + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}2} + Q_{ij}^{\mathrm{K}2}\right)\right)} = \frac{-0, 5\left(\Delta P_{ij}^{2} + \Delta Q_{ij}^{2}\right)}{\left(\left(P_{ij}^{\mathrm{T}2} + P_{ij}^{\mathrm{K}2}\right) + \left(Q_{ij}^{\mathrm{T}2} + Q_{ij}^{\mathrm{K}2}\right)\right)}. \end{split}$$

Оцінимо похибку моделювання для типових задач аналізу усталених режимів електричних систем. Розглянемо електропередачу, яка функціонує з коефіцієнтом потужності 0,8 (tan  $\varphi = -0,75$ ), а втрати активної та реактивної потужності складають 10% транзиту активної потужності. Таким чином, похибка у визначенні втрат потужності складає

$$\Delta_{s} = \frac{-0.5(0.1^{2} + 0.1^{2})}{\left(\left(1^{2} + 0.9^{2}\right) + \left(0.75^{2} + 0.65^{2}\right)\right)} = -0.0036 = -0.36\%,$$

тобто менше за пів відсотка.

Отриманий результат свідчить про допустимість моделювання усталеного режиму електричної системи за середніми лінійними потужностями ділянок розрахункової схеми.

#### 1.2 Контурні розрахункові моделі режиму електричної системи

В основу контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи покладені рівняння другого закону Кірхгофа, які визначають співвідношення між падіннями напруги на ділянках замкненого контуру електричної мережі. Реалізація контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи передбачає виділення у складі розрахункової схеми дерева і хорд. Принципи формування контурної розрахункової моделі розглянемо на прикладі двоконтурної схеми, представленої на рис. 1.4. Будемо

розглядати лінійну розрахункову модель усталеного режиму системи, в якій електричні навантаження представлені фіксованими значеннями вузлових струмів. Нехай до складу хорд (перемичок) входять ділянки 1–2 та 2–3, позначені на рис. 1.4 пунктирними лініями. Такі перемички визначають два незалежні контури у складі розрахункової схеми «0–1–2–0» та «0–1–3–2–0». Виключення перемичок із складу розрахункової схеми призводить до формування двопроменевої розімкненої схеми дерева, представленої на рис. 1.4 суцільними лініями.



Рисунок 1.4 - Двоконтурна розрахункова схема електричної системи

Припустимо, що струми перемичок відомі заздалегідь. Тоді за першим законом Кірхгофа можна визначити струморозподіл по всіх гілках розрахункової схеми:

$$\dot{I}_{13} = \dot{J}_{3} - \dot{I}_{II};$$
  

$$\dot{I}_{01} = \dot{J}_{1} + \dot{I}_{I} + \dot{I}_{13} = \dot{J}_{1} + \dot{J}_{3} + \dot{I}_{I} - \dot{I}_{II};$$
  

$$\dot{I}_{02} = \dot{J}_{2} - \dot{I}_{I} + \dot{I}_{II},$$
(1.19)

де  $\dot{I}_{I}$ ,  $\dot{I}_{II}$  – струми перемичок 1–2 та 2–3 відповідно.

Аналіз виразів (1.19) свідчить, що струморозподіл у будь-якій складнозамкненій електричній мережі можна розглядати як результат накладення двох незалежних режимів:

1) режиму навантажувальних струмів в розімкненій схемі дерева, де мають задовольнятися вимоги першого закону Кірхгофа;

2) режиму зрівняльних (контурних) струмів, які забезпечують виконання другого закону Кірхгофа у вихідній замкнутій схемі не порушуючи виконання першого закону Кірхгофа.

Таким чином, розрахунок струморозподілу по ділянках схеми на підставі контурної розрахункової моделі складається з двох етапів. На першому етапі

визначають струморозподіл по гілках розімкнутої схеми дерева. На другому етапі здійснюють розрахунок контурних зрівняльних струмів, які накладають на знайдений на першому етапі струморозподіл.

Для визначення зрівняльних контурних струмів запишемо рівняння другого закону Кірхгофа, які для незалежних контурів розрахункової схеми на рис. 1.4 мають вигляд

$$\begin{cases} \dot{I}_{01}\underline{z}_{01} + \dot{I}_{12}\underline{z}_{12} - \dot{I}_{02}\underline{z}_{02} = 0; \\ \dot{I}_{01}\underline{z}_{01} + \dot{I}_{13}\underline{z}_{13} - \dot{I}_{23}\underline{z}_{23} - \dot{I}_{02}\underline{z}_{02} = 0, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} \left(\dot{J}_{1}+\dot{J}_{3}+\dot{I}_{I}-\dot{I}_{II}\right)\underline{z}_{01}+\dot{I}_{I}\underline{z}_{12}-\left(\dot{J}_{2}-\dot{I}_{I}+\dot{I}_{II}\right)\underline{z}_{02}=0;\\ \left(\dot{J}_{1}+\dot{J}_{3}+\dot{I}_{I}-\dot{I}_{II}\right)\underline{z}_{01}+\left(\dot{J}_{3}-\dot{I}_{II}\right)\underline{z}_{13}-\dot{I}_{23}\underline{z}_{23}-\left(\dot{J}_{2}-\dot{I}_{I}+\dot{I}_{II}\right)\underline{z}_{02}=0\\ (1.20)\end{cases}$$

Перетворення системи рівнянь (1.20) призводить до формування системи контурних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{I}_{\mathrm{I}}\underline{Z}_{\mathrm{I}} + \dot{I}_{\mathrm{II}}\underline{Z}_{\mathrm{I,II}} = E_{\mathrm{I}}; \\ \dot{I}_{\mathrm{I}}\underline{Z}_{\mathrm{I,II}} + \dot{I}_{\mathrm{II}}\underline{Z}_{\mathrm{II}} = E_{\mathrm{II}}, \end{cases}$$

де  $\dot{I}_{I} = \dot{I}_{12}$ ,  $\dot{I}_{II} = \dot{I}_{23}$  – контурні (зрівнювальні) струми (струми перемичок);  $\underline{Z}_{I} = \underline{z}_{01} + \underline{z}_{12} + \underline{z}_{02}$ ,  $\underline{Z}_{II} = \underline{z}_{01} + \underline{z}_{13} + \underline{z}_{23} + \underline{z}_{02}$  – власні опори незалежних контурів схеми (суми опорів ділянок розрахункової схеми, які входять до складу відповідного контуру);  $\underline{Z}_{I,II} = \underline{z}_{01} + \underline{z}_{02}$  – взаємний опір не залежних контурів схеми (сума опорів ділянок, які одночасно входять до складу обох контурів);  $\dot{E}_{I} = -\dot{J}_{1}\underline{z}_{01} + \dot{J}_{2}\underline{z}_{02} - \dot{J}_{3}\underline{z}_{01}$ ,  $\dot{E}_{II} = \dot{J}_{1}\underline{z}_{01} - \dot{J}_{2}\underline{z}_{02} + \dot{J}_{3}(\underline{z}_{01} + \underline{z}_{13})$  – зрівнювальні контурні ЕРС (дорівнюють різниці напруг у пунктах, які обмежують перемички в усталеному режимі розімкненої схеми дерева електричної мережі).

В загальному випадку контурна розрахункова модель формується з рівнянь вигляду

$$\dot{I}_{k}\underline{Z}_{k} + \sum \dot{I}_{d}\underline{Z}_{dk} = -\sum \dot{J}_{i}\underline{Z}_{ik}, \qquad (1.21)$$

де  $I_k$ ,  $I_d$  – струми перемичок, замикання яких призводить до формування k-го та d-го незалежних контурів відповідно;  $Z_k$  – власний опір k-го контуру, який чисельно дорівнює сумі опорів всіх ділянок, що входять до складу k-го контуру;  $Z_{dk}$  – взаємний опір k-го та d-го контурів схеми, який чисельно дорівнює сумі опорів всіх ділянок, які одночасно входять до складу k-го та d-го контурів, причому у разі, коли додатні напрями обходу k-го та d-го контурів відносно ділянки співпадають, опір такої ділянки враховують із додатнім знаком, i, навпаки, за зустрічної орієнтації обходу контурів відносно ділянки, її опір

враховують із від'ємним знаком;  $\dot{J}_i$  – вузловий струм *i*-го пункту електричної мережі;  $Z_{ik}$  – опір частини шляху покриття навантаження *i*-го пункту по ділянках дерева, що входить до складу *k*-го контуру. Під час визначення суми правої частини рівняння (1.21) знак доданку приймають додатнім у разі, коли розрахункові напрями обходу контуру та шляху покриття навантаження *i*-го пункту співпадають і від'ємним в іншому разі.

Рівняння (1.21) записують для всіх незалежних контурів розрахункової схеми. В результаті отримують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, кількість яких дорівнює числу незалежних контурів схеми електричної мережі. Невідомими в цих рівняннях є струми перемичок, тобто кількість невідомих строго дорівнює числу рівнянь. Розв'язання системи рівнянь контурної моделі дозволяють визначити значення зрівнювальних контурних струмів, які протікають в перемичках розрахункової схеми. Струморозподіл по решті ділянок схеми визначають на підставі виразів першого закону Кірхгофа, записаних для всіх незалежних вузлів схеми. Далі, за законом Ома можна визначити режим напруги в усіх незалежних вузлах розрахункової схеми.

Розглянемо формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи у формі потужностей.

Рівняння другого закону Кірхгофа для замкненого контуру можна записати у вигляді

$$\sum_{i\in k}\frac{\dot{S}_i}{\sqrt{3}\hat{U}_i}\,\underline{z}_i=0\,,$$

де  $S_i$  – потік середньої лінійної потужності на *i*-й ділянці розрахункової схеми;  $U_i$  – середня квадратична напруга *i*-ї ділянки схеми; запис *i*  $\in$  *k* означає, що підсумовування слід здійснювати по всіх *i*-х ділянках, які входять до складу *k*-го контуру схеми.

Оскільки режим напруги в пунктах розрахункової схеми електричної системи в нормальних режимах відрізняються від номінального значення не більш, ніж на ±10%, с достатньою інженерною точністю можна визначати падіння напруги на ділянках розрахункової схеми за номінальною напругою електричної мережі

$$\sum_{i \in k} \frac{\dot{S}_i}{\sqrt{3}U_{_{\rm HOM}}} \underline{z}_i = 0 \tag{1.22}$$

В отриманому виразі (1.22) множник  $\frac{1}{\sqrt{3}U_{_{\rm HOM}}}$  є константою, яку можна

винести за знак суми та скоротити з нулем:

$$\frac{1}{\sqrt{3}U_{\text{HOM}}}\sum_{i\in k}\dot{S}_{i\underline{Z}_{i}}=0, \text{ afo } \sum_{i\in k}\dot{S}_{i\underline{Z}_{i}}=0.$$

Таким чином рівняння контурної моделі усталеного режиму електричної системи у формі потужностей в загальному вигляді мають вигляд

$$\dot{S}_{k}\underline{z}_{k} + \sum \dot{S}_{d}\underline{z}_{dk} = -\sum \dot{S}_{i}\underline{z}_{ik} , \qquad (1.23)$$

де  $\dot{S}_k$ ,  $\dot{S}_d$  – перетоки потужності по перемичках, замикання яких призводить до утворення *k*-го та *d*-го незалежних контурів відповідно;  $\dot{S}_i$  – потужність навантаження *i*-го пункту розрахункової схеми електричної мережі, шлях покриття якого по ділянках дерева проходить через *k*-й контур. Суму – $\sum \dot{S}_i \underline{Z}_{ik}$  називають зрівняльною потокорушівною силою, яка діє в контурі.

Рівняння (1.23) записують для всіх незалежних контурів розрахункової схеми. В результаті отримують систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно зрівнювальних контурних потужностей, які відповідають перетокам потужностей по перемичках.

Зазначимо, що припущення, які дозволили отримати систему рівнянь (1.23) визначають певну похибку моделювання усталеного режиму електричної системи. Дійсно, нелінійні джерела струму, за допомогою яких моделюють навантаження споживачів електричної системи визначають не лінійність розрахункової моделі. Проте, визначення струмів ділянок розрахункової схеми за номінальною напругою дозволило отримати систему лінійних контурних рівнянь. Таким чином, безпосереднє розв'язання систем контурних рівнянь (1.23) допустиме лише в наближених оціночних розрахунках параметрів усталеного режиму електричної системи. Для достатньо точного моделювання усталеного режиму електричної системи слід організувати ітераційні процеси неявного або явного уточнення втрат потужності із використанням методів лінеаризації навантажень або «у два етапи» відповідно.

#### Метод лінеаризації навантажень

У практиці моделювання усталених режимів електричних систем широкого використання набув алгоритм неявного уточнення втрат потужності, заснований на умовній лінеаризації навантажень споживачів на кожній ітерації обчислювального процесу. Такий алгоритм з успіхом може бути використаний під час розв'язання режимних задач за допомогою контурної розрахункової моделі усталеного режиму системи. Тут обчислення слід виконувати в наступному порядку.

1. У складі розрахункової схеми електричної мережі виділяють дерево і хорди, замикання яких призводить до формування замкнених контурів. Для кожного незалежного контуру схеми розраховують власні та взаємні опори

$$\underline{\underline{Z}}_{k} = \sum_{ij \in k} \underline{\underline{z}}_{ij};$$
$$\underline{\underline{Z}}_{dk} = \sum_{ij \in k, d} \underline{\underline{z}}_{ij},$$

де запис  $ij \in k$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками розрахункової схеми, які входять до складу k-го контуру розрахункової схеми; запис  $ij \in k, d$  означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками розрахункової схеми, які входять до складу k-го та d-го контурів розрахункової схеми одночасно.

2. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_i = U_{\text{HOM}}$$
.

3. За поточним режимом напруги визначають вузлові струми навантажень

$$\dot{J}_i = \frac{S_i}{\hat{U}_i}.$$

4. Переглядаючи всі ділянки розімкненої схеми дерева, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають струморозподіл по ділянках схеми електричної мережі

$$\dot{I}'_{ij} = \dot{J}_j + \sum_{\substack{k \in j, \\ k \neq j}} \dot{I}_{jk} ,$$

де  $\dot{J}_{j}$  – струм навантаження *j*-го пункту схеми;  $\dot{I}_{jk}$  – струм на ділянці *j*–*k*; запис  $k \in j, k \neq j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з *j*-м пунктом, крім ділянки *i*–*j*.

5. Формують та розв'язують систему контурних рівнянь вигляду (1.21) відносно зрівнювальних контурних струмів. Режим зрівнювальних струмів накладають на струморозподіл в розімкненій схемі, який було визначено під час виконання процедури 4 алгоритму.

$$\dot{I}_{ij} = \dot{I}'_{ij} + \sum_{k \in ij} \dot{I}_k,$$

де  $\dot{I}'_{ij}$  – струм на ділянці *i*–*j*, визначений на етапі розрахунку струморозподілу в розімкненій схемі дерева;  $\dot{I}_k$  – зрівнювальний контурний струм *k*-го незалежного контуру; запис  $k \in ij$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма незалежними контурами, до складу яких входить поточна ділянка розрахункової схеми.

6. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головної, яка примикає к опорному за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \dot{I}_{ij} (r_{ij} + jx_{ij}).$$

7. Визначають потужність балансуючого пункту як добуток суми струмів головних ділянок на напругу на шинах балансуючого пункту

$$\dot{S}_0 = U_0 \sum_{i \in 0} \dot{I}_{0i} ,$$

де  $U_0$  – напруга на шинах балансуючого пункту;  $\dot{I}_{0i}$  – струми головних ділянок схеми; запис  $i \in 0$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з балансуючим пунктом.

8. За зміною потужності балансуючого пункту в ітераційному процесі здійснюють контроль збіжності ітераційного процесу.

$$\left|\dot{S}_{0}^{(n)}-\dot{S}_{0}^{(n-1)}\right|\leq\varepsilon,$$

де є визначається інженерною точністю розрахунків; *n* – індекс поточної ітерації обчислювального процесу.

Якщо зміна потужності балансуючого пункту по відношенню до даних попередньої ітерації не перевищує інженерної точності, мету ітераційного процесу слід вважати досягнутою. В іншому разі виконують наступний цикл обчислювального процесу починаючи з процедури 3 алгоритму.

#### Метод «у два етапи»

Інпий підхід до реалізації контурної моделі усталеного режиму електричної системи базується на методі «у два етапи». Отриманий в результаті розв'язання системи контурних рівнянь (1.23) потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної системи не враховує навантажувальні втрати потужності від протікання струмів по гілках схеми. Втрати потужності, як відомо, визначаються режимом напруги в вузлових точках електричної мережі, який, в свою чергу, залежить від потокорозподілу потужностей по ділянках схеми. Таким чином, контурна розрахункова модель усталеного режиму роботи електричної системи у формі потужностей є нелінійною і не дозволяє на підставі прямих методів визначити режимні параметри системи. Для розв'язання режимної задачі можливе застосування тільки ітераційних методів, метою яких є послідовне уточнення втрат потужності на ділянках схеми від протіканні по ним навантажувальних струмів.

Розглянемо формування алгоритму реалізації контурної розрахункової моделі, заснованої на явному уточненні втрат потужності в елементах розрахункової схеми з використанням методу «у два етапи». Тут на кожній ітерації обчислювального процесу здійснюють розрахунок втрат потужності на ділянках схеми від протікання по ним навантажувальних струмів за поточним режимом напруги в вузлах електричної мережі. Знайдені втрати потужності враховують у вигляді додаткових фіктивних навантажень відповідно до принципів формування симетричних «П»-подібних заміщення схем устаткування електричних мереж. Далі за контурною розрахунковою моделлю знаходять потокорозподіл потужностей в замкненій схемі від додаткових фіктивних навантажень від втрат потужності. Отриманий потокорозподіл основний від навантажувальних струмів накладають на i визначають результуючий підставі потокорозподіл. Ha даних результуючого потокорозподілу за законом Ома уточнюють режим напруги в вузлах схеми, що дозволяє уточнити величини втрат потужності на ділянках розрахункової схеми електричної мережі.

В загальному випадку алгоритм моделювання усталеного режиму за контурною моделлю методом «у два етапи» складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. У складі розрахункової схеми електричної мережі виділяють дерево і хорди, замикання яких призводить до формування замкнених контурів. Для кожного незалежного контуру схеми розраховують власні та взаємні опори

$$\underline{Z}_{k} = \sum_{ij \in k} \underline{z}_{ij};$$
$$\underline{Z}_{dk} = \sum_{ij \in k, d} \underline{z}_{ij},$$

де запис  $ij \in k$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками розрахункової схеми, які входять до складу k-го контуру розрахункової схеми; запис  $ij \in k, d$  означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками розрахункової схеми, які входять до складу k-го та d-го контурів розрахункової схеми одночасно.

2. Переглядаючи всі ділянки схеми дерева електричної мережі, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі першого закону Кірхгофа визначають потокорозподіл потужностей по ділянках схеми дерева

$$\dot{S}'_{ij} = \sum_{k \ge j} \dot{S}^{\,\mathrm{p}}_k = \dot{S}^{\,\mathrm{p}}_j + \sum_{\substack{l \in j \ l \ne i}} \dot{S}'_{jl} \,,$$

де  $\dot{S}_{j}^{\delta}$ ,  $\dot{S}_{k}^{\delta}$  – розрахункові потужності *j*-го та *k*-го пунктів розрахункової схеми відповідно;  $\dot{S}_{jl}$  – потік потужності на ділянці *j*–*l*; запис  $k \ge j$  під знаком суми означає, що підсумовування слід проводити по всіх вузлах, розташованих за *j*-м відносно балансуючого пункту, а запис  $l \in j$ ,  $l \ne i$  означає, що підсумовування слід проводити по ділянках, суміжних с *j*-м пунктом розрахункової схеми, крім ділянки *i*–*j*.

3. Формують та розв'язують систему контурних рівнянь вигляду (1.23) відносно зрівнювальних контурних потужностей. Режим зрівнювальних потужностей накладають на потокорозподіл в розімкненій схемі, який було визначено під час виконання процедури 2 алгоритму

$$\dot{S}_{ij}^{\mathrm{o}} = \dot{S}_{ij}' + \sum_{k \in ij} \dot{S}_k,$$

де  $\dot{S}'_{ij}$  – потік потужності на ділянці i-j, визначений на етапі розрахунку потокорозподілу потужностей в розімкненій схемі дерева;  $\dot{S}_k$  – зрівнювальна контурна потужність k-го незалежного контуру; запис  $k \in ij$  під знаком суми

означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма незалежними контурами, до складу яких входить поточна ділянка розрахункової схеми.

Отриманий потокорозподіл потужностей від розрахункових навантажень без урахування втрат потужності називають основним потокорозподілом.

4. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_i = U_{\text{HOM}}$$

5. Для кожної з ділянок розрахункової схеми за поточним режимом напруги визначають наближені значення втрат потужності

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \frac{P_{ij}^{\prime 2} + Q_{ij}^{\prime 2}}{U_{\tilde{n}\delta ij}^2} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right) = \frac{2 \left( P_{ij}^{\prime 2} + Q_{ij}^{\prime 2} \right)}{U_i^2 + U_j^2} \left( r_{ij} - jx_{ij} \right),$$

де  $P'_{ij}$ ,  $Q'_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності на ділянці *i*-*j* без урахування втрат потужності;  $U_{\hat{n}\hat{e}ij} = \sqrt{0,5\left(U_i^2 + U_j^2\right)}$  – середня квадратична напруга на ділянці *i*-*j*.

6. Втрати потужностей на ділянках електричної мережі враховують у вигляді додаткових фіктивних навантажень пунктів, які обмежують ділянку, відповідно до принципів формування симетричної «П»-подібної схеми заміщення устаткування електричних мереж у вигляді половин втрат потужностей на ділянках, суміжних з даним пунктом

$$\dot{S}_{j}^{\ddot{a}} = \frac{1}{2} \sum_{i \in j} \Delta \dot{S}_{ij} \; .$$

де запис *i*∈*j* означає, що підсумовування слід здійснювати по ділянках, суміжним з *j*-м пунктом розрахункової схеми.

7. За першим законом Кірхгофа, так само, як і в процедурі 2 алгоритму, визначають потокорозподіл потужностей по ділянках розімкненої схеми дерева від додаткових фіктивних навантажень

$$\dot{S}''_{ij} = \sum_{k \ge j} \dot{S}^{\pi}_{k} = \dot{S}^{\pi}_{j} + \sum_{\substack{l \in j \\ l \ne i}} \dot{S}''_{jl} \,.$$

8. Формують та розв'язують систему контурних рівнянь вигляду (1.23) відносно зрівнювальних контурних потужностей для розрахункової схеми з додатковими фіктивними навантаженнями від втрат потужностей. Режим зрівнювальних потужностей накладають на потокорозподіл в розімкненій схемі, який було визначено під час виконання процедури 7 алгоритму.

$$\dot{S}_{ij}^{\scriptscriptstyle {\rm II}} = \dot{S}_{ij}'' + \sum_{k \in ij} \dot{S}_k^{\scriptscriptstyle {\rm II}} \, .$$

9. Потокорозподіл додаткових фіктивних навантажень накладають на основний потокорозподіл потужностей, який було визначено під час виконання процедури 3 алгоритму

$$\dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij}^{\circ} + \dot{S}_{ij}^{\pi}.$$

10. Переглядаючи всі ділянки схеми, починаючи з головних, які примикають до опорного за напругою пункту, на підставі закону Ома уточнюють режим напруги у всіх незалежних пунктах схеми

$$\dot{U}_{j} = \dot{U}_{i} - \Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_{i} - \frac{P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij}}{\hat{U}_{i}} - j\frac{P_{ij}x_{ij} + Q_{ij}r_{ij}}{\hat{U}_{i}},$$

де  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності результуючого потокорозподілу потужностей на ділянці i-j.

11. Визначають сумарні втрати потужностей та виконують контроль збіжності ітераційного процесу за виразом

$$\left|\Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n)} - \Delta \dot{S}_{\Sigma}^{(n-1)}\right| \leq \varepsilon.$$

Якщо критерій збіжності розрахункового процесу не задовольняється, виконують наступний цикл обчислень за наведеним алгоритмом починаючи з процедури 5.

Як додатковий критерій завершення ітераційного процесу може виступати контроль нев'язки напруги в пунктах потокорозділу потужностей, отримані за різними траєкторіями на графі розрахункової схеми електричної мережі.

Зазначимо, що визначені таким чином параметри усталеного режиму електричної системи не враховують втрати потужності на ділянках схеми від протікання втрат потужності по цих ділянках, що цілком припустимо з міркувань вимог інженерної точності.

Аналіз наведеного алгоритму свідчить про те, що реалізація контурній розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи передбачає на певних етапах розрахунок потокорозподілу потужностей (струморозподілу) по ділянках розімкнутої схеми дерева електричної мережі. Це підтверджує положення про те, що розрахункові моделі розімкнутих схем є модифікаціями контурної моделі для електричних систем, розрахункові схеми яких не містять жодного замкненого контуру. Дійсно, виключення з наведеного алгоритму процедур, пов'язаних з формуванням і розв'язанням систем контурних рівнянь призводить до трансформації алгоритму до аналізу режимних характеристик розімкненої схеми.

Вимоги до інженерної точності моделювання усталених режимів електричних систем з номінальною напругою до 110 кВ включно часто дозволяють організувати безітераційні оціночні розрахунки параметрів усталених режимів електричних систем. Такі розрахунки полягають у послідовному виконанні наступних процедур. 1. Визначають зведені та розрахункові навантаження на шинах вищої напруги всіх підстанцій електричної системи.

2. Використовуючи будь-який метод моделювання визначають основний потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної мережі від розрахункових навантажень пунктів без урахування навантажувальних втрат потужностей.

3. За номінальною напругою електричної системи визначають навантажувальні втрати потужності на ділянках розрахункової схеми електричної мережі.

4. Відповідно до принципів формування симетричних «П»-подібних схем заміщення устаткування електричних мереж навантажувальні втрати потужності представляють у вигляді додаткових фіктивних навантажень пунктів розрахункової схеми.

5. Визначають потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми від додаткових фіктивних навантажень.

6. Потокорозподіл потужностей від додаткових фіктивних навантажень накладають на основний потокорозпоіл та визначають результуючий потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної системи.

7. За законом Ома визначають режим напруги пунктів розрахункової схеми електричної системи.

Зазначимо, що наведений алгоритм є узагальненим і дозволяє організувати оціночне моделювання усталеного режиму електричної системи будь-якого ступеню складності та замкненості (у тому числі — розімкнених схем) із використанням будь-якого методу визначення потокорозподілу потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної мережі.

## 1.3 Метод розрізання контурів

У практиці моделювання усталених режимів замкнених електричних мереж широкого поширення набула модифікація контурної розрахункової моделі, яка отримала назву «метод розрізання контурів». Основна ідея методу полягає в еквівалентному заміщенні замкненої електричної мережі розімкненою, режим якої повністю відповідає режиму вихідної електричної системи. Тут можна розглядати два підходи до «розрізання» контурів – «по вузлах» і «по гілках» розрахункової схеми.

Перший підхід полягає в тому, що один з вузлів, який примикає до кожної перемички розрахункової схеми електричної мережі, заміщують парою фіктивних вузлів, що не мають прямого електричного зв'язку, а їх сумарне навантаження дорівнює навантаженню вузла вихідної схеми. Дійсно, із загальної електротехніки відомо, що вузли електричного кола, які мають однакові потенціали можна об'єднати у складі одного фіктивного вузла схеми. В методі розрізання контурів виконують зворотне перетворення: певні вузли розрахункової схеми «розрізають» на два фіктивні вузли. Представлений підхід до «розрізання» контурів по вузлах схеми проілюстровано на рис. 1.5.



Рисунок 1.5 - Ілюстрація «розрізання» контурів по вузлах

Умовами еквівалентності режимів замкненої та розімкненої схем виступають рівність сумарного навантаження фіктивних вузлів розімкненої схеми навантаженню вузла вихідної схеми та збіг векторів напруги в кожній парі фіктивних вузлів

$$\begin{split} \dot{J}_{f'} + \dot{J}_{f''} &= \dot{J}_{f}; \\ \dot{U}_{f'} &= \dot{U}_{f''} = \dot{U}_{f}, \end{split}$$

де f', f'' – індекси фіктивних вузлів, якими заміщують f-й вузол вихідної схеми.

Другий підхід до «розрізання» контурів полягає на еквівалентному заміщенні ділянок розрахункової схеми електричної системи парою фіктивних зосереджених навантажень, прикладених в пунктах, які обмежують відповідну ділянку схеми. Дійсно, під час формування рівнянь першого закону Кірхгофа для вузлів розрахункової схеми електричної системи струми навантаження та струми суміжних ділянок схеми підсумовують з урахуванням прийнятих напрямів передавання електричної енергії. Таким чином струми навантажень та струми ділянок розрахункової схеми мають схожу фізичну природу. Це дозволяє виключити довільну ділянку розрахункової схеми та замістити її парою фіктивних зосереджених навантажень в пунктах, до яких примикає ділянка, яку виключають зі складу розрахункової схеми. Таке еквівалентне перетворення представлено на рис. 1.6.



Рисунок 1.6 - Ілюстрація «розрізання» контурів по гілках

Очевидно, що такі фіктивні навантаження характеризуються однаковими за модулем, але різними за знаками струмами. Тут струм ділянки, який відтікає від вузла схеми заміщують еквівалентним навантаженням, а струм, що поступає з електропередачі — еквівалентною генерацією. Таким чином, умовою еквівалентності вихідної замкненої та розімкненої розрахункових схем електричної системи є рівність струмів фіктивних навантажень струму перемички та рівність різниці напруг пунктів розімкненої схеми, до яких примикає видалена перемичка, падінню напруги на перемичці у вихідній схемі:

$$egin{aligned} \dot{J}'_i &= \dot{I}_{ij}; \ \dot{J}'_j &= -\dot{I}_{ij}; \ \dot{U}_i &- \dot{U}_j &= \dot{I}_{ij} \underline{Z}_{ij}, \end{aligned}$$

де *i*, *j* – пункти розрахункової схеми, до яких примикає видалена перемичка.

Зазначимо, що кількість «розрізів» у складі розрахункової схеми електричної системи за будь-якого підходу до «розрізання» контурів завжди дорівнює кількості перемичок, тобто дорівнює кількості незалежних контурів. Це означає, що для розв'язання задачі еквівалентного перетворення замкненої електричної мережі на розімкнену слід використовувати контурні розрахункові моделі усталеного режиму електричної системи.

Під час формування алгоритму розрахункової моделі за методом розрізання контурів слід також зважати на два можливих способи розв'язання режимної задачі для еквівалентної розімкненої схеми, що базуються на явному або неявному уточненні втрат потужності. Таким чином можливі чотири різних підходи до формування алгоритмів за методом розрізання контурів, що базуються на «розрізанні» контурів по вузлах та гілках за явного та неявного уточнення втрат потужності відповідно. Зазначимо, що в практиці моделювання усталених режимів електричних систем найбільшого поширення набув алгоритм, заснований на методі розрізання контурів по гілках за неявного уточнення втрат потужності в еквівалентній розімкнутій схемі електричної системи. Такий підхід відрізняється кращими обчислювальними властивостями і дозволяє створити швидкодіючі, надійні і прості обчислювальні алгоритми розрахунку струморозподілу та режиму напруги.

Розглянемо формування математичної моделі усталеного режиму електричної системи за методом розрізання контурів «по гілках» на прикладі одно контурної електричної мережі, розрахункова схема якої представлена на рис. 1.7. Електричні навантаження пунктів схеми мережі покладемо заданими в потужностях. Для розрахунку характеристик робочого режиму мережі приймемо математичну модель мережі з неявною нелінійністю.



Рисунок 1.7 - Одноконтурна схема електричної мережі

За номінальною напругою електричної системи визначимо початкові наближення навантажувальних струмів незалежних пунктів розрахункової схеми електричної мережі. На попередньому етапі приймемо нульове значення струму перемички *i*–*j*. В результаті видалення перемички зі складу розрахункової схеми отримуємо двопроменеву розімкнену схему, яка опирається на балансуючий пункт.

Визначимо струморозподіл по ділянках штучно отриманої розімкненої схеми мережі переглядаючи розрахункову схему від найбільш віддалених пунктів до балансуючого із дотриманням вимог першого закону Кірхгофа. За отриманою картиною струморозподілу в розімкненій схемі мережі на підставі рівнянь закону Ома уточнимо режим напруги всіх пунктів розрахункової схеми, включаючи пункти, до яких примикає видалена перемичка.

Для видаленої перемички визначимо різницю напруг на її кінцях

$$\Delta \dot{U}_{ij} = \dot{U}_i - \dot{U}_j, \qquad (1.24)$$

де  $\dot{U}_i$ ,  $\dot{U}_j$  – уточненні значення напруг пунктів мережі, до яких примикає видалена перемичка.

32

Очевидно, що визначена за виразом (1.24) різниця напруг на кінцях перемички не відповідає падінню напруги на перемичці (нагадаємо, що на попередньому етапі струм перемички, а, отже, і падіння напруги дорівнює нулю). Таким чином можна визначити нев'язку напруги у замкненому контурі.

$$\dot{e}_{k} = \dot{U}_{i} - \dot{U}_{j} - \dot{I}_{ij}\underline{z}_{ij},$$
 (1.25)

де k – індекс незалежного замкненого контуру зі складу якого видалено перемичку.

Така нев'язка напруги визначає зрівнювальний струм у замкненому контурі, а, отже, – поправку до струму перемички відповідно до виразу

$$\Delta \dot{I}_{ij} = \frac{\dot{e}_k}{\underline{Z}_k},$$

де  $\underline{Z}_k$  – власний опір *k*-го контуру, включаючи опір перемички *i*–*j*.

Для електричної системи, розрахункова схема якої містить більше одного замкненого контуру необхідно враховувати взаємний вплив зрівнювальних струмів суміжних незалежних контурів. У цьому разі поправки до струмів перемичок визначають на підставі розв'язання системи контурних рівнянь вигляду

$$\Delta \dot{I}_k \underline{Z}_k + \sum \Delta \dot{I}_d \underline{Z}_{dk} = \dot{e}_k , \qquad (1.26)$$

де  $\Delta \dot{I}_k$ ,  $\Delta \dot{I}_d$  – поправки до струмів перемичок *k*-го та *d*-го контурів відповідно;  $\underline{Z}_k$  – власний опір *k*-го контуру;  $\underline{Z}_{dk}$  – взаємний опір *k*-го та суміжного *d*-го контурів розрахункової схеми.

У разі залучення наближених методів визначення поправок до струмів перемичок використовують вираз вигляду

$$\Delta \dot{I}_{ij} = k_d \, \frac{\dot{e}_k}{\underline{Z}_k},\tag{1.27}$$

де  $k_d$  – коефіцієнт демпфування ітераційного процесу обумовлений взаємним впливом зрівнювальних струмів незалежних контурів розрахункової схеми.

Очевидно, що відсутність, тобто одиничне значення демпферного коефіцієнту у виразі (1.27), визначає використання методу простої ітерації для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь контурної моделі (1.26) при обмеженні розрахунків однією ітерацією. Залучення демпферного коефіцієнту дозволяє збільшити точність таких розрахунків та скоротити кількість необхідних ітерацій.

Накопичений досвід моделювання усталених режимів електричних систем за методом розрізання контурів свідчить про коливний характер збіжності ітераційного процесу, організованого за виразом (1.27). Це визначає доцільність прискорення розрахункового процесу шляхом використання коефіцієнту демпфування для згладжування таких коливань. Очевидно, що коефіцієнт

33

демпфування завжди менший за одиницю, причому збільшення складності та замкненості розрахункової схеми електричної системи визначає зменшення коефіцієнту демпфування. Так для електричних мереж середньої складності таких, що не містять трансформаторних зв'язків, рекомендовано обирати коефіцієнт демпфування в межах 0,5...0,65, а для мереж високого ступеню складності – в межах 0,05...0,1.

Таким чином нове значення струму перемички визначають за виразом

$$\dot{I}_{ij}^{(n)} = \dot{I}_{ij}^{(n-1)} + \Delta \dot{I}_{ij}, \qquad (1.28)$$

де *n* – індекс поточної ітерації.

Отримане нове значення струму перемички, очевидно, робить вплив на струморозподіл по ділянках решти частини розрахункової схеми, а, отже, й на всі інші параметри усталеного режиму електричної системи. Такий вплив можна врахувати шляхом заміщення уточненого струму перемички парою фіктивних навантажень, прикладених до пунктів, до яких примикає видалена перемичка. Як зазначалося вище, струми фіктивних навантажень мають дорівнювати уточненому значенню струму перемички, але протилежні за знаком.

Уточнені характеристики режиму напруги в електричній системи дозволяють розрахувати нові значення навантажувальних струмів незалежних пунктів розрахункової схеми, визначити струморозподіл по ділянках розімкненої схеми з урахуванням додаткових фіктивних навантажень та уточнити режим напруги в електричній мережі, у тому числі – на шинах пунктів, до яких примикає видалена перемичка.

Очевидно, що у цьому разі нев'язка напруги у контурі за абсолютною величиною виявиться меншою за своє попереднє значення, що свідчить про збіжність розрахункового процесу. Всі розглянуті вище розрахунки повторюють багатократно аж до досягнення необхідної інженерної точності. Критерієм завершення розрахунків є нульове значення (з певною інженерною точністю) нев'язки напруги на видаленій перемичці.

Наведений підхід до моделювання усталеного режиму електричної системи можна поширити на складнозамкнені електричні мережі, які містять будь яку кількість незалежних контурів у своєму складі. Загальний алгоритм моделювання усталеного режиму електричної системи за методом розрізання контурів складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. У складі вихідної замкненої схеми електричної мережі намічають перемички, видалення яких призводить до формування розімкненої зв'язної схеми. Для кожної перемички приймають нульове значення струму

$$\dot{I}_{ij} = 0$$
.

2. Умовно вважають, що напруги всіх пунктів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи

$$U_k = U_{\text{hom}}$$

3. Для кожної перемички розрахункової схеми визначають струми додаткових фіктивних навантажень, за допомогою яких моделюють видалення перемички зі складу розрахункової схеми

де  $\dot{I}_{ii}^{(n)}$  – поточне значення струму перемички i-j; n – індекс поточної ітерації.

4. За поточним режимом напруги визначають струми навантажень незалежних вузлів розрахункової схеми

$$\dot{J}_k = rac{S_k}{\hat{U}_k^{(n)}},$$

де  $\dot{S}_k$  – повна потужність розрахункового навантаження k-го пункту схеми;  $\hat{U}_k^{(n)}$  – спряжений комплекс вектора поточного значення напруги на шинах k-го пункту.

Для вузлів, до яких примикають перемички у складі струму навантаження слід врахувати струми додаткових фіктивних навантажень відповідно до виразу

$$\dot{J}_k = rac{\dot{S}_k}{\hat{U}_k^{(n)}} + \dot{J}_k^{\mathrm{A}(n)}.$$

5. Переглядаючи всі ділянки розімкненої схеми електричної мережі, з якої видалені всі перемички, починаючи з найбільш віддалених від балансуючого пункту, на підставі рівнянь першого закону Кірхгофа визначають струморозподіл по ділянках розімкненої схеми

$$\dot{I}_{ij} = \dot{J}_j + \sum_{\substack{k \in j, \\ k \neq i}} \dot{I}_{jk} \, .$$

6. Переглядаючи всі ділянки розімкненої схеми електричної мережі, починаючи від опорного за напругою пункту, на підставі рівнянь закону Ома визначають режим напруги незалежних вузлів розрахункової схеми

$$\dot{U}_{j}=\dot{U}_{i}-\dot{I}_{ij}\underline{Z}_{ij}.$$

7. За зміною струмів головних ділянок розрахункової схеми визначають умови збіжності ітераційного процесу визначення режимних характеристик розімкненої схеми, з якої видалені всі перемички. Якщо максимальна за модулем зміна струму не перевищує необхідної інженерної точності

$$\max\left\{\left|\dot{I}_{0i}^{(m)}-\dot{I}_{0i}^{(m-1)}\right|\right\}\leq\varepsilon_{I},$$

де *m* – індекс поточної ітерації розрахункового процесу неявного уточнення втрат потужності в розімкненій схемі електричної мережі; то управління
передають процедурі 8. В іншому разі виконують наступний цикл розрахунків параметрів усталеного режиму розімкненої схеми починаючи з процедури 4 алгоритму.

8. Для кожної перемички за виразом (1.25) визначають нев'язки напруги. Якщо максимальна за модулем нев'язка напруги не перевищує необхідної інженерної точності

$$\max_{k}\left\{\left|\dot{e}_{k}\right|\right\}\leq\varepsilon\,,$$

то усталений режим розімкненої схеми, визначений в результаті виконання операцій процедур 5, 6 та 7 алгоритму, повністю еквівалентний режиму вихідної замкненої схеми, що свідчить про завершення обчислень. В іншому разі управління передають процедурі 9.

9. В результаті розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.26), або за виразом (1.27) визначають поправки до струмів перемичок, а за виразом (1.28) — нові уточнені значення струмів перемичок. Після виконання таких операцій управління передають процедурі 3 для виконання наступного циклу ітераційних розрахунків.

Аналіз наведеного алгоритму свідчить про наявність в його складі двох вкладених ітераційних циклів. Внутрішній ітераційний цикл полягає в розрахунку режимних параметрів усталеного режиму розімкненої схеми електричної системи та направлений на визначення нев'язок напруги на всіх перемичках. Зовнішній ітераційний цикл полягає в уточненні струмів перемичок.

Зауважимо, що в наведеному алгоритмі внутрішній ітераційний цикл побудовано на основі неявного уточнення втрат потужності в еквівалентній розімкненій схемі електричної системи. Такий підхід не є обов'язковим. Тут можливе розв'язання режимної задачі будь-яким відомим методом, наприклад, на підставі явного уточнення втрат потужності, або взагалі, з використанням вузлових розрахункових моделей усталених режимів.

# 1.4 Вузлові розрахункові моделі усталеного режиму електричної мережі

В основу вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи покладено рівняння першого закону Кірхгофа, які відбивають умови балансу енергії (струму або потужності) в незалежних вузлах розрахункової схеми електричної системи. Розглянемо базові принципи формування вузлової моделі на прикладі довільного вузла розрахункової схеми, представленого на рис. 1.8. Тут 1, 2, ..., n – вузли розрахункової схеми електричної системи, суміжні з досліджуваним *i*-м вузлом; n – загальна кількість суміжних вузлів у складі розрахункової схеми;  $\underline{y}_{i1}, \underline{y}_{i2}, ..., \underline{y}_{in}$  – поздовжні провідності ділянок, суміжних з *i*-м вузлом схеми (взаємні провідності вузлів);  $\underline{y}_{i0}$  – поперечна провідність еквівалентного шунта на землю, віднесеного до *i*-го вузла схеми;  $J_i$  – вузловий струм *i*-го вузла.



Рисунок 1.8 - Ілюстрація формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи

Для досліджуваного вузла розрахункової схеми рівняння першого закону Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\sum_{j \in i} \left( \dot{U}_j - \dot{U}_i \right) \underline{y}_{ij} - \dot{U}_i \underline{y}_{i0} = \dot{J}_i, \qquad (1.29)$$

де запис  $j \in i$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати по всіх j-х вузлах розрахункової схеми, суміжних с досліджуваним i-м вузлом.

У виразі (1.29) прийнятий напрям струму по ділянках схеми до досліджуваного вузла, а струму витоку через шунт на землю – від вузла.

Перегрупування складових виразу (1.29) дозволяє перезаписати його у вигляді

$$\dot{U}_i \underline{y}_{ii} + \sum_{i \in j} \dot{U}_j \underline{y}_{ij} = \dot{J}_i, \qquad (1.30)$$

де  $\underline{y}_{ii} = -\left(\underline{y}_{i0} + \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij}\right) -$ власна провідність *i*-го вузла розрахункової схеми, яка

дорівнює від'ємній сумі провідностей всіх ділянок, суміжних с поточним вузлом, включаючи провідність шунта на землю.

Якщо рівняння (1.30) записати для всіх незалежних вузлів розрахункової схеми, то отримана система алгебраїчних рівнянь зафіксує співвідношення між параметрами розрахункової схеми електричної системи та режимом напруги незалежних вузлів. Тобто розв'язання такої системи рівнянь дозволяє визначити напруги всіх незалежних вузлів розрахункової схеми. Далі, за законом Ома можна визначити струморозподіл та (або) потокорозподіл потужностей по ділянках схеми, навантажувальні втрати потужностей на ділянках, втрати

потужностей в поперечних шунтах схеми, сумарні втрати потужності та потужність балансуючого пункту, тобто повністю розв'язати задачу моделювання усталеного режиму електричної системи.

Зазначимо, що система рівнянь (1.30) є лінійною, що відповідає положенню про лінійність навантажень вузлів розрахункової схеми (див. рис. 5.19). У разі розв'язання нелінійної режимної задачі, в якій електричні навантаження подають фіксованими значеннями активної та реактивної потужностей, вузлові рівняння набувають вигляду

$$\dot{U}_{i}\underline{y}_{ii} + \sum_{i \in j} \dot{U}_{j}\underline{y}_{ij} = \frac{S_{i}}{\hat{U}_{i}}, \qquad (1.31)$$

де  $\dot{S}_i$  – вузлова потужність *i*-го вузла розрахункової схеми.

Зазначимо, що система рівнянь (1.31) є нелінійною, записаною у явному вигляді. При чому ліві частини рівнянь (1.31) є лінійними, а праві – нелінійними. Фізично ця особливість вузлових рівнянь визначається тим, що всі параметри розрахункової схеми електричних систем є лінійними за виключенням вузлових струмів, які відповідають нелінійним джерелам струму

$$\dot{J}_i(U) = \frac{\dot{S}_i}{\hat{U}_i}.$$

Інколи використовують запис рівнянь вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи у формі балансу потужностей. Такий запис можна отримати в результаті множення рівнянь (1.31) на спряжений комплекс вектора напруги поточного вузла схеми

$$U_i^2 \underline{y}_{ii} + \hat{U}_i \sum_{j \in i} \dot{U}_j \underline{y}_{ij} = \dot{S}_i, \qquad (1.32)$$

де  $U_i^2$  – квадрат модуля напруги *i*-го вузла розрахункової схеми.

Відомо, що прямих методів розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь не існує і під час розв'язання режимних задач можливе лише застосування наближених ітераційних методів. При цьому слід розглядати два альтернативні підходи до розв'язання нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи.

Перший підхід базується на формальному розв'язанні систем алгебраїчних рівнянь числовими методами, наприклад, методами Зейделя або Ньютона.

Другий підхід передбачає умовну лінеаризацію навантажень на кожному циклі ітераційного розрахункового процесу.

Розглянемо спочатку підхід, який базується на формальному розв'язанні систем алгебраїчних рівнянь вузлової моделі. Тут алгоритм реалізації вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи складається з послідовного виконання наступних основних процедур.

1. Для розрахункової схеми електричної системи визначають власні та взаємні вузлові провідності

$$\underline{y}_{ij} = \frac{1}{\underline{z}_{ij}}; \, \underline{y}_{ii} = -\left(\underline{y}_{i0} + \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij}\right).$$

2. Формують та розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь (1.30) для лінійної режимної задачі, або систему нелінійних алгебраїчних рівнянь (1.31) або (1.32) у разі розв'язання нелінійної режимної задачі. Під час виконання даної процедури в результаті використання прямих або числових ітераційних методів розв'язання систем алгебраїчних рівнянь визначають режим напруги всіх незалежних вузлів розрахункової схеми.

3. За законом Ома визначають струми ділянок

$$\dot{I}_{ij} = \left(\dot{U}_i - \dot{U}_j\right)\underline{y}_{ij},$$

потоки потужностей

$$\dot{S}_{ij}^{\pi} = \dot{I}_{ij}\hat{U}_{i}; \quad \dot{S}_{ij}^{\kappa} = \dot{I}_{ij}\hat{U}_{i}$$

та навантажувальні втрати потужностей

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij}^{\pi} - \dot{S}_{ij}^{\kappa} = I_{ij}^2 \hat{z}_{ij}.$$

4. Визначають потужність балансуючого пункту як суму потоків потужностей на початках всіх головних ділянок розрахункової схеми

$$\dot{S}_0 = \sum_{i \in 0} \dot{S}_{0i}^{\pi}$$
,

де запис *i*∈0 під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з балансуючим пунктом.

Також на даному етапі визначають сумарні втрати потужності

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = \dot{S}_0 - \sum \dot{S}_i,$$

де  $\dot{S}_0$  – потужність балансуючого пункту;  $\dot{S}_i$  – вузлова потужність *i*-го вузла розрахункової схеми.

Зазначимо, що наведений алгоритм є базовим шаблоном та може змінюватися відповідно до прийнятого методу числового розв'язання вузлових рівнянь на етапі виконання процедури 2 алгоритму.

### Метод лінеаризації навантажень

Вище зазначалось, що нелінійність вузлової моделі пов'язана з наявністю у складі розрахункової схеми електричної системи нелінійних джерел струму, за допомогою яких моделюють вузлові навантаження, представлені фіксованими значеннями активної та реактивної потужностей споживачів. Очевидно, що якщо нелінійні джерела струму замінити лінійними, наприклад, визначивши вузлові струми за номінальною напругою електричної системи, то вузлова розрахункова модель набуде лінійного вигляду

$$\dot{U}_{i}\underline{y}_{ii} + \sum_{i \in j} \dot{U}_{j}\underline{y}_{ij} = \dot{J}_{i}$$
(1.33)

і для її реалізації необхідно залучати прямі або числові методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Отриманий в такий спосіб розв'язок режимної задачі, очевидно, є неточним, оскільки вузлові струми було визначено не за фактичною, а за номінальною напругою, що призвело до викривлення результатів моделювання. Проте, представлений підхід дозволяє організувати покрокове уточнення вузлових струмів, визначаючи їх за поточним режимом напруги, а сам режим напруги визначати шляхом розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі за умовно фіксованих значень вузлових струмів на кожному циклі обчислювального процесу. В результаті отримують швидкозбіжний ітераційний процес, за допомогою якого з необхідною інженерною точністю можна реалізувати моделювання усталеного режиму електричної системи.

Алгоритм таких обчислень складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Для розрахункової схеми електричної системи визначають власні та взаємні вузлові провідності

$$\underline{\underline{y}}_{ij} = \frac{1}{\underline{z}_{ij}};$$
$$\underline{\underline{y}}_{ii} = -\left(\underline{\underline{y}}_{i0} + \sum_{j \in i} \underline{\underline{y}}_{ij}\right).$$

2. Умовно вважають, що напруги всіх вузлів схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_i = U_{\text{HOM}}$$

3. За поточним режимом напруги визначають уточнені значення вузлових струмів

$$\dot{J}_i = rac{\dot{S}_i}{\hat{U}_i^{(n)}},$$

де *n* – індекс поточної ітерації обчислювального процесу.

4. Формують та розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь (1.30) для лінеарізованої режимної задачі. Під час виконання даної процедури в результаті використання прямих або числових ітераційних методів розв'язання систем алгебраїчних рівнянь визначають уточнений режим напруги всіх незалежних вузлів розрахункової схеми.

5. Здійснюють контроль збіжності ітераційного розрахункового процесу. Якщо найбільша за модулем нев'язка потужності в незалежних вузлах розрахункової схеми не перевищує інженерної точності

$$\max\left\{ \left| U_{i}^{2} \underline{y}_{ii} + \hat{U}_{i} \sum_{j \in i} \dot{U}_{j} \underline{y}_{ij} - \dot{S}_{i} \right| \right\} \leq \varepsilon, \qquad (1.34)$$

то мету ітераційного процесу вважають досягнутою і управління передають процедурі 6 алгоритму. В іншому разі виконують наступний цикл обчислень, починаючи з процедури 3.

Як додатковий критерій збіжності ітераційного процесу можна використовувати контроль зміни напруги незалежних вузлів схеми по відношенню до даних попередньої ітерації

$$\max\left\{\left|\dot{U}_{i}^{(n)}-\dot{U}_{i}^{(n-1)}\right|\right\}\leq\varepsilon.$$
(1.35)

Зазначимо, що такий критерій є непрямим і не гарантує досягнення необхідної інженерної точності під час розв'язання режимної задачі.

6. За законом Ома визначають струми ділянок

$$\dot{I}_{ij} = \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij},$$

потоки потужностей

$$\dot{S}_{ij}^{\pi} = \dot{I}_{ij}\hat{U}_{i}; \quad \dot{S}_{ij}^{\kappa} = \dot{I}_{ij}\hat{U}_{i}$$

та навантажувальні втрати потужностей

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij}^{\pi} - \dot{S}_{ij}^{\kappa} = I_{ij}^2 \hat{z}_{ij}.$$

7. Визначають потужність балансуючого пункту як суму потоків потужностей на початках всіх головних ділянок розрахункової схеми

$$\dot{S}_0 = \sum_{i \in 0} \dot{S}_{0i}^{\pi} ,$$

де запис *i*∈0 під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, суміжними з балансуючим пунктом.

Також на даному етапі визначають сумарні втрати потужності

$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = \dot{S}_0 - \sum \dot{S}_i,$$

де  $\dot{S}_0$  – потужність балансуючого пункту;  $\dot{S}_i$  – вузлова потужність *i*-го вузла розрахункової схеми.

# 1.5 Ітераційні методи розв'язання систем нелінійних вузлових рівнянь Метод Зейделя

Вище зазначалось, що нелінійність алгебраїчних рівнянь вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи вимагає залучення спеціальних числових методів розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Рівняння вузлової розрахункової моделі (1.31) можна подати у рекурентній формі

$$\dot{U}_{i} = \frac{1}{\underline{y}_{ii}} \left( \frac{\dot{S}_{i}}{\hat{U}_{i}} - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{m} \dot{U}_{j} \underline{y}_{ij} \right),$$
(1.36)

де *m* – кількість незалежних вузлів у складі розрахункової схеми.

Вираз (1.36) дозволяє організувати ітераційне уточнення режиму напруги незалежних вузлів розрахункової схеми за методом простої ітерації та за методом прискореної ітерації Зейделя. Такий ітераційний процес характеризується простотою реалізації, але вельми повільною збіжністю.

Метод простої ітерації передбачає безпосереднє використання рекурентних виразів (1.36), записаних для всіх незалежних вузлів розрахункової схеми. Особливість метода Зейделя полягає в тому, що уточнені значення невідомих напруг використовують для уточнення решти невідомих вже на поточній ітерації. Схема методу Зейделя передбачає використання рекурентного виразу (1.36) у вигляді

$$\dot{U}_{i}^{(n)} = \frac{1}{\underline{y}_{ii}} \left( \frac{\dot{S}_{i}}{\hat{U}_{i}} - \sum_{j=1}^{i-1} \dot{U}_{j}^{(n)} \underline{y}_{ij} - \sum_{j=i+1}^{m} \dot{U}_{j}^{(n-1)} \underline{y}_{ij} \right),$$
(1.37)

де *n* – індекс поточної ітерації.

Збіжність ітераційного процесу контролюють за максимальною нев'язкою потужності в незалежних вузлах розрахункової схеми. Якщо такий параметр не перевищує інженерної точності, то мету ітераційного процесу вважають досягнутою. В іншому разі виконують наступний цикл обчислень за виразами (1.37), записаними для всіх незалежних вузлів розрахункової схеми.

Як додатковий критерій збіжності ітераційного процесу можна використовувати контроль зміни напруги незалежних вузлів схеми по відношенню до даних попередньої ітерації за виразом

$$\max\left\{\left|\dot{U}_{i}^{(n)}-\dot{U}_{i}^{(n-1)}\right|\right\}\leq\varepsilon.$$

#### Метод Ньютона

В практиці розв'язання режимних задач, основаних на вузловій моделі усталеного режиму електричної системи, найбільшого поширення набуло розв'язання систем нелінійних вузлових рівнянь методом Ньютона. Основна ідея методу Ньютона полягає в розкладанні нелінійної вектор-функції нев'язок потужностей або струмів в незалежних вузлах розрахункової схеми в ряд Тейлора. У разі, якщо обмежитися тільки лінійними членами розкладання, розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь заміщується послідовним багатократним розв'язанням систем лінійних рівнянь з подальшим уточненням режиму напруги незалежних вузлів розрахункової схеми.

$$\left[\mathbf{W}\left(\mathbf{X}\right)\right] \approx \left[\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{0}\right)\right] + \left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[\Delta \mathbf{U}\right], \qquad (1.38)$$

де  $\begin{bmatrix} \mathbf{W} (\mathbf{X}_0) \end{bmatrix}$  – вектор-стовпець нев'язок потужностей або струмів за поточного наближення режиму напруги незалежних вузлів розрахункової схеми;  $\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix}_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0}$  – матриця частинних похідних від нев'язок по складових векторів напруги

– матриця частинних похідних від нев'язок по складових векторів напруги (матриця Якобі);  $[\Delta U]$  – вектор-стовпець поправок до складових векторів напруги.

В загальному випадку схема методу полягає у розв'язанні системи лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду

$$\left\lfloor \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right\rfloor_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[ \Delta \mathbf{U} \right] = - \left[ \mathbf{W} \left( \mathbf{X}_{0} \right) \right].$$
(1.39)

Визначені в такий спосіб поправки до векторів напруги визначають нове наближення режиму напруги незалежних вузлів розрахункової схеми

$$\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n-1)} + \Delta \mathbf{U} , \qquad (1.40)$$

де *n* – індекс поточної ітерації.

Оскільки розкладання в ряд Тейлора вектор-функції нев'язок було обмежене лише лінійними членами, отримані нові уточнені значення напруг незалежних вузлів розрахункової схеми не відповідають точному розв'язку системи вузлових рівнянь. Проте циклічне повторення обчислень визначає швидкозбіжний ітераційний процес, точність якого квадратично залежить від кількості ітерації.

Для формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи за методом Ньютона рівняння (1.32) слід представити у формі нев'язок потужності

$$\dot{\omega}_{i} = U_{i}^{2} \underline{y}_{ii} + \hat{U}_{i} \dot{I}_{0i} - \dot{S}_{i} = 0, \qquad (1.41)$$

де  $U_i^2$  – квадрат модуля вектору напруги *i*-го вузла розрахункової схеми;  $\dot{I}_{0i} = \sum_{i \in i} \dot{U}_j \underline{y}_{ij}$ .

Аналіз виразу (1.41) свідчить про те, що до складу функції нев'язок потужностей входять операції визначення модуля та спряження комплексного числа, який представляє вектор напруги поточного вузла розрахункової схеми.

Це визначає неможливість розрахунку елементів матриці Якобі як частинних похідних функції комплексної змінної. Тому комплексні рівняння (1.41) слід поділити на дійсні та уявні складові та записати по два дійсних рівняння нев'язок активної та реактивної потужностей для кожного незалежного вузла розрахункової схеми

$$\begin{aligned}
\omega_{P_i} &= g_{ii}U_i^2 + U_i'I_{0i}' + U_i''I_{0i}'' - P_i = 0; \\
\omega_{Q_i} &= b_{ii}U_i^2 + U_i'I_{0i}'' - U_i''I_{0i}' - Q_i = 0,
\end{aligned}$$
(1.42)

де U'<sub>i</sub>, U''<sub>i</sub> – дійсна та уявна складова вектора напруги *i*-го вузла схеми;  $I'_{0i} = \sum_{j \in i} \left( g_{ij}U'_j - b_{ij}U''_j \right); I''_{0i} = \sum_{j \in i} \left( g_{ij}U''_j + b_{ij}U'_j \right).$  Очевидно, що складові  $I'_{0i}$  та  $I''_{0i}$ 

являють собою складові фіктивного вузлового струму і-го вузла схеми за умови нульового значення напруги в цьому вузлі, тобто являють собою дійсну та уявну складові фіктивного струму короткого замикання і-го пункту розрахункової схеми.

Зазначимо, що вектори напруги на комплексний площини можуть бу ти представлені в декартовій або в полярній системі координат. В задачах моделювання усталених режимів електричних систем найбільшого поширення набуло використання полярної системи координат як більш інформативний спосіб подання інформації про режим напруги.

$$U = U' + jU'' = Ue^{j\delta} = U(\cos \delta + j \sin \delta).$$

За умови представлення векторів напруги в полярній системі координат рівняння набувають вигляду

$$\begin{split} \omega_{Pi} &= g_{ii}U_{i}^{2} + U_{i}\cos\delta_{i}I_{0i}' + U_{i}\sin\delta_{i}I_{0i}'' - P_{i} = 0;\\ \omega_{Qi} &= b_{ii}U_{i}^{2} + U_{i}\cos\delta_{i}I_{0i}'' - U_{i}\sin\delta_{i}I_{0i}' - Q_{i} = 0,\\ \text{Де }I_{0i}' &= \sum_{j\in i}U_{j}\left(g_{ij}\cos\delta_{j} - b_{ij}\sin\delta_{j}\right); I_{0i}'' = \sum_{j\in i}U_{j}\left(g_{ij}\sin\delta_{j} + b_{ij}\cos\delta_{j}\right), \text{ afo}\\ \omega_{Pi} &= g_{ii}U_{i}^{2} + U_{i}\sum_{j\in i}U_{j}\left(g_{ij}\cos\delta_{ij} + b_{ij}\sin\delta_{ij}\right) - P_{i} = 0;\\ \omega_{Qi} &= b_{ii}U_{i}^{2} - U_{i}\sum_{j\in i}U_{j}\left(g_{ij}\sin\delta_{ij} - b_{ij}\cos\delta_{ij}\right) - Q_{i} = 0, \end{split}$$
(1.43)
$$\Pi e \ \delta_{U} = \delta_{U} - \delta_{U}.$$

 $O_{ij} = O_i$ 

Елементи матриці Якобі визначають як частинні похідні виразів (1.43) за складовими векторів напруг. При цьому матриця Якобі маю клітинну структуру вигляду

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_p}{\partial U} & \frac{\partial \omega_p}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \omega_Q}{\partial U} & \frac{\partial \omega_Q}{\partial \delta} \end{bmatrix}$$

де кожна з клітин має структуру, аналогічну матриці власних та взаємних вузлових провідностей.

Для подання векторів напруг в полярній системі координат діагональні елементи клітин матриці Якобі слід визначати за виразами:

$$\frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U_{i}} = 2g_{ii}U_{i} + \sum_{j \in i} U_{j} \left(g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}\right);$$

$$\frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U_{i}} = 2b_{ii}U_{i} + \sum_{j \in i} U_{j} \left(-g_{ij} \sin \delta_{ij} + b_{ij} \cos \delta_{ij}\right)$$

$$\frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial \delta_{i}} = -U_{i}\sum_{j \in i} U_{j} \left(g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos \delta_{ij}\right);$$

$$\frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial \delta_{i}} = -U_{i}\sum_{j \in i} U_{j} \left(g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}\right).$$
(1.44)

Своєю чергою, недіагональні елементи матриці Якобі дорівнюють:

$$\frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U_{j}} = U_{i} \left( g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij} \right);$$

$$\frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U_{j}} = -U_{i} \left( g_{ij} \sin \delta_{ij} - b_{ij} \cos_{ij} \right);$$

$$\frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial \delta_{j}} = -U_{i} U_{j} \left( g_{ij} \sin \delta_{ij} + b_{ij} \cos \delta_{ij} \right);$$

$$\frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial \delta_{j}} = U_{i} U_{j} \left( g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij} \right).$$
(1.45)

Загальний алгоритм розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних вузлів розрахункової схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи.

2. За виразами (1.42) визначають нев'язки потужностей за поточних наближень невідомих напруг та перевіряють умови збіжності ітераційного процесу. Якщо максимальна за модулем нев'язка потужності не перевищує інженерної точності

$$\max\left\{\left|\omega_{i}\left(U^{(n)}\right)\right|\right\}\leq\varepsilon,$$

де *n* – індекс поточної ітерації, то це свідчить про досягнення мети ітераційного розрахунку і виконання алгоритму зупиняють. В іншому разі управління передають процедурі 3.

3. За виразами (1.44) та (1.45) визначають елементи матриці Якобі за поточних наближень невідомих напруг.

4. Реалізують розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду (1.39) та визначають поправки до невідомих напруг. За виразами (1.40) розраховують нові наближення невідомих напруг та передають управління процедурі 2 для виконання наступного циклу ітераційного обчислювального процесу.

Зазначимо, що математичний апарат метода Ньютона може бути реалізований і для інших способів подання вузлових нев'язок та невідомих напруг. Так, наприклад, подання невідомих векторів напруг за допомогою декартової системи координат визначає використання виразів (1.42) для визначення нев'язок потужностей незалежних вузлів схеми. Це, своєю чергою, визначає відповідні зміни розрахункових виразів для визначення елементів матриці Якобі.

Також можливе представлення вузлових нев'язок у струмовій формі за подання векторів напруг в полярній або декартовій системі координат. Таким чином, можливі чотири способи реалізації метода Ньютона для розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи у формі балансу потужностей або струмів за подання векторів напруги в полярній або декартовій системах координат відповідно, як показано в табл. 1.1.

До основних недоліків розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь усталеного режиму електричної системи методом Ньютона слід віднести великий обсяг обчислень на кожній ітерації розрахункового процесу, а також високу чутливість методу до вибору початкових наближень невідомих.

До теперішнього часу розроблено велику кількість модифікацій методу Ньютона, спрямованих на ослаблення впливу зазначених негативних обставин. Тут варто зважати на те, що вимоги до зменшення обсягів обчислень на кожній ітерації і покращення збіжності обчислювального процесу є взаємовиключними.

Очевидно, що зменшення обсягів обчислень на кожній ітерації призводить до збільшення загальної кількості ітерацій. Навпаки, зменшення загальної кількості ітерацій може бути досягнуто за рахунок додаткових обчислень на кожному кроці розрахункового процесу.

		Форма подання векторів напруг			
		в декартовій системі координат		в полярній системі координат	
		Рівняння балансу	Матриця Якобі	Рівняння балансу	Матриця Якобі
Форма подання рівнянь нев'язок	баланс потужностей	$\begin{cases} \omega_{P}\left(U',U''\right)=0;\\ \omega_{Q}\left(U',U''\right)=0. \end{cases}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_p}{\partial U'} & \frac{\partial \omega_p}{\partial U''} \\ \frac{\partial \omega_Q}{\partial U'} & \frac{\partial \omega_Q}{\partial U''} \end{bmatrix}$	$\begin{cases} \omega_{P} \left( U, \delta \right) = 0; \\ \omega_{Q} \left( U, \delta \right) = 0. \end{cases}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{p}}{\partial U} & \frac{\partial \omega_{p}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \omega_{Q}}{\partial U} & \frac{\partial \omega_{Q}}{\partial \delta} \end{bmatrix}$
	баланс струмів	$\begin{cases} \omega_{I'}\left(U',U''\right) = 0; \\ \omega_{I''}\left(U',U''\right) = 0. \end{cases}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial U'} & \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial U''} \\ \frac{\partial \omega_{I''}}{\partial U'} & \frac{\partial \omega_{I''}}{\partial U''} \end{bmatrix}$	$\begin{cases} \omega_{I'}(U,\delta) = 0; \\ \omega_{I''}(U,\delta) = 0. \end{cases}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial U} & \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial \delta} \\ \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial U} & \frac{\partial \omega_{I'}}{\partial \delta} \end{bmatrix}$

Таблиця 1.1 - Розрахункові моделі методу Ньютона

# Модифікований метод Ньютона

Модифікований метод Ньютона заснований на властивості матриці Якобі, яка полягає в тому, що значення її елементів за вдалого вибору початкових наближень для розрахунку усталених режимів роботи електричної системи змінюються несуттєво. Ця обставина дозволяє використовувати ту саму матрицю Якобі в ітераційному процесі розв'язання системи нелінійних вузлових рівнянь вузловий усталеного режиму електричної системи.

На рис. 1.9 наведена геометрична інтерпретація класичного та модифікованого метода Ньютона в одновимірному фазовому просторі станів. Тут  $x^*$  позначено точний розв'язок нелінійного рівняння f(x) = 0;  $x_0$  – початкове наближення невідомого параметра;  $x_1, x_2, \ldots$  – послідовні наближення невідомого параметру в процесі ітераційного уточнення;  $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \ldots$  – значення функції f(x) за відповідних наближень невідомих.

На рис. 1.9 *а* проілюстроване ітераційне уточнення невідомого параметру за класичним методом Ньютона. Тут для кожного наближення невідомого визначають положення дотичної до функції f(x) та визначають точку перетину дотичної з віссю абсцис. Така точка визначає нове наближення невідомого параметру, для якого будують нову дотичну.



Рисунок 1.9 - Геометрична інтерпретація метода Ньютона

Модифікований метод Ньютона (див. рис. 1.9 б) передбачає перенесення дотичної паралельно самий собі в точку наступного наближення невідомого параметру.

Використання незмінної матриці Якобі дозволяє додатково скоротити обсяги обчислень, якщо під час розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо поправок до невідомих використовувати *LU*-розкладання матриці коефіцієнтів. Обсяг розрахунків на одній ітерації зменшується в 5 разів порівняно з класичним методом Ньютона. Кількість ітерацій при цьому збільшується, а надійність обчислювального процесу (збіжність) падає. Особливо погана збіжність ітерацій в модифікованому методі Ньютона за великого видалення початкових наближень від точного розв'язку, що зазвичай має місце під час моделювання важких післяаварійних режимів.

#### Метод Стотта

Характерною ознакою електричних мереж вищих класів напруг (330 кВ і вище) є істотне перевищення реактивних опорів ділянок розрахункових схем над активними. Наслідком цього є незначна залежність режиму напруги від активних потужностей навантаження у вузлах, а також малий вплив реактивних вузлових потужностей на фазові кути векторів напруг, що виражається в наступних співвідношеннях між елементами матриці Якобі

$$\frac{\partial \omega_p}{\partial \delta} \Box \quad \frac{\partial \omega_p}{\partial U}; \quad \frac{\partial \omega_Q}{\partial U} \Box \quad \frac{\partial \omega_Q}{\partial \delta}.$$

Зазначені особливості електричних мереж надвисокої номінальної напруги дозволяють умовно дорівняти нулю блоки матриці Якобі

$$\frac{\partial \omega_P}{\partial U} = 0; \quad \frac{\partial \omega_Q}{\partial \delta} = 0.$$

В результаті система лінійних алгебраїчних рівнянь щодо поправок напруги розпадається на дві незалежні системи меншого порядку

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_P}{\partial \delta} \end{bmatrix}_i \Delta \delta^{(i)} = \omega_P \left( U^{(i)}, \delta^{(i)} \right);$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_P}{\partial U} \end{bmatrix}_i \Delta U^{(i)} = \omega_Q \left( U^{(i)}, \delta^{(i)} \right).$$

Даний підхід отримав назву розділеного методу Ньютона або методу Стотта. Цей метод вимагає в два рази меншого обсягу пам'яті для зберігання матриці Якобі. Економія пам'яті в цілому становить 35-40%, а обсяг обчислень зменшується на 10%.

## Оптимізаційні методи розв'язання нелінійних вузлових рівнянь

Для розв'язання систем нелінійних вузлових рівнянь можна залучати оптимізаційні методи. Тут використовують допоміжну функцію, яка визначається сумою квадратів нев'язок потужностей або струмів

$$\Psi = \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \left( x_1, x_2, \dots, x_n \right), \tag{1.46}$$

де *x*<sub>1</sub>, *x*<sub>2</sub>, ... – невідомі параметри усталеного режиму електричної системи, наприклад, модулі та фазові кути векторів напруги.

Вираз (1.46) можна подати у матричній формі

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{W} \,, \tag{1.47}$$

де W – вектор-стовпець нев'язок потужностей або струмів; знак множення визначає операцію обчислення скалярного добутку векторів.

Очевидно, що допоміжна функція (1.46) є невід'ємною та має мінімум, який дорівнює нулю та відповідає розв'язку системи нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи. Таким чином, задачу пошуку невідомих, які забезпечують нульові значення нев'язок ( $\omega_i \rightarrow 0$ ) можна замінити на оптимізаційну задачу пошуку мінімуму допоміжної функції ( $\psi \rightarrow \min$ ).

Розглянемо розв'язання поставленої оптимізаційної задачі методом найскорішого спуску. Тут для реалізації ітераційного уточнення невідомих слід використовувати вираз

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathbf{x}^{(n-1)} - \rho \nabla \psi \left( \mathbf{x}^{(n)} \right), \tag{1.48}$$

де  $\nabla \psi (\mathbf{x}^{(n)})$  – вектор градієнту допоміжної функції в точці  $\mathbf{x}^{(n)}$ ;  $\rho$  – коефіцієнт довжини кроку; від'ємний знак у виразі (1.48) означає, що рух слід здійснювати в напряму антиградієнту.

Елементи вектору градієнту визначають за виразом

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial \omega_i}{\partial x_k} \omega_i ,$$

де похідні  $\frac{\partial \omega_i}{\partial x_k}$  утворюють матрицю Якобі.

В матричній формі вираз для визначення вектору градієнту має вигляд

$$\nabla \boldsymbol{\Psi} = 2 \, \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \,, \tag{1.49}$$

де **J** – матриця Якобі; індекс <sup>т</sup> означає операцію транспонування матриці. Зауважимо, що розрахунок елементів матриці Якобі та вектор-стовпця нев'язок для виразу (1.49) слід здійснювати за поточними наближеннями невідомих параметрів.

Тоді матричний вираз (1.48) набуває вигляду

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathbf{x}^{(n-1)} - 2\rho \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} .$$
 (1.50)

У вираз (1.50) слід підставити коефіцієнт довжини кроку, який забезпечує мінімум допоміжної функції (1.46). Для визначення такого коефіцієнту виконаємо розкладання вектор-функції нев'язок  $W(x + \Delta x)$ , де  $\Delta x = -2\rho J^T W$  в ряд Тейлора, обмежене тільки лінійними членами. В результаті вираз (1.47) набуває вигляду

$$\boldsymbol{\Psi} = \left[ \mathbf{W} - 2\rho \mathbf{J} \mathbf{J}^{\mathrm{r}} \mathbf{W} \right]^{2}$$
(1.51)

У виразі (1.51) операція зведення в квадрат означає скалярний добуток відповідного вектор-стовпця на самого себе.

Розглянемо вираз (1.51) як функцію від коефіцієнта довжини кроку та визначимо її мінімум. Для цього слід розв'язати матричне рівняння

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \rho} = -2 \left[ \mathbf{W} - 2\rho \mathbf{J} \mathbf{J}^{\mathsf{T}} \mathbf{W} \right] 2 \mathbf{J} \mathbf{J}^{\mathsf{T}} \mathbf{W} = 0,$$

звідки

$$\rho = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{W} \mathbf{J} \mathbf{J}^{\mathsf{T}} \mathbf{W}}{\left[ \mathbf{J} \mathbf{J}^{\mathsf{T}} \mathbf{W} \right]^2} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{W} \mathbf{B}}{\mathbf{B}^2},$$

де  $\mathbf{B} = \mathbf{J}\mathbf{J}^{\mathsf{T}}\mathbf{W}$ .

Таким чином, рекурентний вираз ітераційного уточнення невідомих параметрів (1.50) набуває вигляду

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathbf{x}^{(n-1)} - \frac{\mathbf{W}\mathbf{B}}{\mathbf{B}^2} \mathbf{J}^{\mathsf{T}}\mathbf{W}$$
.

Зазначимо, що розрахунки за наведеною схемою вимагають організації ітераційного уточнення невідомих параметрів. Це пояснюється двома факторами. По-перше, вектор антиградієнту, за яким виконують уточнення невідомих, визначає напрям найскорішого зменшення допоміжної функції, але не напрям у бік її мінімального значення. По-друге, розкладання в ряд Тейлора вектор-функції нев'язок було обмежене тільки лінійними членами (див. вираз (1.51)), що обумовлює похибку моделювання.

Розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь градієнтним методом вимагає розрахунків нев'язок і елементів матриці Якобі. Тому в обчислювальній практиці такий метод часто розглядають як модифікацію методу Ньютона.

### Метод Ньютона другого порядку

де

Застосування обчислювальної схеми розв'язання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі методом Ньютона пов'язано із загубленням математичної моделі усталеного режиму електричної системи через обмеження розкладання вектор-функції нев'язок у ряд Тейлора (див. вираз (1.38)). За певних обставин, наприклад, у разі моделювання складних після аварійних режимів, зображуючи точка яких лежить поблизу межі існування режиму, таке загублення математичної моделі не дозволятиме реалізувати розрахунок параметрів усталеного режиму електричної системи (ітераційний процес виявляється розбіжним). За цих обставин корисним може виявитися розширення розкладання вектор-функції нев'язок у ряд Тейлора до трьох членів

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} (\mathbf{X}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{W} (\mathbf{X}_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix}_{\mathbf{X} = \mathbf{X}_0} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^2} \end{bmatrix}_{\mathbf{X} = \mathbf{X}_0} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^2} \end{bmatrix}_{\mathbf{X} = \mathbf{X}_0} - \text{кубічна матриця других похідних (матриця Гессе).}$$

Таким чином, визначення поправок до невідомих параметрів усталеного режиму електричної системи зводиться до розв'язання системи квадратичних рівнянь виду

$$\left[\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{0}\right)\right] + \left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[\Delta \mathbf{U}\right] + \frac{1}{2} \left[\Delta \mathbf{U}\right]^{\mathrm{T}} \left[\frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^{2}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[\Delta \mathbf{U}\right] = 0.$$
(1.52)

Зазначимо, що розв'язання квадратичних рівнянь (1.52) можливо лише ітераційними методами. Тут на першому етапі за класичним методом Ньютона визначають прогнозовані значення поправок до невідомих параметрів. Далі, з використанням матриці Гессе, організують ітераційне уточнення поправок за однією з трьох можливих схем.

1-ша схема

$$\left(\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}}+0.5\left[\Delta \mathbf{U}_{1}\right]^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^{2}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}}\right)\left[\Delta \mathbf{U}\right]=-\left[\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{0}\right)\right],$$
(1.53)

де  $\left[\Delta \mathbf{U}_{1}\right]$  – вектор-стовпець прогнозованих значень поправок.

Очевидно, що така схема базується на використанні матриці Гессе для корекції елементів матриці Якобі.

#### 2-га схема

$$\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[\Delta \mathbf{U}\right] = -\left[\mathbf{W}\left(\mathbf{X}_{0}\right)\right] - 0,5\left[\Delta \mathbf{U}_{1}\right]^{\mathrm{T}} \left[\frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^{2}}\right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[\Delta \mathbf{U}_{1}\right].$$
(1.54)

Така схема базується на корекції елементів вектор-стовпця нев'язок.

3-тя схема

$$\left( \left[ \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} + 0,5(1-\alpha) \left[ \Delta \mathbf{U} \right]^{\mathrm{T}} \left[ \frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^{2}} \right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \right) \left[ \Delta \mathbf{U} \right] = \\
= - \left[ \mathbf{W} \left( \mathbf{X}_{0} \right) \right] - 0,5\alpha \left[ \Delta \mathbf{U}_{1} \right]^{\mathrm{T}} \left[ \frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}^{2}} \right]_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_{0}} \left[ \Delta \mathbf{U}_{1} \right],$$
(1.55)

де  $\alpha$  – певний параметр, значення якого лежить в межах від 0 до 1. Очевидно, що за нульового значення параметру  $\alpha$  математична модель (1.55) вироджується в (1.53), а за одиничного – в (1.54). Таким чином, третя схема уточнення поправок поєднує в собі корекцію матриці Якобі та вектору нев'язок в пропорції, яка визначається параметром  $\alpha$ .

Обчислення за схемами (1.53)–(1.55) повторюють багаторазово аж до досягнення необхідної точності. Результат виконання чергової ітерації тут використовують як прогнозовані значення поправок для виконання наступної ітерації.

Визначення поправок до невідомих параметрів усталеного режиму за методом Ньютона другого порядку проілюстровано на рис. 1.10.



в) корекція вектор-стовпця нев'язок

г) корекція матриці Якобі та вектор-стовпця нев'язок



#### Параметричні методи

До параметричних відносять групу методів розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь усталених режимів електричної системи, засновані на методі Ньютона. Основна ідея параметричних методів полягає в тому, що поправки до невідомих, визначені в процесі розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.39) на кожній ітерації обчислювального процесу за алгоритмом методу Ньютона вносять в вектор невідомих з урахуванням поплавкового коефіцієнту

$$\mathbf{U}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n-1)} + \alpha \Delta \mathbf{U} , \qquad (1.56)$$

де *n* – індекс поточної ітерації; α – параметр, який визначають за певною методикою.

Додаткові витрати обчислювальних ресурсів, пов'язані з визначенням на кожному кроці ітераційного обчислювального процесу параметру спрямовані на підвищення обчислювальної надійності методу. В результаті вдається отримати розв'язок системи вузлових рівнянь усталеного режиму навіть для важких режимів, зображуюча точка яких в просторі станів лежить поблизу межі області існування режимів.

Відповідно до методики, яку покладено в основу визначення параметру розрізняють різні модифікації методу. Розглянемо найбільш поширені методи визначення параметру.

*Аналітичний метод* передбачає використання норм матриці других похідних нев'язок – матриці Гессе за виразом

$$\alpha = \frac{2 \max \omega_j^{(n)}}{\max a_j^{(n)}} \le 1,$$

де max  $\omega_{j}^{(n)} = \left\| \mathbf{W} \left( \mathbf{X}^{(n)} \right) \right\|$  – максимальний за модулем елемент вектор-стовпця нев'язок; max  $a_{j}^{(n)} = \left\| \Delta \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \left[ \frac{\partial^{2} \mathbf{W} \left( \mathbf{X} \right)}{\partial \mathbf{X}^{2}} \right]_{(n)} \Delta \mathbf{X} \right\|$  – максимальний за модулем

елемент вектор-стовпця, отриманого в результаті двократного множення матриці Якобі на вектор-стовпець поправок невідомих; *n* – індекс поточної ітерації.

Використання аналітичного методу визначення параметру дозволяє отримати надійну стійку збіжність обчислювального процесу за методом Ньютона для граничних за умовами існування режимів, для яких якобіан близький до нуля. Тому такий спосіб визначення параметру виявляється досить ефективним під час дослідження режимних параметрів граничних за аперіодичної стійкості і нестійких режимів роботи електричної системи. Метод ділення навпіл базується на контролі динаміки зміни значень допоміжної функції (1.46) з метою недопущення їх зростання після уточнення невідомих параметрів. Якщо на черговому етапі обчислень виконується умова,

$$\psi\left(\mathbf{x}^{(n)}\right) \le \psi\left(\mathbf{x}^{(n-1)}\right),\tag{1.57}$$

тобто допоміжна функція зменшується, то приймають одиничне значення параметра, а сам параметричний метод вироджується в класичний метод Ньютона (див. вираз (1.56) за умови  $\alpha = 1$ ). В іншому разі, тобто якщо умова (1.57) не виконується, параметр ділять навпіл та розраховують нові уточнені значення невідомих. Ділення параметру навпіл виконують доки не буде задовільнена умова, або величина параметру не стане зневажливо малою.

Таким чином, один цикл розв'язання задачі передбачає один крок метода Ньютона та (*N*+1)-кратний розрахунок допоміжної функції та вектор-стовпця невідомих. Причому вектор невідомих визначають за виразом

$$\mathbf{X}^{(n)} = \mathbf{X}^{(n-1)} + \frac{1}{2^N} \Delta \mathbf{X}^{(n-1)},$$

де *N* послідовно набуває значення 0, 1, 2 і так далі. Число *N* має бути таким, щоб виконувалась умова (1.57).

Застосування даного метода дозволяє гарантовано зупинити ітераційний розрахунковий процес навіть у тому разі, коли система вузлових рівнянь не має розв'язку або ітераційний процес виявляє локальний мінімум гіперповерхні допоміжної функції (1.46). Для цього використовують додатковий критерій завершення ітераційного процесу, який полягає в контролі поточного значення параметру. Обчислювальний процес слід завершити за умови

 $\alpha \leq \epsilon$ .

*Метод оптимізації кроку* базується на визначенні такого значення параметру, за якого допоміжна функція (1.46) після виконання наступного кроку набуває свого найменшого значення.

Нехай після виконання попередньої ітерації значення допоміжної функції дорівнює у. Виконаємо пробний крок одиничної довжини за традиційною метода Ньютона. Для нових значень невідомих параметрів схемою  ${f x}^{(1)}={f x}^{(0)}-\Delta {f x}$ розрахуємо нове значення допоміжної функції та позначимо його ψ<sub>1</sub>. Далі виконаємо ще пробний один крок одиничної довжини  $\mathbf{x}^{(2)} = \mathbf{x}^{(1)} - \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)} - 2\Delta \mathbf{x}$ , розрахуємо відповідне значення допоміжної функції та позначимо його  $\psi_2$ .

Припустимо, що залежність значень допоміжної функції від довжини кроку апроксимується кривою другого порядку, як показано на рис. 1.11:

$$\psi(\alpha) = a + b\alpha + c\alpha^2. \tag{1.58}$$



Рисунок 1.11 - Ілюстрація вибору оптимального кроку

За наявними трьома точками  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  та  $\psi_2$  (див. рис. 1.11) можна визначити коефіцієнти апроксимуючої функції

ſ

$$\begin{cases} \psi(0) = \psi_0 = a; \\ \psi(1) = \psi_1 = a + b + c; \\ \psi(2) = \psi_2 = a + 2b + 4c; \end{cases} \text{ Ta } \begin{cases} a = \psi_0; \\ b = \frac{1}{2} (4\psi_1 - \psi_2 - 3\psi_0); \\ c = \frac{1}{2} (\psi_2 - 2\psi_1 + \psi_0). \end{cases}$$

Для визначення довжини кроку, за якого допоміжна функція набуває мінімального значення необхідно знайти екстремум функції (1.58), тобто розв'язати рівняння  $b + 2c\alpha_{ont} = 0$ :

$$\alpha_{_{\rm OHT}} = -\frac{b}{2c} = \frac{\psi_2 - 4\psi_1 + 3\psi_0}{2(\psi_2 - 2\psi_1 + \psi_0)}.$$
(1.59)

Після цього виконують уточнення невідомих параметрів за виразом

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathbf{x}^{(n-1)} - \alpha_{\text{опт}} \Delta \mathbf{x},$$

де *n* – індекс поточної ітерації.

### Метод послідовних інтервалів

Висока чутливість методу Ньютона до початкових наближень невідомих визначає складнощі розв'язання задачі моделювання усталених режимів електричних систем, зображуючи точка яких лежить на межі або поблизу межі існування режимів. Тут близькість до нуля визначника матриці Якобі обумовлює розбіжний ітераційний процес навіть у разі існування розв'язку режимної задачі. За таких умов можна використовувати підхід, який отримав назву метод послідовних інтервалів. Суть методу полягає в наступному. Нехай спроби розв'язання режимної задачі для деякої електричної системи класичними методами не мали успіху. Водночас відоме розв'язання іншої режимної задачі для тієї самої електричної системи але за інших навантажень. Зазвичай навантаження шуканого режиму перевищують навантаження режиму, параметри якого заздалегідь відомі. Позначимо  $Y_0$  вектор-стовпець вузлових навантажень відомого режиму електричної системи, а Y - в режимі, який необхідно змоделювати. Очевидно, що вектори  $Y_0$  та Y визначають дві зображувальні точки в гіперпросторі вузлових навантажень електричної системи. Розіб'ємо відрізок  $[Y_0; Y]$  на декілька однакових ділянок з кроком  $\Delta$  та організуємо розрахунок серії режимних задач за вузлових навантажень

$$\mathbf{Y}_{a} = \mathbf{Y}_{0} + \alpha \big( \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_{0} \big),$$

де  $\alpha = 0, \Delta, 2\Delta, ..., 1$  – індекс, який визначає поточний інтервал завантаження електричної системи.

Очевидно, що за умови  $\alpha = 0$  результати моделювання вже відомі, а якщо  $\alpha = 1$  моделюванню підлягає шуканий режим за заданих навантажень.

Таким чином, метод послідовних інтервалів полягає у послідовному розв'язанні серії режимних задач за поступового завантаження електричної системи. При чому на кожному черговому кроці моделювання як початкові наближення слід використовувати результати розрахунку режимних параметрів на попередньому інтервалі завантаження. Отже, метод послідовних інтервалів дозволяє організувати моделювання будь-яких складних після аварійних режимів електричних систем, а у разі відсутності існування шуканого режиму – впритул наблизитись до межі існування режимів.

# 1.6 Формування розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи за методом перерізів

Відомо, що рівняння першого закону Кірхгофа можна записати не тільки для окремих вузлів розрахункової схеми, але й для узагальнених вузлів, які об'єднують у своєму складі один, два або більше незалежних вузлів схеми. Тут групу ділянок розрахункової схеми, яка обмежує кожний узагальнений вузол називають перерізом. Тому розрахункову модель усталеного режиму електричної системи, побудовану на рівняннях першого закону Кірхгофа для узагальнених вузлів схеми називають методом перерізів.

Реалізація метода перерізів передбачає виділення у складі розрахункової схеми системи базисних перерізів, які поділяють розрахункову схему на незв'язані підсистеми. До складу базисного перерізу може входити тільки одна ділянка дерева розрахункової схеми та довільна кількість хорд. Отже, для реалізації розрахункової моделі за методом перерізів на попередньому етапі у складі розрахункової схеми слід виділити склад дерева та хорд.

Формування розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи за методом перерізів розглянемо на прикладі двоконтурної схеми, поданої на

рис. 1.12. Будемо розглядати лінійну модель усталеного режиму електричної системи, де навантаження подані фіксованими значеннями вузлових струмів.



Рисунок 1.12 - Формування узагальнених вузлів двоконтурної розрахункової схеми електричної системи

Нехай дерево розрахункової схеми утворюють ділянки «0-1», «0-2» та «1-3». Ці ділянки разом із хордами «1-2» та «2-3» формують систему базисних перерізів та визначають таким чином узагальнені вузли у складі розрахункової схеми. Так, ділянка дерева «0-1» разом із хордами «1-2» та «2-3» формують узагальнений вузол, який складається із незалежних вузлів «1» та «3» які зв'язані між собою розрахункової схеми, лілянкою «1-3». Ділянка дерева «0-2» разом із хордами «1-2» та «2-3» формує узагальнений вузол, який складається із єдиного незалежного вузла «2». Своєю чергою, узагальнений вузол, який складається із єдиного незалежного вузла «З» визначає переріз, який складається ділянки **i**3 дерева «1-3» та хорди «2-3». Виділення системи базисних перерізів та узагальнених вузлів розрахункової схеми проілюстровано на рис. 1.12. Зазначимо, що ускладнення розрахункової схеми електричної системи збільшує варіативність поділу схеми на дерево та хорди і, отже, збільшує варіативність виділення у складі схеми системи базисних перерізів та відповідних узагальнених вузлів.

Запишемо рівняння першого закону Кірхгофа для узагальнених вузлів

$$\begin{cases} \dot{I}_{01} - \dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} = \dot{J}_1 + \dot{J}_3; \\ \dot{I}_{02} + \dot{I}_{12} - \dot{I}_{23} = \dot{J}_2; \\ \dot{I}_{13} + \dot{I}_{23} = \dot{J}_3, \end{cases}$$
(1.60)

де  $\dot{I}_{ij}$  – струми ділянок схеми;  $\dot{J}_i$  – вузлові струми навантажень. Тут за додатні напрями струмів прийняті напрями від вузла з меншим індексом до вузла з більшим індексом.

Аналіз системи рівнянь (1.60) свідчить про те, що така система містить три рівняння з п'ятьма невідомими, що обумовлює неможливість безпосереднього використання системи (1.60) для розв'язання задач моделювання усталеного режиму електричної системи.

Струми ділянок розрахункової схеми можна виразити через падіння напруги за типовим виразом закону Ома для ділянок, в яких не діють ЕРС

$$\dot{I}_{ij} = \Delta \dot{U}_{ij} \underline{y}_{ij} \,.$$

Таким чином, систему рівнянь можна подати у вигляді

$$\begin{cases} \Delta \dot{U}_{01} \underline{y}_{01} - \Delta \dot{U}_{12} \underline{y}_{12} + \Delta \dot{U}_{23} \underline{y}_{23} = \dot{J}_{1} + \dot{J}_{3}; \\ \Delta \dot{U}_{02} \underline{y}_{02} + \Delta \dot{U}_{12} \underline{y}_{12} - \Delta \dot{U}_{23} \underline{y}_{23} = \dot{J}_{2}; \\ \Delta \dot{U}_{13} \underline{y}_{13} + \Delta \dot{U}_{23} \underline{y}_{23} = \dot{J}_{3}. \end{cases}$$
(1.61)

Другий закон Кірхгофа дозволяє виразити падіння напруг на хордах розрахункової схеми через падіння напруги на ділянках дерева відповідних контурів. Так, хорда «1-2» визначає незалежний контур «0-1-2-0» (див. рис. 1.4), для якого другий закон Кірхгофа можна записати у вигляді

$$\Delta \dot{U}_{12} = -\Delta \dot{U}_{01} + \Delta \dot{U}_{02}. \tag{1.62}$$

Аналогічно для контура «0-2-3-1-0», утвореного хордою «2-3», отримуємо запис другого закону Кірхгофа у вигляді

$$\Delta \dot{U}_{23} = \Delta \dot{U}_{01} - \Delta \dot{U}_{02} + \Delta \dot{U}_{13}. \qquad (1.63)$$

Підставимо вирази (1.62) та (1.63) в систему рівнянь (1.63)

$$\left[ \Delta \dot{U}_{01} \underline{y}_{01} - \left( -\Delta \dot{U}_{01} + \Delta \dot{U}_{02} \right) \underline{y}_{12} + \left( \Delta \dot{U}_{01} - \Delta \dot{U}_{02} + \Delta \dot{U}_{13} \right) \underline{y}_{23} = \dot{J}_{1} + \dot{J}_{3}; \\ \Delta \dot{U}_{02} \underline{y}_{02} + \left( -\Delta \dot{U}_{01} + \Delta \dot{U}_{02} \right) \underline{y}_{12} - \left( \Delta \dot{U}_{01} - \Delta \dot{U}_{02} + \Delta \dot{U}_{13} \right) \underline{y}_{23} = \dot{J}_{2}; \quad (1.64) \\ \Delta \dot{U}_{13} \underline{y}_{13} + \left( \Delta \dot{U}_{01} - \Delta \dot{U}_{02} + \Delta \dot{U}_{13} \right) \underline{y}_{23} = \dot{J}_{3}.$$

Розкриття дужок та перегрупування доданків визначає наступний вигляд системи (1.64)

$$\begin{cases} \Delta \dot{U}_{01} \left( \underline{y}_{01} + \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} \right) - \Delta \dot{U}_{02} \underline{y}_{12} + \Delta \dot{U}_{13} \underline{y}_{23} = \dot{J}_{1} + \dot{J}_{3}; \\ \Delta \dot{U}_{01} \underline{y}_{12} + \Delta \dot{U}_{02} \left( \underline{y}_{02} + \underline{y}_{12} + \underline{y}_{23} \right) - \Delta \dot{U}_{13} \underline{y}_{23} = \dot{J}_{2}; \\ \Delta \dot{U}_{01} \underline{y}_{23} - \Delta \dot{U}_{02} \underline{y}_{23} + \Delta \dot{U}_{13} \left( \underline{y}_{13} + \underline{y}_{23} \right) = \dot{J}_{3}, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} \Delta \dot{U}_{\mathrm{I}} \underline{Y}_{\mathrm{I}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{II}} \underline{Y}_{\mathrm{I},\mathrm{II}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{III}} \underline{Y}_{\mathrm{I},\mathrm{III}} = \dot{J}_{\mathrm{I}}; \\ \Delta \dot{U}_{\mathrm{I}} \underline{Y}_{\mathrm{I},\mathrm{II}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{II}} \underline{Y}_{\mathrm{II}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{III}} \underline{Y}_{\mathrm{II,\mathrm{III}}} = \dot{J}_{\mathrm{II}}; \\ \Delta \dot{U}_{\mathrm{I}} \underline{Y}_{\mathrm{I},\mathrm{III}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{II}} \underline{Y}_{\mathrm{II}} + \Delta \dot{U}_{\mathrm{III}} \underline{Y}_{\mathrm{III}} = \dot{J}_{\mathrm{III}}; \end{cases}$$

де  $\Delta \dot{U}_{I} = \Delta \dot{U}_{01}$ ,  $\Delta \dot{U}_{II} = \Delta \dot{U}_{02}$ ,  $\Delta \dot{U}_{III} = \Delta \dot{U}_{13}$  – падіння напруги на ділянках дерева розрахункової схеми, які утворюють відповідні базисні перерізи;  $Y_{I} = y_{01} + y_{12} + y_{23}$ ,  $Y_{II} = y_{02} + y_{12} + y_{23}$ ,  $Y_{III} = y_{13} + y_{23}$  – власні провідності базисних перерізів – суми провідностей ділянок схеми, які утворюють відповідні перерізи;  $Y_{I,II} = -y_{12}$ ,  $Y_{I,III} = y_{23}$ ,  $Y_{II,III} = -y_{23}$  – взаємні провідності базисних перерізів – суми провідностей ділянок схеми, які утворюють відповідні перерізи;  $Y_{I,II} = -y_{12}$ ,  $Y_{I,III} = y_{23}$ ,  $Y_{II,III} = -y_{23}$  – взаємні провідності базисних перерізів – провідності ділянок, які входять до складу обох відповідних перерізів одночасно;  $\dot{J}_{I} = \dot{J}_{1} + \dot{J}_{3}$ ,  $\dot{J}_{II} = \dot{J}_{2}$ ,  $\dot{J}_{III} = \dot{J}_{3}$  – вузлові струми узагальнених вузлів схеми – суми вузлових струмів незалежних вузлів, які входять до складу відповідних узагальнених вузлів.

В загальному випадку розрахункову модель метода перерізів формують рівняння вигляду

$$\Delta \dot{U}_{s}\underline{Y}_{s} + \sum \Delta \dot{U}_{m}\underline{Y}_{ms} = \sum_{i \in s} \dot{J}_{i}, \qquad (1.65)$$

де  $\Delta \dot{U}_s$ ,  $\Delta \dot{U}_m$  – падіння напруги на ділянках дерева, які утворюють *s*-й та *m*-й базисні перерізи відповідно;  $\underline{Y}_s$  – власна провідність *s*-го перерізу, яка дорівнює сумі провідностей всіх ділянок, які утворюють *s*-й переріз;  $\underline{Y}_{ms}$  – взаємна провідність *s*-го та *m*-го перерізів, яка дорівнює сумі провідностей ділянок, які одночасно входять до складу *s*-го та *m*-го перерізів, причому у разі збігу напрямів перерізів провідність такої ділянки враховують із додатнім знаком, а за зустрічної орієнтації – з від'ємним знаком;  $\sum_{i \in s} \dot{J}_i$  – сума вузлових струмів

незалежних вузлів, які утворюють *s*-й узагальнений вузол; запис  $i \in s$  під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма незалежними вузлами, які входять до складу *s*-го узагальненого вузла.

Рівняння (1.65) записують для всіх базисних перерізів розрахункової схеми. В результаті отримують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, кількість яких визначають узагальнені вузли, обмежені системою базисних перерізів, тобто збігається із кількістю ділянок дерева розрахункової схеми. Невідомими в цих рівняннях є падіння напруги на ділянках дерева, що свідчить про можливість розв'язання системи рівнянь (1.65).

Розв'язання системи рівнянь за методом перерізів (1.65) дозволяє визначити падіння напруги на ділянках дерева розрахункової схеми електричної системи. Такі параметри, своєю чергою, визначають режим напруги незалежних вузлів схеми, струми, потоки та втрати потужностей на ділянках, тобто повністю розв'язати задачу моделювання усталеного режиму електричної системи.

Рівняння (1.65) можна записати також у вигляді

$$\left(\dot{U}_{s}^{\Pi}-\dot{U}_{s}^{\kappa}\right)\underline{Y}_{s}+\sum\left(\dot{U}_{m}^{\Pi}-\dot{U}_{m}^{\kappa}\right)\underline{Y}_{ms}=\sum_{i\in s}\dot{J}_{i},\qquad(1.66)$$

де  $\dot{U}_{s}^{n}$ ,  $\dot{U}_{s}^{e}$ ,  $\dot{U}_{m}^{n}$ ,  $\dot{U}_{m}^{e}$  – напруги на початку та наприкінці ділянок дерева, які утворюють *s*-й та *m*-й базисні перерізи відповідно.

В рівняннях виду (1.66) невідомими є напруги незалежних вузлів розрахункової схеми, кількість яких завжди дорівнює кількості ділянок дерева розрахункової схеми. Таким чином, розв'язання системи рівнянь (1.66) дозволяє безпосередньо визначити режим напруги в електричній системі.

Для нелінійних електричних систем, вузлові навантаження яких подають фіксованими значеннями активних та реактивних потужностей, рівняння за методом перерізів набувають вигляду

$$\Delta \dot{U}_{s}\underline{Y}_{s} + \sum \Delta \dot{U}_{m}\underline{Y}_{ms} = \sum_{i \in s} \frac{S_{i}}{\hat{U}_{i}}, \qquad (1.67)$$

або

$$\left(\dot{U}_{s}^{\pi}-\dot{U}_{s}^{\kappa}\right)\underline{Y}_{s}+\sum\left(\dot{U}_{m}^{\pi}-\dot{U}_{m}^{\kappa}\right)\underline{Y}_{ms}=\sum_{i\in s}\frac{S_{i}}{\hat{U}_{i}}.$$
(1.68)

Зазначимо, що розрахункова модель за методом перерізів схожа з трійною вузловою моделлю. Можна показати, що у разі формування розрахункової моделі таким чином, щоб кожний узагальнений вузол схеми містив тільки по одному незалежному вузлу, розрахункова модель за методом перерізів вироджується в традиційну вузлову модель. Дійсно, у цьому разі, систему базисних перерізів утворюють ділянки, суміжні с незалежними вузлами схеми. Власні провідності базисних перерізів тут дорівнюють власним провідностям незалежних вузлів, а взаємні провідності перерізів – взаємним вузловим провідностям.

Загальний алгоритм реалізації розрахункової моделі за методом перерізів складається із послідовного виконання наступних процедур.

1. У складі розрахункової схеми виділяють дерево та хорди, визначають склад базисних перерізів та відповідних узагальнених вузлів. Розраховують власні та взаємні провідності базисних перерізів.

2. Формують та розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь (1.65) або (1.66) для електричних систем, навантаження яких подані фіксованими значеннями вузлових струмів, або систему нелінійних алгебраїчних рівнянь (1.67) або (1.68) для електричних систем, навантаження яких подані фіксованими значеннями активних та реактивних потужностей.

3. У разі формування розрахункової моделі на базі рівнянь (1.65) або (1.67) для лінійної або нелінійної задачі відповідно, послідовно проглядаючи всі ділянки дерева схеми, починаючи від опорного за напругою, визначають режим напруги незалежних вузлів схеми

$$\dot{U}_{j}=\dot{U}_{i}-\Delta\dot{U}_{ij}.$$

У разі формування розрахункової моделі на базі рівнянь (1.66) або (1.68) процедуру 3 слід пропустити.

4. Проглядаючи всі ділянки розрахункової схеми за законом Ома визначають струми, потоки та втрати потужностей на ділянках розрахункової схеми

$$\begin{split} \dot{I}_{ij} &= \Delta \dot{U}_{ij} \underline{y}_{ij} = \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \dot{S}_{ij}^{\,\,\mathrm{n}} &= \hat{U}_i \dot{I}_{ij} = \hat{U}_i \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \dot{S}_{ij}^{\,\,\mathrm{\kappa}} &= \hat{U}_j \dot{I}_{ij} = \hat{U}_j \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \Delta \dot{S}_{ij} &= \dot{S}_{ij}^{\,\,\mathrm{\kappa}} - \dot{S}_{ij}^{\,\,\mathrm{n}} = \Delta \hat{U}_{ij} \dot{I}_{ij}. \end{split}$$

5. Визначають сумарні втрати потужності та потужність балансуючого пункту

$$\begin{split} \Delta \dot{S}_{\Sigma} &= \sum \Delta \dot{S}_{ij}; \\ \dot{S}_{0} &= \sum \dot{S}_{i} + \Delta \dot{S}_{\Sigma}, \end{split}$$

де  $\dot{S}_i$  – розрахункова потужність навантаження *i*-го незалежного вузла розрахункової схеми; 0 – індекс балансуючого пункту, суміщеного з опорним на напругою.

Сумарні втрати потужності та потужність балансуючого пункту можна розрахувати також в інший спосіб

$$\dot{S}_0 = U_0 \sum \dot{I}_{0i};$$
  
$$\Delta \dot{S}_{\Sigma} = S_0 - \sum \dot{S}_i,$$

де  $U_0$  – напруга на шинах опорного за напругою вузла;  $\dot{I}_{0i}$  – струми головних ділянок розрахункової схеми.

Зазначимо, що розглянутий алгоритм моделювання усталеного режиму електричної системи не прив'язаний до конкретного методу розв'язання систем лінійних або нелінійних алгебраїчних рівнянь (1.65)–(1.68). Для нелінійної електричної системи можливо також формування розрахункової моделі за методом перерізів, що базується на лінеаризації навантажень на кожному кроці розрахункового процесу. Алгоритм реалізації такої моделі складається із послідовного виконання наступних процедур.

1. У складі розрахункової схеми виділяють дерево та хорди, визначають склад базисних перерізів та відповідних узагальнених вузлів. Розраховують власні та взаємні провідності базисних перерізів.

2. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних вузлів схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_i = U_{_{\rm HOM}}$$

3. За поточним режимом напруги незалежних вузлів схеми визначають вузлові струми та струми узагальнених вузлів:

$$\dot{J}_i = \frac{S_i}{\hat{U}_i}; \\ \dot{J}_s = \sum_{i \in s} \dot{J}_i.$$

де запис *i*∈*s* під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма незалежними вузлами, які входять до складу *s*-го узагальненого вузла.

4. Формують та розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь (1.65) або (1.66).

5. За законом Ома визначають струми головних ділянок та потужність балансуючого пункту схеми

$$\begin{split} \dot{I}_{0i} &= \Delta \dot{U}_{0i} \underline{y}_{0i} = \left( U_0 - \dot{U}_i \right) \underline{y}_{0i}; \\ \dot{S}_0 &= U_0 \sum \dot{I}_{0i}. \end{split}$$

6. Перевіряють умови збіжності розрахункового процесу. Якщо зміна потужності балансуючого пункту по відношенню до результатів виконання попередньої ітерації не перевищує інженерної точності

$$\left|\dot{S}_{0}^{(n)}-\dot{S}_{0}^{(n-1)}\right|\leq\varepsilon,$$

де *n* – індекс поточної ітерації, управління передають процедурі 7. В іншому разі виконують наступний цикл ітераційних розрахунків починаючи з процедури 3 алгоритму.

7. У разі формування розрахункової моделі на базі рівнянь (1.65), послідовно проглядаючи всі ділянки дерева схеми, починаючи від опорного за напругою, визначають режим напруги незалежних вузлів схеми

$$\dot{U}_{j}=\dot{U}_{i}-\Delta\dot{U}_{ij}.$$

У разі формування розрахункової моделі на базі рівнянь (1.66) процедуру 7 слід пропустити.

8. Проглядаючи всі ділянки розрахункової схеми за законом Ома визначають струми, потоки та втрати потужностей на ділянках розрахункової схеми

$$\begin{split} \dot{I}_{ij} &= \Delta \dot{U}_{ij} \underline{y}_{ij} = \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \dot{S}_{ij}^{n} &= \hat{U}_i \dot{I}_{ij} = \hat{U}_i \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \dot{S}_{ij}^{\kappa} &= \hat{U}_j \dot{I}_{ij} = \hat{U}_j \left( \dot{U}_i - \dot{U}_j \right) \underline{y}_{ij}; \\ \Delta \dot{S}_{ij} &= \dot{S}_{ij}^{\kappa} - \dot{S}_{ij}^{n} = \Delta \hat{U}_{ij} \dot{I}_{ij}. \end{split}$$

1.7 Моделювання установлених режимів електричних систем з урахуванням статичних характеристик навантажень

Розглянемо задачу визначення режимних параметрів найпростішої електричної системи, яка складається з одиночної електропередачі, за умовами кінця за відомої напруги на початку електропередачі. Як відомо, найбільш точна математична модель споживачів електроенергії враховує залежність потужності навантаження від напруги на її шинах згідно статичних характеристик навантаження по напрузі, що визначає різку нелінійність розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

Аналітичне розв'язання поставленої режимної задачі базується на розв'язанні рівняння закону Ома

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{P_2(U_2) + jQ_2(U_2)}{U_2}(r + jx),$$

де  $P_2(U_2)$ ,  $Q_2(U_2)$  – активна та реактивна потужності навантаження, які визначаються відповідно до статичних характеристик навантаження за напругою.

Якщо скористатися поданням статичних характеристик навантаження за напругою поліномами другого ступеню, рівняння закону Ома набуває вигляду

Аналіз виразу (1.69) свідчить про те, що для аналітичного визначення напруги наприкінці електропередачі необхідно розв'язати складне нелінійне рівняння четвертого ступеню, що вимагає застосування, наприклад, числових ітераційних методів. Ситуація ускладняється у разі моделювання усталеного режиму складних електричних систем, які містять у своєму складі мережу електропередач. В загальному випадку розв'язання режимної задачі з урахуванням статичних характеристик навантажень за напругою зводиться до формування двох вкладених ітераційних циклів.

На внутрішньому циклі обчислювального процесу здійснюють розрахунок режимних параметрів найпростішої електричної системи за поточних значень активної та реактивної потужностей навантаження, відповідних поточному режиму напруги на шинах споживача, отриманому після виконання попереднього циклу зовнішнього ітераційного процесу. Тут, для визначення режимних параметрів використовують алгоритми явного або неявного уточнення втрат потужності в найпростішої електричній системі. Також можна скористатися алгоритмом розрахунку режимних параметрів електричної системи, заснованому на аналітичному розв'язанні біквадратних рівнянь відносно напруги наприкінці електропередачі.

Зовнішній ітераційний цикл полягає в уточненні активної і реактивної потужностей навантаження за статичною характеристикою навантаження відповідно до поточного режиму напруги наприкінці електропередачі.

Можна також запропонувати алгоритм спільного уточнення потужності навантаження споживача і втрат потужності в єдиному ітераційному циклі. Такий алгоритм, заснований, наприклад, на неявному уточненні втрат потужності включає наступні основні процедури.

1. Умовно вважають, що напруга наприкінці електропередачі дорівнює номінальній напрузі електричної системи

$$\dot{U}_2 = U_{i\,\hat{i}\,\hat{i}\,\hat{i}}$$
 .

2. За поточним режимом напруги на шинах пункту навантаження за статичними характеристиками навантаження за напругою визначають уточнене значення потужності навантаження, розрахункової потужності та розрахункового струму

$$\begin{split} \dot{S}_{2}^{(n)} &= P_{2}^{(n)} + jQ_{2}^{(n)} = P_{2}\left(U^{(n)}\right) + jQ_{2}\left(U^{(n)}\right);\\ \dot{S}_{2}^{p(n)} &= P_{2}^{(n)} + 0,5\Delta P_{\kappa} + j\left(Q_{2}^{(n)} + 0,5\Delta Q_{3ap}\right);\\ \dot{J}_{2}^{(n)} &= \frac{\dot{S}_{2}^{p(n)}}{\hat{U}_{2}^{(n)}}, \end{split}$$

де  $\Delta P_{\kappa}$ ,  $\Delta Q_{3ap}$  – втрати активної потужності на корону та зарядна потужність лінії електропередавання відповідно.

Очевидно, що струм лінії дорівнює розрахунковому значенню струму навантаження

$$\dot{I}_{12}^{(n)} = \dot{J}_{2}^{(n)}.$$

3. За законом Ома визначають уточнене значення напруги наприкінці електропередачі

$$\dot{U}_{2}^{(n)} = U_{1} - \dot{I}_{12}^{(n)} (r + jx).$$

4. Розраховують чергове наближення втрат потужності на поздовжній ділянці електропередачі

$$\Delta \dot{S}_{Z}^{(n)} = I_{12}^{(n)2} \left( r - jx \right)$$

та (або) розрахункову потужність джерела живлення

$$\dot{S}_{1}^{p(n)} = U_{1}\dot{I}_{12}^{(n)}$$

5. За виразом

$$\left|\Delta \dot{S}_{Z}^{(n)} - \Delta \dot{S}_{Z}^{(n-1)}\right| \leq \varepsilon,$$

або

$$\left|\dot{S}_{1}^{\mathrm{p}(n)}-\dot{S}_{1}^{\mathrm{p}(n-1)}\right|\leq\varepsilon$$

перевіряють умову збіжності ітераційного процесу. У разі необхідності виконують наступний цикл обчислень починаючи з процедури 2 алгоритму.

Зазначимо, що наведений алгоритм можна поширити на задачі моделювання усталених режимів електричних систем будь-якого ступеню складності та замкненості, реалізованих на базі контурних або вузлових розрахункових моделей.

В загальному випадку, необхідність урахування статичних характеристик навантаження за напругою в задачах розрахунку режимних параметрів електричної системи завжди пов'язана з істотним збільшенням обсягів обчислень за рахунок організації додаткового ітераційного циклу уточнення потужності навантаження відповідно до статичних характеристик навантаження за напругою.

Разом з тим використання таких моделей виправдано лише у разі розв'язання задач аналізу усталених режимів живильних та розподільних електричних мереж, не укомплектованих засобами регулювання напруги на затискачах електроприймачів.

Наявність таких засобів дозволяє умовно вважати, що напруга на шинах пунктів навантаження близька до номінальної, а потужність навантаження електроприймачів відповідає номінальній напрузі.

66

# 1.8 Моделювання усталених режимів електричних систем, які містять трансформаторні зв'язки

Сучасні електричні системи містять у своєму складі мережі ліній електропередавання різних класів номінальної напруги, поєднані на паралельну роботу за допомогою силових трансформаторів та автотрансформаторів. Моделювання усталених режимів електричних систем з трансформаторними зв'язками потребує корегування відомих розрахункових моделей, яке може бути здійснене на базі одного з трьох найбільш поширених підходів:

1) корегування розрахункових моделей усталених режимів електричних систем з використання рівнянь закону Ома для трансформаторних ділянок в явному вигляді;

поділення розрахункових схем трансформаторних ділянок на дві частини

 пасивну (опори обмоток) та активну (ідеальний трансформатор) та
 еквівалентне заміщення ідеальних трансформаторів додатковими фіктивними
 джерелами напруги та струму;

3) еквівалентне зведення параметрів розрахункової схеми до базисної напруги.

## Рівняння закону Ома для трансформаторної ділянки

Під час моделювання передавання електричної енергії через силові трансформатори електричних систем слід зважати на те, що розрахункові схеми останніх умовно поділяють на дві частини – лінійну та активну. Лінійну частину утворюють поздовжні опори обмоток та поперечні контури намагнічення силових трансформаторів, призначені для моделювання втрат потужності на передавання енергії через трансформатор та падіння напруги на його обмотках. Активну частину розрахункової схеми складає ідеальний трансформатор, в якому здійснюється перетворення електричної енергії від одного ступеню напруги на інший.

Ідеальній трансформатор характеризується коефіцієнтом трансформації. Будемо вважати, що коефіцієнт трансформації силового трансформатора дорівнює відношенню кількості витків обмотки вищої напруги до кількості витків обмотки нижчої напруги, тобто завжди більший за одиницю

$$k_{\rm t} = \frac{W_{\rm BH}}{W_{\rm BH}},$$

де *W*<sub>вн</sub> та *W*<sub>нн</sub> – кількості витків обмоток вищої та нижчої напруг відповідно.

Очевидно, що для ідеального трансформатора, в якому відсутні падіння напруги в обмотках, коефіцієнт трансформації дорівнює відношенню напруги на затискачах обмотки вищої напруги до напруги на затискачах обмотки нижчої напруги

$$\underline{k}_{\mathrm{r}} = \frac{U_{\mathrm{BH}}}{\dot{U}_{\mathrm{BH}}}.$$
(1.70)

Відомо, що відповідно до схеми з'єднання обмоток силового трансформатора перетворення напруги може відбуватися не тільки за модулем, але й за фазою. Тому у виразі (1.70) коефіцієнт трансформації силового трансформатору представлено комплексною величиною. Очевидно, що модулі таких комплексних коефіцієнтів трансформації завжди більші за одиницю.

Ще одна особливість моделювання трансформаторних зв'язків полягає в тому, що параметри схем заміщення силових трансформаторів, зазвичай, зведені до номінальної напруги обмотки вищої напруги трансформатора. Це визначає різні розрахункові схеми для понижуючих та підвищуючих силових трансформаторів. Такі розрахункові схеми представлені на рис. 1.13. Тут вважається, що передача електричної енергії здійснюється зліва праворуч, тобто відмінності розрахункових схем полягають у взаємному розташуванні пасивної та активної частин розрахункової схеми. На рис. 1.13 контури поперечних провідностей схем заміщення силових трансформаторів враховано у вигляді додаткових фіктивних навантажень у складі розрахункових навантажень на початку трансформаторних ділянок.





Розглянемо розрахункову схему понижуючого силового трансформатора, наведену на рис. 1.13 *а*. Тут пасивна та активна частини розрахункової схеми розділені фіктивною точкою 2'.

Закон Ома, записаний для трансформаторної ділянки, параметри якої зведено до номінальної напруги первинної обмотки має вигляд

$$\begin{split} \dot{U}_{2} &= U_{2'} / \underline{k}_{r} = \left( U_{1} - \Delta \dot{U} \right) / \underline{k}_{r} = \left( U_{1} - \dot{I}_{1} \underline{z}_{r} \right) / \underline{k}_{r} = \\ &= \left( \dot{U}_{1} - \frac{P_{1} r_{r} - Q_{1} x_{r}}{\hat{U}_{1}} - j \frac{P_{1} x_{r} + Q_{1} r_{r}}{\hat{U}_{1}} \right) / \underline{k}_{r} = \\ &= \frac{\dot{U}_{1}}{\underline{k}_{r}} - \frac{P_{1} r_{r} - Q_{1} x_{r}}{\hat{U}_{1} \underline{k}_{r}} - j \frac{P_{1} x_{r} + Q_{1} r_{r}}{\hat{U}_{1} \underline{k}_{r}} \end{split}$$
(1.71)

де  $\dot{U}_1$  та  $\dot{I}_1$  – вектори напруги та струму на початку трансформаторної ділянки;  $\Delta \dot{U}$  – вектор падіння напруги в обмотках трансформатора;  $P_1$ ,  $Q_1$  – активна та реактивна потужності на початку трансформаторної ділянки.

Струм наприкінці трансформаторної ділянки визначають виходячи з принципу інваріантності потужності на початку та наприкінці ідеального трансформатора  $\dot{S}'_{2} = \dot{S}_{2}$ , або  $\hat{U}_{2'}\dot{I}_{2'} = \hat{U}_{2}\dot{I}_{2}$ .

Звідки

$$\dot{I}_{2} = \dot{I}_{2'} \frac{\dot{U}_{2'}}{\dot{U}_{2}} = \dot{I}_{2'} \hat{k}_{\rm T} = \dot{I}_{1} \hat{k}_{\rm T}.$$
(1.72)

В практичних розрахунках, зазвичай, використовують зворотне перетворення

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 / \hat{k}_{\rm T}$$
. (1.73)

Для трансформаторної ділянки, параметри якої зведено до номінальної напруги вторинної обмотки (підвищуючий трансформатор на рис. 6.13 б) рівняння закону Ома має вигляд

$$\dot{U}_{2} = \dot{U}_{1'} - \Delta U = \dot{U}_{1}\underline{k}_{\rm T} - \dot{I}_{1'}\underline{z}_{\rm T} = \dot{U}_{1}\underline{k}_{\rm T} - \frac{P_{1}r_{\rm T} - Q_{1}x_{\rm T}}{\hat{U}_{1}\hat{k}_{\rm T}} - j\frac{P_{1}x_{\rm T} + Q_{1}r_{\rm T}}{\hat{U}_{1}\hat{k}_{\rm T}}.$$
(1.74)

У виразі (1.74) струм після ідеального трансформатора визначають виходячи з інваріантності потужності за виразом

$$\dot{I}_{1'} = \dot{I}_2 = \dot{I}_1 / \hat{k}_{\rm T},$$
 (1.75)

або

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \hat{k}_{\rm T}$$
. (1.76)

Таким чином, для моделювання усталених режимів електричних систем, які містять трансформаторні ділянки, необхідно використовувати типові алгоритми відповідно до способу постановки режимної задачі. Разом з тим закон Ома для таких систем необхідно моделювати виразами (1.71) або (1.74) для понижуючих та підвищуючи трансформаторів відповідно. Водночас за необхідності слід використовувати вирази (1.72) або (1.75) для розрахунку струмів трансформаторної ділянки.

Так, наприклад, моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі декількох класів номінальної напруги здійснюють за традиційною схемою – проходячи від найбільш віддалених пунктів схеми до опорного пункту та визначаючи за першим законом Кірхгофа потокорозподіл потужностей або струморозподіл перетворення струмів 3 урахуванням ідеальними трансформаторами за виразами (1.73) або (1.76) для понижуючих та підвищувальних трансформаторів відповідно у разі виконання розрахунків в струмовій формі. А потім – проходячи схему від опорного за напругою пункту до найбільш віддалених вузлів схеми та визначаючи за законом Ома режим напруги з урахуванням запису закону Ома для трансформаторних ділянок за виразами (1.71) або (1.74) для понижуючих та підвищувальних трансформаторів.

# Урахування трансформаторних зв'язків в контурних моделях усталених режимів електричних систем

Під час застосування контурних розрахункових моделей усталених режимів електричних систем слід зважати на те, що розрахункові моделі розімкнених електричних мереж по суті є контурними моделями електричних систем, розрахункові схеми яких не містять жодного замкненого контуру. Дійсно, виключення з алгоритмів контурної моделі процедур, пов'язаних з розрахунком зрівнювальних контурних струмів (потужностей) перетворює їх на алгоритми моделювання режимів розімкнених мереж. Крім того, загальні принципи методу розрізання контурів дозволяють перетворити розрахункові схеми замкнених електричних мереж на еквівалентні розімкнені. Все це визначає можливість застосування принципів моделювання режимів розімкнених електричних мереж з трансформаторними зв'язками до контурних розрахункових моделей.

Водночас існують певні особливості формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи, яка містить трансформаторі ділянки. Зокрема, розглянемо задачу визначення власних та взаємних опорів незалежних контурів розрахункової схеми електричної системи, до складу яких входять каскади трансформацій. Тут розрахунок контурних опорів з урахуванням фактичних значень коефіцієнтів трансформації здійснюють на підставі наступних міркувань.

З метою спрощення режимних розрахунків перемичками слід обирати лінійні ділянки розрахункової схеми електричної системи, які не містять трансформаторних зв'язків. Тоді для визначення власного контурного опору натуральні опори всіх ділянок кожного незалежного контуру мають бути зведені до номінальної напруги перемички з урахуванням фактичних значень коефіцієнтів трансформації. Тут власний опір замкненого контуру можна розглядати як суму вхідного опору розімкнутої схеми дерева електричної мережі відносно пунктів, що обмежують перемичку і власного опору перемички. Для розімкнутої визначення вхідного опору схеми виконують наступний розрахунковий експеримент.

Вважають, що напруга на шинах опорного пункту дорівнює нулю. До кінцевих пунктів розімкненої схеми дерева електричної мережі почергово прикладають пари одиничних струмів з протилежними знаками, а решту навантажень обнулюють. Для розімкненої схеми здійснюють розрахунок струморозподілу по ділянках схеми і режим напруги пунктів, зумовлені кожною парою одиничних струмів. За цих умов вхідний опір розімкненої схеми дерева електричної мережі чисельно дорівнює різниці напруг пунктів, що обмежують перемичку, оскільки за умовами задачі для розімкненої схеми приймають одиничний вхідний струм.

На рис. 1.14 подана розрахункова схема для визначення власного опору незалежного контуру електричної системи. Тут прийняті такі позначення: <u>*z*</u><sub>B1</sub>, <u>*z*</u><sub>B2</sub>, ..., <u>*z*</u><sub>Bn</sub>, <u>*k*</u><sub>B1</sub>, <u>*k*</u><sub>B2</sub>, ..., <u>*k*</u><sub>Bn</sub> – натуральні опори та коефіцієнти трансформації ділянок, які входять до складу «верхньої» гілки штучно розімкненої схеми (у разі відсутності трансформації на ділянці відповідний коефіцієнт трансформації дорівнює одиниці); n - кількість ділянок «верхньої» гілки дерева; <u>z</u><sub>H1</sub>, <u>z</u><sub>H2</sub>, ..., <u>z</u><sub>Hm</sub>, <u>k</u><sub>H1</sub>, <u>k</u><sub>H2</sub>, ..., <u>k</u><sub>Hm</sub> – натуральні опори та коефіцієнти трансформації ділянок, які входять до складу «нижньої» гілки дерева; <math>m - кількість ділянок «нижньої» гілки дерева; <u>z</u><sub>k</sub> – опір перемички, яка утворює незалежний*k*-й контур розрахункової схеми; ±1 – пара одиничних струмів, прикладених до кінцевих пунктів розімкненої схеми». Розімкненість розрахункової схеми дозволяє застосувати узгоджену індексацію вузлів та ділянок розрахункової схеми таким чином, щоб індекс ділянки співпадав з індексом пункту наприкінці цієї ділянки.

Будемо вважати, що коефіцієнт трансформації силового трансформатору дорівнює відношенню кількості витків первинної обмотки до кількості витків вторинної обмотки з урахуванням можливості зміни напруги за фазою, де первинна обмотка завжди знаходиться з боку опорного за напругою пункту.



Рисунок 1.13 - Схема визначення опору замкненого контуру, який містить каскад трансформацій

Визначимо струморозподіл по ділянках розімкненої схеми електричної системи, «верхня» та «нижня» гілка якої опирається на опорний за напругою пункт (див. рис. 1.14). Розглянемо спочатку «верхню» гілку дерева. Струм наприкінці ділянки «в*n*» дорівнює струму навантаження тобто

$$\dot{I}_{\scriptscriptstyle Bn}^{\scriptscriptstyle \kappa}=1,$$

а на початку цієї ділянки

$$\dot{I}_{\scriptscriptstyle Bn}^{\scriptscriptstyle \Pi}=\hat{k}_{\scriptscriptstyle Bn}.$$

Для ділянки «в(*n*-1)» маємо

$$\dot{I}_{{}_{\mathrm{B}(n-1)}}^{{}_{\mathrm{K}}} = \dot{k}_{{}_{\mathrm{B}n}};$$
  
 $\dot{I}_{{}_{\mathrm{B}(n-1)}}^{{}_{\mathrm{I}}} = \hat{k}_{{}_{\mathrm{B}(n-1)}}\hat{k}_{{}_{\mathrm{B}n}}$ 

І так далі. На початку головної ділянки «верхньої» гілки дерева струм дорівнює добутку спряжених комплексних коефіцієнтів трансформації всіх трансформаторних зв'язків «верхньої» гілки дерева
$$\dot{I}_{{}_{\mathrm{B}1}}^{{}_{\mathrm{B}1}} = \prod_{i=1}^{n} \hat{k}_{{}_{\mathrm{B}i}}.$$

В аналогічний спосіб можна визначити струморозподіл по ділянках «нижньої» гілки розімкненої схеми. Так, струм на початку головної ділянки нижньої гілки дерева дорівнює

$$\dot{I}_{_{\mathrm{H}1}}^{_{\mathrm{H}}} = -\prod_{i=1}^{m} \hat{k}_{_{\mathrm{H}i}} \,.$$

Тут від'ємне значення струму на початку головної ділянки «нижньої» гілки схеми визначається від'ємним одиничним струмом наприкінці гілки.

За законом Ома визначимо режим напруги незалежних пунктів розрахункової схеми. Для «верхньої» гілки маємо

$$\begin{split} U_{0} &= 0; \\ \dot{U}_{B1} &= \left( U_{0} - \dot{I}_{B1} \underline{Z}_{B1} \right) \underline{k}_{B1} = \left( 0 - \underline{z}_{B1} \prod_{i=1}^{n} \hat{k}_{Bi} \right) \underline{k}_{B1} = -\underline{z}_{B1} k_{B1}^{2} \prod_{i=2}^{n} \hat{k}_{Bi}; \\ \dot{U}_{B2} &= \left( \dot{U}_{B1} - \dot{I}_{B2} \underline{Z}_{B2} \right) \underline{k}_{B2} = \left( -\underline{z}_{B1} k_{B1}^{2} \prod_{i=2}^{n} \hat{k}_{Bi} - \underline{z}_{B2} \prod_{i=2}^{n} \hat{k}_{Bi} \right) \underline{k}_{B2} = \\ &= -\underline{z}_{B1} k_{B1}^{2} k_{B2}^{2} \prod_{i=3}^{n} \hat{k}_{Bi} - \underline{z}_{B2} k_{B2}^{2} \prod_{i=3}^{n} \hat{k}_{Bi}; \\ \dots \\ \dot{U}_{Bn} &= -\sum_{i=1}^{n} \underline{z}_{Bi} \prod_{i=i}^{n} k_{Bi}^{2}, \end{split}$$

де  $k_i^2$  – квадрат модуля відповідного коефіцієнта трансформації.

Тобто напруга наприкінці «верхньої» гілки розімкненої схеми дорівнює взятій з від'ємним знаком сумі добутків натуральних опорів ділянок на добутки коефіцієнтів трансформації всіх трансформаторних зв'язків, розташованих між даною ділянкою та кінцем «верхньої» гілки.

В аналогічний спосіб визначають режим напруги пунктів «нижньої» гілки схеми. Тут напруга наприкінці «нижньої» гілки розімкненої схеми дорівнює сумі добутків натуральних опорів ділянок на добутки коефіцієнтів трансформації всіх трансформаторних зв'язків, розташованих між даною ділянкою та кінцем «нижньої» гілки

$$\dot{U}_{_{\mathrm{H}m}} = \sum_{j=1}^{m} \underline{z}_{_{\mathrm{H}j}} \prod_{i=j}^{m} k_{_{\mathrm{H}i}}^2.$$

Таким чином власний опір замкненого контуру дорівнює

$$\underline{Z}_{k} = \frac{U_{_{\mathbf{H}m}} - U_{_{\mathbf{B}n}}}{\dot{I}_{_{\mathbf{B}X}}} + \underline{z}_{k} = \sum_{j=1}^{n} \underline{z}_{_{\mathbf{B}j}} \prod_{i=j}^{n} k_{_{\mathbf{B}i}}^{2} + \sum_{j=1}^{m} \underline{z}_{_{\mathbf{H}j}} \prod_{i=j}^{m} k_{_{\mathbf{H}i}}^{2} + \underline{z}_{k},$$

де  $\dot{I}_{_{BX}}$  – одиничний вхідний струм розімкненої схеми дерева; <u> $z_k$ </u> – опір перемички, яка утворює *k*-й незалежний контур.

Той самий результат можна отримати у разі, коли «верхня» та «нижня» гілки розрахункової схеми опираються не на опорний за напругою пункт, а на деякий проміжний вузол, який має загальний зв'язок з опорним пунктом.

В аналогічний спосіб визначають взаємні опори незалежних контурів розрахункової схеми електричної системи. Для цього використовують наведений вище розрахунковий експеримент, попередньо обнуливши опори всіх ділянок схеми, крім тих, що одночасно входять до складу обох порівнюваних контурів, включаючи опори перемичок. Водночас у складі розрахункової схеми слід залишити всі ідеальні трансформатори. Таким чином, вираз для визначення взаємного контурного опору має вигляд

$$\underline{Z}_{kd} = \sum_{\substack{j=1,\\ Bj \in k \cap d}}^{n} \underline{z}_{Bj} \prod_{i=j}^{n} k_{Bi}^{2} + \sum_{\substack{j=1,\\ Hj \in k \cap d}}^{m} \underline{z}_{Hj} \prod_{i=j}^{m} k_{Hi}^{2} ,$$

де записи в $j \in k \cap d$  та н $j \in k \cap d$  під знаками суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками розрахункової схеми, які одночасно входять до складу k-го та d-го незалежних контурів.

Зазначимо, що матриця власних та взаємних опорів розрахункової схеми електричної системи, яка містить трансформаторні ділянки є несиметричною відносно головної діагоналі, тобто

$$\underline{Z}_{kd} \neq \underline{Z}_{dk}.$$

Дійсно, наведений підхід до формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи передбачає зведення параметрів розрахункової схеми до номінальної напруги відповідної перемички з урахуванням фактичних значень коефіцієнтів трансформації. Очевидно, що у складі складнозамкнених електричних мереж номінальні напруги перемичок суміжних контурів можуть відрізнятися, що визначає різні зведені значення однакових фактичних опорів ділянок схеми. Більше того, функціонування трансформаторних зв'язків з неномінальними коефіцієнтами трансформації може призводити до подібного ефекту навіть у разі, коли номінальні напруги перемичок суміжних контурів співпадають.

## Формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи з трансформаторними зв'язками

Застосування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи передбачає формування системи рівнянь балансу струмів або балансу потужностей для всіх незалежних вузлів розрахункової схеми. Під час моделювання усталених режимів електричних систем з трансформаторними зв'язками для кожного рівняння системи здійснюють зведення параметрів розрахункової схеми до номінальної напруги відповідного вузла з урахуванням фактичних значень коефіцієнтів трансформації трансформаторних ділянок. Такому зведенню підлягають провідності ділянок розрахункової схеми, суміжні з поточним вузлом та вузлові напруги на протилежному кінці цих ділянок.

Тут слід пам'ятати, що параметри схем заміщення силових трансформаторів, зазвичай, зведені до номінальної напруги обмотки вищої напруги трансформатора. Таким чином, під час формування вузлової розрахункової моделі для кожного незалежного вузла схеми можна виділити три типи ділянок, представлені на рис. 1.15.



Рисунок 1.14 - Ілюстрація формування вузлової розрахункової моделі електричної системи з трансформаторними ділянками

Тут до першої групи відносять ділянки, які не містять трансформацій, тобто відповідають лініям електропередавання. Формально такі ділянки можна представити трансформаторними зв'язками з одиничним коефіцієнтом трансформації. Очевидно, що для ділянок першої групи зведення параметрів розрахункової схеми проводити не потрібно:

$$\dot{U}'_{j} = \dot{U}_{j};$$
$$\underline{y}'_{ij} = \underline{y}_{ij}.$$

Другу групу ділянок утворюють трансформаторні зв'язки, обмотка вищої напруги яких знаходиться з боку поточного вузла розрахункової схеми, для якого формують вузлове рівняння. Розрахункові схеми цих ділянок містять ідеальні трансформації з боку суміжних вузлів. Для таких ділянок зведенню підлягає тільки напруга вузлів, суміжних з поточним:

$$U'_{j} = U_{j}k_{ij};$$
  
 $\underline{y}'_{ij} = \underline{y}_{ij}.$ 

Тут і далі за тексом під коефіцієнтом трансформації розуміється відношення кількостей витків обмоток вищої та нижчої напруги, тобто коефіцієнт трансформації завжди більший за одиницю.

Третю групу ділянок утворюють трансформаторні зв'язки, обмотка вищої напруги яких знаходиться з боку вузлів, суміжних з поточним вузлом розрахункової схеми, для якого формують вузлове рівняння. Розрахункові схеми цих ділянок містять ідеальні трансформації з боку поточного вузла. Для таких ділянок зведенню підлягає напруга вузлів, суміжних з поточним та провідність відповідної ділянки:

$$\begin{split} \dot{U}'_{j} &= \dot{U}_{j} / \dot{k}_{ij} ;\\ \underline{y}'_{ij} &= \underline{y}_{ij} k_{ij}^{2} . \end{split}$$

Очевидно, що для електричних мереж з трансформаторними зв'язками матриця вузлових провідностей буде несиметричною відносно головної діагоналі. Дійсно, виходячи з наведених правил зведення параметрів розрахункової схеми до умов відповідних вузлів в загальному випадку отримуємо

$$\underline{y}'_{ij} \neq \underline{y}'_{ji}.$$

Власну вузлову провідність для таких схем слід визначати за виразом

$$\underline{y}_{ii} = -\sum \underline{y}'_{ij} = -\sum_{U_{ui} \ge U_{uj}} \underline{y}_{ij} - \sum_{U_{ui} < U_{uj}} \underline{y}_{ij} k_{ij}^2 .$$
(1.77)

У виразі (1.77) перша складова відповідає ділянкам, які не містять трансформації  $(U_{_{Hi}} = U_{_{Hj}})$  та трансформаторним ділянкам, обмотка вищої напруги яких розташована з боку поточного вузла схеми  $(U_{_{Hi}} > U_{_{Hj}})$ ; друга складова відповідає трансформаторним ділянкам, обмотка вищої напруги яких знаходиться з боку протилежного, суміжного вузла  $(U_{_{Hi}} < U_{_{Hj}})$ .

Загальне рівняння вузлової моделі усталеного режиму електричної системи з трансформаторними зв'язками набуває вигляду

або

$$\dot{U}_{i}\underline{y}_{ii} + \sum_{U_{ui}=U_{uj}} \dot{U}_{j}\underline{y}_{ij} + \sum_{U_{ui}>U_{uj}} \dot{U}_{j}\underline{k}_{ij}\underline{y}_{ij} + \sum_{U_{ui}
$$\dot{U}_{i}\underline{y}_{ii} + \sum_{U_{ui}\geq U_{uj}} \dot{U}_{j}\underline{y}_{ij}\underline{k}_{ij} + \sum_{U_{ui}(1.78)$$$$

У виразі (1.78) для складової, яка відповідає ділянкам без трансформацій формально прийнято одиничне значення коефіцієнта трансформації фіктивного трансформатора.

У разі, коли під час трансформації напруги та струми не змінюють свій фазовий кут, тобто коефіцієнти трансформації являють собою дійсні числа вираз (1.78) спрощується та набуває вигляду

$$\dot{U}_{i}\underline{y}_{ii} + \sum \dot{U}_{j}\underline{y}_{ij}k_{ij} = \frac{\underline{S}_{i}}{\hat{U}_{i}}.$$

Еквівалентне заміщення трансформаторних ділянок фіктивними джерелами напруги та струму

Розглянемо поздовжню ділянку розрахункової схеми, наприклад, понижуючого силового трансформатору, представлену на рис. 6.16. Така трансформаторна ділянка умовно поділена на пасивну та активну частини. Пасивна частина (між точками 1 та 2') містить активний та індуктивний опори, які моделюють втрати потужності та падіння напруги в обмотках силового трансформатору та представлені на рис. 1.16 комплексним імпедансом  $z_{T}$ . Активна частина представлена на рис. 1.16 комплексним імпедансом  $z_{T}$ . Активна частина представлена на рис. 1.16 ідеальним трансформатором, який характеризується комплексним коефіцієнтом трансформації <u>k</u>. Будемо вважати, що електрична енергія передається через трансформатор від пункту 1 до пункту 2, параметри розрахункової схеми зведено до умов обмотки вищої напруги, а коефіцієнт трансформації визначається відношенням кількостей витків обмотки вищої напруги.



Рисунок 1.15 - Розрахункова схема понижуючого трансформатора

За цих умов для понижуючого трансформатора, представленого на рис. 1.16, справедливі співвідношення

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2'}}{\underline{z}_{r}} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2} \underline{k}_{r}}{\underline{z}_{r}}; \\ \dot{I}_{2} = \dot{I}_{1} \hat{k}_{r} = \frac{\dot{U}_{1} \hat{k}_{r} - \dot{U}_{2} k_{r}^{2}}{\underline{z}_{r}}, \end{cases}$$
(1.79)

де  $\underline{z}_{\rm r} = r_{\rm r} + jx_{\rm r}$  – повний опір (імпеданс) поздовжньої ділянки розрахункової схеми силового трансформатору;  $k_{\rm r}^2$  – квадрат модуля коефіцієнта трансформації силового трансформатора.

Очевидно, що представлена виразами (1.79) математична модель силового трансформатора представляє мультиплікативний закон перетворення напруги та струму в силовому трансформаторі. Замість мультиплікативної можна

силового запропонувати адитивну модель трансформатора. Замість мультиплікативної операції перетворення напруги та струму відповідно до коефіцієнта трансформації силового трансформатора у склад розрахункової моделі вносять фіктивне джерело напруги, яке задає відповідну добавку напруги понижуючих трансформаторів) (можливо від'ємну для наприкінці трансформаторної ділянки. Крім того, коефіцієнт трансформації ідеального трансформатору визначає мультиплікативне перетворення струму під час передавання електричної енергії через силовий трансформатор. Таке перетворення моделюють додатковим фіктивним джерелом струму наприкінці трансформаторної ділянки. Еквівалентно заміщення мультиплікативного ідеального трансформатору розрахункової схеми електричної системи адитивними фіктивними джерелами напруги та струму проілюстровано на рис. 1.17.



Рисунок 1.16 - Еквівалентна розрахункова схема силового трансформатора, яка містить фіктивні джерела напруги та струму

Для розрахункової схеми, представленої на рис. 1.17 справедливі співвідношення

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2'}}{\underline{z}_{r}} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2} + \dot{E}_{r}}{\underline{z}_{r}}; \\ \dot{I}_{2} = \dot{I}_{1} - \dot{J}_{r} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2} + \dot{E}_{r}}{\underline{z}_{r}} - \dot{J}_{r}, \end{cases}$$
(1.80)

де  $\dot{E}_{_{\rm T}}$  – ЕРС поздовжнього фіктивного джерела напруги;  $\dot{J}_{_{\rm T}}$  – струм фіктивного поперечного джерела струму.

Очевидно, що вирази (1.80) визначають еквівалентну адитивну модель силового трансформатора.

Дорівнявши між собою перші рівняння систем (1.79) та (1.80) отримуємо

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2 \underline{k}_{\mathrm{r}}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2 + \dot{E}_{\mathrm{r}}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}},$$

звідки

$$\dot{E}_{\rm r} = \dot{U}_2 \left( 1 - \underline{k}_{\rm r} \right). \tag{1.81}$$

Своєю чергою, з рівності других рівнянь систем (1.79) та (1.80) випливає

$$\dot{I}_{2} = \frac{\dot{U}_{1}\hat{k}_{T} - \dot{U}_{2}k_{T}^{2}}{\underline{Z}_{T}} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2} + \dot{E}_{T}}{\underline{Z}_{T}} - \dot{J}_{T},$$

звідки

$$\dot{J}_{\rm T} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2 \underline{k}_{\rm T}}{\underline{z}_{\rm T}} \left(1 - \hat{k}_{\rm T}\right).$$
 (1.82)

Зазначимо, що застосування отриманої моделі силового трансформатора не задовольняє у повному обсязі вимогами простоти та зручності організації розрахункового обчислювального процесу. Дійсно, наявність фіктивного джерела напруги у складі еквівалентної розрахункової схеми вимагає відповідного корегування розрахункових моделей усталеного режиму електричних систем. Тут доцільно замінити фіктивне джерело напруги парою джерел струму на початку та наприкінці трансформаторної ділянки, такими, щоб додатковий фіктивний струм на поздовжній ділянці еквівалентної розрахункової схеми викликав додаткове фіктивне падіння напруги, яке дорівнює ЕРС фіктивного джерела струму розрахункової схеми на рис. 1.17. Відповідна розрахункова схема представлена на рис. 1.18.



Рисунок 1.17 - Еквівалентна розрахункова схема силового трансформатора, яка містить фіктивні джерела струму

На рис. 1.18  $J_E$  позначено додаткові фіктивні джерела струму на початку та наприкінці еквівалентної ділянки, які визначають додатковий фіктивний струм та необхідне падіння напруги на поздовжній ділянці розрахункової схеми. Очевидно, що для забезпечення еквівалентності на початку та наприкінці поздовжньої ділянки прикладають однакові за модулем та протилежні за напрямом фіктивні струми

$$\dot{J}_{E} = \frac{\dot{E}_{\mathrm{T}}}{\frac{Z_{\mathrm{T}}}{Z_{\mathrm{T}}}} = \frac{\dot{U}_{2}\left(1 - \underline{k}_{\mathrm{T}}\right)}{\frac{Z_{\mathrm{T}}}{Z_{\mathrm{T}}}}.$$

При чому струм на початку поздовжньої ділянки додатній

$$\dot{J}_{1} = \dot{J}_{E} = \frac{U_{2} \left(1 - \underline{k}_{r}\right)}{\underline{z}_{r}}.$$
 (1.83)

Відповідно до розрахункової схеми на рис. 1.15 наприкінці поздовжньої ділянки під'єднані два фіктивних джерела струму – для моделювання фіктивного падіння напруги у парі з джерелом струму на початку ділянки (такий струм наприкінці ділянки є від'ємним) та для адитивного моделювання перетворення струму ідеальним трансформатором. Струм еквівалентного джерела струму наприкінці поздовжньої ділянки дорівнює

$$\dot{J}_{2} = -\dot{J}_{E} + \dot{J}_{T} = -\frac{\dot{U}_{2}(1-\underline{k}_{T})}{\underline{z}_{T}} + \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}\underline{k}_{T}}{\underline{z}_{T}}(1-\hat{k}_{T}) =$$

$$= \frac{\dot{U}_{1}}{\underline{z}_{T}}(1-\hat{k}_{T}) - \frac{\dot{U}_{2}}{\underline{z}_{T}}(1-k_{T}^{2}).$$
(1.84)

Той самий результат можна отримати в інший спосіб, виходячи з наступних міркувань. Для еквівалентної розрахункової схеми на рис. 1.15 можна записати рівняння першого закону Кірхгофа для пунктів на початку та наприкінці ділянки

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \dot{J}_{1} + \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}}; \\ \dot{I}_{2} = -\dot{J}_{2} + \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}}. \end{cases}$$
(1.85)

Якщо дорівняти попарно між собою рівняння (1.79) та (1.85) отримуємо

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \dot{J}_{1} + \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}\underline{k}_{\mathrm{r}}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}}; \\ \dot{I}_{2} = -\dot{J}_{2} + \frac{\dot{U}_{1} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}} = \frac{\dot{U}_{1}\hat{k}_{\mathrm{r}} - \dot{U}_{2}k_{\mathrm{r}}^{2}}{\underline{z}_{\mathrm{r}}}. \end{cases}$$

Звідки

$$\begin{cases} \dot{J}_{1} = \frac{\dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}} (1 - \underline{k}_{r}); \\ \dot{J}_{2} = \frac{\dot{U}_{1}}{\underline{z}_{r}} (1 - \hat{k}_{r}) - \frac{\dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}} (1 - k_{r}^{2}), \end{cases}$$
(1.86)

що повністю відповідає отриманим вище виразам (1.83) та (1.84).

В аналогічний спосіб можна визначити правила еквівалентного заміщення трансформаторної ділянки підвищувального трансформатора фіктивними джерелами напруги та струму або тільки фіктивними джерелами напруги.

Відповідні розрахункові схеми силового трансформатора та еквівалентні розрахункові схеми представлено на рис. 1.19. Зазначимо, що для підвищувальних трансформаторів параметри розрахункової схеми зведено до умов вторинної обмотки.



а) розрахункова схема підвищувального трансформатора



 $\delta$ ) еквівалентна схема, яка містить фіктивні джерела напруги містить фіктивні джерела струму та струму

в) еквівалентна схема, яка

Рисунок 1.18 - Розрахункова та еквівалентні схеми підвищувального трансформатора

Тут для розрахункової схеми силового трансформатора на рис. 1.19 а справедливі співвідношення

$$\begin{cases} \dot{I}_{2} = \frac{\dot{U}_{1'} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}} = \frac{\dot{U}_{1}\underline{k}_{r} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}}; \\ \dot{I}_{1} = \dot{I}_{2}\hat{k}_{r} = \frac{\dot{U}_{1}k_{r}^{2} - \dot{U}_{2}\hat{k}_{r}}{\underline{z}_{r}}. \end{cases}$$
(1.87)

Для еквівалентної схеми, яка містить фіктивні джерела напруги та струму (див. рис. 1.19 б) аналогічні рівняння мають вигляд

$$\begin{cases} \dot{I}_{2} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{E}_{T} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{T}}; \\ \dot{I}_{1} = \dot{I}_{2} + \dot{J}_{T} = \frac{\dot{U}_{1} - \dot{E}_{T} - \dot{U}_{2}}{\underline{z}_{T}} + \dot{J}_{T}. \end{cases}$$
(1.88)

На підставі попарного прирівнювання рівнянь (1.87) та (1.88) отримуємо

$$\begin{cases} \dot{E}_{_{\rm T}} = \dot{U}_{_{\rm I}} \left( 1 - \underline{k}_{_{\rm T}} \right); \\ \dot{J}_{_{\rm T}} = \frac{\dot{U}_{_{\rm 2}} - \dot{U}_{_{\rm I}} \underline{k}_{_{\rm T}}}{\underline{z}_{_{\rm T}}} \left( 1 - \hat{k}_{_{\rm T}} \right). \end{cases}$$
(1.89)

Для еквівалентної розрахункової схеми, яка містить джерела струму на початку та наприкінці поздовжньої ділянки (див. рис. 1.19 *в*) рівняння першого закону Кірхгофа мають вигляд (1.85). Відповідне прирівнювання рівнянь (1.87) та (1.85) визначає параметри фіктивних джерел струму

$$\begin{cases} \dot{J}_{1} = \frac{\dot{U}_{2}}{\underline{z}_{r}} \left(1 - \hat{k}_{r}\right) - \frac{\dot{U}_{1}}{\underline{z}_{r}} \left(1 - k_{r}^{2}\right); \\ \dot{J}_{2} = \frac{\dot{U}_{1}}{\underline{z}_{r}} \left(1 - \underline{k}_{r}\right). \end{cases}$$
(1.90)

Зіставлення між собою виразів (1.89) та (1.81) і (1.82), а також виразів (1.90) та (1.86) дозволяє визначити узагальнені вирази для обчислення ЕРС та струмів фіктивних джерел напруги та струму, за допомогою яких здійснюється адитивне моделювання трансформації напруги та струму силовими трансформаторами:

$$\begin{cases} \dot{E}_{\rm T} = \dot{U}_{\rm HH} \left(1 - \underline{k}_{\rm T}\right); \\ \dot{J}_{\rm T} = \frac{\dot{U}_{\rm BH} - \dot{U}_{\rm HH} \underline{k}_{\rm T}}{\underline{\zeta}_{\rm T}} \left(1 - \hat{k}_{\rm T}\right) \end{cases}$$
(1.91)

у разі заміщення ідеального трансформатора фіктивними джерелами напруги та струму та

$$\begin{cases} \dot{J}_{_{\mathrm{HH}}} = \frac{\dot{U}_{_{\mathrm{BH}}}}{\underline{Z}_{_{\mathrm{T}}}} \left(1 - \hat{k}_{_{\mathrm{T}}}\right) - \frac{\dot{U}_{_{\mathrm{HH}}}}{\underline{Z}_{_{\mathrm{T}}}} \left(1 - k_{_{\mathrm{T}}}^2\right);\\ \dot{J}_{_{\mathrm{BH}}} = \frac{\dot{U}_{_{\mathrm{HH}}}}{\underline{Z}_{_{\mathrm{T}}}} \left(1 - \underline{k}_{_{\mathrm{T}}}\right). \end{cases}$$

(1.92)

У виразах (1.91) та (1.92)  $\dot{U}_{_{BH}}$  та  $\dot{U}_{_{HH}}$  позначено робочі напруги на затискачах обмоток вищої та нижчої напруги трансформатора відповідно;  $\dot{J}_{_{BH}}$  та  $\dot{J}_{_{HH}}$  – струми фіктивних джерел струму, під'єднаних з боку обмоток вищої та нижчої напруги трансформатора відповідно. Зазначимо, що у разі використання еквівалентної розрахункової схеми яка містить додаткові фіктивні джерела напруги та струму, джерело струму розташовують з боку обмотки нижчої напруги силового трансформатора, а джерело напруги направляють з боку обмотки вищої напруги до обмотки нижчої напруги силового трансформатора (див. рис. 1.17 та 1.19 *б*).

Аналіз виразів (1.91) та (1.92) свідчить про те, що еквівалентне заміщення ідеального трансформатора фіктивними джерелами напруги та струму здійснюється на підставі даних про режим напруги, зокрема в пунктах, які обмежують трансформаторну ділянку. Це означає, що для адекватного моделювання усталених режимів електричних систем з трансформаторними зв'язками, необхідно організувати додатковий ітераційний процес, направлений на уточнення ЕРС та струмів фіктивних джерел напруги та струму відповідно до уточнення режиму напруги в електричній системі. Таким чином, алгоритм моделювання усталеного режиму електричної системи, яка містить трансформаторні зв'язки складається з двох вкладених циклів. Зовнішній ітераційний цикл направлений на уточнення параметрів фіктивних джерел напруги та струму відповідно до поточних характеристик режиму напруги пунктів, які обмежують трансформаторні ділянки. Внутрішній ітераційний цикл направлений на явне або неявне уточнення втрат потужності в електричній системі та визначення режиму напруги за поточних значень ЕРС та струмів фіктивних джерел напруги та струму.

Можна також запропонувати алгоритм спільного уточнення параметрів фіктивних джерел напруги та струму і втрат потужності електричній системі в єдиному ітераційному циклі. Такий алгоритм передбачає уточнення значень ЕРС та струмів фіктивних джерел напруги та струму одночасно з ітераційним уточненням режиму напруги на кожному кроці обчислювального процесу.

# Еквівалентне зведення параметрів розрахункової схеми до базисної напруги

Підхід, оснований на зведенні параметрів розрахункової схеми електричної системи до базисної напруги полягає в еквівалентному виключенні трансформаторних ділянок зі складу розрахункової схеми. Загальні принципи моделювання усталених режимів електричних систем тут полягають в послідовному виконанні трьох етапів:

- 1) зведення параметрів розрахункової схеми до базисної напруги;
- 2) розрахунок параметрів усталеного режиму еквівалентної електричної системи одного класу номінальної напруги;
- 3) зворотний перерахунок параметрів усталеного режиму електричної системи до фактичних значень номінальної напруги елементів електричних систем.

Зведення параметрів розрахункової схеми електричної мережі до обраної базисної напруги, засноване на принципі інваріантності потоків потужності у вихідній та еквівалентній розрахункових схемах електричної мережі. Тут за основу беруть зведення напруги відповідно до виразу

$$\dot{U}' = \dot{U}\underline{k}_{_{3B}},$$

де  $\dot{U}, \dot{U}'$  – фактична та зведена напруга;  $\underline{k}_{_{3B}}$  – коефіцієнт зведення.

Інваріантність потоку потужності визначає правило зведення робочих струмів

$$\dot{S} = \hat{U}\dot{I} = \hat{U}'\dot{I}' = \dot{S}',$$

звідки

$$\dot{I}' = \dot{I} \frac{\hat{U}}{\hat{U}'} = \frac{\dot{I}}{\hat{k}_{_{3B}}}.$$

тут  $\dot{I}$ ,  $\dot{I}'$  – фактичний та зведений струм ділянки розрахункової схеми.

Вирази для зведення параметрів розрахункових схем (опорів поздовжніх та провідностей поперечних ділянок) визначають виходячи із інваріантності втрат потужності в цих елементах:

$$\Delta \dot{S}_{Z} = I^{2} \hat{z} = I'^{2} \hat{z}' = \Delta \dot{S}'_{Z}; \quad \Delta \dot{S}_{Y} = U^{2} \underline{y} = U'^{2} \underline{y}' = \Delta \dot{S}'_{Y};$$
  
$$\underline{z}' = \underline{z} \frac{I^{2}}{I'^{2}} = \underline{z} k_{_{3B}}^{2}; \qquad \underline{y}' = \underline{y} \frac{U^{2}}{U'^{2}} = \frac{\underline{y}}{k_{_{3B}}^{2}},$$

де <u>z</u>, <u>y</u> та <u>z'</u>, <u>y'</u> – фактичні та зведені опори поздовжніх та провідності поперечних ділянок схеми;  $\Delta \dot{S}_{z}$ ,  $\Delta \dot{S}_{y}$  – втрати потужності на поздовжніх та поперечних ділянках розрахункової схеми;  $k_{_{3B}}^2$  – квадрат модулю коефіцієнта зведення.

Коефіцієнт зведення параметрів розрахункової схеми електричної системи відповідає номінальним значенням коефіцієнтів трансформації силових трансформаторів та автотрансформаторів, які поєднують мережі різних класів номінальної напруги на паралельну роботу. У загальному випадку, такий коефіцієнт трансформації характеризується комплексним числом, оскільки відповідно до схем з'єднання обмоток трансформатора, напруга на вторинних обмотках може змінюватися не тільки за абсолютною величиною, але й по фазі.

Зведення параметрів розрахункової схеми до одного ступеня номінальної напруги можливо тільки в тому разі, коли коефіцієнти трансформації в кожному замкненому контурі врівноважені, тобто добуток коефіцієнтів трансформації всіх трансформаторів, що входять в кожен незалежний контур дорівнює одиниці. У реальних умовах через інтенсивне використання трансформаторного парку для регулювання режиму напруги, зазначена вимога зазвичай не дотримується. У цьому разі можлива реалізація тільки наближеного розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи. Тут коефіцієнт зведення приймають дорівнюючим відношенню відповідних значень номінальної напруги:

$$k_{_{3B}}=\frac{U_{_{5}}}{U_{_{HOM}}},$$

де  $U_6$  – базисна напруга;  $U_{\text{ном}}$  – номінальна напруга устаткування електричної системи.

Після зведення параметрів розрахункової схеми до базисних умов, виконують розрахунки параметрів усталеного режиму електричної системи як для системи одного класу номінальної напруги. У заключній частині розрахунку здійснюють зворотне перетворення режимних параметрів електричної системи від базисних до натуральних умов режиму її роботи.

Зауважимо, що застосування даного підходу до моделювання усталених режимів замкнених електричних мереж завжди пов'язано з викривленням результатів та може бути здійснене лише в оціночних розрахунках, які не вимагають високої точності моделювання. Справа в тому, що в сучасних електроенергетичних системах трансформаторний парк приймає активну участь в регулюванні режиму напруги засобами автоматичної (засобами РПН) та неавтоматичної (засобами ПБЗ) зміни коефіцієнтів трансформації. В результаті коефіцієнти трансформації силових трансформаторів не дорівнюють своїм номінальним значенням, що ускладнює застосування зведення параметрів розрахункової схеми електричної системи до базисної напруги. (Нагадаємо, що зведення параметрів розрахункової схеми здійснюють за відношенням номінальної напруги устаткування електричних мереж, тобто за номінальними коефіцієнтами трансформації). До того ж даний підхід не дозволяє враховувати комплексні коефіцієнти трансформації, пов'язані зі зміною напруги не тільки за модулем, але й за фазою, наприклад, через з'єднання обмоток трансформаторів за схемою «зірка-трикутник».

Тут можна запропонувати підхід, який базується на еквівалентному заміщенні регульованої частини ідеального трансформатору фіктивними джерелами напруги та струму. Пояснимо це наступними міркуваннями.

В загальному випадку коефіцієнт трансформації силового трансформатора можна визначити за виразом

$$k_{\rm T} = \frac{W_{\rm BH0} \pm W_{\rm BHp}}{W_{\rm HH}}, \qquad (1.93)$$

де  $W_{\text{вн0}}$ ,  $W_{\text{внр}}$  – кількості нерегульованих та регульованих витків обмотки вищої напруги;  $W_{\text{нн}}$  – кількість витків в обмотці нижчої напруги силового трансформатора; знак ± означає, що регулювання коефіцієнту трансформації силового трансформатора може здійснюватися як у бік збільшення, так і у бік зменшення коефіцієнта трансформації.

Вираз (1.93) можна подати у вигляді

$$k_{\rm t} = \frac{W_{\rm BH0} \left(1 + \omega_{\rm BH}\right)}{W_{\rm HH}} = k_{\rm th} \left(1 + \omega_{\rm BH}\right) = k_{\rm th} k_{\rm tp}, \qquad (1.94)$$

де  $\omega_{_{\rm BH}} = \frac{W_{_{\rm BHP}}}{W_{_{\rm BH0}}}$  – відносна кількість регулювальних витків силових

трансформаторів (може бути від'ємною величиною);  $k_{_{\rm TH}} = \frac{W_{_{\rm BH}0}}{W_{_{\rm HH}}}$  – номінальний

коефіцієнт трансформації;  $k_{_{\rm TP}} = (1 + \omega_{_{\rm BH}})$  – регулювальний коефіцієнт трансформації.

Зазначимо, що вираз (1.93) представляє застосування приладів регулювання напруги в обмотках вищої напруги силових трансформаторів. Водночас можливі випадки, коли регулювальні пристрої одночасно знаходяться в обмотках вищої та нижчої напруги трансформатора (наприклад, пристрій РПН в обмотці вищої напруги та пристрій ПБВ в обмотці нижчої або середньої напруги), або пристрій регулювання напруги знаходиться в загальній нейтралі силових автотрансформаторів. За цих умов вирази (1.93) та (1.94) слід скорегувати відповідно до прийнятої схеми регулювання напруги.

У будь-якому разі з виразу (1.94), або аналогічного виразу для прийнятої схеми регулювання, випливає, що перетворення напруги та струму в силовому трансформаторі можна умовно поділити на два етапи – перетворення відповідно до номінального коефіцієнта трансформації та перетворення відповідно до регулювального коефіцієнта трансформації, як проілюстровано розрахунковою схемою на рис. 1.20.



Рисунок 1.19 - Поділення трансформації силового трансформатора на номінальну та регулюючу частини

На рис. 1.20 позначено фіктивну точку 2', яка поділяє ідеальний трансформатор на номінальну та регулюючу частини. Таким чином, частина розрахункової схеми між точками 1 та 2' представляє схему силового трансформатора, який працює з номінальним коефіцієнтом трансформації. Для такої схеми позбавитися ідеальної трансформації без втрат точності моделювання можна шляхом зведення параметрів розрахункової схеми до обраної базисної напруги. Друга частина схеми між точками 2' та 2 являє собою ідеальний регулювальний трансформатор, який можна еквівалентно замінити джерелом напруги та струму, яка показано на рис. 1.21.



Рисунок 1.20 - Еквівалентна розрахункова схема силового трансформатора, з урахуванням регулювання коефіцієнту трансформації

На рис. 1.21 <u>z</u>'<sub>т</sub> позначено зведений до базисної напруги опір поздовжньої ділянки схеми заміщення силового трансформатора;  $\dot{E}_{\rm rp}$ ,  $\dot{J}_{\rm rp}$  – EPC джерела напруги та струм джерела струму, які моделюють регулювальну частину трансформації напруги та струму.

На підставі міркувань, аналогічних наведеним вище, можна визначити параметри фіктивних джерел напруги та струму

$$\begin{cases} \dot{E}_{\rm rp} = \dot{U}_{2}' \left( 1 - \underline{k}_{\rm rp} \right); \\ \dot{J}_{\rm rp} = \frac{\dot{U}_{1}' - \dot{U}_{2}' \underline{k}_{\rm rp}}{\underline{Z}_{\rm r}'} \left( 1 - \hat{k}_{\rm rp} \right), \end{cases}$$
(1.95)

де  $\dot{U}'_1$ ,  $\dot{U}'_2$  – зведені до базисної напруги на початку та наприкінці трансформаторної ділянки.

У разі розташування приладів регулювання коефіцієнтів трансформації в обмотці вищої напруги силового трансформатора вирази (1.95) набувають вигляду

$$\begin{cases} \dot{E}_{_{\rm Tp}} = -\dot{U}_{2}' \omega_{_{\rm BH}}; \\ \dot{J}_{_{\rm Tp}} = \frac{\dot{U}_{2}' \left(1 + \omega_{_{\rm BH}}\right) - \dot{U}_{1}'}{\underline{Z}_{_{\rm T}}'} \omega_{_{\rm BH}}. \end{cases}$$
(1.96)

Аналіз виразів (1.95) та (1.96) свідчить про необхідність організації ітераційного уточнення параметрів фіктивних джерел напруги та струму відповідно до даних режиму напруги, зокрема в пунктах, які обмежують трансформаторну ділянку.

## 1.9 Моделювання усталених режимів електричних систем, які містять вузли з фіксацією модуля напруги

Більшість сучасних потужних синхронних генераторів, встановлених на електричних станціях електроенергетичних систем обладнані пристроями автоматичного регулювання збудження сильної дії. Такі пристрої призначені для регулювання струму в обмотці збудження синхронної машини з метою підтримки бажаного режиму напруги на шинах розподільного пристрою електричної станції в широкому діапазоні навантажувальних режимів генераторів, тобто незалежно від поточного режиму електроенергетичної системи.

Формально дію АРЗ можна подати як регулювання режиму напруги шляхом зміни режиму реактивної потужності синхронного генератора. Таким чином, в задачах моделювання усталених режимів електричних систем відповідні вузли розрахункової схеми моделюють балансуючими за реактивною потужністю пунктами, або пунктами з фіксацією модуля напруги та подають у вигляді *PU*моделі з фіксованими значеннями активної потужності та модуля вектора напруги. Очевидно, що наявність у складі розрахункової схеми електричної системи вузлів з фіксацією модуля напруги потребує коригування розрахункових моделей усталених режимів, зокрема розрахункової моделі розімкненої електричної мережі.

Розглянемо режимну задачу для електропередачі, в якій задані напруги на початку та наприкінці лінії та активна потужність навантаження наприкінці електропередачі. Ускладнення електричної системи призводить до практичної неможливості застосування прямих методів розв'язання режимних задач та потребує залучення ітераційних числових методів. Для розглянутої задачі необхідно організувати алгоритм ітераційного уточнення реактивної потужності наприкінці електропередачі.

Уявимо, що відоме деяке наближення реактивної потужності наприкінці лінії електропередавання. Застосування алгоритмів явного або неявного уточнення втрат потужності дозволяє визначити напругу на шинах навантаження. Відповідно до закону Ома така напруга дорівнює

$$|U_2| = \sqrt{U_1^2 - 2(Pr - Qx)}, \qquad (1.97)$$

де *P*, *Q* – середні лінійні активна та реактивна потужності на ділянці електропередачі.

Очевидно, що отримане значення модуля вектора напруги наприкінці електропередачі не дорівнює заданому у вихідних даних значенню

$$\left| U_{2} \right| \neq U_{2}^{6},$$

де  $U_2^6$  – заданий бажаний модуль вектора напруги наприкінці електропередачі в пункті з фіксацією модуля напруги.

Для того, щоб напруга наприкінці електропередачі дорівнювала заданій, необхідно визначити поправку до реактивної потужності пункту наприкінці лінії електропередавання, що протікання її по електропередачі викликало додаткове необхідне падіння напруги. У цьому разі вираз (1.97) набуває вигляду

$$U_{2}^{6} = \sqrt{U_{1}^{2} - 2\left(Pr - \left(Q + \delta Q_{2}\right)x\right)},$$
(1.98)

де  $\delta Q_2$  – поправка до реактивної потужності пункту навантаження.

Якщо піднести до квадрату обидві частини виразу (1.98), отримуємо

$$\left(U_{2}^{6}\right)^{2} = U_{1}^{2} - 2\left(Pr - Qx\right) + 2\delta Q_{2}x,$$

або

$$\left(U_2^6\right)^2 = U_2^2 + 2\delta Q_2 x , \qquad (1.99)$$

де U<sub>2</sub> – модуль вектора напруги наприкінці електропередачі за поточного наближення реактивної потужності. З виразу (1.99) випливає, що

$$\delta Q_2 = \frac{\left(U_2^{\,6}\right)^2 - U_2^2}{2x},\tag{1.100}$$

а уточнене значення реактивної потужності складає

$$Q_2 = Q_2^{(0)} + \delta Q_2,$$

де  $Q_2^{(0)}$  – початкове наближення реактивної потужності.

Тут слід зважати на те, що протікання по лінії електропередавання поправки до реактивної потужності визначає додаткові втрати потужності, покриття яких викличе додаткове падіння напруги на ділянці електропередачі. Це означає, що уточнене значення реактивної потужності наприкінці електропередачі ще не забезпечить виконання умови

$$|U_2| = U_2^6$$
.

Проте багатократне повторення обчислень за наведеною схемою визначить швидкозбіжний ітераційний процес уточнення шуканої реактивної потужності.

Таким чином, алгоритм уточнення реактивної потужності в пункті з фіксацією модуля напруги найпростішої електричної системи складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що реактивна потужність балансуючого за реактивною потужністю пункту дорівнює нулю

$$Q_2^{(0)} = 0$$
.

В принципі можна обрати будь-яке довільне значення такої реактивної потужності. Проте нульове значення сприяє спрощенню розрахунків на першій ітерації розрахункового процесу.

2. За алгоритмом явного або неявного уточнення втрат потужності (див. підрозділ 4.6) визначають модуль напруги наприкінці електропередачі за поточного значення реактивної потужності пункту навантаження.

3. За вищенаведеними виразами визначають поправку до реактивної потужності наприкінці електропередачі та уточнене значення цієї реактивної потужності

$$Q_2^{(n)} = Q_2^{(n-1)} + \delta Q_2,$$

де *n* – індекс поточної ітерації.

4. Перевіряють умови збіжності ітераційного процесу уточнення реактивної потужності. Якщо умова

$$\left|\delta Q_{2}\right| \leq \varepsilon, \tag{1.101}$$

не виконується, то управління передають процедурі 2 для виконання наступного циклу обчислень. У виразі (1.101) є – необхідна інженерна точність.

Аналіз наведеного алгоритму свідчить про наявність двох вкладених ітераційних циклів. Внутрішній ітераційний цикл направлений на явне або неявне уточнення втрат потужності під час моделювання усталеного режиму електричної системи за поточного значення реактивної потужності пункту з фіксацією модуля напруги. Зовнішній ітераційний цикл направлений на уточнення режиму реактивної потужності в пункті навантаження електричної системи.

Розглянемо далі розв'язання режимної задачі для електричної системи, розрахункова схема якої є розімкненою та містить єдиний вузол з фіксацією модуля напруги. Для такого пункту заздалегідь відомі модуль вектора напруги та активна потужність. Мета розрахунку полягає у визначенні фазового кута вектору напруги та реактивної потужності пункту. На рис. 1.22 *а* представлена розрахункова схема розімкненої електричної мережі, в *s*-му пункті якої зафіксовано модуль вектора напруги.



а) у разі наявності одного пункту з фіксацією модуля напруги



### б) у разі наявності двох пунктів з фіксацією модуля напруги

Рисунок 1.21 - Ілюстрація розв'язання задачі моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі, яка містить балансуючі за реактивною потужністю вузли

Припустимо, що відоме деяке наближене значення реактивної потужності пункту з фіксацією модуля напруги. Очевидно, що такому значенню відповідає

певне значення напруги на шинах цього пункту, яке можна визначити шляхом розв'язання режимної задачі. Природно, що модуль вектора такої напруги відрізняється від свого зафіксованого значення

$$U_s \neq U_s^{\circ}$$
,

де  $U_s^6$  – фіксована бажана напруга в *s*-му пункті електричної мережі, яку мають підтримувати засоби автоматичного регулювання напруги;  $U_s$  – розрахункове фактичне значення напруги в *s*-му пункті електричної мережі за поточного наближення реактивної потужності  $Q_s$ ; *s* – індекс пункту з фіксацією модуля напруги.

Очевидно, що для забезпечення бажаного режиму напруги, в розглянутому пункті електричної мережі необхідно прикласти додаткове реактивне навантаження таке, щоб покриття його по всіх ділянках від опорного за напругою пункту викликало додаткові падіння напруги і була задовільнена умова

$$U_s = U_s^{6}.$$

Розглянутий підхід до розв'язання режимної задачі проілюстровано на рис. 1.22 а.

Таким чином, можна записати

$$U_{s}^{6} = \sqrt{U_{0}^{2} - 2\sum_{i \in 0-s} \left(P_{i}r_{i} - (Q_{i} + \delta Q_{s})x_{i}\right)},$$

або

$$U_{s}^{6} = \sqrt{U_{0}^{2} - 2\sum_{i \in 0-s} \left(P_{i}r_{i} - Q_{i}x_{i}\right) + 2\delta Q_{s}\sum_{i \in 0-s} x_{i}}, \qquad (1.102)$$

де  $U_0$  – напруга на шинах балансуючого пункту;  $P_i$ ,  $Q_i$  – середні лінійні потужності ділянок розрахункової схеми;  $r_i$ ,  $x_i$  – активні та реактивні опори ділянок; запис  $i \in 0$ –s означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма ділянками, які входять до шляху покриття навантаження s-го пункту схеми від балансуючого пункту.

Аналіз виразу (1.102) свідчить про те, що під коренем він містить квадрат розрахункового значення напруги балансуючого за реактивною потужністю пункту схеми. Дійсно

$$U_0^2 - 2\sum_{i \in 0-s} (P_i r_i - Q_i x_i) = U_s^2.$$

Таким чином, після низки нескладних перетворень вираз (1.102) набуває вигляду

$$U_{s}^{62} = U_{s}^{2} + 2\delta Q_{s} x_{0-s},$$

де  $x_{0-s} = \sum_{i \in 0-s} x_i$  – сумарний індуктивний опір всіх ділянок, які входять до шляху покриття навантаження *s*-го пункту електричної мережі від балансуючого пункту.

В результаті отримуємо вираз для визначення поправки до реактивної потужності пункту з фіксацією модуля напруги

$$\delta Q_s = \frac{U_s^2 - U_s^{62}}{2x_{0-s}}.$$
(1.103)

Зазначимо, що наведені міркування щодо визначення реактивної потужності вузла з фіксацією модуля напруги не враховують навантажувальні втрати потужності від потоку поправки реактивної потужності на ділянках розрахункової схеми електричної мережі. Це, звісно, визначає похибку, яка вноситься у розрахунок. Таку похибку можна нівелювати та звести до меж інженерної точності, якщо організувати ітераційний розрахунковий процес за наведеною схемою, тобто організувати цикл «розрахунок напруги на шинах балансуючого за реактивною потужністю пункту» — «уточнення реактивної потужності балансуючого за реактивною потужністю пункту».

У разі, якщо розрахункова схема електричної мережі містить декілька пунктів з фіксацією модуля напруги під час уточнення реактивної потужності цих пунктів необхідно враховувати взаємний вплив поправок до реактивної потужності, що проілюстровано на рис. 1.22 *б*. Дійсно, наявність загальних ділянок для покриття навантажень *s*-го та *f*-го пунктів розрахункової схеми на рис. 1.22 *б* визначає вплив поправки до реактивної потужності *s*-го пункту на режим напруги в *f*-му пункті і навпаки — вплив поправки до реактивної потужності *f*-го пункту на режим напруги в *s*-му пункті. Таким чином, для визначення поправок до реактивних потужностей вузлів з фіксацією модуля напруги необхідно розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\delta Q_s x_{0-s} + \sum \delta Q_f x_{0-f,s} = \frac{U_s^2 - U_s^{62}}{2}, \qquad (1.104)$$

де  $x_{0-f,s}$  – сума реактивних опорів ділянок розрахункової схеми, які одночасно входять до шляхів покриття навантажень *s*-го та *f*-го пунктів від балансуючого пункту

Загальний алгоритм розв'язання розглянутої режимної задачі складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Для пунктів з фіксацією модуля напруги приймають початкові наближення реактивної потужності. Для спрощення розрахунків, за відсутності інших міркувань, рекомендовано приймати нульові значення реактивної потужності цих пунктів

$$Q_s^{(0)} = 0$$
.

2. З алгоритмами розрахунку усталених режимів розімкнених електричних мереж визначають поточний режим напруги на шинах балансуючих за реактивною потужністю пунктів.

3. За виразом (1.104) складають та розв'язують систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно поправок до реактивних потужностей пунктів з

фіксацією модуля напруги. Якщо розрахункова схема електричної мережі містить єдиний пункт з фіксацією модуля напруги, поправку до значення реактивної потужності визначають за виразом (1.103).

4. Перевіряють умови збіжності ітераційного процесу. Якщо максимальна за модулем поправка до реактивної потужності не перевищує інженерної точності

$$\max_{s}\left\{\left|\delta Q_{s}\right|\right\}\leq\varepsilon\,,$$

то мету ітераційного процесу слід вважати досягнутою. В іншому разі визначають нові уточненні значення реактивних потужностей пунктів з фіксацією модуля напруги

$$Q_{s}^{(n)} = Q_{s}^{(n-1)} + \delta Q_{s}^{(n)},$$

де *n* – індекс поточної ітерації текущей итерации розрахункового процесу та виконують наступний ітераційний цикл, починаючи з процедури 2 алгоритму.

Аналіз запропонованого алгоритму свідчить про те, що він містить два вкладених ітераційних цикли. На зовнішньому ітераційному циклі здійснюють уточнення реактивної потужності в пунктах з фіксацією модуля напруги, а на внутрішньому ітераційному циклі здійснюють уточнення втрат потужності за поточного наближення реактивної потужності балансуючих за реактивною потужністю пунктів.

Наведений підхід до моделювання розімкнених електричних мереж, які містять вузли з фіксацією модуля напруги, може бути з успіхом розповсюджений на моделювання усталених режимів замкнених електричних мереж контурними методами. Дійсно, відповідно до методу розрізання контурів, будь-яка замкнена електрична мережа шляхом видалення перемичок може бути еквівалентно заміщена розімкненою, для якої можна застосувати наведений вище підхід.

У разі застосування вузлових розрахункових моделей електричних систем, які містять вузли з фіксацією модуля напруги для вузлів з фіксацією модуля напруги записують тільки рівняння балансу активної потужності навіть у тому разі, коли використовують загальну розрахункову модель у вигляді балансу струмів.

Таким чином, кількість дійсних рівнянь у складі розрахункової моделі зменшується на кількість балансуючих за реактивною потужністю вузлів порівняно з традиційною вузловою моделлю. Невідомими в такій системі рівнянь є модулі та фазову кути векторів напруги вузлів навантаження, а також фазові кути вузлів з фіксацією модуля напруги. Очевидно, що така ситуація відповідає поданню векторів напруги на комплексній площині у полярній системі координат.

У разі застосування декартової системи координат для подання векторів вузлових напруг систему рівнянь вузлової моделі слід доповнити рівняннями виду

$$U_{j}^{\prime 2} + U_{j}^{\prime 2} = U_{j}^{2}, \qquad (1.105)$$

записаними для всіх балансуючих за реактивною потужністю вузлів. У виразі (1.105)  $U'_j$  та  $U''_j$  – дійсна та уявна складові вектора напруги *j*-го вузла з фіксацією модуля напруги.

Таким чином, кількість рівнянь вузлової моделі становить подвоєній кількості незалежних вузлів схеми. Невідомими в такій системі є дійсні та уявні складові векторів напруг незалежних вузлів. Тобто наявність у складі розрахункової схеми вузлів з фіксацією модуля напруги не впливає на розмірність системи вузлових рівнянь усталеного режиму.

Зазначимо, що наявність у складі розрахункової схеми балансуючих за реактивною потужністю вузлів сприятливо впливає на розрахункову надійність та збіжність ітераційної розрахункової моделі.

Реактивну потужність вузлів з фіксацією модуля напруги визначають після розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь усталеного режиму на підставі виразів першого закону Кірхгофа, записаних для таких вузлів.

В більшості практичних випадків після визначення реактивної потужності вузлів з фіксацією модуля напруги необхідно додатково враховувати обмеження, які накладають на режим реактивної потужності генераторів електричних станції та іншого устаткування балансуючих за реактивною потужністю пунктів відповідно до виразу

$$Q_{s\min} \le Q_s \le Q_{s\max}. \tag{1.106}$$

де  $Q_{s\min}$ ,  $Q_{s\max}$  – нижня та верхня границі допустимого діапазону реактивної потужності *s*-го вузла з фіксацією модуля напруги.

У разі, коли після визначення реактивної потужності пункту з фіксацією модуля напруги умова (1.106) порушується, то це свідчить про нездатність пристроїв автоматичного регулювання підтримувати заданий бажаний режим напруги на шинах відповідних вузлів розрахункової схеми. У цьому разі реактивну потужність генераторного вузла фіксують на порушеній межі, і повторюють моделювання усталеного режиму електроенергетичної системи з використанням *PQ*-моделі для такого вузла розрахункової схеми.

#### 1.10 Метод накладання

Розглянемо рівняння контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи для лінійної розрахункової схеми в матричній формі

$$\mathbf{Z}_{\kappa}\mathbf{I}_{\kappa} = \Delta \mathbf{E}_{\kappa}, \qquad (1.107)$$

де  $Z_{\kappa}$  — матриця контурних опорів;  $I_{\kappa}$  — вектор-стовпець контурних зрівнювальних струмів;  $\Delta E_{\kappa}$  — вектор-стовпець контурних зрівнювальних ЕРС.

Контурні зрівнювальні ЕРС у виразі (1.107) визначають за виразом

$$\Delta \dot{E}_k = -\sum \dot{J}_i \underline{Z}_{ik} , \qquad (1.108)$$

де  $\Delta \dot{E}_k$  – зрівнювальна ЕРС *k*-го незалежного контуру розрахункової схеми;  $\dot{J}_i$  – струм навантаження *i*-го пункту схеми;  $\underline{z}_{ik}$  – опір частини шляху покриття навантаження *i*-го пункту по ділянках дерева, що входить до складу *k*-го контуру.

Аналіз виразу (1.108) свідчить про те, що адитивний характер зрівнювальної контурної ЕРС визначає незалежну частку струморозподілу по ділянках розрахункової схеми електричної системи, обумовлену навантаженням кожного пункту. Дійсно, рівняння (1.107) можна записати у вигляді

$$\mathbf{Z}_{\kappa} \sum \mathbf{I}_{\kappa i} = \sum \Delta \mathbf{E}_{\kappa i} ,$$

де  $I_{\kappa i}$ ,  $\Delta E_{\kappa i}$  – вектор-стовпці зрівнювальних контурних струмів та ЕРС відповідно, обумовлених навантаженням *i*-го пункту схеми.

Аналогічно можна показати, що у разі застосування вузлової розрахункової моделі до лінійної розрахункової схеми електричної системи навантаження кожного пункту схеми визначають незалежні частки в режимі напруги електричної системи. Тут рівняння вузлової розрахункової моделі в матричній формі мають вигляд

$$\mathbf{Y} \mathbf{U} = \mathbf{J},\tag{1.109}$$

де **Y** – матриця вузлових провідностей; **U** – вектор-стовпець напруг незалежних вузлів схеми; **J** – вектор-стовпець вузлових струмів.

Матричні рівняння (1.109) можна переписати у вигляді

$$\mathbf{Y}\sum\mathbf{U}_{i}=\sum\mathbf{J}_{i},$$

де **U**<sub>*i*</sub>, **J**<sub>*i*</sub> – вектор-стовпці вузлових напруг та струмів, обумовлених навантаженням *i*-го пункту розрахункової схеми відповідно.

Представлені міркування ілюструють один з основоположних законів фізики – принцип суперпозиції. Такий принцип полягає в тому, що результат впливу групи об'єктів (або результат складного процесу) можна представити у вигляді суми незалежних впливів окремих об'єктів (або суми окремих простих процесів).

Стосовно задач електроенергетики принцип суперпозиції визначає метод накладання, згідно якого режим будь-якої електричної системи, обумовлений впливом навантажень всіх пунктів розрахункової схеми в цілому можна розглядати як результат накладання окремих режимів, обумовлених впливом кожного навантаження окремо. Так, наприклад, загальні положення методу накладання визначають розглянутий вище метод «у два етапи», згідно якого режим електричної системи представляють як результат накладання двох режимів – режиму струмів навантажень та режиму втрат потужності на ділянках розрахункової схеми.

Суворо кажучи, таке положення є істинним тільки для лінійних електричних систем. Дійсно, для електричних систем, навантаження яких представлені фіксованими значеннями активних і реактивних потужностей, потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми визначається не тільки

навантажувальними струмами, а й потоками потужностей на покриття втрат потужності в поздовжніх і поперечних елементах розрахункової схеми. Такі втрати потужності залежать від режиму напруги в електричній системі за нелінійним законом. Ця обставина не дозволяє використовувати підхід, заснований на методі накладення для точного визначення потокорозподілу потужностей під час розв'язання нелінійної режимної задачі. Тут можливі лише оціночні наближені розрахунки режимних характеристик електричних систем.

Метод накладання часто використовують для дослідження різних ремонтних, профілактичних та післяаварійних режимів електричної системи. Наприклад, для аналізу режимів електричної системи після аварійного відключення генераторів електричних станцій або ремонтних та аварійних відключень ліній електропередавання. Розглянемо типові задачі, для розв'язання яких вельми ефективним може виявитися підхід, заснований на методі накладення, ілюстрації яких представлені на рис. 1.23. На рис. 1.23 ДР позначає вихідний доаварійний режим електричної системи.



а) аварійне вимкнення генератора



б) аварійне вимкнення лінії електропередавання

Рисунок 1.22 - Ілюстрація застосування методу накладання

Уявимо, що в електричній системі внаслідок виникнення аварійної ситуації засоби автоматики вимикають з роботи генератор, який ніс певне навантаження. На рис. 1.23 *а* таке навантаження представлено від'ємною повною потужністю  $-\dot{S}_{r}$  в пункті *А* схеми, що відповідає загальним принципам формування розрахункових схем електричних систем. Виведення зі складу розрахункової

схеми джерела живлення певної потужності еквівалентно внесенню до складу розрахункової схеми додаткового фіктивного вихідної навантаження, потужність якого дорівнює потужності джерела живлення, але протилежне за знаком. Зрозуміло, що вносити додаткове фіктивне навантаження необхідно в той самий пункт розрахункової схеми, де знаходиться виведене з роботи джерело живлення. На рис. 1.23 а це показано внесенням в пункт А розрахункової схеми електричного навантаження з додатною потужністю S<sub>г</sub>. Дійсно, внесення до складу розрахункової схеми такого навантаження повністю компенсує потужність джерела живлення, яке засоби автоматики вимикають В післяаварійному режимі.

Відповідно до методу накладання такий після аварійний режим можна розглядати як суперпозицію двох незалежних режимів – вихідного доаварійного та додаткового, обумовленого фіктивним навантаженням. Тут розрахункова схема додаткового режиму містить єдине навантаження, яке компенсує виведене з роботи джерело живлення, потужності всіх інших навантажень та джерел живлення обнуляють. Отриманий потокорозподіл потужностей накладають на потокорозподіл вихідного доаварійного режиму. Очевидно, що результуючий потокорозподіл відповідає досліджуваному після аварійному режиму електричної системи. Далі на підставі рівнянь закону Ома визначають режим напруги, втрати потужності та інші параметри досліджуваного режиму.

Цей самий підхід використовують і у разі постановки задачі моделювання усталеного режиму електричної системи, обумовленого вимкненням деякого електричного навантаження. Тут до складу розрахункової схеми електричної системи необхідно внести додаткове фіктивне джерело живлення, потужність якого повністю компенсує вимкнене навантаження, тобто потужність джерела живлення дорівнює потужності навантаження, але протилежне за знаком. Таке фіктивне джерело живлення визначає додаткову розрахункову схему, потокорозподіл якої накладають на дані вихідного доаварійного режиму.

Розглянемо далі застосування методу аналізу накладання для післяаварійних режимів, обумовлених відключенням ліній електропередавання. Припустимо, що у складі електричної системи внаслідок аварійної ситуації засоби автоматики вимикають лінії електропередавання, яка несе певне навантаження. На рис. 1.23  $\delta \dot{S}_{\pi}$  позначено транзит повної потужності по лінії *А*-В, яка виходить із ладу. Відомо, що лінію електропередавання можна еквівалентно замінити двома зосередженими навантаженнями, прикладеними в пунктах, обмежуючих електропередачу, потужності яких дорівнюють транзиту потужності по лінії, але протилежні за знаком. При чому потужність еквівалентного навантаження на початку лінії характеризується додатним знаком, що відповідає відбору потужності із системи, а потужність навантаження наприкінці лінії – від'ємним знаком, що відповідає находженню електричної енергії в систему. Нагадаємо, що такий підхід використовують, наприклад, для заміщення замкненої електричної мережі еквівалентною розімкненою в методі розрізання контурів. Суворо кажучи еквівалентне заміщення лінії електропередавання парою зосереджених навантажень вимагає урахування втрат потужності в лінії таким чином, що потужності зосереджених навантажень на початку та наприкінці електропередачі відрізняються на величину втрат потужності в лінії. Іншими словами потужність зосередженого навантаження на початку електропередачі має дорівнювати потоку потужності на початку лінії, а потужність зосередженого навантаження наприкінці електропередачі – потоку потужності наприкінці лінії, взятому з від'ємним знаком. Варто зазначити, що вимоги інженерної точності до оціночних розрахунків усталених режимів електричних систем часто дозволяють знехтувати втратами потужності на передавання електричної енергії по лінії та заміщати її зосередженими навантаженнями з однаковими за модулем але протилежними за знаком потужностями.

3i складу розрахункової У цьому разі виведення схеми лінії електропередавання еквівалентне внесенню до складу схеми двох фіктивних навантажень, потужності яких компенсують зосереджені навантаження, еквівалентні лінії електропередавання. Таким чином, потужність додаткового фіктивного навантаження на початку лінії має дорівнювати від'ємному значенню транзиту повної потужності по лінії (для схеми на рис. 1.23 б це показано внесенням до пункту A додаткового навантаження потужністю  $-\dot{S}_{\pi}$ ), а потужність додаткового фіктивного навантаження наприкінці лінії – додатному значенню транзиту повної потужності по лінії (для схеми на рис. 1.23 б це показано внесенням до пункту B додаткового навантаження потужністю  $\dot{S}_{\pi}$ ). Відповідно до методу накладання для моделювання після аварійного режиму, обумовленого вимкненням лінії електропередавання, розглядають додаткову схему, яка містить лише два зосереджених фіктивних навантаження на початку та наприкінці електропередачі, а потужності всіх інших навантажень обнулюють. Визначений потокорозподіл потужностей в такій схемі накладають на потокорозподіл потужностей в доаварійному режимі. Далі на підставі рівнянь закону Ома визначають режим напруги, втрати потужності та інші параметри досліджуваного післяаварійного режиму.

### 1.11 Математичний апарат методу коефіцієнтів розподілу

Метод коефіцієнтів розподілу базується на властивості електричних систем, яка полягає в тому, що частка покриття струмового навантаження кожного вузла розрахункової схеми від джерела живлення по кожній ділянці розрахункової схеми є сталою величиною і визначається лише конфігурацією та параметрами розрахункової схеми електричної мережі. Така властивість випливає з принципу суперпозиції, справедливого для лінійних розрахункових схем електричних систем.

Розглянемо, наприклад, електричну систему, представлену на рис. 1.24. Виділимо у складі розрахункової схеми довільні вузол та ділянку, позначені на рис. 1.24 індексами *s* та *i* відповідно. Прикладемо до шин обраного вузла одиничне навантаження, навантаження всіх інших вузлів схеми обнулимо. Одиничне навантаження розглянутого вузла обумовлює певний струморозроділ по ділянках розрахункової схеми, включаючи виділену. Такий струм відповідає частці покриття одиничного навантаження *s*-го пункту через *i*-ту ділянку схеми, позначеній на рис. 1.24  $\alpha_{is}$ . Визначену частку навантажувального струму називають коефіцієнтом розподілу.



Рисунок 1.23 - Ілюстрація методу коефіцієнтів розподілу

В загальному випадку коефіцієнт розподілу являє собою безрозмірну комплексну величину вигляду

$$\underline{\alpha}_{is} = \alpha'_{is} + j\alpha''_{is},$$

де *i* — індекс ділянки, для якої визначають частку струму навантаженні *s*-го пункту розрахункової схеми.

Очевидно, що у разі прикладення до обраного пункту фактичного навантаження струм розглянутої ділянки визначається коефіцієнтом розподілу за виразом

$$\dot{I}_{is} = \underline{\alpha}_{is} \dot{J}_s = \left(\alpha'_{is} J'_s - \alpha''_{is} J''_s\right) + j\left(\alpha'_{is} J''_s + \alpha''_{is} J'_s\right),$$

де  $\dot{J}_s = J'_s + jJ''_s$  – фактичний струм навантаження *s*-го пункту розрахункової схеми.

Під дією струмів навантажень всіх незалежних вузлів розрахункової схеми струм досліджуваної ділянки слід визначати за виразом

$$\dot{I}_{i} = \sum_{s=1}^{M} \dot{I}_{is} = \sum_{s=1}^{M} \underline{\alpha}_{is} \dot{J}_{s} = \sum_{s=1}^{M} \left( \alpha'_{is} J'_{s} - \alpha''_{is} J''_{s} \right) + j \sum_{s=1}^{M} \left( \alpha'_{is} J''_{s} + \alpha''_{is} J'_{s} \right), \quad (1.110)$$

де *М* – загальна кількість незалежних вузлів розрахункової схеми.

Вираз (1.110) можна записати у матричній формі

 $\mathbf{I} = \mathbf{C}\mathbf{J},$ 

де C – матриця коефіцієнтів розподілу; J – вектор-стовпець вузлових струмів; I – вектор-стовпець струмів ділянок розрахункової схеми.

Матриця коефіцієнтів розподілу є прямокутною, кількість рядків якої дорівнює кількості ділянок, а кількість стовпчиків – кількості незалежних вузлів розрахункової схеми. На перетині *i*-го рядка та *s*-го стовпчика матриці розташовують комплексний коефіцієнт  $\underline{\alpha}_{is}$ , який визначає частку покриття струму навантаження *s*-го вузла через *i*-ту ділянку розрахункової схеми.

Зазначимо, що застосування апарату коефіцієнтів розподілу строго справедливо тільки для лінійних розрахункових схем електричних систем, навантаження яких представлено фіксованими значеннями струмів. Розв'язання нелінійних режимних задач можливо лише наближено за значеннями середніх лінійних потужностей ділянок розрахункової схеми.

Тут для оцінювання потокорозподілу потужностей по ділянках схеми справедливі співвідношення

$$\dot{S}_{is} = \underline{\alpha}_{is}\dot{S}_{Hs} = \left(\alpha'_{is}P_{Hs} - \alpha''_{is}Q_{Hs}\right) + j\left(\alpha'_{is}Q_{Hs} + \alpha''_{is}P_{Hs}\right)$$

та

$$\dot{S}_{i} = \sum_{s=1}^{M} \underline{\alpha}_{is} \dot{S}_{Hs} = \sum_{s=1}^{M} \left( \alpha'_{is} P_{Hs} - \alpha''_{is} Q_{Hs} \right) + j \sum_{s=1}^{M} \left( \alpha'_{is} Q_{Hs} + \alpha''_{is} P_{Hs} \right), \quad (1.111)$$

де  $\dot{S}_{_{Hs}} = P_{_{Hs}} + jQ_{_{Hs}}$  – потужність навантаження *s*-го пункту схеми;  $\dot{S}_{_i}$  – потік середньої лінійної потужності по *i*-й ділянці схеми.

Безпосередній розрахунок коефіцієнтів розподілу можливий тільки для розімкнених та найпростіших замкнених електричних мереж. Визначення коефіцієнтів розподілу для розімкненої електричної мережі є тривіальним. Тут коефіцієнт розподілу дорівнює одиниці для всіх ділянок схеми, які входять до складу шляху покриття навантаження поточного вузла схеми від опорного пункту та дорівнює нулю для решти ділянок розрахункової схеми.

Розглянемо розв'язання задачі розрахунку коефіцієнтів розподілу для електричної мережі, яка утворює один замкнений контур, як показано на рис. 1.25.





Визначимо струморозподіл для верхньої та нижньої ділянок контуру, обумовлений одиничним навантаженням в *s*-му пункті схеми. Відповідно до правила «чужого плеча» такий струморозподіл визначається виразами:

$$\underline{\alpha}_{BS} = \frac{1}{\underline{z}_{H}} \frac{\underline{z}_{H}}{\underline{z}_{B} + \underline{z}_{H}};$$

$$\underline{\alpha}_{HS} = \frac{1}{\underline{z}_{B}} \frac{\underline{z}_{B}}{\underline{z}_{B} + \underline{z}_{H}},$$
(1.112)

де  $\underline{z}_{B}$ ,  $\underline{z}_{H}$  – повні опори верхньої та нижньої ділянок контуру відповідно.

Елементарні перетворення виразів (1.112) дозволяють отримати

$$\alpha'_{BS} = g_{K}r_{H} + b_{K}x_{H};$$

$$\alpha''_{BS} = g_{K}x_{H} - b_{K}r_{H};$$

$$\alpha'_{HS} = g_{K}r_{B} + b_{K}x_{B};$$

$$\alpha''_{HS} = -(g_{K}x_{H} - b_{K}r_{H}),$$
(1.113)

де  $r_{\rm B}$ ,  $x_{\rm B}$ ,  $r_{\rm H}$ ,  $x_{\rm H}$  – активні та реактивні опори верхньої та нижньої ділянок замкненого контуру;  $g_{\kappa}$ ,  $b_{\kappa}$  – активна та реактивна сумарні провідності замкненого контуру  $g_{\kappa} + jb_{\kappa} = \underline{y}_{\kappa} = \frac{1}{\underline{z}_{\rm B} + \underline{z}_{\rm H}}$ .

З аналізу виразів (1.113) випливає, що уявні складові коефіцієнтів розподілу верхньої та нижньої ділянок контуру однакові за величиною, але протилежні за знаком. Це дозволяє записати

$$\underline{\alpha}_{\hat{a}s} = \alpha'_{\hat{a}s} + j\alpha''_{s};$$

$$\underline{\alpha}_{\hat{i}s} = \alpha'_{\hat{i}s} - j\alpha''_{s}.$$
(1.114)

Очевидно, що для складових коефіцієнтів розподілу з виразів (1.115) справедливі співвідношення

$$\alpha'_{BS} + \alpha'_{HS} = (g_{K}r_{H} + b_{K}x_{H}) + (g_{K}r_{B} + b_{K}x_{B}) = 1;$$
  

$$\alpha''_{BS} + \alpha''_{HS} = (g_{K}x_{H} - b_{K}r_{H}) - (g_{K}x_{H} - b_{K}r_{H}) = 0.$$

Отриманий результат свідчить про те, що коефіцієнти розподілу по ділянках замкненого контуру містять дві складові – навантажувальні ( $\alpha'_{as}$  та  $\alpha'_{is}$ ), які обумовлюють покриття одиничного навантаження *s*-го пункту схеми та зрівнювальну ( $j\alpha''_{s}$ ), яка циркулює в замкненому контурі без заходу до споживача.

Особливо велике значення зрівнювальна складова має в замкнених неоднорідних електричних мережах. Водночас для однорідних електричних мереж зрівнювальна складова відсутня і коефіцієнт розподілу являє собою дійсне число. Така ситуація має місце у разі, коли імпедансні кути верхньої та нижньої ділянок однакові

$$\frac{x_{\rm B}}{r_{\rm B}} = \frac{x_{\rm H}}{r_{\rm H}} = \operatorname{tg} \varphi_{\rm c} = \operatorname{idem}.$$

Для складно замкнених електричних мереж коефіцієнти розподілу визначають непрямими методами, наприклад, шляхом еквівалентного перетворення розрахункових схем, або за допомогою контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. Загальний підхід до визначення коефіцієнтів розподілу полягає в почерговому прикладанні одиничного струмового навантаження до всіх незалежних вузлів розрахункової схеми та визначенні струморозподілу в розрахунковій схемі електричної мережі. Отримані значення струмів ділянок визначають числові значення відповідних коефіцієнтів розподілу.

Розглянемо розв'язання задачі визначення коефіцієнтів розподілу з використанням контурної моделі усталеного режиму електричної системи. Тут для визначення коефіцієнтів розподілу необхідно використовувати загальний алгоритм контурної моделі для лінійної електричної системи з струмовими навантаженнями в незалежних вузлах схеми. Разом з тим особливості розрахунку коефіцієнтів розподілу дозволяють дещо спростити такий алгоритм. Зокрема, на етапі визначення струморозподілу по ділянках розімкнутої схеми, з якої вилучені перемички, струми мають місце тільки на ділянках між джерелом живлення і пунктом, до якого прикладене одиничне навантаження. Причому такі струми дорівнюють одиничному навантаженню. Також спрощується система контурних рівнянь. Оскільки кожний розрахунок системи контурних рівнянь пов'язаний з визначенням струморозподілу від єдиного одиничного струмового навантаження в одному з пунктів схеми, зрівнювальна контурна ЕРС в правій частині контурних рівнянь визначається тільки цим одиничної навантаженням та чисельно дорівнює опору частини шляху покриття одиничного навантаження від опорного пункту, який входить до складу кожного контуру, взятого з протилежним знаком.

Таким чином, для визначення зрівнювальних струмів необхідно сформувати та розв'язати систему контурних рівнянь виду

$$\dot{I}_{k}\underline{Z}_{k} + \sum \dot{I}_{d}\underline{Z}_{dk} = -\underline{Z}_{sk}, \qquad (1.116)$$

де  $Z_{sk}$  – сумарний опір частини шляху покриття навантаження *s*-го пункту схеми, який входить до складу *k*-го контуру. Тут слід враховувати правило знаків. У разі збігу напряму покриття навантаження *s*-го пункту з додатнім напрямом обходу *k*-го контуру опір відповідної ділянки враховують з додатним знаком і з від'ємним у разі зустрічної орієнтації шляху покриття одиничного навантаження та додатного напряму обходу контуру.

Своєю чергою коефіцієнти розподілу визначають за виразом

$$\underline{\alpha}_{is} = k_{is} + \sum_{i \in k} \dot{I}_k , \qquad (1.117)$$

де  $k_{is}$  – сигнальний коефіцієнт, який приймає одне з трьох можливих значень:  $k_{is} = 1$  у разі, коли *i*-та ділянка входить до складу шляху покриття одиничного навантаження *s*-го пункту через розімкнену схему дерева та їх взаємна орієнтація збігається;  $k_{is} = -1$  у разі зустрічної орієнтації *i*-ї ділянки та шляху покриття одиничного навантаження *s*-го пункту через розімкнену схему дерева,  $k_{is} = 0$  у разі, якщо *i*-та ділянка не входить до складу шляху покриття одиничного навантаження *s*-го пункту;  $I_k$  – зрівнювальні контурні струми, визначені з системи контурних рівнянь (1.116); запис *i*  $\in$  *k* під знаком суми означає, що підсумовування слід здійснювати за всіма зрівнювальними струмами, які протікають через *i*-ту ділянку схеми. Тут також слід враховувати взаємну орієнтацію напрямів зрівнювальних струмів та поточної ділянки і у разі їх зустрічної орієнтації змінювати знак зрівнювального струму на протилежний.

Таким чином, загальний алгоритм розрахунку коефіцієнтів розподілу на базі контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. У складі розрахункової схеми електричної системи виділяють дерево та хорди, замикання яких призводить до формування незалежних замкнених контурів. Для системи незалежних контурів розраховують власні та взаємні контурні опори.

2. Послідовно до кожного незалежного вузла розрахункової схеми прикладають одиничне струмове навантаження.

3. Формують та розв'язують систему контурних рівнянь (1.116) відносно зрівнювальних струмів.

4. За виразом (1.117) розраховують коефіцієнти розподілу для всіх ділянок розрахункової схеми від одиничного навантаження поточного вузла схеми. Така процедура визначає заповнення відповідного стовпчика матриці коефіцієнтів розподілу.

Процедури 2–4 повторюють циклічно, проглядаючи всі незалежні вузли розрахункової схеми та заповнюючи матрицю коефіцієнтів розподілу.

Вище зазначалось, що математичний апарат коефіцієнтів розподілу орієнтований на моделювання усталених режимів лінійних електричних систем та не дозволяє точно визначити потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми, в якій навантаження представлено фіксованими значеннями активних та реактивних потужностей. Водночас тут можна запропонувати ітераційні алгоритми моделювання усталених режимів нелінійних електричних систем, які базуються на явному або неявному уточненні втрат потужності.

Алгоритм розрахунку режимних характеристик усталеного режиму електричної системи з використанням апарату коефіцієнтів розподілу за методом «у два етапи» складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. За виразами (1.111) визначають основний потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної системи.

2. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних вузлів схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи.

3. За поточним режимом напруги визначають втрати потужностей на ділянках розрахункової схеми.

4. Відповідно до принципів формування симетричних «П»-подібних схем заміщення ділянок розрахункової схеми втрати потужності поділяють навпіл, розносять по кінцях кожної ділянки та представляють у вигляді додаткових фіктивних навантажень у вузлах розрахункової схеми.

5. За виразами (1.111) визначають потокорозподіл потужностей, обумовлених додатковими фіктивними навантаженнями від втрат потужності на ділянках розрахункової схеми електричної системи. Потокорозподіл потужностей на покриття втрат накладають на основний потокорозподіл потужностей.

6. За рівняннями закону Ома уточнюють режим напруги в незалежних вузлах розрахункової схеми.

7. Визначають сумарні втрати потужностей та перевіряють умови збіжності ітераційного процесу. У разі, якщо зміна сумарних втрат потужності на суміжних ітераціях не перевищує необхідної інженерної точності, мету ітераційного розрахунку слід вважати досягнутою. Інакше управління передають процедурі 3 для виконання наступного ітераційного циклу.

Зазначимо, що отриманий в результаті виконання алгоритму результат все ж не буде точним, оскільки метод «у два етапи» не враховує додаткові втрати потужності від струмів на покриття основних втрат. Проте вище зазначалось, що така похибка моделювання, зазвичай, задовольняє умовам необхідної інженерної точності.

Можливо також використання апарату коефіцієнтів розподілу в алгоритмах, побудованих на лінеаризації навантажень на кожному кроці обчислювального процесу. Такий алгоритм неявного уточнення втрат потужності складається з послідовного виконання наступних процедур.

1. Умовно вважають, що напруги всіх незалежних вузлів схеми дорівнюють номінальній напрузі електричної системи.

2. За поточним режимом напруги уточнюють лінеарізовані вузлові струми.

3. За виразами (1.110) визначають струморозподіл по ділянках розрахункової схеми.

4. За рівняннями закону Ома уточнюють режим напруги в незалежних вузлах розрахункової схеми.

5. Визначають потужність балансуючого пункту та перевіряють умови збіжності ітераційного процесу. У разі, якщо зміна потужності балансуючого пункту на суміжних ітераціях не перевищує необхідної інженерної точності, мету ітераційного розрахунку слід вважати досягнутою. Інакше управління передають процедурі 2 для виконання наступного ітераційного циклу.

Зазначимо, що основна перевага апарату коефіцієнтів розподілу полягає в можливості організації серії розрахунків усталених режимів електричної системи за різних навантажень незалежних вузлів розрахункової схеми.

Водночас основний недолік методу полягає в залежності значень коефіцієнтів розподілу від конфігурації розрахункової схеми електричної системи. У реальних умовах експлуатації спостерігаються постійні зміни конфігурації робочої схеми електричної мережі. Тому коефіцієнти розподілу необхідно перераховувати для кожної робочої схеми.

Інший недолік апарату коефіцієнтів розподілу полягає в залежності кількості коефіцієнтів від розмірності системи. Матриця коефіцієнтів розподілу є сильно заповненою і практично не містить нульових елементів. Зазначені обставини викликають труднощі зберігання і обробки матриць коефіцієнтів розподілу для великих розрахункових схем електричних систем.

## 1.12 Розрахунок режиму напруги електричної системи з використанням апарату опорів впливу

Під час розв'язання задач моделювання усталених режимів електричних систем режим напруги вузлів розрахункової схеми, зазвичай, визначають за законом Ома по відношенню до напруги опорного вузла. В загальному випадку для визначення напруги довільного вузла розрахункової схеми необхідно визначити суму падінь напруги на всіх ділянках схеми між опорним за напругою пунктом та поточним вузлом схеми. Далі необхідно відняти від напруги на шинах джерела живлення отримане сумарне падіння напруги. Таким чином, режим напруги незалежних вузлів розрахункової схеми визначають за загальним виразом

$$\dot{U}_{f} = U_{0} - \Delta \dot{U}_{f} = U_{0} - \sum_{0}^{f} \dot{I}_{i\underline{Z}_{i}},$$

де  $U_0$  – напруга на шинах опорного пункту;  $\Delta \dot{U}_f$  – сумарне падіння напруги на ділянках між опорним за напругою пунктом та поточним *f*-м вузлом схеми;  $\dot{I}_i$  – струм на *i*-й ділянці схеми, яка знаходиться між опорним за напругою та поточним вузлом схеми;  $\underline{Z}_i$  – опір *i*-ї ділянки.

Апарат коефіцієнтів розподілу дозволяє виразити величину сумарного падіння напруги через вузлові струми навантажень незалежних вузлів схеми відповідно до співвідношення

$$\Delta \dot{U}_{f(s)} = \dot{J}_s \sum_{0}^{f} \alpha_{is} \underline{z}_i . \qquad (1.118)$$

Вираз (1.118) визначає частку сумарного падіння напруги між опорним та поточним *f*-м вузлами розрахункової схеми, обумовлену навантаженням *s*-го незалежного вузла. У виразі (1.118) складову

$$\underline{\gamma}_{f(s)} = \sum_{0}^{f} \underline{\alpha}_{is} \underline{z}_{i}$$
(1.119)

називають опором впливу.

В загальному випадку опір впливу є комплексною величиною

$$\underline{\gamma}_{f(s)} = \gamma'_{f(s)} + j\gamma''_{f(s)} = \sum_{0}^{f} \left( \alpha'_{is}r_{i} - \alpha''_{is}x_{i} \right) + j\sum_{0}^{f} \left( \alpha'_{is}x_{i} + \alpha''_{is}r_{i} \right),$$

вимірюється в Омах та відбиває вплив вузлового струму навантаження *s*-го пункту розрахункової схеми на режим напруги *f*-го пункту.

Апарат опорів впливу дозволяє визначити режим напруги в електричній системі. Зокрема напруга довільного вузла розрахункової схеми дорівнює

$$\dot{U}_{f} = U_{0} - \Delta \dot{U}_{f} = U_{0} - \sum_{s=1}^{M} \underline{\gamma}_{f(s)} \dot{J}_{s} =$$

$$= U_{0} - \sum_{s=1}^{M} \left( \gamma'_{f(s)} J'_{s} + \gamma''_{f(s)} J''_{s} - j \left( \gamma'_{f(s)} J''_{s} + \gamma''_{f(s)} J'_{s} \right) \right).$$
(1.120)

Для всієї електричної системи в цілому можна записати матричне рівняння

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\mathbf{0}} - \mathbf{U}_{\Delta} = \mathbf{U}_{\mathbf{0}} - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{J}, \qquad (1.121)$$

де  $\Gamma$  – матриця опорів впливу; **J** – вектор-стовпець вузлових струмів; **U**<sub>0</sub> – вектор-стовпець, всі елементи якого дорівнюють напрузі на шинах опорного пункту; **U**<sub> $\Delta$ </sub> – вектор-стовпець сумарних падінь напруги між опорним та кожним вузлом розрахункової схеми; **U** – вектор-стовпець напруг незалежних вузлів розрахункової схеми.

Матриця опорів впливу є квадратною, її порядок визначається кількістю незалежних вузлів у складі розрахункової схеми. На перетині *f*-го рядку та *s*-го стовпчика матриці розміщують коефіцієнт  $\gamma_{f(s)}$ , який визначає частку сумарного

падіння напруги між опорним та *f*-м пунктами розрахункової схеми, обумовлену навантаженням *s*-го пункту розрахункової схеми. Діагональні елементи матриці називають власними опорами впливу. Такі елементи визначають вплив вузлових струмів навантаження вузлів розрахункової схеми на режим напруги в цих же вузлах. Недіагональні елементи матриці називають взаємними опорами впливу. Для електричних систем, які не містять трансформаторних зв'язків взаємні опори впливу задовольняють умовам взаємності

$$\underline{\gamma}_{f(s)} = \underline{\gamma}_{s(f)},$$

що визначає симетрію матриці опорів впливу відносно головної діагоналі. Ця обставина дозволяє суттєво скоротити необхідні обсяги пам'яті для зберігання матриці опорів впливу. Для електричних систем, які містять поєднані на паралельну роботу за допомогою трансформаторів мережі різних класів

номінальної напруги взаємні опори впливу не задовольняють умові взаємності, що визначає необхідність зберігання повної матриці.

Можна показати, що матриця опорів впливу, по суті, є оберненою неповною матрицею вузлових провідностей, зі складу якої виключено стовпчик зв'язків опорного пункту розрахункової схеми. Дійсно, рівняння вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи можна представити у вигляді

$$\begin{cases} \dot{U}_{0}\underline{y}_{10} + \dot{U}_{1}\underline{y}_{11} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{12} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{1n} = \dot{J}_{1}; \\ \dot{U}_{0}\underline{y}_{20} + \dot{U}_{1}\underline{y}_{21} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{22} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{2n} = \dot{J}_{2}; \\ \dots \\ \dot{U}_{0}\underline{y}_{n0} + \dot{U}_{1}\underline{y}_{n1} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{n2} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{nn} = \dot{J}_{n}, \end{cases}$$
(1.122)

або в матричній формі

$$\mathbf{Y}_{\Sigma}\mathbf{U}_{\Sigma}=\mathbf{J},$$

де  $\mathbf{Y}_{\Sigma}$  – повна матриця вузлових провідностей;  $\mathbf{U}_{\Sigma}$  – вектор-стовпець напруг всіх вузлів розрахункової схеми, включаючи опорний;  $\mathbf{J}$  – вектор-стовпець вузлових струмів незалежних вузлів розрахункової схеми.

Зазначимо, що повна матриця вузлових провідностей є прямокутною, кількість стовпчиків матриці дорівнює кількості всіх вузлів розрахункової схеми, а кількість рядків – кількості незалежних вузлів.

Систему рівнянь (1.122) можна переписати у вигляді

$$\begin{cases} \dot{U}_{1}\underline{y}_{11} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{12} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{1n} = \dot{J}_{1} - \dot{U}_{0}\underline{y}_{10}; \\ \dot{U}_{1}\underline{y}_{21} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{22} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{2n} = \dot{J}_{2} - \dot{U}_{0}\underline{y}_{20}; \\ \dots \\ \dot{U}_{1}\underline{y}_{n1} + \dot{U}_{2}\underline{y}_{n2} + \dots + \dot{U}_{n}\underline{y}_{nn} = \dot{J}_{n} - \dot{U}_{0}\underline{y}_{n0}, \end{cases}$$

або в матричній формі

$$\mathbf{YU} = \mathbf{J} - \mathbf{Y}_{\mathbf{0}} U_0, \qquad (1.123)$$

де  $\mathbf{Y}$  – квадратна неповна матриця вузлових провідностей, зі складу якої виключено стовпчик зв'язків опорного за напругою вузла;  $\mathbf{U}$  – вектор-стовпець напруг незалежних вузлів розрахункової схеми;  $\mathbf{Y}_0$  – вектор-стовпець провідностей ділянок, суміжних з опорним за напругою пунктом (відповідає стовпчику, виключеному зі складу повної матриці вузлових провідностей);  $U_0$  – напруга на шинах опорного вузла розрахункової схеми.

Слід зазначити, що властивість повної матриці вузлових провідностей полягає в тому, що сума елементів кожного рядка завжди дорівнює нулю. Це визначає можливість визначення елементів вектор-стовпця провідностей ділянок, суміжних з опорним за напругою пунктом за виразом

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{0}} = -\mathbf{Y}\mathbf{n}^{\mathrm{T}},\tag{1.124}$$

де  $\mathbf{n}^{\mathfrak{d}}$  – одиничний вектор-рядок, всі елементі якого дорівнюють одиниці.

3 урахуванням виразу (1.124) матричне рівняння (1.123) набуває вигляду

$$\mathbf{YU} = \mathbf{J} + \mathbf{YU}_{\mathbf{0}}. \tag{1.125}$$

Помножимо рівняння (1.125) зліва на обернену неповну матрицю вузлових провідностей

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_{\mathbf{0}} + \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{J}. \tag{1.126}$$

Зіставлення між собою матричних рівнянь (1.121) та (1.126) дозволяє зробити висновок про те, що матриця опорів впливу являє собою звернену неповну матрицю вузлових провідностей з протилежними знаками

$$\tilde{\mathbf{A}} = -\mathbf{Y}^{-1}$$

Зазначимо, що для розімкнених розрахункових схем електричних систем визначення опорів впливу є тривіальною задачею. Тут власні опори впливу дорівнюють сумарному опору шляху покриття навантаження поточного вузла схеми від опорного пункту. Своєю чергою взаємний опір впливу дорівнює сумарному опору частки шляхів, за якими покриваються навантаження двох поточних пунктів одночасно.

Математичний апарат опорів впливу дозволяє скорегувати алгоритм ітераційного розрахунку режимних характеристик електричних систем з використанням коефіцієнтів розподілу. Тут на етапі розрахунку режиму напруги (процедура 6 алгоритму за методом «у два етапи» та процедура 5 за методом лінеаризації навантажень) обчислення слід виконувати за виразами (1.120) на підставі попередньо визначених значень опорів впливу.

#### 1.13 Моделювання усталених режимів однорідних електричних мереж

Рівняння другого закону Кірхгофа для замкненого контуру розрахункової схеми електричної системи можна подати виразом

$$\sum_{i\in k} \dot{S}_i \underline{z}_i = \dot{e}_k , \qquad (1.127)$$

де  $\dot{S}_i$  – потік потужності на *i*-й ділянці розрахункової схеми;  $\underline{z}_i = r_i + jx_i$  – повний опір *i*-ї ділянки;  $r_i$ ,  $x_i$  – активний та індуктивний опори *i*-ї ділянки відповідно;  $\dot{e}_k$  – потокорушійна сила, яка діє у *k*-му контурі схеми; запис  $i \in k$  під знаком суми означає, що підсумовування слід виконувати по всіх ділянках розрахункової схеми, які входять до складу *k*-го контуру.

Якщо вираз (1.127) розділити за складовими комплексних величин, отримуємо
$$\begin{cases} \sum_{i \in k} \left( P_i r_i - Q_i x_i \right) = e'_k; \\ \sum_{i \in k} \left( P_i x_i + Q_i r_i \right) = e''_k, \end{cases}$$
(1.128)

де  $P_i$ ,  $Q_i$  – потоки активної та реактивної потужності на *i*-й ділянці розрахункової схеми відповідно;  $e'_k$ ,  $e''_k$  – поздовжня та поперечна складові потокорушійної сили відповідно.

Відомо, що електричні мережі в загальному випадку є неоднорідними. При чому ступінь неоднорідності є тим більшою, чим більше у складі електричної системи ліній електропередавання різного способу виконання (повітряних та кабельних), а також трансформаторних зв'язків між електричними мережами різної номінальної напруги. У разі моделювання усталених режимів електричних мереж одного класу номінальної напруги тільки повітряного або тільки кабельного виконання, ступінь неоднорідності таких мереж є незначною і такі електричні мережі умовно можна розглядати як однорідні.

В однорідних електричних мережах виконується умова сталості імпедансних кутів на всіх ділянках розрахункової схеми

$$\frac{x_i}{r_i} = \operatorname{tg} \phi_i = \operatorname{idem}.$$

У цьому разі систему рівнянь (1.128) можна подати у вигляді

$$\begin{cases} \frac{r_0}{x_0} \sum_{i \in k} P_i x_i + \frac{x_0}{r_0} \sum_{i \in k} Q_i r_i = e'_k; \\ \sum_{i \in k} P_i x_i + \sum_{i \in k} Q_i r_i = e''_k, \end{cases}$$
(1.129)

де  $r_0$ ,  $x_0$  – погонні активний та реактивний опори ділянок розрахункової схеми.

Розв'язками системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.129)  $\varepsilon$ 

$$\sum_{i \in k} P_i x_i = \frac{e'_k + e''_k \frac{x_0}{r_0}}{\frac{r_0}{x_0} + \frac{x_0}{r_0}}; \sum_{i \in k} Q_i r_i = \frac{-e'_k + e''_k \frac{r_0}{x_0}}{\frac{r_0}{x_0} + \frac{x_0}{r_0}}.$$

Відомо, що уявна складова потокорушійної сили визначається поперечним регулюванням напруги в електричній системі. Для однорідних електричних мереж, які не містять засобів поперечного регулювання напруги, така поперечна складова відсутня, тобто

$$e_k''=0$$

У цьому разі справедливо співвідношення

$$\sum_{i \in k} P_i x_i = -\sum_{i \in k} Q_i r_i = \frac{e'_k}{\frac{r_0}{x_0} + \frac{x_0}{r_0}}.$$

Для однорідних електричних мереж, які не містять трансформаторних зв'язків, потокорушійна сила дорівнює нулю, тобто

$$\sum_{i \in k} P_i x_i = -\sum_{i \in k} Q_i r_i = 0.$$
 (1.130)

З аналізу виразу (1.130) випливає, що розподіл по електричній мережі потоків активної потужності визначається індуктивними опорами ділянок, а розподіл потоків реактивної потужності – активними опорами. Наведені міркування визначають метод розщеплення схеми, який полягає у тому, що потокорозподіл потужностей по ділянкам розрахункової схеми розглядають як результат накладання двох незалежних режимів – активних та реактивних потужностей. При чому для визначення потокорозподілу активних потужностей складають фіктивну розрахункову схему, ділянки якої характеризуються суто опорами (Х-схема електричної мережі). Своєю індуктивними чергою, потужностей потокорозподіл реактивних визначають фіктивною за розрахунковою схемою, ділянки якої характеризуються суто активними опорами (*R*-схема електричної мережі). Таким чином, для визначення потокорозподілу потужностей здійснюють розщеплення розрахункової схеми на *R*-схему та *X*схему.

Зазначимо, що метод розщеплення схем заснований на припущенні про однорідність досліджуваної електричної мережі. В дійсності розрахункові схеми електричних систем не є однорідними, що обумовлює викривлення результатів моделювання за методом розщеплення схем. Проте, навіть для сильно неоднорідних електричних мереж зберігається загальна тенденція того, що режим активних потужностей визначається, в основному, індуктивними опорами ділянок розрахункової схеми, а режим реактивних потужностей – активними опорами. Це означає, що для електричних мереж, які характеризуються помірною неоднорідністю, метод розщеплення схем дозволяє визначити досить прийнятний результат потокорозподілу потужностей, близький до фактичного.

Допущення про однорідність електричних мереж дозволяє ще більш спростити розрахункові моделі визначення потокорозподілу потужностей по ділянках розрахункової схеми електричної системи. Так, за умови виконання однорідної електричної мережі лініями електропередавання з проводами одного перетину з однаковим розташуванням фазних проводів на опорах, погонні параметри ділянок відповідної розрахункової схеми характеризуються однаковими значеннями

$$\underline{z}_0 = r_0 + jx_0 = \text{const} .$$

За цих умов рівняння другого закону Кірхгофа (1.127) набуває вигляду

$$\underline{z}_0 \sum_{i \in k} \dot{S}_i l_i = \dot{e}_k , \qquad (1.131)$$

де *l<sub>i</sub>* – довжина *i*-ї ділянки розрахункової схеми.

Відомо, що для однорідних електричних мереж, які не містять трансформаторних ділянок, потокорушійні сили замкнених контурів дорівнюють нулю, що дозволяє спростити рівняння (1.131)

$$\sum_{i \in k} \dot{S}_i l_i = 0.$$
 (1.132)

З аналізу виразу (1.132) випливає висновок про те, що в однорідній електричній мережі, лінії електропередавання якої виконано проводами одного перетину з однаковим розташуванням проводів на опорах, потокорозподіл потужностей визначається довжинами ділянок розрахункової схеми. Тобто розрахунок потокорозподілу потужностей можна вести за розрахунковою схемою, ділянки якої характеризуються тільки своїми довжинами (*L*-схема електричної мережі).

Природно, що в реальних умовах прийняті допущення про однорідність розрахункових схем електричних мереж не виконуються. Тому визначення потокорозподілу потужностей за довжинами ділянок завжди пов'язане із викривленням результатів моделювання. Проте розглянутий метод дозволяє оцінити потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми під час оціночних розрахунків усталених режимів. Так, метод визначення потокорозподілу потужностей за довжинами ділянок часто використовують в проектній практиці для оціночного розрахунку потокорозподілу потужностей на проводів коли етапі вибору окремих ділянок, електричні параметри розрахункової схеми наразі невідомі.

# 1.14 Особливості моделювання усталених режимів місцевих електричних мереж

До електричних мереж, які експлуатують за розімкненою схемою, відносять, в основному, місцеві електричні мережі відносно невеликого радіусу дії (до 15-30 км) з номінальною напругою до 35 кВ включно. До місцевих електричних мереж відносять також лінії електропередавання з номінальною напругою 110 кВ, за допомогою яких виконують, наприклад, глибокі введення електропостачання на територію промислових підприємств. Такі лінії, зазвичай, є короткими, що дозволяє застосувати ті самі спрощення, що й для мереж з номінальною напругою 35 кВ та нижче.

Відносно невелика довжина та невисока номінальна напруга ліній електропередавання місцевих електричних мереж дозволяє застосувати певні спрощення розрахункових моделей усталених режимів електричних систем, які призводять до несуттєвого викривлення результатів моделювання в межах допустимої інженерної точності. Такі спрощення базуються на наступних міркуваннях. Відомо, що зарядна потужність ліній електропередавання пропорційна квадрату робочої лінійної напруги

$$Q_{_{\rm 3ap}}=U^2b_0l\,,$$

де *U* – робоча лінійна напруга лінії електропередавання; *b*<sub>0</sub> – погонна ємнісна провідність повітряної лінії; *l* – довжина лінії.

Порівняємо, наприклад, параметри розрахункової схеми повітряних ліній електропередавання з номінальною напругою 110 та 35 кВ.

Погонна ємнісна провідність повітряної лінії визначається конструктивним виконанням лінії, зокрема геометричним фактором  $\lg \frac{D_{cr}}{r_e}$ , де  $D_{cr}$  – середня геометрична відстань між фазними проводами повітряної лінії;  $r_e$  – радіус еквівалентного проводу. Як відомо, геометричний фактор є майже сталою величиною і незначно зменшується із збільшенням номінальної напруги повітряної лінії електропередавання до 110 кВ. Таким чином можна вважати, що погонні ємнісні провідності схем заміщення повітряних ліній з номінальною напругою 110 та 35 кВ мають близькі значення

$$b_{0\,110} \approx b_{0\,35}$$
.

Також відомо, що середня довжина повітряних ліній з номінальною напругою 110 кВ на порядок перевищує середню довжину повітряних ліній з номінальною напругою 35 кВ

$$\frac{l_{110}}{l_{35}} \approx 10$$
.

Таким чином, відношення зарядних потужностей повітряних ліній з номінальними напругами 110 та 35 кВ орієнтовно складає

$$\frac{Q_{_{\rm 3ap(110)}}}{Q_{_{\rm 3ap(35)}}} \approx \left(\frac{110}{35}\right)^2 \frac{10}{1} \approx 100 \,.$$

Отриманий результат свідчить про те, що зарядна потужність повітряних ліній з номінальною напругою 35 кВ приблизно в 100 разів менша, ніж повітряних ліній 110 кВ. Подальше зниження номінальної напруги повітряної лінії до 10 кВ та нижче суттєво збільшує таке відношення. Це свідчить про допустимість нехтування зарядною потужністю повітряних ліній з номінальною напругою до 35 кВ включно.

Таким чином схема заміщення повітряної лінії з номінальною напругою до 35 кВ складається тільки з поздовжніх елементів – активного та індуктивного опорів, як представлено на рис. 1.26 *а*.





а) схема заміщення повітряної лінії

б) схема заміщення кабельної лінії

# Рисунок 1.25 - Спрощення схем заміщення ліній електропередавання з номінальною напругою до 35 кВ

Погонний індуктивний опір повітряної лінії електропередавання пропорційний геометричному фактору  $\lg \frac{D_{cr}}{r_e}$ . Це означає, що зближення у

просторі проводів суміжних фаз лінії призводить до зменшення погонного індуктивного опору. Очевидно, що відстань між фазними жилами кабельних ліній електропередавання набагато менша за відстань між фазними проводами повітряних ліній. Це визначає малі значення магнітного потоку, зчепленого з жилою, тобто зневажливо малі індуктивні опори схеми заміщення кабельних ліній електропередавання. Таким чином, в розрахункових схемах кабельних ліній електропередавання можна знехтувати поздовжнім індуктивним опором. Одночасно слід зважати на те, що зближення фазних жил в кабельних лініях призводить до збільшення погонної ємнісної провідності та зарядної потужності лінії електропередавання, що не дає можливості нехтування поперечними провідностями розрахункових ємнісними В схемах кабельних ліній електропередавання на відміну від повітряних ліній. Таким чином, схема заміщення кабельної лінії електропередавання з номінальною напругою до 35 кВ складається з поздовжнього активного опору ділянки та поперечних ємнісних провідностей, як показано на рис. 1.26 б.

Втрати потужності в сталі, тобто втрати неробочого ходу силових трансформаторів визначають параметри контуру поперечних провідностей схеми заміщення трансформаторного зв'язку. Тут слід зважати на те, що такі втрати пропорційні квадрату робочої напруги, підведеної до затискачів первинної обмотки трансформаторів. Це означає, що міркування, наведені вище щодо зарядних потужностей повітряних ліній електропередавання місцевих електричних мереж дозволяють нехтувати також втратами неробочого ходу (втратами в сталі) силових трансформаторів, які експлуатуються в електричних мережах з номінальною напругою до 35 кВ. Таким чином, схема заміщення таких силових трансформаторів складається тільки з поздовжніх елементів та має вигляд, аналогічний представленій на рис. 1.26 *а* схемі заміщення повітряної лінії електропередавання.

Вимоги інженерної точності до розрахунків параметрів усталених режимів місцевих електричних мереж дозволяють знехтувати втратами потужності на ділянках розрахункової схеми. Дійсно, відносно малі робочі струми та малі опори ділянок розрахункової схеми визначають зневажливо малі втрати потужності на ділянках, що дозволяє умовно вважати однаковими потоки потужності на початку та наприкінці кожної ділянки розрахункової схеми

$$\dot{S}_{ij}^{\pi}=\dot{S}_{ij}^{\kappa},$$

а потужність балансуючого пункту дорівнює сумі розрахункових потужностей всіх пунктів схеми електричної мережі

$$\dot{S}_0 = \sum \dot{S}_k \, .$$

Такі спрощення дозволяють залучити лінійні розрахункові моделі усталених режимів електричних систем до розв'язання нелінійних режимних задач (під час проведення розрахунків у потужностях).

Як відомо, вектор падіння напруги на ділянці електричної мережі, наприклад, за умовами кінця електропередачі можна записати у вигляді

$$\Delta \dot{U} = \frac{Pr - Qx}{U} + j\frac{Px + Qr}{U} = \Delta U' + j\Delta U'',$$

де U, P, Q – напруга та потоки активної і реактивної потужності наприкінці ділянки відповідно;  $\Delta U', \Delta U''$  – поздовжня та поперечна складові вектора падіння напруги.

Вирази для поздовжньої та поперечної складових вектора падіння напруги можна переписати у вигляді

$$\Delta U' = \frac{Pr - Qx}{U} = \frac{Pr}{U} (1 + tg \,\varphi \,tg \,\delta);$$
  

$$\Delta U'' = \frac{Px + Qr}{U} = \frac{Pr}{U} (tg \,\delta - tg \,\varphi),$$
(1.133)

де tg  $\delta = \frac{x}{r}$  – тангенс імпедансного кута електропередачі; tg  $\varphi = \frac{Q}{P}$  – тангенс кута коефіцієнта потужності електропередачі.

Оцінимо поздовжню та поперечну складові вектора падіння напруги типової електропередачі. Для схем зміщення повітряних ліній електропередавання з номінальною напругою до 110 кВ включно поздовжні активні та індуктивні опори мають приблизно однакові значення, що визначає близьке до одиниці значення тангенса імпедансного кута

Водночас в місцевих електричних мережах коефіцієнт потужності близький до 0,8, тобто

113

tg  $\phi \approx 0,75$ .

Таким чином, вирази (1.133) набувають вигляду

$$\Delta U' \approx 1,75 \, \frac{Pr}{U};$$
$$\Delta U'' \approx 0,25 \, \frac{Pr}{U}.$$

Аналіз отриманого результату свідчить про те, що в місцевих електричних мережах повітряного виконання поперечна складова вектора падіння напруги приблизно в сім разів менша за поздовжню складову. До того ж відносно малі потоки активної потужності та малі активні опори ділянок електричних мереж з номінальною напругою до 35 кВ дозволяють взагалі знехтувати поперечною складовою вектора падіння напруги та вести розрахунок лише за поздовжньою складовою.

У цьому разі фазові кути векторів напруги залишаються незмінними, а падіння напруги на ділянках схеми співпадають з втратами напруги. Таким чином, під час моделювання усталених режимів місцевих електричних мереж режим напруги визначають за втратами напруги, порівнюючи їх з допустимими значеннями.

Вимоги інженерної точності до моделювання усталених режимів місцевих електричних мереж дозволяють проводити розрахунки падінь (втрат) напруги та втрат потужності на ділянках розрахункової схеми за номінальною напругою електричної мережі

$$\Delta U \approx \frac{Pr - Qx}{U_{\rm H}};$$
$$\Delta \dot{S} \approx \frac{P^2 + Q^2}{U_{\rm H}^2} (r - jx)$$

Дійсно, незначне відхилення режиму наруги від свого номінального значення (в межах  $\pm 10\%$ ), а також відносно малі потоки активної та реактивної потужності в електричних мережах місцевого значення визначають допустиме викривлення результатів моделювання усталених режимів за номінальною напругою електричної системи.

### Розрахунок розподільних електричних мереж за допустимими втратами напруги

Наведені міркування щодо особливостей розрахункових схем місцевих електричних мереж з номінальною напругою до 35 кВ дозволяють суттєво спростити розрахункові моделі усталених режимів таких електричних систем. Розглянемо, наприклад, розрахунок розподільних електричних мереж за допустимими втратами напруги.

Через стохастичний характер споживання електричної енергії потужності навантажень споживачів електроенергетичних систем не є сталими у часі. Це визначає зміну навантажувальних струмів, а, отже, падінь напруги на ділянках робочої схеми електричної мережі і, як наслідок, зміну режиму напруги на затискачах електроприймачів. Різницю між поточним значенням напруги в даній точці електричній мережі і її номінальним значенням називають відхиленням напруги. Зазвичай, відхилення напруги визначають у відсотках по відношенню до номінальної напруги відповідного устаткування

$$\delta U = \frac{U - U_{\text{H}}}{U_{\text{H}}} 100\%,$$

де *U*, *U*<sub>н</sub> – фактична робоча та номінальна напруга в даній точці електричної мережі.

Чинні нормативні документи щодо якості електричної енергії, зокрема ГОСТ 13109-97 «Нормы качества электроснабжения общего назначения» визначають нормально та гранично допустимі відхилення напруги в межах  $\pm 5\%$  та  $\pm 10\%$  відповідно.

З відхиленням напруги тісно пов'язано поняття втрати напруги. Очевидно, що втрата напруги на ділянці електричної мережі, виражена у відсотках до номінальної напруги, дорівнює різниці відхилень напруги на початку та наприкінці ділянки

$$\Delta U_{ii} = \delta U_i - \delta U_i,$$

де індексами *i*, *j* позначено пункти на початку та наприкінці ділянки електричної мережі.

Таким чином, відповідно до чинних нормативів, гранично допустиме значення втрат напруги в нормальних режимах розподільних електричних мереж складає

$$\Delta U_{\text{non}} = +5\% - (-5\%) = 10\%$$

за умови забезпечення відхилення напруги на початку розподільної електричної мережі +5% від свого номінального значення.

Очевидно, що найбільші втрати напруги мають місце між шинами джерела живлення та затискачами найбільш віддалених споживачів розподільної електричної мережі. Такі втрати дорівнюють сумі втрат напруги на всіх ділянках робочої схеми розподільної електричної мережі відповідно до виразу

$$\Delta U_{\Sigma} = \sum \Delta U_{ij} ,$$

або, відповідно до міркувань, наведених вище

$$\Delta U_{\Sigma} = \sum \frac{P_{ij}r_{ij} - Q_{ij}x_{ij}}{U_{_{\rm H}}},$$
(1.134)

де  $P_{ij}$ ,  $Q_{ij}$  – потоки активної та реактивної потужності на ділянці *i*–*j* розподільної електричної мережі відповідно;  $r_{ij}$ ,  $x_{ij}$  – активний та реактивний опори ділянки *i*–*j* відповідно;  $\Delta U_{ij}$  – втрата напруги на ділянці *i*–*j*;  $U_{\rm H}$  – номінальна напруга електричної системи.

Очевидно, що наведений вираз (1.134) є наближеним, але відповідним до вимог інженерної точності до моделювання усталених режимів розподільних електричних систем.

Вираз (1.134) можна переписати у вигляді

$$\Delta U_{\Sigma} = \sum \frac{P_i r_{0-i} - Q_i x_{0-i}}{U_{\mathrm{H}}},$$

де  $P_i$ ,  $Q_i$  – розрахункові активна та реактивна потужності навантаження *i*-го пункту розрахункової схеми відповідно;  $r_{0-i}$ ,  $x_{0-i}$  – сумарні активний та індуктивний опори ділянок розрахункової схеми між джерелом живлення та *i*-м пунктом розрахункової схеми відповідно.

Таким чином, розрахунок усталеного режиму розподільної електричної мережі можна звести до визначення найбільшої втрати напруги та порівняння її з гранично допустимим значенням.

# 1.15 Застосування методів діакоптики до моделювання усталених режимів великих електричних систем

В практиці розв'язання задач аналізу усталених режимів великих електричних систем іноді використовують підхід, заснований на розділенні розрахункової схеми електричної системи на підсистеми. Такий підхід в електротехніці називають діакоптикою. У загальному випадку діакоптика полягає в розділенні великої електричної системи на підсистеми, незалежний розрахунок характеристик кожної з підсистем з подальшим корегуванням режимів по граничних умовах в точках поділу системи. Застосування методів діакоптики дозволяє істотно скоротити розмірність режимної задачі за збереження точності одержуваного результату. Такий підхід зазвичай застосовують для аналізу характеристик режиму паралельної роботи великих енергосистем та енергооб'єднань. Особливо ефективно застосування методів діакоптики у разі реалізації розрахунків на розподілених багатомашинних обчислювальних системах.

Принципи реалізації методів діакоптики де в чому схожі з принципами формування розрахункової моделі методу розрізання контурів. Тут у складі розрахункової схеми електричної системи намічають вузли або ділянки, «розрізання» яких призводить до поділу вихідної розрахункової схеми на підсистеми. Далі, після реалізації незалежного розрахунку режимних характеристик кожної з підсистем, уточнюють струми перемичок або

116

перерозподіл навантажень між розрізаними вузлами еквівалентної схеми і повторюють розрахунок режимів підсхем.

Під час вибору способу розділення розрахункової схеми на підсистеми варто керуватися такими міркуваннями.

- 1. Розмірність найбільшої підсистеми слід обирати виходячи з наявних обчислювальних ресурсів.
- 2. Поділ слід виконувати за найменш зв'язним частинам розрахункової схеми з метою мінімізації кількості граничних рівнянь, які характеризують зв'язки між підсхемами.

В загальному випадку можна виділити три найбільш поширені підходи до поділу розрахункової схеми електричної системи на підсистеми, які базуються на виділенні ділянок, розрізанні ділянок та розрізанні вузлів.

Підхід, який базується на виділенні ділянок полягає в еквівалентному заміщенні намічених перемичок парами фіктивних навантажень, прикладених до вузлів, які обмежують перемички, струми яких дорівнюють струми видаленої ділянки, але протилежні за знаками. В результаті розрахункова схема, представлена на рис. 1.27 *а* шляхом видалення ділянок 2-4 та 3-5 стає поділеною на дві незалежні підсистеми, подані на рис. 1.27 *б*.



б) видалення ділянок 2-4 та 3-5



г) розрізання вузлів 3 та 4



Основною перевагою даного підходу є простота реалізації за мінімізації розмірностей схем одержуваних підсистем. Разом з тим, основний недолік полягає в тому, що в результаті поділу розрахункової схеми електричної системи на підсистеми шляхом видалення ділянок, матриці параметрів розрахункових схем підсистем, які не містять опорний вузол вихідної системи можуть виявитися особливими, що ускладнює розв'язання режимної задачі для таких підсистем. Такого недоліку, зазвичай, позбавлені підходи, засновані на розрізанні ділянок та вузлів розрахункової схеми.

Підхід, який базується на розрізанні гілок полягає в тому, що намічені заздалегідь ділянки вихідної розрахункової схеми електричної системи розрізають в довільній пропорції таким чином, щоб отримати незв'язані між собою підсистеми. При цьому до складу розрахункових схем підсистем вносять додаткові фіктивні вузли, навантаження яких характеризуються струмами які дорівнюють струмам розрізаних гілок, але протилежні за знаком, як показано на рис. 1.27 *в*. Очевидно, що даний підхід характеризується більшими розмірностями математичних моделей усталених режимів підсистем, ніж у методі видалення ділянок. Разом з тим, в більшості практичних випадків метод дозволяє уникнути появи в складі розрахункових моделей підсистем особливих матриць, що сприятливо позначається на обчислювальній стійкості таких моделей.

Підхід, заснований на розрізанні вузлів розрахункової схеми, полягає в перерозподілі навантажень заздалегідь намічених вузлів схеми між парами формальних вузлів, які належать різним підсистемам. Формально розрізання розрахункової схеми електричної системи по вузлах можна представити таким чином. Намічені заздалегідь вузли представляють у вигляді пари фіктивних вузлів, пов'язаних ділянками з нульовим опором. При цьому сумарне навантаження кожної пари фіктивних вузлів чисельно дорівнює навантаженню вихідного вузла розрахункової схеми призводить до поділу вихідної схеми на незалежні підсистеми, як показано, наприклад, на рис. 1.27 *г.* Очевидно, що підхід, заснований на розрізанні вузлів, є окремим випадком розрізання гілок, коли довжини (опори) однієї з частин розрізаних ділянок дорівнюють нулю.

Зазначимо, що метод розрізання по вузлах є розумною альтернативою підходу, заснованого на розрізанні по гілках, оскільки вдалий вибір вузлів, за якими здійснюють розрізання розрахункової схеми, дозволяє уникнути появи особливих матриць параметрів розрахункової схеми за відносно невеликого збільшення розмірності розрахункових схем підсистем.

Таким чином, застосування розглянутих підходів дозволяє замінити вихідну схему великої електричної системи еквівалентною сукупністю незалежних схем меншої розмірності. Це дозволяє замінити розв'язання великої системи алгебраїчних рівнянь для розрахункової схеми вихідної електричний системи розв'язанням групи рівнянь меншої розмірності для кожної з отриманих підсистем.

Зазначимо, що однозначне розв'язання систем алгебраїчних рівнянь для кожної з підсистем можливо тільки в тому разі, коли відомі струми видалених або розрізаних ділянок. Тому методи діакоптики передбачають формування додаткової схеми – кола перетинів, яке містить видалені або розрізані ділянки, а також спрощену схему вихідної електричної системи. Очевидно, що коло перетинів має відображати фізичну сутність всіх процесів у вихідній електричній системі і, разом з тим, має характеризуватися мінімально можливою розмірністю. Формально коло перетинів можна сформувати шляхом еквівалентного спрощення розрахункової схеми вихідної електричної системи щодо незмінної частини схеми, яка містить видалені або розрізані ділянки. Вимога забезпечення необхідної точності одержуваного результату передбачає також включення до складу незмінної частини схеми найбільш важливих і суттєвих зв'язків, які утворюють «скелет» електричної системи. Всі інші ділянки розрахункової схеми еквівалентно спрощують.

Таким чином, в результаті поділу розрахункової схеми вихідної електричної системи на n підсистем з використанням методів діакоптики необхідно сформувати і розв'язати n систем алгебраїчних рівнянь для кожної з підсистем та n+1-шу систему рівнянь для кола перетинів. При цьому в першу чергу розв'язують задачу визначення характеристик кола перетинів та визначають граничні умови для всіх підсистем, а потім реалізують розв'язання режимної задачі для кожної незалежної підсистеми.

Загальний алгоритм розв'язання задачі моделювання усталеного режиму великої електричної системи методами діакоптики складається з послідовного виконання таких основних процедур.

1. У складі розрахункової схеми намічають ділянки або вузли, за якими буде здійснюватися розчленування схеми електричної системи.

2. У складі розрахункової схеми електричної системи виділяють найбільш відповідальні зв'язки, які утворюють «скелет» розрахункової схеми.

3. Формують коло перетинів, яке містить «скелет» розрахункової схеми, видалені або розрізані перемички, а також результат еквівалентного перетворення решти частини розрахункової схеми.

4. Формують та реалізують розрахункову модель усталеного режиму кола перетинів. Мета такого розрахунку полягає у визначенні струмів перемичок.

5. Струми перемичок формують додаткові фіктивні навантаження граничних вузлів підсистем розрахункової схеми.

6. Формують та реалізують розрахункові моделі усталених режимів підсистем, отриманих в результаті видалення або розрізання ділянок або вузлів схеми. В результаті визначають режимні параметри еквівалентної сукупності підсистем.

Очевидно, що коректне застосування методів діакоптики можливе тільки для лінійних розрахункових схем електричних систем. Аналіз нелінійних електричних систем завжди пов'язано із загубленням результатів моделювання, неминучим на етапі формування кола перетинів. Тут можливе використання ітераційних методів уточнення втрат потужності та представлення їх у вигляді додаткових фіктивних навантажень. Таким чином, моделювання нелінійних електричних систем методами діакоптики складається із послідовного циклічного виконання наступних обчислювальних процедур.

1. Формування розрахункової схеми кола перетинів, розрахунок характеристик кола перетинів, визначення та корекція граничних умов в місцях поділу розрахункової схеми на підсистеми.

2. Розрахунок режимних характеристик всіх підсистем за поточних граничних умов в місцях поділу розрахункової схеми на підсистеми та визначення втрат потужності у елементах розрахункових схем підсистем. Визначені втрати потужності еквівалентно заміщують додатковими фіктивними навантаженнями вузлів вихідної розрахункової схеми.

Наведені процедури повторюють циклічно аж до досягнення необхідної інженерної точності. Критерієм збіжності такого ітераційного процесу є збіг з допустимою точністю режимних характеристик підсистем на границях їх поділу.

### 1.16 Основні положення методу дуальних схем

Розглянемо лінійну електричну систему, навантаження якої подано фіксованими вузловими струмами. Усталений режим такої системи можна змоделювати системами контурних або вузлових рівнянь. При чому системи лінійних алгебраїчних рівнянь абсолютно ідентичні. Це означає, що для довільної електричної системи, для якої відомі числові характеристики, наприклад, контурної моделі – матриця контурних опорів і вектор-стовпець контурних ЕРС – можна побудувати деяку фіктивну систему, числові характеристики вузлової розрахункової моделі якої повністю збігаються з параметрами вихідної системи. Можлива також і зворотна операція – формування розрахункової схеми фіктивної електричної системи, числові параметри контурної моделі якої збігається з характеристиками вузлової моделі вихідної системи. Така властивість математичних моделей електричних систем називають принципом дуалізму. Відповідні електричні системи називають дуальними.

Між розрахунковими моделями дуальних електричних систем можна встановити наступні формальні зв'язки. Незалежним контурам однієї схеми відповідають незалежні вузли інший; контурним опорам – вузлові провідності; контурним ЕРС – вузлові струми; зрівняльним контурним струмам – напруги незалежних вузлів розрахункової схеми (див. табл. 2.1).

Контурна модель		Вузлова модель		
	$\leftrightarrow$			
$\mathbf{Z}_{\kappa}$	$\leftrightarrow$	Y		
$\Delta E_{\kappa}$	$\leftrightarrow$	J'		
$\mathbf{I}_{\mathbf{K}}$	$\leftrightarrow$	U		

	• •	•			
аблина 7-1 <u>-</u> (1	$) \cap M \cap $	азии мі <u>ж</u> пя	апаметпами и		CYEM
аолици 2.1 - ч	opmandin ob	<b>NORH MIN IIC</b>		g y ali biirin	UNUM

Розглянемо основні етапи формування розрахункової схеми дуальної електричної системи. Припустимо, що для деякої електричної системи побудована контурна розрахункова модель усталеного режиму, тобто, сформовані матриця контурних опорів і вектор-стовпець нев'язок контурних ЕРС.

Кількість вузлів у схемі дуальної електричної системи на одиницю більше кількості незалежних контурів розрахункової схеми вихідної системи. Кожний незалежний вузол дуальної схеми відповідає незалежному контуру вихідної схеми.

Числові значення вузлових струмів дуальної схеми електричної системи дорівнюють нев'язкам контурних ЕРС вихідної схеми

$$\dot{J}_i = \Delta \dot{E}_{\kappa i}. \tag{1.135}$$

Недіагональним елементам матриці контурних опорів відповідають ділянки дуальної схеми, провідності яких чисельно дорівнюють відповідним взаємним контурним опорам

$$y_{ij} = \underline{Z}_{\kappa ij} \,. \tag{1.136}$$

Аналогічно, власні контурні опори, розташовані на головній діагоналі матриці контурних опорів, визначають власні провідності вузлів дуальної схеми

$$\underline{y}_{ii} = \underline{Z}_{\kappa ii}. \tag{1.137}$$

Далі визначають числові значення провідностей ділянок, суміжних з опорним вузлом розрахункової схеми за виразом

$$\underline{y}_{0i} = -\underline{y}_{ii} - \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij},$$

де запис  $j \in i$  означає, що підсумовування варто здійснювати за всіма ділянками, суміжними з поточним *i*-м вузлом схеми, провідність ділянки між яким та опорним вузлом розраховують.

Напругу опорного вузла дуальної схеми приймають нульовою.

Нагадаємо, що під час визначення параметрів дуальної схеми за виразами (1.135–1.137) здійснюють тільки формальне прирівнювання відповідних числових значень величин без урахування їх фізичного змісту. Дуальна електрична система є фіктивною і може містити елементи, позбавлені фізичного змісту, наприклад, від'ємні активні опори ділянок, від'ємні напруги вузлів схеми і так далі.

Таким чином, буде сформована дуальна схема, вузлова розрахункова модель якої повністю збігається з контурною моделлю вихідної електричної системи. Характеристики усталеного режиму такої системи, зокрема, режим напруги незалежних вузлів визначають числові значення зрівнювальних контурних струмів розрахункової схеми вихідної електричної системи.

Схожі дії слід зробити і для протилежної перетворення – формування дуальної схеми, контурна розрахункова модель якої збігається з вузловою моделлю вихідної системи. Зазначимо, що практичний сенс має розглянутий вище перший підхід. Дійсно, кількість незалежних контурів розрахункової схеми електричних систем, зазвичай, менша кількості незалежних вузлів. Тобто, контурна модель усталеного режиму електричної системи практично завжди має меншу розмірність вузловий моделі. Ця обставина дозволяє сформувати дуальну електричну систему меншої розмірності за вихідної системи. Природно, вузлова розрахункова модель такої дуальної електричної системи має ту саму розмірність, що й контурна модель вихідної електричної системи, однак контурна модель такої системи завжди містить меншу кількість рівнянь, ніж вихідна. Таким чином, метод дуальних схем дозволяє скоротити розмірність розрахункової моделі електричної системи без проведення спрощувальних перетворень, неминучих під час використання методів еквівалентування.

### Контрольні запитання до 1 розділу:

1. Перелічіть та охарактеризуйте складові потоку потужності на ділянках розімкненої схеми електричної системи

2. Поясніть принципову неможливість застосування прямих методів розв'язання рівнянь усталених режимів нелінійних електричних систем.

3. Наведіть та охарактеризуйте основні етапи моделювання усталених режимів електричних систем, які експлуатують за розімкненою схемою.

4. Наведіть загальний алгоритм моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі.

5. Наведіть критерії збіжності ітераційного процесу розрахунку параметрів усталеного режиму розімкненої електричної системи. Поясніть еквівалентність цих критеріїв.

6. У чому полягає основна ідея методу лінеаризації навантажень?

7. Поясніть необхідність циклічного ітераційного повторення обчислень за методом лінеаризації навантажень.

8. Наведіть загальний алгоритм моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі за методом лінеаризації навантажень.

9. Наведіть критерії збіжності ітераційного процесу розрахунку параметрів усталеного режиму розімкненої електричної системи за методом лінеаризації навантажень. Поясніть еквівалентність цих критеріїв.

10. Поясніть суть терміна «метод неявного уточнення втрат потужності».

11. У чому полягає основна ідея методу «у два етапи»?

12. Поясніть причину та допустимість похибки моделювання усталеного режиму електричної системи за методом «у два етапи».

13. Наведіть загальний алгоритм моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі за методом «у два етапи».

14. Наведіть умови застосування безітераційного алгоритму методу «у два етапи».

15. Дайте визначення середніх лінійних потужностей ділянок розрахункової схеми електричної мережі.

16. Наведіть вирази для визначення режиму напруги та фазових кутів векторів напруги за середніми лінійними потужностями ділянок схеми.

17. Дайте визначення середньої квадратичної напруги ділянки розрахункової схеми.

18. Наведіть вирази для визначення середньої квадратичної напруги за середніми лінійними потужностями ділянок схеми.

19. Наведіть вираз для визначення навантажувальних втрат потужності на ділянках розрахункової схеми за середніми лінійними потужностями.

20. Поясніть природу похибки та доведіть допустимість моделювання режиму електричної системи за середніми лінійними потужностями ділянок розрахункової схеми.

21. Поясніть принципи поділення розрахункової схеми електричної мережі на дерево та хорди. Дайте визначення дерева та хорд (перемичок) розрахункової схеми.

22. Дайте визначення незалежних контурів розрахункової схеми електричної мережі. Поясніть зв'язок між перемичками та незалежними контурами схеми.

23. Поясніть висновок про те, що струморозподіл в замкненій схемі є результат накладання двох режимів – навантажувальних струмів в розімкненій схемі дерева та зрівнювальних контурних струмів.

24. Поясніть формування контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

25. Поясніть складові виразу (1.21) загального рівняння контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи. Наведіть правила знаків для визначення параметрів контурної розрахункової моделі.

26. Доведіть, що розрахункова модель усталеного режиму лінії з двостороннім живленням, по суті є контурною розрахунковою моделлю.

27. Поясніть допущення, які використовують для отримання контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи у формі потужностей. Які наслідки для точності моделювання мають такі допущення?

28. Поясніть складові виразу (1.23) загального рівняння контурної розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи у формі потужностей. Дайте визначення потокорушівній силі незалежного контуру.

29. Наведіть послідовність операцій з моделювання усталеного режиму електричної системи за контурною розрахунковою моделлю та методом лінеаризації навантажень.

30. Наведіть послідовність операцій з моделювання усталеного режиму електричної системи за контурною розрахунковою моделлю та методом «у два етапи».

31. Наведіть узагальнений алгоритм безітераційного оціночного моделювання усталеного режиму електричної системи за методом «у два етапи».

32. Поясніть природу похибки моделювання усталеного режиму електричної системи за безітераційним алгоритмом методу «у два етапи».

33. Сформулюйте та поясніть загальну ідею методу розрізання контурів.

34. Охарактеризуйте можливі підходи до «розрізання» контурів розрахункової схеми електричної системи.

35. Поясніть зв'язок методу розрізання контурів з контурними розрахунковими моделями усталених режимів електричних систем.

36. Поясніть більше поширення модифікації методу розрізання контурів «по гілках» розрахункової схеми електричної системи.

37. Дайте визначення та поясність особливості застосування демпферного коефіцієнту у виразі (1.27) для визначення поправок до струмів перемичок.

38. Наведіть загальний алгоритм методу розрізання контурів.

39. Поясніть та охарактеризуйте поділ алгоритму методу розрізання контурів на зовнішній та внутрішній ітераційний цикли.

40. Поясніть необов'язковість змісту внутрішнього ітераційного циклу методу розрізання контурів у викладеній в підрозділі редакції.

41. Поясніть загальні принципи формування вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

42. Наведіть основні рівняння вузлової розрахункової моделі в лінійній та нелінійній формах балансу струмі та у формі балансу потужностей.

43. Поясніть фізичну природу нелінійності рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи.

44. Дайте визначення власної та взаємної провідностей вузлів розрахункової схеми електричної системи.

45. Наведіть базовий алгоритм реалізації вузлової розрахункової моделі. Поясніть, чому такий алгоритм називають шаблоном для математичних методів розв'язання систем вузлових рівнянь усталеного режиму електричної системи.

46. Сформулюйте основну ідею методу лінеаризації навантажень.

47. Наведіть алгоритм реалізації вузлової розрахункової моделі за методом лінеаризації навантажень.

48. Наведіть рекурентні вирази для уточнення режиму напруги за методом простої ітерації та за методом Зейделя.

49. Дайте коротку характеристику використання методу Зейделя для розв'язання вузлових рівнянь розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

50. Наведіть критерій збіжності ітераційного процесу за методом Зейделя.

51. У чому полягає основна ідея розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь методом Ньютона?

52. Поясніть клітинну структуру матриці Якобі.

53. Наведіть загальний алгоритм розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової розрахункової моделі методом Ньютона.

54. Наведіть класифікацію розрахункових моделей методу Ньютона за способами запису нелінійних алгебраїчних рівнянь та за поданням векторів невідомих напруг.

55. Наведіть вирази для визначення нев'язок потужностей за подання векторів напруги в декартовій та полярній системах координат.

56. Наведіть вирази для визначення нев'язок струмів за подання векторів напруги в декартовій та полярній системах координат.

57. Наведіть вирази для визначення елементів матриці Якобі для розрахункової моделі в формі балансу потужностей за подання векторів напруги в декартовій системі координат.

58. Наведіть вирази для визначення елементів матриці Якобі для розрахункової моделі в формі балансу потужностей за подання векторів напруги в полярній системі координат.

59. Наведіть вирази для визначення елементів матриці Якобі для розрахункової моделі в формі балансу струмів за подання векторів напруги в декартовій системі координат.

60. Наведіть вирази для визначення елементів матриці Якобі для розрахункової моделі в формі балансу струмів за подання векторів напруги в полярній системі координат.

61. У чому полягає основна ідея модифікованого методу Ньютона?

62. Сформулюйте основні положення методу Стотта.

63. Поясніть можливості застосування оптимізаційних методів для розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи.

64. Чому градієнтні методи розв'язання систем вузлових рівнянь відносять до модифікації методу Ньютона.

65. Сформулюйте основні положення методу Ньютона другого порядку.

66. Дайте визначення матриці Гессе.

67. Охарактеризуйте можливі схеми ітераційного уточнення поправок в методі Ньютона другого порядку.

68. Охарактеризуйте параметричні методи розв'язання задач моделювання усталених режимів електричних систем.

69. Охарактеризуйте аналітичний метод визначення кроку уточнення невідомих параметрів.

70. Наведіть основні положення методу ділення навпіл

71. Наведіть алгоритм визначення довжини оптимального кроку.

72. Наведіть основні положення методу послідовних інтервалів.

73. Наведіть основні положення математичного апарату методу перерізів.

74. Наведіть загальний вигляд алгебраїчних рівнянь усталеного режиму електричної системи за методом перерізів для лінійної та нелінійної розрахункових схем.

75. Доведіть, що метод перерізів по суті є модифікацією вузлової розрахункової моделі усталеного режиму електричної системи.

76. Наведіть загальний алгоритм розв'язання режимної задачі за методом перерізів.

77. Наведіть загальний алгоритм розв'язання режимної задачі за методом перерізів на базі лінеаризації вузлових навантажень.

78. Поясніть необхідність урахування статичних характеристик навантаження за напругою під час моделювання усталених режимів електричних систем.

79. Поясніть природу різкої нелінійності задач моделювання усталених режимів електричних систем з урахуванням статичних характеристик навантаження за напругою.

80. Поясніть наявність вкладених ітераційних циклів в алгоритмах розв'язання режимних задач з урахуванням статичних характеристик навантаження за напругою.

81. Наведіть загальний алгоритм розв'язання задачі моделювання усталеного режиму електричної системи з урахуванням статичних характеристик навантаження за напругою.

82. За яких умов урахування статичних характеристик навантаження за напругою під час моделювання усталених режимів електричних систем не є обов'язковим?

83. Перелічіть основні особливості моделювання трансформаторних зв'язків в задачах аналізу усталених режимів електричних систем.

84. Перелічіть найбільш поширені підходи до моделювання усталених режимів електричних систем декількох класів номінальної напруги.

85. Дайте визначення коефіцієнту трансформації ідеального трансформатора.

86. Дайте характеристику та наведіть послідовність моделювання усталених режимів розімкнених електричних мереж декількох класів номінальної напруги із використанням запису закону Ома для трансформаторних ділянок.

87. Наведіть розрахункові схеми понижуючого та підвищувального трансформатора.

88. Наведіть вирази закону Ома для понижуючих та підвищувальних трансформаторів.

89. Наведіть вирази для визначення струмів трансформаторних ділянок понижуючих та підвищувальних трансформаторів.

90. Поясніть можливість застосування принципів моделювання усталених режимів розімкнених електричних мереж з трансформаторними зв'язками до моделювання замкнених мереж з використанням контурних розрахункових моделей.

91. Сформулюйте загальний принцип, покладений у визначення власних та взаємних контурних опорів розрахункових схем складнозамкнених електричних мереж, які містять трансформаторні зв'язки.

92. Наведіть вирази для розрахунку власних та взаємних контурних опорів розрахункових схем електричних систем з трансформаторними зв'язками.

93. Поясніть несиметрію матриці власних та взаємних контурних опорів розрахункових схем електричних систем з трансформаторними зв'язками.

94. Охарактеризуйте загальний підхід до формування вузлової розрахункової моделі електричної системи, яка містить трансформаторні ділянки.

95. Наведіть загальний вираз рівнянь вузлової розрахункової моделі електричної системи з трансформаторними зв'язками.

96. Охарактеризуйте еквівалентне заміщення мультиплікативного трансформаторного елемента адитивними фіктивними джерелами напруги та струму.

97. Наведіть узагальнені вирази для визначення параметрів фіктивних джерел напруги та струму, призначених для еквівалентного заміщення трансформаторних ділянок.

98. Дайте характеристику та наведіть послідовність моделювання усталених режимів електричних систем з трансформаторними зв'язками на базі зведення розрахункових параметрів розрахункової схеми до базисної напруги.

99. Сформулюйте принцип та наведіть вирази для зведення параметрів розрахункової схеми до базисної напруги.

100. Поясніть причину виникнення похибки моделювання усталеного режиму складнозамкненої мережі з трансформаторними зв'язками шляхом зведення її параметрів до базисної напруги.

101. Охарактеризуйте підхід, який дозволяє точно урахувати регулювальні можливості силових трансформаторів у разі зведення параметрів розрахункової схеми до базисної напруги.

102. Сформулюйте основну ідею моделювання усталених режимів розімкнених електричних мереж, які містять балансуючі за реактивною потужністю пункти.

103. Наведіть вирази для уточнення реактивної потужності пунктів з фіксацією модуля напруги.

104. Поясніть необхідність організації циклічного ітераційного процесу уточнення реактивної потужності пунктів з фіксацією модуля напруги.

105. Наведіть загальний алгоритм моделювання усталеного режиму розімкненої електричної мережі, яка містить балансуючі за реактивною потужністю пункти.

106. Поясніть положення про те, що розрахункові методи моделювання усталених режимів розімкнених електричних мереж можна успішно розповсюдити на контурні моделі замкнених мереж.

107. Охарактеризуйте підходи, які використовують для урахування вузлів з фіксацією модуля напруги під час застосування вузлових розрахункових моделей усталених режимів електричних систем.

108. Поясніть фізичний зміст обмежень, які накладають на розрахункові значення реактивної потужності пунктів з фіксацією модуля напруги.

109. Поясніть дії, які необхідно виконати у разі, коли під час моделювання усталеного режиму електричної системи порушуються обмеження щодо режиму реактивної потужності.

110. Поясніть основні положення методу накладання.

111. Поясніть причину похибки моделювання усталеного режиму нелінійної електричної системи методом накладання.

112. Проілюструйте застосування методу накладання до моделювання післяаварійного режиму, обумовленого вимкненням генераторів електричної станції.

113. Проілюструйте застосування методу накладання до моделювання післяаварійного режиму, обумовленого вимкненням лінії енлектропередавання.

114. Охарактеризуйте основні положення математичного апарату коефіцієнтів розподілу.

115. Охарактеризуйте структуру матриці коефіцієнтів розподілу.

116. Поясніть причину виникнення похибки моделювання усталеного режиму нелінійної електричної системи методом коефіцієнтів розподілу.

117. Яким чином визначають коефіцієнти розподілу розімкнених схем електричних систем?

118. Наведіть розрахункові вирази та поясніть визначення коефіцієнтів розподілу для простої замкненої схеми електричної системи.

119. Перелічіть можливі способи визначення коефіцієнтів розподілу складнозамкнених схем електричних систем.

120. Поясніть особливості та наведіть послідовність визначення коефіцієнтів розподілу складно замкнених електричних систем з використанням контурної моделі усталеного режиму.

121. Наведіть послідовність процедур ітераційного розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом «у два етапи» з використанням апарату коефіцієнтів розподілу.

122. Наведіть послідовність процедур ітераційного розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом лінеаризації навантажень з використанням апарату коефіцієнтів розподілу.

123. Перелічіть та охарактеризуйте основні переваги та недоліки апарату коефіцієнтів розподілу.

124. Дайте визначення поняттю опір впливу.

125. Наведіть структуру та охарактеризуйте матрицю опорів впливу.

126. Доведіть, що матриця опорів впливу по суті є оберненою неповною матрицею вузлових провідностей.

127. Яким чином визначають опори впливу для розімкнених розрахункових схем електричних систем?

128. Наведіть послідовність процедур ітераційного розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом «у два етапи» з використанням апаратів коефіцієнтів розподілу та опорів впливу.

129. Наведіть послідовність процедур ітераційного розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом лінеаризації навантажень з використанням апаратів коефіцієнтів розподілу та опорів впливу.

130. Наведіть основні положення методу розщеплення схем.

131. Поясніть можливість застосування методу розщеплення схем тільки для однорідних електричних мереж.

132. Поясніть можливість розрахунку потокорозподілу потужностей за довжинами ділянок однорідних електричних мереж.

133. Перелічить особливості місцевих електричних мереж з номінальною напругою до 35 кВ, які дозволяють спростити розрахункові моделі усталених режимів.

134. Доведіть допустимість нехтування зарядною потужністю повітряних ліній електропередавання з номінальною напругою 35 кВ у розрахункових моделях усталених режимів електричних систем.

135. Доведіть допустимість нехтування поздовжнім індуктивним опором кабельних ліній електропередавання з номінальною напругою 35 кВ у розрахункових моделях усталених режимів електричних систем.

136. Доведіть допустимість нехтування втратами неробочого ходу силових трансформаторів місцевих електричних мереж з номінальною напругою 35 кВ у розрахункових моделях усталених режимів електричних систем.

137. Доведіть допустимість нехтування навантажувальними втратами потужності в місцевих електричних мережах з номінальною напругою 35 кВ у розрахункових моделях усталених режимів електричних систем.

138. Доведіть допустимість нехтування поперечною складовою падіння напруги на ділянках розрахункової схеми місцевих електричних мереж з номінальною напругою 35 кВ.

139. Доведіть допустимість організації розрахунків усталених режимів місцевих електричних мереж з номінальною напругою 35 кВ за номінальною напругою електричної системи.

140. Дайте визначення відхилення напруги.

141. Наведіть нормовані допустимі відхилення напруги в розподільних електричних мережах. Поясніть зв'язок між відхиленням напруги в пунктах електричної мережі та втратами напруги на її ділянках.

142. Поясніть 10-ти відсоткове значення гранично допустимих втрат напруги в нормальних режимах розподільних електричних мереж.

143. Наведіть та поясніть вирази для розрахунку найбільших втрат напруги в розподільній електричній мережі.

144. Поясніть принцип розрахунку розподільної електричної мережі за допустимими втратами напруги.

145. Дайте визначення та наведіть основні положення методів діакоптики. Наведіть загальний алгоритм моделювання усталених режимів електричних систем методами діакоптики.

146. Перелічіть та охарактеризуйте найбільш поширені методи поділу розрахункових схем електричних систем на підсистеми.

147. Дайте визначення та охарактеризуйте кола перетинів.

148. Поясніть безітераційність розрахункових моделей за методами діакоптики для лінійних розрахункових схем та необхідність організації ітераційного обчислювального процесу для нелінійних розрахункових схем електричних систем.

149. Наведіть критерій збіжності ітераційного обчислювального процесу за методами діакоптики.

150. Сформулюйте принцип дуальності розрахункових схем електричних систем. Перелічіть відповідні формальні пари параметрів дуальних схем електричних систем.

151. Наведіть основні процедури визначення дуальної схеми електричної системи, для якої відомі характеристики контурної розрахункової моделі.

152. Поясніть недоцільність формування дуальної схеми електричної системи, для якої відомі характеристики вузлової розрахункової моделі.

### 2 НЕСИМЕТРИЧНІ ТА НЕСИНУСОЇДНІ РЕЖИМИ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ

2.1 Загальна характеристика несиметричних та несинусоїдних режимів електричних систем

Відповідно до норм якості електричної енергії нормальні режими електричних систем мають бути симетричними та синусоїдними. Разом з тим можливо виникнення режимів, які не задовольняють умовам трифазної симетрії та синусоїдності (див. рис. 2.1). Такі режими називають спеціальними.



Рисунок 2.1 - Ілюстрація несиметрії та несинусоїдальності напруг спеціальних режимів електричних систем

Суворо кажучи спеціальні режими електричних систем не є нормальними, але не відносяться і до аварійних режимів. До таких режимів відносять, наприклад, неповнофазні режими електропередач, коли порушуються умови симетрії, або режими електричних систем, суттєву трифазної частку навантажень яких складають вентильні перетворювачі, які викривляють синусоїди робочих напруг та струмів. Зазначимо, що майже всі режими електричних систем несиметричні та несинусоїдні. Несиметрія режимів полягає в неоднаковості векторів напруги та струму окремих фаз електропередачі за своїм абсолютним значенням зміщенням фазних векторів напруги та струму відносно один одного на величину, яка відрізняється від ±120°. Несинусоїдність режимів проявляється у викривленні кривих миттєвих значень напруги та струму від ідеальної синусоїди. У більшості практичних випадків несиметрія та несинусоїдальність режимів є незначними і не призводить до відчутних похибок у разі нехтування ними в розрахунках. Однак можливі ситуації, коли несиметрія та несинусоїдність виявляються істотними і їх обов'язково слід враховувати під час аналізу режимів електричних систем.

Загалом розрізняють три основні причини виникнення несиметричних режимів електричних систем.

1. Несиметричне навантаження фаз, зумовлене пофазною розбіжностю ЕРС генераторів, коефіцієнтів трансформації силових трансформаторів і автотрансформаторів, нерівномірним розподілом однофазних навантажень за фазами тощо. Така несиметрія має стохастичний характер і в більшості практичних випадків зумовлює незначні відхилення від нормального режиму електричної системи. Зазвичай несиметричне навантаження фаз не спричиняє помітного впливу на режимні характеристики електричної системи.

2. Розбіжність параметрів окремих фаз ліній електропередавання та силових трансформаторів, зумовлена, головним чином, геометричною несиметрією розташування фазних проводів у просторі. Наприклад, у разі розташування проводів лінії електропередавання на опорах у вершинах рівнобічного трикутника, їх взаємне розташування є симетричним, проте відносно землі проводи виявляться закріпленими на різній висоті. Це спричиняє несиметрію ємнісних поперечних провідностей лінії. За горизонтального розміщення проводів вони перебувають на однаковій висоті відносно землі, але їх взаємне розміщення несиметричне – відстань між проводами крайніх фаз буде у два рази більшою, ніж між центральною і крайньою фазами. Це призводить до розбіжності між взаємними індуктивностями і ємністю між проводами різних фаз електропередачі. Аналогічна ситуація спостерігається у разі розташування стрижнів магнітопроводу силових трансформаторів та автотрансформаторів в одній площині, що визначає несиметрію міжфазних індуктивностей. Пофазна розбіжність електричних параметрів ліній електропередавання та силових трансформаторів і автотрансформаторів неминуче зумовлює виникнення несиметрії напруг та струмів.

Неповнофазні 3. режими роботи електропередач, зумовлені або короткочасним вимкненням однієї або двох фаз лінії у разі коротких замикань та інших аварійних вимкнень, або тривалим вимкненням під час пофазного ремонту лінії або іншого устаткування. Використання тривалих неповнофазних режимів електричних систем дозволяє істотно підвищити надійність енергопостачання споживачів, оскільки, навіть унаслідок аварійних або планових вимкнень однієї або двох фаз ліній, споживач продовжує отримувати електричну енергію хоча, можливо, і в обмеженому обсязі. Варто враховувати також, що тривала експлуатація електропередач у неповнофазних режимах обмежена різким зменшенням якості електричної енергії і економічності роботи електричної системи.

Виникнення в системі струмів і напруг зворотної і нульової послідовностей в несиметричних режимах роботи призводить до додаткових втрат потужності і погіршення техніко-економічних показників режиму електричної системи.

Несиметричні режими характеризуються зсувом нейтралі трифазної системи напруг (виникає напруга зсуву), що зумовлює підвищення напруги в одних та зменшення в інших фазах. Це може спричиняти виникнення

недопустимих перенапруг, які жорстко обмежені за умовами роботи лінійної ізоляції ліній електропередавання та іншого устаткування електричних мереж. Природно, зсув нейтралі негативно впливає на режими електричних приймачів, напруга на затискачах яких виявляється істотно вищою або нижчою від свого номінального значення. Збільшення струмів в окремих фазах електропередач в несиметричних режимах може призводити до неприпустимого перегріву струмопровідних елементів, передусім обмоток трансформаторів, генераторів та двигунів. У несиметричних режимах роботи електроустановок підвищується небезпека враження людини електричним струмом через недопустиме підвищення крокової і дотичної напруг. Також у несиметричних режимах істотно зменшується пропускна здатність електропередач унаслідок зниження стійкості паралельної роботи електричних систем.

Несиметрія негативно техніко-економічні впливає на робочі та характеристики електричних Струми зворотної послідовності машин. створюють у статорах електричних машин магнітне поле, яке обертається у зворотному напрямку з подвоєною синхронною швидкістю відносно ротора. Таке поле породжує пульсуючий гальмівний електромагнітний момент, а, отже, і додаткове нагрівання роторів машин. У такій ситуації в асинхронних двигунах відбуваються додаткові втрати потужності в статорах, різко зменшується момент обертання. В синхронних електричних машинах можуть розвиватися небезпечні вібрації, які призводять до руйнування машин.

У несиметричних режимах електричних систем різко погіршуються умови генерації реактивної потужності синхронними генераторами, компенсаторами і батареями статичних конденсаторів, що може призвести до виникнення лавини напруги в системі. Різко ускладнюються умови роботи релейного захисту і автоматики, налагодження яких виконують з урахуванням можливих несиметричних режимів.

Незбалансовані електромагнітні поля навколо ліній електропередавання надвисокої номінальної напруги, яка працює в несиметричному режимі, істотно погіршують умови роботи ліній зв'язку і ліній електропередавання нижчих класів номінальної напруги, розташованих поблизу лінії, за рахунок індукування в них великих, часто недопустимих ЕРС.

Таким чином, в умовах експлуатації необхідно контролювати і обмежувати несиметрію, яка виникає в режимах роботи електричної системи до нормованих показників. Так, відповідно до чинних нормативних документів України, зокрема ГОСТ 13109-97 «Нормы качества электроснабжения общего назначения», нормально та гранично допустимі значення коефіцієнтів зворотної і нульової послідовностей обмежені 2 і 4% відповідно.

Сучасні електричні системи змінного струму в загальному випадку характеризуються несинусоїдальними напругами та струмами. Основними джерелами спотворення форми кривих напруг та струмів в електричних системах виступають вентильні перетворювачі, освітлювачі з газорозрядними та люмінесцентними лампами, дугові печі, трансформатори та реактори з осереддям, яке насичується. Особливі режими електричних систем, пов'язані із

несинусоїдністю, характеризуються виникненням вищих гармонік напруг та струмів, що негативно впливає на техніко-економічні та надійнісні показники роботи електричних систем. Зокрема погіршуються умови роботи ізоляції кабельних ліній електропередавання, силових трансформаторів та електричних машин, та частішають однофазні короткі замикання на землю; паразитні поля та електромагнітні моменти в електричних машинах погіршують механічні характеристики та знижують к.к.д. синхронних та асинхронних двигунів; збільшуються втрати потужності на передавання електричної енергії; виникає ймовірність виникнення резонансних явищ на вищих гармоніках напруги та струму; зменшується коефіцієнти потужності електроприймачів та збільшується споживання реактивної потужності; погіршуються умови роботи пристроїв автоматики, телемеханіки, управління та захисту аж до порушення нормальної роботи таких пристроїв; збільшується недооблік електричної енергії через похибки в роботі вимірювальних приладів та інше.

Таким чином несинусоїдальність форми кривої напруги розглядають як показник погіршення якості електричної енергії. Зазначимо, що ГОСТ 13109-97 визначає наступні нормально та гранично допустимі значення коефіцієнту викривлення синусоїдальності кривої напруги:

- ▶ в мережах 0,4 кВ 8,0% та 12% відповідно;
- ▶ в мережах 6-20 кВ 5,0% та 8,0% відповідно;
- ▶ в мережах 35 кВ 4,0% та 6,0% відповідно;
- ▶ в мережах 110-330 кВ 2,0% та 3,0% відповідно.

Тут під коефіцієнтом викривлення синусоїдності розуміють виражене у відсотках відношення діючого значення гармонічного складової несинусоїдної напруги до напруги промислової частоти.

#### 2.2 Основні положення методу симетричних складових

Моделювання несиметричних режимів електричних систем в фазних координатах ускладнене несиметрією матриць параметрів розрахункових схем, що визначає громіздкістю системи взаємозалежних рівнянь у фазних координатах. Тому таке моделювання, зазвичай, здійснюють на основі методу симетричних складових. Останній полягає в поданні несиметричної трифазної системи напруг (струмів) у вигляді результату накладення трьох незалежних симетричних режимів прямої, зворотної і нульової послідовностей. Таке перетворення можна виконати помноженням векторів фазних напруг і струмів на матрицю відображення:

$$U_{\phi} = SU;$$

$$I_{\phi} = SI,$$
(2.1)

де U<sub>ф</sub>, I<sub>ф</sub>, U, I – вектор-стовпці напруг і струмів у фазній та перетвореній системах координат відповідно; S – матриця відображення.

Загалом можна запропонувати нескінченну кількість матриць відображення **S**, які забезпечують взаємну незалежність параметрів перетвореної системи координат. На практиці найчастіше використовують матрицю вигляду

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{bmatrix},$$
(2.2)

де  $\underline{a} = 1e^{-j120^{\circ}} = -0, 5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \ \underline{a}^2 = 1e^{j120^{\circ}} = -0, 5 - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$ 

Систему координат, яка визначається матрицею перетворення (2.2), називають системою симетричних складових.

З урахуванням значень матриці відображення S рівняння (2.1) для напруг набувають вигляду

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{a} \\ \dot{U}_{b} \\ \dot{U}_{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^{2} & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{1} \\ \dot{U}_{2} \\ \dot{U}_{0} \end{bmatrix}$$

тобто

$$\begin{cases} \dot{U}_{a} = \dot{U}_{1} + \dot{U}_{2} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{b} = \underline{a}^{2} \dot{U}_{1} + \underline{a} \dot{U}_{2} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{c} = \underline{a} \dot{U}_{1} + \underline{a}^{2} \dot{U}_{2} + \dot{U}_{0}. \end{cases}$$
(2.3)

Тут індексами 1, 2 і 0 позначено параметри прямої, зворотної і нульової послідовностей відповідно. Аналогічні рівняння можна записати і для системи струмів. Аналіз виразів (2.3) свідчить по те, що трифазну систему напруг у загальному випадку можна подати як результат накладення трьох симетричних систем напруг, які характеризуються прямим чергуванням фаз (пряма послідовність), зворотним чергуванням фаз (зворотна послідовність) і збігом напруг за фазою (нульова послідовність), показаних відповідно на рис. 2.2.



Рисунок 2.2 - Ілюстрація методу симетричних складових

Обернене перетворення системи фазних координат у простір симетричних складових виконують за допомогою оберненої матриці відображення

$$\mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

тобто

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix}$$

або

$$\begin{cases} \dot{U}_{1} = \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{a} + \underline{a} \dot{U}_{b} + \underline{a}^{2} \dot{U}_{c} \right); \\ \dot{U}_{2} = \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{a} + \underline{a}^{2} \dot{U}_{b} + \underline{a} \dot{U}_{c} \right); \\ \dot{U}_{0} = \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{a} + \dot{U}_{b} + \dot{U}_{c} \right). \end{cases}$$
(2.4)

Аналогічні рівняння можна записати і для системи струмів.

Запишемо рівняння закону Ома для ділянки розрахункової схеми електричної мережі в фазних координатах в матричній формі

$$\Delta \mathbf{U}_{\mathbf{\phi}} = \mathbf{Z}_{\mathbf{\phi}} \mathbf{I}_{\mathbf{\phi}},\tag{2.5}$$

де  $\Delta U_{\phi}$ ,  $I_{\phi}$  – вектор-стовпці падінь напруги та фазних струмів ділянки відповідно;  $Z_{\phi}$  – матриця фазних опорів ділянки.

В загальному випадку матриця фазних опорів має наступний вигляд

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{\phi}} = \begin{bmatrix} r_{\mathbf{\phi}} + jx_{\mathbf{\phi}} & jx_{\mathbf{M}} & jx_{\mathbf{M}} \\ jx_{\mathbf{M}} & r_{\mathbf{\phi}} + jx_{\mathbf{\phi}} & jx_{\mathbf{M}} \\ jx_{\mathbf{M}} & jx_{\mathbf{M}} & r_{\mathbf{\phi}} + jx_{\mathbf{\phi}} \end{bmatrix},$$

де  $r_{\phi}$ ,  $x_{\phi}$  – активний та індуктивний фазні опори ділянки;  $x_{M}$  – індуктивний опір, обумовлений взаємною індуктивністю фазних проводів лінії електропередавання. Зазначимо, що матрицю фазних опорів побудовано виходячи з припущення про симетрію розрахункової схеми електропередачі, що справедливо для ліній з повним циклом транспозиції проводів.

Матричне рівняння (2.5) з урахуванням (2.1) можна переписати у вигляді

$$\mathbf{S}\Delta \mathbf{U} = \mathbf{Z}_{\mathbf{b}} \mathbf{S} \mathbf{I},\tag{2.6}$$

де **Δ**U, I – вектор-стовпці падінь напруги та струмів ділянки в просторі симетричних складових відповідно.

Помножимо матричне рівняння (2.6) зліва на обернену матрицю перетворення

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Z}_{\mathbf{b}} \mathbf{S} \mathbf{I} \,. \tag{2.7}$$

У виразі (2.7) складова  $S^{-1}Z_{\phi}S = Z$  являє собою матрицю опорів ділянки розрахункової схеми електричної системи в системі координат симетричних складових. Можна показати, що така матриця є діагональною

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} r_{\phi} + j(x_{\phi} - x_{M}) & 0 & 0 \\ 0 & r_{\phi} + j(x_{\phi} - x_{M}) & 0 \\ 0 & 0 & r_{\phi} + j(x_{\phi} + 2x_{M}) \end{bmatrix}$$
(2.8)

Діагональні елементи отриманої матриці визначають опори ділянки лінії електропередавання прямої, зверненої та нульової послідовностей відповідно. Нульові значення недіагональних елементів матриці опорів свідчать про взаємну незалежність режимних параметрів розрахункових схем симетричних складових. Це визначає широке застосування такого підходу для аналізу не тільки несиметричних, але й симетричних режимів роботи електричних систем, зокрема електропередач.

На підставі аналізу виразів (2.4) неважко переконатися, що в результаті перетворення симетричної трифазної системи напруг (струмів) у простір симетричних складових параметри зворотної і нульової послідовностей дорівнюють нулю, а параметри прямої послідовності збігаються з параметрами фази *A* фазної системи координат. Під час дослідження симетричних режимів математична модель устаткування електричних систем скорочується в три рази порівняно з моделлю у фазних координатах, що спрощує розрахунки для розв'язань електротехнічних задач.

## 2.3 Визначення параметрів розрахункових схем зверненої та нульової послідовностей

Єдина відмінність між розрахунковими схемами прямої та зверненої послідовностей в просторі симетричних складових полягає в зверненому чергуванні фаз трифазної системи векторів напруги та струму. Це визначає повний збіг параметрів розрахункових схем прямої та зверненої послідовностей ліній електропередавання та силових трансформаторів, що підтверджує аналіз структури матриці опорів. Водночас слід зважати на те, що напруги зворотної та нульової послідовностей набагато менші за напруги прямої послідовності, що визначає відсутність втрат на корону а, отже, і відсутність поперечних активних провідностей в розрахункових схемах зверненої та нульової послідовностей повітряних ліній електропередавання.

#### Опори нульової послідовності ліній електропередавання

Параметри схем заміщення ліній електропередавання для нульової послідовності відрізняються від параметрів прямої послідовності. Це пояснюється тим, що в контурі нульової послідовності як зворотний провід використовується земля і грозозахисні троси, що призводить до збільшення погонних поздовжніх опорів і поперечних провідностей лінії.

Погонний активний опір нульової послідовності проводів, без впливу грозозахисного троса визначають за виразом

$$r_{0(0)} = \frac{r_0}{n} + 0,15.$$

Збільшення погонного активного опору відносно параметрів прямої послідовності на 0,15 Ом/км зумовлено тим, що в контур нульової послідовності входить земля, погонний опір якої орієнтовно становить 0,15 Ом/км.

Погонний індуктивний опір лінії нульової послідовності без впливу грозозахисних тросів визначають за виразом

$$x_{0(0)} = 0,435 \lg \frac{D_3}{R_{\rm cep}},$$

де  $R_{cep} = \sqrt[3]{r_e D_{cep}^2}$  – середній геометричний радіус фази;  $r_e$  – радіус еквівалентного проводу;  $D_{cep}$  – середня геометрична відстань між фазними проводами;  $D_3$  – еквівалентна глибина зворотного струму, яку визначають за формулою Карсона

$$D_{_3}=\frac{2,1}{\sqrt{f\gamma 10^{-5}}}.$$

Тут f – частота змінного струму;  $\gamma$  – питома провідність землі. В оцінювальних розрахунках для рівнинних територій України беруть значення  $D_3 \square 1000$  м.

У двоколовій лінії для визначення параметрів нульової послідовності слід враховувати взаємоіндукцію між проводами паралельних кіл лінії. Повний погонний опір нульової послідовності, такої лінії без урахуванням впливу грозозахисних тросів визначають за виразом

$$\underline{z}_{0(0)} = \frac{r_0}{2n} + 0.15 + j0.435 \lg \frac{D_3}{\sqrt{r_e D_{I-II}}},$$

де  $D_{I-II} = \sqrt[9]{D_{AI-AII}D_{BI-AII}D_{CI-AII}D_{AI-BII}D_{BI-BII}D_{CI-BII}D_{AI-CII}D_{BI-CII}D_{CI-CII}}$  – середня геометрична відстань між паралельними колами.

Грозозахисні троси, які використовують для організації високочастотних каналів зв'язку, природно, не розрізають на окремі відрізки. Тут обов'язково необхідно враховувати вплив тросів на поздовжні параметри схеми заміщення лінії нульової послідовності.

Для визначення погонних параметрів електропередачі для нульової послідовності обов'язково потрібно враховувати вплив грозозахисних тросів, в

яких наводяться ЕРС взаємоіндукції, що спричиняють додаткові втрати потужності і чинять негативний вплив на режимні параметри лінії електропередавання. Тут повний погонний опір нульової послідовності визначають за виразом

$$\underline{z}_{0(0)} = \underline{z}_{\mathrm{rr}(0)} + \frac{x_{m(0)}^2}{\underline{z}_{\mathrm{rr}(0)}},$$

де  $\underline{z}_{n(0)}$  – погонний опір нульової послідовності лінії без урахування контуру трос–земля;  $\underline{z}_{r(0)} = \frac{r_{\rm T}}{n_{\rm T}} + 0,15 + jx_{r(0)}$  – погонний опір нульової послідовності системи тросів;  $r_{\rm T}$  – активний опір тросу;  $n_{\rm T}$  – кількість тросів;  $x_{r(0)} = 0,435 \lg \frac{D_3}{\sqrt{r_{\rm T.e}D_{\rm T}}}$  індуктивний опір нульової послідовності системи тросів;

 $r_{\text{т. e}}$  – еквівалентний радіус троса;  $D_{\text{т}}$  – відстань між тросами;  $x_{m(0)} = 0,435 \lg \frac{D_3}{D_{\text{п.т}}}$ – опір нульової послідовності взаємоїндукції між проводом і тросом;  $D_{\text{п.т}}$  – середня геометрична відстань між проводами і тросами.

В оціночних розрахунках індуктивний опір розрахункової схеми нульової послідовності повітряної лінії електропередавання часто визначають по відношенню до опору прямої послідовності за виразом

$$x_{(0)} = k x_{(1)},$$

де коефіцієнт пропорційності визначають за допомогою даних табл. 2.1 відповідно до конструктивного виконання повітряної лінії.

Таблиця 2.1 - Відношення між опорами прямої на нульової послідовностей схем заміщення повітряних ліній електропередавання

Конструктивне виконання лінії	Коефіцієнт збільшення опору нульової послідовності
Одноколова лінія без тросу	3,5
Одноколова лінія зі сталевим тросом	3,0
Одноколова лінія з добре провідним тросом	2,0
Двоколова лінія без тросу	5,5
Двоколова лінія зі сталевим тросом	4,7
Двоколова лінія з добре провідним тросом	3,0

Ємнісну провідність нульової послідовності схеми заміщення лінії електропередавання визначають за співвідношенням

$$b_{0(0)} = \zeta \frac{7,58 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{2h_{\text{cep}}}{r_{\text{e}} \left(\frac{D_{\text{cep}}'}{D_{\text{cep}}}\right)^2}},$$

де  $\zeta$  – коефіцієнт, який враховує вплив тросів на величину ємнісної провідності нульової послідовності лінії;  $h_{cep}$  – середня висота підвісу проводу над землею;  $D'_{cep} = \sqrt[3]{D_{AB'}D_{BC'}D_{CA'}}$  – середня геометрична відстань між фазними проводами та їхніми дзеркальними відображеннями (рис. 2.3).



Рисунок 2.3 - Визначення відстаней між фазними проводами і їхніми дзеркальними відображеннями відносно землі

Опори нульової послідовності кабельних ліній електропередавання визначаються типом силового кабелю, способом його прокладання, параметрами захисних оболонок та способом заземлення. В оціночних розрахунках рекомендовано використовувати наступні значення опорів нульової послідовності кабельних ліній

$$r_{(0)} \approx 10r_{(1)}; x_{(0)} = (3, 5...4, 6)x_{(1)},$$

де індексами (1) та (0) позначено параметри прямої та нульової послідовностей відповідно.

Параметри схеми заміщення нульової послідовності силових трансформаторів

Параметри розрахункових схем нульової послідовності силових трансформаторів визначаються двома факторами:

1) схемою з'єднання обмоток трифазних силових трансформаторів, яка визначає шляхи для струмів нульової послідовності, а отже, схему з'єднання та параметри поздовжніх ділянок схеми заміщення силового трансформатора; 2) конструкцією магнітопроводу, яка визначає шляхи для магнітних потоків нульової послідовності, а отже, струми намагнічення та параметри контуру намагнічення нульової послідовності силового трансформатору.

Опори нульової послідовності схем заміщення силових трансформаторів визначаються способом з'єднання їх обмоток, що проілюстровано на рис. 2.4 та 2.5 для дво- та триобмоткових трансформаторів відповідно. Тут з метою запобігання загромадження рисунків позначено тільки напруги та струми нульової послідовності, які діють в первинній обмотці трансформаторів, наявність струмів нульової послідовності у вторинних обмотках показана тільки стрілками.

Так, наприклад, у разі з'єднання первинних обмоток силових трансформаторів у трикутник (див. рис. 2.4 *a*) або незаземлену зірку розрахункова схема не містить замкнених кіл для протікання струмів нульової послідовності. Це визначає нескінченно великі значення опорів нульової послідовності таких трансформаторів. Іншими словами трансформатори, первинні обмотки яких з'єднано у трикутник, а також живлячі їх радіальні лінії електропередавання не включають до складу схеми нульової послідовності.

З'єднання первинних обмоток трансформаторів у заземлену зірку визначає нульової послідовності первинних наявність струмів в обмотках трансформаторів. Волночас нейтралі первинних обмоток v таких трансформаторів спостерігається потроєне значення струму нульової послідовності.

Тут у разі з'єднання вторинних обмоток силового трансформатору у незаземлену зірку за схемою зірка-нуль/зірка (див. рис. 2.4 б) у вторинних обмотках наводяться ЕРС нульової послідовності, але струми не протікають, оскільки електрична схема не містить замкнених кіл для протікання струмів нульової послідовності. Поздовжня ділянка схеми замішення таких трансформаторів характеризується заземленим опором первинної обмотки трансформатора. Аналогічна ситуація спостерігається у разі з'єднання вторинних обмоток трансформатора у заземлену зірку за схемою зірка-нуль/ зірка-нуль, але електрична мережа, яка отримує живлення від такого трансформатора не містить більше жодного трансформатору із заземленою нейтраллю.

Таким чином, струми нульової послідовності будуть мати місце у разі з'єднання обмоток двообмотокових трансформаторів за схемою зіркануль/зірка-нуль за умови наявності у складі електричної мережі, яка отримує живлення від такого трансформатора хоча б одного трансформатору із заземленою нейтраллю (див. рис. 2.4 e). Такі трансформатори характеризуються схемами заміщення, параметри якої повністю збігаються з параметрами прямої послідовності. Аналогічна ситуація характерна і для триобмоткових трансформаторів, зі схемами з'єднання обмоток зірка-нуль/зірка-нуль/зірка-нуль (див. рис. 2.5 a). Тут для утворення замкнених кіл для струмів нульової послідовності необхідна наявність принаймні ще по одному трансформатору із заземленою нейтраллю в електричних мережах середньої та нижчої напруги.



c) зі схемою з'єднання обмоток  $Y_0/\Delta$ 

Рисунок 2.4 - Розрахункові схеми нульової послідовності двообмоткових силових трансформаторів



c) зі схемою з'єднання обмоток  $Y_0/\Delta/Y$ 

Рисунок 2.5 - Розрахункові схеми нульової послідовності триобмоткових силових трансформаторів
У разі з'єднання вторинних обмоток трансформаторів у трикутник (див. рис. 2.4 c та 2.5 d), у вторинних обмотках наводяться ЕРС та протікають струми нульової послідовності, які взаємно компенсують один одного у замкненому контурі трикутника.

В результаті струми нульової послідовності не потрапляють до електричної мережі, яка живиться від цих обмоток і таку мережу виключають зі складу розрахункової схеми нульової послідовності. Водночас двообмотковий трансформатор зі схемою з'єднання обмоток зірка-нуль/трикутник входить до складу розрахункової схеми живлячої електричної мережі опором, який дорівнює опору прямої послідовності

$$\underline{z}_{(0)} = \underline{z}_{(1)}.$$

Схема заміщення нульової послідовності триобмоткових силових трансформаторів зі схемою з'єднання обмоток зірка-нуль/трикутник/трикутник визначається еквівалентним опором послідовного з'єднання первинної обмотки та паралельно увімкнених вторинних обмоток

$$\underline{z}_{(0)} = \underline{z}_1 + \frac{\underline{z}_2 \underline{z}_3}{\underline{z}_2 + \underline{z}_3}.$$

Розглянемо розрахункову схему триобмоткового силового трансформатора з схемою з'єднання обмоток зірка-нуль/трикутник/ зірка-нуль, представлену на рис. 2.5 в. Струми нульової послідовності тут протікають по всіх обмотках, що визначає збіг параметрів нульової послідовності розрахункової схеми триобмоткового трансформатора з параметрами прямої послідовності. Водночас відсутність шляхів протікання для струмів нульової послідовності в електричній мережі з ізольованою нейтраллю визначає виключення зі складу розрахункової схеми цих мереж.

Для триобмоткових силових трансформаторів, обмотки яких з'єднано за схемою зірка-нуль/трикутник/ зірка шляхи для протікання струмів нульової послідовності відсутні у всіх мережах, які експлуатуються з ізольованою нейтраллю.

Таким чином, до складу розрахункової схеми не входять електричні мережі середньої та нижчої напруги. Водночас розрахункова схема нульової послідовності самого триобмоткового трансформатора визначається послідовним з'єднанням обмоток, з'єднаних в заземлену зірку та трикутник відповідно до виразу

$$\underline{z}_{(0)} = \underline{z}_1 + \underline{z}_2$$

144



в) тристрижневий трифазний трансформатор



Як зазначалося вище, параметри контуру намагнічення схем заміщення нульової послідовності силових трансформаторів визначаються конструкцією їх магнітопроводів. Так в групах з трьох однофазних трансформаторів, а також в чотири- та п'ятистрижневих трифазних трансформаторах магнітні потоки нульової послідовності замикаються через магнітопровід (див. рис. 7.6 *a* та *б*), що визначає зневажливо малі струми намагнічення нульової послідовності. Тому схема заміщення нульової послідовності силових трансформаторів з такими конструкціями магнітопроводу не містить контуру поперечних провідностей. Аналогічна ситуація спостерігається в три стрижневих три обмоткових трансформаторах зі з'єднанням обмоток у трикутник.

В тристрижневих силових трансформаторах, обмотки яких з'єднано в зірку, магнітні потоки замикаються через ізоляцію та бак трансформатора, що визначає збільшення струмів намагнічення та урахування контуру намагнічення у складі схеми заміщення нульової послідовності таких трансформаторів.

# 2.4 Комплексні схеми заміщення несиметричних режимів електричних систем

Розглянемо електропередачу, у розріз однієї з фаз якої внесено додатковий опір, як показано на рис. 2.7. Тут у розріз фази A між точками M і N внесено додатковий опір  $\Delta \underline{z}_A$ .



Рисунок 2.7 - Пофазна несиметрія ділянки лінії електропередавання

Падіння напруги між точками, які обмежують внесений додатковий опір в фазних координатах можна подати вектор-стовпцем

$$\Delta \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_A \Delta \underline{Z}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Варіація внесеного додаткового опору від 0 до ∞ визначає можливі режими електропередачі, зокрема – симетричний режим (на нульового значення додаткового опору), неповно фазний режим (за нескінченно великого значення додаткового опору) та режим пофазної несиметрії параметрів ділянки лінії (за проміжних значень додаткового опору).

У результаті перетворення математичної моделі електропередачі з фазної в систему координат симетричних складових вектор-стовпець падінь напруг набуває вигляду

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_1 \\ \Delta \dot{U}_2 \\ \Delta \dot{U}_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \Delta \underline{Z}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \dot{I}_A \Delta \underline{Z}_A \\ \dot{I}_A \Delta \underline{Z}_A \\ \dot{I}_A \Delta \underline{Z}_A \end{bmatrix}.$$

Таким чином, режим роботи електропередачі можна подати трьома незалежними розрахунковими схемами заміщення для прямої, зворотної і нульової послідовностей, як показано на рис. 2.8. Тут додатковий опір, внесений в розріз фази електропередачі, враховано увімкненням у розріз схеми заміщення кожної з симетричних складових додаткових ЕРС, спрямованих назустріч до струму, які чисельно дорівнюють падінню напруги на додатковому опорі в системі координат симетричних складових.





Режим кожної з симетричних складових не можна розраховувати незалежно. Це пояснюється тим, що на попередньому етапі значення ЕРС, які вводять у схему кожної з симетричних складових, невідомі. Це зумовлює необхідність спільного розрахунку незалежних схем симетричних складових з урахуванням додаткових обмежень. Як додаткове обмеження тут використовують рівняння

$$\Delta \dot{U}_A = \dot{I}_A \Delta \underline{z}_A = \left( \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \right) \Delta \underline{z}_A.$$
(2.9)

В результаті рівняння другого закону Кірхгофа для кожної зі схем симетричних складових (див. рис. 7.8) розв'язують разом з рівнянням (2.9), що однозначно визначає режимні параметри електропередачі в системі координат симетричних складових.

На практиці такий підхід зазвичай не застосовують, оскільки зручніше використовувати комплексні схеми заміщення. Останню можна отримати шляхом об'єднанням точок  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_0$  i  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_0$ , які характеризуються однаковими потенціалами в схемах заміщення симетричних складових (див. рис. 2.8). В результаті отримують комплексну схему заміщення, представлену на рис. 2.9. Тут рівняння (2.9) враховано у комплексній схемі заміщення за допомогою додаткового опору  $\Delta_{\underline{Z}_A}/3$  між точками  $M_1$  і  $N_1$  комплексної схеми заміщення.



Рисунок 2.9 - Комплексна схема заміщення несиметричного режиму електропередачі

Аналіз комплексної схеми заміщення свідчить, що для визначення струму прямої послідовності в розрахункову схему прямої послідовності слід внести фіктивний опір, який визначають як еквівалентний опір паралельно ввімкнених додаткового опору несиметрії та еквівалентних опорів розрахункових схем зворотної та нульової послідовностей (див. рис. 2.10)

$$\Delta \underline{z}_{l} = \frac{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e2} \underline{z}_{e0}}{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e2} + \Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e0} + 3 \underline{z}_{e2} \underline{z}_{e0}}.$$
(2.10)



Рисунок 2.10 - Еквівалентна комплексна схема заміщення

Струми зворотної та нульової послідовностей відповідно дорівнюють

$$\dot{I}_{2} = -\dot{I}_{1} \left( 1 + \frac{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e2} + 3 \underline{z}_{e2} \underline{z}_{e0}}{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e0}} \right);$$

$$\dot{I}_{0} = -\dot{I}_{1} \left( 1 + \frac{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e0} + 3 \underline{z}_{e2} \underline{z}_{e0}}{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{e2}} \right).$$
(2.11)

У загальному випадку комплексну схему заміщення для режиму пофазної несиметрії, що не залежить від конкретної конфігурації розрахункової схеми електричної системи, показано на рис. 2.11.



Рисунок 2.11 - Узагальнена комплексна схема заміщення за пофазної несиметрії параметрів розрахункової схеми

Неповнофазний режим, який характеризується вимкненням фази *A*, відповідає нескінченно великому додатковому опору, який вносять до складу

розрахункової схеми. Такому режиму відповідає узагальнена комплексна схема заміщення, подана на рис. 1.12.



Рисунок 2.12 - Узагальнена комплексна схема заміщення за неповнофазного режиму електричної системи у разі вимкнення однієї фази

Така комплексна схема задовольняє додатковому обмеженню несиметричного режиму

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0$$

Для такого неповнофазного режиму додатковий опір у схемі прямої послідовності визначається паралельним увімкненням еквівалентних опорів зворотної та нульової послідовностей

$$\Delta \underline{z}_{1} = \frac{\underline{z}_{e2} \underline{z}_{e0}}{\underline{z}_{e2} + \underline{z}_{e0}}.$$

Зазначимо, що отриманий вираз є окремим випадком формули (2.10) за умови  $\Delta \underline{z}_A = \infty$ .

Для досліджуваного неповно фазного режиму струми зворотної та нульової послідовностей визначають за виразами

$$\dot{I}_{2} = -\dot{I}_{1} \frac{\underline{Z}_{e0}}{\underline{Z}_{e2} + \underline{Z}_{e0}};$$
$$\dot{I}_{0} = -\dot{I}_{1} \frac{\underline{Z}_{e1}}{\underline{Z}_{e2} + \underline{Z}_{e0}}.$$

В електричних мережах, які експлуатують з ізольованою нейтраллю, відсутні шляхи для протікання струмів нульової послідовності. Для таких електричних систем узагальнені комплексні схеми заміщення несиметричних режимів, обумовлених пофазною несиметрією параметрів, або вимкненням однієї фази не містять складової схеми заміщення нульової послідовності, як показано на рис. 2.13.





*a*) за пофазної несиметрії параметрів розрахункових схем



Рисунок 2.13 - Узагальнені комплексні схеми заміщення електричних систем з ізольованою нейтраллю

Тут у разі несиметричного режиму, обумовленого пофазній несиметрією параметрів розрахункової схеми (див. рис. 2.13 *a*) додатковий опір у схемі прямої послідовності та струм зверненої послідовності визначають за виразами

$$\Delta \underline{z}_{1} = \frac{\Delta \underline{z}_{A} \underline{z}_{2}}{\Delta \underline{z}_{A} + 3 \underline{z}_{2}};$$

$$\dot{I}_{2} = -\dot{I}_{1} \frac{\Delta \underline{z}_{A}}{\Delta \underline{z}_{A} + 3 \underline{z}_{2}}.$$
(2.12)

У разі неповнофазного режиму, обумовленого вимкненням однієї фази електропередачі (див. рис. 2.13 б) вирази спрощуються та набувають вигляду

$$\Delta \underline{z}_1 = \underline{z}_2;$$
  
$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_1.$$

Неповнофазний режим може також бути обумовленим одночасним вимкненням двох фаз, як показано на рис. 1.14. Тут для визначеності показано розриви в фазах *B* та *C*. Для такого режиму додаткові обмеження умови мають вигляд

$$\Delta \dot{U}_{A} = 0; I_{B} = 0; \dot{I}_{C} = 0.$$



#### Рисунок 2.14 - Несиметричний режим, обумовлений вимкненням двох фаз

Унаслідок переходу до простору симетричних складових обмеження, що вказані вище, набувають вигляду

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{1} \\ \dot{I}_{2} \\ \dot{I}_{0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \\ 1 & \underline{a}^{2} & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \dot{I}_{A} \\ \dot{I}_{A} \\ \dot{I}_{A} \end{bmatrix};$$

$$\Delta \dot{U}_{A} = \Delta \dot{U}_{1} + \Delta \dot{U}_{2} + \Delta \dot{U}_{0} = 0.$$
(2.13)

Комплексну схему заміщення, яка задовольняє умовам (2.13), в узагальненому вигляді показано на рис. 2.15.



Рисунок 2.15 - Узагальнена комплексна схема заміщення за неповнофазного режиму електричної системи у разі вимкнення двох фаз

Тут додатковий опір, який необхідно ввести в схему заміщення прямої послідовності для визначення відповідного струму, визначають як результат еквівалентування послідовного з'єднання опорів зворотної та нульової послідовності (див. рис. 2.15) за виразом

$$\Delta \underline{z}_{1} = \underline{z}_{e2} + \underline{z}_{e0}.$$

Своєю чергою падіння напруги на вимкнених фазних проводах у системі координат симетричних складових становлять:

$$\begin{split} \Delta \dot{U}_1 &= \dot{I}_1 \Delta \underline{z}_1; \\ \Delta \dot{U}_2 &= -\Delta \dot{U}_1 \frac{\underline{z}_2}{\underline{z}_{e0} + \underline{z}_{e0}}; \\ \Delta \dot{U}_0 &= -\Delta \dot{U}_1 \frac{\underline{z}_{e0}}{\underline{z}_{e0} + \underline{z}_{e0}}. \end{split}$$

В електричних мережах з ізольованою нейтраллю режим вимкнення двох фаз існувати не може, оскільки тут відсутні замкнені кола для протікання робочих струмів.

Зазначимо, що моделювання несиметричних режимів за допомогою комплексних схем дозволяє визначити струми і напруги в системі координат симетричних складових в усіх контрольованих ділянках і вузлах розрахункової схеми електричної системи. Безсумнівною перевагою використання комплексних схем заміщення є можливість виконання розрахунків тими самими методами, що й для симетричних режимів електричних систем.

# 2.5 Аналіз несиметричних режимів електричних систем за допомогою несиметричних складових

Для моделювання несиметричних режимів трифазних електричних систем крім розглянутих в підрозділах 2.2–2.4 систем симетричних складових часто використовують різні системи несиметричних складових, обумовлених відповідними матрицями перетворення.

Такі системи забезпечують взаємну незалежність модальних каналів розрахункових моделей за умови збігу параметрів розрахункових схем прямої та зворотної послідовностей, що характерно для схем заміщення устаткування електричних мереж.

Розглянемо деякі із систем несиметричних складових, які застосовують в інженерних задачах аналізу несиметричних режимів електричних систем.

1. Система координат үб0.

Матриця перетворення фазних струмів та напруг має вигляд

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матриця перетворення визначає зв'язок між напругами у фазному просторі і системі координат γδ0 відповідно до співвідношень

$$\begin{split} \dot{U}_{\gamma} &= \dot{U}_{A} - \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{\delta} &= \dot{U}_{B} - \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{0} &= \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{A} + \dot{U}_{B} + \dot{U}_{C} \right). \end{split}$$
(2.14)

I, навпаки:

$$\begin{split} \dot{U}_{A} &= \dot{U}_{\gamma} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{B} &= \dot{U}_{\delta} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{C} &= \dot{U}_{0} - \dot{U}_{\gamma} - \dot{U}_{\delta}. \end{split}$$

Аналогічні вирази можна записати і для системи струмів.

Очевидно, що каналу 0 системи координат  $\gamma \delta 0$  повністю відповідає схема нульової послідовності симетричних складових. Симетричний режим електричної системи в просторі координат  $\gamma \delta 0$  подається двома каналами  $\gamma$  і  $\delta$ . Причому параметри каналу  $\gamma$  збігаються з параметрами фази A, а параметри каналу  $\delta$  – з параметрами фази B фазної системи координат.

Важливою перевагою несиметричної системи координат γδ0 є повна відповідність режимних параметрів електричної системи в просторі координат γδ0 із системою координат симетричних складових.

#### 2. Система координат ху0.

Матриця перетворення фазних струмів і напруг має вигляд

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 1 \\ -1/\sqrt{2} & \sqrt{3/2} & 1 \\ -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3/2} & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{3/2} & -\sqrt{3/2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Зв'язок між напругами у фазній системі координат і простором координат *ху*0 можна подати у вигляді співвідношень

$$\begin{split} \dot{U}_{x} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \dot{U}_{A} - \dot{U}_{0} \right); \\ \dot{U}_{y} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left( \dot{U}_{B} - \dot{U}_{C} \right); \\ \dot{U}_{0} &= \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{A} + \dot{U}_{B} + \dot{U}_{C} \right). \end{split}$$
(2.15)

I, навпаки:

$$\begin{split} \dot{U}_{A} &= \sqrt{2}\dot{U}_{x} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{B} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\dot{U}_{x} + \sqrt{3/2}\dot{U}_{y} + \dot{U}_{0}; \\ \dot{U}_{C} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}\dot{U}_{x} - \sqrt{3/2}\dot{U}_{y} + \dot{U}_{0}. \end{split}$$

Аналогічні співвідношеня можна записати і для системи струмів.

Очевидно, що каналу 0 системи координат xy0 повністю відповідає схема нульової послідовності симетричних складових. Симетричний режим роботи електропередачі в системі координат xy0 подають двома каналами x і y (див. вирази (2.15)):

$$\dot{U}_{x} = \dot{U}_{A} / \sqrt{2};$$
  
$$\dot{U}_{y} = -j \dot{U}_{A} / \sqrt{2}.$$

Важливою властивістю несиметричної системи координат *xy*0 є повний збіг електричної системи в просторі цієї системи координат із системою координат симетричних складових. Інша важлива властивість полягає в наявності каналу *y*, який відображає різницю фазних напруг або струмів, що широко використовують у практиці побудови систем релейного захисту і автоматики.

3. Система координат rs0.

Ця система несиметричних складових характеризується неоднаковими матрицями перетвореннями фазних струмів і напруг:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_{\mathbf{U}}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 3/2 & -3/2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{S}_{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & 3/2 & 1 \\ -1/2 & -3/2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S}_{\mathbf{I}}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Такі матриці визначають зв'язок між напругами і струмами у фазній системі координат та просторі координат *rs*0:

$$\begin{split} \dot{U}_{r} &= \frac{1}{2} \left( \dot{U}_{A} - \dot{U}_{0} \right); & \dot{I}_{r} = \dot{I}_{A} - \dot{I}_{0}; \\ \dot{U}_{s} &= \frac{1}{2} \left( \dot{U}_{B} - \dot{U}_{C} \right); & \dot{I}_{s} = \frac{1}{3} \left( \dot{I}_{B} - \dot{I}_{C} \right); \\ \dot{U}_{0} &= \frac{1}{3} \left( \dot{U}_{A} + \dot{U}_{B} + \dot{U}_{C} \right); & \dot{I}_{0} = \frac{1}{3} \left( \dot{I}_{A} + \dot{I}_{B} + \dot{I}_{C} \right). \end{split}$$
(2.16)

Обернені перетворення мають вигляд:

$$\begin{split} \dot{U}_{A} &= 2\dot{U}_{r} + \dot{U}_{0}; & \dot{I}_{A} &= \dot{I}_{r} + \dot{I}_{0}; \\ \dot{U}_{B} &= -\dot{U}_{r} + \dot{U}_{s} + \dot{U}_{0}; & \dot{I}_{B} &= -1 / 2\dot{I}_{r} + 3 / 2\dot{I}_{s} + \dot{I}_{0}; \\ \dot{U}_{C} &= -\dot{U}_{r} - \dot{U}_{s} + \dot{U}_{0}; & \dot{I}_{C} &= -1 / 2\dot{I}_{r} - 3 / 2\dot{I}_{s} + \dot{I}_{0}. \end{split}$$

Очевидно, що каналу 0 системи координат rs0 повністю відповідає схема нульової послідовності симетричних складових. Симетричний режим роботи електропередачі в системі координат rs0 подають двома каналами r і s (див. вирази (2.16)):

$$\dot{U}_r = \dot{U}_A/2;$$
  $\dot{I}_r = \dot{I}_A;$   
 $\dot{U}_s = -j\dot{U}_A/\sqrt{6};$   $\dot{I}_s = -j\dot{I}_A/\sqrt{3}.$ 

Система несиметричних складових rs0 має такі самі переваги, що й система координат xy0. Однак перетворення в систему rs0 виконувати значно простіше, ніж у систему координат xy0.

Для перетворення напруг і струмів з несиметричної системи координат *rs*0 у систему симетричних складових необхідно використати співвідношення:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j/\sqrt{3} \\ 1 & -j/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_r \\ \dot{U}_s \end{bmatrix};$$
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{3} \\ 1 & -j\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_r \\ \dot{I}_s \end{bmatrix}.$$

Зауважимо, що крім розглянутих систем несиметричних складових, можна розглядати нескінченну кількість перетворень фазної системи координат для забезпечення незалежності окремих модальних каналів режимних параметрів електричної системи. Єдиною умовою відображення є нульові значення недіагональних елементів у матрицях параметрів схем заміщення устаткування електричних мереж в модальних системах координат, що визначає взаємну незалежність відповідних режимів.

## 2.6 Загальна характеристика заходів зі симетрування режимів електричних систем

Найбільш ефективним засобом обмеження несиметрії напруги та струму, обумовлених пофазною розбіжністю параметрів електропередач є транспозиція фазних проводів лінії, яка полягає в періодичній зміні послідовності чергування фазних проводів у просторі на спеціальних транспозиційних опорах. На рис. 2.16 проілюстровано виконання повного та неповного циклу транспозиції відповідно. Для ліній електропередавання завдовжки понад 100 км рекомендовано виконувати повний цикл транспозиції на всіх ділянках між електростанціями та підстанціями. Використання цього заходу дозволяє вирівняти пофазну розбіжність параметрів лінії і зменшити несиметрію фазних параметрів до припустимого рівня. Можливе також застосування інших заходів, спрямованих на симетрування фазних параметрів ліній електропередавання та силових трансформаторів за рахунок зміни відносної висоти підвісу фаз або зменшення кроку розщеплення середньої фази лінії. Проте такі заходи зазвичай виявляються недостатньо ефективними (наприклад, зменшення несиметрії у зворотній послідовності супроводжується збільшенням несиметрії за нульовою послідовністю) і потребують більших капітальних витрат.



Рисунок 2.16 - Ілюстрація транспозиції фазних проводів повітряної лінії електропередавання

Зазначимо, що розподільні електричні мережі нижчих класів номінальної напруги експлуатують, зазвичай, з ізольованою нейтраллю, що виключає протікання струмів нульової послідовності в таких мережах. Це означає, що струми нульової послідовності спостерігаються лише в електричних мережах вищих класів номінальної напруги, які експлуатують із заземленою нейтраллю. Тому такі струми не впливають на несиметрію навантажень генераторів та на несиметрію напруг на затискачах електроприймачів. Це означає, що задача зниження несиметрії полягає, першою чергою, в обмеженні напруг та струмів зворотної послідовності.

Тут ступінь несиметрії напруг визначають за співвідношенням

$$k_{U2}=\frac{U_2}{U_1},$$

де U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub> – модулі векторів напруги прямої та зворотної послідовностей відповідно.

Аналогічний коефіцієнт несиметрії можна визначити і за струмом зворотної послідовності.

Для компенсації напруг та струмів зворотної послідовності до складу робочої схеми вводять додаткові несиметричні джерела напруги або струму. Так у разі необхідності повної компенсації напруги зворотної послідовності до складу робочої схеми необхідно внести джерело напруги, ЕРС зворотної напруги якого дорівнює

$$\dot{E}_{(2)} = -\dot{U}_{(2)}$$

У разі часткової компенсації напруги зворотної послідовності ЕРС додаткового джерела живлення дорівнює

$$\dot{E}_{(2)} = \dot{U}_{(2)}^{6} - \dot{U}_{(2)},$$

де  $\dot{U}_{(2)}^{6}$  – бажане значення напруги зворотної послідовності.

Водночас додаткове джерело напруги не має впливати на режими схем прямої та нульової послідовностей, тобто

$$\dot{E}_{(1)} = 0; \quad \dot{E}_{(0)} = 0.$$

Переходячи до фазної системи координат отримуємо

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{A} \\ \dot{E}_{B} \\ \dot{E}_{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^{2} & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_{(2)} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{(2)} \\ \underline{a}\dot{E}_{(2)} \\ \underline{a}^{2}\dot{E}_{(2)} \end{bmatrix},$$

що відповідає зворотному чергуванню фаз додаткового джерела напруги.

В аналогічний спосіб можна визначити параметри додаткового джерела напруги у разі необхідності компенсації також напруги нульової послідовності:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_{A} \\ \dot{E}_{B} \\ \dot{E}_{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^{2} & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{E}_{(2)} \\ \dot{E}_{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{(2)} + \dot{E}_{(0)} \\ \underline{a}\dot{E}_{(2)} + \dot{E}_{(0)} \\ \underline{a}^{2}\dot{E}_{(2)} + \dot{E}_{(0)} \end{bmatrix},$$

де складова  $\dot{E}_{(0)}$  визначається необхідним ступенем компенсації напруги нульової послідовності.

Необхідне несиметричне джерело напруги, призначене для компенсації напруги зворотної послідовності, можна отримати, наприклад, за допомогою лінійного регулятора, вторинні обмотки якого увімкнено на зворотне чергування фаз, як показано на рис. 2.17 *а*.

Для забезпечення компенсації несиметрії напруги необхідної амплітуди та аргументу слід використовувати два лінійних регулятори, які забезпечують поздовжньо-поперечне регулювання напруги, як показано на рис. 2.17 б. Такі регулятори забезпечують дві добавки напруги, зсунуті за фазою на 90°. Змінюючи незалежно кожну складову добавки напруги можна забезпечити компенсацію напруги необхідної величини.



*a*) увімкнення лінійного регулятора на зворотне чергування фаз



б) увімкнення двох лінійних регуляторів на поздовжньо-поперечне регулювання

Рисунок 2.17 - Застосування лінійних регуляторів для компенсації напруги зворотної послідовності

Зазначимо, що компенсація несиметрії напруги за допомогою додаткових джерел напруги носить локальний характер тільки на ділянці увімкнення. На інших ділянках такі заходи можуть мати протилежний ефект, збільшуючи несиметрію режиму електричної системи. Доцільніше для компенсації несиметрії використовувати додаткові джерела струму. Такими джерелами струму виступають, зазвичай, несиметричні батареї статичних конденсаторів, увімкнені під робочу напругу електричної системи, як показано на рис 2.18. За такого увімкнення батареї статичних конденсаторів генерують та видають в електричну мережу реактивну потужність, тобто являють собою нелінійні джерела струму.



Рисунок 2.18 - Схема увімкнення батарей статичних конденсаторів

В загальному випадку для струмів батареї конденсаторів можна записати співвідношення

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \frac{1}{3} \left( \dot{I}_{a} + \underline{a}\dot{I}_{b} + \underline{a}^{2}\dot{I}_{c} \right); \\ \dot{I}_{2} = \frac{1}{3} \left( \dot{I}_{a} + \underline{a}^{2}\dot{I}_{b} + \underline{a}\dot{I}_{c} \right); \\ \dot{I}_{0} = \frac{1}{3} \left( \dot{I}_{a} + \dot{I}_{b} + \dot{I}_{c} \right). \end{cases}$$
(2.17)

З урахуванням рівнянь першого закону Кірхгофа для вершин трикутника ємностей система (2.17) набуває вигляду

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \frac{1}{3} \left( \left( \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} \right) + \underline{a} \left( \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} \right) + \underline{a}^{2} \left( \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} \right) \right); \\ \dot{I}_{2} = \frac{1}{3} \left( \left( \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} \right) + \underline{a}^{2} \left( \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} \right) + \underline{a} \left( \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} \right) \right); \\ \dot{I}_{0} = \frac{1}{3} \left( \left( \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} \right) + \left( \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} \right) + \left( \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} \right) \right), \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \frac{1-\underline{a}}{3} \left( \dot{I}_{ab} + \underline{a}\dot{I}_{bc} + \underline{a}^2\dot{I}_{ca} \right); \\ \dot{I}_2 = \frac{1-\underline{a}^2}{3} \left( \dot{I}_{ab} + \underline{a}^2\dot{I}_{bc} + \underline{a}\dot{I}_{ca} \right); \\ \dot{I}_0 = 0. \end{cases}$$

Очевидно, що для батареї конденсаторів, з'єднаних у трикутник відсутні шляхи для протікання струмів нульової послідовності. Переходячи від струмів до лінійних напруг отримуємо

$$\begin{cases} \dot{I}_{1} = \frac{(1-\underline{a}) j\omega}{3} \left( \dot{U}_{ab} C_{ab} + \underline{a} \dot{U}_{bc} C_{bc} + \underline{a}^{2} \dot{U}_{ca} C_{ca} \right); \\ \dot{I}_{2} = \frac{(1-\underline{a}^{2}) j\omega}{3} \left( \dot{U}_{ab} C_{ab} + \underline{a}^{2} \dot{U}_{bc} C_{bc} + \underline{a} \dot{U}_{ca} C_{ca} \right). \end{cases}$$
(2.18)

Якщо вважати систему лінійних напруг симетричною (досліджуваний пристрій призначений саме для симетрування режиму електричної системи), то між лінійними напругами можна записати співвідношення

$$\dot{U}_{ab} = \underline{a}\dot{U}_{bc}; \quad \dot{U}_{ca} = \underline{a}^{2}\dot{U}_{bc}.$$
(2.19)

3 урахуванням (2.19) система рівнянь (2.18) набуває вигляду

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{U}_1 j \omega \left( C_{ab} + C_{bc} + C_{ca} \right); \\ \dot{I}_2 = -\dot{U}_1 j \omega \left( \underline{a}^2 C_{ab} + C_{bc} + \underline{a} C_{ca} \right). \end{cases}$$
(2.20)

З першого рівняння системи (2.20) випливає, що компенсуючий ефект батареї статичних конденсаторів не залежить від розподілу конденсаторів між ділянками батареї, з'єднаних у трикутник. Струм прямої послідовності батареї, а отже, генерація пристроєм реактивної потужності визначається сумарною ємністю увімкнених конденсаторів. Друге рівняння системи (2.20) визначає правило розподілу конденсаторів між ділянками батареї для компенсації струму зворотної послідовності.

Сучасні пристрої симетрування режимів електричних систем будують, наприклад, на базі статичних тиристорних компенсаторів реактивної потужності СТАКОМ. На рис. 2.19 представлено робочу схему симетруючого пристрою, побудованого з використанням трифазного мостового інвертора з тиристорним керуванням. Джерелом струму тут виступає ємнісний накопичувач в колі постійного струму. Система управління інвертором розподіляє струм накопичувача таким чином, щоб симетрувати робочі струми в електричній мережі.



Рисунок 2.19 - Схема симетрування робочих струмів на базі пристрою СТАТКОМ

#### 2.7 Моделювання несинусоїдних режимів електричних систем

Сучасні електричні системи змінного струму в загальному випадку характеризуються несинусоїдними напругами та струмами. Це пояснюється

низкою факторів, зокрема, насиченістю електричних систем вентильними перетворювачами, конструктивними особливостями синхронних генераторів тощо.

Несинусоїдні криві напруги та струмів сучасних електричних систем задовольняють умовам Діріхле. Тобто такі криві містять за повний період кінцеву кількість розривів першого роду та кінцеву кількість максимумів та мінімумів. Це означає, що періодичні несинусоїдні напруги та струми можна представити у вигляді рядів Фур'є. Останні, в загальному випадку, містять постійну складову, основну, або першу гармоніку, а також вищі гармоніки, частота яких кратна частоті першої гармоніки. Наприклад, для довільної ЕРС можна записати:

$$e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega t).$$

Постійну складову  $E_0$  та коефіцієнти  $B_k$  та  $C_k$  визначають по виразах:

$$E_{0} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} e(t) dt;$$
  

$$B_{k} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} e(t) \sin(k\omega t) dt;$$
  

$$C_{k} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} e(t) \cos(k\omega t) dt.$$
(2.21)

На підставі значень *B<sub>k</sub>* та *C<sub>k</sub>* визначають амплітуду та початкову фазу *k*-ї гармоники ЕРС:

$$E_{k} = \sqrt{B_{k}^{2} + C_{k}^{2}};$$
  

$$\psi_{k} = \operatorname{arctg}(C_{k}/B_{k}).$$

В аналогічний спосіб можна розкласти в ряд Фур'є всі несинусоїдні напруги та струми електричної системи.

Зазначимо, що вирази (2.21) для розкладання в ряд Фур'є несинусоїдних періодичних напруг та струмів передбачають аналітичне завдання цих функцій. В більшості практичних випадків розкладати в ряд Фур'є необхідно функцію, яка задана графічно, або, частіше, сукупністю точок через певні інтервали часу протягом періоду. За таких умов постійну складову можна визначити як середню за період ординату кривої, а для визначення коефіцієнтів  $B_k$  та  $C_k$  слід скористатися наближеними числовими методами, наприклад, із застосуванням формул

$$B_{k} \approx \frac{2}{p} \sum_{n=1}^{p} f\left(n \frac{\omega T}{p}\right) \sin\left(kn \frac{\omega T}{p}\right);$$
$$C_{k} \approx \frac{2}{p} \sum_{n=1}^{p} f\left(n \frac{\omega T}{p}\right) \cos\left(kn \frac{\omega T}{p}\right).$$

Тут період функції поділяють на p однакових інтервалів та наприкінці кожного інтервалу визначають ординату функції  $f\left(n\frac{\omega T}{p}\right)$ .

Після розкладання несинусоїдних функцій напруг та струмів в ряди Фур'є користуються принципом накладення. Згідно останнього режимні параметри кожної з гармонічних складових визначають незалежно одне від одного. Після відповідних розрахунків дійсні значення напруг та струмів визначають як результат сумування всіх гармонічних складових. Так, наприклад, для довільної ЕРС

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \dots$$

Зазначимо, що таке сумування режимних параметрів гармонічних складових слід виконувати лише для миттєвих значень напруг та струмів, оскільки кожна з гармонійних складових характеризується своєю частотою гармонічних коливань змінного струму.

Несинусоїдні режими електричних систем пов'язані із виникненням потужності спотворення. Така потужність являє собою складову реактивної потужності, обумовлену взаємодією між ЕРС джерел живлення та струмами вищих гармонік. Між повною, активною, реактивною та потужністю спотворення існує тісний взаємний зв'язок відповідно до виразу

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + T^2},$$

де S, P – повна та активна потужності електричної системи; Q – реактивна потужність, обумовлена зсувом фаз між напругою та струмом на частоті основної гармоніки; T – потужність спотворення.

Зазначимо, що несинусоїдні ЕРС, напруги та струми в трифазних електричних системах мають певні особливості. Припустимо, що фазні ЕРС синхронного генератора містять вищі гармоніки. Криві фазних ЕРС однакові по формі та зсунуті по фазі на кут  $\pm 2\pi/3$ , де  $2\pi$  – період кривої ЕРС – період першої гармоніки. Оскільки період *k*-ї гармоніки в *k* разів менше періоду першої гармоніки, то кут зсуву фазних ЕРС *k*-ї гармоніки дорівнює  $\pm 2k\pi/3$ .

Таким чином, фазні ЕРС гармонік, порядок яких є кратним кількості фаз (k = 3, 6, 9, 12, ...), зсунуті відносно одна одної на кут, кратний  $2\pi$ . Тобто фазні ЕРС цих гармонік співпадають по фазі та створюють симетричні системи нульової послідовності. Гармоніки, для котрих величина k-1 є кратною кількості фаз (k = 4, 7, 10, 13, ...), характеризуються прямим чергуванням фазних ЕРС, тобто створюють симетричну систему ЕРС прямої послідовності. Гармоніки, для котрих величина k+1 є кратною кількості фаз (k = 2, 5, 8, 11, ...), характеризуються оберненим чергуванням фазних ЕРС і створюють симетричну систему ЕРС зворотної послідовності.

Саме ці обставини визначають особливості моделювання несинусоїдних трифазних систем змінного струму. Наприклад, в електричних системах з трансформаторами, обмотки яких з'єднані в ізольовану зірку, навіть за наявності гармонік, кратних трьом в ЕРС джерел живлення фазні струми не містять такі гармонічні складові.

# 2.8 Заходи, направлені на обмеження несинусоїдності режимів електричних систем

Негативні наслідки, зумовлені наявністю вищих гармонік вимагають застосування спеціальних заходів, направлених на обмеження несинусоїдності режимів електричних систем. Загалом розрізняють три групи таких заходів:

1) застосування схем вентильних перетворювачів із збільшеною кількістю фаз та спеціальних законів керування перетворювачами;

2) раціональна побудова схем електропостачання;

3) використання резонансних фільтрів вищих гармонік.

Розглянемо ці заходи більш детально.

Збільшення кількості фаз вентильних перетворювачів наближає форму кривої струму живлячої мережі до ідеальної синусоїди, знижуючи вміст вищих гармонічних складових. Так, наприклад, 6-тифазна схема випрямляча визначає наявність 5-ї, 7-ї, 11-ї, 13-ї, 17-ї, 19-ї, 23-ї, 25-ї і так далі гармонічних складових в струмі живлячої мережі. Збільшення кількості фаз перетворювача до 12-ти обмежує наявність вищих гармонік до 11-ї, 13-ї, 23-ї, 25-ї і так далі. При цьому загальна несинусоїдність кривої струму зменшується орієнтовно в 1,4 рази. Зазначимо, що подальше збільшення кількості фаз вентильного перетворювача, хоча ї призводить до покращення характеристик несинусоїдності, не набуло широкого поширення у світовій практиці через економічну недоцільність, обумовлену складністю конструкції, дорожнечею та недостатньою надійністю пристроїв.

режиму Зниження несинусоїдності електричної системи шляхом раціональної побудови робочої схеми електричної мережі полягає, наприклад, у живленні нелінійних навантажень від окремих ліній або трансформаторів. На рис. 1.20 наведено три можливі схеми увімкнення вентильних перетворювачів до електричної мережі. На рис. 1.20 а випрямна установка через спеціальний трансформатор підключена до шин розподільного пункту електричної мережі напругою 10 кВ. Тут спотворення форми кривої струму негативно впливає на режими інших споживачів розподільної електричної мережі. У разі, якщо ступінь несинусоїдності режиму перевищує гранично допустимі норми, живлення випрямної установки слід здійснювати за схемами, наведеними на рис. 1.20 б або 1.20 в. На схемі рис. 1.20 б живлення випрямної установки здійснюють від окремої лінії напругою 10 кВ від центру живлення. Інший спосіб, представлений на рис. 1.20 в, полягає у використанні перетворювальних агрегатів із спеціальними трансформаторами з первинною напругою 110 кВ. Остання схема повністю виключає вплив нелінійного навантаження на режим розподільної електричної мережі, але пов'язано із спотворенням синусоїдності режиму живлячої мережі вищих класів номінальної напруги.



### в) через трансформатор з високою напругою первинної обмотки

Рисунок 1.20 - Схеми живлення випрямної установки

Основна ідея використання фільтрів вищих гармонік полягає в тому, що реактивні опори, зокрема, індуктивні опори реакторів та ємнісні опори конденсаторів визначаються частотою змінного струму. При чому збільшення

частоти супроводжується збільшенням індуктивного та зменшенням ємнісного опору. Таким чином можна підібрати таке співвідношення між параметрами послідовно увімкнених реакторів та конденсаторів, щоб на частоті певної гармоніки спостерігався резонанс напруг, тобто еквівалентний опір ділянки фільтру дорівнював нулю, а відповідна гармонічна складова струму замикалась на землю і не попадала в електричну мережу. Принципова схема *LC*-фільтру вищих гармонік наведена на рис. 1.21. Зазначимо, що у разі необхідності фільтрації струмів спектру вищих гармонік такий фільтр містить декілька резонансних ділянок, кожна з яких налаштована на частоту певної гармонічної складової.



Рисунок 1.21 - Схема фільтру вищих гармонік

### Контрольні запитання до 2 розділу:

1. Дайте визначення спеціальних режимів електричних систем. Поясніть, чому спеціальні режими не можна віднести до нормальних або аварійних.

2. У чому полягає несиметричність режимів електричних систем?

3. Перелічіть та охарактеризуйте причини виникнення несиметричних режимів електричних систем.

4. Які негативні наслідки можуть мати несиметричні режими електричних систем?

5. Зазначте основні заходи, направлені на симетрування режимів електричних систем.

6. У чому полягає несинусоїдність режимів електричних систем?

7. Перелічіть та охарактеризуйте причини виникнення несинусоїдних режимів електричних систем.

8. Які негативні наслідки можуть мати несинусоїдні режими електричних систем?

9. Наведіть основні положення методу симетричних складових

10. У чому полягають основні переваги методу симетричних складових над моделюванням несиметричних режимів електричних систем в просторі фазних координат.

11. Доведіть взаємну незалежність режимних параметрів розрахункових схем прямої, зворотної та нульової послідовностей.

12. Доведіть, що нормальні режими електричних систем по суті є режимами прямої послідовності.

13. Поясніть збіг параметрів схем заміщення прямої та зворотної послідовностей ліній електропередавання та силових трансформаторів.

14. Поясніть збільшення активних погонних опорів нульової послідовності ліній електропередавання на 0,15 Ом/км по відношенню до активних опорів прямої послідовності.

15. Поясніть вплив паралельних ліній на параметри схеми заміщення нульової послідовності ліній електропередавання.

16. Поясніть вплив грозозахисних тросів на параметри схеми заміщення нульової послідовності ліній електропередавання.

17. Наведіть орієнтовні дані щодо співвідношення між індуктивними опорами прямої та нульової послідовностей повітряних ліній електропередавання різного виконання.

18. Наведіть орієнтовні дані щодо співвідношення між активними та індуктивними опорами прямої та нульової послідовностей кабельних ліній електропередавання.

19. Перелічіть та охарактеризуйте фактори, які визначають схеми заміщення нульової послідовності силових трансформаторів.

20. Наведіть та поясніть розрахункові схеми нульової послідовності двообмоткових силових трансформаторів, обмотки яких з'єднано за схемами трикутник/трикутник, зірка-нуль/зірка-нуль, зірка-нуль/зірка та зірка-нуль/трикутник.

21. Наведіть та поясніть розрахункові схеми нульової послідовності триобмоткових силових трансформаторів, обмотки яких з'єднано за схемами зірка-нуль/зірка-нуль, зірка-нуль/трикутник/трикут-ник, зірка-нуль/трикутник/зірка.

22. Поясніть відсутність контуру намагнічення в схемі заміщення нульової послідовності груп однофазних силових трансформаторів та трифазних трансформаторів з чотири- та п'ятистрижневими магнітопроводами.

23. Поясніть відсутність контуру намагнічення в схемі заміщення нульової послідовності трифазних трансформаторів з тристрижневими магнітопроводами та з'єднанням обмоток в трикутник.

24. Поясніть наявність контуру намагнічення в схемі заміщення нульової послідовності трифазних трансформаторів з тристрижневими магнітопроводами та з'єднанням обмоток в зірку.

25. Що називають комплексними схемами заміщення несиметричних режимів електричних систем?

26. Поясніть формування комплексної схеми заміщення за пофазної несиметрії параметрів електропередач.

27. Наведіть узагальнену комплексну схему заміщення за пофазної несиметрії параметрів електропередач.

28. Наведіть послідовність розрахунків характеристик несиметричних режимів, обумовлених пофазною несиметрією параметрів електропередач за допомогою комплексних схем заміщення.

29. Наведіть узагальнену комплексну схему заміщення неповнофазного режиму, обумовленого вимкненням однієї фази.

30. Наведіть послідовність розрахунків характеристик неповнофазних режимів, обумовлених вимкненням однієї фази.

31. Наведіть узагальнену комплексну схему заміщення неповнофазного режиму, обумовленого вимкненням двох фаз.

32. Наведіть послідовність розрахунків характеристик неповнофазних режимів, обумовлених вимкненням двох фаз.

33. Наведіть узагальнені комплексні схеми заміщення несиметричних режимів електричних систем з ізольованою нейтраллю.

34. Наведіть умови застосування систем несиметричних складових до моделювання несиметричних режимів електричних систем.

35. Перелічіть та охарактеризуйте найбільш поширені системи несиметричних складових.

36. Якими каналами системи γδ0 моделюють симетричний режим електричної системи?

37. Якими каналами системи ху0 моделюють симетричний режим електричної системи?

38. Якими каналами системи rs0 моделюють симетричний режим електричної системи?

39. Наведіть основні переваги систем несиметричних складових γδ0.

40. Наведіть основні переваги систем несиметричних складових ху0.

41. Наведіть основні переваги систем несиметричних складових rs0.

42. Яким каналам систем γδ0, xy0 та rs0 відповідає схема нульової послідовності простору симетричних складових?

43. Охарактеризуйте обмеження несиметрії параметрів ліній електропередавання шляхом транспозиції фазних проводів.

44. Поясніть направленість заходів з симетрування режимів високовольтних електричних систем на компенсацію тільки струмів зворотної послідовності.

45. Перелічіть на охарактеризуйте можливі підходи до компенсації напруг та струмів зворотної послідовності в високовольтних електричних мережах.

46. Охарактеризуйте компенсацію напруг та струмів зворотної послідовності за допомогою лінійних регуляторів.

47. Охарактеризуйте компенсацію напруг та струмів зворотної послідовності за допомогою батарей статичних компенсаторів.

48. Охарактеризуйте застосування пристроїв СТАТКОМ до симетрування режимів електричних систем.

49. Охарактеризуйте моделювання несинусоїдних режимів електричних систем методами гармонічного аналізу.

50. Дайте визначення та поясніть природу виникнення потужності спотворення.

51. Охарактеризуйте основні особливості несинусоїдних режимів в трифазних електричних системах.

52. Перелічіть та охарактеризуйте групи заходів, направлених на обмеження несинусоїдності режимів електричних систем.

53. Поясніть обмеження вищих гармонік струму шляхом застосування багатофазних вентильних перетворювачів.

54. Що розуміють під раціональною побудовою схеми електричної мережі з погляду обмеження несинусоїдності режиму електричної системи.

55. Поясніть основну ідею побудови резонансних фільтрів вищих гармонік.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баркан Я. Д. Эксплуатация электрических систем : учеб. пособие для электроэнергет. спец. вузов / Баркан Я. Д. — М. : Высш. шк., 1990. — 304 с.

2. Брацлавский С. Х. Специальные расчеты электропередач сверхвысокого напряжения / С. Х. Барцлавский, А. И. Гершенгорн, С. Б. Лосев. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 312 с.

3. Веников В. А. Дальние электропередачи. Специальные вопросы / Веников В. А. — М.-Л. : ГЭИ, 1960. — 312 с.

4. Идельчик В. И. Электрические системы и сети : учеб. для вузов / Идельчик В. И. — М. : Энергоатомиздат, 1989. — 592 с.

5. Крюков К. П. Конструкции и механический расчет линий электропередачи / К. П. Крюков, Б. П. Новгородцев. — Л. : Энергия, 1970. — 392 с.

6. Маркович И. М. Режимы энергетических систем / Маркович И. М. — М. : Энергия, 1969. — 352 с.

7. Мельник В. П. Математичні моделі електроенергетичних систем : навч. посіб. / Мельник В. П. — К. : ІСДО, 1993. — 336 с.

8. Мельников Н. А. Проектирование электрической части воздушных линий электропередачи 330—500 кВ / Н. А. Мельников, С. С. Рокотян, А. Н. Шеренцис ; под общ. ред. С. С. Рокотяна. — М. : Энергия, 1974. — 472 с.

9. Правила устройства электроустановок. Минэнерго СССР. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 640 с.

10. Сегеда М. С. Математичне моделювання в електроенергетиці: навч. посібник / Середа М. С. — Л. : Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2002. — 300 с.

11. Сенди К. Современные методы анализа электрических систем / Сенди К. — М. : Энергия, 1971. — 360 с.

12. Справочник по проектированию линий электропередачи / Под ред. М. А. Реута и С. С. Рокотяна. — М. : Энергия, 1980. — 296 с.

13. Справочник по проектированию электрических сетей / Под ред. Д. Л. Файбисовича. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2005. — 320 с.

14. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. — М. : Энергоатомиздат, 1985. — 352 с.

15. Справочник по строительству подстанций 110-750 кВ / Под ред. М. А. Реута. — М. : Энергоиздат, 1982. — 272 с.

16. Сулейманов В. Н. Расчет и регулирование установившихся режимов работы электрических сетей энергосистем: учеб. пособие / Сулейманов В. Н. — К. : НМК ВО, 1992. — 216 с.

17. Теоретические основы электротехники / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — СПб. : Питер, 2006. — Т. 2. — 576 с.

18. Федин В. Т. Многокритериальная оценка экологических характеристик воздушных линий электропередачи / В. Т. Федин, А. В. Корольков. — Минск : УП «Технопринт», 2002. — 104 с.

19. Холмский В. Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей (специальные вопросы) / Холмский В. Г. — М. : Высш. шк., 1975. — 280 с.

20. Чехов В. И. Экологические аспекты передачи электроэнергии / Чехов В. И. — М. : Изд-во МЭИ, 1991. — 44 с.

21. Электрические системы. Режимы работы электрических систем / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш шк., 1975. — 344 с.

22. Электрические системы. Т. 2. Электрические сети / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш. шк., 1971. — 440 с.

23. Электрические системы. Т. 3. Передача энергии переменным и постоянным током высокого напряжения / Под ред. В. А. Веникова. — М. : Высш. шк., 1972. — 368 с.

24. Лыкин А. В. электрические системы и сети : учеб. пособие / Лыкин А. В. – М. : Университетская книга; Логос, 2008. – 254 с.

25. Сегеда М. С. Електричні мережі та системи : підручник / Сегеда М. С. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2007. – 488 с.

26. Сулейманов В. Н. Электрические сети и системы : учеб. / В. Н. Сулейманов, Т. Л. Кацадзе. – К. : НТУУ «КПІ», 2007. – 504 с.

27. Электрические системы. Т. 2. Электрические сети : учебное пособие для электроэнергетич. вузов / В. А. Веников, А. А. Глазунов, Л. А. Жуков, Л. А. Солдаткина / Под ред. В. А. Веникова. – М. : Высшая школа, 1971. – 440 с.

28. Электрические системы и сеты : учеб. / Н. В. Буслова, В. Н. Винославский, Г. И. Денисенко, В. С. Перхач ; под ред. Г. И. Денисенка. – К. : Вища шк., 1986. – 584 с.

29. Электрические системы. Электрические сети : учеб. для электроэнерг. спец. вузов / В. А. Веников, А. А. Глазунов, Л. А. Жуков и др. ; под ред. В. А. Веникова, В. А. Строева. – М. : Высш. Шк., 1998. – 511 с.

30. Блок В. М. Элекрические сети и системы : учебное пособие для электроэнергет. спец. вузов / Блок В. М. – М. : Высш. шк., 1986. – 430 с.

Електронне навчальне видання комбінованого використання Можна використовувати в локальному та мережному режимах

> Юлія Володимирівна Малогулко Олександр Борисович Бурикін Теймураз Луарсабович Кацадзе Володимир Васильович Нетребський

## ЕЛЕКТИЧНІ СИСТЕМИ І МЕРЕЖІ

## Частина III

### Навчальний посібник

Рукопис оформлено Ю. Малогулко

Редактор О. Ткачук

Оригінал-макет підготував О. Ткачук

Підписано до видання 29.06.2022 р. Гарнітура Times New Roman. Зам. № Р2022-044. Видавець та виготовлювач Вінницький національний технічний університет, Редакційно-видавничий відділ.

> ВНТУ, ГНК, к. 114. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021. Тел. (0432) 65-18-06. press.vntu.edu.ua; Email: irvc.vntu@gmail.com. Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.