

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. В. Горенюк

**Системний аналіз  
оптимального руху електромобіля  
з асинхронним електроприводом**

Монографія

Вінниця  
ВНТУ  
2023

УДК 531.31:621.86

М74

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 3 від «28» вересня 2023 р.)

Рецензенти:

В.К. Титюк, доктор технічних наук, професор (КНУ)

А.П. Чорний, доктор технічних наук, професор (КрНТУ)

**Мокін, Б. І.**

М74 Системний аналіз оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом: монографія / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. В. Горенюк – Вінниця: ВНТУ, 2023. – 114 с.

ISBN 978-966-641-946-3

В монографії представлені результати системного дослідження руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, на спуск та на підйом, оптимального за критерієм мінімуму витрат енергії силової акумуляторної батареї, а також руху на поворотах дороги, оптимального за модифікованими критеріями стійкості.

Розрахована на інженерів, науковців та студентів закладів вищої освіти, яким в процесі синтезу законів оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом необхідно застосовувати методологію системного аналізу.

УДК 531.31:621.86

ISBN 978-966-641-946-3

© Б. Мокін, О. Мокін, В. Горенюк, 2023

## Зміст

<b>ВСТУП.....</b>	<b>5</b>
<b>РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ НАУКОВИХ ПРАЦЬ, ПРИСВЯЧЕНИХ ВИБРАНОМУ ОБ'ЄКТУ ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>8</b>
1.1 Огляд публікацій, присвячених оцінюванню стану та перспективам розвитку електромобілебудування у світі та в Україні.....	8
1.2 Аналіз наукових праць, присвячених оцінюванню характеристик живлення електроприводів електромобілів та аналізу їх систем керування і комп'ютерного моделювання.....	22
1.3 Аналіз наукових праць, присвячених синтезу математичних моделей, що описують процеси руху електромобіля.....	33
1.4 Висновки за результатами огляду публікацій і аналізу наукових праць, присвячених вибраному об'єкту дослідження, та вибір предмета і методу дослідження.....	38
<b>РОЗДІЛ 2 РЕАЛІЗАЦІЯ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ЕТАПІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ .....</b>	<b>41</b>
2.1 Мета і постановка задач на першому етапі системного аналізу предмета дослідження.....	41
2.2 Вибір та обґрунтування критеріїв оцінки результатів дослідження .....	43
2.3 Виділення предмета дослідження із зовнішнього середовища і визначення точок їх взаємодії на другому етапі системного аналізу.....	46
2.4 Вибір базових обмежень .....	47
<b>РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ ТРЕТЬОГО ЕТАПУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ У ВИГЛЯДІ СИНТЕЗУ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ВІДРІЗКОМ ДОРОГИ, НА СПУСКАХ ТА НА ПІДЙОМАХ.....</b>	<b>50</b>
3.1 Приведення базових обмежень та критеріїв оцінки результатів дослідження до безрозмірного вигляду .....	50
3.2 Синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги.....	52

3.3 Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги.....	57
3.4 Обчислювальний метод для визначення траєкторій оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги.....	59
3.5 Синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спусках і на підйомах .....	61
<b>РОЗДІЛ 4 РЕАЛІЗАЦІЯ ЧЕТВЕРТОГО ЕТАПУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ ШЛЯХОМ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ .....</b>	<b>68</b>
4.1 Комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги.....	68
4.2 Комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спуск та на підйом .....	77
4.3 Оцінка стійкості електромобіля з асинхронним електроприводом з використанням методу поєднання його кінематичної математичної моделі з динамічною.....	84
<b>РОЗДІЛ 5 СИНТЕЗ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ВОДІЄМ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НА П'ЯТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>92</b>
5.1 Висновки за результатами чотирьох етапів системного аналізу вибраного предмета дослідження.....	92
5.2 Структура системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля з асинхронним електроприводом .....	95
5.3 Перспективи впровадження системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля з асинхронним електроприводом .....	98
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>102</b>

## ВСТУП

Як відомо, кількість автомобілів у світі в усіх країнах щоденно і невинно зростає. А тому щоденно і невинно зростає забруднення навколишнього середовища продуктами згорання палива, що використовується в двигунах внутрішнього згорання, якими оснащена переважна більшість автомобілів.

І, як наслідок, атмосфера багатьох світових мегаполісів поступово перетворюється на непридатний для дихання смог, від якого страждають мільйони жителів цих мегаполісів, особливо чутливі з яких уже не можуть навіть покинути свою квартиру і вийти на вулицю без оснащеного фільтром респіратора.

А за межами мегаполісів забруднюючі викиди автомобільних двигунів внутрішнього згорання розносяться вітрами на усе більші площі земельних угідь, від чого зменшується врожайність цих земельних угідь і погіршується якість вирощеної на них сільськогосподарської продукції.

А одночасно зі збільшенням забруднення навколишнього середовища викиди автомобільних двигунів внутрішнього згорання збільшують масу парникових газів, які спричиняють підвищення температури земної атмосфери, що, у свою чергу, призводить до стрімкого танення арктичних та антарктичних льодовиків і підвищення температури та рівня океанів, наступ яких на низинні прибережні території за недовгий історичний відрізок часу позбавить місць проживання та роботи сотні мільйонів жителів Землі, а паралельно збільшуватимуться при цьому і площі пустель, що теж зменшуватиме придатний для життя і господарської діяльності ареал існування людства.

І у певній мірі призупинити цей невинний температурно-наростаючий забруднюючий потік можна лише відмовившись від використання двигунів внутрішнього згорання в колісних транспортних засобах, кількість яких, на чому варто наголосити ще раз, буде лише зростати.

Варто зазначити, що людство уже знайшло панацею від цієї біди у вигляді створення електричної тяги для колісних транспортних засобів усіх типів і класів, яка не створює викидів, що забруднюють атмосферу та підвищують її температуру, у вигляді електричних двигунів постійного та змінного струму

І першими колісними транспортними засобами з електричною тягою стали електровози, що потягнули за собою залізничними коліями десятки тисяч вагонів з різноманітними вантажами, та міські трамваї і тролейбуси, завдяки яким переважна кількість жителів мегаполісів долають відстані у своїх містах транспортними засобами з екологічно чистою тягою у вигляді електроприводів, для живлення яких електричним струмом від стаціонарних джерел його генерації використовуються струмопроводи у вигляді одно- і двопровідних тролей та струмознімачі у вигляді бугелів і штанг.

Але на вантажні та легкові автомобілі електричну тягу не встановлювали ще майже 100 останніх років, тому що бензин і солярка та природній газ, які спалюються у двигунах внутрішнього згорання, коштували дешево, забруднення їх викидами навколишнього середовища ще не викликало занепокоєння, а акумулятори електричної енергії, необхідної для функціонування тягових електроприводів транспортних засобів, що випускались серійно, ще були не в змозі забезпечити переміщення транспортних засобів з електричною тягою, які стали називати електромобілями, на відстань, більшу 100 кілометрів.

Але по мірі того, як удосконалювались автомобільні акумулятори електричної енергії в напрямку збільшення їх електричної ємності та зменшення габаритних розмірів, а також під впливом громадськості, що виявляла занепокоєння в усіх країнах світу з приводу забруднення навколишнього середовища викидами двигунів внутрішнього згорання, усе більше автомобільних фірм почали виробляти та вдосконалювати електромобілі з тяговими електродвигунами як постійного так і змінного струму. А коли за один заряд силової акумуляторної батареї електромобілі почали покривати відстань 500 кілометрів, їх виробництво і реалізація у торговій мережі набули масового характеру.

Однак багато питань стосовно теорії функціонування та режимів експлуатації електромобілів, особливо в напрямку мінімізації витрат електричної енергії силової акумуляторної батареї на подолання максимуму відстані, пройденої електромобілем за визначений термін часу, результати розв'язання яких суттєво відрізняються при використанні тягових електродвигунів постійного та змінного струму, викликають зацікавленість у дослідників і сьогодні. Тож не дивно, що ці питання зацікавили і нас – авторів цієї монографії, із чого випливає, що об'єктом нашого дослідження є процеси, що характеризують рух електромобіля дорогами, прокладеними на місцевості зі змінним ландшафтом.

Але перш ніж конкретизувати мету, предмет і задачі нашого дослідження, спочатку у першому розділі монографії здійснимо огляд наукових публікацій, присвячених тим результатам, які у цьому напрямку уже отримали інші дослідники.

А закінчити цей вступ ми хочемо інформацією про те, що значна частина результатів, викладених в даній монографії, вперше побачила світ у вигляді статей в наукових журналах [98]-[104], [110], [112]-[115], опублікованих її авторами за тематикою досліджень НДЛ «Автоматизованих систем управління в енергетиці і транспорті» Вінницького національного технічного університету, і вперше була узагальнена аспірантом В. В. Горенюком на сторінках його дисертації на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, яку він захистив у 2022 році і яку написав під час навчання в аспірантурі під науковим керівництвом професора Б. І. Мокіна та використовуючи при розв’язанні частини задач наукові консультації професора О. Б. Мокіна, що і обумовило наявність у монографії трьох співавторів.

## **РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ НАУКОВИХ ПРАЦЬ, ПРИСВЯЧЕНИХ ВИБРАНОМУ ОБ'ЄКТУ ДОСЛІДЖЕННЯ**

### **1.1 Огляд публікацій, присвячених оцінюванню стану та перспективам розвитку електромобілебудування у світі та в Україні**

Як ми уже відзначили у вступі, кількість автотранспорту на Землі щороку невинно зростає, і за даними, приведеними в роботі [1], станом на 2018 рік вона уже досягла 1 431 448 000 одиниць. Тож невинно збільшується і кількість забруднюючих речовин та парникових газів, що викидаються у навколишнє середовище їх двигунами внутрішнього згорання.

А тому не дивно, що в пошуках альтернативи автомобілям із двигунами внутрішнього згорання провідні автомобільні фірми розпочали збільшувати випуск електромобілів і публікувати щорічні оцінки стану та прогнозування на період до 2030 року електромобілебудування та інфраструктури обслуговування електромобілів у світі на сторінках Global EV Outlook [2] за підтримки членів Ініціативи з Електромобілів (EVI – Electric Vehicle Initiative) [3].

Із цих публікацій відомо, що наприкінці 2020 року кількість електромобілів у світі вийшла на рівень 10 мільйонів, причому наскільки стрімко зростала ця кількість можна судити з того, що, за даними Global EV Outlook [4], лише протягом 2020 року було зареєстровано 3 мільйони одиниць нових електромобілів

А за даними, приведеними в роботі [5] та відображеними на діаграмах рисунку 1.1, лідером по кількості зареєстрованих електромобілів станом на кінець 2020 року був Китай, за яким слідували Європа та США. Саме автомобільні фірми цих виробників електромобілів із року в рік, починаючи з 2010, прискорюють процес удосконалення технологій, з впровадженням яких знижуються витрати на виробництво та обслуговування електромобілів, і розвивають хімію акумуляторів, завдяки досягненням якої збільшується ємність та зменшуються габаритні розміри силових акумуляторів електромобілів.



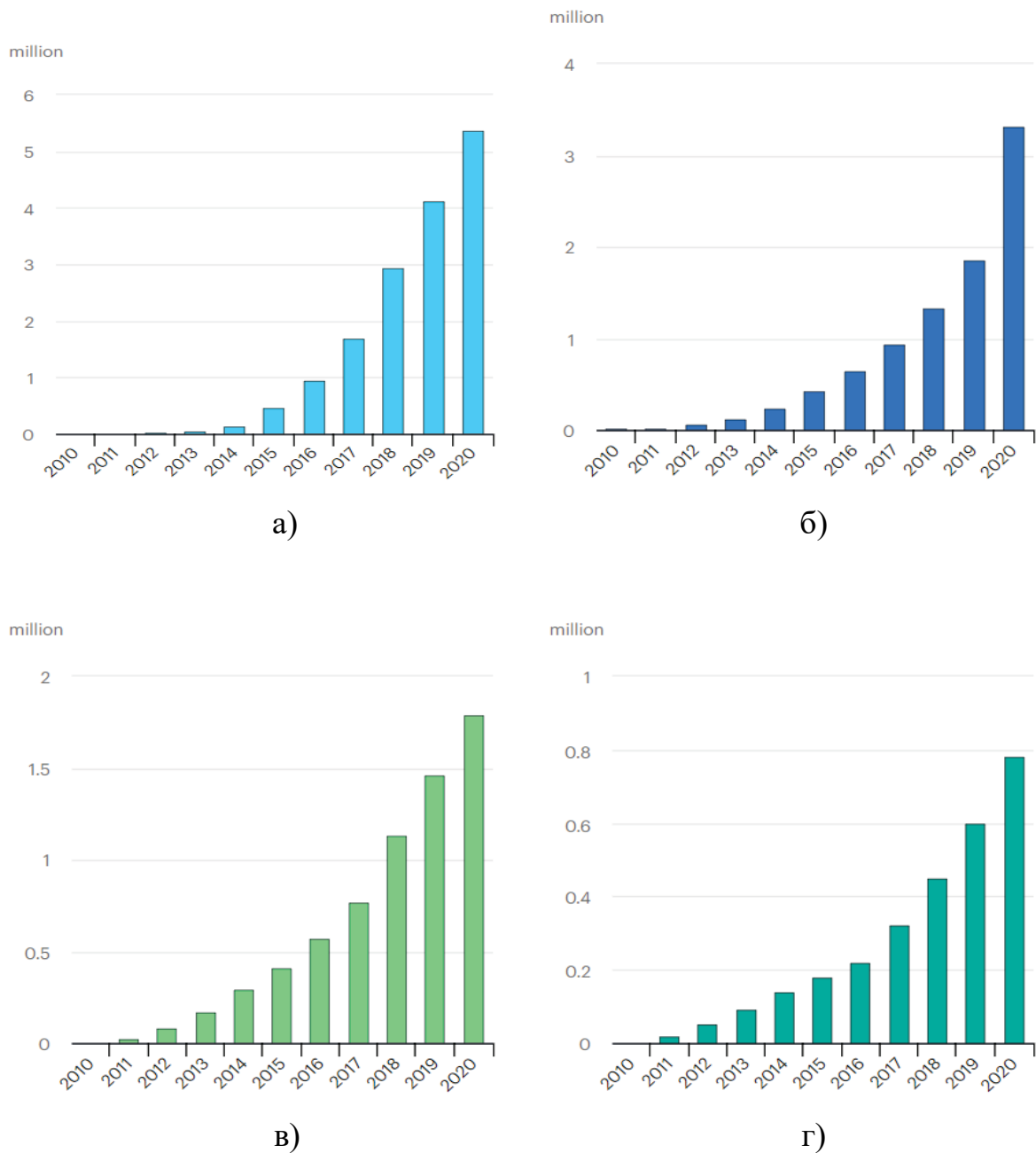


Рисунок 1.1 – Загальна кількість усіх зареєстрованих електромобілів в часовому діапазоні 2010-2020 років: а) Китай, б) Європа, в) Сполучені Штати, г) усі інші країни разом взяті

Та ж таки Global EV Outlook у 2021 запропонувала два сценарії перспектив розвитку електромобілів до 2030 року, які базуються на останніх ринкових даних, політичних чинниках і технологічних перспективах - сценарій заявлених політик – STEPS (Stated Policies Scenario) [6] та сценарій сталого розвитку – SDS (Sustainable Development Scenario) [7].

STEPS є базовим сценарієм, що підтримується World Energy Outlook [8], Energy Technology Perspectives [9] та International Energy Agency [10]. Цей сценарій відображає політику та цілі, що уже законодавчо встановлені або оголошені урядами країн, які є виробниками електромобілів. Він включає також прогнозування очікуваних наслідків оголошених розгортань і планів виробництва електромобілів усіма фірмами, причетними до цієї галузі.

А для сценарію SDS основоположними є три умови: 1) забезпечення універсального доступу до енергії для всіх до 2030 року; 2) досягнення суттєвого скорочення викидів забруднюючих речовин в атмосферу; 3) реалізація глобальних кліматичних цілей, заявлених у Паризькій угоді [11].

За прогнозом сценарію STEPS, опублікованим в роботі [12], кількість усіх електромобілів, яких на кінець 2020 року в усьому світі було 10 мільйонів, до 2030 року зросте до 145 мільйонів, а за прогнозом сценарію SDS, опублікованому в роботі [13], ця кількість буде майже вдвічі більшою і сягатиме 230 мільйонів.

Відрізнятимуться за цими сценаріями, як це видно із діаграм рисунка 1.2, при створенні якого використані дані, опубліковані в роботах [14], [15], і темпи нарощування кількості та сумарної потужності як домашніх так і публічних зарядних пристроїв до електромобілів.

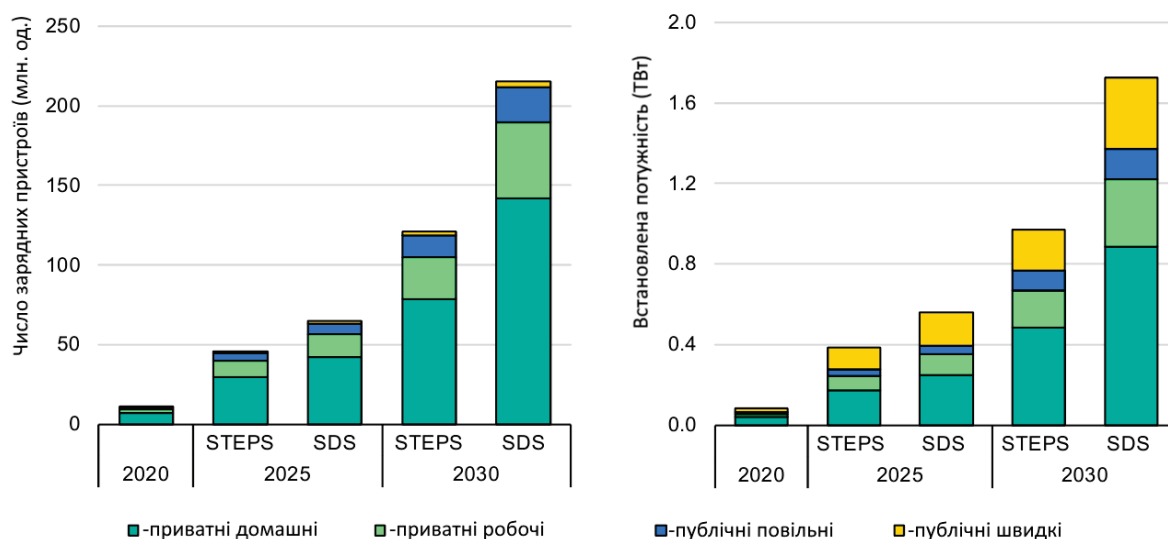


Рисунок 1.2 – Діаграми прогнозування зростання кількості та сумарної потужності встановлених електричних зарядних пристроїв для електромобілів за сценаріями STEPS та SDS в часовому діапазоні 2020-2030 років.

Більш детальний аналіз приведених даних свідчить, що за сценарієм STEPS у 2030 році із 105 мільйонів приватних зарядних пристроїв для електромобілів 80 мільйонів складатимуть домашні зарядні пристрої, а 25 мільйонів будуть встановленими в місцях загального використання, при цьому загальна встановлена потужність зарядних пристроїв досягатиме 670 ГВт які будуть спроможними генерувати 235 ТВт·год електроенергії. А кількість зарядних пристроїв загального використання досягне 14 мільйонів з подовженим циклом зарядки і 2,3 мільйона з швидким. Встановлена потужність зарядних пристроїв з подовженим циклом зарядки досягне 100 ГВт, а встановлена потужність зарядних пристроїв з швидким циклом зарядки досягне 205 ГВт. Разом вони забезпечуватимуть в 2030 році електромобілі зарядною електроенергією до 95 ТВт·годин.

За сценарієм же SDS [7] кількість зарядних пристроїв домашнього використання у 2030 році перевищить 140 мільйонів одиниць, а для загального використання - 50 млн. од. Їх сумарна встановлена потужність досягне 1,2 ТВт, що забезпечуватиме до 400 ТВт·год зарядної електроенергії.

Але, як засвідчено в роботах [2], [16], [17], уже навіть у 2020 році в усьому світі за рахунок заміщення частини автомобілів з ДВЗ електромобілями було скорочено викиди парникових газів на понад 50 млн. тон в перерахунку на CO<sub>2</sub>. І при зростанні парку електромобілів протягом наступного десятиліття викиди парникових газів будуть скорочуватися за принципом **well-to-wheel** [18], що характеризує екологічний вплив електротранспорту протягом усього терміну його експлуатації та періоду виробництва, в порівнянні із тими викидами які створюватимуть транспортні засоби із ДВЗ. При цьому очікується, що інтенсивність викидів вуглецю при виробництві електроенергії для електромобілів буде знижуватися швидше, ніж при використанні рідкого та газоподібного палива для автомобілів з ДВЗ.

Але, як показано в роботі [19], незважаючи на те, що середньостатистичні електромобілі, основним енергоносієм у яких є силові акумулятори, викидають менше парникових газів, ніж середньостатистичний автомобіль із ДВЗ, що використовує бензин як джерело енергії протягом свого періоду експлуатації, зменшення викидів CO<sub>2</sub> транспортними засобами за рахунок заміщення автомобілів з ДВЗ

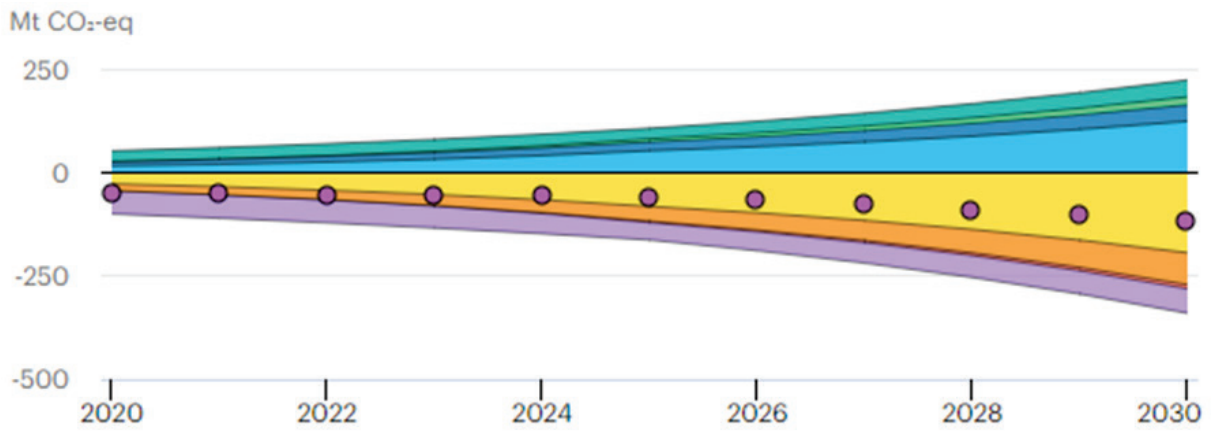
електромобілями суттєво залежить від вуглецевої сировини, що використовується для генерації електричної енергії на електростанціях, яка потім використовується для заряду силових акумуляторів електромобілів, а тому це заміщення буде ефективним лише у тому випадку, коли воно буде супроводжуватися декарбонізацією виробництва електроенергії.

Саме тому у прогнозах за принципом **well-to-wheel** викиди парникових газів від електромобілів визначаються для кожної країни на основі співвідношення кількості електроенергії, спожитої електромобілями, та середньої кількості викидів вуглецю при виробництві електроенергії, і за сценарієм STEPS [6] середня інтенсивність генерації вуглекислого газу до 2030 року скоротиться на 20%, а за сценарієм SDS [7] - на 55%. Отже у 2030 році заміщення автомобілів із ДВЗ електромобілями за прогнозом сценарію STEPS [6] дозволить скоротити викиди парникових газів на третину, а за прогнозом сценарію SDS [7] - на дві третини.

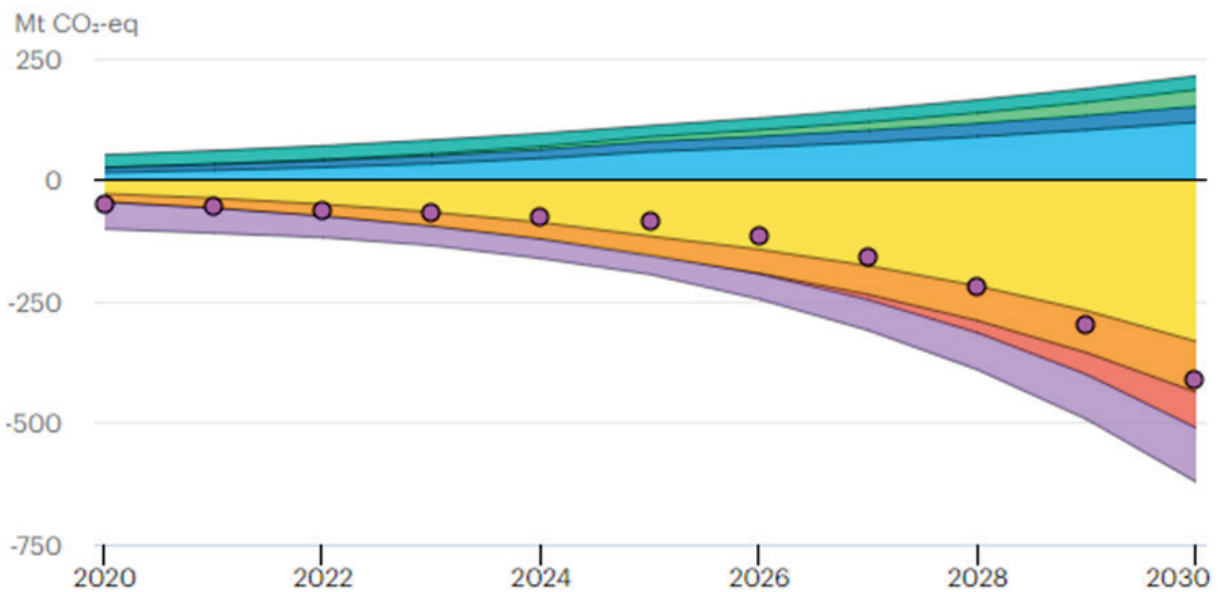
А якщо перейти до вимірів в еквівалентах  $\text{CO}_2$ , то за сценарієм STEPS [6] прогнозується, що у 2030 році електромобілі сумарно викинуть 230 млн. тон  $\text{CO}_2$ , у той час як така ж кількість автомобілів із ДВЗ викидів здійснила б 350 млн. тон, тобто кількість викидів в еквіваленті на  $\text{CO}_2$  зменшиться на 120 млн. тон. А сценарій SDS прогнозує зменшення викидів на 410 млн. тон  $\text{CO}_2$ .

На рисунку 1.3 представлені графіки прогнозованих викидів парникових газів: (а) – за сценарієм STEPS за даними роботи [20]; (б) – за сценарієм SDS за даними роботи [21]. На цьому рисунку додатні значення – це чисті викиди  $\text{CO}_2$  електромобілями, а від’ємні значення – це ті, які були б викинуті автомобілями із ДВЗ, якби не відбулося їх заміщення електромобілями

Аналіз цих графіків свідчить, що уже навіть сьогодні електромобілі забезпечують скорочення викидів парникових газів протягом життєвого циклу їх силових акумуляторних батарей порівняно з транспортними засобами з ДВЗ у середньому по всьому світу приблизно на 20-30%. Ці переваги більш помітні в країнах, де генерація електроенергії швидко декарбонізується, наприклад, у Європейському Союзі, де викиди за життєвий цикл акумуляторів електромобіля приблизно на 45-55% нижчі.



а)



б)

- - легкові електромобілі
- - електробуси
- - вантажні електромобілі
- - 2/3 колісні ЕТЗ
- - автомобілі з ДВЗ
- - автобуси з ДВЗ
- - вантажні автомобілі з ДВЗ
- - 2/3 колісні ТЗ з ДВЗ
- - чисте скорочення викидів ПГ

Рисунок 1.3 – Графіки прогнозованих викидів парникових газів за сценаріями: а) STEPS -криві; б) SDS- криві

Тому зрозуміло, що електрифікація та декарбонізація автотранспорту і заміщення автомобілів з ДВЗ електромобілями є майбутнім автопромисловості.

Як видно із таблиці 1.1, взятої з роботи [22], нині у світі нараховується уже чимало електромобілів від різних виробників. Деякі автовиробники навіть почали випускати виключно лише електромобілі.

Таблиця 1.1 – Частка продажів, ринку та використання легкових електромобілів за 2020 рік

Країна	Світовий парк	Річні продажі	Частка ринку	% від заг. к-сті
Китай	4,595,100	1,246,000	5.4%	1.75%
Європа	3,299,823	1,364,813	11.4%	1.0%
США	1,741,566	297,939	2.2%	0.7%
Німеччина	~700,000	394,632	13.5%	1.2%
Каліфорнія	803,816	145,099	8.1%	2.27%
Норвегія	480,008	113,588	74.7%	17.2%
Франція	470,295	194,881	11.2%	1.29%
Велика Британія	434,282	175,082	10.7%	1.38%
Нідерланди	297,380	87,946	24.6%	3%
Японія	297,181	29,000	0.6%	-
Швеція	193,054	96,054	32.2%	4%
Канада	188,100	47,000	3.0% (2019)	0.73%
Глобально всього	10,800,000	3,240,000	4.6%	1.0%

Не викликає заперечень теза, що найбільшу популярність у світі мають електромобілі компанії Tesla Motors, із яких за даними, приведеними в роботах [23], [24], найуспішніше продається Tesla Model 3, зовнішній вигляд якої, взятий нами із роботи [25], зображено на рисунку 1.4, а технічні характеристики за даними із робіт [26], [27], [28] представлені в таблиці 1.2.



Рисунок 1.4 – Зовнішній вигляд електромобіля Tesla Model 3

Таблиця 1.2 – Технічні характеристики електромобіля Tesla Model 3

Технічна характеристика	Значення
Маса авто, кг	1847
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	507 (EPA), 567 (WLTP)
Ємність АБ, кВт год	75
Потужність зарядки, кВт: змінним струмом постійним струмом	12 250
Швидкість зарядки постійним струмом, км/год	1323
Тип двигуна: передній задній	Асинхронний. Синхронний, на постійних магнітах.
Трансмісія	Одноступінчаста (9:1)
Максимальна швидкість, км/год	260
Потужність, к. с. (кВт)	450 (336)
Ефективність кВт-год/100 км	13

Наприкінці 2018 року у список, де можна офіційно придбати її авто, компанія-виробник внесла і Україну, однак забирати авто потрібно і по-сьогодні з міста Тілбург у Нідерландах [29].

Другим за популярністю у світі заслуговує бути представленим електромобіль Nissan Leaf e+ [30] від японського автовиробника, зовнішній вигляд якого зображено на рисунку 1.5.



Рисунок 1.5 – Зовнішній вигляд електромобіля Nissan Leaf e+

Перша версія із лінійки електромобілів Leaf, що була представлена у грудні 2010 році у Японії та США, була і першим масовим електромобілем серійного виробництва та одразу ж здобула звання «автомобіль року». Випуск електромобілів наступного покоління, до якого належить і Nissan Leaf e+ , розпочався в 2017 році. У цій версії Nissan Leaf e+ фірма внесла численні покращення, серед яких заслуговують бути згаданими у першу чергу збільшення ємності силової акумуляторної батареї, збільшення запасу ходу та зміна типу електродвигуна із синхронного на постійних магнітах до асинхронного з більшою потужністю. На особливу увагу заслуговує інформація про те, що електромобілі Nissan лінійки Leaf в Україні нині користуються найбільшою популярністю, а тому їх парк серед усіх марок легкових



електромобілів, ввезених в Україну, є найчисленнішим. Технічні характеристики електромобіля Nissan Leaf e+ за даними, приведеними в роботах [31], [32], [33], представлені в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Технічні характеристики електромобіля Nissan Leaf e+

Технічна характеристика	Значення
Маса авто, кг	1756
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	364 (EPA), 385 (NEDC)
Ємність АБ, кВт год	62
Потужність зарядки, кВт: змінним струмом постійним струмом	6.6 100
Швидкість зарядки постійним струмом, км/год	435
Тип двигуна:	Асинхронний
Трансмісія	-
Максимальна швидкість, км/год	160
Потужність, к. с. (кВт)	215 (160)
Ефективність кВт-год/100 км	16

Заслуговує на позитивну характеристику із числа тих, що випускаються в Японії, також електромобіль Toyota RAV4 EV II, який є другим поколінням електричної версії популярного кросовера Toyota RAV4 [34], що вироблялись у США та Канаді в період з 2012 по 2014 роки спільно компаніями Toyota та Tesla Motors [35] та офіційно продавались і здавались у лізинг спочатку лише в США. Зовнішній вигляд електромобіля Toyota RAV4 EV II зображено на рисунку 1.6, а технічні характеристики за даними із робіт [36], [37], [38] представлені в таблиці 1.4.



Рисунок 1.6 – Зовнішній вигляд електромобіля Toyota RAV4 EV II

Таблиця 1.4 – Технічні характеристики електромобіля Toyota RAV4 EV II

Технічна характеристика	Значення
Маса авто, кг	1829
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	166 (ЕРА)
Ємність АБ, кВт год	41.8
Потужність зарядки, кВт: змінним струмом постійним струмом	10 -
Швидкість зарядки постійним струмом, км/год	-
Тип двигуна:	Асинхронний
Трансмісія	Одноступінчаста (9.73:1)
Максимальна швидкість, км/год	161
Потужність, к. с. (кВт)	154 (115)
Ефективність кВт-год/100 км	25

Що ж до електромобілів європейських автовиробників, то серед них заслуговує на позитивну характеристику у першу чергу електромобіль Audi e-tron 55 quattro [39] від німецького автовиробника Audi, що нині перебуває у складі концерну Volkswagen AG. Перший серійний автомобіль цієї марки, що має на борту два асинхронних двигуни загальною потужністю 300 кВт та силову акумуляторну батарею великої ємності для подолання значних відстаней на одному заряді, поступив у продаж лише у 2019 році, але нині

офіційно уже продається і в Україні. Зовнішній вигляд електромобіля Audi e-tron 55 quattro зображено на рисунку 1.7, а технічні характеристики за даними із робіт [40], [41], [42] представлені в таблиці 1.5.



Рисунок 1.7 – Зовнішній вигляд електромобіля Audi e-tron 55 quattro

Таблиця 1.5 – Технічні характеристики електромобіля Audi e-tron 55 quattro

Технічна характеристика	Значення
Маса авто, кг	2565
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	328 (ЕРА) 441 (WLTP)
Ємність АБ, кВт год	95
Потужність зарядки, кВт: змінним струмом постійним струмом	11 155
Швидкість зарядки постійним струмом, км/год	504
Тип двигунів (передній та задній):	Асинхронний
Трансмісія: передня задня	Одноступінчаста (9.205:1) Одноступінчаста (9.083:1)
Максимальна швидкість, км/год	200
Потужність, к. с. (кВт)	402 (300)
Ефективність кВт-год/100 км	22

З кожним днем набуває популярності і електромобіль Mercedes-Benz EQC [43] також від німецького автовиробника в складі концерну Daimler AG. Зовнішній вигляд електромобіля Mercedes-Benz EQC зображено на рисунку 1.8, а технічні характеристики за даними із робіт [44], [45], [46] представлені в таблиці 1.6. Випуск цього електромобіля розпочато в 2019 році. Він, як і електромобіль Audi e-tron,, має пару асинхронних електродвигунів загальною потужністю 300 кВт. Є в продажу в Україні через офіційного дистриб'ютора компанії Mercedes-Benz.



Рисунок 1.8 – Зовнішній вигляд електромобіля Mercedes-Benz EQC

Таблиця 1.6 – Технічні характеристики електромобіля Mercedes-Benz EQC

Технічна характеристика	Значення
Маса авто, кг	2495
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	354 (ЕРА), 462 (NEDC) 417 (WLTP)
Ємність АБ, кВт год	80
Потужність зарядки, кВт: змінним струмом постійним струмом	11 112
Швидкість зарядки постійним струмом, км/год	409
Тип двигунів (передній та задній):	Асинхронний
Трансмісія (передня та задня):	Одноступінчаста
Максимальна швидкість, км/год	180
Потужність, к. с. (кВт)	402 (300)
Ефективність кВт-год/100 км	19

Україна, на жаль, поки-що ще не представлена в якості виробника серійних електромобілів, оскільки у нашій державі ще не створено конкурентоспроможний електромобіль [47], незважаючи на те, що розробки було розпочато ще у 1973 році у Запорізькому машинобудівному інституті і навіть було створено експериментальний зразок електромобіля під назвою ЗАЗ-968 Електро [48], але фінансування на його доведення до стану серійного так і не було виділено. Було і ще кілька спроб виготовлення електромобілів, але і в цих спробах через недостатнє фінансування та недостатній рівень технологій в кращому випадку вдавалось виготовити декілька сотень одиниць. Серед найбільш цікавих можна згадати такі проекти як: гібрид ЗАЗ 110206 «Таврія-Гібрид» [49] представлений в 2005 році спільно ЗАЗ та Інститутом електродинаміки (автомобіль здатен був проїхати на одному заряді АБ до 50 км, а з включеним ДВЗ діапазон розширювався до 750 км), ЗАЗ Ланос Пікап Електро [50] представлений в 2010 році (оснащений 15 кВт двигуном італійського виробництва та АБ українського виробництва із запасом ходу одного заряду в 100 км) та електромобіль Synchronous [51] який був представлений в Монако 2016 року компанією Electric Marathon International.

Електромобіль Synchronous за дизайном нагадує карету, що за задумом розробників мало сприяти його використанню в якості міського таксі чи екскурсійної машини. Зовнішній вигляд цього електромобіля зображено на рисунку 1.9, а його технічні характеристики за даними роботи [52] представлені в таблиці 1.7.

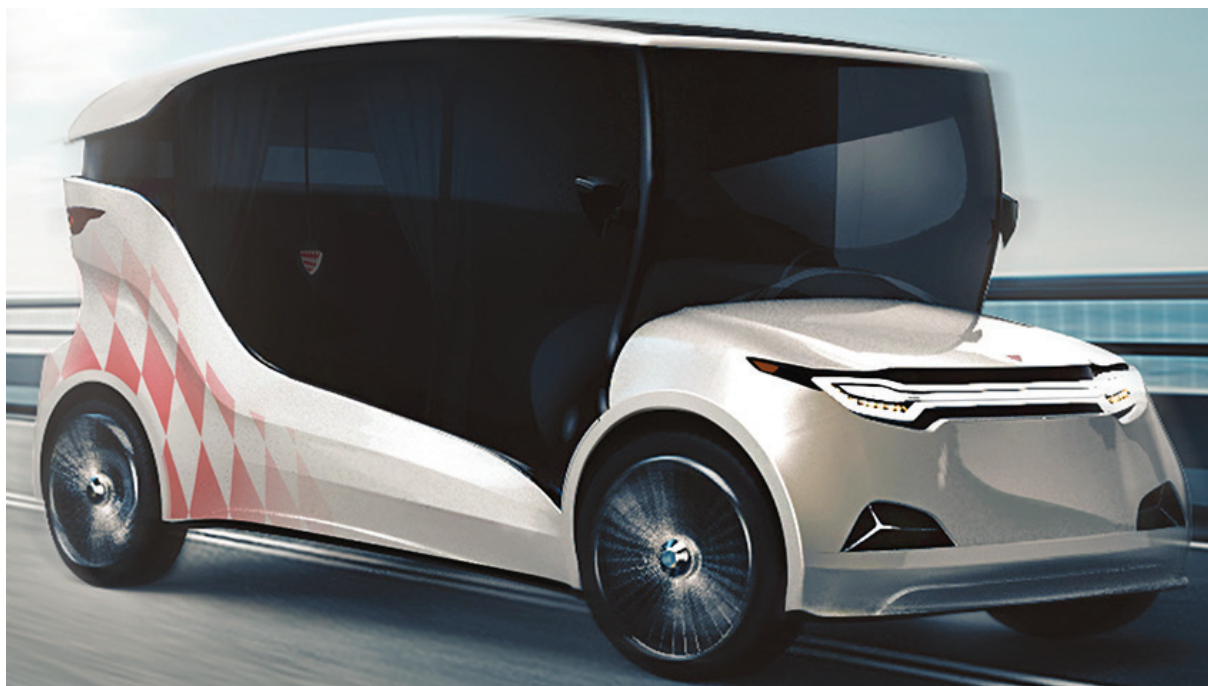


Рисунок 1.9 – Зовнішній вигляд електромобіля Synchronous

Таблиця 1.7 – Технічні характеристики електромобіля Synchronous

Технічна характеристика	Значення
Тип АБ	Літій-іонна
Запас руху, км	130-160
Тип двигуна:	Асинхронний
Максимальна швидкість, км/год	60-70

Але, незважаючи на відсутність власного електромобілебудування, парк електромобілів в Україні зростає з кожним роком, і лише у 2021 році за даними роботи [53] було придбано та зареєстровано 8872 електромобілі, що на 19% більше ніж попереднього року, а загальна кількість електромобілів в Україні станом на 1 грудня 2021 року становила уже 32662 одиниці [54]. Варто відзначити, що найбільша частка продаж в Україні припадає на електромобіль Nissan Leaf, який за даними із робіт [55], [56] та [57] стабільно є лідером продаж на українському ринку електромобілів уже не один рік. А щодо інфраструктури зарядних пристроїв, то на 1 серпня 2021 року нараховується 3244 одиниць [58] зарядних станцій на території України. Варто наголосити і на тому, що в Україні присутні і політичні заходи нарощення парку електромобілів, такі як Drive Ukraine 2030 [59].

Уже навіть із цього короткого огляду можна прийти до висновку, що за десятиліття від початку випуску автовиробниками масових доступних електромобілів, вони уже на сьогодні мають настільки гарні показники ефективності, дальності запасу ходу на одному заряді силової акумуляторної батареї та можливості швидкої зарядки, що стають все більш привабливими в порівнянні із автомобілями на рідкому та газоподібному паливі.

## **1.2 Аналіз наукових праць, присвячених оцінюванню характеристик живлення електроприводів електромобілів та аналізу їх систем керування і комп'ютерного моделювання**

Характерним для легкових електромобілів є застосування в тяговому електроприводі електродвигунів змінного струму, як асинхронних, використанню яких присвячені роботи [60], [61], [62], так і синхронних, використанню яких присвячені роботи [63], [64].

Робота [60] присвячена використанню багаторівневих інверторів (Multilevel Inverter [65]), що зв'язують силову акумуляторну батарею з електроприводом електромобіля, і складається із 5 частин.

У першій із них досліджуються проблеми, пов'язані з пульсаціями струму, комутаційними втратами та акустичним шумом, і показано, що

вони можуть бути розв'язані при використанні замість дворівневого інвертора з  $2L$ , схема якого зображена на рисунку 1.10(a), подвійного дворівневого інвертора, тобто, трирівневого з  $3L$ , схема якого зображена на рисунку 1.10(b).

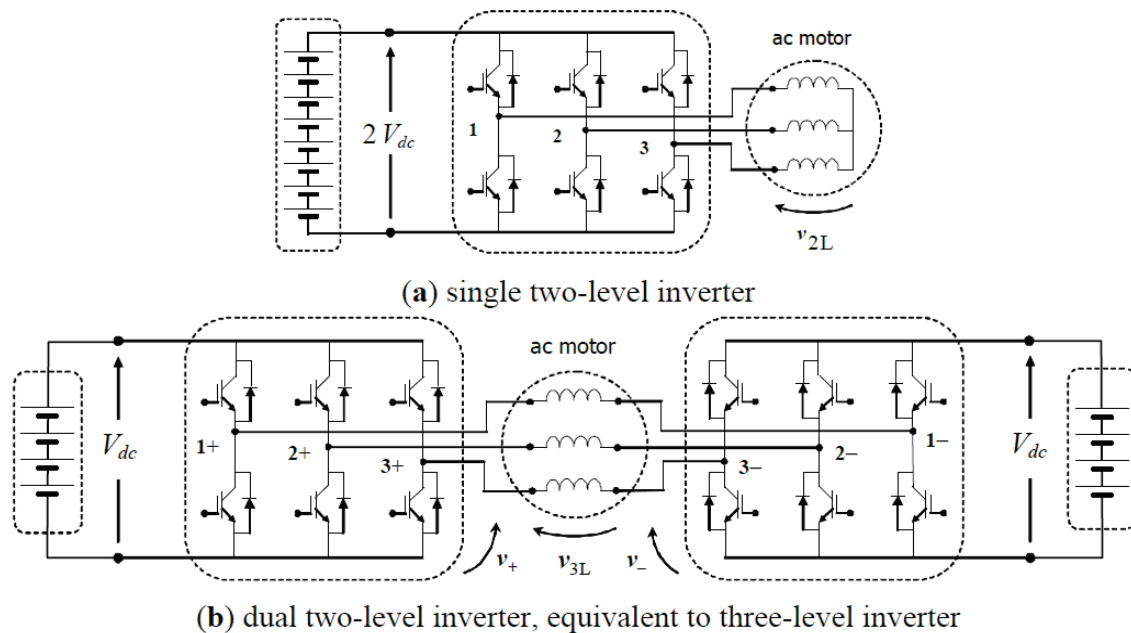


Рисунок 1.10 – Схеми підключення тягового асинхронного електродвигуна до силової акумуляторної батареї через дворівневий інвертор (a) та через подвійний дворівневий інвертор, тобто, трирівневий (b)

В другій частині цієї роботи для кращого розуміння і спрощення розрахунків рівнів напруги та моментів комутації здійснено аналіз просторових векторів  $2L$ - та  $3L$ -інверторів.

В третій частині викладені результати просторово-векторної модуляції вихідних напруг  $2L$ - та  $3L$ -інверторів, а також результати використання центрованих модуляцій на основі ШІМ, графіки яких зображені на рисунку 1.11.

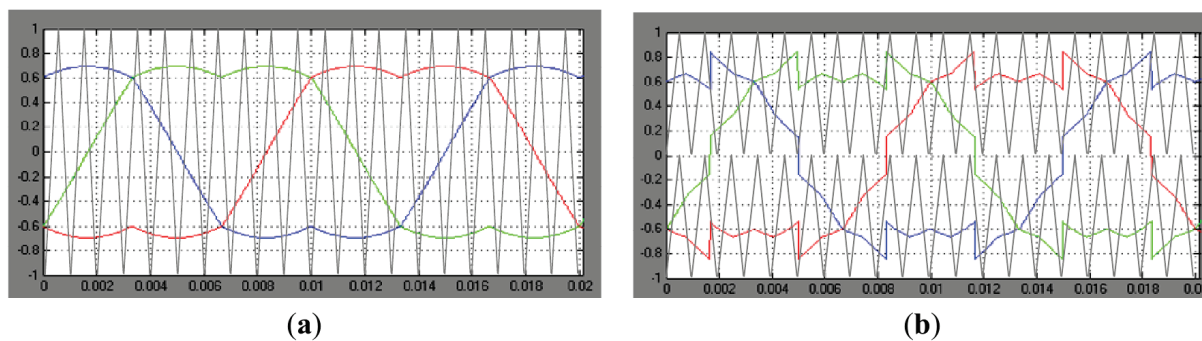


Рисунок 1.11 – Графіки вихідних напруг, модифікованих модулюючими сигналами на основі ШІМ, для  $2L$ -інверторів (a) та  $3L$ -інверторів (b)

В четвертій частині роботи здійснене оцінювання струмових пульсацій для обох типів інверторів.

А в п'ятій частині роботи викладені підсумкові та взаємопов'язані результати досліджень, отримані в попередніх чотирьох частинах. У тому числі проведено порівняння нормованої пікової амплітуди пульсацій струму для 2L- та 3L-інверторів у діапазоні  $\vartheta = (0,90^\circ)$  для різних індексів модуляції, а також порівняння середньо нормалізованих пульсацій струму із індексами модуляції для обох типів представлених інверторів. На рисунку 1.12 показано, що для 3L-інверторів величина пульсацій майже вдвічі менша в порівнянні із 2L-інверторами. Зазначається, що виникнення шуму у двигуні обумовлене величиною усередненої амплітуди пульсацій струму.

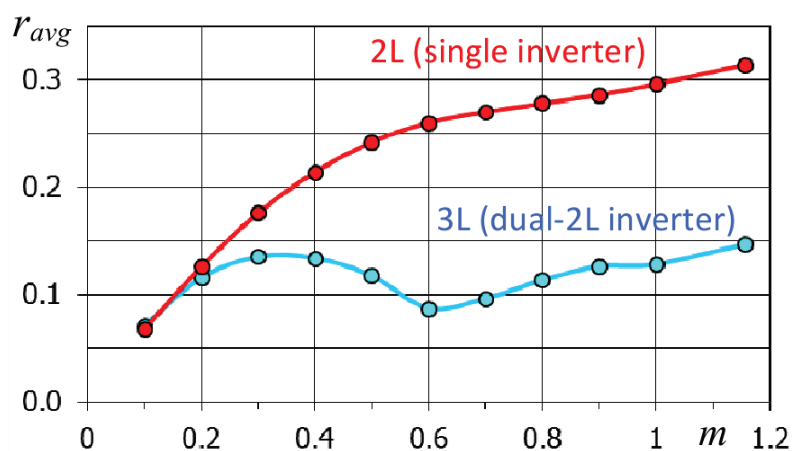


Рисунок 1.12 – Усереднено нормалізована пульсація струму в залежності від індексу модуляції для 2L- та 3L-інверторів

У цій же п'ятій частині приведені результати експерименту, в якому трифазний асинхронний двигун спочатку живився від 2L-інвертора за схемою з'єднання «зірка», а потім від 3L-інвертора за схемою прохідного типу. Отримані експериментальні результати цілком узгоджуються з розрахунковими для всіх розглянутих випадків, що підтверджує ефективність запропонованих аналітичних розрахунків для практичного застосування при оцінюванні впливу струмових пульсацій. Підтверджено, що 3L-інвертор забезпечує значне зменшення струмових пульсацій, зменшення акустичних шумів, що створюються двигуном, а також зменшення електромагнітного випромінювання. Крім того, використання 3L-інвертора замість 2L інвертора дозволяє розділити одну силову акумуляторну батарею на дві рівні за номіналом, за рахунок чого можна зменшити рівень напруги постійного струму, що в кінцевому випадку позитивно вплине і на надійність електромобіля.



Однак слід врахувати, що експеримент, який провели автори роботи [60] із живленням асинхронного двигуна від двох інверторів і який підтвердив їхні гіпотези щодо зменшення пульсацій струму, зменшення акустичних шумів та електромагнітного випромінювання, проводився ними з електродвигуном, що працював без навантаження та без реалізації динамічних режимів. І, крім того, в експериментальному зразку було застосовано малопотужний – всього 0.55 кВт – асинхронний електродвигун. Тож, оскільки в легкових електромобілях використовуються тягові електродвигуни значно більшої потужності, результати, отримані на експериментальному зразку в рази меншої потужності, можуть суттєво відрізнятись, особливо для випадків виникнення високочастотних електромагнітних шумів в системі електропривода. А також не такою уже і ефективною може виявитись реалізація ідеї розділення силової акумуляторної батареї на дві та встановлення двох 2L-інверторів в якості тривірневого 3L-інвертора, від чого структура системи тягового електропривода ускладнюється, як ускладнюється і процес повернення енергії назад до силової акумуляторної батареї під час рекуперації. Ну і ціну електромобіля в результаті такої реконструкції системи живлення слід очікувати значно більшою.

Що ж стосується робіт [61], [62] та [63], то в перших двох із них здійснено аналіз та комп'ютерне моделювання перспективних систем керування тяговими електроприводами електромобілів, виконаних з використанням асинхронних електродвигунів, а в роботі [63] – виконаних з використанням синхронних електродвигунів.

В роботі [61] досліджується система непрямого векторного керування тяговим асинхронним електроприводом, що має у своїй структурі П-регулятор швидкості, блок усунення затримок та підсистему керування струмом гістерезису (Hysteresis or Bang-Bang Current Controller [66]), блок-схема якої зображена на рисунку 1.13. Змодельовано режим руху автомобіля за стандартом циклу водіння IDC (Indian Drive Cycle [67]), а результати цього моделювання зображені на рисунку 1.14. Аналізуючи графіки, приведені на цьому рисунку, легко прийти до висновку, що у реалізації такого роду регулятора швидкості для асинхронного електропривода присутні досить суттєві недоліки, обумовлені високою частотою комутацій силових ключів, у тому числі значні динамічні втрати та спотворення форми струму високочастотними гармонійними складовими, які генерують електромагнітне випромінювання, що негативно впливає на роботу інших бортових електронних пристроїв.

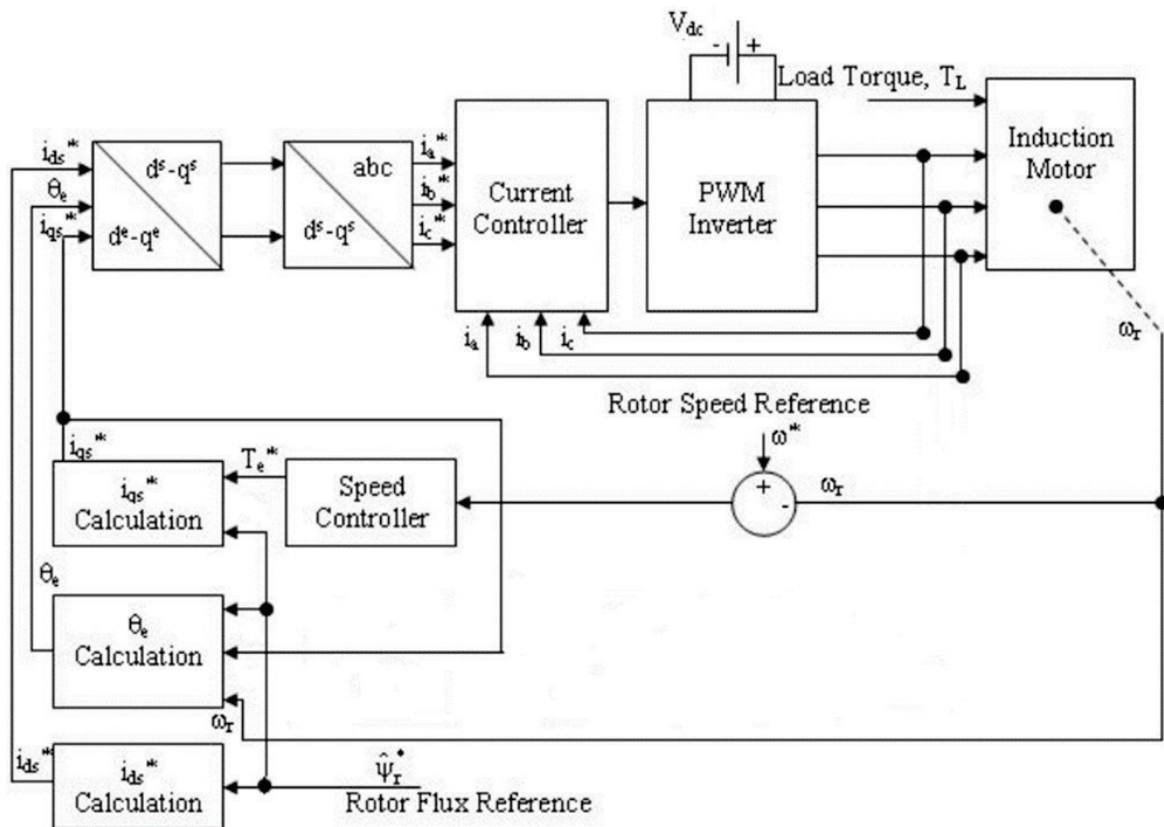


Рисунок 1.13 – Блок-схема системи асинхронного електропривода з IFOC

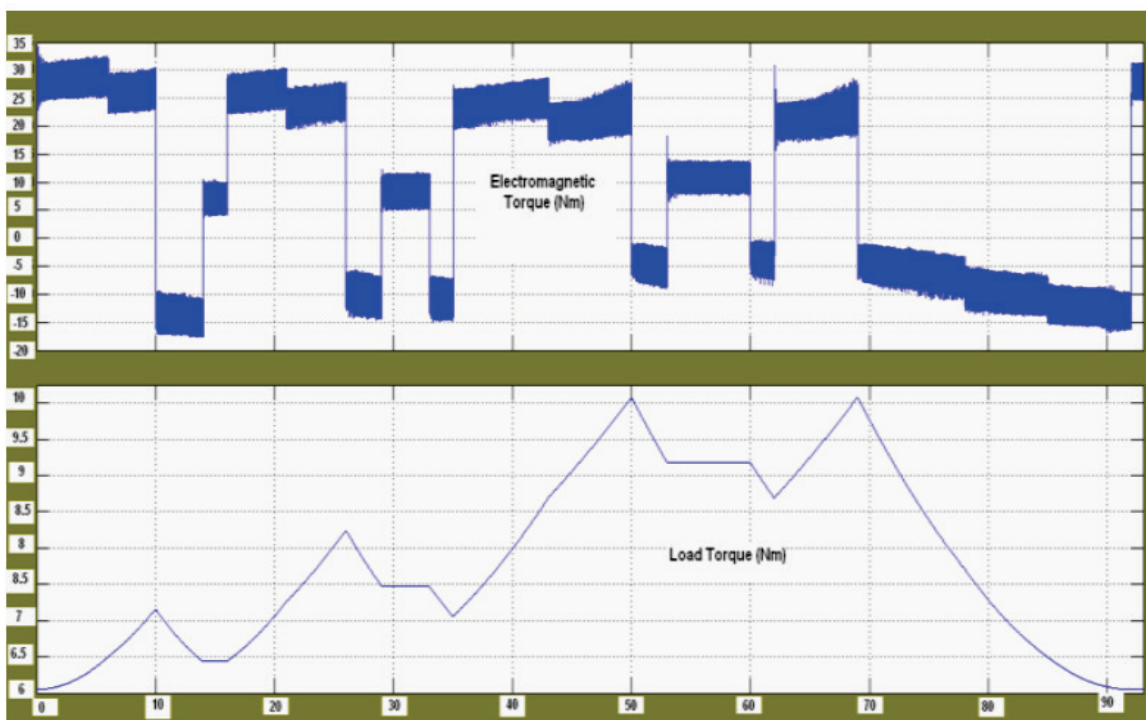


Рисунок 1.14 – Графіки зміни електромагнітного моменту (нижній) та моменту навантаження (верхній) в часі (в секундах) АД з IFOC для циклу водіння IDC

А в роботі [62] досліджується електромобіль з тяговим електроприводом на основі асинхронного електродвигуна з короткозамкнутим ротором, який отримує живлення не лише від силової акумуляторної батареї, але ще й додатково від фотоелектричних модулів. Система керування цього електромобіля, блок-схема якої представлена на рисунку 1.15, побудована на основі Процесора Цифрових Сигналів (Digital Signal Process). Результати експериментального дослідження руху електромобіля, з такою системою керування, дорогою, прокладеною на горизонтальній площині та на підйом, зображені на рисунку 1.16. Ці результати, як засвідчили автори цього дослідження, продемонстрували, що під час підйому струм в асинхронному електродвигуні повинен бути вищим у порівнянні із варіантами застосування іншої системи керування чи іншого типу електродвигуна при тих самих умовах і на тому ж транспортному засобі. Тому, необхідно продовжувати дослідження в напрямку розроблення більш економних систем керування асинхронними електродвигунами електромобілів.

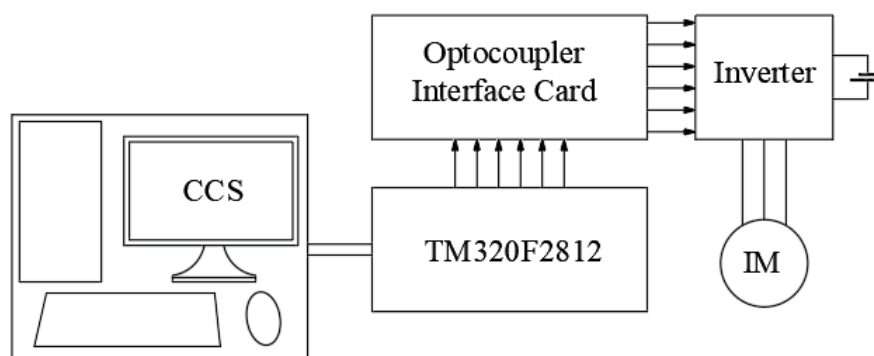


Рисунок 1.15 – Блок-схема системи керування тяговим асинхронним електроприводом на основі Процесора Цифрових Сигналів

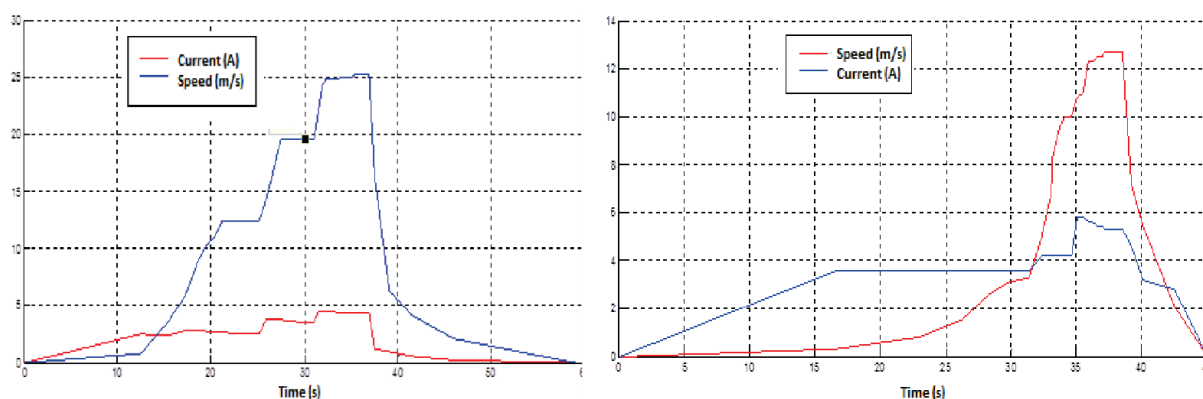


Рисунок 1.16 – Результати дослідження руху електромобіля дорогою, прокладеною на горизонтальній поверхні (зліва) та на підйом (справа)

Цікавою є робота [63], в якій система керування тяговим електроприводом електромобіля на основі синхронних електродвигунів розроблена з використанням мови опису апаратури інтегральних схем аналогових та змішаних сигналів (Very High-Speed Integrated Circuit Hardware Description Language, - мова опису апаратури інтегральних схем, analog and mixed-signal extensions - аналогових та змішаних сигналів [68], [69]). Запропонована авторами комп'ютерна модель цієї системи керування, з реалізацією в MATLAB Simulink, представлена на рисунку 1.17. Головний недолік цього дослідження, при виконанні якого використовувалась також технологія ANSYS Simplorer [70], полягає в тому, що усі складові тягового електропривода описані ідеальними функціональними моделями, що не враховують нелінійність їх характеристик, а тому отримані результати не відображають реального характеру процесів.

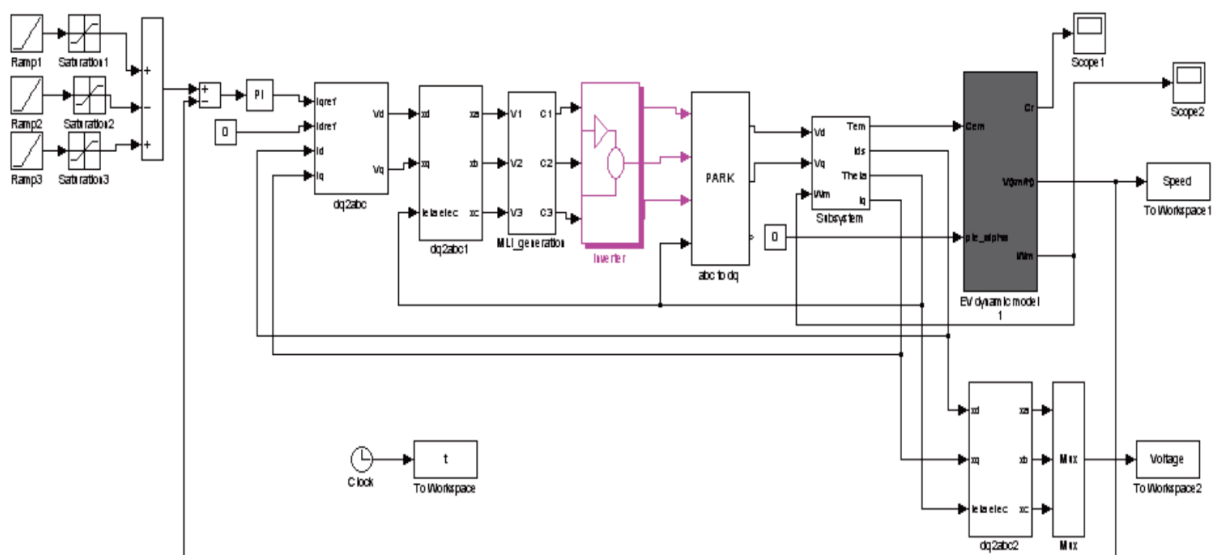


Рисунок 1.17 – Комп'ютерна модель системи тягового електропривода електромобіля на основі синхронного електродвигуна

Що ж до робіт [64], [71], [72], то вони націлені на мінімізацію споживання тяговими електродвигунами заряду силових акумуляторних батарей.

В дослідженні, представленому в роботі [64], здійснено моделювання структури електромобіля, в якій тяговий електропривод реалізовано на основі синхронного двигуна з постійними магнітами. При моделюванні було враховано включення обмежувача резистора для обмеження напруги, що зростає при рекуперації, а також враховані додаткові споживачі електричної енергії, у тому числі система освітлення та система

безпеки. Враховано було також трансмісію, якою здійснюється передача крутного моменту від валу тягового електродвигуна до колісних пар. Повна комп'ютерна модель електромобіля реалізована в середовищі MATLAB Simulink і включає в себе не лише моделі тягового електродвигуна, інвертора, акумулятора, випрямляча та трансмісії, але і модель таких сил, що діють на транспортний засіб, як вітер, сила тяжіння, опір кочення тощо. Але це моделювання виконано за умови, що електромобіль рухається лише по дорозі, прокладеній на горизонтальній площині, і при нульовій швидкості вітру, що суттєво обмежує практичну цінність його результатів.

Оцінюючи результати моделювання, виконаного в роботі [64], варто відзначити як те, що воно було здійснено за стандартом водіння NEDC (New European Driving Cycle) [73], так і те, що завдяки йому було знайдено мінімальну конфігурацію силової акумуляторної батареї, що задовольняє потреби електромобіля за енергетичними показниками. Завдяки цьому результату визначено енергетичний розподіл в електромобілі, кругова діаграма якого представлена на рисунку 1.18.

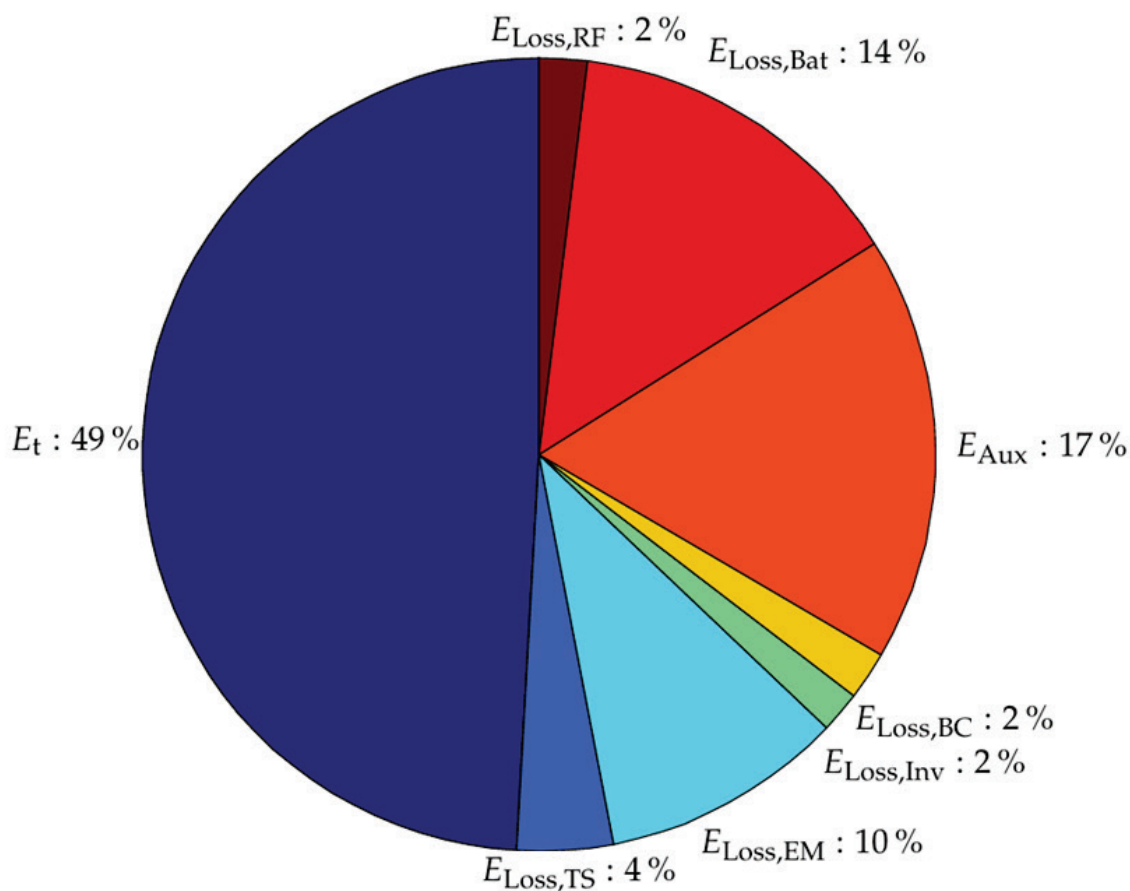


Рисунок 1.18 – Кругова діаграма енергетичного розподілу в електромобілі

Аналізуючи цей розподіл, бачимо, що лише 49 % електроенергії, отриманої від силової акумуляторної батареї, використовується тяговим електродвигуном для приведення електромобіля у рух, 17 % споживають додаткові системи, а ще 14 % складають втрати в силовій акумуляторній батареї, однією із умов оптимального користування якою є вимога, щоб рівень заряду не був нижчим 20 %. Для балансування цього енергетичного розподілу було прийнято, що втрати в тяговому електродвигуні становлять 10 %, а усі інші складові приймають на себе ще 10 % витрат електроенергії. Як ми уже відзначали це моделювання проводилось за допомогою MATLAB Simulink, а тому не враховувало нелінійні характеристики складових тягового електропривода та нелінійні залежності в споживанні ним електроенергії в залежності від струму живлення при різних навантаженнях, тож в реальних умовах експлуатації електромобіля, процеси в його системі електропривода будуть відрізнятися від результатів моделювання, тому викликає певний сумнів і те, що отримана на підставі моделювання конфігурація силової акумуляторної батареї дійсно є оптимальною.

Моделюванню процесів в гібридному автомобілі на прикладі Toyota Prius з використанням MATLAB Simulink присвячена робота [71], в якій приділено увагу оптимізації передачі крутного моменту від електродвигуна до приводного валу автомобіля та мінімізації споживання заряду акумуляторної батареї гібридного автомобіля. Але оскільки гібридних автомобілів з кожним роком випускається автовиробниками все менше, і вони втрачають популярність в усіх країнах, то немає сенсу займатись аналізом процесів в них, тож ми про роботу [71] вирішили лише згадати і вказати, яким питанням вона присвячена, аби наші читачі при бажанні ознайомитись з нею мали дороговказ, а самі її аналізом займатись на сторінках цієї книги не будемо.

Не будемо ми займатись на сторінках цієї книги і аналізом змісту роботи [72], в якій досліджується адаптивно-еквівалентна стратегія мінімального споживання (A-ECMS – adaptive-equivalent consumption minimum strategy) електробуса із розширеним діапазоном (extended-range electric bus - E-REB), що основана на генерації цільового циклу водіння (TDC - target driving cycle), який працює на фіксованих маршрутах, оскільки електробуси, що рухаються фіксованими маршрутами, не є об'єктом дослідження в нашій книзі. Але для тих, кого може зацікавити ця робота, вкажемо, що в ній добре продемонстровано як застосовувати сучасний математичний апарат в прикладних задачах, починаючи від визначення функції Гамільтона та застосування принципу мінімуму

Понтрягіна (PMP - Pontryagin Minimum Principle), який у вітчизняній літературі прийнято називати принципом максимуму, при розв'язанні задачі оптимізації, і завершуючи використанням ланцюгів Маркова для генерації серії цільових циклів водіння.

А закінчимо ми наш огляд найбільш цікавих наукових праць, присвячених оцінюванню характеристик живлення електроприводів електромобілів та аналізу їх систем керування і комп'ютерного моделювання, аналізом роботи [74], в якій представлено частотний метод керування тяговим асинхронним електродвигуном, придатний для реалізації високоефективного регулювання руху електромобіля на низьких швидкостях. Система керування, синтезована за цим методом, схему якої приведено на рисунку 1.19, базується на компенсації падіння напруги в статорі та втратах потужності в повітряному зазорі між статором і ротором, для реалізації якої необхідно вимірювати лише струм статора. Компенсація опору статора за цим методом здійснюється шляхом векторного додавання значення спаду напруги в статорі до напруги живлення двигуна з використанням позитивного зворотного зв'язку.

Запропонований в роботі [74] метод керування був спочатку змодельований за допомогою MATLAB і ACSL – результати моделювання дивись на рисунок 1.20, а потім експериментально перевірений на лабораторному зразку – результати експерименту дивись на рисунку 1.21.

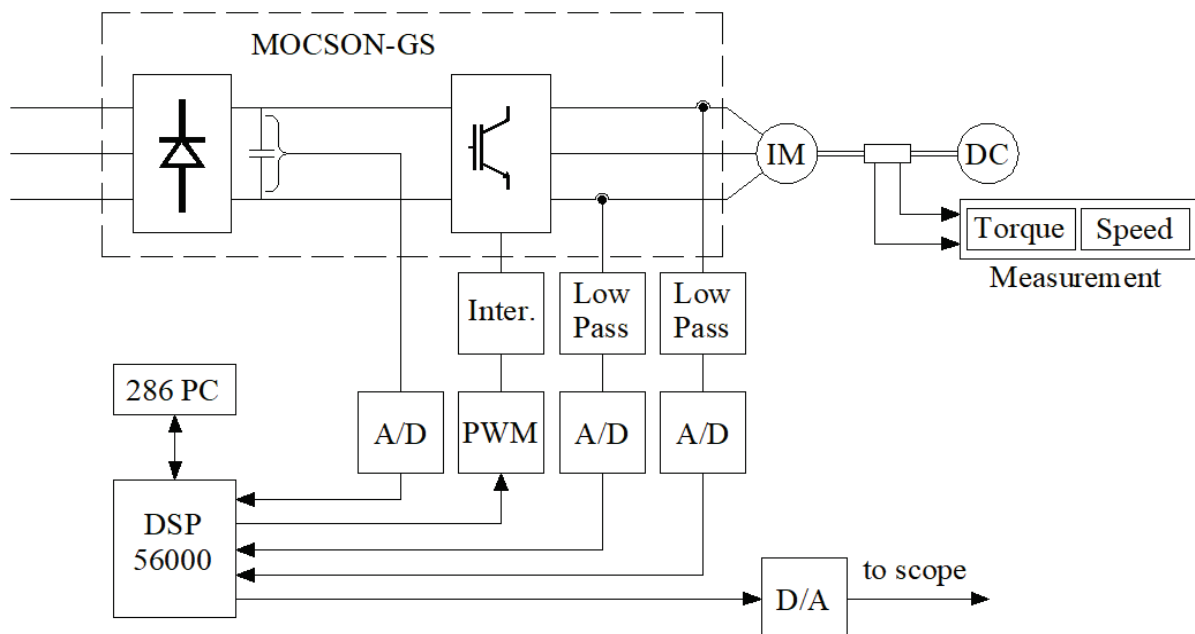


Рисунок 1.19 – Схема експериментальної установки для дослідження частотного методу керування тяговим асинхронним електродвигуном

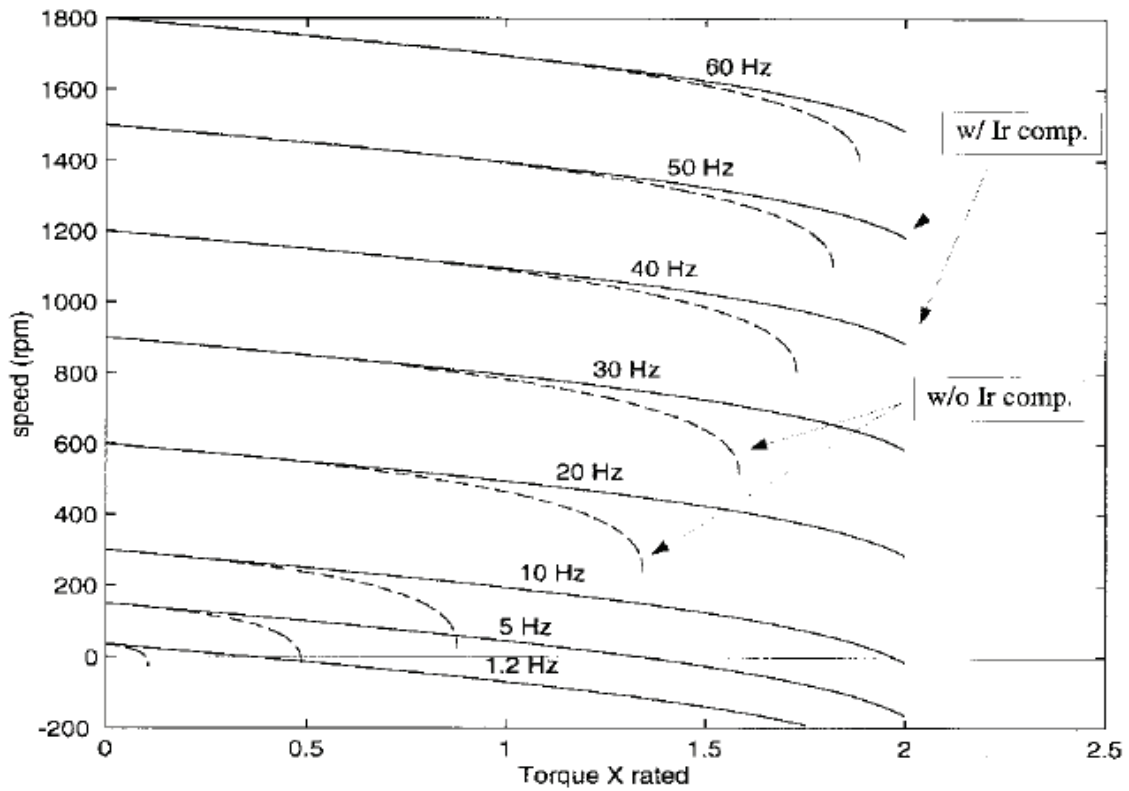


Рисунок 1.20 – Результати моделювання IR компенсації. Суцільна лінія із компенсацією, штрихова без компенсації.

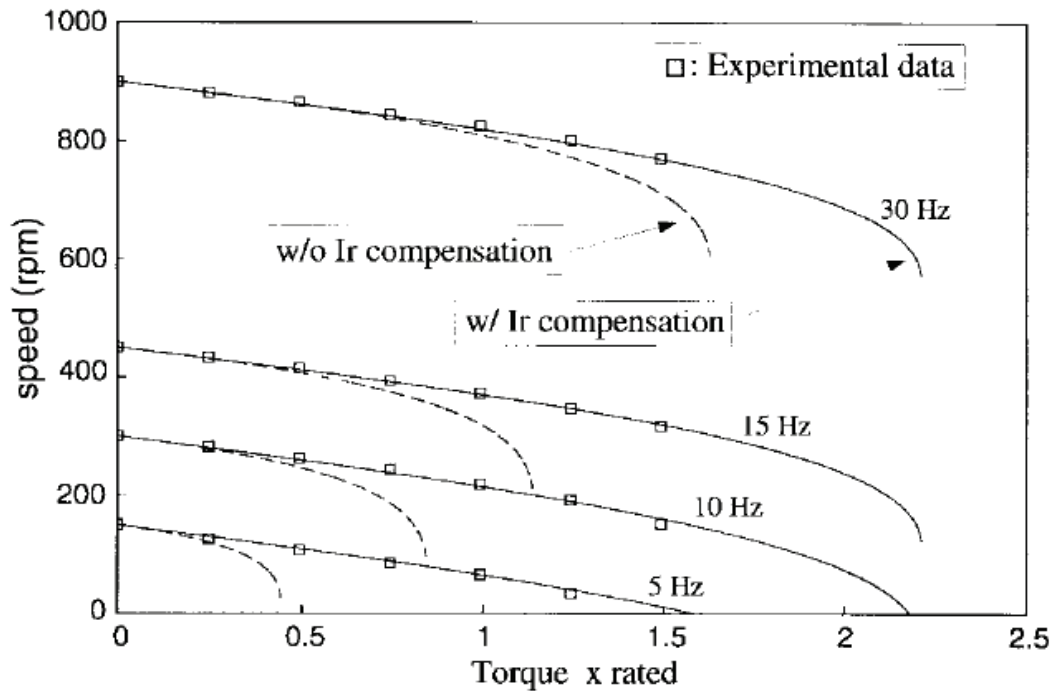


Рисунок 1.21 – Результати експериментального дослідження IR компенсації. Суцільна лінія із компенсацією, штрихова без компенсації.



Порівнюючи результати моделювання і експерименту, приведені на рисунках 1.20 та 1.21, бачимо, що в робочому діапазоні низьких частот живлення та обертання валу електродвигуна вони накладаються. Але з порівняння цих результатів ми бачимо і недолік даного методу керування, який полягає в тому, що зі збільшенням частоти зростають і похибки керування.

### **1.3 Аналіз наукових праць, присвячених синтезу математичних моделей, що описують процеси руху електромобіля**

Оскільки електромобілебудування стартувало і набуло стрімкого розвитку у першу чергу в США, Японії і Німеччині, то і перші публікації, присвячені теорії та практиці використання електромобілів, були здійснені в наукових журналах та інструкціях по експлуатації, що видавались саме в цих країнах, про що свідчать і ті посилання, які нами здійснені при написанні попереднього підрозділу нашої монографії.

Але, незважаючи на те, що в Україні електромобілебудування і по сьогодні ще не вийшло зі стадії розроблення експериментальних зразків, українськими вченими уже розв'язано і опубліковано ряд задач, пов'язаних з електромобілями, серед яких ми у першу чергу відзначимо роботи [75]-[95], виконані у Вінницькому національному технічному університеті (ВНТУ), які є пріоритетними в напрямку побудови математичних моделей оптимального руху цього класу транспортних засобів дорогами, прокладеними на поверхнях зі складним рельєфом.

Історично так склалося, що група вчених із ВНТУ, до якої входять і автори цієї монографії, перед тим, як зайнятись розв'язанням задач, пов'язаних з електромобілями, займалась розв'язанням задач, пов'язаних з колійними електричними транспортними засобами, до яких відносяться міські трамваї, тягові електроприводи яких побудовані з використанням електричних двигунів постійного струму з послідовним збудженням, механічна характеристика яких  $\omega = f(M)$ , де  $\omega$  – кутова швидкість обертання валу електродвигуна, а  $M$  – крутний момент, має вигляд, приведений на рисунку 1.22

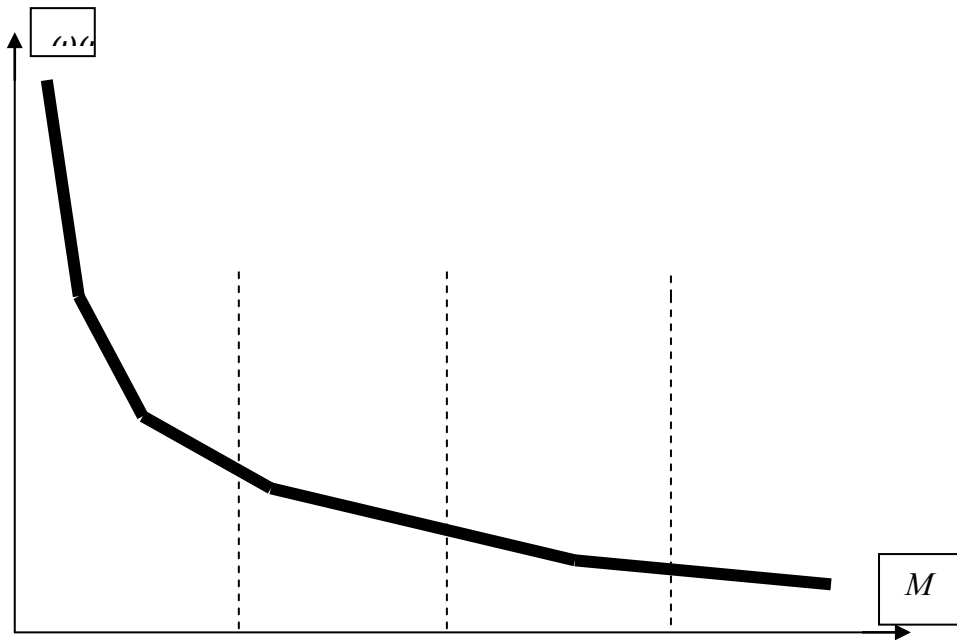


Рисунок 1.22 – Механічна характеристика електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням

Результати цих досліджень узагальнені в монографії [95].

Із рисунку 1.22 видно, що механічна характеристика електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням є стійкою в усьому діапазоні можливих значень моменту навантаження, а тому при використанні його в якості тягового електродвигуна електропривода вантажного електромобіля не може статись випадку, коли тяговий момент стане меншим моменту навантаження, і вантажний електромобіль з таким приводом не зупиниться навіть на крутих підйомах дороги.

Ось чому наша група дослідників, прийнявши рішення зайнятись розв’язанням задач, характерних для електромобілів, перші дослідження присвятила майбутнім вантажним електромобілям з тяговими електроприводами на основі електричних двигунів постійного струму з послідовним збудженням.

Із результатів досліджень, узагальнених в монографії [95] для нас є цікавими ті, які демонструють, як, виходячи з загального рівняння динаміки

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - F_S, \quad (1.1)$$

в якому  $m$  – маса електромобіля;  $V$  – швидкість з якою рухається електромобіль;  $F_T$  – сила тяги, що створює електродвигун;  $F_S$  – сила опору, яку долає електромобіль, та загального рівняння тягового моменту електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням

$$M_T = k_D I \Phi(I), \quad (1.2)$$

в якому  $k_D$  – коефіцієнт, що визначається з паспортних даних електродвигуна;  $I$  – струм якоря електродвигуна;  $\Phi(I)$  – магнітний потік його індуктора, який згідно з кривою намагнічування є функцією струму якоря, може бути представленим у вигляді:

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{k_D}{R} I \Phi(I) - k_0 F_G - k_1 V - k_2 V^2, \quad (1.3)$$

під час руху електромобіля дорогою, полотно якої прокладене на горизонтальній площині, у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{k_D}{R} I \Phi(I) - k_0 F_G \cos \beta + F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2, \quad (1.4)$$

якщо, як показано на рисунку 1.23(а), електромобіль рухатиметься на спуск, та у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{k_D}{R} I \Phi(I) - k_0 F_G \cos \beta - F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2, \quad (1.5)$$

якщо, як показано на рисунку 1.23 (b), електромобіль рухатиметься на підйом

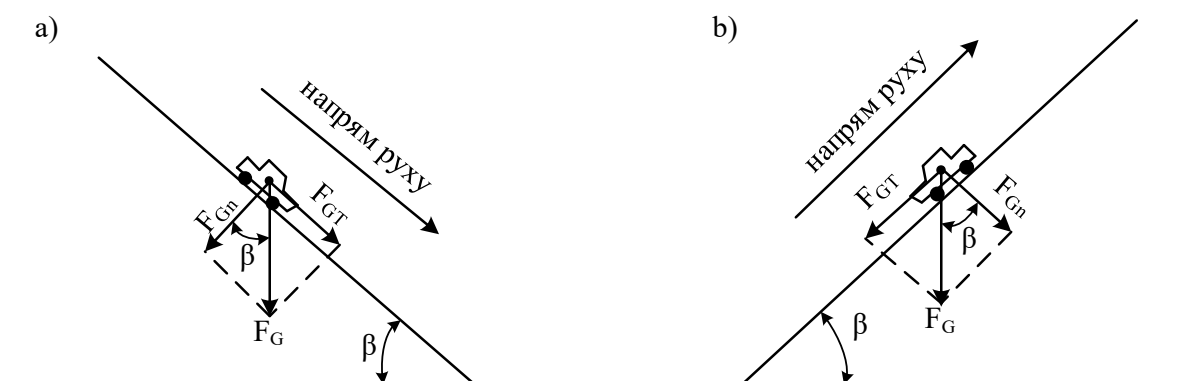


Рисунок.1 23– Векторні діаграми сил, створюваних силою ваги  $F_G$  автомобіля під час руху на спуск (а) та на підйом (в)

У виразах (1.3) - (1.5), окрім визначених раніше, використані такі позначення:  $F_G$  вага електромобіля;  $R$  – радіус колеса електромобіля,  $k_0$  – табличний коефіцієнт, який залежить від матеріалу поверхні дороги;  $k_1$  – коефіцієнт, що залежить від площі бічної поверхні електромобіля;  $k_2$  – коефіцієнт, що залежить від площі поперечного перерізу електромобіля,  $\beta$  кут нахилу дорожнього полотна;

В монографії [95], яка узагальнює результати, отримані та опубліковані цими ж авторами в своїх попередніх статтях, посилання на які є у списку використаної нами літератури, показано, що, для того, щоб мінімізувати витрати заряду силової акумуляторної батареї, тобто досягти мінімуму критерію

$$E_I = \int_0^{T_I} UI dt = \int_0^{T_I} (U_B - \Delta U) I dt = \int_0^{T_I} U_B \left(1 - \frac{r_B}{U_B} I\right) I dt, \quad (1.6)$$

в якому  $E_I$  – кількість електроенергії, відданої силовою акумуляторною батареєю;  $T_I$  – час їзди електромобіля з електроприводом на основі електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням;  $I$  – струм, що протікає в якорі електродвигуна;  $U$  – напруга, що прикладається до обмотки якоря електродвигуна,  $U_B$  – напруга силової акумуляторної батареї, а  $r_B$  її внутрішній опір, тобто критерію, який у відносних одиницях набуває вигляду

$$e_i = \int_0^{\tau_i} (1 - \alpha i) i d\tau, \quad (1.7)$$

за наявності обмеження

$$L_I = \int_0^{T_I} V dt, \quad (1.8)$$

яке є умовою, що рухаючись протягом часу  $T_I$ , електромобіль подолає відстань  $L_I$ , тобто обмеження, яке у відносних одиницях набуває вигляду

$$l_i = \int_0^{\tau_i} v d\tau, \quad (1.9)$$

у випадку, коли крива намагнічування у відносних одиницях має вигляд

$$\varphi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in 0, i_{cn}), \\ a_1 + b_1 i, & i \in i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (1.10)$$

$i$  є сукупністю параболи та прямої, котрі стикаються при значенні аргументу  $i_{cn}$ .  $i$  в разі повної завантаженості електромобіля його тяговий електродвигун працює на прямолінійній частині характеристики намагнічування, а в разі руху порожняком – на параболічній, необхідно, щоб під час руху горизонтальним відрізком дороги закон зміни відносного струму мав вигляд

$$i(\tau) = \frac{1 - a_1 (C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v})}{2a + 2b_1 (C_2 e^{(f_1 + 2f_2 v)\tau} - \frac{C_1}{f_1 + 2f_2 v})} \quad (1.11)$$

в який відносна швидкість підставляється з виразу

$$\begin{aligned}
v = & -(2f_2(2\alpha i - 1) + 2C_2f_2(f_1\tau + 1)(2b_1i + a_1)e^{f_1\tau})(4C_2f_2^2\tau(f_1\tau + 2) \\
& (2b_1i + a_1)e^{f_1\tau})^{-1} + \{[(2f_2(2\alpha i - 1) + 2C_2f_2(f_1\tau + 1) \\
& (2b_1i + a_1)e^{f_1\tau})(4C_2f_2^2\tau(f_1\tau + 2)(2b_1i + a_1)e^{f_1\tau})^{-1}]^2 - \quad (1.12) \\
& -2f_1(2\alpha i - 1) + (2b_1i + a_1)(C_2f_1e^{f_1\tau} - C_1)) \\
& (4C_2f_2^2\tau(f_1\tau + 2)(2b_1i + a_1)e^{f_1\tau})^{-1}\}^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

Цілком очевидно, що під час руху на спуск та на підйом ці закони матимуть ще більш складний вигляд, який ми приводити не будемо, оскільки для нашого огляду і виразів (1.11) та (1.12) цілком достатньо, а тих дослідників, яким ці вирази для спуску та для підйому цікаві, ми відсилаємо до роботи[95], в якій вони приведені.

А на цих сторінках ми хочемо лише звернути увагу на те, що, оскільки механічна характеристика асинхронного двигуна, що приведена на рисунку 1.24, суттєво відрізняється від механічної характеристики електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням, приведеної раніше на рисунку 1.22, то для електромобіля з асинхронним приводом не буде справедливим вираз (1.2), що зв'язує крутний момент на валу зі струмом якоря електродвигуна, а тому і рівняння динаміки (1.3) - (1.5) матимуть інший вигляд.

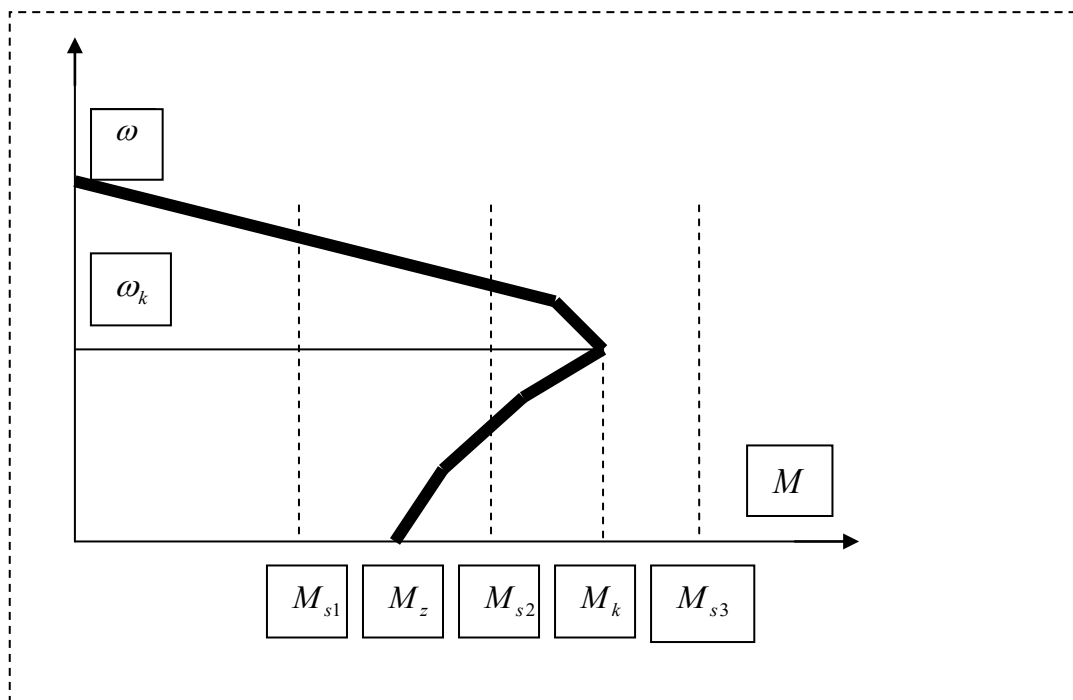


Рисунок 1.24 – Механічна характеристика асинхронного електродвигуна

Тож і закони оптимального струму якоря тягового електродвигуна (1.11) та оптимальної швидкості електромобіля (1.12) у випадку формування його електропривода на основі асинхронних електродвигунів матимуть зовсім інший вигляд.

Особливо рельєфно відмінності в характеристиках електричного двигуна з послідовним збудженням (ДПС з ПЗ) та асинхронного електродвигуна (АД) проявляються в разі суміщення їх механічних характеристик, як це показано на рисунку 1.25

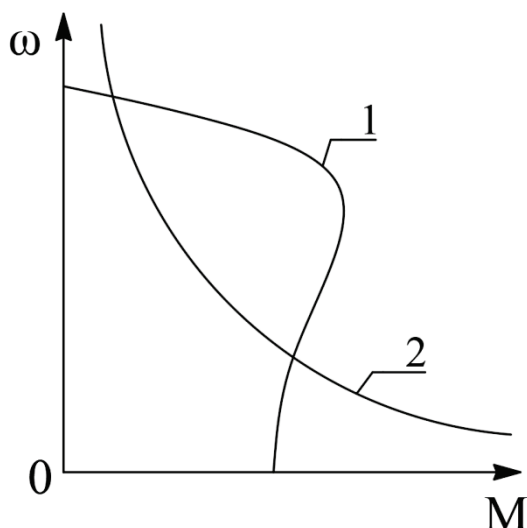


Рисунок 1.25 – Механічні характеристики: 1 – асинхронного електродвигуна, 2 – електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням

Цілком очевидно, що ще більшої відмінності закони зміни струму і швидкості набудуть в процесі розв’язання задачі їх оптимізації, якщо замість моделі кривої намагнічування у вигляді (1.10) використати іншу модель.

#### **1.4 Висновки за результатами огляду публікацій і аналізу наукових праць, присвячених вибраному об’єкту дослідження, та вибір предмета і методу дослідження**

Як впливає із викладеного вище у цьому розділі до 2030 року електромобілі будуть уже на рівних конкурувати, а у деяких країнах і витіснити майже цілком автомобілі з двигунами внутрішнього згорання. Але не варто сподіватись, що автовиробники електромобілів задля збереження переваг у конкурентній боротьбі і далі, як і нині,

не намагатимуться не оприлюднювати свої технічні рішення. А тому українським дослідникам задля допомоги вітчизняним автовиробникам, які суттєво відстають у розробленні прийнятних до експлуатації електромобілів, потрібно прискорити напрацювання по створенню математичних моделей процесів, що мають місце в системах тягових електроприводів електромобілів та їх систем керування, оскільки це сприятиме прискоренню розроблення інженерами цих фірм відповідних технічних рішень та впровадження їх у виробництво.

Із висловленого вище витікає, що нашим об'єктом дослідження у цій монографії будуть процеси, що протікають в електромобілях. Але, оскільки у нашій науковій школі уже напрацьовано достатньо багато результатів по створенню математичних моделей і оптимізації руху електромобілів з тяговими електроприводами на основі електричних двигунів постійного струму з послідовним збудженням, які є пріоритетними для вантажних електромобілів та великих електричних перевізників пасажирів, таких як міські трамваї і тролейбуси, то нині актуальними та привабливими для нас стають задачі дослідження процесів в електромобілях з тяговими електроприводами на основі електричних двигунів змінного струму, які можуть отримувати живлення від силових акумуляторних батарей через інвертори.

Із аналізу, проведеного нами у першому підрозділі цього розділу, випливає, що нині практично усі легкові електромобілі, що є в продажу та експлуатуються, мають в якості тягових синхронні або асинхронні електричні двигуни змінного струму, причому ті з них, які є офіційно у продажі в Україні і є досить поширеними, а це Nissan Leaf e+, Audi e-tron 55 quattro, Mercedes-Benz EQC, мають тяговий електропривод на основі асинхронних електродвигунів, а тому в якості предмета нашого дослідження ми обираємо процеси в електромобілях з тяговим асинхронним електроприводом.

Із аналізу, виконаного в другому підрозділі, легко бачити, що вибраний нами предмет дослідження уже вивчався й іншими науковцями. Так у роботі [60] її авторами також досліджується тяговий електропривод електромобіля на основі асинхронного електродвигуна, але лише на предмет зменшення втрат у тяговому електричному двигуні та його системі живлення шляхом зменшення пульсацій струму, які виникають в інверторі. А у роботі [61] дослідниками здійснено синтез системи керування для тягового асинхронного електродвигуна з використанням гістерезисного регулятора швидкості, але, як виявилось, такий регулятор

збільшує пульсації струму, через що збільшуються динамічні втрати та виникає електромагнітне випромінювання, яке може порушувати роботу бортових електронних пристроїв електромобіля. Запропонована ж у роботі [62] система керування електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом, як з'ясували, поставивши експеримент, її ж автори, під час руху на підйом виявилась менш ефективною за тих же умов у порівнянні із використанням електродвигунів не асинхронних. Що ж до робіт [63], [64] та [71] то їх недоліком є те, що в них використані математичні моделі кривих намагнічування асинхронних електродвигунів, які не враховують їх природну нелінійність, а тому розв'язки з використанням таких спрощених моделей задач оптимізації за критерієм мінімуму енергоспоживання є далекими від оптимальних. В роботі [72] рух автомобіля оптимізовано лише по фіксованому маршруту. А у роботі [74] авторами запропоновано компенсацію втрат, викликаних спадом напруги в обмотці статора, в діапазоні роботи тягового асинхронного електродвигуна на низьких швидкостях.

Легко бачити, що в кожній із згаданих робіт її авторами досліджувався вибраний нами предмет дослідження лише за якимсь одним параметром, тож діапазон результатів можна суттєво розширити, якщо застосувати ідеологію системного підходу [96] та методу системного аналізу як способу його реалізації [97], який передбачає у своїй технології не лише врахування усіх значних впливів на систему, але і виконання завдань у 5 етапів, на першому із яких визначається мета і задачі дослідження та критерій оцінки отриманих результатів; на другому етапі предмет дослідження виділяється із зовнішнього середовища і визначаються точки їх взаємодії; на третьому етапі створюються математичні моделі процесів, що мають місце в предметі дослідження, на четвертому етапі здійснюється дослідження процесів у предметі дослідження з використанням побудованих на четвертому етапі математичних моделей, яке завершується висновками стосовно того, що робити далі – чи синтезувати більш адекватні процесам математичні моделі, чи поліпшувати самі процеси, а на п'ятому етапі здійснюється оптимізація результатів, отриманих на четвертому етапі та оцінених за вибраними на першому етапі критеріями, після якої може бути або повернення до четвертого етапу з використанням оптимізованих математичних моделей, або синтез систем чи алгоритмів оптимального керування процесами для поліпшення вихідних характеристик предмета дослідження.



## **РОЗДІЛ 2 РЕАЛІЗАЦІЯ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ЕТАПІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ**

### **2.1 Мета і постановка задач на першому етапі системного аналізу предмета дослідження**

Як ми уже наголошували у першому розділі монографії, транспортні засоби з електричним приводом, які називають електромобілями, особливо легкові, у багатьох країнах нині уже на рівних конкурують із транспортними засобами, оснащеними двигунами внутрішнього згорання, які називатимемо автомобілями. І ця конкуренція зростатиме та переходитиме в гегемонію електромобілів по мірі збільшення кількості і розширення географії та удосконалення зарядних станцій. Цьому процесу сприятиме у першу чергу залученість більшості країн світу до декарбонізації та впровадження економічних і політичних стимулів розвитку електричної мобільності. Тому і українським науковцям варто більше приділяти уваги розв'язанню задач в напрямку поліпшення характеристик електромобілів, щоб сприяти розвитку власного електромобілебудування в Україні.

Серед розглянутих робіт, авторами запропоновано різні методи чи системи, які націлені на оптимізацію роботи та зменшення споживання заряду САБ тяговим електроприводом змінного струму. Проте у спробах вирішення даного питання присутні суттєві недоліки.

Виходячи з того, що у попередньому розділі ми уже вибрали процеси в електромобілях в якості об'єкта дослідження, а процеси в електромобілях з асинхронним електроприводом в якості предмета дослідження, а також вибрали системний аналіз в якості метода дослідження, то саме в рамках цієї тріади ми і будемо визначати мету та задачі дослідження.

А тому метою нашого дослідження буде віднайдення умов та інженерних рішень, за яких електромобіль з тяговим асинхронним електроприводом долатиме задану відстань за заданий час з мінімальними витратами ємності силової акумуляторної батареї, яка живить тяговий електропривод електромобіля, і в процесі проходження поворотів дороги електромобілем не виникатиме загроза його перевертання чи зсування в придорожній кювет.

А для досягнення визначеної мети в рамках методу системного аналізу нам необхідно буде розв'язати наступні задачі:

- 1 Вибрати і математично оформити критерій оцінки витрат ємності силової акумуляторної батареї, придатний для використання його в задачі мінімізації цих витрат, який в подальшому будемо називати критерієм оптимізації, та критерії неперевертання електромобіля під час проходження ним поворотів дороги та його не зсування в придорожній кювет на цих поворотах, які в подальшому будемо називати першим та другим критеріями оцінки стійкості електромобіля.
- 2 Виокремити предмет дослідження, яким структурно є електромобіль з тяговим асинхронним електроприводом, із навколишнього середовища та визначити точки контакту предмета дослідження з навколишнім середовищем.
- 3 Визначити базові обмеження, які потрібно врахувати при розв'язанні задач оптимізації руху електромобіля дорогою, прокладеною на поверхні зі складним рельєфом, та задач оцінки його стійкості на поворотах дороги.
- 4 Синтезувати математичні моделі руху електромобіля, оптимального за критерієм мінімуму витрат електричної енергії силовою акумуляторною батареєю, в умовах дії визначених обмежень під час додання заданої відстані дороги, прокладеної на горизонтальній площині.
- 5 Ідентифікувати синтезовані математичні моделі оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом по горизонтальному відрізку дороги та розробити обчислювальний метод для побудови його траєкторій.
- 6 Синтезувати математичні моделі руху електромобіля, оптимального за критерієм мінімуму витрат електричної енергії силовою акумуляторною батареєю, в умовах дії визначених обмежень під час додання заданої відстані на спуск та на підйом.
- 7 Синтезувати математичні моделі руху електромобіля на поворотах дороги, оптимального за першим та другим критеріями стійкості.
- 8 Ідентифікувати математичні моделі оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом на спусках, підйомах і поворотах та розробити обчислювальні методи для побудови траєкторій цього руху.

- 9 Розробити імітаційні комп'ютерні моделі для оцінювання адекватності моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом та провести з їх використанням моделювання оптимального руху електромобіля дорогою, прокладеною на горизонтальній площині, на спуск та на підйом.
- 10 Запропонувати структуру системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля, в основу якої закласти синтезовані математичні моделі оптимального руху, та визначити перспективи її практичної реалізації

## 2.2 Вибір та обґрунтування критеріїв оцінки результатів дослідження

Оскільки ємність силової акумуляторної батареї електромобіля визначається кількістю електричної енергії, яку ця батарея здатна віддати споживачу, то в якості критерія оптимізації процесу цієї віддачі можна використати уже приведений нами функціонал (1.6), який ми для зручності приведемо ще раз

$$E_I = \int_0^{T_I} UI dt = \int_0^{T_I} (U_B - \Delta U) I dt = \int_0^{T_I} U_B \left(1 - \frac{r_B}{U_B} I\right) I dt, \quad (2.1)$$

але деякі складові в якому набудуть дещо іншої інтерпретації, тобто  $E_I$  – залишиться кількістю електроенергії, відданої силовою акумуляторною батареєю;  $T_I$  – залишиться часом їзди електромобіля, але тепер уже з тяговим асинхронним електроприводом;  $I$  – струм, але не в якорі електродвигуна, а у вихідній шині силової акумуляторної батареї;  $U$  – напруга, але не та, що прикладається до обмотки якоря електродвигуна, а напруга на вході інвертора;  $U_B$  – напруга силової акумуляторної батареї, але в режимі холостого ходу, тобто без навантаження; а  $r_B$  – і у цьому випадку є внутрішнім опором силової акумуляторної батареї.

В нашій роботі [98] показано, що поступальний рух автомобіля можливий лише за умови, що:

$$F_R + F_B + F_K \leq F_P^{kL-\Pi} + F_P^{kL-3} + F_P^{k\Pi-\Pi} + F_P^{k\Pi-3} + F_T^K, \quad (2.2)$$

$$M_B \leq M_P, \quad (2.3)$$

де:  $F_R, F_B, F_K, F_T^K$  – сили (відцентрова, бокового опору повітря, коріолісова, складова тяги двигуна, що урівноважує коріолісову),  $F_P^{kL-\Pi}, F_P^{kL-3}, F_P^{k\Pi-\Pi}, F_P^{k\Pi-3}$  – сили тертя ковзання коліс (лівого переднього,

лівого заднього, правого переднього, правого заднього),  $P$  – сила ваги автомобіля,  $M_B, M_P$  – обертальні моменти, створювані відцентровою силою та силою ваги. Векторні діаграми представлено на рисунках 2.1 та 2.2.

У тій же роботі [98] показано, що в разі, коли нерівність (2.3) буде виконуватись, а знак нерівності (2.2) зміниться на протилежний, автомобіль почне заносити. А в разі, якщо виконуватись буде нерівність (2.2), а знак нерівності (2.3) зміниться на протилежний, то автомобіль перекинеться. При цьому мінімальне значення лінійної  $v^{гр}$  швидкості автомобіля як функції від кутової  $\omega$  відносно центра дуги кривої закруглення дороги, за якого почнеться занос, знаходяться із рівняння, яке отримується заміною знаку нерівності на знак рівності у виразі (2.2), а мінімальне значення лінійної  $v^{кр}$  швидкості автомобіля як функції від кутової  $\omega$ , за якого почнеться перевертання автомобіля, знаходяться із рівняння, яке отримується заміною знаку нерівності на знак рівності у виразі (2.3). Отже ці нерівності ми можемо використовувати в якості першого та другого критеріїв оцінки стійкості електромобіля під час проходження ним поворотів дороги.

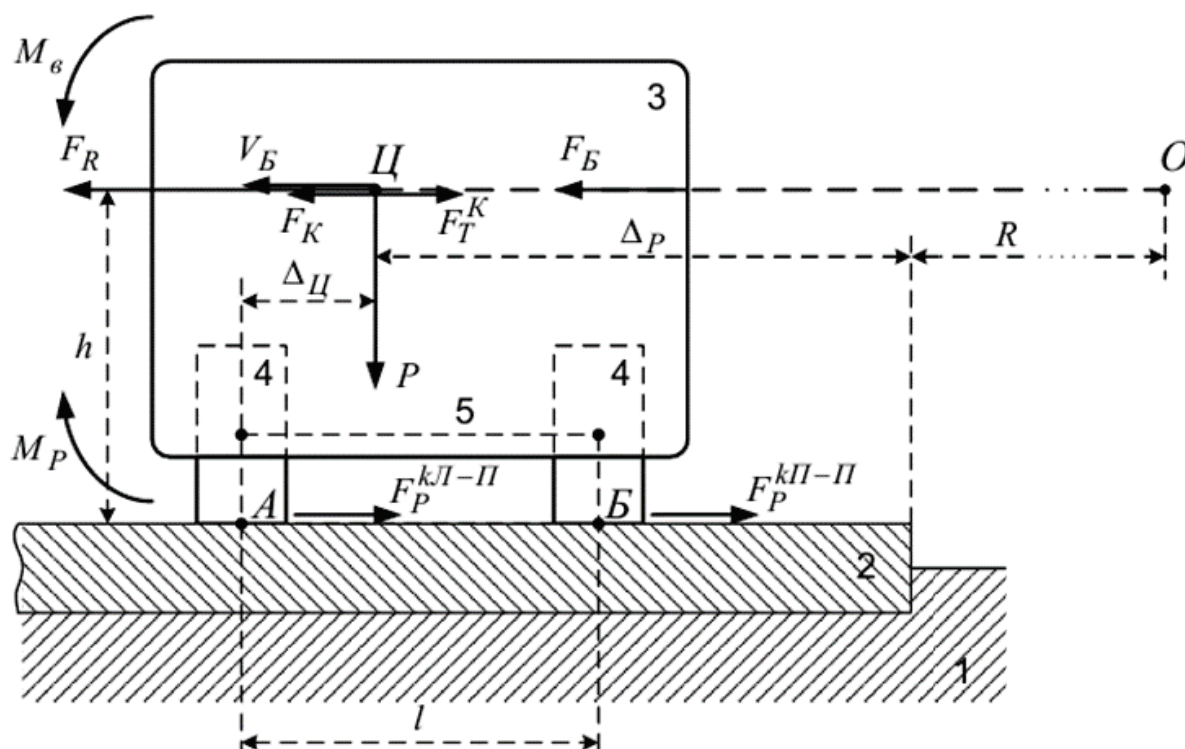


Рисунок 2.1 – Поперечний переріз двохосьового електромобіля площиною, яка проходить через його центр маси перпендикулярно до вектора лінійної швидкості, під час руху від нас по горизонтальному відрізку дороги

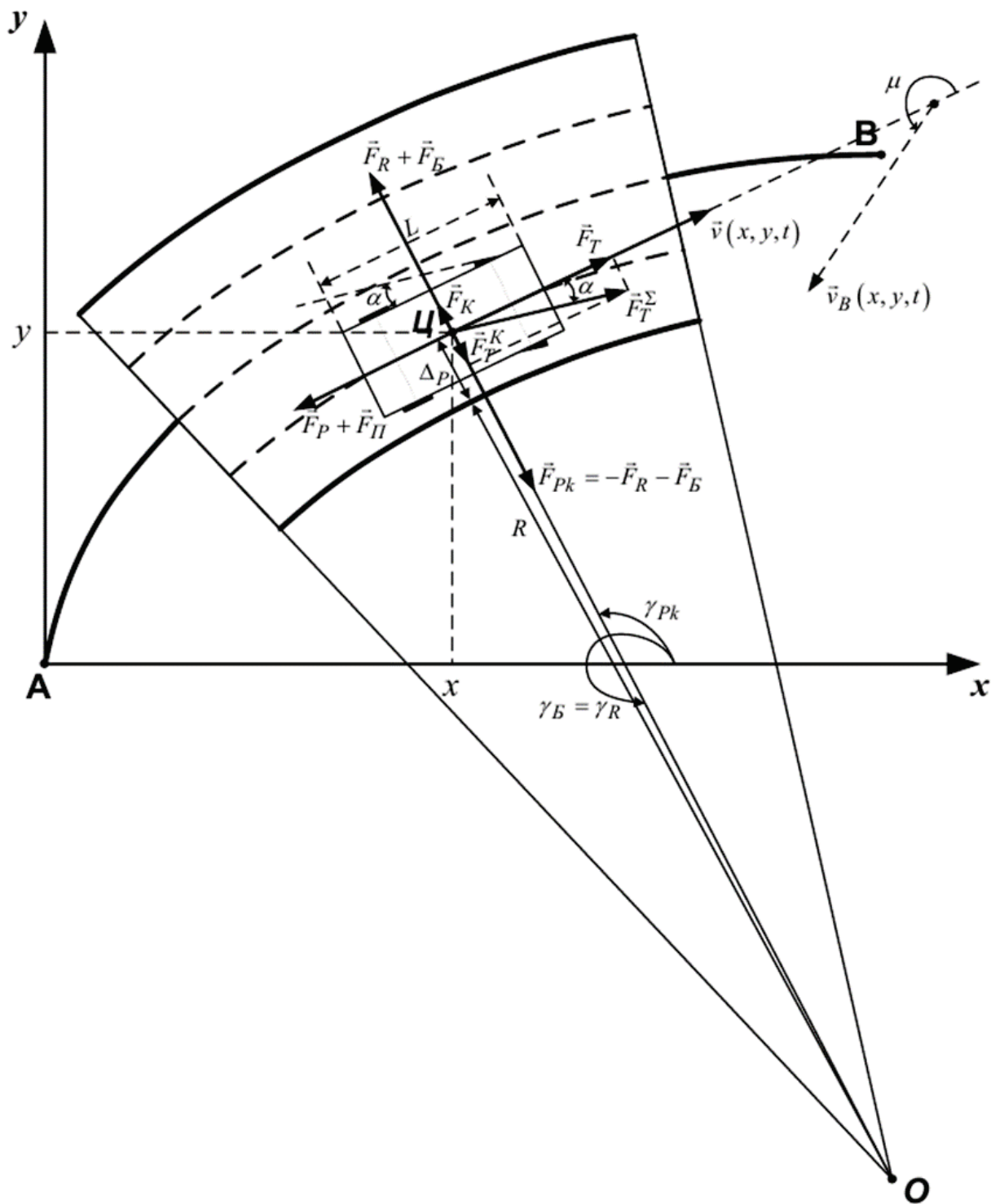


Рисунок 2.2 - Векторна діаграма сил, що діють на електромобіль, який рухається з лінійною швидкістю  $\vec{v}(x, y, t)$  закругленим відрізком дороги АВ з однією смугою руху в кожному напрямку

### 2.3 Виділення предмета дослідження із зовнішнього середовища і визначення точок їх взаємодії на другому етапі системного аналізу

Подібно до того, як це зроблено у нашій роботі [97], представимо наш предмет дослідження так, як зображено на рисунку 2.3, тобто у вигляді чорного ящика, оточеного навколишнім середовищем, з яким він контактує у 5 точках, а саме: у точці 1, в якій до предмету дослідження з навколишнього середовища надходить енергія або маса  $q$ ; у точці 2, в якій навколишнє середовище протягом часу  $t$  здійснює цілеспрямований керуючий вплив  $u$  на предмет дослідження; у точці 3, в якій предмет дослідження здійснює вплив  $y$  на навколишнє середовище; у точці 4, в якій до предмету дослідження прикладається основне збурення  $x$ , створюване навколишнім середовищем, яке можна спрогнозувати чи навіть визначити; у точці 5, в якій до предмету дослідження прикладається завада  $\xi$  з боку навколишнього середовища додатково до основного збурення, але неконтрольовано і не прогнозовано.

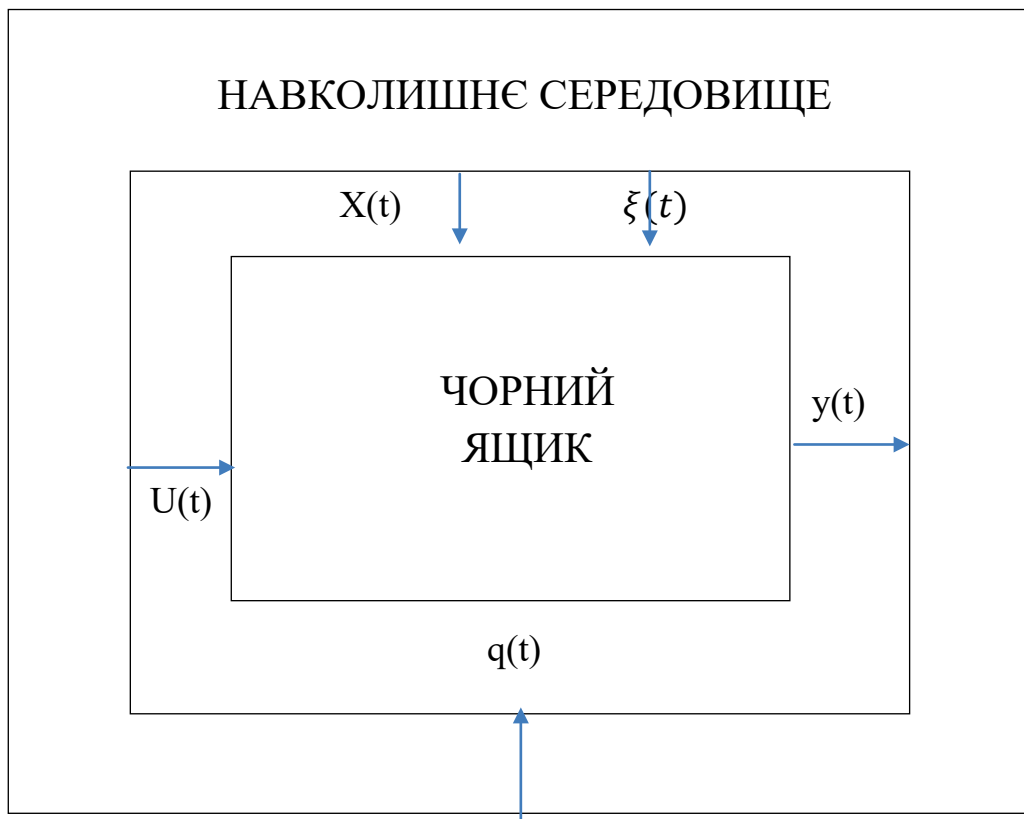


Рисунок 2.3. Графічна інтерпретація виділення предмета дослідження з навколишнього середовища

Виокремивши предмет дослідження з навколишнього середовища та визначивши характер точок їх взаємодії, конкретизуємо тепер взаємні впливи предмета дослідження на зовнішнє середовище і навпаки у визначених точках.

Енергія, що подається до тягового асинхронного електропривода електромобіля, є електричною і поступає вона з вихідних клем силової акумуляторної батареї на вхідні клеми інвертора, який напругу постійного струму перетворює у трифазну напругу змінного струму і її подає в обмотку статора тягового асинхронного електродвигуна системи електропривода електромобіля, тож точкою 1 у нашого предмета дослідження є точка введення електричної енергії постійного струму в інвертор.

Сигнал керування тяговим асинхронним електроприводом формується водієм електромобіля, який за допомогою педалі акселератора надсилає його на вхід регулятора частоти струму, що підводиться до статора асинхронного двигуна системи електропривода, тож точкою 2 у нашого предмета дослідження є педаль акселератора.

Вихідним сигналом нашого предмета дослідження є його лінійна швидкість, яка формується кутовою швидкістю обертання колеса, тож точкою 3 у нашого предмета є чотири точки дотику коліс електромобіля до полотна дороги.

Основним збуренням для нашого предмета дослідження є маса електромобіля, яка змінюється від кількості пасажирів та завантаженості багажника і впливає на швидкість руху, тож точкою 4 у нашого предмета дослідження є ті ж таки чотири точки дотику коліс електромобіля до полотна дороги.

А додаткові збурення прикладаються до нашого предмета дослідження зовні внаслідок зміни стану дорожнього покриття та впливу атмосферних явищ у вигляді вітру, дощу, граду і снігу, тож точка 5 у нашого предмета дослідження розпливається у всю поверхню корпусу електромобіля.

## **2.4 Вибір базових обмежень**

У третьому підрозділі першого розділу монографії ми уже привели обмеження, які були використані нами при розв'язанні задач системного аналізу процесів в електромобілі з тяговим електроприводом на основі електродвигунів постійного струму з послідовним збудженням – базовим

із них було рівняння динаміки (1.1), із якого, скориставшись виразом (1.2), ми отримали похідні обмеження у вигляді рівняння (1.3) для аналізу процесу руху електромобіля дорогою, прокладеною на горизонтальній площині, у вигляді рівняння (1.4) для аналізу процесу руху електромобіля на спуск та у вигляді рівняння (1.5) для аналізу процесу руху електромобіля на підйом. Крім того до категорії обмежень відноситься і функціонал (1.8), яким визначається пройдений електромобілем шлях, який тісно зв'язаний з його швидкістю під час долаття цього шляху.

Тож і для нашого предмета дослідження, в структуру якого теж входить тяговий електропривод електромобіля, але на основі асинхронного електродвигуна змінного струму, при системному аналізі його процесу руху горизонтальним відрізком дороги першим обмеженням буде рівняння динаміки, але не у вигляді диференціального рівняння (1.3), а у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G - k_1 V - k_2 V^2, \quad (2.4)$$

де, знову ж таки,  $m$  – маса електромобіля,  $V$  – швидкість з якою рухається електромобіль,  $F_T$  – сила тяги, що створює тяговий електродвигун,  $F_G$  вага електромобіля,  $k_0$  – табличний коефіцієнт, який залежить від матеріалу поверхні дороги,  $k_1$  – коефіцієнт, що залежить від площі бічної поверхні електромобіля,  $k_2$  – коефіцієнт, що залежить від площі поперечного перерізу електромобіля.

Але оскільки з паспортних даних електродвигуна можна визначити не силу тяги  $F_T$ , а його електромагнітний момент  $M_T$ , то при використанні обмеження (2.4), необхідно силу тяги визначати зі співвідношення

$$F_T = \frac{M_T}{R}, \quad (2.5)$$

в якому  $R$  – радіус колеса.

З тієї ж причини, що електромагнітний момент асинхронного електродвигуна не може бути визначений із співвідношення (1.2), при системному аналізі процесу руху електромобіля на спуск, першим обмеженням теж буде рівняння динаміки, але не у вигляді диференціального рівняння (1.4), а у вигляді

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G \cos \beta + F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2, \quad (2.6)$$

а під час руху електромобіля на підйом з тієї ж причини обмеження буде мати вигляд

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G \cos \beta - F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2 \quad (2.7)$$



А щодо обмеження у вигляді функціоналу (1.8), яке мало місце при системному аналізі процесу руху електромобіля з тяговим електроприводом на основі електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням, то і для електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом воно матиме аналогічний вигляд, тобто

$$L_I = \int_0^{T_I} V dt, \quad (2.8)$$

і теж є умовою, що рухаючись протягом часу  $T_I$  зі швидкістю  $V(t)$  електромобіль подолає відстань  $L_I$ .

# РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ ТРЕТЬОГО ЕТАПУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ У ВИГЛЯДІ СИНТЕЗУ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ВІДРІЗКОМ ДОРОГИ, НА СПУСКАХ ТА НА ПІДЙОМАХ

## 3.1 Приведення базових обмежень та критеріїв оцінки результатів дослідження до безрозмірного вигляду

Як ми уже відзначали у першому розділі, на третьому етапі системного аналізу необхідно синтезувати математичні моделі процесів, що протікають в предметі дослідження. Але задля того, щоб побудовані математичні моделі можна було використовувати при системному аналізі процесів в електромобілях з тяговими асинхронними приводами будь-якої марки, варто синтезувати ці математичні моделі, використовуючи відносні одиниці. Саме так ми синтезували математичні моделі процесів, що протікають в електромобілях з тяговими електроприводами на основі електродвигунів постійного струму з послідовним збудженням у роботі [95], тож, як і у роботі [95], почнемо третій етап системного аналізу з переведення критеріїв оптимізації та базових обмежень, нами уже визначених в попередніх розділах, у відносні одиниці.

А почнемо ми переведення критеріїв оптимізації та базових обмежень у відносні одиниці з домовленості про те, які величини ми приймемо за базові.

Отже, нехай основними базовими величинами, стосовно яких ми формуватимемо відносні величини, будуть:

- для тягової сили  $F_T$ , створюваної на колесах електромобіля його тяговим електроприводом, її значення  $F_H$  в номінальному режимі;
- для моменту  $M$  на валу тягового асинхронного електродвигуна його номінальне значення  $M_H$ ;
- для швидкості  $V$  руху електромобіля її номінальне значення  $V_H$ ;
- для струму  $I$  силової акумуляторної батареї його номінальне значення  $I_H$ ;

– для напруги  $U$ , що подається на вхід інвертора в структурі системи тягового асинхронного електропривода, напруга  $U_B$  акумуляторної батареї при її повному заряді;

– для магнітного потоку  $\Phi$  його значення  $\Phi_H$  при номінальному струмі намагнічування  $I_H$ , тобто  $\Phi_H = \Phi(I_H)$ ,

При визначених нами основних базових величинах похідними базовими величинами будуть:

для часу  $t$  – електромеханічна стала  $T_M$ , що зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням:

$$T_M = \frac{mV_H}{F_H}; \quad (3.1)$$

для відстані  $L$  – величина  $L_H$ , що зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням:

$$L_H = V_H T_M; \quad (3.2)$$

для енергії  $E$  постійного струму акумуляторної батареї - величина  $E_H^I$ , що зв'язана з основними базовими величинами співвідношенням:

$$E_H^I = U_B I_H T_M \quad (3.3)$$

для сили тяги  $F$  електромобіля – величина  $F_H$ , що зв'язана з основними базовими величинами та радіусом колеса  $R$  співвідношенням:

$$F_H = \frac{M_H}{R} \quad (3.4)$$

Ділячи обидві частини кожного із співвідношень (2.1), (2.4), (2.6), (2.7), (2.8) на уведені нами основні та похідні базові величини, ми отримаємо аналоги цих співвідношень у безрозмірному вигляді, тобто у вигляді:

$$e_i = \int_0^{\tau_i} (1 - \alpha i) i d\tau, \quad (3.5)$$

$$\frac{dv}{d\tau} = \mu - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \quad (3.6)$$

$$\frac{dv}{d\tau} = \mu + f_0^* \sin\beta - f_0 \cos\beta - f_1 v - f_2 v^2, \quad (3.7)$$

$$\frac{dv}{d\tau} = \mu - f_0^* \sin\beta - f_0 \cos\beta - f_1 v - f_2 v^2, \quad (3.8)$$

$$l_i = \int_0^{\tau_i} v d\tau, \quad (3.9)$$

де:

$$\mu = \frac{M_T}{M_H} = \frac{FR}{F_H R} = \frac{F}{F_H}; \nu = \frac{V}{V_H}; \tau = \frac{t}{T_M}; i = \frac{I}{I_H}; e_i = \frac{E_I}{E_H} = \frac{E_I}{U_B I_H T_M}; \tau_i = \frac{T_I}{T_M}; \quad (3.10)$$

$$f_0^* = \frac{F_G T_M}{m V_H}; f_0 = \frac{k_0 F_G T_M}{m V_H}; f_1 = \frac{k_1 T_M}{m}; f_2 = \frac{k_2 V_H T_M}{m}; \alpha = \frac{r_B I_H}{U_B}; l_i = \frac{L_I}{V_H T_M}; \quad (3.11)$$

Якщо ми порівняємо співвідношення (3.5)–(3.9) з аналогічними, що наведені в роботі [95], то побачимо, що вони відрізняються першим членом у правій частині диференціальних рівнянь (3.6), (3.7), (3.8), що, як буде показано далі в процесі синтезу моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом, приводить до суттєвої зміни в структурі цих моделей.

### 3.2 Синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги

Синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги з використанням критерію мінімуму витрат енергії силової акумуляторної батареї, який у відносних одиницях має вигляд (3.5), розпочнемо з побудови математичної моделі відносного електромагнітного моменту  $\mu$ , аби зробити придатним для використання в процесі цього синтезу обмеження (3.6).

А для побудови математичної моделі відносного електромагнітного моменту  $\mu$  використаємо результат, отриманий нами в роботі [99], згідно з яким електромагнітний момент  $M_T$  асинхронного електродвигуна може бути визначений з виразу

$$M_T = M_H \left(\frac{s}{s_H}\right) \left(\frac{U}{U_H}\right) \left(\frac{\Phi}{\Phi_H}\right) \frac{1 + \left(\frac{x_p}{r_p}\right)^2 s_H^2}{1 + \left(\frac{x_p}{r_p}\right)^2 s^2} = M_H s_* u \varphi \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2}, \quad (3.12)$$

в якому  $U$  – напруга, що подається на обмотку статора асинхронного електродвигуна;  $U_H$  – номінальне значення цієї напруги;  $r_p, x_p$  – відповідно, активний та реактивний опір ротора цього електродвигуна в загальмованому стані;  $s$  – ковзання, що знаходиться з виразу

$$s = \frac{\omega_c - \omega}{\omega_c} = \frac{f_c - f}{f_c}, \quad (3.13)$$

в якому  $\omega, \omega_c$  – відповідно, поточна кутова швидкість обертання валу ротора асинхронного електродвигуна, якій відповідає частота  $f$  та кутова

швидкість обертання вектора електричного струму живлення, який подається в обмотку статора електродвигуна, якій відповідає частота  $f_c$ ;

Відносні величини мають вигляд:

$$\phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}, \quad (3.14)$$

$$u = \frac{U}{U_H}, \quad (3.15)$$

$$s_* = \frac{s}{s_H}, \quad (3.16)$$

де  $s_H$  – ковзання при номінальній кутовій швидкості  $\omega_H$  обертання валу ротора асинхронного електродвигуна;

а параметри мають вигляд:

$$a = \frac{1}{s_H}, \quad b = \frac{x_p}{r_p} \quad (3.17)$$

Підставляючи вираз (3.12) у перший вираз співвідношень (3.10), знайдемо, що

$$\mu = \phi u \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s \quad (3.18)$$

Але у моделі відносного моменту (3.18) залишається невизначеною характеристика намагнічування  $\phi = \phi(i)$ , для визначення якої скористаємось нашою роботою [87], в якій доведено, що для зменшення похибок в розрахунках при використанні характеристики намагнічування, цю характеристику слід апроксимувати не виразом (1.10), як у роботі [95], а у вигляді зваженого оберненого гіперболічного синуса, тобто, у вигляді

$$\phi = 1,136 \operatorname{Arshi} = 1,136 \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \quad (3.19)$$

Підставляючи вираз (3.19) у (3.18) та підставляючи у свою чергу результат цієї підстановки у рівняння (3.6), отримаємо його у вигляді

$$\frac{dv}{d\tau} = 1,136 \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) u \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* - f_0 - f_1 v - f_2 v^2 \quad (3.20)$$

Після проведених вище перетворень поставлену нами у цьому підрозділі задачу можна сформулювати так: синтезувати такі математичні моделі для відносної швидкості руху  $v(\tau)$  електромобіля та відносного струму  $i(\tau)$  у обмотці статора тягового асинхронного електропривода цього електромобіля, які забезпечать мінімум функціоналу (3.5) в умовах дотримання обмежень (3.9) та (3.20).

Аналізуючи математичну модель (3.20) динаміки електромобіля, приходимо до висновку, що регулювати швидкість руху та струм в

асинхронному електродвигуні тягового електропривода електромобіля ми можемо, або змінюючи ефективне значення напруги, що прикладається до обмотки статора електродвигуна, або змінюючи частоту цієї напруги, що виразами (3.13) та (3.16) зв'язана з відносним ковзанням ротора цього асинхронного електродвигуна.

З роботи [99], в якій узагальнені напрацювання багатьох дослідників використання приводних асинхронних електродвигунів, відомо, що регулювання кутової швидкості обертання їх роторів здійснюється у переважній більшості випадків змінами частоти струму, що подається в обмотку статора. Тож нічого дивного немає у тому, що реалізація цих змін при інверторному перетворенні напруги постійного струму силової акумуляторної батареї електромобілів в напругу змінного струму, потрібного для живлення тягових асинхронних електродвигунів електромобілів, не викликає труднощів, а тому є домінантною у цьому класі електромобілів. А це дозволяє нам у диференціальному рівнянні (3.20) відносно напругу  $u$  вважати константою. Більше того, з практики експлуатації тягових асинхронних електродвигунів з живленням від силової акумуляторної батареї через інвертор відомо, що в інверторі і обмотці статора втрачається до 12% підведеної напруги в її ефективному значенні. А це дозволяє нам для спрощення подальших викладок прийняти, що

$$1,136u = 1 \quad (3.21)$$

Тож з врахуванням виразу (3.21) диференціальне рівняння (3.20), яке виступає в ролі обмеження при синтезі математичних моделей оптимального руху електромобіля дорогою, прокладеною на горизонтальній площині, можна записати у вигляді

$$\frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* - f_0 - f_1 v - f_2 v^2 \quad (3.22)$$

Але одразу ж зауважимо, що в разі, якщо в системі тягового електропривода електромобіля використані такий інвертор і такий асинхронний двигун, для яких не виконується тотожність (3.21), а тому коефіцієнт при логарифмі в правій частині рівняння (3.20) не буде рівним одиниці, а рівним якомусь числовому значенню  $h$  то подальші викладки залишатимуться в силі, оскільки діленням на цей коефіцієнт  $h$  обох частин рівняння (3.20) ми його все-одно приведемо до вигляду (3.22) з тією лише різницею, що в ньому після цього фігуруватимуть замість  $v, f_0, f_2$  нормовані цим коефіцієнтом  $v_* = \frac{v}{h}, f_{0*} = \frac{f_0}{h}, f_{2*} = f_2 h$ , що потрібно буде врахувати

при інтерпретації результатів розв'язання задачі оптимізації і приведенні розв'язків до іменованих одиниць.

Поставлену задачу будемо розв'язувати, застосовуючи відомий метод невизначених множників Лагранжа, з прикладами використання якого в задачах синтезу оптимальних моделей можна ознайомитись, наприклад, в роботі [77].

Згідно з алгоритмом цього методу розв'язання сформульованої задачі розпочнемо з синтезу функції Лагранжа, яка у своїй структурі повинна мати і складову, обумовлену критерієм оптимізації (3.5), і складові, обумовлені обмеженнями (3.9) і (3.20), а тому матиме вигляд:

$$L(\tau, u, i, v, s_*, \psi, u', i', v', s_*', \psi') = (1 - \alpha i)i + \lambda_1 \left( v' - \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*'^2} s_*' + f_0 + f_1 v + f_2 v^2 \right) + \lambda_2 (\psi' - v) \quad (3.23)$$

Оскільки функція Лагранжа (3.23) містить 4 залежних від відносного часу  $\tau$  змінних  $s_*$ ,  $v$ ,  $i$ ,  $\psi$ , то для того, щоб вони формували екстремалі функціоналу (3.5) за наявності обмежень (3.9), (3.20), їх потрібно знаходити, як продемонстровано, наприклад, в роботі [77], із системи рівнянь Ейлера-Лагранжа:

$$\begin{cases} L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} = 0, \\ L_v - \frac{d}{d\tau} L_{v'} = 0, \\ L_\psi - \frac{d}{d\tau} L_{\psi'} = 0, \\ L_{s_*} - \frac{d}{d\tau} L_{s_*'} = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

У цій системі рівнянь, нагадаємо, нижні індекси вказують на те, по якій змінній береться частинна похідна від функції Лагранжа. А тому, взявши частинні похідні  $L_i, L_{i'}, L_v, L_{v'}, L_\psi, L_{\psi'}, L_{s_*}, L_{s_*'}$  від функції Лагранжа (3.23) по відповідних змінних та підставивши отримані вирази для них в систему рівнянь (2.24), отримаємо цю систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} 1 - 2\alpha i - \lambda_1 \frac{(a^2 + b^2)s_*}{a^2 + b^2 s_*'^2} \frac{1}{\sqrt{i^2 + 1}} = 0, \\ \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v) - \lambda_2 - \frac{d\lambda_1}{d\tau} = 0, \\ -\frac{d\lambda_2}{d\tau} = 0, \\ -\lambda_1 \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2 s_*'^2)}{(a^2 + b^2 s_*'^2)^2} = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

У свою чергу система рівнянь (3.25), враховуючи те, що

$$\begin{cases} a^2 + b^2 s_*^2 \neq 0, \\ \sqrt{i^2 + 1} \neq 0, \end{cases} \quad (3.26)$$

легко приводиться до вигляду:

$$\begin{cases} (a^2 + b^2 s_*^2) \sqrt{i^2 + 1} (1 - 2\alpha i) - \lambda_1 (a^2 + b^2) s_* = 0, \\ \frac{d\lambda_1}{d\tau} - \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v) + \lambda_2 = 0, \\ -\frac{d\lambda_2}{d\tau} = 0, \\ -\lambda_1 \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) (a^2 + b^2) (a^2 - b^2 s_*^2) = 0, \end{cases} \quad (3.27)$$

А розглядаючи третє рівняння системи (3.27), ми одразу ж можемо записати, що

$$\lambda_2 = -C_2, \quad (3.28)$$

В рівнянні (3.28)  $C_2$  – поки-що невідома константа, підставляючи яку в друге рівняння системи (3.27), отримаємо лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{d\lambda_1}{d\tau} - (f_1 + 2f_2 v) \lambda_1 = C_2, \quad (3.29)$$

розв'язок якого має вигляд

$$\lambda_1(\tau) = C_1 e^{(f_1 \tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v}, \quad (3.30)$$

де  $C_1$  – ще одна, поки-що невідома, константа.

Підставляючи вираз (3.30) у перше та четверте рівняння системи (3.27), отримаємо цю систему уже у вигляді лише двох рівнянь:

$$\begin{cases} (a^2 + b^2 s_*^2) \sqrt{i^2 + 1} (1 - 2\alpha i) - \left( C_1 e^{(f_1 \tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v} \right) (a^2 + b^2) s_* = 0, \\ - \left( C_1 e^{(f_1 \tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v} \right) \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) (a^2 + b^2) (a^2 - b^2 s_*^2) = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

Проаналізуємо друге рівняння отриманої системи (3.31). Оскільки, як впливає із виразу (3.30),

$$\lambda_1(\tau) \neq 0 \text{ для } \forall \tau \geq 0, \quad (3.32)$$

то із другого рівняння системи (3.31) впливає, що

$$a^2 - b^2 s_*^2 = 0, \quad (3.33)$$

а із рівняння (3.33), розв'язуючи його та враховуючи лише додатній корінь, бо маємо справу не з генератором, а з двигуном, знайдемо, що

$$s_* = \frac{a}{b}. \quad (3.34)$$



Підставляючи вираз (3.34) в перше рівняння системи (3.31) та в рівняння динаміки (3.22) електромобіля, яке залишається справедливим для будь-яких режимів руху цього електромобіля, отримаємо систему двох рівнянь з двома залежними від відносного часу  $\tau$  невідомими  $i, v$ :

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2 + 1}(1 - 2\alpha i) - \left(C_1 e^{(f_1\tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v}\right) \frac{(a^2 + b^2)}{b} = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} - f_0 - f_1 v - f_2 v^2, \end{cases} \quad (3.35)$$

розв'язки яких:

$$i = i(C_1, C_2, \tau), \quad v = v(C_1, C_2, \tau) \quad (3.36)$$

забезпечують мінімум функціоналу (3.5) при обмеженнях (3.9), (3.20). Але, щоб ці розв'язки стали математичними моделями оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, необхідно розв'язати задачу ідентифікації, суть якої полягає в тому, щоб, скориставшись початковими та граничними умовами, розрахувати константи  $C_1, C_2$ , та після підстановки цих розрахованих значень в систему (3.35) знайти її конкретний розв'язок уже у вигляді

$$i = i(\tau), v = v(\tau) \quad (3.37)$$

### 3.3 Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги

На першому етапі ідентифікації математичних моделей (3.37) оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги нам необхідно визначити сталі інтегрування  $C_1, C_2$ , що увійшли у верхнє рівняння системи (3.35). Для цього ми використаємо початкові та граничні умови у вигляді:

$$\begin{cases} i(0) = i_n, \\ v(0) = 0, \\ \int_0^0 v(\tau) d\tau = 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

$$\begin{cases} i(\tau_l) = 0, \\ v(\tau_l) = 0, \\ \int_0^{\tau_l} v(\tau) d\tau = l_l \end{cases} \quad (3.39)$$

Одразу зауважимо, що нижню початкову умову у вигляді рівного нулю інтегралу можна було б і не додавати, але оскільки у першому рівнянні системи (3.35) цей інтеграл фігурує, то його значення на початку руху варто додати в початкові умови (3.38), привівши у такий спосіб ці початкові умови до структури, еквівалентної структурі умов (3.39) граничних

А далі, підставляючи у перше рівняння системи (3.35) спочатку вирази (3.38), а потім вирази (3.39), створимо систему двох рівнянь з двома невідомими  $C_1, C_2$ , що матиме вигляд:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i_n^2 + 1}(1 - 2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left(c_1 - \frac{c_2}{f_1}\right) = 0 \\ 2a - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left(c_1 e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} - \frac{c_2}{f_1}\right) = 0, \end{cases} \quad (3.40)$$

та легко трансформується до зручного для розв'язання цієї системи вигляду:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i_n^2 + 1}(1 - 2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 = -\left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)\frac{C_2}{f_1}, \\ 2a - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} = -\left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)\frac{C_2}{f_1} \end{cases} \quad (3.41)$$

В системі рівнянь (3.41) праві частини однакові, що наділяє нас правом прирівняти між собою і їх ліві частини, внаслідок чого ми отримаємо рівняння з однією невідомою  $C_1$  у вигляді

$$2a\sqrt{i_n^2 + 1}(1 - 2\alpha i_n) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 = 2a - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)C_1 e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}, \quad (3.42)$$

розв'язуючи яке відносно цієї невідомої, отримаємо вираз

$$C_1 = \left(\frac{2ab}{a^2+b^2}\right) \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n)-1}{1-e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}}, \quad (3.43)$$

підставляючи в який числові значення усіх його параметрів, знайдемо числове значення  $C_1^*$  цієї невідомої.

А підставляючи вираз (3.43) в друге рівняння системи (3.41), отримаємо рівняння з однією невідомою  $C_2$  у вигляді

$$2a - 2a\left(\frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n)-1}{1-e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}}\right)e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} = -\left(\frac{a^2+b^2}{b}\right)\frac{C_2}{f_1}, \quad (3.44)$$

розв'язуючи яке відносно цієї невідомої, отримаємо вираз

$$C_2 = \left(\frac{2abf_1}{a^2+b^2}\right) \left\{ \frac{\sqrt{i_n^2+1}(1-2\alpha i_n)-1}{1-e^{(f_1\tau_l+2f_2l)}} e^{(f_1\tau_l+2f_2l)} - 1 \right\}, \quad (3.45)$$

підставляючи в якій числові значення усіх його параметрів, знайдемо числове значення  $C_2^*$  цієї невідомої.

У свою чергу, підставляючи отримані з виразів (3.43), (3.45) числові значення  $C_1^*$ ,  $C_2^*$  в систему рівнянь (3.35), отримаємо систему двох рівнянь:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2 + 1}(1 - 2\alpha i) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left(C_1^* e^{(f_1\tau+2f_2\int v d\tau)} - \frac{C_2^*}{f_1+2f_2v}\right) = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \frac{(a^2+b^2)}{2ab} \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) - f_0 - f_1v - f_2v^2, \end{cases} \quad (3.46)$$

розв'язками яких будуть уже функції  $i = i(\tau)$ ,  $v = v(\tau)$ , позначені нами раніше як (3.37), які доставлятимуть мінімум функціоналу (3.5) в умовах дії обмежень (3.9), (3.20) та дотримання початкових умов (3.38) і граничних (3.39), а тому і будуть ідентифікованими моделями оптимального руху електромобіля.

Але, слід зауважити, що це будуть уже не математичні моделі, задані аналітичними виразами, а кібернетичні, оскільки система трансцендентних і одночасно ще й нелінійних рівнянь (3.46) аналітичних розв'язків не має, і ці розв'язки можна обчислювати лише методом послідовних наближень, застосовуючи комп'ютери, що реалізовуватимуть відповідний обчислювальний алгоритм, до побудови якого ми і перейдемо в наступному підрозділі.

### **3.4 Обчислювальний метод для визначення траєкторій оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги**

Розрахункові співвідношення алгоритму обчислювального методу для визначення траєкторій оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги почнемо формувати, використовуючи на першому його етапі друге рівняння з системи (3.46), оскільки саме це рівняння відображає динаміку електромобіля і є справедливим для будь-якого режиму руху електромобіля у тому числі і оптимального. Для точки  $\tau_k$ ,  $k=0,1,2,\dots$  це рівняння у варіанті, придатному для здійснення послідовних наближень, можна переписати у вигляді

$$\frac{\Delta v_k}{\Delta \tau_k} = \frac{v_{k+1}-v_k}{\tau_{k+1}-\tau_k} \approx \frac{(a^2+b^2)}{2ab} \ln\left(i_k + \sqrt{i_k^2 + 1}\right) - f_0 - f_1v_k - f_2v_k^2, \quad (3.47)$$

що легко трансформується до вигляду

$$v_{k+1} \approx v_k + \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} (\tau_{k+1} - \tau_k) \ln \left( i_k + \sqrt{i_k^2 + 1} \right) - (f_0 + f_1 v_k + f_2 v_k^2) (\tau_{k+1} - \tau_k), \quad (3.48)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots; \tau_0 = 0, v_0 = 0, i_0 = i_{\pi}$$

Аналізуючи вираз (3.48), бачимо, що для обчислення чисельного значення швидкості  $v_{k+1}$  в момент часу  $\tau_{k+1}$  необхідно знати не лише чисельне значення цієї швидкості  $v_k$  в попередній момент часу  $\tau_k$ , але і чисельне значення струму  $i_k$  у цей же попередній момент часу. Тож цілком зрозуміло, що для обчислення чисельного значення струму  $i_k$ , необхідно використати перше рівняння системи (3.46), яке отримане шляхом розв'язання задачі мінімізації витрат електроенергії силової акумуляторної батареї електромобіля, а тому чисельні значення струму, знайдені з цього рівняння, є струмовими складовими траєкторії оптимального руху електромобіля. І оскільки це рівняння, як ми уже відмічали раніше, відноситься до класу не лише нелінійних, а ще і трансцендентних, то для його розв'язання необхідно застосовувати ітераційну процедуру послідовних наближень, різноманітні варіанти якої представлено в монографії Я. З. Ципкіна. «Адаптація та навчання в автоматичних системах», опублікованій у видавництві «Наука» у 1968 році. Ми використаємо варіант

$$i_k(n) = i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \psi_k(i, v, \tau), n = 1, 2, \dots; k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.49)$$

в якому  $n$  – номер ітерації,  $C_3$  - константа, яку задає особа, що реалізує ітераційний процес, а  $\psi_k(i, v, \tau)$  у нашому випадку це ліва частина першого рівняння системи (3.46), в яку підставили

$$i = i_k(n-1), v = v, d\tau = \tau_{k+1} - \tau_k, \int v d\tau = v_k(\tau_{k+1} - \tau_k), \quad (3.50)$$

що привело її до вигляду

$$\psi_k(i, v, \tau) = 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1}(1 - 2ai_k(n-1)) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left( C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2v_k(\tau_{k+1}-\tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2v_k} \right), \quad (3.51)$$

Тож з врахуванням співвідношень (3.50) і (3.51) у нашому випадку вираз (3.49) матиме вигляд

$$i_k(n) = i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \left\{ 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1}(1 - 2ai_k(n-1)) - \left(\frac{a^2+b^2}{b}\right) \left( C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2v_k(\tau_{k+1}-\tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2v_k} \right) \right\} \quad (3.52)$$

Зупинятимемо ітераційний процес, що реалізується виразом (3.52), на кожному кроці обчислювального алгоритму тоді, коли виконуватиметься умова

$$|i_k(n) - i_k(n - 1)| \leq \varepsilon, \quad (3.53)$$

в якій  $\varepsilon$  – прийняте нами числове значення відносної похибки визначення струму в ітераційному процесі. Виконання цієї умови дозволяє прийняти, що

$$i_k(n) = i_k \quad (3.54)$$

І саме це значення струму, яке визначається за виразом (3.52) та відповідає умові (3.53), необхідно підставляти у вираз (3.48) для визначення наступного значення  $v_{k+1}$  швидкості.

Зрозуміло, що чим менший ми будемо брати відрізок

$$\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.55)$$

тим з меншими похибками ми визначатимемо координати  $i_k, v_k$  траєкторії оптимального руху електромобіля.

### **3.5 Синтез математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спусках і на підйомах**

У нашій науковій школі уже були синтезовані та опубліковані в роботі [95] моделі оптимального руху електромобіля і на спуск і на підйом, але це було зроблено для вантажного електромобіля з електроприводом, в якому використані електродвигуни постійного струму з послідовним збудженням, тяговий електромагнітний момент в яких створюється за законом (1.2), що суттєво відрізняється від закону (3.12), за яким створюється тяговий електромагнітний момент в асинхронних електродвигунах змінного струму, а тому математичні моделі оптимального руху на спуск та на підйом електромобіля з тяговим електроприводом на основі електродвигунів постійного струму, синтезовані в роботі [95], для моделювання оптимального руху на спуск та на підйом електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом використані бути не можуть.

Але рівняння динаміки руху електромобіля, які при синтезі моделей його оптимального руху використовуються в якості обмежень, то в загальному вигляді і у нашому випадку вони будуть такими ж, як і в роботі [95], тобто, при русі на спуск – це

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G \cos \beta + F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2, \quad (3.56)$$

а при русі на підйом – це

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - k_0 F_G \cos \beta - F_G \sin \beta - k_1 V - k_2 V^2 \quad (3.57)$$

І відрізнятимуться рівняння (3.56), (3.57) від рівнянь (1.4), (1.5) при їх подальшому використанні тільки тим, що сила тяги в них буде не у вигляді першого члена у правій частині рівнянь (1.4), (1.5), а у вигляді першого члена у правій частині рівняння (3.22), який уже переведений у відносні (безрозмірні) одиниці.

Порівнюючи рівняння (2.6), (2.7) динаміки руху електромобіля, відповідно, на спуск та на підйом, записані ще без прив'язки до типу тягового електропривода, з рівнянням (2.4) динаміки його руху горизонтальним відрізком дороги, бачимо, що вони відрізняються появою двочлена

$$(-k_0 F_G \cos \beta + F_G \sin \beta) \quad (3.58)$$

замість одночлена  $(-k_0 F_G)$  в режимі спуску, та появою двочлена

$$(-k_0 F_G \cos \beta - F_G \sin \beta) \quad (3.59)$$

замість одночлена  $(-k_0 F_G)$  в режимі підйому. Ця трансформація рівняння (2.4) обумовлена тим, що сила ваги електромобіля  $F_G$ , яка під час руху горизонтальним відрізком дороги створює лише силу тертя коліс об дорогу  $k_0 F_G$ , що протидіє силі тяги  $F_T$ , а тому входить зі знаком мінус, під час руху на спуск та на підйом з нахилом дороги до горизонтальної площини під кутом  $\beta$  своїми проекціями на вісь дороги та на вісь, перпендикулярну дорозі, створює пару сил:  $k_0 F_G \cos \beta, F_G \sin \beta$ , перша із яких є трансформованою силою тертя коліс об дорогу, а тому і в рівняння (2.6) і в рівняння (2.7) входить зі знаком мінус, а друга є при спуску додатковою силою тяги, а тому входить у рівняння (2.6) зі знаком плюс, а при підйомі є додатковою силою опору, а тому у рівняння (2.7) входить зі знаком мінус. Рисунок 1.23, який це схематично відображає, взятий із роботи [95], уже приведено нами вище у підрозділі 1.3.

Якщо, врахувавши усе вище висловлене, ми приведемо рівняння динаміки (2.6), (2.7) до безрозмірного вигляду, то отримаємо еквівалент рівняння (2.6), що описує у відносних одиницях динаміку електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом під час його руху на спуск, у вигляді

$$\frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* + f_0^* \sin \beta - f_0 \cos \beta - f_1 v - f_2 v^2, \quad (3.60)$$

та еквівалент рівняння (2.7), що описує у відносних одиницях динаміку цього ж електромобіля під час його руху на підйом, у вигляді

$$\frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 s_*^2} s_* - f_0^* \sin \beta - f_0 \cos \beta - f_1 v - f_2 v^2, \quad (3.61)$$

Із процедури переведення рівнянь динаміки електромобіля до безрозмірного вигляду, викладеної в наших роботах [95] та [100], витікає, що додатковий коефіцієнт  $f_0^*$ , якого немає в рівнянні (2.4) динаміки електромобіля, але який з'явився у рівняннях (2.6) та (2.7), обчислюється за виразом

$$f_0^* = \frac{F_G T_M}{m V_H}. \quad (3.62)$$

за умови, що  $m$  – це маса електромобіля з пасажирами,  $F_G$  – це сила ваги електромобіля, створюваної його масою,  $V_H$  – це швидкість електромобіля, яку він розвиває на горизонтальній ділянці дороги при номінальній силі тяги, а  $T_M$  – це електромеханічна стала часу, яка розраховується за виразом

$$T_M = \frac{m V_H}{F_H}; \quad (3.63)$$

в якому  $F_H$  – номінальна сила тяги електромобіля, створювана його електроприводом.

А далі звертаємо увагу на те, що ні двочлен (3.58), ні двочлен (3.59) безпосередньо не залежать від  $i, i', v, v', \psi, \psi', s_*, s'_*$ . Тож, оскільки саме по цих змінних, як показано вище у підрозділі 3.2, беруться частинні похідні в рівняннях Ейлера-Лагранжа (3.24), то навіть після уведення у функцію Лагранжа (3.23) обмеження не у вигляді (3.22), а у вигляді (3.60) чи (3.61) ми все одно в якості розв'язку цієї системи рівнянь отримаємо перше рівняння системи (3.35), а тому синтезуватимемо моделі оптимального руху у вигляді (3.36), виходячи з системи рівнянь, аналогічної системі (3.35), в якій другим рівнянням замість рівняння (3.22) буде рівняння (3.60) під час руху на спуск та рівняння (3.61) під час руху на підйом, тобто, моделі оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом під час руху на спуск необхідно синтезувати із системи рівнянь:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2 + 1}(1 - 2\alpha i) - \left( C_1 e^{(f_1 \tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v} \right) \frac{(a^2 + b^2)}{b} = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} + f_0^* \sin \beta - f_0 \cos \beta - f_1 v - f_2 v^2, \end{cases} \quad (3.64)$$

а моделі оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом під час руху на підйом необхідно синтезувати із системи рівнянь:

$$\begin{cases} 2a\sqrt{i^2 + 1}(1 - 2\alpha i) - \left(C_1 e^{(f_1\tau + 2f_2 \int v d\tau)} - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v}\right) \frac{(a^2 + b^2)}{b} = 0, \\ \frac{dv}{d\tau} = \ln(i + \sqrt{i^2 + 1}) \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} - f_0^* \sin \beta - f_0 \cos \beta - f_1 v - f_2 v^2, \end{cases} \quad (3.65)$$

І ці моделі оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом під час його руху на спуск чи на підйом після їх формування з використанням отриманих у підрозділі 3.4 моделей (3.48), (3.52) оптимального руху цього ж електромобіля горизонтальним відрізком дороги, набувають вигляду:

під час руху на спуск –

$$\begin{aligned} v_{k+1} &\approx v_k + \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} (\tau_{k+1} - \tau_k) \ln \left( i_k + \sqrt{i_k^2 + 1} \right) - (-f_0^* \sin \beta_k + \\ &\quad + f_0 \cos \beta_k + f_1 v_k + f_2 v_k^2) (\tau_{k+1} - \tau_k), \\ k &= 0, 1, 2, \dots; \tau_0 = 0, v_0 = v_{0s}, i_0 = i_{0s}, \beta_k \in \left[ 0, \beta \frac{\pi}{2_{max}} \right] \\ i_k(n) &= i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \{ 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1} (1 - 2\alpha i_k(n-1)) - \\ &\quad - \left( \frac{a^2 + b^2}{b} \right) \left( C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2 v_k(\tau_{k+1} - \tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2 v_k} \right) \}, \\ n &= 1, 2, \dots, N \Rightarrow |i_{N-1} - i_N| \leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.66)$$

під час руху на підйом –

$$\begin{aligned} v_{k+1} &\approx v_k + \frac{(a^2 + b^2)}{2ab} (\tau_{k+1} - \tau_k) \ln \left( i_k + \sqrt{i_k^2 + 1} \right) - (f_0^* \sin \beta_k + \\ &\quad + f_0 \cos \beta_k + f_1 v_k + f_2 v_k^2) (\tau_{k+1} - \tau_k), \\ k &= 0, 1, 2, \dots; \tau_0 = 0, v_0 = v_{0p}, i_0 = i_{0p}, \beta_k \in \left[ 0, \beta \frac{\pi}{2_{max}} \right] \\ i_k(n) &= i_k(n-1) - \frac{C_3}{n} \{ 2a\sqrt{(i_k(n-1))^2 + 1} (1 - 2\alpha i_k(n-1)) - \\ &\quad - \left( \frac{a^2 + b^2}{b} \right) \left( C_1^* e^{(f_1\tau_k + 2f_2 v_k(\tau_{k+1} - \tau_k))} - \frac{C_2^*}{f_1 + 2f_2 v_k} \right) \}, \\ n &= 1, 2, \dots, N \Rightarrow |i_{N-1} - i_N| \leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (3.67)$$

де  $\tau_0$  – в моделях (3.66) відносний час початку руху на спуск, а в моделях (3.67) відносний час початку руху на підйом,  $i_{0s}, v_{0s}$  – чисельні значення



відносного струму та відносної швидкості на початку руху на спуск,  $i_{0p}, v_{0p}$  – чисельні значення відносного струму та відносної швидкості на початку руху на підйом, а  $\varepsilon$  – задане нами чисельне значення похибки обчислень, від якого залежить кількість ітерацій  $N$  при визначенні чисельних значень відносного струму  $i_k$  на кроці  $k$ .

Аналізуючи дискретні математичні моделі (3.66), (3.67) оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом на спуск та на підйом, бачимо, що для запуску ітераційних алгоритмів, за якими обчислюється кожне наступне оптимальне значення відносної швидкості електромобіля та відносного струму його тягового електродвигуна, необхідно знати числові значення відносного струму  $i_0$  та відносної швидкості  $v_0$  на початку руху на спуск ( $i_{0s}, v_{0s}$ ) чи на підйом ( $i_{0p}, v_{0p}$ ), а також числові значення констант  $C_1^*, C_2^*, C_3$ . А в процесі реалізації ітераційних алгоритмів в моделях (3.66), (3.67) необхідно знати на кожному кроці  $k$  ще й числове значення кута нахилу  $\beta_k$  осі дороги (або, що одне і те ж, повздовжньої осі рами електромобіля) до горизонтальної площини.

Константу  $C_3$ , від якої залежить швидкість руху ітераційного процесу до виконання аналогів умови (3.53), заданих останніми рядками в співвідношеннях (3.66), (3.67), ми обираємо самі, і рівним одиниці її можна задавати лише за умови, що оцінки відносного струму на кожному кроці до виконання умови (3.53) чи її аналогів наближаються монотонно. Якщо ж процес цього наближення є знаково змінним, то доцільно задавати значення цієї константи меншими одиниці.

Що ж до констант  $C_1^*, C_2^*$ , то у випадку руху електромобіля на спуск чи на підйом їх уже не можна обчислювати за виразами (3.43), (3.45), оскільки у цьому випадку змінюються початкові і граничні умови, які тепер уже не матимуть вигляд виразів (3.38), (3.39), а задаватимуться виразами:

$$\begin{cases} i(0) = i_0, \\ v(0) = v_0, \\ \int_0^0 v(\tau) d\tau = 0 \end{cases} \quad (3.68)$$

$$\begin{cases} v'(\tau_l) = v_l', \\ v(\tau_l) = v_l, \\ \int_0^{\tau_l} v(\tau) d\tau = l \end{cases} \quad (3.69)$$

в яких числові значення  $i_0, v_0$  відносного струму та відносної швидкості в точці входження в спуск чи підйом ми вимірятимемо, а числові значення

$v_l, v_l'$  відносної швидкості та прискорення в точці закінчення спуску чи підйому ми задаватимемо, аби саме за цих їх значень завершувати спуск чи підйом.

Накладемо умову, що зі спуску чи підйому електромобіль виїздить на горизонтальний відрізок дороги, тобто, що

$$\beta_l = 0 \quad (3.70)$$

З врахуванням умов (3.69) та (3.70) із другого рівняння системи (3.64) отримаємо рівняння

$$v_l' = \ln \left( i_l + \sqrt{i_l^2 + 1} \right) \frac{a^2 + b^2}{2ab} - f_0 - f_1 v_l - f_2 v_l^2, \quad (3.71)$$

яке можна переписати і так –

$$v_\Sigma = \ln \left( i_l + \sqrt{i_l^2 + 1} \right), \quad (3.72)$$

де

$$v_\Sigma = \frac{2ab}{a^2 + b^2} (v_l' + f_0 + f_1 v_l + f_2 v_l^2) \quad (3.73)$$

У свою чергу рівняння (3.72) легко перетворюється у рівняння

$$i_l + \sqrt{i_l^2 + 1} = e^{v_\Sigma}, \quad (3.74)$$

яке можна переписати і так –

$$(i_l - e^{v_\Sigma})^2 = i_l^2 + 1 \quad (3.75)$$

А розв'язуючи рівняння (3.75), знайдемо, що відносний струм  $i_l$  тягового асинхронного електродвигуна електромобіля в точці виїзду зі спуску чи підйому на горизонтальну ділянку дороги, тобто, в момент відносного часу  $\tau_l$ , для забезпечення вибраних значень відносної швидкості  $v_l$  та прискорення  $v_l'$ , заданих умовами (3.69), необхідно визначати із виразу

$$i_l = \frac{e^{2v_\Sigma} - 1}{2e^{v_\Sigma}}, \quad (3.76)$$

А далі, підставляючи умови (3.68) в перше рівняння системи (3.64), отримаємо рівняння

$$2a\sqrt{i_0^2 + 1}(1 - 2\alpha i_0) - \left( C_1 - \frac{C_2}{f_1 + 2f_2 v_0} \right) \frac{(a^2 + b^2)}{b} = 0, \quad (3.77)$$

А з рівняння (3.77) матимемо –

$$C_1 = \frac{2ab\sqrt{i_0^2+1}}{a^2+b^2} (1 - 2\alpha i_0) + \frac{C_2}{f_1+2f_2v_0} \quad (3.78)$$

Підставляючи вираз (3.78) та умови (3.69) і результат розрахунку за виразом (3.76) в перше рівняння системи (3.64) та здійснюючи відповідні перетворення, отримаємо –

$$C_2 = \frac{2ab(f_1+2f_2v_0)(f_1+2f_2v_l)\phi(i_0,i_l)}{(a^2+b^2)[(f_1+2f_2v_l)\exp(f_1\tau_l+2f_2l)-f_1-2f_2v_0]}, \quad (3.79)$$

де

$$\phi(i_0, i_l) = \sqrt{i_l^2 + 1}(1 - 2\alpha i_l) - (1 - 2\alpha i_0) \exp(f_1\tau_l + 2f_2l) \quad (3.80)$$

Порівнюючи вирази (3.43), (3.45) та (3.78), (3.79), бачимо, що вони суттєво відрізняються, а тому відрізнятимуться і ітераційні процедури (3.48), (3.52) та (3.66), (3.67), в яких використовуються константи, що обчислюються за цими виразами.

Але ітераційні процедури (3.48), (3.52) та (3.66), (3.67) відрізняються не лише різними значеннями згаданих вище констант – вони відрізняються ще й тим, що в ітераційних процедурах (3.66), (3.67) використовується кут  $\beta$  нахилу повздожньої осі рами електромобіля до горизонтальної площини, який змінюється в процесі руху електромобіля на спуск чи на підйом дороги, що вимагає встановлення на електромобілях пристроїв для вимірювання цього кута. Але, оскільки станом на сьогодні вже сконструйовано і випускається промисловістю достатньо багато таких пристроїв, як електромеханічних так і оптикоелектронних та гіроскопічних, приклади встановлення окремих зразків яких на автомобілях уже мають місце, то не стане нерозв'язною і проблема вимірювання кута нахилу повздожньої осі рами електромобіля до горизонтальної площини в темпі процесу його зміни під час руху на спуск чи на підйом. А це дає надію нам, як авторам синтезованих вище дискретних математичних моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спуск чи на підйом, що ці моделі досить швидко будуть втіленими творцями сучасних електромобілів в системах керування ними.

## **РОЗДІЛ 4 РЕАЛІЗАЦІЯ ЧЕТВЕРТОГО ЕТАПУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ ШЛЯХОМ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ**

### **4.1 Комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги**

Як ми уже відзначали раніше, на 4-му етапі системного аналізу оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом необхідно, використовуючи синтезовані математичні моделі та впливаючи на їх окремі параметри, здійснити дослідження різних режимів руху з метою визначення оптимальних значень цих параметрів або діапазонів їх допустимих варіацій. А оскільки в заключному варіанті синтезовані моделі виявились дискретними з вихідними координатами, що визначаються методами послідовних наближень, то їх реалізація в процесі досліджень можлива лише за допомогою трансформації цих математичних моделей в комп'ютерні.

А для розрахунку параметрів комп'ютерних моделей необхідні деякі дані, що характеризують електромобіль в якості структурного носія предмета дослідження. І в таблиці 4.1 представлено такі дані, які за значеннями більшості основних параметрів відповідають, а за значеннями деяких, що не оприлюднені в супровідних документах, наближені, для найбільш поширеного на території України електромобіля Nissan Leaf в тому його варіанті, в якому уже в його тяговому електроприводі синхронні електродвигуни на постійних магнітах замінені на асинхронні.

Таблиця 4.1 – Технічні дані електромобіля з асинхронним електроприводом

Параметри	Значення
Номінальна потужність АД, $P_N$ (кВт)	80
Номінальний крутний момент АД, $M_N$ (кВт)	280
Номінальний струм, $I_N$ (А)	135
Номінальна напруга силової АБ, $U_N$ (В)	410
Номінальне число обертання валу двигуна, $n_N$ (об/хв)	2730
Значення номінального ковзання, $s_N$	0.02
Внутрішній опір силової АБ, $R_{bat}$ (Ом)	0.715
Номінальна швидкість руху електромобіля, $V_N$ (км/год)	80
Опір обмотки статора АД, $R_S$ (Ом)	0.249
Опір обмотки ротора АД, $R_R$ (Ом)	0.204
Індуктивність обмотки статора АД, $L_S$ (Гн)	0.004845
Індуктивність обмотки ротора АД, $L_R$ (Гн)	0.004209
Маса електромобіля, $P$ (кг)	1538
Радіус колеса, $R_K$ (м)	0.324
Коефіцієнти:	
матеріалу поверхності дороги, $k_0$	0.019
площі бічної поверхні автомобіля, $k_1$	0.6
площі лобової поверхні автомобіля, $k_2$	0.3

Використовуючи параметри електромобіля, представлені в таблиці 4.1, за відповідними формулами, приведеними в попередніх розділах, обчислені та приведені в таблиці 4.2 параметри комп'ютерної моделі, яку ми будемо використовувати для моделювання процесів оптимального руху цього електромобіля горизонтальним відрізком дороги

Таблиця 4.2 Параметри комп'ютерної моделі

Параметр	$a$	$b$	$\alpha$	$f_0$	$f_1$	$f_2$
Значення	50	5.898	0.235	0.034	0.056	2.222

На рисунку 4.1 представлена блок-схема алгоритму програми, яка, реалізуючи комп'ютерну модель електромобіля з асинхронним електроприводом, здійснює процес моделювання оптимального руху цього електромобіля горизонтальним відрізком дороги, використовуючи в процесі моделювання задані параметри електромобіля, обчислені параметри його комп'ютерної моделі та задані початкові і граничні умови.

Починає працювати програма, як показано в нашій роботі [103], згідно з приведеним на рисунку 4.1 алгоритмом, з ініціалізації змінних і параметрів – в нашому випадку це параметри моделі, взяті з таблиці 4.2, задані нами початкові та граничні умови, а також регулюючі коефіцієнти  $C_1, C_2, C_3$ .

Наступним кроком в програмі буде формування даних завдання на основі якого почнеться процес моделювання.

На основі сформованих даних процес моделювання стартує, формуючи спочатку масив даних стану руху електромобіля в момент часу  $\tau_0$ , який в разі початку руху з місця можна приймати рівним 0 (варто нагадати, що розраховані параметри моделі і результати моделювання, які будуть представлені далі, є відносними одиницями).

Далі програма здійснює циклічний розрахунок значень струму, швидкості та пройденої відстані електромобіля, починаючи із  $\tau_0 + \Delta k$  до  $\tau_{sp}$ .

Розрахунок швидкості виконується, виходячи із виразу (3.48), після чого здійснюється перевірка чи розрахована на поточній ітерації швидкість є не меншою певного граничного значення (0.001 в нашому випадку) і, якщо вона є меншою, приймаємо, що швидкість зменшилась до нуля. Якщо цього не зробити значення буде коливатись між двома досить малими значеннями, що впливатимуть (хоч і незначно) на результат, чого варто уникнути, оскільки це програмна особливість ітеративного розрахунку, яка не є характерною для рельсного процесу руху. Аналогічна перевірка виконується і для струму.

Розрахунок струму виконується за виразом (3.52) ітеративно аж допоки значення струму не наблизиться до того, при якому виконається умова (3.53) і цикл занходження струму зупиниться. Кількість циклів обмежуємо в 500 ітерацій (чого цілком достатньо, як показує практика, для коректного розрахунку), щоб уникнути нескінченного зациклювання.

На останньому етапі алгоритму програми здійснюється формування результатів моделювання у вигляді графіків і числових значень струму, швидкості та пройденої відстані в момент часу  $\tau_{sp}$ .

За цим алгоритмом реалізовано 4 варіанти моделювання процесу руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги. Числові значення для усіх варіантів представлені у таблиці 4.3, а графіки зміни струму, швидкості та пройденої відстані в часі представлені на рисунках 4.2 – 4.4

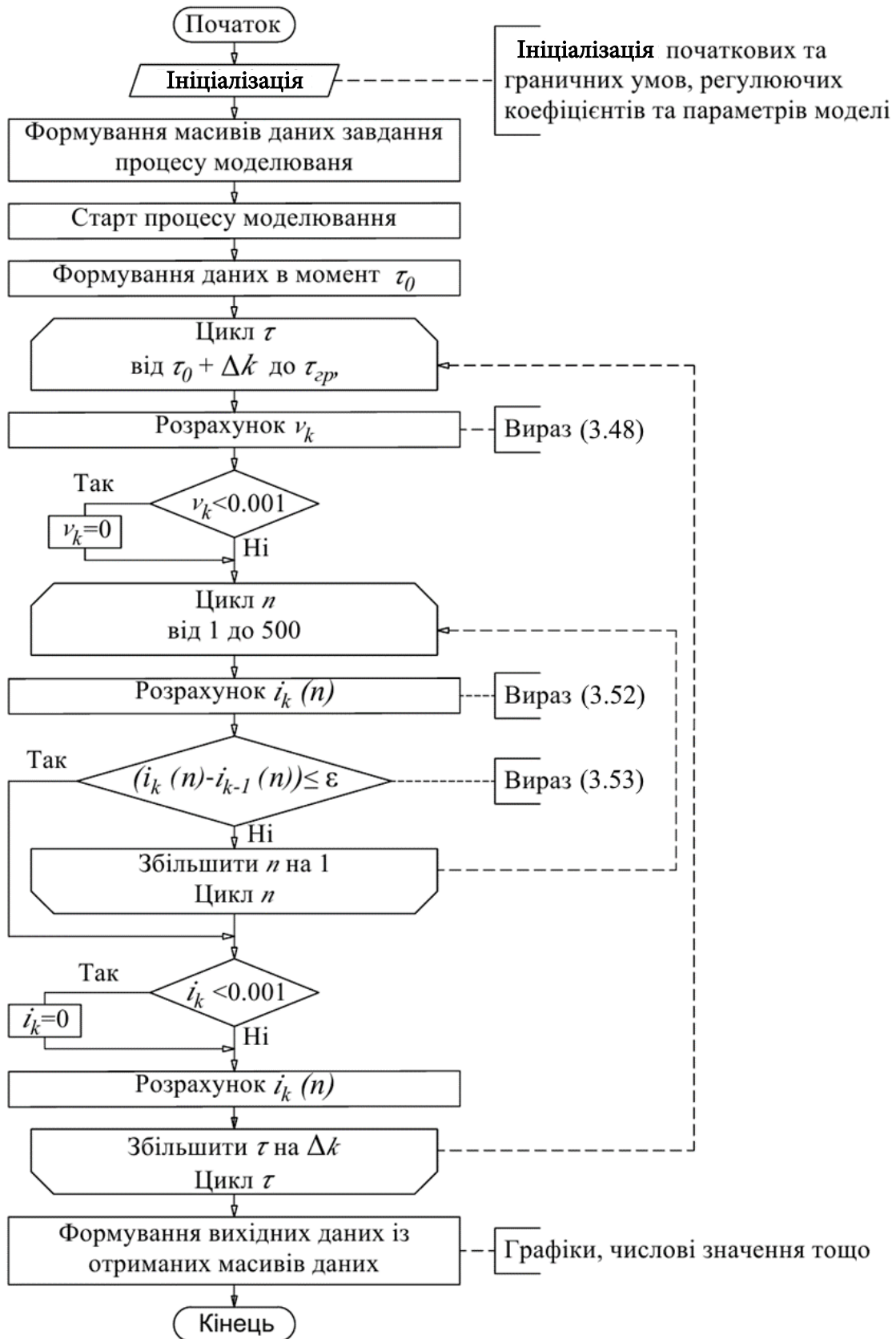


Рисунок 4.1 – Блок-схема алгоритму програми моделювання оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги

Таблиця 4.3 – Результати моделювання чотирьох варіантів руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги

	Параметр	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4
Початкові умови	$i_k(0)$	1	1	1	1
	$v_k(0)$	0	0	0	0
	$l(0)$	0	0	0	0
Граничні умови	$i_k(\tau_{zp})$	0	0	0	0
	$v_k(\tau_{zp})$	0	0	0	0
	$l(\tau_{zp})$	50	80	60	60
	$\tau_{zp}$	40	60	60	80
Результат	$i_k(\tau_{zp})$	0.0	0.0	0.0	0.0
	$v_k(\tau_{zp})$	0.0	0.0	0.0	0.0
	$l(\tau_{zp})$	50.018	80.009	60.0	60.0
	$C_1$	0.0	0.0	-0.0000887	-1.03975
	$C_2$	-0.009635	-0.009635	-0.009635	-0.009635
	$C_3$	0.01931	0.0119525	0.0051512	0.000001014
	$\int_{\tau_0}^{\tau_{rp}} i_k d\tau$	15.79	25.475	15.865	15.129

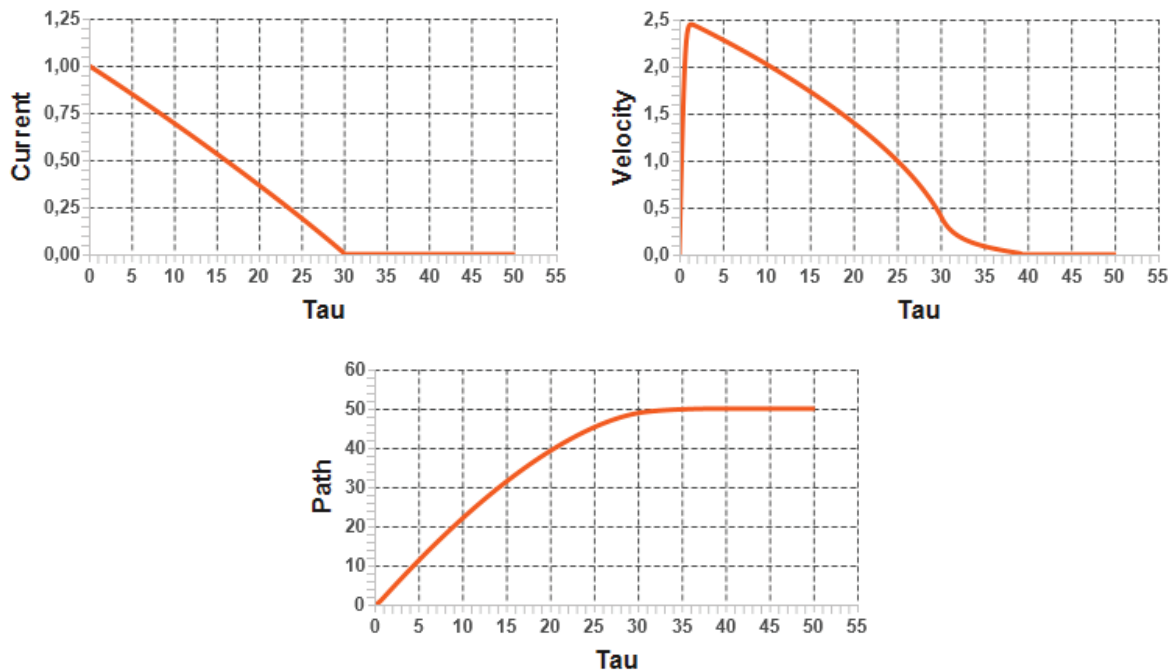


Рисунок 4.2 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля по горизонтальному відрітку дороги за першим варіантом



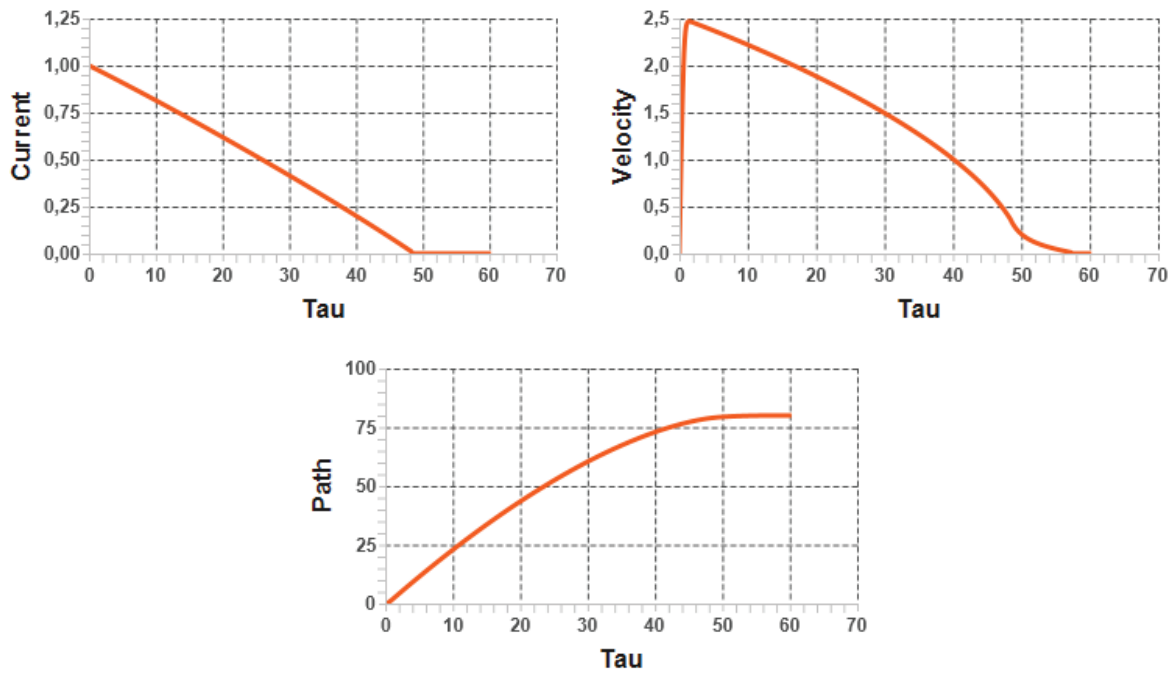


Рисунок 4.3 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля по горизонтальному відрізку дороги за другим варіантом

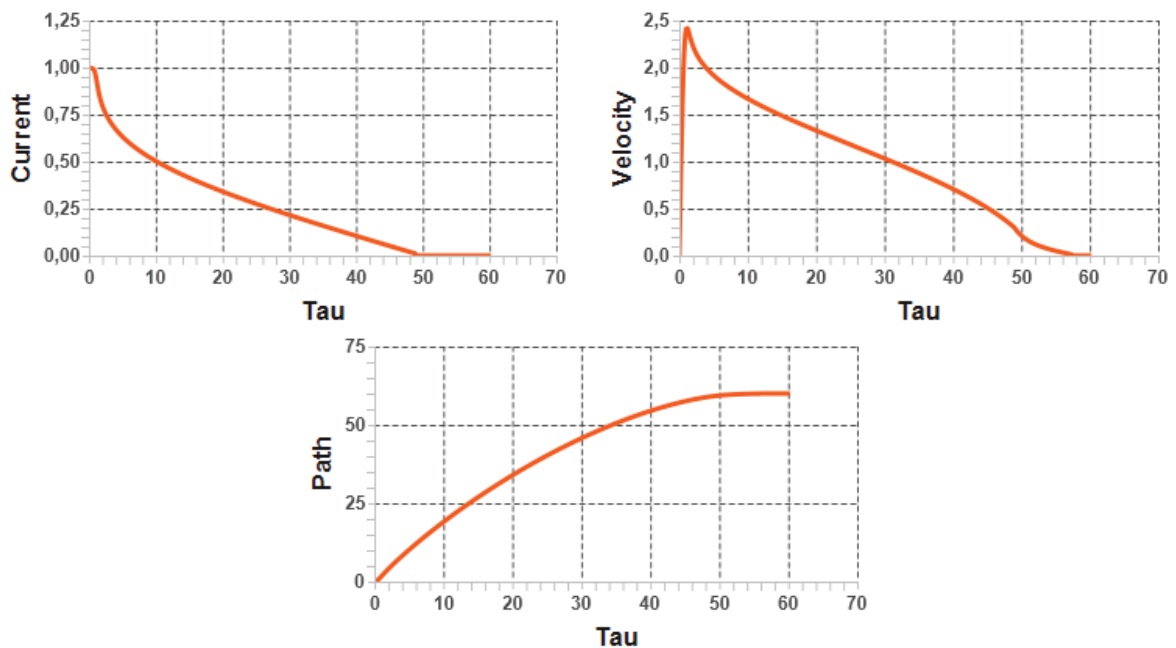


Рисунок 4.4 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля по горизонтальному відрізку дороги за третім варіантом

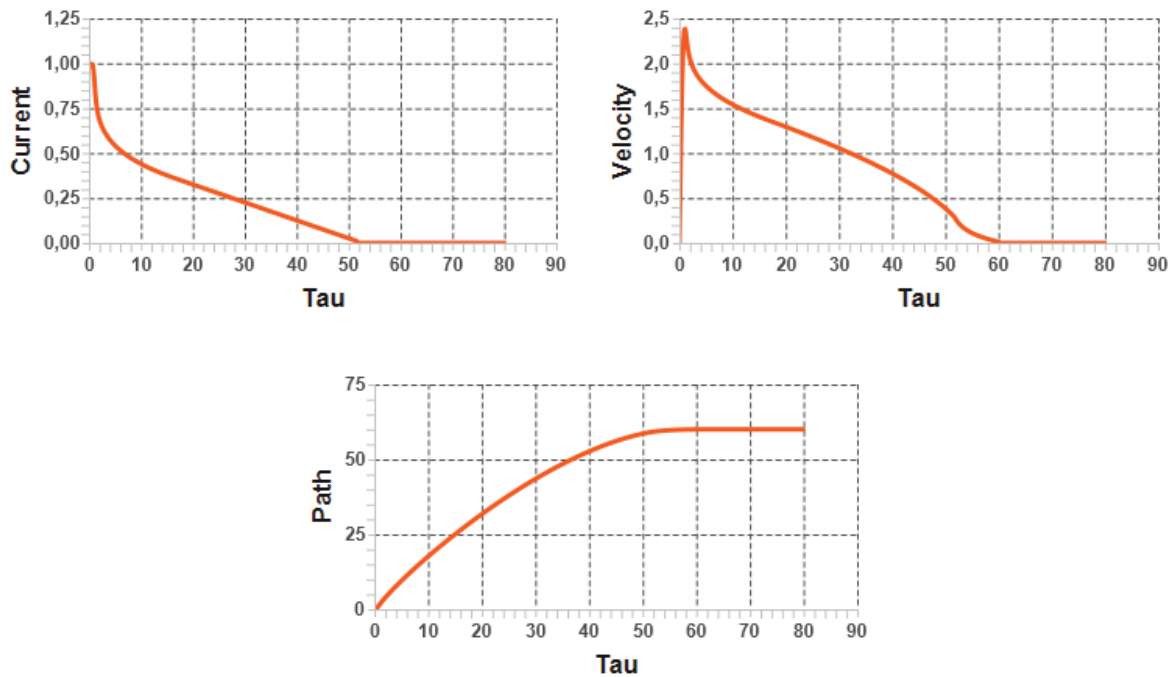


Рисунок 4.5 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля по горизонтальному відрітку дороги за четвертим варіантом

Із графіків, представлених для кожного варіанту моделювання на рисунках 4.2-4.5, легко бачити, що має місце певна інерційність виконання процесів. Так у момент часу, коли струм уже дорівнює нулю швидкість ще має певну залишкову величину, котра поступово зменшується до нуля. Це є характерним і для реальних автомобілів, які після припинення подання на колеса тягового зусилля від двигуна за відсутності примусового гальмування продовжуватимуть рухатись із від'ємним прискоренням, яке зумовлене реактивними силами (опір повітря, опір кочення тощо), до повної зупинки. Інерційність в моделі залежить від коефіцієнта  $C_2$ .

Із графіків за варіантами 1 та 2 можна бачити результати моделювання, які характеризують зв'язок між пройденою відстанню та часом, що близький до мінімально можливого, тобто характеризують максимально швидке проходження заданої відстані.

Коефіцієнт  $C_3$  задає пологість кривої струму і чим більшим буде його значення, тим крутішим буде нахил кривої, тож змінами значень цього коефіцієнта можна регулювати відстань, що долається електромобілем.

Коефіцієнт  $C_1$  ніяк не впливає на модель перших двох варіантів через обмеження виділеного граничними умовами часу на проходження заданої відстані, який близький до мінімального, за якого виконуватимуться

граничні умови. А у варіантах 3 і 4 ми бачимо, що вплив коефіцієнта  $C_1$  уже присутній. І чим більшим буде його абсолютне значення, тим більш вигнутою буде крива струму  $i$ , відповідно, менше енергії буде затрачено на проходження заданої відстані з більшою затратою часу.

Варто відзначити, що для усіх варіантів значення коефіцієнта  $C_2$ , від числового значення якого залежить інерційність, є однаковим для обраних граничних умов цих варіантів. Розраховувався він способом, описаним в нашій роботі [103]. Однак, якщо для комп'ютерного моделювання використовувати коефіцієнт  $C_1$ , розрахований способом, теж описаним в нашій роботі [103], то він буде однаковим для усіх варіантів окрім тих, для яких значення заданого граничного часу і необхідної відстані, яку потрібно подолати, є невеликими (не більше 5-7 відносних одиниць, як для часу так і для відстані). Такі варіанти не розглядалися через те, що тривалість вибігу займе майже весь виділений час на проходження заданої відстані і в такому випадку не будуть задоволені граничні умови при врахованих початкових. Тому числове значення параметра  $C_1$  знаходилось, як і  $C_3$ , шляхом послідовного наближення для кожного варіанту за заданих умов.

Звертає на себе увагу особливість, що добре проявилась у варіанті 4 із якого легко бачити, що задана відстань була пройдена за час, суттєво менший від граничного. Якщо накласти графіки варіантів 3 та 4 в однаковому масштабі, як на рисунку 4.6, то можна бачити, що при суттєвій різниці в значеннях регулюючих коефіцієнтів час, коли струм досягне нульового значення, відрізняється незначно.

Якщо прослідкувати тенденцію зміни коефіцієнтів за всіма представленими варіантами, то можна пересвідчитись у тому, що подальша зміна значень регулюючих коефіцієнтів, навіть на порядки, дає все менший вплив на результат. Але як візуально так і після інтегрування кривої струму по усьому діапазону часу процесу руху спостерігається, що при більшому запасі часу на проходження однієї і тієї ж відстані площа під кривою струму у варіанті 4 буде меншою ніж у варіанті 3, що відповідно означає що для варіанту 4 було затрачено менше енергії для подолання такої ж відстані, що і у варіанті 3.

Отже, результати моделювання свідчать про те, що існує можливість забезпечення виконання критерію оптимального енергоспоживання електромобілем під час його руху горизонтальним відрізком дороги шляхом підбору відповідних регулюючих коефіцієнтів.

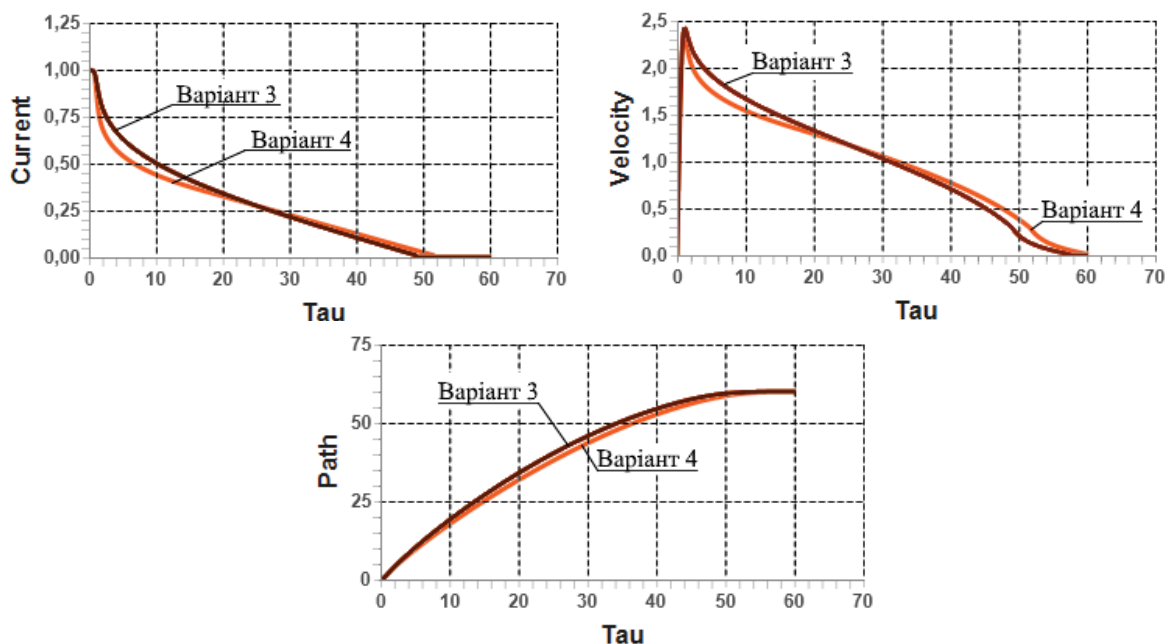


Рисунок 4.6 – Порівняння результатів моделювання третього і четвертого варіантів

Підсумовуючи усе викладене вище у цьому підрозділі, можна стверджувати таке:

- розроблена програма для комп'ютерного моделювання руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, оптимального за критерієм мінімуму електричних втрат силової акумуляторної батареї, причому в програмі використані математичні моделі, синтезовані варіаційним варіантом методу невизначених множників Лагранжа з використанням математичної моделі кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса;

- з використанням розробленої програми здійснено комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги за чотирьох різних граничних умов;

- завдяки детальному аналізу отриманих результатів підтверджено придатність синтезованих моделей, що використані в процесі комп'ютерного моделювання, забезпечувати мінімум критерію оптимальності споживання електричного заряду силової акумуляторної батареї електроприводом електромобіля в умовах дії заданих обмежень та заданих початкових і граничних умов, що у свою чергу підтверджує доцільність використання синтезованих математичних моделей для розроблення таких законів керування електромобілем, за яких досягається подолання ним заданої відстані за мінімуму витрат енергії його силової акумуляторної батареї

## 4.2 Комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спуск та на підйом

Цілком очевидно, що для комп'ютерного моделювання оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом на спуск та на підйом замість математичних моделей (3.48) та (3.52), з використанням яких обчислюються, відповідно, оптимальна швидкість та оптимальний струм під час руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, необхідно використовувати математичні моделі (3.66) під час руху електромобіля на спуск та (3.67) під час його руху на підйом.

Звертаємо увагу на те, що ці математичні моделі (3.66), (3.67) мають у своїй структурі два нових параметри, додаткові до уже обчислених при комп'ютерному моделюванні оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, а саме – параметр  $f_0^*$ , що характеризує додатковий вплив маси електромобіля на силу тяги та силу опору, які виникають додатково під час руху цього електромобіля на спуск та на підйом, та параметр  $\beta$ , який є кутом нахилу поверхні дороги, по якій рухається електромобіль, до горизонтальної площини.

Числове значення параметра  $f_0^*$ , обчислене нами за виразом (3.62) в нашій роботі [104] з використанням числових значень тих параметрів, що уже були заданими раніше, виявилось рівним 1.79. Що ж до параметра  $\beta$ , то при комп'ютерному моделюванні ми його значення задаватимемо, а в реальних умовах руху електромобіля на спуск та на підйом його значення необхідно буде вимірювати в процесі руху відповідним вимірювальним приладом.

Цілком очевидно, що перехід від розрахунку швидкості електромобіля з використанням математичної моделі (3.48) до її розрахунку з використанням математичної моделі (3.66) під час руху електромобіля на спуск та з використанням математичної моделі (3.67) під час його руху на підйом, вимагають внесення відповідних коректив і в алгоритм комп'ютерної програми, який представлено на рисунку 4.7. Звертаємо увагу на те, що для обчислення оптимальних значень струму в алгоритм програми коректив вносити не треба, оскільки математична модель для струму (3.52) залишається незмінною.

Результати моделювання руху на спуск та підйом представлено в таблицях 4.4-4.7 та рисунках 4.8-4.11.

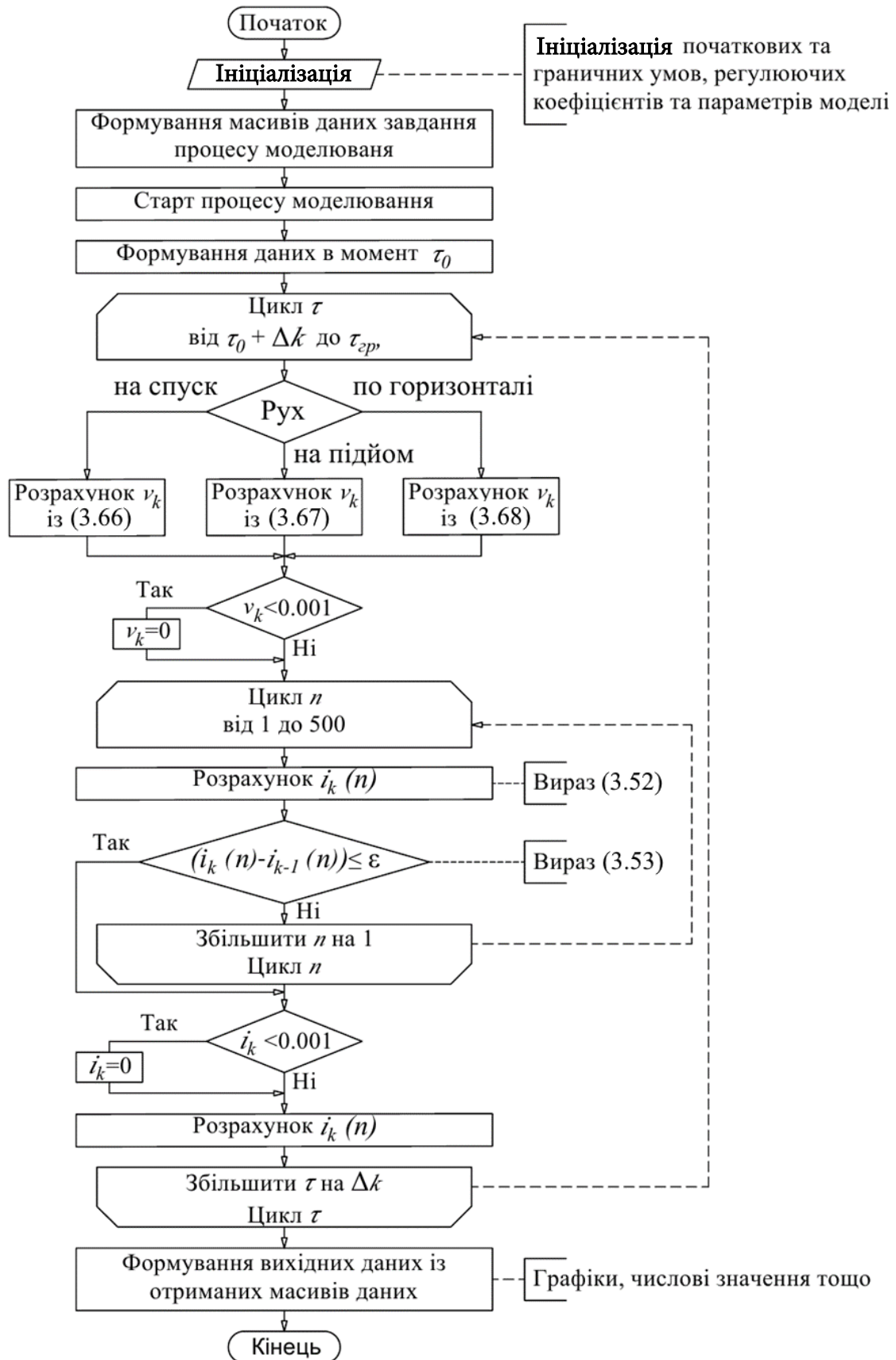


Рисунок 4.7 – Блок-схема алгоритму програми моделювання оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, на спуск та на підйом

Таблиця 4.4 – Результати моделювання руху електромобіля на спуск та підйом із початковими та граничними умовами першого варіанту

Параметр	Спуск 20°	Спуск 10°	Підйом 10°	Підйом 20°
$i_k(\tau_{2p})$	0.0	0.0	0.0	0.0
$v_k(\tau_{2p})$	0.581	0.423	0.0	0.0
$l(\tau_{2p})$	49.98	50.001	50.039	50.0
$C_1$	-0.000066	-0.00005	-0.000032	-0.00002085
$C_2$	-0.009635	-0.009635	-0.009635	-0.009635
$C_3$	0.0074	0.008013	0.008955	0.01
$\int_{\tau_0}^{\tau_{gp}} i_k d\tau$	11.094	12.435	15.059	16.383

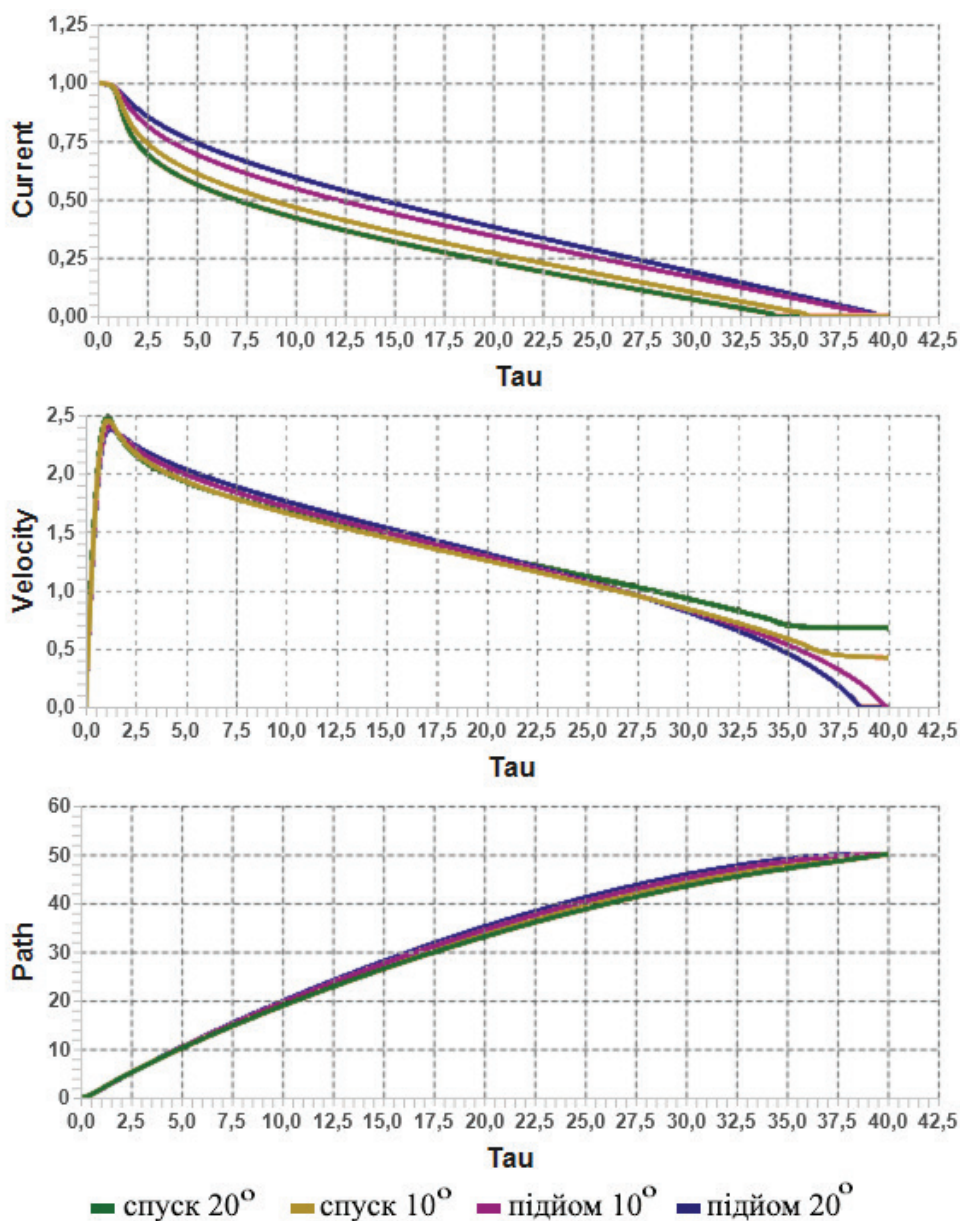


Рисунок 4.8 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля на спуск та на підйом за умовами першого варіанту

Таблиця 4.5 – Результати комп'ютерного моделювання руху електромобіля на спуск та підйом із початковими та граничними умовами другого варіанту

Параметр	Спуск 20°	Спуск 10°	Підйом 10°	Підйом 20°
$i_k(\tau_{2p})$	0.0	0.0	0.0	0.0
$v_k(\tau_{2p})$	0.583	0.431	0.0	0.0
$l(\tau_{2p})$	79.997	80.05	80.001	80.003
$C_1$	-0.0002	-0.000035	-0.00001	-0.000009
$C_2$	-0.009635	-0.009635	-0.009635	-0.009635
$C_3$	0.00166	0.004955	0.007172	0.007222
$\int_{\tau_0}^{\tau_{rp}} i_k d\tau$	18.541	20.687	25.077	26.727

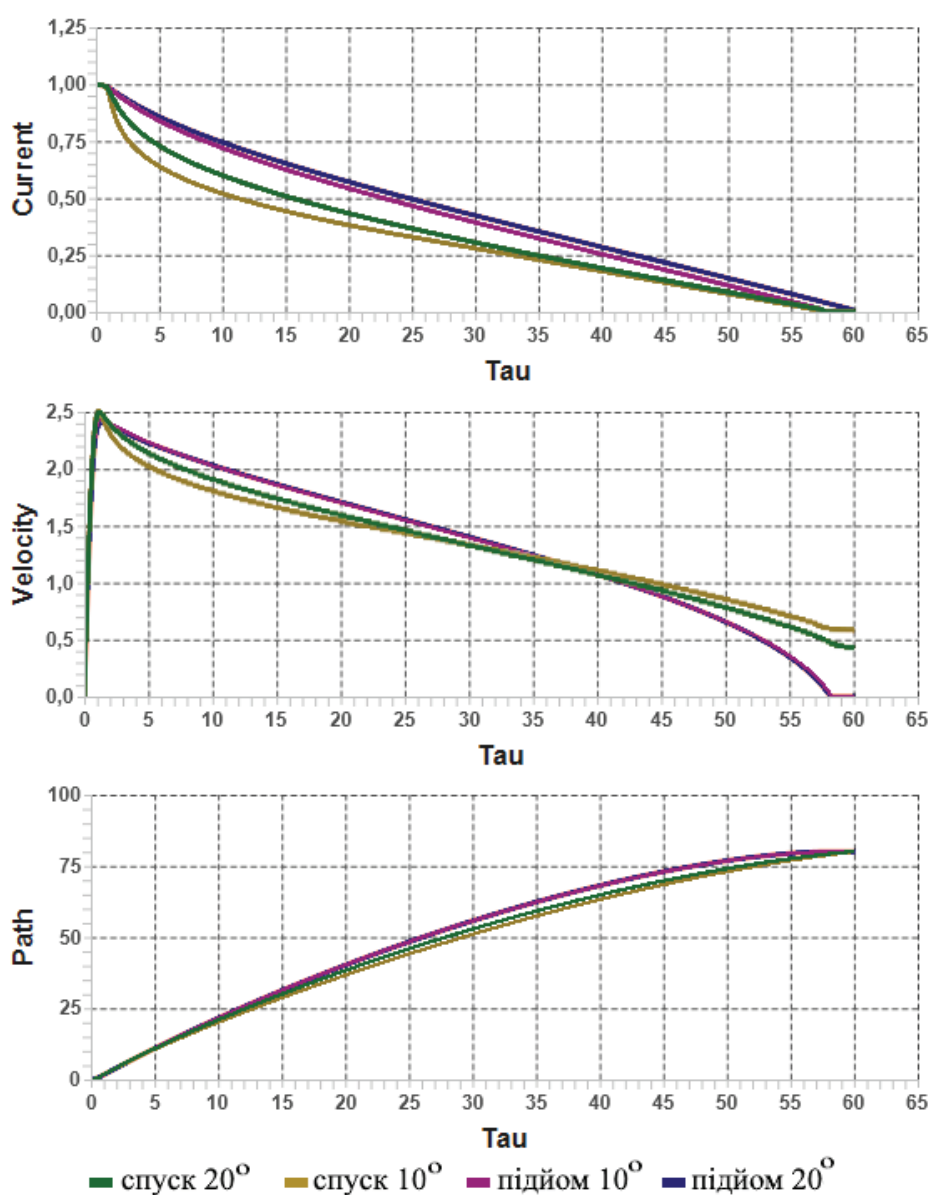


Рисунок 4.9 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля на спуск та на підйом за умовами другого варіанту



Таблиця 4.6 – Результати комп'ютерного моделювання руху електромобіля на спуск та на підйом із початковими та граничними умовами третього варіанту

Параметр	Спуск 20°	Спуск 10°	Підйом 10°	Підйом 20°
$i_k(\tau_{zp})$	0.0	0.0	0.0	0.0
$v_k(\tau_{zp})$	0.581	0.42	0.0	0.0
$l(\tau_{zp})$	59.996	60.0	59.999	60.009
$C_1$	-0.412	-0.0041	-0.000804	-0.0005
$C_2$	-0.009635	-0.009635	-0.009635	-0.009635
$C_3$	0.00000405	0.0003165	0.0011	0.001592
$\int_{\tau_0}^{\tau_{rp}} i_k d\tau$	9.877	12.209	16.708	18.459

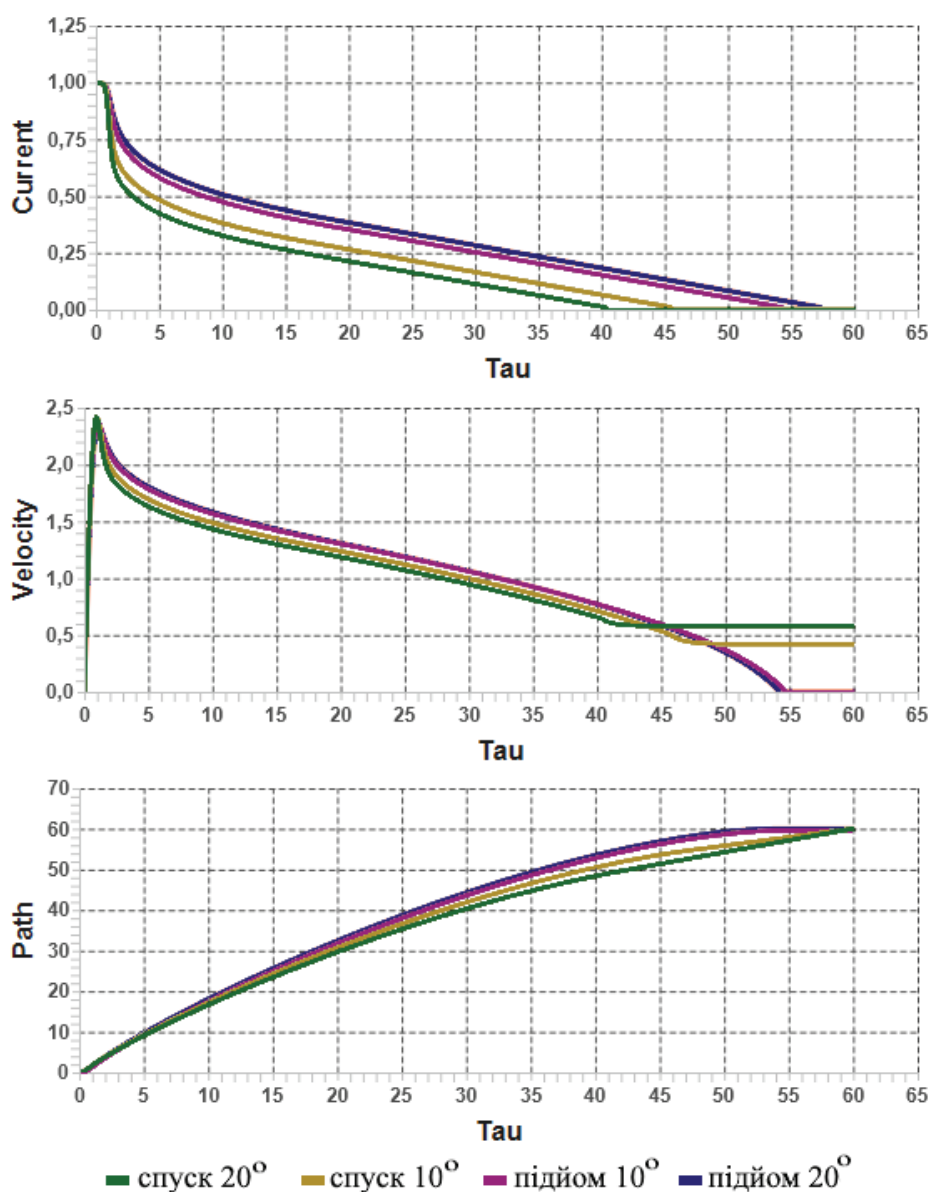


Рисунок 4.10 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля на спуск та на підйом за умовами третього варіанту

Таблиця 4.7 – Результати комп'ютерного моделювання руху електромобіля на спуск та підйом із початковими та граничними умовами четвертого варіанту

Параметр	Спуск 20°	Спуск 10°	Підйом 10°	Підйом 20°
$i_k(\tau_{zp})$	0.0	0.0	0.0	0.0
$v_k(\tau_{zp})$	0.581	0.42	0.0	0.0
$l(\tau_{zp})$	60.012	60.005	60.005	60.007
$C_1$	-2.0	-2.0	-2.0	-2.0
$C_2$	-0.009635	-0.009635	-0.009635	-0.009635
$C_3$	0.00000252	0.000001261	0.000000497	0.0000004737
$\int_{\tau_0}^{\tau_{rp}} i_k d\tau$	5.181	9.011	16.655	18.396

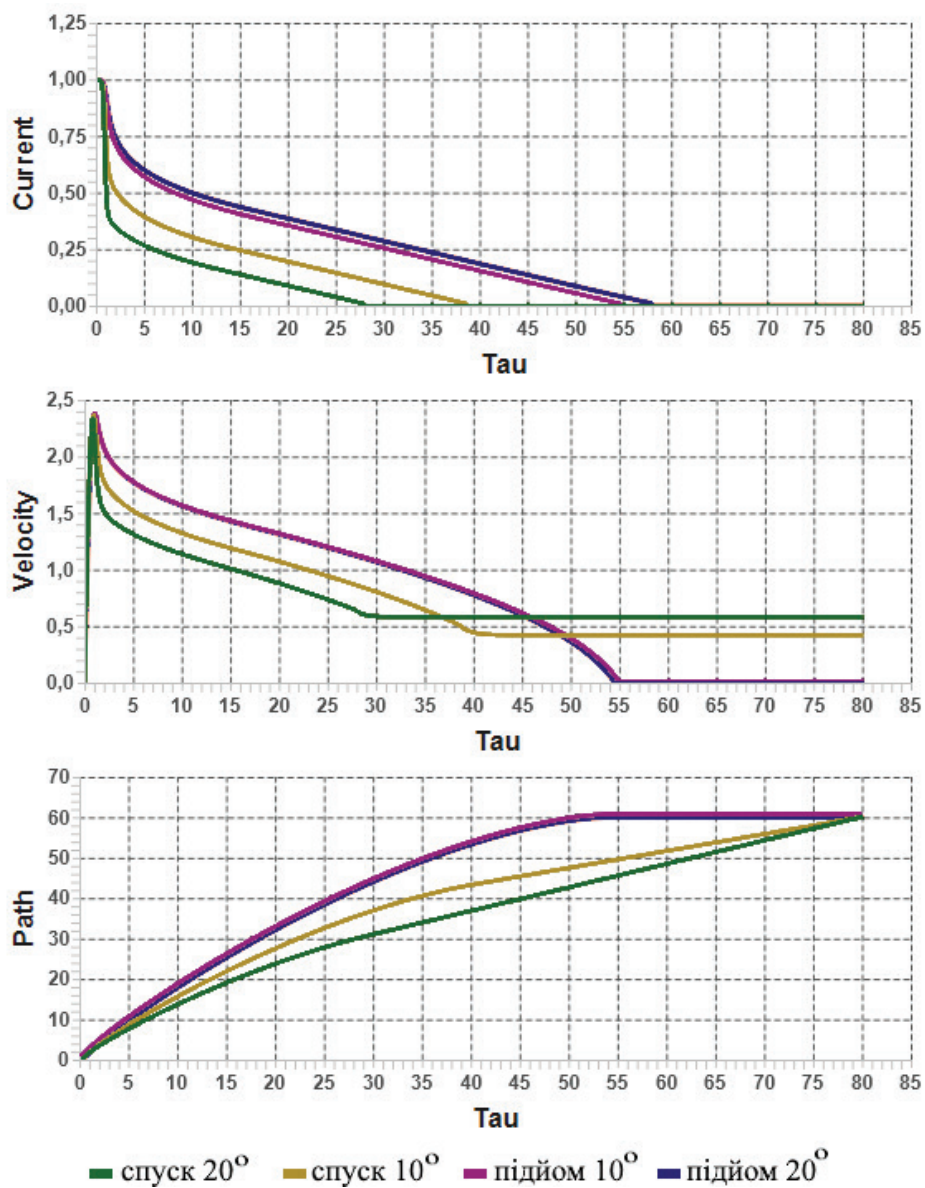


Рисунок 4.11 – Графіки зміни струму, швидкості та шляху при моделюванні руху електромобіля на спуск та на підйом за умовами четвертого варіанту

Як і для моделювання руху лише горизонтальним відрізком дороги для моделювання на спуск та на підйом спостерігаються ті ж умови руху (інерційність автомобіля, опір кочення, опір зустрічного потоку повітря тощо), що присутні і для реального автомобіля. Коефіцієнт  $C_2$  також незмінний для усіх представлених випадків моделювання руху. Також варто відзначити певні особливості щодо процесу моделювання, як і для горизонтального руху так і для інших варіантів (особливо для руху на спуск), щоб на даному етапі надмірно не ускладнювати модель, гальмування відсутнє. І ще одна особливість, яка спостерігається, але тільки у випадках руху на підйом, це те, що швидкість може бути тільки додатною, щоб автомобіль не покотився назад при нульовому (та близькому до нього) значенні струму.

Розглянувши результати моделювання руху на спуск, перше, що можна помітити – це те, що швидкість, після моменту досягнення пройденої відстані до значення граничної, не зменшується до нуля, а тримається певного значення. Це обумовлено тим, що, оскільки кут нахилу в усіх випадках незмінний на протязі усього циклу моделювання, то під час руху на спуск без гальмування автомобіль буде рухатись далі під дією сили тяжіння із швидкістю, що залежить від кута нахилу – це спостерігається і для руху на спуск під кутом в 20 градусів, але у цьому випадку швидкість після досягнення граничної відстані буде триматись на рівні вищому, ніж для 10-градусного нахилу. І площа під кривою струму буде меншою для нахилу дороги з більшим кутом, що підтверджує висновок, що реалізація синтезованої математичної моделі в законі керування електромобілем забезпечуватиме зниження витрат електроенергії силової акумуляторної батареї, у тому числі і завдяки сприяючій рухові електромобіля на спуск силі тяжіння.

А в умовах руху електромобіля на підйом сила тяжіння діє навпаки – вона створює силу, що направлена проти руху, тому для досягнення електромобілем граничних умов потрібно витратити більше електроенергії, що і спостерігається на графіках. Для руху на підйом, на відміну від руху на спуск та по горизонталі, спостерігається ще й значне гасіння руху вільним вибігом електромобіля за інерцією, створюваною силою тяжіння, за рахунок чого значення струму і швидкості майже одночасно досягають нульового значення або навіть значення швидкості досягає нульового значення раніше за струм.

Порівнюючи графіки кривих струму для усіх варіантів комп'ютерного моделювання руху електромобіля, бачимо, що менше енергії витрачається

на спуск, а більше – на підйом, і що збільшення кута нахилу для спуску буде зменшувати потребу в додатковому тяговому зусиллі, створюваному електроприводом електромобіля, а для підйому – навпаки, збільшувати цю потребу, що відповідає реальним умовам руху електромобіля на спуск та на підйом, а у випадку моделювання цього руху служить підтвердженням правильності побудови комп'ютерної програми моделювання і достовірності закладених в неї математичних моделей, синтезованих в попередніх підрозділах.

#### **4.3 Оцінка стійкості електромобіля з асинхронним електроприводом з використанням методу поєднання його кінематичної математичної моделі з динамічною**

Цілком очевидним, тобто таким, що не потребує додаткового обґрунтування, є той факт, що під час руху електромобіля дорогою, прокладеною на горизонтальній площині, найскладнішим є етап проходження її поворотів. Це обумовлено і тим, що не розрахувавши швидкість входження в поворот, водій електромобіля може опинитись в кюветі в результаті перевертання цього електромобіля, викликаного дією моменту, створюваного відцентровою складовою швидкості, і тим, що у цьому ж таки кюветі водій з електромобілем може опинитись в результаті заносу на повороті дороги, обумовленого невірною оцінкою водієм стану покриття дороги та ступеня зношеності колісних шин.

Дослідження проблеми перевертання автомобіля під час руху на повороті присвячено роботи [105], [106], шляхом визначення таких параметрів швидкості та кута нахилу автомобіля, за яких можна уникнути зміщення центру ваги до точки, при якій автомобіль перевернеться. Автори робіт [107] та [108] вирішують питання запобігання заносу автомобіля на поворотах, використовуючи нелінійні динамічні моделі реакцій сил в шинах під час ковзання при проходженні поворотів. А у роботі [109], окрім моделей динаміки сил шин, ще враховується і різниця швидкостей неведучих коліс. Проте в усіх цих роботах для розрахунків використовують модель автомобіля, приведену до двоколісної, яка є спрощеною. Але оскільки в роботах [105], [106], [107], [108], [109] розв'язуються задачі або лише перевертання автомобіля або ж лише його занос, то доцільно було розробити математичну модель, що враховувала б обидва випадки.

В нашій роботі [98] з використанням інформації, почерпнутої із нашої роботи [110] та роботи [111], показано, що поступальний рух автомобіля

можливий лише за умов (2.2), (2.3), на основі яких ми в підрозділі 2.2 монографії сформуваємо два критерії стійкості електромобіля на поворотах дороги, які ми повторимо і тут у тому ж вигляді

$$F_R + F_B + F_K \leq F_P^{k_{Л-П}} + F_P^{k_{Л-З}} + F_P^{k_{П-П}} + F_P^{k_{П-З}} + F_T^K, \quad (3.81)$$

$$M_B \leq M_P, \quad (3.82)$$

де:  $F_R, F_B, F_K, F_T^K$  – сили (відцентрова, бокового опору повітря, коріолісова, складова тяги двигуна, що урівноважує коріолісову),  $F_P^{k_{Л-П}}, F_P^{k_{Л-З}}, F_P^{k_{П-П}}, F_P^{k_{П-З}}$  – сили тертя ковзання коліс (лівого переднього, лівого заднього, правого переднього, правого заднього),  $P$  – сила ваги автомобіля,  $M_B, M_P$  – обертальні моменти, створювані відцентровою силою та силою ваги – і з прив'язкою до тих же векторних діаграм, представлених на рисунках 2.1 та 2.2, але тепер уже зі зміщенням акценту з автомобілів на електромобілі.

У тій же роботі [98] показано, що в разі, коли нерівність (3.82) буде виконуватись, а знак нерівності (3.81) зміниться на протилежний, електромобіль почне заносити. А в разі, якщо виконуватись буде нерівність (3.81), а знак нерівності (3.82) зміниться на протилежний, то автомобіль перекинеться. При цьому мінімальне значення лінійної  $v^{ГР}$  швидкості автомобіля як функції від кутової  $\omega$  відносно центра дуги кривої закруглення дороги, за якого почнеться занос, знаходяться із рівняння, яке отримується заміною знаку нерівності на знак рівності у виразі (3.81), а мінімальне значення лінійної  $v^{КР}$  швидкості автомобіля як функції від кутової  $\omega$ , за якого почнеться перевертання автомобіля, знаходяться із рівняння, яке отримується заміною знаку нерівності на знак рівності у виразі (3.82) – і ці функції за однакового значення коефіцієнта ковзання  $k_{**}(\omega, P)$  кожного із коліс мають вигляд:

$$v^{ГР} = -\omega(R + \Delta p) + \left( \frac{R + \Delta p}{m} (k_{**}(\omega, P)P + F_T \operatorname{tg} \alpha - k_{ПЛ} S_B (\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))^2 - k_{ПБ} S_Л (\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))) \right)^{0.5} = (3.83)$$

$$= f_1(\omega),$$

$$v^{КР} = -\omega(R + \Delta p) + \left( \frac{R + \Delta p}{m} \left( \frac{\Delta \Pi}{h} P - k_{ПЛ} S_B (\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))^2 - k_{ПБ} S_Л (\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu)) \right) \right)^{0.5} = (3.84)$$

$$= f_2(\omega),$$

в яких до уже визначених раніше величин додаються:  $m$  – маса електромобіля,  $h$  – висота центра маси електромобіля,  $\Delta r$  – відстань від центра маси електромобіля до внутрішньої дуги асфальтового покриття на закругленні дороги,  $\Delta c$  – відстань від центра маси електромобіля до зовнішнього колеса на закругленні дороги,  $R$  – відстань від центра закруглення дороги до внутрішньої дуги асфальтного покриття,  $v_B$  – швидкість набігання потоку повітря на електромобіль на закругленні дороги,  $S_L, S_B, L$  – площі лобної і бокової поверхонь корпусу електромобіля та його довжина,  $k_{ПЛ}, k_{ПБ}$  – коефіцієнти, а  $\mu, \alpha$  – кути між векторами  $v_B$  та  $v$  з дотичною до траєкторії руху в точці, відносно якої складаються балансні рівняння (3.81), (3.82).

Ще раз підкреслюємо, що функції (3.83), (3.84) синтезовані із виразів (3.81), (3.82) шляхом попереднього перетворення цих виразів в балансні рівняння, які являють собою кінематичні математичні моделі електромобіля для вибраної точки траєкторії у вибраній момент часу.

Але автори Ненайденко, А. С., & Поддубний, В. І. роботи «Математичне моделювання руху колісної машини в горизонтальній площині», опублікованої у 2018 році у випуску 3 Вісника КрасДАУ, показали, що для визначення умов руху двохосьового автомобіля дорогою, прокладеною в горизонтальній площині, недостатньо враховувати лише його кінематику, а потрібно враховувати і його динаміку – і побудували математичну модель руху автомобіля у вигляді системи трьох диференціальних рівнянь другого порядку, що мають вигляд:

$$\begin{cases} mx_0'' = F_{AX} + F_{BX} + F_{CX} + F_{DX}, \\ my_0'' = F_{AY} + F_{BY} + F_{CY} + F_{DY}, \\ J_0\varphi'' = M_A + M_B + M_C + M_D, \end{cases} \quad (3.85)$$

в яких:  $m, J_0$  – маса та момент інерції автомобіля, приведений до центру маси;  $\varphi$  – кут повороту повздожньої осі корпусу автомобіля в горизонтальній площині;  $x_0'', y_0''$  – проекції прискорення автомобіля на осі координат  $OX, OY$ ;  $F_{AX}, F_{BX}, F_{CX}, F_{DX}, F_{AY}, F_{BY}, F_{CY}, F_{DY}$  – проекції на осі  $OX, OY$  сил, прикладених до коліс А, В, С, D;  $M_A, M_B, M_C, M_D$  – моменти сил, прикладених до коліс, відносно центра маси автомобіля.

Тож наша задача – інтегрувати в математичні моделі умов (3.83), (3.84) неперевертання електромобіля на закругленні дороги, що отримані з балансних рівнянь (3.81), (3.82) його кінематики, динамічні характеристики електромобіля, відповідним чином перетворивши для цього математичну модель (3.85).

Розпочнемо зі звернення уваги на те, що балансні рівняння (10) та (13) в роботі [98], з яких отримані умови (3.83), (3.84), складені, виходячи з незмінності швидкості, з якою автомобіль (у тому числі і з електричною тягою, тобто електромобіль) долає закруглення дороги, але більшість водіїв на закругленнях дороги зменшують подачу палива чи електроенергії в тяговий двигун, через що лінійна швидкість їх автомобіля чи електромобіля падає, супроводжуючи це падіння появою сили інерції, вектор якої завжди направлений в бік, протилежний цим змінам. Тож у цьому випадку до відцентрової сили, яка намагається знести чи перекинути автомобіль чи електромобіль в кювет, додається ще й проекція на радіус – вектор точки траєкторії руху, для якої складається балансне рівняння, сили інерції цього автомобіля чи електромобіля, яка у вигляді, аналогічному лівій частині другого рівняння системи (3.85), додається в балансне рівняння (10) роботи [98], внаслідок чого воно набуває форми

$$m \frac{v^2 + \omega^2(R + \Delta p)^2}{R + \Delta p} + \frac{1}{2} k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{В}} \sin(2\pi - \mu))^2 + k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{В}} \sin(2\pi - \mu)) + 2mv\omega + m \frac{dv}{dt} \operatorname{tg} \alpha = k_{**}(\omega, P)P + F_T \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.86)$$

та у вигляді, аналогічному лівій частині третього рівняння системи (3.85) додається в балансне рівняння (13) роботи [98], в результаті воно набуває форми

$$m \frac{v^2 + \omega^2(R + \Delta p)^2}{R + \Delta p} + \frac{1}{2} k_{\text{ПЛ}} S_{\text{Б}} (\omega L + v_{\text{В}} \sin(2\pi - \mu))^2 + k_{\text{ПБ}} S_{\text{Л}} (\omega L + v_{\text{В}} \sin(2\pi - \mu)) + 2mv\omega + m \frac{dv}{dt} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta \Pi}{h} P, \quad (3.87)$$

Дивлячись на рівняння (3.86) та (3.87), бачимо, що на відміну від алгебраїчних рівнянь (10) та (13) із роботи [98], використаних нами у якості породжуючих, ці рівняння уже мають статус нелінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку зі структурою

$$\frac{dv}{dt} = av^2 + bv + c, \quad (3.88)$$

які відрізняються лише вільними членами «с», оскільки коефіцієнти «а» і «b» в них однакові і дорівнюють:

$$a = -\frac{1}{(R+\Delta p)tg\alpha}, \quad (3.89)$$

$$b = -\frac{2\omega}{tg\alpha}, \quad (3.90)$$

а вільний член «с» для рівняння (3.86) – позначимо його  $c_6$  – задається виразом

$$c_6 = \frac{1}{mtg\alpha} (k_{**}(\omega, P)P + F_T tg\alpha - m\omega^2(R + \Delta p) - \frac{1}{2}k_{ПЛ}S_B(\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))^2 - k_{ПБ}S_L(\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))), \quad (3.91)$$

а для рівняння (3.87) – позначимо його  $c_7$  – задається виразом

$$c_7 = \frac{1}{mtg\alpha} \left( \frac{\Delta y}{h} P - m\omega^2(R + \Delta p) - \frac{1}{2}k_{ПЛ}S_B(\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu))^2 - k_{ПБ}S_L(\omega L + v_B \sin(2\pi - \mu)) \right), \quad (3.92)$$

Приведемо рівняння (3.88) до вигляду

$$\frac{dv}{av^2+bv+c} = dt, \quad (3.93)$$

та, скориставшись методикою, викладеною в будь-якому підручнику з математичного аналізу, наприклад, підручнику Пискунова Н. С. Диференціальне та інтегральне числення, виданому 1976 році, до вигляду

$$\frac{1}{a} \frac{dv}{\left(v + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)} = dt \quad (3.94)$$

Здійснимо у виразі (3.94) заміну змінної. Нехай

$$v + \frac{b}{2a} = \theta, \quad (3.95)$$

тоді матимемо

$$d\theta = dv \quad (3.96)$$

Підставляючи вирази (3.95) та (3.96) у вираз (3.94), матимемо

$$\frac{1}{a} \frac{d\theta}{\theta^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)} = dt \quad (3.97)$$

або

$$\frac{1}{a} \frac{d\theta}{\theta^2 - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)} = dt \quad (3.98)$$



Спираючись на вирази (3.89)-(3.92), визначимо, який знак матиме вираз  $\left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)$ .

Використовуючи вирази (3.89), (3.90), знайдемо, що

$$\frac{b^2}{4a^2} = \omega^2(R + \Delta p)^2 > 0, \quad (3.99)$$

а, використовуючи вирази (3.89), (3.91), (3.92), переконуємось, що і

$$-\frac{c_6}{a} > 0, \quad (3.100)$$

$$-\frac{c_7}{a} > 0, \quad (3.101)$$

оскільки коефіцієнт  $a$  має від'ємний знак, а коефіцієнти  $c_6, c_7$  при наближенні швидкості в режимі нормального руху до критичного значення, при якому може статись занос чи перекидання електромобіля, як видно з виразів (3.91), (3.92), мають знак додатній.

Отже, позначивши

$$\left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right) = k^2, \quad (3.102)$$

вираз (3.98) ми можемо переписати у вигляді

$$\frac{1}{a} \frac{d\theta}{k^2 - \theta^2} = -dt \quad (3.103)$$

та проінтегрувати, скориставшись таблицею інтегралів із будь-якого довідника з вищої математики, наприклад, довідника авторів І. Н. Бронштейна, К. А. Семендяєва, «Довідник з математики для інженерів та учнів вузів», виданий у 1967 році

В результаті інтегрування отримаємо рівняння

$$\frac{1}{2ak} \ln \left| \frac{k+\theta}{k-\theta} \right| + C = -t, \quad (3.104)$$

підставляючи в яке значення параметрів, матимемо

$$\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \ln \left| \frac{\sqrt{b^2-4ac}+b+2av}{\sqrt{b^2-4ac}-b+2av} \right| + C = -t \quad (3.105)$$

Сталу інтегрування  $C$  у виразі (3.105) визначимо із умови, що в момент виїзду автомобіля на початок закруглення дороги ( $t = 0$ ) його швидкість дорівнює  $v_0$ , тож з врахуванням цієї умови із рівняння (3.105) матимемо

$$C = -\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \ln \left| \frac{\sqrt{b^2-4ac}+b+2av_0}{\sqrt{b^2-4ac}-b+2av_0} \right| \quad (3.106)$$

А підставляючи вираз (3.106) у вираз (3.105), отримаємо розв'язок диференціального рівняння (3.103) у вигляді

$$\frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \left( \ln \left| \frac{\sqrt{b^2-4ac}+b+2av}{\sqrt{b^2-4ac}-b+2av} \right| - \ln \left| \frac{\sqrt{b^2-4ac}+b+2av_0}{\sqrt{b^2-4ac}-b+2av_0} \right| \right) = -t, \quad (3.107)$$

із якого, застосовуючи відповідні перетворення, знайдемо, що

$$v(t, c) = \frac{v_0 \left( 2a\sqrt{b^2-4ac} \left( 1 + e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right) + 2ab \left( 1 - e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right) \right) + 4ac \left( 1 - e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right)}{2a\sqrt{b^2-4ac} \left( 1 + e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right) - 2ab \left( 1 - e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right) - 4a^2 v_0 \left( 1 - e^{-t\sqrt{b^2-4ac}} \right)} \quad (3.108)$$

Підставляючи у вираз (3.108) замість параметра «с» його значення  $c_6$  із (3.91), знайдемо, що

$$v^{TP} = v(t, c_6) = v^{TP}(t, \omega), \quad (3.109)$$

а підставляючи у вираз (3.108) замість параметра «с» його значення  $c_7$  із (3.92), знайдемо, що

$$v^{KP} = v(t, c_7) = v^{KP}(t, \omega) \quad (3.110)$$

Перше, на що потрібно звернути увагу при аналізі отриманих результатів, це те як правильно використовувати розв'язок диференціального рівняння (3.103) у вигляді (3.108), який для умов не заносу автомобіля на закругленні дороги набуває вигляду (3.109), а для умов неперевертання автомобіля на цьому закругленні набуває вигляду (3.110). Але спочатку нагадаємо, що алгебраїчні балансні кінематичні рівняння для сил, що діють на автомобіль на закругленні дороги, набули вигляд диференціальних після того, як ми допустили можливість зміни швидкості руху автомобіля на цьому закругленні, через що до тих сил, які діяли на автомобіль в стаціонарному режимі за незмінної швидкості руху додалась ще й динамічна складова, що обумовлена змінами сили інерції, яка є пропорційною похідній від цієї швидкості. Отже, щоб узгодити між собою обидва ці режими руху автомобіля, необхідно початкову швидкість  $v_0$  для виразу (3.108) при його використанні у вигляді (3.109) визначати із виразу (3.83), який є розв'язком балансного рівняння, отриманого з виразу (3.81), а при використанні виразу (3.108) у вигляді (3.110) цю початкову швидкість необхідно визначати із виразу (3.84), який є розв'язком балансного рівняння, отриманого із виразу (3.82). І лише при виконанні цих умов ми матимемо можливість відслідковувати зміни значень граничної і критичної швидкостей, за яких під час руху по закругленню дороги автомобіль не буде знесено чи

перевернуто в кювет при зміні в часі швидкості руху автомобіля по цьому закругленню.

А друге, на що потрібно звернути увагу при аналізі отриманих результатів, це те, що ці результати отримані за умови, що зчеплення усіх коліс з дорогою є однаковим, що є можливим лише за умови однакового стану дороги на усій її ширині та однакового ступеня зношення шин усіх чотирьох коліс. В разі ж якщо це не відповідає дійсності, то, як показано в роботі [113], до кінематичних та динамічних моделей руху автомобіля по закругленню дороги потрібно додавати ще й модель у вигляді відповідної бази знань у просторі лінгвістичних змінних, що характеризують стан дорожнього покриття та ступінь зношеності шин кожного із коліс автомобіля.

## **РОЗДІЛ 5 СИНТЕЗ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ВОДІЄМ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НА П'ЯТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ВИБРАНОГО ПРЕДМЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ**

### **5.1 Висновки за результатами чотирьох етапів системного аналізу вибраного предмета дослідження**

Отже, виконавши чотири етапи системного аналізу вибраного нами предмету дослідження, яким є оптимальний рух електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом, ми отримали наступні результати:

1. Показано, що результати, отримані рядом зарубіжних вчених, присвячені розв'язанню задачі частотного керування режимами роботи короткозамкнутого асинхронного електродвигуна, оптимального за критерієм мінімуму електричних витрат, вимагають суттєвої корекції, оскільки вони використовують математичну модель кривої намагнічування, апроксимовану двома відрізками прямих, верхній з яких проходить паралельно осі струму, що не відповідає фізичним умовам реального функціонування асинхронних електричних машин і вимагає стабілізації магнітного потоку в зазорі на рівні, який задається горизонтальним відрізком кривої намагнічування, незалежно від змін частоти струму в обмотці статора.

2. Для внесення корекції в результати в напрямку підвищення адекватності математичних моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом запропоновано розв'язувати задачу оптимального за критерієм мінімуму витрат електричної енергії частотного керування режимами роботи короткозамкнутого асинхронного електродвигуна, який є тяговим в системі електропривода електромобіля, з використанням математичної моделі кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса, яка з високою точністю зв'язує між собою електричний струм в обмотці статора асинхронного двигуна з магнітним потоком, що створюється полем цього струму, а тому відповідає фізичним умовам реального функціонування асинхронних електричних машин.

3. Для створення можливості застосування отриманих результатів в задачах оптимального частотного керування режимами короткозамкну-

того асинхронного електродвигуна з будь-якими паспортними характеристиками в умовах його роботи в якості тягового в системі електропривода електромобіля, запропоновано і математичну модель кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса, і математичні моделі базових динамічних обмежень з моделлю створюваного асинхронним електродвигуном електромагнітного моменту включно, і критерій оптимізації трансформувати у відносні величини безрозмірного характеру, за рахунок чого поле екстремалей, отримане в результаті розв'язання задачі оптимізації в координатах відносний час, відносна швидкість руху електромобіля та відносний струм в обмотці статора асинхронного електродвигуна його тягового електропривода, можна було б використовувати для конкретизації реальних траєкторій оптимального руху.

4. Використовуючи приведену до відносних одиниць математичну модель кривої намагнічування у вигляді оберненого гіперболічного синуса та приведені до відносних одиниць базові динамічні обмеження, з застосуванням варіаційного варіанту методу невизначених множників Лагранжа синтезовано математичні моделі руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, оптимальні за критерієм мінімуму електричних втрат, в координатах відносний час, відносна швидкість руху електромобіля та відносний струм в обмотці статора його приводного електродвигуна.

5. Запропоновано метод ідентифікації синтезованих моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом, на першому етапі реалізації алгоритму якого визначаються константи, котрі мають місце у цих моделях внаслідок використання двічі операції інтегрування в процесі їх синтезу, на другому етапі пропонується прямий алгоритм визначення швидкості електромобіля на основі моделі його динаміки, а на третьому етапі визначається струм за ітераційним алгоритмом, що пов'язує струм зі швидкістю електромобіля співвідношенням, отриманим в результаті розв'язання задачі оптимізації методом невизначених множників Лагранжа. Визначені умови, які накладаються на ітераційний процес ідентифікації моделі оптимального струму, що подається з силової акумуляторної батареї електромобіля через перетворювач постійного струму в змінний в обмотку статора приводного асинхронного електродвигуна, та умови, яким повинен задовольняти процес визначення моментів часу, в які здійснюється процес ідентифікації цієї моделі, від яких залежить точність визначення координат траєкторії оптимального руху електромобіля.

6. Розроблено методи синтезу та ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом на спуск та на підйом, в якому використано той же підхід, який використано під час розроблення методів синтезу та ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги, але з іншими граничними умовами, з іншою процедурою їх використання для визначення констант, котрі мають місце у цих моделях внаслідок використання двічі операції інтегрування в процесі їх синтезу методом невизначених множників Лагранжа, а також з іншою процедурою реалізації прямого алгоритму визначення швидкості електромобіля на основі моделі його динаміки, яка у випадку руху на спуск та на підйом в якості параметрів містить в собі ще й кут нахилу повздожньої осі рами електромобіля до горизонтальної площини, який є величиною змінною у просторі, тож для електромобіля, що рухається, є величиною змінною і в часі, а тому вимагає вимірювання відповідним пристроєм. Показано також, що в разі, якщо електромобіль виїжджає на горизонтальну ділянку дороги зі спуску чи підйому без зупинки, то для визначення констант в моделях його оптимального руху горизонтальною ділянкою дороги стають непридатними вирази, що отримані нами раніше для випадку, коли визначались моделі оптимального руху електромобіля горизонтальною ділянкою дороги від зупинки до зупинки, оскільки змінюються граничні умови, а тому і вирази, за якими визначаються ці константи, отримують іншу структуру.

7. Синтезовані математичні моделі для визначення швидкості руху електромобілів з тяговим асинхронним електроприводом, не перевищення якої унеможливорює їх занос чи перевертання. Запропоновані моделі враховують зміну швидкості електромобілів під час руху по закругленню дороги, а тому відносяться до класу диференціальних рівнянь. Аналіз цих моделей дозволяє обчислювати зміни в часі значень граничної, при якій відбувається занос, та критичної, при якій відбувається перевертання швидкостей руху електромобіля по закругленню дороги. Здійснена інтеграція математичних моделей руху електромобіля по закругленню дороги, синтезованих як на основі балансних рівнянь його кінематики, так і на основі балансних рівнянь його динаміки. Визначено перспективи інтеграції до цієї сукупності математичних моделей електромобіля ще й його моделі в просторі лінгвістичних змінних, які характеризують невизначеність стану дорожнього покриття та ступінь зношення шин на різних колесах електромобіля.

8. Здійснено комп'ютерне моделювання руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом горизонтальним відрізком дороги з використанням синтезованих моделей оптимального руху. Виконано чотири варіанти моделювання з різними значеннями параметрів моделей та різними значеннями граничних умов. Проведено аналіз результатів усіх чотирьох варіантів моделювання, на основі якого встановлено, що рух електромобіля горизонтальним відрізком дороги в разі, якщо його системою керування буде реалізуватись закон, в основу якого будуть покладені алгоритми, що базуються на синтезованих моделях оптимального руху, то для покриття електромобілем однієї і тієї ж відстані за один і той же час використовуватиметься мінімальне споживання електричного заряду силової акумуляторної батареї, від якої отримує електроенергію тяговий електропривод електромобіля, тобто результати моделювання підтверджують ефективність синтезованих математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги.

9. З використанням синтезованих математичних моделей здійснено комп'ютерне моделювання оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом на схилах та на підйомах дороги для різних ступенів її нахилу та початкових і граничних умов, використаних під час моделювання руху по горизонталі. Аналіз отриманих результатів свідчить, що як і для горизонтального руху закон керування, що реалізуватиме синтезовану математичну модель оптимального руху на схилах та на підйомах дороги, забезпечуватиме мінімізацію енергоспоживання електроприводом електромобіля заряду силової акумуляторної батареї і в умовах руху на спуск та підйом.

## **5.2 Структура системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля з асинхронним електроприводом**

Із викладеного в попередньому підрозділі випливає, що після реалізації чотирьох етапів методу системного аналізу оптимального руху електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом ми досягли поставленої мети, і можна було б в нашому дослідженні ставити крапку та обійтись без реалізації п'ятого етапу цього методу, оскільки і моделі ми синтезували такі, що не вимагають додаткової оптимізації і задача структурної додаткової оптимізації параметрів електромобіля у перелік задач нашого дослідження не входила.

Але, пам'ятаючи про те, що нині електромобілями керують не роботи зі штучним інтелектом, а водії, які можуть допускати помилки в оцінюванні поточної дорожньої ситуації, ми усе-таки вирішили доповнити наше системне дослідження ще й п'ятим етапом, на якому на основі синтезованих математичних моделей та розроблених алгоритмів запропонувати перспективний варіант реалізації структури системи підтримки прийняття рішення (СППР) водієм електромобіля для досягнення ним більш високого рівня реальної оптимізації за критерієм мінімуму витрат заряду силової акумуляторної батареї та забезпечення стійкості руху електромобіля на поворотах дороги.

Орієнтуючись на сучасні системи керування електромобілями та можливості інтеграції в інформаційні системи електромобілів програмного забезпечення на базі операційних систем Android та iOS, а також орієнтуючись на отримані нами математичні моделі оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком дороги, на спуск та на підйом за критерієм мінімуму витрат енергії силової акумуляторної батареї, та орієнтуючись на способи визначення таких значень граничної і критичної швидкостей руху електромобіля, при проходженні ним поворотів, за яких його не буде заносити чи перевертати, нами запропоновано структуру СППР, що являє собою чотирирівневу предметно-інформаційну сукупність, першим рівнем якого служать автоматизовані датчики, другим – бортовий комп'ютер, третім – бортове інформаційне табло, а четвертим - застосунок, що встановлюється у смартфон водія електромобіля, в якому у реальному часі розраховуватимуться оптимальні значення струму для тягового асинхронного електропривода електромобіля відповідно до синтезованих математичних моделей оптимізації його руху та визначення швидкісних обмежень для уникнення заносу чи перевертання при проходженні ним поворотів, які будуть виводитись на інформаційне табло електромобіля, тим самим інформуючи водія про поточні параметри руху, пропоновані параметри руху, які оптимізовані за критерієм зменшення витрат енергії силової акумуляторної батареї електромобіля, та швидкісні обмеження для уникнення заносу чи перевертання електромобіля.

На рисунку 5.1 зображено функціональну схему такої структури СППР, на якій: 1 – силова акумуляторна батарея, 2 – блок керування інвертором, 3 – інвертор постійного струму в змінний, 4 – асинхронний електродвигун, 5 – бортовий комп'ютер електромобіля, 6 – бортовий дисплей (інформаційне табло), 7- водій електромобіля, 8 – акселератор, 9 – смартфон із застосунком, 10 – частотомір, 11,12,13 – сенсори струму,



напруги і швидкості відповідно, 14 – сенсор кута нахилу електромобіля (тангажу), 15 – сенсор кута повороту електромобіля (рискання), 16-21 – аналого-цифрові перетворювачі.

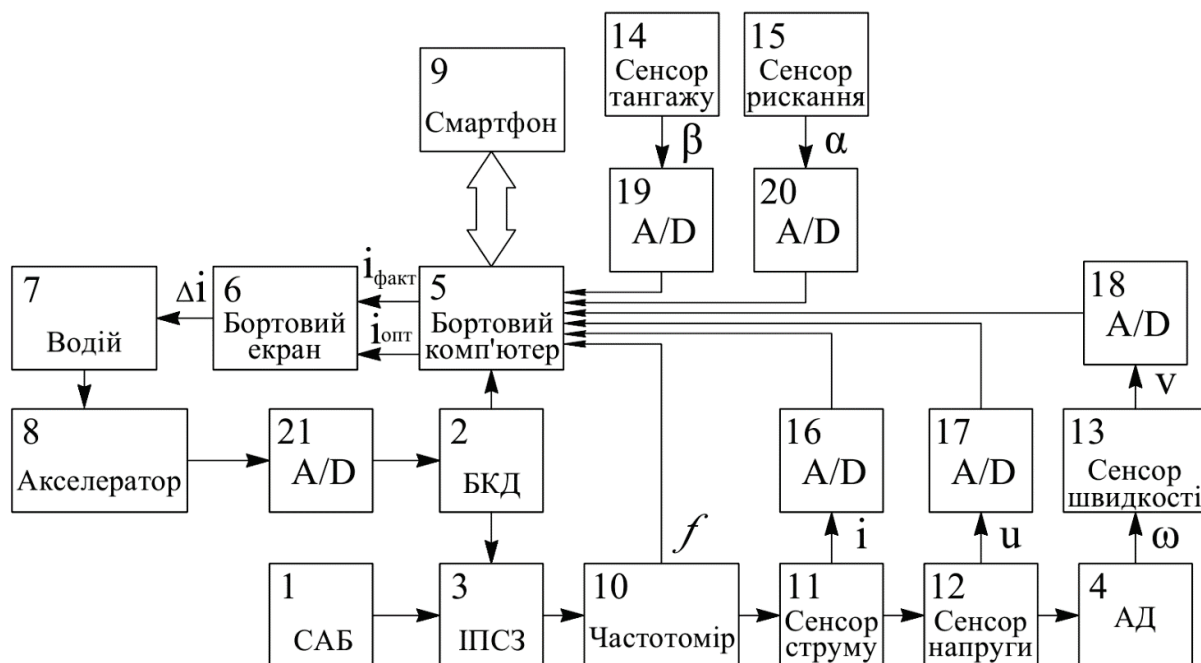


Рисунок 5.1 – Функціональна схема системи підтримки прийняття рішення

Необхідні для роботи системи параметри: струм та напруга статора АД, частота живлення АД, швидкість руху електромобіля, кут тангажу та кут рискання автомобіля. Для вимірювання і зчитування даних параметрів у сучасних автомобілях встановлені усі необхідні сенсори, що вимірюють і зчитують необхідні значення, та пристрої, які сигнали, що поступають від сенсорів, перетворюють у форму, придатну для їх сприйняття бортовою електронікою. Якщо ж якийсь із них ще не встановлений на сучасних електромобілях, то, ми впевнені, що він буде встановлений фірмою, яка випускає електромобілі, як тільки вона побачить у цьому необхідність. Що ж до програмного забезпечення, то його програмні модулі здійснюватимуть інтеграцію СППР з бортовим комп'ютером електромобіля, а також слугуватимуть вузлом для транслявання даних між сенсорами та застосунком на смартфоні водія, який у свою чергу буде вузлом для усіх необхідних обчислень та транслявання даних поточного і оптимального значень струмів від сенсорів та застосунку смартфона до бортового дисплея.

### 5.3 Перспективи впровадження системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля з асинхронним електроприводом

Виходячи з інформації почерпнутої із посібника для проектування тягового інвертора від Texas Instruments [116] із схеми трифазного дворівневого інвертора, яка зображена на рисунку 5.2, електричні (струм, напруга та частота) та механічні (позиція або швидкість обертання валу електричного двигуна) параметри можна отримати із блоку управління двигуном (MCU – Motor Control Unit), оскільки ці параметри він отримує за зворотними зв'язками від сенсорів електродвигуна і які можуть бути передані через внутрішні інформаційні канали від блоку управління двигуном до бортового комп'ютера автомобіля, які у свою чергу передаватимуться до смартфона водія електромобіля із встановленим застосунком СППР.

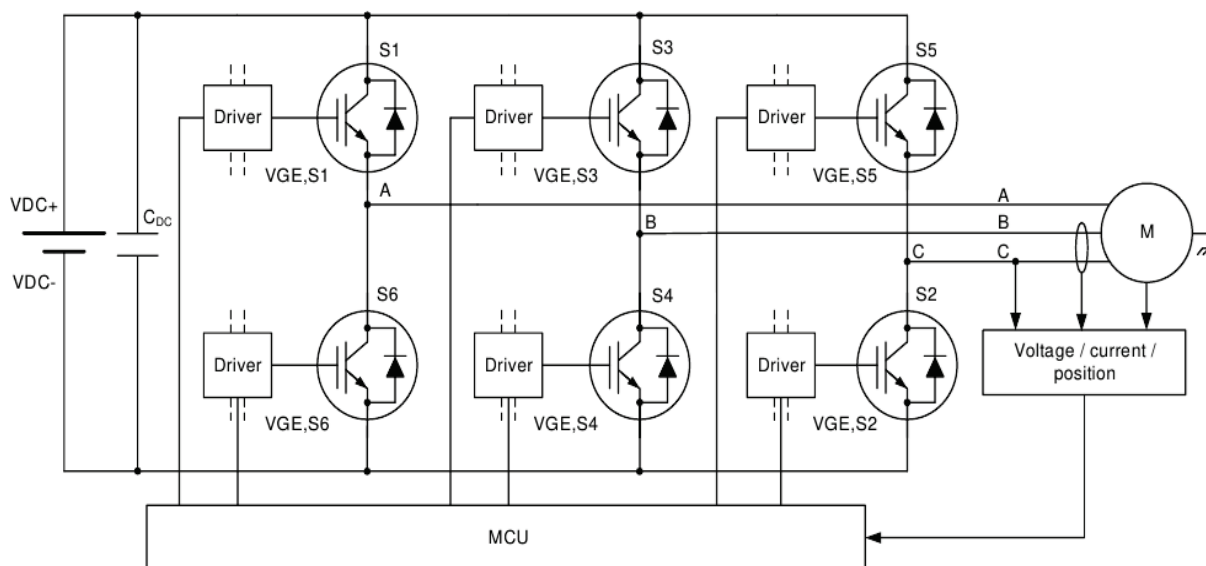


Рисунок 5.2 – Схема трифазного дворівневого IGBT інвертора

Значення кутів рискання та тангажу автомобіля для системи СППР можна отримати від сенсорів системи Електронного Контролю Стійкості – ЕКС (англ. ESC – Electronic Stability Control або ESP – Electronic Stability Program) яка, відповідно до постанови Європейського Союзу від 1 листопада 2014 року, є обов'язковою системою для нових автомобілів. Як зазначено у специфікації [116] найбільшого виробника систем ЕКС – Bosch, сучасні системи ЕКС мають інерційні сенсори, що здатні вимірювати прискорення у 6 вимірах (прискорення: крену, тангажу, рискання, повздовжні, поперечні та вертикальні).

Для організації встановлення комунікації між бортовим комп'ютером та смартфоном водія компанія Bosch пропонує рішення для інтеграції мобільних застосунків в автомобіль із назвою mySPIN і має сумісність з великою кількістю сучасних легкових автомобілів та 2-х колісних транспортних засобів. Представлений технічний концепт системи інтеграції зображено на рисунку 5.3.

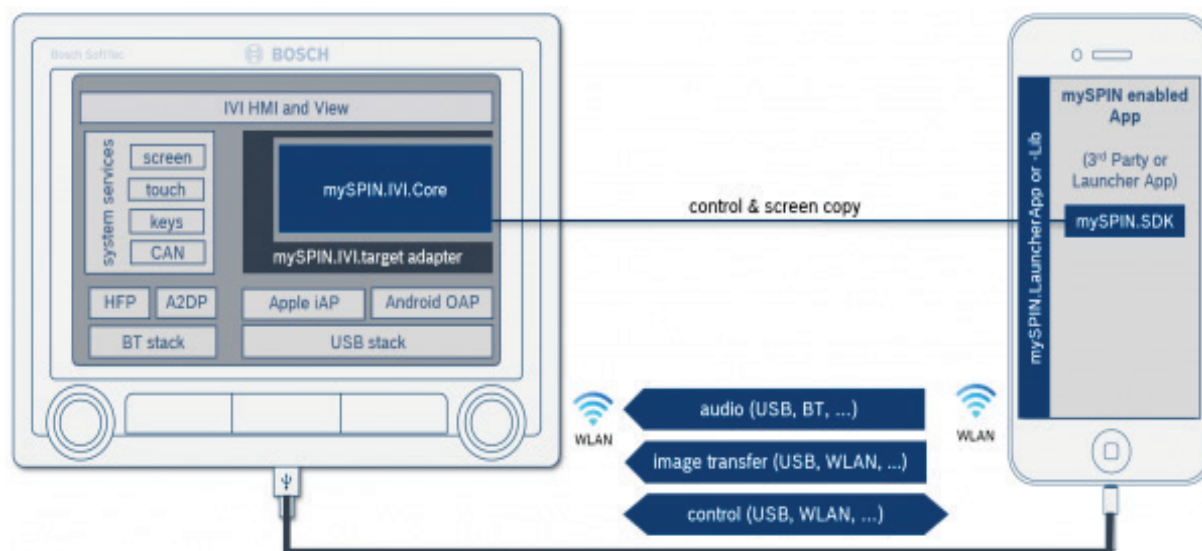


Рисунок 5.3 – Технічна концепція mySPIN

MySPIN доступний для Android та iOS пристроїв і він дозволяє зареєстрованим застосункам 3-х сторін встановлювати з'єднання із бортовою інформаційною системою (бортовим комп'ютером) автомобіля і отримувати доступ до певних типів його технічних даних та даних про навколишнє середовище (наприклад, інформацію про рух транспортного засобу, інформацію про технічне обладнання транспортного засобу та його статус, інформацію про фізичне середовище автомобіля та умови навколишнього середовища).

Щодо реалізації застосунку смартфона, який буде являти собою програмний комплекс для визначення оптимальних параметрів керування рухом транспортного засобу на основі отриманих даних від сенсорів електромобіля і виведення результатів на бортовому інформаційному табло, можна і варто закласти не тільки розроблені моделі оптимального руху, а і інші системи, наприклад розширити функціональні можливості шляхом інтеграції елементів навігації на основі OSRM (англ. Open Source Routing Machine), що є маршрутизатором з відкритим кодом, який розроблений для використання з даними з проекту OpenStreetMap. А OpenStreetMap – є публічним відкритим проектом для збору, збереження

та розповсюдження загальнодоступних геопросторових даних, створення інструментів для роботи з ними силами спільноти волонтерів і охоплює всю поверхню Землі. Таким чином елементи навігації дозволять, при імплементації відповідних систем та даних, визначати не тільки початкові умови стану руху транспортного засобу в конкретний момент часу опитуючи його сенсори, а і граничні умови, шляхом визначення маршруту за яким рухається транспортний засіб, і його поділом на ділянки (наприклад від повороту до повороту, між початком схилу та його кінцем, прямолінійним відрізком дороги тощо) і відповідно обчислюючи на кожній такій ділянці оптимальні параметри руху. Елементи навігації також дозволять до визначення необхідних початкових та граничних умов визначати і обмеження, які накладатимуться під час руху дорожніми знаками, розміткою та транспортним потоком.

Для представленої сукупності систем програм важливим етапом під час їх розробки буде реалізація високоефективних алгоритмів, які будуть оптимально споживати обмежені обчислювальні ресурси смартфонів, оскільки для СППР необхідно буде в реальному часі виконувати велику кількість розрахунків та опрацьовувати чималу кількість вхідних даних від сенсорів автомобіля та офлайн чи онлайн служб навігації.

Враховуючи вище викладене, на рисунку 5.4 представлено перспективну базову концепцію реалізації СППР, в якій вказані елементи систем та їх взаємозв'язки.

На наш погляд, є перспективним запропонований на рисунку 5.4 варіант реалізації структури системи підтримки прийняття рішень водієм електромобіля з тяговим асинхронним електроприводом при його керуванні під час руху горизонтальним відрізком дороги, на спуск та на підйом для досягнення оптимальних витрат енергії силової акумуляторної батареї електроприводом електромобіля при подоланні ним заданої відстані, а також при доланні ним закруглень дороги для забезпечення стійкості його руху на поворотах, в якому використані синтезовані авторами математичні моделі, а також запропоновані перспективні ідеї і обладнання для інтеграції програмного забезпечення на базі операційних систем Android та iOS до інформаційної системи електромобіля та можливості розширення її функцій доповненням цієї системи спеціальним застосунком, реалізованим у смартфоні водія

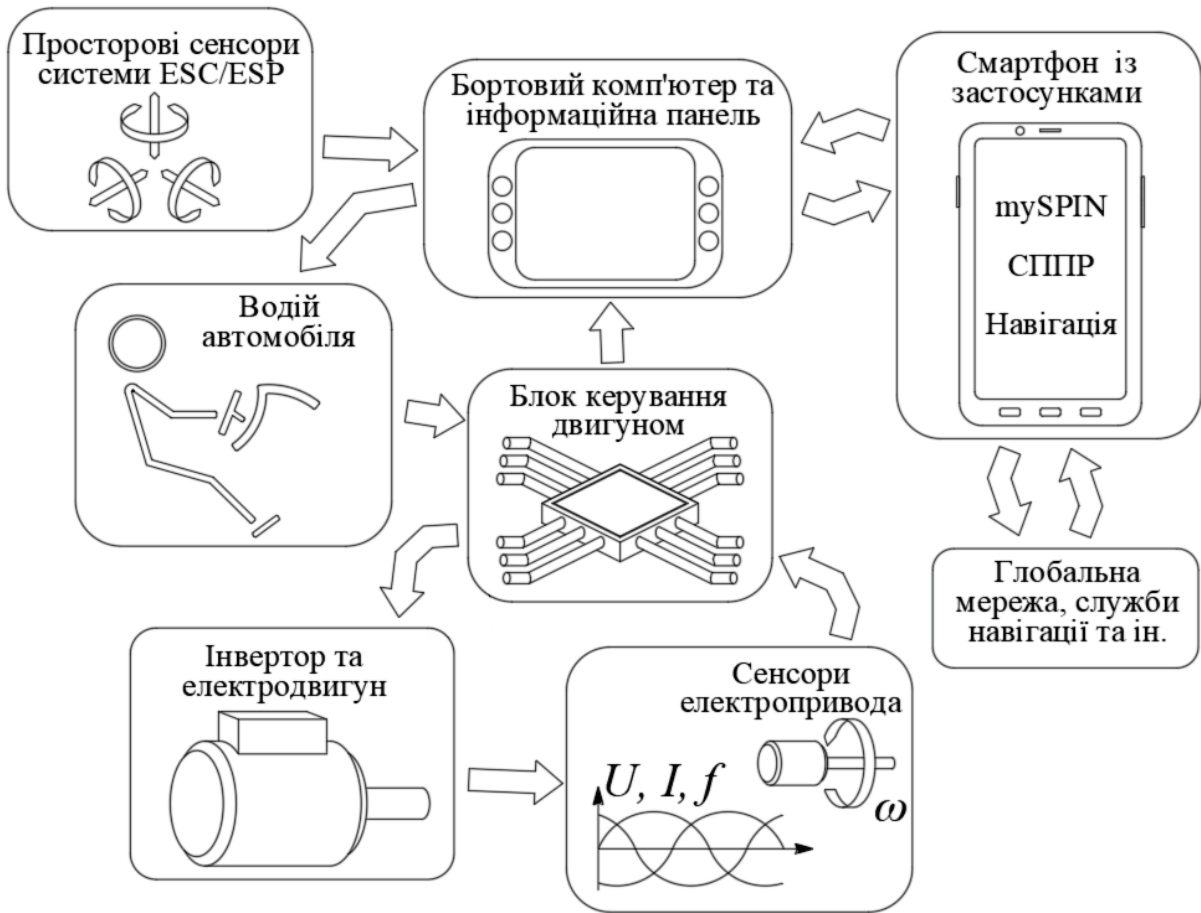


Рисунок 5.4 – Перспективна базова концепція структури СПП інтегрованої до систем електромобіля

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Wikipedia contributors, "Motor vehicle," Wikipedia, The Free Encyclopedia, [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Motor\\_vehicle](https://en.wikipedia.org/wiki/Motor_vehicle)
- [2] International Energy Agency, "Global EV Outlook 2021," [Online]. Available: <https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2021>
- [3] International Energy Agency, "The Electric Vehicles Initiative (EVI)," [Online]. Available: <https://www.iea.org/programmes/electric-vehicles-initiative>
- [4] Trends and developments in electric light-duty vehicles. Electric cars had a record year in 2020, with Europe overtaking China as the biggest market. [Online] Available: <https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2021/trends-and-developments-in-electric-vehicle-markets>
- [5] Global electric vehicle stock by region, 2010-2020. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/global-electric-vehicle-stock-by-region-2010-2020>
- [6] Stated Policies Scenario (STEPS). [Online] Available: <https://www.iea.org/reports/world-energy-model/stated-policies-scenario-steps>
- [7] Sustainable Development Scenario (SDS). [Online] Available: <https://www.iea.org/reports/world-energy-model/sustainable-development-scenario-sds>
- [8] World Energy Outlook. [Online] Available: <https://www.iea.org/topics/world-energy-outlook>
- [9] Energy Technology Perspectives. [Online] Available: <https://www.iea.org/topics/energy-technology-perspectives>
- [10] International Energy Agency (IEA). [Online] Available: <https://www.iea.org/>
- [11] The Paris Agreement, UNFCCC. [Online] Available: <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement/the-paris-agreement>
- [12] Global EV stock by mode in the Stated Policies Scenario, 2020-2030 [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/global-ev-stock-by-mode-in-the-stated-policies-scenario-2020-2030>
- [13] Global EV stock by mode in the Sustainable Development Scenario, 2020-2030. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/global-ev-stock-by-mode-in-the-sustainable-development-scenario-2020-2030>

[14] Number of electric LDV chargers by scenario, 2020-2030. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/number-of-electric-ldv-chargers-by-scenario-2020-2030>

[15] Cumulative installed charging power capacity for electric LDV chargers by scenario, 2020-2030. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/cumulative-installed-charging-power-capacity-for-electric-ldv-chargers-by-scenario-2020-2030>

[16] CO<sub>2</sub> equivalents. [Online] Available: <https://www.myclimate.org/information/faq/faq-detail/what-are-co2-equivalents/>

[17] Our World in Data. CO<sub>2</sub> emissions by country. [Online] Available: <https://ourworldindata.org/co2-emissions>

[18] Well-to-wheel principle. [Online] Available: <https://ecology.fandom.com/wiki/Well-to-wheel>

[19] Global EV outlook 2019. [Online] Available: <https://www.iea.org/reports/global-ev-outlook-2019>

[20] Net and avoided well-to-wheel GHG emissions from the global electric vehicle fleet in the Stated Policies Scenario, 2020-2030. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/net-and-avoided-well-to-wheel-ghg-emissions-from-the-global-electric-vehicle-fleet-in-the-stated-policies-scenario-2020-2030>

[21] Net and avoided well-to-wheel GHG emissions from the global EV fleet in the Sustainable Development Scenario, 2020-2030. [Online] Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/net-and-avoided-well-to-wheel-ghg-emissions-from-the-global-ev-fleet-in-the-sustainable-development-scenario-2020-2030>

[22] Electric car use by country. [Online] Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Electric\\_car\\_use\\_by\\_country](https://en.wikipedia.org/wiki/Electric_car_use_by_country)

[23] Tesla, Inc. [Online] Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Tesla,\\_Inc](https://en.wikipedia.org/wiki/Tesla,_Inc)

[24] Electric car. [Online] Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Electric\\_car](https://en.wikipedia.org/wiki/Electric_car)

[25] Tesla Model 3. Official site. [Online] Available: <https://www.tesla.com/model3>

[26] Tesla Model 3 owner's manual. [Online] Available: [https://www.tesla.com/sites/default/files/model\\_3\\_owners\\_manual\\_north\\_america\\_en.pdf](https://www.tesla.com/sites/default/files/model_3_owners_manual_north_america_en.pdf)

[27] Tesla model 3 [Online] Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Tesla\\_Model\\_3](https://en.wikipedia.org/wiki/Tesla_Model_3)

[28] Технічні характеристики Tesla model 3 [Онлайн] Режим доступу:

[https://evcompare.io/ru/cars/tesla/tesla\\_model\\_3\\_long\\_range\\_awd\\_performance/](https://evcompare.io/ru/cars/tesla/tesla_model_3_long_range_awd_performance/)

[29] Електромобіль Tesla Model 3 [Онлайн] Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Tesla\\_Model\\_3](https://uk.wikipedia.org/wiki/Tesla_Model_3)

[30] Nissan Leaf. Офіційний сайт. [Онлайн] Режим доступу: <https://www.nissan.ua/vehicles/new-vehicles/leaf.html>

[31] Nissan Leaf e+ brochure. [Online] Available: [https://www.howardsgroup.co.uk/assets/media/nissan\\_leaf\\_brochure13062017-131035.pdf](https://www.howardsgroup.co.uk/assets/media/nissan_leaf_brochure13062017-131035.pdf)

[32] Технічні характеристики Nissan Leaf e+. [Онлайн] Режим доступу: [https://evcompare.io/ru/cars/nissan/nissan\\_leaf\\_2010-2012/](https://evcompare.io/ru/cars/nissan/nissan_leaf_2010-2012/)

[33] Electric vehicle database: Nissan Leaf e+. [Online] Available: <https://ev-database.org/car/1144/Nissan-Leaf-eplus>

[34] Toyota RAV4 EV. Official site. [Online] Available: <https://www.toyota.com/rav4ev/>

[35] Електромобіль Toyota RAV4 EV II. [Онлайн] Режим доступу: [https://en.wikipedia.org/wiki/Toyota\\_RAV4\\_EV](https://en.wikipedia.org/wiki/Toyota_RAV4_EV)

[36] Toyota RAV4 EV II technical specifications. [Online] Available: <https://techinfo.toyota.com/techInfoPortal/staticcontent/en/techinfo/html/prelogin/docs/rav4evdismant2nd.pdf>

[37] Toyota RAV4 EV II owner's manual. [Online] Available: <https://cdn.group.renault.com/ren/ie/transversal-assets/brochures/zoe-brochure-may.pdf.asset.pdf/43e5e9dc28.pdf>

[38] Технічні характеристики Toyota RAV4 EV II. [Онлайн] Режим доступу: [https://evcompare.io/ru/cars/toyota/toyota\\_rav4\\_ev\\_2012-2014/](https://evcompare.io/ru/cars/toyota/toyota_rav4_ev_2012-2014/)

[39] Audi e-tron 55 quattro. Офіційний сайт. [Онлайн] Режим доступу: <https://www.audi.ua/ua/e-tron/e-tron/about>

[40] Electric vehicle database: Audi e-tron 55 quattro. [Online] Available: <https://ev-database.org/car/1092/Audi-e-tron-55-quattro>

[41] Audi e-tron 55 quattro technical data. [Online] Available: [http://d3d6mf6ofxeve.cloudfront.net/wieckautodeadline60/files/2020%20Audi%20e-tron%2055%20quattro%20\(265kW\)%20Tech%20Data%20Aue71b2fc896464b519648ae70774f701d.pdf](http://d3d6mf6ofxeve.cloudfront.net/wieckautodeadline60/files/2020%20Audi%20e-tron%2055%20quattro%20(265kW)%20Tech%20Data%20Aue71b2fc896464b519648ae70774f701d.pdf)

[42] Технічні характеристики Audi e-tron 55 quattro. [Онлайн] Режим доступу: [https://evcompare.io/ru/cars/audi/audi\\_e-tron\\_quattro/](https://evcompare.io/ru/cars/audi/audi_e-tron_quattro/)



- [43] Mercedes-Benz EQC. Офіційний сайт. [Онлайн] Режим доступу: <https://www.mercedes-benz.ua/passengercars/mercedes-benz-cars/models/eqc/explore/footnote.module.html>
- [44] Mercedes-Benz EQC brochure. [Online] Available: [https://images.91wheels.com/assets/brochures/EQC\\_brochure.pdf](https://images.91wheels.com/assets/brochures/EQC_brochure.pdf)
- [45] Mercedes-Benz EQC technical data. [Online] Available: <https://mercedes-benz-media.co.uk/assets/documents/original/37290-EQCMY8015update11201222v1221220online.pdf>
- [46] Технічні характеристики Mercedes-Benz EQC. [Онлайн] Режим доступу: [https://evcompare.io/ru/cars/mercedes/mercedes\\_eqc\\_2019/](https://evcompare.io/ru/cars/mercedes/mercedes_eqc_2019/)
- [47] Електромобілі в Україні [Онлайн] Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Електромобіль>
- [48] Електромобіль ЗАЗ-968 Електро. [Онлайн] Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%90%D0%97-968>
- [49] Електромобіль ЗАЗ 110206 «Таврія-Гібрид». [Онлайн] Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%90%D0%97-110260>
- [50] Електромобіль ЗАЗ Ланос Пікап Електро. [Онлайн] Режим доступу: [https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%90%D0%97\\_Lanos\\_Cargo](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%90%D0%97_Lanos_Cargo)
- [51] Електромобіль Synchronous. [Онлайн] Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Synchronous>
- [52] Легендарний ЗАЗ і футурстичний "Синхронус" - ТОП-5 українських електромобілів. [Онлайн] Режим доступу: <https://electrocars.ua/%D0%BB%D0%B5%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%B9-%D0%B7%D0%B0%D0%B7-%D1%96-%D1%84%D1%83%D1%82%D1%83%D1%80%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9-%D1%81%D0%B8%D0%BD%D1%85%D1%80/>
- [53] UkrAutoprom. За рік український ринок електромобілів зріс на 19 відсотків. [Онлайн] Режим доступу: <https://ukrautoprom.com.ua/za-rik-ukrayinskyj-rynok-elektromobiliv-zris-na-19-vidsotkiv>
- [54] РБК-Україна. Стало відомо, як зросла кількість електромобілів в Україні станом на 1 грудня. [Онлайн] Режим доступу: <https://www.rbc.ua/ukr/auto/kk-1638476280.html>

[55] Стан та перспективи розвитку ринку електрокарів в Україні. ЕЛЕКТРОКАРИ. [Онлайн] Режим доступу: [https://www.khadi.kharkov.ua/fileadmin/P\\_vcheniy\\_secretar/%D0%90%D0%92%D0%A2%D0%9E%D0%9C\\_%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9F/%D0%95%D0%90%D0%A2/2020R/%D0%90%D0%A2\\_%D0%95%D0%90%D0%A2\\_ELEKTROKARY.pdf](https://www.khadi.kharkov.ua/fileadmin/P_vcheniy_secretar/%D0%90%D0%92%D0%A2%D0%9E%D0%9C_%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9F/%D0%95%D0%90%D0%A2/2020R/%D0%90%D0%A2_%D0%95%D0%90%D0%A2_ELEKTROKARY.pdf)

[56] ЕКОНОМІЧНЕ ОБІРУНТУВАННЯ РОЗВИТКУ ІНФРАСТРУКТУРИ ЕЛЕКТРОМОБІЛІВ. Енергонезалежний автотранспорт. [Онлайн] Режим доступу: [https://www.khadi.kharkov.ua/fileadmin/P\\_vcheniy\\_secretar/%D0%90%D0%92%D0%A2%D0%9E%D0%9C\\_%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9F/%D0%95%D0%90%D0%A2/2021/robotu\\_zaproshehuh/%D0%90%D0%A2\\_%D0%95%D0%90%D0%A2\\_ENERGONEZALEZHNIJ\\_AVTOTRANSPORT.pdf](https://www.khadi.kharkov.ua/fileadmin/P_vcheniy_secretar/%D0%90%D0%92%D0%A2%D0%9E%D0%9C_%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9F/%D0%95%D0%90%D0%A2/2021/robotu_zaproshehuh/%D0%90%D0%A2_%D0%95%D0%90%D0%A2_ENERGONEZALEZHNIJ_AVTOTRANSPORT.pdf)

[57] Nissan, Tesla та Chevrolet: 10 найпопулярніших електромобілів у 2021 році. [Онлайн] Режим доступу: <https://life.fakty.com.ua/ua/avto/nissan-tesla-ta-chevrolet-10-najpopulyarnishyh-elektromobiliv-u-2021-roczii/>

[58] РБК-Україна. Електромобілів більше – зарядок менше: що відбувається в Україні із зарядною інфраструктурою [Онлайн] Режим доступу: <https://auto.rbc.ua/ukr/show/zaryadnaya-infrastruktura-1637906584.html>

[59] Drive Ukraine 2030 – драйвер перетворень в Україні. [Онлайн] Режим доступу: <https://eu-ua.kmu.gov.ua/novyny/drive-ukraine-2030-drayver-peretvoren-v-ukrayini-volodymyr-omelyan>

[60] Jelena Loncarski, Mats Leijon, Milan Srndovic, Claudio Rossi and Gabriele Grandi. Comparison of Output Current Ripple in Single and Dual Three-Phase Inverters for Electric Vehicle Motor Drives, *Energies* 2015, Vol. 8(5), 3832-3848 pp.; Access mode: <https://doi.org/10.3390/en8053832>

[61] Prasun Mishra. Design and Implementation of Speed Controller with Anti-Windup Scheme for Three Phase Induction Motor Used in Electric Vehicle, *International Journal of Computer Applications* (0975 – 8887) Volume 89 – No 9, March 2014, Access mode: [https://www.researchgate.net/publication/262985880\\_Design\\_and\\_Implementation\\_of\\_Speed\\_Controller\\_with\\_Anti-Windup\\_Scheme\\_for\\_Three\\_Phase\\_Induction\\_Motor\\_Used\\_in\\_Electric\\_Vehicle](https://www.researchgate.net/publication/262985880_Design_and_Implementation_of_Speed_Controller_with_Anti-Windup_Scheme_for_Three_Phase_Induction_Motor_Used_in_Electric_Vehicle)

[62] Saidi Hemza, Nouredine Mansour, Midoun Abdelhamid. Electric Vehicle Speed Control using Three Phase Inverter operated by DSP-based Vector Pulse Width Modulation Technique, *International Journal of Control Systems and Robotics*, Vol. 2, 2017, Access mode: [http://www.ias.org/ias/filedownloads/ijcsr/2017/011-0031\(2017\).pdf](http://www.ias.org/ias/filedownloads/ijcsr/2017/011-0031(2017).pdf)

[63] K. Jaber, A. Fakhfakh and R. Neji. Modeling and Simulation of High Performance Electrical Vehicle Powertrains in VHDL-AMS, *Electrical Vehicle Design and Modeling*, 2011, 25-40 pp., Access mode: [https://cdn.intechopen.com/pdfs/19572/InTech-Modeling\\_and\\_simulation\\_of\\_high\\_performance\\_electrical\\_vehicle\\_powertrains\\_in\\_vhdl\\_ams.pdf](https://cdn.intechopen.com/pdfs/19572/InTech-Modeling_and_simulation_of_high_performance_electrical_vehicle_powertrains_in_vhdl_ams.pdf)

[64] Erik Schaltz - Electrical Vehicle Design and Modeling, *Electrical Vehicle Design and Modeling*, 2011, 1-24 pp., Access mode: [https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/55733255/InTech\\_Electrical\\_vehicle\\_design\\_and\\_modeling.pdf](https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/55733255/InTech_Electrical_vehicle_design_and_modeling.pdf)

[65] J. Rodriguez, Jih-Sheng Lai and Fang Zheng Peng, "Multilevel inverters: a survey of topologies, controls, and applications," in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 49, no. 4, pp. 724-738, Aug. 2002, DOI: 10.1109/TIE.2002.801052

[66] Bang-Bang Controller / Wikipedia. Access mode: [https://en.wikipedia.org/wiki/Bang%E2%80%93bang\\_control](https://en.wikipedia.org/wiki/Bang%E2%80%93bang_control)

[67] Laboratory and On Road Emissions Testing of In-Use Passenger Vehicles in India. Access mode: [https://theicct.org/sites/default/files/publications/PV-in-use-emissions-testing-India\\_ICCT-consultant-report\\_20170329.pdf](https://theicct.org/sites/default/files/publications/PV-in-use-emissions-testing-India_ICCT-consultant-report_20170329.pdf)

[68] VHDL (VHSIC Hardware Description Language) / Wikipedia. Access mode: <https://uk.wikipedia.org/wiki/VHDL>

[69] Hardware Description Languages: VHDL vs Verilog, and Their Functional Uses. Access mode: <https://resources.pcb.cadence.com/blog/2020-hardware-description-languages-vhdl-vs-verilog-and-their-functional-uses>

[70] ANSYS Simplorer. Системне моделювання. Режим доступу: <https://www.ansys.soften.com.ua/products/electronics/ansys-simplorer.html>

[71] Sanjai Massey. Modeling, simulation and control of hybrid electric vehicle drive while minimizing energy input requirements using optimizing gear ratio, *Open Access Master's Report, Michigan Technological University*, 2016, Access mode: <https://digitalcommons.mtu.edu/etdr/133/>

[72] Hongwei Liu, Chantong Wang, Xin Zhao and Chong Guo. An Adaptive-Equivalent Consumption Minimum Strategy for an Extended-Range Electric Bus Based on Target Driving Cycle Generation, *Energies*, July 2018, Access mode: <https://www.mdpi.com/1996-1073/11/7/1805>

[73] New European Driving Cycle/ Wikipedia. Access mode: [https://en.wikipedia.org/wiki/New\\_European\\_Driving\\_Cycle](https://en.wikipedia.org/wiki/New_European_Driving_Cycle)

[74] Alfredo Munoz-Garcia, Thomas A. Lipo, Donald W. Novotny. A New Induction Motor V/f Control Method Capable of High-Performance Regulation at Low Speeds. *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS*, VOL. 34, NO. 4, JULY/AUGUST 1998

[75] Мокін Б. І., Мокін О.Б. Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму. Монографія, Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 92 с. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/444>

[76] Мокін Б. І., Мокін О.Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 1. – С. 45-47. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/8>

[77] Мокін Б.І., Мокін О.Б. Теорія автоматичного керування, методологія та практика оптимізації. Вінниця: ВНТУ, 2013. – 210 с. ISBN 978-966-641-534-2. Сторінка на сайті видавництва: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/155>

[78] Мокін О.Б., Мокін Б.І. Відносні моделі руху електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізку колії. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 2. – С. 20-24. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1699>

[79] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Декомпозиція задачі оптимального руху гібридного автомобіля [Електронний ресурс]. XLV Науково-технічна конференція факультету електроенергетики та електромеханіки (2016). Секція відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів Електронне наукове видання матеріалів конференції, м. Вінниця, 2016. – Режим доступу: <http://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-feeem/all-feeem-2016/paper/view/396/203>.

[80] Мокін О. Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А., Кубрак О.П. Декомпозиція задачі оптимізації руху транспортного засобу з комбінованим приводом системи [Електронний ресурс]. Електронне фахове видання. Наукові праці ВНТУ. – 2015. – №3. – Режим доступу: <http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/9>.

[81] Мокін О.Б., Фолішняк О.Д., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Ідентифікація математичних моделей оптимального руху електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2014. – № 1. – С. 107-110. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/990>

[82] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Фолішняк О.Д. Метод параметричної ідентифікації моделі оптимального струму електромобіля. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 3. – С. 89-92. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1436>

[83] Мокін О. Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Обчислювальний метод для ідентифікації моделей оптимального руху від зупинки до зупинки за заданим часом гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2015. – № 6. – С.43-51. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1848>

[84] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Фолішняк О.Д. Оптимізація руху електромобіля по горизонтальному прямолінійному відрізку дороги за критерієм мінімум витрат енергії акумуляторної батареї. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 2. – С. 96-100. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1401>

[85] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Система оптимального руху керування електромобілем, що рухається у транспортному потоці. Контроль і управління в складних системах (КУСС-2016). XIII Міжнародна конференція. Тези доповідей Вінниця. 3-6 жовтня 2016 року. – Вінниця: ВНТУ. ПП «ПП. «Едельвейс», 2016р. – С. 150-152.

[86] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А., Метод та система оптимального керування електромобілем, що рухається у міському транспортному потоці. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 4. – С. 41 - 46. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1946>

[87] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, Математичні моделі характеристики намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням та їх порівняльний аналіз. Кременчук: Вісник КрДПУ, 2005, Вип.3.

[88] Мокін О.Б., Мокін Б.І. Лобатюк В.А. Модифікація методу ідентифікації моделей оптимального руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода для випадку, коли, досягнувши кінцевого пункту, автомобіль продовжує рух. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 1. – С. 65-73. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1878>

[89] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А., Кубрак О.П. Оптимізація руху гібридного автомобіля з непрацюючим двигуном внутрішнього згоряння. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2015. – № 5. – С. 69-77. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1829>

[90] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Б., Лобатюк В.А., Кубрак О.П. Оптимізація руху гібридного автомобіля з непрацюючою системою електропривода [Електронний ресурс]. «Наукові праці Вінницького національного технічного університету». – 2015. – №4. – Режим доступу: <http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/453/451>

[91] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Оптимізація руху гібридного автомобіля з одночасно працюючими на спільний вал двигуном внутрішнього згоряння та системою електропривода. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 2. – С. 33 - 37. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1897>

[92] Мокін О.Б., Фолюшняк О.Д., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Оптимізація руху завантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізьку дороги. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 1. – С. 56 -60. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1124>

[93] Мокін О.Б., Фолюшняк О.Д., Мокін Б.І., Лобатюк В.А. Оптимізація руху незавантаженого електромобіля з тяговим електродвигуном постійного струму послідовного збудження по горизонтальному прямолінійному відрізьку дороги. Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 2. – С. 48 -51. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1103>

[94] Мокін О.Б., Мокін Б.І., Фолішняк О.Д., Лобатюк В.А. Синтез закону керування оптимальним рухом електромобіля горизонтальним відрізком автомагістралі [Електронний ресурс]. Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2014. – № 1. – с. 1-7. – Режим доступу: <http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/392> .

[95] В. А. Лобатюк, О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, Математичні моделі оптимального руху електромобілів з електроприводом постійного струму. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2019. ISBN 978-966-641-761-2. Сторінка на сайті видавництва: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/521>

[96] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, Методологія та організація наукових досліджень. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2015.

[97] Б.І. Мокін, О.Б. Мокін, О.М. Кривоніс. Системний аналіз процесу переміщення вантажів у вертикальній площині. *Монографія*. Вінниця: ВНТУ, 2022, 96 с. ISBN 978-966-641-914-2. Сторінка на сайті видавництва: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/728>

[98] Мокін, О. Б., & Мокін, Б. І. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОБМЕЖЕНЬ НА ЛІНІЙНУ ТА КУТОВУ ШВИДКОСТІ ДВОХОСЬОВОГО АВТОМОБІЛЯ ПІД ЧАС РУХУ ПО ЗАКРУГЛЕННЮ ДОРОГИ. Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2010, вип. 1, с. 64–67. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1727>

[99] О. Б. Мокін, Б. І. Мокін, Д. А. Шокар'єв. До питання про характеристики частотно-регульованого електропривода з короткозамкненим асинхронним електродвигуном. Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2015, №2, 35-39 с. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/808>

[100] Б.І. Мокін, О.Б. Мокін, В.В. Горенюк. До питання оптимізації руху електромобіля з асинхронним електроприводом. Вісник Вінницького політехнічного інституту, №3, С.32-38, 2019. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2019-144-3-32-39>

[101] Б.І. Мокін, О.Б. Мокін, В.В. Горенюк. Метод ідентифікації моделей оптимального руху електромобіля з асинхронним електроприводом. Вісник Вінницького політехнічного інституту, №1, С.32-38, 2020. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-148-1-32-38>

[102] В. В. Горенюк, СИНТЕЗ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ПО СХИЛАХ І ПІДЙОМАХ ДОРОГИ, Вісник ВПІ, вип. 2, с. 37–44, Квіт 2021. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-155-2-37-44>

[103] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. В. Горенюк, МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ВІДРІЗКОМ ДОРОГИ, Вісник ВПІ, вип. 5, с. 26–33, Лис 2020. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2020-152-5-26-33>.

[104] В. В. Горенюк, МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НА СХИЛАХ І ПІДЙОМАХ ДОРОГИ, Вісник ВПІ, вип. 5, с. 43–49, Жовт. 21. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-158-5-43-49>

[105] Schofield, B., Hagglund, T., & Rantzer, A. Vehicle dynamics control and controller allocation for rollover prevention. 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, pp. 149-154, DOI: <https://doi.org/10.1109/CACSD-CCA-ISIC.2006.4776639>.

[106] Reński, A. Investigation of the Influence of the Centre of Gravity Position on the Course of Vehicle Rollover. 24th Enhanced Safety of Vehicles Conference, Gothenburg, 8-11 June 2015. Retrieved from <https://www.researchgate.net/publication/279449206>

[107] Long, V.H., Phong, D.V. Cornering Path of the Vehicle in Case of Sliding. TECHNISCHE MECHANIK, Manuskripteingang, Band 28, Heft 3-4, 356-362. Retrieved from <https://journals.ub.ovgu.de/index.php/techmech/article/view/855>

[108] Lu, D., Ma, Y., Yin, H., Deng, Z., Qi, J. Development and validation of Electronic Stability Control System algorithm based on Tire Force Observation. Applied Sciences, 10(23), 8741. <https://doi.org/10.3390/app10238741>

[109] Jin, H., Li, S. Research on Stability Control Based on the Wheel Speed Difference for the AT Vehicles. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2015, 1–8. <https://doi.org/10.1155/2015/251207>



[110] Мокін, О. Б., Мокін, Б. І. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДВОВІСНОГО АВТОМОБІЛЯ В ЗАДАЧІ КЕРУВАННЯ ЙОГО РУХОМ ЗА ВІДСУТНОСТІ ОБ'ЇЗДІВ І ОБГОНІВ. Наукові праці ВНТУ, 2009, вип. 4, Отримано з <https://core.ac.uk/download/pdf/52160604.pdf>

[111] Павловський, М.А. Теоретична механіка. Київ: Техніка, 2002, 512 с.

[112] V. Horeniuk, Integration of kinematic and dynamic mathematical models of a two-axle electric car in the problem of estimating its stability on turns, SR, no. 5, pp. 23-29, Oct. 2021. DOI: <https://doi.org/10.21303/2313-8416.2021.002145>

[113] Мокін, О. Б., Фолюшняк, О. Д. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ В ПРОСТОРИ ЛІНГВІСТИЧНИХ ЗМІННИХ УМОВ НЕПЕРЕВЕРТАННЯ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ НА ПОВОРОТІ ДОРОГИ. Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2012. Вип.1, с. 85–88. Отримано з <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1161>

[114] О.Б. Мокін, В.В. Горенюк, «СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ ВОДІЯ ЕЛЕКТРОМОБІЛЯ», НТКП ВНТУ, Факультет інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації (2022). Отримано з <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fksa/all-fksa-2022/paper/view/14902/12672>

[115] В.В. Горенюк, Б.І. Мокін, О.Б. Мокін. Перспективи реалізації системи підтримки прийняття рішень для водія електромобіля. Вісник ВПІ, вип. 3, с. 31–35, Черв 2022. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-162-3-31-35>

[116] Texas Instruments. HEV/EV Traction Inverter Design Guide Using Isolated IGBT and SiC Gate Drivers. Application Report. SLUA963A – November 2019 – Revised June 2020. Available: [https://www.ti.com/lit/an/slua963a/slua963a.pdf?ts=1653198250507&ref\\_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F](https://www.ti.com/lit/an/slua963a/slua963a.pdf?ts=1653198250507&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.google.com%252F)

[117] Bosch. Inertial measurement unit. Available: <https://www.bosch-mobility-solutions.com/en/solutions/sensors/inertial-measurement-unit/>

*Наукове видання*

**Мокін Борис Іванович  
Мокін Олександр Борисович  
Горенюк Вадим Вікторович**

**Системний аналіз  
оптимального руху електромобіля  
з асинхронним електроприводом**

**Монографія**

Оригінал-макет підготовлено в *PBB ВНТУ*

Підписано до друку 10.10.2023 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman. Ум. др. арк. 6,58.  
Наклад 20 пр. Зам. № В2023-08.

Вінницький національний технічний університет,  
Редакційно-видавничий відділ,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114  
**press.vntu.edu.ua**  
*email: irvc.vntu@gmail.com*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано ФОП Барановська Т. П.,  
21021, м. Вінниця, вул. Порики, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 4377 від 31.07.2012 р.