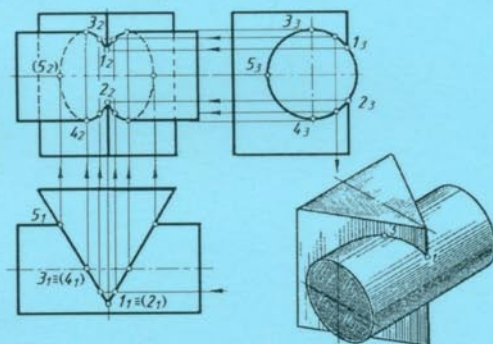




**Питання та задачі самоконтролю знань студентів
машинобудівних та будівельних спеціальностей
в розділі «Нарисна геометрія»**



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. Г. Буда, Б. Б. Корчевський

**Питання та задачі самоконтролю знань студентів
машинобудівних та будівельних спеціальностей
в розділі «Нарисна геометрія»**

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2017

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 27.12.2012 р.)

Рецензенти:

І. П. Паламарчук, доктор технічних наук, професор

Ю. І. Калюх, доктор технічних наук, професор

В. О. Федотов, кандидат технічних наук, професор

Буда, А. Г.

Б90 Питання та задачі самоконтролю знань студентів машинобудівних та будівельних спеціальностей в розділі «Нарисна геометрія» : навчальний посібник / А. Г. Буда, Б. Б. Корчевський. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 87 с.

Навчальне видання призначено для засвоєння тем нарисної геометрії студентами першого курсу денної форми навчання. Містять в собі короткі теоретичні відомості, задачі, тести та по одному зразку подібних карток контролю знань при написанні контрольних робіт та колоквіумів студентами машинобудівних спеціальностей з дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка», студентами будівельних спеціальностей «Інженерна графіка».

УДК 514.18(075)

ЗМІСТ

1. Точка.....	5
1.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	5
1.2. Контрольні запитання.....	6
1.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	6
2. Пряма.....	9
2.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	9
2.2. Контрольні запитання.....	9
2.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	9
3. Площина.....	14
3.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	14
3.2. Контрольні запитання.....	14
3.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	15
4. Взаємне положення прямої та площини.....	21
4.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	21
4.2. Контрольні запитання.....	22
4.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	22
5. Взаємне положення площин.....	27
5.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	27
5.2. Контрольні запитання.....	28
5.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	29
6. Перпендикуляр до площини та перпендикулярність площин.....	32
6.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	32
6.2. Контрольні запитання.....	33
6.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	33
7. Криві лінії та поверхні.....	35
7.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	35
7.2. Контрольні запитання.....	37
7.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	37
8. Переріз поверхні площиною.....	41
8.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	41
8.2. Контрольні запитання.....	42
8.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	43

9. Перетин поверхні прямою лінією.....	46
9.1. Деякі теоретичні відомості лекції.....	46
9.2. Контрольні запитання.....	48
9.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи.....	48
10. Перетин поверхонь.....	52
10.1. Деякі теоретичні відомості лекції	52
10.2. Контрольні запитання.....	54
10.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи	54
11. Методи перетворень.....	59
11.1. Деякі теоретичні відомості лекції	59
11.2. Контрольні запитання.....	61
11.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи	61
12. Розгортки поверхонь.....	68
12.1. Деякі теоретичні відомості лекції	68
12.2. Контрольні запитання.....	73
12.3. Задачі та тестові запитання для самостійної роботи	73
13. Картки програмованого контролю знань студентів	75
13.1. Тема «Точка»	75
13.2. Тема «Пряма та площина»	76
13.3. Картка програмованого контролю за перший модуль	77
13.4. Тема «Лінія та точка на поверхні»	78
13.5. Тема «Методи перетворень».....	78
13.6. Картка програмованого контролю за другий модуль	79
14. Контрольний тест.....	80
Список літератури.....	85
Запитання до іспиту.....	86

1 ТОЧКА

1.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Положення точки, прямої, будь-якої геометричної фігури найбільш зручно визначити в декартовій системі координат, яка складається із 3-х взаємноперпендикулярних площин Π_1, Π_2, Π_3 .

Зображення точки в першому октанті (рис. 1, а) виконується за її визначником $A(X, Y, Z)$. Якщо координати Y, Z набувають від'ємних значень, то побудова точок в 2 - 4 -му октантах інша (рис. 1, б).

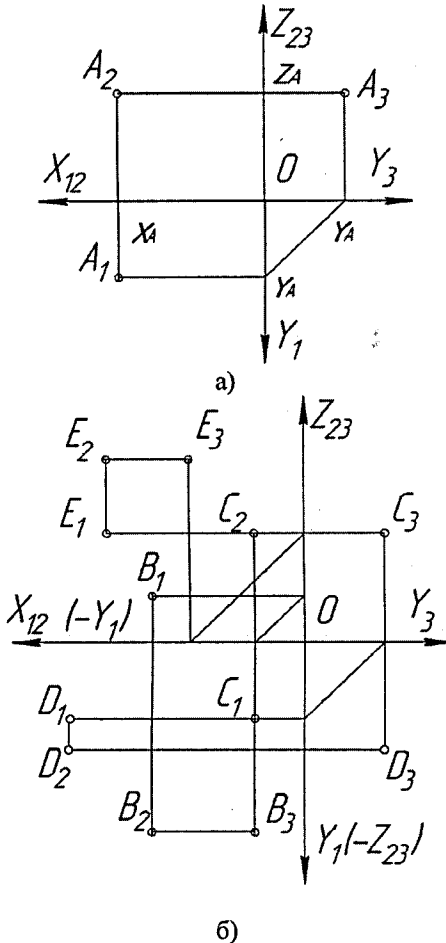


Рисунок 1 – Положення точок в 4-х октантах

Точка належить одній із площин проекцій, якщо у неї відсутня одна із координат (рис. 2), а одній із координатних осей, якщо у неї відсутні дві координати.

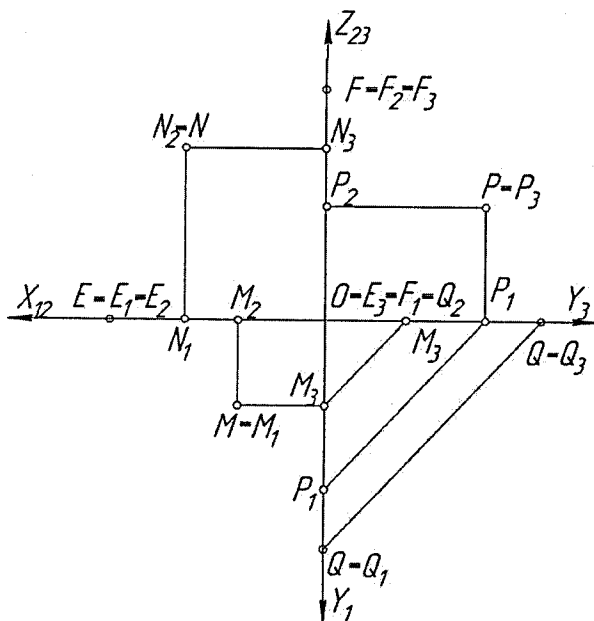


Рисунок 2 – Епюри точок в площинах проекцій та на координатних осях

1.2 Контрольні запитання

1. Які види проєкціювання вам відомі?
2. Що називають проєкцією точки, проєкцією площини?
3. На скільки октантів можна поділити простір площинами проєкцій?
4. Назвіть головні площини проєкцій.
5. Скільки координат визначають положення точки в просторі?

1.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Побудуйте проєкції точок за заданими числовими даними таблиці.

	A	B	C	D	E	F	K	L
X	20	5	15	10	35	0	30	40
Y	20	0	30	-5	25	35	-20	0
Z	10	20	-15	-15	0	0	10	0

Тестові запитання

За заданими числовими даними таблиці визначте:

1. Яка із точок знаходиться в другому октанті? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. А, б) т. D, в) т. C, г) т. K.

2. Яка із точок належить фронтальній площині проєкцій? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. E, б) т. L, в) т. B, г) т. F.

3. Яка із точок простору найбільш близько розташована до фронтальної площини проєкцій Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. А, б) т. D, в) т. B, г) т. K.

4. Які з точок простору рівновіддалені від фронтальної площини проєкцій Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. А та B, б) т. C та D, в) т. E та F, г) т. K та A.

5. Які з точок простору рівновіддалені від горизонтальної площини проєкцій Π_1 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. А та B, б) т. C та D, в) т. E та F, г) т. K та A.

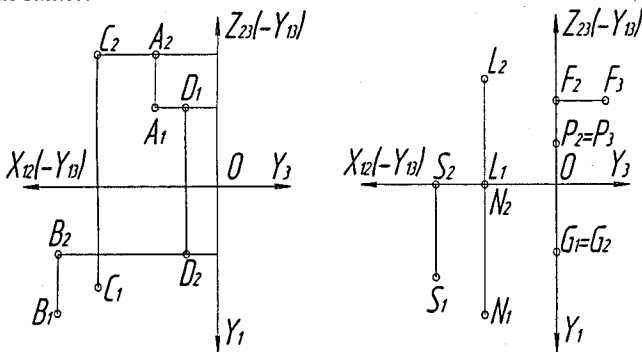
7. Яка із точок належить осі абсцис. Виберіть правильний варіант відповіді:

а) т. E, б) т. L, в) т. B, г) т. F.

8. Яка із точок належить осі ординат. Виберіть правильний варіант відповіді:

а) т. E, б) т. L, в) т. B, г) т. F.

Задача 2. За двома проєкціями точок побудуйте третю та дайте символічний запис.



Тестові запитання

Для рисунків до задачі 2 дайте відповіді на такі запитання.

1. Визначте, яка із показаних точок знаходиться в другому октанті простору. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. С; б) т. А; в) т. F; г) т. В.

2. Визначте, яка із показаних точок знаходиться в четвертому октанті простору. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. С; б) т. А; в) т. D; г) т. В.

3. Визначте, яка із показаних точок належить горизонтальній площині проєкцій Π_1 . *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. L; б) т. F; в) т. S; г) т. N.

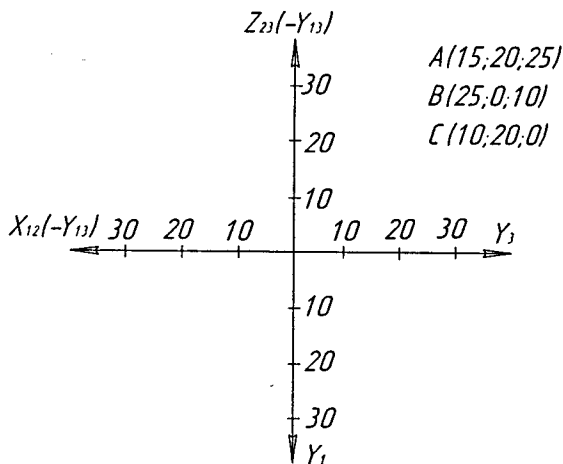
4. Визначте, яка із показаних точок належить профільній площині проєкцій Π_3 . *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. А; б) т. F; в) т. S; г) т. P.

5. Визначте, яка із показаних точок належить осі OZ. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) т. P; б) т. N; в) т. G; г) т. В.

Задача 3. За заданими координатами побудуйте проєкції заданих точок. Визначте положення цих точок в просторі.



2 ПРЯМА

2.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Пряму в просторі можна задати 2-ма точками або точкою з відповідним напрямком (рис. 3, а, б). Визначником прямої у просторі є дві точки, умовний запис визначника прямої: $l(A, B)$. На рис. 3 (а, б) пряму визначають двома проекціями прямої: $AB(A_1B_1, A_2B_2)$ або (l_1, l_2) .

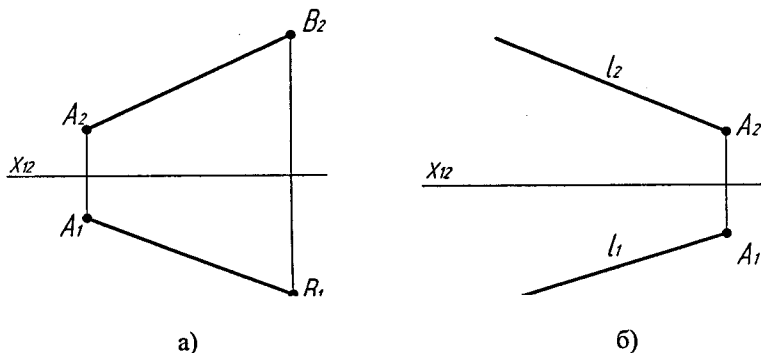


Рисунок 3 – Задання прямої на епюрі

Прямі бувають загального та окремого положення. В свою чергу, до прямих окремого положення відносять прямі рівня та проєкціювальні.

2.2 Контрольні запитання

1. Які положення прямих вам відомі?
2. Які прямі окремого положення ви знаєте?
3. За якими ознаками можна визначити прямі рівня та проєкціювальні?
4. Які точки називають конкуруючими?
5. Ознаки паралельних прямих, мимобіжних прямих та прямих, які перетинаються.

2.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Побудуйте проєкції двох прямих:

- які перетинаються, причому одна з яких займає горизонтальне положення;
- паралельних фронтальних прямих;
- мимобіжних прямих, одна з яких займає горизонтально-проєкціювальне положення.

Задача 2. За наочним зображенням (рис. 4) прямої AB побудуйте її три проєкції. Запишіть назви прямих, вкажіть довжину та кути нахилу відповідних площин проєкцій.

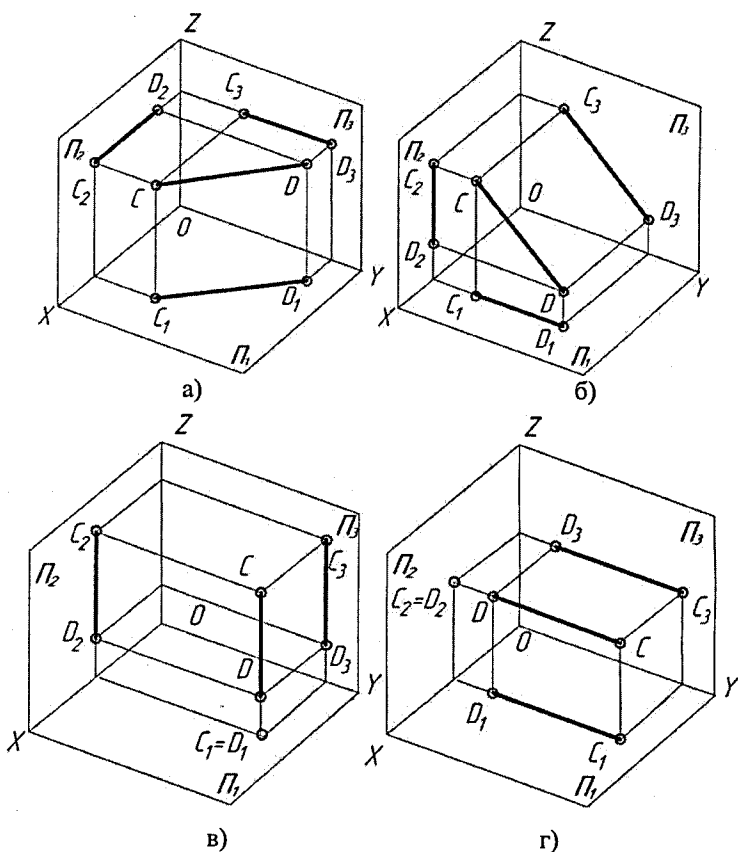


Рисунок 4 – Наочні зображення прямої CD

Тестові запитання

1. На якому із рисунків (рис. 4, а – г) пряма CD займає положення рівня. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 4, в, г; б) рис. 4, а, б; в) рис. 4, а, в; г) рис. 4, б, г.

2. На якому із рисунків (рис. 4) пряма CD займає проєкціовальне положення. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 4, в, г; б) рис. 4, а, б; в) рис. 4, а, в; г) рис. 4, б, г.

3. Сталістю якої координати характеризується профільна пряма. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) X ; б) Y ; в) Z ; г) W .

Задача 4. Проаналізуйте епюри показаних прямих (рис. 5, а – е) та дайте відповіді на такі запитання.

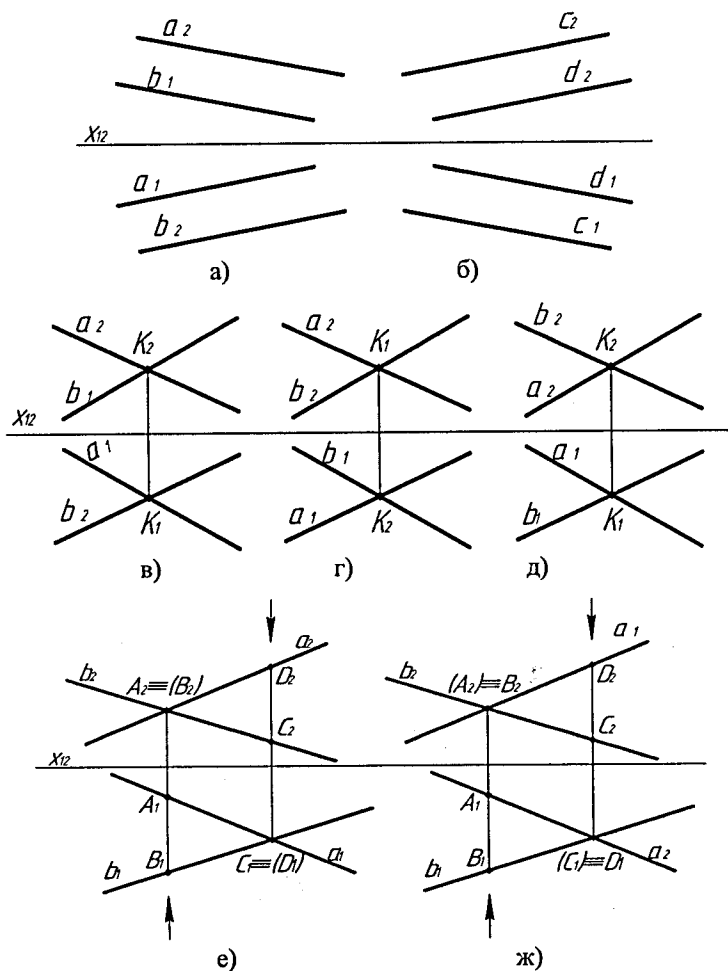


Рисунок 5 – Взаємне положення прямих

Тестові запитання

1. На якому із рисунків (рис. 5, а – ж) показаний епюр паралельних прямих? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 5, в; б) рис. 5, а; в) рис. 5, б; г) рис. 5, д.

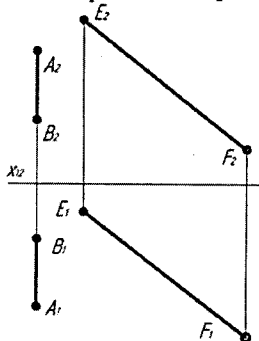
2. На якому із рисунків (рис. 5) правильно показаний епюр прямих, що перетинаються? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 5, в, г; б) рис. 5, б, д; в) рис. 5, д; г) рис. 5, а, е.

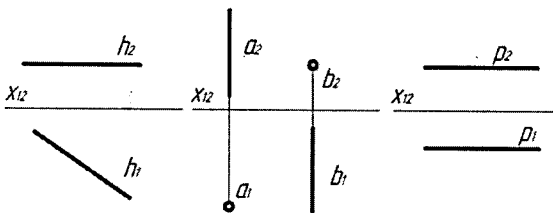
3. На якому із рисунків (рис. 5) правильно показаний епюр мимобіжних прямих? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 5, а; б) рис. 5, а, б; в) рис. 5, д; ; г) рис. 5, в.

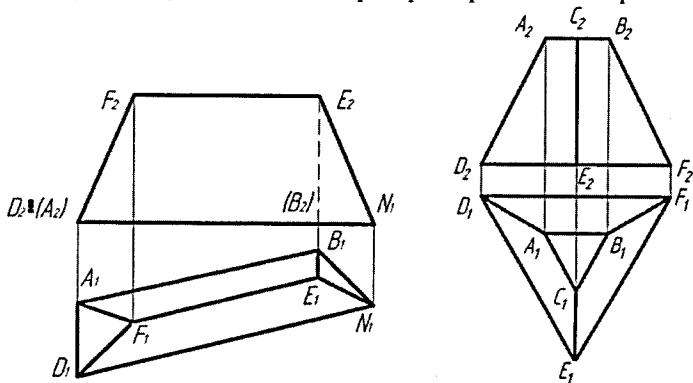
Задача 5. Перетніть прямі AB та EF прямою CD , яка проходить через середину відрізка прямої EF та паралельна Π_2 .



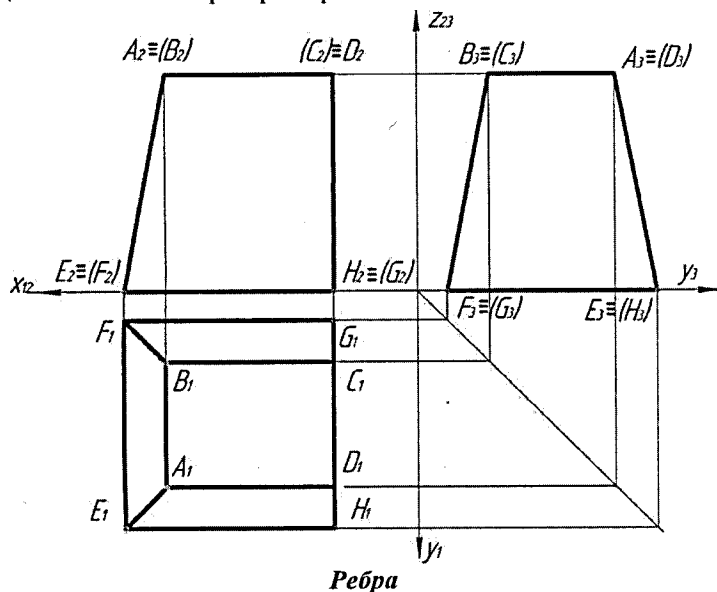
Задача 6. Побудуйте сліди прямих та позначте їх проекції.



Задача 7. Проаналізуйте положення ребер та граней многогранника.



Задача 8. Уявіть многогранник та ознайомтесь з побудовою його третьої проекції та положенням ребер та граней.

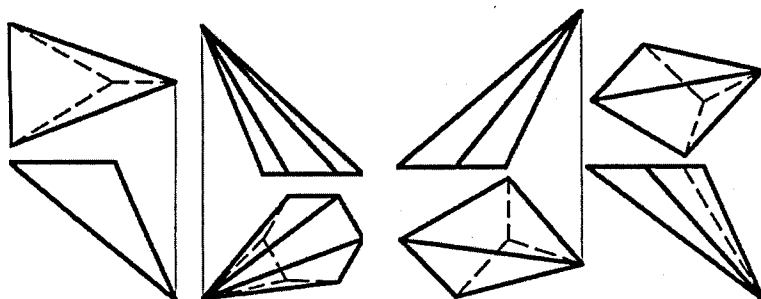


EF, AB, CD, HG – фронтально-проекційовальні;
EH, FG, BC, AD – профільно-проекційовальні;
FB, AE – загального положення.

Грані

ABCD, EFGH – горизонтальні; *CDHG* – профільна;
ABEF – фронтально-проекційовальна;
FBCD, AEDH – профільно-проекційовальні.

Задача 9. За двома проекціями многогранника побудуйте третю та виконайте аналіз ребер та граней.



3 ПЛОЩИНА

3.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Положення площини у просторі визначається трьома точками, які не лежать на одній прямій (рис. 6, а). На підставі цього переходять до задання площини плоскою фігурою (рис. 6, б) та іншими способами: прямою та точкою, яка не лежить на цій прямій; двома паралельними прямими; двома прямими, які перетинаються; слідами.

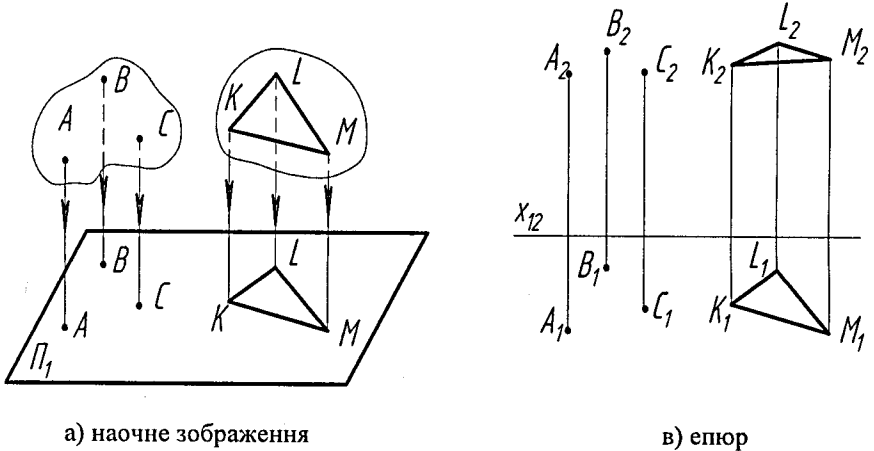


Рисунок 6 – Приклад задання площини плоскою фігурою

Відносно площин проекцій Π_1, Π_2, Π_3 площини можуть займати такі положення: бути паралельними або перпендикулярними до площин проекцій, непаралельними та неперпендикулярними до площин проекцій.

Умови іцидентності

1-а умова – точка належить прямій, якщо її проекції належать однойменним проекціям цієї прямої.

2-а умова – пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, які належать цій площині.

3-а умова – точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка знаходиться в цій площині.

3.2 Контрольні запитання

1. Які способи задання площини на епюрі ви знаєте?
2. Які положення площин вам відомі?
3. Графічні ознаки проєкціювальних площин та площин рівня?

4. Яка властивість характерна для площин окремого положення?
5. Сутність умов інцидентності точки та прямої площині.
6. З якої площини проєкцій доцільно починати побудову горизонталі, фронталі площини?

3.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Визначте положення площини β та її спосіб задання за наочним зображенням (рис. 7).

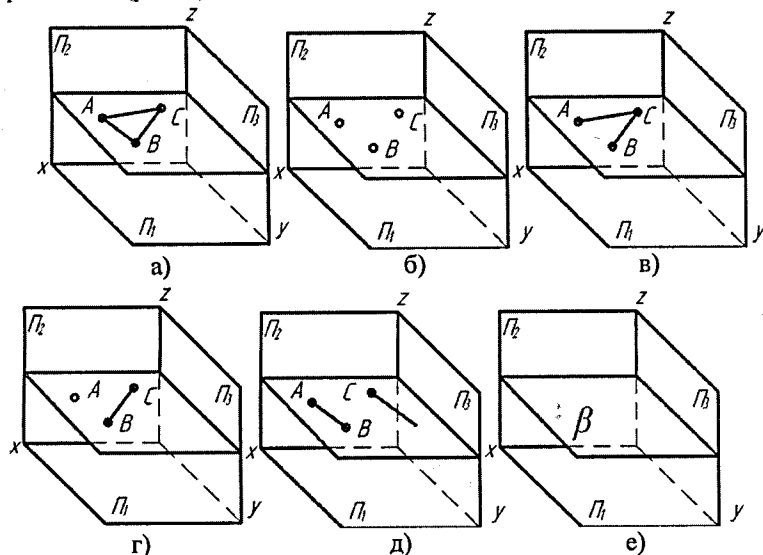
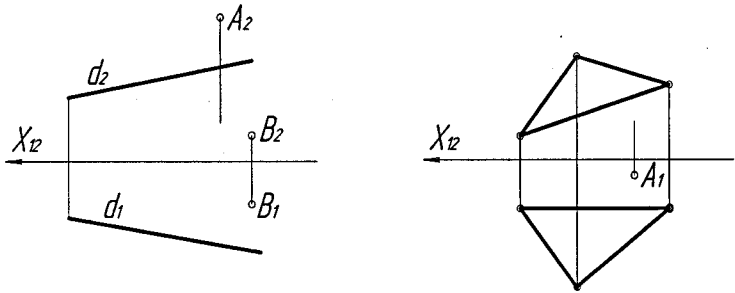


Рисунок 7 – Наочні зображення площин

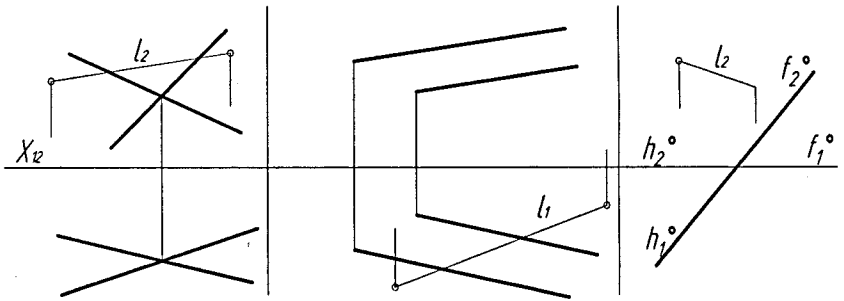
Тестові запитання

1. Сталістю якої координати характеризується положення точок горизонтальної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) аплікати Z ; б) абсциси X ; в) ординати Y ; г) двох координат X та Y .
2. Сталістю якої координати характеризується положення точок фронтальної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) аплікати Z ; б) абсциси X ; в) ординати Y ; г) двох координат X та Y .
3. Сталістю якої координати характеризується положення точок профільної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) аплікати Z ; б) абсциси X ; в) ординати Y ; г) двох координат X та Y .

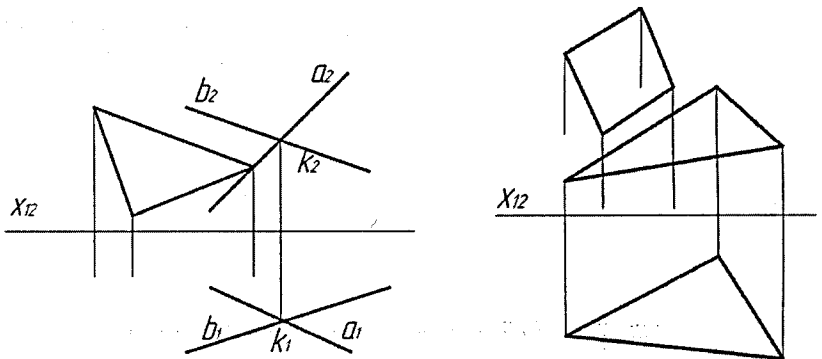
Задача 2. В заданих площинах побудуйте відсутню проекцію т. А.



Задача 3. Побудуйте: відсутню проекцію прямої l , що належить площинам; горизонталь та фронталь цієї площини.



Задача 4. Побудуйте відсутню проекцію прямої плоскої фігури, що належить площині.



Тестові завдання

Завдання 1. Яка із точок (рис. 8) належить прямій $l(l_1, l_2)$. Виберіть правильний варіант відповіді:

- а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

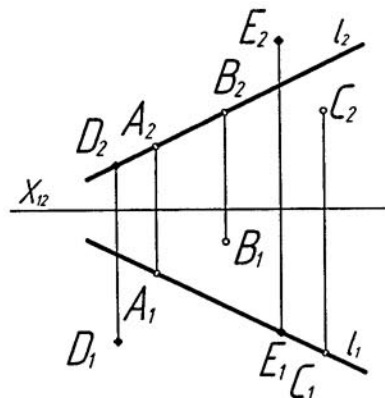


Рисунок 8 – Положення точок відносно прямої $l(l_1, l_2)$

Завдання 2. Яка із точок (рис. 8) знаходиться перед прямою. Виберіть правильний варіант відповіді:

- а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

Завдання 3. Яка із точок (рис. 8) знаходиться під прямою. Виберіть правильний варіант відповіді:

- а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

Завдання 4. Яка із точок (рис. 8) знаходиться над прямою. Виберіть правильний варіант відповіді:

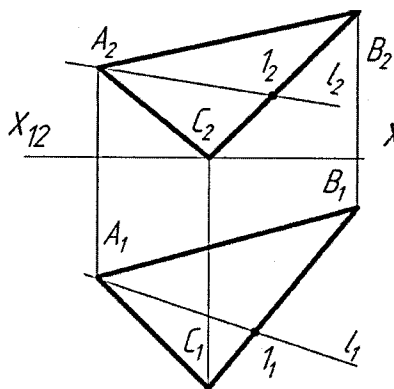
- а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

Завдання 5. Яка із точок (рис. 8) знаходиться за прямою. Виберіть правильний варіант відповіді:

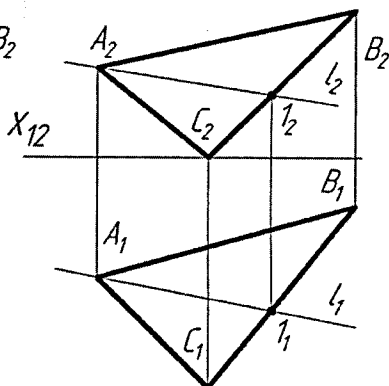
- а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

Завдання 6. Визначте на якому з рисунків (рис. 9, а – г), точка I належить площині трикутника ABC . Виберіть правильний варіант відповіді:

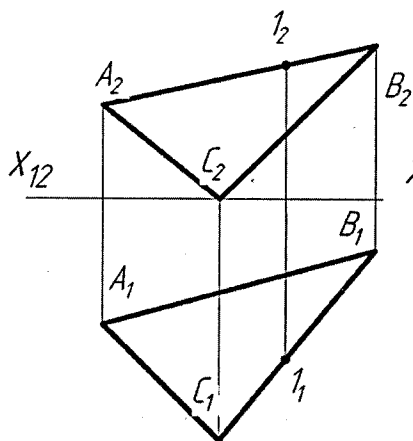
- а) рис. 9, а; б) рис. 9, а; в) рис. 9, б; г) рис. 9, б



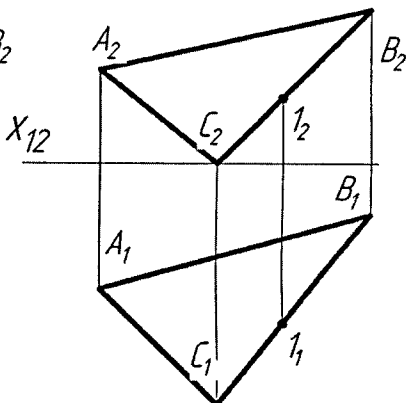
а)



б)



в)



г)

Рисунок 9 – Інцидентність точки I площині $\triangle ABC$

Завдання 5. Визначте на якому з рисунків (рис. 10, а – г), пряма l належить площині. Виберіть правильний варіант відповіді:

а) рис. 10, г; б) рис. 10, а, г; в) рис. 10, а, б; г) рис. 10, в.

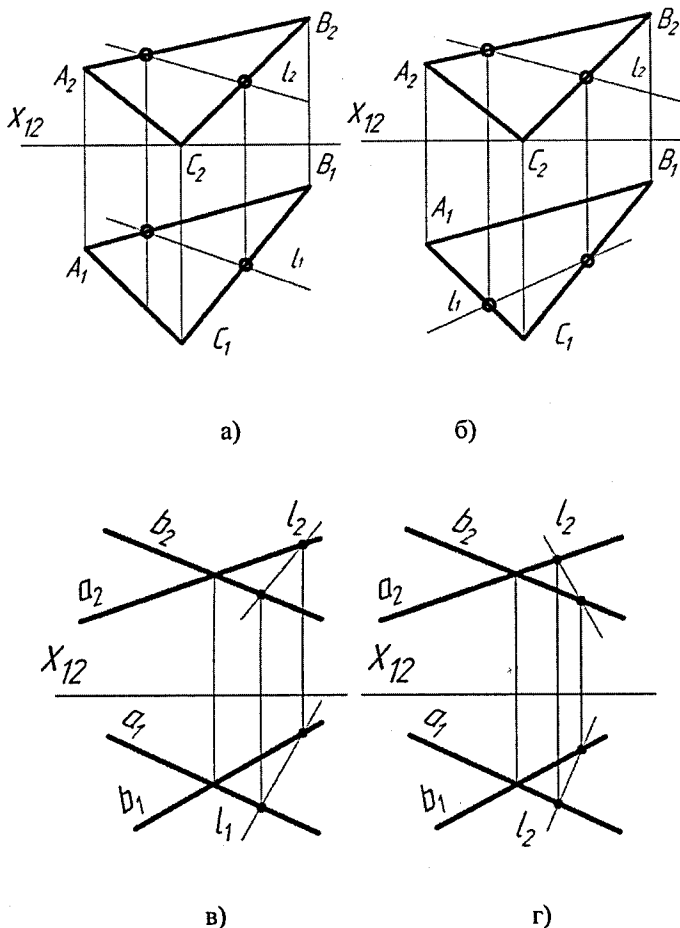


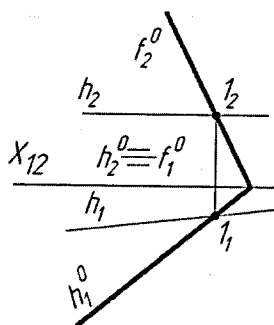
Рисунок 10 – Інцидентність прямої l площині

Завдання 5. Визначте номери рисунків (рис. 11, а – е), на яких правильно побудована горизонталь. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

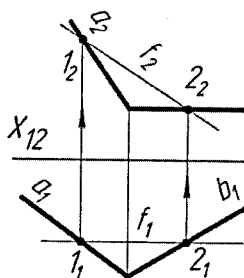
а) рис. 11, г; б) рис. 11, а, г; в) рис. 11, а, б; г) рис. 11, в.

Завдання 6. Визначте номери рисунків (рис. 11, а – е), на яких правильно побудована фронталь. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

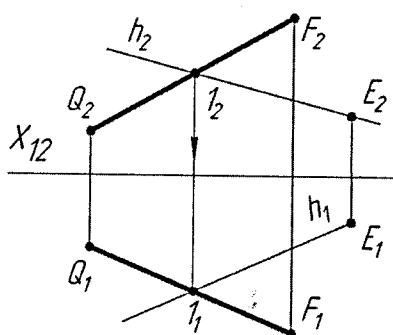
а) рис. 11, г, е; б) рис. 11, а, г, е; в) рис. 11, а, б; г) рис. 11, б, в, е.



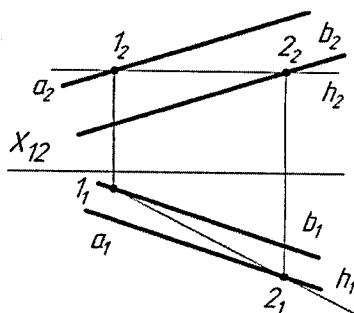
a)



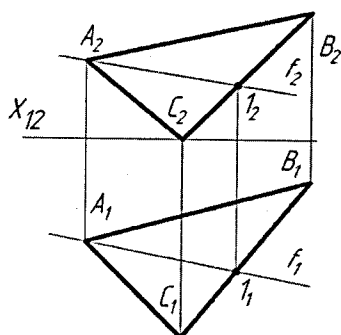
б)



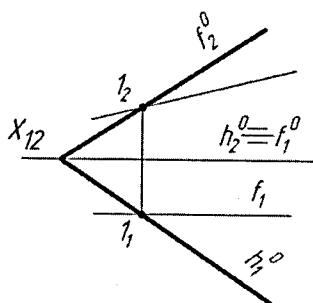
в)



г)



д)



е)

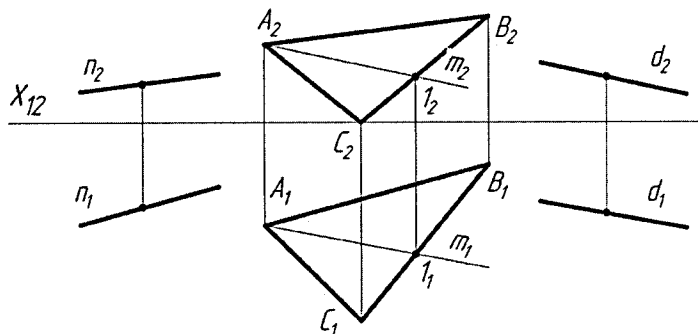
Рисунок 11 – Правильна та неправильна побудови горизонталі та фронталі

4 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ ТА ПЛОЩИНИ

4.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Паралельність прямої площині

Означення: пряма паралельна площині, якщо вона паралельна прямій, яка знаходиться в цій площині (рис. 12, а, б).



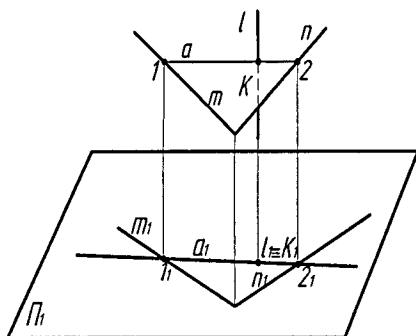
а) окремий випадок

б) загальний випадок

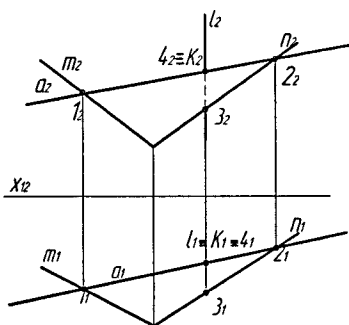
Рисунок 12 – Побудова прямої, паралельної площині

Перетин прямої з площиною

1. *Окремий випадок перетину.* Проекціювальна пряма перетинає площину загального положення (рис. 13, а, б).



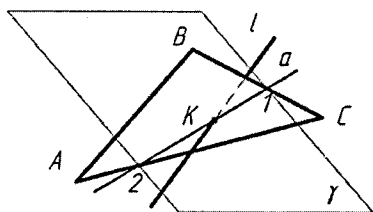
а) наочне зображення



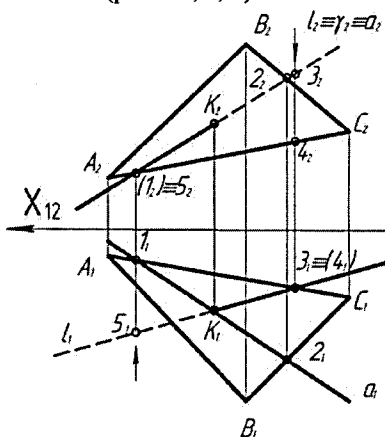
б) епюр

Рисунок 13 – Окремі випадки перетину

2. *Загальний випадок перетину.* Пряма загального положення перетинає площину загального положення (рис. 14, а, б).



б) наочне зображення



а) епюр

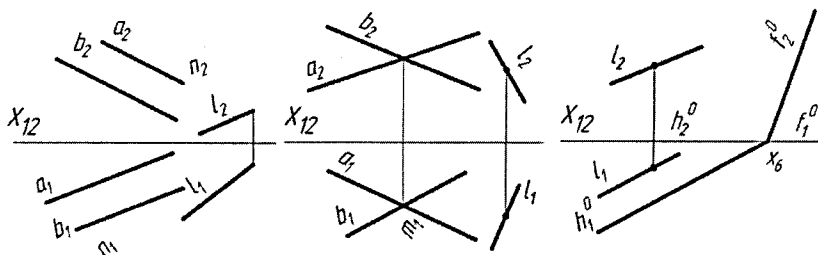
Рисунок 14 – Перетин прямої l з площиною σ ($\triangle ABC$)

4.2 Контрольні запитання

1. Дайте означення паралельності прямої площині.
2. В чому відміни при побудовах окремих та загальних випадків паралельності прямої площині?
3. Які випадки перетину прямої з площиною ви знаєте?
4. Які спрощення існують при визначенні проєкцій точок перетину в окремих випадках?
5. Алгоритм побудови точки перетину прямої з площиною.

4.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Перевірте побудовами чи паралельна пряма l заданій площині?



Задача 2. За наочним зображенням побудуйте епюри перетину прямої з площиною (рис. 15, а - е), введіть відповідні символічні записи положень прямої l та площини α .

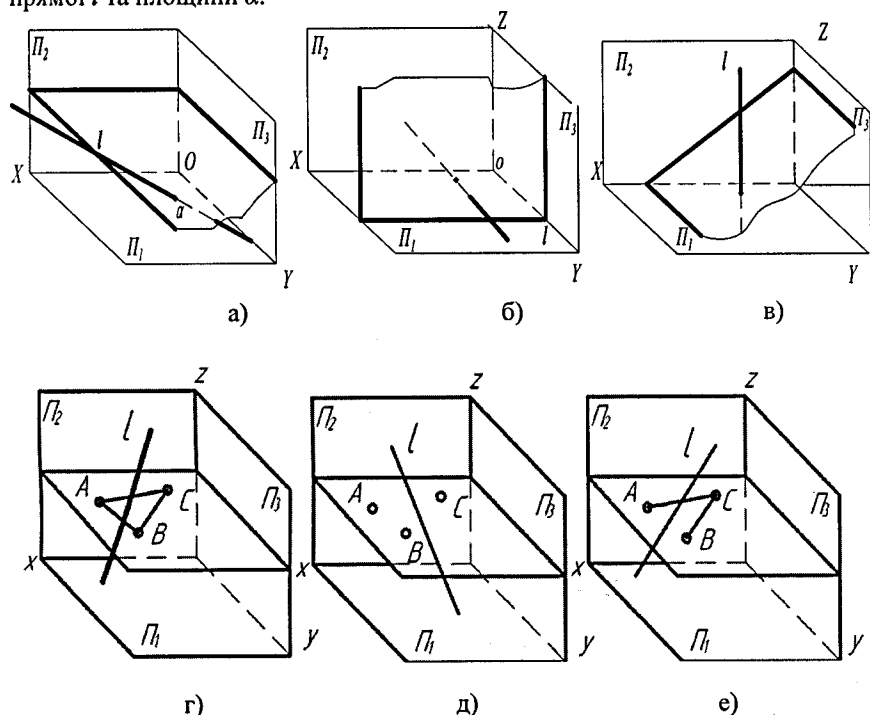
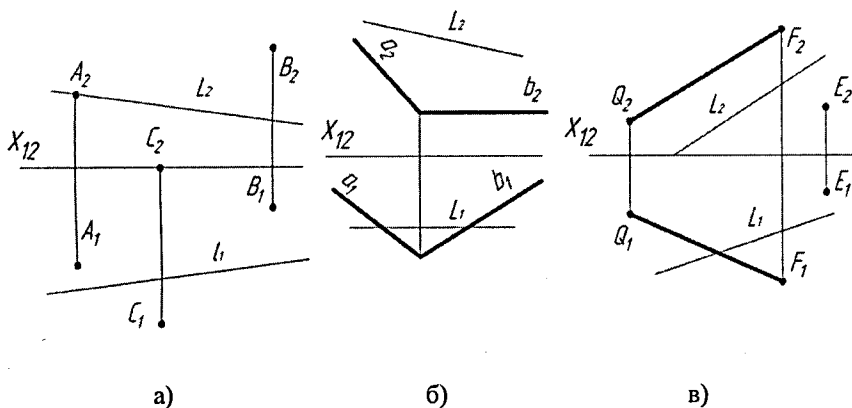
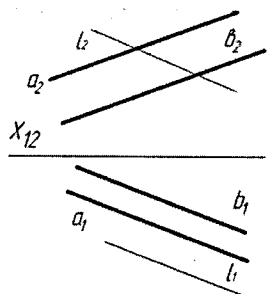


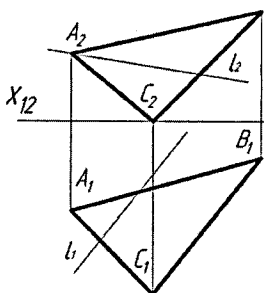
Рисунок 15 – Наочні зображення перетину прямої з площиною

Задача 3. Побудуйте проекції точки перетину прямої l з площиною σ .

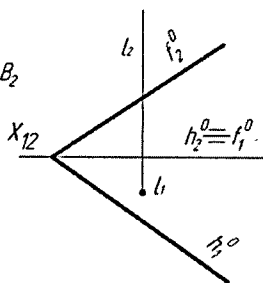




г)



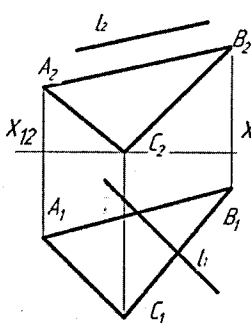
д)



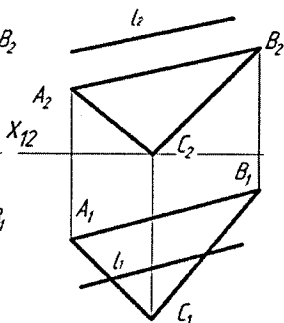
е)

Тест 1. Визначте, на якому з рисунків (рис. 16, а – г) пряма l паралельна одній зі сторін трикутника ABC . Виберіть правильний варіант відповіді:

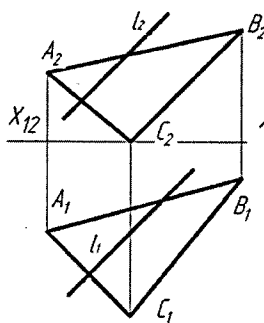
а) рис. 16, а, в; б) рис. 16, б, г; в) рис. 16, б, в; г) рис. 16, в.



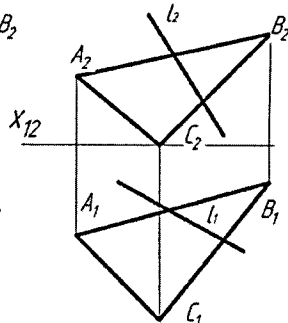
а)



б)



в)



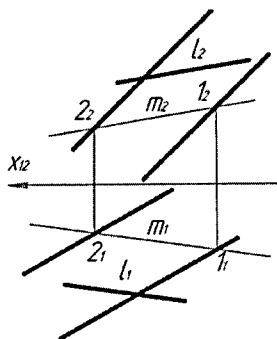
г)

Рисунок 16 – Паралельність прямої l стороні $\triangle ABC$

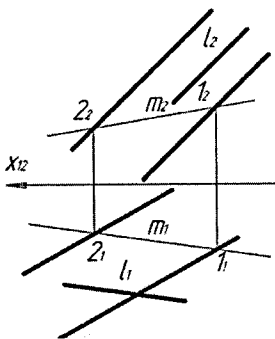
Тест 2. На якому з рисунків (рис. 17, а – г) виконана правильна побудова паралельної прямої площині.

Виберіть правильний варіант відповіді:

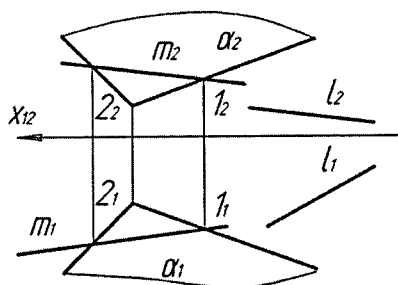
а) рис. 17, а, в; б) рис. 17, б, г; в) рис. 17, б, в; г) рис. 17, в.



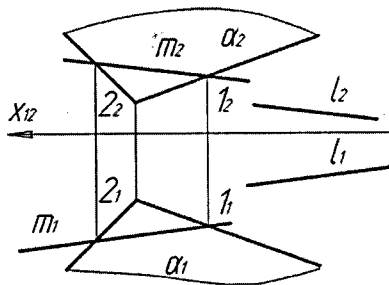
а)



б)



в)



г)

Рисунок 17 – Паралельність прямої площині

Тест 3. Проаналізуйте розв'язки задач та дайте відповіді на запитання.

1. Вкажіть номери рисунків (рис. 18, а – г), де одну із проєкцій шуканої точки перетину $K(K_1, K_2)$ фіксують безпосередньо. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

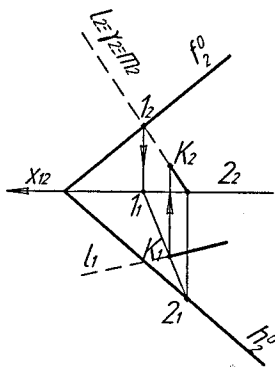
а) рис. 18, а, б; б) рис. 18, б, г; в) рис. 18, а, в; г) рис. 18, а, г.

2. Вкажіть номери рисунків (рис. 18, а – г), для яких необхідно застосовувати загальний алгоритм розв'язування задачі. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

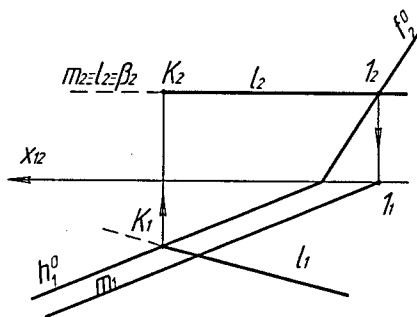
а) рис. 18, а, б; б) рис. 18, б, г; в) рис. 18, б, в; г) рис. 18, а, г.

3. Для заданого рисунка (рис. 18, а – г) визначте, на якій із площин проєкцій видимість прямої l (l_1 , l_2) показана неправильно. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

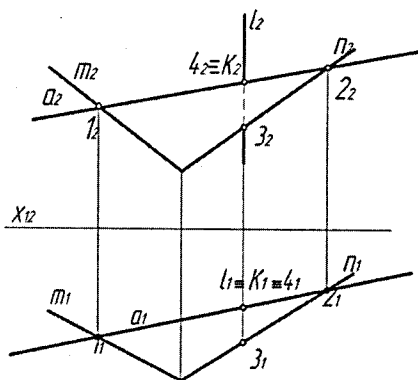
а) рис. 18, а; б) рис. 18, б, в; в) рис. 18, а, в; г) рис. 18, г.



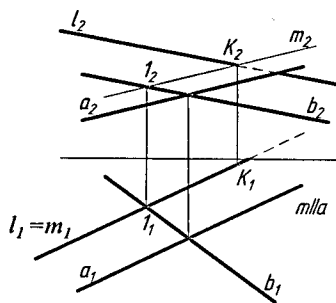
а)



б)



в)



г)

Рисунок 18 – Окремі та загальні випадки перетину прямої з площиною

5 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПЛОЩИН

5.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Паралельність площин

Означення: якщо дві прямі, що перетинаються однієї площини, паралельні двом прямим, що перетинаються другої площини, то ці площини паралельні між собою (рис. 19).

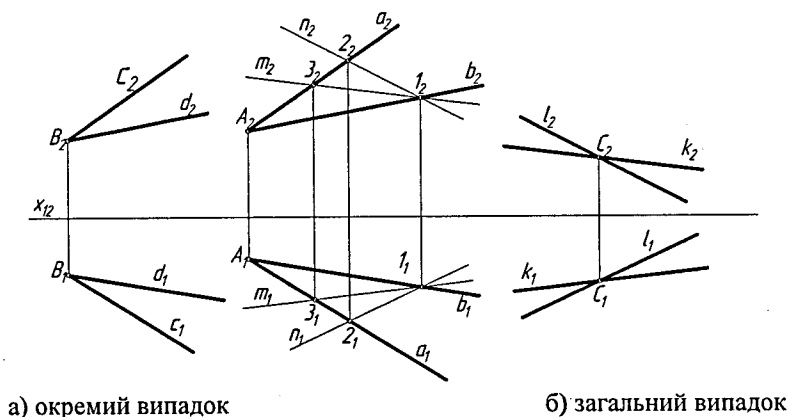


Рисунок 19 – Випадки паралельності двох площин

Перетин площин

Окремі випадки перетину

1. Площину загального положення σ перетинає площина окремого положення α (рис. 20, а, б).

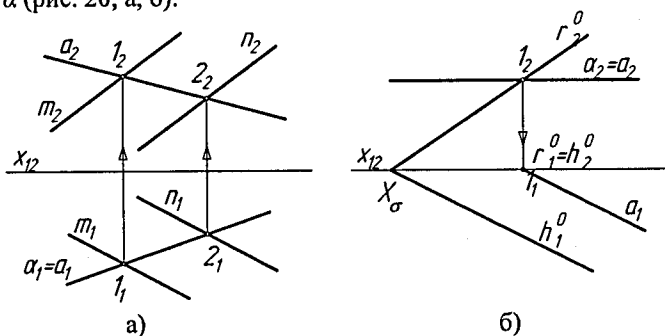


Рисунок 20 – Окремі випадки площин

Загальні випадки перетину

В даному випадку дві площини займають загальне положення.

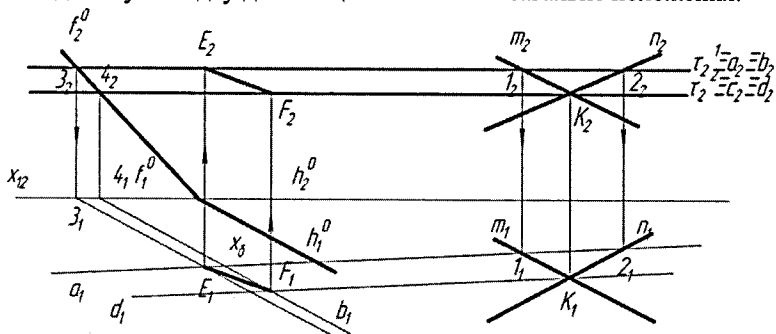


Рисунок 21 – Побудова проєкцій лінії взаємного перетину двох площин загального положення

Лінія взаємного перетину двох площин, заданих слідами, визначається як результат перетину їх однойменних слідів: горизонтальних та фронтальних (рис. 22).

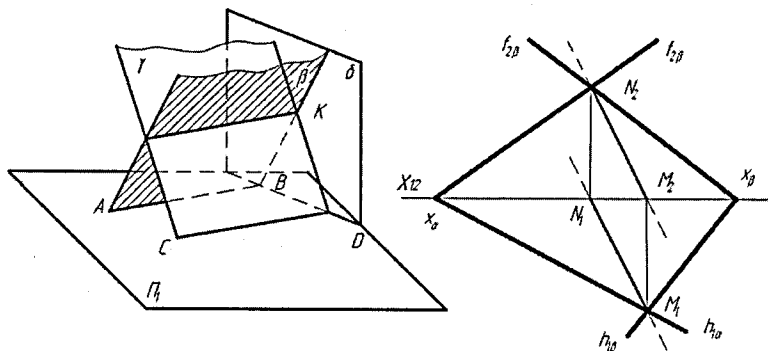


Рисунок 22 – Лінія перетину площин, заданих слідами

5.2 Контрольні запитання

1. Відмінність побудов окремих та загальних випадків паралельності двох площин.
2. Які випадки перетину двох площин вам відомі? В чому їх різниця?
3. Які два випадки побудов лінії перетину для площин, заданих слід-проєкцією, вам відомі?
4. Яке положення здебільшого займають введені площини-посередники?

5.3 Задачі та тестові питання для самостійної роботи

Задача 1. За наочним зображенням побудуйте епюри ліній перетину двох площин (рис. 23, а – е).

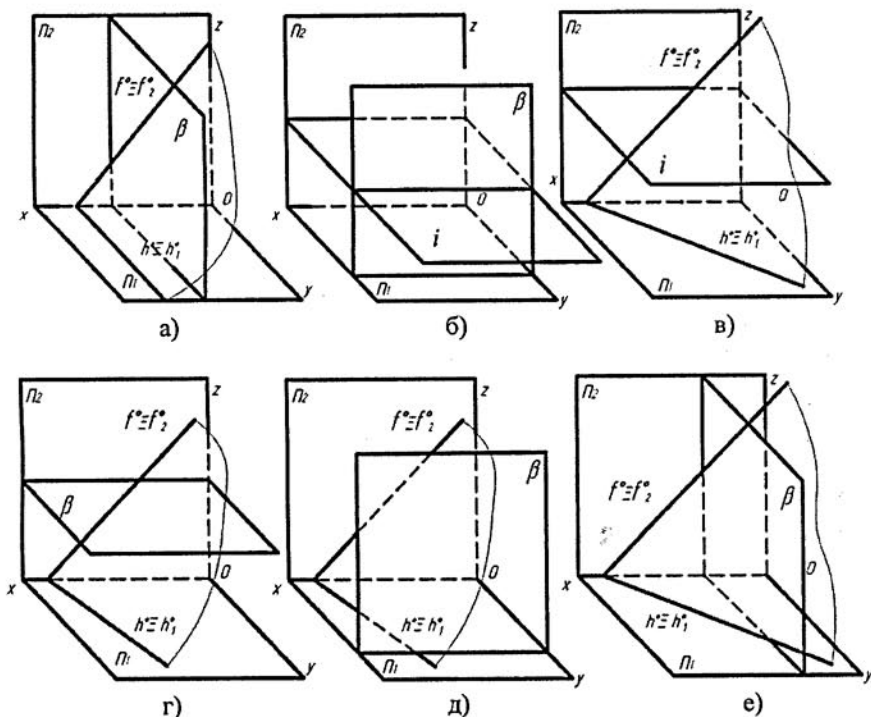


Рисунок 23 – Наочні зображення перетину двох площин

Тестові запитання

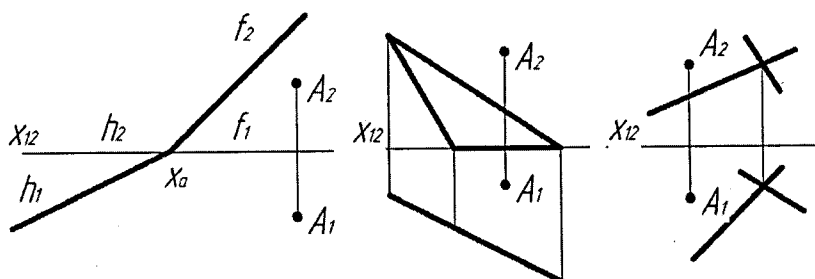
1. Для заданого рисунка (рис. 23, б) визначте положення площин, що перетинаються. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) одна паралельна Π_1 , друга – Π_2 ; б) перпендикулярні до Π_1 ;
в) перпендикулярні між собою; г) перпендикулярні до Π_2 .

2. Для заданого рисунка (рис. 23, в) визначте положення площин, що перетинаються. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

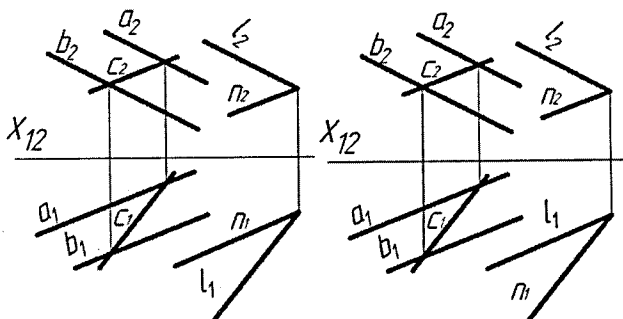
- а) одна паралельна Π_1 , друга – Π_2 ; б) перпендикулярні до Π_1 ;
в) одна паралельна Π_1 , друга – загального положення;
г) перпендикулярні між собою.

Задача 2. Через т. A побудуйте площину, паралельну заданій.



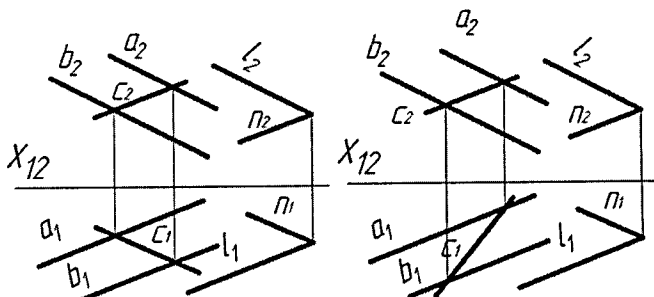
Тест 1. На якому з рисунків (рис. 24, а – г) виконана правильна побудова площини, паралельної заданій. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 24, а, в; б) рис. 24, б, г; в) рис. 24, б, в; г) рис. 24, в.



а)

б)

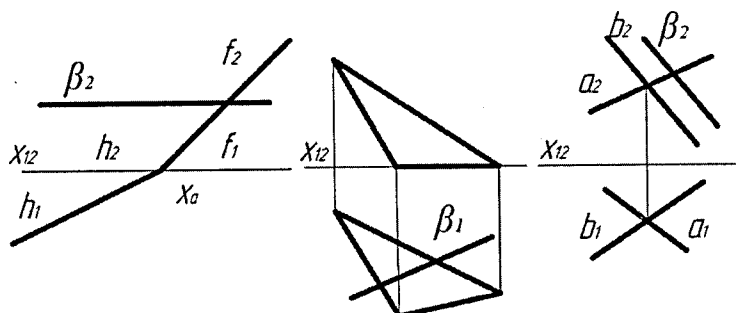


в)

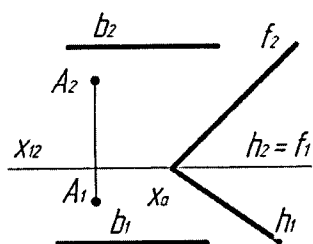
г)

Рисунок 24 – Наочні зображення перетину двох площин

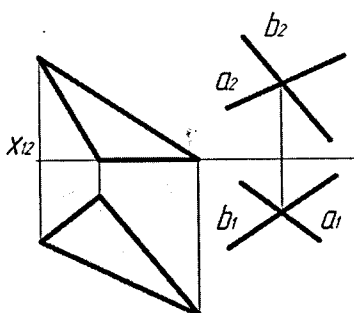
Задача 3. Побудуйте проєкції лінії взаємного перетину двох площин.



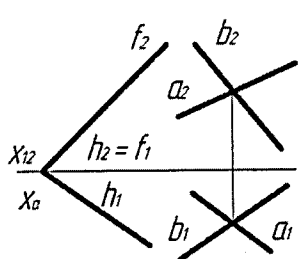
Задача 4. Побудуйте проєкції лінії взаємного перетину двох площин за допомогою введення допоміжних січних площин.



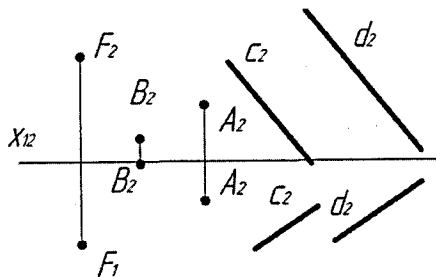
а)



б)



в)



г)

6 ПЕРПЕНДИКУЛЯР ДО ПЛОЩИНИ ТА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН

6.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Властивості прямого кута. Прямий кут проєкціюється в натуральну величину на $\Pi_1(\Pi_2)$, якщо одна з його сторін $h(f)$ паралельна площині проєкцій $\Pi_1(\Pi_2)$ (рис. 25, а, б).

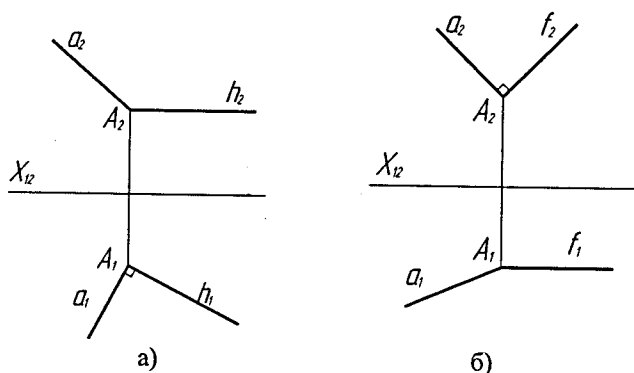


Рисунок 25 – Властивості прямого кута

Перпендикуляр до площини. У перпендикуляра p до площини (рис. 26) його горизонтальна проєкція p_1 перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі h_1 ($p_1 \perp h_1$), а фронтальна проєкція перпендикуляра p_2 перпендикулярна до фронтальної проєкції фронталі f_2 ($p_2 \perp f_2$).

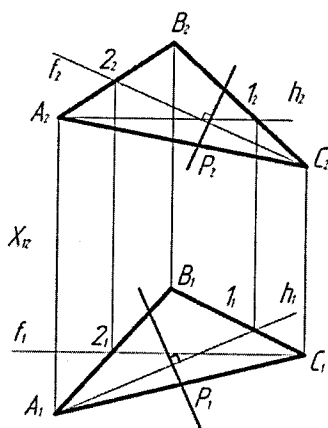


Рисунок 26 – Перпендикуляр до площини

Перпендикулярність площин

Означення: площина γ перпендикулярна до заданої площини Σ , якщо вона (γ) може бути задана двома прямими, які перетинаються, причому одна із цих прямих є перпендикуляром до заданої площини (рис. 27).

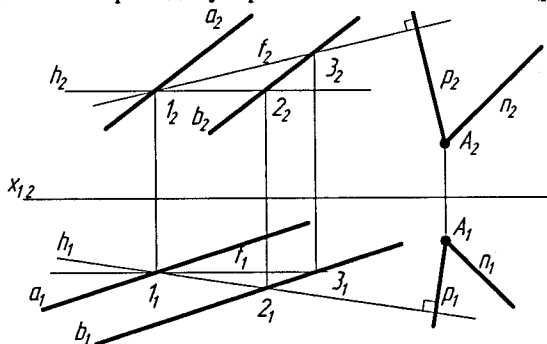


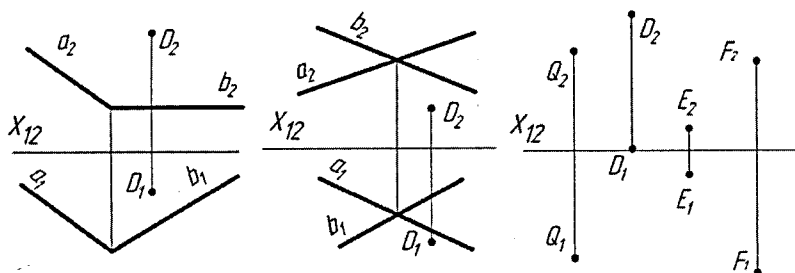
Рисунок 27 – Перпендикулярність площин

6.2 Контрольні запитання

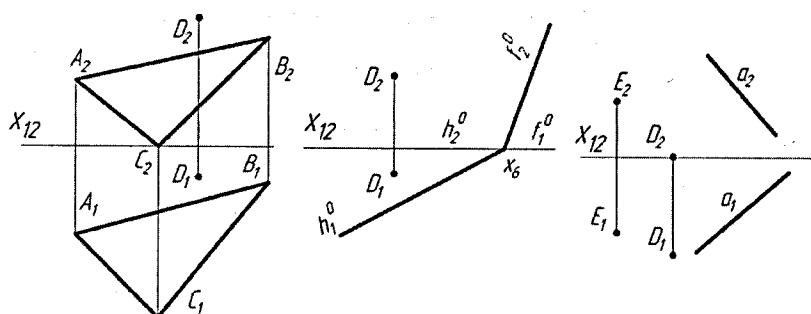
1. Дайте означення перпендикуляра до площини.
2. Які головні лінії слід попередньо побудувати в площині?
3. Дайте означення взаємно перпендикулярних площин.
4. Які спрощення застосовують для побудови перпендикулярної площини, якщо попередня задана слідами?
5. Сутність властивостей прямого кута.

6.3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи

Задача 1. Через точку D побудуйте перпендикуляр до заданої площини.



Задача 2. Через точку D побудуйте проекції площини, перпендикулярної до заданої.



Тестові питання

- Визначте номер рисунка (рис. 28, а – г), на якому побудований перпендикуляр до площини. Виберіть правильний варіант відповіді
а) рис. 28, а, б; б) рис. 28, г; в) рис. 28, а, в; г) рис. 28, в, г.
- Визначте номер рисунка (рис. 28, а – г), на якому побудовані перпендикулярні площини. Виберіть правильний варіант відповіді
а) рис. 28, а, б; б) рис. 28, в, г; в) рис. 28, в; г) рис. 28, б, г

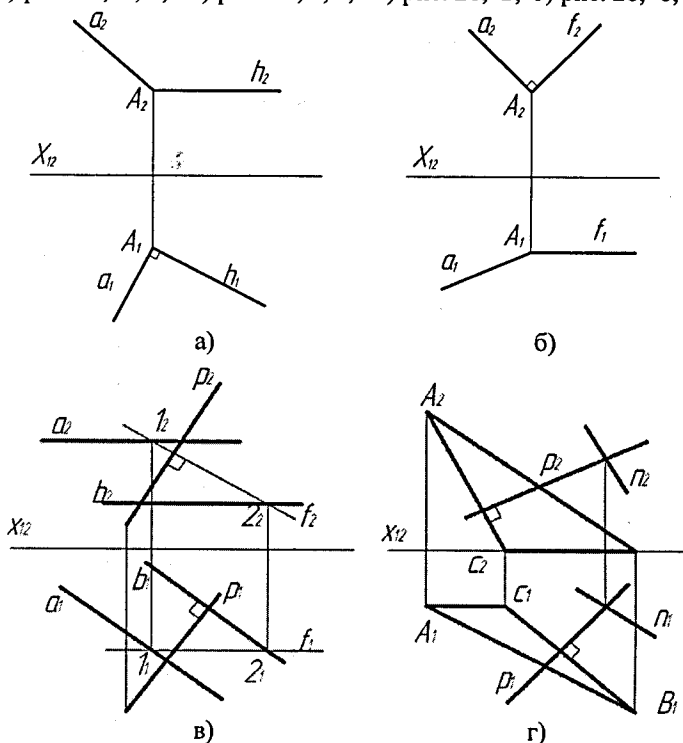


Рисунок 28 – Перпендикулярність

7 КРИВІ ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ

7.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Поверхні обертання можна отримати, якщо деяку твірну l обернути навколо осі i , причому як твірна може бути плоска або просторова крива (рис. 29, а), або пряма (рис. 29, б).

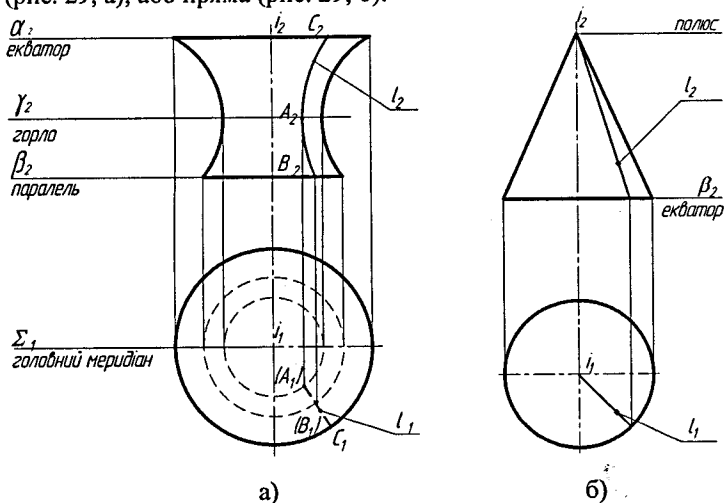


Рисунок 29 – Утворення поверхонь обертання

Лінійчаті поверхні. До цих поверхонь відносять: конічні та циліндричні поверхні загального положення (рис. 30, а, б), поверхні Каталана (наприклад коноїд, рис. 30, в) та торса (рис. 30, г) та гелікоїдів (рис. 30, е).

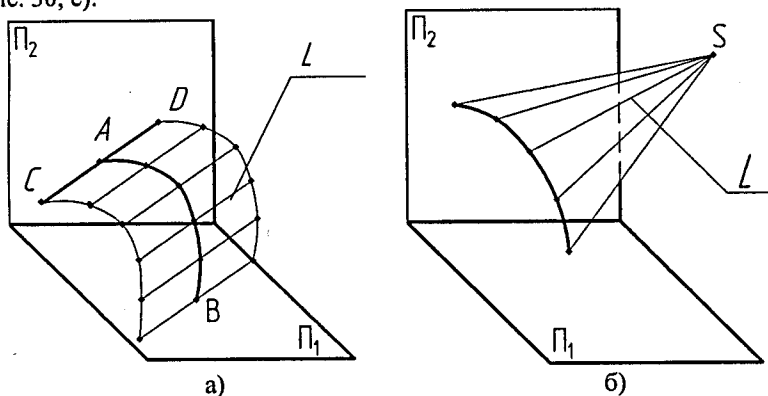
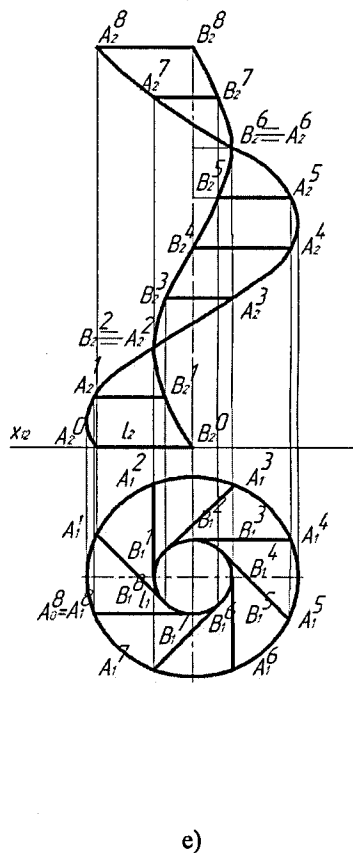
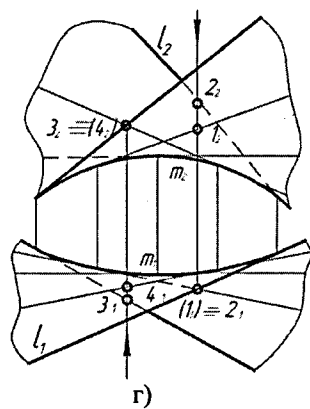


Рисунок 30 – Утворення лінійчатих поверхонь



7.2 Контрольні запитання

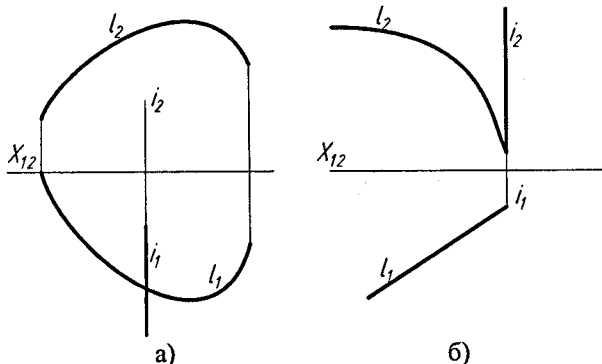
1. Дайте означення кривої лінії. Різниця між плоскою та просторовою кривою. В чому різниця між закономірною та незакономірною кривими?
2. Як утворюється циліндрична та конічна гвинтові лінії? Що таке крок гвинтової лінії?
3. Що називають каркасом, обрисом поверхні?
4. Дайте поняття визначника поверхні. Складові частини визначника.
5. Як утворюються поверхні обертання? Визначник поверхні.
6. Як побудувати на поверхні обертання паралель, меридіан, головний меридіан?
7. Які поверхні називають лінійчатыми? Скільки напрямних можуть мати лінійчаті поверхні?
8. Скільки напрямних мають поверхні Каталана? Визначник поверхні.
9. Як утворюються гвинтові поверхні? Визначник поверхні. Скільки напрямних мають гвинтові поверхні?

7.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

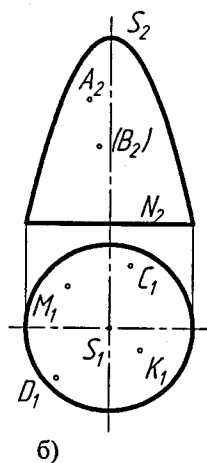
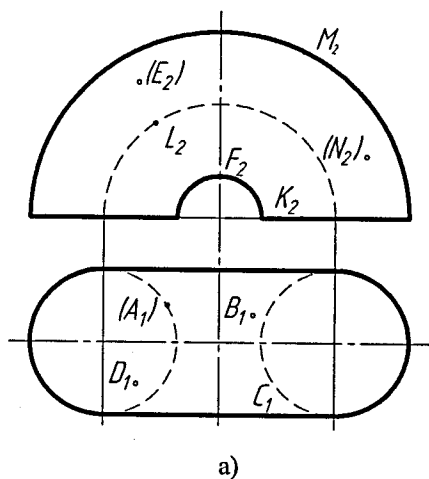
Задача 1. Побудуйте проєкції таких поверхонь:

- конуса обертання, вісь якого перпендикулярна до Π_1 ;
- відкритого тора з віссю обертання, перпендикулярного до Π_2 ;
- закритого тора з віссю обертання, перпендикулярного до Π_3 ;
- еліпсоїда обертання з віссю, перпендикулярною до Π_2 .

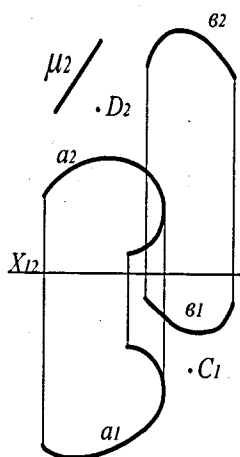
Задача 2. Побудуйте проєкції поверхонь обертання за заданими твірною l та віссю обертання i . Запишіть визначник поверхні.



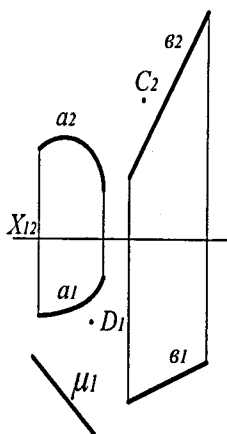
Задача 3. За заданою проєкцією однієї із точок, яка належить поверхні, побудуйте відсутню проєкцію.



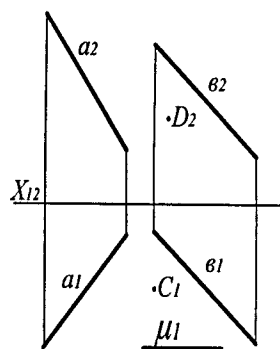
Задача 4. Для лінійчатих поверхонь з двома напрямними a , b та площиною паралелелізму μ побудуйте каркас твірних та визначте відсутні проєкції точок C , D .



а)



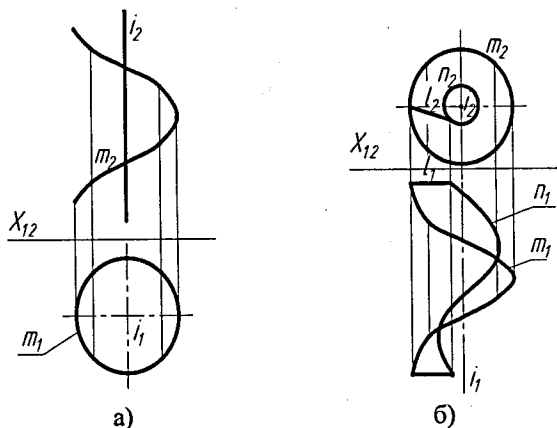
б)



в)

Задача 5. Побудуйте проєкції гелікоїда, у якого:

- напрямні m та i , а твірна l перетинає i .
- напрямні m та n , а твірна l мимобіжна відносно i .



Задача 6. Дайте назви показаним поверхням (рис. 31) та запишіть їх визначники.

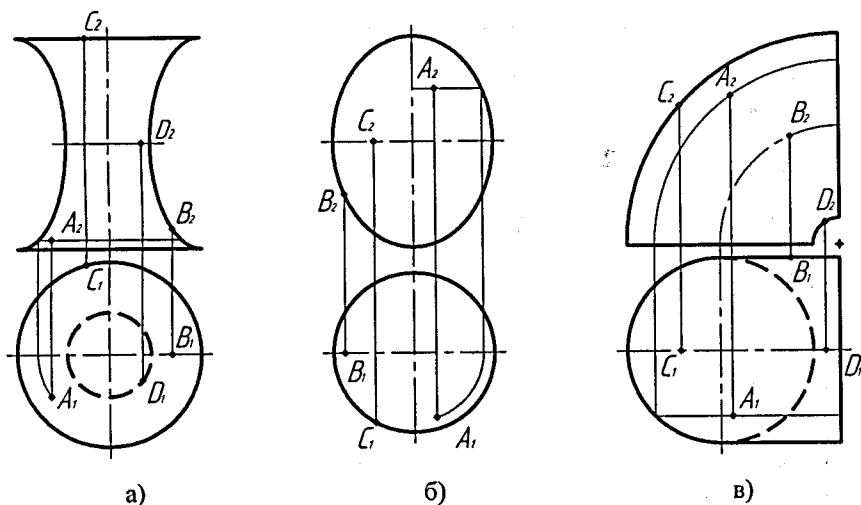


Рисунок 31 – Поверхні обертання

Тестові запитання

1. Які твірні мають показані поверхні? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
 а) кола; б) коло і параболу; в) коло, еліпс та гіперболу; г) гіперболу.
2. Яка з поверхонь має горло? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
 а) рис. 31, б; б) рис. 31, а, б; в) рис. 31, а, в; г) рис. 31, в.

Задача 7. Дайте назви показаних поверхонь (рис. 32) та запишіть їх визначники.

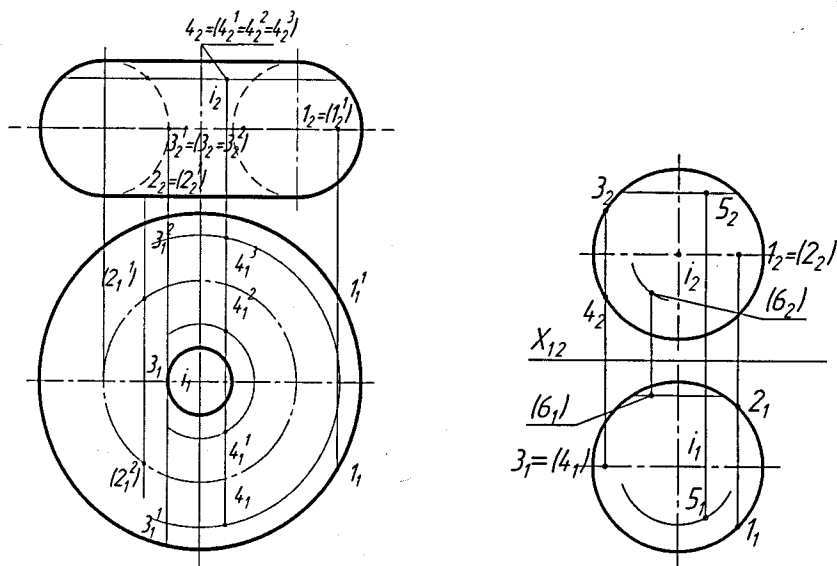


Рисунок 32 – Характерні точки на поверхнях

Тестові запитання

1. Визначте, які з точок (рис. 32) належать екватору відкритого тора. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) 1 та 1'; б) 1, 1', 3; в) 1, 1', 3, 3'; г) 1, 1', 3, 3'.

2. Визначте, які з точок належать екватору сфери. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) 1 та 2; б) 1 та 3; в) 3 та 4; г) 5 та 6.

3. Визначте, які з точок належать головному меридіану сфери. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) 2; б) 3; в) 4; г) 1 та 1'.

4. Визначте, яка з точок належать горлу сфери. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) 1 та 2; б) 1 та 3; в) 3 та 4; г) 5 та 6.

8 ПЕРЕРІЗ ПОВЕРХНІ ПЛОЩИНОЮ

8.1 Деякі теоретичні відомості лекції

8.1.1 Січна площина займає окреме положення (рис. 33, 34).

Для многогранних поверхонь (рис. 33, а – в) визначаємо точки перетину з відповідними ребрами – 1, 2, 3.

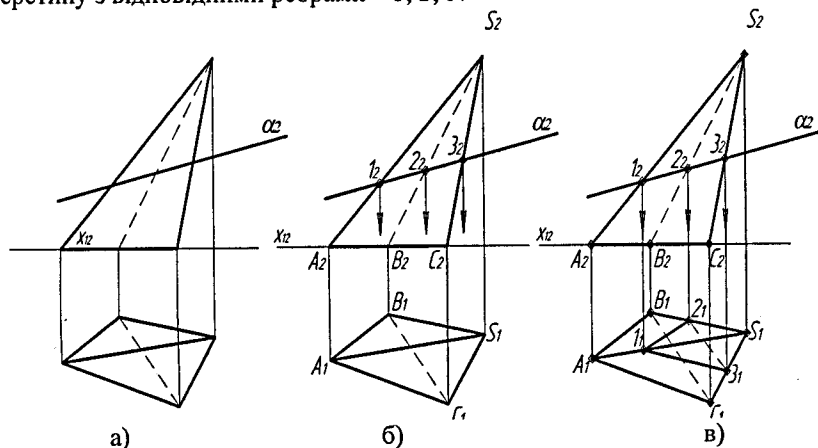


Рисунок 33 – Переріз многогранної поверхні січною площиною

Для поверхонь обертання (рис. 34, а – в) за допомогою паралелей визначаємо сукупність точок – 2 – 4.

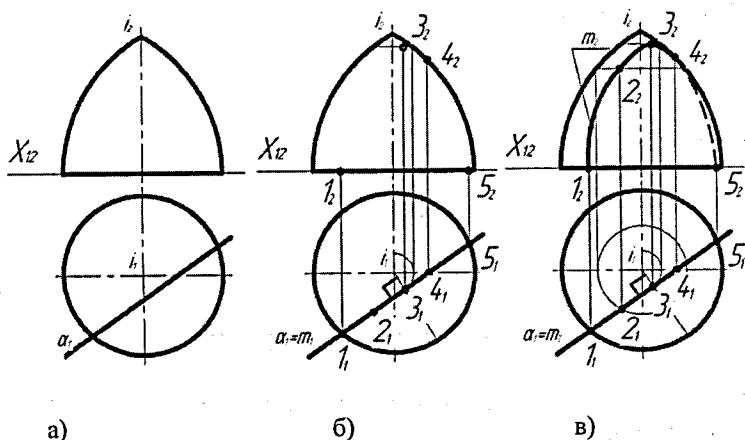


Рисунок 34 – Переріз поверхні обертання січною площиною

8.1.2 Січна площина займає загальне положення (рис. 35)

В цьому випадку застосовують методи перетворень, заміну площин проєкцій, а саме, площину загального положення $\theta (a \cap b)$ переводять у проєкціовальну.

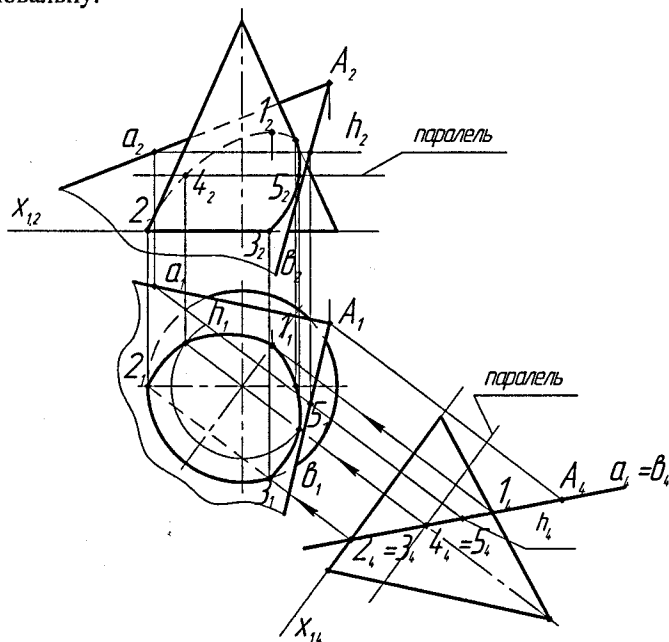


Рисунок 35 – Переріз поверхні січною площиною загального положення

8.2 Контрольні запитання

1. Яке положення може займати січна площина при перерізі з поверхнею?
2. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі конуса січною площиною?
3. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі циліндра січною площиною?
4. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі сфери січною площиною?
5. Яке положення повинна займати січна площина або поверхня, щоб стверджувати, що одна із проєкцій лінії перерізу поверхні з площиною уже відома?
6. В яких випадках для побудови лінії перерізу площини з поверхнею застосовують методи перетворень ?

8.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Дайте назви лініям перерізу на конусі, що показані на рисунках (рис. 36, а – д).

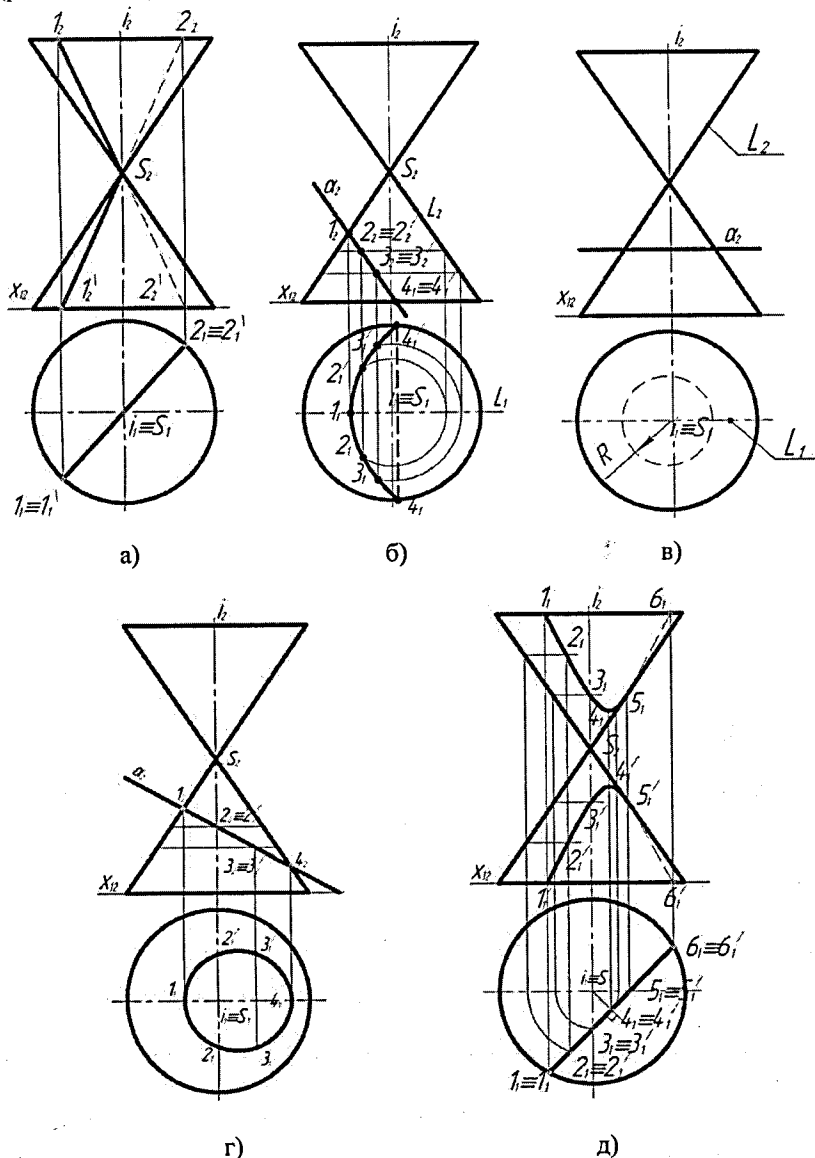
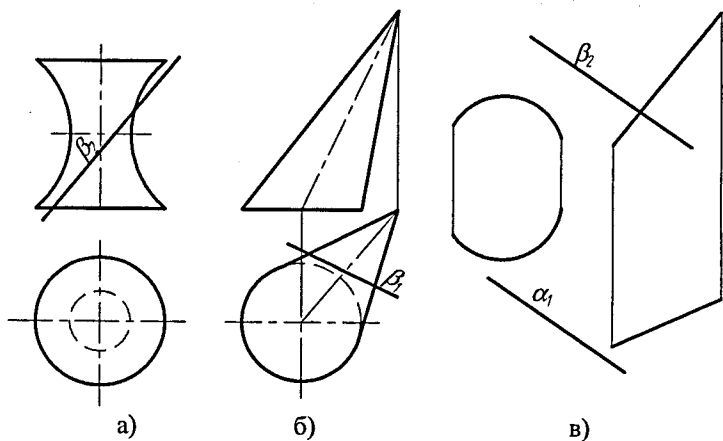
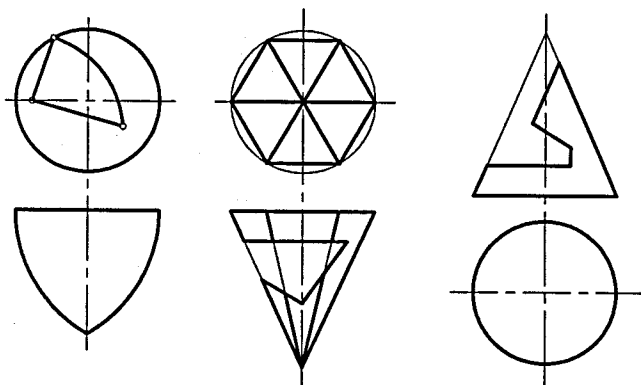


Рисунок 36 – Конічні перерізи

Задача 2. Побудуйте проекцію лінії перерізу поверхні січною площиною β .



Задача 3. Побудуйте проекції вирізів на поверхнях.



Тестові запитання

- Для якої із поверхонь один із перерізів містить просторову криву?
Виберіть правильний варіант відповіді:
а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; г) для конуса.
- Для якої із поверхонь перерізи містять сукупність багатокутників?
Виберіть правильний варіант відповіді:
а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; г) для конуса.
- Для якої із поверхонь перерізи містять сукупність закономірних кривих?
Виберіть правильний варіант відповіді:
а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; г) для конуса.

Задача 4. Побудуйте проекції ліній взаємного перетину поверхонь (рис. 37, а – и) січною площиною загального положення.

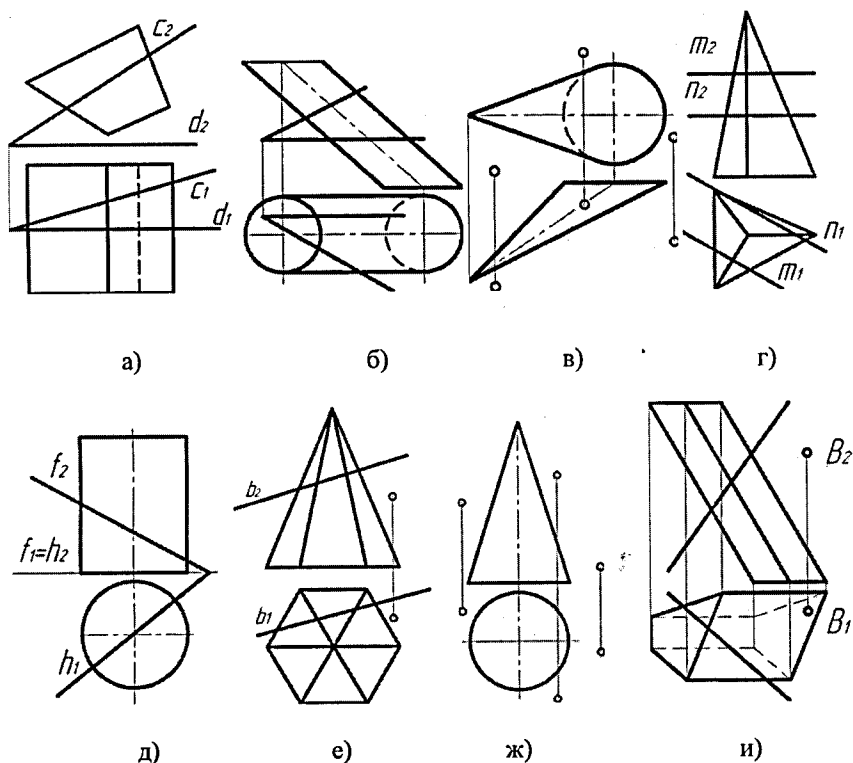


Рисунок 37 – Переріз поверхні січною площиною загального положення

Тестові питання

1. Для яких поверхонь (рис. 37, а – и) в перерізі утворюється ламана лінія?
Виберіть правильний варіант відповіді:

- а) рис. 37, а, д, е, и; б) рис. 37, а, г, е, и;
в) рис. 37, а, в, е, и; в) рис. 37, а, г, е, и;.

2. Для яких поверхонь (рис. 37, а – и) в перерізі утворюється крива лінія?
Виберіть правильний варіант відповіді:

- а) рис. 37, а, б, в, ж; б) рис. 37, б, в, е, ж;
в) рис. 37, б, в, д, ж; в) рис. 37, а, г, е, и.

9 ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ПРЯМОЮ ЛІНІЄЮ

9.1 Деякі теоретичні відомості лекції

9.1.1 Окремі випадки перетину

1. Проекційвальна пряма l перетинає поверхню (рис. 38, а, б).

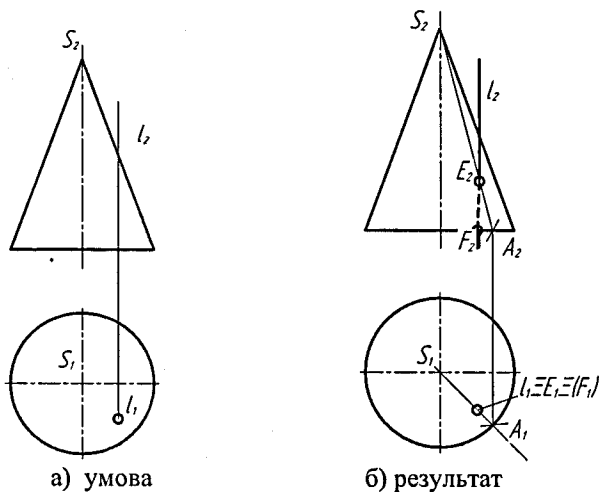


Рисунок 38 – Перетин конуса обертання проекційвальною прямою l

2. Бічна поверхня займає проекційвальне положення (рис. 39, а, б).

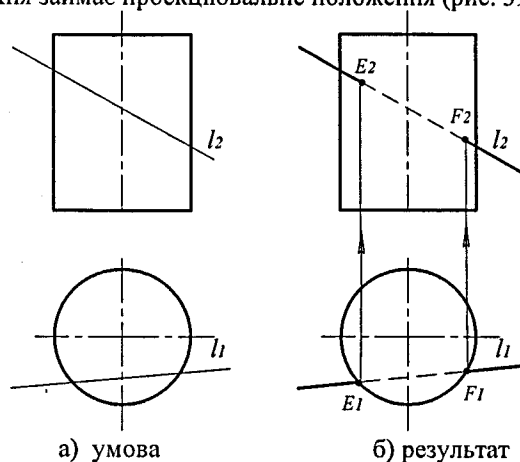


Рисунок 39 – Бічна поверхня при перетині з прямою займає проекційвальне положення

9.1.2 Загальні випадки перетину

1. Пряма загального положення / перетинає призму (рис. 40, а – б).

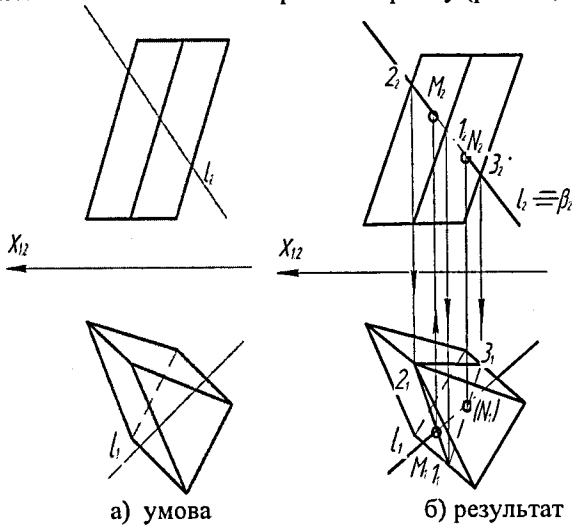


Рисунок 40 – Загальний випадок перетину прямої з гранною поверхнею

2. Пряма загального положення / перетинає закритий тор (рис. 41, а, б).

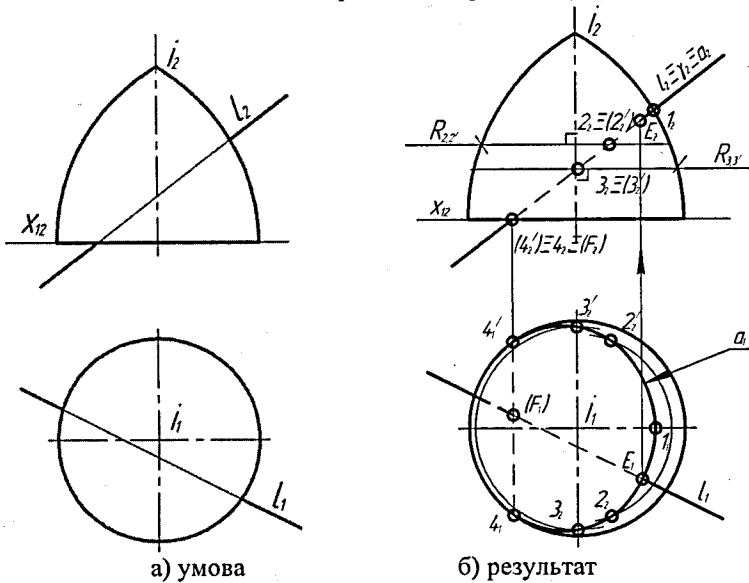


Рисунок 41 – Загальний випадок перетину прямої з поверхнею обертання

9.2 Контрольні запитання

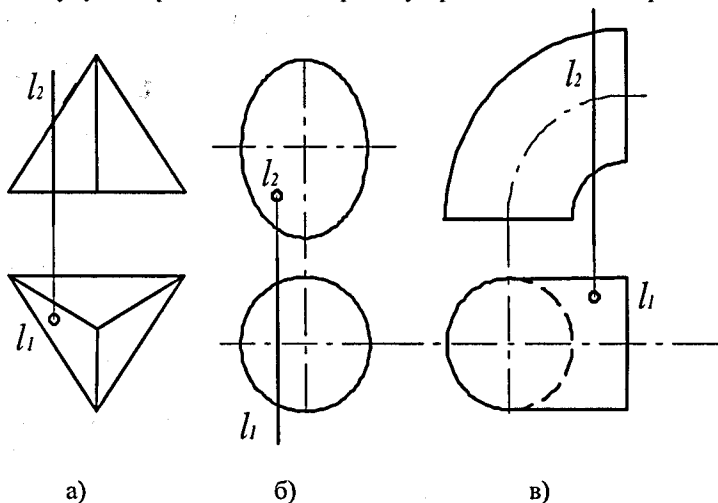
1. В чому полягає доцільність розташування допоміжної січної площини відносно заданої поверхні при побудові точок перетину прямої з поверхнею?
2. Сутність загального алгоритму побудови точок перетину прямої лінії з криволінійною поверхнею.
3. Скільки точок перетину і для яких конкретно поверхонь можна отримати при перетині прямої лінії з криволінійною поверхнею?

9.3 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Побудуйте проекції точок перетину проєкціювальної прямої з поверхнями обертання окремого вигляду:

- конус обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_2 ;
- еліпсоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_1 ;
- параболоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_1 ;
- однополосний гіперболоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_2 .

Задача 2. Побудуйте проекції точок перетину проєкціювальною прямою.



Тестові запитання

1. На якій із площин проєкцій для горизонтально-проєкціювальної прямої проєкція точки перетину прямої l з поверхнею уже відома? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) на Π_1 та Π_2 ; б) на Π_2 ; в) на Π_3 ; в) на Π_1 .

2. На якій із площин проєкцій для фронтально-проєкціовальної прямої проєкція точки перетину прямої l з поверхнею уже відома? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) на Π_1 та Π_2 ; б) на Π_2 ; в) на Π_3 ; г) на Π_1 .

Задача 3. Побудуйте проєкції точок перетину прямої (рис. 42, а – в) з поверхнями.

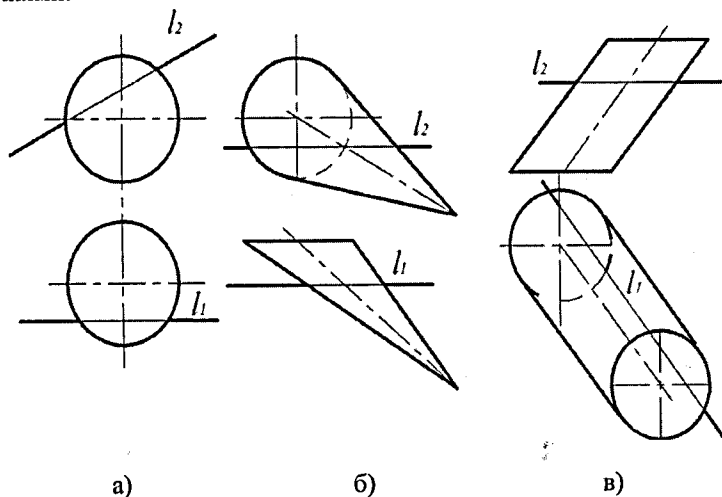


Рисунок 42 – Перетин поверхні прямою окремого положення

Тестові запитання

1. Яку назву матиме лінія перерізу (рис. 42, а), якщо через горизонтальну проєкцію прямої l (l_1) провести допоміжну січну площину? *Виберіть правильний варіант відповіді.*

а) еліпс; б) трикутник; в) овал; г) коло.

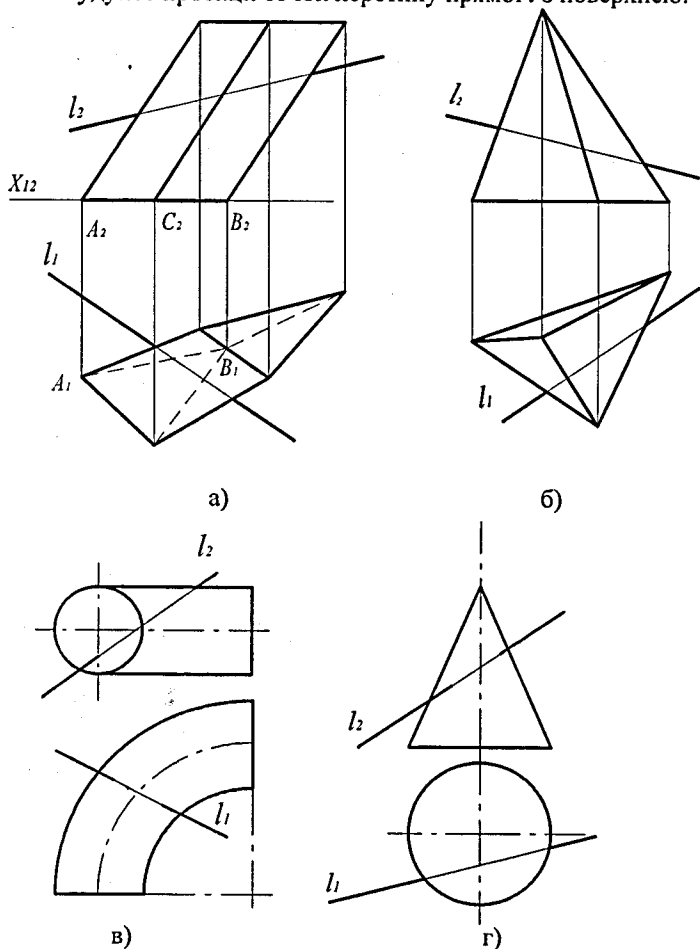
2. Яку назву матиме лінія перерізу (рис. 42, б), якщо через горизонтальну проєкцію прямої l (l_1) провести допоміжну січну площину? *Виберіть правильний варіант відповіді.*

а) еліпс; б) трикутник; в) парабола; г) коло.

3. Яку назву матиме лінія перерізу (рис. 42, в), якщо через горизонтальну проєкцію прямої l (l_1) провести допоміжну січну площину? *Виберіть правильний варіант відповіді.*

а) еліпс; б) трикутник; в) прямокутник; г) коло.

Задача 4. Побудуйте проекції точок перетину прямої l з поверхнею.



Тестові завдання.

Тест 1. Проаналізуйте графічні умови задач та дайте відповіді на такі запитання.

1. На якому рисунку (рис. 43, а – г) пряма перетинає півсферу? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 43, а, б; б) рис. 43, а, в; в) рис. 43, б, в; г) рис. 43, а, г.

2. На якому рисунку (рис. 43, а – в) пряма належить основі півсфери? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 43, а, б; б) рис. 43, а, в; в) рис. 43, б, в; г) рис. 43, а, г.

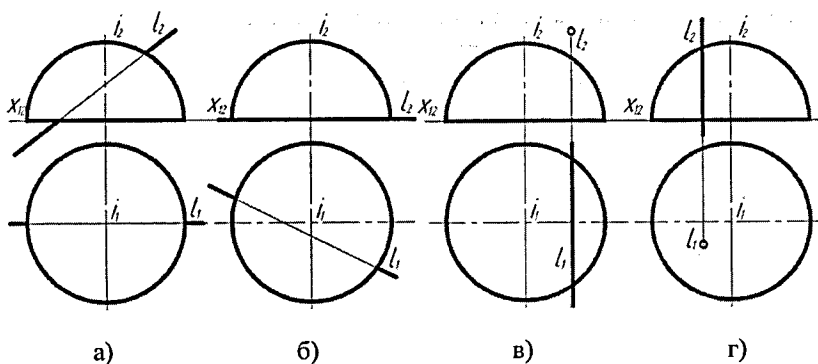


Рисунок 43 – Перетин прямої з півсферою

Тест 2. Проаналізуйте графічні умови задач (рис. 44, а – г) та дайте відповіді на такі запитання.

1. На якому рисунку (рис. 44, а – г) дві точки спільного перетину прямої з призмою на Π_2 видимі? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 44, а, б; б) рис. 44, а, в; в) рис. 44, б, в; г) рис. 44, а, г.

2. На якому з рисунків (рис. 44, а – г) дві точки спільного перетину прямої з призмою на Π_1 невидимі? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 44, а, б; б) рис. 44, а, в; в) рис. 44, б, в; г) рис. 44, а, г.

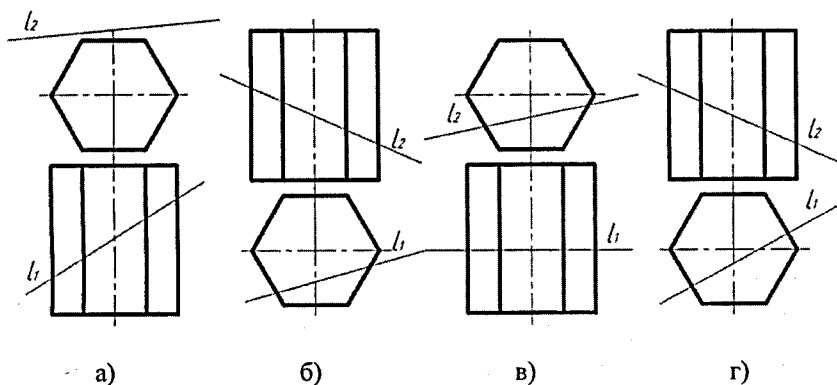


Рисунок 44 – Перетин прямої з призмою

10 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

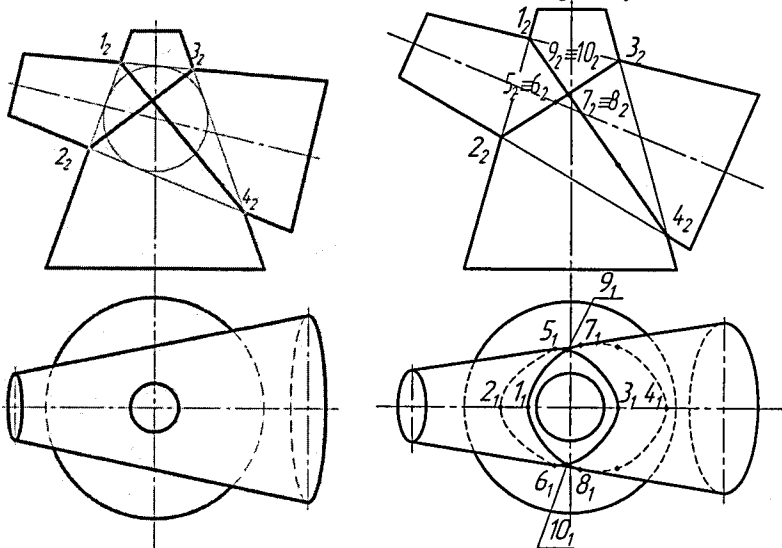
10.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Лінія перетину являє собою геометричне місце точок, які мають подвійну належність. Лінію перетину поверхонь, як і лінію перетину поверхні площиною, будують за сукупністю точок.

Нижче демонструються приклади розв'язання задач перетину двох поверхонь (рис. 45 – 48).

Окремі випадки перетину поверхонь

1. Поверхні обертання (рис. 45, а, б), які описані навколо спільної для них сфери (теорема Монжа). Лінією взаємного перетину є два еліпси.



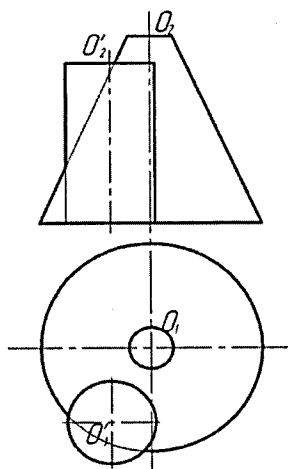
а) вписування спільної сфери

б) результат

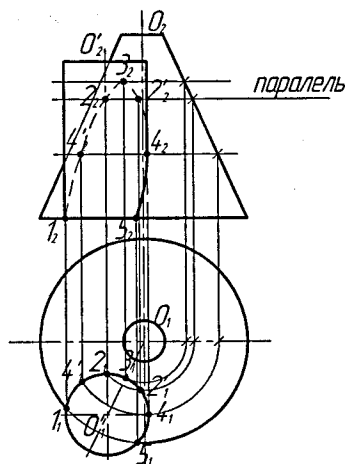
Рисунок 45 – Лінія взаємного перетину двох поверхонь із застосуванням теореми Монжа

2. Одна із поверхонь займає проєкціовальне положення (рис. 46, а, б).

Вихідна проєкція шуканої лінії перетину збігається з виродженою проєкцією проєкціовальної поверхні. Друга проєкція лінії взаємного перетину визначається за її належністю до поверхні загального положення.



а) умова

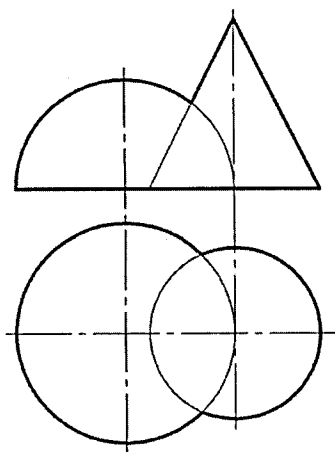


б) результат

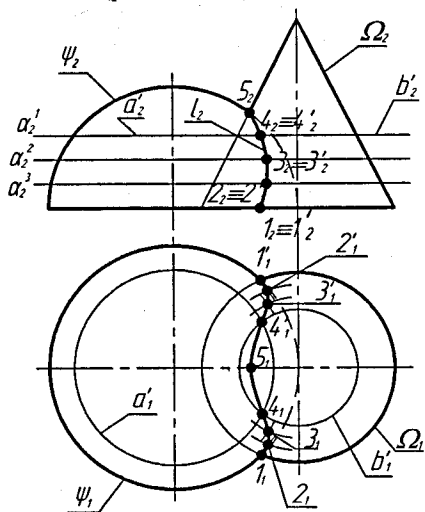
Рисунок 46 – Бічна поверхня циліндра займає проекційвальне положення

Загальні випадки перетину поверхонь

1. Площини-посередники $\alpha^1-\alpha^3$ вибирають такі, які перетинають задані поверхні по найпростіших за формою лініях (рис. 47, а, б).



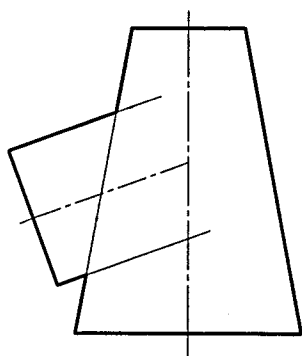
а) умова



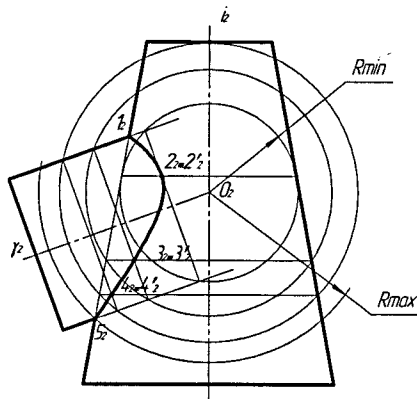
б) результат

Рисунок 47 – Метод січних площин

2. На перетині прямолінійних осей обертання i, γ знаходять спільний центр O , який надалі використовується для проведення концентричних сфер (рис. 48, а, б).



а) умова



б) результат

Рисунок 48 – Метод січних концентричних сфер

10. 2 Контрольні запитання

1. Які поверхні називають співвісними?
2. Наведіть приклади застосування на практиці співвісних поверхонь.
3. Сутність методу січних площин. В яких випадках застосовують метод січних площин?
4. Сутність методу січних сфер. В яких випадках застосовують цей метод?
5. Умови застосування методу січних сфер.
6. В яких випадках застосовують метод ексцентричних сфер?
7. Як визначають центри для проведення ексцентричних сфер?
8. Дайте формулювання теореми Монжа.
9. По яких кривих перетинаються поверхні другого порядку, якщо застосовується теорема Монжа? Наведіть приклади.
10. Які положення повинні займати бічні криволінійні та многогранні поверхні, щоб для розв'язання задач можна застосовувати алгоритм окремих випадків перетину?

10. 3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи

Задача 1. Побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь (рис. 49, а – г).

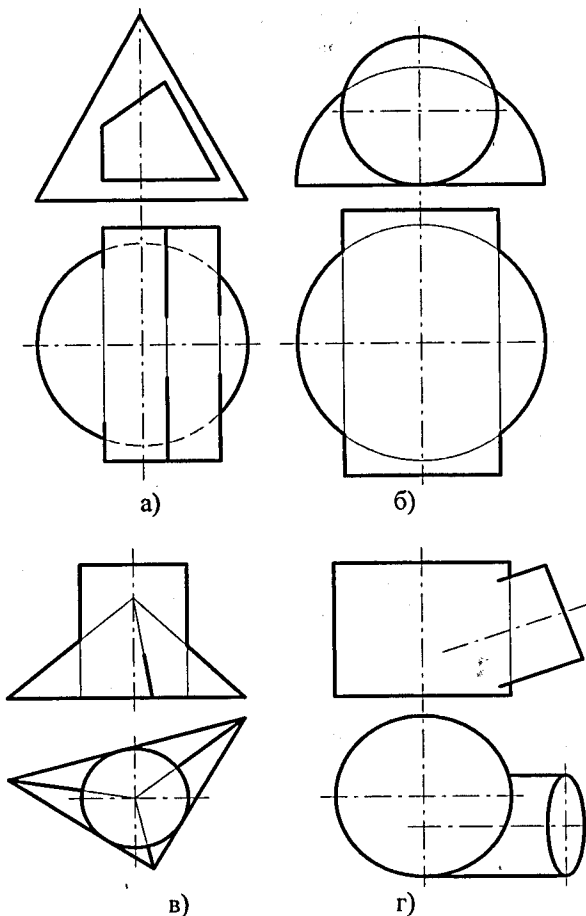


Рисунок 49 – Умови задач до окремих випадків перетину поверхонь

Тестові питання

1. До якої з площин проєкцій бічна поверхня призми (рис. 49, а) займає проєкціовальне положення? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) до Π_1 ; б) до Π_2 ; в) до Π_3 ; г) до Π_1 та Π_2 .

2. Визначте варіанти графічних умов задач (рис. 49, а – г), для яких одна із проєкцій лінії взаємного перетину вже відома на Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 49, а, г; б) рис. 49, в, г; в) рис. 49, а, б; г) рис. 49, б, в.

3. За допомогою яких ліній можна побудувати відсутні горизонтальні проєкції лінії взаємного перетину двох поверхонь для випадків, що показані на рис. 49 (а, б)? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) твірних ; б) паралелей; в) горизонталей; г) фронталей.

4. За допомогою яких ліній можна побудувати відсутню фронтальну проєкцію лінії взаємного перетину двох поверхонь для випадку, що показаний на рис. 49, в? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) твірних ; б) паралелей; в) допоміжних прямих;
г) прямих, що належать бічним граням піраміди.

Задача 2. Застосовуючи метод січних сфер-посередників, побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь (рис. 50, а – г).

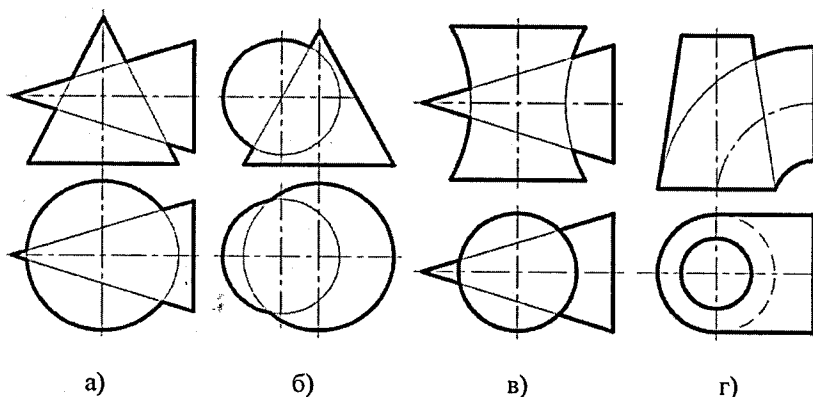


Рисунок 50 – Умови задач до окремих випадків перетину поверхонь

Тестові запитання

1. Для яких із поверхонь (рис. 50, а – г) слід застосувати метод концентричних сфер? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 50, а, г; б) рис. 50, в, г; в) рис. 50, а, в; г) рис. 50, б, в.

2. Для яких із поверхонь (рис. 50, а – г) слід застосувати метод ексцентричних сфер? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 50, а, г; б) рис. 50, в, г; в) рис. 50, а, б; г) рис. 50, б, г.

3. Для яких із поверхонь (рис. 50, а – г) можна застосувати метод січних площин? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 50, а; б) рис. 50, в; в) рис. 50, г; г) рис. 50, б.

Тест 1

1. Які із точок лінії взаємного перетину (рис. 51) знаходяться на обрисових твірних циліндра? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) точки 2, 3; б) точки 8, 9; в) точки 4, 5; г) точки 1, 10.

2. Яка частина лінії взаємного перетину видима на Π_1 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) точки 2, 3; б) точки 8, 9; в) точки 4, 5; г) точки 1, 10.

Тест 2

1. Які із точок лінії взаємного перетину (рис. 52) знаходяться на обрисових твірних конуса? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) точки 1, 7; б) точки 1, 4, 7; в) точки 2, 6; г) точки 3, 5, 9.

2. Які із точок лінії взаємного перетину є найвищими на Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) точки 1, 4, 7; б) точки 3, 5, 9; в) точки 2, 6; г) точки 6, 2, 9.

3. Яка частина лінії взаємного перетину видима на Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) точки 2 – 6; б) точки 1 – 4; в) точки 4 – 7; г) точки 7, 9, 1.

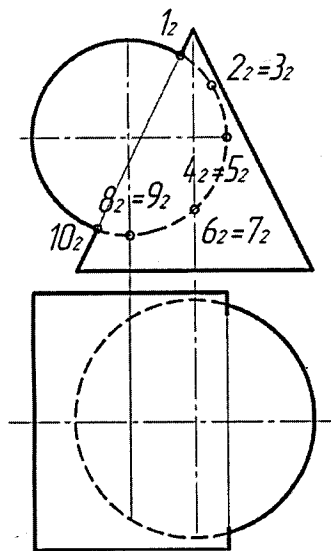


Рисунок 51 – До тесту 1

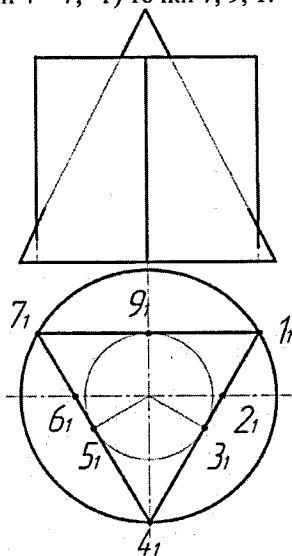
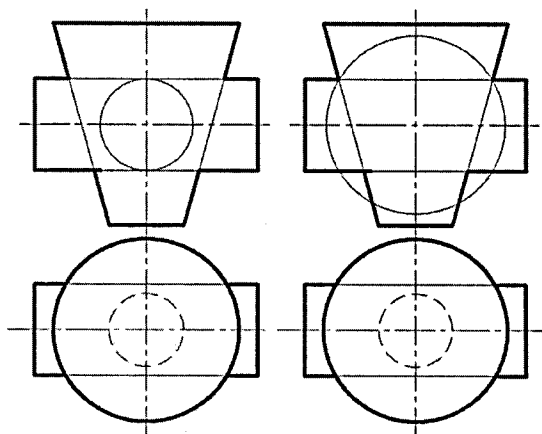


Рисунок 52 – До тесту 2

Тест 3

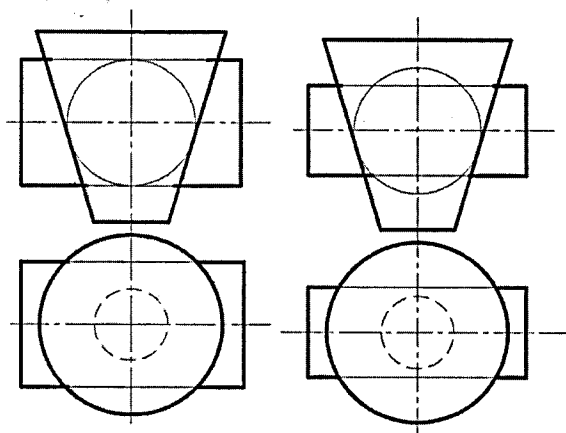
1. Для якої із показаних умов задачі (рис. 53, а – г) слід застосувати теорему Монжа? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 53, а, г; б) рис. 53, в, г; в) рис. 53, а, в; г) рис. 53, б, в.



а)

б)



в)

г)

Рисунок 53 – Підбір умови задачі для побудови лінії взаємного перетину двох поверхонь

11 МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕНЬ

11.1 Деякі теоретичні відомості лекції

Спосіб заміни площин проєкції. Прямий EF надаються окремі положення та визначені кути нахилу цієї прямої до площин проєкцій Π_1 та Π_2 (рис. 54).

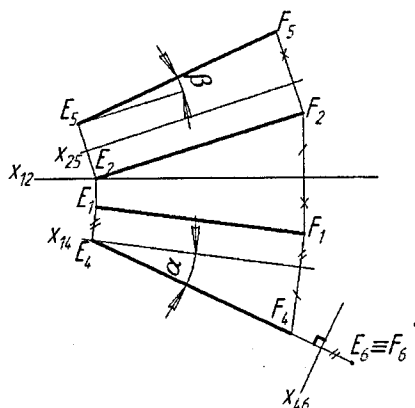


Рисунок 54 – Основні положення прямої EF

Площині трикутника ABC загального положення (рис. 55) надаються окремі положення.

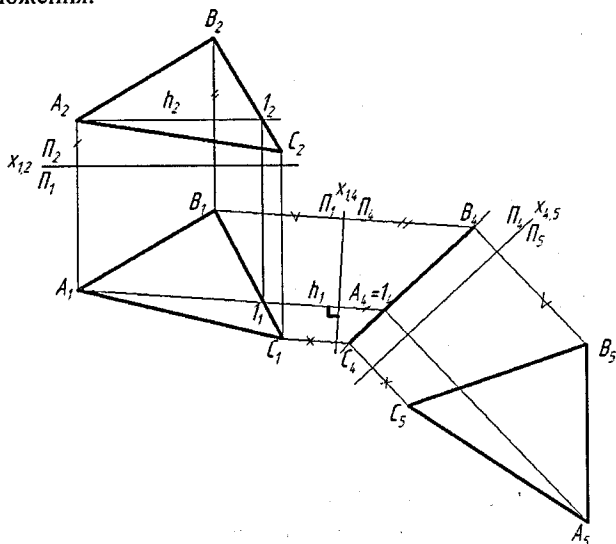


Рисунок 55 – Епюр побудови натуральної величини $\triangle ABC$

Спосіб плоско-паралельного переміщення. Прямій AB надаються окремі положення та визначаються кути нахилу цієї прямої до площин проєкції Π_1 та Π_2 (рис. 56).

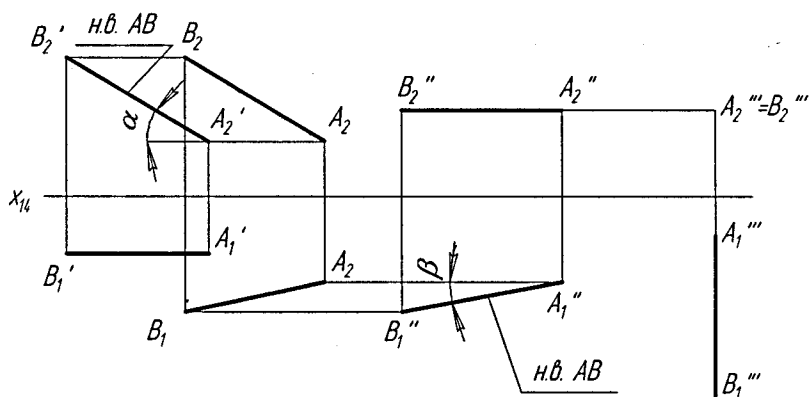


Рисунок 56 – Основні положення прямої AB

Площині $\triangle ABC$ надаються окремі положення (рівня та проєкціовальне) (рис. 57). За допомогою фронталі на першому етапі перетворень надамо площині горизонтально-проєкціовальне положення, на другому – положення рівня (фронтальної площини).

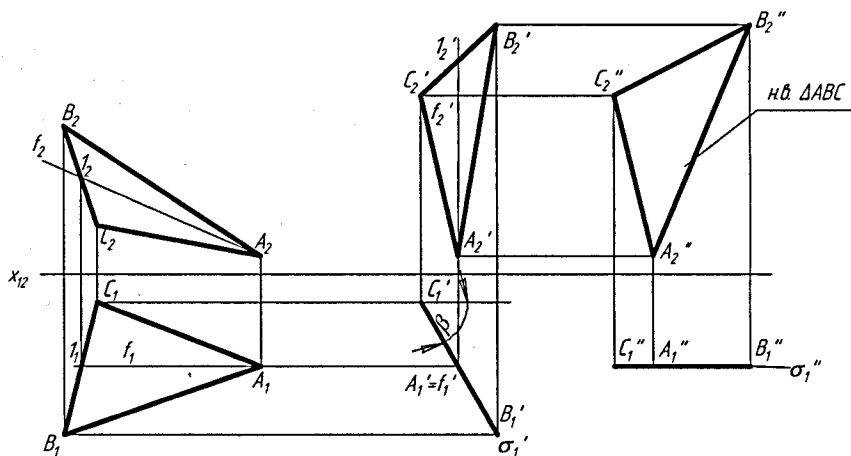


Рисунок 57 – Надання площині $\triangle ABC$ проєкціовального положення та положення рівня

Спосіб обертання навколо проєкційовальної осі (рис. 58).

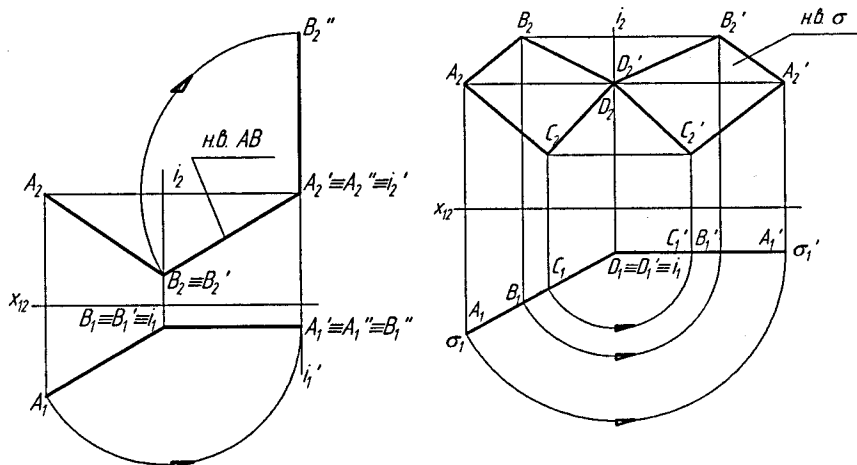


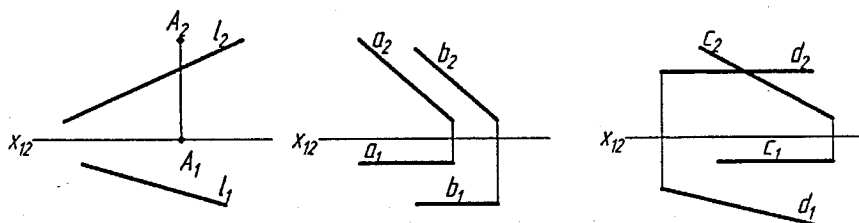
Рисунок 58 – Перетворення прямої та площини способом обертання

11.2 Контрольні запитання

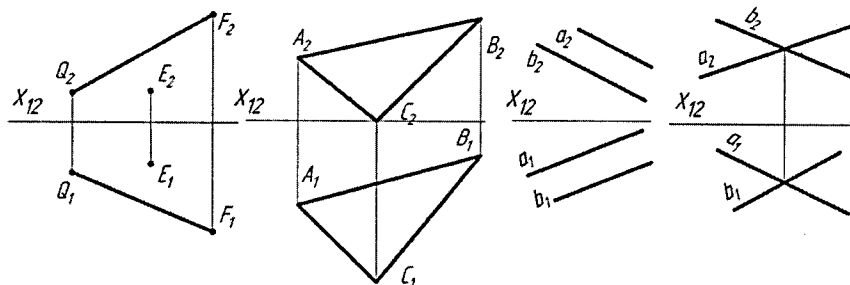
1. Сутність методів заміни площин проєкцій та плоскопаралельного переміщення.
2. Сутність методу обертання навколо проєкційовальної осі.
3. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб прямій загального положення надати проєкційовальне положення (положення рівня)?
4. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб площині загального положення надати проєкційовальне положення (положення рівня)?

11.3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи

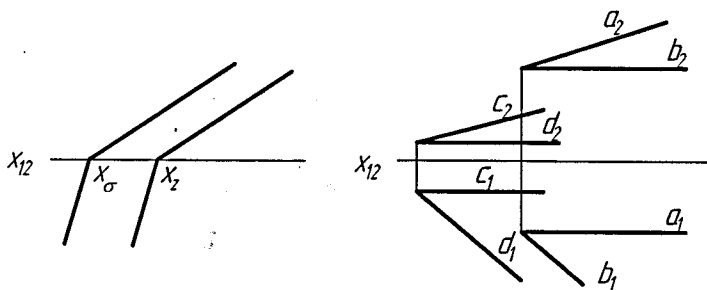
Задача 1. Побудуйте проєкції відстані між геометричними елементами.



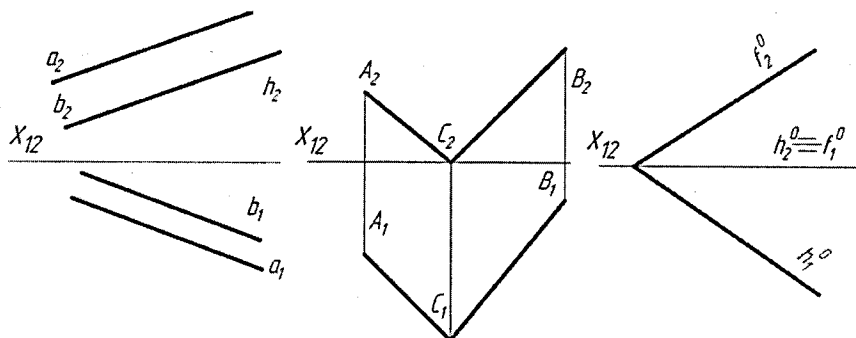
Задача 2. Введіть довільно точку D та визначте натуральну величину проекції відстані від точки до заданої площини.



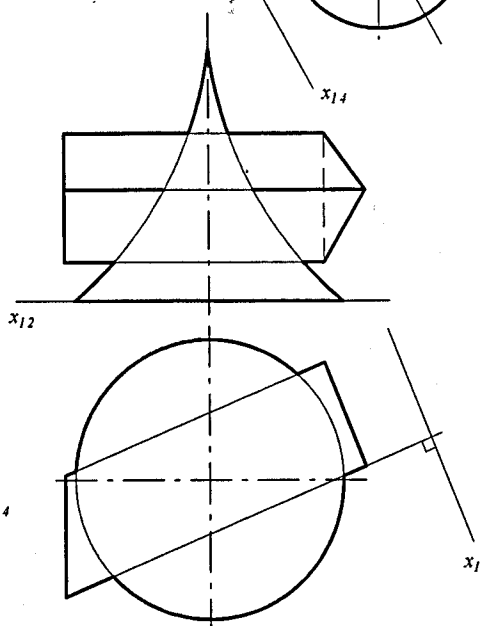
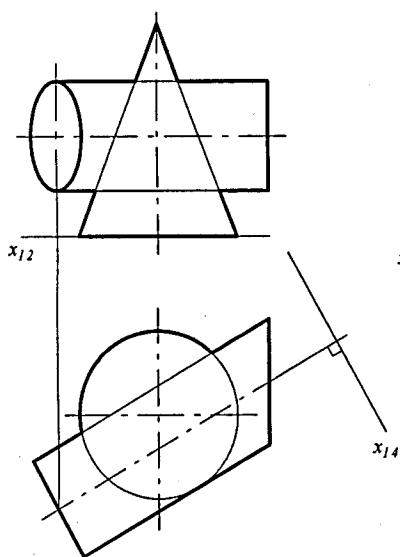
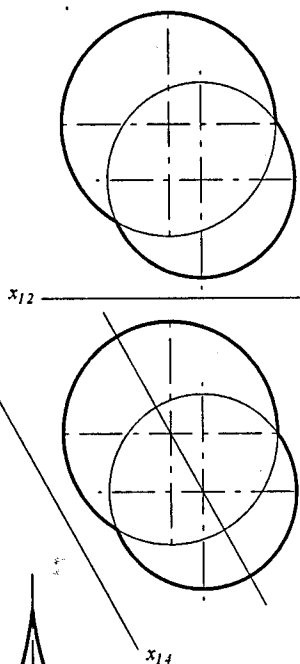
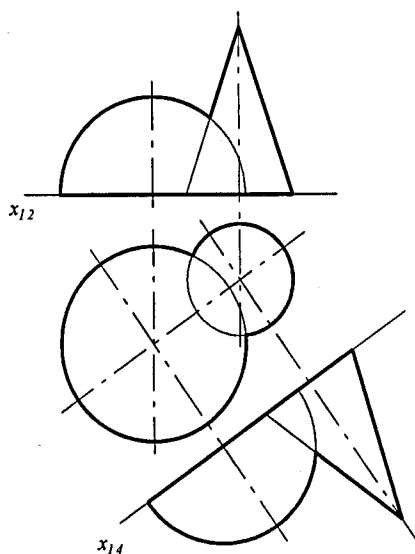
Задача 3. Побудуйте проекції відстані між двома паралельними площинами.



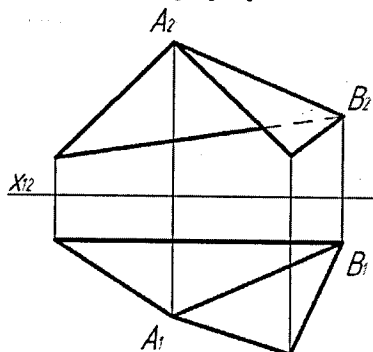
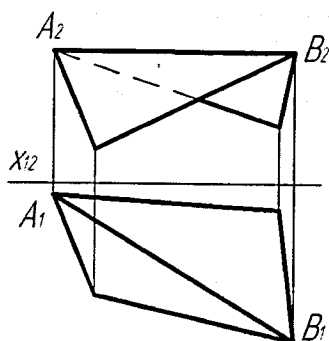
Задача 4. Застосуйте один із методів перетворень, побудуйте проекції проекційовальних площин та визначте кути нахилу до площин проекцій Π_1 та Π_2 .



Задача 5. Побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь із застосуванням методів перетворень.

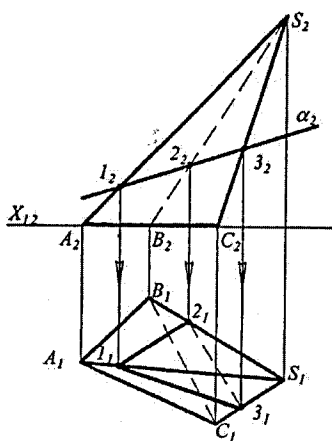


Задача 6. Визначте натуральну величину лінійного кута при ребрі AB .

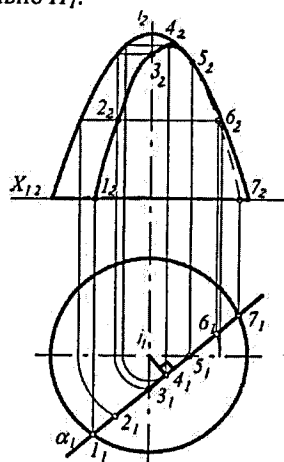


Тест 1. Як слід ввести нову площину проекцій, щоб визначити натуральну величину фігури перерізу січною площиною, що перерізає тригранну піраміду (рис. 59, а)? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) перпендикулярно до α_2 ; б) паралельно α_2 ;
в) паралельно Π_2 ; г) паралельно Π_1 .



а)



б)

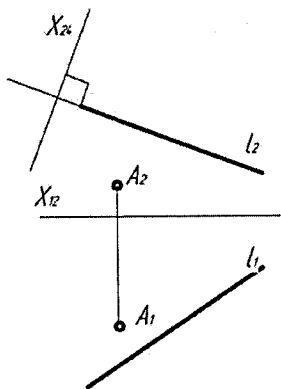
Рисунок 59 – Переріз поверхні площиною

Тест 2. Як слід ввести нову площину проекцій, щоб визначити натуральну величину фігури перерізу січною площиною, що перерізає поверхню обертання (рис. 55, б)? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

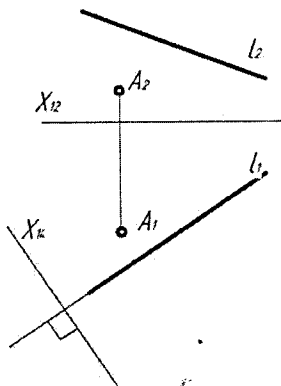
- а) перпендикулярно до α_2 ; б) паралельно α_2 ;
в) паралельно Π_2 ; г) паралельно Π_1 .

Тест 3. Вкажіть номер рисунка, на якому започаткована правильна побудова визначення натуральної величини відстані (рис. 60, а– г) відстані від точки А до прямої l . Виберіть правильний варіант відповіді:

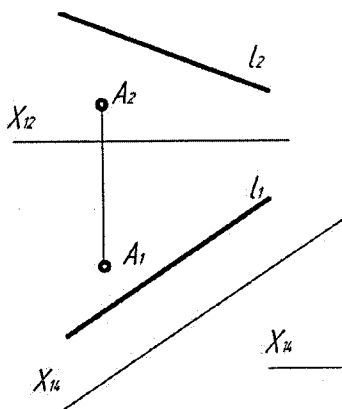
а) рис. 60, а, г; б) рис. 60, в, г; в) рис. 60, а, в; г) рис. 60, б, в.



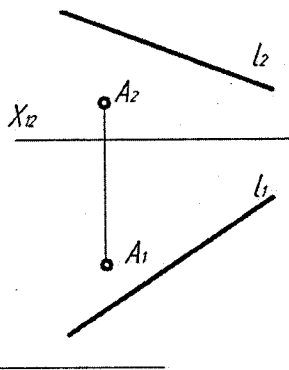
а)



б)



в)



г)

Рисунок 60 – Визначення натуральної величини відстані від т. А до прямої l

Тест 4. Проаналізуйте умови задач (рис. 61, а – е) та вкажіть номер рисунка, для якого натуральну величину відстані знаходять із застосуванням одного перетворення. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 61, а, е; б) рис. 61, б, в, д; в) рис. 61, в, д; г) рис. 61, б, а, е.

Тест 5. Проаналізуйте умови задач (рис. 61, а – е) та вкажіть номер рисунка, для якого натуральну величину відстані знаходять із застосуванням двох перетворень. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 61, а – в; б) рис. 61, в – д; в) рис. 61, г – е; г) рис. 61, б – д.

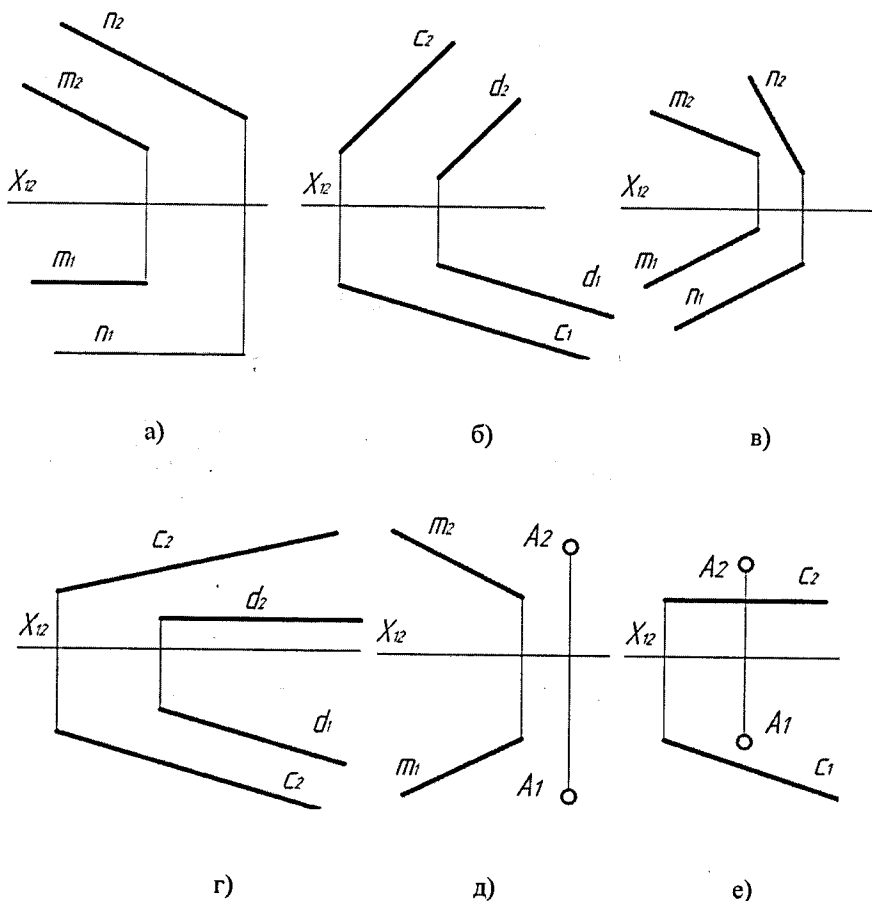


Рисунок 61 – Визначення натуральних величин відстаней

Тест 6. Вкажіть номер рисунка, на якому започаткована правильна побудова перетворення площини загального положення (рис. 62, а – г) у проєкційвальну. *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 62, а; б) рис. 62, г; в) рис. 62, в; г) рис. 62, б.

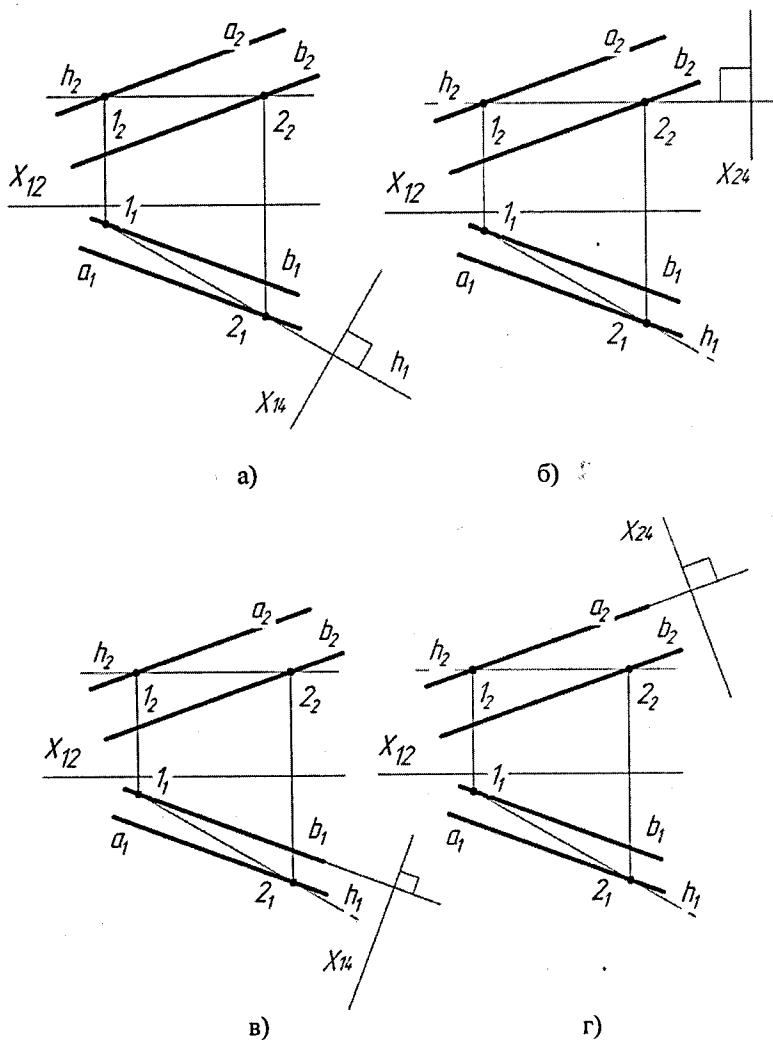


Рисунок 62 – Перетворення площини загального положення у проєкційвальну

12 РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ

12.1 Деякі теоретичні відомості

Точні розгортки – це ті, які базуються на точних побудовах, і можуть бути підтверджені математично.

Спосіб розгортання. Використовується для побудов розгорток циліндра та конуса обертання (рис. 63, а, б) та прямих призм.

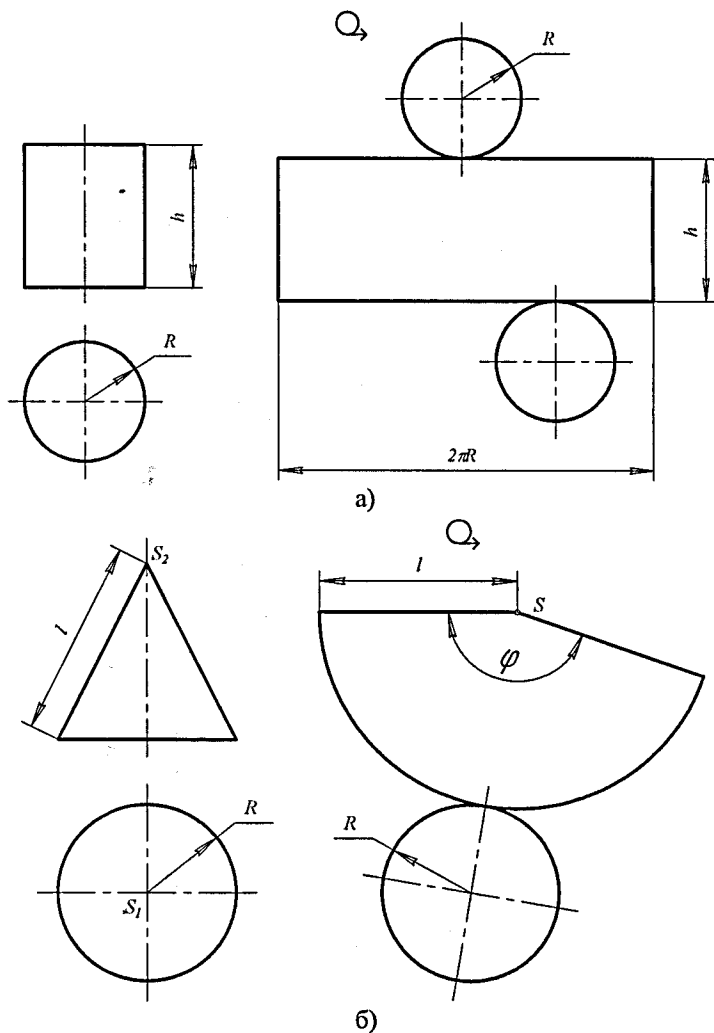


Рисунок 63 – Точні розгортки

Розгортки з використанням методів перетворень. До них відносять розгортки пірамід та похилих призм (рис. 64, 65).

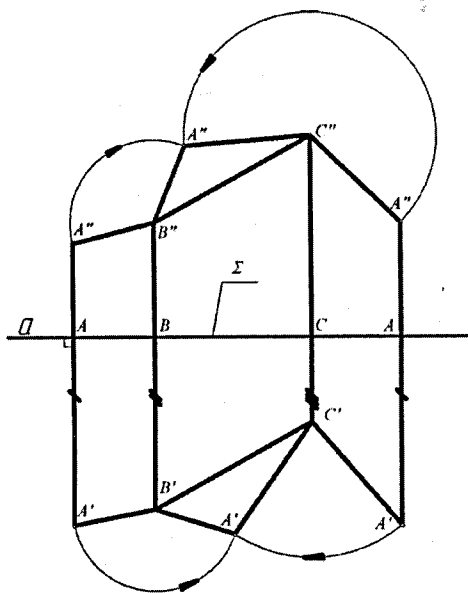
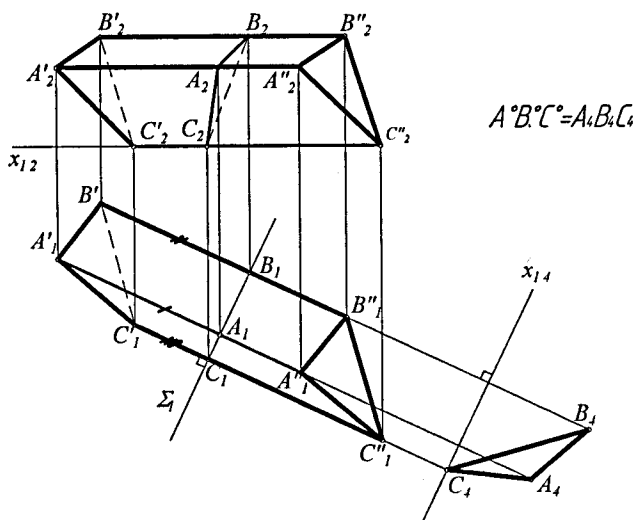


Рисунок 64 – Розгортка призми з використанням методу нормального перерізу

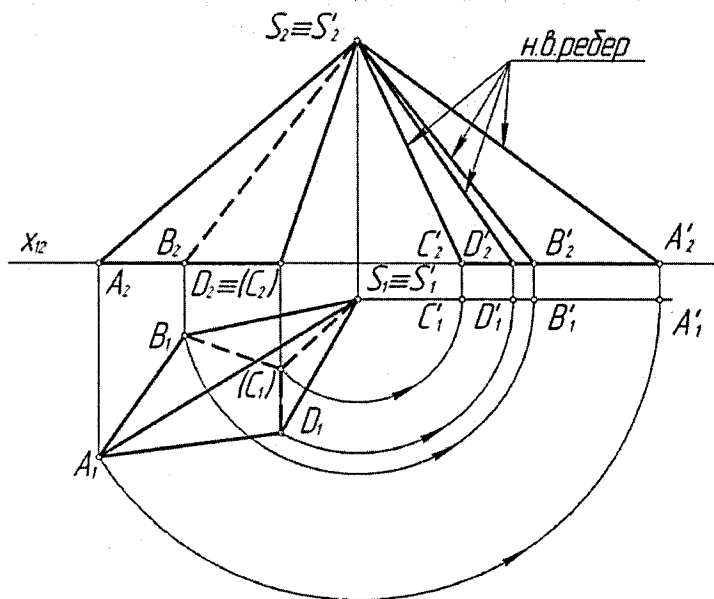


Рисунок 65 – Розгортка призми з використанням методу обертання навколо проєкційовальної осі

Наближені розгортки (рис. 66, 67, а) для циліндричних та конічних поверхонь будуються вписуванням правильних плоских фігур (многокутників) в бічну поверхню.

Розгортка циліндра загального положення

Основа циліндра (коло) попередньо поділена на вісім рівних частин. Твірні циліндра паралельні фронтальній площині проєкцій Π_2 . Тому на фронтальній площині проєкцій Π_2 (від проєкцій точок 1_2 до 8_2) будують перпендикуляри, тобто визначають напрям траєкторії розгортання бічної поверхні циліндра (рис. 66).

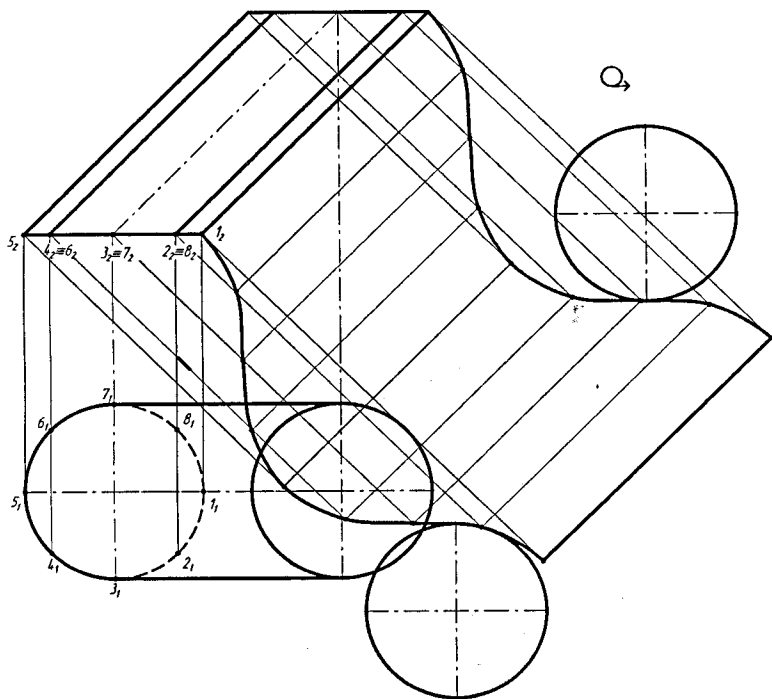
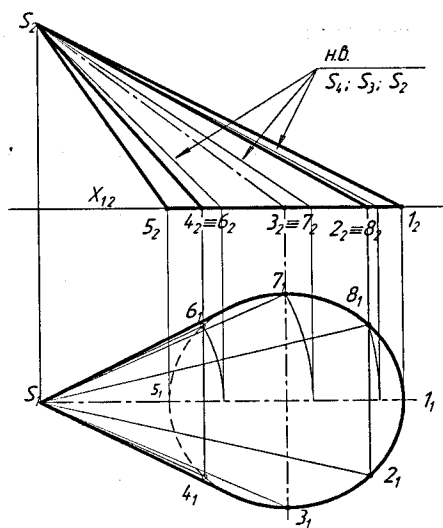


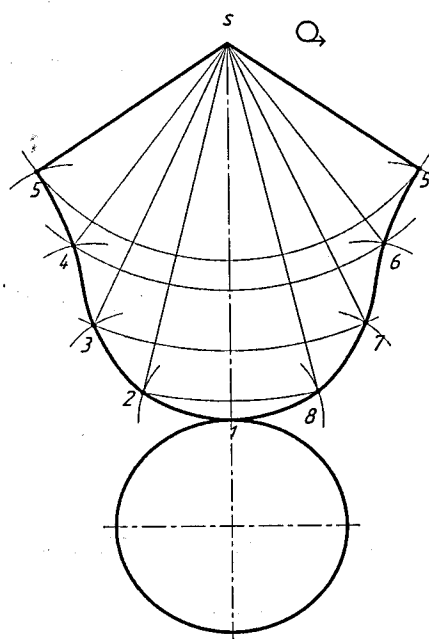
Рисунок 66 – Розгортка циліндричної поверхні

Розгортка конуса загального положення

Основа конуса (коло) попередньо поділена на вісім рівних частин. Натуральні величини твірних конуса (рис. 67, а) отримують обертанням кожної паралельно фронтальній площині проєкцій Π_2 . Далі допомогою засічок будують розгортку конуса загального положення (рис. 67, б).



a)



б)

Рисунок 67 – Побудова розгортки конічної поверхні

12.2 Контрольні запитання

1. Які поверхні називають розгортними?
2. Які з поверхонь відносять до розгортних? Яку твірну мають ці поверхні?
3. Які з лінійчатих поверхонь відносять до нерозгортних?

12.3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи

Задача 1. Побудуйте розгортки для лінійчатих поверхонь (рис. 68, а – д).

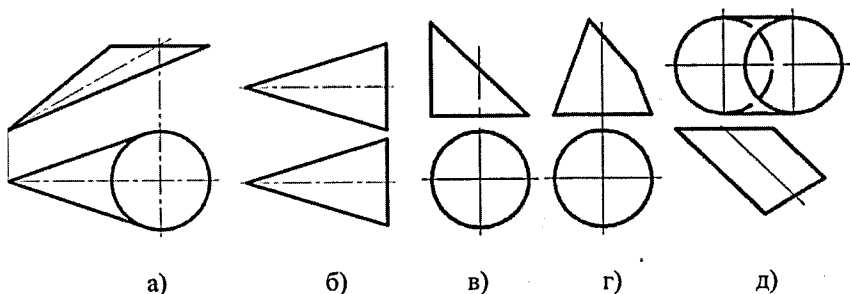


Рисунок 68 – Графічні умови до лінійчатих поверхонь

Тестові запитання

1. Для яких із поверхонь (рис. 68, а – д) будують точну розгортку?
Виберіть правильний варіант відповіді:

а) рис. 68, б – г; б) рис. 68, а – в; в) рис. 68, в – д; г) рис. 68, а, д.

2. Для яких із поверхонь (рис. 68, а – д) будують наближену розгортку?
Виберіть правильний варіант відповіді:

а) рис. 68, б – г; б) рис. 68, а – в; в) рис. 68, в – д; г) рис. 68, а, д.

3. Для якої із поверхонь (рис. 68, а – д) для побудови розгортки слід додатково визначити натуральні величини твірних? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 68, г; б) рис. 68, в; в) рис. 68, б; г) рис. 68, а.

1.5 Для яких із поверхонь (рис. 68, а – д) слід додатково визначити натуральні величини її січених частин? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

а) рис. 68, б – г; б) рис. 68, а – в; в) рис. 68, в – д; г) рис. 68, а, д.

Задача 2. Побудуйте розгортки для гранних поверхонь (рис. 69, а – д).

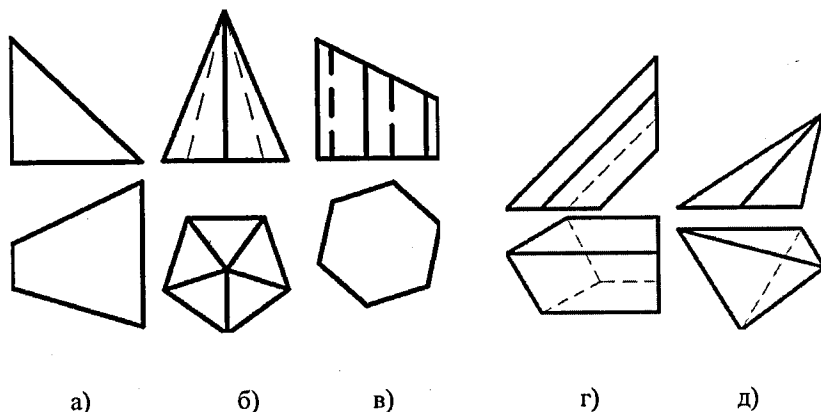


Рисунок 69 – Графічні умови до гранних поверхонь

Тестові запитання

1. У якій із гранних поверхонь (рис. 69, а – д) всі бічні ребра мають натуральну величину? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) рис. 69, а, б, в; б) рис. 69, в – д; в) рис. 69, а, в, г; г) рис. 69, б, г, д.

2. Для яких із поверхонь (рис. 69, а – д) при виконанні розгортки додаткові побудови не здійснюються? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) рис. 69, а, б, в; б) рис. 69, в – д; в) рис. 69, а, в, г; г) рис. 69, б, г, д.

3. Для яких із поверхонь (рис. 69, а – д) при виконанні розгортки слід додатково визначити натуральну величину лише одного ребра? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) рис. 69, а, в; б) рис. 69, в; в) рис. 69, б; г) рис. 69, а.

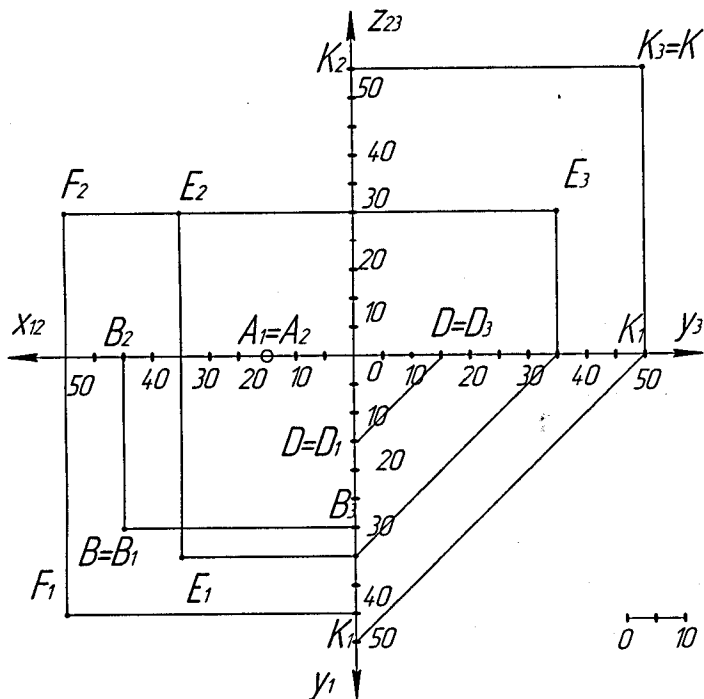
4. Для яких із поверхонь (рис. 69, а – д) при виконанні розгортки слід додатково визначити натуральні величини всіх бічних ребер? *Виберіть правильний варіант відповіді:*

- а) рис. 69, в; б) рис. 69, д; в) рис. 69, б; г) рис. 69, а.

13 КАРТКИ ПРОГРАМОВАНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАЇЬ СТУДЕНТІВ

13.1 Тема «Точка»

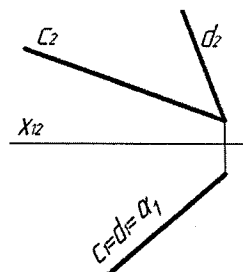
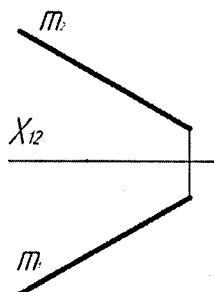
Згідно з показаним рисунком дати відповіді на п'ять поставлених запитань.



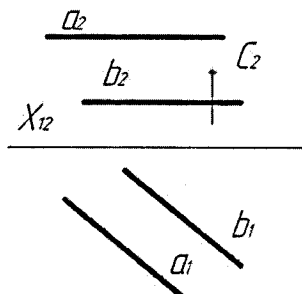
1. Записати координати m . E .
2. Яка із точок знаходиться в *першому октанті* ?
3. Яка із точок знаходиться на *горизонтальній площині проєкцій* ?
4. Яка із точок знаходиться на *осі OY* ?
5. Які із точок рівновіддалені від *горизонтальної площини проєкцій* ?

13.2 Тема «Пряма та площина»

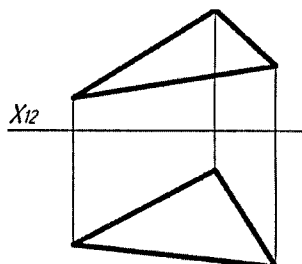
1. Побудувати проєкції прямої AB за координатами $A(30, 15, 0)$ та $B(10, 40, 35)$.
2. Побудувати проєкції фронталі за довжиною 20 мм , під кутом нахилу до Π_1 45° .
3. Побудувати проєкції паралельної прямої.
4. Для показаної площини введіть символічний запис.



5. Побудувати проєкції точки C , що належить площині.

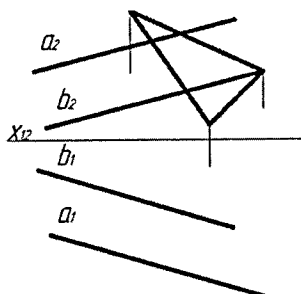


6. Побудувати проєкції горизонталі та фронталі площини.

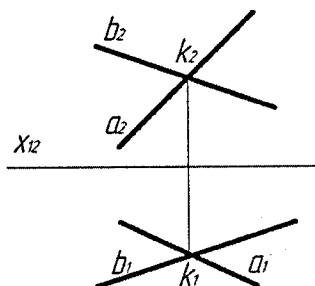


13.3 Картка програмованого контролю за перший модуль

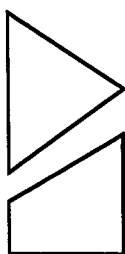
1. Теоретичне запитання до однієї із шести тем.
2. Побудуйте проекції плоскої фігури, що належить заданій площині.



3. Побудуйте пряму (площину), паралельну (перпендикулярну до) заданій (-ої) площині (-и).



4. Позначте проекції вершин многогранника та побудуйте третю проекцію.



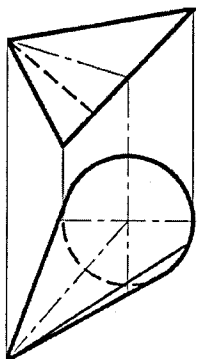
Примітка. Студент повинен знати шість способів задання площин, які запропоновані в другому та третьому запитаннях.

13. 4 Тема «Лінія та точка на поверхні»

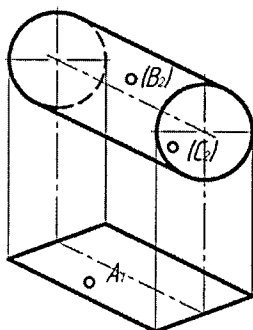
Задача №1. Побудувати відсутні проекції твірних на конічній поверхні та визначити їх видимість.

Задача №2. На поверхні циліндра побудувати відсутні проекції точок та визначити їх видимість.

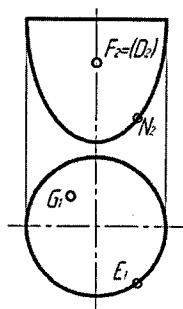
Задача №3. На поверхні тора побудувати відсутні проекції точок та визначити їх видимість.



а) до задачі 1



б) до задачі 2



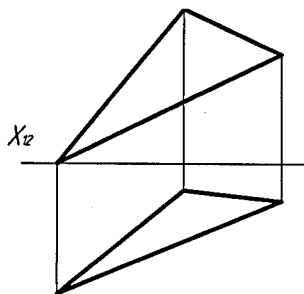
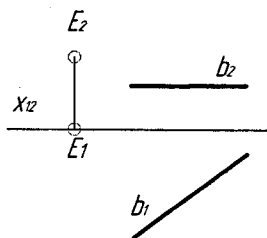
в) до задачі 3

4. Записати умовний визначник поверхні (поверхню вказує викладач).

13. 5 Тема: «Методи перетворень»

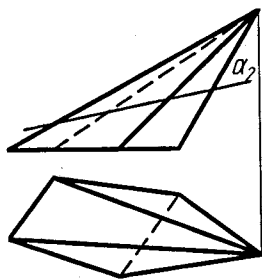
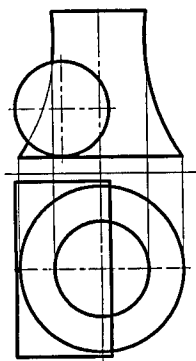
1. Побудувати натуральну величину відстані від точки до прямої

2. Побудувати натуральну величину площі фігури

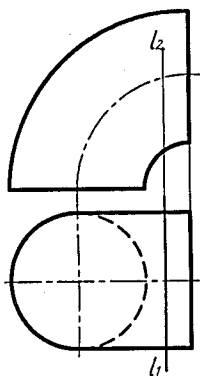


13.6 Картка програмованого контролю за другий модуль

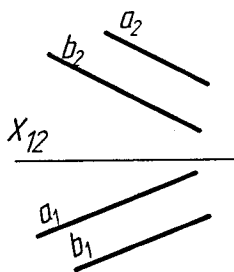
1. Побудувати проєкції поверхні за визначником (вказує викладач).
2. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину двох поверхонь
3. Побудувати проєкції перетину поверхні з площиною та визначити н. в. фігури перерізу площиною α



4. Побудувати проєкції перетину поверхні прямою лінією

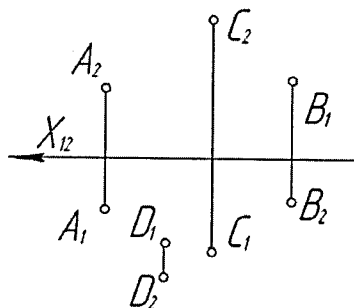


5. Побудувати проєкції н. в. відстані відстані між двома паралельними прямими



КОНТРОЛЬНИЙ ТЕСТ

1. Визначте за епюром, в якому октанті знаходиться точка В.



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

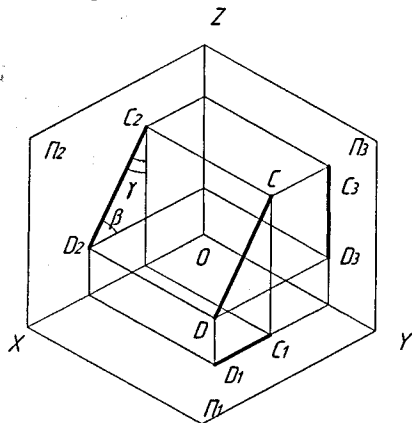
1-й октант

3-й октант

4-й октант

2-й октант

2. За наочним зображенням прямої визначте її положення.



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

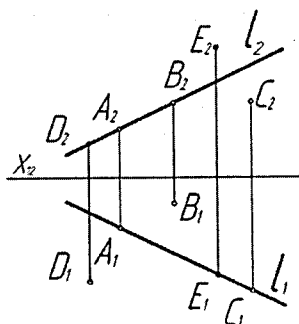
$l \perp \Pi_1$

$l \perp \Pi_2$

$l \parallel \Pi_3$

$l \parallel \Pi_2$

3. Яка із точок знаходиться перед прямою?



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

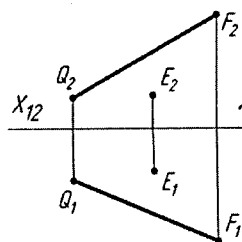
т. С

т. Е

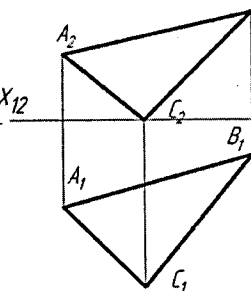
т. В

т. D

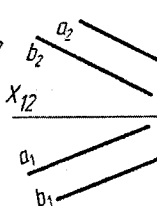
4. Який символний запис слід здійснити для проєкцій показаної площини (рис. 70, г)?



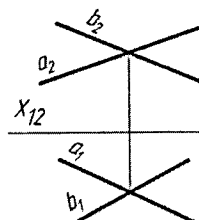
а)



б)



в)



г)

Рис. 70

Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

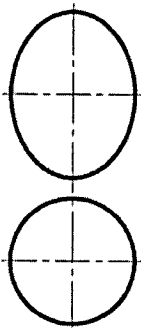
$\sigma(a||e)$

$\sigma(a \cap e)$

$\sigma(QF, E)$

$\sigma(ABC)$

5. Яку назву має показана поверхня?



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

сфера

тор

еліпсоїд

параболоїд

6. Які перерізи можна отримати на цій поверхні?

Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

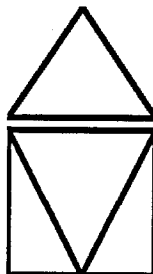
еліпси

кола

еліпси та кола

овали та кола

7. Скільки граней має вказаний многогранник?



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

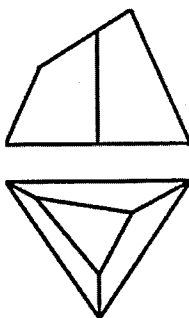
4

5

6

7

8. Для скількох граней многогранника слід визначити його натуральну величину? *Виберіть правильний варіант відповіді.*



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

4

3

для всіх

1

9. Скільки ребер піраміди займають положення рівня?

Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

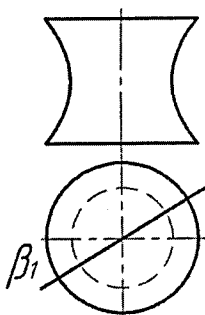
4

3

2

1

10. Дайте назву фігури перерізу, що може бути отримана при перерізі поверхні площиною?



Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

парабола

1 гіпербола

овал

2 гіперболи

11. Яке положення займає січна площина β ?

Варіанти відповідей:

1- варіант

2- варіант

3- варіант

4- варіант

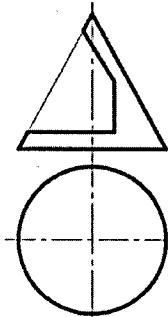
$\parallel P_2$

$\perp P_1$

$\perp P_2$

$\parallel P_1$

12. З яких кривих складається лінія взаємного перетину двох поверхонь?



Варіанти відповідей:

1- варіант

гіпербола, парабола, коло

2- варіант

трикутник, парабола, коло

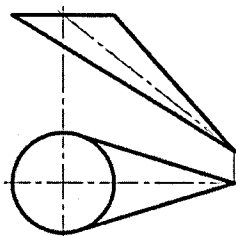
3- варіант

еліпс, парабола, коло

4- варіант

трикутник, парабола, еліпс

13. Який спосіб слід застосувати для побудови розгортки вказаної поверхні?



Варіанти відповідей:

1- варіант

розгортання

2- варіант

нормального перерізу

3- варіант

будь-який

4- варіант

трикутників

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бубенников А. В. Начертательная геометрия / А. В. Бубенников, М. Я. Громов. – М. : Высшая школа, 1985. – 416 с.
2. Буда А. Г. Конспект лекцій з нарисної геометрії для студентів машинобудівних спеціальностей. Конспект лекцій / А. Г. Буда. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 120 с.
3. Буда А. Г. Нарисна геометрія. Збірник прикладів та задач з теоретичними відомостями для студентів машинобудівних спеціальностей. Збірник задач / А. Г. Буда. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 142 с.
4. Михайленко В. Є. Інженерна та комп'ютерна графіка : [Підручник] / В. Є. Михайленко, В. М. Найдиш, А. М. Підкоритов, І. А. Скидан; За ред. В. Є. Михайленко. – К. : Вища шк., 2000. – 342 с.
5. Гордон В. О. Курс начертательной геометрии / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. – М. : Наука, 1988. – 270 с.
6. Гордон В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М. : Наука, 1973. – 351 с.
7. Фролов С. А. Сборник задач по начертательной геометрии. / С. А. Фролов. – М. : Машиностроение, 1980. – 224 с.
8. Государственные стандарты единой системы конструкторской документации (ЕСКД).
9. Буда А. Г. Збірник задач з нарисної геометрії для студентів бакалаврських напрямків 6.0902, 6.0923 спеціальностей 7.090202, 7.090203, 7.090203, 7.090215, 7.092304 ступеневої підготовки спеціалістів з вищою технічною освітою / А. Г. Буда – Вінниця : ВДТУ, 1996. – 59 с.
10. Буда А. Г. Методичні рекомендації з нарисної геометрії для розв'язання позиційних задач до тем «Пряма та площина» для студентів бакалаврських напрямків 6.0902, 6.0923 спеціальностей 7.090202, 7.090203, 7.090215, 7.092304 / А. Г. Буда – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 48 с.
11. Буда А. Г. Методичні рекомендації до виконання графічних завдань з нарисної геометрії та варіанти завдань для студентів бакалаврських напрямків 6.0902 – «Інженерна механіка», 6.0923 – «Зварювання» ступеневої підготовки спеціалістів з вищою технічною освітою / А. Г. Буда, О. В. Король. – Вінниця : ВДТУ, 1996. – 41 с.
12. Буда А. Г. Проективання форм технічних деталей та аксонометричні проєкції. Навчальний посібник / А. Г. Буда, О. В. Король, В. Н. Пашенко. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 92 с.

ЗАПИТАННЯ ДО ІСПИТУ

1. Наука нарисна геометрія, її структура, мета, задачі, місце в підготовці спеціаліста політехнічного профілю.

2. Метод проєкцій. Центральне та паралельне проєкціювання. Ортогональне проєкціювання.

3. Точка. Ортогональні проєкції точки відносно двох та трьох площин проєкції. Прямокутні координати точки в 4-х октантах, в площинах проєкцій та на координатних осях.

4. Пряма. Проєкціювання прямої на дві і три площини проєкцій. Положення прямої відносно площини проєкцій. Проєкції паралельних, мимобіжних прямих, та прямих, що перетинаються. Конкуруючі точки. Інцидентність точки прямій.

5. Площина. Проєкціювання площини на дві і три площини проєкцій. Положення площини відносно площин проєкцій. Головні лінії площини. Інцидентність точки та прямої площині. Сліди прямої та площини.

6. Основні позиційні задачі на площині та алгоритми їх розв'язання. Взаємне положення прямої та площини, двох площин. Паралельність прямої площині, двом площинам. Перпендикулярність прямої до площини та двох площин. Перетин прямої з площиною та двох площин.

7. Криві лінії. Визначення і зображення кривих. Плоскі і просторові криві. Криві другого порядку. Гвинтові лінії.

8. Поверхні. Класифікація. Способи утворення та задання поверхонь (визначник, каркас, обрис). Поверхні обертання. Окремі різновиди поверхонь обертання. Лінійчаті поверхні (переносу, з однією та двома напрямними, торси, гвинтові поверхні).

9. Основні позиційні задачі на поверхні та алгоритми їх розв'язання Точка і лінія на поверхні, вирізи на поверхнях. Перетин поверхні з прямою і площиною. Конічні перерізи. Перетин поверхонь. Окремі та загальні випадки перетину прямої з поверхнею, двох поверхонь.

10. Метричні задачі та алгоритми їх розв'язання (визначення натуральної величини кутів, плоских фігур, відстаней та інші).

11. Способи перетворень проєкцій, різновиди. Надання прямим лініям та площині окремого положення відносно площин проєкцій. Застосування методів для розв'язання позиційних задач на поверхні. Використання методів в курсі інженерної графіки.

12. Розгортки поверхонь. Побудова точних розгорток та з наближенням.

Навчальне видання

**Буда Антоніна Героніївна
Корчевський Богдан Болеславович**

**ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ САМОКОНТРОЛЮ ЗНАНЬ
СТУДЕНТІВ МАШИНОБУДІВНИХ ТА БУДІВЕЛЬНИХ
СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ В РОЗДІЛІ «НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»**

Навчальний посібник

Редактор В. Дружиніна
Коректор З. Полішук

Оригінал-макет підготовлено Будую А. Г.

Підписано до друку 01.11.2017 р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 5,0.

Наклад 50 (1-й запуск 1-20) пр. Зам. № 2017-394.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.
ВНТУ, ГНК, к. 114.

Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 59-85-32, 59-87-38.
press.vntu.edu.ua; e-mail: kivc.vntu@gmail.com
Свідectwo суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р