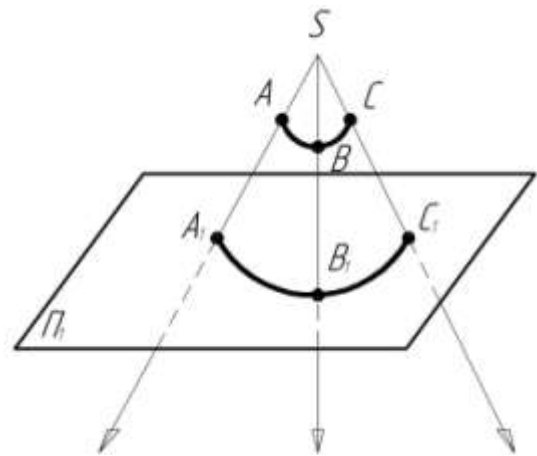
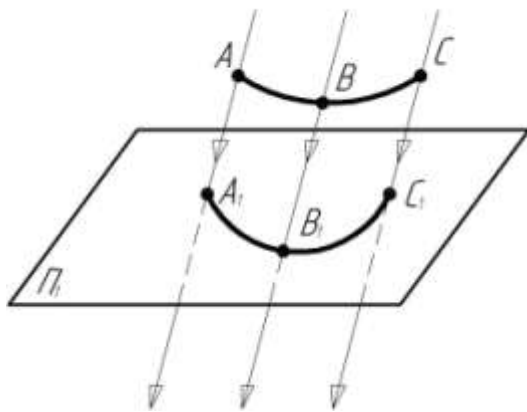


А. Г. Буда, Б. Б. Корчевський

**Базові теоретичні положення,
прикладні та задачі з нарисної геометрії**



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. Г. Буда, Б. Б. Корчевський

**Базові теоретичні положення,
прикладні та задачі з нарисної геометрії**

**Електронний навчальний посібник
комбінованого (локального та мережного) використання**

Вінниця
ВНТУ
2024

УДК 514.18(075)
Б90

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 12 від 30.05.2024 р.)

Рецензенти:

Веселовська Н. Р., доктор технічних наук, професор (ВНАУ)

Моргун А. С., доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

Ратушняк Г. С., кандидат технічних наук, професор (ВНТУ)

Буда, А. Г.

Б90 Базові теоретичні положення, приклади та задачі з нарисної геометрії : електронний навчальний посібник комбінованого (локального та мережного) використання [Електронний ресурс] / А. Г. Буда, Б. Б. Корчевський. – Вінниця : ВНТУ, 2024. – 101 с.

Посібник виконаний згідно з робочими програмами навчальних дисциплін «Нарисна геометрія та інженерна графіка» і «Інженерна та комп'ютерна графіка». Містить головні теоретичні відомості курсу нарисної геометрії, приклади розв'язування задач, тестові запитання до кожної теми; зразки карток контролю знань при написанні контрольних робіт і колоквиумів студентами машинобудівних спеціальностей з дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка», студентами будівельних спеціальностей «Інженерна та комп'ютерна графіка».

УДК 514.18(075)

© ВНТУ, 2024

ЗМІСТ

Прийняті позначення	5
Вступ.....	6
1 Точка	7
1.1 Основні теоретичні відомості	7
1.2 Контрольні запитання	8
1.3 Приклади розв'язування задач.....	9
1.4 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи	10
2 Пряма.....	12
2.1 Основні теоретичні відомості	12
2.2 Контрольні запитання	12
2.3 Приклади розв'язування задач.....	12
2.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	14
2.5 Задачі для самостійного виконання	16
3 Площина.....	19
3.1 Основні теоретичні відомості	19
3.2 Контрольні запитання	19
3.3 Приклади розв'язування задач.....	20
3.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	21
3.5 Задачі для самостійного виконання	23
4 Взаємне положення прямої та площини.....	27
4.1 Паралельність прямої площині	27
4.1.1 Основні теоретичні відомості	27
4.2 Перетин прямої з площиною.....	27
4.3 Контрольні запитання	28
4.4 Приклади розв'язування задач.....	28
4.5 Тестові запитання для самостійної роботи.....	31
4.6 Задачі для самостійного виконання	32
5 Взаємне положення двох площин	35
5.1 Паралельність площин.....	35
5.1.1 Основні теоретичні відомості	35
5.2 Перетин площин	35
5.3 Контрольні запитання	36
5.4 Приклади розв'язування задач.....	37
5.5 Тестові запитання для самостійної роботи.....	37
5.6 Задачі для самостійного виконання	39
6 Перпендикуляр до площини та перпендикулярність площин	41
6.1 Основні теоретичні відомості	41
6.2 Контрольні запитання	42
6.3 Приклади розв'язування задач.....	42
6.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	43
6.5 Задачі для самостійного виконання	44
7 Методи перетворень	45
7.1 Основні теоретичні відомості	45
7.2 Контрольні запитання	47
7.3 Приклади розв'язування задач.....	47
7.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	49
7.5 Задачі для самостійного виконання	52

8 Криві поверхні	55
8.1 Основні теоретичні відомості	55
8.2 Контрольні запитання	57
8.3 Тестові запитання для самостійної роботи.....	57
8.4 Задачі для самостійного виконання	58
9 Переріз поверхні площиною.....	61
9.1 Основні теоретичні відомості	61
9.2 Контрольні запитання	62
9.3 Приклади розв'язування задач.....	63
9.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	65
9.5 Задачі для самостійного виконання	65
10 Перетин поверхні прямою лінією	68
10.1 Основні теоретичні відомості	68
10.1.1 Окремі випадки перетину.....	68
10.1.2 Загальні випадки перетину.....	69
10.2 Контрольні запитання	70
10.3 Приклади розв'язування задач.....	70
10.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	72
10.5 Задачі для самостійного виконання	73
11 Перетин поверхонь.....	75
11.1 Основні теоретичні відомості	75
11.1.1 Окремі випадки перетину.....	75
11.1.2 Загальні випадки перетину.....	76
11.2 Контрольні запитання	77
11.3 Приклади розв'язування задач.....	78
11.4 Тестові запитання для самостійної роботи.....	79
11.5 Задачі для самостійного виконання	82
12 Розгортання поверхонь	85
12.1 Основні теоретичні відомості	85
12.2 Контрольні запитання	89
12.3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи	89
13 Програмований контроль знань студентів	91
13.1 До теми «Точка».....	91
13.2 До теми «Пряма та площа»	91
13.3 До колоквиуму за перший модуль.....	92
13.4 До теми «Точка на поверхні».....	93
13.5 До теми «Методи перетворень»	94
13.6 До колоквиуму за другий модуль	94
14 Загальний тест контролю знань.....	95
Список літератури	99
Запитання до іспиту	100

Прийняті позначення

1. Точки в просторі позначаються великими буквами латинського алфавіту $A, B, C, \dots$ а також цифрами.
2. Лінії в просторі (прямі та криві) – малими літерами латинського алфавіту $a, b, c, d, \dots$
3. Площини та кути – малими літерами грецького алфавіту $\alpha, \beta, \gamma, \dots$
4. Лінії окремого положення – малими літерами латинського алфавіту, а саме: горизонталь – h , фронталь – f , профільна пряма – p .
5. Площини проєкцій – великими буквами українського алфавіту, а саме: Π_1 – горизонтальна, Π_2 – фронтальна, Π_3 – профільна, Π_4 – додаткова площина проєкцій.
6. Проєкції точок:
 - на горизонтальну площину $\Pi_1 - A_1, B_1, C_1$;
 - на фронтальну площину $\Pi_2 - A_2, B_2, C_2$;
 - на профільну площину $\Pi_3 - A_3, B_3, C_3$.
7. Осі проєкцій – малими літерами латинського алфавіту x_{12}, y_{13}, z_{23} , початок координат – великою літерою O .
8. Позначення площин, які задані слідами:
 - горизонтальний слід площини h^0 ,
 - фронтальний слід площини f^0 ,
 - профільний слід площини p^0 .Для проєкціювальних площин краще задати слід-проєкцію цієї площини:
 - α_1 – горизонтально-проєкціювальна площина;
 - α_2 – фронтально-проєкціювальна площина;
 - α_3 – профільно-проєкціювальна площина.

Найбільш поширені символи

$=$	–	дорівнює, результат дії.
$\equiv$	–	збігається, конкурує.
$\parallel$	–	паралельність.
$\perp$	–	перпендикулярність.
$\circ$	–	мимобіжність.
$\in$	–	належить, є елементом.
$\ni$	–	включення, містить в собі.
$\cap$	–	перетин (прямих, площин).
$\wedge$	–	відповідає сполучникам «і», «та».
$\vee$	–	відповідає сполучникам «або», «чи».
$\Rightarrow$	–	логічний наслідок.
$\{...\}$	–	сукупність або складається з ...
н. в.	–	натуральна величина.

ВСТУП

Базові принципи перетворень зображень, які закладені в основу креслеників, а саме: елементи нарисної геометрії, є особливо важливими для студентів технічних напрямів підготовки.

Нарисна геометрія – розділ геометрії, в якому просторові фігури, що є сукупністю точок, ліній, поверхонь, вивчаються за їх проєкційним відображенням, або це розв’язання математичної задачі за допомогою графічної інтерпретації.

Одна з головних задач нарисної геометрії – створення методу відображення тривимірних фігур на площину та розробка способів розв’язання позиційних і метричних задач, пов’язаних з цими зображеннями, що розвиває просторову уяву.

Нарисна геометрія є теоретичною базою для створення кресленика. Кресленик – своєрідна мова, за допомогою якої, використовуючи точки, лінії, обмежене число знаків та цифр, людина має змогу зобразити на поверхні, частково на площині, геометричні фігури.

Здатність до просторової уяви та відображення побаченого на паперовому носії закладена в кожній особі, однак особливо важливо це саме для технічних, зокрема машинобудівних та будівельних спеціальностей. Адже технічна творчість і створення прототипів нових машин і споруд, удосконалення існуючих починається з ескіза, технічного рисунка. Саме ці навички і допомагає розвинути одна з фундаментальних (для технічних напрямків) дисципліна, що має назву «Нарисна геометрія, інженерна та комп’ютерна графіка».

При вивченні цього курсу ставляться завдання навчити студентів:

- просторової уяви для розуміння технічного кресленика, створення та вдосконалення нових конструкцій;
- застосовувати графічні методи під час вирішення інженерних завдань;
- грамотно виконувати робочі кресленики деталей, вузлів та механізмів і правильно їх читати.

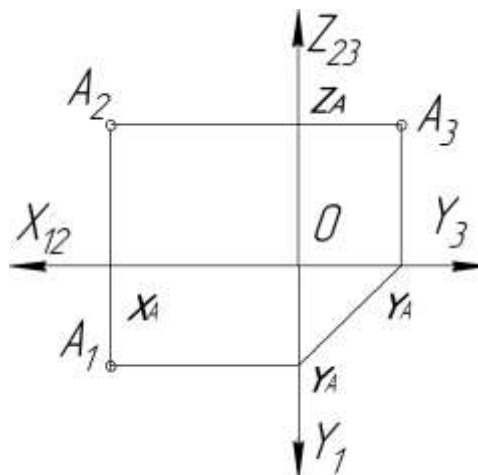
Методи нарисної геометрії знаходять своє застосування в авіаційній та машинобудівній промисловостях у разі створення корпусів літаків, суден, а також в інших галузях техніки, в архітектурі, будівництві, образотворчому мистецтві. Різноманітні форми рельєфу земної поверхні у разі проєктування доріг, каналів, тунелів, земельних робіт можна зображати на площині. Математичні задачі в графічній інтерпретації знаходять своє застосування у фізиці, хімії, механіці.

1 ТОЧКА

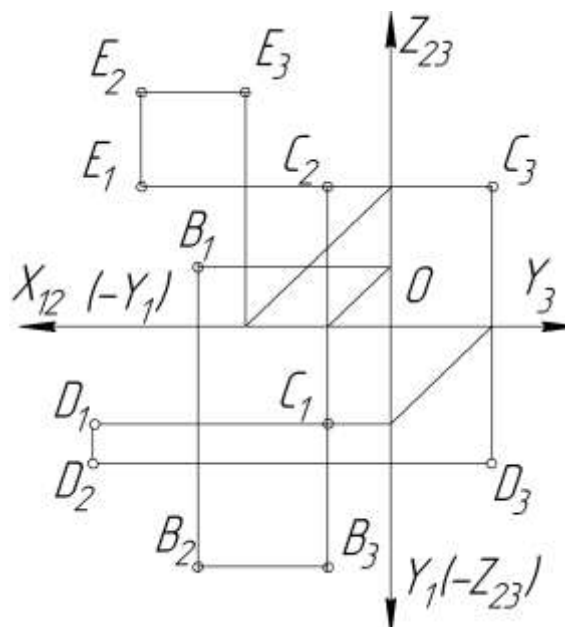
1.1 Основні теоретичні відомості

Положення точки, прямої, будь-якої геометричної фігури найбільш зручно визначити в декартовій системі координат, яка складається з 3-х взаємно перпендикулярних площин Π_1, Π_2, Π_3 .

Зображення точки в першому октанті (рис. 1.1, а) виконується за її визначником $A (X, Y, Z)$. Якщо координати Y, Z набувають від'ємних значень, то побудова точок в 2–4-му октантах інша (рис. 1.1, б).



а)



б)

Рисунок 1.1 – Положення точок в 4-х октантах

Точка належить одній з площин проєкцій, якщо у неї відсутня одна з координат (рис. 1.2), а одній з координатних осей, якщо у неї відсутні дві координати.

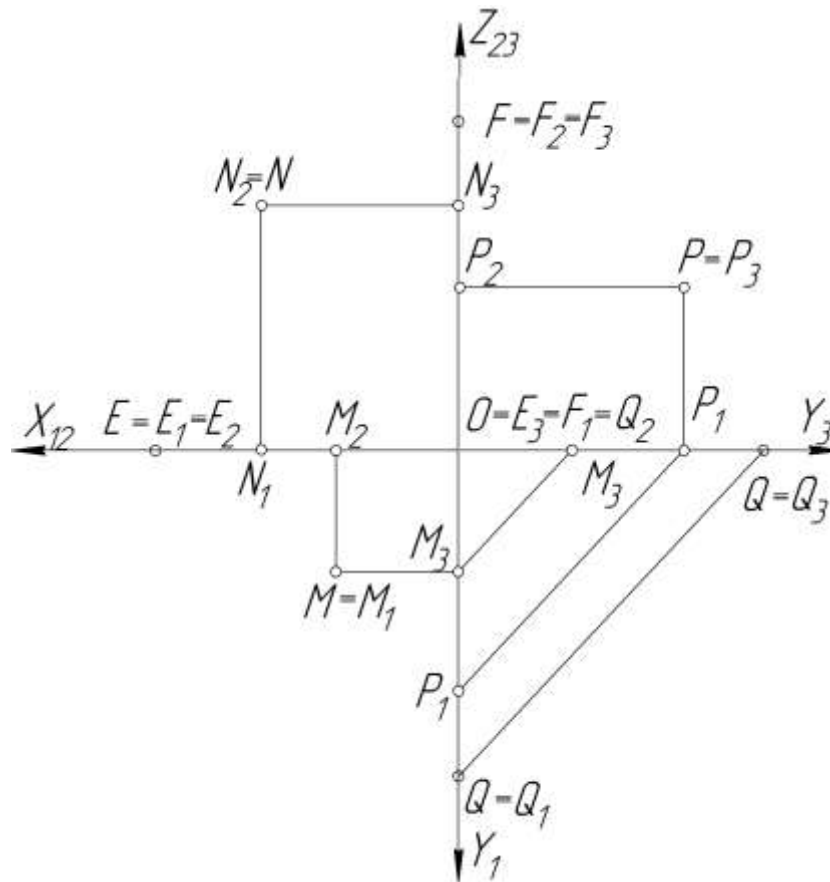


Рисунок 1.2 – Епюри точок в площинах проєкцій та на координатних осях

1.2 Контрольні запитання

1. Які види проєкціювання Вам відомі?
2. Що називають проєкціувальним променем, проєкцією точки, проєкцією площини?
3. Дайте означення епюра чи комплексного кресленика.
4. Дайте означення осі проєкцій.
5. Скільки координат і скільки проєкцій визначають положення точки в просторі?
6. Що називають лінією зв'язку?
7. На скільки октантів можна поділити простір площинами проєкцій?
8. Назвіть головні площини проєкцій.
9. Суть утворення епюра.
10. Яка кількість координат визначає положення точки в просторі?

1.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1

1. Побудувати три проєкції точки **B** за її координатами (40, 30, 35).

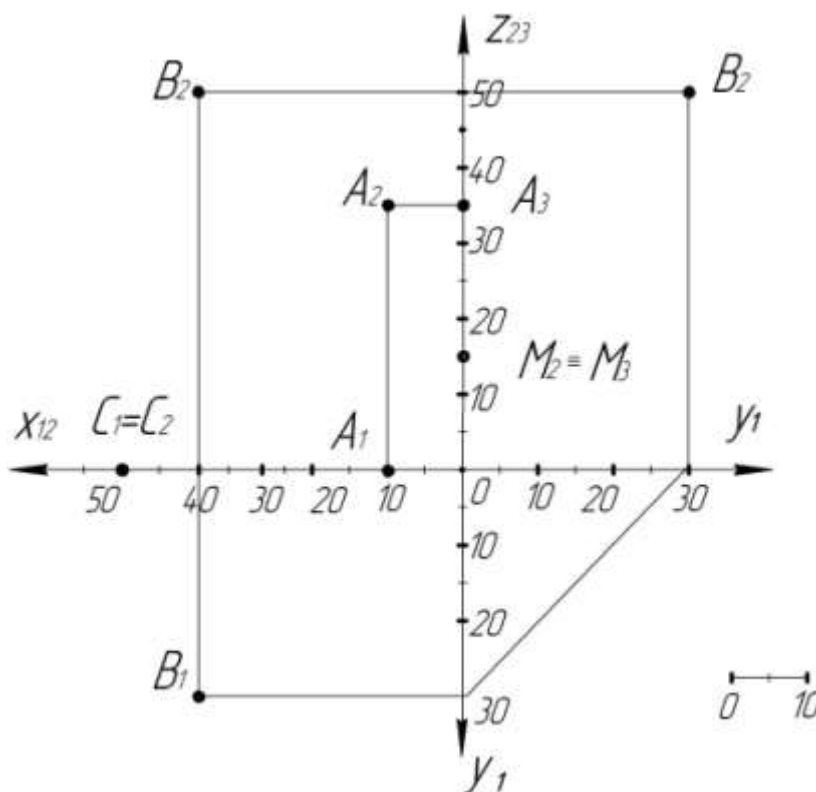
Горизонтальна проєкція т. **B** визначається за координатами (x, y), тобто (40, 30); фронтальна проєкція т. **B** – (x, z), тобто (40, 50), профільна проєкція т. **B** – (y, z), тобто (30, 50).

2. Записати визначник т. A.

Визначник точки A – $A(10, 0, 35) \in \Pi_2$.

3. Записати координати т. C.

Координати т. C – $C(50, 0, 0)$.



Приклад 2. За вказаними координатами точок проаналізуйте положення точок та здійсніть символний запис.

Точки	A	B	C	D	E	F	K	G
x	20	5	15	0	0	35	0	30
y	20	0	30	25	25	0	0	25
z	10	0	0	15	0	10	40	20

Якщо визначник точки містить числові значення координат, відмінні від нуля, то така точка знаходиться у просторі I октанту. До таких точок відносять точки **A** та **G**. Символьний запис наведено нижче:

A, G $\in$ I октанту.

Якщо точка містить лише два числових значення координат, відмінних від нуля, то така точка знаходиться у певній площині проєкцій. До таких точок відносять точки **С**, **Д** та **Е**. Символьний запис:

$$C \in \Pi_1, D \in \Pi_3, E \in \Pi_2.$$

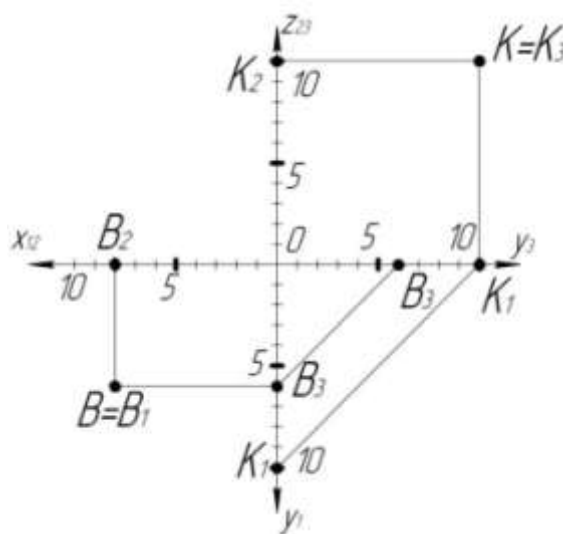
Якщо точка містить лише одне числове значення координат, відмінне від нуля, то така точка знаходиться у певній осі. До таких точок відносять точки **В**, **Е** та **К**. Символьний запис:

$$B \in x, E \in y, K \in z.$$

Приклад 3. Побудуйте проєкції точок **В** (8, 6, 0) та **К** (0, 10, 10).

Запис в дужках (8, 6, 0) для точки **В** означає, що абсциса x точки **В** дорівнює 8, ордината y – 6, апліката z – 0. Значить, точка **В** належить горизонтальній площині проєкцій Π_1 .

Запис в дужках (0, 10, 10) для точки **К** означає, що її абсциса x дорівнює нулю, а ордината y та апліката z дорівнюють 10. Значить, точка **К** належить профільній площині проєкцій Π_3 .



1.4 Задачі та тестові запитання для самостійного роботи

Задача 1. Побудуйте проєкції точок за заданими числовими даними таблиці.

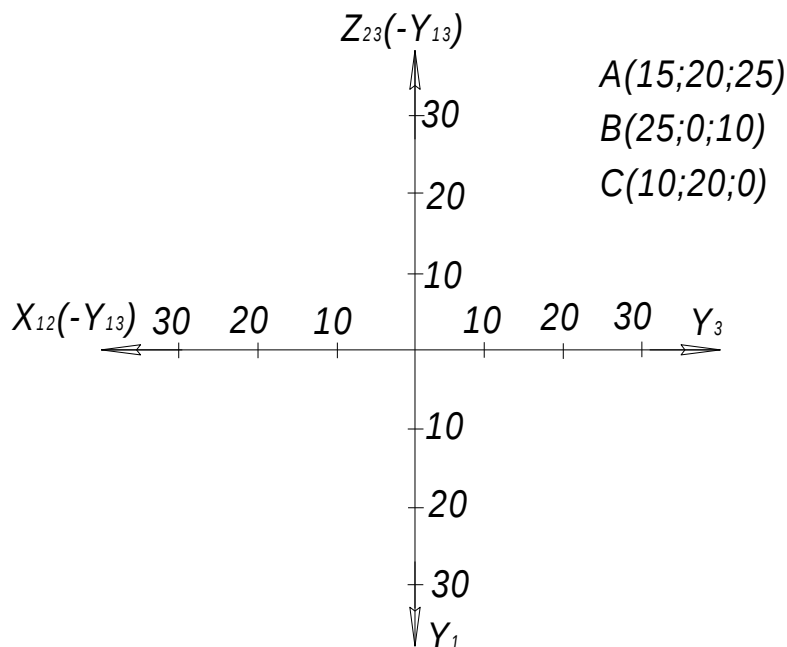
Точки	A	B	C	D	E	F	K	L
X	20	5	15	10	35	0	30	40
Y	20	0	30	5	25	35	20	0
Z	10	20	15	15	0	0	10	0

Тестові запитання до задачі 1

За заданими числовими даними таблиці визначте:

1. Яка з точок належить фронтальній площині проєкцій?
Виберіть правильний варіант відповіді: а) т. E , б) т. L , в) т. B , г) т. F .
2. Яка з точок простору найближче розташована до фронтальної площини проєкцій Π_2 ?
Виберіть правильний варіант відповіді: а) т. A , б) т. D , в) т. B , г) т. K .
3. Яка з точок простору найбільш віддалена від профільної площини проєкцій Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. A , б) т. D , в) т. E , г) т. K .
4. Які з точок простору рівновіддалені від горизонтальної площини проєкцій Π_2 ? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. A та т. B , б) т. C та т. D , в) т. E та т. F , г) т. K та т. A .
5. Яка з точок належить осі абсцис? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. E , б) т. L , в) т. B , г) т. F .

Задача 2. За заданими координатами побудуйте проєкції заданих точок. Визначте положення цих точок в просторі.



2 ПРЯМА

2.1 Основні теоретичні відомості

Пряму в просторі можна задати 2-ма точками або точкою з відповідним напрямом (рис. 2.1, а, б). Графічним позначенням прямої у просторі є дві точки, умовний запис: l (A, B). На рис. 2.1 (а, б) пряму позначають двома проєкціями прямої AB (A_1B_1, A_2B_2) або (l_1, l_2).

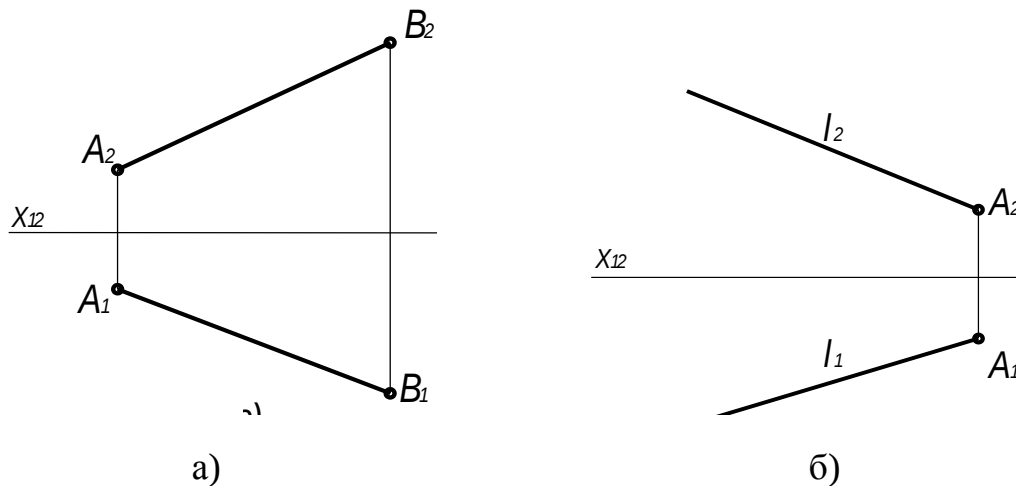


Рисунок 2.1 – Задання прямої на епюрі

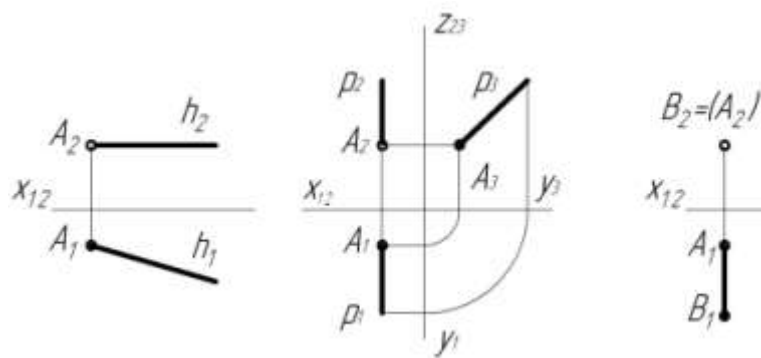
Прямі бувають загального та окремого положення. В свою чергу, до прямих окремого положення відносять прямі рівня та проєкціювальні.

2.2 Контрольні запитання

1. Які положення прямих Вам відомі?
2. Які прямі окремого положення Ви знаєте?
3. Умови інцидентності точки прямій.
4. За якими ознаками можна визначити прямі рівня та проєкціювальні?
5. Які точки називають конкуруючими?
6. Ознаки паралельних прямих, мимобіжних прямих та прямих, які перетинаються.

2.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Через точку A проведіть горизонтальну, профільну та фронтально-проєкціювальну прямі.

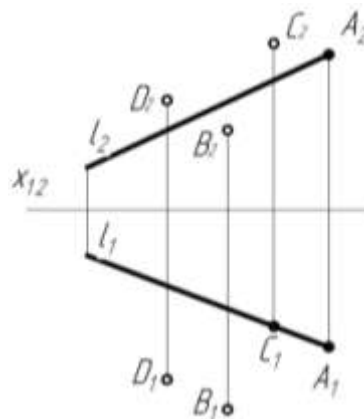


горизонтальна

профільна

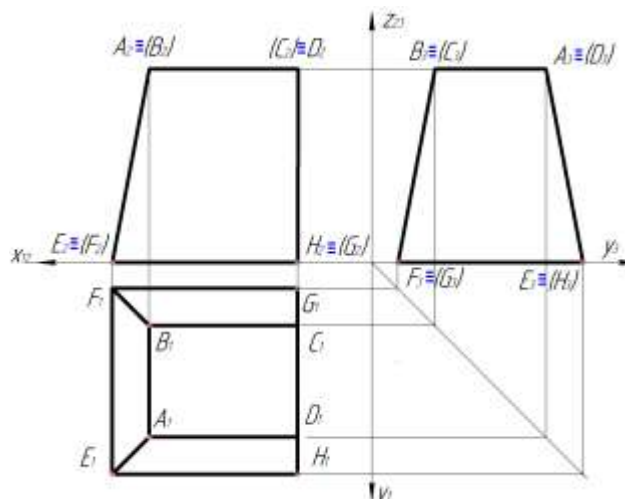
фронтально-проекціувальна

Приклад 2. Яка з точок належить прямій l ?



Точка A належить прямій l .

Приклад 3. Уявіть многогранник та ознайомтесь з побудовою його третьої проекції та назвою ребер.



EF, AB, CD, HG – фронтально-проекціувальні;

EH, FG, BC, AD – профільно-проекціувальні;

FB, AE – загального положення.

2.4 Тестові запитання для самостійної роботи

1. На якому з рисунків (рис. 2.2, а–г) пряма CD займає положення рівня. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 2.2, в, г; б) рис. 2.2, а, б; в) рис. 2.2, а, в; г) рис. 2.2, б, г.

2. На якому з рисунків (рис. 2.2, а–г) пряма CD займає проєкціувальне положення. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 2.2, в, г; б) рис. 2.2, а, б; в) рис. 2.2, а, в; г) рис. 2.2, б, г.

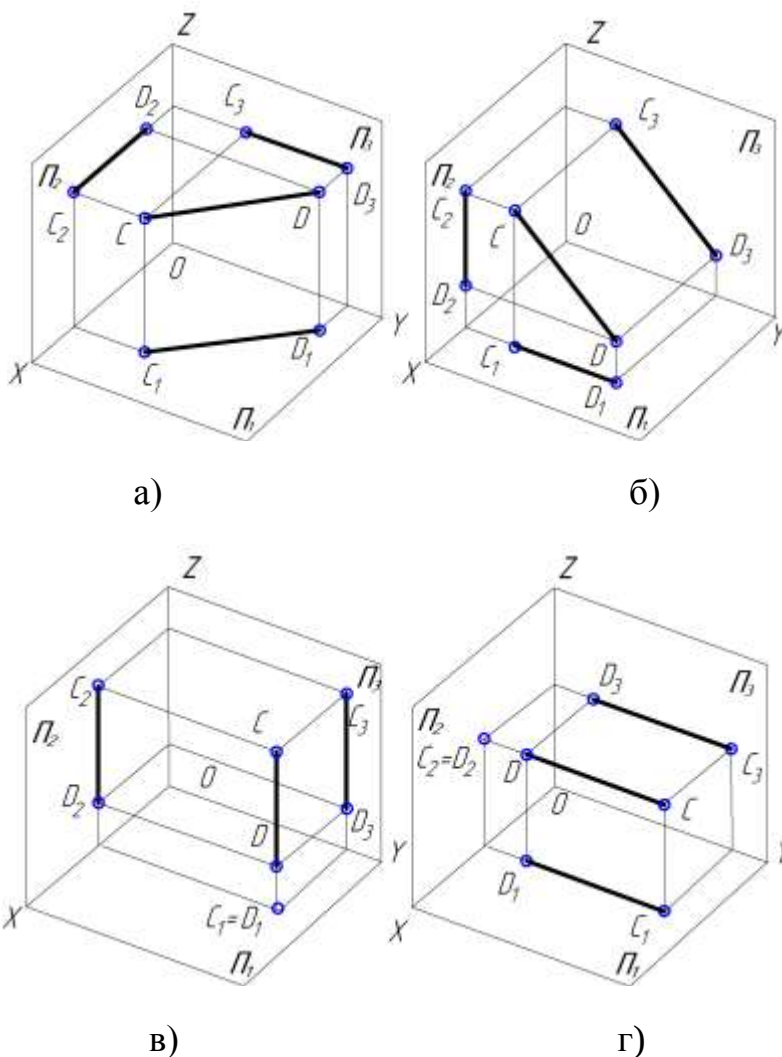


Рисунок 2.2 – Наочні зображення прямої CD

3. Яка з точок (рис. 2.3) належить прямій $l(l_1, l_2)$. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

4. Яка з точок (рис. 2.3) знаходиться перед прямою. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

5. Яка з точок (рис. 2.3) знаходиться під прямою. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) т. A ; б) т. C ; в) т. B , г) т. D , д) т. E .

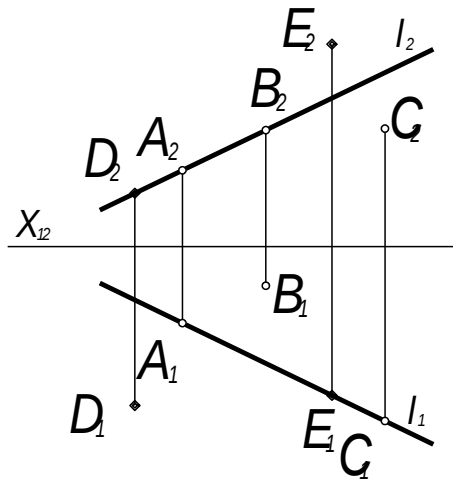


Рисунок 2.3 – Положення точок відносно прямої l (l_1, l_2)

6. На якому з рисунків (рис. 2.4, а – е) показаний епюр паралельних прямих? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 2.4, в; б) рис. 2.4, а; в) рис. 2.4, б; г) рис. 2.4, д.

7. На якому з рисунків (рис. 2.4, а – е) правильно показаний епюр прямих, які перетинаються? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 2.4, в, г; б) рис. 2.4, б, д; в) рис. 2.4, д; г) рис. 2.4, а, е.

8. На якому з рисунків (рис. 2.4, д – е) правильно показаний епюр мимобіжних прямих? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 2.4, а; б) рис. 2.4, а, б; в) рис. 2.4, д; г) рис. 2.4, в.

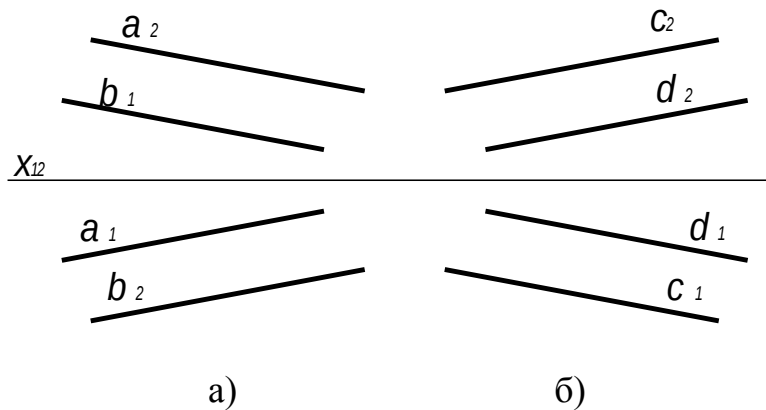


Рисунок 2.4 – Взаємне положення прямих

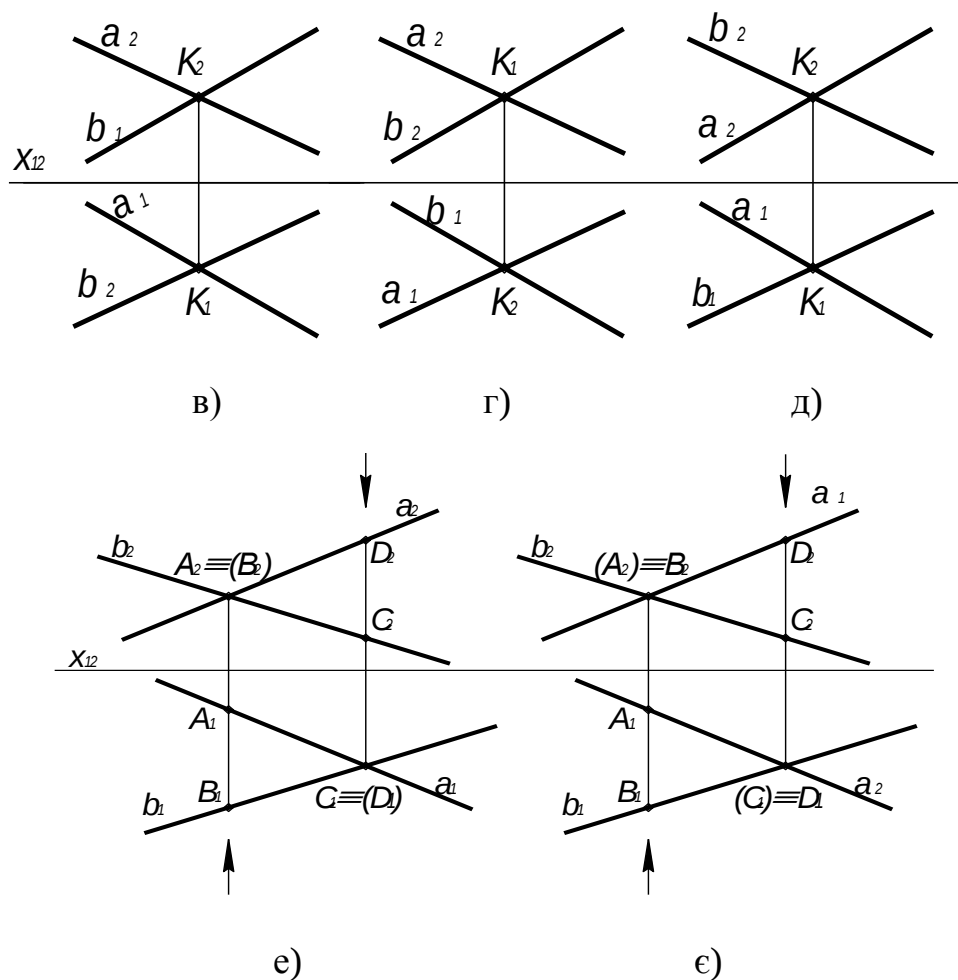
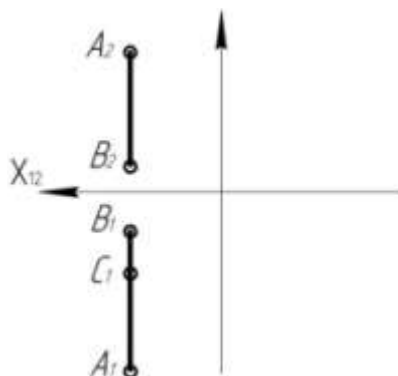


Рисунок 2.4, аркуш 2

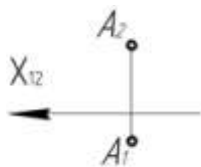
2.5 Задачі для самостійного роботи

Задача 1. Побудуйте проекції двох прямих: які перетинаються, причому одна з яких займає горизонтальне положення; паралельних фронтальних; мимобіжних, одна з яких займає горизонтально-проекціювальне положення.

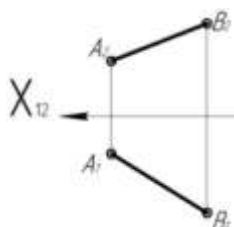
Задача 2. Побудувати фронтальну та профільну проекції точки C , що належить прямій AB .



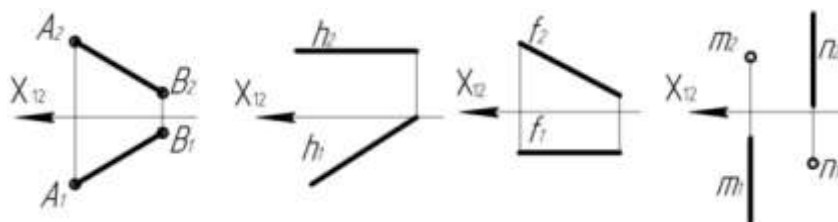
Задача 3. Через точку A провести пряму довжиною 30 мм під кутом нахилу до Π_1 під 30° .



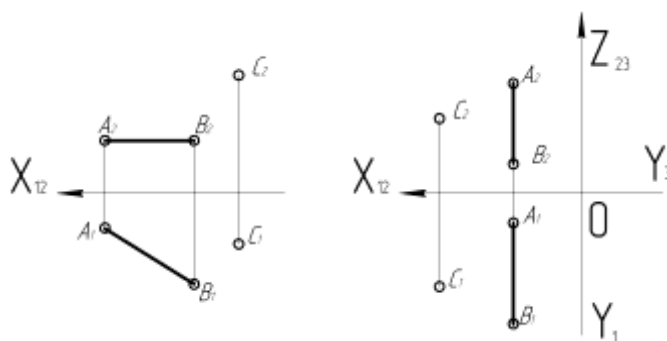
Задача 4. Визначити натуральну величину відрізка AB , кути нахилу AB до Π_1 та Π_2 .



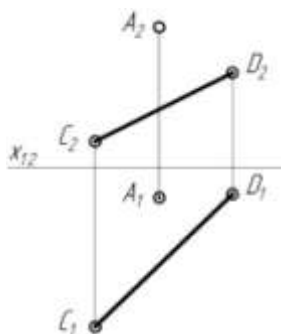
Задача 5. Побудувати та позначити сліди прямих.



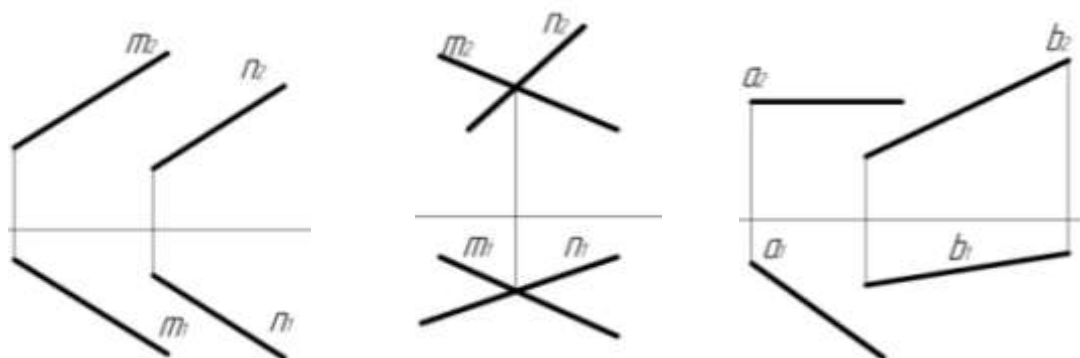
Задача 6. Визначити натуральну величину відстані від точки C до прямої AB .



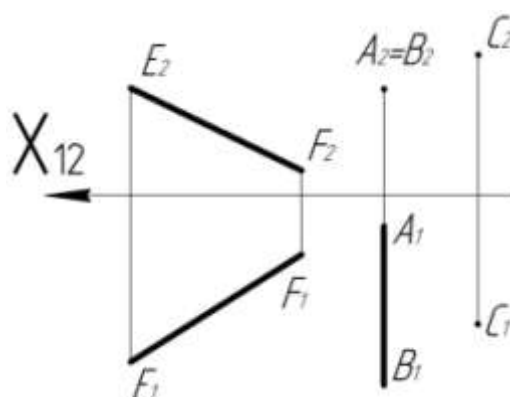
Задача 7. Через точку A провести пряму, паралельну заданій CD ; яка перетинає задану CD ; мимобіжну заданій CD . Кожну з побудов показати окремо.



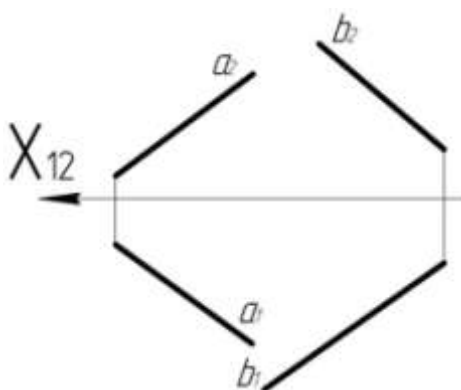
Задача 8. Дайте символний запис взаємного розташування двох прямих.



Задача 9. Через точку C провести пряму l , яка б перетинала дві задані.



Задача 10. Довільно провести пряму l , яка б перетинала пряму a та була паралельною прямій b .



3 ПЛОЩИНА

3.1 Основні теоретичні відомості

Положення площини у просторі визначається трьома точками, які не лежать на одній прямій (рис. 3.1, а). На підставі цього переходять до задання площини плоскою фігурою (рис. 3.1, б) та іншими способами: прямою та точкою, яка не лежить на цій прямій; двома паралельними прямими; двома прямими, які перетинаються; слідами.

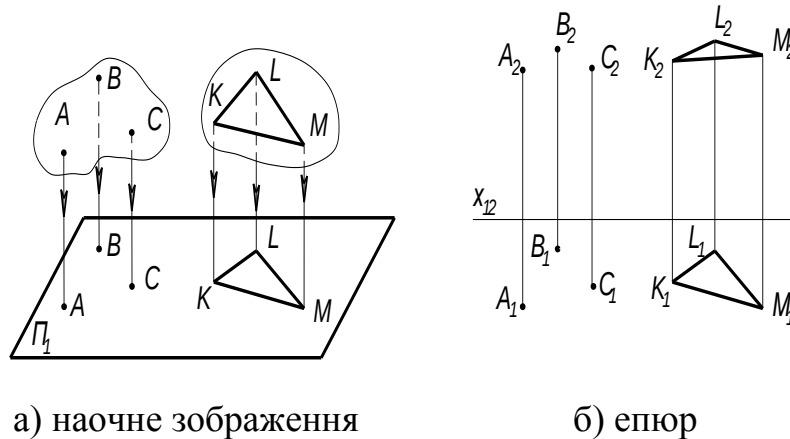


Рисунок 3.1 – Приклад задання площини плоскою фігурою

Відносно площин проєкцій Π_1 , Π_2 , Π_3 площини можуть займати такі положення: бути паралельними або перпендикулярними до площин проєкцій, непаралельними та неперпендикулярними до площин проєкцій.

Умови інцидентності

1-а умова – точка належить прямій, якщо її проєкції належать однойменним проєкціям цієї прямої.

2-а умова – пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, які належать цій площині.

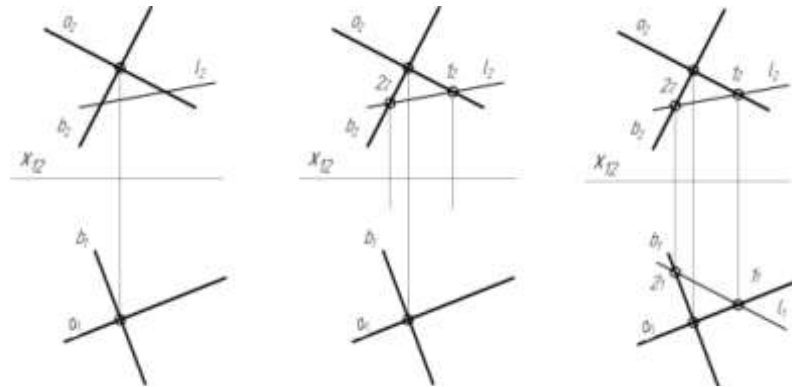
3-я умова – точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка знаходиться в цій площині.

3.2 Контрольні запитання

1. Які способи задання площини на епюрі Ви знаєте?
2. Які положення площин Вам відомі?
3. Графічні ознаки проєкціювальних площин і площин рівня?
4. Сутність умов інцидентності точки та прямої площині.
5. З якої площини проєкцій доцільно починати побудову горизонталі та фронталі площини?

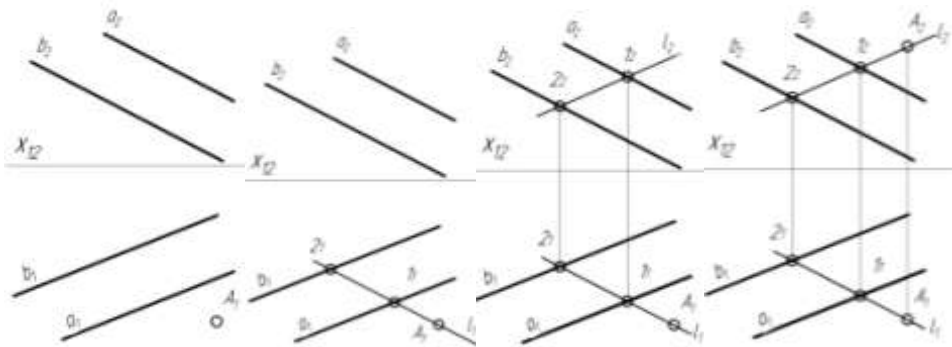
3.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Побудуйте відсутню проєкцію прямої $l(l_1, l_2)$, яка належить площині.



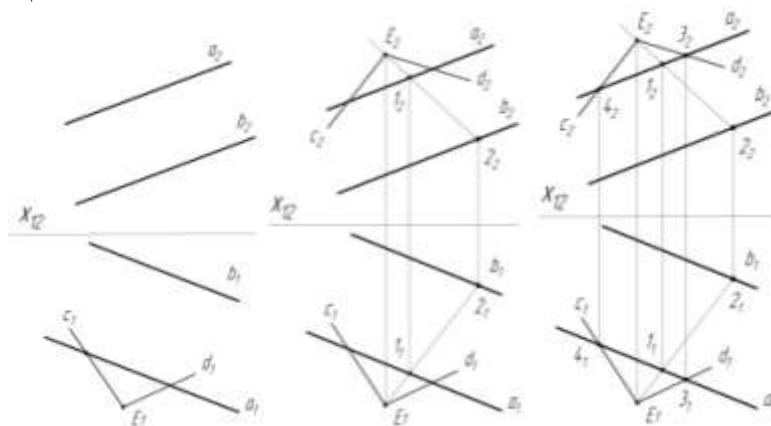
а) умова б) фіксація 2-х точок в) побудова l_2

Приклад 2. Побудуйте відсутню проєкцію точки A , яка належить площині.



а) умова б) побудова l_1 в) побудова l_2 г) результат

Приклад 3. Побудуйте відсутню проєкцію плоскої фігури, яка належить площині.



а) умова б) побудова $m. E (E_1, E_2)$ в) побудова c_2, d_2

3. 4 Тестові запитання для самостійного роботи

1. За наочним зображенням визначте положення площини β та її спосіб задання (рис. 3.2).

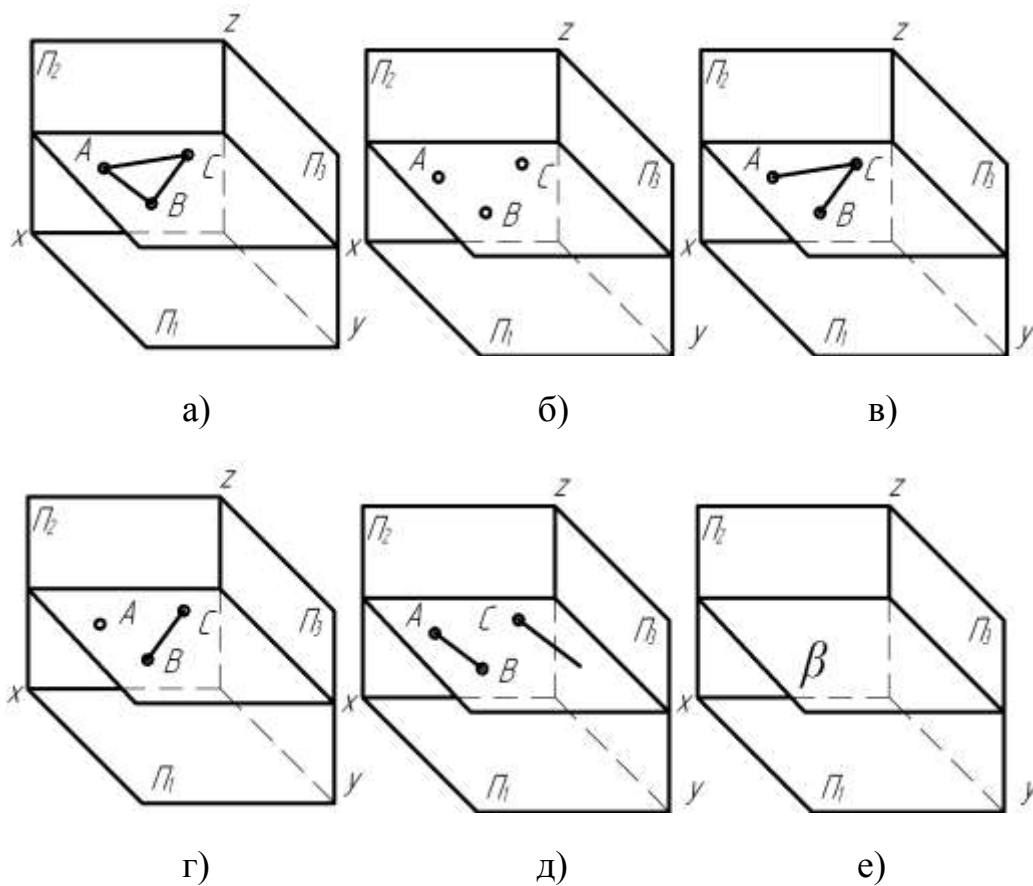


Рисунок 3.2 – Наочні зображення площин

2. Сталістю якої координати характеризується положення точок горизонтальної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) аплікати z ; б) абсциси x ; в) ординати y ; г) двох координат x і y .

3. Сталістю якої координати характеризується положення точок фронтальної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) аплікати z ; б) абсциси x ; в) ординати y ; г) двох координат x і y .

4. Сталістю якої координати характеризується положення точок профільної площини? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) аплікати z ; б) абсциси x ; в) ординати y ; г) двох координат x і y .

5. Визначте, на якому з рисунків (рис. 3.3, а–г), точка 1 належить площині трикутника ABC . *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 3.3, в; б) рис. 3.3, а; в) рис. 3.3, б; г) рис. 3.3, д.

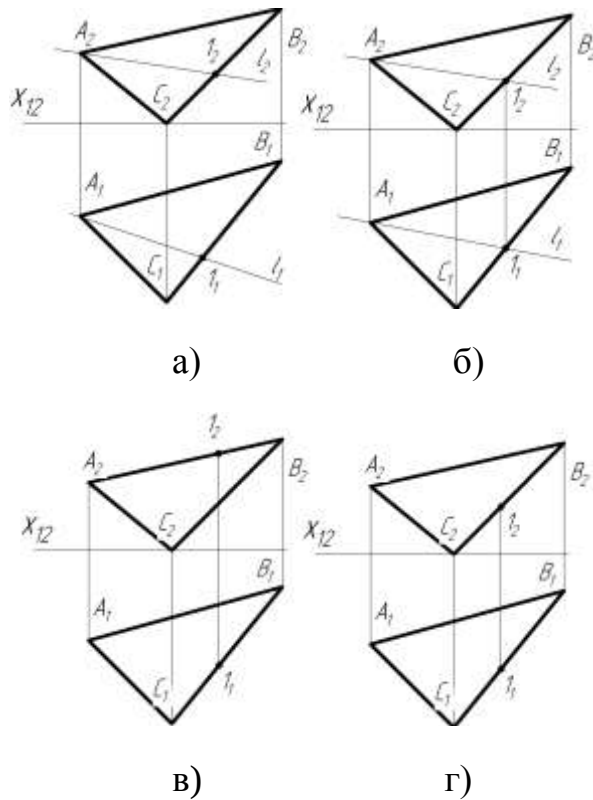


Рисунок 3.3 – Інцидентність точки 1 площині $\triangle ABC$

6. Визначте на якому з рисунків (рис. 3.4, а – г), пряма l належить площині. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 3.4, г; б) рис. 3.4, а, г; в) рис. 3.4, а, б; г) рис. 3.4, в.

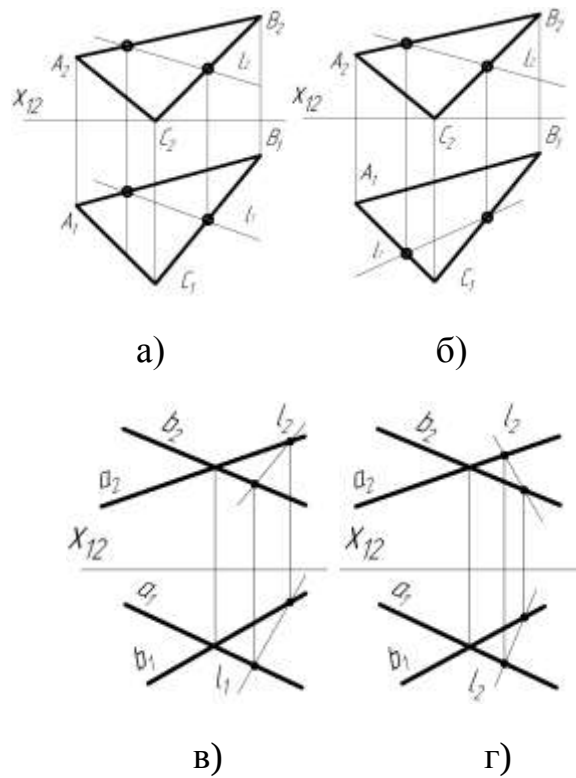
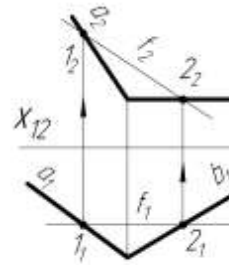
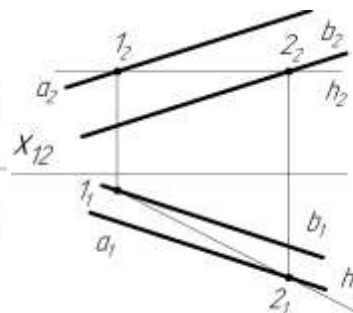


Рисунок 3.4 – Інцидентність прямої l площині

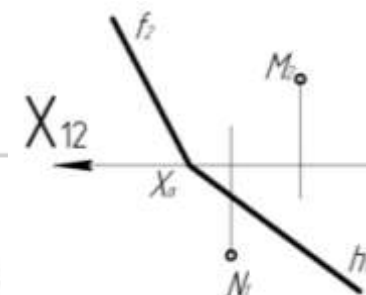
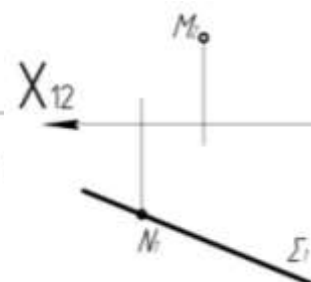
8. Визначте номери рисунків (рис. 3.5, а – г), на яких правильно побудована фронталь. *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) рис. 3.5, г; б) рис. 3.5, а, г; в) рис. 3.5, а, б; г) рис. 3.5, б, в.



6)

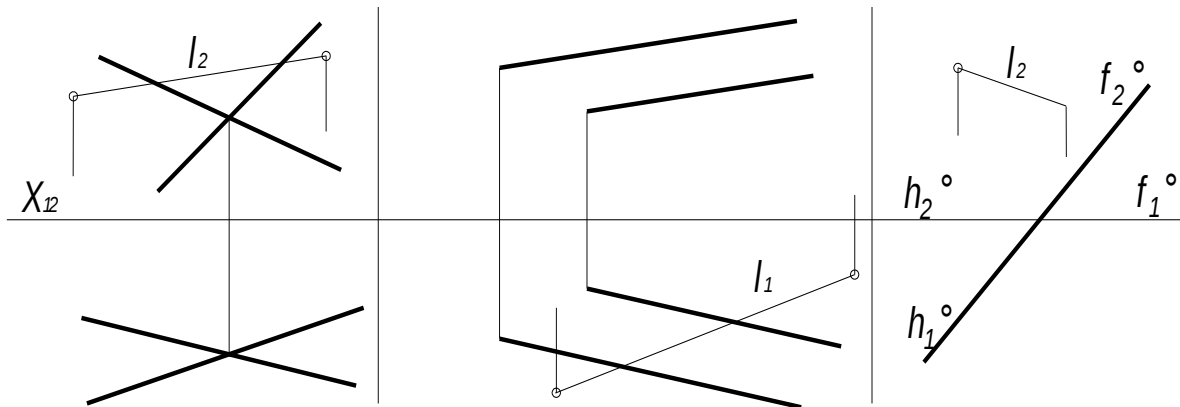
 $\Gamma)$

3.5 Задачі для самостійного виконання

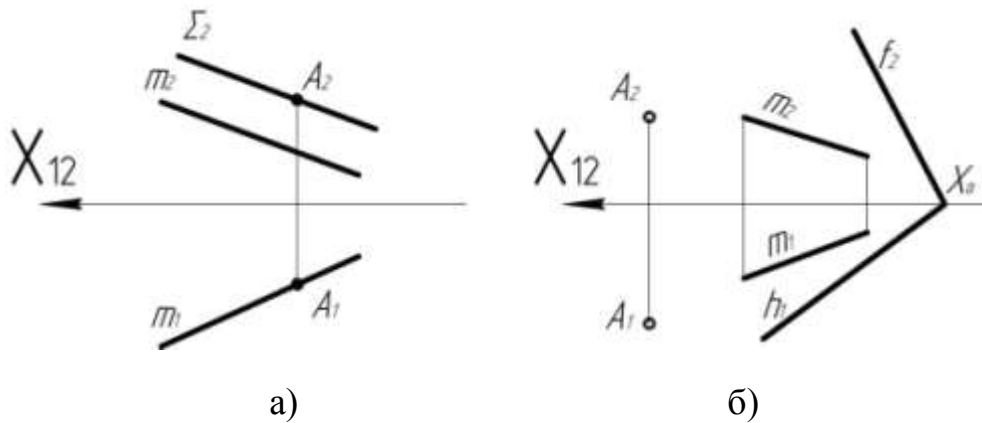


B)

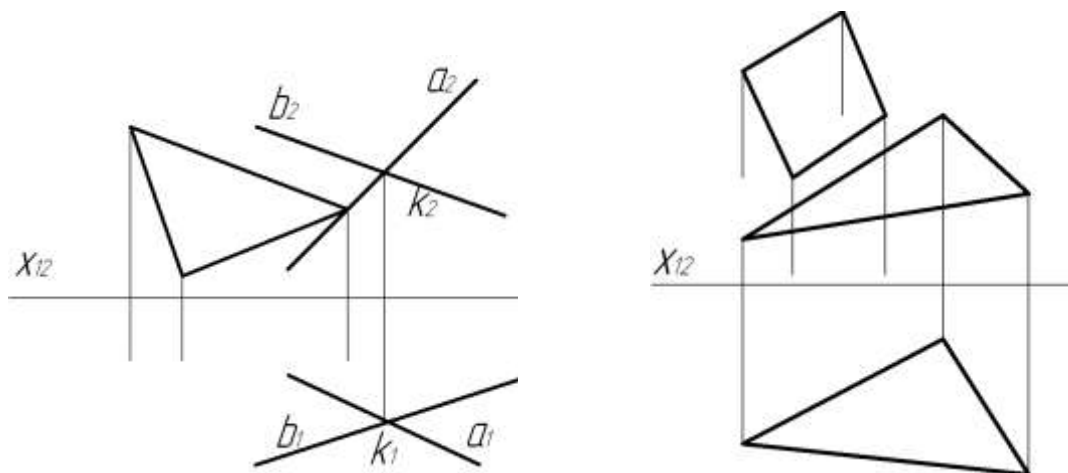
Задача 2. Побудуйте відсутню проєкцію прямої l , що належить площинам.



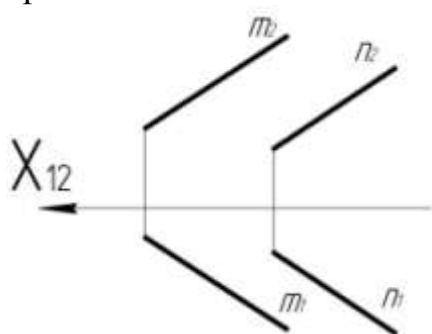
Задача 3. Установіть, чи знаходиться т. A та пряма m в заданих площинах?



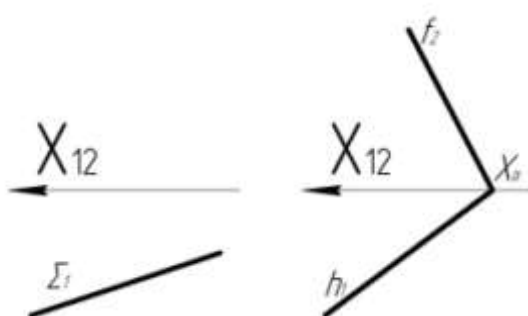
Задача 4. Побудуйте відсутню проєкцію прямої плоскої фігури, що належить площині.



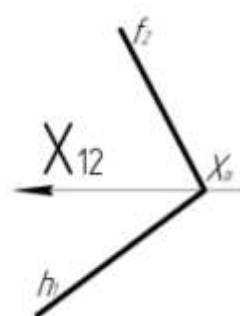
Задача 5. Вкажіть спосіб задання кожної площини та її положення в просторі.



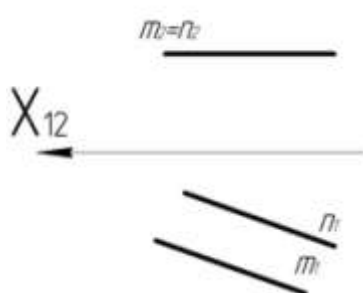
а)



б)



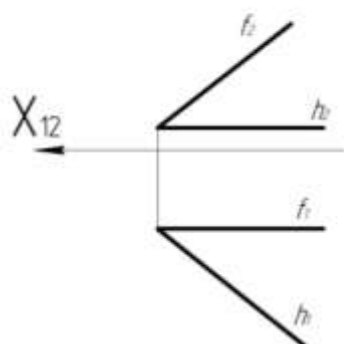
в)



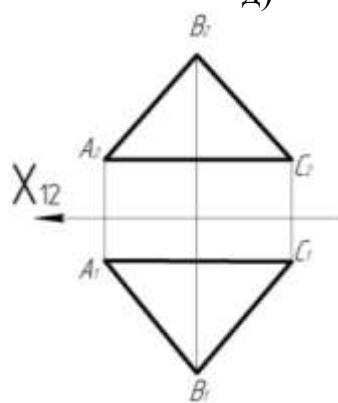
г)



д)

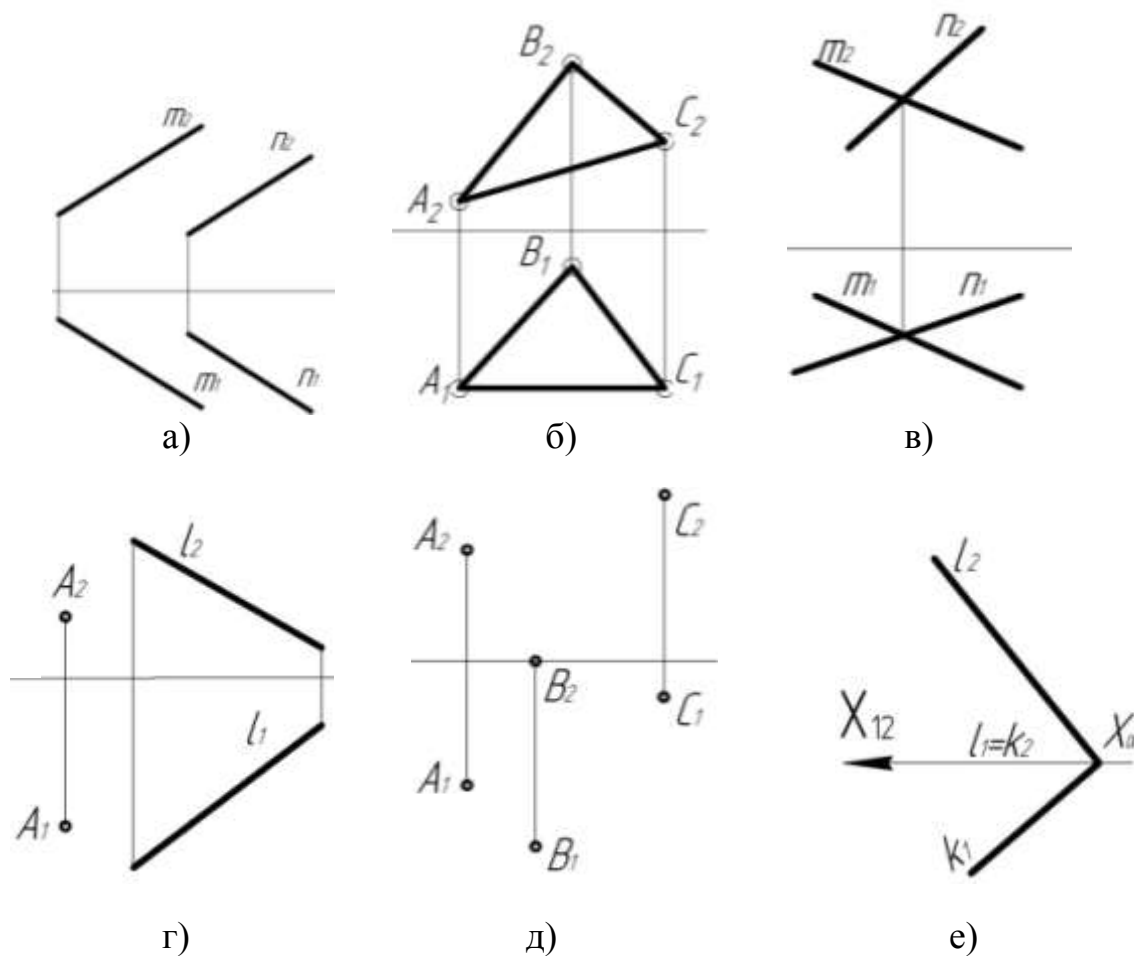


е)

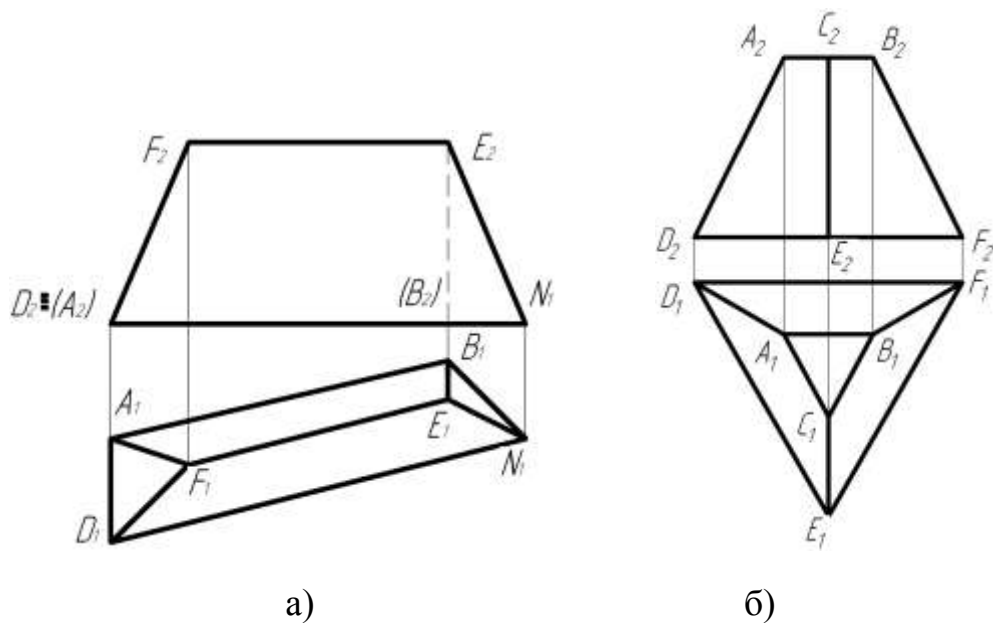


є)

Задача 6. В заданих площинах побудувати горизонталь та фронталь площини.



Задача 7. Побудуйте профільну проєкцію багатогранника та проаналізуйте положення ребер і граней многогранника.

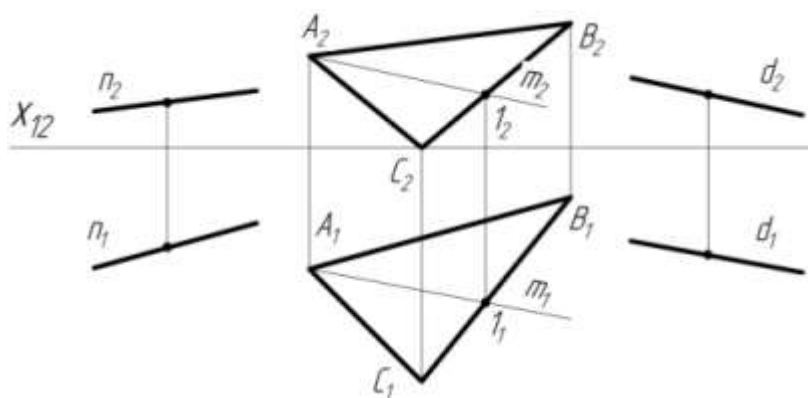


4 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ ТА ПЛОЩИНИ

4.1 Паралельність прямої площині

4.1.1 Основні теоретичні відомості

Означення: пряма паралельна площині, якщо вона паралельна прямій, яка знаходиться в цій площині (рис. 4.1, а, б).



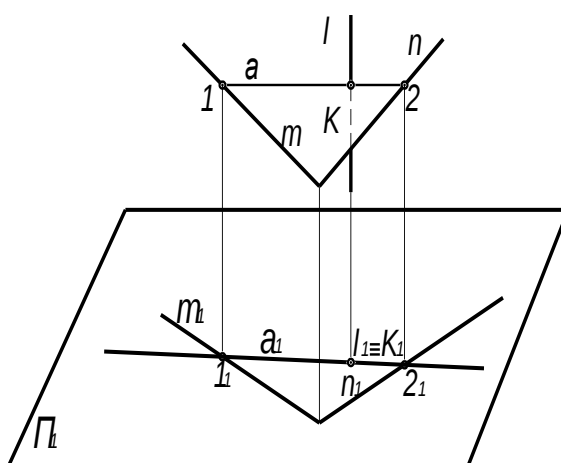
а) окремий випадок

б) загальний випадок

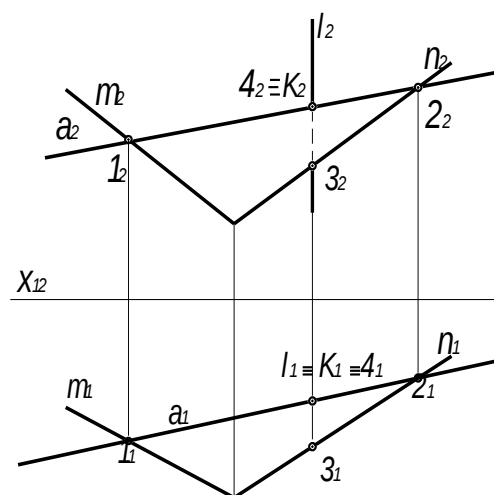
Рисунок 4.1 – Побудова прямої, паралельної площині

4.2 Перетин прямої з площиною

1. *Окремий випадок перетину.* Проекціювальна пряма перетинає площину загального положення (рис. 4.2, а, б).



а) наочне зображення



б) епюр

Рисунок 4.2 – Окремі випадки перетину

2. *Загальний випадок перетину.* Пряма загального положення перетинає площину загального положення (рис. 4.3, а, б).

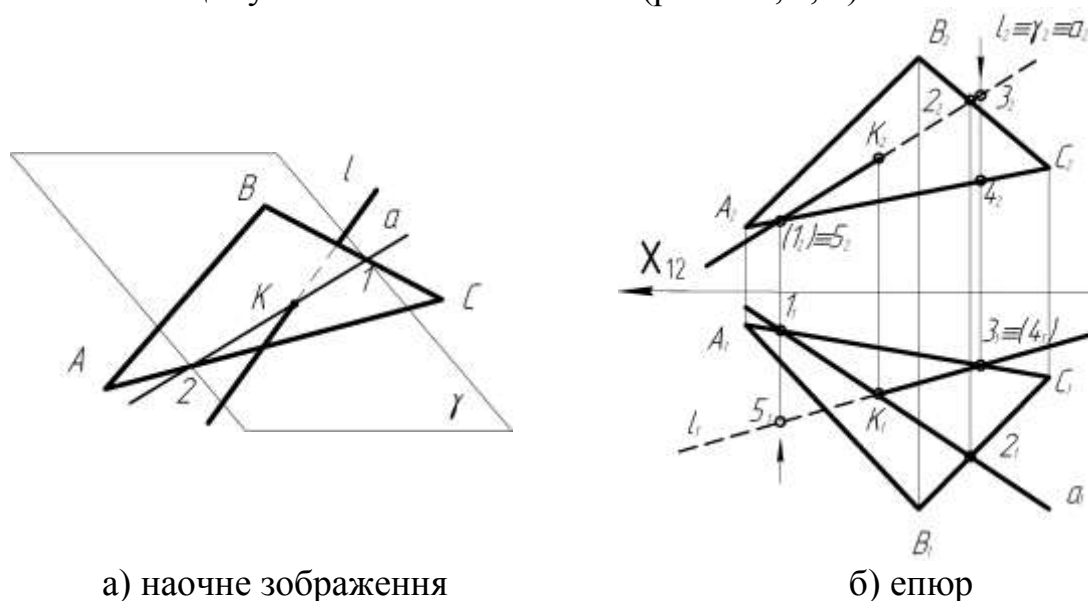


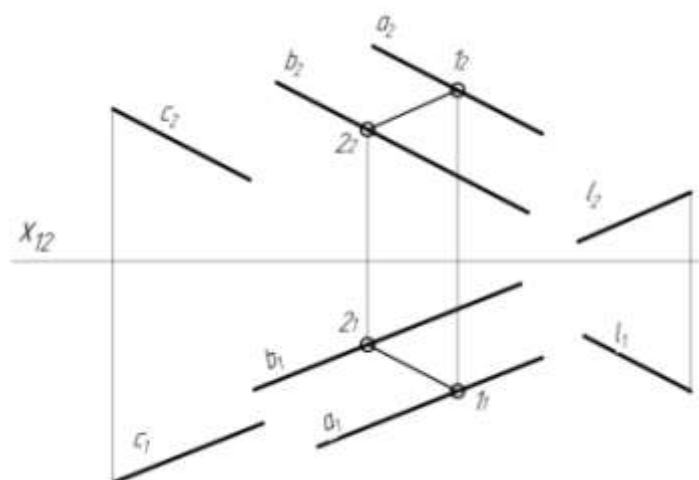
Рисунок 4.3 – Перетин прямої l з площиною σ ($\triangle ABC$)

4.3 Контрольні запитання

1. Дайте означення паралельності прямої площині.
2. В чому відмінність при побудові окремих і загальних випадків паралельності прямої площині?
3. Які випадки перетину прямої з площиною Ви знаєте?
4. Алгоритм побудови точки перетину прямої з площиною.

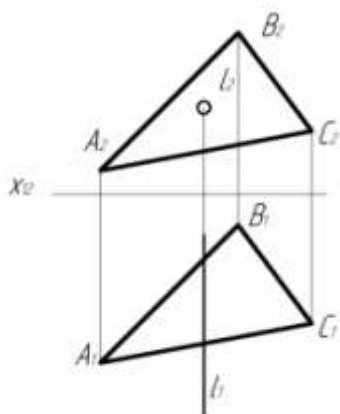
4.4 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Побудувати пряму, паралельну площині.

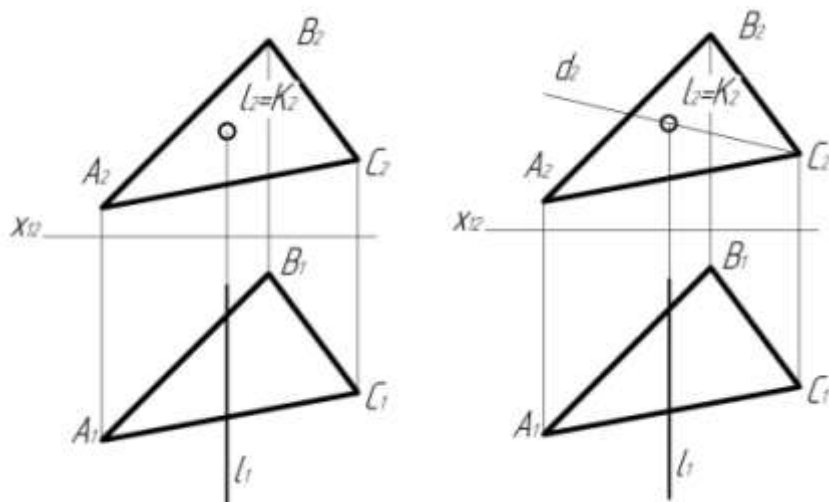


а) окремий випадок б) загальний випадок

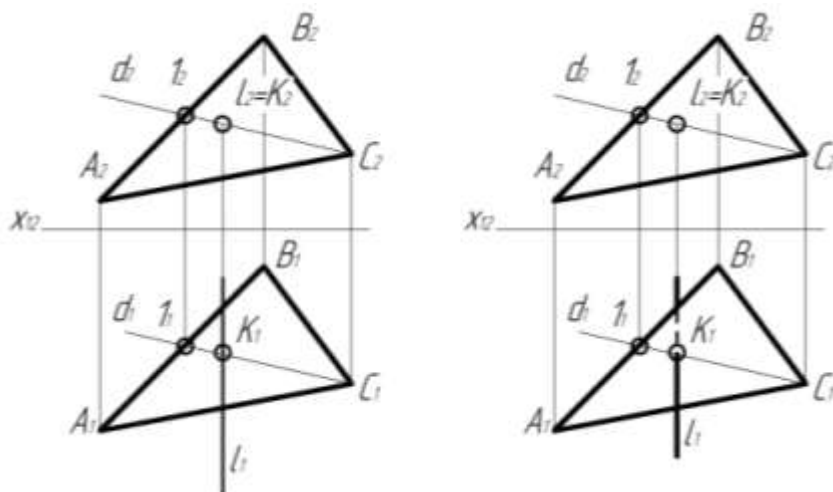
Приклад 2. Побудувати проєкції точки перетину фронтально-проєкціовальної прямої l з площиною трикутника ABC .



а) умова

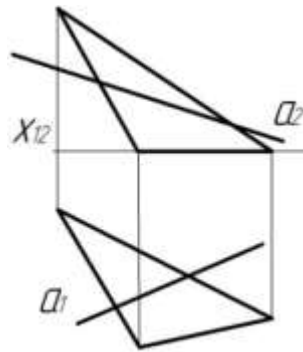


б) визначення фронтальної проєкції K_2 в) введення допоміжної прямої d (d_2)

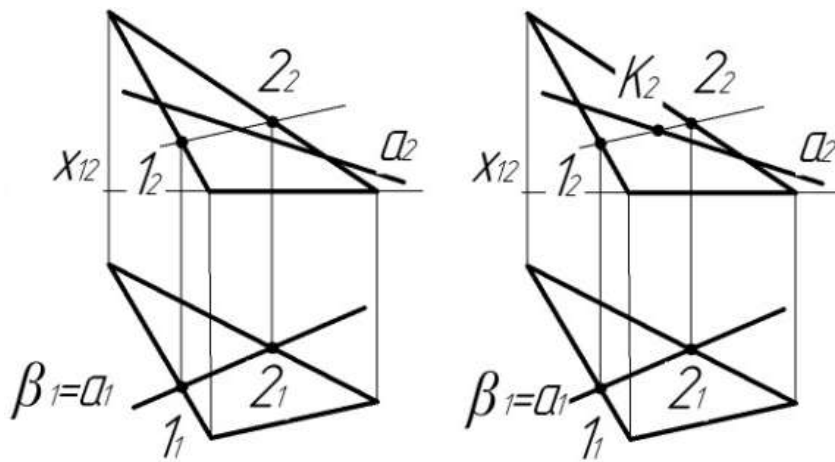


г) визначення горизонтальної проєкції K_1 д) визначення видимості прямої d

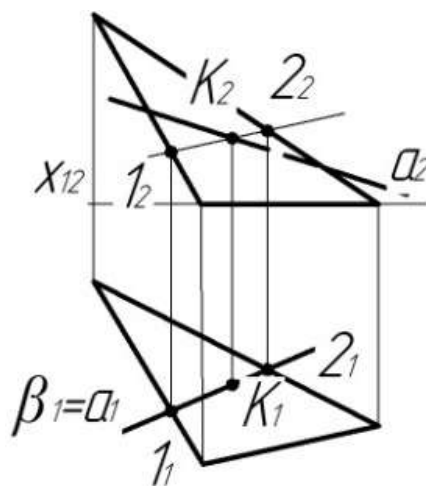
Приклад 3. Побудувати проєкції точки перетину прямої a з площиною трикутника.



а) умова



б) введення допоміжної площини β в) визначення фронтальної проєкції K_2



г) визначення горизонтальної проєкції K_1 та видимості прямої a

4.5 Тестові запитання для самостійного роботи

Тест 1. Визначте, на якому з рисунків (рис. 4.4, а–г) пряма l паралельна одній із сторін трикутника ABC .

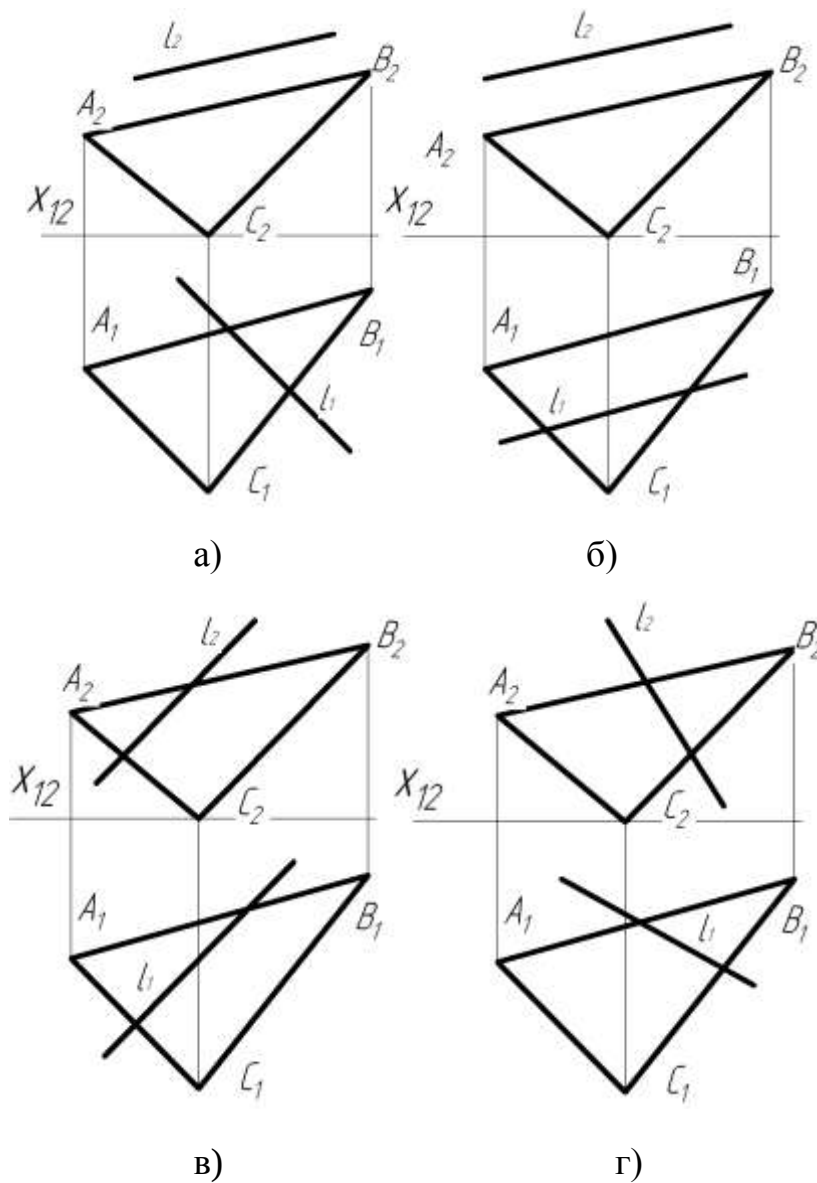


Рисунок 4.4 – Паралельність прямої l стороні $\triangle ABC$

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 4.4, а, в; б) рис. 4.4, б, г; в) рис. 4.4, б, в; г) рис. 4.4, в.

Тест 2. На якому з рисунків (рис. 4.5, а – г) виконана правильна побудова прямої, паралельної площині.

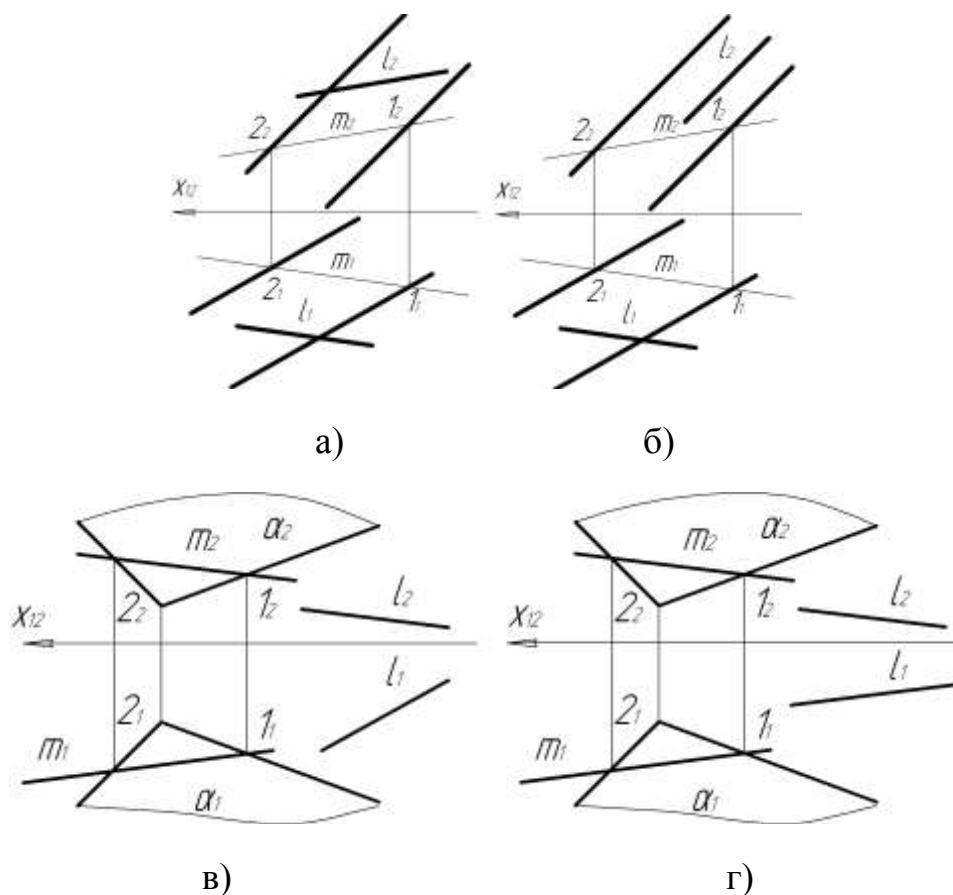
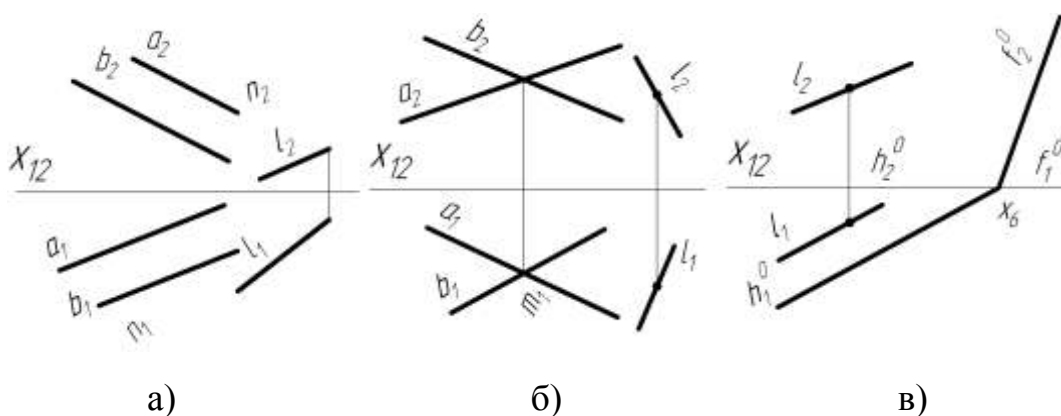


Рисунок 4.5 – Паралельність прямої площині

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 4.5, а, в; б) рис. 4.5, б, г; в) рис. 4.5, б, в; г) рис. 4.5, в.

4.6 Задачі для самостійного виконання

Задача 1. Перевірте побудовами чи паралельна пряма l заданій площині?



Задача 2. За наочним зображенням побудуйте епюри перетину прямої з площиною (рис. 4.7, а–е), введіть відповідні символічні записи положень прямої l та площини α .

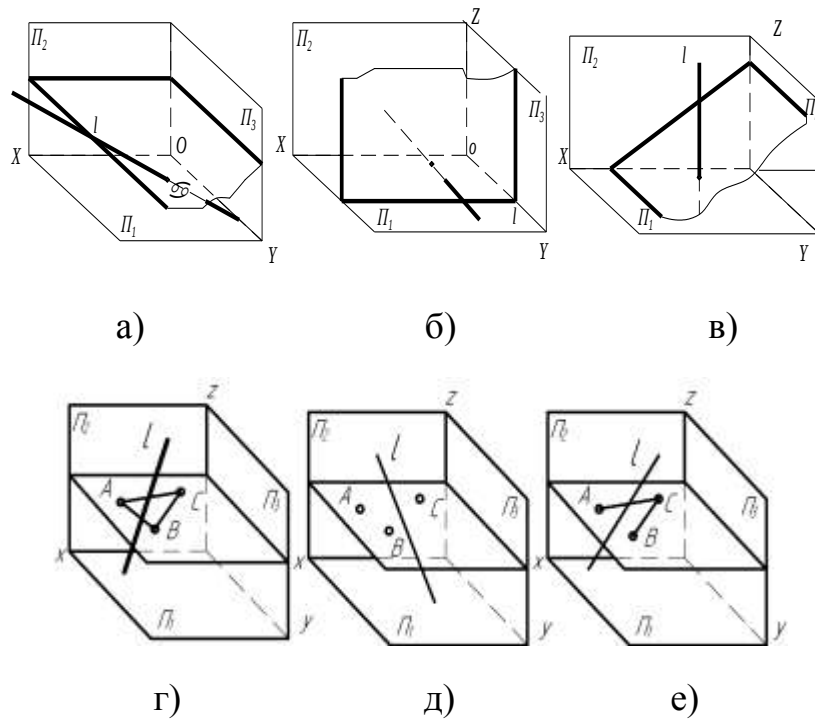
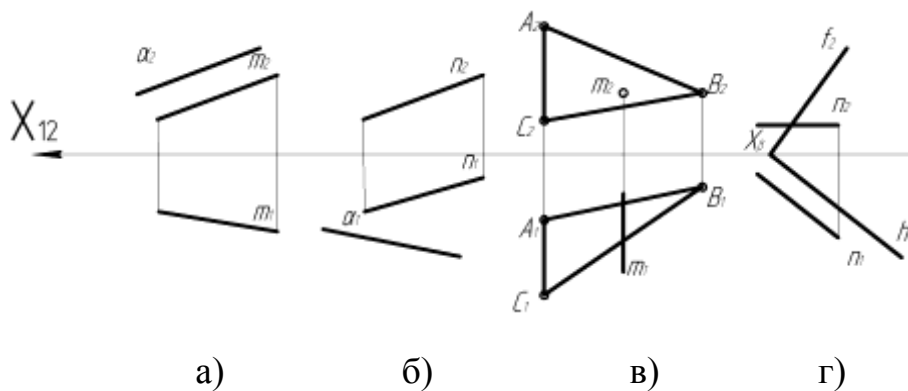
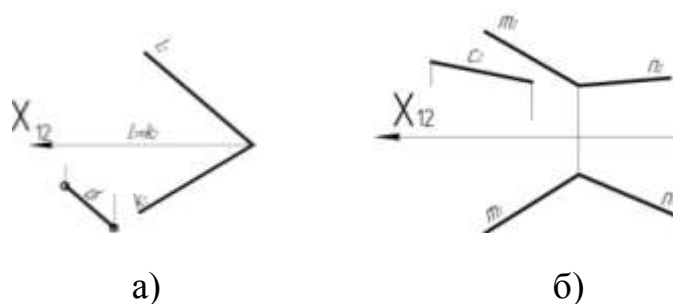


Рисунок 4.7 – Наочні зображення перетину прямої з площиною

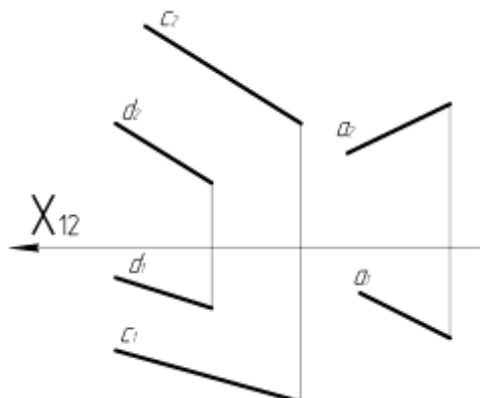
Задача 3. Визначте взаємне положення прямої та площини, виконайте символічний запис.



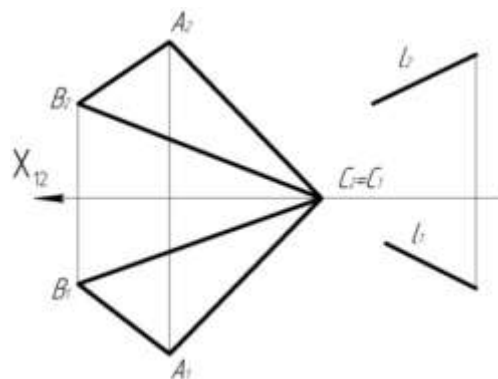
Задача 4. Побудувати відсутню проєкцію прямої, якщо вона паралельна площині.



Задача 5. На підставі побудов перевірте, чи паралельна пряма площині?

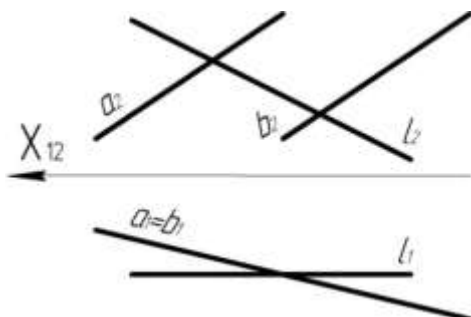


а)

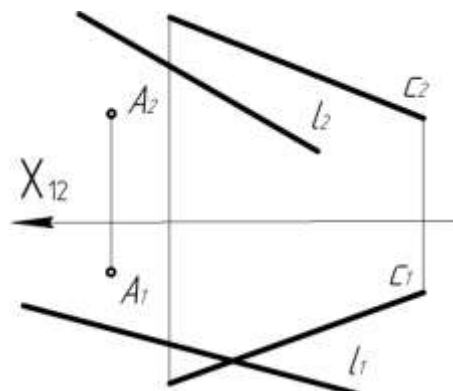


б)

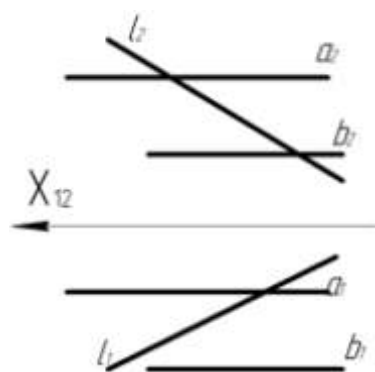
Задача 6. Побудувати проєкції точок перетину прямої з площиною.



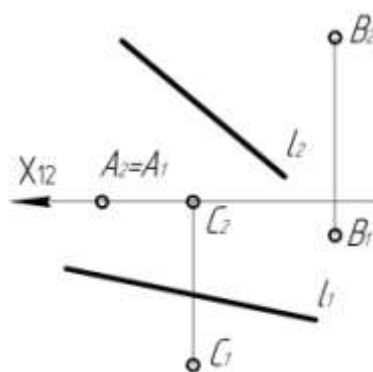
а)



б)



в)



г)

5 ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПЛОЩИН

5.1 Паралельність площин

5.1.1 Основні теоретичні відомості

Означення: якщо дві прямі однієї площини, що перетинаються, паралельні двом прямим, що перетинаються другої площини, то ці площини паралельні між собою (рис. 5.1).

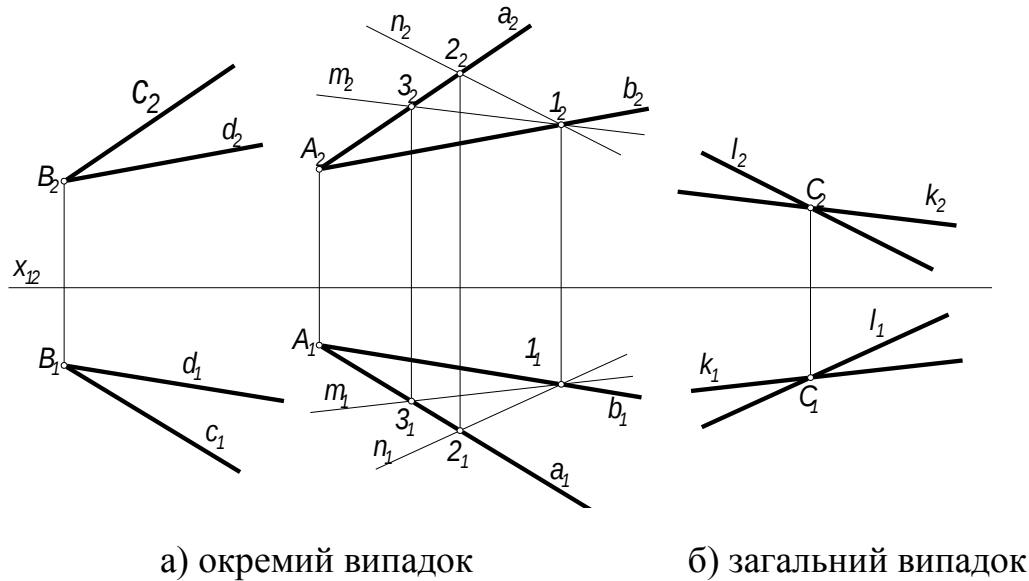


Рисунок 5.1 – Випадки паралельності двох площин

5.2 Перетин площин

Окремі випадки перетину

1. Площину загального положення σ перетинає площина окремого положення α (рис. 5.2, а, б).

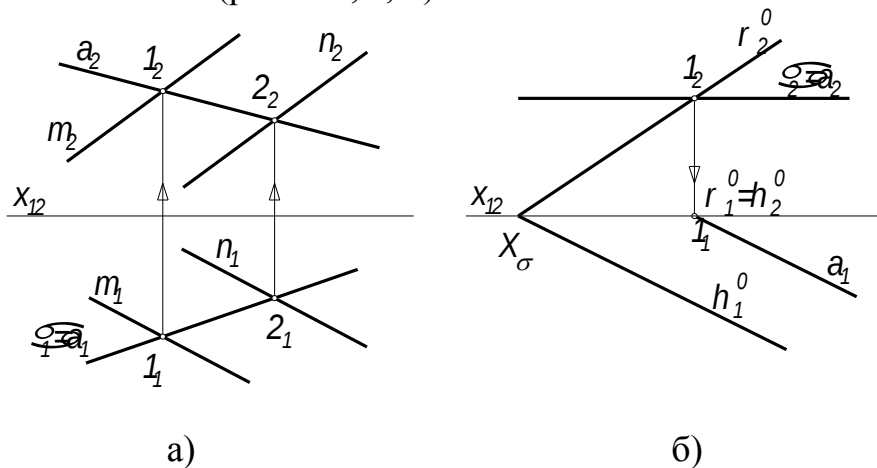


Рисунок 5.2 – Окремі випадки площин

Загальні випадки перетину

В даному випадку дві площини займають загальне положення.

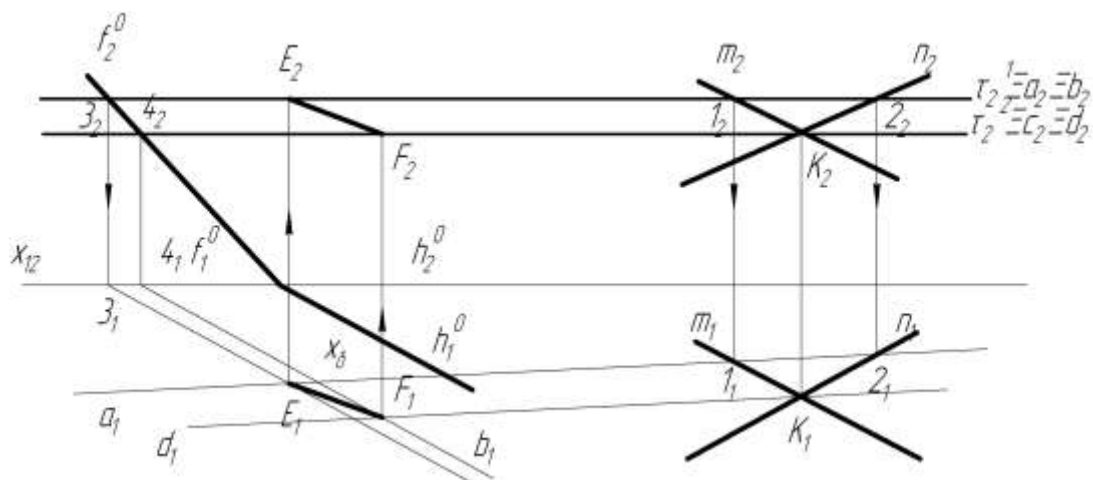


Рисунок 5.3 – Побудова проєкцій лінії взаємного перетину
двох площин загального положення

Лінія взаємного перетину двох площин, заданих слідами, визначається як результат перетину їх однойменних слідів: горизонтальних та фронтальних (рис. 5.4).

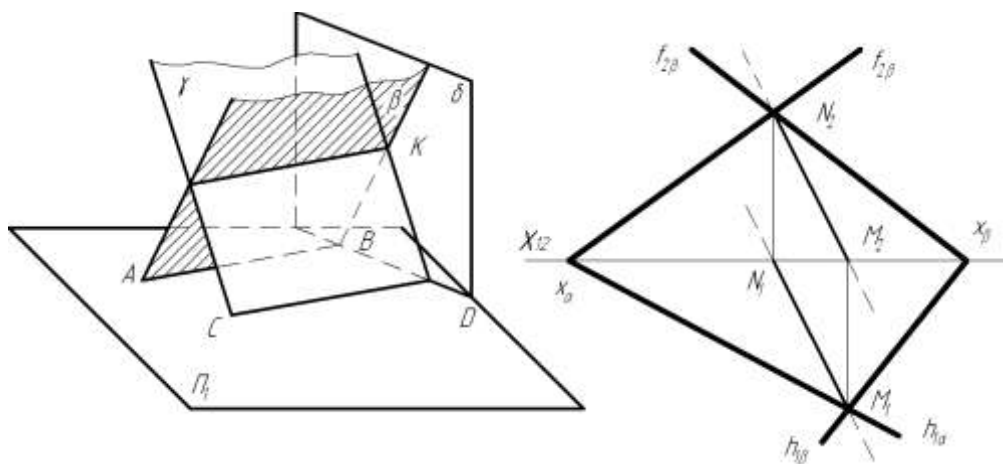


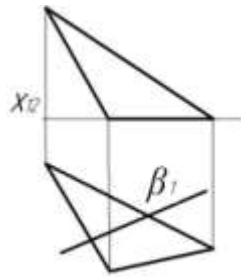
Рисунок 5.4 – Лінія перетину площин, заданих слідами

5.3 Контрольні запитання

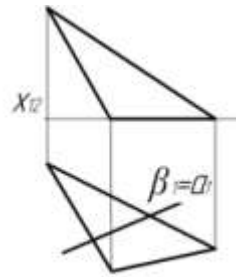
1. Відмінність побудови окремих та загальних випадків паралельності двох площин.
2. Які випадки перетину двох площин Вам відомі? В чому їх різниця?
3. Які два випадки побудови лінії перетину для площин, заданих слід-проекцією, Вам відомі?
4. Яке положення здебільшого займають введені площини-посередники?

5.4 Приклад розв'язування задач

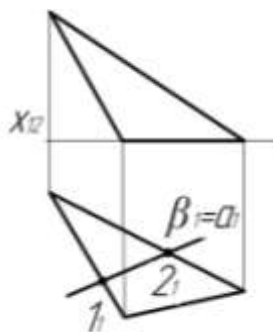
Побудувати лінію перетину двох площин.



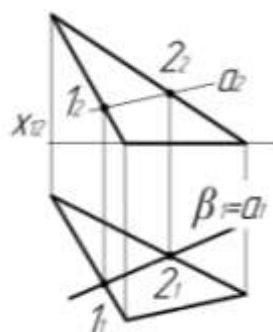
а) умова



б) січна площина утримує лінію a_1

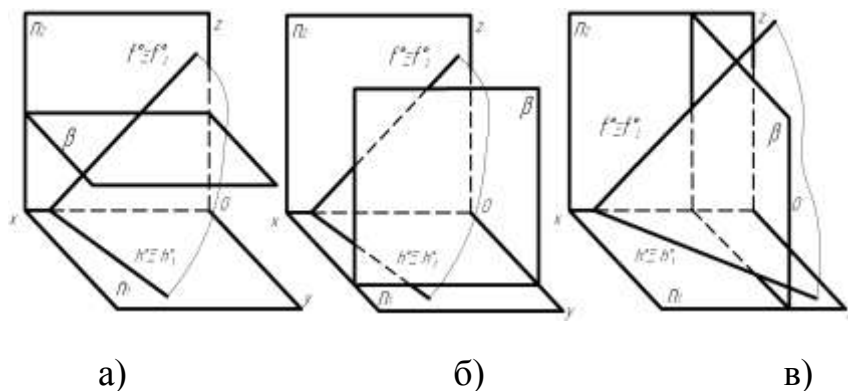


в) $a(1, 2)$ – лінія перетину



5.5 Тестові питання для самостійного роботи

Тест 1. Дайте назву площині β (рис. 5.5, в).



а)

б)

в)

Рисунок 5.5 – Наочні зображення лінії перетину двох площин

Виберіть правильний варіант відповіді: а) горизонтальна; б) вертикальна; в) профільна; г) фронтальна.

Тест 2. На якому з рисунків (рис. 5.6, а – г) виконана правильна побудова площини, паралельної заданим.

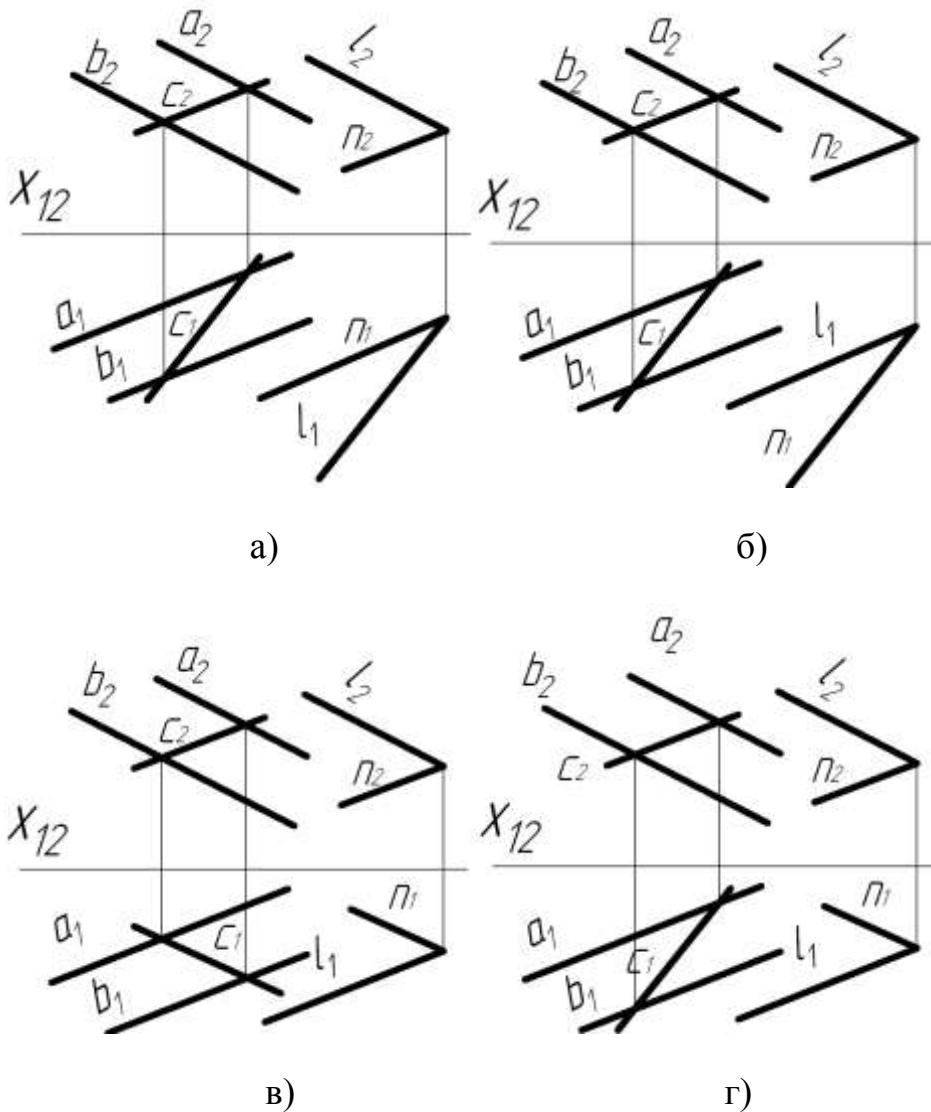


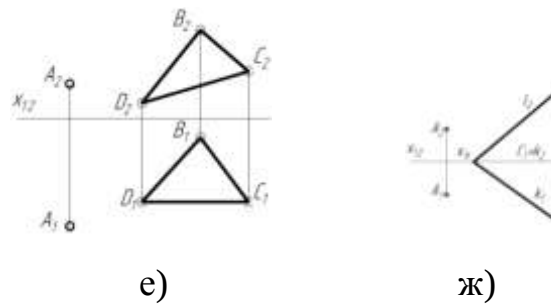
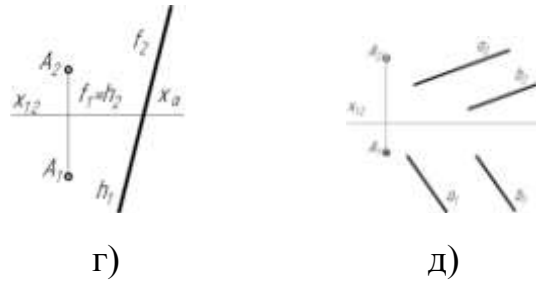
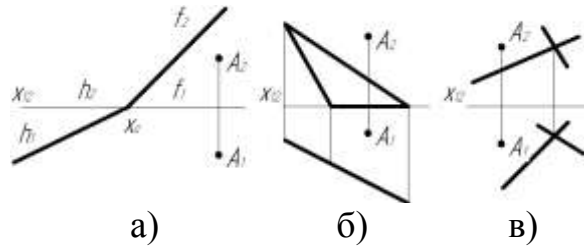
Рисунок 5.6 – Правильна побудова площини, паралельної заданим

Виберіть правильний варіант відповіді:

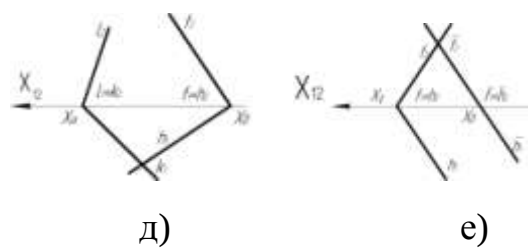
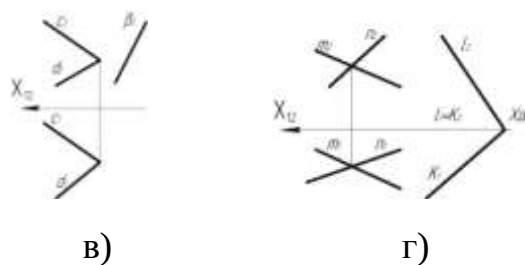
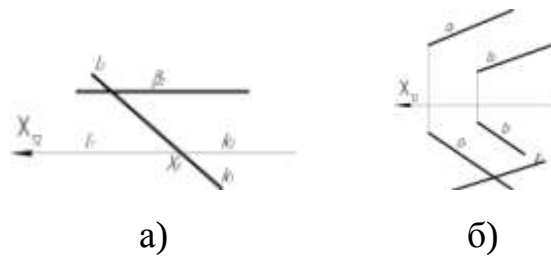
а) рис. 5.6, а, в; б) рис. 5.6, б, г; в) рис. 5.6, б, в; г) рис. 5.6, в.

5.6 Задачі для самостійного виконання

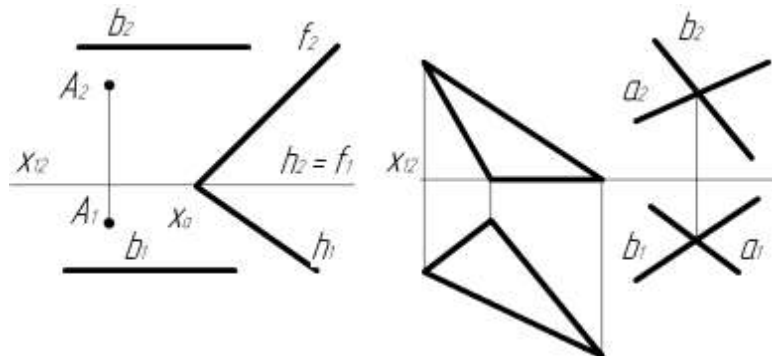
Задача 1. Через т. A побудуйте площину, паралельну заданій.



Задача 2. Побудуйте проєкції лінії взаємного перетину двох площин.

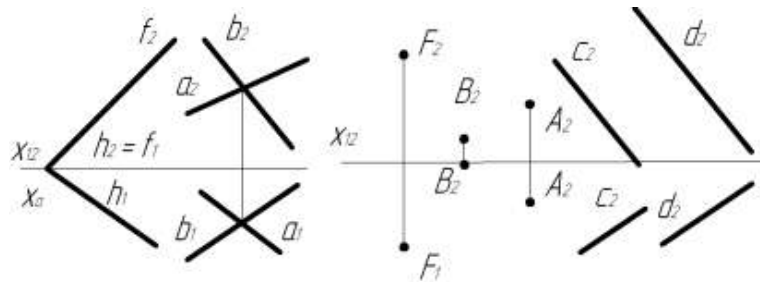


Задача 3. Побудуйте проєкції лінії взаємного перетину двох площин за допомогою введення допоміжних січних площин.



а)

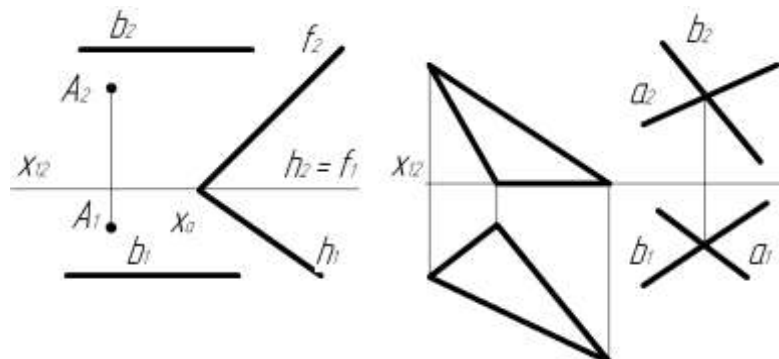
б)



в)

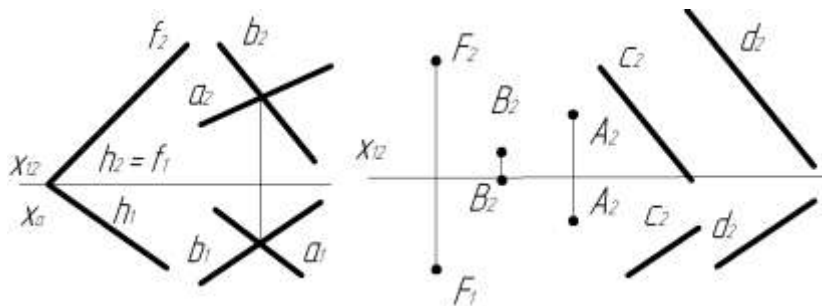
г)

Задача 4. Побудуйте проєкції лінії взаємного перетину двох площин за допомогою введення допоміжних січних площин.



а)

б)



в)

г)

6 ПЕРПЕНДИКУЛЯР ДО ПЛОЩИНИ ТА ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІСТЬ ПЛОЩИН

6.1 Основні теоретичні відомості

Перпендикуляр до площини. У перпендикуляра p до площини (рис. 6.1) його горизонтальна проєкція p_1 перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі h_1 ($p_1 \perp h_1$), а фронтальна проєкція перпендикуляра p_2 перпендикулярна до фронтальної проєкції фронталі f_2 ($p_2 \perp f_2$).

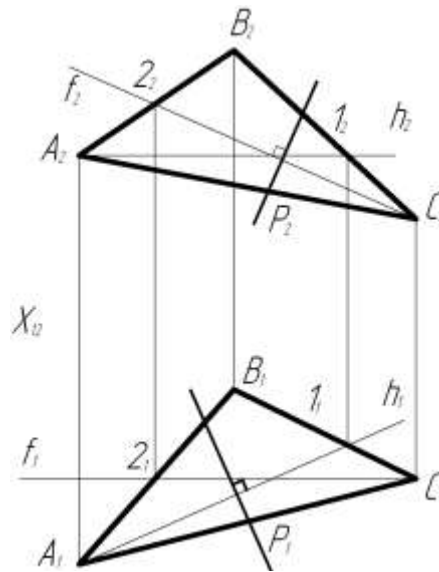


Рисунок 6.1 – Перпендикуляр до площини

Перпендикулярність площин

Означення: площина γ перпендикулярна до заданої площини Σ , якщо вона (γ) може бути задана двома прямими, які перетинаються, причому одна з цих прямих є перпендикуляром до заданої площини (рис. 6.2).

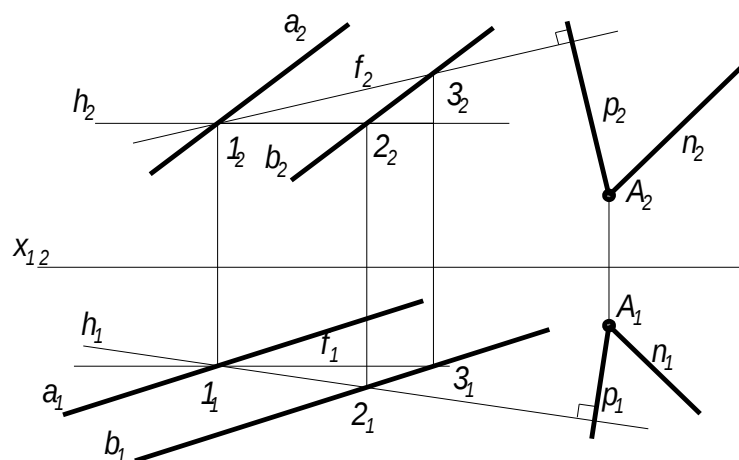


Рисунок 6.2 – Перпендикулярність площин

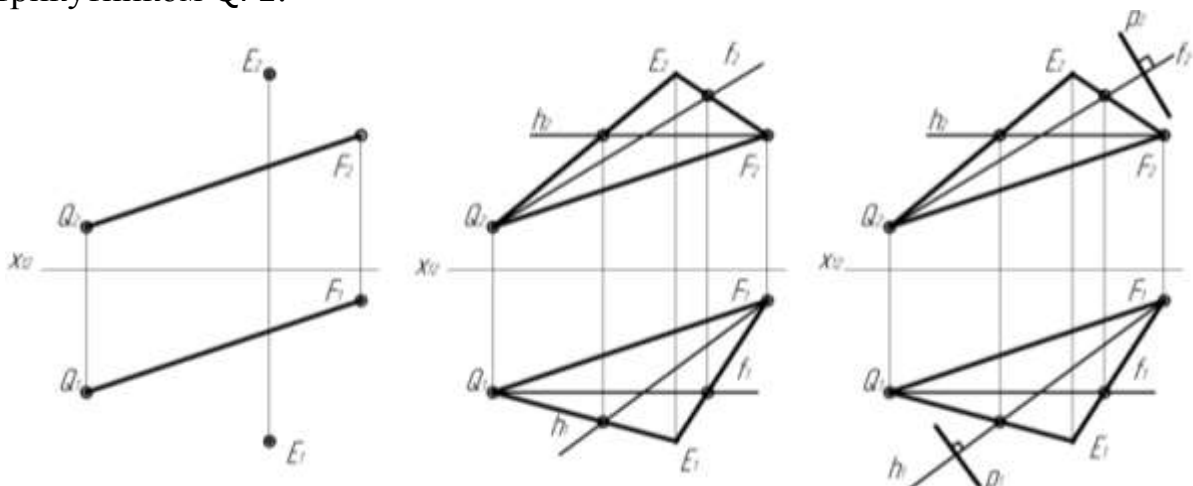
6.2 Контрольні запитання

1. Дайте означення перпендикуляра до площини.
2. Які головні лінії потрібно попередньо побудувати в площині?
3. Дайте означення взаємно перпендикулярних площин.
4. Суть властивостей прямого кута.

6.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Побудувати проєкції перпендикуляра $p(p_1, p_2)$ до площини, яка задана прямою QF та точкою E .

Для більш наочного розв'язання задачі площина перезадана трикутником QFE .

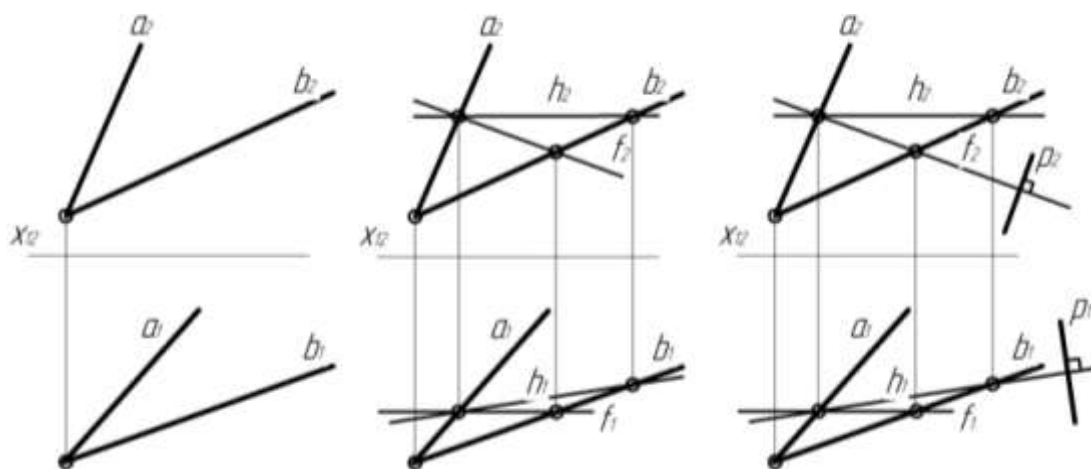


а) умова

б) побудова горизонталі та фронталі площини

в) результат

Приклад 2. Побудувати проєкції перпендикуляра $p(p_1, p_2)$ до площини, яка задана двома прямими, що перетинаються.

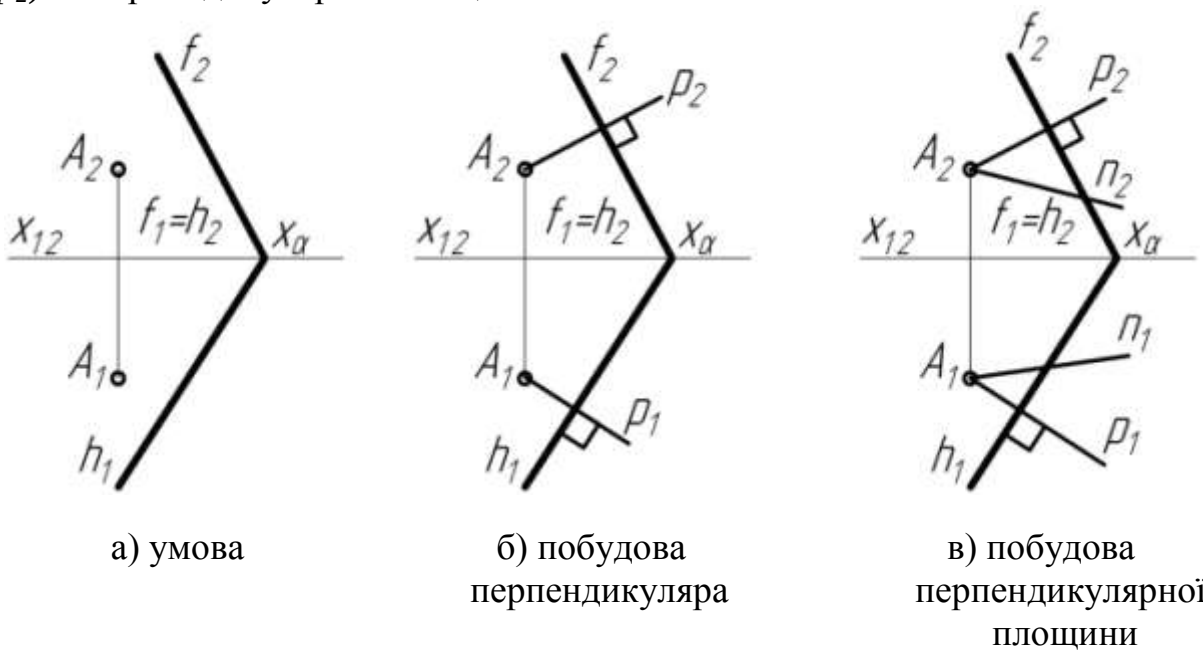


а) умова

б) побудова горизонталі та фронталі площини

в) результат

Приклад 3. Через точку A побудувати проєкції перпендикуляра $p(p_1, p_2)$ та перпендикулярної площини.



6.4 Тестові запитання для самостійної роботи

1. Визначте номер рисунка (рис. 6.3, а–г), на якому побудований перпендикуляр до площини.

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 6.3, б; б) рис. 6.3, г; в) рис. 6.3, а, в; г) рис. 6.3, в, г.

2. Визначте номер рисунка (рис. 6.3, а–г), на якому побудовані перпендикулярні площини.

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 6.3, а, б; б) рис. 6.3, в, г; в) рис. 6.3, в; г) рис. 6.3, б, г.

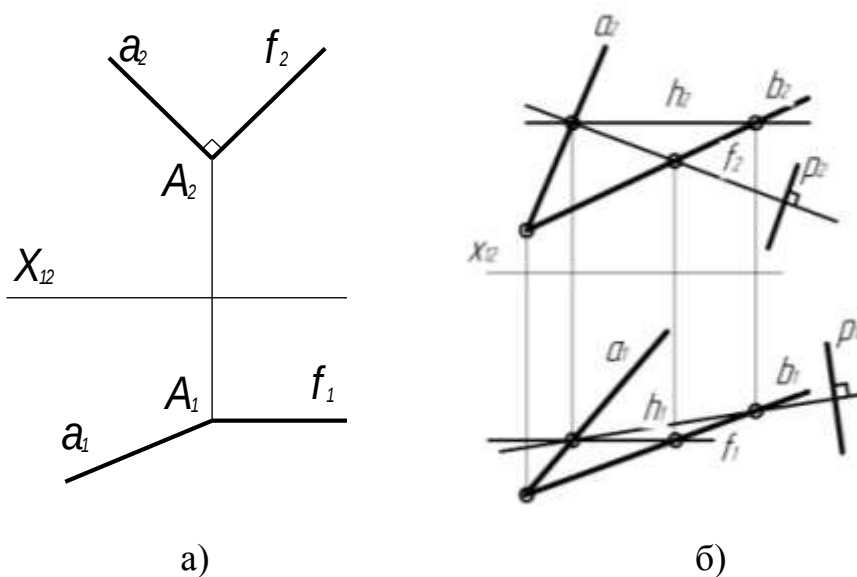


Рисунок 6.3 – Перпендикулярність

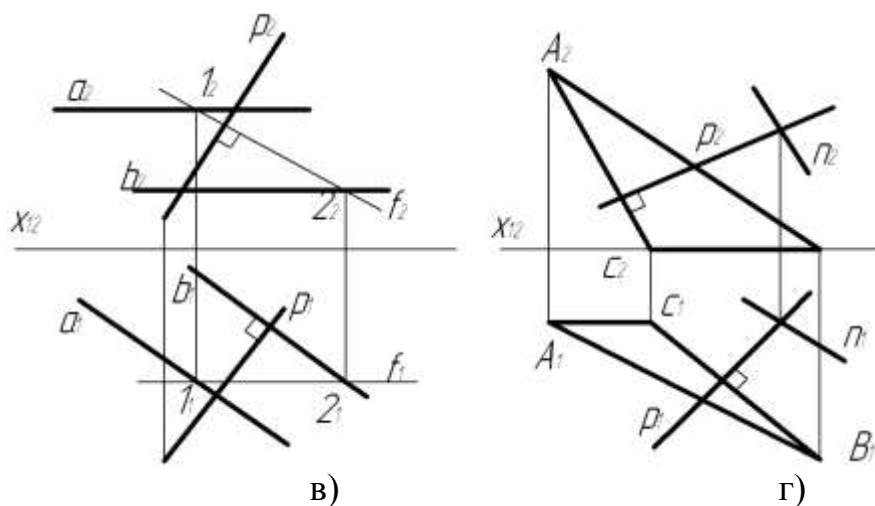
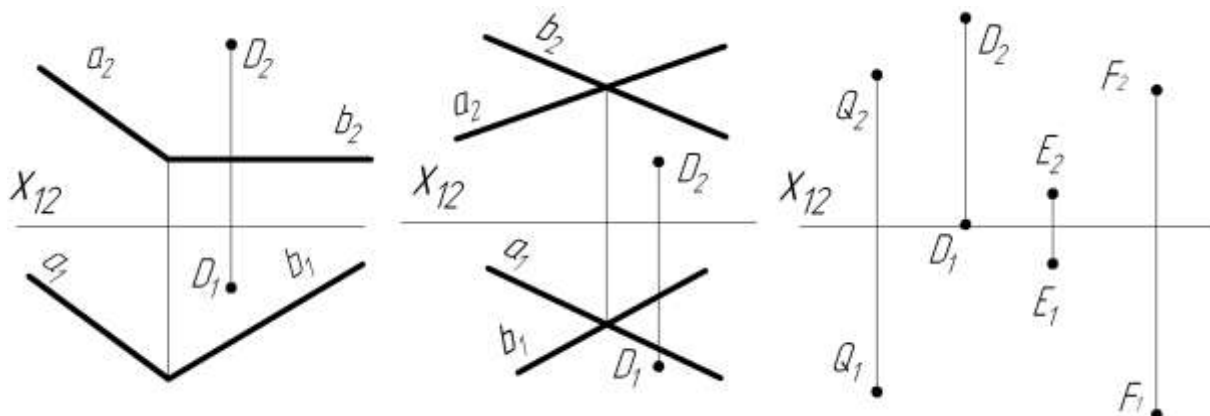


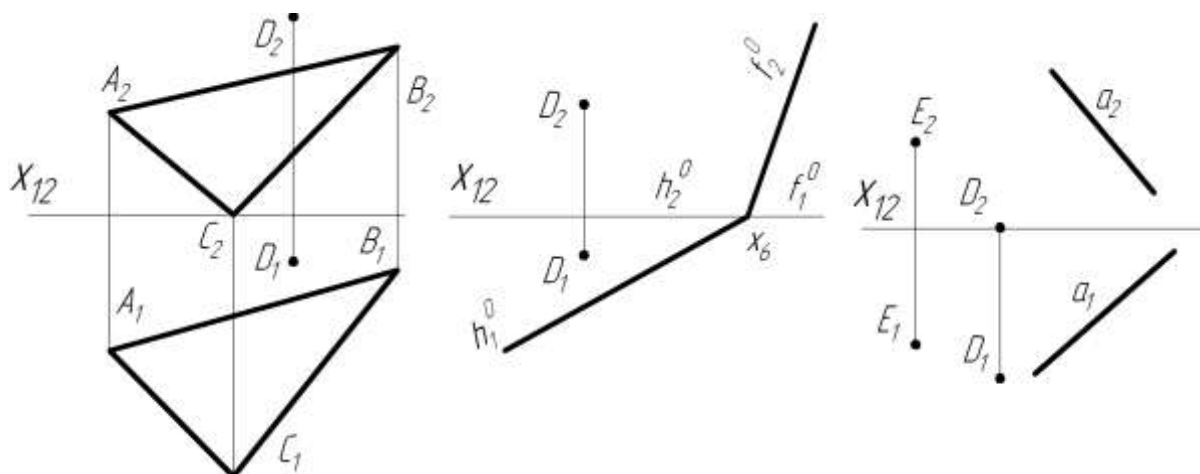
Рисунок 6.3, аркуш 2

6.5 Задачі для самостійного виконання

Задача 1. Через точку D побудуйте перпендикуляр до заданої площини.



Задача 2. Через точку D побудуйте проєкції площини, перпендикулярної до заданої.



7 МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕНЬ

7.1 Основні теоретичні відомості

Спосіб заміни площин проєкції. Прямій EF надаються окремі положення та визначені кути нахилу цієї прямої до площин проєкцій Π_1 та Π_2 (рис. 7.1).

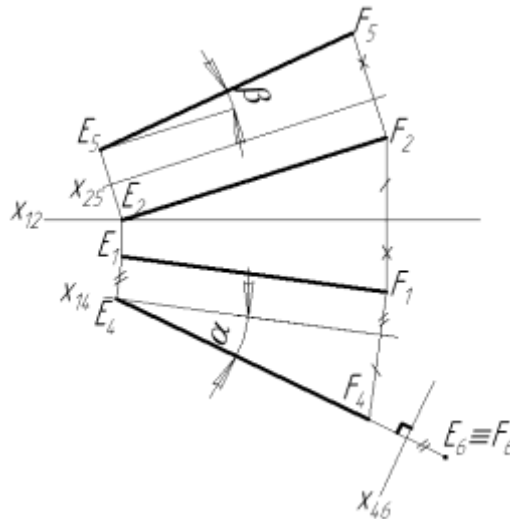


Рисунок 7.1 – Основні положення прямої EF

Площині трикутника ABC загального положення (рис. 7.2) надаються окремі положення.

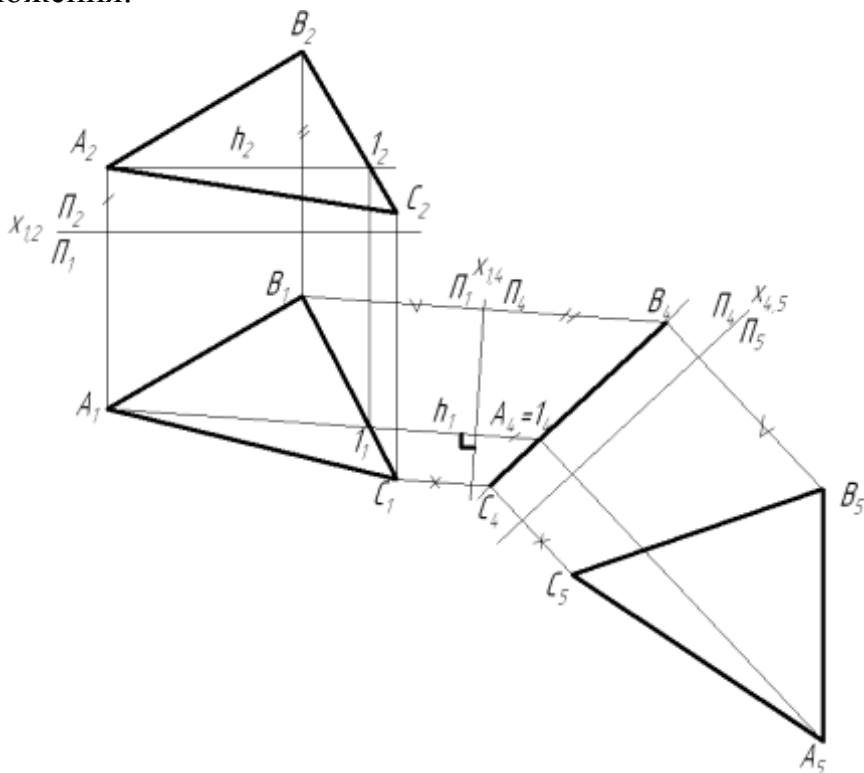


Рисунок 7.2 – Епюр побудови натуральної величини $\triangle ABC$

Спосіб плоско-паралельного переміщення. Прямій AB надаються окремі положення та визначаються кути нахилу цієї прямої до площин проєкції Π_1 та Π_2 (рис. 7.3).

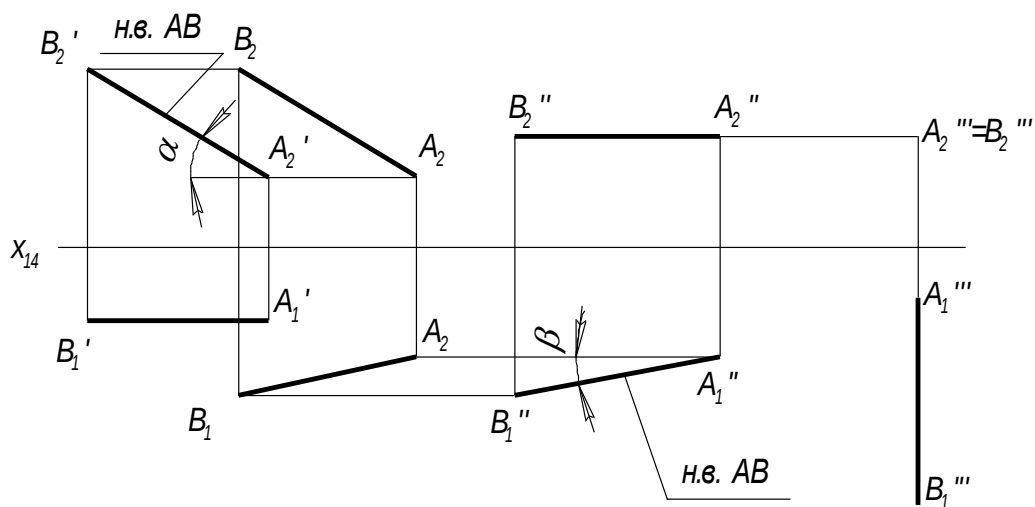


Рисунок 7.3 – Основні положення прямої AB

Площині $\triangle ABC$ надаються окремі положення (рівня та проєкціювальне) (рис. 7.4). За допомогою фронталі на першому етапі перетворень надамо площині горизонтально-проєкціювальне положення, на другому – положення рівня (фронтальної площини).

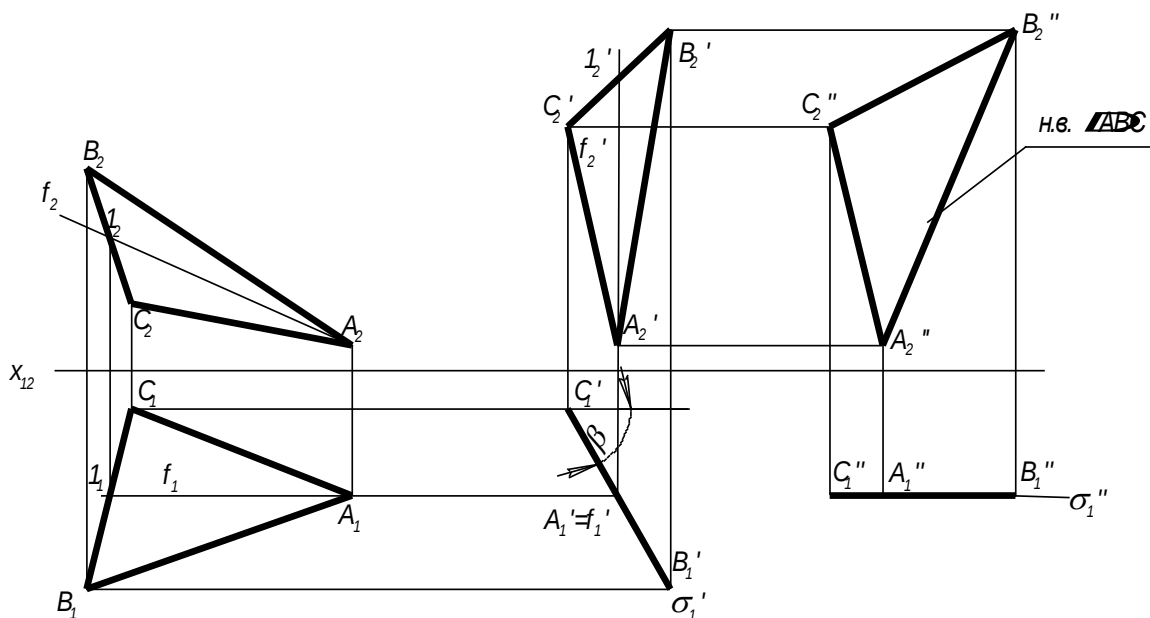


Рисунок 7.4 – Надання площині $\triangle ABC$ проєкціювального положення та положення рівня

Спосіб обертання навколо проєкціювальної осі (рис. 7.5).

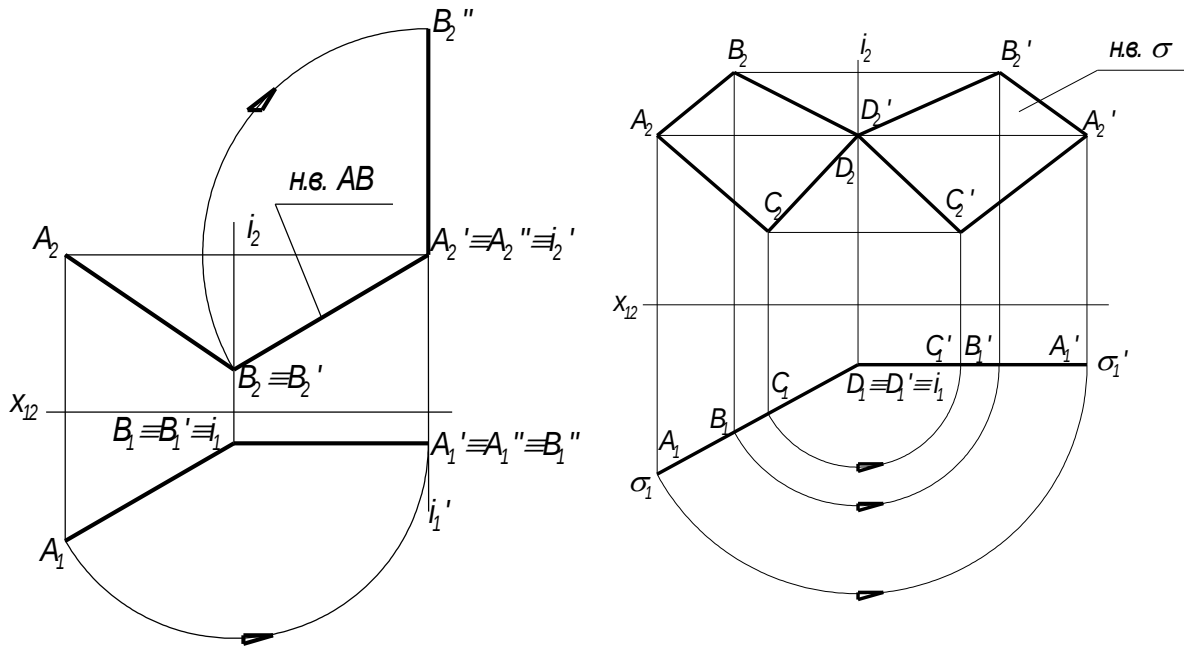


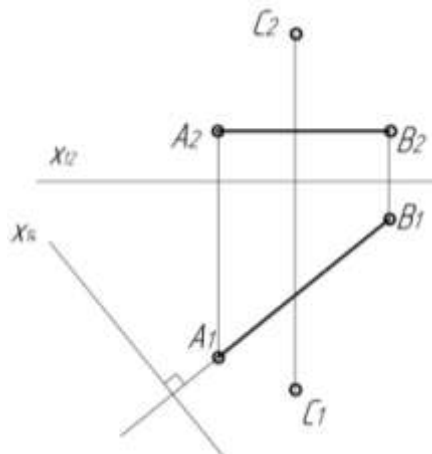
Рисунок 7.5 – Перетворення прямої та площини способом обертання

7.2 Контрольні запитання

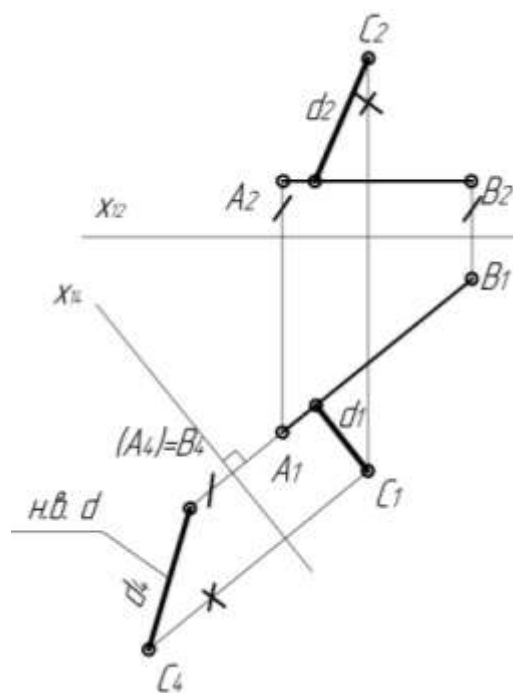
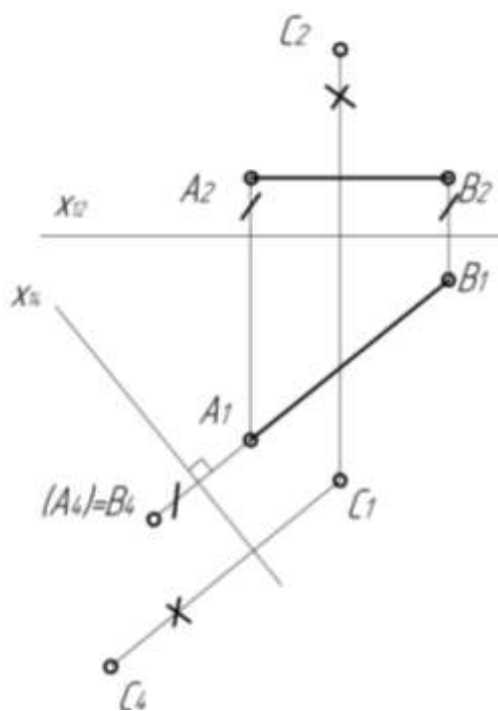
1. Суть методів заміни площин проєкцій та плоско-паралельного переміщення.
2. Суть методу обертання навколо проєкціювальної осі.
3. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб прямої загального положення надати проєкціювальне положення (положення рівня)?
4. Скільки потрібно виконати перетворень, щоб площині загального положення надати проєкціювальне положення (положення рівня)?

7.3 Приклади розв'язування задач

Задача 1. Визначити н. в. відстані від т. C до прямої AB .



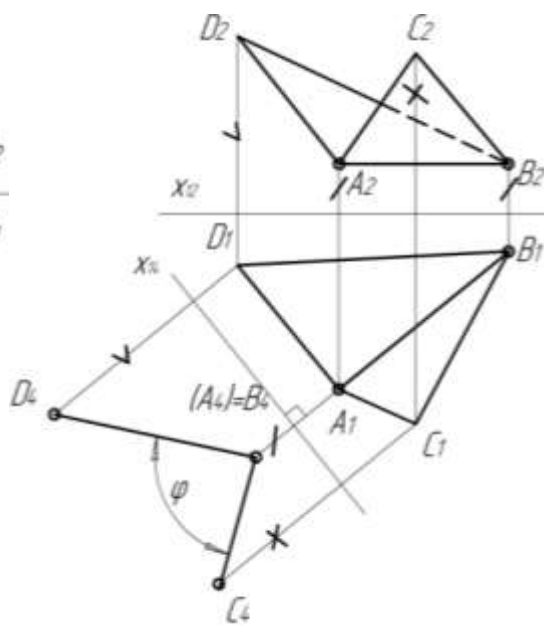
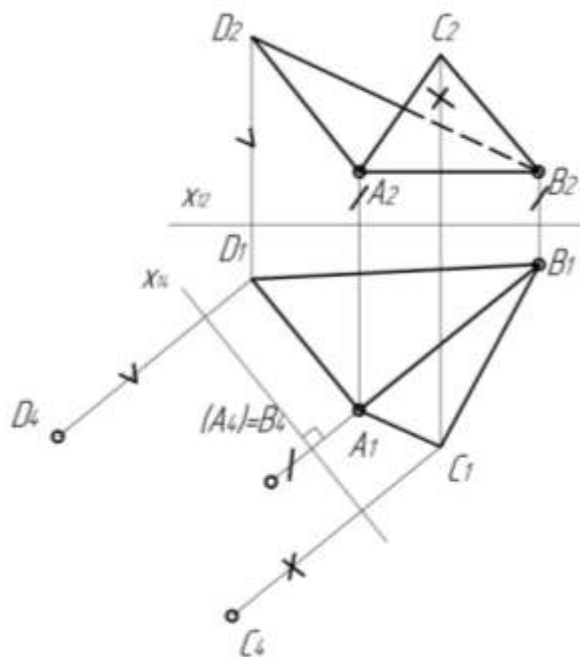
а) введення нової площини проєкцій Π_4



б) перетворення прямої у проєкціювальну

в) d – шукана відстань

Задача 2. Визначити н. в. лінійного кута при ребрі AB .



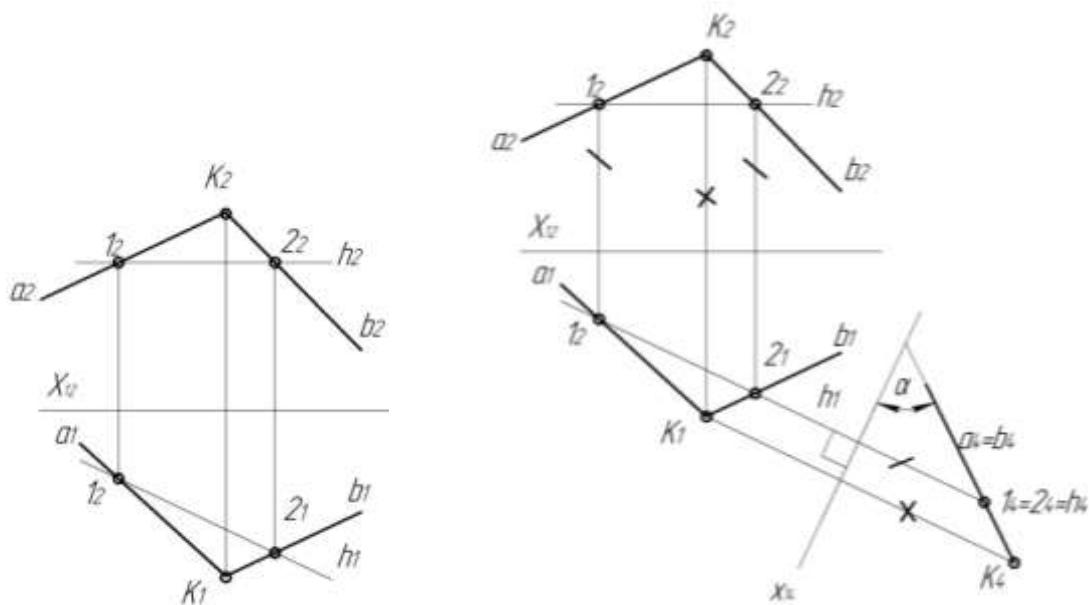
а) перетворення ребра AB у проєкціювальне

б) φ – кут при ребрі AB

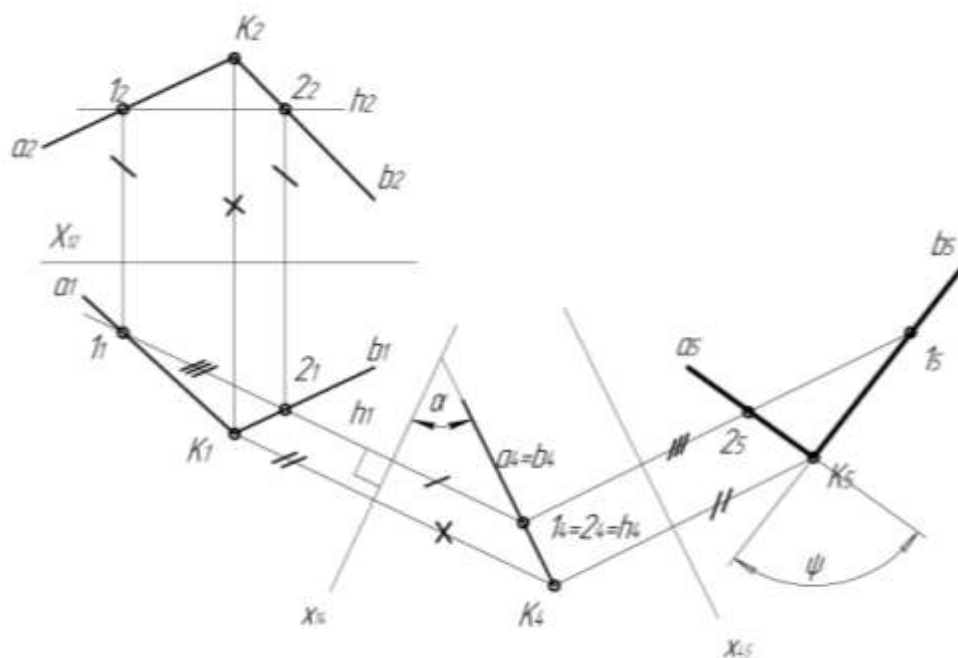
Задача 3. Визначити:

– кут нахилу площини до Π_2 ;

– н. в. лінійного кута між двома прямими, що перетинаються.



а) побудова горизонталі h б) визначення кута α нахилу площини до Π_2



в) визначення н. в. лінійного кута між двома прямими, що перетинаються

7.4 Тестові запитання для самостійної роботи

Тест 1. Вкажіть номер рисунка, на якому започаткована правильна побудова визначення натуральної величини (рис. 7.6, а – г) відстані від точки А до прямої l . *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 7.6, а, г; б) рис. 7.6, в, г; в) рис. 7.6, а, в; г) рис. 7.6, б, в.

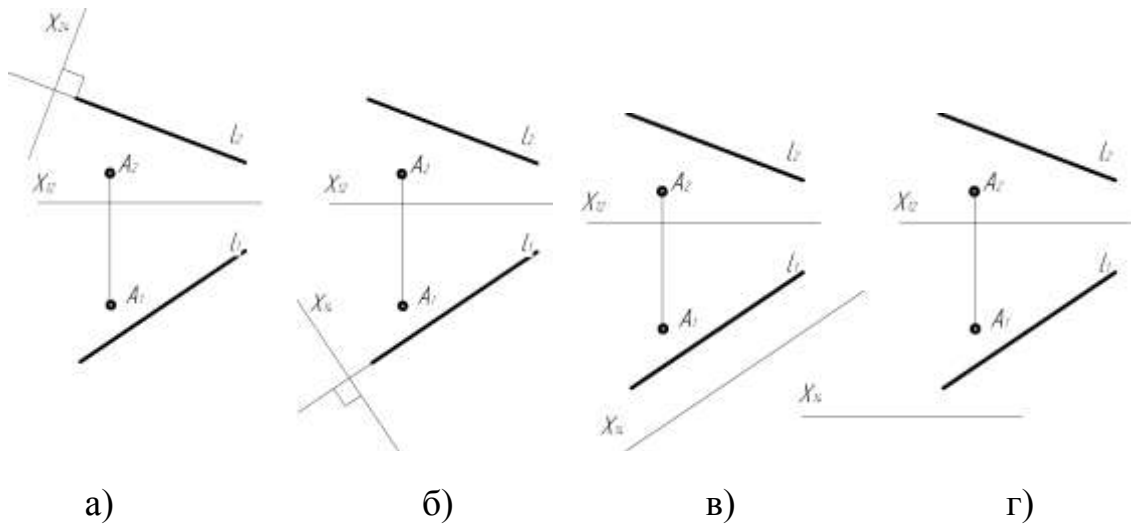


Рисунок 7.6 – Визначення натуральної величини відстані від т. A до прямої l

Тест 2. Проаналізуйте умови задач (рис. 7.7, а–е) та вкажіть номер рисунка, для якого натуральну величину відстані знаходять із застосуванням одного перетворення. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 7.7, а, е; б) рис. 7.7, б, в, д; в) рис. 7.7, в, д; г) рис. 7.7, б, а, е.

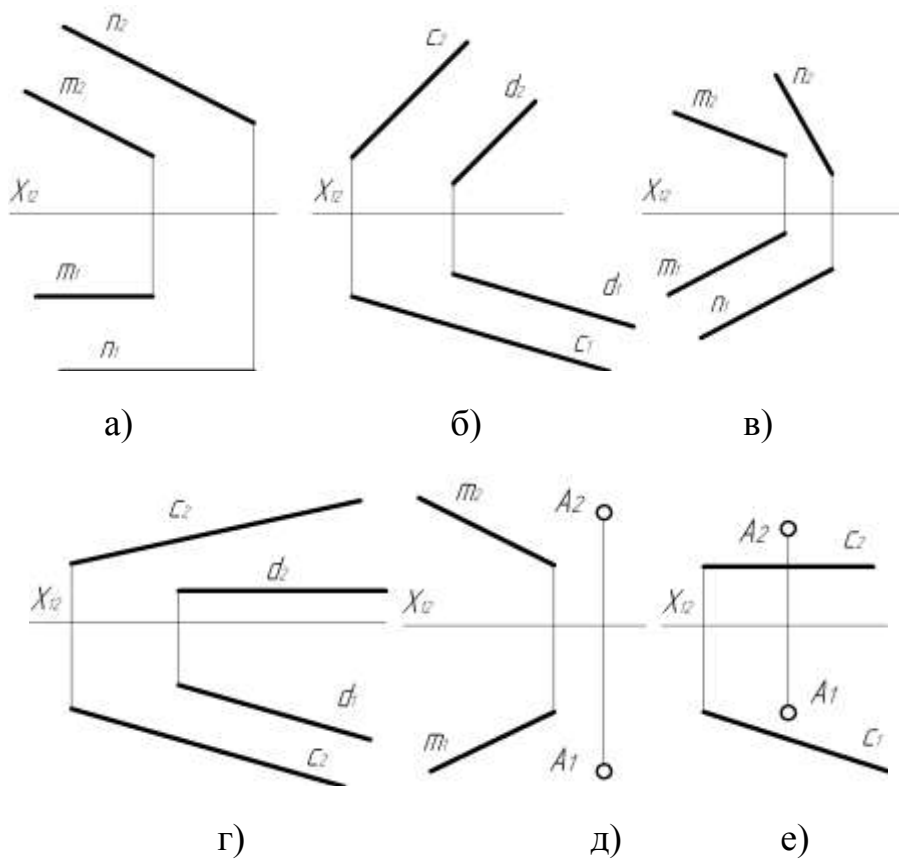


Рисунок 7.7 – Визначення натуральних величин відстаней

Тест 3. Проаналізуйте умови задач (див. рис. 7.7, а – е) та вкажіть номер рисунка, для якого натуральну величину відстані знаходять з застосуванням двох перетворень. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 7.7, а – в; б) рис. 7.7, в – д; в) рис. 7.7, г – е; г) рис. 7.7, б – д.

Тест 4. Вкажіть номер рисунка, на якому започаткована правильна побудова перетворення площини загального положення (рис. 7.8, а – г) у проєкціювальну. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 7.8, а; б) рис. 7.8, г; в) рис. 7.8, в; г) рис. 7.8, б.

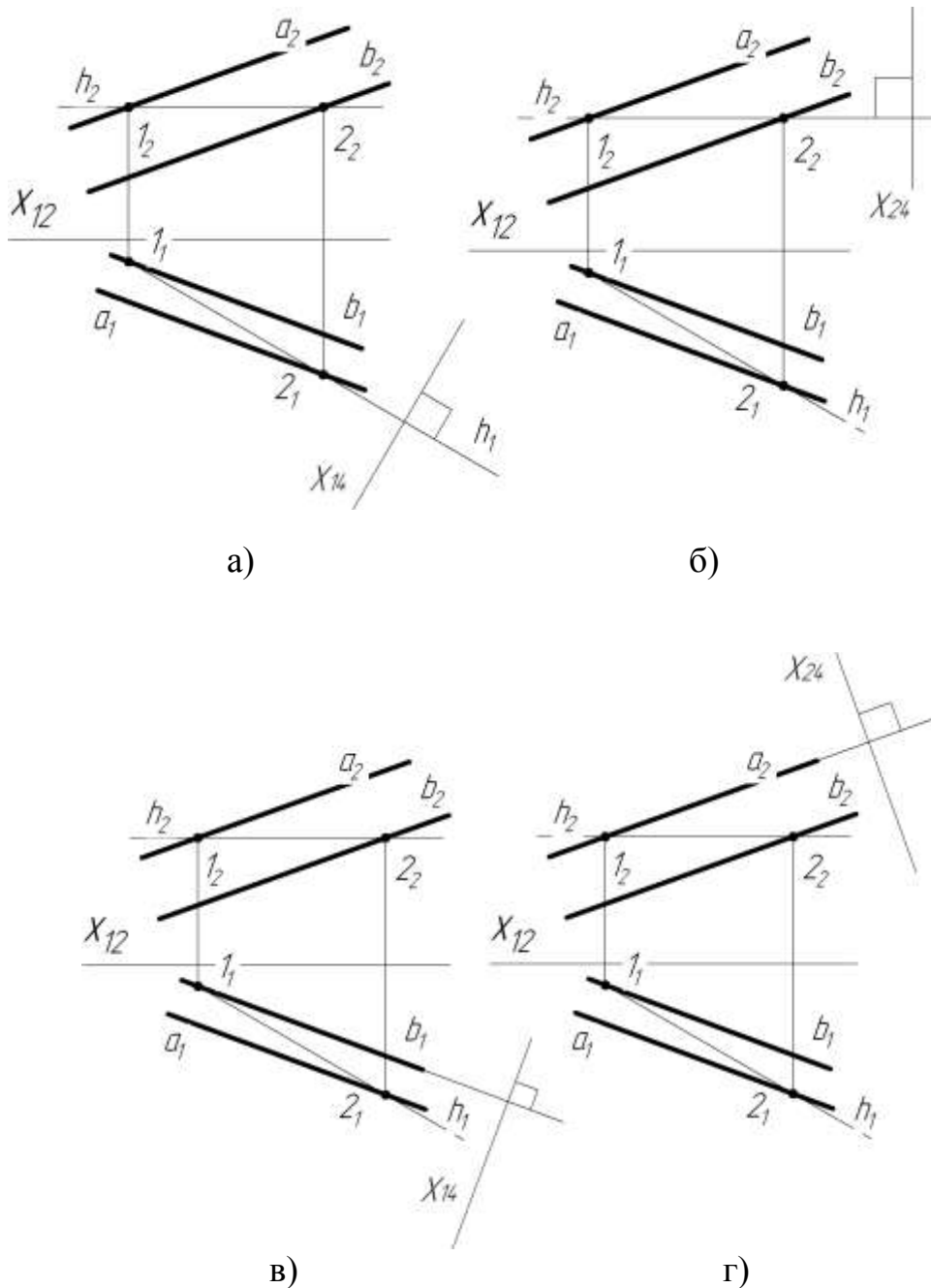
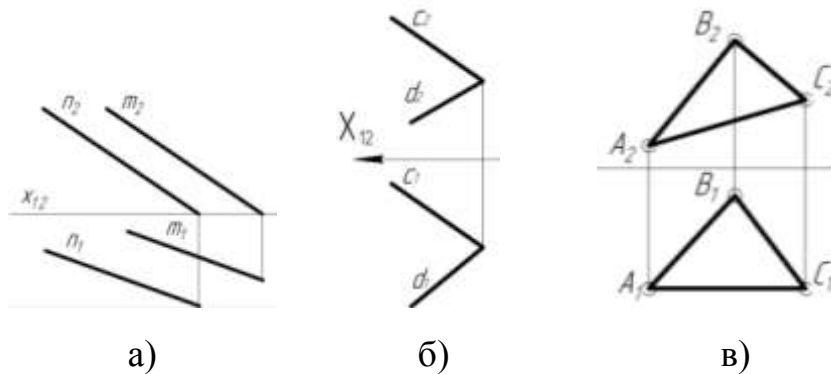


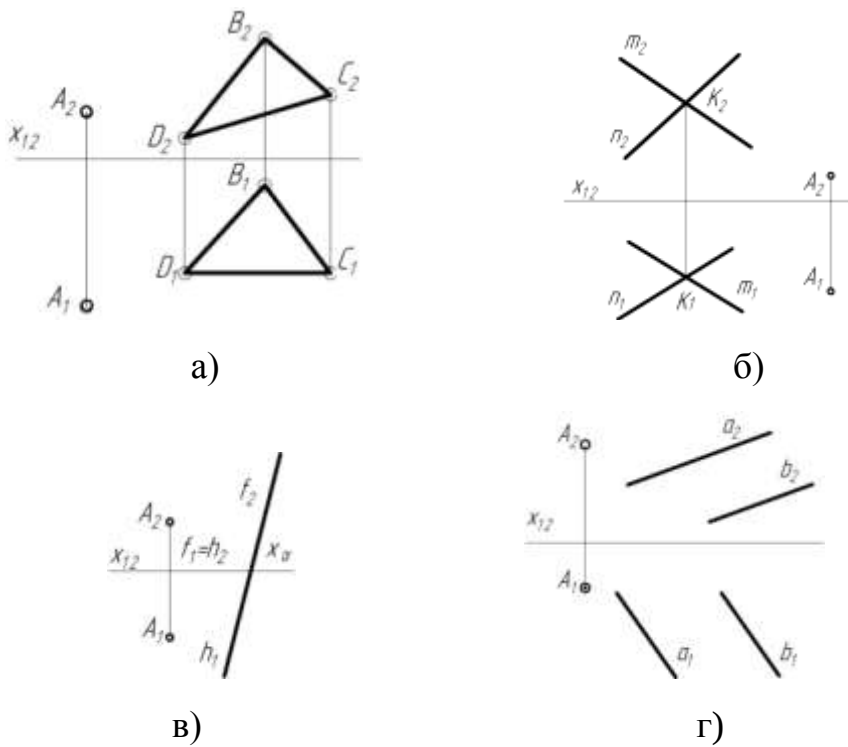
Рисунок 7.8 – Перетворення площини загального положення у проєкціювальну

7.5 Задачі для самостійного виконання

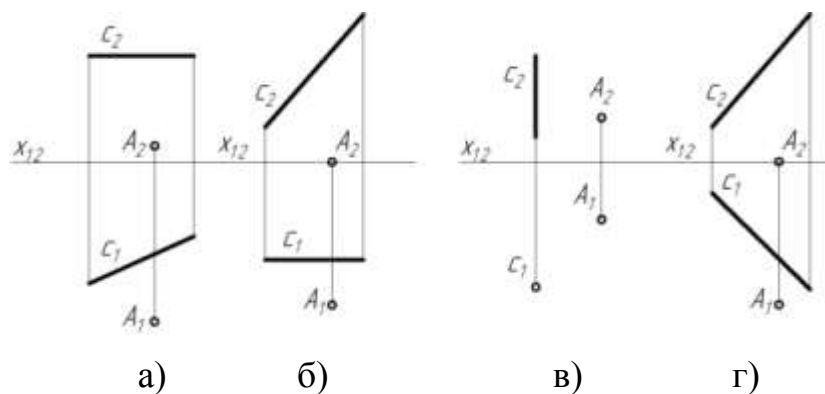
Задача 1. Визначте кути нахилу заданих площин до площин проєкцій Π_1 та Π_2 .



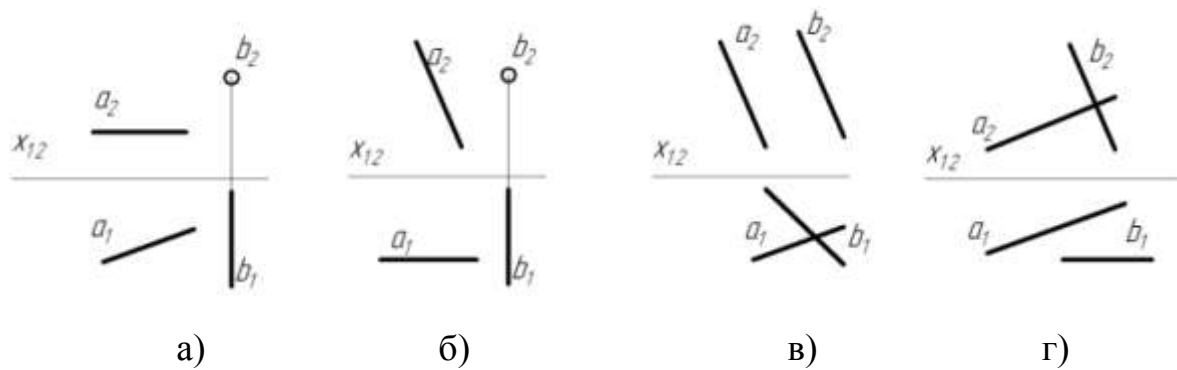
Задача 2. Побудуйте відстань в натуральну величину від т. А до площини.



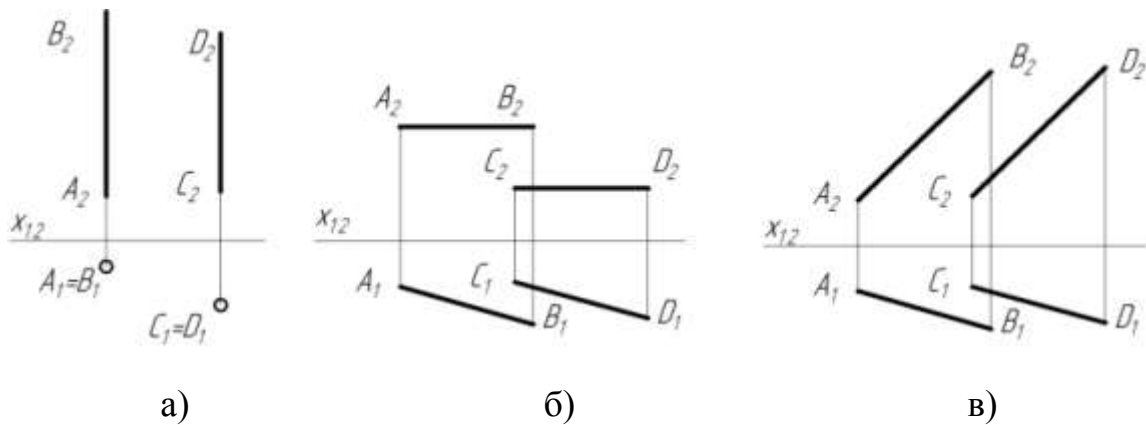
Задача 2. Визначіть натуральну величину відстані від т. А до прямої с.



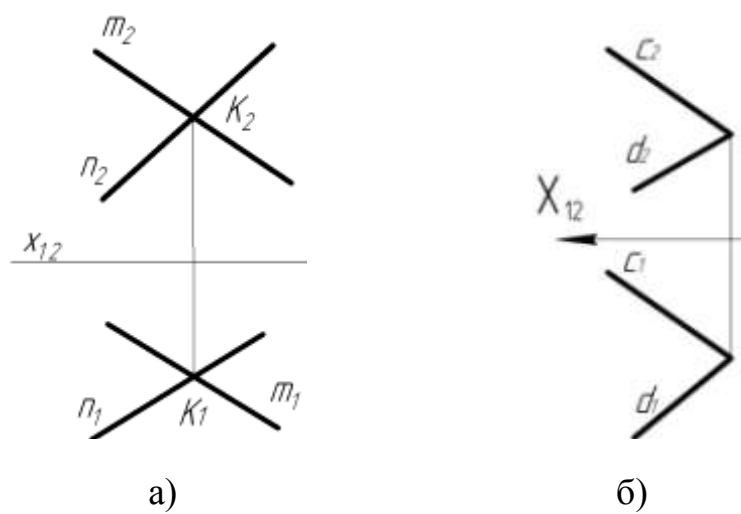
Задача 3. Визначте натуральну величину відстані між двома мимобіжними прямими.



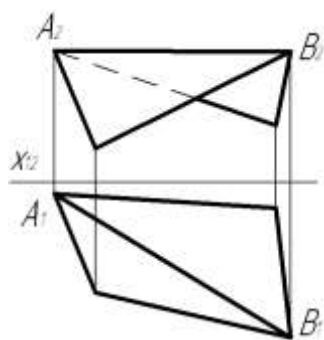
Задача 4. Визначте натуральну величину відстані між двома мимобіжними прямими.



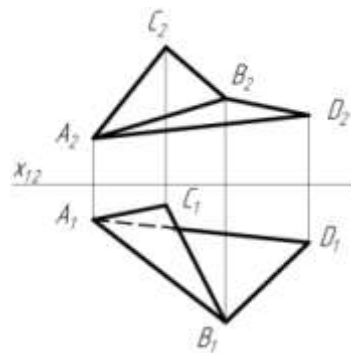
Задача 5. Визначте натуральну величину лінійного кута між двома прямими, які перетинаються.



Задача 6. Визначте натуральну величину кута при ребрі АВ.

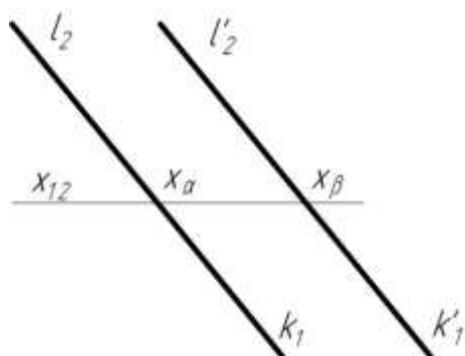


а)

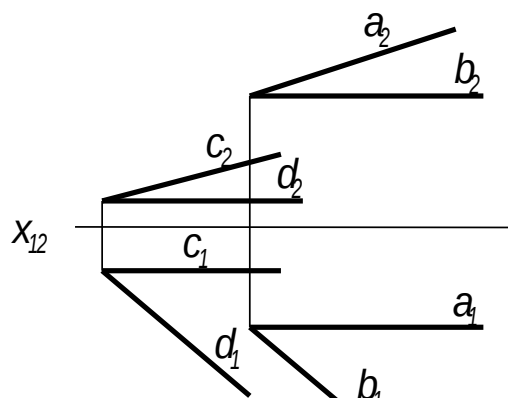


б)

Задача 7. Побудуйте проєкції відстані між двома паралельними площинами.



а)



б)

8 КРИВІ ПОВЕРХНІ

8.1 Основні теоретичні відомості

Поверхні обертання можна отримати, якщо деяку твірну l обернути навколо осі i , причому як твірна може бути плоска або просторова крива (рис. 8.1, а), або пряма (рис. 8.1, б).

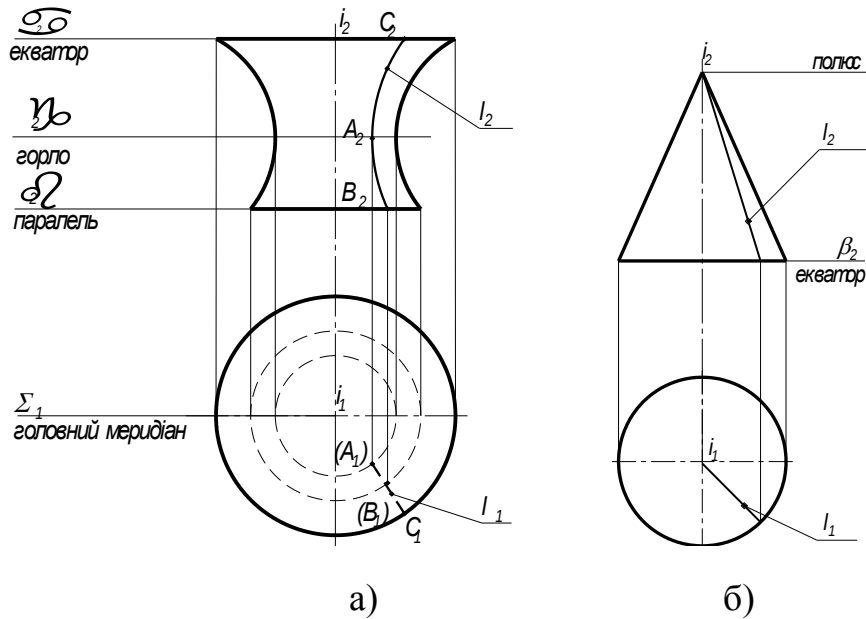


Рисунок 8.1 – Утворення поверхонь обертання

Лінійчаті поверхні. До цих поверхонь відносять: конічні та циліндричні поверхні загального положення (рис. 8.2, а, б), поверхні Каталана (наприклад коноїд, рис. 8.2, в) та торса (рис. 8.2, г) і гелікоїдів (рис. 8.2, д, е).

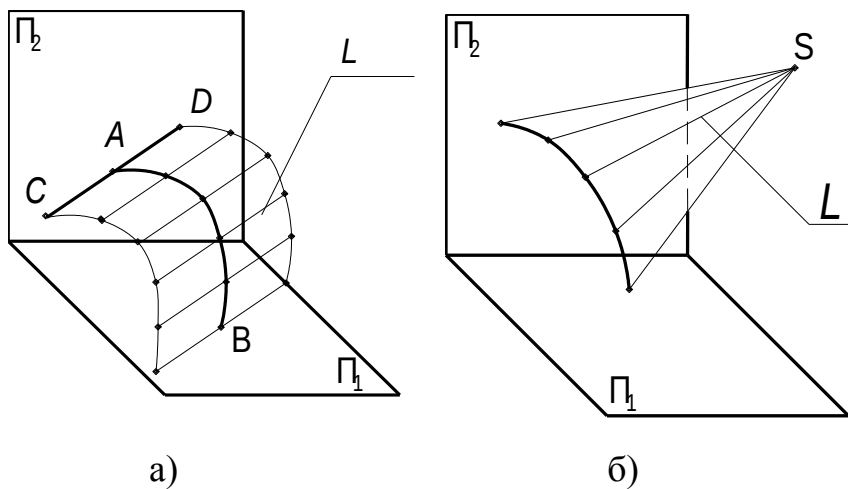
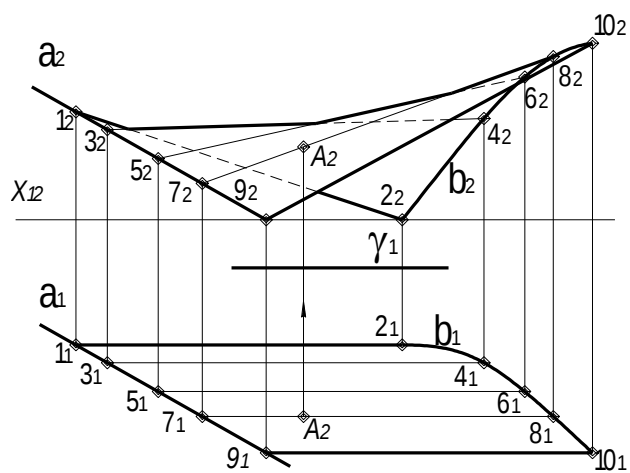
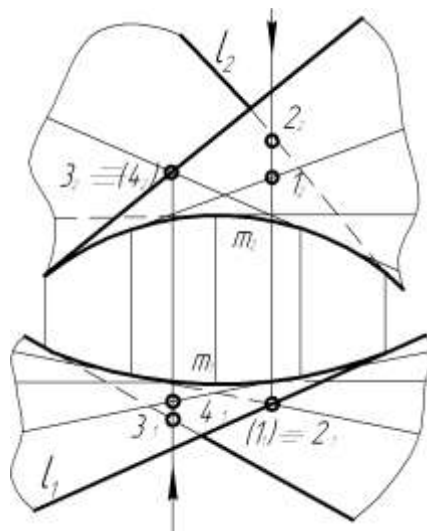


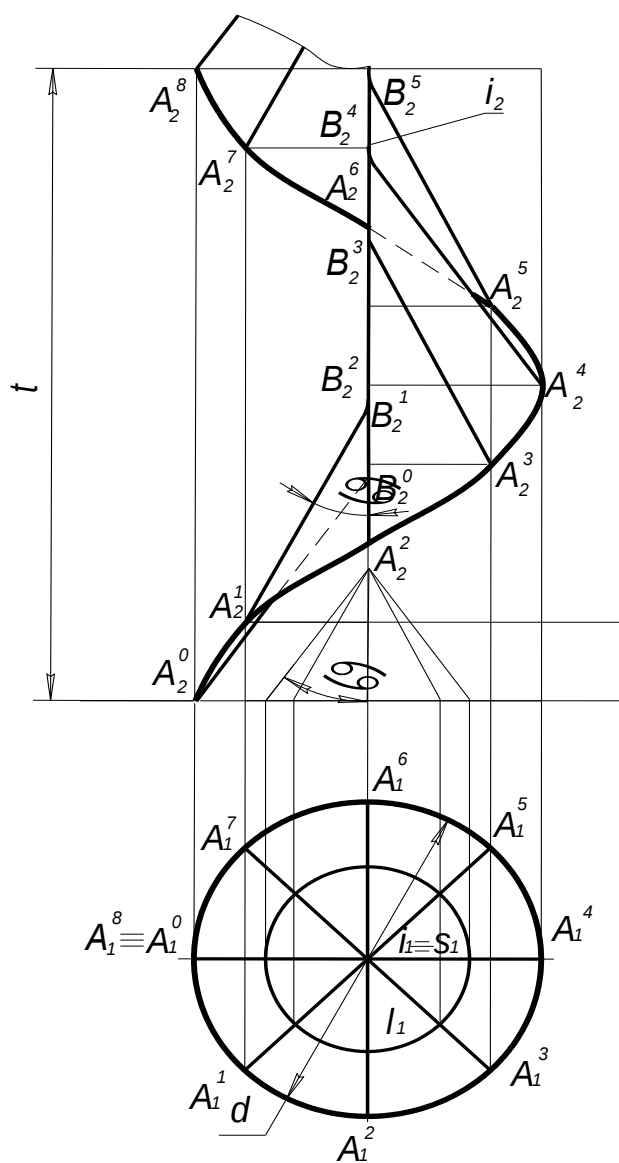
Рисунок 8.2 – Утворення лінійчатих поверхонь



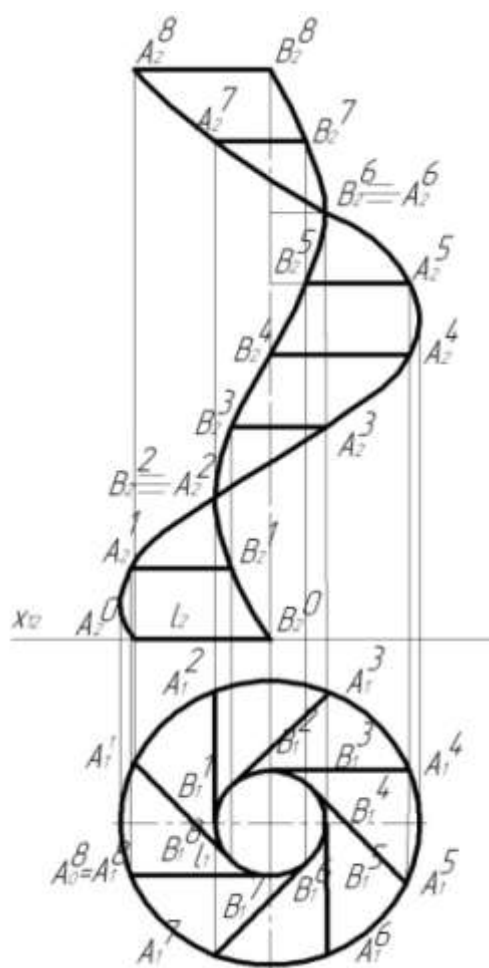
В)



Г)



Д)



е)

Рисунок 8.2, аркуш 2

8.2 Контрольні запитання

1. Дайте означення кривої лінії. Різниця між плоскою та просторовою кривими. В чому різниця між закономірною та незакономірною кривими?
2. Як утворюються циліндрична та конічна гвинтові лінії? Що таке крок гвинтової лінії?
3. Що називають каркасом, обрисом поверхні?
4. Визначник поверхні. Складові частини визначника.
5. Як утворюються поверхні обертання? Визначник поверхні.
6. Як побудувати на поверхні обертання паралель, меридіан, головний меридіан?
7. Які поверхні називають лінійчатыми? Скільки напрямних можуть мати лінійчаті поверхні?
8. Скільки напрямних мають поверхні Каталана? Визначник поверхні.
9. Як утворюються гвинтові поверхні? Визначник поверхні.
10. Скільки напрямних мають гвинтові поверхні?

8.3 Тестові запитання для самостійного роботи

Тест 1. Які твірні мають показані поверхні (рис. 8.3, а, б)? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) кола; б) коло і параболу; в) коло, еліпс та гіперболу; в) гіперболу.

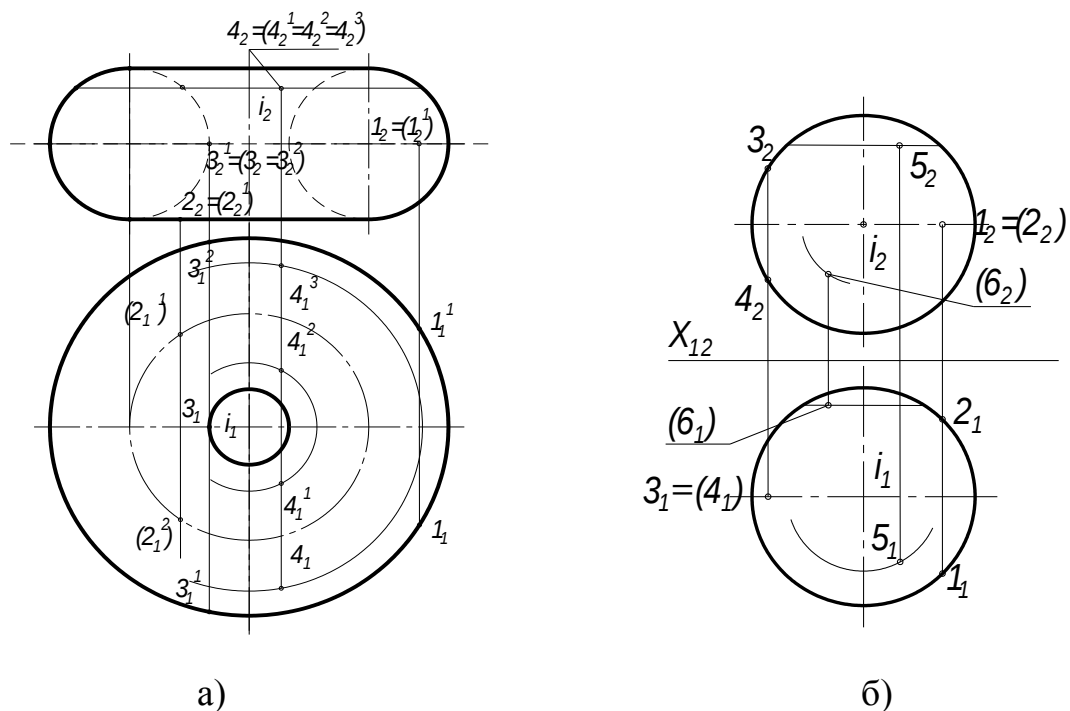


Рисунок 8.3 – Характерні точки на поверхнях

Тест 2. Яка з поверхонь (рис. 8.3, а, б) має горло? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 8.3, б; б) рис. 8.3, а, б; в) рис. 8.3, а; г) немає.

Тест 3. Визначте, які з точок (див. рис. 8.3, а) належать екватору відкритого тора. *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) 1 та 1'; б) 1, 1', 3; в) 1, 1', 3, 3'; г) 1, 1', 3, 3'.

Тест 4. Визначте, які з точок належать екватору сфери (див. рис. 8.3, б). *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) 1 та 2; б) 1 та 3; в) 3 та 4; г) 5 та 6.

Тест 5. Визначте, які з точок належать головному меридіану сфери (див. рис. 8.3, б). *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) 2; б) 3; в) 4; г) 1 та 1'.

8.4 Задачі для самостійного виконання

Задача 1. Побудуйте проєкції таких поверхонь:

- конуса обертання, вісь якого перпендикулярна до Π_1 ;
- відкритого тора з віссю обертання, перпендикулярною до Π_2 ;
- закритого тора з віссю обертання, перпендикулярною до Π_3 ;
- еліпсоїда обертання з віссю, перпендикулярною до Π_2 .

Задача 2. Дайте назви показаним поверхням (рис. 8.4, а – в).

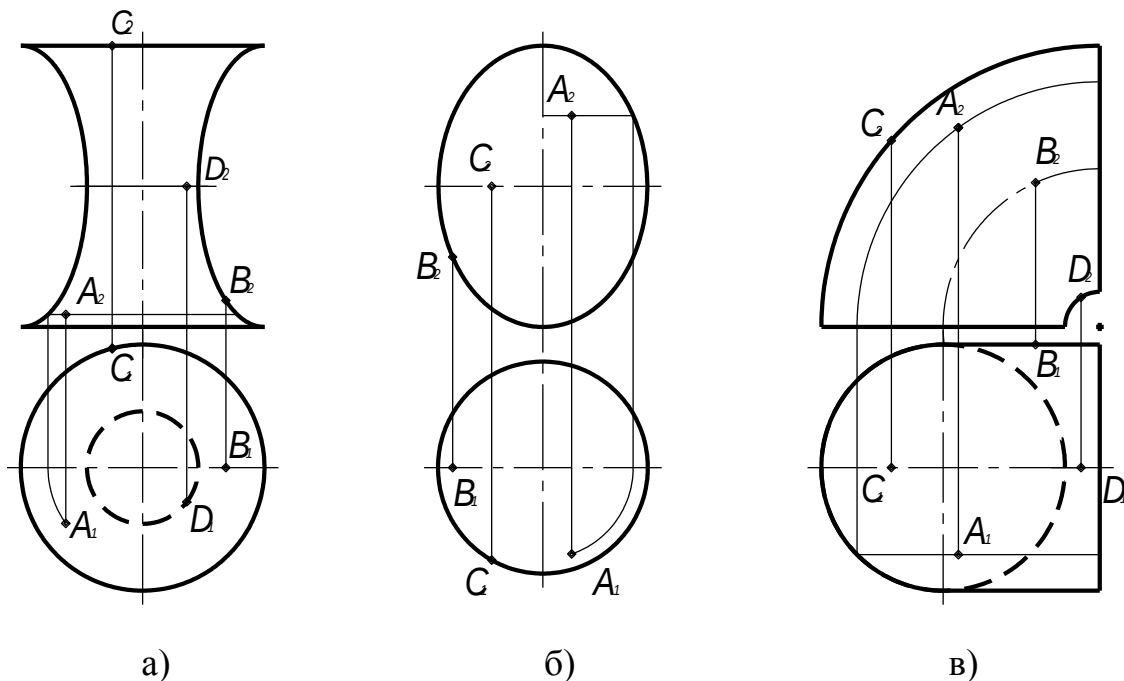
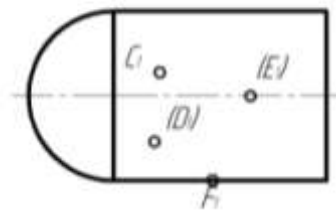
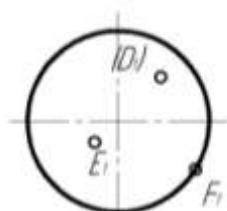
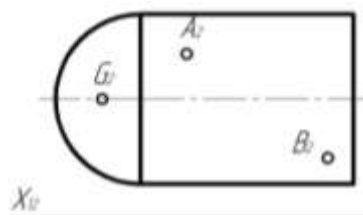
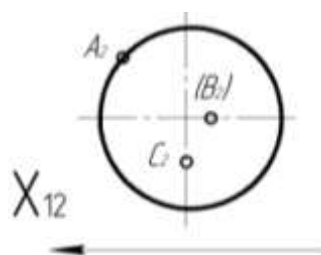


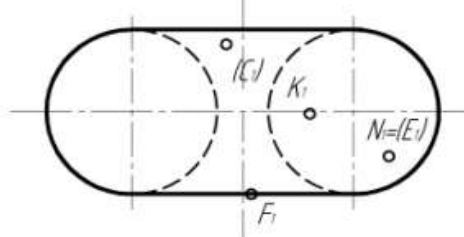
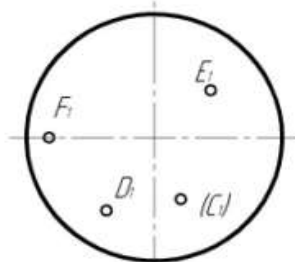
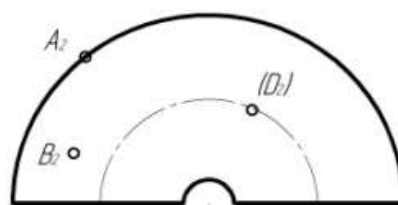
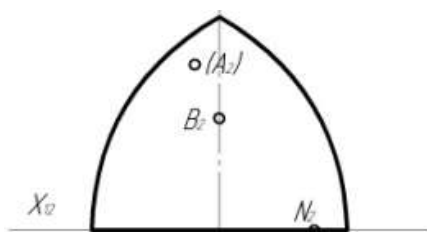
Рисунок 8.4 – Поверхні обертання

Задача 3. За заданою проєкцією однієї з точок, яка належить поверхні, побудуйте її відсутню проєкцію.



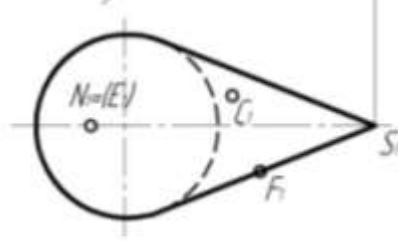
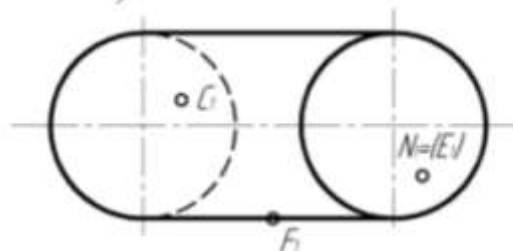
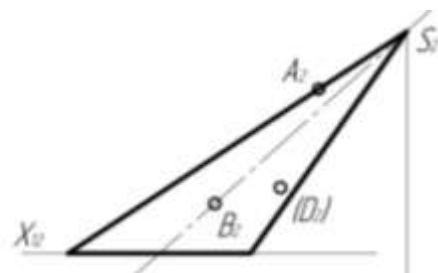
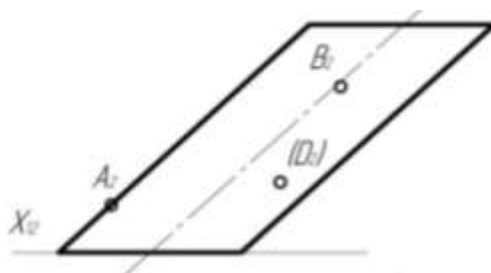
а)

б)



в)

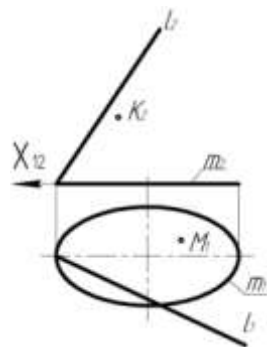
г)



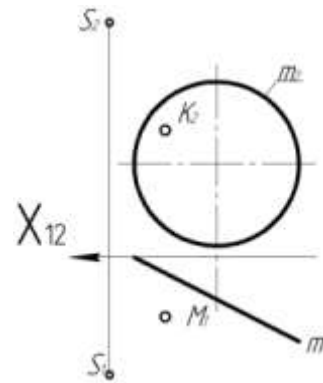
д)

е)

Задача 4. Для лінійчатих поверхонь з однією прямою m побудуйте каркас твірних та визначте відсутні проєкції точок K , M . Дайте конкретні назви цим поверхням.



а)



б)

Задача 5. Для лінійчатих поверхонь з двома напрямними a , b та площиною паралелелізму, відповідно Π_2 та Π_1 , побудуйте каркас твірних та визначте відсутні проєкції точок K , M .

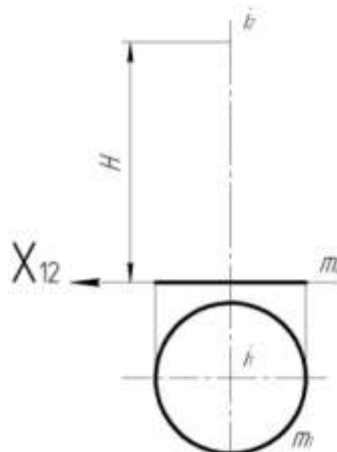


а)



б)

Задача 5. Побудуйте проєкції гелікоїда на циліндрі за заданим діаметром m та кроком H .



9 ПЕРЕРІЗ ПОВЕРХНІ СІЧНОЮ ПЛОЩИНОЮ

9.1 Основні теоретичні відомості

Січна площина займає окреме положення (рис. 9.1, 9.2). Для багатогранних поверхонь (рис. 9.1, а – в) визначаємо точки перерізу з відповідними ребрами – 1, 2, 3.

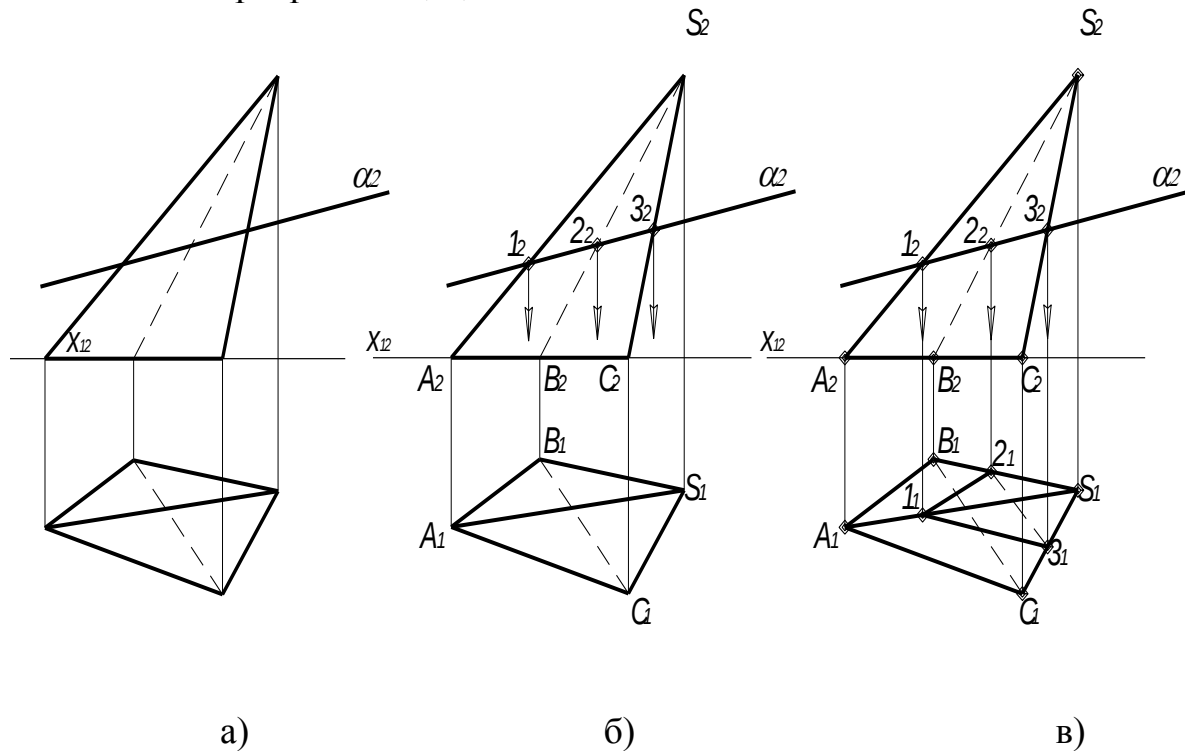


Рисунок 9.1 – Переріз многогранної поверхні січною площиною

Для поверхонь обертання (рис. 9.2, а – в) за допомогою паралелей визначаємо сукупність точок 2 – 4.

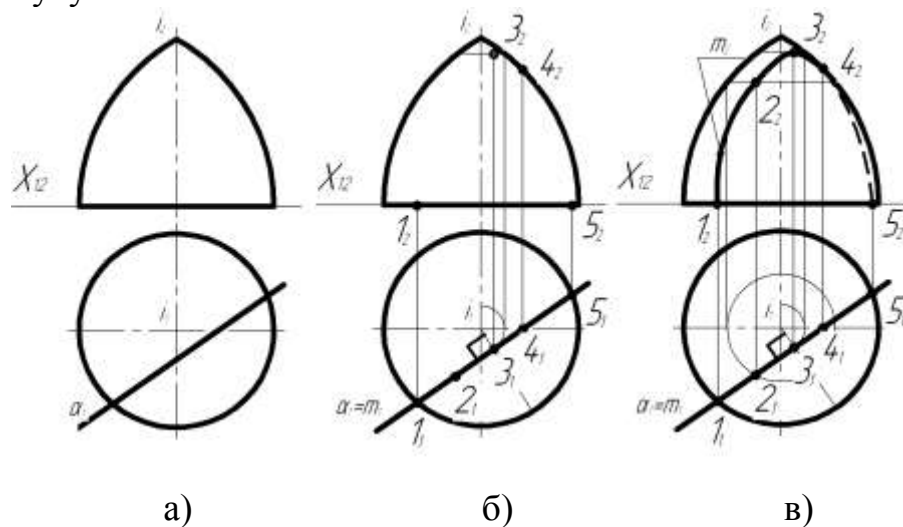


Рисунок 9.2 – Переріз поверхні обертання січною площиною

Січна площина займає загальне положення (рис. 9.3). В цьому випадку застосовують методи перетворень, заміну площин проєкцій, а саме: площину загального положення $\theta(a \cap b)$ переводять у проєкціювальну.

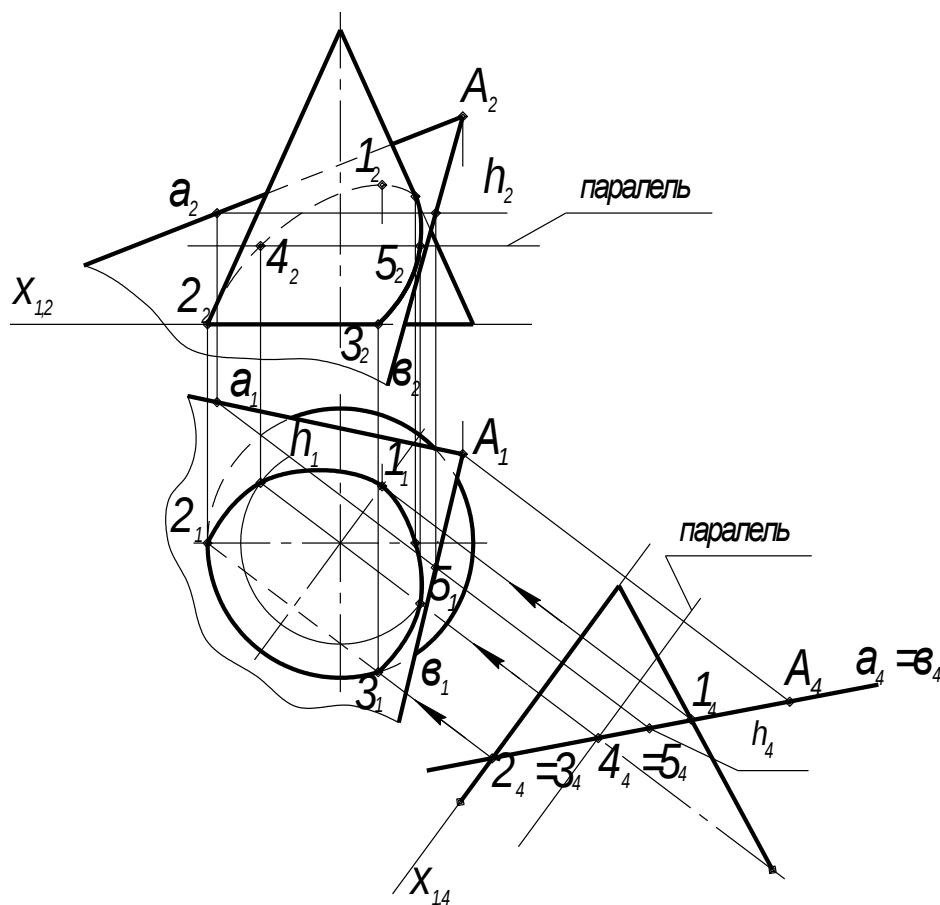


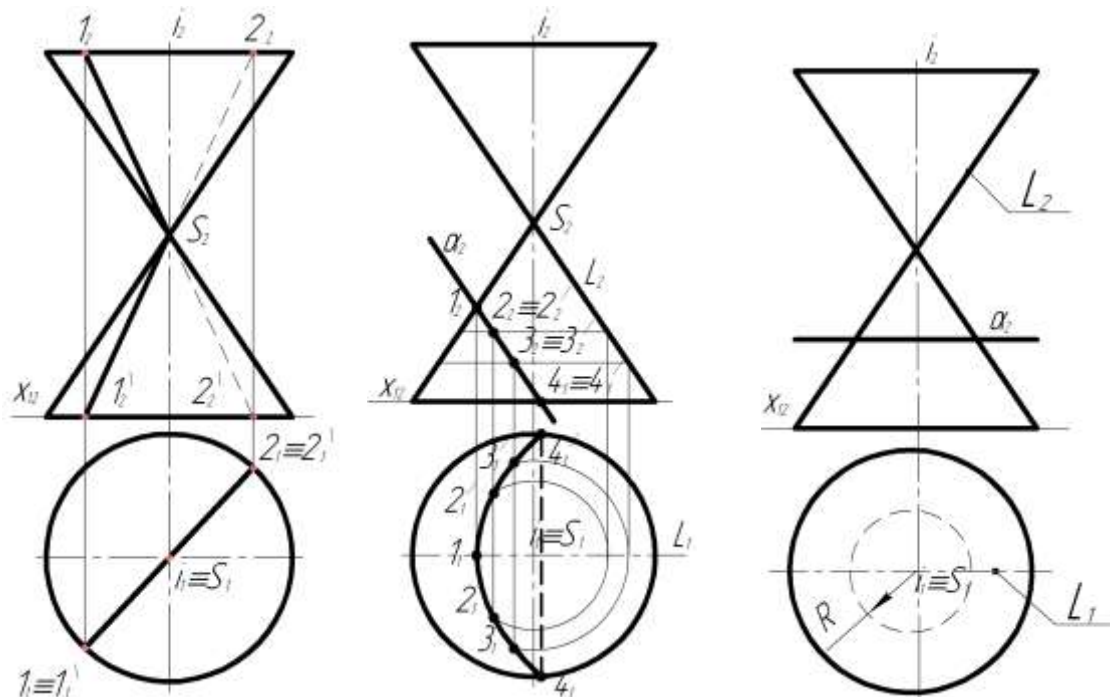
Рисунок 9.3 – Переріз поверхні січною площиною загального положення

9.2 Контрольні запитання

1. Яке положення може займати січна площина при перерізі з поверхнею?
2. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі конуса січною площиною?
3. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі циліндра січною площиною?
4. Які плоскі фігури можна отримати в перерізі сфери січною площиною?
5. Яке положення має займати січна площина або поверхня, щоб стверджувати, що одна з проєкцій лінії перерізу поверхні з площиною вже відома?
6. В яких випадках для побудови лінії перерізу площини з поверхнею застосовують методи перетворень?

9.3 Приклади розв'язування задач

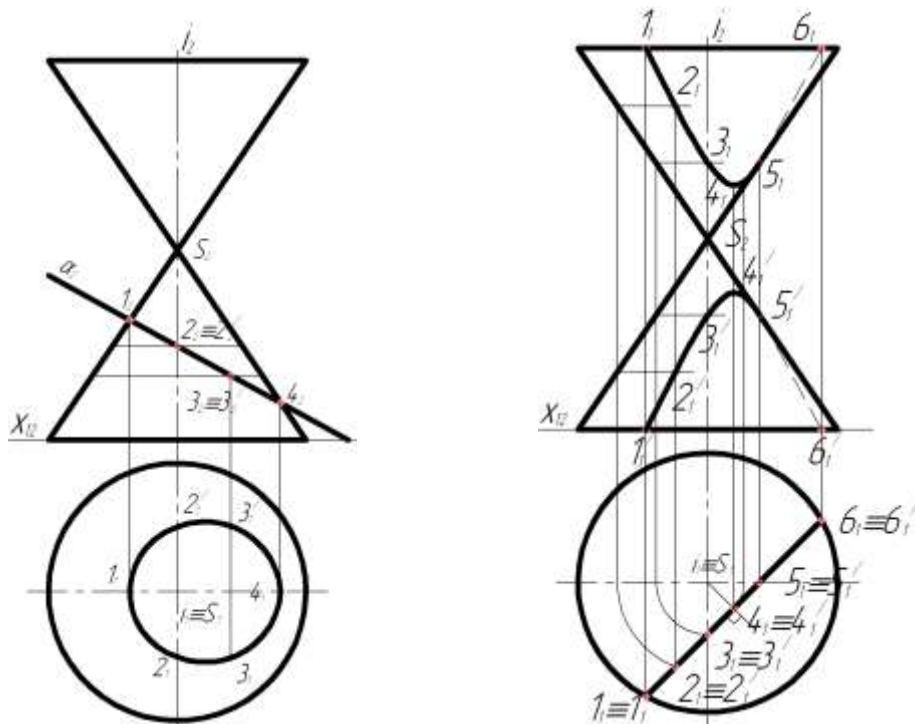
Приклад 1. Ознайомтеся з назвами ліній перерізу на конусі, що показані на рисунку 9.4, а – д.



а) твірні

б) парабола

в) коло

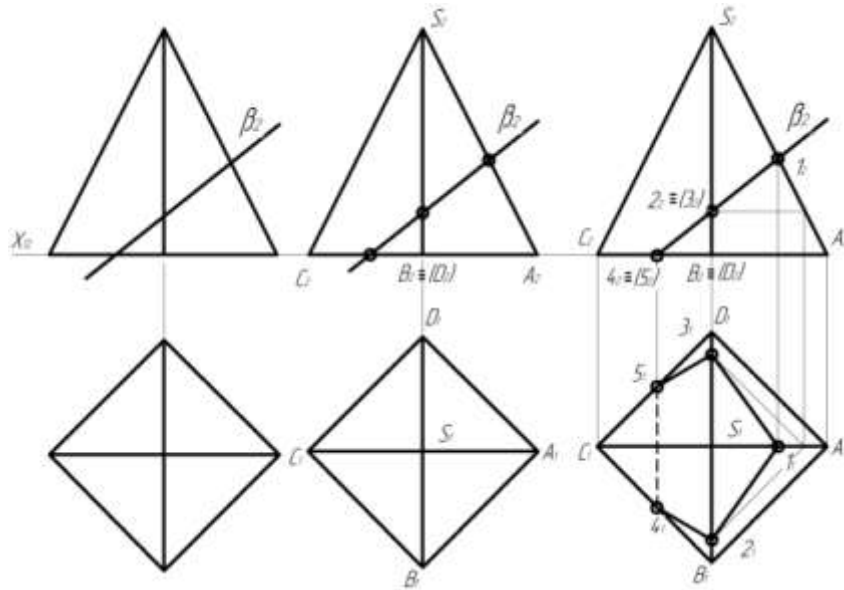


г) еліпс

д) гіпербола

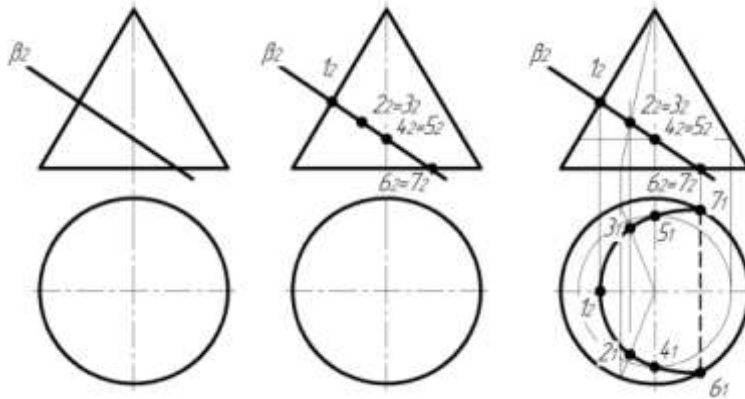
Рисунок 9.4 – Конічні перерізи

Приклад 2. Побудуйте лінію перерізу піраміди січною площиною β .

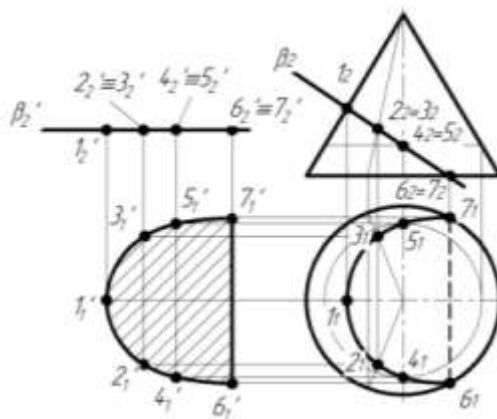


а) умова б) точки перерізу в) переріз

Приклад 3. Побудуйте лінію перерізу поверхні січною площиною та визначте натуральну величину фігури перерізу.



а) умова б) точки перерізу в) переріз



г) побудова натуральної величини фігури перерізу

9.4 Тестові запитання для самостійного роботи

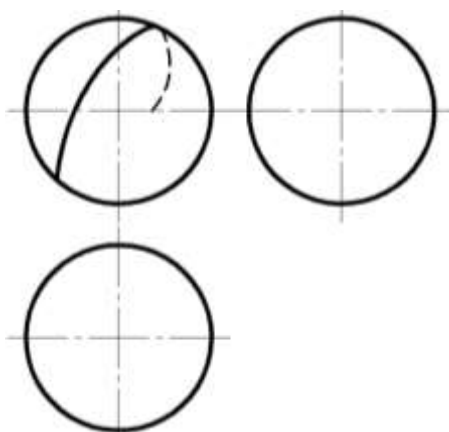
1. Для якої з поверхонь переріз може містити ламану лінію? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; в) для конуса.

2. Для якої з поверхонь переріз може містити незакономірну криву лінію? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; в) для конуса.

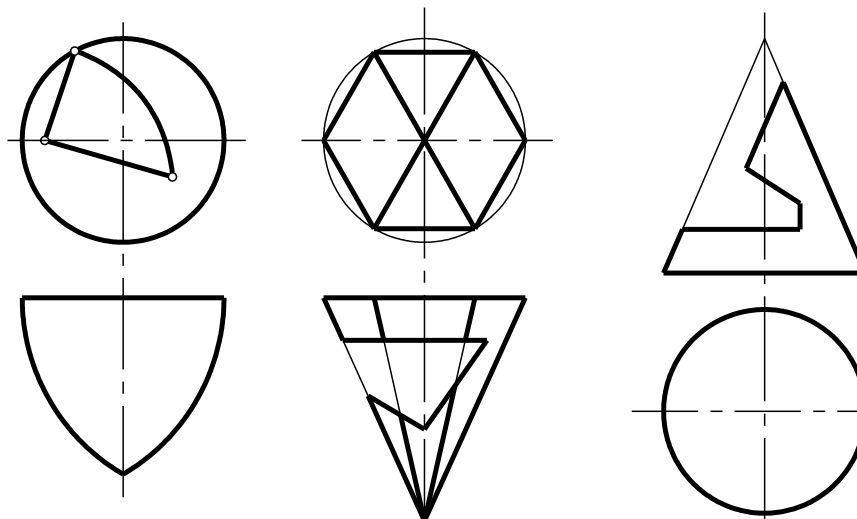
3. Для якої з поверхонь переріз може містити закономірну криву? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) для всіх; б) для закритого тора; в) для піраміди; в) для конуса.

9.5 Задачі для самостійного роботи

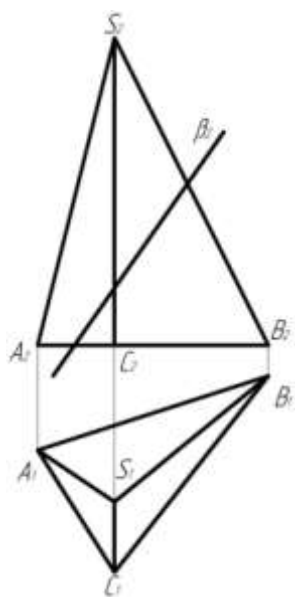
Задача 1. Побудуйте проекції кривої на сфері.



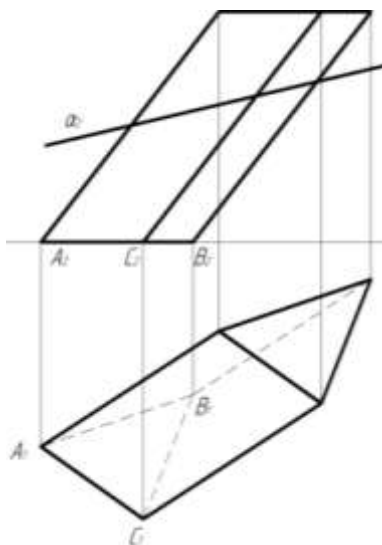
Задача 2. Побудуйте проекції вирізів на поверхнях.



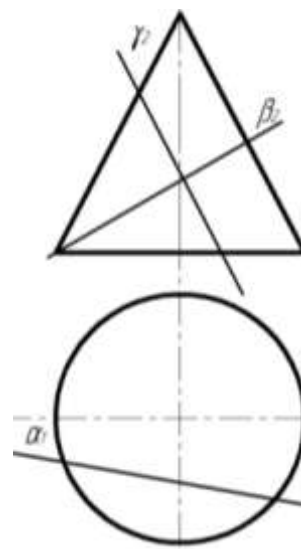
Задача 3. Побудуйте проєкцію лінії перерізу поверхні січними площинами.



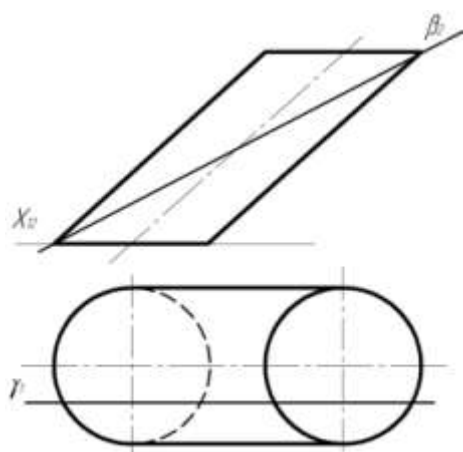
а)



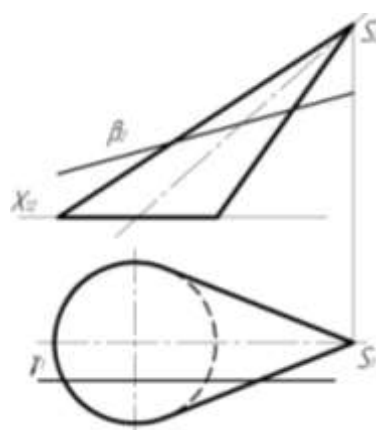
б)



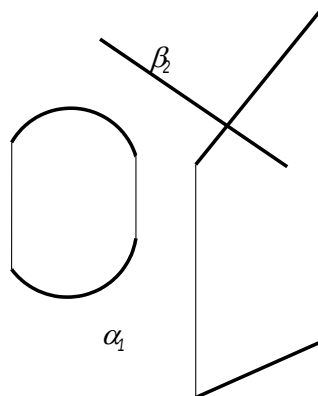
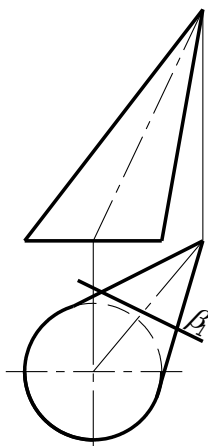
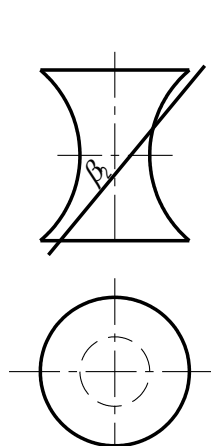
в)



г)

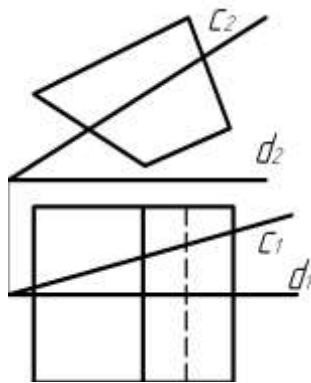


д)

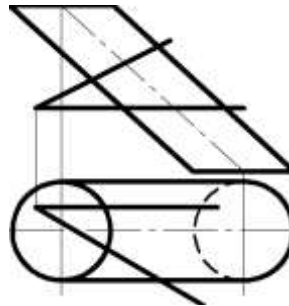


е)
є)
ж)

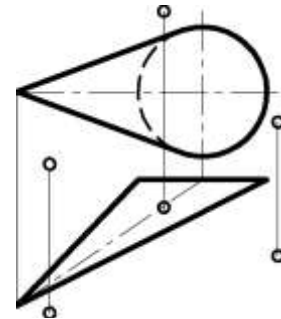
Задача 4. Побудуйте проєкції ліній перерізу поверхонь (рис. 9.5, а – и) січною площиною загального положення.



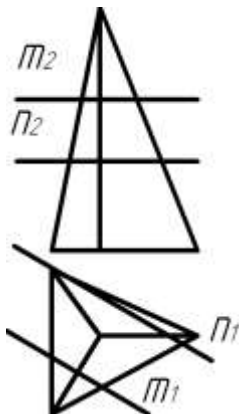
а)



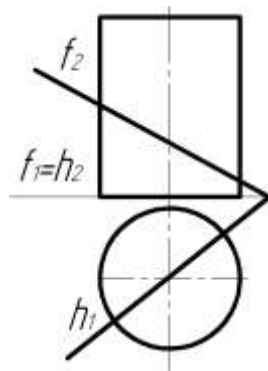
б)



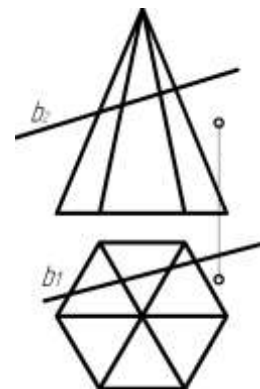
в)



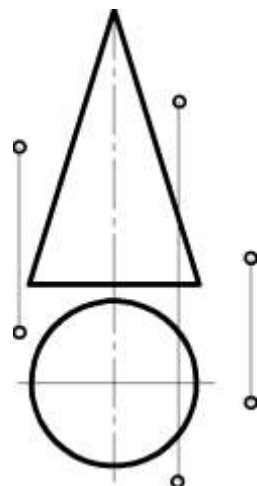
г)



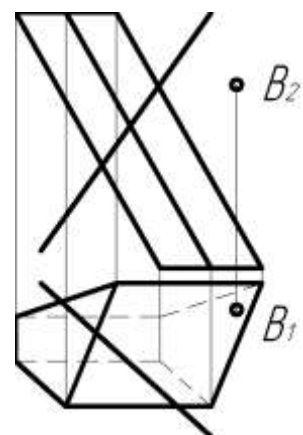
д)



е)



ж)



и)

Рисунок 9.5 – Переріз поверхні січною площиною загального положення

10 ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ ПРЯМОЮ ЛІНІЄЮ

10.1 Основні теоретичні відомості лекції

10.1.1 Окремі випадки перетину

1. Проекціювальна пряма l перетинає поверхню (рис. 10.1, а, б).

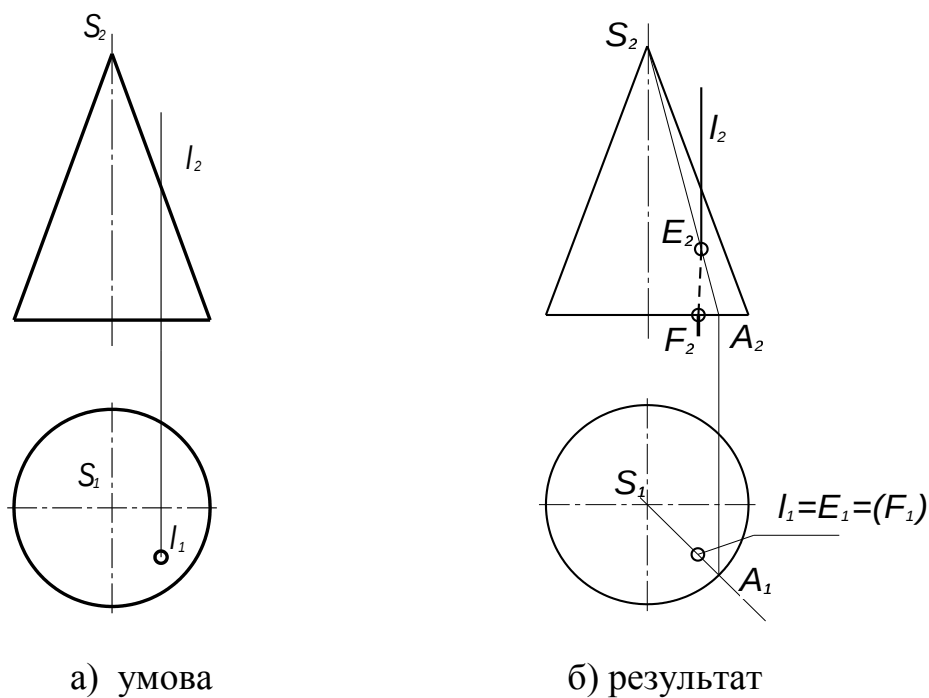


Рисунок 10.1 – Проекціювальне положення прямої l

2. Бічна поверхня займає проекціювальне положення (рис. 10.2, а, б).

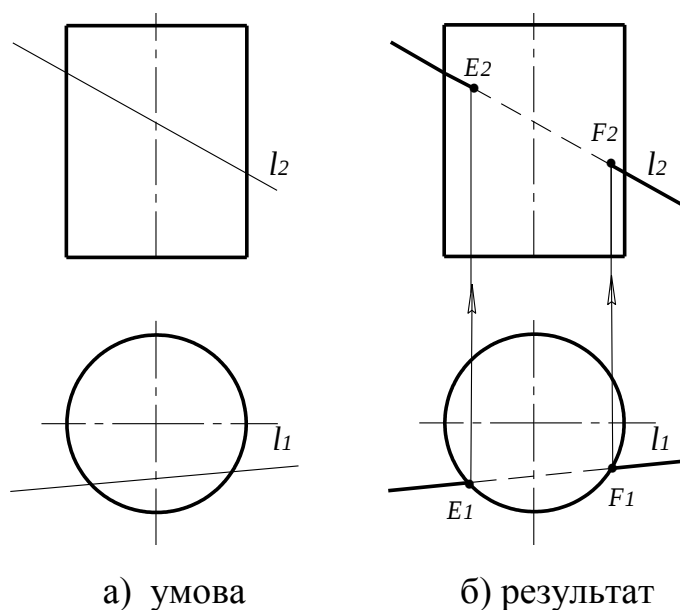
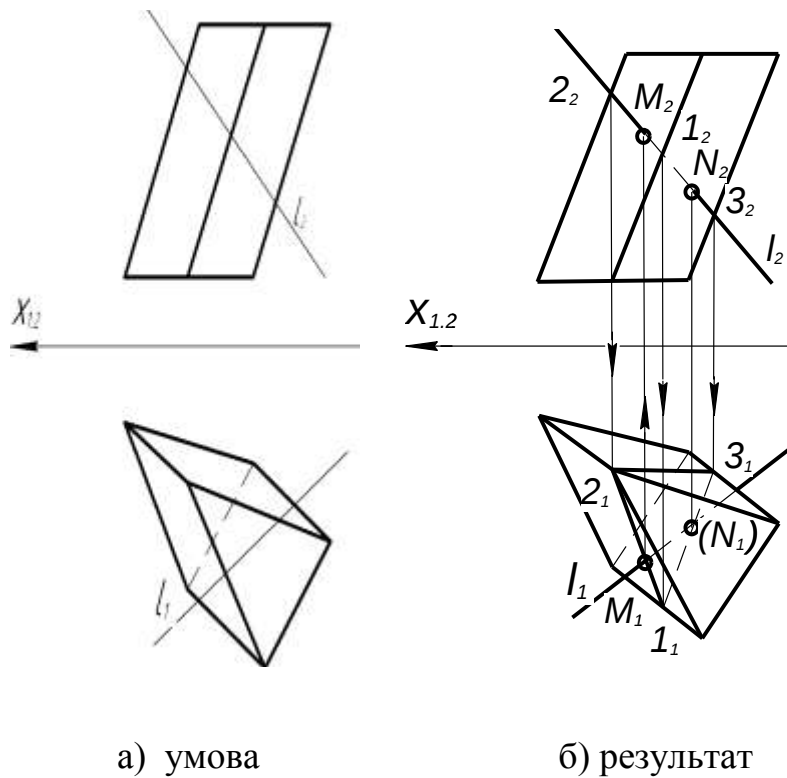


Рисунок 10.2 – Проекціювальне положення бічної поверхні циліндра

10.1.2 Загальні випадки перетину

1. Пряма загального положення l перетинає призму (рис. 10.3, а – б).

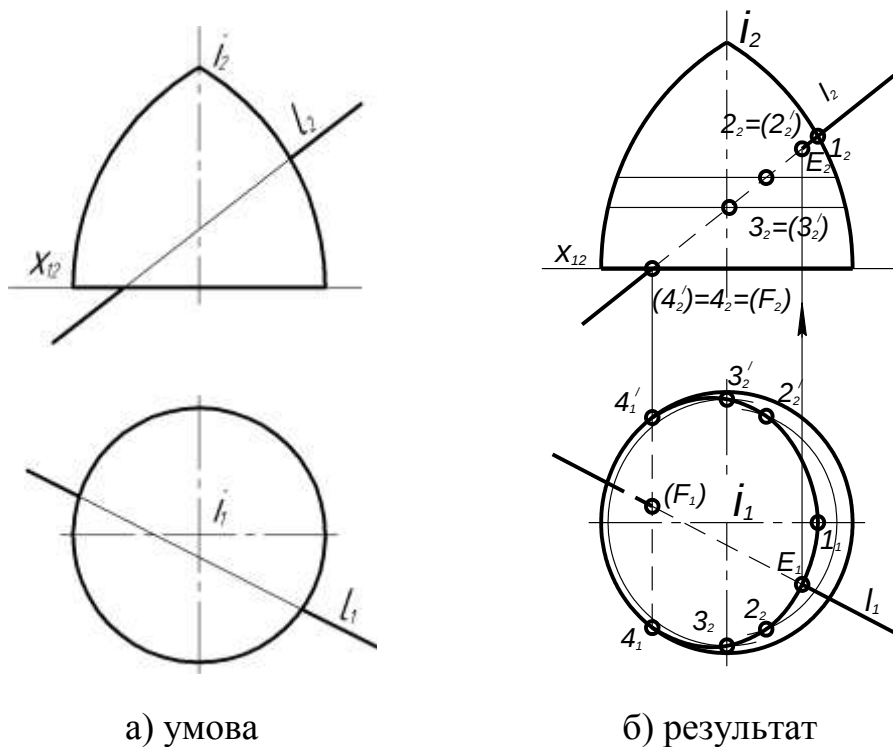


а) умова

б) результат

Рисунок 10.3 – Загальний випадок перетину прямої з гранною поверхнею

2. Пряма загального положення l перетинає закритий тор (рис. 10.4, а, б).



а) умова

б) результат

Рисунок 10.4 – Загальний випадок перетину прямої з поверхнею обертання

10.2 Контрольні запитання

1. В чому полягає доцільність розташування допоміжної січної площини відносно заданої поверхні при побудові точок перетину прямої з поверхнею?
2. Суть загального алгоритму побудови точок перетину прямої лінії з криволінійною поверхнею.
3. Скільки точок перетину і для яких конкретно поверхонь можна отримати при перетині прямої лінії з криволінійною поверхнею?

10.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Побудувати точки перетину прямої з пірамідою (рис. 10.5).

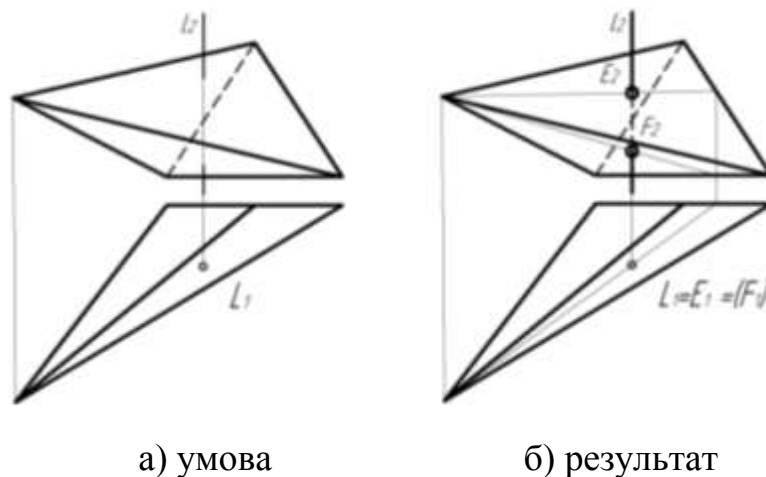


Рисунок 10.5 – *Проекційвальна пряма перетинає піраміду*

Приклад 2. Побудувати точки перетину прямої з відкритим тором (рис. 10.6).

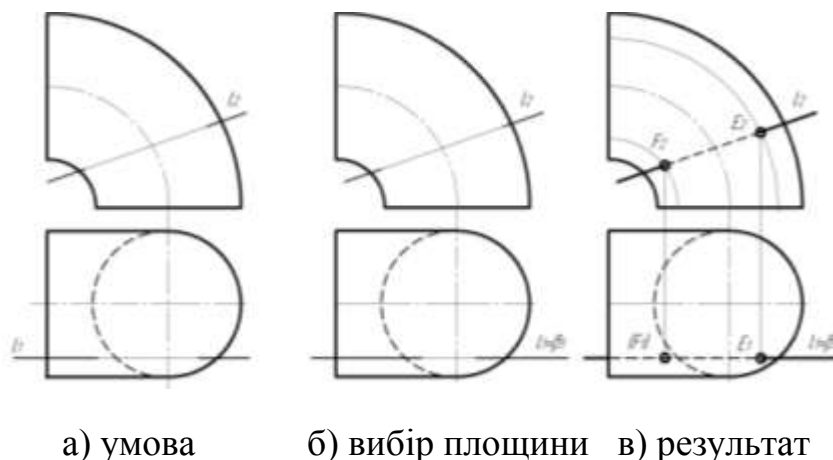


Рисунок 10.6 – *Горизонтальна пряма перетинає тор*

Приклад 3. Побудувати точки перетину прямої з відкритим тором (рис. 10.7).

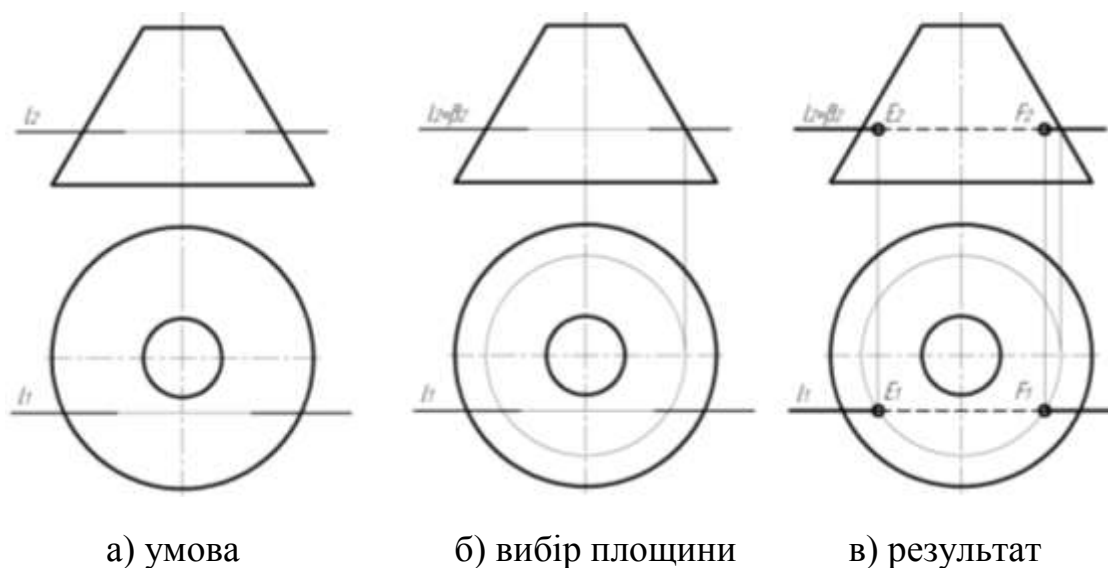


Рисунок 10.7 – Пряма фронтального рівня дає найпростіший переріз

Приклад 4. Побудувати точки перетину прямої з конусом та циліндром загального положення (рис. 10.8).

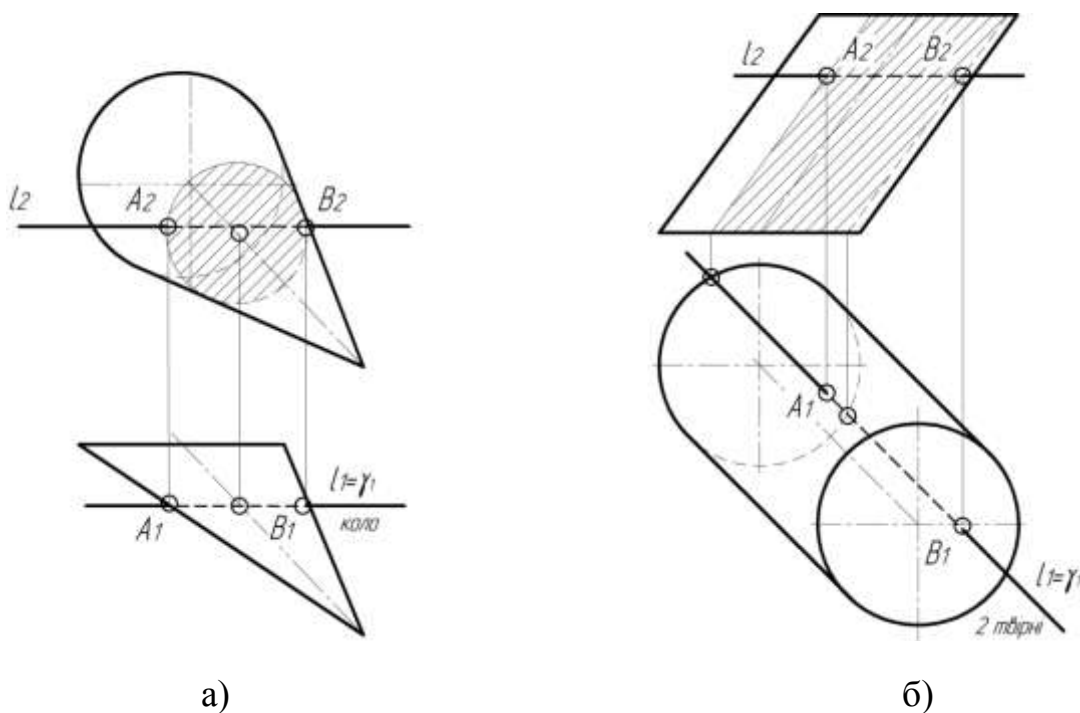


Рисунок 10.8 – Вибір найпростіших перерізів для поверхонь

10.4 Тестові запитання для самостійної роботи

Тест 1. Проаналізуйте графічні умови задач і дайте відповіді на нижченаведені запитання.

1. На якому з рисунків (рис. 10.9, а – г) пряма перетинає півсферу? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 10.9, а, б; б) рис. 10.9, а, в; в) рис. 10.9, б, в; г) рис. 10.9, а, г.

2. На якому з рисунків (рис. 10.9, а – г) пряма належить основі півсфери? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 10.9, а, б; б) рис. 10.9, а, в; в) рис. 10.9, б, в; г) рис. 10.9, а, г.

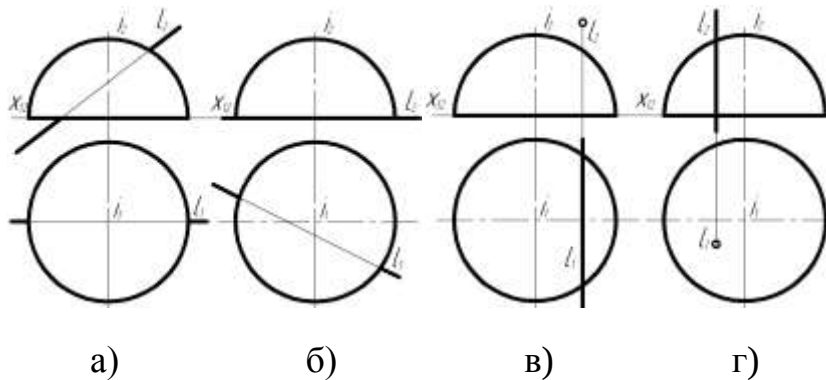


Рисунок 10.9 – Перетин прямої з півсферою

Тест 2. Проаналізуйте графічні умови задач (рис. 10.10, а – г) та дайте відповіді на нижченаведені запитання.

1. На якому з рисунків (рис. 10.10, а – г) дві точки спільного перетину прямої з призмою на Π_2 видимі? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 10.10, а, б; б) рис. 10.10, а, в; в) рис. 10.10, б, в; г) рис. 10.10, а, г.

2. На якому з рисунків (рис. 10.10, а – г) дві точки спільного перетину прямої з призмою на Π_1 невидимі? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 10.10, а, б; б) рис. 10.10, а, в; в) рис. 10.10, б, в; г) рис. 10.10, а, г.

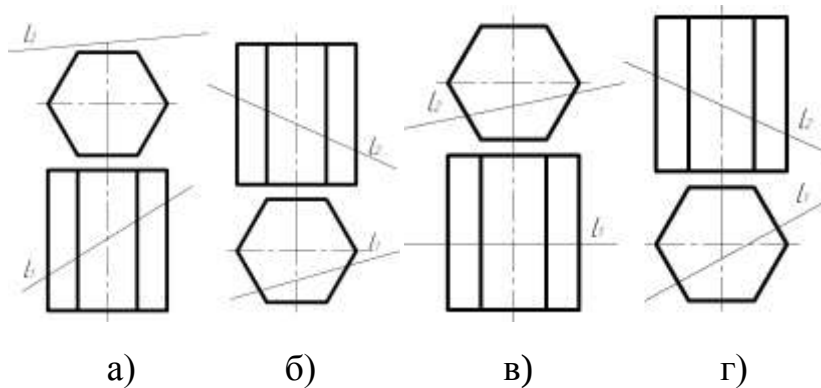


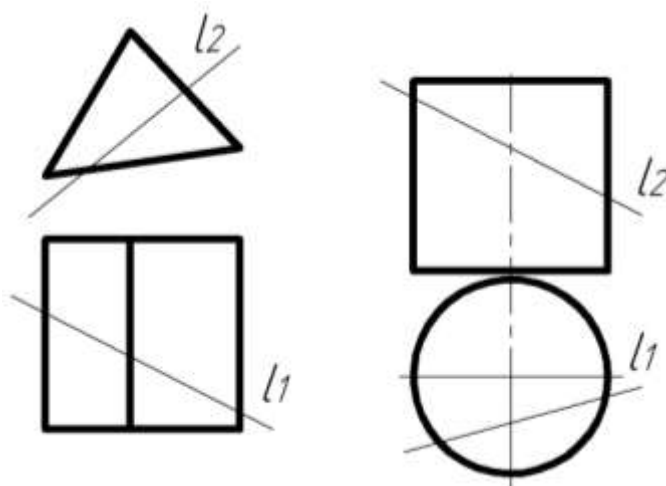
Рисунок 10.10 – Перетин прямої з призмою

10.5 Задачі для самостійного виконання

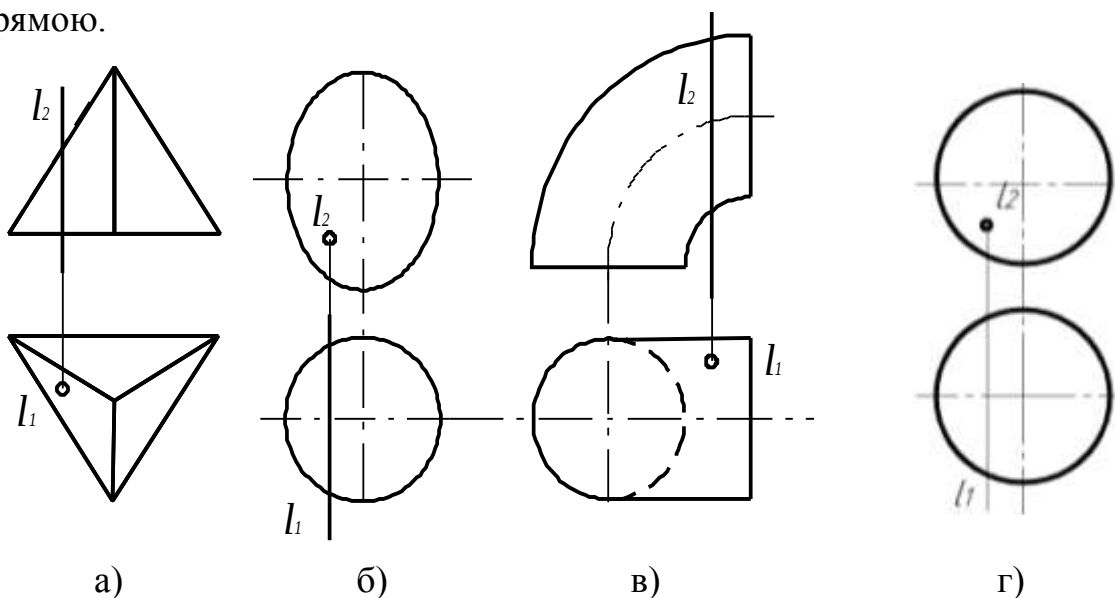
Задача 1. Побудуйте проєкції точок перетину проєкціювальної прямої з поверхнями обертання окремого вигляду:

- конус обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_2 ;
- еліпсоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_1 ;
- параболоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_1 ;
- однополосний гіперболоїд обертання перетинає пряма, яка перпендикулярна до Π_2 .

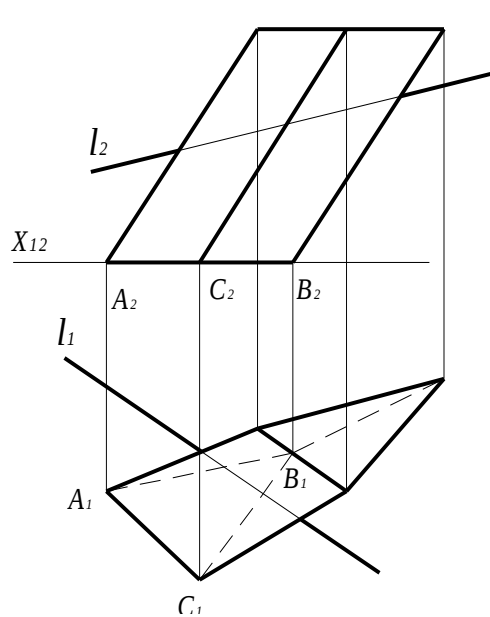
Задача 2. Побудуйте проєкції точок перетину прямої з поверхнями окремого положення.



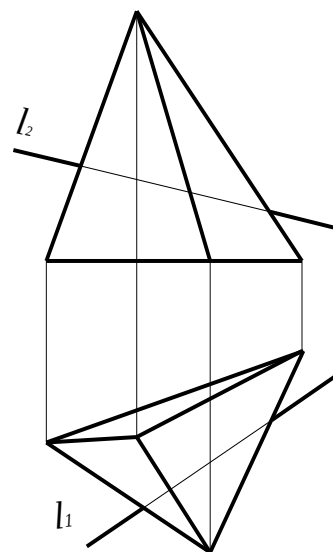
Задача 3. Побудуйте проєкції точок перетину проєкціювальною прямою.



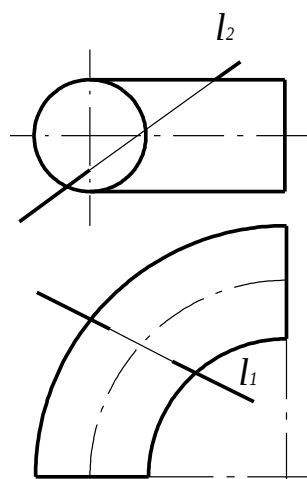
Задача 3. Побудуйте проєкції точок перетину прямої з поверхнями.



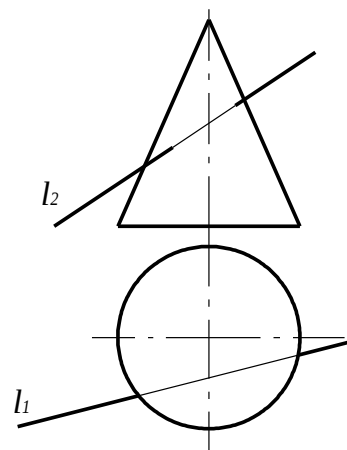
а)



б)



в)



г)

11 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

11.1 Основні теоретичні відомості

Лінія перетину являє собою геометричне місце точок, які мають подвійну належність. Лінію перетину поверхонь, як і лінію перетину поверхні площиною, будують за сукупністю точок.

Нижче демонструються приклади розв'язання задач перетину двох поверхонь (рис. 11.1–11.4).

11.1.1 Окремі випадки перетину поверхонь

1. Поверхні обертання (рис. 11.1, а, б), які описані навколо спільної для них сфери (теорема Монжа). Лінією взаємного перетину є два еліпси.

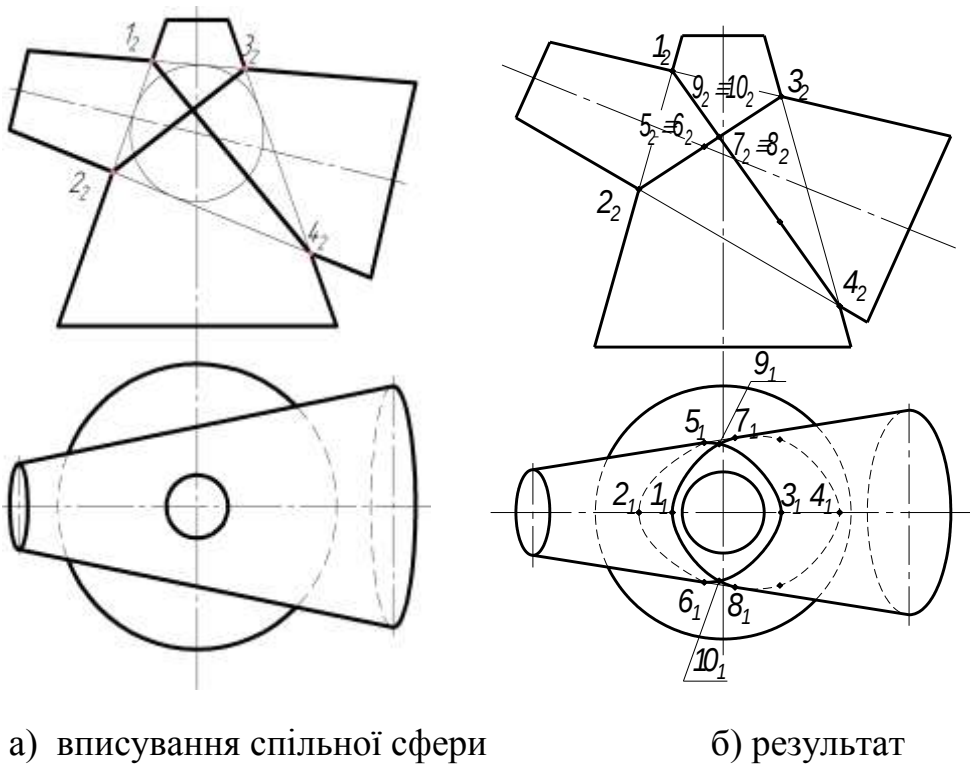


Рисунок 11.1 – Лінія взаємного перетину двох поверхонь
із застосуванням теореми Монжа

2. Одна з поверхонь займає проєкціувальне положення (рис. 11.2, а, б). Вихідна проєкція шуканої лінії перетину збігається з виродженою проєкцією проєкціувальної поверхні. Друга проєкція лінії взаємного перетину визначається за її належністю до поверхні загального положення.

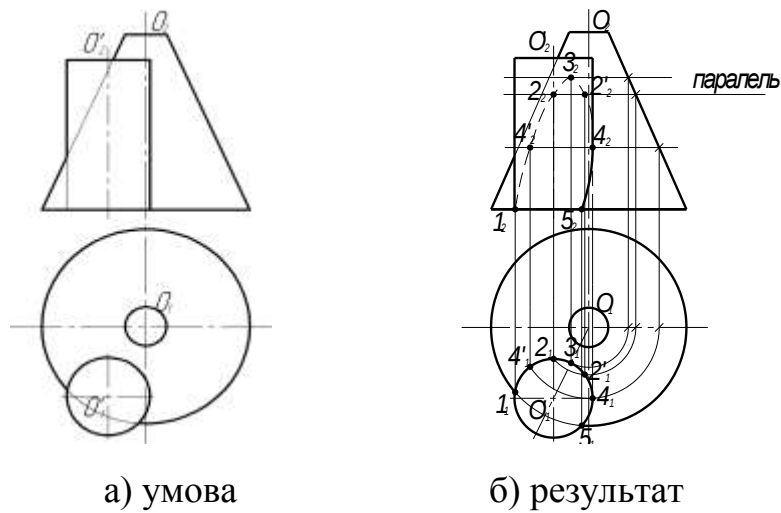


Рисунок 11.2 – Бічна поверхня циліндра займає проєкціовальне положення

11.1.2 Загальні випадки перетину поверхонь

1. Площини-посередники $\alpha^1 - \alpha^3$ вибирають такі, які перетинають задані поверхні по найпростіших за формою лініях (рис. 11.3, а, б).

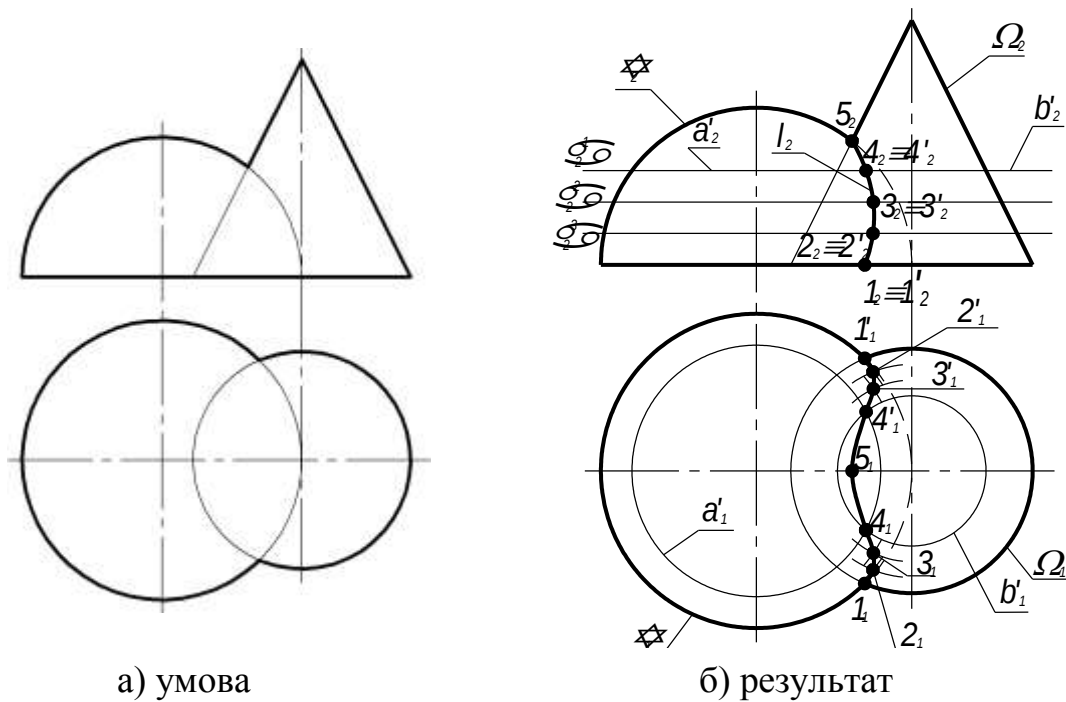


Рисунок 11.3 – Метод січних площин

2. На перетині прямолінійних осей обертання i, y знаходять спільний центр O , який надалі використовується для проведення концентричних сфер (рис. 11.4, а, б).

11.3 Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину циліндра та конуса обертання (рис. 11.5), застосовуючи метод січних площин.

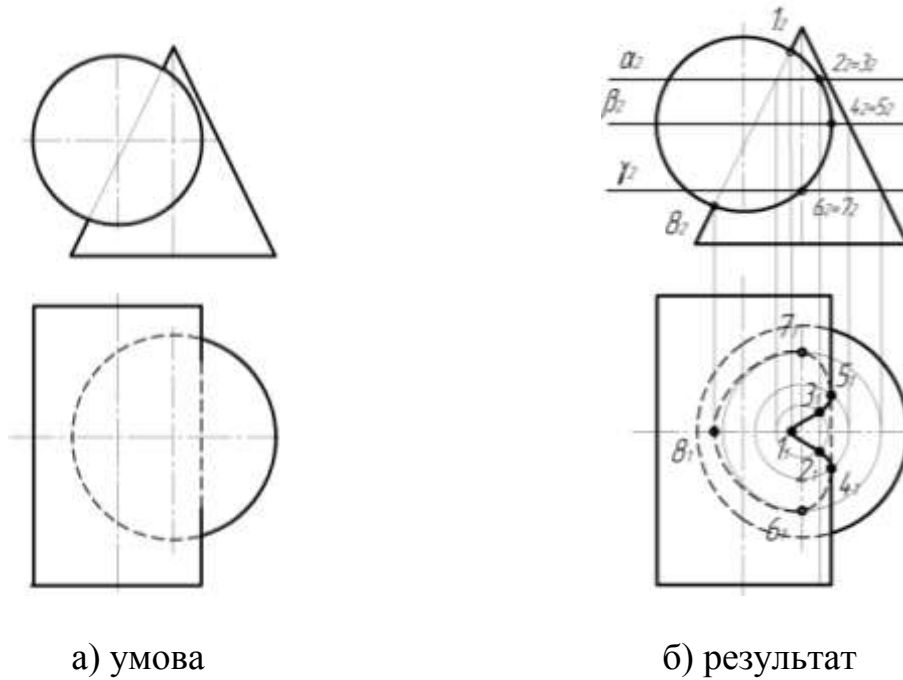


Рисунок 11.5 – Побудова лінії взаємного перетину циліндра та конуса обертання

Приклад 2. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину призми та конуса обертання (рис. 11.6), застосовуючи паралелі конуса обертання.

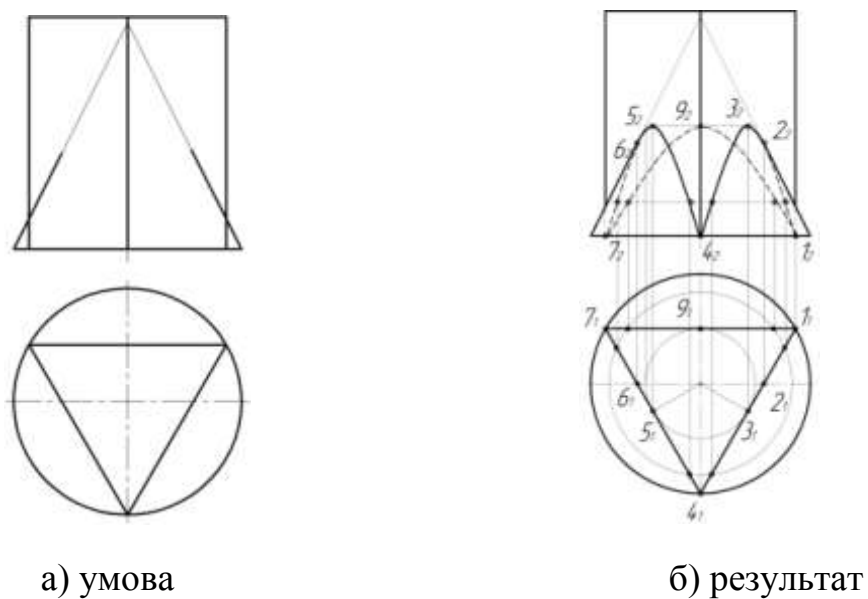


Рисунок 11.6 – Побудова лінії взаємного перетину циліндра та конуса обертання

Приклад 2. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину призми та конуса обертання (рис. 11.7), застосовуючи метод січних концентричних сфер.

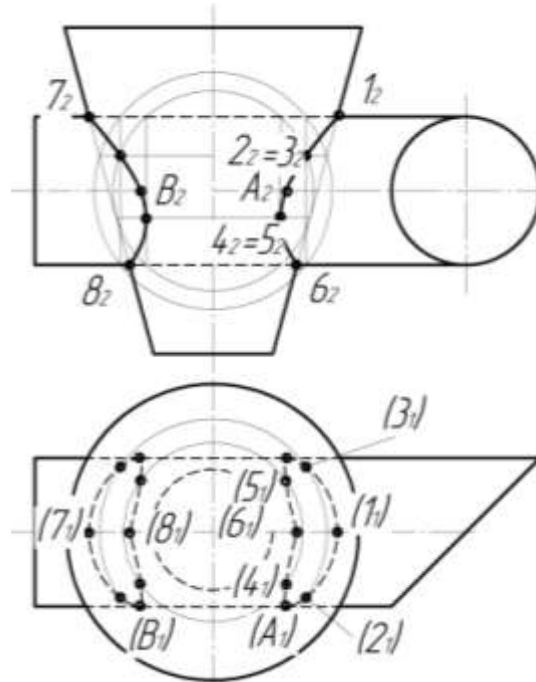


Рисунок 11.7 – Побудова лінії взаємного перетину циліндра та зрізаного конуса обертання

11.4 Тестові запитання для самостійної роботи

1. Згідно з графічною умовою задачі визначте, до якої з площин проєкцій бічна поверхня циліндра займає проєкціювальне положення (рис. 11.8).

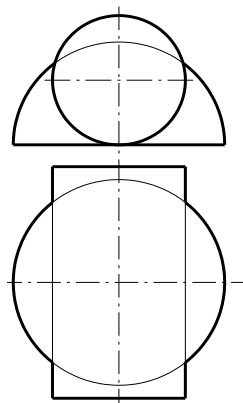


Рисунок 11.8 – Графічна умова до побудови півсфери та циліндра

Виберіть правильний варіант відповіді: а) до Π_1 ; б) до Π_2 ; в) до Π_3 ; г) до Π_1 та Π_2 .

2. Згідно з графічною умовою задачі (рис. 11.8) визначте, на якій з площин проєкцій лінія взаємного перетину уже відома.

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 11.8, а, г; б) рис. 11.8, в, г; в) рис. 11.8, а, б; г) рис. 11.8, б, в.

3. За допомогою яких ліній можна побудувати відсутні горизонтальні проєкції лінії взаємного перетину двох поверхонь для випадків, що показані на рис. 11.8?

Виберіть правильний варіант відповіді: а) твірних; б) паралелей; в) горизонталей; г) фронталей.

4. Для яких із поверхонь (рис. 11.9, а – г) можна застосувати метод січних площин?

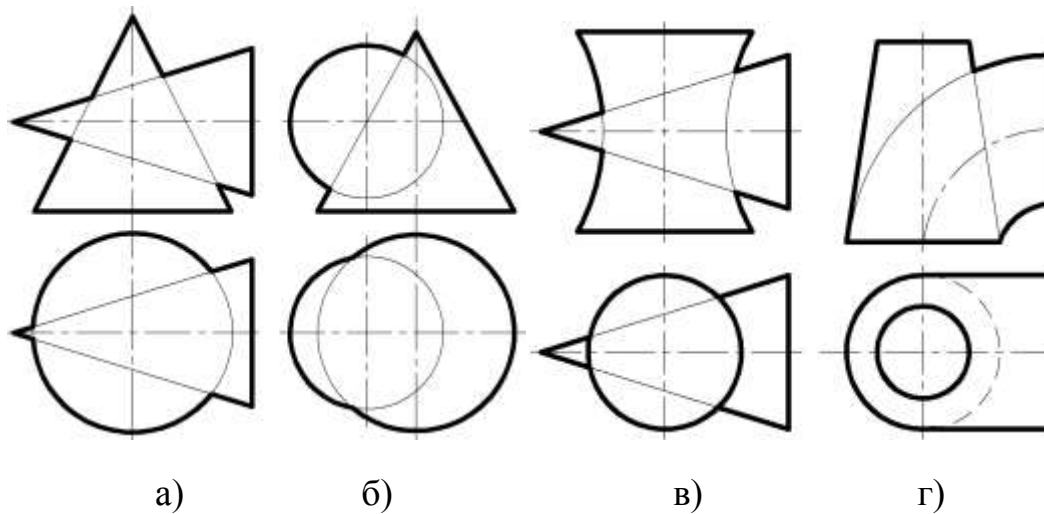


Рисунок 11.9 – Підбір методу побудови лінії взаємного перетину

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 11.9, а; б) рис. 11.9, в; в) рис. 11.9, г; г) рис. 11.9, б.

5. Для яких із поверхонь (рис. 11.9, а – г) потрібно застосувати метод концентричних сфер?

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 11.9, а, г; б) рис. 11.9, в, г; в) рис. 11.9, а, в; г) рис. 11.9, б, в.

6. Для якої з умови (рис. 11.10, а – г) потрібно застосувати теорему Монжа?

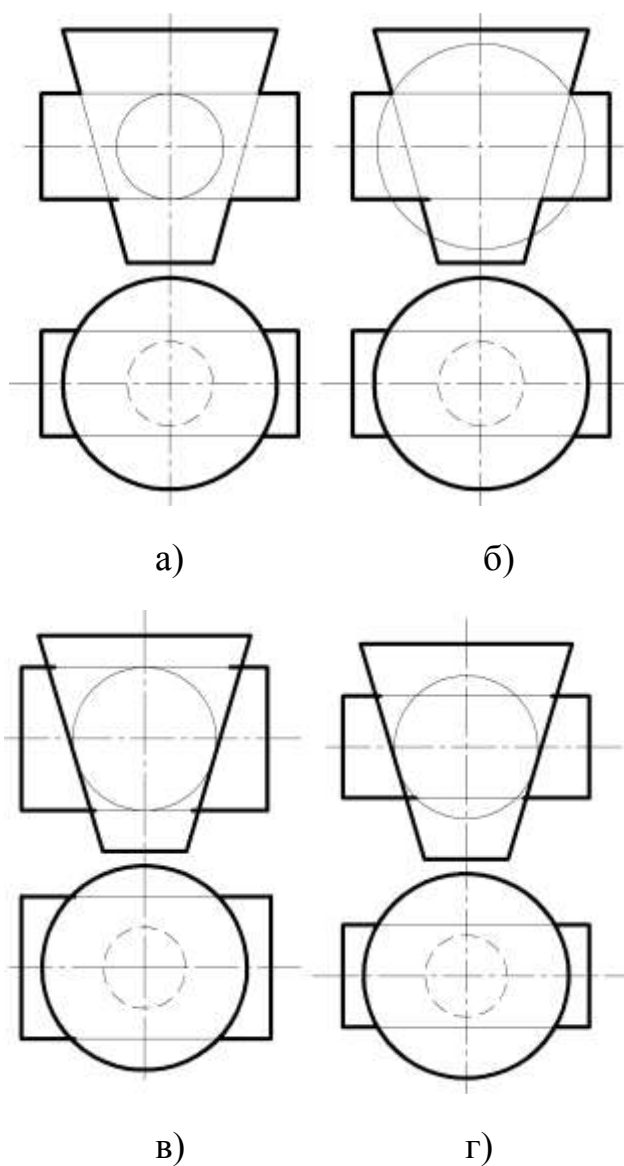
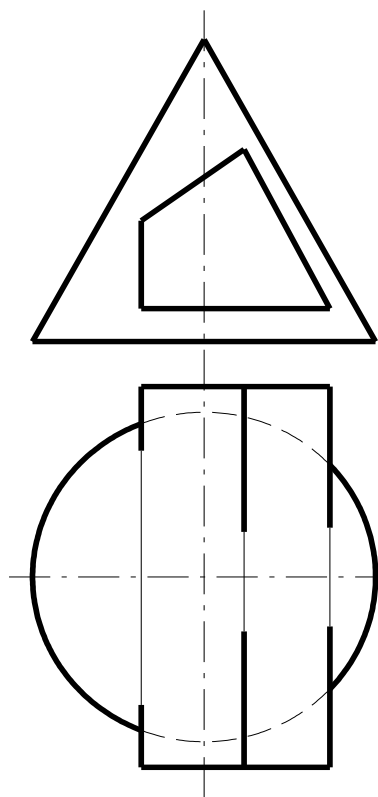


Рисунок 11.10 – Підбір умови задачі для побудови лінії взаємного перетину двох поверхонь

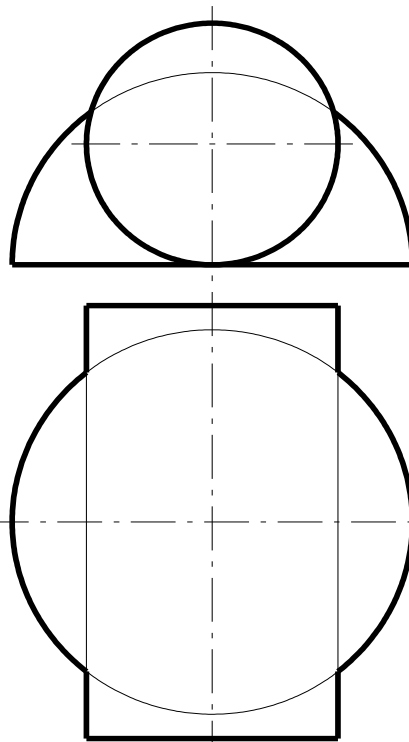
Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 11.10, а, г;
б) рис. 11.10, в, г; в) рис. 11.10, а, в; г) рис. 11.10, б, в.

11.5 Задачі для самостійного виконання

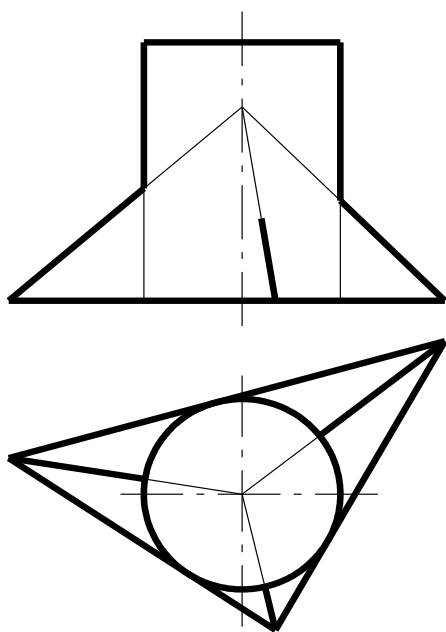
Задача 1. Побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь методом січних площин.



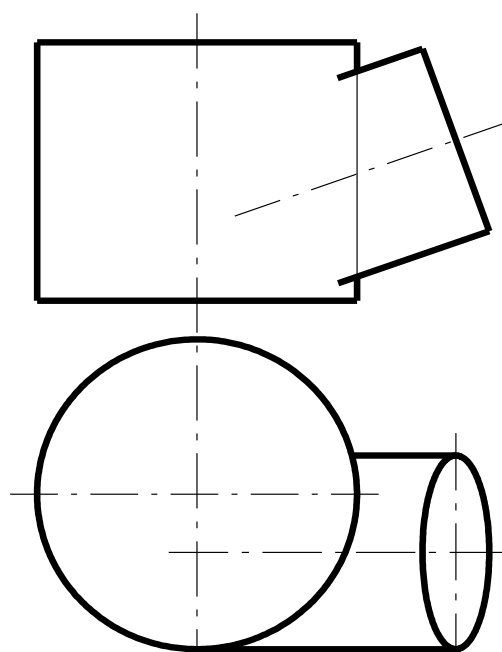
а)



б)

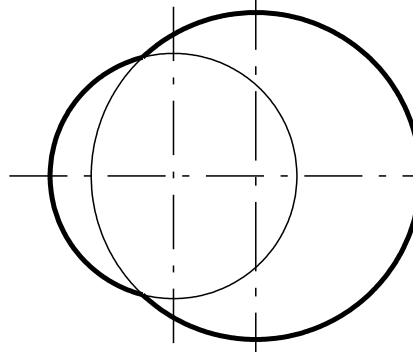
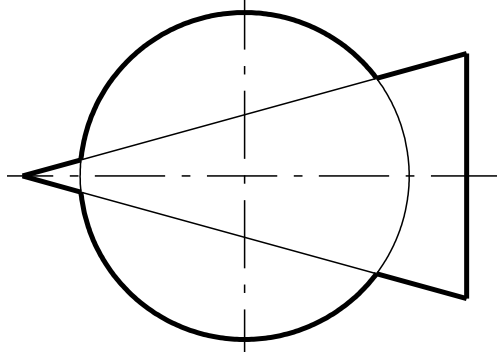
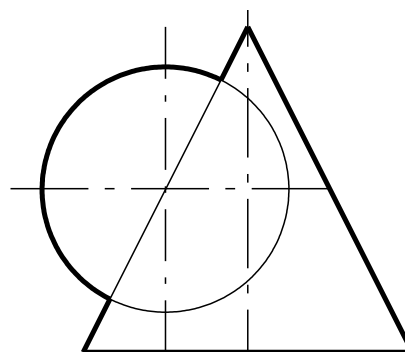
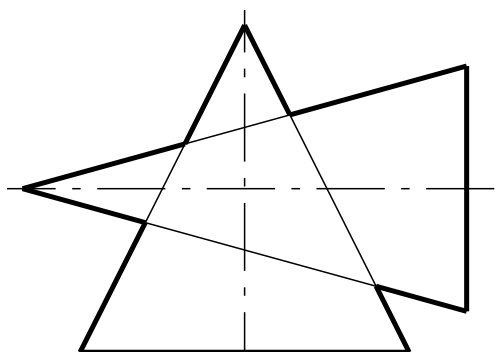


в)



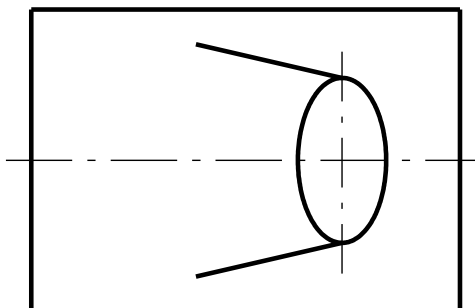
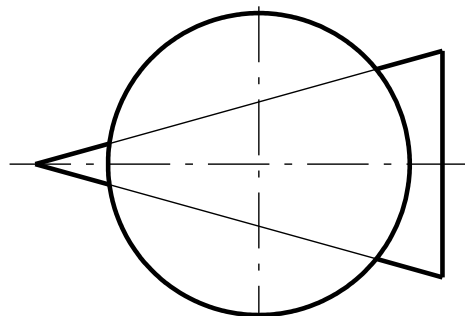
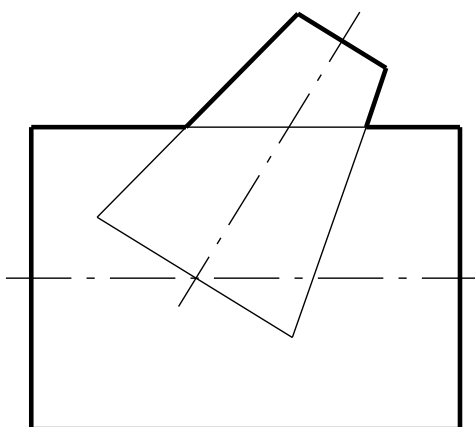
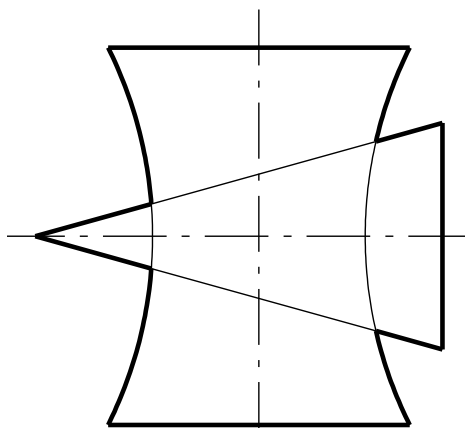
г)

Задача 2. Застосовуючи метод січних сфер-посередників, побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь.



а)

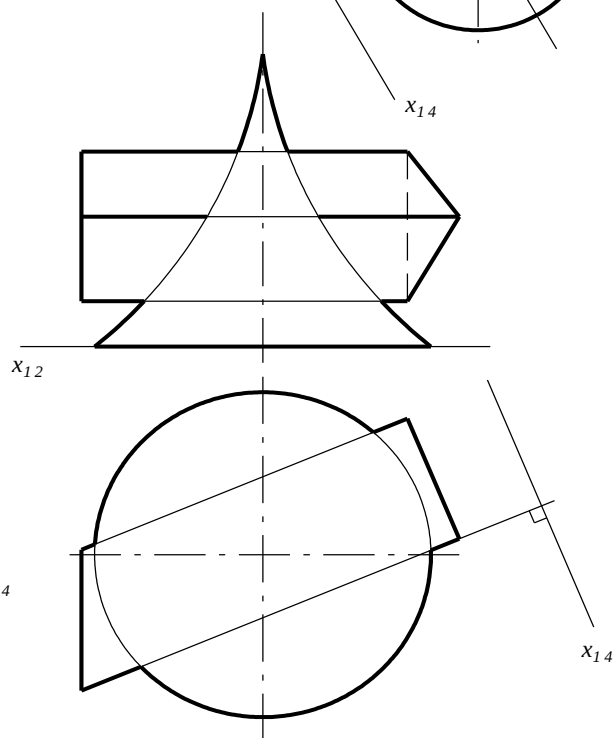
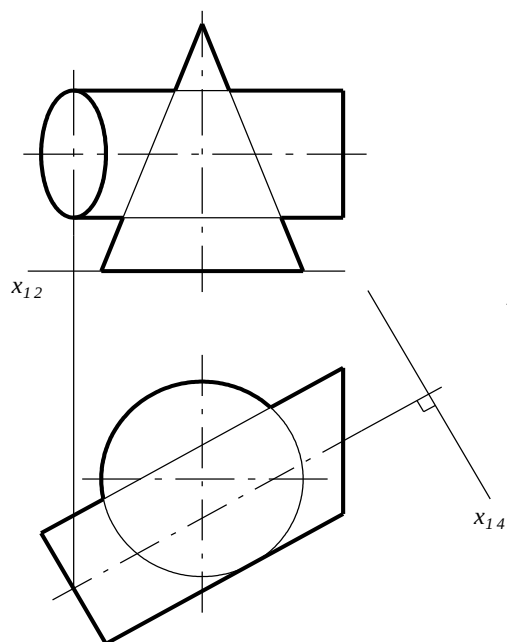
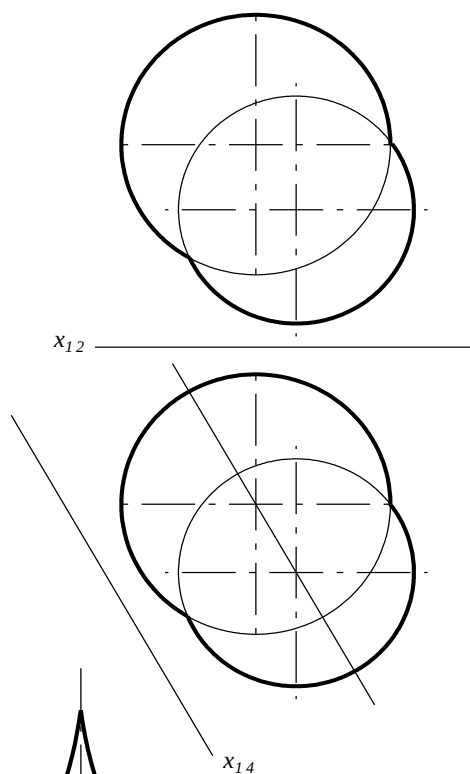
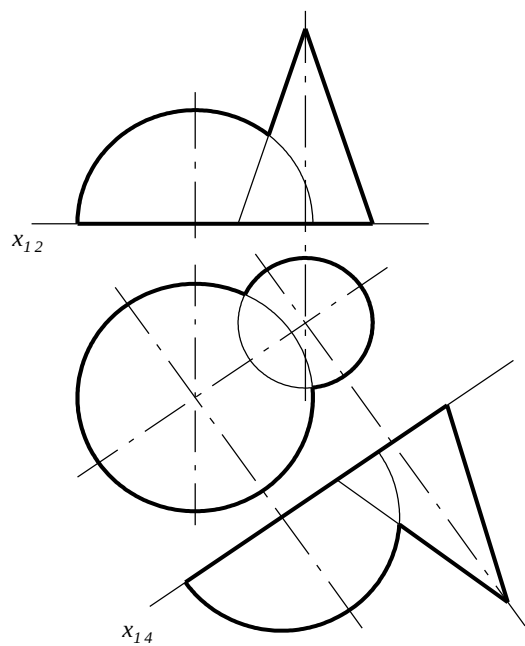
б)



в)

г)

Задача 3. Побудуйте лінію взаємного перетину двох поверхонь із застосуванням методів перетворень.



12 РОЗГОРТАННЯ ПОВЕРХОНЬ

12.1 Основні теоретичні відомості

Точні розгортки – це ті, які базуються на точних побудовах і можуть бути підтверджені математично.

Спосіб розгортання. Використовується для побудов розгорток циліндра та конуса обертання (рис. 12.1, а, б) та прямих призм.

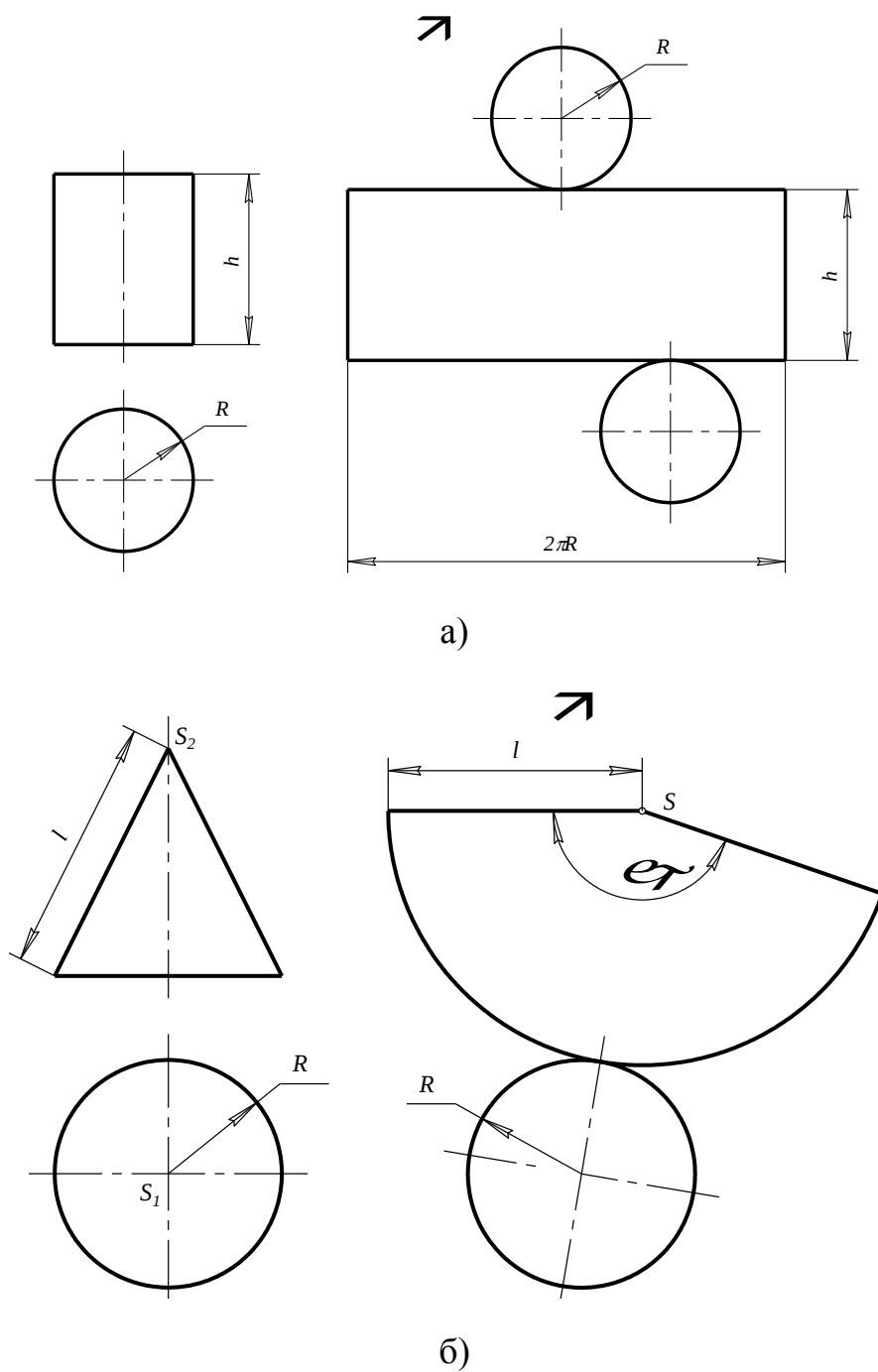


Рисунок 12.1 – Точні розгортки

Розгортки з використанням методів перетворень. До них відносять розгортки пірамід (рис. 12.2).

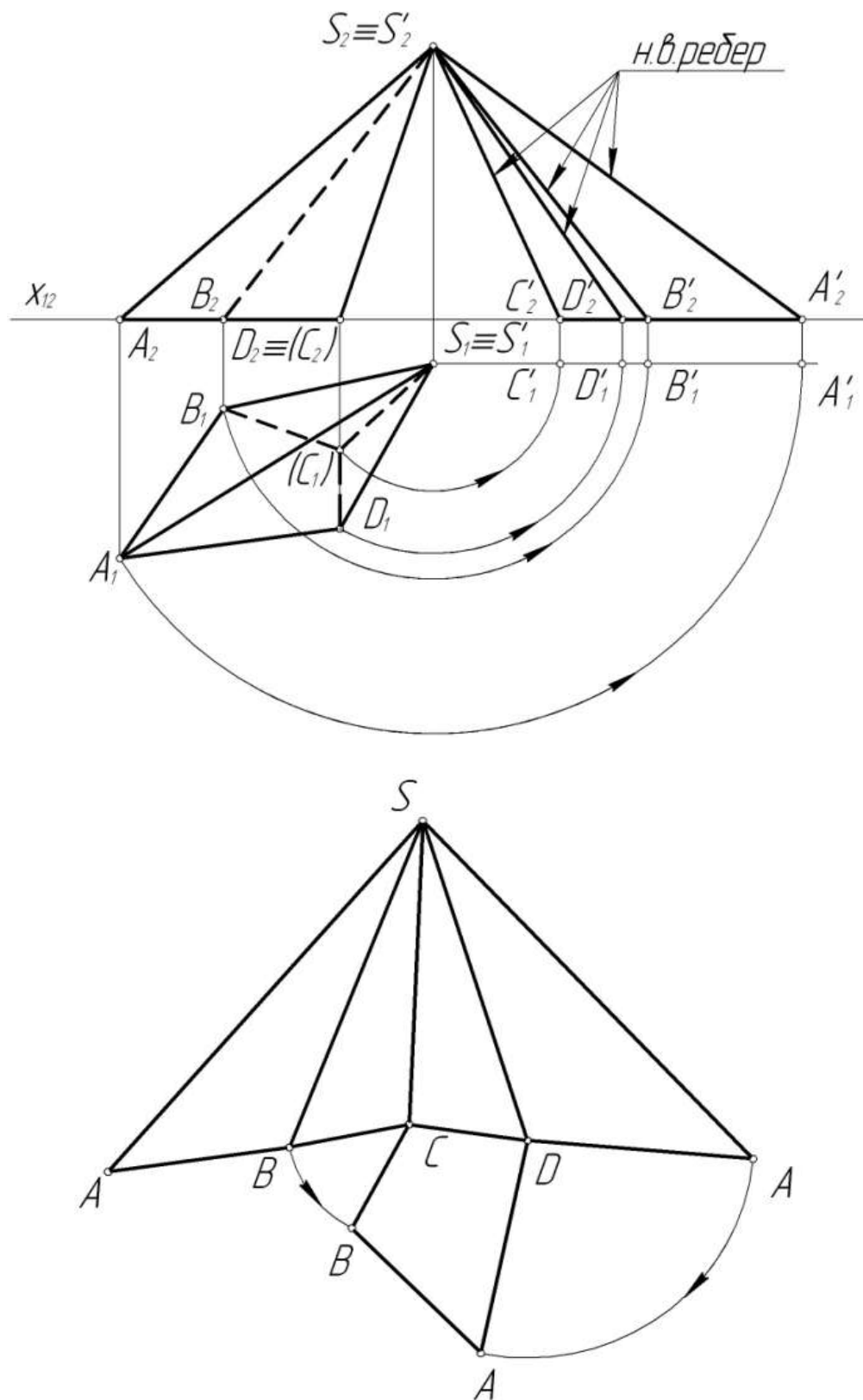


Рисунок 12.2 – Розгортка піраміди з використанням методу обертання навколо проєкціувальної осі

Наближені розгортки (рис. 12.3; 12.4) для циліндричних і конічних поверхонь будуються вписуванням правильних плоских фігур (багатокутників) в бічну поверхню.

Розгортка циліндра загального положення

Основа циліндра (коло) попередньо поділена на вісім рівних частин. Твірні циліндра паралельні фронтальній площині проєкцій Π_2 . Тому на фронтальній площині проєкцій Π_2 (від проєкцій точок 1_2 до 8_2) будують перпендикуляри, тобто визначають напрям траєкторії розгортання бічної поверхні циліндра (рис. 12.3).

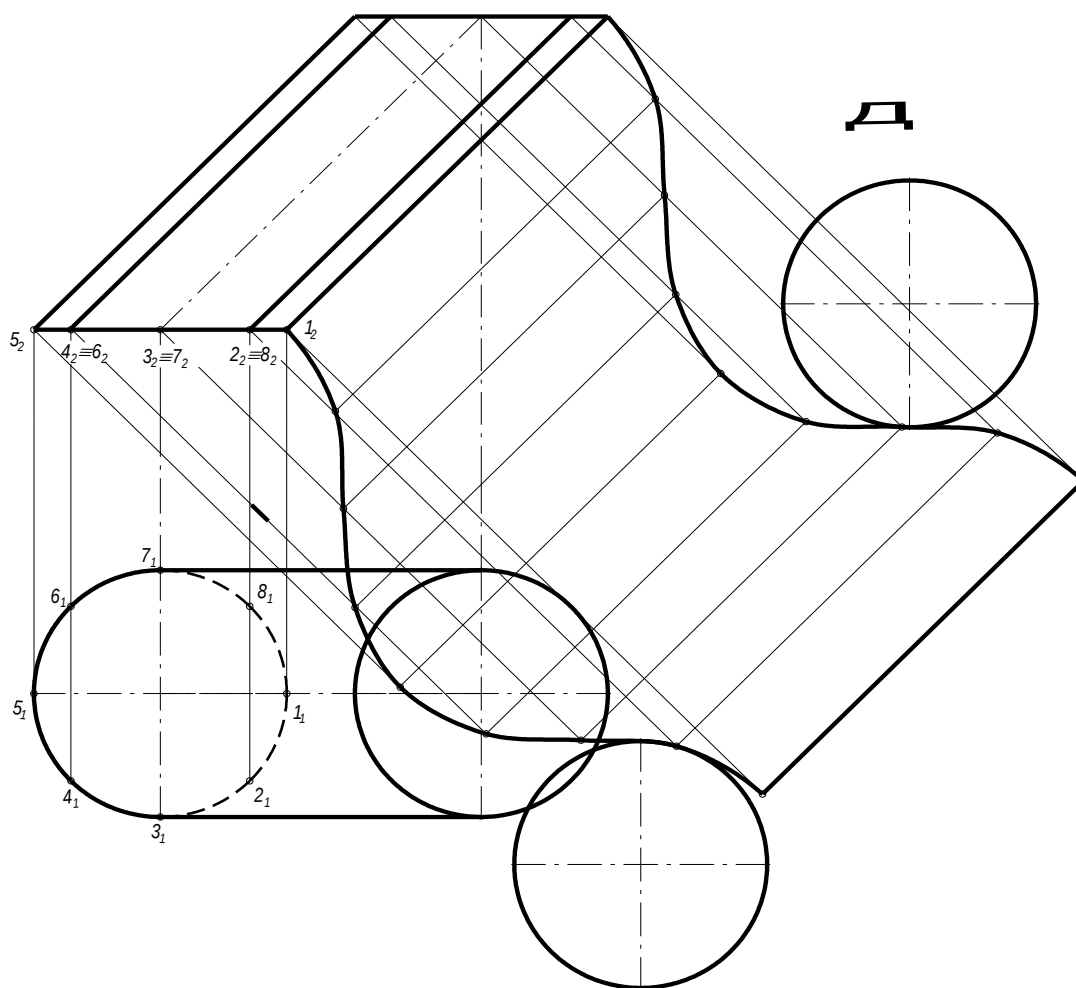
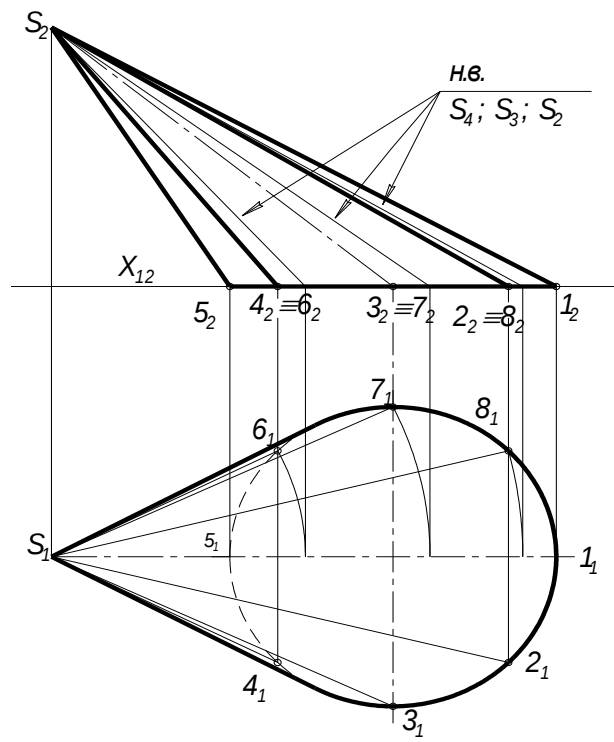


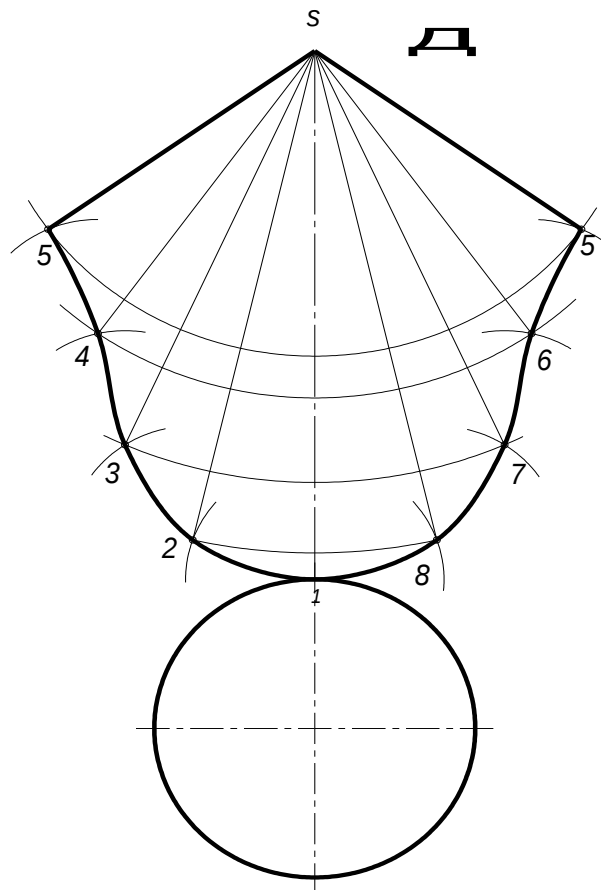
Рисунок 12.3 – Розгортка циліндричної поверхні

Розгортка конуса загального положення

Основа конуса (коло) попередньо поділена на вісім рівних частин. Натуральні величини твірних конуса (рис. 12.4, а) отримують обертанням кожної паралельно фронтальній площині проєкцій Π_2 . Далі, за допомогою засічок, будують розгортку конуса загального положення (рис. 12.4, б).



a)



б)

Рисунок 12.4 – Побудова розгортки конічної поверхні

12.2 Контрольні запитання

1. Які поверхні називають розгортними?
2. Які з поверхонь відносять до розгортних? Яку твірну мають ці поверхні?
3. Які з лінійчатих поверхонь відносять до нерозгортних?

12.3 Задачі та тестові запитання для самостійної роботи

Задача 1. Побудуйте розгортки для лінійчатих поверхонь (рис. 12.6, а–д).

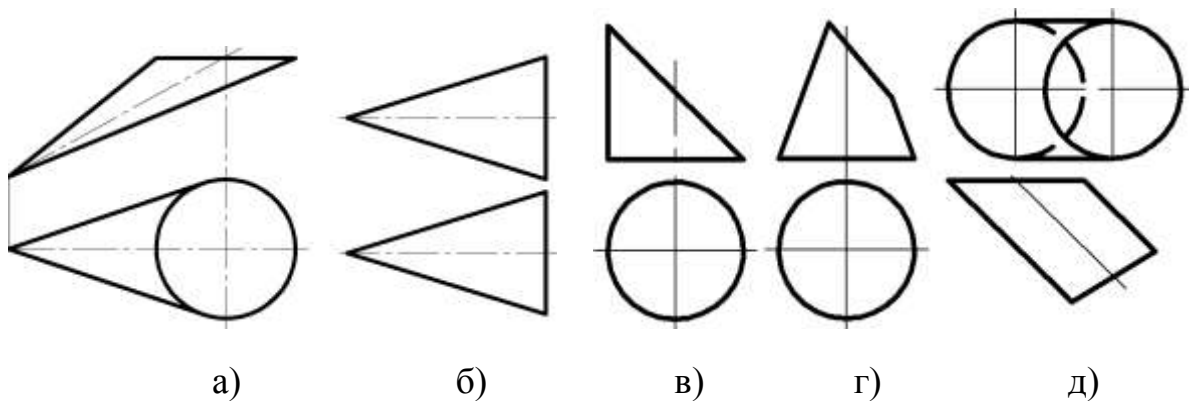


Рисунок 12.6 – Графічні умови лінійчатих поверхонь

Тестові запитання

1. Для яких із поверхонь (рис. 12.6, а – д) будують точну розгортку? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 12.6, б – г; б) рис. 12.6, а – в; в) рис. 12.6, в – д; г) рис. 12.6, а, д.

2. Для яких із поверхонь (рис. 12.6, а – д) будують наближену розгортку? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 12.6, б – г; б) рис. 12.6, а – в; в) рис. 12.6, в – д; г) рис. 12.6, а, д.

3. Для якої з поверхонь (рис. 12.6, а – д) для побудови розгортки потрібно додатково визначити натуральні величини твірних? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 12.6, г; б) рис. 12.6, в; в) рис. 12.6, б; г) рис. 12.6, а.

4. Для яких із поверхонь (рис. 12.6, а – д) потрібно додатково визначити натуральні величини її зрізаних частин? *Виберіть правильний варіант відповіді:* а) рис. 12.6, б – г; б) рис. 12.6, а – в; в) рис. 12.6, в – д; г) рис. 12.6, а, д.

Задача 2. Побудуйте розгортки гранних поверхонь (рис. 12.7, а – д).

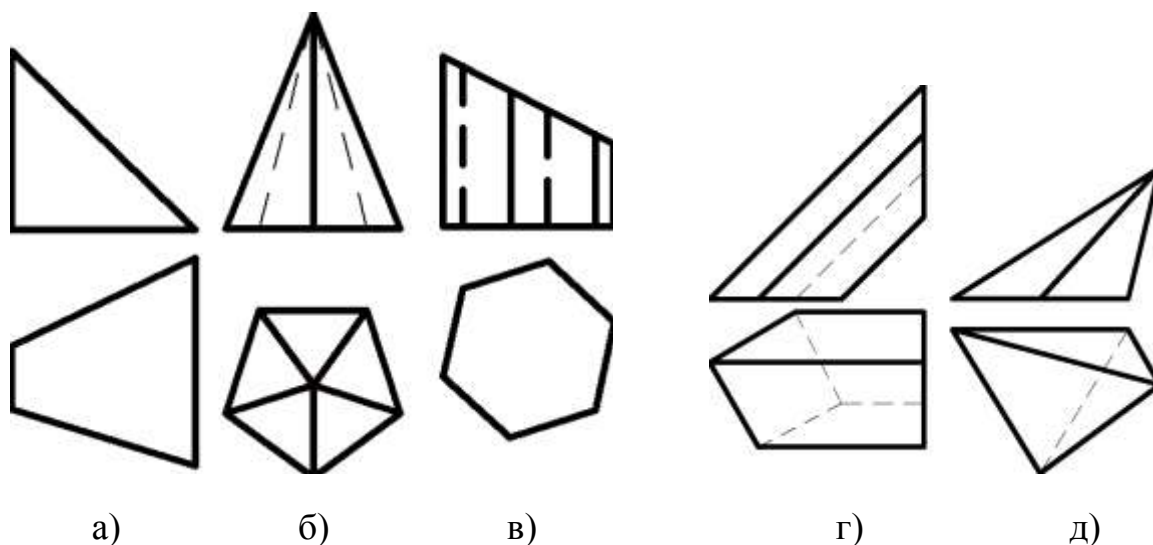


Рисунок 12.7 – Графічні умови гранних поверхонь

Тестові запитання

1. У якої з гранних поверхонь (рис. 12.7, а – д) всі бічні ребра мають натуральну величину? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) рис. 12.7, а, б; б) рис. 12.7, в; в) рис. 12.7, а, в, г; г) рис. 12.7, б, в, г.

2. Для яких із поверхонь (рис. 12.7, а – д) в разі розгортання додаткові побудови не здійснюються? *Виберіть правильний варіант відповіді:*
а) рис. 12.7, а, б; б) рис. 12.7, б, в, г; в) рис. 12.7, а, в, г; г) рис. 12.7, г, д.

3. Для яких із поверхонь (рис. 12.7, а – д) в разі розгортання потрібно додатково визначити натуральну величину лише одного ребра?

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 12.7, а, в; б) рис. 12.7, в; в) рис. 12.7, б; г) рис. 12.7, а.

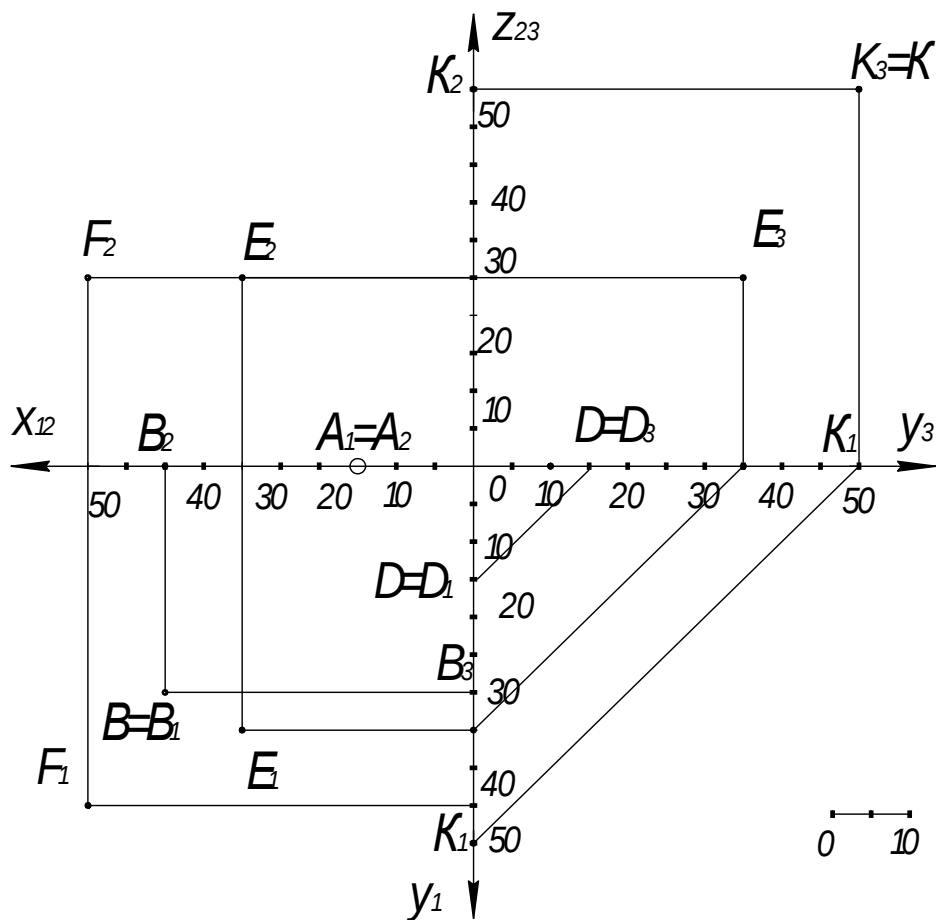
4. Для яких із поверхонь (рис. 12.7, а – д) в разі розгортання потрібно додатково визначити натуральні величини всіх бічних ребер?

Виберіть правильний варіант відповіді: а) рис. 12.7, в; б) рис. 12.7, д; в) рис. 12.7, б; г) рис. 12.7, а.

13 ПРОГРАМОВАНІЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

13.1 До теми «Точка»

Згідно з показаним рисунком дати відповіді на п'ять поставлених запитань.

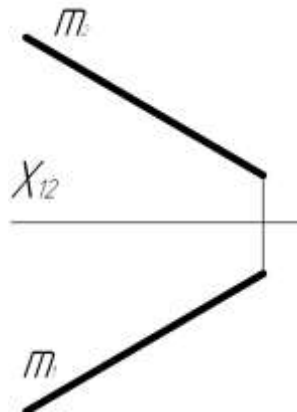


1. Записати координати т. *E*.
2. Яка з точок знаходиться в *першому октанті* ?
3. Яка з точок знаходиться на *горизонтальній площині проєкцій*?
4. Яка із точок знаходиться на *осі OY*?
5. Які з точок рівновіддалені від *горизонтальної площини проєкцій*?

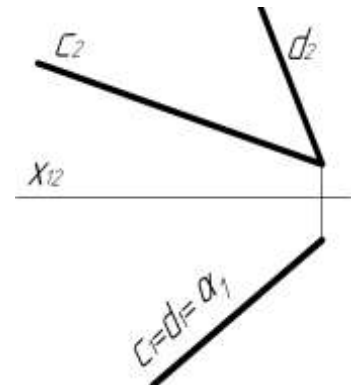
13.2 До теми «Пряма та площина»

1. Побудувати проєкції прямої *AB* за координатами *A*(30, 15, 0) та *B*(10, 40, 35).
2. Побудувати проєкції фронталі за довжиною 20 мм, під кутом нахилу до *Π₁* 45°.

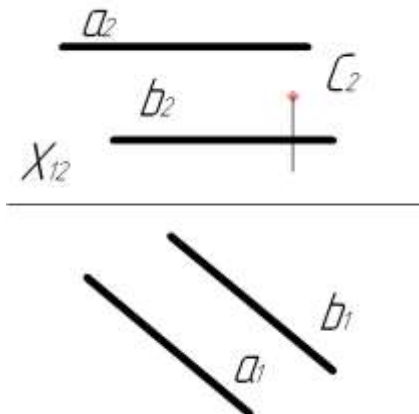
3. Побудувати проєкції паралельної прямої.



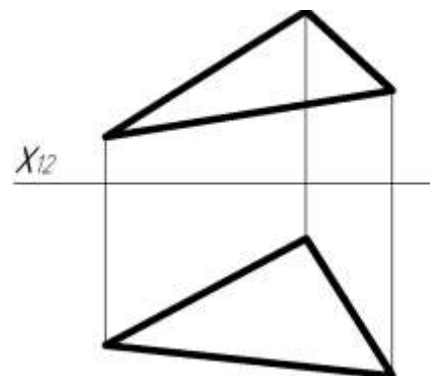
4. Для показаної площини введіть символічний запис.



5. Побудувати проєкції точки C , що належить площині.



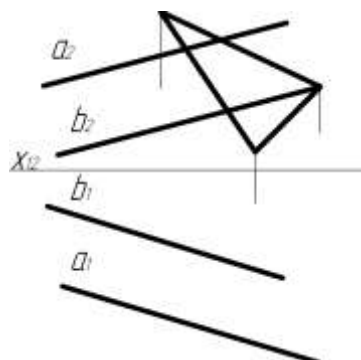
5. Побудувати проєкції горизонталі та фронталі площини.



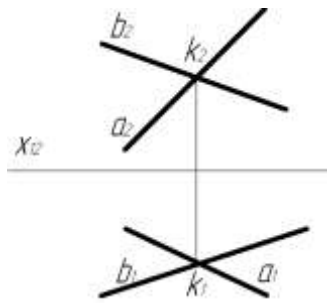
13.3 До колоквіуму за перший модуль

Теоретичні запитання до однієї з шести тем

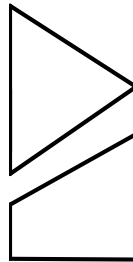
1. Побудуйте проєкції плоскої фігури, що належить заданій площині.



2. Побудуйте пряму (площину), паралельну (перпендикулярну до) заданій (-ої) площині (-и).



3. Позначте проєкції вершин многогранника та побудуйте третю проєкцію.



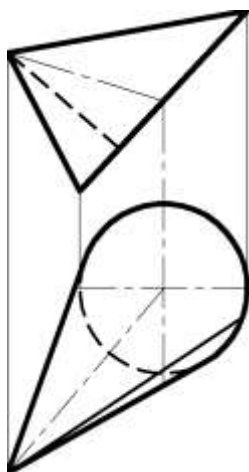
Примітка. Студент має знати шість способів задання площин, які запропоновані в другому запитанні.

13.4 До теми «Точка на поверхні»

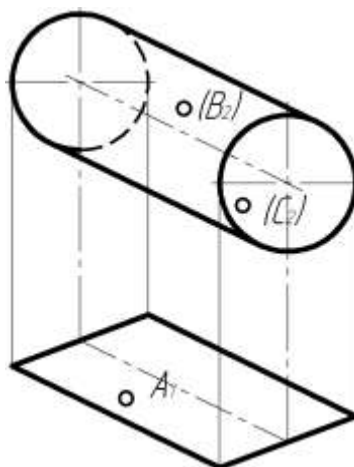
Задача № 1. Побудувати відсутні проєкції твірних на конічній поверхні та визначити їх видимість.

Задача № 2. На поверхні циліндра побудувати відсутні проєкції точок та визначити їх видимість.

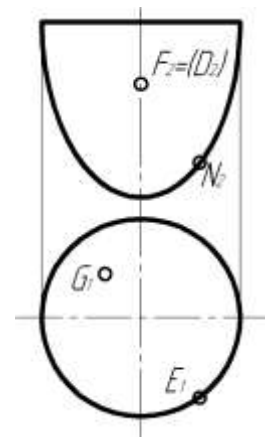
Задача № 3. На поверхні тора побудувати відсутні проєкції точок та визначити їх видимість.



а) до задачі № 1



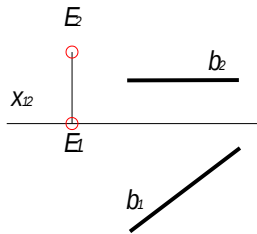
б) до задачі № 2



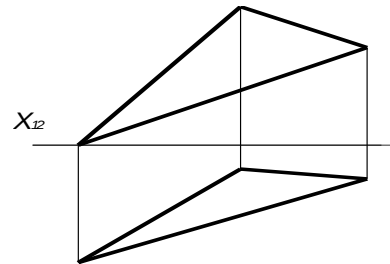
в) до задачі № 3

13.5 До теми «Методи перетворень»

1. Побудувати натуральну величину відстані від точки до прямої.

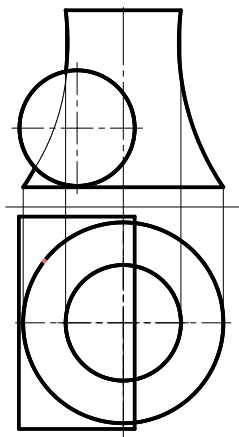


2. Побудувати натуральну величину площі фігури.

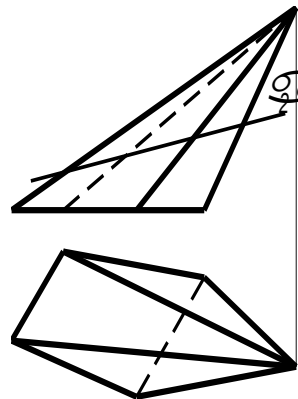


13.6 До колоквіуму за другий модуль

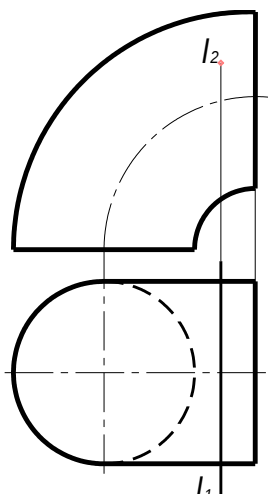
3. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину двох поверхонь.



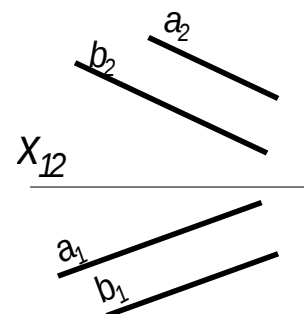
4. Побудувати проєкції перетину поверхні з площиною та визначити н. в. фігури перерізу площиною α .



5. Побудувати проєкції перетину поверхні прямою лінією.

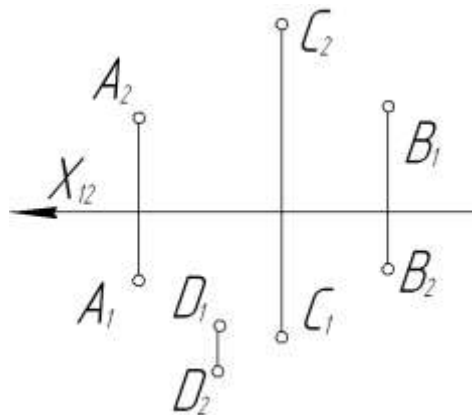


6. Побудувати проєкції відстані між двома паралельними прямими.



14 ЗАГАЛЬНИЙ ТЕСТ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

1. Визначте за епюром, в якому октанті знаходиться точка В.



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

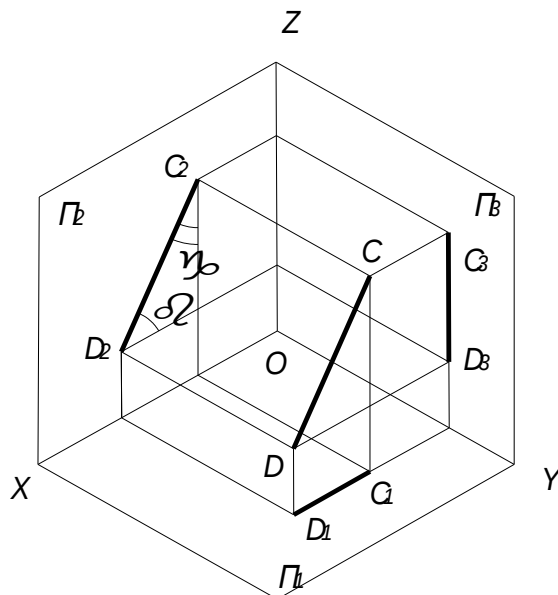
I октант

III октант

IV октант

II октант

2. За наочним зображенням прямої визначте її положення.



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

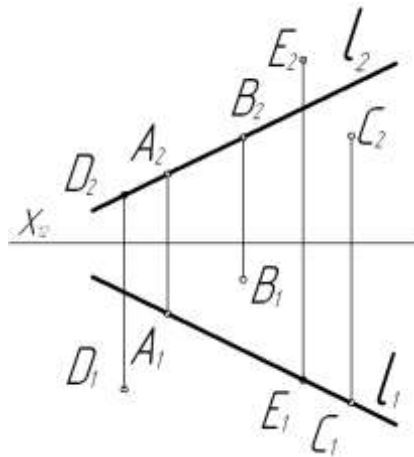
$l \perp \Pi_1$

$l \perp \Pi_2$

$l \parallel \Pi_3$

$l \parallel \Pi_2$

3. Яка з точок знаходиться перед прямою?



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

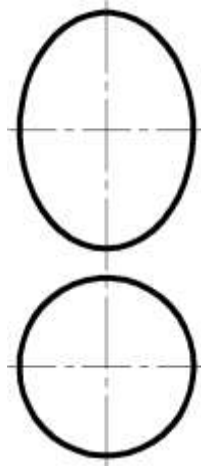
т. С

т. E

т. B

т. D

4. Яку назву має показана поверхня?



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

сфера

тор

еліпсоїд

параболоїд

5. Які перерізи можна отримати на цій поверхні?

Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

еліпси

кола

еліпси та кола

овали та кола

6. Скільки граней має вказаний многогранник?



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

4

5

6

7

7. Для скількох граней многогранника потрібно визначити його натуральну величину? *Виберіть правильний варіант відповіді.*



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

4

3

для всіх

1

8. Скільки ребер піраміди займають положення рівня?

Без нового рисунка? Так

Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

4

3

2

1

9. Дайте назву фігури перерізу, що може бути отримана при перерізі поверхні площиною?



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

парабола

1 гіпербола

овал

2 гіперболи

10. Яке положення займає січна площина β ?

Без нового рис.? Так

Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

3-й варіант

4-й варіант

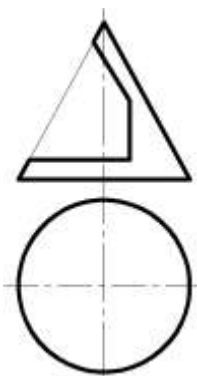
$\parallel P_2$

$\perp P_1$

$\perp P_2$

$\parallel P_1$

11. З яких кривих складається лінія взаємного перетину двох поверхонь?



Варіанти відповідей:

1-й варіант

2-й варіант

гіпербола, парабола, коло

трикутник, парабола, коло

3-й варіант

4-й варіант

еліпс, парабола, коло

трикутник, парабола, еліпс

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Буда А. Г. Конспект лекцій з нарисної геометрії для студентів машинобудівних спеціальностей : конспект лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2008. 120 с.
2. Буда А. Г., Король О. В., Пащенко В. Н. Проектування форм технічних деталей та аксонометричні проєкції : навчальний посібник. Вінниця : ВДТУ, 2001. 92 с.
3. Буда А. Г., Король О. В. Проекційне креслення. Вигляди, розрізи, перерізи : навч. пос. Вінниця : ВДТУ, 2001. 109 с.
4. Основи інженерної графіки для іноземних здобувачів вищої освіти : навчальний посібник / Шевченко А. В., Скорюкова Я. Г., Слободянюк О. В., Корчевський Б. Б. Вінниця : ВНТУ, 2022. 117 с. [Електронний ресурс].
5. Кормановський С. І., Корчевський Б. Б. Інженерна графіка. Курс лекцій : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2011. 142 с.
6. Буда А. Г., Король О. В. Виконання та читання складальних креслень : навч. пос. Вінниця : ВНТУ, 2009. 155 с.
7. Буда А. Г., Корчевський Б. Б. Питання та задачі самоконтролю знань студентів машинобудівних та будівельних спеціальностей в розділі «Нарисна геометрія» : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2017. 87 с.
8. Буда А. Г., Мельник О. П., Гречанюк М. С. Креслення. Частина І. Теоретичні основи геометричного креслення : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2016. 85 с.
9. Буда А. Г., Гречанюк М. С. Креслення. Частина ІІ. Елементи нарисної геометрії та проєкційне креслення : навч. посіб. / Буда А. Г., Гречанюк М. С. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 112 с.
10. Методичні вказівки до виконання графічних робіт з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки для студентів машинобудівних спеціальностей всіх форм навчання, що навчаються за скороченим терміном підготовки / Буда А. Г., Гречанюк М. С. Вінниця : ВНТУ, 2018. 34 с.
11. Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. О. Комп'ютерна інженерна графіка в середовищі AutoCAD : навчальний посібник. Вид. 2-ге. К. : Каравела, 2013. 336 с.
12. Збірник задач з інженерної та комп'ютерної графіки : навч. посіб. / Михайленко В. Є., Найдіш В. М., Підкоритов А. М., Скидан І. А. ; за ред. В. Є. Михайленка. К. : Вища школа, 2002. 300 с.
13. Методичні вказівки до виконання графічних робіт з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки для студентів машинобудівних спеціальностей всіх форм навчання, що навчаються за скороченим терміном підготовки / Буда А. Г., Гречанюк М. С. Вінниця : ВНТУ, 2018. 34 с.
13. Михайленко В. Є., Ванін В. В., Ковальов С. М. Інженерна графіка : підруч. ; за ред. В. Є. Михайленка. К. : «Каравела», 2008. 272 с.

ПИТАННЯ ДО ІСПИТУ

1. Наука нарисна геометрія, її структура, мета, задачі, місце в підготовці спеціаліста політехнічного профілю.

2. Метод проєкцій. Центральне та паралельне проєкціювання. Ортогональне проєкціювання.

3. Точка. Ортогональні проєкції точки відносно двох та трьох площин проєкції. Прямокутні координати точки в 4-х октантах, в площинах проєкцій та на координатних осях.

4. Пряма. Проєкціювання прямої на дві і три площини проєкцій. Положення прямої відносно площини проєкцій. Проєкції паралельних, мимобіжних прямих, та прямих, що перетинаються. Конкуруючі точки. Інцидентність точки прямій.

5. Площина. Проєкціювання площини на дві і три площини проєкцій. Положення площини відносно площин проєкцій. Головні лінії площини. Інцидентність точки та прямої площині. Сліди прямої та площини.

6. Основні позиційні задачі на площині та алгоритми їх розв'язання. Взаємне положення прямої та площини, двох площин. Паралельність прямої площини двом площинам. Перпендикулярність прямої до площини та двох площин. Перетин прямої з площиною та двома площинами.

7. Криві лінії. Визначення і зображення кривих. Плоскі і просторові криві. Криві другого порядку. Гвинтові лінії.

8. Поверхні. Класифікація. Способи утворення та задання поверхонь (визначник, каркас, обрис). Поверхні обертання. Окремі різновиди поверхонь обертання. Лінійчаті поверхні (переносу, з однією та двома напрямними, торси, гвинтові поверхні).

9. Основні позиційні задачі на поверхні та алгоритми їх розв'язання. Точка і лінія на поверхні, вирізи на поверхнях. Перетин поверхні з прямою і площиною. Конічні перерізи. Перетин поверхонь. Окремі та загальні випадки перетину прямої з поверхнею, двох поверхонь.

10. Метричні задачі та алгоритми їх розв'язання (визначення натуральної величини кутів, плоских фігур, відстаней та інше).

11. Способи перетворень проєкцій, різновиди. Надання прямим лініям та площині окремого положення відносно площин проєкцій. Застосування методів для розв'язання позиційних задач на поверхні. Використання методів в курсі інженерної графіки.

12. Розгортання поверхонь. Побудова точних розгорток та з наближенням.

*Навчальне електронне видання
комбінованого використання.
Можна використовувати в локальному та мережному режимах*

**Антоніна Героніївна Буда
Богдан Болеславович Корчевський**

**Базові теоретичні положення,
прикладні та задачі з нарисної геометрії**

Навчальний посібник

Рукопис оформила *А. Буда*

Редактор *В. Дружиніна*

Оригінал-макет виготовила *В. Дружиніна*

Підписано до видання 27.09.2024 р.
Гарнітура Times New Roman.
Зам. № P2024-154.
Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
press.vntu.edu.ua;
Email: irvc.vntu@gmail.com
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.