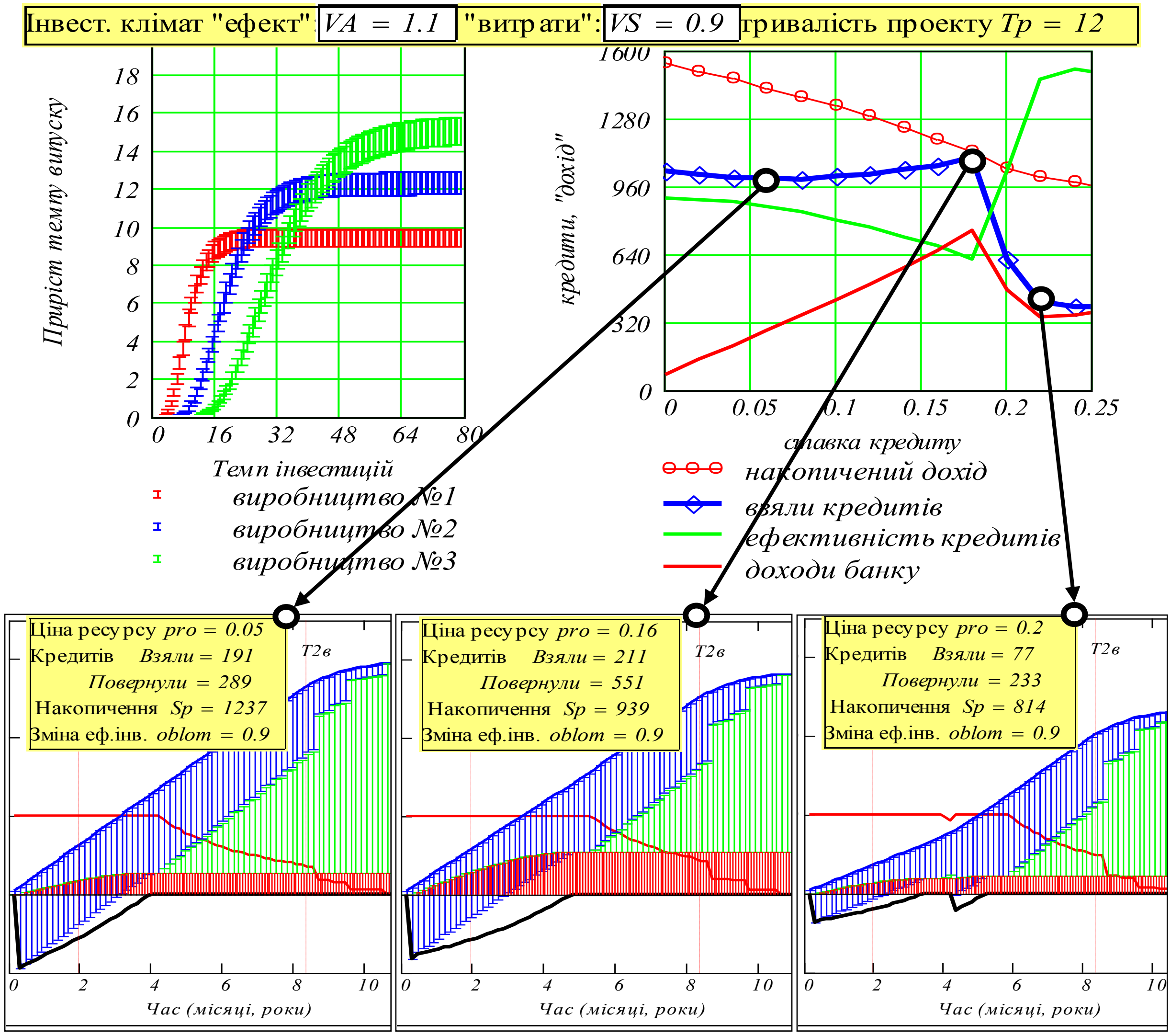
МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ІНВЕСТИЦІЯМИ

Аналіз впливу ставки кредитів на показники оптимального процесу розвитку виробництва



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙА ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ІНВЕСТИЦІЯМИ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів напряму "Системна інженерія" вищих навчальних закладів

УНІВЕРСУМ - Вінниця 2009

УДК 519.81
М 74

Рецензенти:
В. П. Квасников, доктор технічних наук, професор (НАУ)
В. М. Лисогор, доктор технічних наук, професор (ВДАУ)
А. П. Ладанюк, доктор технічних наук, професор (Національний університет харчових технологій МОН України)

Рекомендовано до видання Міністерством освіти і науки України. Лист № 14/18-Г-1034 від 26.06.07

Автори:
Боровська Т. М., Северілов В. А., Бадьора С. П., Колесник І. С.
М 74 Моделювання задач управління інвестиціями. Навчальний посібник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2009. – 178 с.
ISBN 978-966-641-311-9

В посібнику розглянуто ряд актуальних задач управління інвестиційними проектами. В цьому плані посібник – склад модулів, переважно таких, що відсутні в звичайних та електронних книгах. Головні моделі в посібнику - авторські. Запропоновано систему моделей, методів і технологій конструювання робочих моделей в середовищах сучасних математичних пакетів. Ці моделі створюють віртуальну реальність, що дає можливість аналітику, менеджеру проекту швидко і безпечно зрозуміти парадоксальні закони і реалії сучасного бізнесу. Посібник виконаний повністю в середовищі математичного пакета, тому його матеріали – діючі програми моделювання, що можуть копіюватись і використовуватись як прототипи при виконанні курсових робіт, дипломних проектів і дисертацій всіх рівнів. Посібник розрахований в першу чергу на студентів широкого кола спеціальностей.

УДК 519.81

ISBN 978-966-641-311-9

ЗМІСТ

Вступ

На книжковому ринку не менше тисячі російських, англійських та українських видань з інвестицій, управління проектами, інвестознавства. Деякі з них і за формою, і за змістом є фундаментальними – мають обсяг більше тисячі сторінок. Що може додати 1001-а книга обсягом в 178 сторінок? Бажання додати щось нове до науки інвестознавства сьогодні дуже легко реалізувати – практика соціо-техніко-економіки впевнено випереджає теорію. Досить тільки відпрацювати методи і технології конструювання математичних моделей для нових задач розвитку соціо-техніко-економічних систем.

Вважається, що в світі була індустріальна економіка, потім – інформаційна, а тепер почалась економіка знань. Можна вважати це і регресом, і поверненням до першоджерел, тому що знання були основою усіх економічних формацій. Головне в усіх "економіках знань" – наявність негативного ефекту застрявання: сьогодні в основі деяких найсучасніших програмних продуктів для моделювання бізнес-процесів приховано симплекс-метод. Існують десятки потужних пакетів для моделювання, а згідно зі стандартами публікацій і дисертацій формули слід набирати (вручну!) в текстовому редакторі формул. Останнє більш страшне за наслідками, ніж переслідування вчених в середньовіччі, тому що за світовими стандартами забороняється виконувати математичні перетворення вручну – ну дуже дорогі сьогодні помилки в програмах. Однак не слід воювати з подібними проявами ефекту застрявання, достатньо просто все робити за раціональними технологіями створення інтелектуальної продукції, коли кінцевий результат (робоча модель, програма) отримується при кінцевих витратах часу і ресурсів.

Посібник є низкою робочих моделей. Робоча модель – певний документ, написаний в середовищі певного математичного пакета за стандартами наукових публікацій, який виконується в середовищі пакета, тобто синтаксично коректні алгебраїчні вирази, диференціальні рівняння, програмні модулі обчислюються. Математичні пакети не стільки прискорюють обчислення, скільки створюють простір для створення нових методів і технологій створення нових моделей для нових задач.

В посібнику розглянуто класичні і нові задачі моделювання та оптимізації інвестиційних проектів як соціо-техніко-економічних систем. Сьогодні не можна відокремлено розглядати технічні, соціальні та економічні аспекти певної організаційно-виробничої системи. Одна з проблем посібника – мовна: *для нових задач автори просто змушені вводити нові терміни*. Це не примха, а умова конкурентоспроможності суспільства. В англомовних наукових статтях 20-30% лексикону - неологізми, введені науковою спільнотою певного напрямку науки.

У посібнику кожній задачі відповідає документ, що існує у двох формах: *паперовий документ і електронний документ* – фактично діалогова програма. Для того, хто дійсно займається моделюванням, неважко створити для своїх задач "персональну експертну систему" на базі моделювання.

Дайджест – вся книга на одній сторінці

1. Основи інвестиційної діяльності

Згадаємо біблійне: "гроші йдуть до грошей", "у кого багато, стане ще більше, у кого мало - і те відберуть". Згадаємо швидко забутий марксизм: "першоджерело капіталу – праця". І, нарешті: "знання – сила". Очевидно, усі ці закони діють разом в сучасній інвестиційній діяльності. Майже очевидно, що моделювання є основним інструментом для прогнозування і планування. Моделі виконання інвестиційних проектів базуються на трьох "функціях", точніше "механізмах": функції виробництва, функції інвестицій, функції попиту. Фундаментальні проблеми інвестиційної діяльності - раціональні технології конструювання математичних моделей процесів розвитку, зокрема моделей управління виробниками і споживачами.

2. Аналіз і оптимізація життєвих циклів проектів

Поняття життєвого циклу є самоочевидним і простим, але ускладнюється і розмивається пропорційно зусиллям з його уточнення. Однак можна побудувати прості і досить задовільні для планування моделі. В розділі розглянуто елементарні моделі інвестиційних проектів, моделі коротких життєвих циклів – "ринкових вікон", більш реалістичних життєвих циклів. Як підсумок, побудована узагальнена модель життєвого циклу на базі моделей виробництва, ринку і розвитку з урахуванням випадкових збурень. Модель дозволяє оцінювати ризики виконання проекту на базі "віртуальної статистики".

3. Аналіз і оптимізація фінансових інвестицій

Класичні моделі фінансових інвестицій відносять до категорії прописних істин. Ці істини перенесено в інтерактивне середовище, що дозволяє не просто розрахувати оптимальний портфель цінних паперів для певних даних, а отримати у вигляді тривимірного графіка множину портфелів при зміні вибраного параметра. Тобто до прописних істин додається ще "погляд згори". Побудовано моделі для аналізу і оптимізації ризикових і комбінованих портфелів цінних паперів, на рівні обчислювального експерименту показано, як утворюється "лінія ринку капіталу" та визначаються умови нульового ризику та ін.

4. Моделювання і оптимізація банківської системи

В сучасному світі банки – сервісні і системоутворювальні центри інвестиційної діяльності, посередники, об’єкти і суб’єкти інвестиційних проектів. Побудовані в розділі моделі банківської системи вимушено авторські – потрібних моделей не знайдено в доступній літературі. Розділ є прикладом раціональної технології побудови моделі функціонування банку: при помірних витратах інтелекту на базі словесних моделей отримано програму моделювання і запропоновано алгоритм оптимального управління.

5. Аналіз та оптимізація інвестицій у розвиток виробництва

Що залишиться від моделей процесів розвитку виробничих систем, якщо відкинути туманно-містичні рецепти і правила від бізнес-проповідників? – варіаційна задача розподілу ресурсів між розвитком і накопиченням, досліджена ще Р. Беллманом. В розділі подано побудову робочих моделей для визначення "стратегій розвитку", "кредитних стратегій", "цінових" та "інформаційних" стратегій. "Ціною" написання двох дисертацій побудовані занадто швидкі програми моделювання і оптимізації, ефективність яких обумовлена методом оптимального агрегування та декомпозиційними методами.

6. Управління розвитком в конкурентному середовищі

Сьогодні вже не можна прогнозувати і планувати процес розвитку окремої виробничої організації без урахування процесів розвитку інших виробників. Тобто бажано моделювати систему в цілому і *на цьому "фоні" шукати стратегію розвитку окремого виробника.* В розділі будується система моделей класу "N виробників × M продуктів" – детермінованих та імовірнісних, спрощених і з урахуванням запізнень віддачі інвестицій. Моделі базуються на трьох функціях – виробництва, розвитку і попиту. І цей розділ - приклад технології конструювання робочих математичних моделей.

1 ОСНОВИ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

В розвинених суспільствах кожен представник середнього класу є триєдиною особою: – виробником,

– споживачем,

– інвестором.

Можна виділити такі ситуації інвестиційної діяльності:

– юридична чи фізична особа може і хоче певну частку своїх ресурсів вкласти в певний "проект" з метою отримання прибутку;

– юридична чи фізична особа може і хоче певну частку своїх ресурсів вкласти в певний "проект" з метою отримання власності, контролю, а вже потім – прибутків.

– юридична чи фізична особа має тільки інтелектуальний ресурс (знання і вміння) і обґрунтовує перед кредиторами прибутковість свого проекту.

В наступних розділах подано задачі інвестиційної діяльності в моделях і деталях.

1.1 Визначення базових понять і класифікація інвестиційних проектів

Інвестиційний проект. Природно почати вивчення завдань управління проектами з чіткого, безкомпромісного визначення поняття "проект". Візьмемо з майже неосяжної множини літератури з управління проектами і інвестознавства майже чисто випадково дві книги, і процитуємо визначення.

"Любой проект – это комплекс взаимосвязанных работ, для выполнения которых выделяются соответствующие ресурсы и устанавливаются определённые сроки. В последние годы особое внимание уделяется проблеме эффективного руководства проектом... Проект в широком понимании этого термина, начинает свой путь в виде туманной, неясной идеи, которая затем приобретает вполне реальные очертания в виде проекта, изделия и т.п." [26].

"Таким чином, проект – це сукупність дій і завдань, що внаслідок їх унікальності й неповторності має такі ознаки:

– *чіткі* цілі, що досягаються одночасним виконанням певних технічних, економічних та інших вимог;

– внутрішні та зовнішні взаємозв'язки завдань, робіт, операцій і ресурсів, що потребують чіткої координації у процесі реалізації проекту;

– визначені терміни початку і завершення проекту та обмеженість ресурсів;

– визначений ступінь унікальності проекту та умов його здійснення" [32].

Очевидно, проект - складна система, розмите поняття, а як відомо з наукового фольклору, визначення таким поняттям можна дати "серією розмов з приводу" (О. Вентцель), прикладами реальних проектів, тому *намагання дати стисле, чітке, остаточне визначення є просто лінгвістичною вправою*. В цьому плані даний посібник в цілому є серією розмов і прикладів управління проектами. Подаємо перелік ознак проекту: терміни початку і закінчення проекту, значення проекту; певні новизна і невизначеність; потоки витрат і прибутків.

Зауваження. Певні проекти не мають явних "прибутків", це освітні, екологічні, медичні, демографічні, культурні, чисто наукові і політичні проекти. В даному посібнику ми розглядаємо тільки проекти, пов'язані з інвестиціями у створення виробництв для певних видів продукції чи послуг, орієнтовані на повернення інвестицій і отримання прибутків. Сьогодні такі виробничі проекти суттєво відрізняються від проектів 50-річної давнини.

Класичні романи закінчуються так: "вони нарешті одружилися і жили довго і щасливо". Класичні проекти закінчувались так: "вони запустили нарешті фабрику і випускали виріб довго і прибутково".

Сьогодні технології, моделі виробів, потреби ринку змінюються швидко. Продукція у незмінному вигляді випускається недовго - протягом "ринкового вікна". Тому життєвий цикл проекту з розробки нової продукції повинен закінчуватись утилізацією виробничих фондів і початком чергового проекту. Часто головні проблеми для проекту починаються саме з початком виробництва – конкуренти, аварії, економічні спади, примхи споживача - все це ламає ретельно обґрунтований і розрахований до копійко-хвилин проект.

Класифікація інвестиційних проектів. Введемо простішу класифікацію інвестиційних проектів (ІП): ІП1: нова галузь, ІП2: нове підприємство, ІП3: новий виріб.

Інвестиційний проект звичайно складається з етапів (фаз):

– проектних розробок – проектування: виробу, технологій, обладнання, виробничих приміщень, сервісної мережі;

– виготовлення і випробування дослідних зразків виробу, виготовлення обладнання, споруд, підготовки ринку – реклами та ін.;

– запуску виробництва, просування продукту на ринок, інвестування отриманих коштів у розширення виробництва;

– максимізація темпу повернення капіталовкладень або сумарного прибутку за рахунок своєчасного оновлення продукції.

Фаза 4 може тягнутись необмежено, але існуюче виробництво може стати таким, що не може бути модернізоване, а тільки замінене принципово іншим. Тоді має місце фаза:

– зупинка виробництва, демонтаж, розпродаж, утилізація фондів.

1.2 Задачі управління інвестиційними проектами

Розглянемо задачі управління інвестиційними проектами на прикладі оптимального процесу розвитку. Визначимо поняття управління, а потім розглянемо приклади управлінь для інвестиційних процесів. Ці процеси отримані за допомогою програм моделювання і оптимізації, розроблених в наступних розділах.

Зауважимо, що задачі управління інвестиційними проектами помилково класифікуються як переважно фінансові, економічні. Однак це переважно задачі для спеціаліста з теорії управління, математики і прикладного системного аналізу і в, першу чергу, спеціалісти конструктори і виробничники. Без цього головного компонента аналізу розв’язання задач управління проектами будуть безмежними наборами словесних рецептів і міркувань. Моделювання ж процесів виконання проектів просто неможливе без надійної платформи теорії управління.

Система, формальне визначення**:** підмножина на множині наборів значень "ознак" {*xi, yi, zi, …*}, система визначається набором: {{елементи},{зв’язки },{входи}, {виходи}}.

Приклади – багатопродуктова виробнича система, система виробників галузі, система універсамів, банківська система.

Входи і виходи можуть бути деталізовані так: *вектор стану, вектор управління, вектор збурень*. Деталізація може бути продовжена, наприклад, коли структура системи визначена, вводять вектор параметрів системи.

Статична система: *вихід = функція_або_алгоритм(входи)* – вихід в певний момент часу залежить тільки від входу в той же момент часу.

Приклад: залежність "витрати на інформування – приріст кількості клієнтів"

$$Fef(x, A, w, s) := A\cdot\left(1 - e^{-w\cdot 100x}\right)^{s}.$$

Динамічна система: *поточний_стан = функція(попередній стан), темп_приросту_поточного_стану = функція(поточний стан)*.

Вихід в певний момент часу залежить від входу і виходу в поточний і попередні моменти часу. Розрізняють два види математичних моделей:

неперервні системи

$$\frac{dx}{dt} = A\cdot x + B\cdot u + D\cdot v \quad u = K\cdot x \quad \frac{dx}{dt} = A\cdot x + (B\cdot K\cdot x) + D\cdot v \quad \frac{dx}{dt} = (A + B\cdot K)\cdot x + D\cdot v$$

і дискретні системи:

$X^{\langle k+1\rangle} = F \cdot X^{\langle k\rangle} + G \cdot B \cdot U^{\langle k\rangle}$, $U^{\langle k\rangle} = K \cdot X^{\langle k\rangle}$, $X^{\langle k+1\rangle} = F \cdot X^{\langle k\rangle} + G \cdot B \cdot K \cdot X^{\langle k\rangle}$, $X^{\langle k+1\rangle} = (F + G \cdot B \cdot K) \cdot X^{\langle k\rangle}$,
де x, u, v – вектори стану, управління, і збурень; A, B, D, K - матриці коефіцієнтів при відповідних змінних, t – час процесу; X , U – вектори в дискретній системі, F, G, B, K – матриці коефіцієнтів при відповідних змінних, k – номер кроку процесу.

Ці рівняння подані в стандартній векторно-матричній формі і в стандартних означеннях. Перш ніж розробляти якісь моделі, треба завчити ці базові поняття так, щоб одразу їх розпізнавати і сприймати як цілісні елементи. Наведемо приклад скалярного різницевого рівняння для залежності "витрати на інформування - приріст клієнтів"

$$Pok_{k+1} := Pok_k + \left[Fef\left[upin_k, Pokm, \left(1 + upw_k\right) \cdot w, s\right] \cdot \left(Pokm - Pok_k\right)\right] \cdot dT .$$

Техніко-економічні системи можуть бути некерованими, частково керованими, локально керованими, керованими і самокерованими, як біологічні системи. (Використовуємо) Формалізація цих понять "згори" - для підручників і дисертацій. Конструктивна формалізація повинна йти від конкретних організаційно-виробничих систем і задач. В кожному з подальших розділів управління розглядаються на конкретних моделях і задачах.

Системи з управлінням – подані вище рівняння динаміки включають управління. Більш узагальнено можна подати їх так:
неперервна система: *темп_приросту_поточного_стану = функція(поточний стан)*;
дискретна система: *поточний_стан = функція(попередній стан, управління)*.

Закон управління: залежність управління від векторів стану, збурень і управління. Ця залежність може подаватись:

в програмній формі: upr = Function1(time);

в координатній формі: uos = function2(vector_state).

Розглянемо приклад (це можна назвати "інтерпретація математичної моделі").

Для подання об'єкта "банківська система" використовуємо:

змінні зовнішніх збурень: показники розвитку економіки, ціни, курси валют та ін.;

змінні управління: ставки кредитів і депозитів, витрати на рекламу та ін.;

змінні стану: темпи депозитів і кредитів, темп доходу, ліквідність та ін.

Класи задач управління:

управління поточним станом, ціль якого - мінімальні відхилення поточного стану від певного заданого стану;

управління поточним станом, ціль якого – заданий кінцевий стан.

Виділимо в цих класах задач управління – задачі оптимального управління: оптимальне (екстремальне) управління поточним станом та оптимальне управління кінцевим станом. Приклади і аналіз оптимальних управлінь – основа наступних розділів.

З точки зору організації і визначення (обчислення) управління задачі управління класифікуються так.

Однокрокові задачі, тактичне управління – задача управління стосується тільки поточного стану, ціль управління – екстремум певної функції поточного стану.

Багатокрокові задачі, стратегічне управління – задача управління на кожному кроці стосується всіх наступних станів, ціль управління – екстремум певного локального або інтегрального критерію, що дає кількісну оцінку кінцевого стану.

Стратегія управління – функція часу, або змінних, або просто правило, що дозволяють визначити управління. Приклади правил: "постійна норма прибутку", "розділити ресурси пропорційно ефективностям продуктів", "вкласти всі ресурси в продукт-лідер", "навіть доброякісну наукову розробку продавати з максимальним нахабством".

В наступних розділах розглядаються такі стратегічні управління (звикаємо до термінології): *стратегії розвитку, кредитні стратегії, а саме: стратегії кредитування, стратегії повернення боргів, цінові стратегії, інформаційні стратегії.*

На рис. 1.1 подано два приклади процесів розвитку з оптимальним управлінням для двох класів виробництв: стабільного і нового, з потенціалом зменшення собівартості.

Завдання для самостійного виконання

Ліворуч подано приклади моделювання процесів виконання певних інвестиційних проектів певних класів.

На кожному графіку подано багато залежностей: одні – звичайні, інші – в прирощеннях, тобто кожна наступна залежність будується над попередньою.

Перевірте свою логіку та інтуїцію:

1. Визначте (підпишіть) верхню пару графіків за аналогією з нижньою парою графіків. Підказка: подано такі залежності: темп кредитів, темп витрат на розширення виробництва, темп повернення боргів, темп накопичення, темп виробництва (перекрито іншою залежністю), частка ресурсу в розвиток.

2. Знайдіть стратегії управління на поданих графіках.

3. Сформулюйте як набір правил стратегію кредитування і стратегію повернення кредитів (для верхньої пари графіків).

4. Сформулюйте як набір правил цінову стратегію (нижня пара графіків).

5. Назвіть
- змінні управління,
- змінні стану

для двох процесів оптимального розвитку.

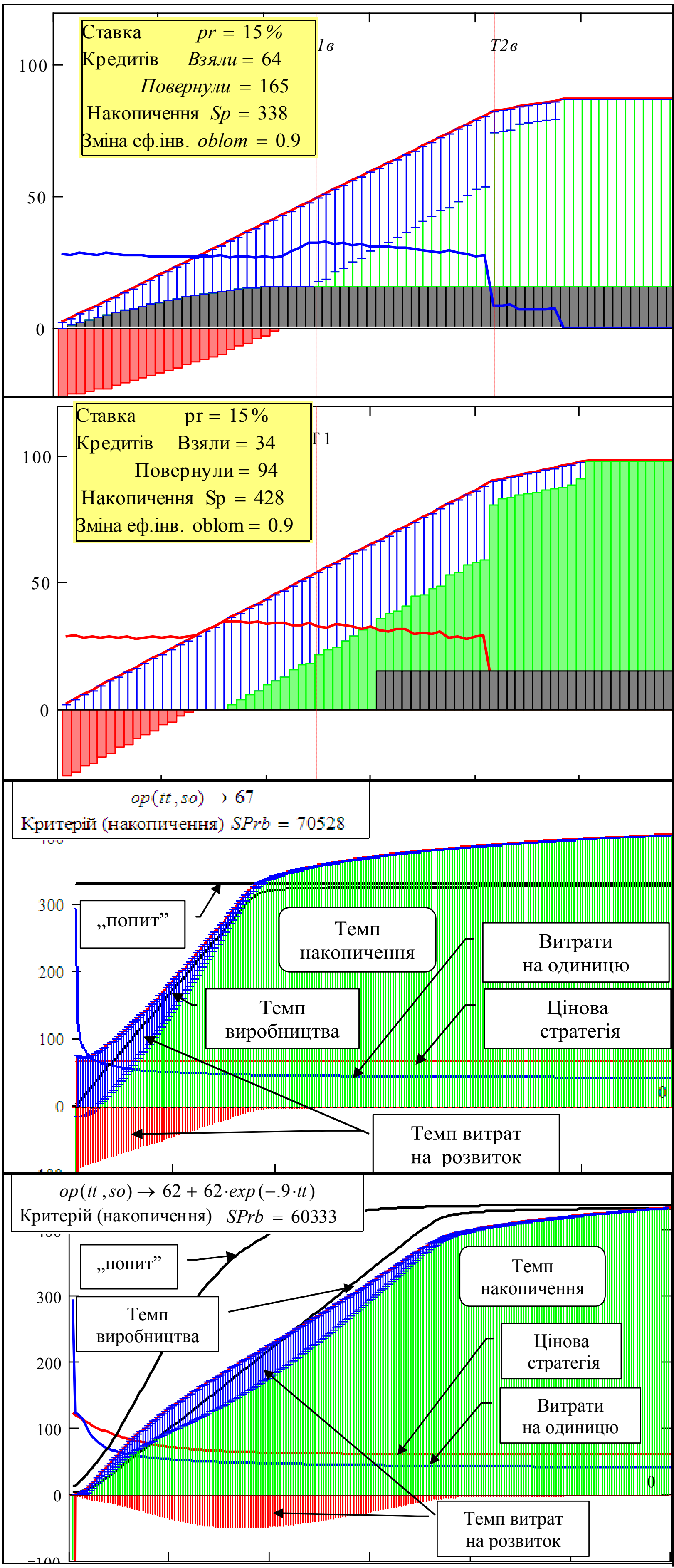


Рис. 1.1. Приклади процесів розвитку двох класів виробництв

1.3 Задачі моделювання інвестиційних проектів

Навіщо моделювати інвестиційні проекти? – Очевидна відповідь: щоб робити помилки спочатку на моделях інвестиційного проекту перед тим, як зробити їх в управлінні реальним проектом. Управління проектом – важка діяльність, де ризики породжуються не стільки зовнішнім оточенням (конкуренти, стихія ..), скільки Вашими помилковими управліннями. Звичайно помилки, зроблені в поточний момент, помічаються дещо пізніше, коли вже нічого виправити неможливо. Відомо, що цивільні і військові пілоти проходять навчання спочатку на тренажерах-імітаторах не тільки тому, що це дешево і безпечно: 100 годин польотів на тренажері + 10 годин реальних польотів дають вищу якість підготовки, ніж 100 годин реальних польотів.

Виходячи з цих міркувань, можемо сформулювати першу задачу моделювання інвестиційних проектів: забезпечення навчання, набуття досвіду *на віртуальній реальності і підтримка рішень в управлінні реальними процесами.*

Для цього треба створити "тренажери для менеджерів". Такі тренажери існують і вже утворили відповідний сектор ринку. Однак задача моделювання інвестиційних проектів суттєво відрізняється від задач управління літальним апаратом:

– моделі динаміки польоту базуються на фундаментальних законах фізики і механіки, дозволяючи досить точно відтворювати реальність;

– моделі динаміки процесів розвитку організаційно-виробничих систем, які знаходяться в стадії розбудови, можливо ніколи не будуть доведені до рівня фізичних моделей. Причина – ми маємо справу з *соціо-техніко-економічними системами*, де "все пов’язано з усім", все розмите і метаморфозне.

Так, природно виникає *друга задача моделювання - створення адекватних математичних моделей для актуальних задач.* Конструювання моделей [1, 8-21, 26-29, 31, 33,34, 42, 43, 48-50, 53-55] – область на перерізі загальної теорії систем, прикладного системного аналізу і філософії. Фактично це робота з новим рівнем моделювання – метамоделями: моделями процесів побудови математичних моделей реальних об’єктів.

При побудові моделей виникає проблема спрощення обчислювальної складності моделей. Мається на увазі зменшення обчислювальної складності без суттєвої втрати адекватності моделі. Спрощення звичайно виконується через агрегування і декомпозицію. Агрегування – заміна системи узагальнених виробничих елементів одним еквівалентним елементом – широко використовується в техніці і економіці. Так ми замінюємо багатовимірну систему еквівалентною одновимірною. Наступний крок на цьому напрямку – метод оптимального агрегування [7-11]. Суть методу оптимального агрегування – заміна системи паралельно працюючих узагальнених виробничих елементів еквівалентним елементом із умови такого розподілу ресурсу між елементами, що забезпечує максимальний сумарний вихід (дохід, прибуток, обсяг випуску продукту). Виробничими елементами можуть бути теплові агрегати, реактори, мобільні телефони, окремі торгові точки та ін. Класифікація математичних моделей може бути продуктивною, якщо вона буде побудована як "проблемний ящик" чи таблиця Менделєєва. Досить повна і конструктивна класифікація подана в [43]. Обмежимось прагматичною обмеженою класифікацією:

за рівнем:

– "апроксимація" – відтворення набору емпіричних залежностей в класі певних функцій – гармонічних, експоненційних та ін.;

– "механізми породження" – відтворення поведінки об’єкта на базі фундаментальних законів типу законів тяжіння, квантової теорії та ін.

за характером змінних:

детерміновані, імовірнісні та нечіткі моделі.

Зрозуміло, що для моделювання інвестиційних процесів потрібні моделі другого рівня. Чи існують для цих процесів фундаментальні закони? – предметні відповіді на це в наступних розділах.

Проблема точності математичних молей, як певна числова міра, очевидна для моделей – апроксимацій. Вона може мати анекдотичний характер для моделей на базі механізмів, наприклад, красива модель на базі гіпотетичних механізмів видає цікаві результати, які суттєво розходяться з реальністю. Висновок – наближувати реальність до моделі за рахунок змін в реальних системах. В літературі давно відзначаються ці два аспекти використання моделі. На цій підставі моделі розділяють на дескриптивні, призначення яких – відтворення реальності, і прескриптивні, призначені для пошуку оптимальних, або хоч задовільних режимів функціонування. Саме таку орієнтацію мають моделі міста, розроблені Форрестером, або глобальні моделі розвитку.

Якщо модель побудована, виникає третя задача – ефективного використання моделі, а саме: побудови комплексу сервісних програм для аналізу впливу розкидів параметрів (що буде якщо аналізу), програм статистичного аналізу (ризик аналізу), програми побудови функцій впливу заданих параметрів на показники ефективності процесу, програм для комплексного графічного подання результатів моделювання.

На базі розділів 1.1 і 1.2 неважко визначити поняття "математична модель" і "моделювання". В рамках малого посібника важко викласти "все про моделювання". Навіть повний список суттєвих публікацій з моделювання вимагає 40-70 сторінок. В посібнику цитуються не "кращі" джерела, а ті, що використані авторами. Для тих, хто має намір працювати в "модельному бізнесі", або хоч свідомо користуватись чужими моделями, слід освоїти першоджерела для даного посібника [4-6, 22 -31, 35-45, 53-56].

Принципово не даємо "остаточні" визначення понять "модель", "математична модель" – кожен повинен сам дійти до цього. Є різні підходи до моделювання, найбільш продуктивні для практики ми знайшли у Форрестера і Пешеля [43, 58, 59]. Обмежений обсяг посібника диктує утилітарний підхід – розробка працюючих моделей. Подамо визначення понять.

Моделювання - процес конструювання, відлагодження і використання моделі для отримання знань про реальні або потенційні властивості реального об'єкта.

Процес конструювання моделі: послідовність перетворень (трансляцій) описів реального об'єкта:

лінгвістична модель ➔ модель (граф) зв'язків ➔ математична модель ➔

➔ робоча модель (програма моделювання).

В процес побудови моделі слід включати розробку інтерфейсів і сервісних модулів

Робоча модель – модель, записана в стандартах наукових публікацій і така, що виконується в середовищі математичних пакетів і пакетів для моделювання.

Раціональна технологія конструювання робочих моделей – технологія, що дозволяє при гарантованих кінцевих витратах часу і ресурсів отримати задовільну робочу модель для певної задачі. Не слід думати, що "ірраціональні" технології можна виключити з теорії і практики. Наприклад, технологія отримання аналітичного розв'язання нелінійного дифрівняння – "дивитись на рівняння, поки розв'язання його не прийде в голову" просто необхідна як стратегічна альтернатива і доповнення до раціональної технології числового розв'язання довільних дифрівнянь.

Ефективна робоча модель – модель, де обсяг обчислень зростає лінійно, а не експоненційно при зростанні розмірності задачі оптимізації і моделювання. Сьогодні, коли методи числового інтегрування дифрівнянь вбудовані в математичні пакети, втрачається розуміння їх декомпозиційної суті - там розв'язання отримується крок за кроком, ітерація за ітерацією. Аналогічно, суть методів динамічного програмування і методу принципу максимуму – розбиття складної варіаційної задачі в систему задач малої розмірності.

Р. Беллман охарактеризував суть своїх досліджень як пошук методів заміни задачі вибору точки в багатовимірному фазовому просторі послідовністю задач вибору точки в фазовому просторі меншої розмірності, в ідеалі – в одновимірному просторі.

Завдання для самостійної роботи

На рис 1.2 подано приклад результатів моделювання оптимального процесу розвитку двопродуктового виробництва протягом заданого планового періоду. На основі поданої інформації, власних знань та здорового глузду дайте відповіді на питання.

Контрольні запитання

1. Який критерій оптимальності використовується в цій задачі?
2. З яких компонентів складаються поточні ресурси - "дохід" системи?
3. З яких компонентів складаються поточні "витрати"?

Відсутність графіка функції віддачі інвестицій та значення ставки кредиту роблять важкими (якщо не заглянути до відповідного розділу) такі питання:

5. Чим обумовлений розрив в кредитній стратегії (певний період не беремо кредитів) та розрив в інвестуванні розвитку другого виробництва?

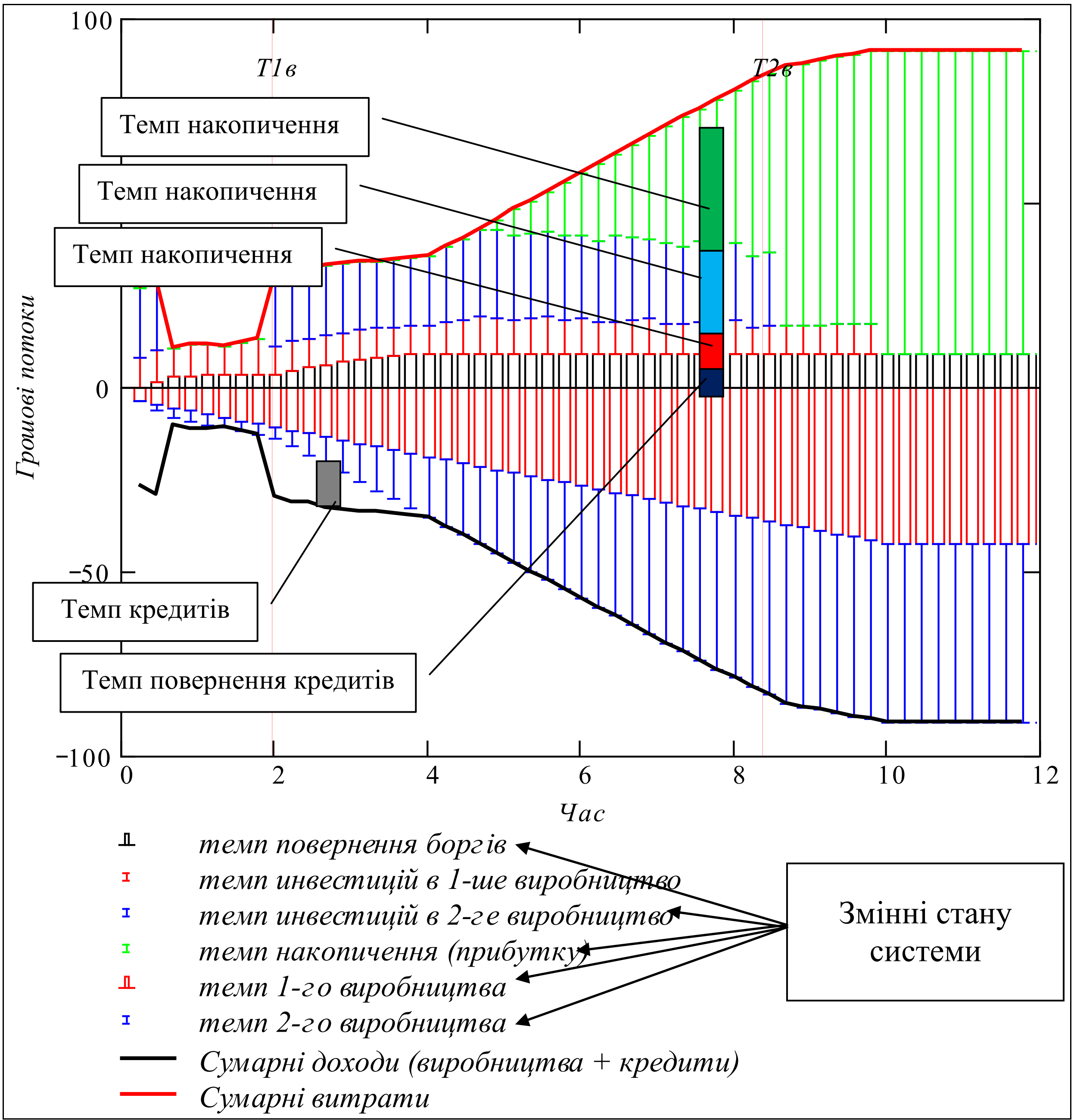


Рис. 1.2. Приклад процесу розвитку виробничої системи

2. АНАЛІЗ І ОПТИМІЗАЦІЯ ЖИТТЄВИХ ЦИКЛІВ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПРОЕКТІВ

Розглянемо ряд корисних моделей і методів для типових задач аналізу і оптимізації життєвого циклу. З класичних моделей індустріальної економіки не все можна використати в сучасній глобалізованій, високотехнологічній економіці. В рамках посібника розглянемо декілька прикладів реалізації в середовищі математичного пакета трьох моделей інвестиційних проектів і виконаємо їх модернізацію на базі можливостей математичного пакета. В рамках посібника, це перший крок до створення нових моделей для нових задач.

Поняття життєвого циклу виробу, технології, фірми, міста є експлікацією понять з біології і екології і тому здається "самоочевидним". Поняття життєвого циклу виходить з того, що певний продукт – матеріальний чи інформаційний – має кінцевий термін випуску, протягом якого він проходить фази (етапи) зародження та розвитку, зрілості і спаду (попитів та обсягів виробництва). Сьогодні визнано, що сучасні техніка та економіка [43, 55, 57] є екологічними. Однак відійдемо від аналогій, тому що вони можуть приводити до нерозумних висновків. Наприклад, з точки зору аналогій – чим триваліший життєвий цикл продукту, тим краще для бізнесу? Однак з практики шоу-бізнесу відомо, що треба вчасно "вбити" свою політичну чи розважальну програму, – щоб не втратити глядачів. Ще один приклад – типова помилка в менеджменті життєвого циклу – випуск на ринок нової марки продукту певного класу, замість перемоги над конкурентом "вбиває" власну, поки успішну марку продукту [21]. Згідно з методологією системного аналізу складні поняття не можуть бути визначені стисло, формалізовано, вичерпно, безальтернативно. Їх можна визначити тільки через серію "розмов з приводу".

Характерні ознаки життєвого циклу інвестиційного проекту. Для життєвих циклів (ЖЦ) у бізнесі характерні такі ознаки [25, 37-41]:

– Продукт має обмежену тривалість життя.

– Темп продажів має вид "S-функції" і на початку циклу (зростання) і в кінці (спад).

– Точки перегину та максимуму кривої темпу продажів визначають положення етапів ЖЦ: виведення на ринок, зростання, зрілість, спад. Можуть бути етапи конкурентної нестабільності ЖЦ, коли зростання уповільнюється.

– Тривалість ЖЦ можна продовжити.

– Прибутковість одиниці виміру спочатку зростає, а потім спадає протягом ЖЦ.

Інвестиційні проекти – це, звичайно, складні процеси і системи. Складність цю можна розділити на два класи:

– кількісна складність координації і організації тисяч продуктів, виконавців, подій;

– складність концептуальна і обумовлена різноманітними невизначеностями.

Задачі, що розглядаються в даному посібнику, відносять до другого класу. В даному розділі розглядаємо такі задачі:

– аналіз грошових потоків інвестиційних проектів, дисконтування;

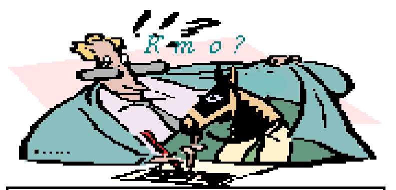
– розробка моделей інвестиційних проектів з урахуванням коротких життєвих циклів;

– ринкові вікна;

– розробка базової математичної моделі інвестиційного проекту з урахуванням невизначеностей.

В останньому підрозділі демонструється придатність моделей для практичного використання – аналізу ризиків виконання інвестиційного проекту.

В підрозділі 2.1 розглядається найпростіша модель, в підрозділі 2.4 - досить складна і більш адекватна реальності модель інвестиційного проекту з урахуванням невизначеностей створення виробничих потужностей та попиту продукцію.



Помічник менеджера з розподіл

2.1 Аналіз грошових потоків інвестиційних проектів. Дисконтування

Термін "окупність капіталовкладень" давно став штампом, і мало хто замислюється, що він власне означає. Прописні істини існують не тільки для постійного повторення, але й для періодичної ревізії. Спробуйте апріорно (не заглядаючи на наступні сторінки) визначити головну ваду порівняння і вибору проектів за критерієм окупності. Запропонуйте більш досконалий критерій.

Змістовна постановка задачі

Маємо: 60 000 грн. і два альтернативних проекти:

1) *"Ремвзуття"* – протягом *одного* року вкласти 60 000 в будівництво цеху *гармонізації життєвого циклу взуття* (= ремонту) і отримувати щорічно 10 000 грн./рік доходу протягом певного періоду.

2) *"Нультранс"* – протягом двох років вкласти 60 000 в будівництво двох станцій "*нультранспортування" пасажирів* ("Вокзал-Центр") і отримувати щорічно 20 000 грн./рік доходу протягом певного періоду.

Завдання. Для свого варіанта даних:

1. Визначити терміни окупності та подвоєння для двох варіантів інвестиційних проектів при нормі процента дисконтування 5–15%.
2. Модифікувати програму для випадку проектів з обмеженою тривалістю.
3. Побудувати залежність термінів окупності та подвоєння від норми процента.

Варіанти завдань

1☞ $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 2 & 1.5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **2☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 1.5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **3☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 1.5 \\ 2 & 1.2 \end{pmatrix}$

4☞ $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2.3 & 1.5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **5☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2.5 & 1.5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **6☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 1.5 \\ 3 & 1.1 \end{pmatrix}$

7☞ $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 1.5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ **8☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & 1.6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **9☞** $\begin{pmatrix} z1 & z2 \\ p1 & p2 \\ T1 & T2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 1.6 \\ 3 & 1.2 \end{pmatrix}$

Інтерпретація даних

В даних прийнято такі позначення: *z1*, *z2* – рівні потоків витрат (капіталовкладень та ін.); *p1*, *p2* – рівні потоків прибутків; *T1*, *T2* – моменти припинення витрат (будівництво, проектування, випробування закінчено) і починається потік прибутків (продажів виробу, отримання авторських, процентів, дивідендів та ін.).

Для чого дисконтуються потоки платежів?

Кожному зрозуміло, що 10 грн. сьогодні не те ж саме, що 10 грн. через рік. Якщо платежі в різні часи не еквівалентні, слід знайти якусь об'єктивну і уніфіковану міру "приведення різночасових платежів до одного часового горизонту". Дисконтування – задовільний метод порівняння потоків платежів (кращого не знайдено).

Розглянемо дисконтування на елементарному прикладі - порівняємо $P_0 := 100$ грн. сьогодні з $P5r := 150$ грн. через 5 років. 100 грн." сьогодні можна покласти в банк під проценти, купити облігації (bonds) з певною дохідністю, купити акції (stocks) і через 5 років продати їх (це окрема тема). Середня дохідність можливих способів інвестування визначає процент дисконтування, ну, наприклад, $ro := 5\%$ за рік.

Через рік ми будемо мати $P_1 := P_0 \cdot (1 + ro)$, $P_1 = 105$.

Через 2 роки ми будемо мати $P_2 := P_0 \cdot (1 + ro)^2$, $P_2 = 110.3$

...і через 5 років відповідно: $P_5 := P_0 \cdot (1 + ro)^5$, $P_5 = 127.6$.

В результаті маємо $P5r = 150 > P_5 = 127.628 -$ висновок: при 5% вигідніше 150 грн. через 5 років. Можуть бути ситуації, коли 1 грн. сьогодні може бути більш цінною, чим 1000 грн. через рік.

Тест 1. Дайте інтерпретацію виразу: $P50 := P5r \cdot (1 - ro)^5$; $P50 = 116.1$.

Тест 2. Визначте за 1 секунду, якій сумі сьогодні дорівнює 150 грн. через 5 років.

Тест 3. Дайте інтерпретацію виразу: $P_0 \cdot e^{ro \cdot 5} = 128.4$.

Узагальнимо формули дисконтування. При переході до неперервного нарахування процентів, наприклад, кожен місяць, день приходимо до формули приведення платежів до поточного моменту: $Pd(t) := P(t) \cdot e^{-ro \cdot t}$.

Для загального випадку, коли ми порівнюємо не одноразові платежі, а потоки, маємо:

$$Sd(t) := \int_0^t P(t) \cdot e^{-ro \cdot t}\, dt .$$

Зауваження. Можна приводити грошовий потік (cash flow) до певного моменту майбутнього, для цього досить змінити знак при відповідному параметрі.

Критерій подвоєння. "Правило 72"

Ті, хто займається бізнесом, скажуть одразу, що критерій окупності - неповноцінний. Критерій окупності визначається як термін, коли прибуток дорівнює витратам (формально: "коли відбиваються витрати"). Краще той проект, для якого цей термін менший.

Ну, повернули Ви капіталовкладення, а що далі? Часто буває так, що проект швидко окупається, а потім потік прибутків суттєво зменшується і навіть змінює знак. Причини - швидке насичення ринку, конкуренція.

Проект повинен не тільки повертати кошти, але й давати ще мінімум стільки ж – для нових проектів, для надійності, процвітання організації та ін.

Критерій подвоєння набагато "розумніше" критерію окупності, але і він має свої вади. Однак він звичайно використовується на практиці для початкових оцінок проекту.

Обчислимо термін подвоєння для елементарного інвестиційного проекту "купити облігації". Використовуємо ті ж самі означення і значення, що і в попередніх прикладах. Задача визначення терміну подвоєння записується так:

початкове значення змінної $t := 3$; рівняння (умова подвоєння)

$$Given \quad 2 \cdot P_0 = P_0 \cdot (1 + ro)^t$$

що шукаємо $Тподвоєння := Find(t)$ $\boxed{Тподвоєння = 14.2}$ років при $ro = 5\%$.

Часто при умові, що норма процента є малою, використовують приблизну формулу "Правило 72" (Rule of 72): $T72 := \dfrac{72}{ro \cdot 100}$ $\boxed{T72 = 14.4}$.

Таким чином, можна швидко оцінити термін подвоєння певного бізнесу, якщо маємо оцінку річної дохідності капіталовкладення. Спробуєте вивести цю формулу?

Для інвестиційних проектів з постійними потоками витрат і прибутків неважко отримати аналітичні формули. Однак бажано розробити документ для аналізу проектів з довільними профілями витрат і доходів. Для знаходження окупності і подвоєння капіталовкладень використовуємо вбудовані методи пакета для знаходження розв'язків довільних алгебраїчних рівнянь - *root(рівняння(x),x) =* ; та Given *система рівнянь(x,y,z,..) Find(x,y,z,..) = 0* . Ці методи з певних причин незадовільні і непрозорі.

Використаємо засоби програмування пакета і зробимо програму моделювання життєвого циклу проекту: універсальну, примітивно-безвідмовну ("чим більше ми вкладаємо інтелекту в систему, тим більш дорогими є помилки і відмови"), відкриту для подальших модифікацій ("програма, яку не можна змінювати - завтра нікому не потрібна").

Сценарій роботи програми: "для кожного кроку процесу виконання проекту обчислюємо дисконтовані сумарні витрати і прибутки, перевіряємо, чи не настав момент, коли:

– повернено капіталовкладення,

– повернено подвоєну суму капіталовкладень".

Вихід програми – потік платежів *P(t)*, дисконтована сума *S(t)* накопиченого прибутку і терміни окупності та подвоєння – *Токуп, Тподв*. Програму зробимо функцією (користувача) від чотирьох параметрів: $AP(z,p,Tt,rr)$, де *z* – рівень потоку витрат; *p* – рівень потоку прибутків; *Tt* – момент припинення витрат; *rr* – ставка (процент) дисконтування.

Зауваження. Ці параметри відповідають даним варіантів, але означення для них дещо інші. Це особливості електронної книги, де майже усі математичні вирази є працюючими програмними модулями. Тому необхідно "розводити" змінні, що означають одне і теж (наприклад, прибуток) але використовуються в різних задачах.

$$
\begin{array}{l|l}
AP(z,p,Tt,rr) := & Vytr \leftarrow 100 \\
& S_0 \leftarrow 0 \\
& P_0 \leftarrow z \\
& Tok \leftarrow \text{"нема"} \\
& Tp2 \leftarrow \text{"нема"} \\
& \text{for } t \in 0..Tk \\
& \quad \left| \begin{array}{l}
P_t \leftarrow \left| \begin{array}{l} z \ \text{ if } t < Tt \\ p \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
S_{t+1} \leftarrow S_t + P_t \cdot exp(-rr \cdot t) \\
Vytr \leftarrow \left| \begin{array}{l} S_t \ \text{ if } t = Tt \\ Vytr \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
Tok \leftarrow \left| \begin{array}{l} Tok \ \text{ if } sign(S_t) \cdot sign(S_{t+1}) \ge 0 \\ t+1 \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
Tp2 \leftarrow \left| \begin{array}{l} Tp2 \ \text{ if } sign(S_t + Vytr) \cdot sign(S_{t+1} + Vytr) > 0 \\ t+1 \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
Vekt^{\langle t \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} P_t \\ S_t \end{pmatrix}
\end{array} \right. \\
& Vyxod \leftarrow \begin{pmatrix} Vekt \\ Tok \\ Tp2 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

Рис. 2.1. Текст програми моделювання

Програма повертає в цей документ структуру: $AP(-3,2,2,0.06) = \begin{pmatrix} \{2,31\} \\ 6 \\ 11 \end{pmatrix}$ з масиву розміром 2×31 та двох чисел. Розпакуємо вихід програми для даних двох альтернатив інвестиційного проекту – "Ремвзуття" та "Нультранс". *Дані для цих проектів вводяться нижче*, в абсолютному присвоєнні.

$BY1 := AP(z1,p1,T1,r)$; $Токуп1 := BY1_1$; $Тподв1 := BY1_2$;

$BY2 := AP(z2,p2,T2,r)$; $Токуп2 := BY2_1$; $Тподв2 := BY2_2$.

Задаємо ранжовану змінну для побудови графіків $t := 0..Tk$ - поточний час. Формуємо відповідні змінні $P1_t := \left(BY1_0\right)_{0,t}$; $S1_t := \left(BY1_0\right)_{1,t}$; $P2_t := \left(BY2_0\right)_{0,t}$; $S2_t := \left(BY2_0\right)_{1,t}$.

Формуємо зону "введення" вхідних параметрів: витрат: $\boxed{z1 \equiv -2}$; $\boxed{z2 \equiv -6}$; прибутків $\boxed{p1 \equiv 2}$; $\boxed{p2 \equiv 1.5}$; моментів початку повернення капіталу: $\boxed{T1 \equiv 3}$; $\boxed{T2 \equiv 1}$; процента дисконтування: $\boxed{r \equiv 0.12}$. Задаємо кількість кроків моделювання $Tk \equiv 30$. Формуємо зону виведення термінів окупності та подвоєння.

Проект "Ремвзуття": $\boxed{Токуп1=8}$; $\boxed{Тподв1=20}$.

Проект "Нультранс": $\boxed{Токуп2=7}$; $\boxed{Тподв2=\text{"нема"}}$.

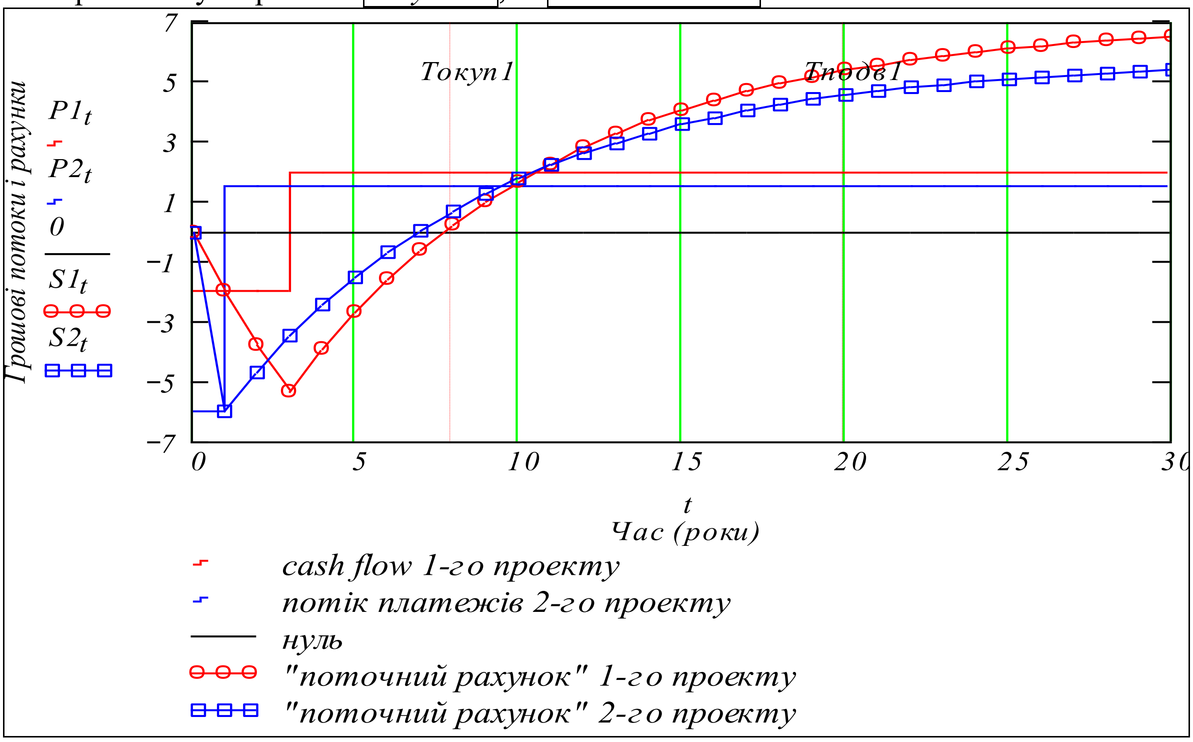


Рис. 2.2. Порівняння процесів виконання двох інвестиційних проектів

Завдання. Знайдіть проценти дисконтування при яких:

а) один з проектів не дасть подвоєння (за термін менше 25 років);

б) один з проектів не дасть окупності (за термін менше 25 років).

Дослідження залежності окупності і подвоєння від процента дисконтування

За допомогою програми моделювання ми можемо розраховувати процеси розвитку інвестиційного проекту для різних значень процента дисконтування. Звичайно бажано мати "функції впливу" – залежності показників проекту - окупності і подвоєння від ставки дисконтування. Для цього змінимо програму моделювання - виводимо тільки терміни окупності і подвоєння. Програма повертає вектор: $Anp(z1,p1,T1,0.1) = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix}$.

Задаємо діапазон зміни процента дисконтування: $k := 1..25$; $rp_k := 0.01 \cdot k$. Якщо замість одного значення процента підставити діапазон, то отримаємо вектор, складений з двокомпонентних векторів. Розпакуємо цю структуру для заданих альтернатив інвестиційного проекту: $M1^{\langle k \rangle} := Anp(z1, p1, T1, rp_k)$; $M2^{\langle k \rangle} := Anp(z2, p2, T2, rp_k)$. Ці вирази трактуються так: *k*-й стовпець матриці *M1* дорівнює відповідному значенню функції *Anp*(). Додамо до матриць *M1* та *M2* по одному рядку - значення процента дисконтування: $M1s := stack(rp^T, M1)$; $M2s := stack(rp^T, M2)$. Виведемо для контролю ці матриці:

$M1 =$

	0	1	2	3
0	0	7	7	7
1	0	10	10	10

; $M1s =$

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	7	7	7	7
2	0	10	10	10	11

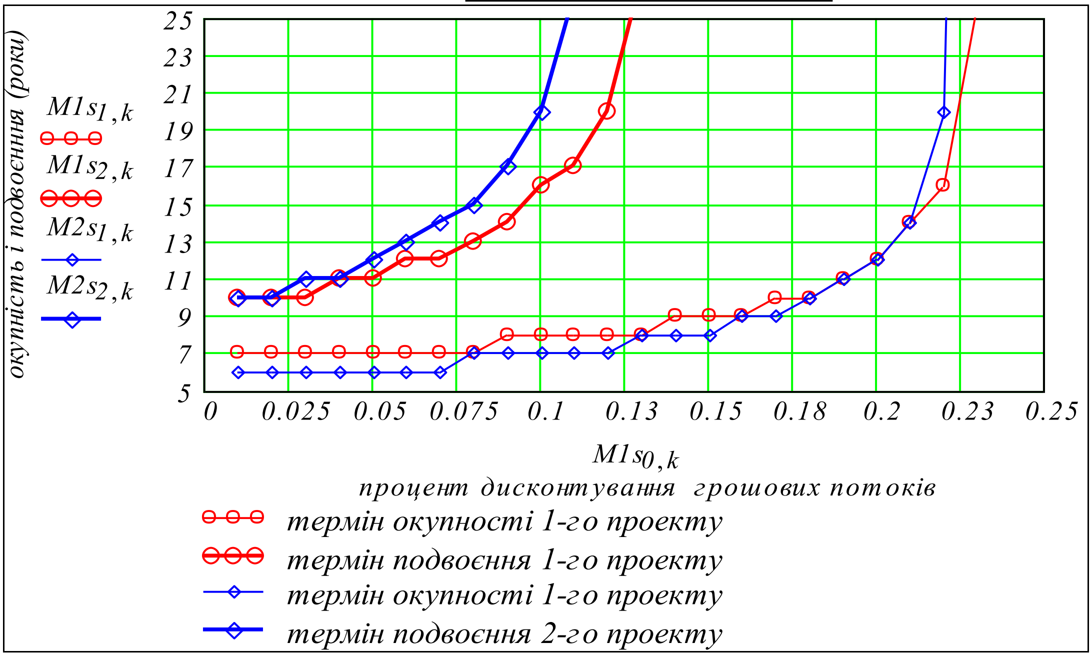


Рис. 2.3. Вплив ставки дисконтування на терміни окупності і подвоєння

Висновки

Дивимось на графіки вгорі і можемо бачити: а) при яких рівнях дисконтування грошових потоків певний проект має переваги у подвоєнні чи поверненні капіталовкладень, б) загальні закономірності: при певних значеннях норми дисконтування термін подвоєння дуже швидко зростає. Отримали інструмент для порівняння грошових потоків, що породжені різними інвестиційними проектами. Можемо порівнювати такі пари проектів:

а) "більші витрати, але потім більша віддача (темп прибутків)";

б) "довше будівництво, але потім більша віддача".

Контрольні запитання

1. Назвіть фази реалізації проекту.
2. Дайте означення поняття "життєвий цикл".
3. Нарисуйте типовий профіль витрат і прибутків проекту.
4. Визначення терміну окупності для проекту.
5. Визначення терміну подвоєння для проекту.
6. Як порівнюються різночасові витрати і прибутки?
7. Запишіть вираз для дисконтованого потоку витрат і прибутків проекту.
8. Що таке "правило 72", що таке "cash flow"?
9. Поясніть терміни "гармонізація життєвого циклу взуття", "нуль транспортування".

Помічник менеджера з розподі

2.2 Розробка моделей інвестиційних проектів з урахуванням коротких життєвих циклів. Ринкові вікна

В цьому розділі виконується дослідження та оптимізація виробничої фази проекту розвитку виробництва, фази завершення поточного проекту і переходу до наступного. Успіх інвестиційного проекту залежить від усіх фаз, в тому числі від фази завершення, тому що закриття певних виробництв часто вимагає витрат більших від сумарного прибутку. Фаза виробництва є вирішальною в тому розумінні, що саме під час цієї фази отримується основна частина прибутку. Типова задача менеджера сьогодні - оцінювати і планувати майбутні прибутки певного проекту з урахуванням швидкого морального старіння моделей виробу.

Постановка задачі аналізу

Сучасна високотехнологічна продукція – комп'ютери, годинники, автомобілі і багато іншого – відносно швидко запускається у виробництво, випускається мільйонними тиражами, зазвичай є дешевою, надійною, може функціонувати десятки років.

Одночасно з причин реального, або штучного морального старіння певна модель, версія телефону, комп'ютера, автомашини випускається не більше 1–3 років, потім замінюється новою моделлю, зазвичай не принципово новою, а модифікацією.

В таких випадках невеликі відхилення, 1–5%, в термінах, цінах, собівартості приводять до ринкового провалу чергової моделі продукту. В сучасних умовах менеджер повинен мати інструменти для прогнозування і планування життєвого циклу продуктів, що існують на ринку 1–3 роки.

В США спочатку на рівні внутрішньофірмових методик, а потім і національного стандарту склалася методика планування виробництва на базі концепції *ринкових вікон.*

Ринкове вікно характеризується періодом існування *Тв* та сумарним обсягом попиту, пропорційним площі трикутника (рис. 2.4). Дослідження виявили факт, що сумарний прибуток при запізненнях суттєво зменшується (подивіться ще раз на рис. 2.4).

Модель ринкового вікна діє для марок і версій програмно-апаратних засобів з коротким життєвим циклом (до морального старіння), автомашин, мобільних телефонів, шлягерів, одягу. Не є винятком продукти харчування - згадаємо калейдоскоп марок морозива чи "масляних корівок". Для отримання постійного потоку доходу треба регулярно і своєчасно випускати нові версії продукту, виробу.

Ціль цього розділу – розробка математичних моделей для що буде якщо аналізу життєвих циклів високотехнологічної продукції. Сьогодні на ринку прикладних програм поширені програми такого типу, які ще називають "аналітичними помічниками менеджера", "експертними системами", "інструментами менеджера", "системами підтримки рішень". До цього класу належить відомий "Project Expert".

Визначення ринкового вікна

Головна особливість значної частини продукції в тому, що вона оновлюється як мінімум кожен рік і частіше. Виробник, незалежно від власних бажань, просто для того, щоб утримати свою частку ринку, повинен випускати нову версію. Цей факт і є суттю поняття ринкового вікна. Щоб утриматись на ринку, треба мати "конвеєр" для продукування як мінімум однієї версії на рік, треба також випускати "віяло" модифікацій продукту, орієнтованих на певні потреби та функції задач і певні "прошарки" користувачів (це називається "сегментація ринку"). Ринкове вікно характеризується періодом існування *Тв* та сумарним обсягом попиту, пропорційним площі трикутника.

Сформуємо робочу модель ринкового вікна.

вікно(t, τ, *To*) = *Відповідна_функція*(*часу*, *запізнення*, *періоду_вікна*);

$t := 0, .5 .. 20$;

$$вікно(t, \tau, To) := if\left[t \le \tau, 0, if\left[t \le To, \frac{(t-\tau)}{To}, \frac{(To-\tau)}{To^2}\cdot(2\cdot To - t)\right]\right]. \qquad (2.1)$$

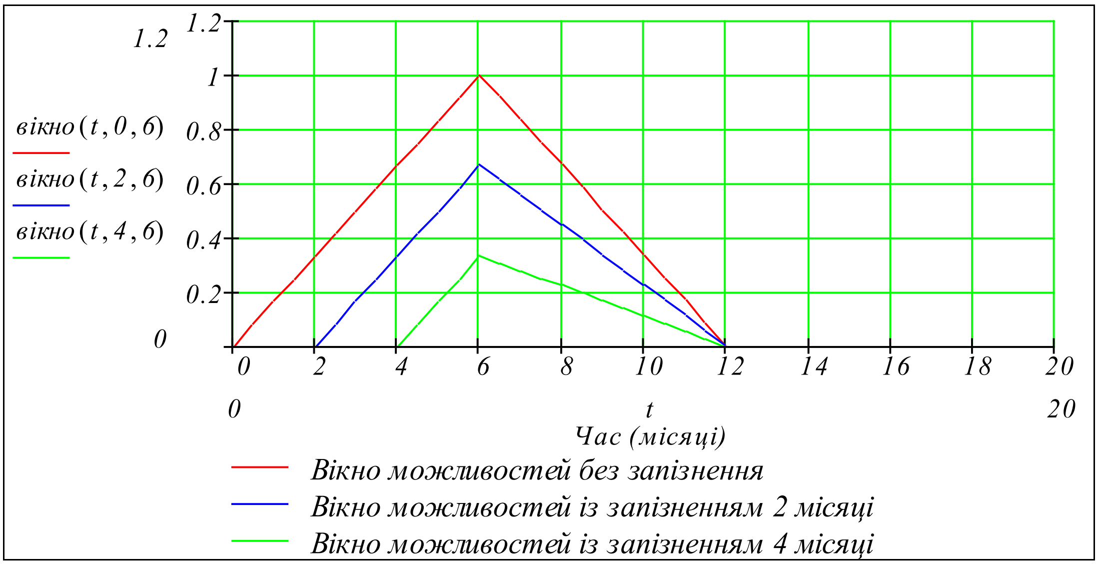


Рис. 2.4. Апроксимація коротких життєвих циклів – "ринкових вікон"

Визначимо і побудуємо функції втрат доходу від запізнення з виходом на ринок. Втрата потенційного доходу, спричинена запізненням, буде:

втрачений дохід: дохід з урахуванням запізнення:

$$vdox(\tau, To) := \frac{(3\cdot To - \tau)\cdot\tau}{2\cdot To^2}; \qquad zdox(\tau, To) := 1 - \frac{(3\cdot To - \tau)\cdot\tau}{2\cdot To^2}. \qquad (2.2)$$

Будуємо графіки залежності сумарного доходу від запізнення

$\tau 1 := 0, 0.5 .. 10$; $\tau 2 := 0, 0.5 .. 7$; $\tau 3 := 0, 0.5 .. 5$.

На рис. 2.5 подано залежності відносних втрат від запізнення. При запізненні в половину тривалості ринкового вікна втрачається більше половини доходу.

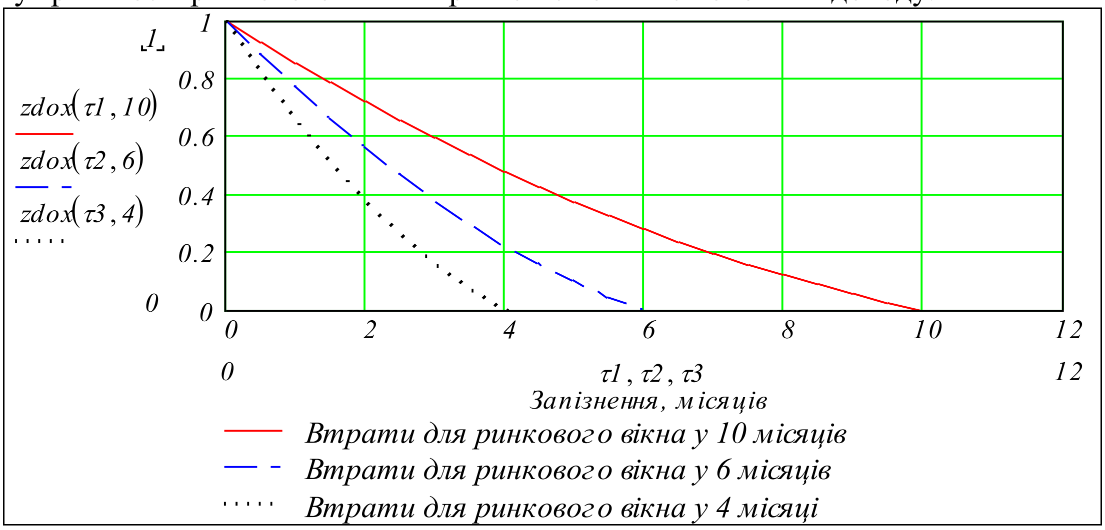


Рис. 2.5. Втрати доходу при запізненні з випуском нового виробу

Модель ринкового вікна не враховує усі реалії ринку. Дійсність є більш жорсткою –

зазвичай втрачається не частка ринку, а ринок повністю. Таким чином запізнення – одна з критичних задач менеджменту життєвого циклу.

Оптимізація процесу випуску на ринок модифікацій продукту

Розробимо модуль обчислення сумарного прибутку від серії модифікацій продукту. Для цього ми повинні задати сценарій заміни старої моделі виробу новою. Базовий сценарій візьмемо таким: продажі старого виробу на нулі – запускаємо на ринок новий продукт (зрозуміло, що реклама починається набагато раніше). *Що буде, якщо* ринкові вікна будуть перекриватись. З практики маркетингу відомо, що нова модель "вбиває" стару. Щось буде втрачатись з цієї причини, а виграшем буде підвищення середнього рівня продажів. Спробуємо знайти *оптимальне перекриття ринкових вікон.*

Можна висунути такі альтернативні гіпотези відносно темпу продажів в період, коли ринкові вікна старої моделі і нової перекриваються (рис. 2.6):

1) ідеалістична: темпи продажів є незалежними і складаються;

2) нульова: з моменту перекриття нова модель забирає у старої стільки покупців, скільки повинно бути у неї згідно з рівнянням ринкового вікна;

3) песимістична - з моменту появи нової моделі темп продажів старої падає до нуля, але темп продажів нової не перевищує те, що повинно бути у неї згідно з рівнянням ринкового вікна (буває так, що фірма, випускаючи нову модель товару, б'є не по конкурентах, а по власній, попередній моделі).

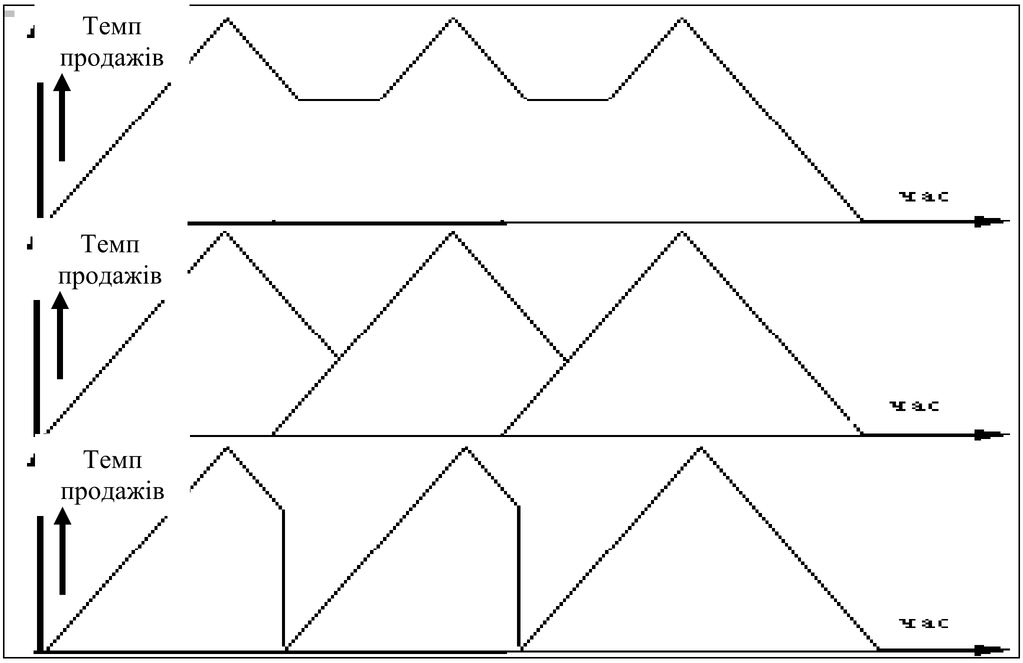


Рис. 2.6. Альтернативи продажів при перекритті ринкових вікон

Запишемо програму моделювання потоку продажів для випадку періодичного випуску нової моделі продукту. Ми не розглядаємо певний конкретний проект і у нас немає підстав для вибору певної гіпотези про вплив перекриття ринкових вікон моделей продукту на темп продажів. Зробимо "стенд", зберемо зони "введення", "виведення" і графіки залежностей (рис. 2.7). Тепер ми зможемо порівняти оптимальні перекриття та доходи для різних альтернатив взаємодії. Вводимо (виділено кольором на стенді) коефіцієнт втрат *kv*. Нульове його значення має таку інтерпретацію: поява нової моделі виробу не зменшує продажів старої – втрат немає. Очевидно, в цьому випадку оптимальне перекриття буде дорівнювати періоду вікна, тобто нові моделі треба випускати неперервним потоком - темп продажів не буде падати. Це відповідає ідеалістичній гіпотезі. Значення *kv* = 2 означає, що нова модель повністю витісняє з ринку стару – втрати будуть дорівнювати кількості непроданих виробів старої моделі. Будуємо графіки залежності приведеного доходу від перекриття ринкових вікон. Оптимальне перекриття вікон дорівнює *дт1* := 2.5; *дт2* := 4.5.

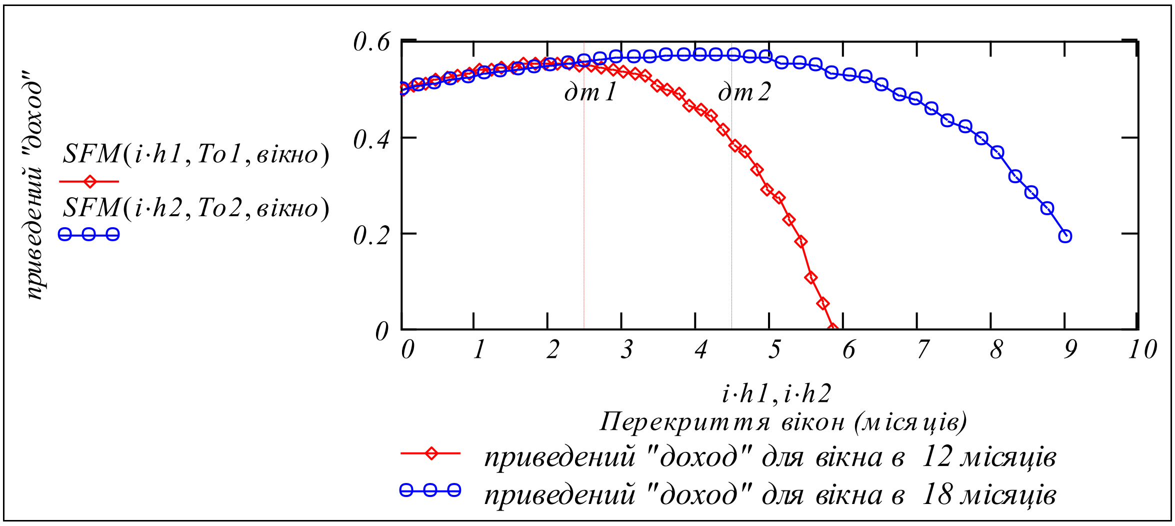


Рис. 2.7. Приклад оптимізації перекриття ЖЦ марок продукту

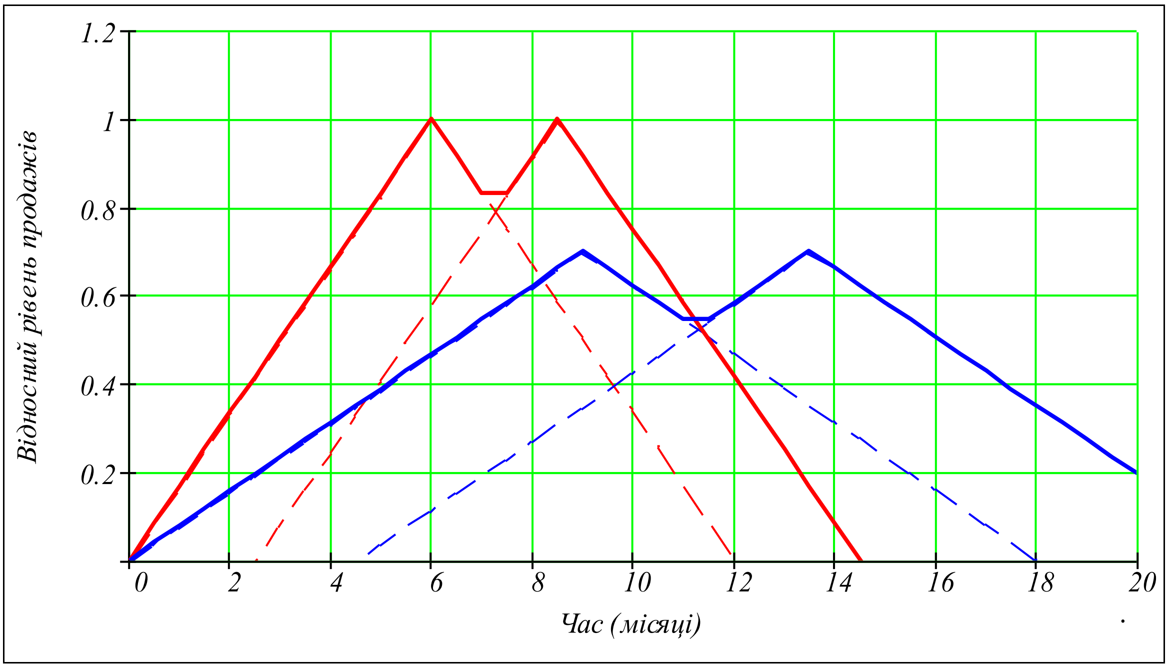


Рис. 2.8. Залежність приведеного доходу від величини перекриття ринкових вікон

Розглянута модель ринкового вікна є дуже спрощеною і перебільшено песимістичною. Дійсно: після досягнення максимуму темп продажів різко зменшується; продажі досить швидко стають нульовими. В дійсності для певних продуктів і в певних ситуаціях максимальний рівень продажів тримається досить довго. Нульовий рівень продажів теж звичайно досягається асимптотично. Причини цього в тому, що покупці звикають до продукту (якщо він досить якісний і дешевий), серед покупців є досить консервативні. Перейдемо до більш реалістичних, узагальнених моделей ринкових вікон.

Розробка узагальненої моделі життєвого циклу виробу

Ринкове вікно – це дуже спрощена модель реального процесу – обсягу продажів від появи до зняття з виробництва деякого конкретного виробу. Розробимо узагальнену математичну модель життєвого циклу виробу – марки автомобіля, процесора та ін. Марка, модель виробу – нечітке поняття. З науки "менеджмент конфігурації" відомо, що багато технічних систем масово випускаються протягом років, але буквально кожен наступний екземпляр відрізняється від попереднього – технічна система неперервно еволюціонує. Зробимо модель ринкового вікна з ділянкою постійного обсягу продажів.

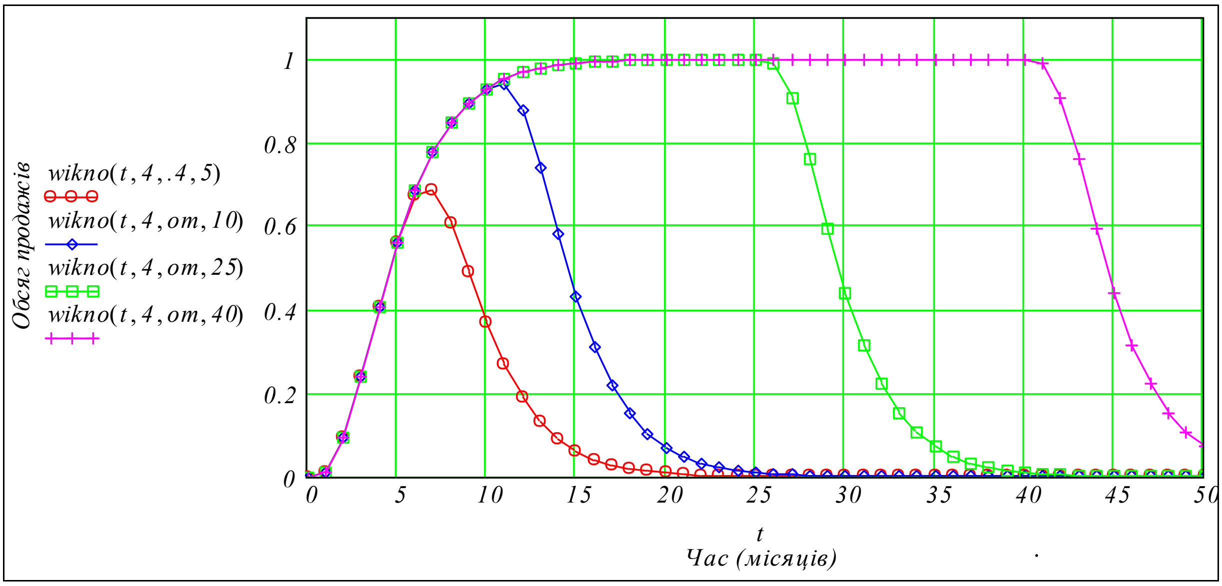


Рис. 2.9. Узагальнена модель для тривалих і коротких ринкових вікон

$$sumdox(t) := \sum_{i=1}^{t} wikno(i,11,om,18)$$

$mark := 0.9 \cdot sumdox(36)$

Подивись і Задай сам : $Зніми := 24$

$Зні(sumdox,36) = 24$

$$Зні(fsd,Tokn) := \left| \begin{array}{l} k \leftarrow 0 \\ urov \leftarrow 0.9 \cdot fsd(Tokn) \\ \text{while } fsd(k) < urov \\ \quad \left| \begin{array}{l} k \leftarrow k+1 \\ q \leftarrow 21 \end{array} \right. \\ k \end{array} \right.$$

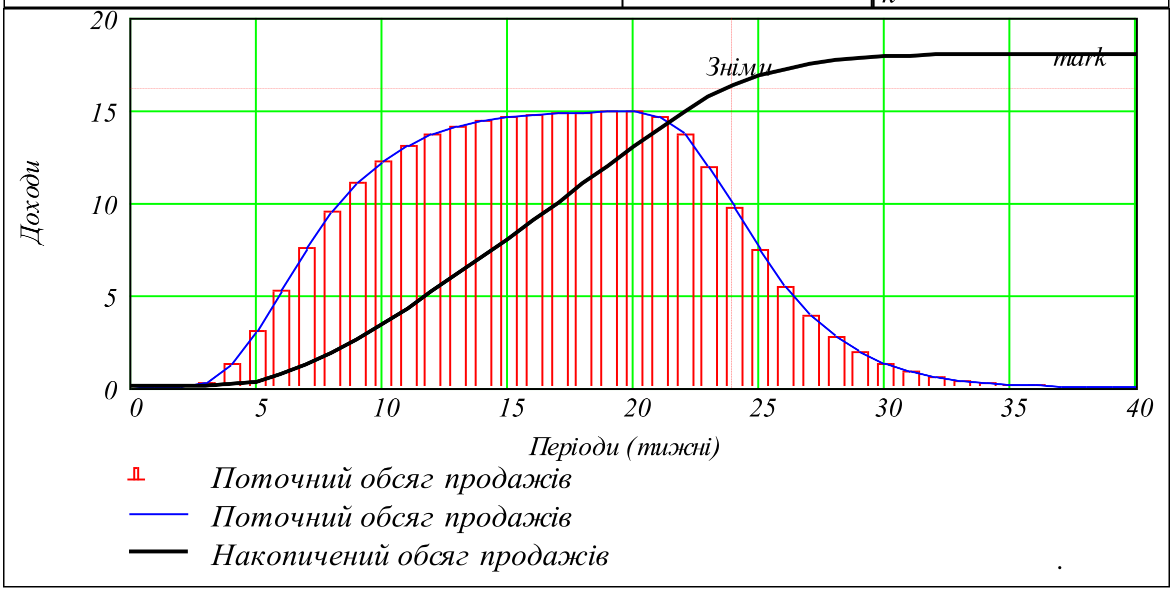


Рис. 2.10. Модуль "вибір моменту зупинки випуску"

Задамо моделі собівартості і цін з урахуванням (імітацією) сезонних коливань, тренду, випадкових коливань. Як модель собівартості беремо класичну модель освоєння виробництва, або, як її ще називають, "моделі навчання". Як і ракети, сучасні високотехнологічні вироби мають великий коефіцієнт конструкторської і технологічної новизни.

Початкова вартість їх виробництва може бути високою, але потім експоненційно зменшується. Записуємо модель собівартості

$$cobvar(t, Co, Tc) = Відповідна\_функція(час, початкова\_ціна, темп\_освоєння);$$

$$cobvar(t, Co, Tc) := Co \cdot \left(exp\left(\frac{-t}{Tc} \right) + 0.2 \right). \tag{2.3}$$

В даному документі ми не розглядаємо детально механізми – ринкові та інші, – що ведуть до зміни цін. Візьмемо таку тестову модель цін:

$$C(k, Co, T, \alpha, \beta, \gamma) := Co \cdot \left[1 + \alpha \cdot sin\left(6 \cdot \frac{k}{T} \right) + \beta \cdot k + (rnd(\gamma) - 0.5 \cdot \gamma) \right],$$

де k – номер кроку процесу;

Co – номінальна ціна одиниці виробу;

T – період сезонних коливань (не обов'язково один рік);

α – відносна амплітуда коливань $0 < \alpha < 1$;

β – відносна швидкість тренду $1 < |\beta|$;

γ – відносна амплітуда випадкових коливань $0 < \gamma < 1$.

Ці параметри моделі цін ідентифікуються на базі статистичних даних. Зауважимо, що економіка і цінова політика програмної індустрії та послуг дуже відрізняються від економіки традиційних товарів – металу, текстильних виробів, продуктів харчування.

Тепер можемо записати функцію для обчислення поточного доходу. Беремо поки постійну ціну – ціну продажів: $\boxed{ціна := 0.65}$. Не розглядаємо поки такі аспекти ціни, як податки, мита, знижки постійним, оптовим покупцям, продажів в кредит та ін. Записуємо рівняння для доходу:

$$dox(t, Co, Tc, n, \omega, To) := (ціна - cobvar(t, Co, Tc)) \cdot wikno(t, n, \omega, To) \cdot 3. \tag{2.4}$$

Об'єднаємо моделі: ринкового вікна, собівартості, ціни у модель *життєвого циклу* (точніше – модель деяких показників життєвого циклу). Головний показник моделі життєвого циклу – потік витрат и доходів – cash flow та інтеграл від нього, що характеризує поточний баланс витрат і доходів. Будемо поки розглядати недисконтовані грошові потоки. Потік витрат і доходів визначаємо так: різницю між поточною ціною продажів і поточною собівартістю (прибуток на одиницю виміру продукції) множимо на поточний обсяг продажів, що задається моделлю ринкового вікна.

Методичний недолік нашої моделі (2.4) – дуже довгий список змінних, що може бути усунений введенням векторів параметрів ринкового вікна, собівартості, ціни.

$$syswik(t, n, \omega, To) := max(wikno(t, n, \omega, To), wikno(t - 1.8 \cdot To, n, \omega, To));$$

$$sydox(t, Co, Tc, n, \omega, To) := (ціна - cobvar(t, Co, Tc)) \cdot syswik(t, n, \omega, To) \cdot 3.$$

Тепер на базі розроблених компонентів можемо розробити стенд для стандартного аналізу життєвих циклів. Цей стенд може бути макетом для створення модуля робочої системи підтримки рішень з управління проектами. Двома альтернативними методами визначаємо накопичений прибуток – як суму і як інтеграл. Записуємо вираз для прибутку:

$$приб(t, Co, Tc, n, \omega, To) := (ціна - cobvar(t, Co, Tc)) \cdot wikno(t, n, \omega, To) \cdot 3 . \tag{2.5}$$

Записуємо альтернативні вирази для сумарного прибутку – через суму і через інтеграл. Вибір кращої альтернативи може бути засобом психодіагностики користувача (ознака норми – вибір обох альтернатив).

$$sumdox(t, Co, Tc, n, \omega, To) := \sum_{i=0}^{t} приб(i, Co, Tc, n, \omega, To) \cdot .5 ; \tag{2.6}$$

$$sumdxd(t, Co, Tc, n, \omega, To) := \int_0^t приб(t, Co, Tc, n, \omega, To) \cdot .5 \, dt. \tag{2.7}$$

Обчислимо стандартні параметри життєвих циклів: термін окупності, термін подвоєння, сумарний прибуток, максимальні поточні значення доходів і збитків.

Рівняння для темпу доходу (Cash Flow):

$dox(t, Co, Tc, n, \omega, To) := (ciprod - cobvar(t, Co, Tc)) \cdot wikno(t, n, \omega, To) \cdot 3$.

Рівняння для поточного кумулятивного (накопиченого) доходу:

$$sumdox(t, Co, Tc, n, \omega, To) := \sum_{i=0}^{t} dox(i, Co, Tc, n, \omega, To) \cdot .5 .$$

Обчислюємо термін окупності – момент, коли накопичений прибуток з від'ємного стає додатним. Використовуємо числовий метод пошуку нульового кореня рівняння.

$oku1 = root(функція(\blacksquare), змінна, диа, пазон);$

$oku1 := root(sumdxd(q, 0.65, 30, 3, om, 8), q, 1, 20);$

$oku2 := root(sumdxd(q, 1, 20, 5, om, 24), q, 5, 40).$

Задаємо вхідні параметри графіків $q := 7.1; \quad q := 7.1.$

$\boxed{ciprod \equiv .67}$; $\boxed{okup1 \equiv 10}$; $\boxed{okup2 \equiv 25}$; $oku1 = 10.387$;

$oku2 := root(sumdxd(q, 1, 20, 5, om, 24), q, 5, 40).$

Проводимо тестове обчислення кумулятивного поточного доходу для різних значень параметрів. $sumdxd(50, 0.6, 30, 3, om, 8) = 0.911$;

$sumdox(50, 1, 20, 5, om, 24) = 0.991$.

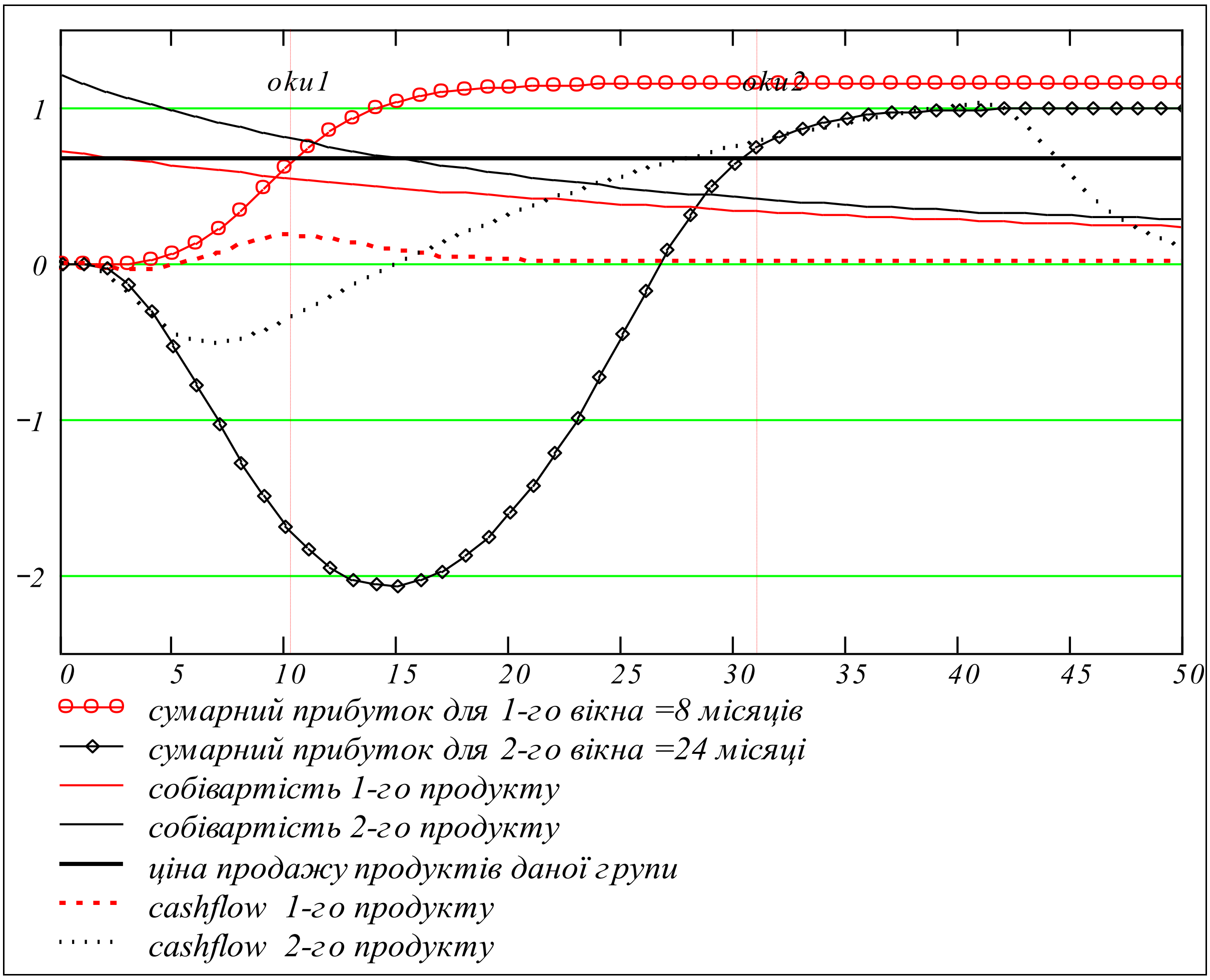


Рис 2.11. Порівняння життєвих циклів. Приклад результатів моделювання

Напрямки модифікації програмної системи

Розглянуті моделі і методи можуть використовуватись як елементи "конструктора", з якого менеджер може збирати і настроювати персональну систему підтримки рішень для свого робочого місця.

1. Можна модифікувати стенд – замість тестового блока поставити блок з введенням усіх параметрів інвестиційних проектів, що порівнюються, і виведенням (не плутати з виведенням формул) усіх вихідних даних – окупності, прибутку.

2. Зробити модулі для обчислення термінів подвоєння.

3. Ввести в модель грошових потоків дисконтування.

4. Ввести в модель ринкового вікна еластичність – залежність обсягу продажів від ціни.

5. Зробити програмний модуль для моделювання ЖЦ проекту.

6. Провести дослідження сумарного прибутку (або терміну подвоєння) від параметра собівартості *Tc* – темпу освоєння і ціни продажів (при врахуванні еластичності).

Подаємо приклад можливих досліджень на моделі життєвого циклу. Будуємо залежність кінцевого прибутку від значення параметра собівартості *Co*, назвемо його *sob*. Задаємо діапазон: $sob := 0.4, .5 .. 1.5$.

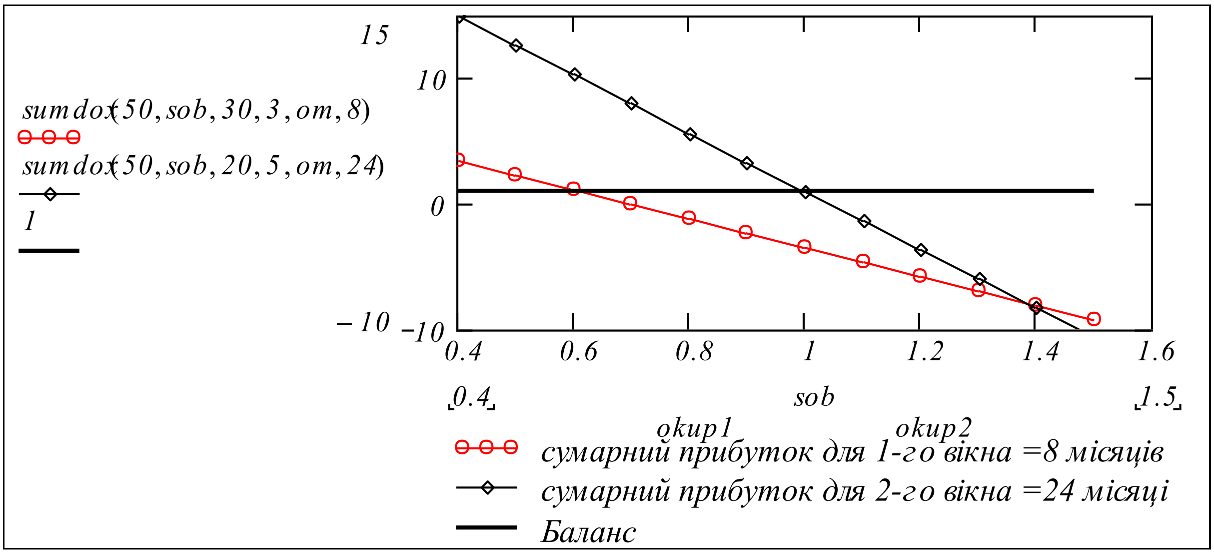


Рис. 2.12. Залежність кінцевого прибутку від параметра собівартості

ВИСНОВКИ

Отримано працюючі, відкриті, придатні для модифікації і вбудовування в програми комплексного аналізу математичні моделі життєвого циклу продукту. Розроблені моделі дозволяють досить надійно визначати типові показники інвестиційного проекту: окупність, подвоєння термінів виконання, а також виконувати ризик-аналіз. Програмне забезпечення дає можливість користувачу будувати персональну експертну систему для конкретних задач свого робочого місця.

Розглянуті моделі певним чином є вичерпаними – в них неможливо ввести реально існуючі зв’язки між цінами, продуктивністю праці, тривалістю знаходження на ринку. В цих моделях відсутня оптимізація стратегії розвитку. Інакше кажучи, ринкове вікно є результатом узагальнення статистичних даних, а не "продуктом" певного механізму породження. Такими механізмами породження можуть бути моделі "ціна-попит", "попит-пропозиція", моделі насичення попиту, моделі взаємовпливу моделей виробів фірми та конкурентних виробів, маркетингові моделі, моделі технічного прогресу та освоєння виробництва. Головний підсумок розділу – класичні моделі необхідно замінювати моделями, подібними до моделей фізики і механіки.

Завдання для самостійного виконання

Виконання поданих далі завдань складається з двох частин:

– розробка математичної моделі "на папері";

– розробка робочої моделі в середовищі математичного пакета.

1. Доповніть модель ринкового вікна моделлю витрат на розробку і створення виробничих потужностей.
2. Модифікуйте модель життєвого циклу з підрозділу 2.1, замінивши модель отримання прибутків моделлю ринкового вікна.
3. Розробіть модель ринкового вікна з урахуванням випадкових збурень.
4. Розробіть модель ринкового вікна з урахуванням залежності обсягу продажів від ціни.
5. Розробіть модель попиту на хліб, молоко, олію в деякому районі міста протягом року.
6. Розробіть модель попиту на безалкогольні напої та морозиво в деякому районі міста протягом року.
7. Розробіть модель попиту на телевізори і холодильники в деякому районі міста протягом десяти років.
8. Розробіть модель попиту на ноутбуки і стаціонарні комп'ютери у певному місті на період в десять років.
9. Розробіть модель темпів споживання послуг мобільного зв'язку та Інтернету протягом трьох років.

Контрольні запитання

1. Техніко-економічні причини існування ринкових вікон.
2. Формальне визначення ринкового вікна.
3. Простіша модель ринкового вікна - параметри і рівняння моделі.
4. Змістовний опис процесів зміни попиту при зміні моделей виробу.
5. Альтернативні моделі перекриття ринкових вікон.
6. Умови зняття з виробництва чергової моделі виробу.
7. Що обумовлює тривалість ринкового вікна?
8. Що обумовлює обсяг продажів ринкового вікна?
9. Постановка задачі вибору інтервалу між ринковими вікнами чергових моделей виробу.

2.3 Розробка базової математичної моделі інвестиційного проекту з урахуванням невизначеностей

Коли створюється нове виробництво, природно включити до життєвого циклу проектування і побудову підприємства з випуску певної продукції. Існує наука – інвестологія і практика – управління проектами. Там, навпаки, часто вважають закінченням інвестиційного проекту момент здачі в експлуатацію певного виробничого об'єкта – заводу, цеху, автоматичної лінії. Сьогодні, в умовах коротких життєвих циклів необхідно розглядати життєвий цикл від проектування і будівництва виробничих потужностей до закінчення виробництва і модифікації або утилізації цих виробничих потужностей.

Визначення поняття інвестиційного проекту

Інвестиційний проект - розмите, принципово неформалізоване поняття. Саме з цих причин, не дивлячись на актуальність, наявність великої кількості прикладних і теоретичних робіт, тут не очікується поява загальновизнаних моделей. Однак певні класифікації і декомпозиції можуть бути корисними, якщо не вважати їх абсолютними істинами.

Введемо простішу класифікацію інвестиційних проектів (ІП) -

ІП1: нова галузь, ІП2: нове підприємство, ІП3: новий виріб.

Інвестиційний проект звичайно складається з етапів (фаз):

1) проектних розробок - проектування: виробу, технологій, обладнання, виробничих приміщень, сервісної мережі;

2) виготовлення і випробування дослідних зразків виробу, виготовлення обладнання, споруд, підготовки ринку - реклами та ін.;

3) запуску виробництва, просування продукту на ринок, інвестування отриманих коштів у розширення виробництва;

4) максимізація темпу повернення капіталовкладень або сумарного прибутку за рахунок своєчасного оновлення продукції.

Фаза 4 може тягнутись необмежено, але існуюче виробництво може стати таким, що не може бути модернізоване, а тільки замінене принципово іншим. Тоді має місце фаза:

5) зупинка виробництва, демонтаж, розпродаж, утилізація фондів.

Перш, ніж перейти до деталізації названих факторів, подивимось на типові грошові потоки досить великого інвестиційного проекту (рис. 2.13).

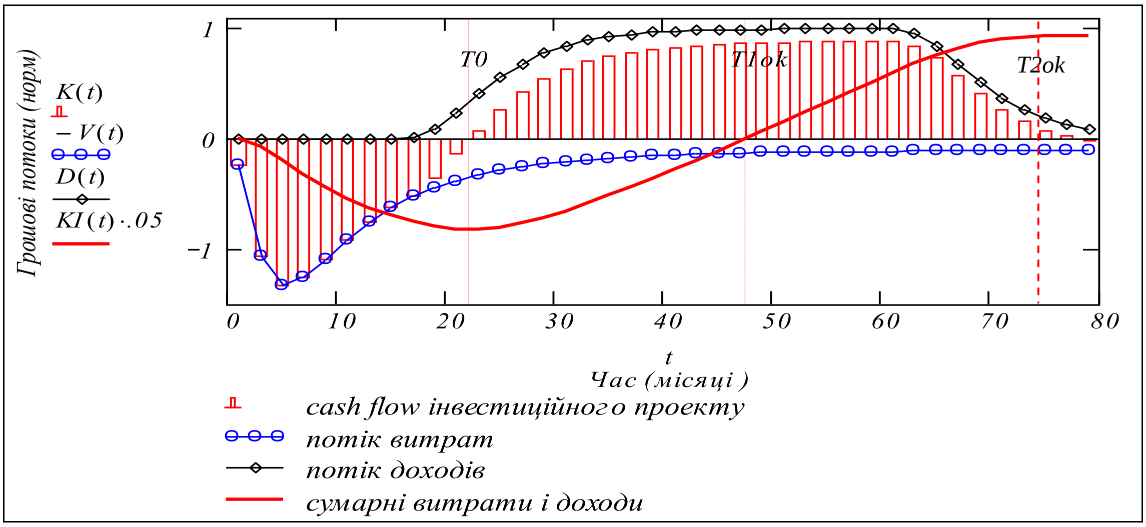


Рис. 2.13. Типовий інвестиційний проект

На графіку показані характеристики інвестиційних проектів:

T0 – початок повернення капіталовкладень;

T1ok – момент компенсації капіталовкладень (окупність);

T2ok – момент подвійної компенсації капіталовкладень (подвоєння);

D(t) – темп повернення капіталовкладень: для $t > T0$.

Зауважимо, що для нормального розвитку організації потрібно, щоб інвестиційний проект після компенсації витрат давав ще прибуток як мінімум у розмірі капіталовкладень і в короткі терміни. Для багатьох інвестиційних проектів характерним є малий строк окупності *T1ok* і великий (до нескінченості) строк подвоєння *T2ok*. Це обумовлено тим, що продукт непередбачено швидко сходить з ринку та іншими причинами і не завжди враховується при оцінюванні інвестиційного проекту.

Постановка задачі моделювання. Обережно спираючись на емпіричні дані про виконання проектів, деталізуємо і наблизимо модель до реальності:

– будемо окремо розглядати моделі потоків витрат і доходів;

– відобразимо в моделі інерційність процесів створення виробництва, зростання і падіння попиту;

– відобразимо в моделі імовірнісний характер процесів створення виробу, виробництва і попиту.

Ця модель не є навіть передостанньою істиною, але вона базується на синтезі досить розсіяної інформації з багатьох і різноманітних джерел.

Розробка моделей витрат і доходів інвестиційного проекту

Опишемо спочатку потік витрат за певним сценарієм. Будемо вважати, що проект починається з розробки конструкції і технології певного виробу з невеликою новизною, на базі цієї розробки і паралельно з нею створюються виробничі фонди – будуються виробничі приміщення, встановлюється обладнання, створюються системи постачання і маркетингу, комплектується персонал. Спочатку інтенсивність робіт невелика, потім фронт робіт, які можна виконувати паралельно, розширюється, потім залишається все менше невиконаних робіт. Нарешті настає час пуску першої черги виробництва – починається потік доходів. Однак потік витрат не стає нульовим – вдосконалюються конструкція і технологія, створюються нові виробничі потужності. Підведемо попередні підсумки: приріст виробничих потужностей за певний період часу пропорційний обсягу невиконаних робіт, обсягу виконаних робіт, обсягу фінансування і постачання матеріальних ресурсів.

Тепер опишемо іншу, органічну сторону проекту. Результат виконання певної роботи не є гарантованим з причин новизни і зовнішніх збурень (стан економіки, дії конкурентів, стихійні лиха) - він є імовірнісним, нечітким, невизначеним, апріорно невідомим. Відомо (це завжди, наскільки можливо, приховується, бо дуже болісно для психіки і фінансів), що дійсні витрати з деяких, досить нових і великих проектів перевищували детально визначені і ретельно розраховані планові витрати в 7-10 разів. Тепер подамо все написане вище в графічному вигляді.

На рис. 2.14 подана розмита залежність приросту обсягу виконаних робіт *dx* від обсягу вже виконаних робіт *x*. По вертикальній осі відкладені ймовірності певних значень приросту *dx*. Відтворимо в моделі ще один аспект реальності: певну роботу можна виконати швидше, якщо витратити більше ресурсів і навпаки. Простіші механізми тут такі: для конкретної проектної чи монтажної організації існує оптимальний рівень завантаження роботою, якщо він менший, то організація все одно бере кошти на утримання зайвих кадрів і фондів, якщо обсяг робіт більший, то організація не встигає виконувати роботу в планові терміни.

При різних затримках, збоях виникає необхідність переробок, доробок в прискореному темпі, зрозуміло, ціною підвищення витрат. Ми вважаємо, що терміни виконання певного обсягу робіт і витрати оптимізовані.

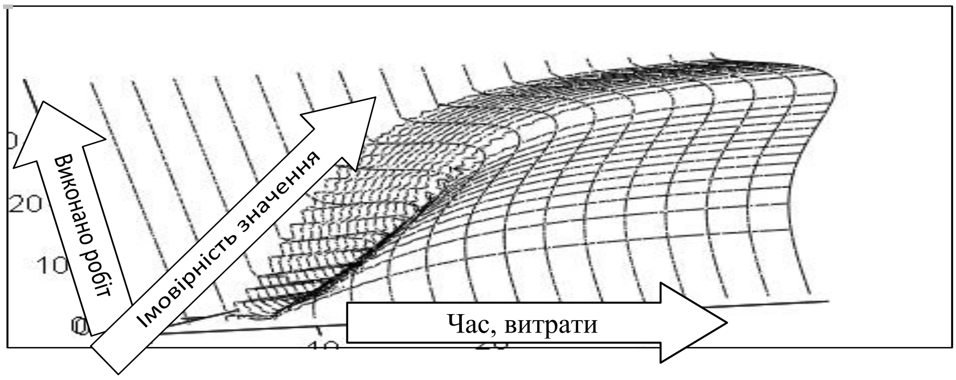


Рис. 2.14. Модель невизначеності результатів виконання робіт

Перетворимо лінгвістичну модель у конкретні рівняння - робочу модель. Запишемо рівняння для очікуваної (прогнозованої, планової, номінальної) поточної частки (процента) виконання робіт

$$Виктемп_t = kr \cdot \left(1 - ВикРобПл_{t-1}\right) \cdot ВикРобПл_{t-1} ;$$
$$ВикРобПл_t = ВикРобПл_{t-1} + Виктемп_t \cdot Dt . \qquad (2.8)$$

Ці рівняння читаються так: очікувана поточна частка виконаних робіт $ВикРоб_t$ дорівнює попередній $ВикРоб_{t-1}$ плюс приріст $Виктемп_t$, пропорційний частці виконаних робіт $ВикРоб_{t-1}$ і залишку робіт $\left(1 - ВикРоб_{t-1}\right)$, коефіцієнту, що характеризує ефективність та інтенсивність інвестицій kr, та кроку моделювання Dt (день, місяць, рік). В цих рівняннях t - дискретний час (номер тижня, місяця,...).

Як перше наближення візьмемо таку більш ніж просту модель витрат проекту:

$$Витрати_t = Витрати_{t-1} + Виктемп_t \cdot ВПСпл \cdot Dt . \qquad (2.9)$$

В рівнянні (2.9) $Витрати_t$ - поточні сумарні (накопичені) витрати, $ВПСпл$ - вартість проекту сумарна планова (очікувана). Природно вважати вартість певної частки пропорційною цій частці: $Виктемп_t \cdot ВПСпл \cdot Dt$.

Уявимо собі: спроектували, виготовили нову мікросхему, а вона частково або повністю не працює - відповідна планова робота недовиконана, її треба доробляти, витрачати додаткові ресурси і час. Для урахування невизначеності результатів робіт будемо вважати, що відомий розподіл ймовірностей. Задаємо невизначеність певним розподілом:

$$drВик\left(ndx_t - \chi , t , x , Vp\right), \qquad (2.10)$$

де ndx_t – очікуваний приріст робіт (частка), χ – змінна розподілу (можливе значення приросту робіт), t – поточний час, x – частка вже виконаних робіт, Vp - вектор параметрів розподілу. Вважаємо розподіл мінімально задовільним, тобто таким, що має максимум імовірності для значення $\chi = ndx_t$. Зазвичай апріорні розподіли коректуються за результатами спостережень та експериментів. Введемо такі обмеження для аргументу функції розподілу: $0 < \chi < 1.2ndx_t$, що інтерпретується так: найменший рівень виконання роботи дорівнює нулю (не розглядаємо катастрофічні провали в проектах), найбільший ($1.2 \cdot ndx_t$) незначно перевищує запланований на даний період часу з даними витратами. Значне перевищення плану нереалістичне – це б означало або нежорстке (некваліфіковане) планування, або порушення законів природи. В першому наближенні використаємо для імітації дії випадкових факторів вбудовані функції пакета – генератори випадкових чисел із заданим розподілом.

Робоча модель витрат. Збираємо моделі витрат (2.9), виконання робіт (2.8) і невизначеності (2.10). Запишемо нарешті програмний модуль "витрати", що імітує процес розробки та створення фондів з урахуванням невизначеностей та випадкових подій. Задаємо: крок обчислень $Dt \equiv 2$; період моделювання $Tk \equiv 60$; ранжовану змінну $t := 1..Tk$; коефіцієнт ефективності інвестицій $kr := 0.1$; вартість проекту, сумарну планову $ВПСпл := 100$ у.г.о. Програма подана в електронній версії. Будуємо графіки виходу програми (рис. 2.15), бачимо, що:

– наша модель виконання робіт – це добре відома в біології та екології модель зростання з обмеженням. Розв'язання цієї задачі – відома "логістична крива";

– невизначеність виконання окремих робіт збільшує витрати і термін закінчення робіт.

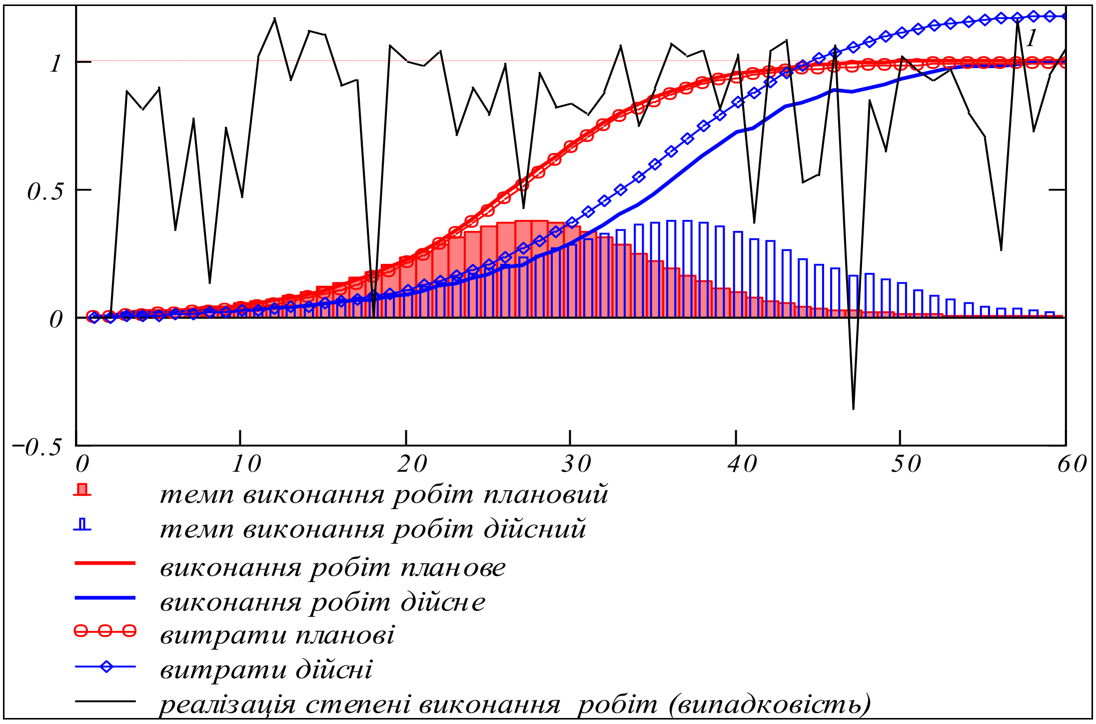


Рис. 2.15. Моделювання процесу реалізації проекту: фаза та створення фондів

Нагадаємо, що перше призначення запропонованої моделі – краще зрозуміння діючих механізмів, динаміки процесу розвитку (виконання) проекту. Друге призначення – планування та прогнозування в реальних умовах. Для цього потрібно пройти довгий, витратний, без гарантованого успіху шлях – ідентифікувати структуру і параметри моделей реальних процесів виконання проектів.

Модель доходів. Успішне виконання робіт з розробки конструкції і технології виробу – необхідна, але не достатня умова успішності проекту. Власне повернення інвестицій відбувається на етапі виробництва продуктів (послуг). Зробимо тепер модель доходів інвестиційного проекту з урахуванням невизначеностей. Будемо дотримуватись того ж порядку розробки, що і для моделі витрат: словесна модель (сценарій), графічна модель, математична (робоча) модель.

Опишемо модель першого наближення для доходів:

– попит будемо вважати постійним протягом певного періоду *Твип*;

– виробництво з певною інерційністю відслідкує попит;

– попит має випадкові коливання з певним розподілом ймовірностей;

– часом собівартість виробу зменшується за рахунок ефектів навчання, освоєння.

Однак при наявності конкуренції товарів-аналогів і конкуренції товарів-замінників організація, щоб утримувати свої позиції на ринку, змушена поступово знижувати ціну продукту. При цьому звичайно дотримуються правил "постійна норма прибутку", або "постійний прибуток" на одиницю виміру продукції. Записуємо та випробуємо модель інерційного попиту з випадковою складовою.

Задаємо: параметри моделі $\alpha 1 := 1.4$; $\alpha 2 := -.65$; $\alpha 3 := 0.4$; $\alpha 4 := 0.09$; ранжовану змінну $t := 3..Tk$; початкові значення змінних $Попит_1 := 0$; $Попит_2 := 0.0$; $Понде_1 := 0$; $Понде_2 := 0$.

Записуємо базове рівняння динаміки попиту (без урахування збурень)

$$Понде_t := \alpha 1 \cdot Понде_{t-1} + \alpha 2 \cdot Понде_{t-2} + \alpha 3; \quad tt := 1..Tk.$$

Записуємо рівняння динаміки попиту з урахуванням випадкових збурень

$$Попит_t := \alpha 1 \cdot Попит_{t-1} + \alpha 2 \cdot Попит_{t-2} + \alpha 3 + (\alpha 4 - 2\,rnd(\alpha 4)). \qquad (2.11)$$

Прокоментуємо те, що подано на графіку (рис. 2.16). Вибрана нами модель часового ряду (2.11) – це авторегресійний процес Юла [26]. Ми підібрали параметри цього процесу так, щоб система (об'єкт) була інерційною динамічною системою, в якій збурення породжують коливання з досить великим періодом і повільним затуханням.

Нагадуємо, що це тільки приклад побудови моделі попиту. Однак ця модель досить реалістична – запізнення реакції виробництва на коливання попиту породжує коливання, що будуть повільно затухати, якщо управління виробництвом не буде реагувати на тенденції зростання чи падіння попиту.

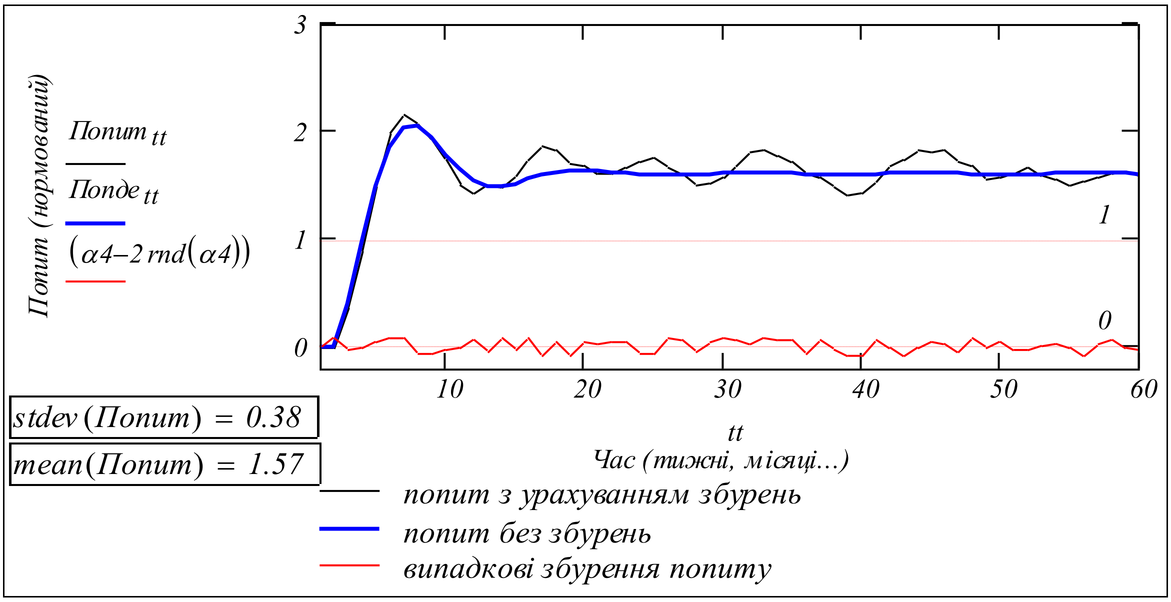


Рис. 2.16. Приклад моделі попиту (авторегресійний процес Юла)

Визначимо закінчення стадії (фази) розробки і початку стадії виробництва. Умовою закінчення першої фази проекту будемо вважати момент, коли виконано 95% робіт (згідно з фольклором, останні 5% вимагають 95% часу): $vykdi_{k1} = 0.95$. Умовою початку потоку доходів будемо вважати досягнення певного рівня виконання робіт, наприклад: $vykdi_{k2} = 0.90$.

Збираємо з розглянутих вище рівнянь (функціональних субмоделей) програму моделювання процесу виконання інвестиційного проекту з урахуванням випадкових факторів. Робимо макет інтерфейсу системи підтримки рішень: в межах екранної сторінки збираємо усі "входи" і "виходи" (результати) задачі. Назвемо цю сторінку "стенд" – за аналогією з інтерфейсами систем управління технічними і технологічними об'єктами.

Порівнюємо детерміновану модель життєвого циклу проекту з результатами моделювання за наближеною моделлю (рис. 2.17).

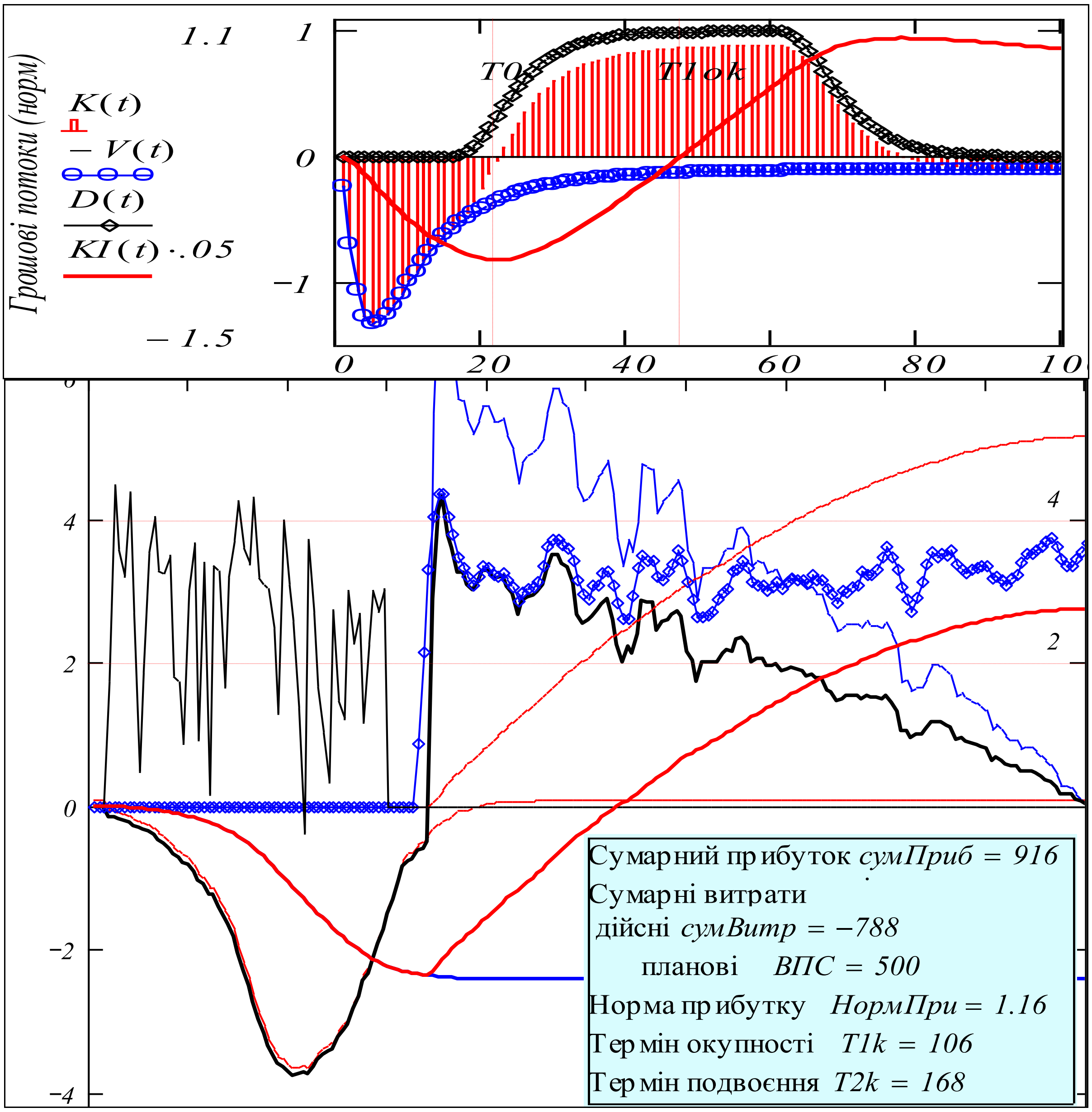


Рис. 2.17. Порівняння детермінованої та ймовірнісної моделей інвестиційного проекту

Контрольні запитання

1. Сформулюйте словесну модель створення виробничих потужностей.
2. Запишіть математичну модель створення виробничих потужностей.
3. Сформулюйте словесну модель попиту (потреби).
4. Запишіть математичну модель попиту.
5. Запропонуйте альтернативні моделі спаду, насичення попиту.
6. Запропонуйте показник інвестиційної ефективності проекту.
7. Запропонуйте показник ринкової ефективності створеного виробництва.
8. Запропонуйте стратегію управління другою фазою проекту, якщо собівартість одиниці виміру продукції в результаті процесу освоєння зменшується як певна функція накопиченого випуску.
9. Спробуйте поєднати модель насичення попиту і модель освоєння.
10. Які функціональні системи можна виділити в інвестиційному проекті?

2.4 Аналіз ризиків виконання інвестиційного проекту

Розробка підсистеми для виконання ризик-аналізу

Підведемо попередні висновки: розроблена правдоподібна модель проекту з урахуванням невизначеностей, створено "стенд" - екранну сторінку, де зібрані всі "входи", "виходи" і графіки процесів. Якщо поставити курсор на якусь зону введення (мається на увазі "input" "ввід") і натиснути клавішу F9 (переобчислити документ), можна побачити, що результати виконання проекту кожен раз змінюються, іноді досить суттєво. Все попереднє було тільки підготовкою для створення інструменту *аналізу ризику.* Зробимо програмну систему для побудови розподілів ймовірностей: 1) накопиченого прибутку проекту, 2) витрат і часу виконання проектних робіт, 3) термінів окупності та подвоєння.

Програма ризик аналізу (рис. 2.18) дозволяє отримати віртуальну статистику виконання інвестиційного проекту, що для реальних проектів фактично неможливо.

$$
\begin{array}{l|l}
ПрСт(na) = & \text{"Ввод початкових значень (усі присвоєння зібрано в два рядки)"} \\
& (vytdi_2 \leftarrow 0) - (vykdi_2 \leftarrow 0.01) - (По_1 \leftarrow 0) - (По_2 \leftarrow 0) \\
& (dox_2 \leftarrow 0) - (ym1 \leftarrow 0) - (T1k \leftarrow \text{"neokup"}) - (T2k \leftarrow \text{"nepodw"}) \\
& \text{"Обчислюється ряд випадкових значень параметра виконання проекту"} \\
& fuzn \leftarrow (Xma - rchisq(Тжц, Par)\cdot 0.1)\cdot na\cdot ще\_раз \\
& for\ \ k \in 3..Тжц - \text{"цикл моделювання"} \\
& \quad \left| \begin{array}{l}
ym1 \leftarrow 1 \ \ if\ \ vykdi_{k-1} \ge Doxpo - \text{"умова початку повернення витрат"} \\
dvykdi_k \leftarrow Kr\cdot(1 - vykdi_{k-1})\cdot vykdi_{k-1} - \text{"темп виконання проекту"} \\
dvytdi_k \leftarrow dvykdi_k\cdot ВПС - \text{"ВПС - витрати планові сумарні"} \\
vytdi_k \leftarrow vytdi_{k-1} + dvytdi_k\cdot Dt - \text{"накопичені витрати"} \\
vykdi_k \leftarrow vykdi_{k-1} + fuzn_{k-1}\cdot dvykdi_{k-1}\cdot Dt - \text{"накопичене виконання"} \\
По_k \leftarrow \left| \begin{array}{l} 0 \ \ if\ \ (ym1 < 1) - \text{"визначення попиту (модель Юла)"} \\ a1\cdot По_{k-1} + a2\cdot По_{k-2} + a3 + (a4 - 2\cdot rnd(a4)) \ \ otherwise \end{array} \right. \\
По_k \leftarrow max(По_k, 0) \\
ddox_k \leftarrow \left| \begin{array}{l} 0 \ \ if\ \ ym1 < 1 - \text{"визначення темпу доходів"} \\ prb\cdot По_k\cdot Ryn - Kpb\cdot\left[(По_k - По_{k-1}) \div По_k\right]^2 \ \ otherwise \end{array} \right. \\
dox_k \leftarrow dox_{k-1} + ddox_k\cdot Dt \ \ \text{- накопичення} \\
pryb_k \leftarrow dox_k - vytdi_k - \text{"накопичений прибуток"} \\
\text{"Визначення моментів окупності та подвоєння"} \\
T1k \leftarrow k \ \ if\ \ sign(pryb_{k-1}) \ne sign(pryb_k) \\
Tzak \leftarrow k \ \ if\ \ sign(0.95 - vykdi_{k-1}) \ne sign(0.95 - vykdi_k)
\end{array} \right. \\
& рядок \leftarrow (vytdi_k \ \ pryb_k \ \ T1k \ \ Tzak)
\end{array}
$$

Рис. 2.18 Базова програма моделювання інвестиційного проекту

Виконуємо обчислення характеристик проекту в окремих сервісних модулях. Задаємо ранжовану змінну: $t := 1..Тжц$. Перепишемо вихід програми в масив: $Ву := ПрМо$; обчислимо темп "прибутку" $dPrb_t := Ву_{2,t} - Ву_{1,t}$; накопичений прибуток: $Prb_t := Ву_{5,t} - Ву_{4,t}$. В кінці планового періоду маємо: $сумПриб := Prb_{Тжц}$; максимальні накопичені витрати: $сумВитр := min(Prb)$; норма прибутку в кінці планового періоду проекту: $НормПри := -сумПриб \div сумВитр$.

Програма (рис. 2.18) повертає вектор-рядок, компоненти якого: витрати на виконання робіт, накопичений прибуток, термін окупності, термін закінчення робіт. Виводимо вихід програми: $ПрСт(1) = (848.64 \;\; 820.85 \;\; 178 \;\; 76)$.

Щоб створити вибірку можливих результатів виконання проекту, треба виконати певне число прогонів програми. Простіше це зробити так: задаємо кількість прогонів $\boxed{vyb:=1000}$, ранжовану змінну $q := 1..vyb$; і записуємо рівняння

$$Vstat^{\langle q\rangle} := ПрСт(1)^T .$$

Результатом виконання цього рівняння буде масив "статистичних" даних.

Задаємо кількість інтервалів групування даних $\boxed{kilin:=33}$ (в кожний інтервал в середньому повинно потрапляти не менше 7–10 елементів). Обчислюємо гістограму - частотний розподіл витрат: $rvyt := histogram\left(kilin, ByBy^{\langle 1\rangle}\right)$, визначаємо медіанне середнє: $mdv := median\left(ByBy^{\langle 1\rangle}\right)$, стандартне відхилення: $stv := stdev\left(ByBy^{\langle 1\rangle}\right)$ та границі ймовірного розкиду: $ngv := mdv - stv$; $vgv := mdv + stv$.

Аналогічно визначаємо частотні розподіли для інших показників проекту.

Тестуємо програми: нижня границя розкиду витрат $ngv = 875$; ймовірність витрат, менших цього значення $riskn(rvyt, ngv) = 0.09$, верхня границя розкиду витрат $vgv = 1072$, ймовірність витрат, більших цього значення $riskv(rvyt, vgv) = 0.16$. Виводимо частотні розподіли для показників проекту з маркерами середніх значень (рис. 2.19).

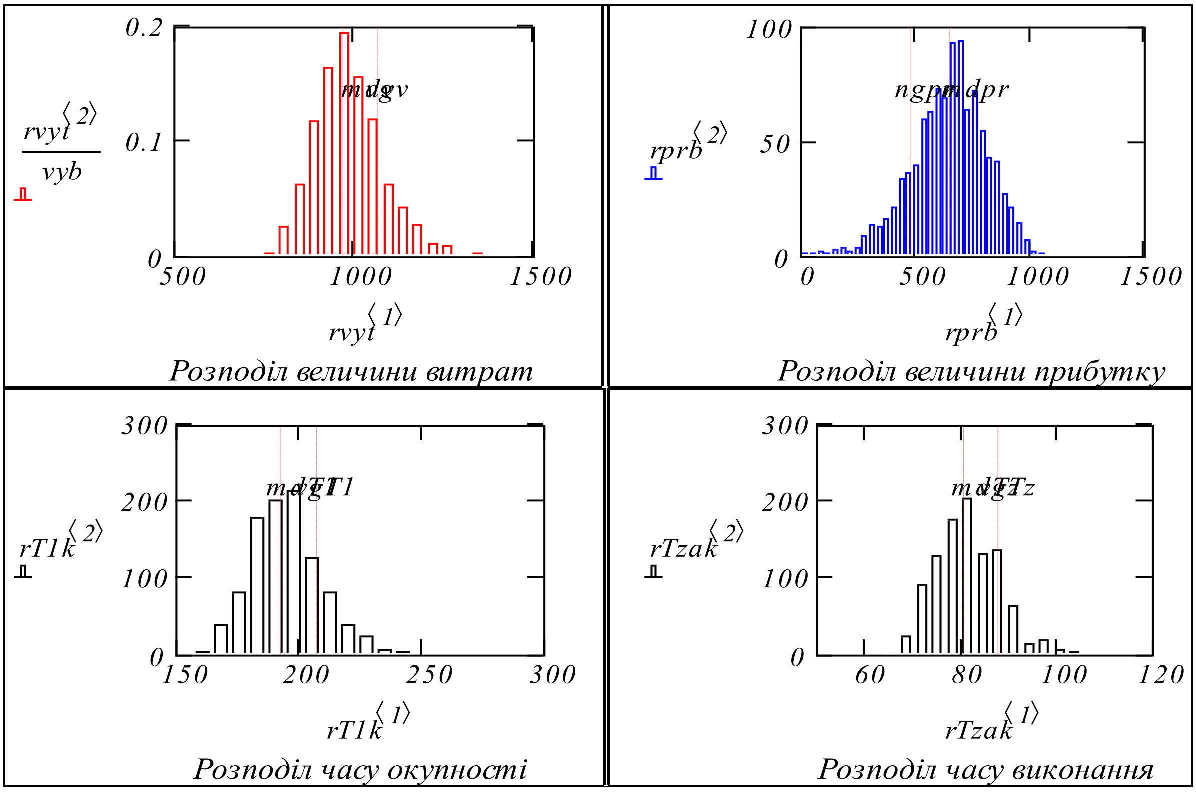


Рис. 2.19. Результати ризик аналізу – частотні розподіли показників проекту

ПІДСУМКИ

Розроблено працездатну модель процесу виконання і розвитку інвестиційного проекту класу "розробили продукт, створили виробництво, продавали і отримували прибуток, поки не закінчився *життєвий цикл*". Ми можемо вводити вхідні дані (приклад) і отримувати результати:

прибуток середній *mdpr=657*, *ризик прибутку менше ngpr=493* дорівнює:

$$\boxed{riskn(rprb,\ ngpr)=16.1\%};$$

витрати середні *mdv=974*, *ризик* (імовірність) *витрат більше vgv=1072* дорівнює:

$$\boxed{riskv(rvyt,vgv)=15.6\%};$$

термін виконання робіт з розробки продукту і створення фондів
середній *mdTz=81* з розкидом: *ngTz=66*, *vgTz=88* одиниць часу;
термін окупності проекту
середній $\boxed{mdT1=193}$; з розкидом: $\boxed{ngT1=178}$; $\boxed{vgT1=208}$ грошових одиниць.

Наскільки можна довіряти цим даним? – досить натиснути кнопку (в електронній книзі): $\boxed{ще\_раз \equiv 1}$ і отримаємо нові реалізації випадкового процесу.

Маємо основу для створення експертної системи для менеджера проекту на базі моделювання. Дійсно, ми вводимо параметри проекту, задаємо невизначеності певних результатів і отримуємо відповідь: розподіл ймовірностей для результатів виконання проекту. Тепер ми можемо оцінити ризики виконання проекту, намітити шляхи зменшення ризиків, з яких простіший – страхування. Наскільки можна довіряти отриманим результатам? – настільки, наскільки точними є вхідні дані і наскільки коректна модель інвестиційного проекту.

Завдання для самостійного виконання

1. Запропонуйте вдосконалену модель виробництва.
2. Запропонуйте вдосконалену модель розширення виробництва.
3. Запропонуйте вдосконалену модель попиту.

Контрольні запитання

1. Джерела невизначеностей в інвестиційному проекті.
2. Визначення гістограми: вхідні дані, вихідні дані.
3. Характерні параметри випадкової величини, що визначаються з гістограми.
4. Визначення моди, медіани і стандартного відхилення.
5. Назвіть відомі Вам теоретичні розподіли ймовірностей.
6. Як імітувалися в програмі моделювання невизначеності розвитку і попиту?
7. Модель можна розглядати як перетворювач вхідних розподілів у вихідні – які розподіли ймовірностей мають входи?
8. Назвіть механізми породження (схеми статистичних випробувань) для таких теоретичних розподілів: Гаусівський, геометричний, Пуасонівський розподіл.
9. Нарисуйте графіки (щільності ймовірностей) вищевказаних розподілів.
10. Назвіть шляхи зменшення ризиків нових для даного регіону виробництв.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ

Розроблено ряд математичних моделей проектів розвитку виробництв на базі концепцій життєвого циклу та ринкового вікна. Моделі доведені до рівня програм, що придатні для прогнозування і планування. Працюючі моделі дозволяють побачити дійсну проблему – необхідність і можливість створення моделей, що базуються на фундаментальних механізмах породження. Механізми породження – безперечні і фундаментальні закони фізики, хімії, біології, наприклад, закон Ома, закони електродинаміки, закон дуплікації генів. Подібні природні закони можна знайти і для задач розширення виробництва і попиту. Закони в економіці звичайно мають імовірнісний, розмитий характер.

3. АНАЛІЗ І ОПТИМІЗАЦІЯ ФІНАНСОВИХ ІНВЕСТИЦІЙ

В розділі 2 розглядалися задачі інвестування певних ресурсів в створення певної виробничої системи. Існує інша альтернатива – інвестувати в цінні папери. Для інвестора це немовби простіший, короткий і надійний спосіб робити гроші за допомогою грошей. Чи дійсно це так? Номінально кошти, отримані за цінні папери, використовуються для розвитку відповідних виробничих організацій. Інвестор вибирає за біржовими індексами найбільш надійну, прибуткову або перспективну організацію і вкладає ресурси в цінні папери вибраної організації. Життя набагато складніше цих наївних міркувань.

Виробництво, зазвичай, дає прибуток. Прибуток від цінних паперів (ЦП) складається з *дивідендів і курсової різниці.*

В цьому розділі розглядаються класичні моделі фінансових інвестицій, що стосуються тільки першої складової доходів від ЦП – дивідендів. Друга складова – отримання доходів від зміни курсів ЦП на біржах – в рамках даного посібника не розглядається, але в розділах 4, 5, 6 подані моделі, що можуть бути застосовані в комплексній соціо-техніко-економічній задачі прогнозування курсів ЦП та економіки в цілому.

В даному посібнику термін "розглядається" означає, що для певних математичних моделей будуються робочі моделі, програми моделювання, сервісні програми та інтерфейси для проведення досліджень.

В даному розділі, на відміну від розділу 2, на першому плані стоять задачі оптимального управління інвестиціями у ЦП. Розроблені моделі призначені, в першу чергу, для кращого розуміння задач оптимального управління. У відомому підручнику Самуельсона [45] відзначається, що головне в діяльності банкіра - прийняття рішень щодо розміщення капіталу так, щоб мати "максимальний прибуток при мінімальному ризику". Але в житті так не буває. Більш дохідні інвестиції і більш ризикові. А чи може співіснувати пара інвестиційних проектів "малий дохід і великий ризик" і "великий дохід і малий ризик"?

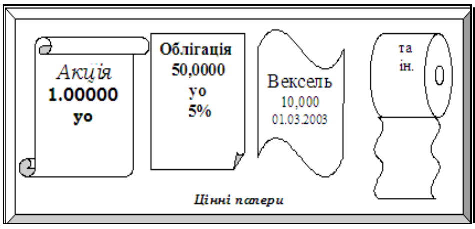
Кожному зрозуміло, що перший проект з усіх показників гірший і на ринку не виживе. А от коли ми вибираємо між "отримати 300 шилінгів з імовірністю 0.75" і "отримати 200 шилінгів з імовірністю 0.95", то тут проявляється наша схильність до ризику: більш схильний до ризику інвестор вибере першу альтернативу, а несхильний до ризику - другу.

В повсякденному житті нас постійно оточують відсотки на кредити, відсотки на вклади, відсотки інфляції та економічного росту і ми не задумуємось над фундаментальним інвестиційним смислом відсотка. Коли ми відмовляємось від споживання 100 грн. сьогодні та інвестуємо їх в щось, щоб отримати 120 грн. через рік, то (120–100)/100 = 20% є мірою наших *часових переваг.*

В формальному плані задачі, що розглядаються в даному розділі, відносять до класу задач оптимального управління при наявності невизначеностей.

Зміст управління – розподіл фінансових ресурсів в часі і просторі з урахуванням ціни відкладеного споживання і ціни ризику. Розподіл "в просторі" – це розподіл ресурсів між різними ЦП, в часі – перерозподіл в залежності від динаміки виробництва і ринку. Через обмеженість обсягу посібника не розглядаються задачі управління в часі (інші назви – стратегічного, багатокрокового управління інвестиціями в цінні папери) – це задача для окремого посібника. Задачі стратегічного управління розглядаються в розділі 5.

Для тих, хто хоче одразу схопити суть: моделі оптимізації, що використовуються і досліджуються в цій роботі, не гарантують прийняття безпомилкових рішень. Це фундаментальні математичні моделі, що є результатом сторічної роботи тисяч вчених, зокрема, декількох лауреатів Нобелівської премії з економіки в галузі дослідження проблем фінансових ринків. Сьогодні реальність пішла далі, а моделі стали класичними і залишилися, безумовно, корисними для осмислення і створення нових, більш адекватних моделей.



3.1 Моделювання і оптимізація портфеля ризикових цінних паперів

..Бонд сказал:- Между прочим, меня учили, что ни одно дело,
сулящее более девяти процентов прибыли,
либо назначенное после девяти вечера,
не обходится без риска.
Я. Флемминг "Risico"

Змістовна постановка базової задачі

Відомо, що алгеброю перевіряють гармонію. В цьому підрозділі ми будемо перекладати на мову "алгебри" здоровий глузд та інтуїцію. В підрозділі 3.3 буде показано (теорема Тобіна), що інтуїція може підвести. *Маємо акції та інші цінні папери* (ЦП) різних підприємств з різною середньою дохідністю і з різними розподілами ймовірностей отримання певних доходів.

Треба розподілити капітал між ЦП так, щоб оптимізувати певний критерій при певних обмеженнях. Ми спеціально не конкретизуємо критерій та обмеження, щоб створити "простір для роздумів". Є ще одна причина: єдиного правильного для усіх обставин критерію не існує. Акції, облігації, ризик – досить поширені терміни і тому здаються нам "самоочевидними". Тому ще раз визначимось з термінологією.

Акція. Той, хто випустив акцію, повинен платити дивіденди з тієї частки прибутку, що залишиться після виплати усіх боргів, в тому числі і на облігації (акціонери є останніми) і не зобов'язаний її викупати. Покупець акції є співвласником і має право на управління (пропорційно розміру свого пакета акцій).

Облігація. Той, хто випустив облігацію, зобов'язаний платити фіксований процент і повернути (викупити) вартість облігації. Покупець облігації – кредитор, інвестор і має право на обов'язкове отримання процентів (доходу) на облігації і право на певних умовах продати, здати облігацію і повернути так свої гроші.

Ставлення до ризику. В теорії портфеля акцій ураховується ставлення до ризику Того, Хто Приймає Рішення (*ТХПР = ЛПР*). Почнемо з прикладу. Що краще: середній виграш 100 у.г.о. з розкидом 5, чи середній виграш 200 у.г.о. (умовних грошових одиниць) з розкидом 105 для ТХПР1 з капіталом 200 і ТХПР2 з капіталом 100000?

Майже очевидно, що для ТХПР1 втрата 100 у.г.о. є значною – він вибере 1-ий варіант – малоризиковий, а для ТХПР2 втрата 100 у.г.о. дуже мала порівняно з капіталом, тому, скоріше за все, він ризикне.

$100 - 5 = 95 \quad \Leftrightarrow \quad 200 - 105 = 95$ – випадки рівноцінні? Але який краще? Для оптиміста – другий, бо відхилення може бути і додатним, тоді виграємо $200 + 105 = 305$, а для обережного песиміста – перший, тому що 105 – це *середнє* відхилення від середнього, і з помітною ймовірністю може перевищувати це середнє вдвічі, тоді $200 - 105 \cdot 2 = -10$ ми втрачаємо все. З різних причин фізична чи юридична особа може по-різному ставитись до ризику. Звичайно можливі ставлення до ризику розбивають на три класи:

а) *несхильність,* б) *нейтральність,* в) *схильність* до ризику [36].

Нейтральним до ризику вважається той, хто грає в *справедливі ігри*.

Подаємо визначення справедливої гри [36] з перекладом першоджерела у середовище математичного пакета. За участь у лотереї:

$q_1 := 0.4$; $S := 4$; $x_1 := 10 \div q_1$; $q_2 := 0.3$; $x_2 := 10 \div q_2$; $q_3 := 0.2$;

$x_3 := 10 \div q_3$; $q_S := 0.1$; $x_4 := 10 \div q_4$.

$$\mathrm{Loter}(x,q) := \begin{pmatrix} \text{"виграш"} & x_1 & x_2 & x_3 & x_S \\ \text{"імовірність"} & q_1 & q_2 & q_3 & q_S \end{pmatrix}$$

Loter(x, q) =

	1	2	3	4	5
1	"виграш"	25	33.3	50	100
2	"імовірність"	0.4	0.3	0.2	0.1

треба заплатити ціну П (= купити лотерейний білет, акцію та ін. допуск до лотереї ми вважаємо безкоштовним). Тут $x = (25, 33, 50, 100)$ – вектор можливих виграшів, $q = (0.4, 0.3, 0.2, 0.1)$ – вектор ймовірностей цих виграшів. Справедливою будемо вважати лотерею, ціна якої збігається з середнім результатом (= математичним очікуванням), тобто: $S = 4$.

Подаємо визначення справедливої гри [36]. Справедливою будемо вважати *лотерею*, ціна якої збігається з середнім результатом (= математичним очікуванням), тобто:

$$\Pi = E(x) = \sum_{s=1}^{S} x_s \cdot q_s ,$$

де x_s та q_s – величина та імовірність відповідного виграшу.

Дехто вважається нейтральним до ризику, якщо *корисність суми, що є ціною лотереї, точно дорівнює очікуваній корисності лотерейного виграшу справедливої гри,* $U(\Pi) = E(U(x))$ або, з урахуванням значення для П, маємо такий красивий вираз

$$U(E(x)) = E(U(x)),$$

що означає: корисність значення очікуваних результатів лотереї дорівнює значенню очікуваній корисності результатів лотереї. Звернемо увагу, що у визначенні не згадується розкид результатів.

Несхильним до ризику є той, для кого корисність грошової суми, що є справедливою ціною лотереї, БІЛЬША, ніж очікувана корисність результатів лотереї:

$$U(E(x)) > E(U(x)).$$

Схильним до ризику, навпаки, є той, для кого корисність грошової суми, що є справедливою ціною лотереї, МЕНША, ніж очікувана корисність результатів лотереї:

$$U(E(x)) < E(U(x)).$$

Як підсумок розгляду ставлення до ризику побудуємо графіки відповідних функцій корисності. Вкажіть, де саме яка функція.

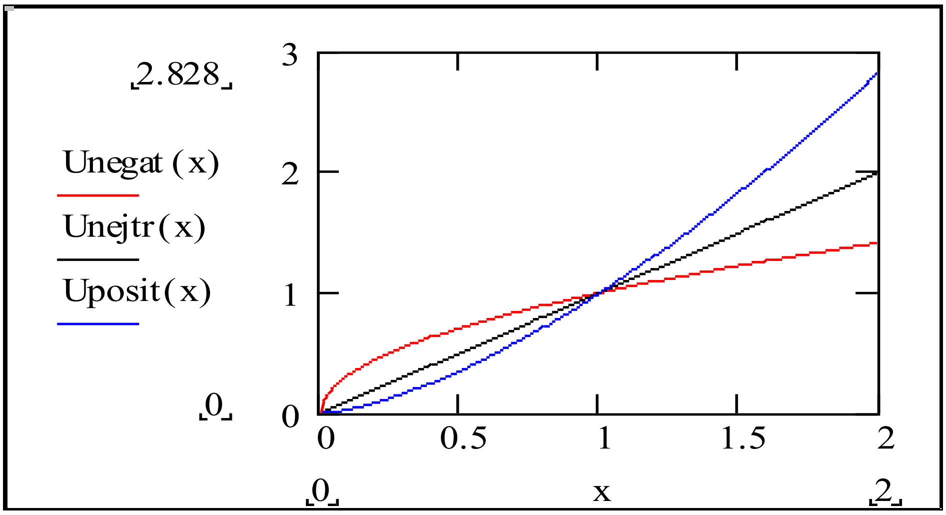


Рис. 3.1. Залежності "вартість – корисність" для трьох класів схильності до ризику

Основні результати теорії портфеля з ризикових ЦП

Цей матеріал є скороченим "перекладом" в середовище математичного пакета розділів підручника "Фінансування та інвестиції Л. Крушвіца [36]. Ризиковий фінансовий титул *j* "обіцяє" дохідність з математичним очікуванням *E(rj)* при ризику *Var(rj).* На ринку, зазвичай, в обігу різні фінансові титули. Природне питання (виникає) – якими будуть математичне очікування і дисперсія у *портфелі E(rp), Var(rp)*? Неважко це визначити учаснику фінансового ринку, що має уявлення про очікування та дисперсії.

Математичне очікування та дисперсія дохідностей ризикових портфелів. Математичне очікування від суми випадкових величин дорівнює сумі очікувань:

$$r_p = \sum_{j=1}^{J} \omega_j \cdot r_j ; \qquad E(r_p) = \sum_{j=1}^{J} \omega_j \cdot E(r_j). \tag{3.1}$$

Для дисперсії суми випадкових величин маємо дещо складнішу формулу:

$$Var(r_p) = \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{J} \omega_j \cdot \omega_k \cdot Cov(r_j, r_k). \tag{3.2}$$

Нагадаємо, що діагональні елементи матриці коваріацій $Cov(r_k, r_k)$ – це дисперсії.

Критерії оптимізації. У вступі було сказано, що ідеальним є портфель з максимальною дохідністю і мінімальною дисперсією. Але зазвичай доводиться вибирати серед підмножини портфелів, у яких одночасно зростають і дохідність, і ризик. Потрібно якось згорнути два критерії – дохідність і ризик – в один. Розглянемо можливі альтернативи такої згортки. Оптимізувати портфель ми можемо тільки за рахунок вибору величини часток j кожного виду цінних паперів. Введемо *змінну управління* – вектор $\omega = (\omega_1 \;\; \omega_2 \;\; .... \;\; \omega_J)$.

Один з критеріїв можна зробити обмеженням - задаються мінімальні чи максимальні припустимі значення. Тут можливі такі постановки задачі оптимізації при обмеженні:

1. Максимізація очікуваної дохідності $E[r_p(\omega)]$ при обмеженні ризику $Var[r_p(\omega)] \le Vrm$.

2. Мінімізація ризику $Var[r_p(\omega)]$ при обмеженні очікуваної дохідності $E[r_p(\omega)] \ge Vrm$. Часто, якщо це має "фізичний смисл", беруть суму критеріїв, різницю, добуток або частку. В нашій задачі мають смисл такі критерії (максимізації):

– Критерій дохідність/ризик = *E(rp(w))/Var(rp(w)).*

– Критерій дохідність – ризик = *E(rp(w) –Var(rp(w)).*

– Критерій витрат інтелекту, згідно з яким капітал ділиться рівно між ЦП.

Дійсно, думати над розподілом майже не треба, але цей критерій не є анекдотичним.

Аналіз портфелів з двома ризиковими ЦП

Мінімальна диверсифікація – розподіл капіталу між двома титулами. Характеристики такого портфеля будуть: $E(r_p) = \omega_1 \cdot E(r_1) + \omega_2 \cdot E(r_2)$, де частки розподілу капіталу задовольняють умову $\omega_1 + \omega_2 = 1$, тому: $E(r_p) = \omega_1 \cdot E(r_1) + (1 - \omega_1) E(r_2)$.

Для дисперсії отримаємо таку формулу (це квадратична форма):

$$Var(r_p) = \omega_1 \cdot \omega_1 \cdot Cov(r_1, r_1) + \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot Cov(r_1, r_2) + \omega_2 \cdot \omega_1 \cdot Cov(r_2, r_1) \; ... \\ + \omega_2 \cdot \omega_2 \cdot Cov(r_2, r_2)$$

враховуємо, що $\omega_1 \cdot \omega_2 \cdot Cov(r_1, r_2) = \omega_2 \cdot \omega_1 \cdot Cov(r_2, r_1)$, $Cov(r_1, r_1) = Var(r_1, r_1)$ і отримуємо: $Var(r_p) = (\omega_1)^2 \cdot Var(r_1) + 2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot Cov(r_1, r_2) + (\omega_2)^2 \cdot Var(r_2)$.

А тепер *побудуємо параметричний графік "дохідність – ризик"* при зміні $0 \le \omega_1 \le 1$ спочатку для випадку, коли кореляція між титулами відсутня.

Задаємо вхідні дані: *Er1:=18%; Var1:=9%; Er2:=6%; Var2:=5%; Cov:=-0.0.*
Задаємо діапазон $\omega := 0, 0.05 .. 1$ і записуємо робочі формули

$$Erp(\omega) := \left[\omega \cdot Er1 + (1-\omega) \cdot (Er2) \right];$$

$$Varp(\omega, Cov12) := \omega^2 \cdot Var1 + 2 \cdot \omega \cdot (1-\omega) \cdot Cov12 + (1-\omega)^2 \cdot Var2 .$$

Сформуємо масиви для виведення характерних точок: *ωo:=0.01*: точка екстремуму: $\omega md := root\left(\frac{d}{d\omega o} Varp(\omega o, Cov), \omega o\right)$; ефективність: $Ef(\omega) := Erp(\omega) \div Varp(\omega, Cov)$;

$$Kx := \begin{pmatrix} Er1 \\ Erp(\omega md) \\ Er2 \end{pmatrix}; \quad Ky := \begin{pmatrix} Var1 \\ Varp(\omega md, Cov) \\ Var2 \end{pmatrix}; \quad w := \omega md, \omega md + 0.04 .. 1 .$$

Завдання. Подивіться на рис. 3.2, там серед інших побудовано графік вектора *Kx* по вектору *Ky*. Знайдіть відповідні точки. Пам'ятайте про таку можливість математичного пакета, використовуйте її. Вчіться мислити векторами, матрицями, структурами даних.

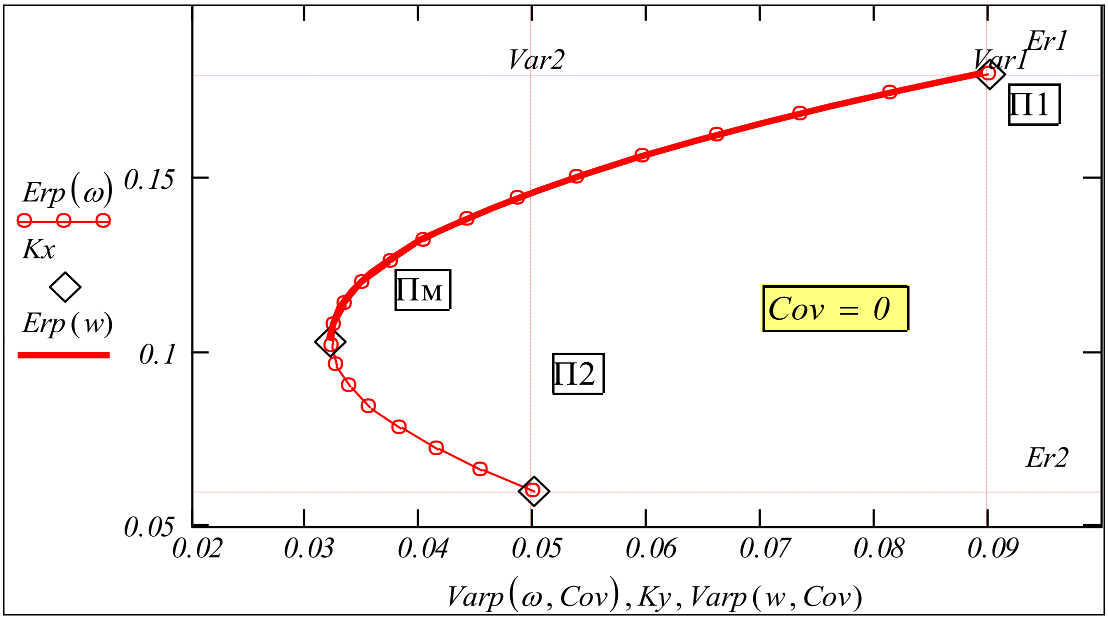


Рис. 3.2. Залежність характеристик портфеля з двох видів ЦП від пропорції розподілу капіталу між видами ЦП

Дивимось на графік і бачимо, що нижня ліва точка *П2* відповідає $\omega = 0$ (у портфелі тільки другий титул), верхня права точка *П1* відповідає $\omega = 1$ (у портфелі тільки перший титул). Дохідність можливих портфелів лежить в діапазоні $Er2 \le E(rp(\omega)) \le Er1$, а дисперсія має мінімум в точці *Пм*. На цьому базується диверсифікація – ми можемо суттєво зменшити ризик, набираючи у портфель некорельовані цінні папери.

Точка *Пм* характеризує портфель з мінімальним ризиком. Для заданих значень параметрів цінних паперів пропорція розподілу дорівнює *ωmd=0.357*. Можна знайти аналітичний вираз для координат цієї точки. Бачимо, що точка *Пм* розділяє множину допустимих портфелів на дві частини – домінуючі (вище цієї точки, це називається "підмножина Парето") і домінуємі (нижче точки *Пм*). Дійсно, для будь-якої нижньої точки можна знайти точку з такою ж дисперсією, але меншою дохідністю. Серед портфелів, що входять у підмножину Парето, не існує такого, що був би кращим від інших *одночасно за двома показниками – дохідністю і ризиком.*

Аналіз впливу кореляції. Кореляція суттєво змінює залежність "дохідність-ризик". Задайте максимальне і мінімальне значення коваріації (чому так – доведено далі):

$$Coma := \sqrt{Var1 \cdot Var2}\,, \quad Comi := -Coma\,, \quad Coma = 0.067\,.$$

На рис. 3.3 подано залежність і для нульової коваріації: $Cov = 0$. Проаналізуйте з усіх точок зору ці три залежності. Нагадуємо формули, за якими обчислюються:
математичне очікування: $Erp(\omega) = \omega \cdot Er1 + (1-\omega) \cdot (Er2)$;

та дисперсія : $Varp(\omega, Cov12) = \omega^2 \cdot Var1 + 2 \cdot \omega \cdot (1-\omega) \cdot Cov12 + (1-\omega)^2 \cdot Var2$.

Визначення умови нульового ризику. Глянемо на рис.3.3. Якщо значення коваріації задано коректно: $\boxed{Comi = -0.067}$, то отримаємо множину портфелів, один з яких має нульовий ризик. Якщо ми збільшимо значення *Comi*, то з'являться портфелі з від'ємним ризиком. Таке неможливо: коефіцієнт кореляції двох випадкових величин знаходиться в діапазоні: $-1 \le rk \le 1$. Для нашої задачі додатна кореляція означає, що при зміні дохідності одного ЦП дохідність іншого ЦП ймовірнісно змінюється в тому ж напрямку, а при від'ємній – навпаки. Згадуємо формулу $rk = \dfrac{Covar\_12}{\sigma\_1 \cdot \sigma\_2}$. Добре бачимо, що можливе значення коваріації суми двох випадкових величин не може перевищувати за модулем одиниці, а для заданих $Var1 = 0.09$ та $Var2 = 0.05$ маємо $\boxed{\sqrt{Var1 \cdot Var2} = 0.067}$.

Таким чином, для отримання портфеля з нульовим ризиком потрібне виконання двох умов: коваріація повинна бути максимально можливою при заданих дисперсіях ЦП, а розподіл капіталу (ресурсу) між видами ЦП повинен бути оптимальним.

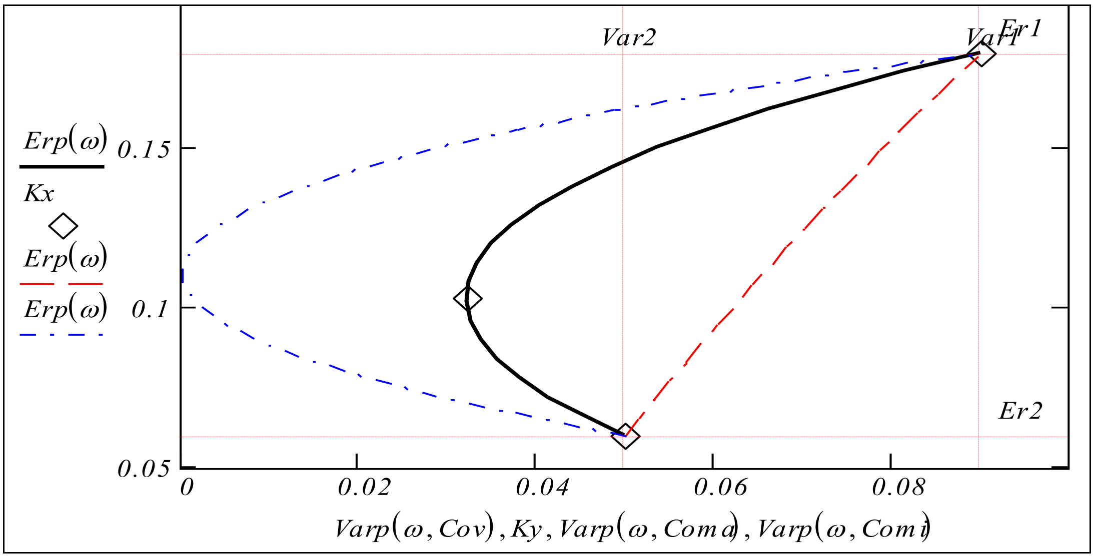


Рис. 3.3. Залежність характеристик портфеля з двох видів ЦП від величини коваріації дохідностей ЦП

Оптимізація портфеля з довільним числом ризикових цінних паперів

Множина припустимих портфелів при числі ЦП > 2 буде вже не лінією (рис. 3.3) , а областю, що обмежена лівим – гладким і правим краєм – "яєчною шкаралупою".

Побудова лівого краю множини допустимих портфелів. Для практики важливим є лівий, гладкий край "шкаралупи" – границі множини допустимих портфелів. Його складають точки з розподілом цінних паперів, що *при заданому рівні дохідності дає мінімальну дисперсію (= ризик)*. В даному випадку розв'язання задачі визначення мінімуму при обмеженні може бути знайдене аналітично – методом невизначених множників Лагранжа. Ми, щоб мати універсальний інструмент, використаємо вбудовані числові методи оптимізації пакета.

Описуємо та задаємо вхідні дані задачі. Діапазон очікуваної дохідності портфеля $\boxed{rpma:=max(Er)}$; $\boxed{rpmi:=min(Er)}$; $\boxed{rpmi=8\%}$; $\boxed{rpma=22\%}$.

Введемо *вектор розподілу капіталу між цінними паперами* $\omega p = \left(\omega p_1 \quad \omega p_2 \quad \omega p_3 \quad \omega p_4 \right)$. *Це змінні управління* оптимізаційної задачі. Сума нормованих часток дорівнює 1, тому одну із змінних можна вилучити.

Для роботи блока оптимізації задаємо їх *початкові наближення*

$\boxed{\omega pp:=(0.25\ \ 0.25\ \ 0.25\ \ 0.25)}$; $\boxed{\omega pp:= \omega pp^T}$ – усіх паперів рівно.

Задаємо початкове значення дохідності, для якого знаходиться мінімум ризику

$$\boxed{rpt:=(rpmi+rpma)\cdot 0.5}.$$

Визначаємо функцію користувача: "дисперсія портфеля" (згідно з (3.2)):

$$Fvp\left(\omega pp\,, rpt\right) := \omega pp^T \cdot Mcv \cdot \omega pp$$

Порівняйте цей вираз з альтернативою – скалярною формою: ну скільки в ній можливостей для помилок, а це ж спрощений вираз для випадку нульових кореляцій

$$Fvp\left(\omega p\,, rpt\right) = \sum_{k=1}^{Ja-1} \left(\omega p_k\right)^2 \cdot Vr_k + \left(1 - \sum_{k=1}^{Ja-1} \omega p_k\right)^2 \cdot Vr_{Ja}\,.$$

Будемо шукати не одну точку екстремуму для конкретного набору даних, а залежність положення екстремуму від обмеження за дохідністю. С точки зору програмування ми визначаємо функцію користувача через вбудовану програму (підпрограму), що знаходить екстремум функції декількох змінних при обмеженнях. Аргументи функції вбудованої функції *Minimize*: ім'я функції, що мінімізується, і змінна оптимізації.

Модуль оптимізації. Після ключового слова Given записуємо всі обмеження: всі частки акцій в портфелі не можуть бути від’ємними,

$$Given \qquad \omega pp_1 \ge 0; \quad \omega pp_2 \ge 0; \quad \omega pp_3 \ge 0; \quad \omega pp_4 \ge 0;$$

обмеження суми часток $\sum_{k=1}^{Ja} \omega pp_k = 1$; обмеження дохідності $\sum_{k=1}^{Ja} \omega pp_k \cdot Er_k = rpt$

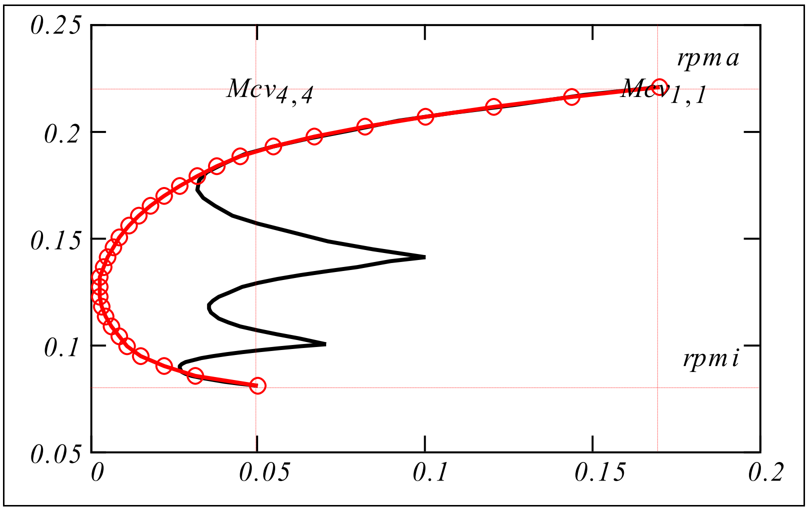
і, нарешті, розв’язання $\boxed{\omega op(rpt) = Minimize(Fvp,\ \omega pp)}$

Ось що повертає визначена через блок оптимізації функція – розподіл капіталу між ЦП: $\omega op(0.12)^T = (0.155 \quad 0.215 \quad 0.273 \quad 0.358)$; $\omega op(0.09)^T = (0 \quad 0.059 \quad 0.323 \quad 0.618)$.

Зверніть увагу на одну особливість у визначенні функції *Fvp(ωp,rpt).* Змінна ***rpt*** відсутня в правій частині, але *вона присутня далі в обмеженні*. Цей штучний елемент потрібен для визначення функції користувача через блок оптимізації: *ωop(rpt) = Minimize(Fvp, ωpp).* Подивіться ще раз на визначення функції – з точки зору традиційної математики таке може бути, якщо права і ліва частини – константи, бо це функції різних змінних. Задаємо діапазон зміни дохідності портфеля для побудови графіка "лівого краю"

$$rpv := rpmi, [\, rpmi + (rpma - rpmi) \div 30\,] \,..\, rpma\,.$$

Проаналізуємо залежність розподілу капіталу між акціями від дохідності портфеля, що має мінімальну дисперсію серед усіх портфелів, з даною дохідністю. Але спочатку введемо новий термін: назвемо верхню частину лівого краю "шкаралупи" "*ефективним* *краєм"* – тільки тут знаходяться "добрі" портфелі за дохідністю і ризиком (підмножина Парето). Дивимось на рис. 3.4 і бачимо, що вся множина припустимих портфелів з її "зубчастим" правим краєм – для теоретиків, а практиків цікавить тільки лівий "*ефективний край*". Неважко побачити, що ефективний край починається з портфеля з мінімальним ризиком.



Бачимо, що множина припустимих портфелів розташована між двома графіками – правого і лівого країв. Бачимо, яким негладким і невипуклим є правий край. Знайдіть на цьому графіку портфель з максимальним прибутком та портфель з мінімальним ризиком.

Рис. 3.4. Побудова області припустимих портфелів з числом видів ЦП = 4

Незручно вводити в матрицю *Mcv* 12 значень коваріацій, важко орієнтуватись в значеннях коваріації. Для *досліджень першого кроку* "призначаємо" усі кореляції "корельованими": вводимо тільки одне число $\boxed{co \equiv -0.0}$ і потім формуємо матрицю кореляцій *Mco*.

дохідності $Er \equiv \begin{pmatrix} 0.22 \\ 0.14 \\ 0.10 \\ 0.08 \end{pmatrix}$, ризики $\sigma \equiv \begin{pmatrix} 0.17 \\ 0.10 \\ 0.07 \\ 0.05 \end{pmatrix}$, кореляції $Mco \equiv \begin{pmatrix} 1 & co & .5\cdot co & .2\cdot co \\ co & 1 & .3\cdot co & .2\cdot co \\ .5\cdot co & .3\cdot co & 1 & .2\cdot co \\ .2\cdot co & .2\cdot co & .2\cdot co & 1 \end{pmatrix}$.

Пам'ятаємо, *що коваріації не можуть перевищувати певні значення*. Обчислюємо матрицю коваріацій $w \equiv 0..3$; $e \equiv 0..3$; $Mcv_{w,e} \equiv \left(\sqrt{\sigma r_w \cdot \sigma r_e}\right) \cdot Mco_{w,e}$.

Виводимо матрицю кореляцій та матрицю коваріацій

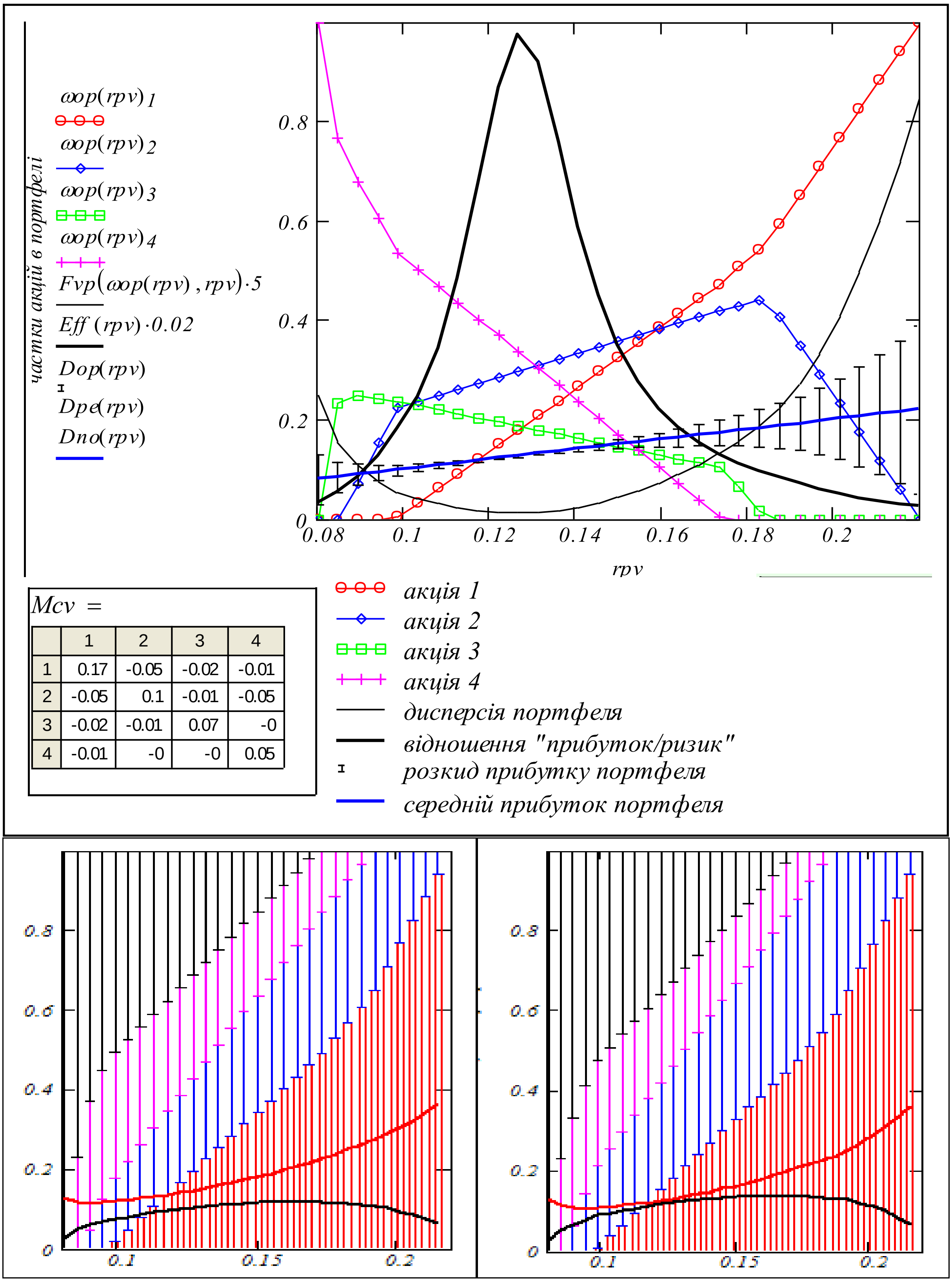
$$Mco = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad Mcv = \begin{pmatrix} 0.17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.07 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix}.$$

Формуємо функції залежності критеріїв ефективності портфеля – "розкид доходу" та "відношення дохідності до ризику", $k := 1..Ja$

$$Dno(rpv) := \sum_k \omega op(rpv)_k \cdot Er_k \;; \quad Eff(rpv) := \frac{Dno(rpv)}{Fvp(\omega op(rpv), rpv)};$$

$$Dop(rpv) := Dno(rpv) + Fvp(\omega op(rpv), rpv);\ Dpe(rpv) := Dno(rpv) - Fvp(\omega op(rpv), rpv).$$

На графіку ефективного краю кожній точці відповідає певна структура портфеля. Сформовані нами функції дають можливість визначити структуру портфеля для кожної точки. На рис. 3.5 подано *дві версії графіків*, де виведена залежність часток різних ЦП в портфелі від дохідності портфеля. Уважно дивимось на безліч залежностей, що подані на трьох графіках. Знаходимо і позначаємо портфелі: "*мінімум ризику*", "*песимістичний максимум дохідності*", максимум критерію "*дохідність/ризик*".



Mcv =

	1	2	3	4
1	0.17	-0.05	-0.02	-0.01
2	-0.05	0.1	-0.01	-0.05
3	-0.02	-0.01	0.07	-0
4	-0.01	-0	-0	0.05

Рис. 3.5. Залежність характеристик оптимального портфеля від заданої дохідності

На двох нижніх графіках частки акцій подані в «приростах» для двох випадків – некорельованих і корельованих характеристик акцій. Тому, хто освоїв теорію портфеля, неважко на цих графіках показати портфель з нульовим ризиком, визначити прибуток і ризик та частки акцій 1, 2, 3, 4. Нарисуйте лівий край множини припустимих портфелів і покажіть на ньому портфель з нульовим ризиком.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 1: доведіть, що максимум дохідності досягається при більшій дохідності, ніж мінімум ризику.

Завдання 2 з дослідження оптимальних портфелів: для свого варіанта даних знайдіть характеристики (дохідність, ризик, розподіл капіталу) трьох портфелів з кореляціями дохідностей акцій *co1=-0.3*; *co2=0*; *co3=0.3*.

Завдання 3 з дослідження оптимальних портфелів: для свого варіанта при трьох значеннях кореляції дохідностей ЦП знайдіть значення дохідності, що дає максимуми критеріям: "мінімальна очікувана дохідність", "дохідність/ризик" – розташування характеристики (дохідність, ризик, розподіл капіталу) трьох портфелів з кореляціями дохідностей акцій *co1=-0.3*; *co2=0*; *co3=0.3*.

Висновки

Тепер ми *можемо вільно проводити обчислювальні експерименти* з розподілом капіталу між акціями при різних характеристиках акцій. Проведіть такий умовний експеримент – зберіть сучасні монографії і підручники з фінансів та інвестицій. Знайдіть там графік "яєчної шкаралупи" – як правило, він там намальований, а не побудований згідно з математичними моделями.

Чогось подібного графіку на рис. 3.5 ви взагалі не знайдете. Чому? – в першому наближенні причина в тому, що спеціалісти з *сучасного* програмування і моделювання не є спеціалістами у фінансах і *навпаки*. Згадаємо, хто такий був Вальрас – високого рівня математик, фінансист, біржовий гравець – одночасно. Але тоді ще не було комп'ютерів.

Щоб оцінити отримане з точки зору інформаційних технологій і психології наукових досліджень і практичної діяльності, наведемо цитату з підручника Л. Крушвіца [36].

"*Возможно, вы захотите узнать, почему левый край графика выглядит так красиво - непрерывным и дифференцируемым. Действительно, он имеет это свойство. Также не исключено, что вам захочется выяснить, какой точке графика соответствует тот или иной портфель. На эти вопросы вы не найдёте ответа, так как достаточно вывести CAPM строгим образом один раз. Вместо этого интересующемуся читателю предлагается прочитать работу Гарри М. Марковица, который решил этот вопрос первым. Те наши читатели, которые проработали разделы 5.2 и 5.5, пусть утешатся. Читать Марковица было бы не проще*". Цей фрагмент з підручника є *тестом*:

1. Спеціаліст побачить, наскільки перекладач з німецької на російську не був спеціалістом з математики і фінансів – він не зміг передати суті. Правда, залишилось щось від німецького гумору, з приводу суті справи.

2. Спеціаліст розуміє, наскільки *важко* в математичному і організаційному аспектах, без сучасних математичних пакетів визначити лівий край "шкаралупи" – для цього треба провести обчислення серії оптимізаційних задач (між іншим, скільки точок на графіку?). Математичний пакет дозволив на двох сторінках документа зробити те, про що прогресивне людство мріяло десятиріччями і мріє навіть зараз (30 точок графіків обчислюються 10–30 секунд).

Однак слід пам’ятати, що інтенсивне та ефективне використання математичного пакета веде до втрати бажання і вміння аналітично мислити, шукати логічні розв’язання задач і проблем. З іншого боку, прогнозувалось колись, що масова автомобілізація приведе до втрати бажання і вміння ходити пішки.

Контрольні запитання

Теоретичні питання

0. Дитяче: маєте оптимальний портфель об'ємом 100 у.о. з дохідністю 15%, не змінюючи пропорцій розподілу збільшуєте об'єм до 200 у.о., яку будете мати очікувану дохідність?

1. Означення ризикових і безризикових цінних паперів.
2. Характеристики цінних паперів.
3. Що таке портфель цінних паперів?
4. Означення "множини допустимих портфелів".
5. Означення лівого краю множини допустимих портфелів.
6. Що таке ефективний край множини допустимих портфелів?
7. Що таке "підмножина Парето"?
8. Альтернативні критерії оптимізації портфеля ЦП.
9. Постановка прямої і спряженої задач оптимізації при наявності обмеження.
10. Що є змінними управління в прямій і спряженій задачах?
11. Визначення кореляції і коваріації. Діапазони значень коваріації та коефіцієнта кореляції.
12. Залежність дохідності портфеля від дохідностей ЦП – складових портфеля.
13. Структура блоку розв'язання "*Given – Find()*".

Практичні питання

14. Чи вичерпується корисність ЦП їх дохідністю?
15. Що таке блокувальний і контрольний пакети акцій?
16. Чи може бути портфель з $|Covar\_12| = \sigma\_1 \cdot \sigma\_2 = \sqrt{Var1 \cdot Var2}$ нульовим ризиком?
17. Чому дорівнює максимальна дохідність портфеля?
18. Чи може дохідність портфеля перевищувати дохідність найбільш дохідного ЦП?
19. Чи може ризик портфеля бути меншим, ніж мінімальний ризик серед складових ЦП?
20. При яких умовах дисперсія портфеля буде менше мінімальної дисперсії складових?
21. Наскільки зросла ціна акції корпорації Майкрософт за останні 20 років? Чому?

Контрольні завдання (для досліджень на комп'ютері)

1. Знайти умову, коли існує портфель з нульовим ризиком.
2. Знайти вираз для параметрів портфеля з мінімальним ризиком (дисперсією).
3. Знайти вираз для параметрів портфеля з максимумом "дохідність/ризик".
4. Знайти вираз для параметрів портфеля оптимального за критерієм $Erp(\omega) - Varp(\omega)$.

3.2 Оптимізація портфеля ризикових цінних паперів

Вступ

Зміст даного підрозділу – робота з документом, призначеним для аналізу і оптимізації портфеля, складеного з ризикових цінних паперів. Цілі:

– отримання знань і навичок для роботи з цінними паперами;

– освоєння інформаційних технологій розробки персональних засобів підтримки рішень в управлінні фінансовими інвестиціями.

Ще раз нагадуємо: *моделі оптимізації, що використовуються і досліджуються в даному розділі, не враховують усі фактори ефектів і ризиків, зокрема не розглядається* "*курсова різниця*", що дає можливість отримання доходів від зміни вартості акцій (дешево купили, дорого продали).

В центрі уваги – управління портфелем: для заданих параметрів ЦП, з яких складається портфель, визначаються:

– максимальна дохідність і відповідна структура портфеля при обмеженні максимально припустимого ризику;

– мінімальний ризик і відповідна структура портфеля при обмеженні мінімально припустимої дохідності.

В обох випадках змінна управління – вектор розподілу капіталу між акціями. Зазвичай параметри акцій змінюються, іноді швидко і суттєво, іноді – прогнозовано, тому процедура розрахунку структури портфеля повинна виконуватись регулярно.

Можна сказати, що в першій задачі ми управляємо дохідністю, а в другій – ризиком, а це управління відносять до екстремального.

Базовий варіант завдання

"ЦП"	"процент"	"ризик"	кореляція
"Артеміда"	12	4	0
"Боінг"	15	2	0
"Вінпух"	27	12	0
"Гетьман"	33	40	0
"О'Бонд"	6	0.0	0

Коментар до вхідних даних
"**процент**" – математичне очікування дохідності цінного папера в процентах; "**ризик**" – стандартне відхилення дохідності цінного папера в процентах; **ОбмПриб**, **ОбмРизик** – обмеження дохідності (не нижче) і ризику (не вище).

Варіанти завдань

"ЦП\Вар"	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
"А"	*12,4*	*12,5*	*12,6*	*12,6*	*12,6*	*13,4*	*14,4*	*15,4*	*13,5*	*14,5*
"Б"	*15,2*	*15,3*	*15,4*	*15,4*	*16,5*	*16,6*	*17,6*	*17,7*	*16,5*	*15,2*
"В"	*27,12*	*27,13*	*27,12*	*27,12*	*27,12*	*27,12*	*27,12*	*27,12*	*27,12*	*27,12*
"Г"	*33,40*	*33,42*	*33,45*	*33,45*	*33,44*	*33,43*	*33,42*	*33,41*	*33,40*	*33,39*
"О'Бонд"	*6,0*	*6,0*	*5,0*	*5,0*	*7,0*	*7,0*	*8,0*	*8,0*	*4,0*	*4,0*
ОбмПриб	*20*	*18*	*16*	*15*	*14*	*28*	*20*	*16*	*10*	*8*
ОбмРизик	*8*	*7*	*6*	*5*	*3*	*3*	*6*	*10*	*15*	*20*

Завдання

Для свого варіанта даних визначити склад та характеристики (дохідність, ризик та ін.) двох портфелів акцій:

1 оптимального за дохідністю при обмеженні ризику;

2 оптимального за ризиком при обмеженні дохідності;

3 дослідити чутливість оптимальних портфелів до зміни характеристик цінних паперів.

Зміст звіту

1. Базова модель портфеля – "дохідність–ризик". 2. Альтернативні критерії оптимізації. 3. Робочі моделі (блоки) оптимізації. 4. Результати оптимізації. 5. Висновки.

Виконання завдання

Задаємо початковий індекс масивів $ORIGIN := 1.$

Крок 1. **Формуємо таблицю** з даних свого варіанта

$$\boxed{Мій\_вар0 := \begin{pmatrix} \text{"Цінні\_Папери"} & \text{"А"} & \text{"Б"} & \text{"В"} & \text{"Д"} & \text{"Об"} & \text{"ОБмД"} & \text{"ОБмР"} \\ \text{"Дохідність"} & 0.22 & 0.14 & 0.10 & 0.08 & 0.06 & 0.17 & 0.08 \\ \text{"Ризик"} & 0.17 & 0.11 & 0.08 & 0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}}$$

і "вирізаємо" з цієї таблиці значення дохідностей Er і ризиків Vr ЦП:

$$Er := submatrix(Мій\_вар0, 2, 2, 2, 5)^T, \qquad Vr := submatrix(Мій\_вар0, 3, 3, 2, 5)^T,$$

задаємо ранжовану змінну "номер ЦП" $J := length(Er)$; $j := 1 .. J$. Для роботи блоку оптимізації задаємо їх *початкові наближення* розподілу $\boxed{\omega p_j := 1 \div J}$ – усіх паперів однаково, та дохідності $rpo := mean(min(Er), max(Er))$.

Описуємо та задаємо вхідні дані задачі. Діапазон очікуваної дохідності портфеля

$\boxed{rpma := \max(Er)}$; $\boxed{rpmi := \min(Er)}$; $\boxed{rpmi := 8\%}$; $\boxed{rpma := 22\%}$.

Модуль мінімізації ризику. Версія для випадку нульової кореляції.

Визначаємо функцію, яку будемо мінімізувати, це – дисперсія портфеля:

$$Fvpo(\omega p, rpo) := \sum_{k=1}^{J} (\omega p_k)^2 \cdot Vr_k .$$

Після ключового слова *Given* записуємо всі обмеження: всі частки акцій в портфелі не можуть бути від'ємними, дохідність повинна дорівнювати заданому значенню.

Given $\omega p_1 \geq 0$; $\omega p_2 \geq 0$; $\omega p_3 \geq 0$; $\omega p_4 \geq 0$; обмеження розподілу $\sum_{k=1}^{J} \omega p_k = 1;$

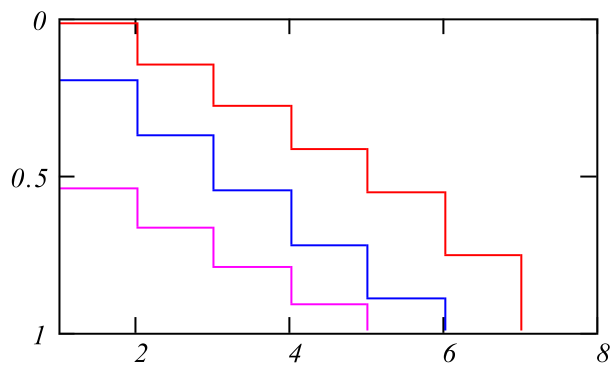
обмеження дохідності $\sum_{k=1}^{J} \omega p_k \cdot Er_k = rpo.$ Визначаємо функцію користувача – залежність параметрів портфеля від дохідності. Аргументи функції *Minimize*: функція, що мінімізується, і змінна оптимізації. Результат: $\boxed{\omega opo(rpo) := Minimize(Fvpo, \omega p)}$ – функція, що "повертає" структуру оптимального портфеля для заданого обмеження *rpo*.

Крок 2. **Мінімізація ризику** $Var[r_p(\omega)]$ при обмеженні дохідності $\boxed{E[r_p(\omega)] \geq Ern}$.

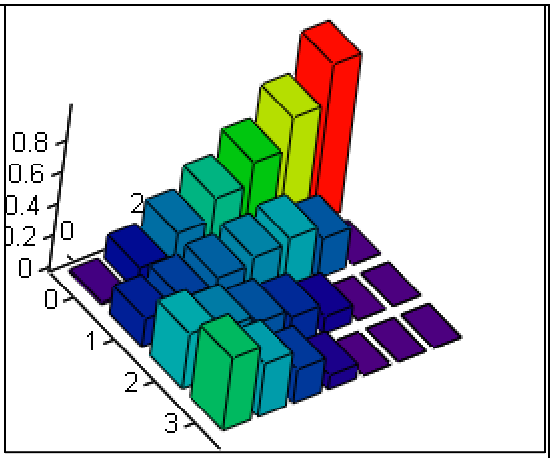
Це власне зроблено вище – ми знайшли оптимальні портфелі для *всіх* можливих значень дохідності. Підставляємо значення обмеження дохідності $\boxed{ОбДох := Мій\_вар0_{2,7}}$ і отримуємо *оптимальний розподіл* капіталу між ЦП: $\omega opt := \omega opo(ОбДох)$. Виводимо результат $\boxed{\omega opt^T = (0.48 \quad 0.33 \quad 0.17 \quad 0.03)}$. Визначаємо дохідність (контроль): $\sum_{j=1}^{J} \omega opt_j \cdot Er_j = 0.17$; $ОбДох = 0.17$. *Резюме*: отримано портфель, що при заданому $\boxed{ОбДох = 17\%}$ має ризик $\boxed{Fvpo(\omega opt, ОбДох) = 5.3\%}$. Зводимо результати в таку табличку:

> **Підсумок.** Очікувані дохідності ЦП $Er^T = (0.22 \quad 0.14 \quad 0.1 \quad 0.08)$.
>
> Розкиди дохідностей ЦП $Vr^T = (0.17 \quad 0.11 \quad 0.08 \quad 0.07)$.
>
> Частки ЦП у складі портфеля $\boxed{\omega opt^T = (0.48 \quad 0.33 \quad 0.17 \quad 0.03)}$.
>
> Така структура портфеля забезпечує мінімальний ризик $Fvpo(\omega opt, ОбДох) = 5.3\%$
>
> при обмеженні дохідності не менше $ОбДох = 17\%$.

Узагальнення. Побудуємо для порівняння декілька оптимальних портфелів для серії значень обмеження дохідності. Задали ранжовану змінну $k := 1..7$. Обчислюємо серію з семи портфелів і формуємо з них матрицю (таблицю): $MP^{\langle k \rangle} := \omega opo(0.08 + 0.02 \cdot k)$. Будуємо графіки (рис. 3.6).



$$MP = \begin{pmatrix} 0.02 & 0.15 & 0.28 & 0.41 & 0.55 & 0.75 & 1 \\ 0.18 & 0.22 & 0.26 & 0.31 & 0.34 & 0.25 & 0 \\ 0.35 & 0.3 & 0.24 & 0.19 & 0.11 & 0 & 0 \\ 0.46 & 0.33 & 0.21 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



MP

Покажіть відповідність між елементами графіків і числами в таблиці (стрілками)

Рис. 3.6. Подання результатів розрахунку структури портфеля

***Крок 3*. Максимізація дохідності** $E[r_p(\omega)]$ при обмеженні ризику $\boxed{Var[r_p(\omega)] \le Vrm}$.

Ця задача є спряженою до попередньої. Копіюємо і модифікуємо відповідні модулі. Змінюємо імена змінних, щоб не було "інтерференції" з попередніми модулями. Заодно обчислимо також *портфель з мінімальною дисперсією*. Задаємо діапазон ризиків: $rpv := rpmi, [rpmi + (rpma - rpmi) \div 30] .. rpma$ і відповідну ранжовану змінну $q := 1..20$; крок обчислень $krok := (rpma - rpmi) \div 30$. Обчислюємо ряд значень вектора функції "дисперсія портфеля": $\boxed{FVP_q := Fvpo[\omega opo(rpmi + krok \cdot q), (rpmi + krok \cdot q)]}$. Мінімальний елемент цього вектора буде $min(FVP) = 0.024$ – це і є мінімальний ризик.

Будемо шукати не одну точку "*максимум дохідності при заданому ризику*", знайдемо функцію, що задає множину таких точок для припустимого діапазону ризиків. Ці точки задають "ефективний край" "яєчної шкаралупи". Описуємо та задаємо вхідні дані задачі. Діапазон дисперсії портфеля $\boxed{vpma := \max(Vr)}$; $\boxed{vpmi := \min(FVP)}$; $\boxed{vpmi = 2.4\%}$; $\boxed{vpma = 17\%}$. Введемо вектор розподілу капіталу між цінними паперами $\omega p = (\omega n_1 \;\; \omega n_2 \;\; \omega n_3 \;\; \omega n_4)$. Це *змінні управління* оптимізаційної задачі. Для роботи блоку оптимізації задаємо початковий розподіл ωp (вище) та початкове значення ризику

$$\boxed{vpt := mean(vpmi, vpma)}.$$

Модуль максимізації дохідності. Версія для випадку нульової кореляції. Визначаємо функцію, яку будемо максимізувати, це – дохідність портфеля:

$$\boxed{Frp(\omega p, vpt) := \sum_{k=1}^{J} \omega p_k \cdot Er_k}.$$

Коментар до цієї функції: вона залежить від вектора розподілу акцій ωp та обмеження *vpt* на рівень ризику портфеля. Але ж *vpt* не входить до правої частини? – Так треба для роботи блоку оптимізації.

Після ключового слова *Given* записуємо всі обмеження: всі частки акцій в портфелі не можуть бути від'ємними, дохідність повинна дорівнювати заданому значенню.

Given $\omega p_1 \geq 0$; $\omega p_2 \geq 0$; $\omega p_3 \geq 0$; $\omega p_4 \geq 0$;

обмеження розподілу $\sum_{k=1}^{J} \omega p_k = 1$; обмеження ризику $\sum_{k=1}^{J} (\omega p_k)^2 \cdot Vr_k \leq vpt$.

Визначаємо функцію користувача – залежність параметрів оптимального портфеля від ризику. Аргументи функції Maximize: функція, що максимізується, і змінна оптимізації

$$\boxed{w_{op}(vpt) := Maximize(Frp, \omega p)}.$$

Тепер підставляємо обмеження на ризик $\boxed{ОбРи := Мій\_вар0_{2,8}}$, $ОбРи = 0.08$ свого варіанта і отримуємо *оптимальний розподіл* капіталу між ЦП $\omega oo := w_{op}(ОбРи)$;

$\boxed{\omega oo^T = (0.629 \quad 0.339 \quad 0.032 \quad 0)}$. Визначаємо ризик (для контролю): $\boxed{\sum_{j=1}^{J} (\omega oo_j)^2 \cdot Vr_j = 0.08}$;

$ОбРи = 0.08$ – збіглося? *Резюме*: отримано портфель, що при заданому ризику $\boxed{ОбРи = 8\%}$ має дохідність $\boxed{Frp(w_{op}(ОбРи), ОбРи) = 18.9\%}$.

Задаємо діапазон зміни ризику (дисперсії) портфеля для побудови графіка портфелів, що при заданому ризику дають максимум очікуваного прибутку:

$$vpv := vpmi, [\, vpmi + (vpma - vpmi) \div 21 \,] \,..\, vpma.$$

Будуємо графік (рис. 3.7), дивимось на нього, *бачимо*: графік лівого краю – портфелі з мінімальним ризиком при даній дохідності; графік верхнього краю – портфелі з максимальною дохідністю при даному ризику; точку (квадрат) портфеля оптимального за дохідністю при обмеженні ризику; точку (коло) портфеля оптимального за ризиком при обмеженні дохідності. Згадаємо поширене серед фінансистів і програмістів правило "не довіряй нікому, в першу чергу – самому собі" – саме це зображено на рис. 3.7. Дійсно, модулі оптимізації не взяті звідкись (в доступній літературі прототипів не знайдено), а зроблені нами, тому в них можуть бути непомітні помилки, – як зроблені нами, так і приховані в математичному пакеті. Ми обчислили лівий край множини портфелів двома способами: як послідовність точок прямої і спряженої задач оптимізації. *Також бачимо*: – точки цих графіків (кружки і ромби) лежать на одній і тій же лінії; – точки оптимальних при обмеженні портфелів теж лежать на цій лінії.

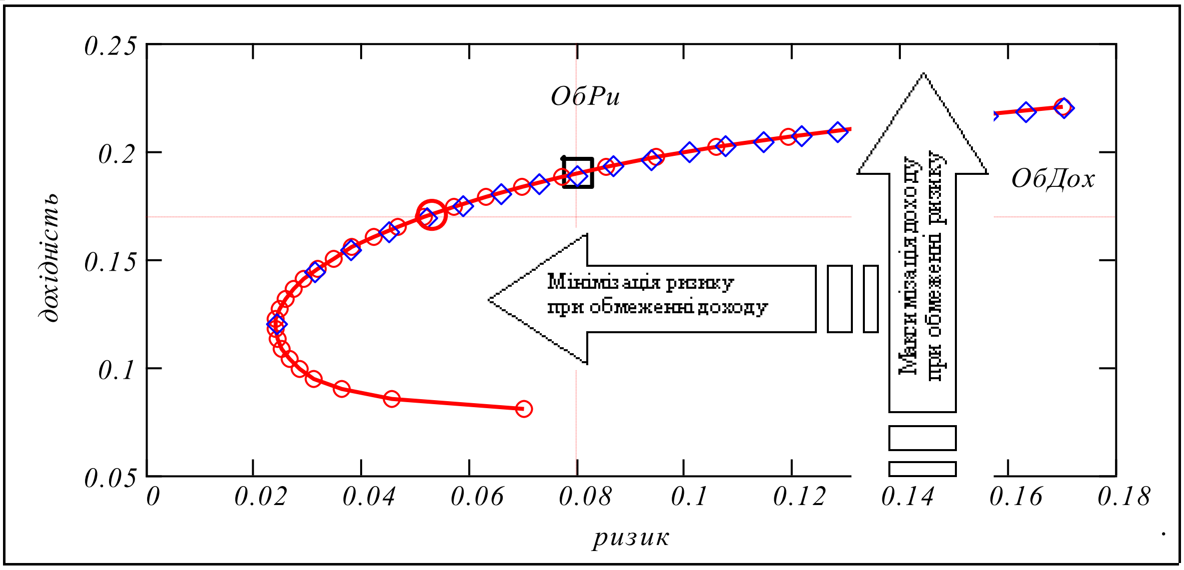


Рис. 3.7. Результати оптимізації пари спряжених задач

Висновки

Зроблена "зайва робота" – потрібну точку "максимум дохідності при заданому ризику" можна було знайти на графіку лівого краю, який отримано раніше.

Проведена важлива робота з побудови альтернативної моделі обчислення ефективного краю множини припустимих портфелів і контролю коректності результатів.

Контрольні запитання

1. Ви маєте оптимальний портфель об'ємом 100 у.о. з дохідністю 15%. Не змінюючи пропорцій розподілу збільшуєте об'єм до 200 у.о. Яка буде очікувана дохідність?
2. Що таке портфель цінних паперів?
3. Що таке "яєчна шкаралупа"?
4. Що таке ефективний край множини припустимих портфелів?
5. Формулювання прямої і спряженої оптимізаційних задач.

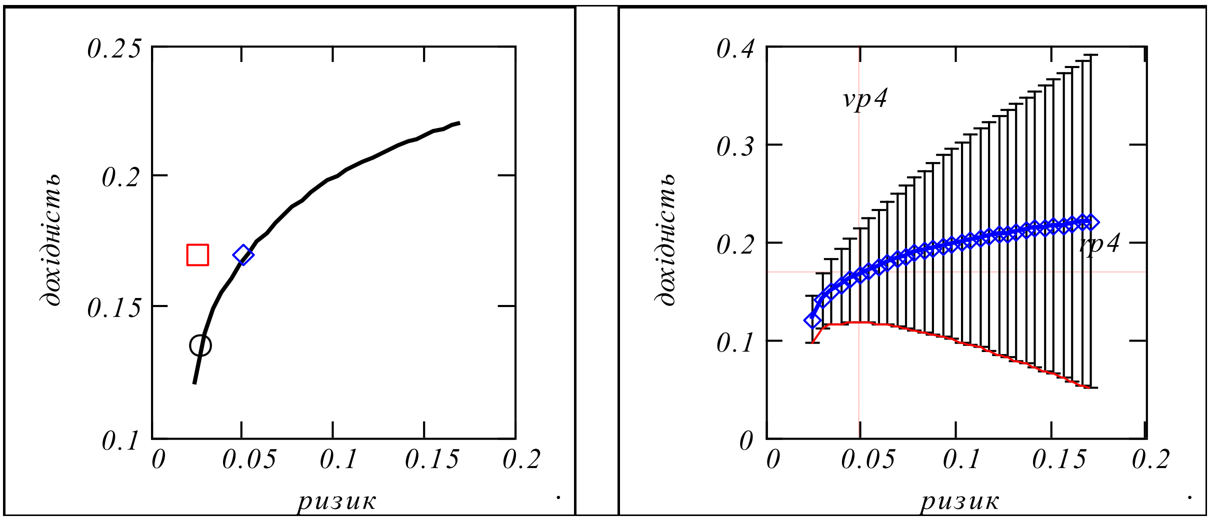
Факультатив

Альтернативи згортання критеріїв дохідності і ризику

Визначте портфелі, оптимальні за такими критеріями

1. Максимізація за критерієм дохідність/ризик = E(rp(w))/Var(rp(w)).
2. Критерій дохідність – ризик = E(rp(w)) – Var(rp(w)).
3. Критерій "мінімум витрат інтелекту" (рівні частки для всіх видів цінних паперів).

Порівняйте ці портфелі. Ось що Ви можете отримати:



3.3 Моделювання і оптимізація комбінованого портфеля цінних паперів

В другой раз будет мне наукой, чтобы не верил случайности ...,
осторожность никогда не бывает излишней,
а излишество вредит.
Я. Гашек „Похождения бравого солдата Швейка"

Вступ

Цінні папери, що мають якусь цінність, тобто є об’єктом операцій на біржах, зазвичай, є підмножиною Парето, тобто акції можна ранжувати за дохідністю і виявиться, що вони також ранжовані за ризиком: чим більше дохідність, тим більше ризик. Можна сказати і так: чим менше ризик, тим менше дохідність. Які ризикові ЦП стоять на початку ранжованої за дохідністю послідовності? – Ті, дохідність, яких перевищує дохідність безризикових ЦП. Природно розглядати можливість включення до портфеля безризикових ЦП.

Ціль роботи – розробка робочих моделей комбінованого портфеля та дослідження властивостей комбінованих портфелів, а також освоєння технологій розв'язання фінансових задач за допомогою комп'ютера.

До *ризикових цінних паперів* відносять акції, що "обіцяють" негарантований дохід у вигляді дивідендів та курсової різниці (при збільшенні ринкової ціни акцій). За рахунок певних локальних (для підприємства, що випустило акції) чи глобальних (нестабільність і спад в економіці) факторів можна не тільки втратити дохід, але й увесь капітал, вкладений в певні акції. До *безризикових цінних паперів* відносять облігації, по яких дехто (держава, банк) гарантує отримання певного доходу, такими є також банківські депозити.

В дійсності між ризиковими і безризиковими цінними паперами немає чіткої границі: акції певної стабільної корпорації, що працює в певному стабільному секторі ринку, можуть бути більш надійним цінним папером, ніж облігації держави в кризовому стані.

В цій частині ми повинні розглянути задачі оптимізації розподілу капіталу між ризиковими і безризиковими цінними паперами. Щоб уяснити суть задачі, розглянемо два приклади. Треба розподілити капітал:

1) між облігаціями з дохідністю 12% і акціями з очікуваною дохідністю 9% і середнім відхиленням (ризиком) 2%.

2) між облігаціями з дохідністю 6% і акціями з очікуваною дохідністю 9% і середнім відхиленням (ризиком) 2%.

В першому випадку рішення очевидне – скласти портфель тільки з облігацій: навіть в кращому випадку акції дадуть 9+2 = 11% < 12%. В другому випадку рішення майже очевидне?: ... навіть в гіршому випадку акції дадуть 9 - 2 = 7% > 6%. Чи так це?

В цьому підрозділі ми розглянемо фундаментальні фінансові і одночасно математичні поняття: *лінію ринку капіталу, теорему Тобіна, ринковий портфель, систематичний ризик.*

Основні результати теорії комбінованого портфеля

В попередньому розділі ми оптимізували портфелі тільки з ризикових цінних паперів. Тепер розглянемо портфелі з однієї ризикової і однієї безризикової позиції. Термін "позиція" може означати і один вид цінних паперів і декілька. Майже очевидно, що у випадку, коли позиція є портфелем, то його слід вибирати тільки серед "ефективних". Позначимо частку ризикової позиції через ω, а безризикової – через (1 - ω). Безризикову процентну ставку означимо через *rf*, а ризикову (очікувану, обіцяну) через *rp*. Очікувана дохідність такого портфеля буде:

$$rx = \omega \cdot rp - (1 - \omega) \cdot rf. \tag{3.3}$$

Нагадаємо, що *E(rf) = rf, Var(rf) = 0, Cov(rp,rf) = 0*, і тому маємо:

$$E(rx) = rf + (E(rp) - rf) \cdot \omega\,; \qquad Var(rx) = \omega^2 \cdot Var(rp)\,. \tag{3.4}$$

Визначаємо ω з другого рівняння (3.4) і підставляємо в перше:

$$\omega = \sqrt{\frac{Var(rx)}{Var(rp)}} = \frac{\sigma(rx)}{\sigma(rp)}\,; \qquad E(rx) = rf + \frac{(E(rp) - rf)}{\sigma(rp)}\sigma(rx)\,. \tag{3.5}$$

Дивимось на останню формулу і бачимо дуже цікаву властивість комбінованого портфеля – *очікувана дохідність лінійно залежить від ризику* (стандартного відхилення). Побудуємо графік цієї лінії на фоні ефективного краю залежності "дохідність – ризик" ризикової частини портфеля. Задаємо значення параметрів і записуємо робочі формули. $\boxed{rf := 10\%}$; $\boxed{Erp := 16\%}$; $\boxed{\sigma rp := 0.04}$; $\sigma rx := 0, 0.01 .. 0.20$;

$$Erx(\sigma rx) := rf + \frac{(Erp - rf)}{\sigma rp}\sigma rx.$$

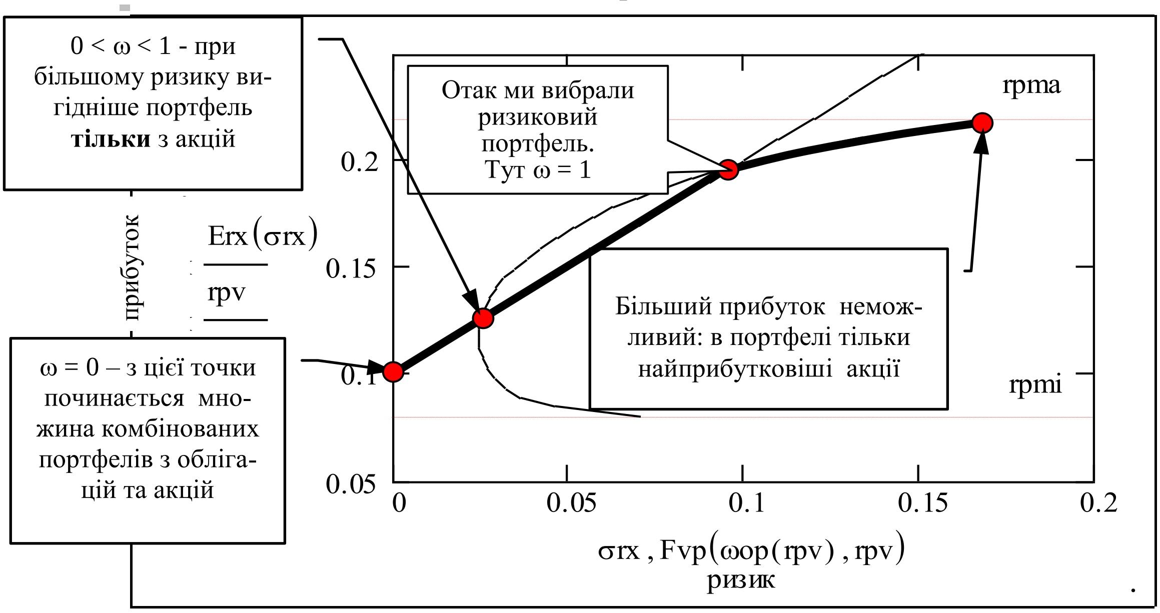


Рис. 3.8. Характеристики довільних комбінованих портфелів

Задача формування портфеля ризикових ЦП – однорівнева задача розподілу ресурсів, а саме – визначення часток капіталу для кожного виду акцій в портфелі на базі критерію поточної дохідності. Задача формування комбінованого портфеля – дворівнева задача розподілу ресурсів, а саме розподілу між ризиковою і безризиковою частинами портфеля і розподілу ресурсів в ризиковій частині.

Подивимось одночасно на формулу (3.5) і рис. 3.8. Ми вибрали певну точку на ефективному краю чисто ризикових портфелів з координатами *Erp* та *ωrp* і відповідним розподілом акцій. Тепер будемо вважати структуру ризикової частини незмінною і пройдемось по всіх виділених точках залежності "ризик–дохідність": *перша*: *ω* = 0 – в портфелі тільки облігації; *друга*: в портфелі акції та облігації, але при більшому ризику вигідніше чисто ризикові портфелі; *третя*: *ω* = 1 – досягли ми вибраного портфеля, при більших ризиках можливі портфелі тільки з акцій; *четверта*: більша прибутковість неможлива, в портфелі залишився тільки один вид акцій – найдохідніших.

Попередній висновок: *не так ми вибрали параметри ризикової позиції комбінованого портфеля.* Дивимось на рисунок 3.9 і чітко бачимо, як це зробити. Серед усіх можливих ліній навіть мінімально розумний інвестор вибере найбільш "круту" лінію (крутизна, тобто нахил цієї лінії дорівнює $(Erp - rf)/\ \omega rp$). За умови, що безризикова ставка менше середньої ризикової, ми не можемо при заданому ризику підвищити дохідність комбінованого портфеля вище портфеля, що знаходиться на *ефективному краю* множини припустимих ризикових портфелів.

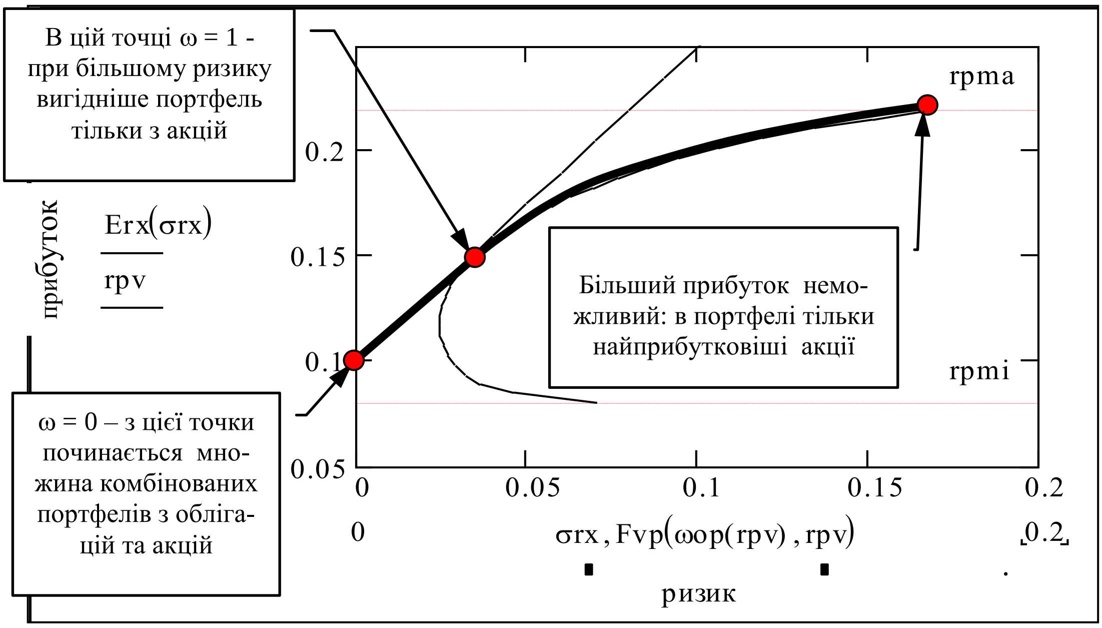


Рис. 3.9. Характеристики оптимальних комбінованих портфелів

Згадаємо, що ми говорили про ступінь несхильності до ризику у різних інвесторів (розділ 3.1). Згідно з цими індивідуальними характеристиками інвестор повинен вибирати на крутій прямій серед комбінованих портфелів з однаковим відношенням "дохідність/ризик" портфель з більшим чи меншим ризиком. Тут *у інвесторів немає вибору* (якщо вони не бажають програвати) – на цій прямій доступна тільки одна точка – на дотичній. Дійсно, серед припустимих ліній найбільш "крутою" очевидно буде *дотична до ефективного краю* чисто ризикових портфелів. Ця лінія називається *лінією ринку капіталу*.

Але у інвесторів є вибір. Це товста лінія на рисунку 3.9. Пройдемось тепер по виділених точках залежності "ризик – дохідність" комбінованого портфеля. Між першою і другою точками вибираються комбіновані портфелі, "золота пропорція" розподілу ω змінюється від 0 до 1. Від другої до третьої точки кращими будуть чисто ризикові портфелі. В залежності від ціни ризику (чи ми ризикуємо 1% нашого капіталу, чи вклали все, що мали), схильності до ризику інвестор вибирає рівень ризику і відповідний йому розподіл.

Освоїмо це експериментально. Задаємо безризикову ставку процента $\boxed{rf := 6\%}$, діапазон $\sigma rx := 0, 0.01 .. 0.20$.

Завдання. Підберіть значення $\boxed{Erm := 14\%}$ та $\boxed{\sigma rm := 0.028}$ так, щоб лінія стала дотичною до ефективного краю. Записуємо рівняння для залежності "ризик – дохідність" (*лінії ринку капіталу*) при зміні частки ризикової позиції в діапазоні: $ww := 0, 0.1 .. 1$ в параметричній формі і звичайній.

$$ERX(ww) := rf + (Erm - rf)\cdot ww\,;\ Erx(\sigma rx) := rf + \frac{(Erm - rf)}{\sigma rm}\sigma rx;$$

$$\sigma RX(ww) := ww\cdot\sigma rm\,;\ \ кут := \frac{Erm - rf}{\sigma rm}\,;\ \ кут = 2.9\ .$$

Змінна "кут" трактується так "2.9% доходу на 1% ризику".

Так ми наочно, з графічною інтерпретацією, прийшли до "розподілу Тобіна" [15]. Ще раз нагадаємо його суть і вплив на суспільство.

В оптимумі *ризикові частки комбінованих портфелів усіх інвесторів мають однакову структуру*, незалежно від їх схильності до ризику. Для суспільства цей факт певний час був антиінтуїтивним і дещо скандальним. Ідентичність структур ризикових компонентів портфелів можна трактувати як наявність *взаємного фонду*, одного портфеля. Цей особливий портфель називається *ринковим портфелем*. Його параметри: очікувана дохідність $E(rm)$ і ризик $\sigma(rm)$ (можна брати квадрат цієї величини – $Var(rm)$).

А тепер визначимо частку ризикової позиції у ринковому портфелі

$$\boxed{\omega_{ризикова} = \frac{\sigma rx}{\sigma rm} = \frac{стандартне\_відхилення\_дохідності\_портфеля\_інвестора}{стандартне\_відхилення\_дохідності\_ринкового\_портфеля}}.$$

Ця формула більш, ніж проста і зрозуміла:

якщо ризик неприпустимий: $\sigma rx = 0$ *– все в облігації,*

якщо припустимий ризик більше ринкового: $\sigma rx \geq \sigma rm$ *– все інвестуємо в акції.*

Нагадаємо, що всі ці і більш складні формули для оцінки портфелів "запаяні" в спеціальні, ручні комп'ютери учасників бірж. Всі параметри постійно ідентифікуються на базі поточних статистичних даних. В факультативі розглянуто ряд показників, що орієнтовані безпосередньо на практичну біржову діяльність [16], це *лінія ринку цінних паперів* – дотична до ефективного краю множини ризикових портфелів (вище ми визначили її графічно), та показник *"бета" – систематичний ризик.*

Висновки

Розроблені робочі моделі, розглянуті методи оптимізації портфеля цінних паперів.

Використання безризикових паперів дозволяє зменшувати ризик (іноді – до нуля), правда, ціною зменшення дохідності.

Отримано узагальнену (з урахуванням облігацій) підмножину ефективних портфелів, але згортка критеріїв дохідності і ризику є ситуативною і проблематичною.

Завжди слід пам'ятати про *найефективніший спосіб зменшення ризику* – ефективно вести і розвивати виробничу систему, що стоїть за певними цінними паперами.

Факультатив. Основні результати класичної теорії портфеля

Вище було подано "інструмент" для моделювання і дослідження певного класу задач з мінімальними поясненнями. Те, що подано далі, за призначенням – *матеріали для самостійної роботи*, за змістом – класична "вища математика фінансів". Подані матеріали є скороченим викладенням в середовищі математичного пакета відповідних розділів підручника "Фінансування та інвестиції" Л. Крушвиця [36]. Бажано, однак, звертатись до першоджерел, наприклад, робіт Г. Марковиця в оригіналі (російська і українська мова раніше не мали відповідної термінології). З українських видань можна виділити: Вітлінський В. "Економічний ризик: ігрові моделі" [23].

Модель оцінки фінансових активів

Чи можна об'єктивно і ефективно визначити ціну усіх "вимог на негарантований потік повернення капіталу" (в перекладі з фінансової мови – це ціна усіх акцій і подібних їм цінних паперів, що можуть принести у майбутньому (завтра, через рік, ...) якісь доходи в формі дивідендів і підвищення ціни акцій – "курсової різниці").

На сьогодні найбільш відома модель оцінки фінансових активів (Capital Asset Pricing Model – CAPM, є український аналог – Модель Оцінки Капітальних Активів – МОКА, однак пізно називати термометр тепломіром). Розробка цієї моделі почалась в 60-і роки в роботах Дж. Линтнера, Ж. Моссіна, У. Шарпа, Г. Марковиця. Теорія досить об'ємна, складна, незакінчена, але працююча. Головна ідея оптимізації набору цінних паперів – *диверсифікація* – має корені в промисловості. Піонером диверсифікації можна вважати Г. Форда – він паралельно з автозаводами організував сільгоспвиробництво. Коли падав попит на автомобілі, він посилав робітників на ферми і навпаки.

В промисловості не обов'язково спад буває загальним. Практики помітили, що в стабільній економіці діє "*правило п'яти пальців*": портфель акцій повинен складатись приблизно з п'яти різних видів акцій. Звичайно один вид дасть надприбуток, ще один – збитки, і три види принесуть те, що прогнозувалося. Іноді бувають галузі-антагоністи: при зростанні виробництва в одній галузі, детерміновано падає виробництво в іншій.

Диверсифікаційна поведінка інвесторів

Ми не обговорювали питання "Скільки саме видів акцій слід брати в портфель?" – 3 чи 33? Зрозуміло, що далеко не всі інвестори обчислюють оптимальний портфель акцій. Мабуть, у світі не знайдеться ні одного інвестора, що тримає оптимальний портфель акцій. Оптимальний портфель – певний ідеальний стан, до якого наближуються реальні інвестори не завжди оптимальними методами. Серед них – *наївна диверсифікація.* Розглянемо проблему прийняття рішень інвестором при створенні портфеля з ризикових титулів при таких реалістичних спрощеннях.

1. Дохідності усіх ризикових титулів мають однакову дисперсію Var.

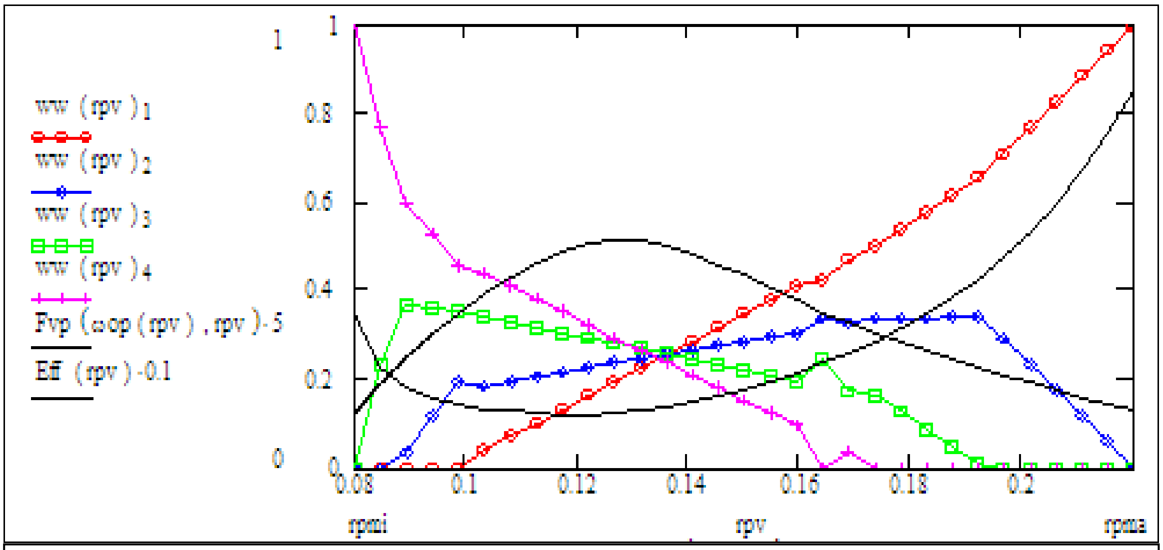
2. Коваріації між дохідностями ризикових фінансових титулів Cov є теж однаковими.

3. Інвестор, виходячи (підсвідомо) з принципів гармонії та економії мислення ділить свій капітал між титулами рівно в пропорції: $\omega j = 1/J$.

Майже неважко отримати вирази для дисперсії "наївного" портфеля. Виходячи із загальної формули (3.2) отримуємо

$$\mathrm{Var}(rp) = \left(\frac{1}{J}\right)\cdot \mathrm{Var} + \left(1 - \frac{1}{J}\right)\cdot \mathrm{Cov}\,.$$

На рис. 3.10 подано (порівняйте з рис. 3.5) – експериментальне підтвердження корисності "наївної" диверсифікації: подивимось на точку, де перехрещуються графіки часток титулів (ці частки дорівнюють 0.25). Ця точка дає приблизно мінімум дисперсії портфеля і приблизно максимум відношення "дохідність/дисперсія" і мінімум витрат інтелекту на отримання оптимального розв’язання.



Це **копія екрана** зроблена 10 років тому, засобами тієї епохи. Сьогодні навіть навмисно важко зробити копію такої низької якості. Першоджерелом для побудови відповідної програми були емпіричні правила, зібрані, переважно, з американських джерел («правило п’яти пальців» та ін.). Це графічне обґрунтування емпіричних правил. Якщо підписи на графіку здаються вам нечіткими, – ви недостатньо освоїли попередні підрозділи.

Рис. 3.10. Залежність ефективності і структури оптимального портфеля від ризику

Систематичний і несистематичний ризики

Бачимо (рис. 3.11), що при кількості видів титулів (цінних паперів) у портфелі J > 6 дисперсія портфеля визначається коваріаціями. Інвестор, що робить ставку на один вид ризикових титулів, має ризик порядку Var. Якщо Var > Cov, диверсифікація корисна. Частина ризику, яку не можна усунути при оптимальній диверсифікації, називається *систематичним* або *ринковим ризиком*. Основна ідея CAPM в тому, що премію за ризик можна отримати, тільки якщо прийняти на себе систематичний ризик. Досконалий ринок капіталу нагороджує (ймовірнісно) тільки за систематичний ризик.

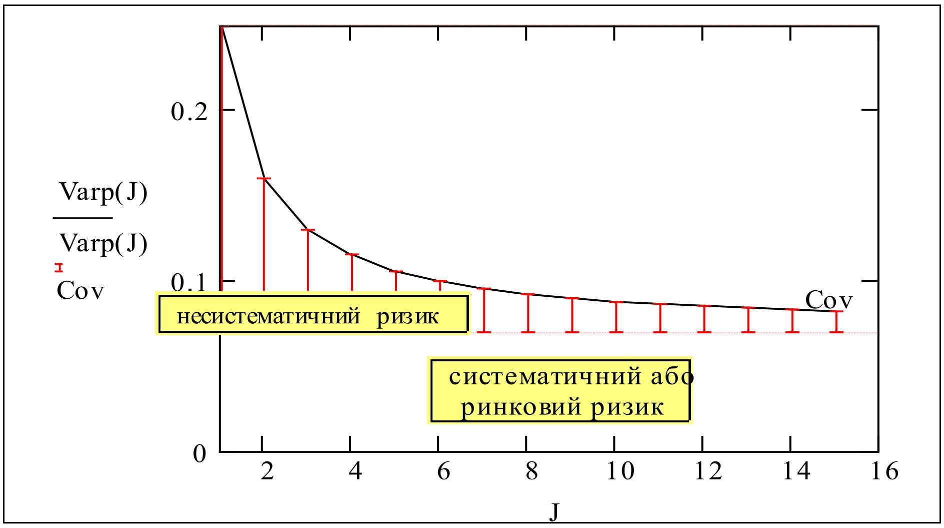


Рис. 3.11. Залежність ризику від кількості (незалежних) видів ЦП в портфелі

Емпіричні критерії перевірки залежності "дохідність – ризик"

Залишаємо ці важливі питання для самостійного вивчення. Рекомендована література – Інтернет, провідні економічні часописи, роботи нобелівських лауреатів з економіки. Фінансово-економічна система, що діє за розглянутими законами, дуже легко може бути зруйнована. В США останні роки йде неперервна серія корупційних скандалів в галузі фінансів: тут і підтримка курсів акцій дезінформацією, фальсифікованими бухгалтерськими звітами, – і некримінальні, але теж неприємні особливості нової економіки – глобалізація, монополізація ринків та ін. Зокрема, поява і швидка зміна нових технологій, нових організацій, щодо яких покупець акцій не має ніякої інформації, крім обіцянок рожевого майбутнього. Це робить фінансовий ринок дуже далеким від досконалого, на якому базуються класичні моделі. Математичні моделі, що ми розглянули, є досконалими і завершеними в формально-логічному аспекті. Але завжди слід пам'ятати – математичних очікувань, дисперсій, на яких базуються моделі, в реальних умовах певним чином не існує. Існують і такі задачі моделювання для "недосконалих" (на жаль – реальних) ринків: *моделі фінансових пірамід* та моделі *ринків з асиметричною інформацією* (коли учасники ринку мають неоднакову інформацію про "товар").

Контрольні запитання

1. Що таке портфель цінних паперів?
2. Що таке "яєчна шкаралупа"?
3. Що таке ефективний край множини портфелів"?
4. Що таке "лінія ринку капіталу", "лінія ринку цінних паперів"?
5. Що таке "ринковий портфель"?
6. Маємо два види акцій – з дохідностями і ризиками (0.05; 0.03) та (0.18; 0.12) і безризикові папери з дохідністю 0.06. Чи будуть в оптимальному портфелі малодохідні акції?
7. Що таке: "ринковий ризик", "систематичний ризик", "несистематичний ризик"?
8. Дайте означення параметрів "лямбда" і "бета".

3.4 Оптимізація комбінованого портфеля цінних паперів

Главное при этом, чтобы всё развивалось систематически.
Во всём должна быть система.
Я. Гашек "Похождения бравого солдата Швейка"

Вступ

Ціль даного підрозділу – *повторення, закріплення і розвиток* знань про комбіновані портфелі цінних паперів. В підрозділі використовуються основні результати з підрозділу 3.3. В електронній книзі легко встановити потрібні зв'язки через гіперпосилання або просто скопіювати потрібні фрагменти з попереднього документа в наступний.

В даній, паперовій версії теж помірно керуємось правилом: потрібну інформацію поставити там, де вона потрібна. Тому певні фрагменти попереднього підрозділу повторені. Друге призначення документа – освоєння орієнтованих на сучасні засоби моделювання технологій побудови персональних систем підтримки рішень. Згадаємо означення термінів.

Ризикові цінні папери – акції, що "обіцяють" негарантований дохід у формі дивідендів та курсової різниці (при збільшенні ринкової ціни акцій). За рахунок певних локальних чи глобальних коливань цін на ринках можна не тільки втратити дохід, але й увесь капітал, вкладений в певні акції. Існують інші види ризикових ЦП.

Безризикові цінні папери – облігації та інші види цінних паперів, по яких дехто (держава, корпорація, інвестиційний фонд) гарантує отримання певного доходу. В дійсності між ризиковими і безризиковими цінними паперами немає чіткої границі: акції певної стабільної корпорації, що працює в певному стабільному секторі ринку можуть бути більш надійними, ніж облігації держави в кризовому стані.

Завдання

На першому етапі роботи (*практичне заняття*) слід провести аналіз змістовної постановки задачі, розробити робочу модель оптимізації портфеля з ризикової і безризикової позицій.

На другому етапі (*лабораторна робота*) реалізується програма та інтерфейс, проводяться розрахунки і дослідження. Розробку слід виконати при мінімальних витратах часу за рахунок копіювання і модифікації зразків-прототипів, вбудованих функцій і методів програмних платформ. Для виконання роботи можна використовувати будь-які поширені програмні середовища - Excel, Mat lab, Mathcad та ін.

Базовий варіант завдання

$$\begin{pmatrix} \text{"ЦП"} & \text{"процент"} & \text{"ризик"} & \text{кореляція} \\ \text{"Артеміда"} & 12 & 4 & 0 \\ \text{"Боінг"} & 15 & 2 & 0 \\ \text{"Вінпух"} & 27 & 12 & 0 \\ \text{"Гетьман"} & 33 & 40 & 0 \\ \text{"О'Бонд"} & 6 & 0.0 & 0 \end{pmatrix}$$

Коментар до вхідних даних
"**процент**" – математичне очікування дохідності цінного папера в процентах; "**ризик**" – стандартне відхилення дохідності цінного папера в процентах; **ОбмПриб**, **ОбмРизик** – обмеження дохідності (не нижче) і ризику (не вище).

Варіанти завдань

"ЦП\Вар"	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
"А"	12,4	12,5	12,6	12,6	12,6	13,4	14,4	15,4	13,5	14,5
"Б"	15,2	15,3	15,4	15,4	16,5	16,6	17,6	17,7	16,5	15,2
"В"	27,12	27,13	27,12	27,12	27,12	27,12	27,12	27,12	27,12	27,12
"Г"	33,40	33,42	33,45	33,45	33,44	33,43	33,42	33,41	33,40	33,39
"О'Бонд"	6,0	6,0	5,0	5,0	7,0	7,0	8,0	8,0	4,0	4,0
ОбмПриб	10	9	8	8	7	14	10	8	6	4
ОбмРизик	6	4	3	2	2	2	3	5	7	10

Завдання загальні

1. Для свого варіанта отримати параметри оптимального комбінованого портфеля.
2. Визначити розкиди майбутнього прибутку.
3. Дослідити вплив на параметри оптимального портфеля зміни безризикової ставки процента.

Зміст звіту

1. Базова модель комбінованого портфеля – "дохідність – ризик". 2. Критерій оптимізації портфеля. 3. Альтернативні методи оптимізації портфеля. 4. Результати оптимізації, висновки.

Виконання роботи

Цей підрозділ базується на даних і математичних моделях, що отримані в підрозділі 3.3. Ці дані можна було отримати через опцію "посилання" (reference в меню Insert). Однак на комп'ютері повинен бути файл-джерело. Щоб зробити цей документ автономним, *копіюємо основні результати попереднього підрозділу* – визначення "ефективного краю". Закриваємо цю частину без пароля. Побудуємо ЛІВИЙ, "ефективний край" множини припустимих портфелів. Його складають точки з розподілом цінних паперів, що *при заданому рівні дохідності дають мінімальну дисперсію (ризик).* Діапазон очікуваної дохідності портфеля $\boxed{rpma := \max(Er)}$; $\boxed{rpmi := \min(Er)}$; $\boxed{rpmi = 8\%}$; $\boxed{rpma = 22\%}$. Введемо вектор розподілу капіталу між цінними паперами $\omega p = \begin{pmatrix} \omega p_1 & \omega p_2 & \omega p_3 \end{pmatrix}$. Останній елемент вектора визначається так: $\omega p_4 = 1 - \omega p_1 - \omega p_2 - \omega p_3$. Це *змінні управління* оптимізаційної задачі. Для роботи блоку оптимізації задаємо їх *початкові наближення* $\boxed{\omega p := (0.25 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25)}$; $\boxed{\omega p := \omega p^T}$ – усіх паперів однаково. Задаємо початкове значення дохідності, для якого знаходиться мінімум ризику $\boxed{rpt := (rpmi + rpma)\cdot 0.5}$; $Ja := length(Er)$. Визначаємо функцію "дисперсія портфеля":

$$Fvp(\omega p, rpt) := \sum_{k=1}^{Ja} (\omega p_k)^2 \cdot Vr_k.$$

Блок мінімізації ризику при обмеженні дохідності. Після ключового слова Given записуємо всі обмеження: всі частки акцій в портфелі не можуть бути від'ємними, дохідність повинна дорівнювати заданому значенню.

$$\text{Given} \quad \omega p_1 \ge 0;\ \omega p_2 \ge 0;\ \omega p_3 \ge 0;\ \omega p_4 \ge 0;\ \sum_{k=1}^{Ja} \omega p_k = 1;\ \sum_{k=1}^{Ja} \omega p_k \cdot Er_k = rpt.$$

Визначаємо функцію користувача – залежність параметрів портфеля від заданої дохідності. Формат функції Minimize: функція, що мінімізується, і змінна оптимізації.

$\boxed{\omega op(rpt) := Minimize(Fvp, \omega p)}$.

Задаємо діапазон зміни дохідності портфеля для побудови графіка "ефективного краю", будуємо залежність відношення "дохідність/ризик" від заданої (бажаної) дохідності портфеля $rpv := rpmi, [rpmi + (rpma - rpmi) \div 30] .. rpma$ (рис. 3.12). Підбираємо значення дохідності $\boxed{rpvM := 0.13}$ з максимальним значенням критерію

$$Eff(rpv) := \frac{\sum_{k=1}^{Ja} \omega op(rpv)_k \cdot Er_k}{\sum_{k=1}^{Ja} \left(\omega op(rpv)_k\right)^2 \cdot Vr_k}$$

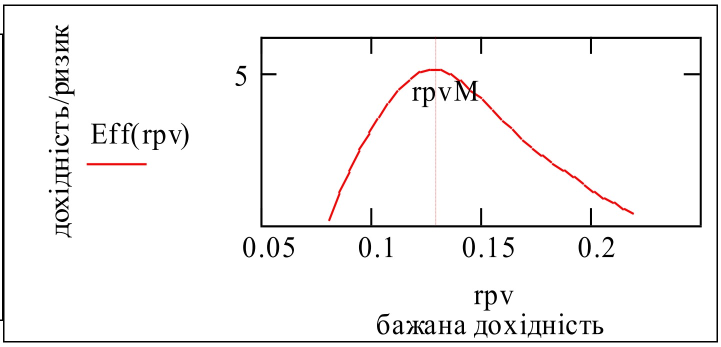


Рис. 3.12. Залежність ефективності портфельних інвестицій від ризику

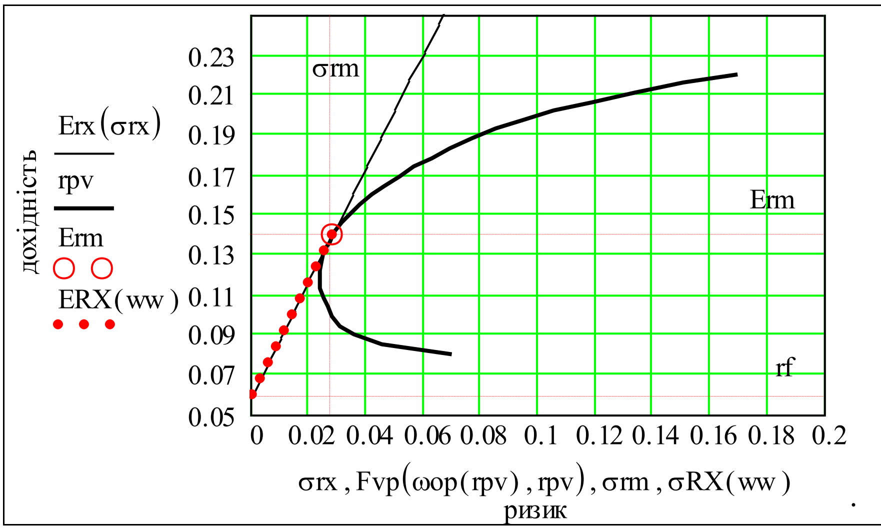
В раціональному оточенні (коли усі розумні і діють оптимально) – більшу дохідність фінансових інвестицій можна отримати тільки при більшому ризику. Інвестору залишається тільки згідно з своєю *схильністю до ризику* вибрати на крутій прямій серед комбінованих портфелів з *однаковим відношенням* "дохідність/ризик" портфель з більшим чи меншим ризиком. *Інвестори можуть вибирати тільки на дотичній до ефективного краю* чисто ризикових портфелів. Ця лінія називається *лінією ринку капіталу*. Освоїмо це експериментально. Задаємо безризикову ставку процента $\boxed{rf := 6\%}$, діапазон $\boxed{\sigma rx := 0, 0.005 .. 0.20}$.

Завдання

Підберіть значення дохідності $\boxed{Erm := 14\%}$ і ризику $\boxed{\sigma rm := 0.028}$ так, щоб лінія стала дотичною до ефективного краю. Записуємо рівняння для залежності "ризик – дохідність" (лінії ринку капіталу) при зміні *частки ризикової позиції (ww)* в діапазоні: $ww := 0, 0.1 .. 1$ в звичайній формі: $ERX(ww) := rf + (Erm - rf) \cdot ww$;

в параметричній формі: $\sigma RX(ww) := ww \cdot \sigma rm$; $Erx(\sigma rx) := rf + \dfrac{(Erm - rf)}{\sigma rm} \cdot \sigma rx$;

де Erx, ERX – очікувана (E) дохідність (r) портфеля інвестора (x); σrx – ризик портфеля інвестора; rf – безризикова ставка на ринку капіталу, Erm, σrm – очікувана дохідність і ризик ринкового портфеля (оптимального). Будуємо графіки (рис. 3.13).



$$кут := \frac{Erm - rf}{\sigma rm}$$

$кут = 2.86$

Змінна "кут" трактується так " $кут = 2.9$ процентів доходу на один процент ризику" за полями сторінки ===> коментар до побудови графіка =>

Рис. 3.13. Побудова лінії ринку капіталу

Так ми наочно, з графічною інтерпретацією, прийшли до "розподілу Тобіна" [36]. Ще раз нагадаємо його суть і вплив на суспільство. В оптимумі *ризикові частки комбінованих портфелів усіх інвесторів мають однакову структуру*, незалежно від їх схильності до ризику. Для суспільства цей факт певний час був антиінтуїтивним ("неймовірним") і дещо скандальним. Ідентичність структур ризикових компонент портфелів можна трактувати як наявність *взаємного фонду*, одного портфеля. Цей особливий портфель називається *ринковим портфелем*. Його параметри: очікувана дохідність $E(rm)$ і ризик $\sigma(rm)$ (можна брати квадрат цієї величини – $Var(rm)$).

А тепер визначимо частку ризикової позиції у ринковому портфелі

$$\boxed{\omega_{ризикова} = \frac{\sigma rx}{\sigma rm} = \frac{стандартне\_відхилення\_дохідності\_портфеля\_інвестора}{стандартне\_відхилення\_дохідності\_ринкового\_портфеля}}$$

Ця формула більш, ніж проста і зрозуміла: *якщо ризик неприпустимий:* $\sigma rx = 0$ – *все в облігації, якщо припустимий ризик більше ринкового:* $\sigma rx \geq \sigma rm$ – *все інвестуємо в акції*. Нагадаємо, що всі ці і більш складні формули для оцінки портфелів "запаяні" в спеціальні, ручні комп'ютери учасників бірж. Всі параметри постійно ідентифікуються.

Зразок виконання завдань

Сформуйте таблицю з даних свого варіанта і підставте СВОЇ значення дохідностей Er і ризиків Vr акцій:

$$\boxed{Мій\_вар0 := \begin{pmatrix} "Цінні\_Папери" & "А" & "Б" & "В" & "Д" & "Об" & "ОБмД" & "ОБмР" \\ "Дохідність" & 0.22 & 0.14 & 0.10 & 0.08 & 0.06 & 0.11 & 0.04 \\ "Ризик" & 0.17 & 0.11 & 0.08 & 0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix}}$$

Увага! *Саме сюди підставте дані свого варіанта*:
вектор очікуваної дохідності $\boxed{Er \equiv (0.22 \quad 0.14 \quad 0.10 \quad 0.08)}$;
та вектор дисперсій акцій $\boxed{Vr \equiv (0.17 \quad 0.11 \quad 0.08 \quad 0.07)}$, з яких складаємо портфель. Робимо "технологічне" присвоєння (з рядків робимо стовпці): $Er \equiv Er^T$; $Vr \equiv Vr^T$.

Розв'яжемо спочатку задачу графічно, в такому порядку: 1) створимо стенд для графічного розв'язання: зону вхідних і вихідних даних та графік (зразок подано нижче); значення ризику і визначаємо структуру оптимального портфеля; 2) знаходимо параметри ринкового портфеля – підбираємо параметри Erm та σrm так, щоб лінія ринку капіталу стала дотичною до ефективного краю ризикових портфелів; 3) знаходимо значення максимальної дохідності при обмеженні ризику і визначаємо структуру оптимального портфеля; 4) знаходимо значення мінімального ризику при обмеженні дохідності і визначаємо структуру оптимального портфеля.

З таблиці даних варіанта беремо значення обмежень для ризику $\boxed{ОбмР := Мій\_вар0_{2,8}}$ і дохідності $\boxed{ОбмД := Мій\_вар0_{2,7}}$; *безризикову ставку процента* $\boxed{rf := Мій\_вар0_{2,6}}$ і виводимо їх для контролю $ОбмР = 0.04$; $ОбмД = 0.11$; $rf = 0.06$.

1. *Підбираємо* параметри ринкового портфеля $\boxed{Erm := 0.13}$ та $\boxed{\sigma rm := 0.025}$ (коло).
2. *Підбираємо* максимальну дохідність при обмеженні ризику $\boxed{Дохмак := 0.155}$ (ромб).
3. *Підбираємо* мінімальний ризик при обмеженні дохідності $\boxed{Ризмін := 0.019}$ (квадрат).

$$Erx(\sigma x) := rf + \frac{(Erm - rf)}{\sigma rm} \cdot \sigma x.$$

Цей вираз отримано так: дивимось на рис. 3.13 і на рівняння "лінії ринку капіталу" в параметричній формі: $ERX(ww) = rf + (Erm - rf) \cdot ww$, підставляємо: $ww = \dfrac{ERX - rf}{Erm - rf}$; $om := \dfrac{ОбмД - rf}{Erm - rf}$; $om = 0.714$.

На рис. 3.14 подано комплекс графіків. Будуємо графік розподілу портфеля на ризикову/безризикову частки. Вище ми визначили $\sigma rm = 0.025$, записуємо вираз для ризикової частки $\omega риз(\sigma rx) := \min[(\sigma rx \div \sigma rm), 1]$.

На цих графіках подане очевидне: точка дотику лінії ринку капіталу до "ефективного краю" дає максимум вирішення "дохідність-ризик" – праворуч подана відповідна залежність. Задаємо ранжовану змінну (номер виду акції) $J := length(Er)$; $j := 1..J$.

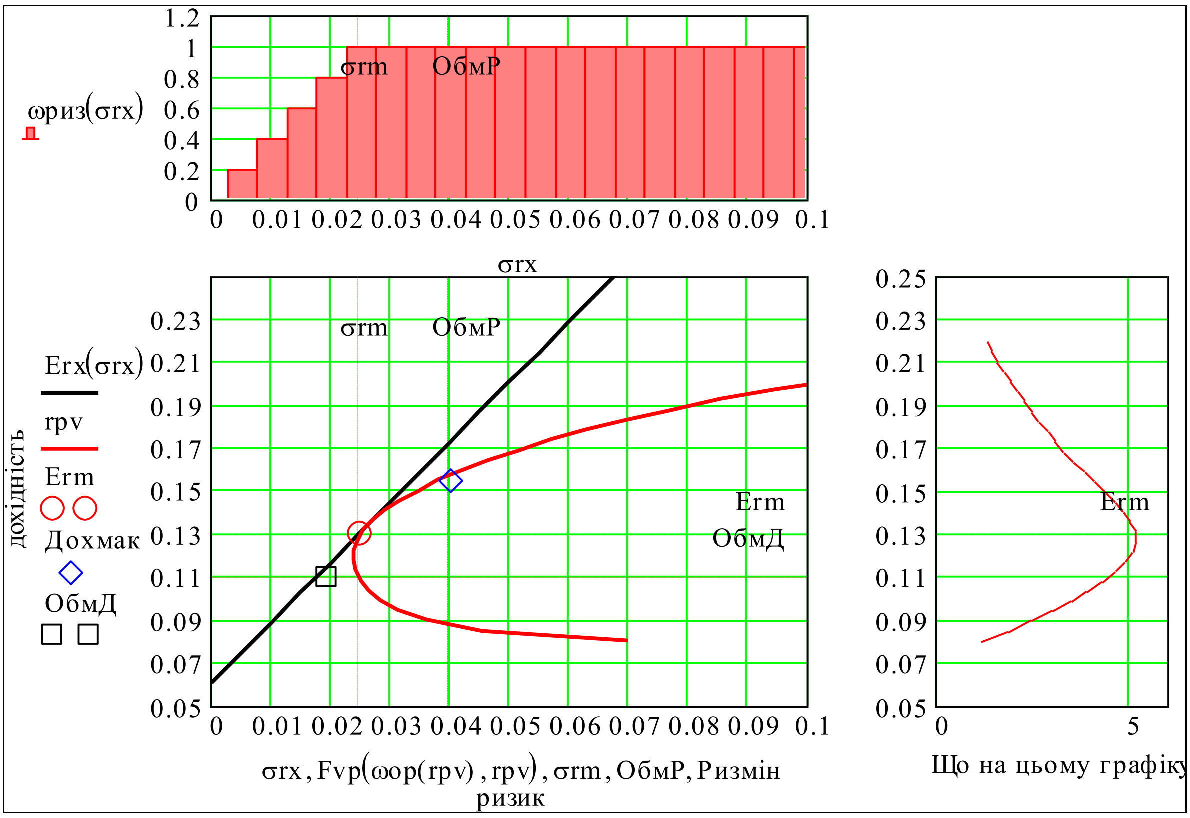


Рис. 3.14. Комплексний аналіз формування комбінованих портфелів

1. Визначаємо структуру *ринкового портфеля* – *розподіл* капіталу між акціями $\omega o := \omega op(Erm)$; Визначаємо дохідність: $\sum_{j=1}^{J} \omega o_j \cdot Er_j = 0.13$; обмеження $Erm = 0.13$ – збіглося? Резюме: ринковий портфель має прибутковість $\boxed{Erm = 13\%}$, розкид (ризик) $\boxed{Fvp(\omega o, Erm) = 2.53\%}$ і структуру $\boxed{\omega o^T = (0.21 \quad 0.24 \quad 0.27 \quad 0.27)}$.

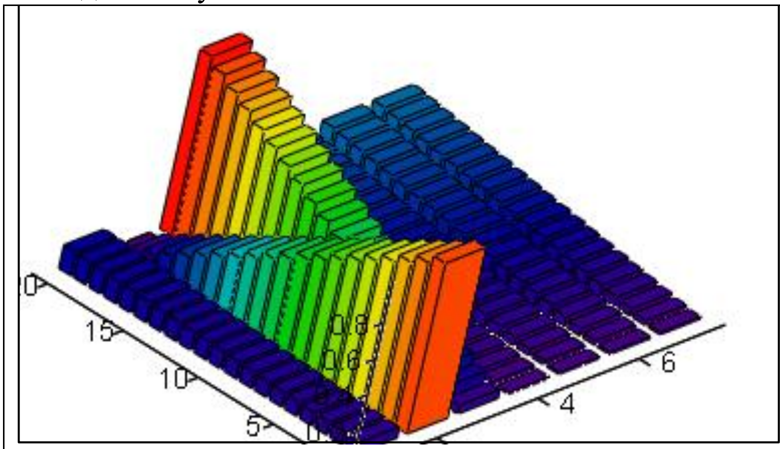
2. Визначаємо структуру портфеля з *максимальною дохідністю* при обмеженні ризику – $\omega d := \omega op(Дохмак)$; Визначаємо ризик (для контролю) $\sum_{j=1}^{J} (\omega d_j)^2 \cdot Vr_j = 0.04$; $ОбмР = 0.04$ – збіглося? Резюме: портфель має прибутковість $\boxed{Дохмак = 15.5\%}$, ризик $\boxed{Fvp(\omega d, Дохмак) = 3.85\%}$ і структуру $\boxed{\omega d^T = (0.38 \quad 0.3 \quad 0.21 \quad 0.12)}$.

3. Визначаємо структуру портфеля з *мінімальним ризиком* при обмеженні дохідності – цей портфель має ризикові папери $om := \dfrac{ОбмД - rf}{Erm - rf}$ (виведення формули за полями) $\boxed{om = 0.71}$ і облігацій $\boxed{1 - om = 0.29}$. Структура *ринкового портфеля*, згідно з "розподілом

Тобіна" буде: $\boxed{\omega o^T = (0.21 \quad 0.24 \quad 0.27 \quad 0.27)}$.

Визначаємо дохідність $om \cdot \sum_{j=1}^{J} \omega o_j \cdot Er_j + (1 - om) \cdot rf = 0.11$; контроль: $ОбмД = 0.11$.

Як підсумок аналізу комбінованих портфелів будуємо тривимірний графік (рис. 3.15). В електронній книзі цей графік можна довільно обертати – для осмислення або відпочинку.



Er =

	1
1	0.22
2	0.14
3	0.1
4	0.08

Vr =

0.17
0.11
0.08
0.07

ωo =

0.215
0.242
0.27
0.273

Рис. 3.15. Залежність структури комбінованого портфеля від ризику

Тому, хто опрацював роботу, неважко виконати **ТЕСТ:**

На тривимірному графіку (рис. 3.15) подано сім графіків. Підпишіть:

– що відкладається по осях графіка,

– що подано на кожному окремому графіку,

– виведіть біля графіка стовпчиками: структуру ринкового портфеля, дохідності і ризики видів ЦП, з яких складається ЦП (це можна зробити за 2 секунди на ПЕОМ).

Висновки

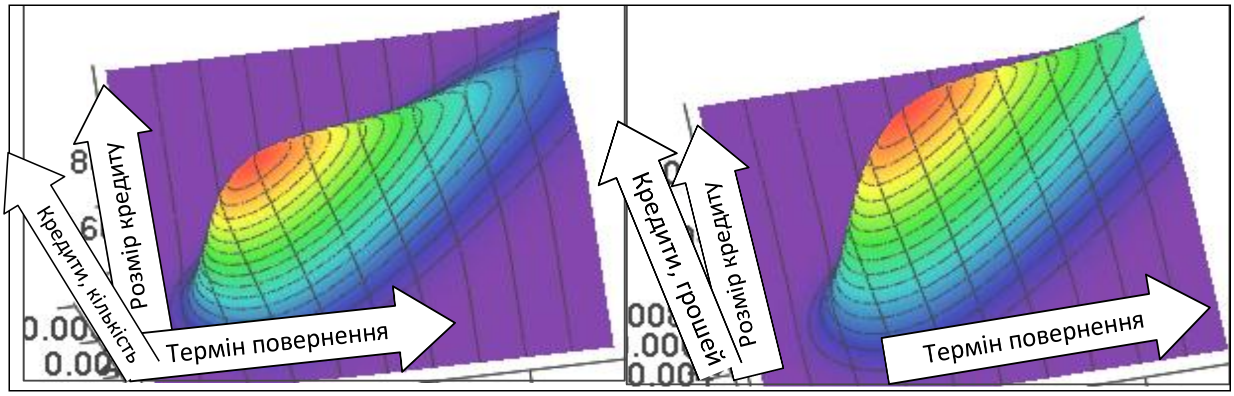
1. Освоєні моделі і методи оптимізації портфеля цінних паперів.
2. Використання безризикових паперів дозволяє зменшувати ризик (до нуля), правда, ціною зменшення дохідності.
3. Отримано узагальнену (з урахуванням облігацій) підмножину ефективних портфелів, але згортка критеріїв дохідності і ризику є ситуативною і проблематичною.
4. Завжди слід пам'ятати про радикальний спосіб зменшення ризику – ефективно вести і розвивати виробничу систему, що стоїть за певними цінними паперами.

Контрольні запитання

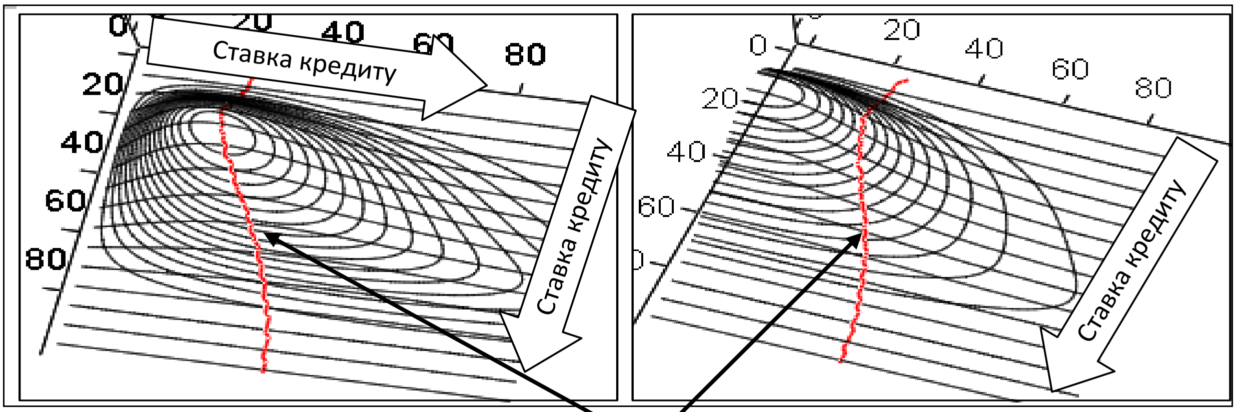
1. Що таке портфель цінних паперів?
2. Що таке "яєчна шкаралупа"? Що таке ефективний край "яєчної шкаралупи"?
3. Що таке "лінія ринку капіталу", "лінія ринку цінних паперів"?
4. Що таке "ринковий портфель"?
5. У вас два види акцій – з дохідностями і ризиками (0.05; 0.03) та (0.18; 0.12) і безризикові папери з дохідністю 0.06. Чи будуть в складі оптимального портфеля малодохідні акції?
7. Що таке "ринковий ризик", "систематичний ризик", "несистематичний ризик"?
8. Дайте означення параметрам "лямбда" і "бета".

Висновки до розділу: конструювання нових моделей для нових задач

Як узагальнення цього розділу та перехід до наступного розділу розглянемо декілька картинок – результатів моделювання і оптимізації кредитного портфеля банку. Це приклад задекларованих нами "нових моделей для нових задач".

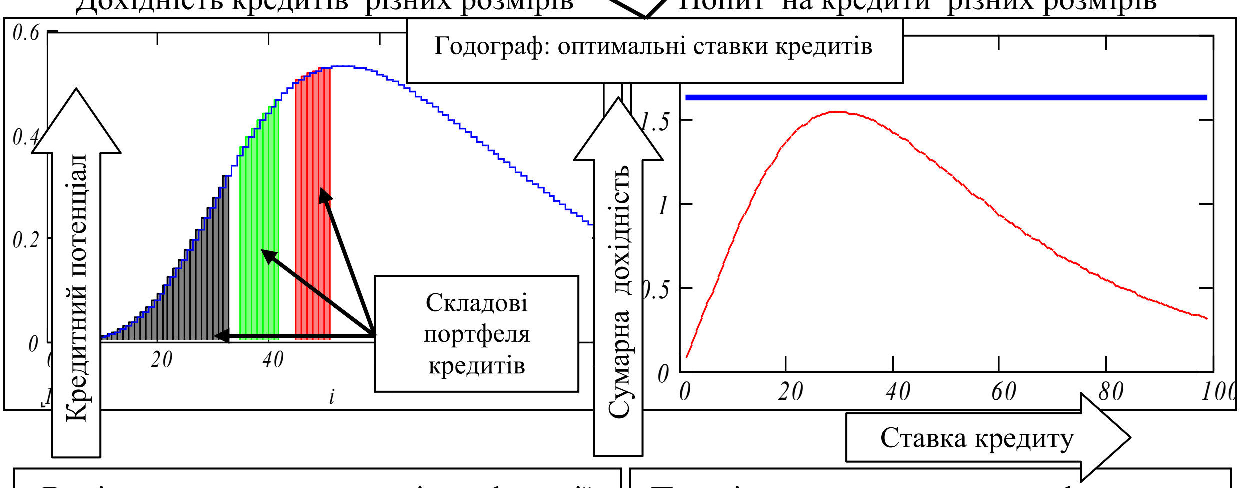


Нечітка модель розподілу частоти кредитів частоти обсягів кредитів



Дохідність кредитів різних розмірів

Попит на кредити різних розмірів



Виділення заданих сегментів на функції розподілу кредитного потенціалу за розміром кредиту. Кредитний потенціал - потенційний попит

Перевірка оптимального портфеля кредитів на наявність суттєвої оптимальності відносно портфелів з постійною ставкою для всіх кредитах

Головна змінна управління – вектор ставок кредитів, класифікованих за розмірами кредитів.

Завдання (***пошук в Інтернеті***). Виконайте пошук аналогів математичних моделей, задач і методів даного розділу (мови пошуку: англійська, російська, українська). Раціонально сформуйте ключі пошуку: ключові слова, назви задач і методів, роботи авторів, цитованість авторів.

4. МОДЕЛЮВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ

Банки інвестують в бізнес клієнтів – надають бажаючим і достойним кредити, клієнти інвестують в банківський бізнес – вкладають свої гроші в депозити. Чи можуть банки довіряти клієнтам, а клієнти – банкам? Чи може банк ефективно управляти потоками кредитів і депозитів для оптимізації власних критеріїв? В чому глобальна роль банків в процесах розвитку соціо-техніко-економіки?

В даному розділі будуються математичні моделі, що є не стільки фундаментом, скільки "точкою росту", "центром кристалізації" для отримання математичних моделей, що зможуть дати задовільні відповіді на поставлені вище питання.

Яка роль банків в економіці взагалі і сучасній економіці зокрема? – Це система для збирання вільних ресурсів і розподілу їх по актуальних напрямках економіки. Це також засіб для підвищення ефективності системи грошового обігу і взаємних розрахунків. Але не можна казати, що це найкраща система, тому що реальних альтернатив банківській системі немає.

Освоєння основ банківської діяльності можна почати з відомого підручника П. Самуельсона. Потім можна перейти до професійної літератури з окремих питань, наприклад: "моделювання банкрутства комерційних банків". Після вивчення та аналізу достатнього обсягу літератури з питань і проблем банківської справи ви відчуєте, що Ваше розуміння банківської справи стало меншим: виявиться, що проблеми банківської справи набагато складніші і "нерозв'язальні", ніж Ви це апріорно уявляли.

Очевидно, слід зробити розумно спрощену досить точну модель функціонування банку, що давала б можливість "погляду згори" на діяльність банку. На моделі можна краще зрозуміти процеси в банківських системах, побачити напрямки вдосконалення моделі. Математичні моделі – інформаційний продукт, подібний програмам, віршам, кліпам. Моделі можуть створюватись за технологіями створення віршів, кліпів, програм. Однак розробка математичних моделей для вибраних фрагментів реальності більше схожа на інший вид діяльності – альпінізм, точніше, прокладання нових маршрутів – з розвідкою, вирубуванням сходинок, навішуванням страховок, а головне, з вибором шляху до дійсної мети, бажано, найлегшим шляхом.

Керуючись аналогіями, досвідом, методологією системного аналізу і методами конструювання математичних моделей [1-20, 33-34, 51-59] визначаємо такий порядок розробки математичної моделі:

1. Збирання словесних описів об’єкта моделювання (лінгвістичної моделі).
2. Розробка графової схеми зв’язків (трансляція лінгвістичної моделі в графову).
3. Розробка блок-схеми моделі як динамічної системи зі зворотними зв’язками, виділення підсистем, тобто трансляція графової моделі в блок-схему.
4. Специфікація входів і виходів – векторів стану, управління і збурень.
5. Розробка і випробування робочих моделей підсистем – в альпінізмі це забивання скельних, льодових та інших крюків на маршрутах та ретельне їх випробування.
6. Збирання і випробування робочої моделі системи (об’єкта моделювання).
7. Отримання знань на віртуальній реальності і розвиток моделі.

Чи можна взагалі побудувати придатну для практики математичну модель такої великої і складної системи? – Можна, якщо не ототожнювати складність поведінки з кількістю елементів. З теорії хаосу відомо, що поведінка системи з двох елементів може бути складнішою, ніж поведінка системи з тисяч елементів. Модель великої системи можна значно спростити, якщо дії елементів випадкові і незалежні, або коли всі елементи діють абсолютно однаково. Далі розглядається приклад побудови досить простої моделі функціонування банку, призначеної не тільки для розуміння, але й для прогнозування і планування.

Порадник фінансиста

4.1 Розробка функціональних модулів моделі банківської системи

Лінгвістична модель діяльності банку

Прописні істини існують для того, щоб їх повторювати. Тому нагадаємо, що згідно з методологією системного аналізу побудова математичної моделі проходить в такій послідовності:

– розробка лінгвістичної моделі – словесного опису об’єкта моделювання,
– розробка графічної моделі (графа, блок-схеми),
– розробка математичної моделі,
– розробка комп’ютерної програми моделювання.

Сьогодні останні два етапи інтегровані: в середовищі математичних пакетів синтаксично коректні формули і рівняння виконуються.

Загальна характеристика діяльності банку

Не розглядаємо функції банків як регуляторів грошового обігу – це не є задачею посібника. Крім того, нова модель для цього аспекту діяльності банків може обвалити всю економічну науку. Процитуємо "Отже, в межах класичної парадигмиЕрроу-Дебре неможливо пояснити існування і закономірності функціонування банківської системи". Тобто, необхідна побудова моделей, що враховують додаткові аспекти фінансово-економічної діяльності, котрі й розробляються в останні десятиріччя [24]. Згідно з існуючими моделями, банки повинні працювати без прибутку, а нові моделі "розробляються за останні десятиріччя" самі собою. Не будемо чекати, зробимо природні моделі, де банки просто бажають заробляти. Розглядаємо банківську справу як вид бізнесу, подібний до торгівлі пивом чи нерухомістю. Банк – це система масового обслуговування. Щоб отримувати прибутки протягом довгого періоду банк повинен надавати *вигідні* для клієнта послуги з гарантованою надійністю і якістю. Діяльність банку проходить в умовах багатьох малих і великих невизначеностей.

Банк надає сотні видів послуг, має тисячі клієнтів і працює в умовах інтенсивної конкуренції банківських і небанківських установ: клієнт може покласти певні кошти на депозит, а може витратити на пиво чи безпрограшне "тотто-лотто". Банк повинен вести складну роботу, щоб зробити поведінку клієнтів більш детермінованою, прогнозованою і позитивною для банку. Одночасно для банківської системи небажаною є ситуація, коли поведінка клієнтів є занадто корельованою: сьогодні усі клієнти раптово і разом беруть гроші з рахунків, потім усі разом вкладають їх...

Банк не зберігає гроші вкладників – він одразу інвестує їх. Для того, щоб більше заробляти, банку необхідно вкладати кошти у досить дохідні і досить малоризикові операції. Більша дохідність спряжена з більшими ризиками. Навіть великі стабільні банки не гарантовані від "безпричинного" банкрутства. Тому в банківській сфері поряд ідуть, майже не перетинаючись, висока теорія і математика (згадаємо роботи Нобелівських лауреатів) і просто інтуїція, природний талант, досвід і незаконні способи дій. Відомого фінансиста Сороса черговий раз засудили до великого штрафу за незаконне отримання інформації про наміри національного банку Франції.

Відомо, що сьогодні значну частину функцій пілотування великого транспортного літака виконує бортовий комп’ютер, точніше – відповідні програми управління. Чи можливе щось подібне для банківських систем? – Можливе. І тут великі переваги має не фінансист чи економіст, а спеціаліст з теорії динамічних систем і управління, якщо буде консультуватись у справжніх банкірів.

Банк – така ж динамічна система, як хімічний реактор (ну хоч би в тому, що може вибухнути), транспортний літак (теж може ввійти в "штопор", якщо буде дуже круто набирати висоту). Єдина різниця – літак залежить від примх стихій, а банк – від примх (настроїв, бажань, сподівань) клієнтів.

Формалізований опис діяльності банку

Банк - система масового обслуговування, яка виконує *триєдину* функцію:

– забезпечує розрахунки між клієнтами;

– приймає грошові *вклади* на різні види рахунків (депозити);

– надає *кредити* бажаючим і достойним на різних умовах, *інвестує* гроші у цінні папери, виробництво, обслуговування, нерухомість і просто в матеріальні цінності – картини, поштові марки, дорогоцінні метали та ін.

Очевидна *задача банку* – максимізувати і стабілізувати свій прибуток. Для цього в першу чергу треба контролювати обсяг і структуру ресурсів.

Особливістю збурень, що діють на банк, є позитивні зворотні зв'язки, простіше, ажіотаж і паніка серед клієнтів. Причиною паніки може бути як діяльність самого банку, так і зовнішні причини: очікування політичних чи економічних криз, дії конкурентів. Звичайно, є способи виходу з таких ситуацій (займи, гарантії центрального банку, гарантії держави), але, як мінімум, банк надовго втрачає репутацію з відповідними наслідками. Сформулюємо дуже стисло і досить змістовно задачі банку.

Тактичні задачі банку: збалансувати потоки кредитів і депозитів, одночасно інвестувати максимум коштів вкладників з максимальною прибутковістю, але сформувати і тримати резерви, достатні для покриття випадкових коливань небалансу вимог грошових потоків від вкладників та позичальників.

Стратегічні задачі банку: збалансовано нарощувати обсяги вкладів (і вкладників) і кредитів (і ефективних позичальників), постійно зменшувати імовірнісні складові (розкиди) грошових потоків, зменшувати витрати на обслуговування, збільшувати власний капітал, стабілізувати клієнтів (створювати умови, коли клієнти не мають причин для переходу в інший банк) і, нарешті, максимізувати власний прибуток.

Засоби управління: процентні ставки на вклади і кредити, асортимент і параметри сервісних операцій, коректна реклама, вибір оптимальних об'єктів кредитування, розподіл фінансових ресурсів в просторі і часі, робота з клієнтами.

І тепер ми можемо уточнити об'єкт нашого дослідження. Бачимо, що розглядати будь-які методи аналізу чи забезпечення стійкості банку як окремого об'єкта непродуктивно. Об'єктом аналізу стійкості повинна бути *система "клієнти-банк".* Назвемо її *банківська система* (не плутаємо з системою банків). Клієнти є головним об'єктом управління і "двигуном" банківської системи.

З практики банківської діяльності відомо, що старі банки Європи та Америки мають клієнтів (організації, сім'ї) зі стажем 50–100 років. Вони фактично зростаються з цими організаціями. Завжди, а сьогодні особливо, різноманітні фірми концентрують зусилля на тому, щоб мати коло своїх стабільних покупців і клієнтів. Це проявляється в термінології, маркетингових гаслах, наприклад, склалося нове поняття: prosumer = consumer + producent – "клієнт–співробітник" – це клієнт, який залучає інших клієнтів (найдешевша і найефективніша реклама), вносить пропозиції з покращення продукції та послуг; і відповідний напрямок маркетингу: "на ринку перемагає фірма, яка має більш інтелектуальних клієнтів".

Побудова графічної моделі банківської системи

Зробимо черговий крок в побудові моделі банківської системи – "транслюємо" формалізований опис в блок-схему (рис. 4.1). Не будемо занадто деталізувати цю схему (це задача наступних етапів). В книжках з банківської справи ви можете знайти багато схем діяльності банку, це майже витвори мистецтва [21]. Нам потім потрібно буде "транслювати" блок-схему в програму моделювання. Тому виділяємо в блок-схемі (рис. 4.1) прямі і зворотні зв’язки, контрольовані дії – управління і неконтрольовані – збурення.

Вхідними діями для банку є потоки депозитів і потоки заявок на кредити. Ці потоки залежать не тільки (не стільки) від банку, але й від зовнішніх причин – загального стану економіки, регіональної кон’юнктури: створення і розширення підприємств, державних витрат на створення комунікацій та ін.

На цій схемі бачимо певну симетрію банківської системи, можемо виділити підсистеми і побачити зв’язки між підсистемами. Бачимо також певну непослідовність: відсутній блок "динаміка розрахунків між клієнтами". Розгляд цього питання залишаємо на наступні етапи побудови моделі.

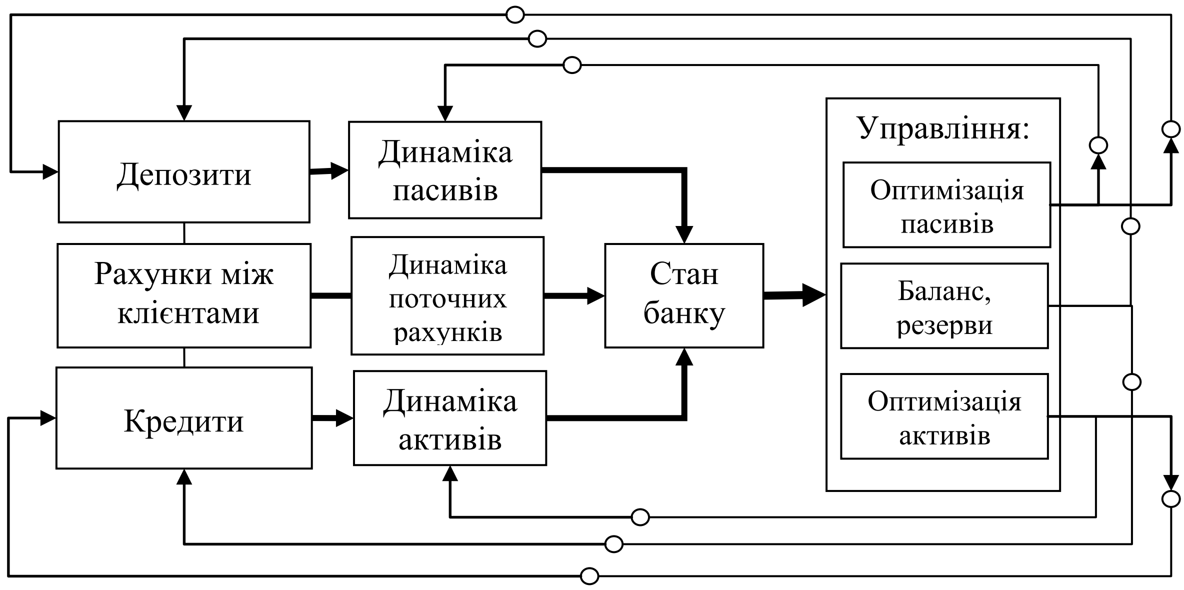


Рис. 4.1. Схема банківської системи

Тепер будемо деталізувати агреговану модель банку по частинах – розглянемо підсистеми "депозити" і "кредити", "управління".

Графічна модель підсистеми "кредити"

Зробимо черговий крок в побудові моделі банківської системи – деталізуємо схему підсистеми "кредити". Для термінів "вхідний темп кредитів", "вихідний темп кредитів" ми формуємо словесні описи і графіки зміни відповідних величин в часі. Реальні шляхи побудови моделі включають зворотні зв’язки: численні повернення назад для уточнення, а іноді для того, щоб "почати все з початку і зробити все зовсім інакше". Інакше це називається "метод проб і помилок" або "вчимось на помилках". В реальності спочатку щось робиться невідомо як, немовби без методології і правил, а потім канонізується.

Відійдемо від лінійної логіки побудови моделі: заповнимо елементи блок-схеми не рисунками "від руки", а графіками і формулами, що взяті від вже зробленої програми. Це логічно, бо реальні процеси розробки є циклічними – з поверненням до попередніх етапів і переробкою моделі.

На рис. 4.2 подано схему перетворення темпу кредитів. Для прикладу взято тестовий *детермінований потік з лінійним і сезонним трендом*. Розглядаємо простішу форму повернення кредитів: рівними частками протягом середнього терміну кредитування. Вхідний потік (темп) надання кредитів породжує потік повернення кредитів. Різниця між вхідним і вихідним потоками – це поточний баланс по кредитах. Одразу бачимо одну з цілей регулювання потоку кредитів: *збалансування потоків видачі і повернення кредитів.* Ідеальна ситуація, коли повернуте дається іншим клієнтам-позичальникам. Потім необхідно буде врахувати ймовірнісний характер повернення кредитів. Це особливо актуально для умов банківської діяльності на Україні: ще недавно 50% кредитів не повертаються взагалі. Через це і тому що певні банки бажають мати високі прибутки без зайвих зусиль, кредитна ставка в Україні є вище середньої світової.

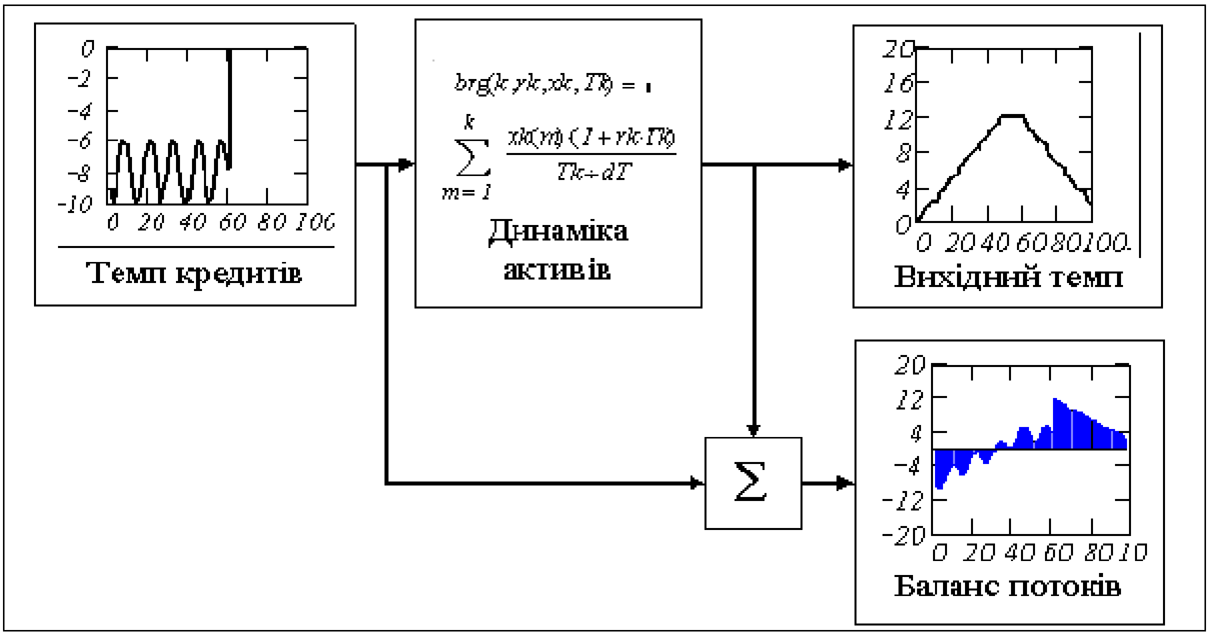


Рис. 4.2. Схема підсистеми "кредити"

Графічна модель підсистеми "депозити"

Аналогічно деталізуємо підсистему "депозити". На рис. 4.3 подано схему перетворення темпу депозитів. Для прикладу взято тестовий детермінований потік з лінійним і сезонним трендом.

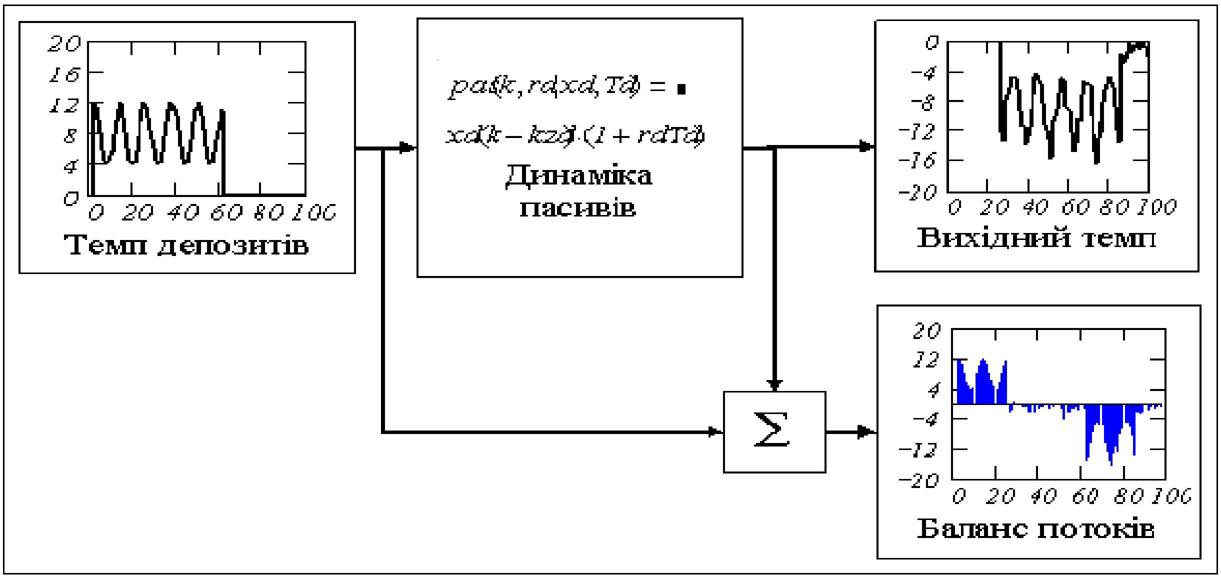


Рис. 4.3. Схема підсистеми "депозити"

Розглядаємо таку форму роботи клієнта з депозитами: в плановий термін клієнт не забирає депозит, а продовжує його термін або забирає частково. Причини цього в тому, що клієнти відкривають депозитні рахунки для сплати майбутніх витрат з певними резервами. Якщо клієнт довіряє банку і фінансовий стан його покращується, то загальний обсяг депозитних рахунків буде зростати. Тому вихідний темп депозитів матиме додаткову невизначеність. Різниця між вхідним і вихідним потоками – поточний баланс по депозитах. Природна ціль регулювання депозитів – збалансування вхідного і вихідного потоків. Ідеальною є ситуація, коли з нових депозитів сплачуються попередні.

Графічна модель комплексу "кредити – депозити"

Ми вже явно і неявно проілюстрували необхідність збалансування усіх потоків в часі і просторі. Це не метафора: "в часі" означає збалансування вхідних і вихідних потоків, "в просторі" означає збалансування потоків кредитів і депозитів, а також потоків від окремих клієнтів і груп клієнтів. На рис. 4.4 подано схему утворення поточного балансу банку як суми балансів потоків кредитів і депозитів. Нагадуємо, що подані на рис. 4.4 графіки: а) не нарисовані, а побудовані програмою; б) є прикладом обробки тестових залежностей – потоків з лінійними і сезонними трендами.

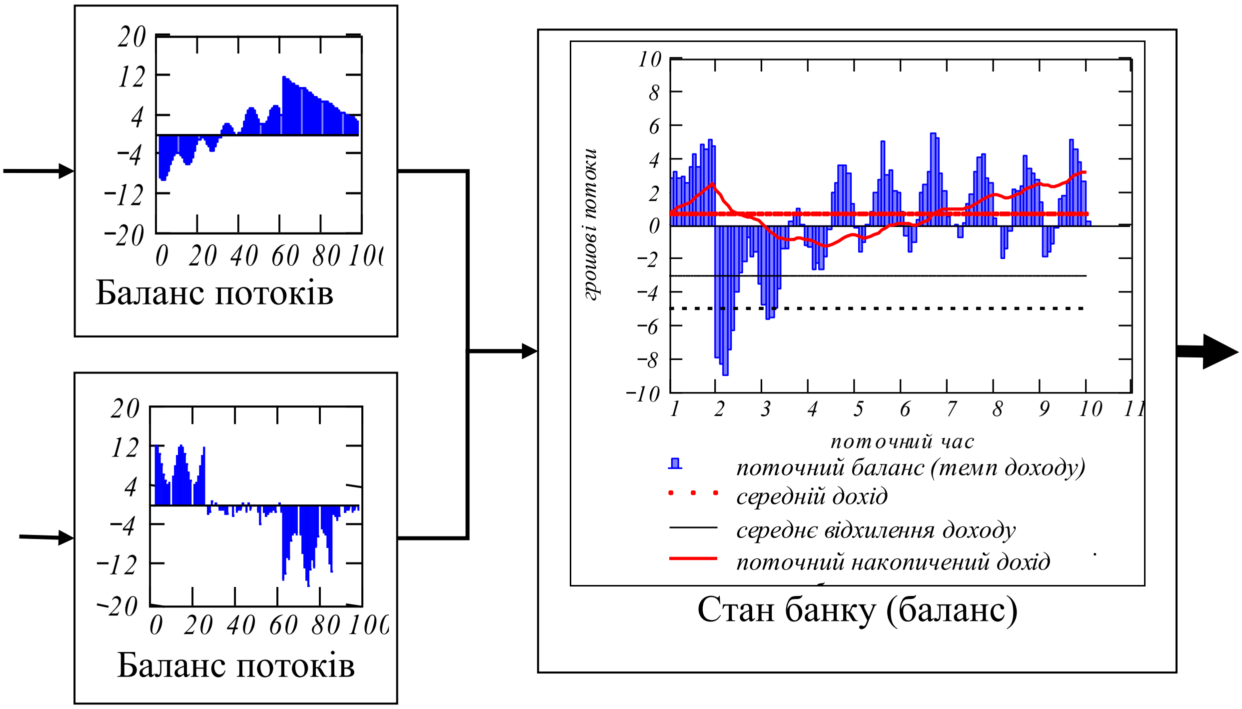


Рис. 4.4. Схема системи "депозити – кредити"

Зауваження. Нагадаємо, що вхідні потоки кредитів і депозитів є випадковими процесами, в яких можна виділити за допомогою регресійного аналізу детерміновані складові – лінійний тренд (обумовлений, наприклад, зростанням економіки) і сезонний тренд "зима-літо". Можна в реальних потоках виділити ще імпульсні детерміновані складові – різдво, День знань, День космонавтики та ін.

Побудова системи моделей банку

Чи можна розглянутим блок-схемам банківської системи поставити у відповідність рівняння? Можна!, бо на цих схемах вже подано графіки, що розраховані за саме цими рівняннями.

Специфікація змінних

В цьому розділі ми будуємо значно спрощену модель банківської системи. Однак ми далі будемо наближувати цю модель до реальності – враховувати більше факторів. Подаємо специфікацію змінних не тільки для спрощеної моделі, але і для розширених моделей. Будемо розглядати стан банку в дискретні моменти часу (щодня, щомісяця). Вводимо змінні і параметри (пам’ятаємо, що "змінна", "параметр" – ситуативні поняття) математичної моделі.

Пасиви Ds – сума поточних рахунків і строкових вкладів (депозитів) та ін., темп пасивів Df (.) – похідна (швидкість зміни пасивів).

Активи Ks – сума позик (кредитів), векселів, облігацій та ін., темп активів Kf (.) – похідна (зміна активів за одиницю часу).

Процент банку на вклади rd. *Процент банку на кредити* rk.

Середній процент фінансового ринку: *на вклади* rdm, *на кредити* rkm.

Процент зростання економіки rE. *Процент інфляції* ri.

Темп повернення кредитів dvk. *Параметр* (відносна амплітуда) *сезонності* sez.

Темп пасивів (вкладів) $Df[rE,(rd-rdm),(rd-ri),dvk,sez]$.

Темп попиту на кредити $Kfp[rE,(rk-rkm),(rk-ri),sez]$.

Темпи пасивів і попиту на кредити – певні функції від визначених вище змінних.

Це швидкості зміни (похідні) пасивів і активів банку. Перейдемо тепер до визначення робочих (= функцій і програм пакета) математичних моделей (залежностей між змінними).

Розробка моделі повернення кредитів

Кредити, процеси кредитування мають юридичні, фінансові, економічні аспекти. З позицій теорії управління процес кредитування – це функція, що перетворює вхідний темп кредитів (вхід) у темп повернення кредитів (вихід). В даній спрощеній і агрегованій моделі вважаємо, що кредит в середньому береться на термін *Tk* і повертається рівними частками протягом цього періоду з урахуванням плати за кредит (процентів).

Зробимо і випробуємо спочатку простішу модель – без складних процентів. Задаємо вхідні дані: ставка кредиту $\boxed{rk := 0.1}$; період моделювання $\boxed{Tp := 10}$ (років); середній термін повернення кредиту $\boxed{Tk := 4}$; число кроків моделювання $\boxed{Np = 120}$; номер кроку $k := 1..Np$; тривалість кроку $\Delta t := Tp \div Np$; $\Delta t = 0.083$ року = місяць. Припускаємо (це не принципово), що усі операції (видача кредитів, повернення боргів та ін.) виконуються раз на місяць. Задаємо декілька тестових залежностей функцій темпів кредитів:

$$xk0(k) := 10\cdot(k = 6); \qquad xk1(k) := (20-k)\cdot(k < 21);$$

$$xk2(k) := \left(7.5 + 2\cdot sin\left(0.166\pi\cdot k\right) + rnd(1)\right)\cdot(k < 61).$$

Робимо функцію темпу повернення кредитів (фактично це дискретна форма інтеграла згортки для обчислення реакції динамічної системи на довільний вхідний сигнал).

$$brg(k,rk,xk,Tk) := \sum_{m=1}^{k} \frac{xk(m)\cdot(1+rk\cdot Tk)}{Tk}\cdot\left(\frac{Tp}{Np}\right)\cdot\left[(k-m)\cdot\left(\frac{Tp}{Np}\right) < Tk\right].$$

Задаємо два значення середнього терміну повернення кредитів $Tk1 := 4,\ Tk2 := 2$. Вводимо "баланс по кредитах": $bakr(k,rk,Tk) := brg(k,rk,xk2,Tk) - xk2(k)$.

Перевіряємо, чи дійсно банк отримує більше грошей, ніж віддає в кредити, робимо таку функцію:

$$Повернули(Tk) := \left(\sum_{i=1}^{Np} brg(i,rk,xk2,Tk)\right) \div \left(\sum_{i=1}^{Np} xk2(i)\right);$$

$Повернули(2) = 1.199$; $Повернули(4) = 1.406$ – прокоментуйте ці результати.

Зробимо версію темпу повернення кредитів на базі вбудованої функції пакета $pmt\left(\frac{процент}{числ\_пер\_рік}, число\_періодів, борг\_стартовий, борг\_кінцевий\right)$. Число періодів виплати боргу дорівнює $Npk := Tk \div \Delta t$. Для $Tk = 4$ років, $\Delta t = 0.083$ (один місяць) маємо $Npk = 48$ періодів. Ця функція розраховує розміри виплат боргу на кредити рівними частками до кінця терміну повернення і *з урахуванням складних процентів*. Модифікуємо базову функцію.

$$brgs(k,rk,xk,Tk) := -\sum_{m=1}^{k} pmt\left[rk \div \left(\frac{Np}{Tp}\right), \left(\frac{Tk}{Tp}\cdot Np\right), xk(m), 0\right]\cdot\left[(k-m) < \left(\frac{Tk}{Tp}\cdot Np\right)\right].$$

Накопичений баланс на кредити $sbk_k := \sum_{i=1}^{k} bakr(i,rk,Tk)$. Будуємо графіки (рис. 4.5).

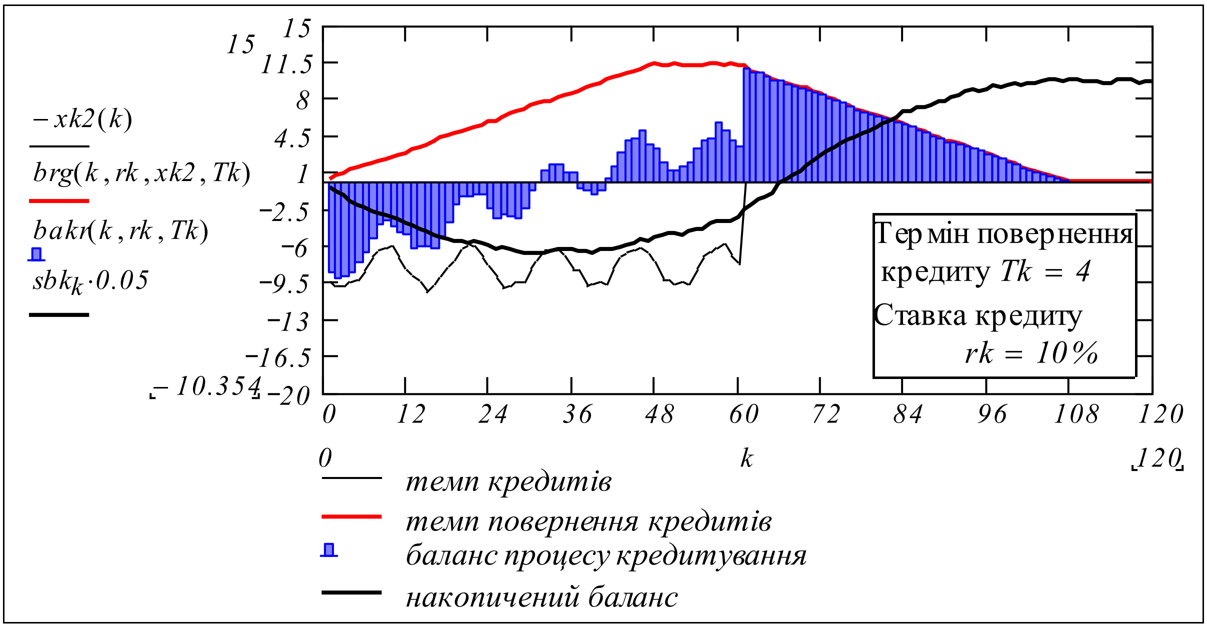


Рис. 4.5. Динаміка процесу кредитування. Приклад

Порівняємо тепер способи повернення кредитів з нарахуванням простих і складних процентів. Задаємо значення параметрів $\boxed{rk1 := 0.16}$; $\boxed{Tk1 := 3}$ (спробуйте змінювати їх), будуємо графіки, порівнюємо.

Темп повернення депозитів

Побудуємо тепер модель перетворення потоку депозитів. У кредитів і депозитів є певна симетрія: за кредити банк бере відсотки, на депозиті – сплачує відсотки. Одні клієнти беруть кредити з умовою повернення в певний термін, інші клієнти кладуть кошти на депозити з умовою не брати їх певний термін.

Використаємо ж цю симетрію для побудови функції, що перетворює темп депозитів (вхід) у темп виплати (повернення) депозитів (вихід). В даній спрощеній і агрегованій моделі вважаємо, що депозит в середньому кладеться на термін *Td* і повертається з певною ймовірністю з урахуванням доходу клієнта (процентів).

Зробимо і випробуємо спочатку простішу модель – без складних процентів. Задаємо вхідні дані: ставка депозиту $\boxed{rd1 := 0.12}$; період моделювання $\boxed{Tp := 10}$ (років); середній термін депозиту $\boxed{Td := 2}$; число кроків моделювання $\boxed{Np = 120}$; номер кроку $k := 1..Np$; тривалість кроку $\Delta t := Tp \div Np$; $\Delta t = 0.083$ року = місяць. Залишкова частка депозиту $\boxed{nakop := 0.0}$. Припускаємо (це не принципово), що всі операції (приймання депозитів, виплата депозитів та ін.) виконуються раз на місяць. Задаємо декілька тестових залежностей функцій темпів депозитів: постійна складова $po := 8$, амплітуда сезонних коливань $am := 2$

$$xda(k) := 10\cdot(k = 6);\quad xdb(k) := (20-k)\cdot(k < 21);$$
$$xd2(k) := \left[po + am\cdot sin\left[\left(om\pi\cdot k\right) + 1\right]\right]\cdot(k < 61);$$
$$xk2(k) := \left[po + am\cdot 2\cdot sin\left[\left(om\pi\cdot k\right) + 1\right]\right]\cdot(k < 80).$$

Робимо функцію темпу повернення виплати депозитів клієнтам. Враховуємо випадковість процесу – клієнт може залишати щось на рахунку, продовжити термін депозиту. На рис. 4.6 подано текст програмного модуля.

$$pas2(rd, xd, Td) := \begin{array}{|l} ORIGIN \leftarrow 1 \\ kzd \leftarrow round\left(\frac{Td}{Tp}\cdot Np\right) \\ zald_1 \leftarrow 0 \\ xdd_1 \leftarrow xd(1) \\ for\ k \in 1..Np \\ \quad \begin{array}{|l} vypadko \leftarrow rnd(nakop) + (1 - nakop)\cdot qq \\ xdd_k \leftarrow \begin{array}{|l} xd(k)\ \ if\ k < kzd \\ xd(k) + zald_{k-1}\ \ otherwise \end{array} \\ pas1 \leftarrow \begin{array}{|l} 0\ \ if\ k < kzd \\ xdd_{k-kzd}\ \ otherwise \end{array} \\ pas2 \leftarrow pas1\cdot(1 + rd\cdot Td) \\ pas3 \leftarrow pas2\cdot vypadko \\ zald_k \leftarrow pas2 - pas3 \\ vyx^{\langle k \rangle} \leftarrow stack\left(xd(k), xdd_k, pas3, zald_k\right) \end{array} \\ vyx \end{array}$$

Рис. 4.6. Текст програми для вихідного темпу депозитів

Бачимо, що програма виводить масив 4×Np – послідовність векторів стану. Складові вектора стану:

$xd(k)$ – вхідний потік депозитів;

xdd_k – повний потік депозитів з урахуванням залишків депозитів;

$pas3$ – потік повернення депозитів з урахуванням ставки депозитів;

$zald_k$ – потік залишків депозитів.

Вводимо ставку депозиту $\boxed{rdd := 0.10}$. Обчислюємо дані для побудови графіків

$$By1 := pas2(rdd, xd2, Td)\ ; \quad bde1(k) := -By1_{3,k} + By1_{1,k}\ ; \quad sbd_k := \sum_{i=1}^{k} bde1(i)\ .$$

На рис. 4.7 подано графіки для цієї залежності. Подивимось на ці графіки як на перетворення певного вхідного темпу депозитів у вихідний. Вхідний темп – постійна плюс сезонна складові, – що закінчується на 85-му кроці. Вихід – дзеркальне відображення вхідного потоку, зсунуте в часі на тривалість депозиту і збільшене пропорційно ставці депозитів. Дивимось на баланс вхідного і вихідного темпів.

Бачимо, що при наявності стабільного вхідного потоку баланс – це відносно невеликі кошти – виплати процентів на депозити. Таким чином, відділ депозитів повертає депозити, в основному, за рахунок нових депозитних вкладів. Задумаємось, в яку сторону йдуть грошові потоки темпу балансу "вхід – вихід".

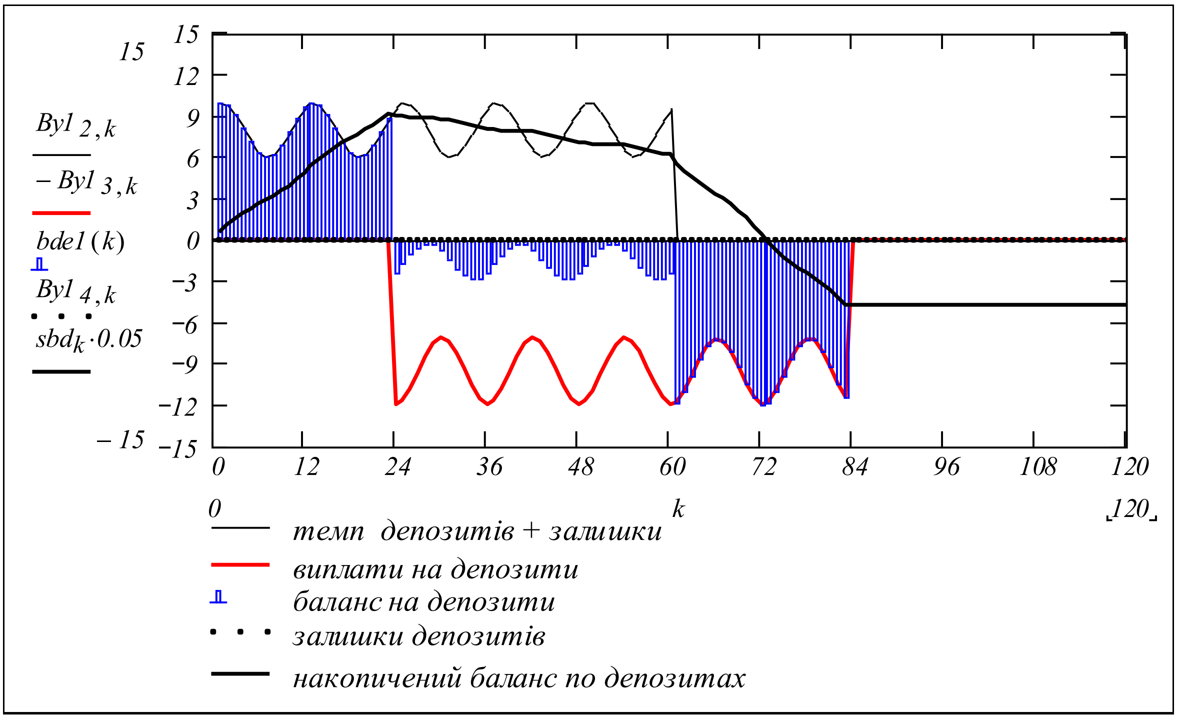


Рис. 4.7. Динаміка потоку депозитів

Нагадаємо, що це занадто проста модель депозитів, але це тільки перша сходинка в системі моделей, а подані графіки – просто тестові залежності для перевірки "синтаксичної" коректності моделі. В діяльності банку малоймовірними є раптове припинення чи збільшення потоку депозитів, але модель повинна бути працездатною і в таких умовах.

Баланс темпів депозитів і кредитів

Перейдемо тепер до побудови балансу банку. Об'єднаємо поточні баланси активів і пасивів. Обчислимо умовний накопичений дохід банку, середній баланс, максимальні відхилення та дисперсію. Біля графіків розмістимо блок вхідних і вихідних параметрів банківської системи. З цією моделлю можна експериментувати в термінах входів і виходів, ставити і аналізувати задачі стійкості банку.

Різниці між вхідними і вихідними потоками підсистем "депозити" і "кредити" ми назвали "балансами" і декларували необхідність зведення їх до нуля. Це не зовсім точно. В цих балансах можна виділити певні складові, що не можуть бути або не повинні бути нульовими – це витрати на депозити і доходи від кредитів.

Відійдемо від банківської тематики, розглянувши аналогічну систему матеріального виробництва. Пива, наприклад. Тут теж можна виділити підсистему, яка де тільки можна скуповує, за мінімально можливими цінами, ячмінь. Друга підсистема з ячмінних ресурсів намагається виробити максимум пива і продати за максимально можливою ціною. Дохід підприємства визначиться як різниця між виручкою за пиво і витратами на ячмінь. Банк функціонує так само.

Підсистема "депозити" закуповує "продукт" – побільше і подешевше, а підсистема "кредити" продає цей продукт – побільше і подорожче. Різниця між виручкою за кредити і витратами на депозити утворює дохід банку. Принципова різниця між матеріальним і фінансовим виробництвом в тому, що: а) кредити і депозити повертаються до власника; б) і "сировиною", і "продуктом" є гроші. У звичайного підприємства є фонди, поточний рахунок, капіталовкладення. Для банку гроші – сировина і продукція. Але він теж має власний капітал і рахунок. Ми поки не розглядали ці питання, тому що в центрі уваги у нас – банківський "виробничий процес". Моделювання процесів залучення клієнтів, паніки серед клієнтів залишаємо на потім.

Виділимо в розглянутих вище потоках ту частину, що є первинним доходом банку (потім банк розподіляє цей дохід по сотнях статей: податки, витрати, підвищення кваліфікації персоналу на Гавайях, поповнення резервів, презентації, благодійність, страховки та ін.). Все це не матиме сенсу, якщо не буде первинного доходу.

Збираємо з розділів "кредити" і "депозити" необхідні залежності і вхідні дані.

Темп кредитів: $xko(k) := \left(pok + am1 \cdot sin\left(om\pi \cdot k\right) + rnd(vpk)\right)$.

Баланс кредитів: $bakr(k, rk, Tko) := brgs(k, rk, xko, Tko) - xko(k)$.

Темп депозитів: $xdo(k) := \left(pod + am2 \cdot sin\left(om\pi \cdot k\right) + rnd(vpd)\right)$.

Баланс депозитів: $badp(k, rd, Tdo) := pas2(rd, xdo, Tdo)_{1,k} - pas2(rd, xdo, Tdo)_{3,k}$.

Баланс потоків кредитів і депозитів = баланс банку = темп доходу банку

$$baba_k := bakr(k, rko, Tko) + badp(k, rdo, Tdo).$$

Визначаємо середнє та стандартне відхилення балансу банку, накопичений баланс.

$$babs := mean(baba);\ rozk := stdev(baba);\ nakb_k := \sum_{q=1}^{k} baba_q.$$

На рис. 4.8 подано "стенд" для дослідження процесів функціонування банківської системи. "Стенд" складається з зони введення даних, графіка процесу та вихідних даних.

Задаємо значення параметрів банківської системи. Резерв банку $\boxed{резерв := -5}$.
Ставки: кредиту $\boxed{rko \equiv 0.17}$, депозиту $\boxed{rdo \equiv 0.15}$,
середні терміни: кредиту $\boxed{Tko \equiv 5}$; депозиту $\boxed{Tdo \equiv 2}$. Параметри вхідних потоків.
Кредити: постійна складова $\boxed{pok \equiv 8}$, амплітуда сезонних коливань $\boxed{am1 \equiv 2}$,
частота $\boxed{om \equiv 0.166}$, амплітуда випадкової складової $\boxed{vpk \equiv 2}$.
Депозити: постійна складова $\boxed{pod \equiv 8}$, амплітуда сезонних коливань $\boxed{am2 \equiv 2}$,
частота $\boxed{om \equiv 0.166}$, амплітуда випадкової складової $\boxed{vpd \equiv 4}$. Період
моделювання $Tp1 := 10$ (років), число кроків моделювання $Np \equiv 120$; $\boxed{qq \equiv 1}$.

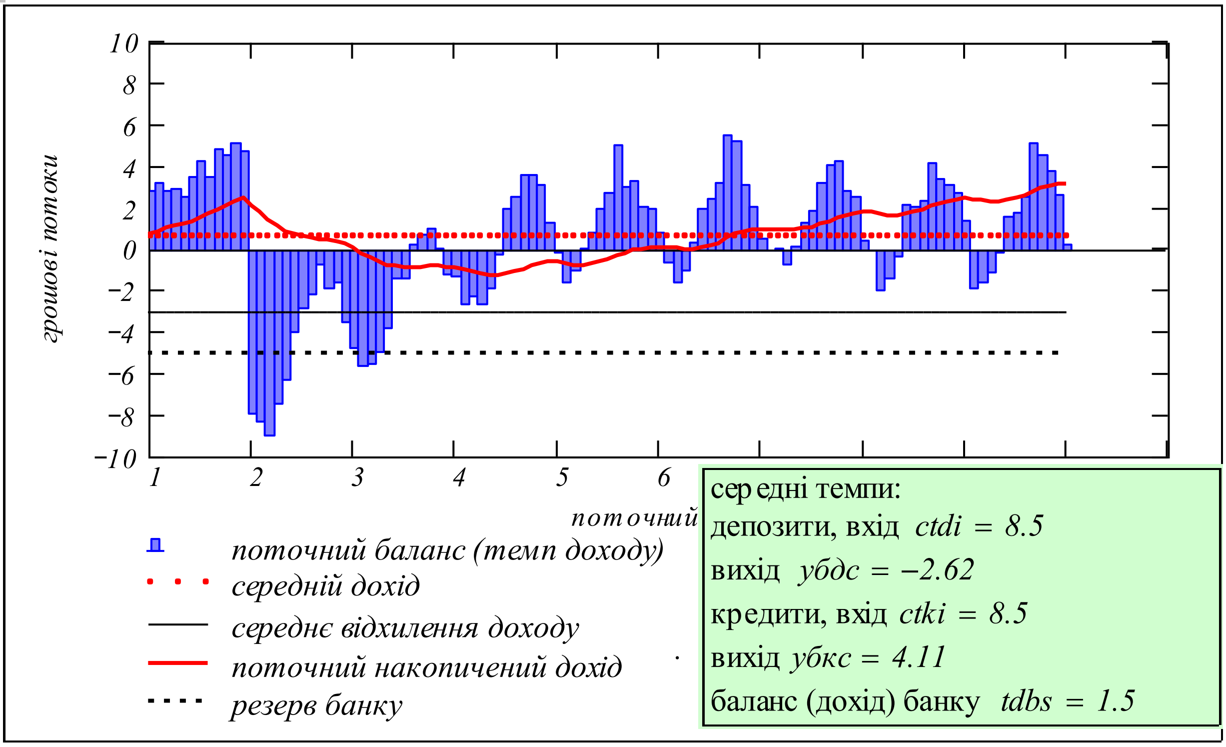


Рис. 4.8. Моделювання діяльності банку

На рис. 4.9 подано графіки потоків кредитів і депозитів – для аналізу балансів вхідних і вихідних потоків (потік, темп – синоніми з дещо різними відтінками, при бажанні можна залишити один з термінів).

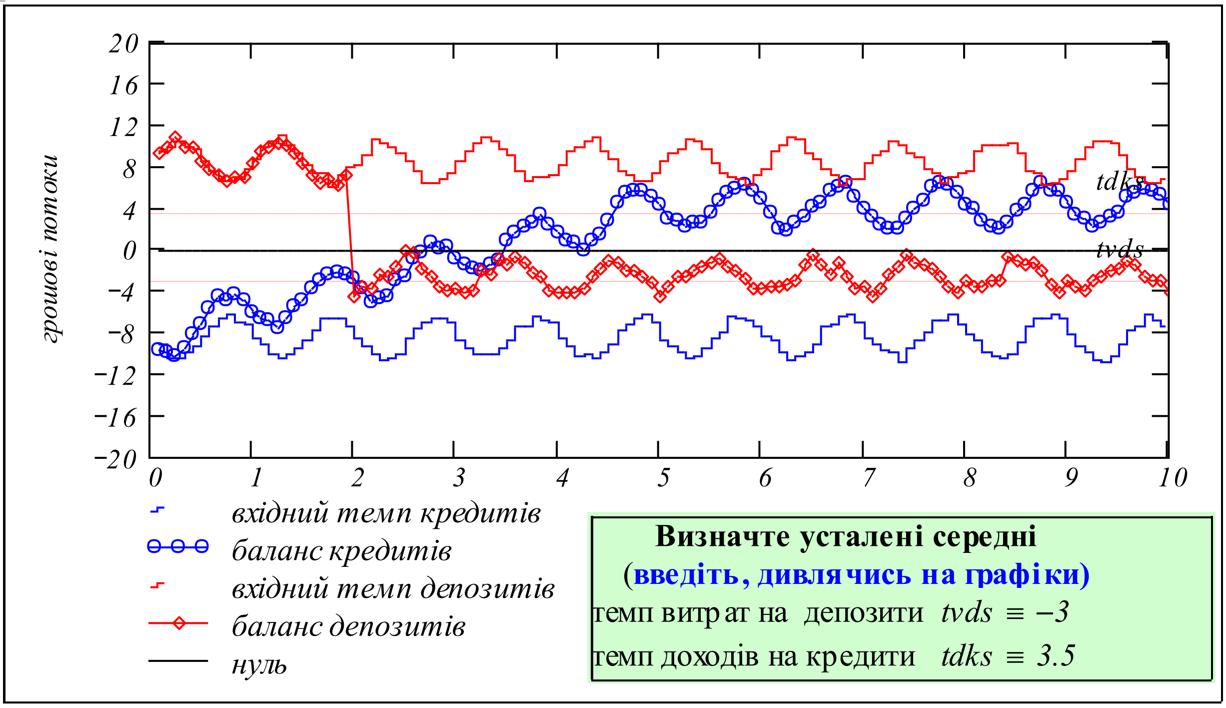


Рис. 4.9. Баланси вхід/вихід для потоків кредитів і депозитів

Завдання для самостійного виконання

1. Дослідження впливу *середнього терміну кредиту* при незмінних інших параметрах.

2. Дослідження впливу *середнього терміну депозиту*.

3. Дослідження впливу *інерційності реакції* темпу кредитів на зміну ставки кредитів. Знайти оптимальне для банку значення інерційності.

Контрольні питання

1. Означення депозиту, строкового депозиту, рахунку до запитання.
2. Зв'язок ставок депозитів і термінів депозитів.
3. Означення кредиту, означення ставки кредиту.
3. Назвіть джерела випадковості в депозитах.
4. Назвіть джерела випадковості в кредитах.
5. Які кредити є кращими для банку: короткострокові чи довгострокові?
6. Словесний опис зв’язку між вхідним і вихідним потоками кредитів.
7. Математична модель залежності між вхідним і вихідним потоками кредитів.
8. Словесний опис зв’язку між вхідним і вихідним потоками депозитів.
9. Математична модель залежності між вхідним і вихідним потоками депозитів.
10. Абстрактна задача: банк бере депозити і надає кредити без процентів. Темпи кредитів і депозитів постійні і однакові. Яким буде усталений баланс банку: нуль, більше/менше нуля?

Порадник фінансиста

4.2 Розробка модулів управління банківською системою

В попередньому розділі розроблена програма моделювання банківської системи. Потоки клієнтів – вкладників депозитів і позичальників кредитів – вважалися заданими функціями часу. Зробимо тепер наступний крок – *введемо управління в модель і програму моделювання банківської системи.*

Ціль роботи – конструювання моделей управління банківською системою і освоєння інформаційних технологій конструювання програм моделювання банківських систем – засобів підтримки рішень для фінансових менеджерів. Призначення програм – прогнозування, планування і просто набуття на "віртуальній реальності" практичного досвіду в банківській діяльності.

Постановка задачі

Розумно спрощуємо базову задачу – враховуємо

Засоби управління: гнучкі (у всіх вимірах) процентні ставки на вклади і кредити, асортимент і параметри сервісних операцій, коректна реклама, оцінка та селекція об'єктів кредитування, розподіл фінансових ресурсів в просторі і часі

Об'єкт управління. В центрі системи – КЛІЄНТИ – позичальники та інвестори. Зауважимо, що одна і та ж фізична чи юридична особа може бути як інвестором, так і позичальником. Зауважимо також, що клієнти є об'єктом управління тільки в чисто технічному плані. Реально це партнери по бізнесу, деякі з них взагалі можуть дозволити собі купити Ваш банк.

Задача даної роботи – визначити для темпів кредитів і депозитів залежності "управління – темп кредитів", "управління – темп депозитів", тобто залежності цих темпів від ставок кредиту і депозиту та інших управлінь.

Суть регулювання: дійсні темпи депозитів і кредитів змінюються так, щоб зрівняти їх з бажаними, а також, щоб в усталеному стані зрівняти темпи кредитів і депозитів.

Розробка моделей вхідних темпів кредитів і депозитів як об'єктів управління

Ще в першому розділі було декларовано немовби очевидний факт: зміна процентних ставок кредитів і депозитів змінює темпи кредитів і депозитів (= кількість бажаючих взяти кредит чи покласти гроші на депозит). Якщо ставка депозиту нульова – нема бажаючих, з підвищенням ставки депозитів потенційна кількість вкладників зростає спочатку з прискоренням, потім настає насичення – вичерпуються потенційні клієнти. Поведінка клієнтів при надвисоких ставках не повинна нас цікавити: якщо ставка буде вище ставки кредиту в інших закладах, то клієнти будуть позичати гроші там і вкладати тут (така ситуація називається "арбітраж"). Існують також нормативні акти відносно границь ставок і просто здоровий глузд. Будемо вважати стан економіки стабільним. *Припускаємо, що кожному рівню ставки депозитів відповідає потенційний (максимальний) темп депозитів*, тобто існує монотонно зростаюча функція ставки депозиту $tdp(rd)$. Візьмемо за модель таку досить універсальну S-функцію $F4(x, A, w, s) := A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot 100x}\right)^{s}$.

Задаємо параметри функції: максимальне значення $Amd := 10$; темп зростання $\boxed{w := 0.3}$; "увігнутість" $\boxed{s := 9}$; $rd := 0, 0.01 .. 0.2$. Записуємо рівняння і будуємо графік (рис. 4.10) залежності:

$$tdp(rd, A) := F4(1rd, A, w, s).$$

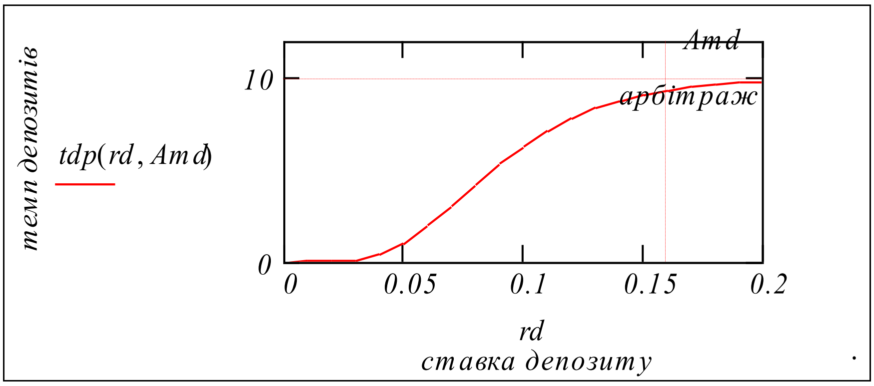


Рис 4.10. Залежність потенційного темпу депозитів від ставки депозитів

Динаміка депозитів

Реальний темп депозитів тільки в ідеальних умовах досягатиме потенційного рівня – зі зростанням інформованості клієнтів, наявності прикладу інших і від ірраціональних та випадкових факторів... Процес реакції потенційних клієнтів на зміну процента депозиту вважаємо інерційним. Ставка депозиту $rdi := 0.15$; початковий темп $tdvx_1 := 4$; крок $dT := 0.1$; коефіцієнт реакції попиту на зміну ставки $Kd := 1$; $Ai := 7$; $k := 1..50$

Записуємо різницеве рівняння процесу і будуємо графіки (рис. 4.11).

$$tdvx_{k+1} := tdvx_k + Kd\cdot\left(tdp(rdi, Ai) - tdvx_k\right)\cdot dT\ .$$

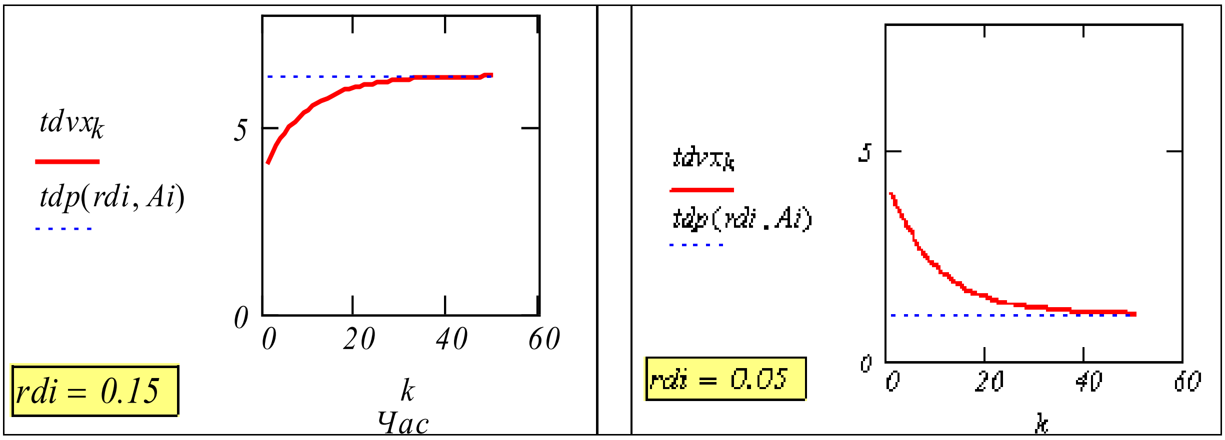


Рис 4.11. Реакція темпу депозитів на зміну ставки депозитів

Перш ніж просуватись далі, нагадаємо, що бувають ситуації, коли клієнти реагують на зміни занадто швидко. Це паніки, що викликані обгрунтованими чи необгрунтованими чутками про банкрутство банку, національної чи світової економіки та ін.

Зробимо тестовий програмний модуль для темпу депозитів як процесу, на який діють збурення та управління. Згадаємо модель вхідного темпу депозитів з попереднього розділу: $xd(k) = pod + am1\cdot sin\left(oM\,\pi\cdot k\right) + rnd(vpd)$.

Залишимо від цієї моделі сезонний тренд, а постійну складову замінимо динамічною залежністю від ставки депозитів. Змінимо також механізм випадкових збурень: замість адитивної складової: $rnd(vpd)$ візьмемо модель М. Кендела: "хлопчик обстрілює маятник горохом". На рис. 4.12 подано модуль, де все це втілено в життя, а на рис. 4.13 – результат роботи модуля.

Задаємо: число кроків моделювання $Km := 60$; $k := 1..Km$; крок моделювання $dT := 0.1$; параметри моделі: ставка депозиту $rd1 := 0.10$; постійна часу реакції на зміну ставки $\boxed{Tdp := 0.6}$. Задаємо параметри сезонного тренду: амплітуда $\alpha d := 0.3$; частота $oM := 0.15$; максимальний темп депозитів $Adp := 8$; невизначеність (стандартне відхилення) $\boxed{\sigma m := 0.1}$.

```
Dpo(rd1,dp0) := | tdvx_1 ← dp0
                | for k ∈ 1..Km
                |   | "тренд для потенційного ринку депозитів"
                |   | kolyv ← 1 + αd·sin(oM·π·k)
                |   | tdvx0 ← tdp(rd1,Adp)·kolyv
                |   | "поточний темп при даній ставці"
                |   | tdvx_(k+1) ← tdvx_k + (1/Tdp)·(tdvx0 − tdvx_k)·dT
                |   | "випадкова реалізація детермінованого темпу депозитів"
                |   | tdvx_(k+1) ← rnorm(1, tdvx_(k+1), σm)_1
                | tdvx
```

Рис. 4.12. Текст програми моделювання динаміки депозитів.

Розпаковуємо вихід $By1 := Dpo(rd1,1);\ tDvx := By1;\ By2 := Dpo(rd1,9);\ tDvx2 := By2$.

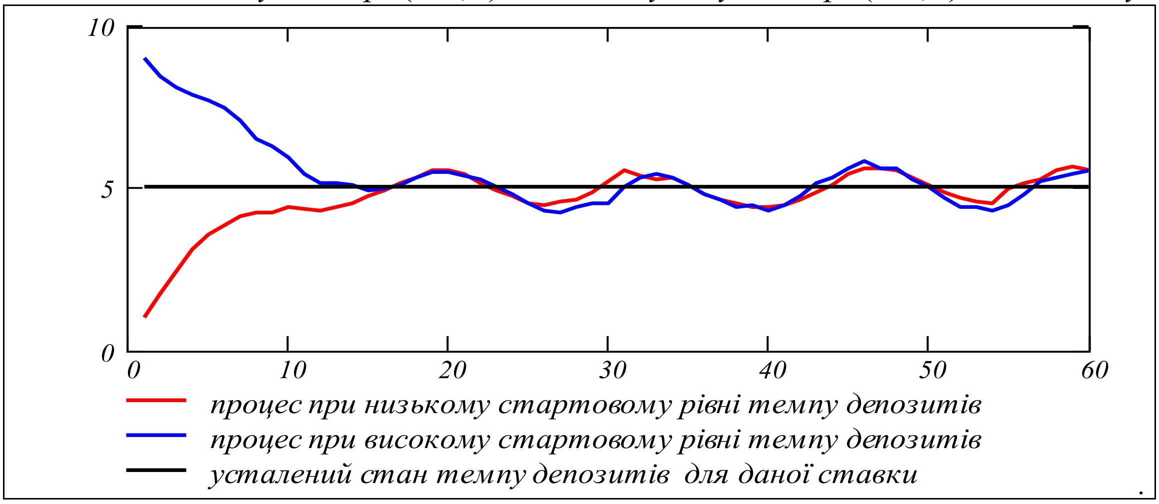


Рис. 4.13. Перехідні процеси - реакція на зміну ставки депозиту

Управління кредитами. Модель першого наближення

Словесна модель. Якщо ставка кредиту нульова – клієнти побажають брати необмежені позики, щоб покласти їх на депозити в інших банках; якщо ставка кредиту вище, ніж у конкурентів – темп кредитів буде нульовим. Будемо вважати стан економіки стабільним. Звичайно банк не буде брати за кредити менше ставки депозиту. Припускаємо, що кожному рівню припустимої ставки кредитів відповідає темп кредитів потенційний. Візьмемо за модель теж S-функцію, тільки обернену.

$$F5(x,A,w,s) := A\cdot\left[1-\left(1-e^{-w\cdot 100x}\right)^{s}\right].$$

Задаємо параметри: максимальне значення $Am := 15$; темп зростання $\boxed{w := 0.17}$; "увігнутість" $\boxed{s := 5}$; $r := 0, 0.002 .. 0.2$; ставка депозитів $cm\_den := 0.08$; ринкові ставки депозитів $рин\_дп := 0.06$ та кредитів $рин\_кр := 0.19$; границя ставки депозиту $арбт := 0.16$. Задаємо функції темпів кредиту і депозиту: $tkr(r,Am) := F5(r,Am,w,s)$; $tdp(r,Am) := F4(r,Am,w,s)$. Записуємо робочі рівняння та будуємо графіки (рис. 4.14):

$$tkro(r,Am) := F5(r,Am,w,s)\cdot(r > cm\_den)\cdot(r < рин\_кр);$$

$$tdpo(r,Am) := F4(r,Am,w,s)\cdot(r < арбт)\cdot(r > рин\_дп);$$

$$зона(r, Am) := min(tkr(r, Am), tdp(r, Am)).$$

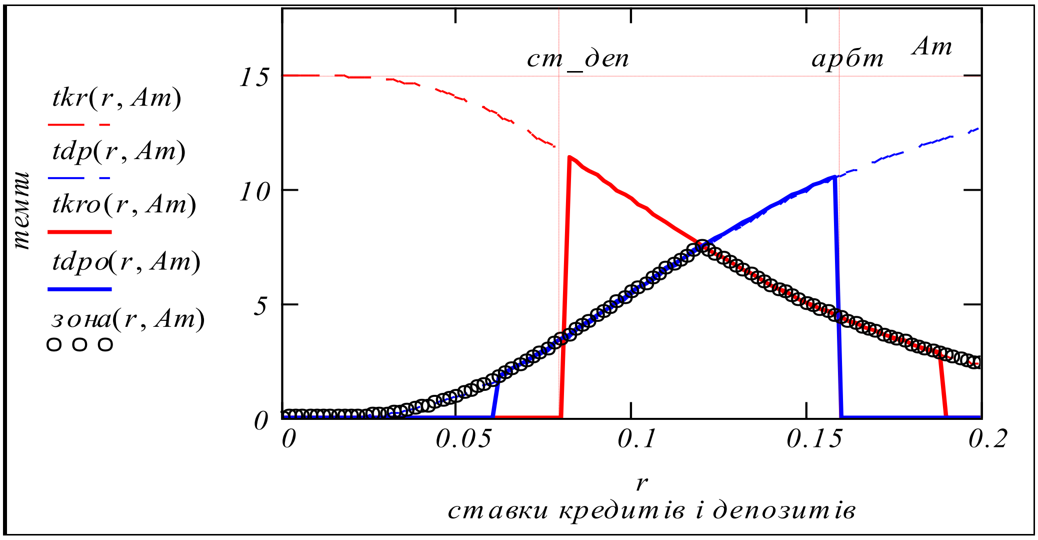


Рис. 4.14. Залежність потенційних темпів кредитів і депозитів від ставок

Дивимось на графік (рис. 4.14), бачимо щось подібне "павутинній моделі ринку": криві попиту і пропозиції. Треба чітко уявляти досить жорсткі звичайні обмеження на можливі ставки кредитів і депозитів: ставка депозиту менше ставки кредиту, ставка кредиту не менше темпу інфляції, ставка депозиту не більше мінімальної ставки кредиту на фінансовому ринку, ставка кредиту не менше максимальної ставки депозиту на фінансовому ринку. Чому ці обмеження звичайні? – тому що порушення цих обмежень невигідні для учасників фінансового ринку. На графіку подано ці обмеження ринку і здорового глузду. Бачимо, що у банку залишається дуже обмежений простір для максимізації темпу процентного прибутку і, як Вінні Пух (що спускався по сходах вниз головою), підозрюємо, що існують кращі способи заробляти. Реальний темп кредитів тільки в ідеальних умовах досягатиме потенційного рівня – при зростанні інформованості клієнтів, наявності прикладу інших і певних випадкових подій.

Динаміка кредитів

Процес реакції потенційних клієнтів на зміну процента кредиту, як і для депозитів, вважаємо інерційним. Задаємо ставку кредиту $\boxed{rki := 0.21}$; початковий темп кредитів $\boxed{kvx_1 := 4}$; крок $dT := 0.1$; коефіцієнт реакції на зміну ставки $Kk := 1$; максимальний темп кредитів $Aki := 10$; $k := 1..50$. Записуємо рівняння динаміки і будуємо графіки процесів для різних початкових умов (рис. 4.15).

$$tkvx_{k+1} := tkvx_k + Kk \cdot \left(tkr(rki, Aki) - tkvx_k\right) \cdot dT\ .$$

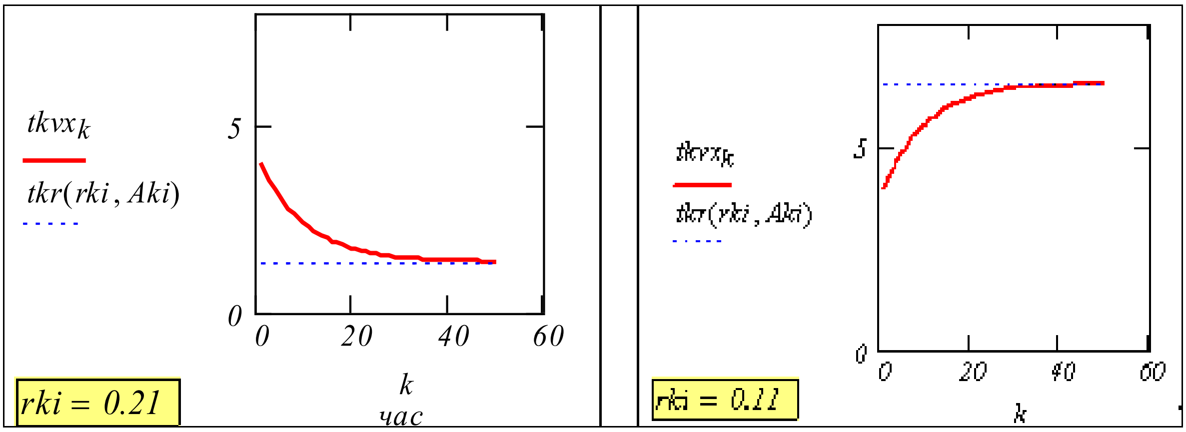


Рис. 4.15. Реакція темпу кредитів на зміну ставки кредитів

Зробимо тестовий програмний модуль для темпу кредитів як процесу, на який діють збурення та управління. Згадаємо модель вхідного темпу кредитів з підрозділу 4.1:

$$xk\ (k) = pok + am2 \cdot sin(oM\pi \cdot k) + rnd(vpk).$$

Залишимо від цієї моделі сезонний тренд, а постійну складову замінимо динамічною залежністю від ставки кредитів. Задаємо число кроків моделювання $Km := 60$; $k := 1..Km$; крок моделювання $dT := 0.1$; параметри моделі: ставка кредиту $\boxed{rk1 := 0.09}$; постійна часу реакції на зміну ставки $\boxed{Tkr := 0.6}$; параметри сезонного тренду: амплітуда $\boxed{\alpha k := 0.2}$, $oM := 0.15$; максимальний темп кредитів $Akr := 7$; невизначеність (розкид) $\boxed{\sigma m := 0.1}$. На рис. 4.16 подано текст програмного модуля, а на рис. 4.17 – приклади видачі модуля – перехідні процеси для різних початкових умов.

```
Kro(rk1,kr0) := | tkvx_1 ← kr0
                | for k ∈ 1..Km
                |   | "тренд для потенційного ринку кредитів"
                |   | kolyv ← 1 + αk·sin(oM·π·k)
                |   | tkvx0 ← tkr(rk1,Akr)·kolyv
                |   | "поточний темп при даній ставці"
                |   | tkvx_{k+1} ← tkvx_k + (1/Tkr)·(tkvx0 − tkvx_k)·dT
                |   | "випадкова реалізація детермінованого темпу кредитів"
                |   | tkvx_{k+1} ← rnorm(2, tkvx_{k+1}, σm)_1
                | tkvx
```

Рис. 4.16. Текст програми моделювання динаміки кредитів-депозитів

Розпаковуємо вихід $tKvx1 := Kro(rk1,1)$; $tKvx2 := Kro(rk1,9)$.

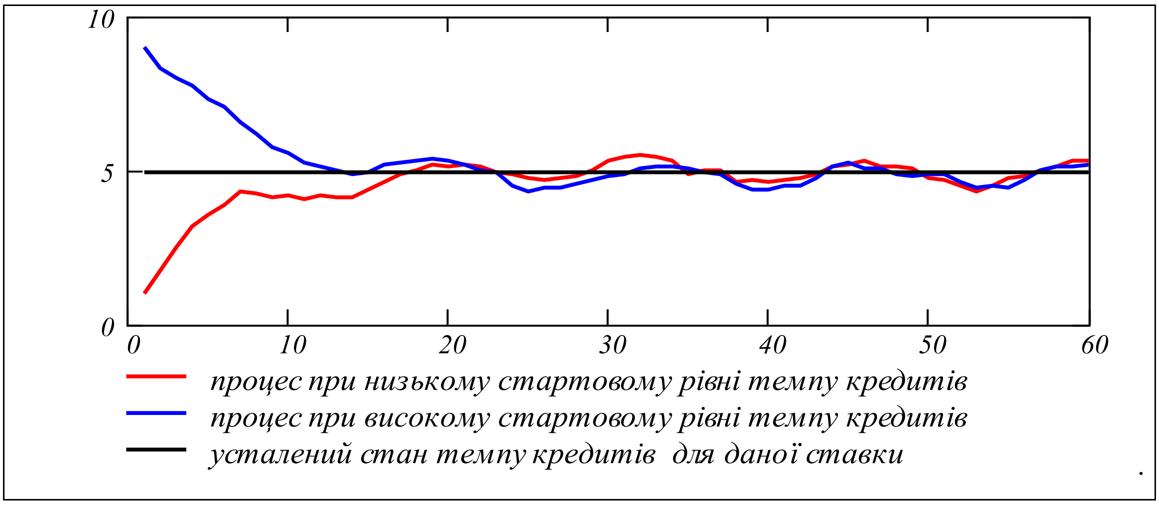


Рис. 4.17. Перехідні процеси – реакція на зміну ставки кредиту

Формування законів управління. Перші наближення

Те, що подано далі, – приклад застосування методів і методології теорії управління для розв'язання задачі, яку досі розв'язували переважно за допомогою нейронних мереж (в дисертаціях) та наявної інтуїції (на практиці).

Спробуємо, спираючись на логіку та теорію автоматичного управління, сформувати закони управління банківською системою. Цілі управління – максимізація доходу банку, балансування темпів кредитів і депозитів. Можливі більш тонкі управління - згладжування вхідних темпів кредитів і депозитів, диференціація ставок та ін. Оскільки управління – ставки кредитів і депозитів є зв'язаними, виберемо інший набір змінних:

ставка кредиту $- rk$ та "*процентний дохід*" – rk_d.

Ставка депозиту визначається за формулою: $rd = rk - rk\_d$.

Логіка управління процентними ставками

Виділимо "логічні управління": δba – *управління для збалансування темпів* кредитів і депозитів. Це управління повинно одночасно змінювати ставки кредитів і депозитів, щоб темпи "йшли назустріч". Можуть бути дві ситуації: а) темп кредитів більше темпу депозитів, б) темп кредитів менше темпу депозитів.

Реалізуємо управління балансом так: $\Delta 1rk = K1k \cdot \delta ba$; $\Delta 1rd = -K1d \cdot \delta ba$ – в цих виразах $K1k$, $K1d$ – "коефіцієнти підсилення", різні знаки обумовлені тим, що для збільшення темпу кредитів треба зменшувати ставку, а для збільшення темпу депозитів – збільшувати ставку.

Управління доходом банку відноситься до іншого класу – нам потрібно *не стабілізувати* значення доходу на якомусь заданому рівні, а *максимізувати* за рахунок вибору значень *ставки кредиту* $- rk$ та "*процентного доходу*" – rk_d.

Логіка екстремального управління така: на поточному кроці визначаємо приріст доходу за попередній період, якщо дохід зростає – продовжуємо змінювати управління в тому ж напрямку, що і на попередньому кроці, якщо дохід зменшується – змінюємо управління в протилежному напрямку. Це досить примітивна і наївна логіка "індикаторної поведінки". Можна її дещо вдосконалити введенням фільтрації (не реагувати на випадкові і короткочасні збурення) і прогнозування. Перекладемо ці міркування на мову рівнянь та алгоритмів. Глянемо (рис. 4.18) на задачу управління банком з іншого боку:

– процентна ставка – це ціна грошей,

– залежність "ставка кредиту – темп кредитів" – це крива *попиту* на гроші,

– залежність "ставка депозиту – темп депозитів" – це крива *пропозиції* грошей.

Серія прямокутників на рис. 4.18 – це темпи доходу банку при різних різницях між ставками кредиту і депозиту. Програму, що обчислює залежність темпу доходу банку від різниці rk_d, зробимо функцією від функцій $fk(r), fd(r)$ – залежностей темпів кредитів і депозитів від процентної ставки r. В програмі використовується вбудована функція пакета для знаходження нульового кореня:

$$root(Функція, змінна, поч\_діапазону, кінець\_діапазону).$$

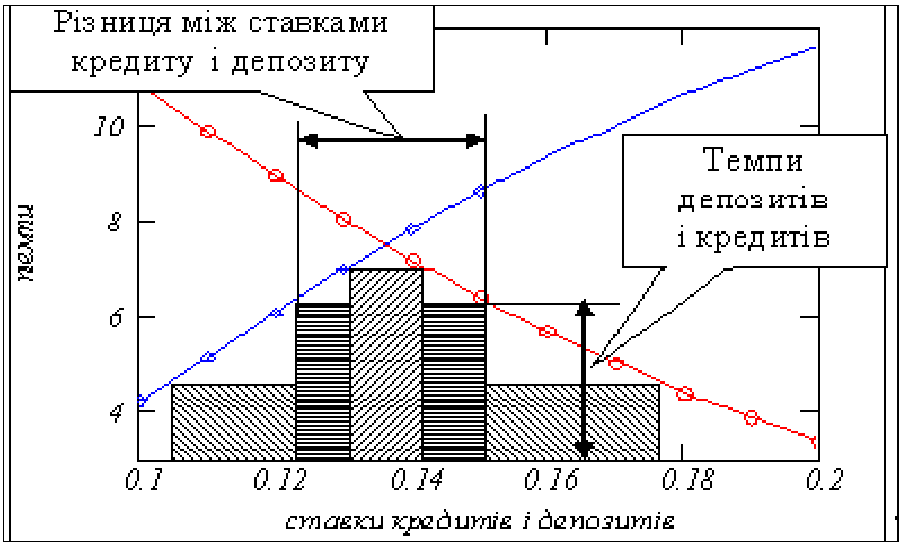


Рис. 4.18. До вибору оптимальної різниці між ставками кредиту і депозиту

Точка перетину цих кривих визначає "справедливу ціну грошей", а для банку "ідеалістичний баланс" (не плутайте з ідеальним). В ситуації, коли ставки кредиту і депозиту рівні, банк не має процентного доходу. Щоб мати цей дохід, банк повинен збалансовано "розсунути" ці ставки. Але до яких границь розсувати ставки кредиту і депозиту?

Майже кожен здогадається – до оптимальних. При занадто високих ставках кредиту і занадто низьких ставках депозиту попит і пропозиція будуть не просто низькими, а нульовими: клієнти підуть до інших банків. Виявляється, що банком управляти більш, ніж просто: треба відсліджувати точку балансу попиту і пропозиції та збалансовано розсунути відносно цієї точки ставки кредиту і депозиту – на оптимальну величину rk_d .

Реалізуємо ці міркування у відповідному програмному модулі (рис. 4.19).

$\Pi(fk, fd) :=$ $rk\_max \leftarrow 0.4$	максимальна ставка кредиту
$ro \leftarrow root(fk(r) - fd(r), r, 0, rk\_max)$	ставка рівноваги «кредити-депозити»
$tmp\_max \leftarrow fk(ro)$	максимальний темп кредитів
$Kkrok \leftarrow 30$	кількість кроків
$drk \leftarrow (rk\_max - ro) \div Kkrok$	крок обчислень
$for\ \ i \in 1..Kkrok$	цикл обчислення прибутку
$\quad rk_i \leftarrow ro + drk \cdot i$	- чергова ставка кредиту
$\quad tmp \leftarrow fk(rk_i)$	- черговий темп
$\quad rdb_i \leftarrow root(fd(r) - tmp, r, 0, rk\_max)$	-ставка депозиту рівноважна
$\quad marga_i \leftarrow rk_i - rdb_i$	- процентний дохід
$\quad tmp\_dox_i \leftarrow tmp \cdot marga_i$	- черговий темп доходу
$\begin{pmatrix} rk \\ rdb \\ marga \\ tmp\_dox \\ ro \\ drk \end{pmatrix}$	виводимо відповідні змінні (вхід програми оформляємо як вектор, складений з векторів).

Рис. 4.19. Програма обчислення залежності доходу від різниці ставок кредитів і депозитів

Протестуємо програму. Задаємо вхідні дані: потенційний темп клієнтів $AA := 10$; функції попиту і пропозиції $fk(r) := tkr(r, AA)$; $fd(r) := tdp(r, AA)$. Структура виходу програми $\Pi(fk, fd)^T = (\{30,1\}\ \ \{30,1\}\ \ \{30,1\}\ \ \{30,1\}\ \ 0.12\ \ 0.009)$.

Розпаковуємо вихід програми: $MyMy := \Pi(fk, fd)$. Даємо відповідні назви компонентам виходу програми $rk := MyMy_1$; $rdb := MyMy_2$; $marga := MyMy_3$; $t\_dox := MyMy_4$; $r\_rivno := MyMy_5$; $dr := MyMy_6$. Формуємо змінні для побудови графіків $length(marga) = 30$; $jr := 1..length(marga)$; $rp_{jr} := r\_rivno + dr \cdot jr$.

Програма немовби має велику ваду: не обчислює значення і положення максимуму. З позиції актуальної реальності це задача другого етапу: функції попиту і пропозиції дуже невизначені, розмиті, метаморфозні і, певним чином, не існують.

Розрахована за неточними вхідними даними точка максимуму:

– може бути некоректною;

– відноситись до недосяжного усталеного стану.

Реальна стратегічна ціль – в будь-який момент часу рухатись до цієї невідомої і, певним чином, неіснуючої точки максимального доходу.

Самостійно модифікуйте програму так, щоб в ній визначались значення і координата максимуму доходу. Знайдіть максимум доходу банку $\boxed{rp\_op := 0.18}$; $\boxed{dox\_m := 0.22}$;

$$opj := round[(rp\_op - r\_rivno) \div dr].$$

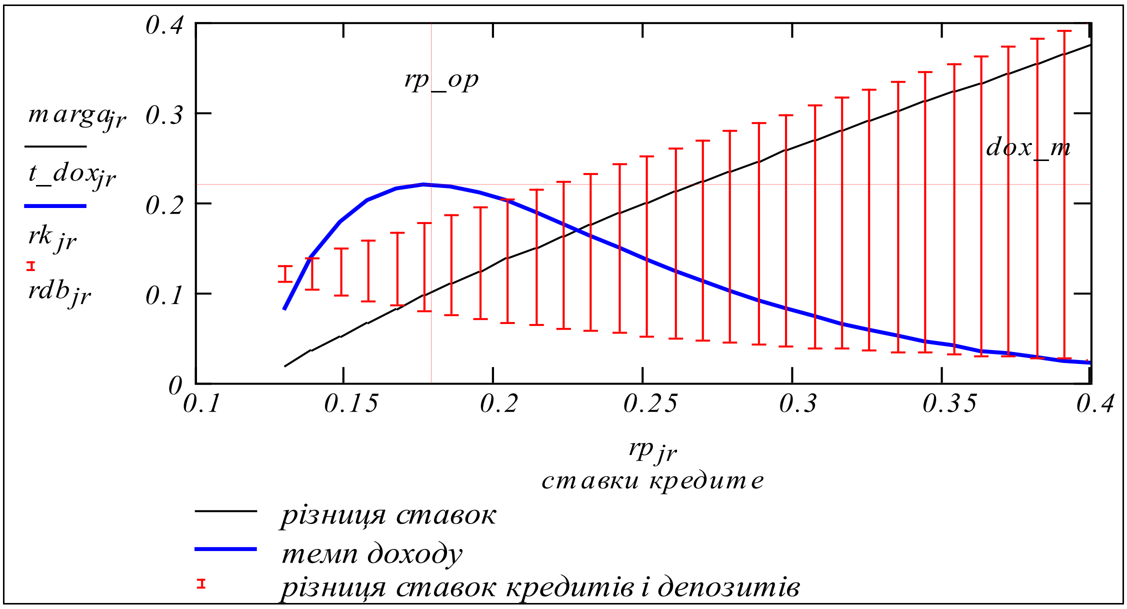


Рис. 4.20. Залежність доходу від маржі за умови балансу темпів кредитів і депозитів

Для заданих функцій попиту (на кредити) і пропозиції (депозитних вкладів) максимальний темп доходу дорівнює і досягається при таких управліннях і змінних стану: ставка кредиту $rk_{opj} = 17.6\,\%$; ставка депозиту $rdb_{opj} = 8\,\%$; процентний дохід $marga_{opj} = 9.6\,\%$; максимальний темп доходу $dox\_m = 0.22$; темп кредитів $tkr\left(rk_{opj}, AA\right) = 2.263$ і депозитів $tdp\left(rdb_{opj}, AA\right) = 2.263$ – маємо баланс.

Темп доходу в процентах від темпу кредитів: $dox\_m \div tkr\left(rk_{opj}, AA\right) = 9.7\,\%$.

Інформаційне управління

Якщо розглядати індивідів як об’єктів управління, то в одних ситуаціях вони ведуть себе більш детерміновано і однаково, а в інших – менш детерміновано. Клієнти банків досить стандартно реагують на зміни ставок кредитів і депозитів (= раціональна поведінка учасників економіки). Саме цей факт є обґрунтуванням функцій попиту і пропозиції. Роль інформації тут мінімальна – це щось подібне телеграмі.

Розглянемо іншу ситуацію – розширення кола потенційних клієнтів банку. Змістовно це різноманітні засоби інформування (реклама не є інформацією). Для побудови моделей такого управління необхідні знання з психології, соціології, економіки і теорії управління. На формальному рівні між цими науками досить жорсткі границі. Те, що подано далі, – приклад побудови химерних моделей функціонування банківської системи. Слід пам’ятати, що багато слів означають не те, що ви могли подумати:

спекуляція – ризикове, необґрунтоване рішення;

плавна деградація – бажана властивість великих і дорогих систем;

професійний ідіот – випробувач програмних систем, що відтворює дії користувачів;

дегенеративний вид – в біології – вид, що не породжує нових видів, наприклад: людина, акула;

химера – в геральдиці і сучасній генетиці – істота, складена з частин різних істот, наприклад: грифон, сфінкс, гарпії, рослина з тваринними генами. Робочі моделі сучасних соціо-техніко-економічних систем просто не можуть не бути химерними.

Засновник напрямків "Industrial Dynamics", "Urban Dynamics" Дж. Форрестер писав, що моделі фірми, корпорації, міста повинні бути поєднанням (химерним?) моделей техніки, економіки, екології, соціології, психології. Причому *моделі повинні будуватись на базі словесних описів, а не на базі статистичних даних*, даних опитувань та ін. Тобто, слід просто транслювати словесний опис в математичний. Зробимо це для інформаційного управління.

Вище ми ввели параметри моделей попиту (на кредити) і пропозиції (депозитів) – потенційні обсяги попиту і пропозиції. Виникає приблизно два питання:

1. Що буде, якщо зміняться величини потенційних попиту і пропозиції?
2. Якими повинні бути "управлінські" дії банку для зміни цих величин?
3. Як оцінити витрати на певні дії і як оцінити результат таких дій?

Оцінимо все це на віртуальній реальності – зробимо відповідний модуль (рис. 4.21) для пошукових експериментів, ціль яких – побудова робочої математичної моделі.

Управління темпами депозитів і кредитів за допомогою інформування клієнтів
Параметри функцій попиту і пропозиції: зростання $\boxed{w := 0.17}$; ”увігнутість” $\boxed{so := 5}$; $ro := 0, 0.01..0.2$; Потенційний обсяг грошових потоків клієнтів $\boxed{Am1 := 30}$. Банк $\boxed{витратив := 0.1}$ у.о. на інформування і отримав $\boxed{приріст\_клієнтів := 1.3}$ до рівня $Am2 := Am1 \cdot приріст\_клієнтів$. Ставка кредитів $\boxed{rkre := 0.15}$ – фіксована (як в інших банках). **ТЕСТ**: **підберіть** на двох кривих попиту на кредити обсяги потоків кредитів: $\boxed{Обсяг1 := 10}$; новий $\boxed{Обсяг2 := 13.5}$; **підберіть** ПРИБЛИЗНО рівноважну ставку депозитів: $\boxed{rdep := 0.095}$ для двох кривих пропозиції депозитів. **ОБЧИСЛІТЬ** темпи ”прибутку” банку для двох випадків (впишіть формули, підставте потрібні дані…)
$T\_приб1 := (rkre - rdep) \cdot Обсяг1$; $T\_приб2 := (rkre - rdep) \cdot Обсяг2$; $T\_приб1 = 0.55$; $T\_приб2 = 0.74$; $\boxed{T\_приб2 \div T\_приб1 = 1.35}$. ВИСНОВОК: прибуток від інвестицій в інформування буде $(T\_приб2 - T\_приб1) - витратив = 0.093$ у.о.

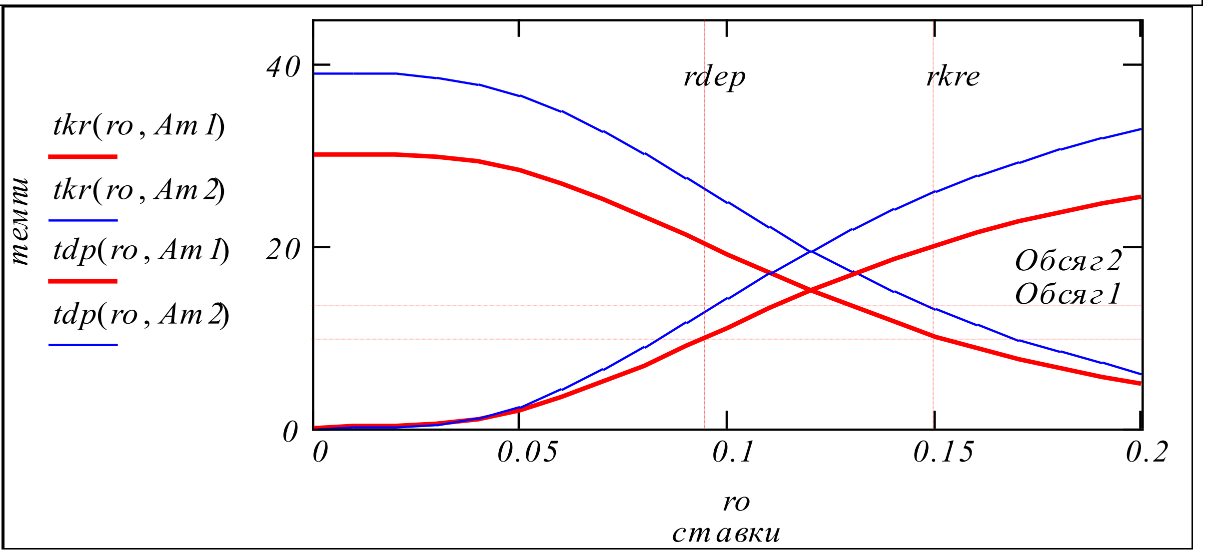


Рис. 4.21. Вплив зміни потенційних попиту і пропозиції на темп прибутку

Дивимось на графіки на рис. 4.21 і бачимо відповіді на поставлені вище запитання.

1. Відповідь на перше питання: при збільшенні потенційних попиту і пропозиції на 30% збільшується прибуток банку на 35%.

2. Відповідь на друге питання: – відкриття нових відділень – "збільшення покриття"; організація "колл-центрів" – телефонного консультування клієнтів; робота з користува-

чами-лідерами, які потім несуть інформацію і знання в "широкі маси"; – розробка нових "банківських продуктів", що пробивають кору ліні і косності користувача щодо вкладання своїх грошей в банк або позичання коштів на непотрібні продукти і послуги; – підвищення ефективності управління коштами і бізнесом клієнтів. Ідеальне управління: при виникненні навіть підсвідомих потреб у клієнта він повинен "натисненням однієї кнопки" отримувати не тільки інформацію, але і реалізацію. Приклад: зараз банки створюють продажів побутової техніки "без грошей і процентів".

3. Радикальна відповідь на питання, скільки буде коштувати інформаційний сервіс: все, що буде виділено. Ми повинні визначити граничні витрати і шляхи їх зменшення, а потім адаптувати інформаційні технології до припустимих витрат.

Логічна схема інформаційного управління

Якщо вивчити багато різноманітних джерел, автори яких не переписали тексти у таких же компіляторів як і вони (у класиків не списують), то можна прийти до такої словесної моделі: інформаційні процеси не тільки надзвичайно складні, нечіткі, але і метаморфозні: вони змінюються при намаганні щось виміряти чи випитати. Відомо, що в певних ситуаціях індивіди ведуть себе однаково і відрізняються один від одного тільки значеннями параметрів певної моделі – "схильністю до ризику", "активністю", "рівнем раціональних очікувань", "знаннями" [42] . Між іншим, чим вищий рівень "знань" індивіда, тим примітивніша дезінформація, на яку він "розводиться".

Сформулюємо словесну модель інформаційного управління:

усталена віддача витрат на інформаційне управління – збільшення потенційних темпів кредитів і депозитів може бути описане функцією S-класу, параметри якої мають розкид від нуля до певних максимальних значень;

динаміка віддачі витрат на інформаційний сервіс може бути описана моделлю зростання з обмеженням (окремим випадком якої є "аперіодичний процес");

управління, як і при виборі різниці ставок, належить до класу екстремального управління: підтримуємо рівень витрат, що не перевищує збільшення темпу доходу. Приблизно за такою логікою визначається темп витрат на рекламу.

На першому кроці зробимо і випробуємо модуль інформаційного управління: *модель виробничої функції "витрати на інформування – приріст числа клієнтів"* (може бути різною для кредитів і депозитів)

$$Fef(x, A, w, s) := A \cdot \left(1 - e^{-w \cdot 100x}\right)^{s}.$$

Задаємо параметри моделі: попит на кредити потенційний ("максимальний") $Pokm := 35$; пропозиція депозитів потенційна ("максимальна") $Podm := 25$.

Стартові значення реальних попиту $Pok_1 := 15$; пропозиції $Pod_1 := 10$ у.о.

Задаємо початкові параметри функцій попиту і пропозиції: темп зростання $\boxed{w := 0.002}$; "увігнутість" $\boxed{sinf := 12}$; кроків процесу $\boxed{Tmo := 150}$; $k := 1 .. Tmo$; діапазон витрат на інформаційне управління $\boxed{xma := 40}$; $x := 0, 0.3 .. xma$; $\boxed{dT := 0.002}$; витрати на інформування $\boxed{upin_k := 13}$; підсилення впливу інформаційного управління на "частоту" $\boxed{nn := 0.01}$; "управління частотою" $\boxed{upw_k := nn \cdot upin_k}$.

Записуємо *модель попиту на кредити*

$$Pok_{k+1} := Pok_k + \left[Fef\left[upin_k, Pokm, \left(1 + upw_k\right) \cdot w, s\right] \cdot \left(Pokm - Pok_k\right)\right] \cdot dT.$$

Записуємо *модель пропозиції депозитів*

$$Pod_{k+1} := Pod_k + \left[Fef\left[upin_k, Podm, \left(1 + upw_k\right) \cdot w, s\right] \cdot \left(Podm - Pod_k\right)\right] \cdot dT.$$

Приріст попиту

$$dPP_k := \left[Fef\left[upin_k, Pokm, \left(1 + upw_k\right) \cdot w, s\right] \cdot \left(Pokm - Pok_k\right)\right] \cdot dT .$$

Ефективність інформування $Vup_k := \dfrac{dPP_k \div dT - upin_k}{upin_k}$; $Hakp_1 := 1.$

Накопичений прибуток $Hakp_{k+1} := Hakp_k + dPP_k - upin_k \cdot dT;$

$Об1 := 4; \quad Об2 := 8; \quad rde := 0.10; \quad rkr := 0.18.$

Будуємо комплекс графіків для введених моделей (рис. 4.22)

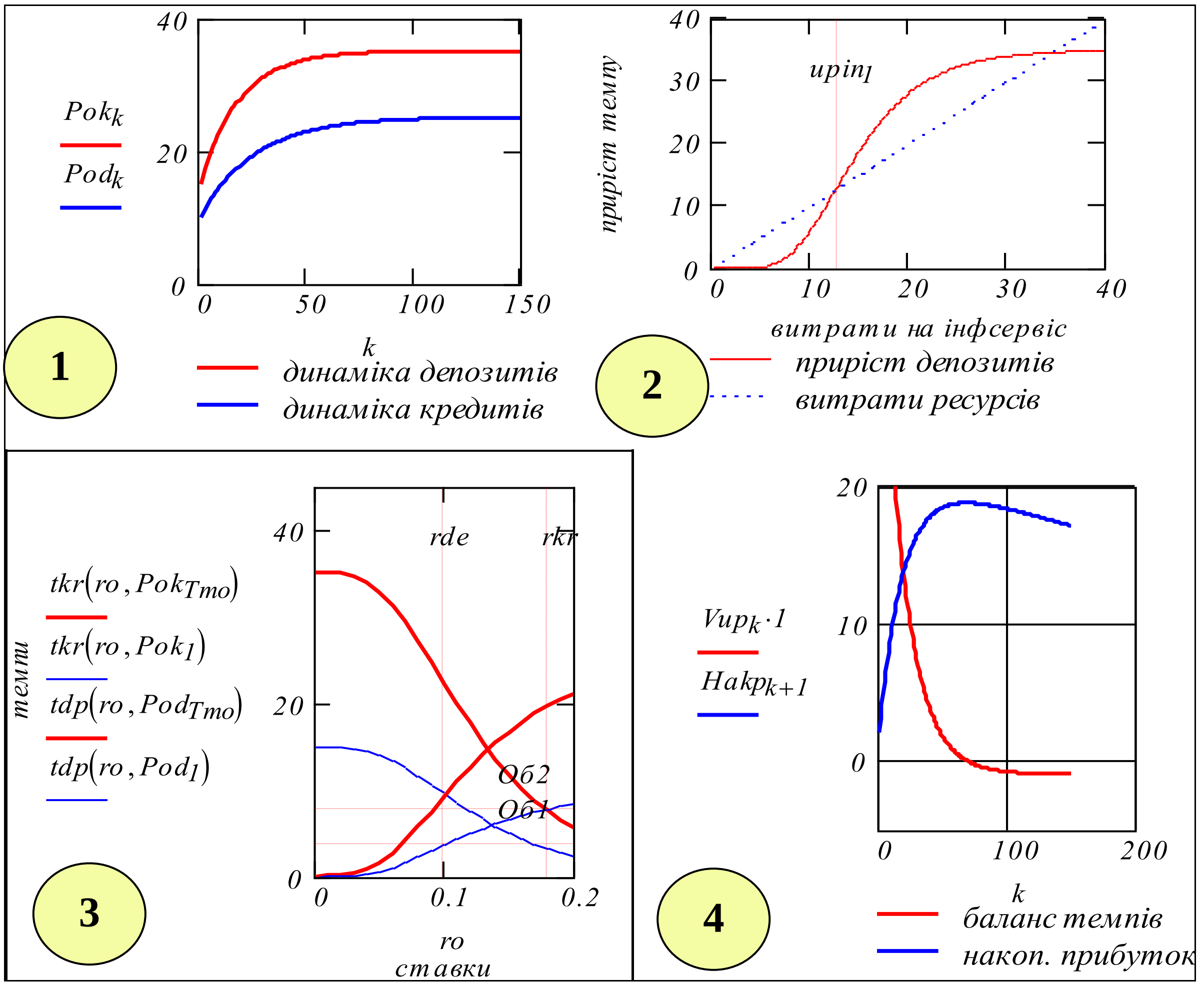


Рис. 4.22. Конструювання моделі інформаційного управління

На першому графіку – перехідні процеси: в зоні розташування банку максимальний попит на кредити (фізичні і юридичні особи) – 25 у.о., дійсний – 10 у.о. За рахунок стихійної чи цілеспрямованої інформації через певний час дійсний рівень досягає максимально можливого. Аналогічна ситуація для пропозиції депозитів. Ця модель – базова, її можна уточнювати.

На другому графіку – залежність збільшення темпу депозитів від темпу витрат на інформування. В рамках прийнятої моделі – S-функції – отримуємо властивість: наявність порога витрат, починаючи з якого ефект перевищує витрати. Вихід цієї моделі (2) – параметр швидкості перехідного процесу для попередньої (1).

На третьому графіку – дві пари залежностей "попит – пропозиція" для початкового і кінцевих моментів часу процесу.

На четвертому графіку – залежність балансу і накопиченого прибутку від часу при вибраних управліннях: ставці кредиту і витратах на інформування реальних і потенційних клієнтів. На таких графіках легше, ніж у формулах побачити концептуальні і синтаксичні помилки.

Тепер залишаються дрібниці – визначити правдоподібні значення параметрів моделі інформаційного управління попитом–пропозицією, підставити це в існуючу програму моделювання, відлагодити її, потім зробити нову програму модульну, де відповідні функціональні частини моделі будуть підпрограмами. Це рутинна, об'ємна робота, з широкими можливостями нескінченно робити, шукати і виправляти помилки.

Завдання для самостійного виконання

1. Перегляньте текст розділу і складіть специфікацію функціональних модулів для моделі банківської системи.
2. Напишіть програму моделювання банківської системи "в псевдокодах" – замість операторів пишіть "цикл", "умова", замість виразів і функцій – напишіть, що бере функція, і що повертає. Використайте результати виконання завдання 1.
3. Напишіть списки вхідних змінних, що потрібні для роботи програми моделювання і список вихідних даних.
4. Порівняйте цей список з тим, що поданий в наступному підрозділі.

Контрольні запитання

1. Формальне визначення управління динамічною системою.
2. Назвіть можливі управління в банківській системі.
3. Цілі управління банківською системою.
4. Що таке "екстремальний" регулятор?
5. Наведіть приклад задачі управління в банківській системі, коли потрібно певну величину утримувати приблизно нульовою.
6. Дайте словесний опис реакції потоку кредитів на зміну ставки кредитів.
7. Дайте словесний опис реакції потоку депозитів на зміну ставки депозитів.
8. Запишіть різницеве рівняння динаміки депозитів.
9. Запишіть різницеве рівняння динаміки кредитів.
10. Як знайти ставки кредитів і депозитів, що дають максимум дохідності?

Порадник фінансиста

4.3 Розробка програми моделювання та інтерфейсу

Постановка задачі

В цьому підрозділі зберемо програму моделювання з модулів розроблених і досліджених в попередніх підрозділах. Можливі дві альтернативи побудови програми:

– монолітна програма зібрана з розроблених функціональних модулів;

– програма на базі підпрограм, зроблених з функціональних модулів.

Яку альтернативу вибрати ? Відповідь очевидна: обидві:

– першу альтернативу для першого етапу дослідження і розвитку моделі системи;

– другу – для напрацювання альтернативних функціональних модулів і досліджень.

Розробка програми

В даному підрозділі побудована програма за першою альтернативою. Копіюємо програму моделювання з попереднього розділу і модуль введення параметрів системи. Модуль введення параметрів доповнимо параметрами об'єктів управління і регуляторів. Копіюємо з програм моделювання динаміки вхідних потоків депозитів і кредитів потрібні нам рівняння. Ставимо їх у відповідні місця програми моделювання системи.

Робимо "монолітну" програму, щоб можна було бачити усі робочі рівняння разом. Потім можна буде зібрати цю головну програму з підпрограм. Подаємо функціональні модулі програми.

Динаміка вхідного потоку кредитів

$$\begin{array}{|l} tdvx0 \leftarrow tdp(rd1, Adp)\cdot\left(1 + \alpha d\cdot sin(oM\cdot\pi\cdot k)\right) \\ tdvx_{k+1} \leftarrow tdvx_k + \dfrac{1}{Tdp}\cdot\left(tdvx0 - tdvx_k\right)\cdot dT \\ tdvx_{k+1} \leftarrow rnorm\left(1, tdvx_{k+1}, \sigma m\right)_1 \end{array}$$

Динаміка вхідного потоку депозитів

$$\begin{array}{|l} tkvx0 \leftarrow tkr(rk1, Akr)\cdot\left(1 + \alpha k\cdot sin(oM\cdot\pi\cdot k)\right) \\ tkvx_{k+1} \leftarrow tkvx_k + \dfrac{1}{Tkr}\cdot\left(tkvx0 - tkvx_k\right)\cdot dT \\ tkvx_{k+1} \leftarrow rnorm\left(2, tkvx_{k+1}, \sigma m\right)_1 \end{array}$$

Закон управління для стабілізації балансу формуємо згідно з такою логікою: якщо *різниця темпів* кредитів і депозитів $\delta ba = \left(tkrvxo_k - tdpvxo_k\right)$ позитивна, то зробимо кредити дорожчими на величину $\Delta 1rk = K1k\cdot\delta ba$ і депозити теж дорожчими $\Delta 1rd = K1d\cdot\delta ba$. Очевидно, темп кредитів буде зменшуватись, а темп депозитів зростати, а різниця темпів буде зменшуватись. Те ж саме буде і при від'ємній різниці.

Закон управління для максимізації доходу згідно з логікою: якщо дохід збільшується – знак управління не змінюємо, якщо зменшується – змінюємо знак управління.

$$\begin{array}{|l} \Delta dox_k \leftarrow 2\cdot\left(dox_{k-1} - dox_{k-2}\right) \div \left(dox_{k-1} + dox_{k-2}\right) \\ d0 \leftarrow \left(\Delta o + \left|\Delta dox_k\right|\right)\cdot sign\left(\delta op_{k-1}\right) \\ \delta op_k \leftarrow \left|\begin{array}{l} d0 \;\; if \;\; \Delta dox_k > 0 \\ -d0 \;\; otherwise \end{array}\right. \end{array}$$

Коли дохід зростає при збільшенні ставки кредитів (позитивному управлінні) – ми її продовжимо збільшувати, коли дохід зростає при зменшенні ставки кредитів, ми продовжимо її зменшення: $\Delta 2rk = K2k \cdot \delta op$. Ставку депозитів для збалансування темпів кредитів і депозитів слід змінювати в протилежному напрямку, тобто: $\Delta 2rd = -K2d \cdot \delta op$.

У підсумку зміна ставок кредитів і депозитів визначається дією двох регуляторів

– регулятора балансу: $\Delta rk = \Delta 1rk + \Delta 2rk$ і

– регулятора оптимізації: $\Delta rd = \Delta 1rd + \Delta 2rd$.

На базі поданих вище рівнянь можна зробити підпрограми для регуляторів і зібрати програму моделювання. Можливі дві альтернативи побудови програми: а) програма з функціональних модулів – відповідних підпрограм: "вхідний темп кредитів", "вихідний темп кредитів", "регулятор балансу"; б) "монолітна" програма.

На першому етапі – відлагодження моделі, відлагодження програми, пошукових досліджень – вибираємо монолітну програму: ми можемо бачити і контролювати одразу всю модель банківської системи. На другому етапі, коли базова модель буде відлагоджена, випробувана, верифікована і виникне необхідність дослідження альтернативних моделей клієнтів, законів управління, необхідно буде перейти до модульної програми.

Модуль "вхідні дані задачі". Формуємо модуль вхідних даних задачі (копіюємо, модифікуємо модуль з попереднього розділу). Вхідні дані для програми вводимо з коментарями у "змістовному вигляді", а потім збираємо у матрицю параметрів (рис. 4.23).

Резерв банку $\boxed{резерв := -3}$. Залишкова частка депозиту $\boxed{vnkp := 0.0}$.
Ставки: кредиту $\boxed{rko \equiv 0.10}$, депозиту $\boxed{rdo \equiv 0.05}$, середні терміни:
кредиту $\boxed{Tko := 4}$; депозиту $\boxed{Tdo := 2}$. *Клієнти*:
Кредити: – інерційність $\boxed{Tkr1 := 2.0}$; максимальний рівень $\boxed{poko := 20}$; сезонність $\boxed{ask := 0.01}$; частота $\boxed{om := 0.1}$; розкид $\boxed{\sigma k := 0.05}$ – параметри попиту.
Депозити: – інерційність $\boxed{Tdp1 := 2.0}$; максимальний рівень $\boxed{podo := 50}$; сезонність $\boxed{asd := 0.01}$; частота $\boxed{om := 0.1}$; розкид $\boxed{\sigma d := 0.05}$ – параметри пропозиції.
Період моделювання $Tp1 := 30$; число кроків $Np1 := 150$; $k := 1..Np1$;
$\Delta t := Tp1 \div Np1$; $\Delta t = 0.2$. *Параметри законів управління*:
регулювання балансу $\boxed{K1k := 0.001}$; $\boxed{K1d := 0.001 \cdot натисни}$;
максимізація доходу $\boxed{K2k := 0.0012}$; $\boxed{K2d := 0.0012}$; $\Delta o := 0.0$.
Матриця параметрів $mp := \begin{pmatrix} rko & Tko & poko & ask & \sigma k & om & K1k & K2k & Tkr1 \\ rdo & Tdo & podo & asd & \sigma d & vnkp & K1d & K2d & Tdp1 \end{pmatrix}$.

Рис. 4.23. Модуль вхідних даних програми моделювання

В програмі ставки кредитів і депозитів визначає "автопілот" (зараз такі програми називають "роботами") – регулятор балансу та екстремальний регулятор. Стійкість і якість регулювання залежать від значень параметрів законів управління. В поданій версії вони настроюються користувачем.

Вхідні дані збираються у вхідну матрицю *mp*, два рядки якої задають параметри потоків депозитів і кредитів. Програма зроблена функцією від матриці параметрів, тобто маємо функцію від 32 змінних.

Інтерфейс програми моделювання складається з чотирьох екранних сторінок, що подають результати моделювання – процеси в банківській системі в різних "проекціях" – ракурсах інтерфейсу (рис. 4.24 – 4.28). Це залежності змінних стану від часу, залежності між змінними стану на фазовій площині, залежності для балансів вхідних і вихідних потоків, балансів кредитів і депозитів. Відсутні інтерфейси для *що буде якщо аналізу* та *ризик аналізу*.

Причини цього:

– це досить проста задача для самостійного виконання: слід просто 100–1000 разів запустити програму моделювання і виконати статистичну обробку результатів;

– обмежений обсяг посібника.

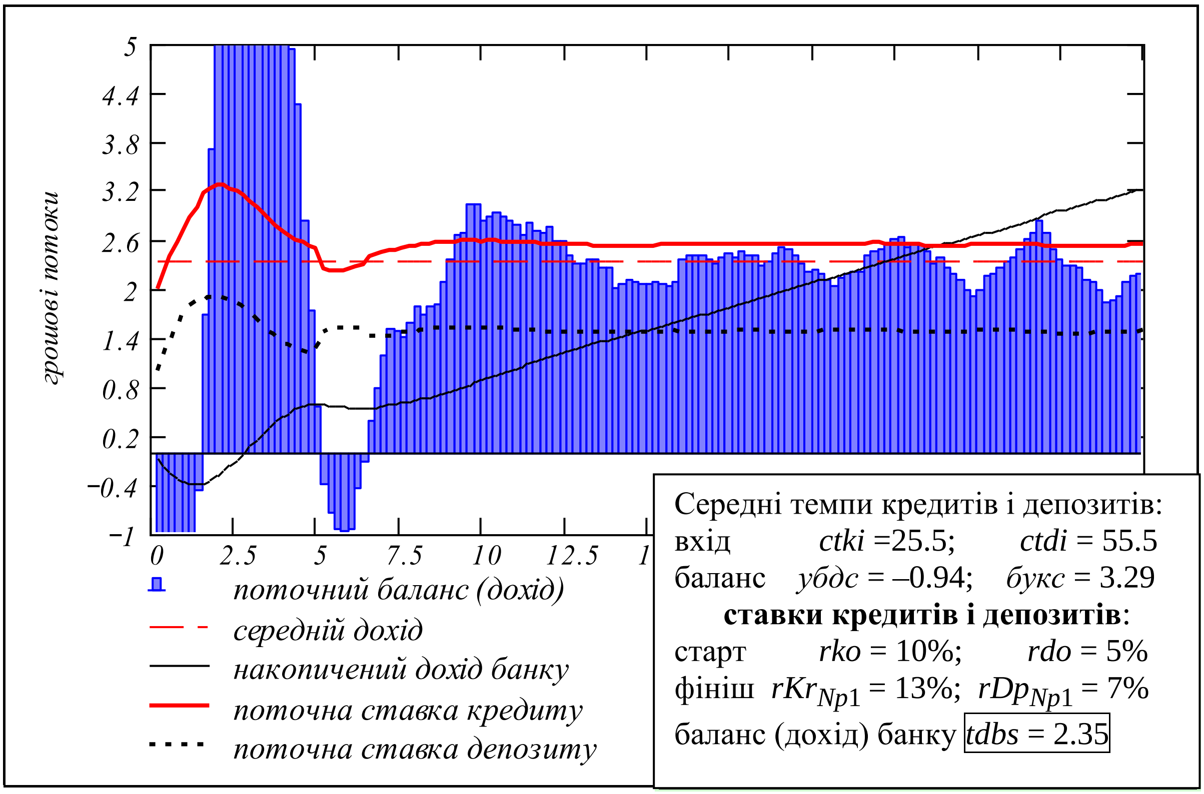


Рис. 4.24. Перехідні процеси

Зробимо графіки фазових траєкторій (рис. 4.25), що дозволяють бачити стан балансу і оптимальності процесу $fk(r) := tkr(r, mp_{1,3})$; $fd(r) := tdp(r, mp_{2,3})$; $My := \Pi(fk, fd)$. Даємо відповідні назви компонентам вектора виходу програми $rk := My_1$; $rdb := My_2$; $marga := My_3$; $t\_dox := My_4$; $r\_rivno := My_5$; $dr := My_6$. Формуємо змінні для побудови графіків $length(marga) = 30$; $jr := 1..length(marga)$; $rp_{jr} := r\_rivno + dr \cdot jr$; $opf_k := (rKr_k - rDp_k)\cdot krvx_k$; $Rr := 0, 0.01..0.30$; $\boxed{натисни \equiv 1}$; $qwa := max\left(mp^{\langle 3\rangle}\right)$.

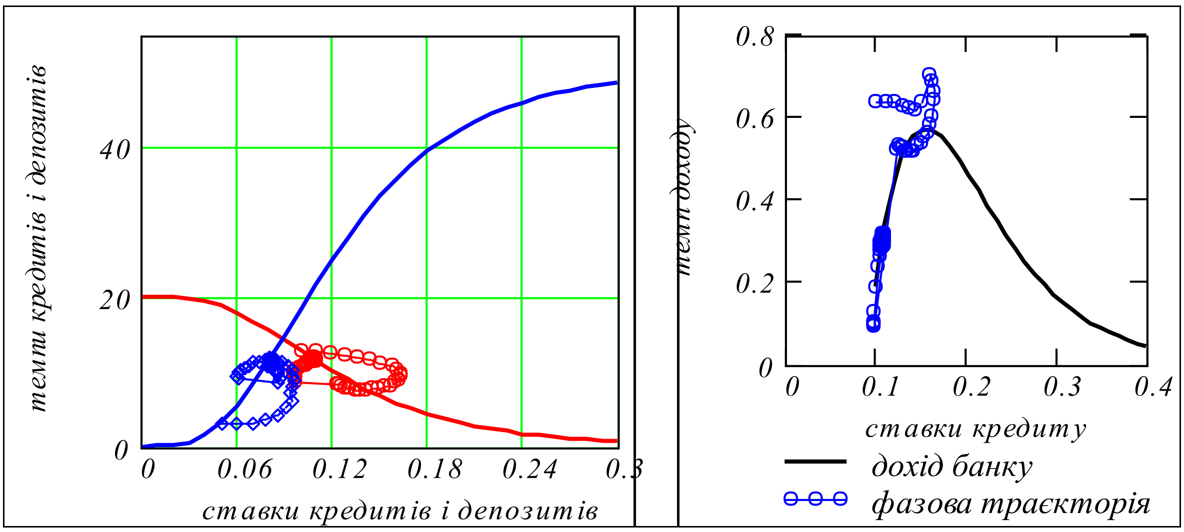


Рис. 4.25. Перехідні процеси на фазових площинах

На рис. 4.25 ліворуч подані статичні залежності попиту і пропозиції від процентних ставок та процеси зміни ставок і темпів в часі, праворуч подана статична залежність темпу доходу від ставки кредиту. Бачимо, що:

1) підсистема стабілізації балансу вхідних потоків кредитів і депозитів працює задовільно;

2) підсистема максимізації доходу є *незадовільною*: іноді максимізує дохід, іноді – не доводить систему до максимуму, іноді – взагалі робить систему нестійкою.

Позитивна риса алгоритмів управління в тому, що майже кожен може їх покращити. Проведемо попередній огляд *можливих причин* незадовільності системи:

а) підсистеми управління діють сумісно на об'єкт і можуть заважати одна одній, спробуйте відключити по черзі регулятори, подивитись, як вони працюють самостійно;

б) занадто великі збурення і неоптимальні значення коефіцієнтів зворотних зв'язків $K1k, K1d, K2d, K2k$;

в) система реагує на поточні зміни доходу, що є тимчасовими – потрібне усереднення;

г) алгоритм пошуку максимуму має органічний порок – коли дохід майже незмінний – припиняється оптимізація – слід ввести тестові дії.

Подивимось на процеси в системі "банк", а також – в підсистемах "депозити" і "кредити" (рис. 4.26 – 4.28).

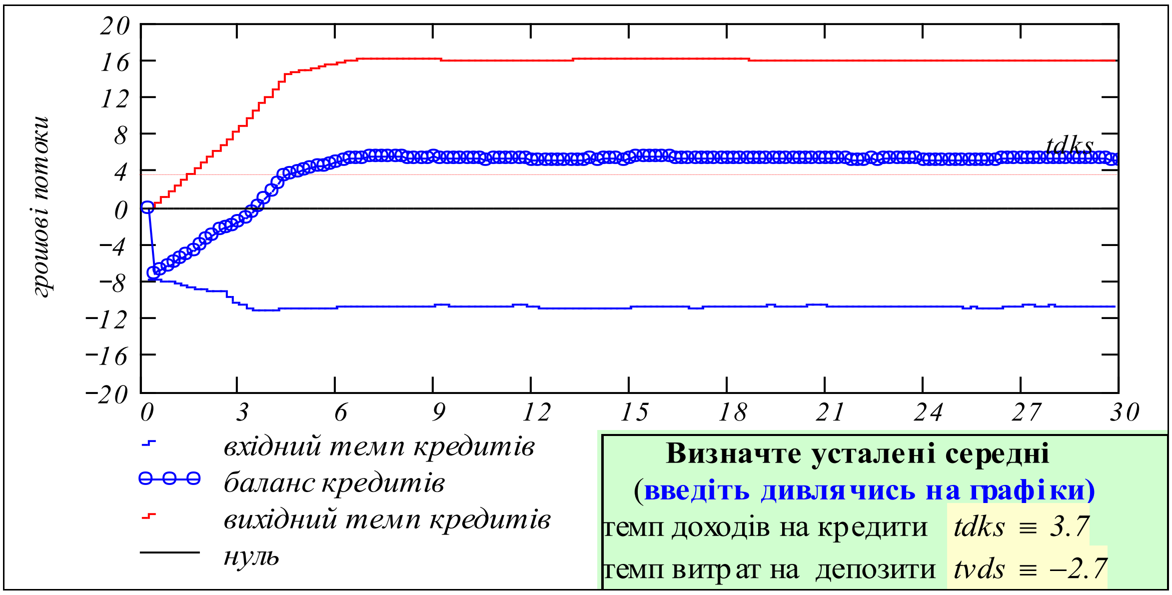


Рис 4.26. Баланс вхідних темпів кредитів і депозитів

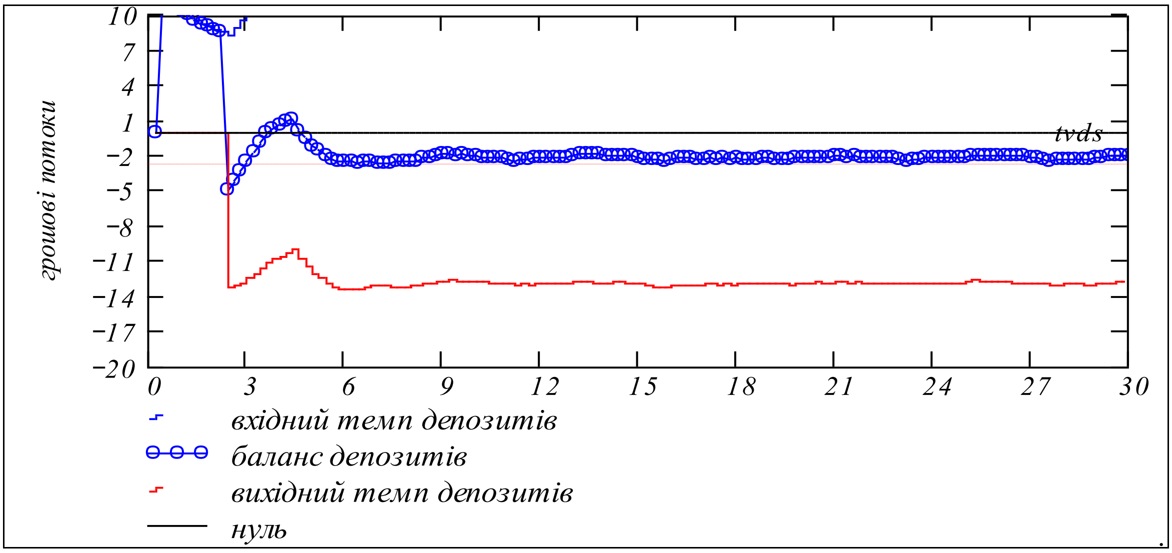


Рис. 4.27. Баланси вхідних і вихідних темпів депозитів

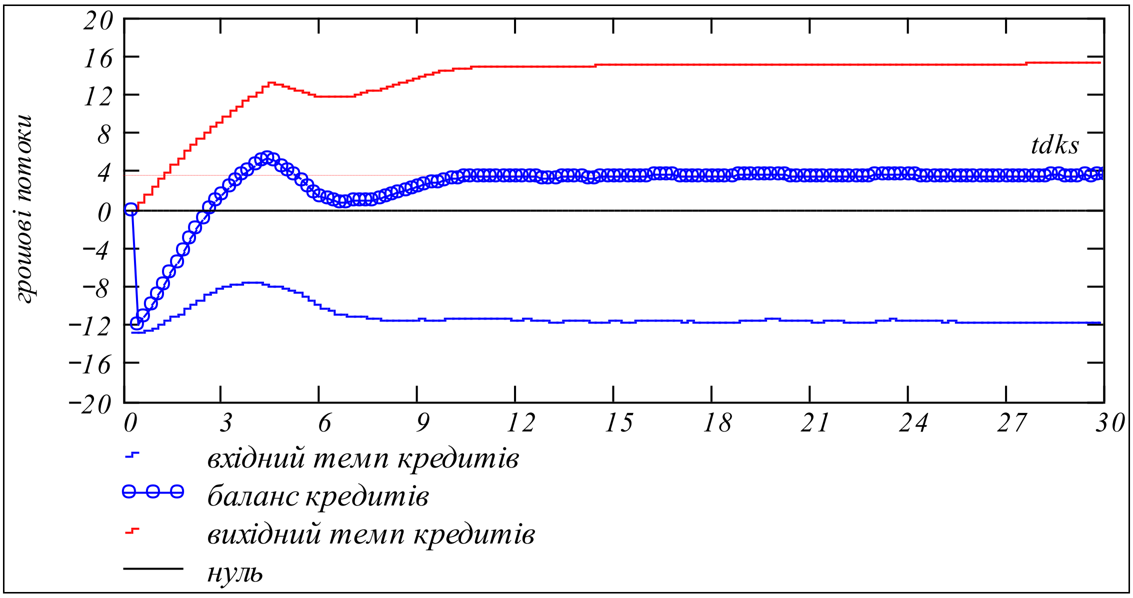


Рис. 4.28. Баланси вхідних і вихідних темпів кредитів

Бачимо, що в системі встановлюється точний баланс темпів кредитів і депозитів і наближений – в підсистемах. Аналізу балансів присвячені контрольні питання. Шукайте відповіді в математичних моделях і графіках.

Завдання (*робота з електронною книгою*)

Вище (рис. 4.24 – 4.28) треба було ввести свої оцінки відповідних показників. Тут подано порівняння Ваших оцінок з обчисленими програмою значеннями:

– темп витрат по депозитах, ваше: $tvds = -2.7$, наше $\boxed{убдс = -1.12}$;

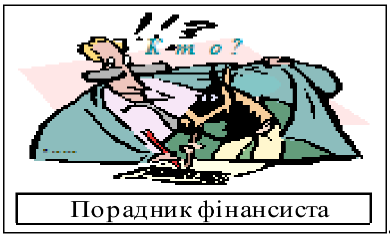
– темп доходів по кредитах, ваше: $tdks = 3.7$, наше $\boxed{убкс = 3.47}$;

– середній темп доходу банку, ваше: $tvds + tdks = 1$, наше $\boxed{tdbs = 2.35}$.

При стартових ставках і термінах: кредиту $rko = 10\%$; $Tko = 4р$; депозиту $rdo = 5\%$; $Tdo = 2р$; резерві банку $\boxed{резерв := -3}$ у.о. маємо: середній темп доходу банку (на залучений капітал) $\boxed{tdbs \div ctdi = 4.2}$; різницю ставок $\boxed{rKr_{Np1} - rDp_{Np1} = 3\%}$; розкиди темпу доходу: $макс\_вниз = 1.84$; середній $-tdbr = -0.08$.

Контрольні питання

1. Якому параметру дорівнює відношення усталених (середніх) значень вхідного і вихідного темпів кредитів?
2. Якому параметру дорівнює відношення усталених (середніх) значень вхідного і вихідного темпів депозитів?
3. Навіщо потрібно збалансовувати потоки кредитів і депозитів?
4. Творче: чи можливо збалансувати вхідні і вихідні потоки кредитів?
5. Творче: чи можливо збалансувати вхідні і вихідні потоки депозитів?
6. Як треба формувати структури потоків кредитів і депозитів для збалансування входів і виходів (вхід: надали кредит, вихід – кредит повернуто...)?
7. Творче: якщо можливо збалансувати вхідні і вихідні потоки для кредитів і депозитів, то чи можливо відмовитись від вимоги збалансування потоків кредитів і депозитів?
8. Назвіть джерела випадковості в депозитах і кредитах.
9. Які кредити є кращими для банку: коротко- чи довгострокові?
10. Які депозити є кращими для банку: коротко- чи довгострокові?



4.4 Аналіз отриманих результатів. Підсумки

В даному підрозділі підводяться підсумки досить довгого розділу. Якщо розташувати отримані результати в порядку значимості, отримаємо такий список:

1. На прикладі показана можливість конструювання математичних моделей інвестиційних процесів – від словесної моделі до працездатної робочої моделі.
2. Модель відкрита для змін і для перенесення в інші програмні платформи.
3. Модель включає в явній формі алгоритми управління банківською системою.
4. Розроблено дві альтернативні форми комплексного інтерфейсу.
5. Модель придатна для набуття "практичного досвіду на віртуальній реальності" – навчання, тренування, тестування.

Робочий результат – макет інформаційної системи підтримки рішень на базі моделювання. Стисло і схематично цю інформаційну систему можна подати схемою "вхід – перетворювач інформації – вихід" (рис. 4.29).

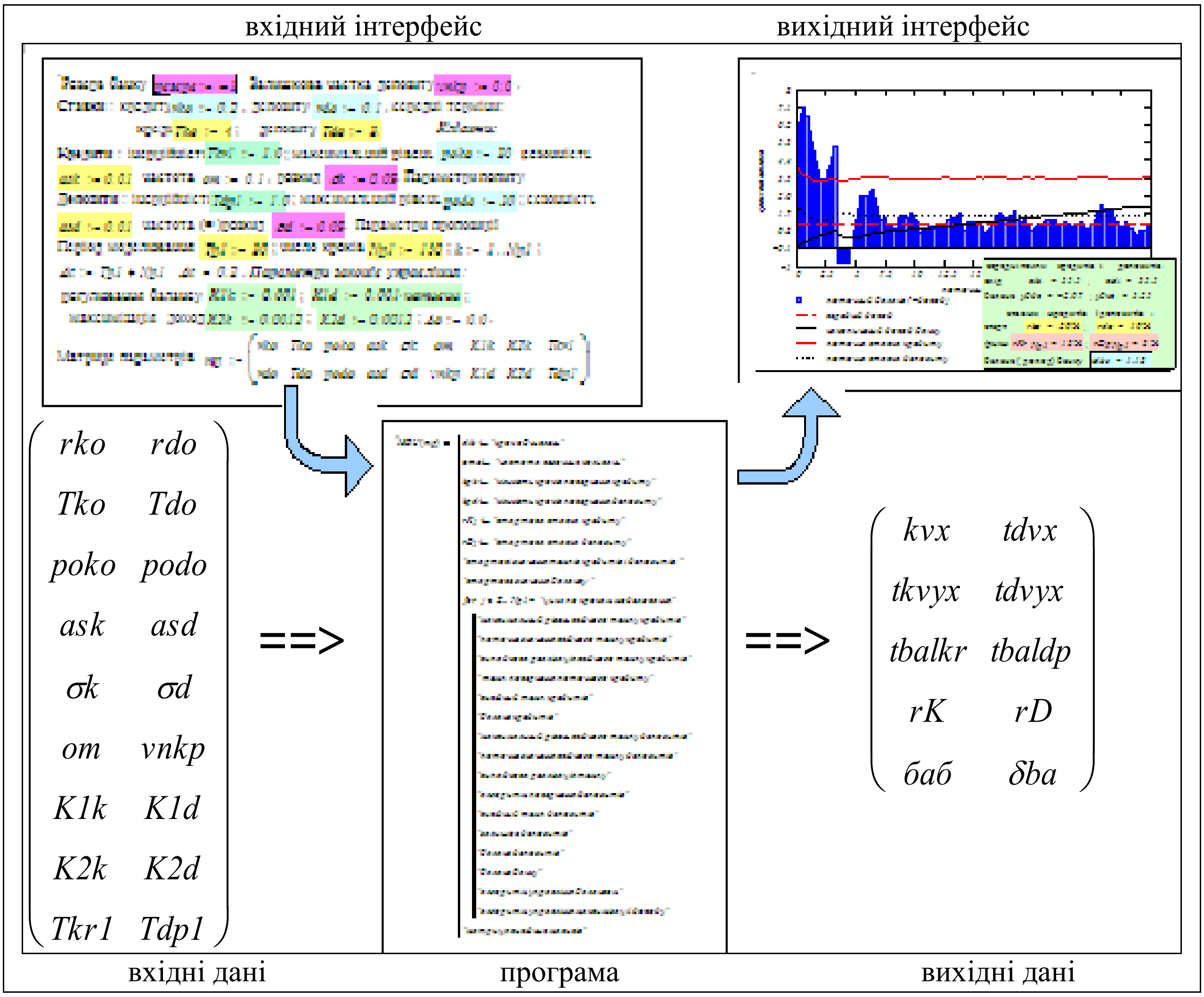


Рис. 4.29. Схема інформаційної системи для прогнозування діяльності банку

На рис. 4.30 подано програму моделювання банківської системи в "псевдокодах".

$MBU(mp) =$	$dtk \leftarrow$ *"крок обчислень"*
	$ome \leftarrow$ *"частота сезонних коливань"*
	$kpk \leftarrow$ *"кількість кроків повернення кредиту"*
	$kpd \leftarrow$ *"кількість кроків повернення депозиту"*
	$rK_1 \leftarrow$ *"стартова ставка кредиту"*
	$rD_1 \leftarrow$ *"стартова ставка депозиту"*
	"стартові значення темпів кредитів і депозитів:"
	"стартове значення балансу:"
	for $j \in Z..Np1$ – *"цикл по КРОКАХ моделювання"*
	    "максимальний рівень вхідного темпу кредитів"
	    "поточне значення вхідного темпу кредитів"
	    "випадкова реалізація вхідного темпу кредитів"
	    " темп повернення поточного кредиту"
	    "вихідний темп кредитів"
	    "баланс кредитів"
	    "максимальний рівень вхідного темпу депозитів"
	    "поточне значення вхідного темпу депозитів"
	    "випадкова реалізація темпу"
	    "алгоритм повернення депозитів"
	    "вихідний темп депозитів"
	    "ЗАЛИШОК депозитів"
	    "баланс депозитів"
	    "баланс банку"
	    "алгоритм управління балансом"
	    "алгоритм управління максимізації доходу"
	"матриця вихідних масивів"

Програма бере матрицю розміром 2×9 параметрів:

Матриця параметрів $mp := \begin{pmatrix} rko & Tko & poko & ask & \sigma k & om & K1k & K2k & Tkr1 \\ rdo & Tdo & podo & asd & \sigma d & vnkp & K1d & K2d & Tdp1 \end{pmatrix}$

Програма повертає матрицю розміром 2×5 з векторів

Виводимо цю матрицю і один з її елементів

$$MBU(mp) = \begin{pmatrix} \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} \\ \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} & \{150,1\} \end{pmatrix}$$

$$MBU(mp)_{1,1}{}^{T} = (7.8 \quad 7.8 \quad 7.8 \quad 7.6 \quad 7.3 \quad 7 \quad 6.7 \quad 6.4 \quad 6.1 \quad 5.8)$$

Рис. 4.30. Програма моделювання в "псевдокодах"

В цьому тексті програми стисло описані входи і в тілі циклу моделювання подано фактично список модулів програми. Всі ці модулі розглядалися в підрозділах 4.1 – 4.3. Подано також структури даних: вхід – матриця 3×9, вихід – матриця 2×5, елементами якої є вектори, що містять усі значення певних змінних на всіх кроках моделювання.

На рис. 4.31 подана специфікація входів і виходів програми моделювання

$$\begin{pmatrix} rko & rdo & \text{"ставки кредитів / депозитів"} \\ Tko & Tdo & \text{"терміни кредитів / депозитів"} \\ poko & podo & \text{"потенційні темпи кред. / деп."} \\ ask & asd & \text{"амплітуди сезонних коливань"} \\ \sigma k & \sigma d & \text{"розкиди темпів кред. / деп."} \\ om & vnkp & \text{"частота / залишок деп."} \\ K1k & K1d & \text{"параметри закону регулюв."} \\ K2k & K2d & \text{"параметри закону регулюв."} \\ Tkr1 & Tdp1 & \text{"інерційності кред. / деп."} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} tkvx & tdvx & \text{"темпи вхідні"} \\ tkvyx & tdvyx & \text{"темпи вихідні"} \\ tbalkr & tbaldp & \text{"поточні баланси"} \\ rK & rD & \text{"поточні ставки"} \\ баб & \delta ba & \text{"бал.бан., помилка"} \end{pmatrix}$$

Рис. 4.31. Специфікація входів і виходів

Завдання

1. Напишіть коментарі до програми, дайте специфікацію змінних.
2. Використовуючи стенд (електронну книгу), проведіть дослідження згідно з індивідуальним завданням. Бажано зробити спеціалізовані програми та додаткові програмні модулі для проведення дослідження.

Індивідуальні завдання

1. Дослідження впливу *середнього терміну кредиту* при незмінних інших параметрах.
2. Дослідження впливу *середнього терміну депозиту*.
3. Дослідження впливу *інерційності реакції* темпу кредитів на зміну ставки кредитів. Знайти оптимальне для банку значення інерційності.
4. Дослідження впливу інерційності реакції темпу депозитів на зміну ставки кредитів. Знайти оптимальне для банку значення інерційності.
5. Дослідження впливу на динаміку і статику *нерівності максимальних рівнів* темпів кредитів і депозитів.
6. Дослідження впливу на динаміку і статику *величини* максимальних рівнів темпів кредитів і депозитів.
7. Дослідження впливу амплітуди сезонних коливань при незмінних інших параметрах.
8. Дослідження впливу амплітуди випадкової складової при незмінних інших параметрах.
9. Дослідження впливу початкових ставок кредитів і депозитів на ефективність управління – стійкість, оптимальність (ставки вище і нижче оптимальних).
10. Пошук оптимальних значень параметрів закону управління балансом кредитів і депозитів при незмінних інших параметрах.
11. Пошук оптимальних значень параметрів закону максимізації процентного доходу при незмінних інших параметрах.

Завдання (***пошук в Інтернеті***). Виконайте пошук аналогів математичних моделей, задач і методів даного розділу (мови пошуку: англійська, російська, українська). Сформуйте ключі пошуку: ключові слова, назви задач і методів, роботи авторів.

5. АНАЛІЗ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ІНВЕСТИЦІЙ У РОЗВИТОК ВИРОБНИЦТВА

В цьому розділі ми розглядаємо інший, ніж в попередніх, клас моделей інвестиційних процесів – *варіаційні задачі розвитку*. Варіаційні задачі не часто розглядаються в сучасних посібниках і підручниках. Однак варіаційні задачі оточують нас. Розв'язання варіаційних задач іноді виявляються дуже простими і очевидними, але після того як їх хтось знайде – Ейлер, Гамільтон, Беллман, Понтрягін. В цьому розділи розглядаємо задачі оптимального розвитку крок за кроком: спочатку однопродуктові, потім багатопродуктові, потім з урахуванням кредитів та ефектів освоєння виробництва. На цьому шляху знайдемо узагальнення – *метод оптимального агрегування*, що дозволяє замінити багатопродуктову виробничу систему еквівалентною оптимальною однопродуктовою.

Варіаційні задачі. Ми розглядали оптимізаційні задачі, де треба було знайти екстремум функції 2-ох, 3-ох … змінних. У варіаційній задачі треба знайти не декілька чисел, а цілу функцію – оптимальну стратегію управління (рис. 5.1). Формально, це задача знаходження екстремуму функції нескінченного числа змінних (формально неперервна функція задається нескінченним числом своїх значень).

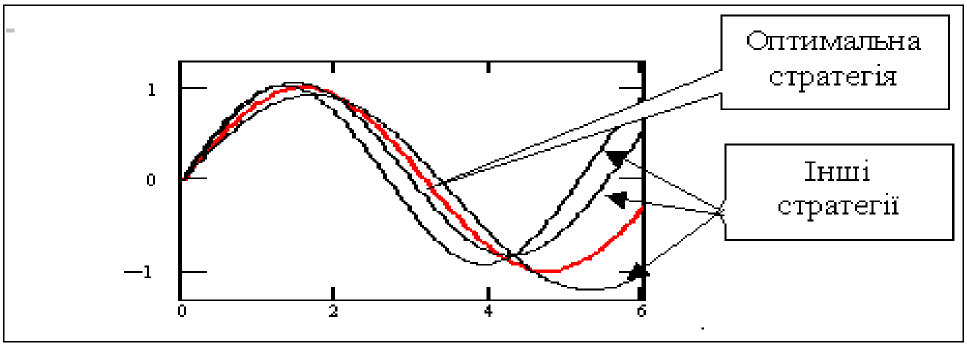


Рис. 5.1. Варіаційна задача – пошук функцій, що оптимізують певні критерії

Функцію, що є розв'язанням варіаційної задачі, можна наблизити рядом дискретних значень, можна розкласти в ряд за певними базисними функціями (наприклад, в ряд Фур'є) – тоді варіаційна задача зведеться до звичної задачі оптимізації деякої функції $N < \infty$ змінних. Особливість варіаційних задач в тому, що розв'язання їх *дуже легко* знаходиться "саме собою", природним способом, і *дуже важко* – математичними методами. Розглянемо декілька прикладів варіаційних задач у нашому оточенні.

Ейфелева, Останкінська башти, башта Шухова мають форму, що дає мінімум ваги при заданій висоті та міцності. Дроти між стовпами провисають не просто так, а по так званій "ланцюговій лінії", що мінімізує зусилля в дроті. Краплини води на склі набувають форми, яка мінімізує зусилля на поверхні. Подібну форму надають сучасним великим резервуарам для нафти.

Математичне розв'язання варіаційних задач потребує найвищої кваліфікації, винахідливості і просто везіння. Нові розв'язання варіаційних задач з'являються дуже рідко, а ті, що відомі, майже усі – *іменні,* наприклад, задача Ейлера, задача Лагранжа, задача Больца, метод динамічного програмування Беллмана, метод принципу максимуму Понтрягіна. Не ставимо задачі систематичного вивчення варіаційного обчислення – це задачі університетського курсу вищої математики. Розглянемо конкретні розв'язання конкретних задач розвитку. Першою розглянемо *задачу Марковиця* [4]. Вона дуже просто розв'язується для окремого випадку і, як побачимо, є актуальною для практики. Поєднання аналітичних і числових методів на базі можливостей математичних пакетів дає можливість отримати розв'язання ряду задач стратегічного управління – задач розподілу ресурсів в часі і просторі.

5.1 Базова модель оптимального розвитку виробничої системи

Вступ

В розділі 2.4 ми розглянули інвестиційний проект, де фактично не було управління і оптимізації. Головним в моделі було врахування впливу невизначеностей.

В цьому розділі ми розглядаємо інвестиційний проект як об'єкт оптимального управління. Словесна формула проекту: "*розвиток бізнесу за рахунок власних та позичених ресурсів (кредитів)*". Суть управління в тому, що ми поточний прибуток та інші ресурси розподіляємо між інвестиціями в розвиток виробництва (нові виробничі потужності, вдосконалення технологій та ін.) та накопиченням (для споживання, інвестицій в інші проекти, і просто – для розвитку культури чи мистецтва). Задача управління – так вибирати пропорцію розподілу ресурсів *на кожному кроці*, щоб за період існування проекту (життєвий цикл проекту) *отримати максимум сумарного накопичення*. Тобто, ми повинні *знайти певні функції часу* – розмір поточних інвестицій ("стратегію розвитку") та розмір поточних кредитів ("кредитну стратегію").

Зрозуміло, що перед тим як починати якийсь інвестиційний проект тривалістю 3–12 років, дуже бажано промоделювати варіанти оптимального процесу розвитку при варіації параметрів проекту – ставці кредитного процента, цінах на продукцію, ефективності інвестицій та ін. Моделювання процесу розвитку системи повинно в певній мірі замінити принципово відсутню статистику – сьогодні типовий інвестиційний проект має високий ступінь новизни. В черговий раз *пройдемо через усі етапи розробки моделі і моделювання*. Повторимо в черговий раз "прописні істини", бо: а) вони саме для того існують; б) розділи цього посібника зроблені досить автономними.

Розробка схеми процесу розвитку виробничої системи

Розглянемо типовий інвестиційний проект створення нового виробництва (з фінансово-економічної точки зору не має значення якого саме: виробництва телевізорів, електроенергії, продажів кави чи надання послуг – головне, мати свій чи чужий досвід і технології). Одним з вирішальних моментів проекту є початок виробництва: починається потік доходів. Припустимо, що виробництво одразу є прибутковим незалежно від обсягу (безумовно, це не так). Але чи закінчуються проблеми оптимального управління інвестиційним проектом з початком процесів виробництва і повернення вкладеного капіталу?

На етапі від початку виробництва до закінчення планового періоду, коли потенціал ринку даного продукту вичерпаний, існують дві проблеми – з якого стартового рівня починати виробництво і яку частку прибутків вкладати в розширення виробництва в кожний момент часу? Остання проблема – це визначення *оптимальної стратегії розвитку* виробничої системи. Цей етап інвестиційного проекту є вирішальним – саме тут повертаються витрати і отримується прибуток. Практика дає підстави припустити, що малі помилки в стратегії розвитку можуть приводити до великих втрат прибутку.

В менеджменті, маркетингу, фінансах теорія і практика з певних об’єктивних причин існують самі по собі. Більшість автоматизованих систем підтримки рішень, що є на ринку, – іграшки для початківців. Ще Беллман зауважив, що шукати (оптимальні розв'язки) треба на освітлених (математичними методами) територіях. До цієї тези знову і знову приходять теоретики і практики, коли намагаються розв'язувати бізнесові проблеми за допомогою "інтелектуальних систем" на базі нечіткої логіки, нейронних мереж та ін.: "Начать следует с анализа узко ограниченной части проблемы, с упором на её моделирование с помощью всех возможных техник" [12]. В моделюванні вважається головним знайти глибоке, точне подання задачі, проблеми.

"При моделировании лучше начинать с границы между "мягкой" областью (интуитивным болотом) и соседней с ней с твёрдыми островками формальных техник" [12]. Таким "твердим острівцем" ми вибираємо розв'язану і досліджену Р. Беллманом "задачу Марковиця про оптимізацію накопиченого прибутку виробничої системи" [4].

Постановка оптимізаційної задачі

Інвестиційні задачі можуть бути однокроковими, коли треба оптимізувати одноразову операцію, і багатокроковими, коли треба *оптимізувати результат багатокрокової операції* (будемо називати результат *умовно* "накопичений прибуток" або просто "прибуток"). Нам треба визначити розподіл поточних ресурсів між інвестуванням у виробництво і накопиченням для кожного кроку розвитку (= в часі).

Базовий критерій оптимальності в нашій задачі – сумарний (накопичений) прибуток за плановий період. Виникає природне питання: якщо на кожному кроці процесу отримувати максимальний прибуток, чи буде сумарний прибуток максимальним? З практики відомо, що високотехнологічні виробництва масової продукції вигідно розвивати так: майже до кінця періоду все вкладати в розвиток, а потім за короткий час отримати основну частину прибутку. *Ціль даного розділу – розробка методів і програм оптимізації інвестиційних проектів, пов'язаних з розвитком виробництв.* Призначення цих моделей – *прогнозування і планування діяльності організації.* Розглядаємо задачу оптимального управління динамічними системами – так звану задачу Марковиця. Цю задачу досліджували відомі вчені: математик Річард Беллман та фінансист Гаррі Марковиць – Нобелівський лауреат в галузі економіки (задача оптимізації портфеля цінних паперів).

Маємо виробничу систему, де виробляються N видів продукції. Темпи випуску продукції дорівнюють $x1(t), x2(t), x3(t),... xl(t), xN(t)$ (одиниць вимірювання продукції за місяць, квартал, рік). *Темп виробництва* – це синонім (поки вважаємо, що виробничі потужності використовуються повністю) терміна *виробнича потужність*. Рівняння динаміки виробничих потужностей.

$$\frac{d}{dt}x(t)_i = fin\left(y(t)_i, i\right) = fin\left(xs(t)\cdot u_i, i\right), \tag{5.1}$$

де $fin\left(y(t)_i, i\right)$ – функція інвестицій для і-го виробництва, що належить до класу монотонно зростаючих функцій; $xs(t) = \sum_j x(t)_j$, $j = 1..N$; – сумарне виробництво (в грошових одиницях) в момент t; $0 \le u(t)_i \le 1$ – управління, змістовно, це частка сумарних поточних ресурсів, що виділяється для розширення виробничих потужностей для i-го продукту. Для управлінь виконується умова нормування:

$$\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1,$$

де $unak(t)$ – частка ресурсів, що йде в накопичення.

Потрібно визначити оптимальну стратегію інвестицій (не плутати з поточними витратами на виробництво видів продукції), що максимізує сумарний прибуток за певний період:

$$JN = \int_0^T xs(t)\cdot unak(t)\,dt. \tag{5.2}$$

Розв'язання узагальненої оптимізаційної задачі

Для *окремих випадків* відоме аналітичне розв'язання задачі Марковиця. В цій роботі ми розглянемо тільки наближене розв'язання, але для довільних функцій віддачі інвестицій. Шукати розв'язання будемо *з позиції менеджера*, що трохи озброєний знаннями про методи розв'язання варіаційних задач та навичками моделювання процесів. Визначимо, як впливає на критерій накопиченого прибутку вибір управління на деякому кроці.

На рис. 5.2 подано схеми формування наближення функції Гамільтона. На цій схемі $S1 = x(t)\cdot(1 - u(t))$ – це та частина доходу, що йде в накопичення, $S2$ – те, що йде в інвестиції. Згідно з рівняннями динаміки потужностей частина $S2 = x(t)\cdot u(t)$ створює зростання виробничих потужностей на величину $\Delta x = fin(x(t)\cdot u(t))$. За рахунок цієї складової можна отримати *до кінця процесу* продукції

$$S3 = \Delta x\cdot(T - t) = fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T - t).$$

Цю продукцію можна використати для накопичення чи інвестування. *Як саме конкретно – це залежить від наступних станів. Це слабке місце нашого методу, однак відкладемо обґрунтування на потім.* Виходячи з цих міркувань, будемо вибирати управління u(t) так, щоб отримати максимум функції $H(x) = S1 + S3$, яка є (при виконанні певних умов) похідною від інтегрального критерію (5.2), тобто:

$$H(x,u) = x(t)\cdot(1 - u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T - t). \qquad (5.3)$$

На кожному кроці процесу шукаємо управління, що дає максимум *H(x,u)*:

$$uopt = \arg\max\left(\max\left(H(x,u)\right)_{u\in(0..1)}\right).$$

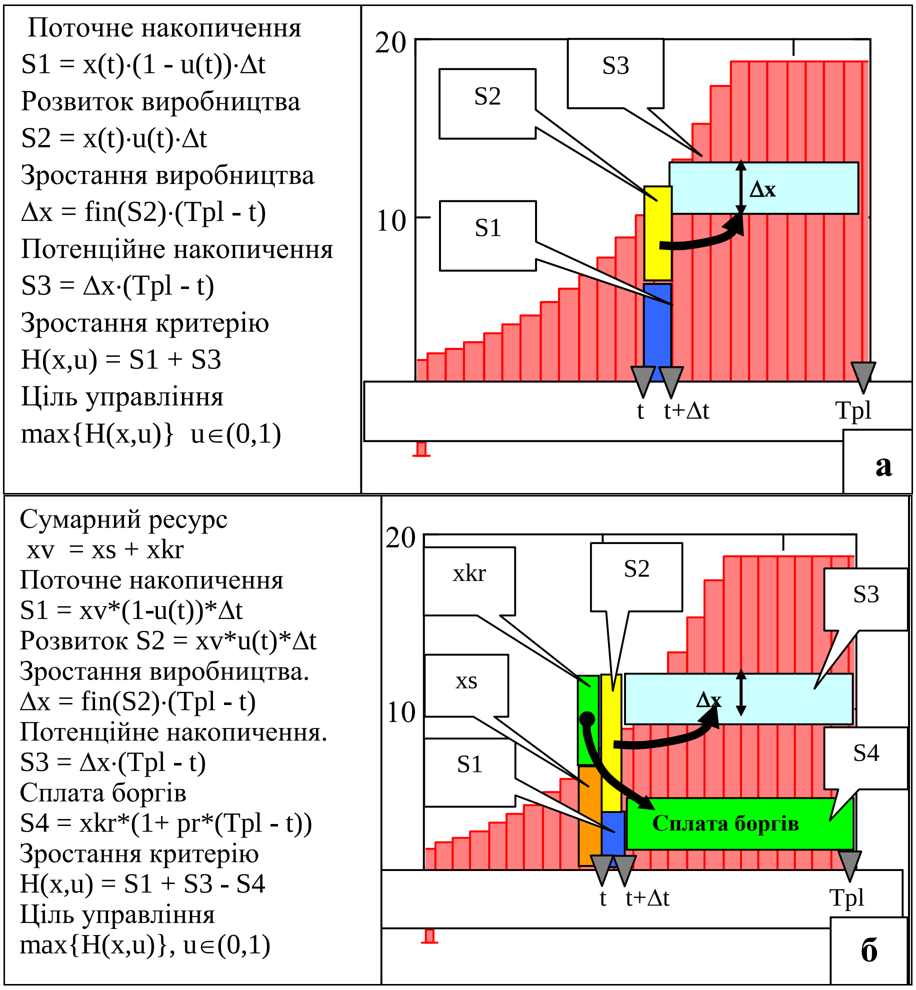


Рис. 5.2. Логіка визначення наближення функції Гамільтона

Зауважимо, що наше рішення залежить тільки від поточного стану виробництва *x(t)* і не залежить від "передісторії" – способу, яким система прийшла в даний стан (не завжди так буває). Це і є відомий *принцип оптимальності* Р. Беллмана. А як справи з майбутнім? Чи гарантує вибір максимального значення $H(x,u)$ на кожному кроці отримання максимуму критерію – сумарного прибутку за N кроків?

Оптимізація кредитної стратегії

Вище ми розглянули задачу максимізації сумарного прибутку, що може дати певне виробництво за певний плановий період. Змінною управління у нас був розподіл власних ресурсів (виручених від реалізації продукції коштів) між інвестиціями у це ж виробництво і накопиченням. Формально треба було знайти функцію часу *u1op(t)* – частку ресурсів, що йде в інвестиції, яка б забезпечувала максимальний прибуток.

Неважко перевірити (за допомогою програми моделювання), що при малому стартовому рівні виробництва розвиток за рахунок власних ресурсів занадто затягується.

Для випадку ввігнуто-випуклих інвестиційних функцій взагалі існує поріг стартових виробничих потужностей, коли взагалі невигідно інвестувати у розвиток виробництва. Визначимо *оптимальну кредитну стратегію* – скільки брати кредитів на кожному кроці, як віддавати борги, щоб отримати максимальний сумарний прибуток. Візьмемо *простіший* для моделювання спосіб виплати: рівними частками з моменту, коли кредит взято і до кінця періоду, з урахуванням процентів.

Тепер в нашій оптимізаційній задачі буде *дві змінних управління*: – поточний розмір кредиту *xkr(t)* і частка поточних коштів *u1(t),* що йде в інвестиції. Треба знайти дві функції часу *u1op(t), xkrop(t)* такі, що дають максимум сумарного прибутку за термін *T*. Це теж варіаційна задача, але з двома невідомими функціями.

Використовуємо ту ж методологію *приблизного розв'язання*, що і для задачі без кредитів: конструюємо функцію, що дає "проекцію" поточних управлінь на кінцевий результат. Тепер на кожному кроці максимізуємо замість функції (5.3)

$$H(x,u) = x\cdot(1-u) + fin(x\cdot u,p)\cdot(T-t)$$

таку функцію двох змінних:

$$\boxed{H(x,u,xkr) = xs\cdot(1-u) + fin(xs\cdot u,p)\cdot(T-t+prcv) - xkr\cdot[\,1+prc\cdot(T-t)\,]}. \qquad (5.4)$$

Розробка програми оптимізації і моделювання

Дослідимо властивості запропонованого управління у обчислювальних експериментах – робимо програму моделювання, орієнтовану на проведення початкових досліджень. Майже неважко буде зробити програму моделювання виробничої системи. Дивимось на рис. 5.2 – це фактично і є схема процесу функціонування системи. Програма повинна обчислювати стан системи на кожному кроці. Стан системи визначимо так: управління – u_k, темп виробництва (одиниць продукції за одиницю часу) – x_k, темп накопичення (одиниць накопичень за одиницю часу) – z_k. Випишемо рівняння для визначення вектора стану

$$\left.\begin{array}{l}
1)\quad x1_{k+1} = x1_k + fin\left(x1_k\cdot u, параметри\right)\cdot\Delta t \\
2)\quad z1_{k+1} = x1_{k+1}\cdot\left(1-u_{k+1}\right) \\
3)\ u_{k+1} = max_u(H(x,u))\,;\ 0 \le u \le 1 \\
\quad зараз = x1_k\cdot\left(1-u_k\right);\ майбутнє = fin\left(x1_k\cdot u_k, пар\right)\cdot(T-t+pric) \\
\quad повернення_боргів = xkr\cdot[\,1+prc\cdot(T-t)\,] \\
4)\ H\left(x1_k,u_k\right) = зараз + майбутнє - повернення_боргів
\end{array}\right\} \qquad (5.5)$$

В рівняннях (5.5) $fin\left(x1_k\cdot u, параметри\right)$ – функція віддачі інвестицій, що вважається довільною і може залежати від певного числа *параметрів*. Будемо вважати, що темп виробництва, як і темп накопичень вимірюється в грошових одиницях. Звернемо увагу на те, що управління находиться з умови максимуму функції *H(x,u)*. Таким чином, на кожному кроці шукаємо максимум функції від *u* – управління.

На рис. 5.3 подана структура (фрейм, текст в "псевдокодах" програми моделювання і оптимізації процесу розвитку виробничої системи) програми. Це концептуальне першоджерело для всіх програм моделювання цього розділу.

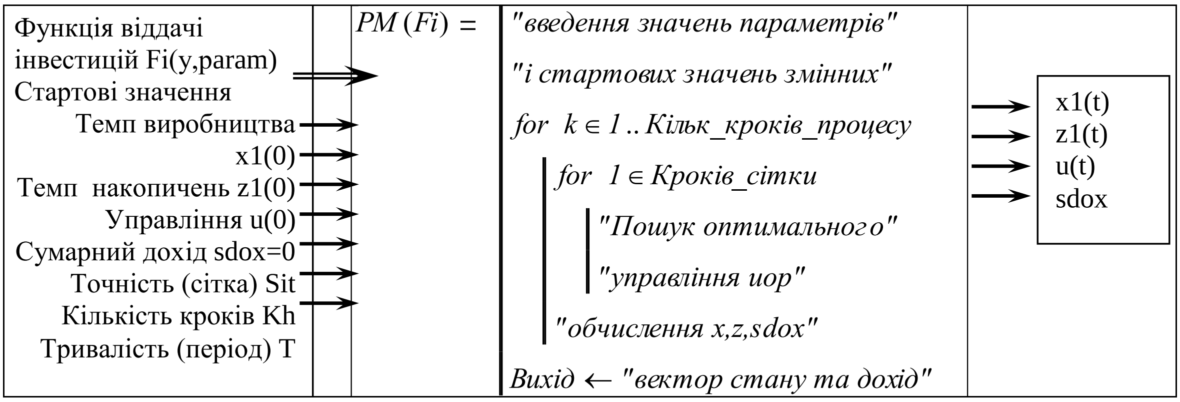


Рис. 5.3. Схема програми моделювання і оптимізації виробничої системи

Розглянемо "проектні рішення", що закладені у програму:

– щоб було зручно змінювати функцію інвестицій $Fi(y)$, *робимо програму функцією від функції інвестицій*;

– для пошуку екстремуму використовуємо числові методи, а з них – простіший: перебір значень функції на регулярній сітці (Ви можете зробити програму краще!);

– в методичних цілях, щоб відділити власні (локальні) змінні програми і глобальні змінні документа, на початку програми присвоюємо локальним змінним імена відповідних глобальних змінних – вхідних параметрів нашої програми;

– вихід програми формуємо з масиву значень *u*, *x*, *z* та значення сумарного доходу. Можна обчислювати також інші показники і розширити вихід програми.

Завдання. Напишіть коментарі до програми, нарисуйте її блок-схему. *Увага! Тут колапсовані програми моделювання розвитку виробничої системи в електронній версії.*

Стенд. Збираємо "входи" (параметри виробничої системи і процесу моделювання) і "виходи" (числа, графіки) в межах однієї сторінки документа. Обчислюємо потік інвестицій: $inv_k := Vs_{1,k} \cdot \left(Vs_{2,k} + Vs_{4,k} + Vs_{5,k}\right)$. Дивлячись на графік функції інвестицій визначаємо: максимальну віддачу інвестицій $\boxed{Kim := 0.34}$ *грн_випуску/грн_інв_рік* при темпі інвестицій $\boxed{Ym := 19}$ *грн_інв_рік* . Рівняння прямої: $vin(y) := Kim \cdot y$. На рис. 5.4 – 5.5 подано дві версії інтерфейсу програми моделювання.

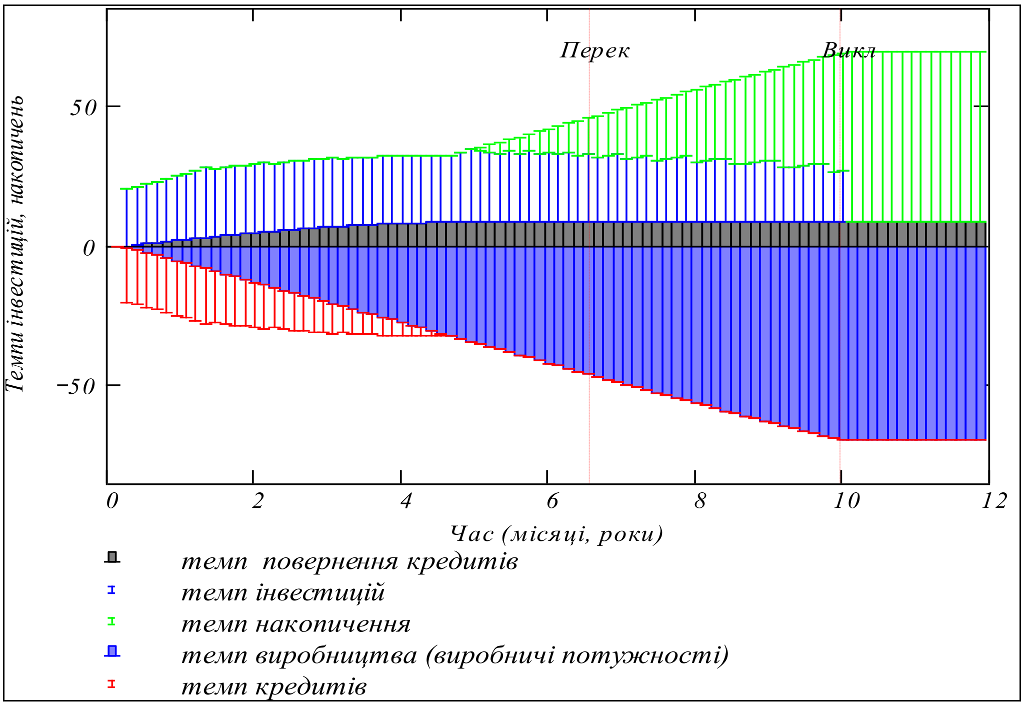
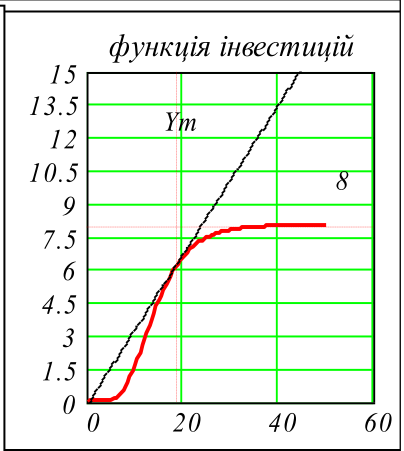


Рис. 5.4. Результат розрахунку оптимального процесу розвитку. Форма для фінансиста

Параметри функції інвестицій: ампул. $am \equiv .8$; частота $al \equiv .2$; увігнутість $sl \equiv 11$.
Коефіцієнт остаточної вартості фонду $prcv \equiv .9$.
Функція інвестицій $Fu(y) \equiv F4(y, am, al, sl)$.
Стартовий темп виробництва $X1o \equiv 0$.
Точність оптимізації (сітка) $Sit \equiv 40$; $sitkr \equiv 40$.
Ліміт кредиту $Ymx \equiv 20$; процент $pro \equiv 0.05$.
Сумарний прибуток $Sp = 247$ у.о.
Кредити взяли: $Skr = 57$; сплатили: $vikr = 86$.
Моменти переключ. $Перек \equiv 6.6$; $Викл \equiv 10$.



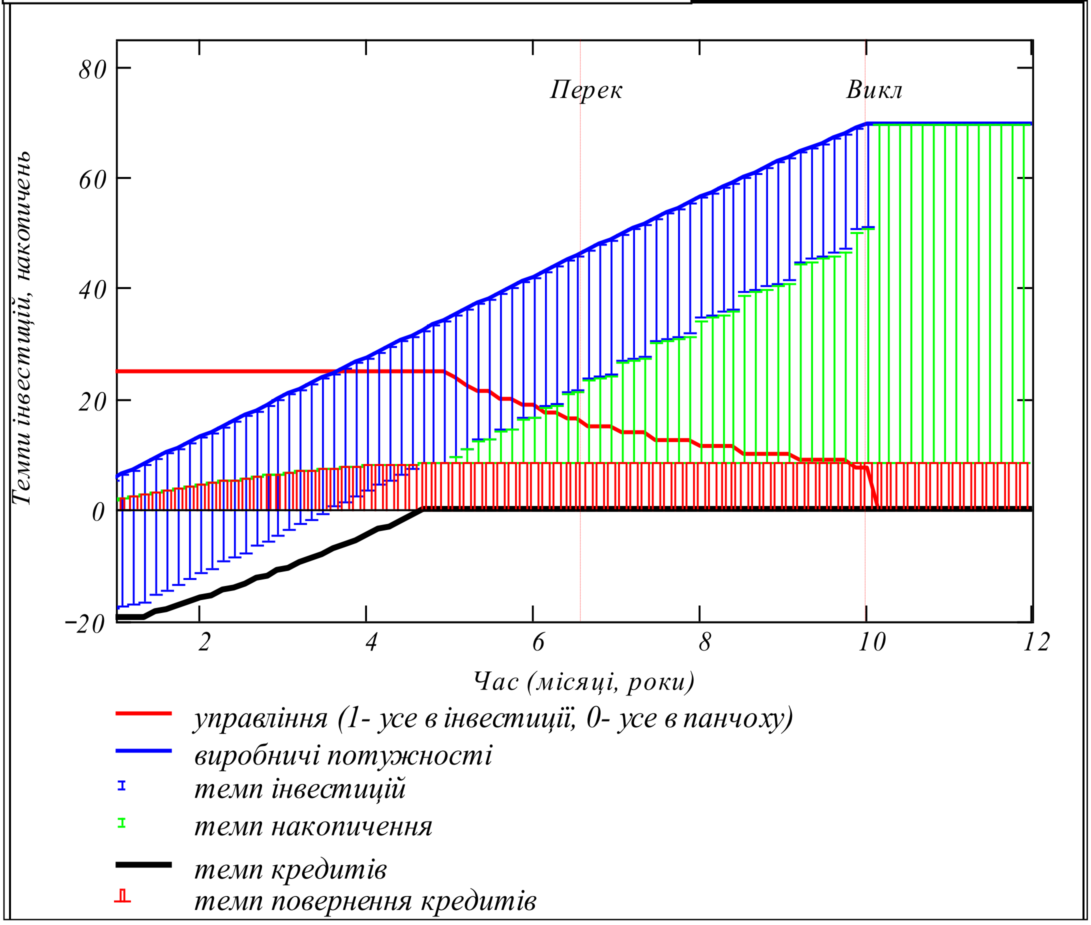


Рис. 5.5. Результат розрахунку оптимального процесу розвитку. Форма для інженера

На графіках (див. рис. 5.4 – 5.5) подані дві альтернативні форми організації вихідних даних: перша – з точки зору спеціаліста з управління; друга – з точки зору фінансиста. Розглянемо першу, балансну форму. Вниз відкладено грошові потоки, що приходять на рахунок проекту (виручка за випущену продукцію і кредити), вгору – витрати (сплата боргів, інвестиції у виробництво, накопичення). Неважко перевірити, що маємо баланс.

***Що буде якщо аналіз*: Завдання, інструкція користувачу**

1. Отримати оптимальні стратегії розвитку *без кредитів* для випадків опуклої, лінійної, неопуклої функцій інвестицій. Провести аналіз властивостей оптимальних стратегій.

Встановлюємо "*Ліміт кредиту Ymx = 0*", задаємо "*Функція інвестицій Fu(y) =F1(.)*"; підбираємо параметри, отримуємо перехідні процеси. Потім ставимо *Fu(y) =F4(.)*. Фіксуємо результати (наприклад, виділити і скопіювати стенд, потім вставити його як рисунок).

2. Визначити для кожної функції інвестицій *критичний стартовий рівень виробництва*, – коли невигідно інвестувати в розвиток.

Для кожного класу функцій встановлюємо "Стартовий темп виробництва" = 0 і починаємо його збільшувати, поки *не проявиться інвестиційний процес – оце і буде критичний стартовий рівень.* Фіксуємо результати.

3. Отримати оптимальні стратегії розвитку при використанні *кредитів* для випадку увігнуто-випуклої функцій інвестицій.

Встановлюємо Fu(y) =F4(.), вводимо параметри (згідно з індивідуальним завданням) і критичний стартовий рівень. Встановлюємо розумний "*процент pro* = 6.283" і "*ліміт кредиту* = ну 40". Отримуємо і фіксуємо результати.

4. Визначити *критичний рівень ставки кредитів*, – коли невигідно брати кредити.

Збільшуємо "*процент pro* = 10, 20, 25.. ", поки *не зникнуть кредити.* Фіксуємо це граничне значення.

5. Дослідити вплив розкиду функції інвестицій на 10% (параметр A – "амплітуда") на сумарний прибуток і оптимальне управління (стратегію).

Три рази обчислюємо процес для $0.9{\cdot}A$, $1.0{\cdot}A$, $1.1{\cdot}A$, або *робимо "розумну" програму* для *що буде якщо аналізу*.

Висновки

Отримали інструмент для аналізу і стратегічного управління інвестиційними проектами. Навіть прості інвестиційні проекти мають складну багатокомпонентну структуру – тут і підбір персоналу, і його навчання, і розподіл відпусток і видача замовлень на обладнання, тут укладання угод з іншими організаціями ... Але дуже корисно перед прийняттям інвестиційного проекту, глянути на все це згори і потім постійно порівнювати дійсний стан проекту з прогнозами на базі моделювання.

Кредити не тільки збільшують прибуток проекту, але (якщо вони дешеві) і:

а) спрощують управління проектом (досить просто підтримувати постійні значення певних змінних);

б) зменшують ризик при виконанні проекту (на старті проект має оптимальне фінансування і не залежить від малих і нестабільних власних ресурсів).

Контрольні запитання

1. Загальне формулювання варіаційної задачі. Постановка задачі Марковиця – критерій, обмеження, змінні управління, граничні умови.
2. Дайте дефініції функції, функціонала, оператора. Знайдіть в тексті документа приклади функції __________, функціонала __________, оператора __________.
4. Дайте дефініції опуклості, лінійності, ввігнутості.
5. Який "фізичний смисл" має функція, яку ми максимізуємо на кожному кроці процесу?
6. Вид оптимального управління для випадків опуклих, неопуклих та лінійних функцій інвестицій.
7. Назвіть "входи" і "виходи" програми моделювання та оптимізації процесу розвитку виробничої системи.
8. Можливі причини, що обумовлюють опуклість/неопуклість функції інвестицій.
9. Список джерел ризиків в задачі оптимального розвитку виробничої системи.

5.2 Дослідження оптимальних процесів розвитку

Вступ. Постановка задачі

В попередньому розділі ми розглянули теоретичні основи розв’язання варіаційної задачі розвитку і приклад розв’язання базової одновимірної задачі.

Ціль даного розділу – розробка програм та інтерфейсів задачі розвитку *для виробничих систем з довільною розмірністю і довільними функціями розвитку окремих, паралельно працюючих елементів.*

Р. Беллман розглядав задачі розвитку в такій послідовності: одновимірна задача, двовимірна задача, задача довільної розмірності. Складність і обсяг обчислень зростали швидше, ніж розмірність задачі. Беллман називав це "прокляттям розмірності" і шукав способи заміни складної задачі еквівалентною системою простих задач малої розмірності. Таким є метод динамічного програмування. В даній роботі використовується метод принципу максимуму Л. Понтрягіна. Ці два методи дозволяють замінити багатовимірну варіаційну задачу еквівалентною послідовністю однокрокових задач (розбиття в часі) оптимізації. На кожному кроці ми повинні знаходити максимум функції Гамільтона, розмірність якої дорівнює числу виробництв в системі. Наступний, радикальний крок – багатовимірна задача максимізації функції Гамільтона замінена еквівалентною системою одновимірних задач. Це *метод оптимального агрегування* [13, 34, 48]. Метод оптимального агрегування, крім конкретних переваг в обсязі обчислень, має методологічну перевагу: ми *замінюємо складну, багатовимірну систему еквівалентною, одновимірною*.

Аналіз проблеми розвитку технічних систем

Сьогодні неможливо розробляти технічні системи без урахування *зворотних зв’язків:* "зробили новий комп’ютер, продали, купили комплектуючі і зробили вже 5 комп’ютерів, продали; отримали замовлення на 40 комп’ютерів, взяли кредит, зробили, продали... – це дійсна історія корпорації Apple, започаткованої двома техніками (Стівом Джобсом і Стівом Возняком). Досить драматична історія розвитку Apple – це ланцюг нових програмних систем, нових моделей комп’ютерів, нових технологій і підприємств, що іноді приносили фантастичні прибутки, іноді – такі ж збитки. Специфічна проблема для такої задачі – "псевдоміждисциплінарність": фактично ця задача не під силу "традиційним" інженерам та економістам. Це не тільки наша локальна хвороба, подібні проблеми вважають катастрофічними для бізнесу у Великобританії. Індикатором цього є те, що великих успіхів у бізнесі добиваються особи, що не обтяжені вищими освітами і не користуються експертними системами для підтримки рішень [37]. В умовах таких "провальних" перспектив ми все ж пропонуємо систему підтримки рішень – але не на базі тільки статистики і досвіду експертів, а на базі моделювання *механізмів розвитку технічних систем*, таких же фундаментальних, як і закони механіки чи термодинаміки.

Мета розробки – система моделювання процесу розвитку для підтримки рішень. На базі теоретичних моделей варіаційної задачі розподілу розробляємо інструмент, що дозволяє знаходити оптимальну стратегію управління процесом розвитку і одночасно моделювати цей процес розвитку. Моделювання процесу розвитку системи повинно в певній мірі замінювати принципово відсутню статистику: сучасне виробництво має горизонт статистичного прогнозування 1–3 роки, тобто статистичні ряди в техніці і економіці є короткими.

Формалізація задачі. Розглянемо типовий інвестиційний проект створення нового виробництва (з фінансово-економічної точки зору не має значення якого саме: виробництва телевізорів, електроенергії, продажів кави чи надання послуг). Одним з вирішальних моментів проекту є початок виробництва: починається потік доходів. Припустимо, що виробництво одразу є прибутковим незалежно від обсягу (безумовно, це не так). Але чи закінчуються проблеми оптимального управління інвестиційним проектом з початком процесів виробництва і поверненням вкладеного капіталу? На етапі від початку виробництва до закінчення планового періоду, коли потенціал ринку даного продукту не вичерпаний, існують дві проблеми – з якого стартового рівня починати виробництво і яку частку прибутків вкладати в розширення виробництва в кожний момент часу? Остання проблема – це визначення *оптимальної стратегії розвитку* виробничої системи. Цей етап інвестиційного проекту є вирішальним – саме тут повертаються витрати і отримується прибуток. Практика дає підстави припустити, що малі помилки в стратегії розвитку можуть приводити до великих втрат прибутку.

Маємо виробничу систему, де виробляються *N* видів продукції. Темпи випуску продукції дорівнюють *x1(t), x2(t), x3(t),... xl(t), xN(t)* (одиниць вимірювання продукції за місяць, квартал, рік). *Темп виробництва* – це синонім (поки вважаємо, що виробничі потужності використовуються повністю) терміна *виробнича потужність*. Рівняння динаміки виробничих потужностей.

$$\frac{d}{dt}x(t)_i = fin\left(y(t)_i, i\right) = fin\left(xs(t)\cdot u_i, i\right),$$

де $fin\left(y(t)_i, i\right)$ – функція інвестицій для і-го виробництва, що належить до класу монотонно зростаючих функцій; $xs(t) = \sum_j x(t)_j$, $j = 1..N$; – сумарне виробництво (в грошових одиницях) в момент *t*; $0 \le u(t)_i \le 1$ – управління, змістовно, це частка сумарних поточних ресурсів, що виділяється для розширення виробничих потужностей для *i*-го продукту. Для управлінь виконується умова нормування:

$$\sum_j u(t)_j + unak(t) = 1,$$

де *unak(t)* – частка ресурсів, що йде в накопичення.

Потрібно визначити оптимальну стратегію інвестицій (не плутати з поточними витратами на виробництво видів продукції), що максимізує сумарний прибуток за певний період:

$$JN = \int_0^T xs(t)\cdot unak(t)\, dt.$$

Урахування остаточної вартості фондів. В розглянутій постановці задачі ніяк не враховується цінність створених виробничих фондів – в критерій входить тільки накопичений за плановий період прибуток. Тобто, в даному випадку, якщо ми хочемо врахувати в критерії вартість фондів, то слід взяти її з мінусом – як витрати на підготовку земельної ділянки під наступний проект. Сьогодні побудувати нове виробництво на території заводу 60-х років набагато дорожче, ніж у чистому полі. Запишемо вираз для наближення функції H(x,u) Гамільтона при врахуванні вартості фондів в кінці планового періоду.

$$JN = \int_0^T [x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot pricovar]\, dt; \tag{5.6}$$

$$\boxed{H(x,u) = x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T-t+pricovar)}\ ; \tag{5.7}$$

$$\boxed{H(x,u) = x(t)\cdot(1-u(t)) + fin(x(t)\cdot u(t))\cdot(T-t)}\ .$$

У виразі для критерію під інтегралом з'явилась додаткова складова – це приріст виробничих потужностей, помножений на *prikovar* – *при*ведений *ко*ефіцієнт *вар*тості фондів (саме так сьогодні генеруються імена змінних). Приведений коефіцієнт характеризує, скільки ще продукції можуть дати фонди до утилізації.

Використання зовнішніх ресурсів. Вище ми розглянули задачу максимізації сумарного прибутку від певного виробництва за певний період. Неважко перевірити (за допомогою програми моделювання), що при малому стартовому рівні виробництва розвиток за рахунок власних ресурсів занадто затягується. Для випадку ввігнуто-опуклих інвестиційних функцій існує поріг стартових виробничих потужностей, коли взагалі невигідно інвестувати у розвиток виробництва.

Завжди було відомо, що в таких випадках слід брати кредити. Слід визначити *оптимальну кредитну стратегію* – скільки брати кредитів на кожному кроці, як віддавати борги щоб отримати максимальний сумарний прибуток. При врахуванні кредитів в оптимізаційній задачі буде *дві змінних управління*:

– поточний розмір кредиту *xkr(t)* і

– частка поточних коштів *u1(t)* , що йде в інвестиції.

Треба знайти дві функції часу *u1op(t), xkrop(t)* такі, що дають максимум сумарного прибутку за термін *T*. Це теж варіаційна задача, але з двома невідомими функціями.

Використовуємо ту ж методологію *приблизного розв'язання*, що і для задачі без кредитів: конструюємо функцію, що дає "проекцію" поточних управлінь на кінцевий результат. Тепер на кожному кроці максимізуємо замість функції (5.3)

$$H(x,u) = x\cdot(1-u) + fin(x\cdot u,p)\cdot(T-t)$$

таку функцію двох змінних (5.4):

$$H(x,u,xkr) = xs\cdot(1-u) + fin(xs\cdot u,p)\cdot(T-t+prcv) - xkr\cdot[\,1 + prc\cdot(T-t)\,],$$

де $xs(t) = x(t) + xkr(t)$ – сумарні поточні ресурси; *x(t)* – поточні виробничі потужності (грн. продукції/рік); *u(t)* – поточна частка коштів у інвестиції; *xkr(t)* – темп кредитів; *prc* – кредитний процент (= ставка кредиту); *fin(.)* – функція віддачі інвестицій (грн. виробничих потужностей/грн. інвестицій за рік); *Tp* – плановий період; *prcv* – приведений коефіцієнт остаточної вартості фондів.

Бібліотека типових функцій розвитку. Створюємо макет "бібліотеки" можливих функцій віддачі інвестицій. Це можна зробити інакше і краще. В даній версії треба вводити ім'я вибраної з бібліотеки функції.

Ступенева $F1(x,A,w,s) \equiv 1A\cdot x^{10w}$;

Логарифмічна $F2(x,A,w,s) \equiv 1.5A\cdot ln(x+1)$;

Експоненційна $F3(x,A,w,s) \equiv 10\cdot A\cdot\left(1-e^{-w\cdot x}\right)$;

Ввігнуто-опукла (S-функція) $F4(x,A,w,s) \equiv 10\cdot A\cdot\left(1-e^{-w\cdot x}\right)^{s}$;

Лінійна з обмеженням $F5(x,A,w,s) := \begin{cases} 10w\cdot x & \text{if } 10w\cdot x < 10A \\ 10A & \text{otherwise}\end{cases}$;

Лінійна з обмеженням і порогом витрат

$$F6(x,A,w,s) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \le x < 2s \\ 10\cdot w\cdot(x-2s) & \text{if } 0 \le 10\cdot w\cdot(x-2s) < 10\cdot A \\ 10A & \text{otherwise}\end{cases};$$

Ступінчаста (приріст виробничих потужностей дискретними одиницями)

$$F7(x,A,es,ls) := 10min(trunc(x \div ls)\cdot es\cdot ls, A);$$

де *x* – обсяг ресурсу, $Ar := 8$; $wr := 0.04$; $sr := 10$ – параметри всіх функцій, крім ступінчастої функції, для якої вони мають таку інтерпретацію: A – максимальне значення, *es* – ефективність інвестиції, *ls* – величина "кванта інвестування" (вартість "верстата").

На рис. 5.6 подані графіки цих функцій.

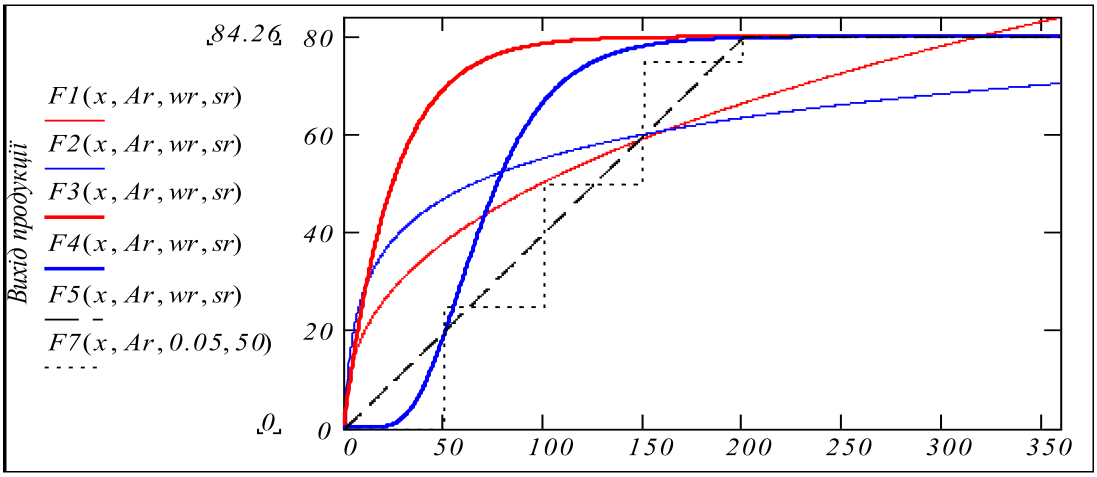


Рис. 5.6. Типові функції віддачі інвестицій

Модуль агрегування функцій розвитку

Обсяг обчислень швидко зростає з ростом розмірності задачі – кількістю виробничих елементів (або напрямків розвитку). Якщо робити все "правильно" для задачі з двома виробництвами треба шукати на кожному кроці процесу максимум функції двох змінних, для системи з сорока виробництвами – максимум функції сорока змінних.

Для зменшення обсягу обчислень можна застосувати інтелектуальні алгоритми – із змінним кроком, навчанням і гарантованим неуспіхом. Причина – дуже незручна функція Гамільтона – неопукла, негладка, багатоекстремальна.

Покажемо це на прикладі – "на помідорах": у свій час у нас розробляли інтелектуально-кібернетичну машину для збирання помідорів, яка розпізнавала помідори, оцінювала колір, м'яко зривала їх і складала. В США пішли іншим шляхом – вивели сорт, що достигав одразу, мав плоди стандартного розміру і кольору, дерев'яні за консистенцією і смаком. Їх "кібернетична" машина просто висмикувала і обтрушувала кущі на конвеєр. Підемо саме таким шляхом.

Спростимо нашу задачу оптимізації – розіб'ємо її на дві:

– спочатку обчислимо оптимальну функцію розвитку та відповідну вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу і так замінимо багатовимірну систему еквівалентною оптимальною одновимірною;

– розв'язуємо варіаційну задачу для еквівалентної одновимірної системи методом принципу максимуму: ділимо на кожному кроці поточні ресурси між розвитком та накопиченням. Розподіл частки ресурсів виділеної для розвитку між окремими виробництвами дає вектор-функція оптимального розподілу ресурсу.

В першій задачі застосуємо метод оптимального агрегування. Зробимо програмний модуль, що бере два вектори *mf1* та *mf2* – дискретизовані функції розвитку і повертає вектор значень оптимальної функції розвитку і відповідний масив вектор-функції оптимального розподілу ресурсу. (*В електронній книзі тут колапсовано модуль агрегування*).

Отримання оптимальної функції розвитку системи

Згідно з принципом оптимальності, скільки б ресурсу не виділялося в розвиток виробництва – цей ресурс повинен розподілятись між елементами виробничої системи оптимально. Обчислимо завчасно вектор-функцію оптимального розподілу ресурсу між окремими продуктами чи виробництвами. Для нашого методу оптимального агрегування необхідно подати функції розвитку в дискретній формі – як певні масиви. Робимо це. Задаємо: діапазон зміни ресурсного обмеження $\boxed{Rma := 150}$; кількість точок обчислення ФР $\boxed{Kto := 200}$; крок квантування ресурсу $\boxed{dx := Rma \div Kto}$; ранжовану змінну $\boxed{n := 1..Kto}$; формальну функцію оптимального розподілу ресурсу в одноелементній системі $r0_n := 1$ (Контрольне запитання: як оптимально поділити ресурс в одноелементній системі?).

Параметри елементів системи. Вводимо коефіцієнт ефективність інвестицій $\boxed{oblom = 0.9}$. Цей коефіцієнт відображає безліч факторів, що збільшують чи зменшують ефективність інвестицій: якість робочої сили, податки, детермінованість законодавства, рівень корупції, якість постачання та ін. Вводимо параметри функцій розвитку елементів:

$\boxed{A1 := oblom \cdot 1}$; $\boxed{W1 := 0.3}$; $\boxed{S1 := 9}$; $\boxed{A2 := oblom \cdot 1.3}$; $\boxed{W2 := 0.16}$; $\boxed{S2 := 13}$;

$\boxed{A3 := oblom \cdot 1.6}$; $\boxed{W3 := 0.10}$; $\boxed{S3 = 15}$.

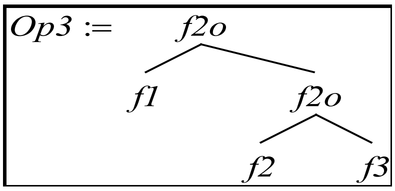
Формуємо відповідні масиви $fo1_n := F4(n \cdot dx, A1, W1, S1)$; $f1 := augment(fo1, r0)$;

$fo2_n := F4(n \cdot dx, A2, W2, S2)$; $f2 := augment(fo2, r0)$;

$fo3_n := F4(n \cdot dx, A3, W3, S3)$; $f3 := augment(fo3, r0)$.

Запишемо формулу агрегування в звичайній формі: $Ops3 := f2o(f1, f2o(f2, f3))$.

і в структурній:



Обчислимо вирази, необхідні для побудови графіків $Re1_n := Op3_{n,3} \cdot n \cdot dx$;

$Re2_n := \left(Op3_{n,2} + Op3_{n,3}\right) \cdot n \cdot dx$; $Re3_n := \left(Op3_{n,2} + Op3_{n,3} + Op3_{n,4}\right) \cdot n \cdot dx$.

Будуємо графіки оптимальної функції розвитку (рис. 5.7).

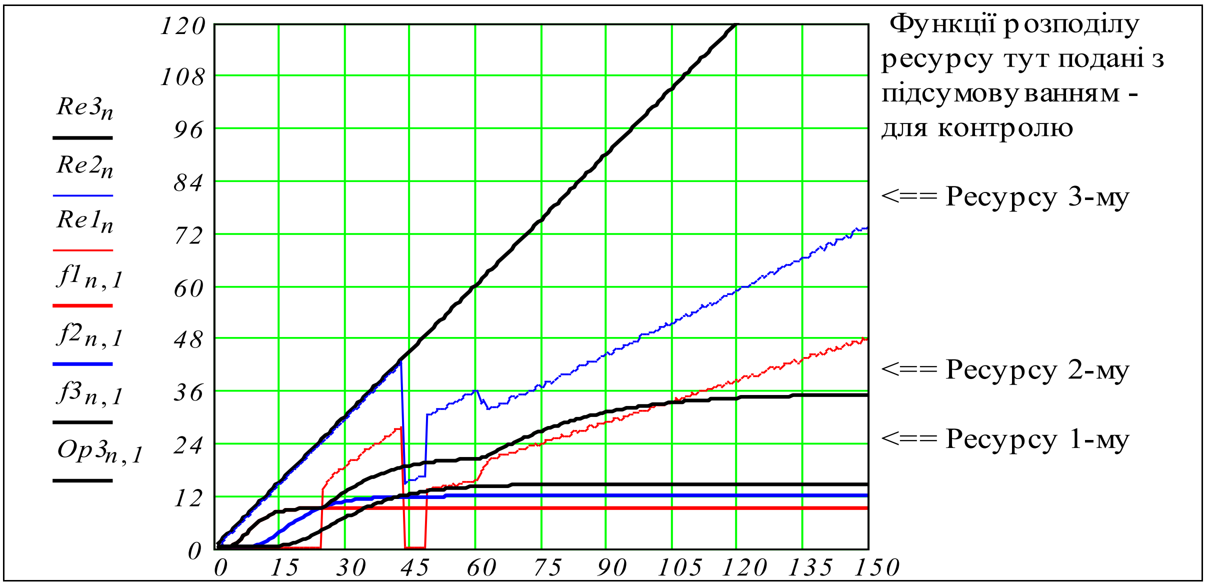


Рис. 5.7. Оптимальне агрегування виробничої системи з чотирьох елементів

Маленька проблема: програма агрегування видає дискретизовану функцію розвитку (вектор), а для програми моделювання потрібна функція неперервної змінної. Можна внести зміни в програму моделювання. Можна конвертувати вектор у неперервну функцію за допомогою вбудованих функцій інтерполяції. Маємо значення незалежної змінної $Xx_n := n \cdot dx$; $\boxed{Yy := Op3^{\langle 1 \rangle}}$; $Ss := cspline(Xx, Yy)$; $\boxed{F3n(x) := \operatorname{interp}(Ss, Xx, Yy, x) \cdot 1.0}$.

Розробка програми оптимізації і моделювання та інтерфейсу. Модифікуємо базовий інтерфейс (див. рис. 5.5). На рис. 5.8 подано модифікований стенд, де збережена логіка подання "входів", "виходів" (числа, графіки) і коментарів. Вводимо функцію розвитку $\boxed{Fu(y) := F3n(y)}$. Інтерактивно визначаємо максимальну ефективність інвестицій $\boxed{Kim := 0.36}$ *грн_випуску/грн_інв_рік* при темпах (введи) інвестицій $\boxed{R1m := 15}$; $\boxed{R2m := 45}$ *грн_інв_рік*. Рівняння прямої $vin(x) := Kim \cdot x$; $\boxed{dX1 := 9}$; $\boxed{dX2 := 21}$ *грн_інв_рік* .

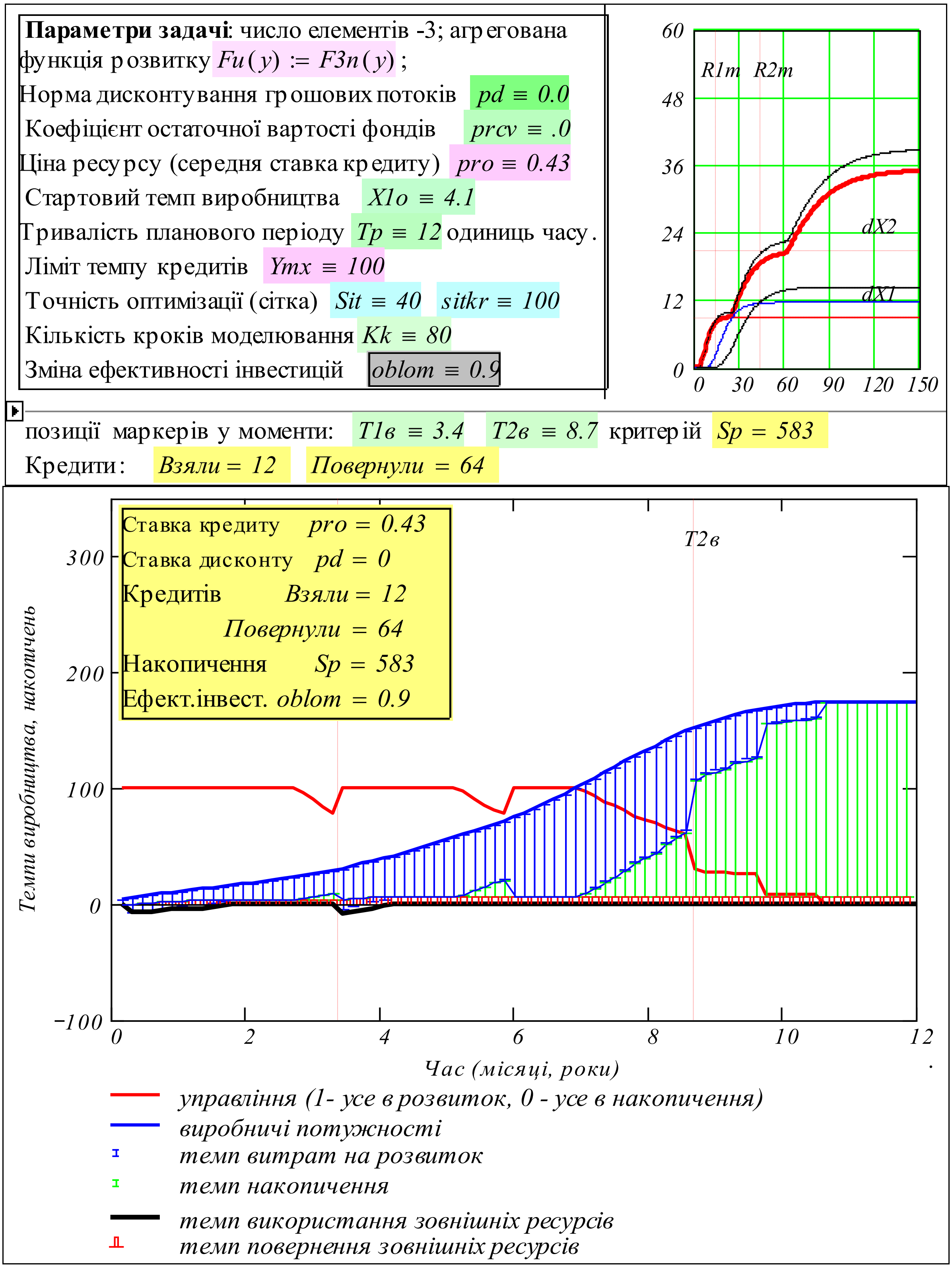


Рис. 5.8. Стенд системи оптимізації і моделювання процесів розвитку

Аналіз розподілу ресурсів на розвиток між окремими виробництвами. Ми обчислили оптимальне управління для еквівалентної агрегованої системи. Тепер виконуємо *обернену операцію – дезагрегування – обчислюємо, скільки саме припадає кожному окремому виробництву з того, що на кожному кроці виділяється в розвиток виробничої системи згідно з оптимальною стратегією*. Беремо поточне (абсолютне) значення ресурсу, визначаємо найближче дискретне значення (індекс) вектор-функції оптимального розподілу ресурсу і множимо її компоненти (це відносні частки) на значення ресурсу.

На рис. 5.9 наведено графіки оптимального розподілу ресурсу для процесу, поданого на рис. 5.8. Розподіл має складний характер, обумовлений дорогими (43%) кредитами.

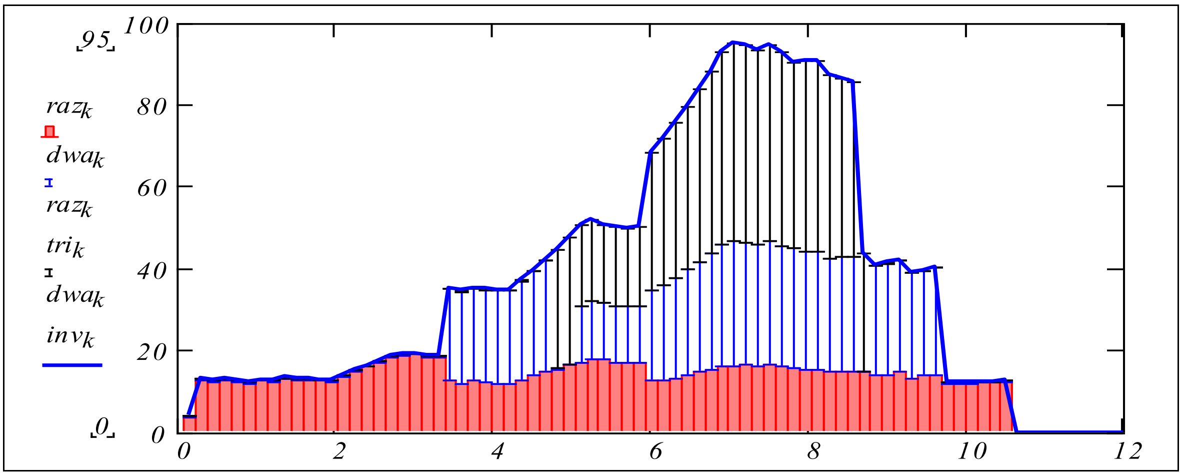


Рис. 5.9. Дезагрегування розподілу ресурсів між розвитком окремих виробництв

Аналіз динаміки темпів виробництва окремих елементів. Ще раз виконаємо дезагрегування – визначимо динаміку кожного виробництва окремо (рис. 5.10). Використаємо обчислені вище функції розподілу ресурсу на розвиток для кожного виробництва.

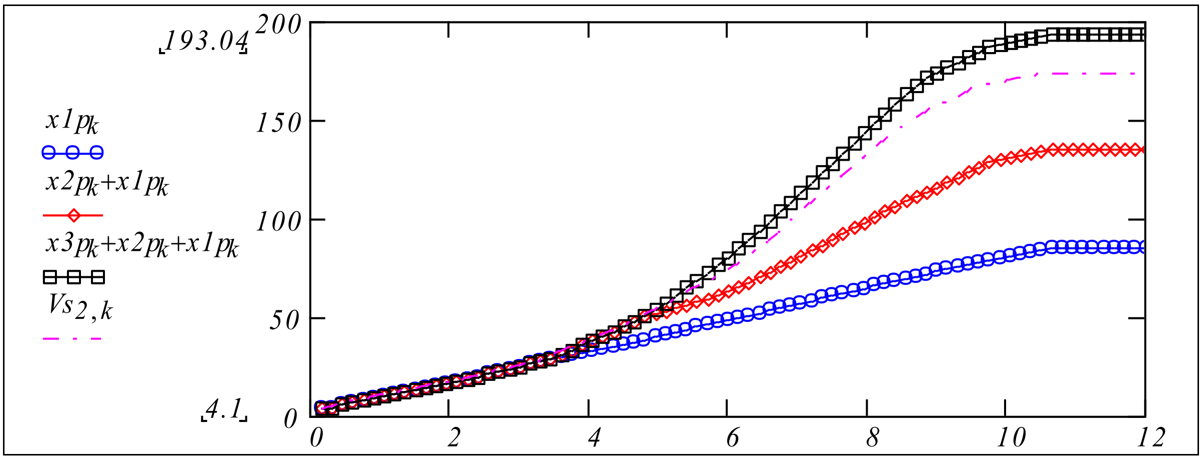
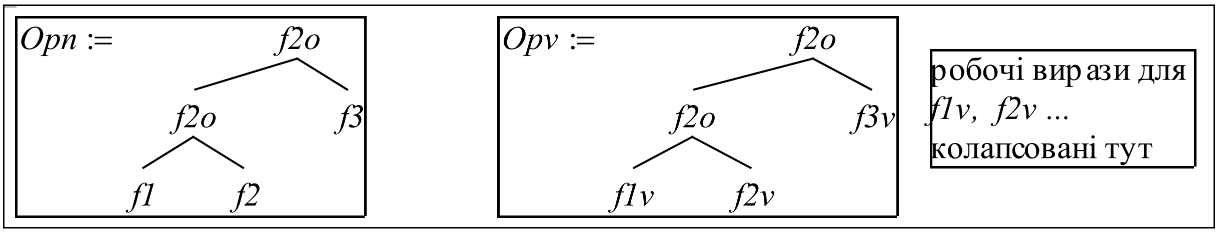
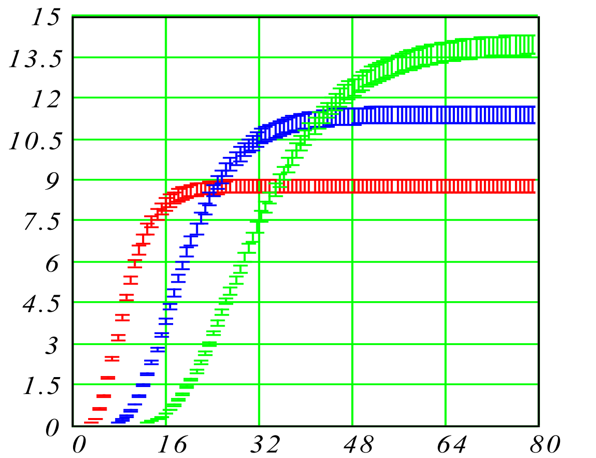


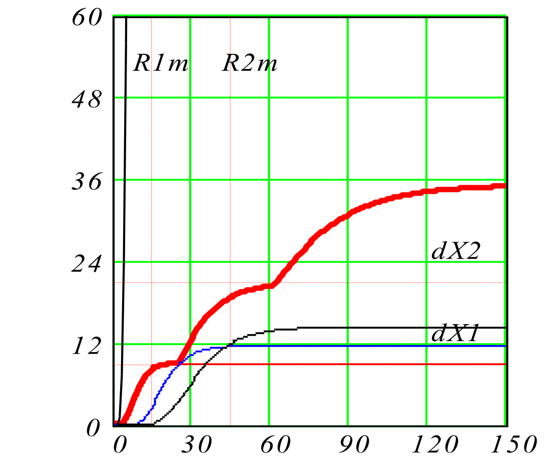
Рис. 5.10. Дезагрегування: Темпи виробництва окремих елементів

Розробка системи для аналізу впливу невизначеностей. На основі створених програмних модулів збираємо систему для *що буде якщо аналізу* – аналізу впливу розкиду параметрів. Задаємо розкиди пари процесів – номінального і збуреного: вводимо варіації "амплітуди": $VA := 1.0$, "увігнутості": $VS := 1.$; ціни ресурсу $Cin := 0.0$; ресурсне обмеження $resurs := 70$. Записуємо робочі формули оптимального агрегування для номінального і збуреного процесів:

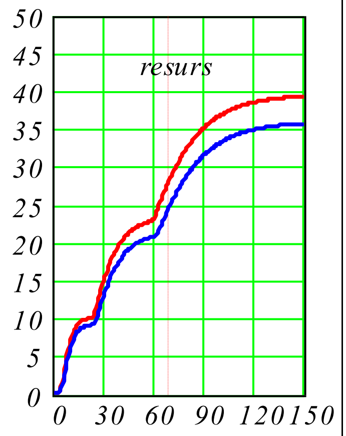


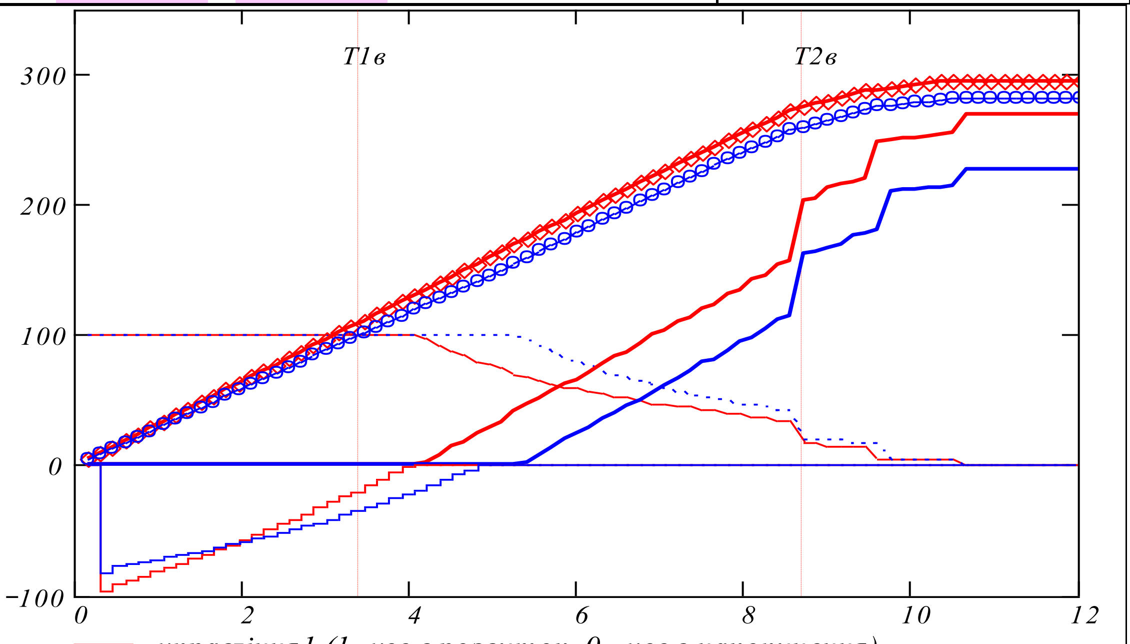
Модифікуємо базовий "стенд" (рис. 5.8) – подаємо там два оптимальні процеси розвитку: номінальний і збурений (можна трактувати їх як "оптимістичний" і "песимістичний" варіанти розвитку. Приклад *що буде якщо аналізу* подано на рис. 5.11.





Параметри задачі: число елементів -3; агрегована функція розвитку $Fu(y) := F3n(y)$. Інтерактивно визначаємо (вище) максимальну ефективність інвестицій $Kim = 0.36$ *грн_випуску/грн_інв_рік* при темпах інвестицій $R1m = 15$; $R2m = 45$ *грн_інв_рік*.
Рівняння прямої: $vin(x) = Kim \cdot x$; дисконт $pd1 \equiv 0.0$;
коефіцієнт остаточної вартості фондів $prcv = 0$.
Стартовий темп виробництва $X1o = 4.1$.
Точність оптимізації (сітка) $Sit = 40$ $sitkr = 100$;
Ліміт ресурсу $Ymx = 100$; ставки кредиту
$pr1 \equiv 0.04$; $pr2 \equiv 0.16$.





управління1 (1- усе в розвиток, 0 - усе в накопичення)
управління2
темп виробництва1
темп виробництва2
темп накопичення1
темп накопичення2
темп кредитів1
темп кредитів2

Ціна ресурсу $pr1 = 0.04$; $pr2 = 0.16$
Кредитів $Взяли1 = 191$ $Взяли2 = 211$
$Повернули1 = 269$; $Повернули2 = 551$
Накопичення $Sp1 = 1259$ $Sp2 = 939$
"ефект": $VA = 1$ та "витрати": $VS = 1$

Рис. 5.11. Стенд для *що буде якщо аналізу*

Макет того, що видається кінцевому користувачу (замовнику): *Резюме*

Якщо зміняться: ставка кредиту з $pr1 = 4\%$ на $pr2 = 16\%$, порогові витрати (ввігнутість) на $dS = 0\%$, ефективність (амплітуда) на $dA = 0\%$, *буде ось що*: накопичений прибуток зміниться на $(Sp2 - Sp1) \div Sp1 = -25.4\%$, обсяг витрат по кредитах зміниться на величину $1 - \left|Повернули2 - Повернули1\right| \div Повернули1 = -4.7\%$, *якщо управління буде оптимальним*.

Аналіз стратегій повернення кредитів

Ми вже розглянули декілька прикладів процесів розвитку з використанням кредитів (див. рис. 5.4, 5.5, 5.8, 5.11). Там темп кредитування визначався в результаті розв'язання оптимізаційної задачі. Темп повернення кредитів просто задавався правилом, що прийняте на практиці. Розглянемо другу частину кредитної стратегії – повернення кредитів. Поширеним правилом є відкладена виплата боргів.

Порівняємо два оптимальні процеси розвитку, що відрізняються тільки кредитними стратегіями. Для прикладу вибрано критичний процес, коли кредитна стратегія має розрив: спочатку темп кредитів досить високий, потім раптово спадає до нуля, а через деякий час темп кредитів раптово відновлюється.

Критичність цього процесу також в тому, що при варіації ставки кредиту розрив у кредитній стратегії виникає раптово і раптово зникає. В першу чергу це формальна математична проблема, але іноді цю особливість кредитної стратегії необхідно враховувати.

На рис. 5.12, 5.13 подано результати розрахунку процесу розвитку для двох стратегій повернення кредитів – "онлайнової" і "з відкладеними виплатами". Результати подані в приростах і в балансній формі (балансні форми тих же процесів більш зручні для фінансиста).

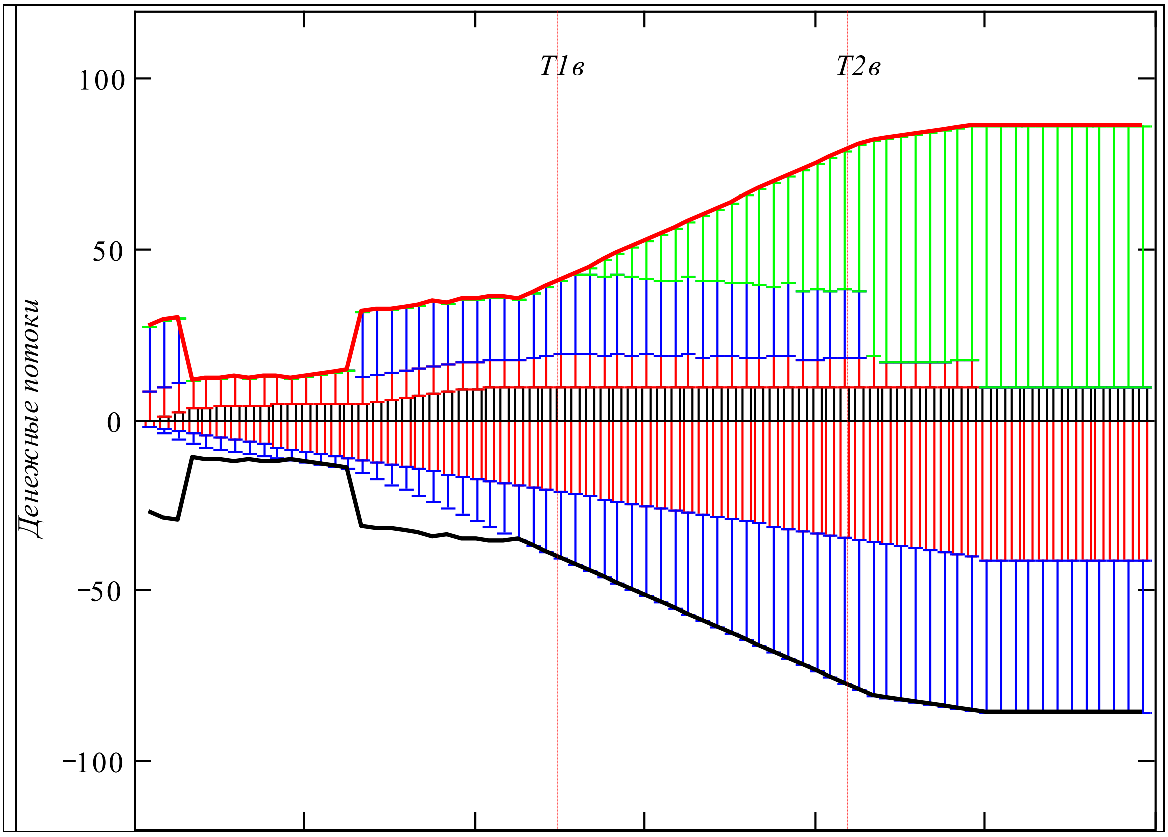


Рис. 5.12. Процес розвитку. Онлайнове повернення кредитів

Завдання. Підпишіть складові в балансній формі (рис. 5.11, 5.12) – темпи накопичення, інвестиції в розвиток першого і другого виробництв.

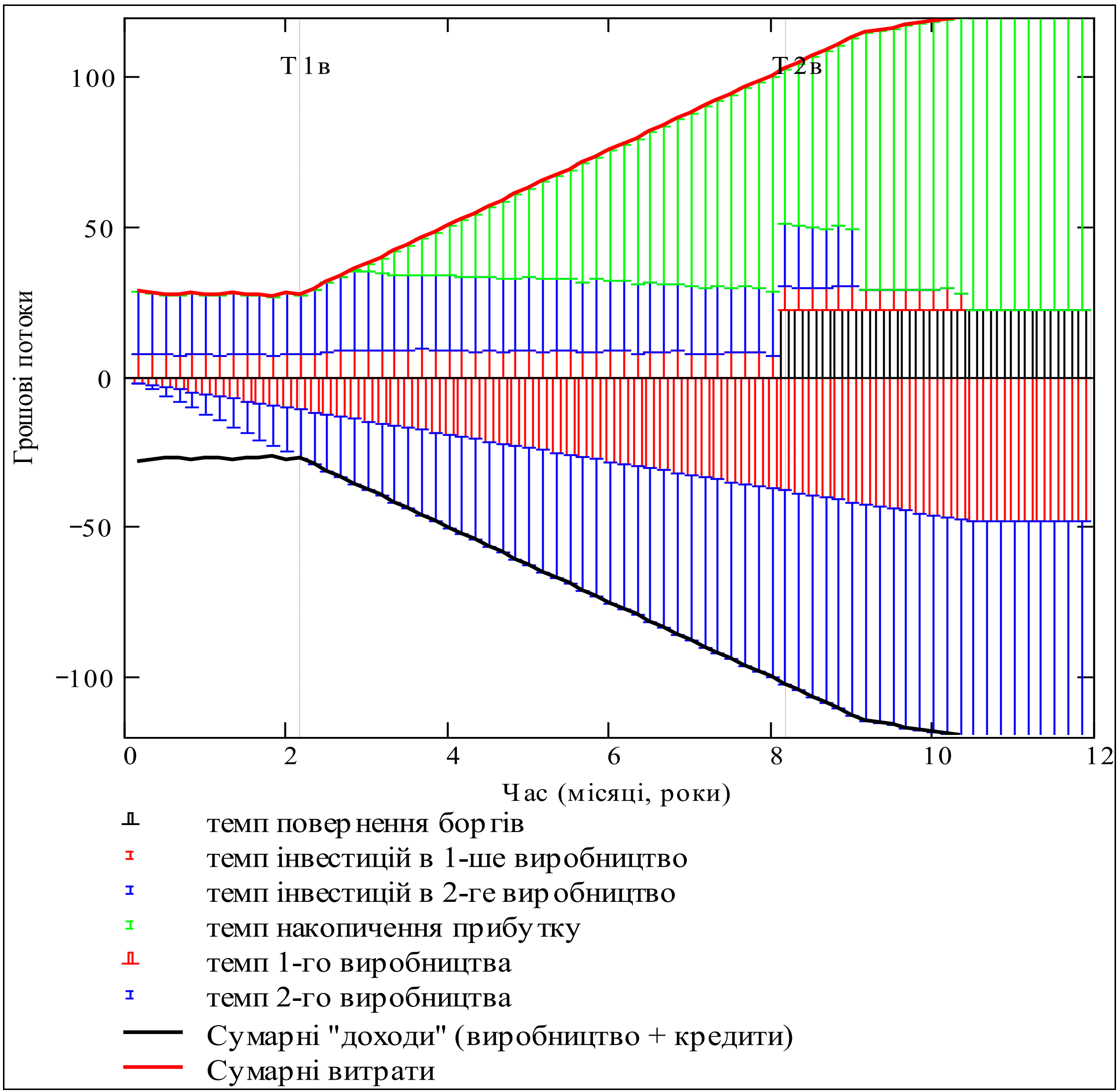


Рис. 5.13. Процес розвитку. Відкладене повернення кредитів

Зводимо показники двох альтернатив процесу розвитку в таблицю 5.1

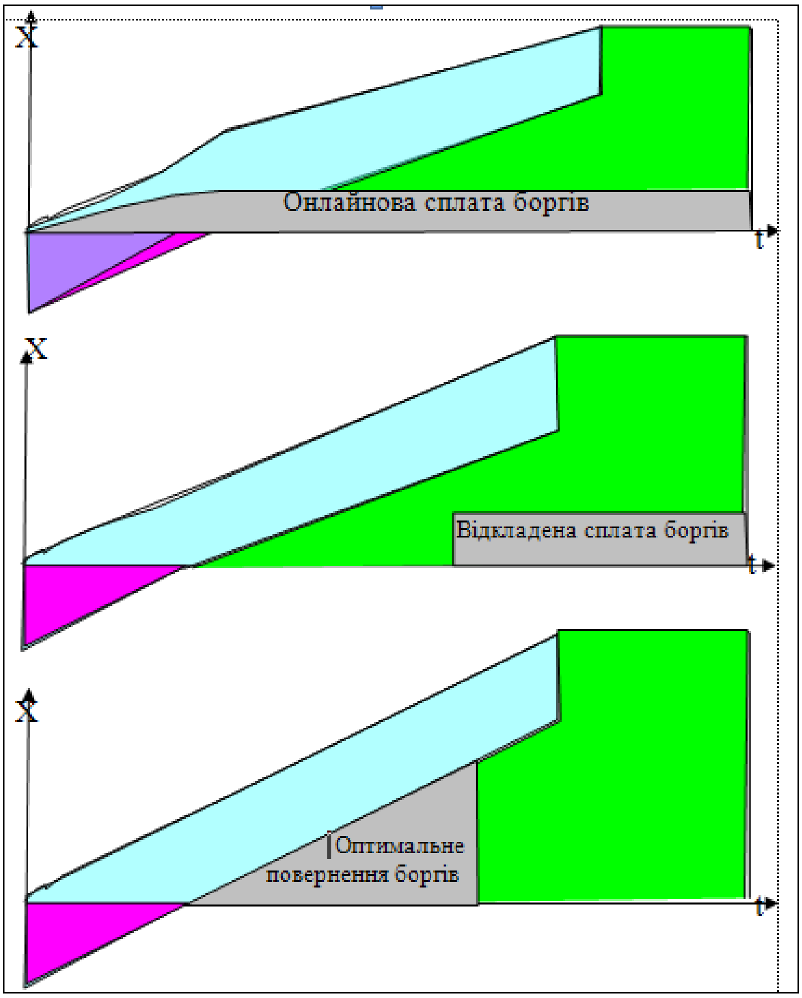
Таблиця 5.1

Порівняння альтернативних стратегій повернення кредитів

Форма повернення боргів по кредитах	Взяли кредитів	Повернули кредитів		Накопичений прибуток
1. Онлайнові виплати	33	98	98/33 = 3.0	342
2. Відкладені виплати	23	75	75/23 = 3.3	468
Порівняння стратегій (2/1)	70%	77%		137%
Ставка кредиту	19.5%			

Можна бачити, що при відкладених виплатах накопичений прибуток за життєвий цикл збільшується на 37%. Підкреслимо, що ці 37% отримані певним чином "з повітря": ніяких додаткових витрат для цього не потрібно. Потрібна тільки *згода кредитора на таку форму кредитування*. Чи вигідна така форма для кредитора? Як видно з таблиці 5.1 у випадку відкладених виплат він має на 30% більший коефіцієнт повернення. В цілому, для фінансово стійкого банку, що має багато подібних клієнтів, це підвищує ефективність кредитних ресурсів. Однак така форма повернення кредитів знижує показники ліквідності банку. Оптимальне управління процесом розвитку вимагає системного підходу, концентрації стратегічного менеджменту в одних руках. Дійсно, якщо підрозділ розвитку виробництва сформує план кредитування з відкладеними виплатами, то підрозділ фінансово-кредитного контролю може заперечувати прийняттю такого плану, тому що відносні витрати на кредити будуть не 3 а 3.3 (гривень сплати боргу/ гривню взятих кредитів).

Проаналізуємо процеси розвитку з різними стратегіями повернення кредитів. На основі аналізу результатів обчислювальних експериментів просто нарисуємо (потім все це обчислить програма) три альтернативи повернення кредитів (рис. 5.14).



Стратегія – затертий термін, над яким мало хто замислюється.

Перша альтернатива – теж результат застрявання: згадуємо як брали телевізор в кредит – взяли і стали рівними частками сплачувати (з процентами) до кінця терміну кредиту.

Друга альтернатива – прочитали в пресі, що великим боржникам (ну, державам), відкладають повернення боргів (з процентами) до часів, коли боржник стане заробляти.

Ці дві альтернативи є "природними", досить просто реалізуються, дають досить цікаві для "застрявання" результати. Чи можна придумати щось краще?

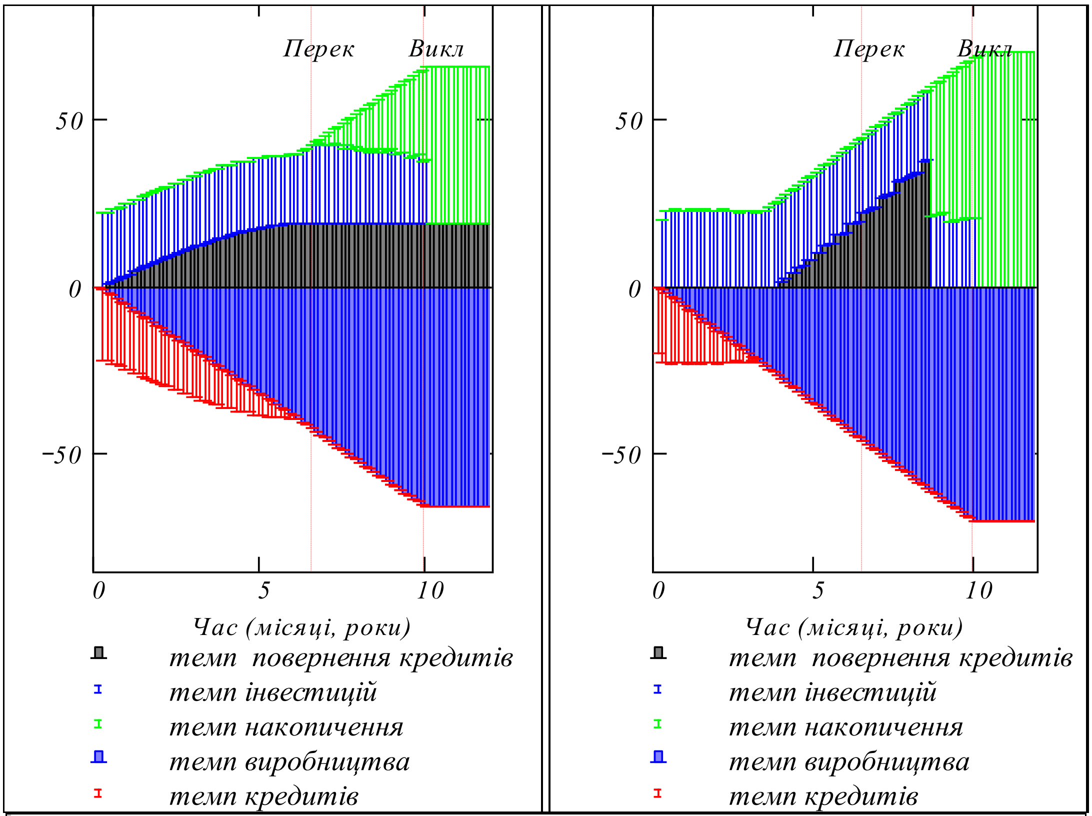
Третя альтернатива – повернення боргів за мінімальний термін.

Рис. 5.14. Альтернативи повернення кредитів в процесах розвитку

Порівняно з тим, що звичайно використовує прогресивне людство для прогнозування: штучні нейронні мережі, кавова гуща, статистика, розклад зірок та ін., подана в роботі система є занадто простою. Однак за простими "картинками" стоять досить складні рівняння оптимального процесу розвитку. Графічна простота кредитної стратегії (рис. 5.14) є результатом ускладнення логіки управління. Нижче подано модуль управління.

$$\begin{array}{|l} \textit{"блок управлінь"} \\ u_k \leftarrow argmax(H(x,u,kredit)) \\ pozvytok_k \leftarrow u_k \cdot x_k \\ kredit_k \leftarrow argmax(H(x,u,kredit)) \\ povern_k \leftarrow (x_k - pozvytok_k)\cdot(kredit_k \le 0) \\ nakop_k \leftarrow (x_k - pozvytok_k)\cdot(borg_k \le 0) \end{array}$$

Порівняємо два варіанти повернення кредитів та два варіанти подання результатів моделювання процесів розвитку (рис. 5.15)



Ставка кредиту $pro = 15\%$ Накопичення $Sp = 279$ $Spk = 294$ $Spk \div Sp = 106\%$
Кредити. Взяли: $Skr = 53$ $Skrk = 35$ Повернули: $vikr = 105$ $vikrk = 78$

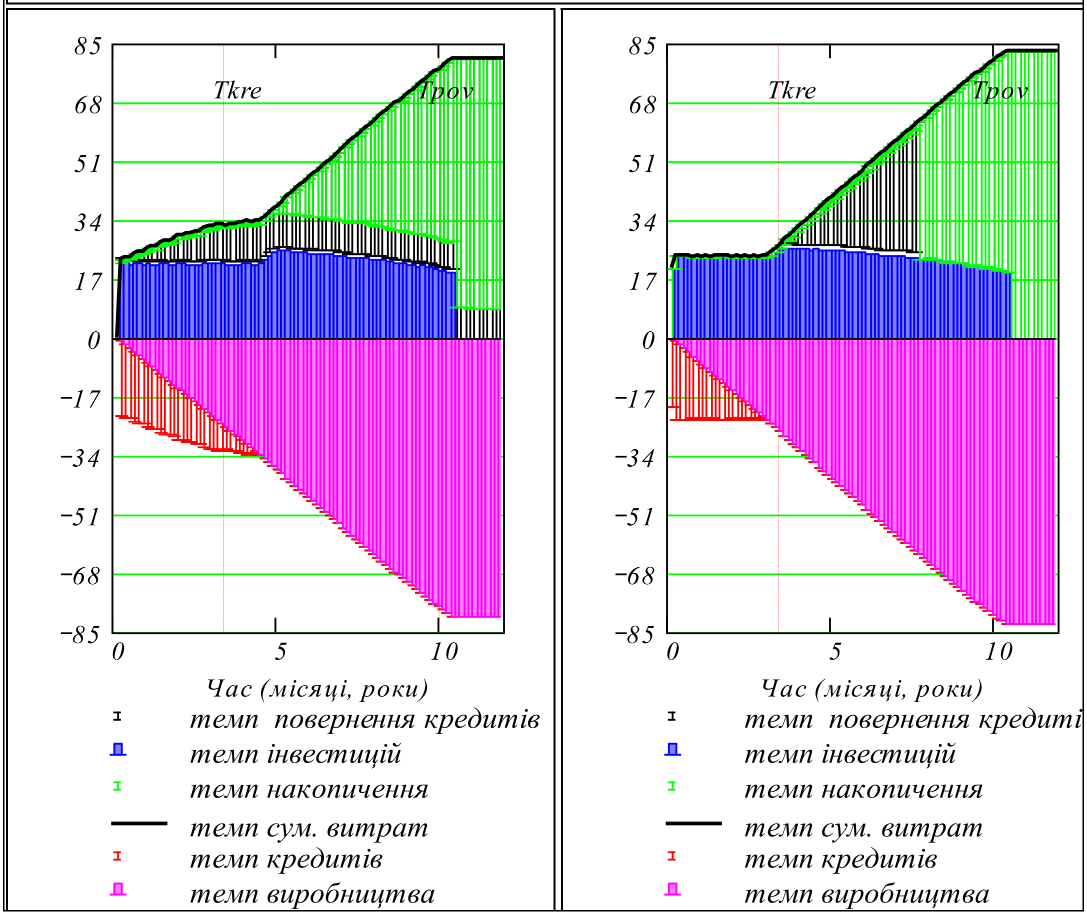


Рис. 5.15. Аналіз властивостей оптимальних процесів

Наступний крок

Згадаємо вже розглянуті задачі:

– стратегії розвитку – розподіл ресурсу між накопиченням та інвестуванням;

– кредитні стратегії – залежності темпів кредитів і повернення боргів від часу.

Введемо ще одне поняття, для якого треба знайти коротку назву – залежність кредитних стратегій від ставки кредиту. Згідно з канонами науки це "*метастратегія*", тобто стратегія вибору кредитних стратегій.

Примітка. Ця задача детальніше розглянута в іншому нашому посібнику [21].

Робимо дворівневий інтерфейс, де користувач може для вибраних ним точок функції впливу отримати відповідні процеси розвитку (рис. 5.16). Кожній точці функції впливу відповідає оптимальний процес розвитку. Для менеджера дуже важливо бачити, які саме процеси відповідають критичним точкам на функціях впливу.

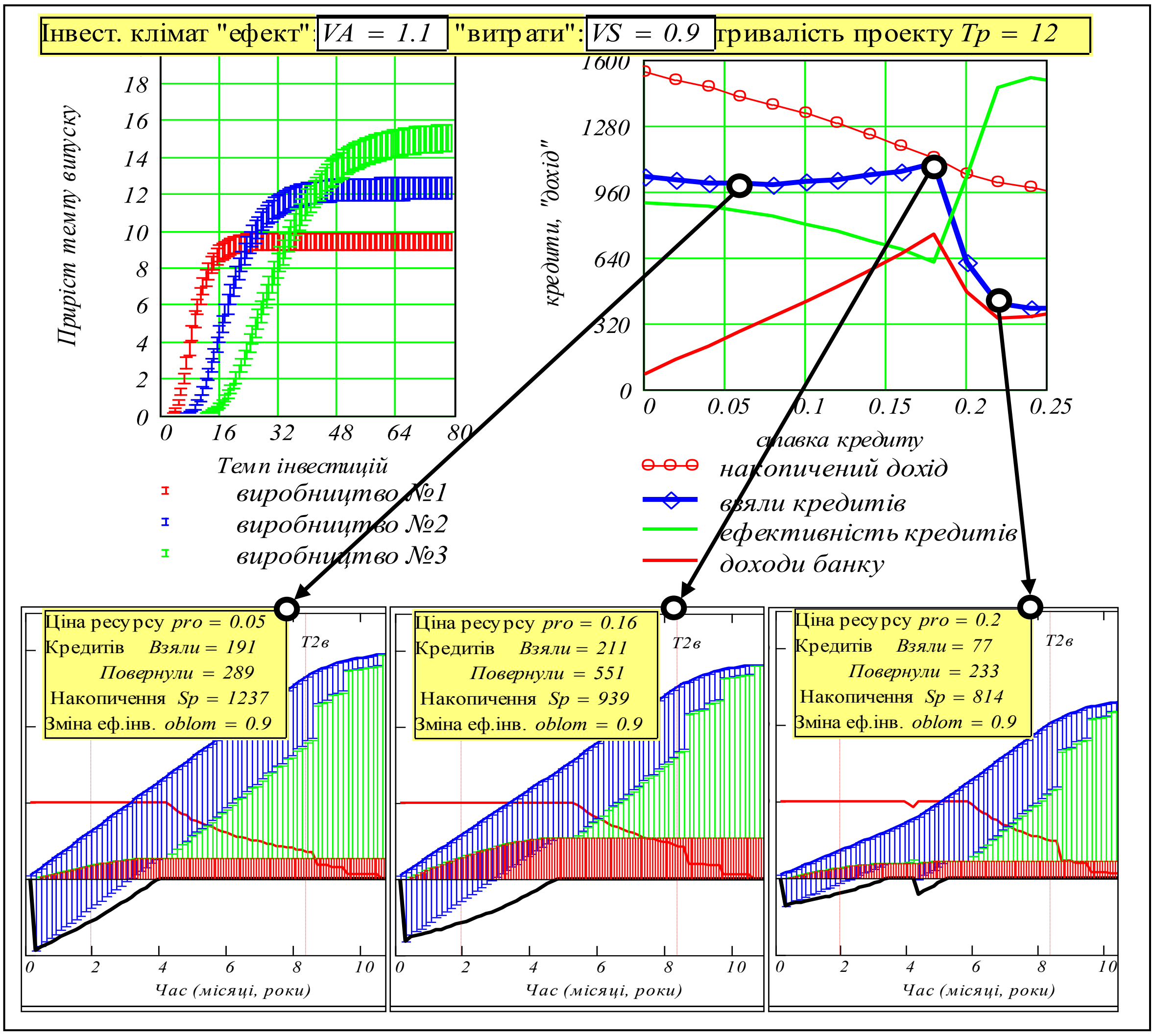


Рис. 5.16. Дворівневий інтерфейс для аналізу впливу ставки кредитів. Приклад

На рис. 5.16 розглядається виробнича система з трьома виробничими елементами. Вгорі подано "причину" – функції розвитку (віддачі інвестицій) цих виробництв та наслідок – залежність загальної суми кредитів і накопиченого прибутку від ставки кредиту. Це показники оптимальних за критерієм накопиченого прибутку процесів розвитку при відповідних ставках кредитів. Користувач може вибрати будь-які точки на графіку функцій впливу і для них будуть побудовані графіки оптимальних процесів розвитку.

Розглянемо приклад з точки зору неозброєного (програмою моделювання) *експерта-аналітика*. При зміні ставки кредитів з 25% до 2% значення критерію неперервно зростають, а залежність для показника "взяли кредитів" не є гладкою та антиінтуїтивною: спочатку при зменшенні ставки кредитів береться більше, а потім – менше. Для аналізу першопричин такої залежності побудовані процеси розвитку для критичних точок. Проаналізуємо ці процеси: вони починаються зі стратегії "все в інвестиції", а закінчуються стратегією "все в накопичення". Процес для критичної ставки 20% має розривну кредитну стратегію, незручну для практичної реалізації.

Розглянемо таку ситуацію: менеджер планує життєвий цикл певного виробництва на 2–3 роки. У нього є тільки прогнози відносно середньої ставки кредитів на цей період. Згідно зі стандартом *що буде якщо аналізу* менеджер виділить середню, песимістичну і оптимістичну ставки кредитів, наприклад: 8%, 12%, 20%. Для цих ставок обчислюються оптимальні стратегії та показники. Однак ставки кредиту протягом життєвого циклу можуть змінюватись... Неможливо розв'язати всі одвічні проблеми інвестиційних проектів в рамках навчального посібника. Однак зробимо перший крок – побудуємо відповідні функції, на основі яких менеджер буде приймати неформалізовані, інтуїтивні рішення.

Порівнюємо залежності сумарних кредитів від кредитного процента для випадків опуклої та неопуклої функцій віддачі інвестицій. Бачимо принципову різницю глобальних стратегій. Для опуклої функції все "інтуїтивно": дорожче кредити – менше на них витрачаємо (сумарні виплати з процентами). Сумарний дохід зменшується, але не набагато. У випадку неопуклої функції: дорожче кредити – більше витрачаємо на кредити. Сумарний дохід спадає при збільшенні процента, а при певному рівні процента (на графіку – 27%) – зменшується стрибком: кредити просто не окуповуються – ведуть до зменшення прибутку.

Тепер знову дивимось на графіки для випадку опуклої функції інвестицій – там кредити дають позитивний ефект навіть при 50–70%. Зрозуміло чому... Але в житті так: "чим менший розмір інвестиції, тим більший її ефект" (приріст виробничих потужностей) – не буває. Виробничі функції реальних систем завжди нелінійні і неопуклі за рахунок "порога" (підприємство нічого не випускає, а витрати йдуть (з/п директору і охороні, опалення, освітлення, податки та ін.).

ПІДСУМКИ

Результати моделювання оптимальних процесів розвитку виробничих систем дозволяють зробити висновок, що залучення зовнішніх ресурсів у процесі розвитку не тільки підвищує значення критерію – сумарне накопичення за плановий період (життєвий цикл проекту), але й спрощує управління – менеджмент життєвого циклу. Дешеві зовнішні ресурси знімають багато проблем управління розвитком, в тому числі і обчислювальних.

Звернемо увагу на ще один аспект стратегій розвитку і кредитних стратегій. Практики знають, що подорожчання нафти чи електроенергії на 2–5% в певних умовах може вимагати переходу до зовсім іншої стратегії розвитку, до іншої технології та іншого вибору напрямків інноваційного розвитку. Для систем з неопуклими ФР залучення зовнішніх ресурсів – це не засіб певного покращення показників, а принципово інша необхідна умова "*виживання*" *певної виробничої системи*. *Принципово іншою є і структура оптимального управління*. Принципово іншим повинен бути і підхід до оцінювання ризиків розвитку і управління.

Кредити не тільки збільшують прибуток проекту розвитку виробництва, але (якщо вони дешеві) також:

– спрощують управління проектом (досить просто підтримувати постійні значення певних змінних);

– зменшують ризик при виконанні проекту (на старті проект має потрібне фінансування і не залежить від малих і нестабільних власних ресурсів).

При низькій кредитній ставці кредитів береться стільки, щоб доповнити власні ресурси *до рівня оптимального завантаження* підсистеми розширення виробництва. Коли своїх ресурсів достатньо, кредитування припиняється і починається накопичення. Оптимальний процес логічний і простий для реалізації, за невеликим винятком: інвестування розвитку виробництв припиняється раптово, у випадку неопуклих функцій інвестицій діє "пороговий ефект". У випадку неопуклих функцій існують критичний стартовий рівень і критична ставка кредиту. Теоретично при переході критичного значення оптимальна стратегія і сумарний прибуток змінюються стрибком.

З точки зору практики інвестиційний проект, стан якого близький до критичних точок, є занадто ризиковим – результати його виконання мають великий розкид при малих змінах параметрів виробничої системи і зовнішніх факторів.

Завдання для самостійних досліджень

1. Дослідити вплив варіації параметра S "увігнутість" (усі елементи, один елемент).
2. Дослідити вплив варіації параметра A – "максимальна виробнича потужність".
3. Дослідити вплив варіації параметра W – "ефективність елемента".
4. Один елемент "неопуклий" (S4 = 1). Вплив варіації характеристик цього елемента.
5. Дослідити властивості стратегій розвитку для випадку ідентичних елементів.
6. Порівняти стратегії розвитку при додаванні або вилученні одного елемента системи.
7. "Прямо корельовані варіації": як зміниться оптимальна виробнича функція (ОВФ) і розподіл ресурсу при зміні ефективності ("амплітуда") ВФ елементів (± 5–10%).
8. "Варіація одного елемента": як зміниться ОВФ і розподіл ресурсу при зміні ефективності, увігнутості ВФ одного елемента (+-5–10%).
9. "Зворотно корельовані варіації": як зміниться ОВФ і розподіл ресурсу при зміні параметрів ВФ елементів в протилежних напрямках (± 5–10%).
10. Якщо Ви дійсно виконали роботу, Вам *неважко* зробити документ для ризик аналізу виробничої системи при варіації параметра A ("амплітуда").

Контрольні питання

1. Формулювання прямої задачі знаходження екстремуму функції декількох змінних.
2. Формулювання спряженої задачі знаходження екстремуму функції декількох змінних.
3. Формулювання розширеної задачі знаходження оптимального розподілу ресурсу змінних.
4. Математичне визначення опуклості, неопуклості.
5. Причини неопуклості узагальнених виробничих функцій.
6. Визначення оптимальної виробничої функції і вектор-функції оптимального розподілу ресурсу.
7. Постановка задачі оптимального розвитку виробничої системи.
8. Постановка варіаційної задачі.
9. Визначення і приклади "стратегії розвитку", "кредитної стратегії", "стратегії повернення кредитів".
10. Процес управління інвестиціями подається як "процес розподілу ресурсів в просторі і часі". Поясніть смисл термінів "*в просторі*", "*в часі*", "*ресурси*". Дайте приклади.
11. Логіка методу оптимального агрегування.
12. Логіка методу принципу максимуму.
14. Логіка кредитування (залучення зовнішніх ресурсів).
15. Логіка повернення кредитів.
16. Джерела невизначеностей і ризиків в процесах розвитку.

5.3 Модель інноваційного розвитку. Цінові стратегії

Вступ

В попередньому розділі ми розглянули процес побудови і використання моделей, програм та інтерфейсів для *варіаційної задачі розвитку*. Отримано цікаві та корисні теоретичні та практичні результати. Тобто, створені всі умови для "застрявання" в певній моделі типу лінійного чи нелінійного програмування. Головний недолік розглянутої моделі розвитку – неврахування попиту, собівартості і важливої особливості виробничих систем освоєння, навчання.

В цьому розділі подано подібний процес побудови і використання моделей, програм та інтерфейсів для *варіаційної задачі розвитку з урахуванням ефектів освоєння виробництва*. Методологічна особливість даної задачі побудови моделі в тому, що нібито невелике розширення варіаційної задачі розвитку приводить до радикальної зміни моделі.

В задачі розвитку, розглянутій в розділі 5.2, змінні управління – *частка ресурсів в розвиток*, в даній задачі змінна управління – *ціна продажів*. Звідси і назва даної задачі – *цінові стратегії*. *Цінова стратегія* – функція, що характеризує зміну ціни в залежності від часу або координат вектору стану. *Оптимальна цінова стратегія* – функція, що дає максимум критерію накопиченого прибутку за плановий період.

Проблемам стратегічного ціноутворення, цінових стратегій приділяється більш ніж достатньо уваги в статтях, монографіях і підручниках. Відмінність поданого матеріалу від типових робіт – досить надійний математичний фундамент та широке використання обчислювальних експериментів на віртуальній реальності для безпечного вивчення реальних процесів розвитку з урахуванням "туманного майбутнього" – ефектів освоєння.

Стратегічне ціноутворення. Базові положення

Розглянемо стисло результати, що вважаються фундаментальними положеннями – узагальненням практичного досвіду, отриманого за десятки років на сотнях різних секторів ринку [2, 7, 21, 23, 24, 25, 37– 41, 45]. Наведемо цитати (на жаль, не в оригіналі), виділимо ключові моменти для тих, хто поспішає.

"Стратегічне ціноутворення часто потребує не тільки змін відношення до нього, але і змін визначення того, коли, яким чином і хто приймає рішення зі встановлення цін. Наприклад, *стратегічне ціноутворення припускає передбачення рівня цін до початку виробництва товару*. Єдиний шлях для забезпечення прибуткового ціноутворення – як можна раніше відмовитись від тих ідей, у відповідності з якими не може бути досягнута адекватна вартість, достатня для того, щоб виправдати витрати" [41].

Стратегічне ціноутворення також потребує, щоб керівництво відповідало за проведення узгоджених між собою цінової політики і дій, направлених на досягнення стратегічних цілей компанії. Зняття з себе цієї відповідальності (за процеси продажу або за канали розподілу) – це зняття відповідальності за стратегічне управління бізнесом. Тобто, встановлення певної ціни продажів це не тільки її декларування, але і складна робота "із закріплення свідомості" покупця на справедливості даної ціни.

Можливо, найбільш важливо те, що стратегічне ціноутворення потребує нових взаємовідносин між маркетингом і фінансовою діяльністю. Стратегічне ціноутворення в дійсності відображає зв’язок між маркетингом і фінансовою діяльністю. Воно включає в собі пошук *балансу* між бажанням покупців отримати відповідну вартість і необхідністю фірм покрити витрати, отримавши прибуток. На жаль, в більшості компаній ціноутворення характеризується, переважно, неузгодженням цих задач.

Якщо ціноутворення повинно відображати цінність для покупця, то ціни повинні призначати ті, хто більшою мірою здатний передбачати цю цінність, тобто менеджери з маркетингу і продажів. Але їх зусилля не приведуть до стійких доходів, якщо вони зацикляться на досягненні швидкого фінансового успіху. Не ставлячи ціллю "покрити" витрати, фінансисти повинні *вивчати як змінюються витрати із зміною продажів* і використати ці знання, щоб розвивати ринок і продажі для досягнення прибутковості.

Спільна участь в цьому процесі маркетингу і фінансів свідчить про те, що вони можуть працювати разом для досягнення загальної цілі – отримання прибутку через стратегічне ціноутворення. Однак перед тим, як маркетинг і фінанси зможуть досягти цієї цілі, вони повинні відмовитись від помилкової уяви про ціноутворення, яке приводить їх до незгод і направляє на прийняття невигідних рішень. "*Давайте ознайомимося с цими помилковими парадигмами і розрушимо їх раз і назавжди*" [41].

Щоб "вирішити" проблему визначення собівартості одиниці продукції, розробники цін, що спираються на собівартість, *мають власну абсурдну думку*, що можуть призначати ціну без урахування впливу об'єму виробництва і продажів. "Невміння врахувати вплив ціни на об'єм, а об'єму на витрати, веде до прийняття рішення про ціноутворення, яке підриває прибуток" [41]. Гармонію цих міркувань і висновків перетворимо в алгебру математичних моделей. Виділимо з цих висловлювань прописні істини (рис. 5.17).

Ціноутворення, що базується на собівартості, веде до завищення ціни на слабих ринках і заниження на сильних. Це суперечить розумному управлінню і розумній стратегії.

Ціноутворення, що базується на цінності товару, повинно починатися перед тим, як починаються інвестиції.

Рис. 5.17. Фундаментальні правила ціноутворення

Сучасні концепції стратегічного ціноутворення. При ціноутворенні на основі собівартості управляють продуктом. Конструкторські і виробничі відділи створюють те, що, на їх думку, є "гарним" продуктом. В подальшому вони вкладають кошти і несуть витрати, щоб забезпечити додаткові характеристики товару і його обслуговування.

Потім фінансисти підсумовують ці витрати для визначення цільової ціни. На цій стадії маркетинг включається в процес, щоб взяти на себе відповідальність за рішення задачі демонстрації достатньої цінності товару, щоб виправдати ціну для покупців. Якщо ціна на основі собівартості виявляється некоректною, то менеджери намагаються вирішити проблему, граючи з націнками. Маємо конфлікт двох, можливо несумісних, стратегій ціноутворення (рис. 5.18):

Ціноутворення на основі собівартості
Товар =>Собівартість => Ціна =>Цінність => Покупець
Ціноутворення на основі цінності
Покупець => Цінність => Ціна => Собівартість => Товар

Рис. 5.18. Альтернативні схеми ціноутворення

Це вимагає повного перегляду всього процесу. У випадку встановлення ціни на основі цінності цільова ціна базується на оцінці вартості товару для користувача, а не на витратах. Ця цільова ціна веде далі до прийняття рішень про ті витрати, які потрібні.

Саме під цю ціну підбираються технології, об'єми випуску, ведуться наукові дослідження. Але не навпаки! Можна зробити такий висновок – сьогодні питома вага власне виробничих витрат зменшується і збільшується питома вага витрат на наукові дослідження, технології, конструювання. Так це і є суть терміна "наукоємна продукція". Однак останній крок в цьому ланцюгу – робота зі споживачем.

Перетранслюємо всі ці міркування у робочі моделі і програми (знайдіть такі програми в Інтернеті). Сьогодні на ринку програмних продуктів існує маса програмних платформ для швидкої розробки прикладних програм. Той, хто їх освоїв, може створити за годину програму, що раніше робилася місяцями. Для цього не обов'язково бути програмістом, слід навчитись мислити в термінах математичних моделей.

Слід відзначити, що моделювання, крім очевидного призначення – щось розрахувати і прогнозувати, має ще ряд менш очевидних, наприклад, той, хто користується програмами моделювання, дуже швидко вчиться – за рік він може набути досвід, який традиційним способом отримується за 10–30 років.

Аналіз усталених станів

Розглянемо спочатку просту, однокрокову задачу − вибір ціни продажу, що максимізує прибуток (за рік, місяць). Підкреслимо, що ми не розглядаємо "траєкторію" розвитку виробництва до оптимального рівня. Ми задаємо ціну продажу і знаходимо відповідний попит і собівартість. На множині цін продажу шукаємо такі ціни, що дають максимум прибутку. Словесний опис цієї залежності: ціна продажу визначає попит; обсяг виробництва вважаємо рівним попиту; собівартість одиниці виміру товару залежить від обсягу виробництва. Нагадуємо, що собівартість суттєво змінюється протягом періоду випуску продукції. Конструюємо функцію собівартості, що дає усталене значення собівартості на момент виходу на оптимальний темп випуску. Складові цієї функції мають таку інтерпретацію: мінімальні змінні витрати, постійні витрати (незалежні від темпу випуску), витрати, залежні від ефективності технологій.

$$\mathrm{sob1(p,so)} := \mathrm{s\,min} + \frac{\mathrm{sp}}{\mathrm{D1(p,nn,Dm,pmak)}} + \mathrm{so}\cdot\frac{\mathrm{Dm} - 0.98\cdot \mathrm{D1(p,nn,Dm,pmak)}}{\mathrm{Dm}}. \qquad (5.9)$$

Записуємо функції прибутку і норми прибутку на одиницю виміру товару:

$$\mathrm{Pr1(p,so)} := \mathrm{p} - \mathrm{sob1(p,so)};\ \mathrm{nrm1(p,so)} := \frac{\mathrm{Pr1(p,so)}}{\mathrm{sob1(p,so)}}. \qquad (5.10)$$

Записуємо нарешті функцію валового прибутку:

$$\mathrm{MP1(p,so)} := \mathrm{D1(p,nn,Dm,pmak)}\cdot \mathrm{Pr1(p,so)}. \qquad (5.11)$$

Аналогічні вирази записуємо і для другої моделі. На рисунку 5.19 подано блок вхідних даних та графіки залежностей собівартості та прибутку від ціни. На цьому графіку окремі криві подані у різних масштабах, а значення оптимальних цін продажу повинен ввести сам користувач − дивлячись на графіки. Стенд дозволяє змінювати вхідні параметри в зоні вхідних даних – оцінювати їх вплив на прибутки. В просторі параметрів можна знайти граничні режими – "нуль прибутку", "один максимум прибутку", "два максимуми". На рисунку 5.20 подано ті ж залежності, розраховані за альтернативною моделлю попиту.

Може виникнути наївне питання: "яка з альтернативних моделей попиту є кращою?" Згадаємо, що модель – спрощене відображення певного реального об'єкта чи процесу, що задовільно відображає суттєві для розробника і користувача моделі властивості реальності. Функція попиту є невизначеною, розмитою, залежить від багатьох факторів. Фактично ми маємо справу не з альтернативними моделями попиту, а моделями попиту для різних продуктів і ринків. Практичний результат моделювання – в класі монотонно спадних функцій попиту положення максимумів доходу є досить стабільними – є необґрунтованим достатнім статистичним матеріалом. Можливо, для реальних систем двох максимумів доходу як функції ціни продажу не існує. Цей спекулятивний приклад наведено для ілюстрації положення про те, що модель може виявити замасковану, але важливу властивість реальних бізнес-процесів, а може показати важливий ефект (бажаний чи небажаний), що поки не спостерігався в реальності, але може реалізуватись в стихійно чи навмисно змінених умовах.

Діапазон зміни ціни $p := 1 .. 100$; максимальна (гранична) ціна $pmak \equiv 30$;
параметр еластичності $nn \equiv .6$; максимальний попит $Dm \equiv 10000$ одиниць;
параметри моделі собівартості : мінімальні витрати на одиницю товару $smin \equiv 3$;
постійні витрати $sp \equiv 1300$; параметр (стартова складність виробництва) $so \equiv 38$..
Оптимальні ціни $ціна1 := 9$; $ціна2 := 45$

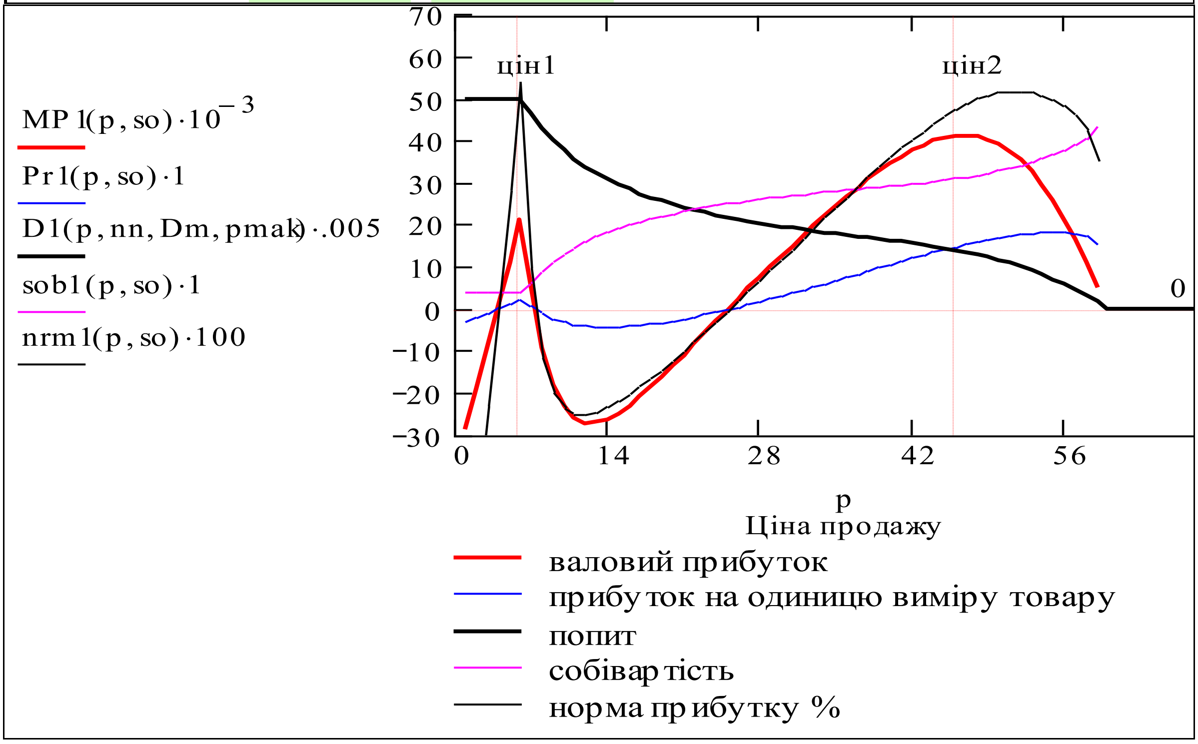


Рис. 5.19. Залежність прибутку від ціни продажу для 1-ої моделі "ціна – попит"

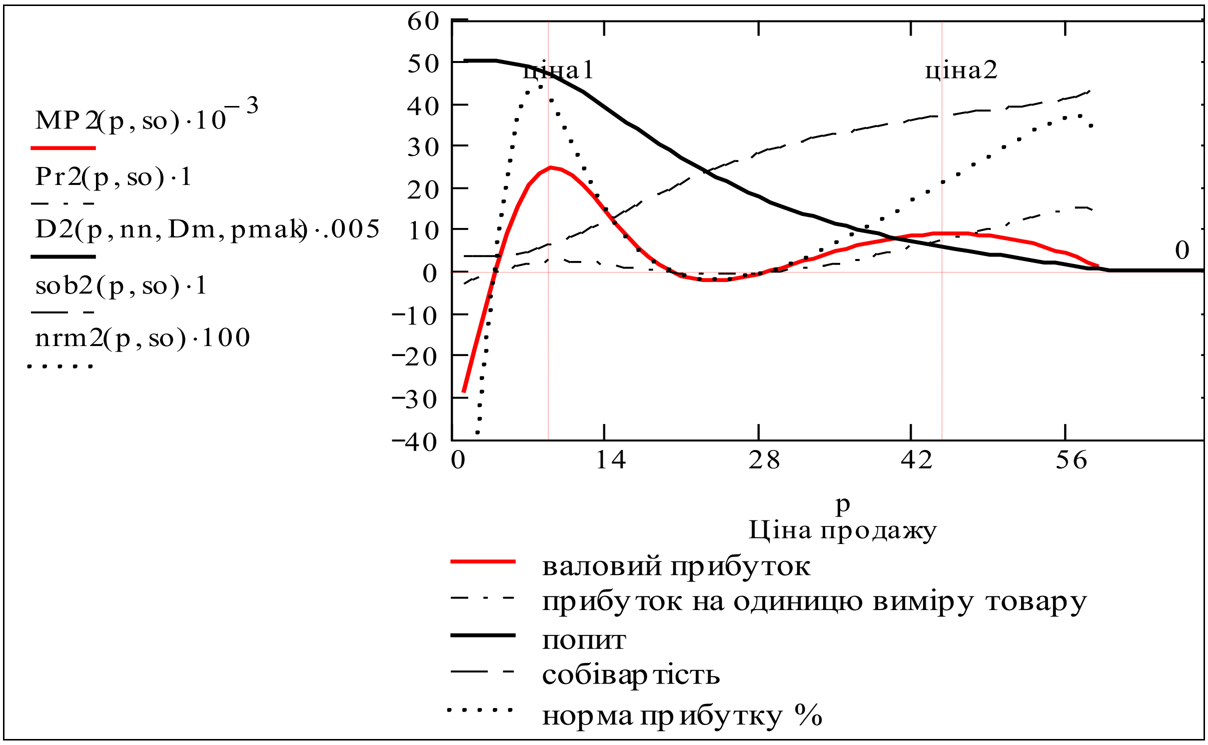


Рис. 5.20. Залежність прибутку від ціни продажу для 2-ої моделі "ціна – попит"

Розроблені моделі і програми дають можливість менеджеру ввести свої оцінки вхідних даних і отримати таблицю-прогноз (таблиця 5.1).

Таблиця 5.1

Прогноз оптимальних цін продажів за альтернативними моделями

Альтернативні моделі	перша	друга
Оптимальні ціни продажу	9, 45	8, 45
Доходи (у.о.)	Дохід1=24601	Дохід2=8737

В літературі проблеми цінових стратегій розглядаються переважно на рівні дискурсивних – логіко-лінгвістичних моделей. В даній роботі можна розглянути їх на моделях. Зведемо головні залежності з рис. 5.19 і 5.20 в один (рис. 5.21) – для порівняння. Дивлячись на графіки рис. 5.21, спробуємо зробити попередні висновки з фундаментальних проблем моделювання, а саме: проблеми адекватності і точності моделі.

– *Адекватність*: якщо результати моделювання не відповідають статистичним даним для реальної системи, слід спробувати змінити параметри реальної системи так, щоб статистичні дані відповідали даним моделювання, перш ніж відмовитись від моделі. Інакше кажучи, щоб бажані прогнози збувались, треба йти їм назустріч. Зокрема можна маркетинговими засобами змінити у бажаному напрямку функцію "ціна − попит".

– *Точність*: для моделей складних систем з невизначеностями, хаотичними і катастрофічними режимами класичні оцінки "збіжності", "інтегральної квадратичної помилки" стосуються формальної задачі проведення "красивої" кривої через заданий набір точок (ряди Фур'є, сплайни, сплески). Точність складних моделей може бути виміряна тільки в порядковій шкалі. Тобто можна сказати, що "модель М1 точніша моделі М2", але некоректно казати "модель М1 вдвічі точніша моделі М2". Модель повинна відображати суттєві для поставлених цілей властивості реальності.

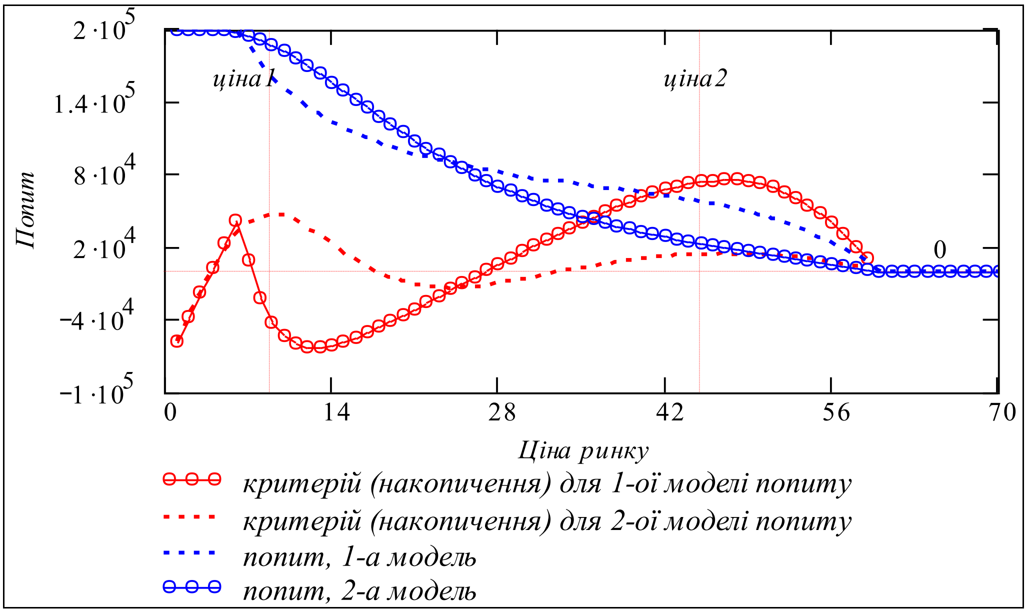


Рис. 5.21. Порівняння валових прибутків для альтернативних моделей "ціна – попит"

Висновок: функція попиту є перспективним "полем битви" за прибутки – тривіальний. На формування і стимуляцію попиту витрачаються людські і матеріальні ресурси, обсяг яких не менше, ніж витрати на розробку і виробництво.

Невизначеність та можливість зміни параметрів диктує вимоги до змісту і форми результатів моделювання. Уявимо таку ситуацію. Керівник цільового підрозділу вибирає для запуску у масове виробництво певний виріб з невизначеними характеристиками процесу освоєння. Він хотів би побачити не тільки номінальну залежність "ціна − сумарний прибуток" і навіть не три залежності (номінальна, плюс-допуск, мінус-допуск), а просто тривимірну поверхню для повного діапазону зміни заданого параметра функції освоєння.

Зробимо модуль для побудови таких графіків. Записуємо залежності для обчислення двовимірного масиву − залежності прибутку від ціни продажу і значення заданого параметра. Записуємо відповідні вирази. Собівартість одиниці виміру продукту:

$$Sob2(p,sta,spo) := smi + \frac{spo}{D1(p,ne,dm,pmax) + .001} + sta\cdot\frac{dm - 0.98\,D2(p,ne,dm,pmax)}{dm};$$

прибуток на одиницю: $PR2(p,sta,spo) := p - Sob2(p,sta,spo);$

норма прибутку на одиницю: $nrm2(p,sta,spo) := \dfrac{PR2(p,sta,spo)}{Sob2(p,sta,spo)};$

валовий прибуток: $mp2(p,sta) := D2(p,ne,dm,pmax)\cdot PR2(p,sta,spo).$ (5.12)

На рисунку 5.22 подано блок вхідних даних та три серії графіків основної залежності "ціна продажу – накопичений прибуток" при варіації відповідних параметрів.

Зона вхідних даних. Діапазон зміни ціни $pr := 1..60$; максимальна (гранична) ціна $pmax \equiv 30$; параметр еластичності $ne \equiv .6$; максимальний попит $dm \equiv 10000$ одиниць; параметри моделі собівартості: мінімальні витрати на одиницю товару $smi \equiv 3$; постійні витрати $spo \equiv 1300$; параметр (стартова складність виробництва) $sta \equiv 38$. Оптимальні ціни (визначте) $ціна1 := 9$; $ціна2 := 45$.

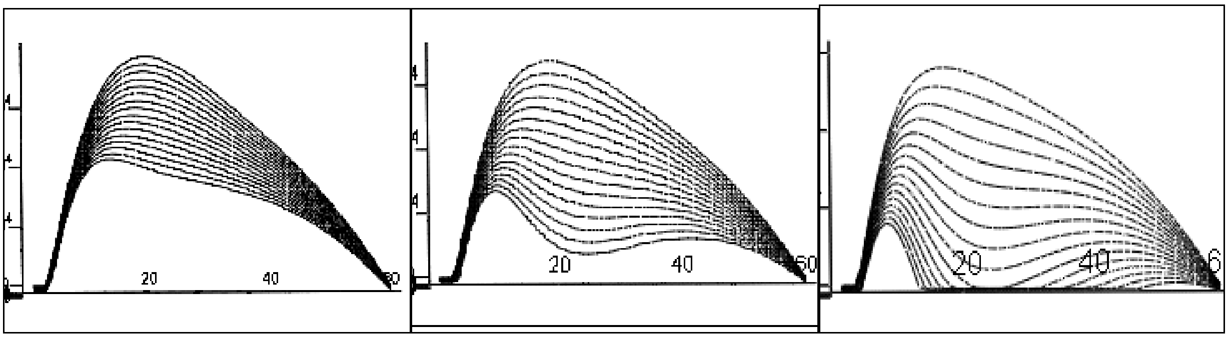


Рис. 5.22. Залежність прибутку від ціни продажу і змінних витрат

Бачимо характерну особливість залежностей – при збільшенні інтенсивності освоєння виникають два максимуми, а при високій стартовій собівартості (а саме такими є високотехнологічні інноваційні продукти) з’являється зона збитковості там, де в класичній моделі розташований максимум прибутків. Чи не є це результатом помилки? На рис. 5.23 подана серія залежностей накопиченого прибутку від стартової ціни та темпу зменшення ціни, розрахованих за більш точною моделлю. Можемо бачити, що при постійній ціні на кривій "накопичений прибуток" виникають два максимуми.

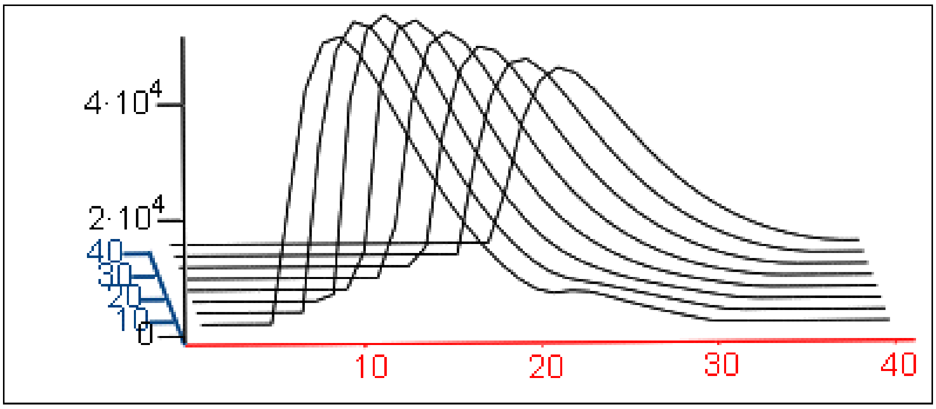


Рис. 5.23. Залежності накопиченого прибутку від стартової ціни та темпу зменшення стартової ціни

Головне значення цього результату – бути стимулом для подальших досліджень в цьому напрямку: взаємовпливу і взаємної адаптації попиту і пропозиції, виробництва і споживання. При виконанні певних умов максимум при малій ціні продажу може давати набагато більший валовий прибуток, ніж при великій ціні за рахунок великого обсягу продажу. Дивимось на рис. 5.21, 5.22, бачимо, що перейти від "продавати мало за високою ціною" до "продавати за низькою ціною, але багато" непросто – між двома максимумами лежить зона збитковості. Ця крива антиінтуїтивна: в класичній економіці максимум прибутку знаходиться десь в середині діапазону цін, а тут, навпаки, максимальний "врожай" можемо отримати саме біля границь діапазону цін.

Однак тут виникає експертна гіпотеза: у більшості ситуацій розвитку виробництва перехід до дешевого масового, що повинен потім окупитись, має певні порогові витрати і пороговий термін переходу до масового виробництва. Тобто, і це природно, моделі замість відповідей на поставлені питання створюють серію нових питань і задач.

Розробка математичної моделі оптимального процесу розвитку

Ми побудували наближену модель оптимізації усталених станів процесу розвитку. Зробимо наступний крок – побудуємо модель динаміки – систему різницевих або диференціальних рівнянь. Між іншим, ці рівняння можна вивести з такої лінгвістичної моделі: "Щоб "вирішити" проблему визначення собівартості одиниці продукції, розробники цін, що спираються на собівартість, мають власну абсурдну думку, що можуть призначати ціну без урахування впливу об'єму. *Невміння врахувати вплив ціни на об'єм, а об'єму на витрати, веде до прийняття рішення про ціноутворення, яке підриває прибуток. Ціноутворення, що базується на цінності товару, повинно починатися перед тим, як починаються інвестиції*" [41]. *Проявимо вміння* враховувати всі суттєві зв’язки в процесі розвитку (рис. 5.24).

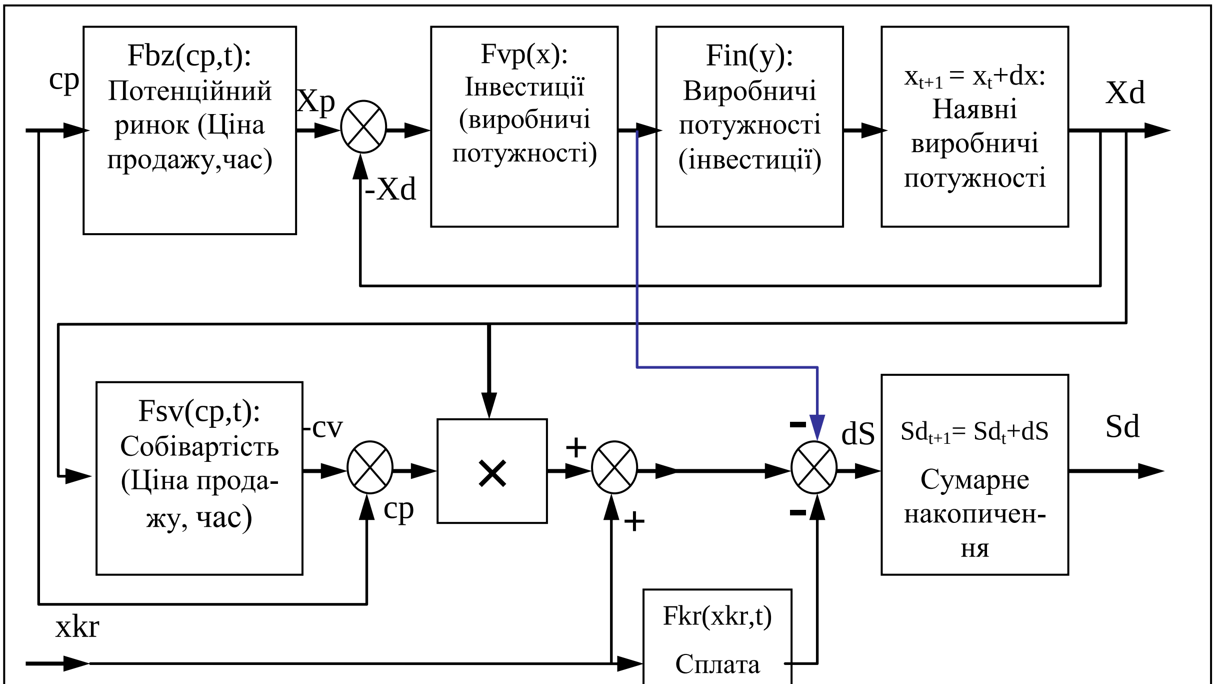


Рис. 5.24. Схема процесу розвитку з урахуванням "навчання"

Дивлячись на цю схему, запишемо рівняння для моделювання розвитку системи. Виділяємо управління – поточну ціну продажу *cp* та поточний темп кредитів *xkr*.

Зверніть увагу на дрібничку – критерій оптимізації – сумарний (накопичений за плановий період *Tpl*) прибуток *Sd(Tpl)*, а управління ми знаходимо з умови максимуму функції *H(x,cp,xkr)* – методом принципу максимуму (якщо забули причину такої заміни, поверніться до розділів 5.1, 5.2).

Природно і зручно розглядати організаційно-виробничу систему як дискретну: припускаємо, що ціни, кредити змінюються раз в квартал, місяць, а дискретні – різницеві рівняння узгоджені з дискретним характером роботи ЦОМ. Визначимо вектор управління – те, що на кожному кроці процесу повинен вибирати менеджер:

вектор управління $$u(t) = \begin{pmatrix} cp(t) \\ xkr(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{"ціна продажу"} \\ \text{"темп кредиту"} \end{pmatrix}$$

Вектор стану системи виберемо таким:

$$X(t) = \begin{pmatrix} cv(t) \\ xp(t) \\ xd(t) \\ y(t) \\ prb(t) \\ Sd(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{"поточна собівартість одиниці"} \\ \text{"поточна виробнича потужність"} \\ \text{"поточний обсяг попиту"} \\ \text{"потрібні інвестиції"} \\ \text{"поточний прибуток"} \\ \text{"сумарне накопичення"} \end{pmatrix}$$

Запишемо дискретні рівняння динаміки системи (без урахування кредитів).

$cp_{t+1} = Ops(t)$ – визначення поточної ціни продажів, поки це задана функція часу;

$xd_{t+1} = Fdm(cp_t)$ – визначення попиту, поки статична залежність;

$Dxp = Fin(y_t)$ – визначення темпу зростання виробничої потужності;

$xp_{t+1} = xp_t + Dxp \cdot D\tau$ – визначення виробничої потужності;

$cv_{t+1} = cv_t - (K1 \cdot xp_t + K2 \cdot Dxp) \cdot D\tau$ – визначення собівартості;

$dox_{t+1} = (cp_t - cv_t) \cdot xp_{t+1}$ – визначення поточного доходу;

$y_{t+1} = FinO(xd_{t+1} - xp_{t+1})$ – визначення потрібних інвестицій;

$prb_{t+1} = dox_{t+1} - y_{t+1}$ – визначення прибутку;

$Sd_{t+1} = Sd_t + prb_{t+1} \cdot D\tau$ – визначення сумарного прибутку;

$Sxp_{t+1} = Sxp_t + xp_{t+1} \cdot D\tau$ – визначення сумарного (накопиченого) випуску;

де x(t) – темп зміни виробничих потужностей, (*визначить розмірність змінної*);

y(t) – темп інвестицій, грошових одиниць за одиницю часу;

τ – запізнення віддачі інвестицій;

Fin(y) – монотонна позитивна функція, що може бути опуклою, ввігнутою, не мати неперервних похідних; fin(0) = 0, y>0: $fin(y) \geq 0$;

Fdm(cp) – залежність попиту від ціни, звичайно монотонно зменшується;

FinO(dxp) – функція, обернена функції Fin(y).

Визначимо відповідні функції (функціональні субмоделі).

Функція "ціна-попит". Ця функція характеризує залежність попиту від ціни продажу. В розділі 5.1 подано попередній аналіз та обгрунтування виду цієї залежності. Створюємо мікробібліотеку функцій попиту і пам'ятаємо, що реально попит залежить, крім ціни, ще від багатьох факторів – реклами, конкуренції, загального стану економіки і ця залежність є динамічною, нечіткою, нелінійною.

На рис. 5.25 подано дві альтернативи програмних модулів для функції попиту – на базі узагальненої гіперболічної функції та на базі логнормального розподілу.

```
D1(p,n,Dm,pma) :=  fuz1 ← | 1  if  p < pma
                          | max[[1 − [(p − pma) ÷ pma]^4], 0]  otherwise
                   fppt ← Dm·3(p + .00001)^(−n)
                   fpopr ← min(fppt·fuz1, Dm)
                   fpopr
```

```
D2(p,n,Dm,pma) :=  fuz1 ← | 1  if  p < pma
                          | max[[1 − [(p − pma) ÷ pma]^4], 0]  otherwise
                   fppt ← Dm·(1 − plnorm(0.1p, 1.4 − n, .6))
                   fpopr ← fppt·fuz1
                   fpopr
```

Рис. 5.25. Програмні модулі для альтернативних функцій попиту

На рис. 5.26 подано в подвійних логарифмічних масштабах альтернативні моделі "ціна – попит". За рахунок внутрішніх параметрів моделі настроєні так, щоб були однаковими граничні точки – максимального попиту і максимальної ціни. Вводимо параметр еластичності $en := 1.0$; число кроків незалежної змінної $p := 0..100$.

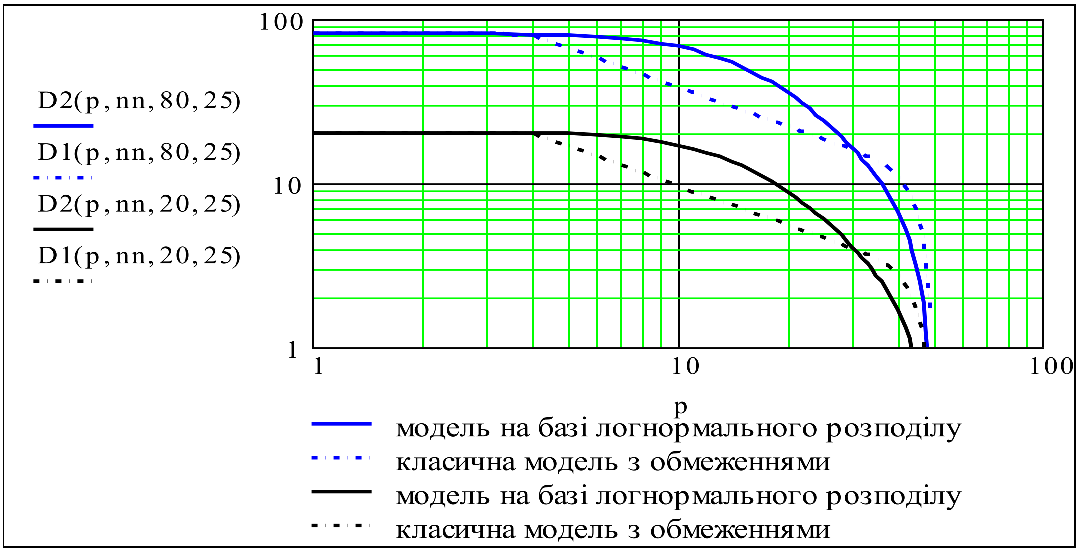


Рис.5.26. Порівняння альтернативних моделей "ціна – попит"

Моделі попиту оформляємо як функції користувача: $D2(p, n, Dm, pma)$, що розшифровується так: *Попит_номер моделі* (*p* – ціна продажу, *n* – параметр еластичності попиту, *Dm* – максимальний попит, *pma* – максимальна ціна).

Функція освоєння. Ця модель характеризує залежність собівартості від темпу випуску і сумарного випуску продукції. Подамо можливі шляхи зменшення собівартості.

1. Ефект навчання – навчання персоналу, відлагодження обладнання, постійне покращення конструкції і технологій, відлагодження каналів збуту товару. Витрати на одиницю продукції зменшуються пропорційно сумарному обсягу випущеної продукції.

2. Ефект масового виробництва – постійні витрати, що не залежать від темпу (обсягу) випуску, розподіляються на велику кількість продукції. Сьогодні дуже великі обсяги виробництва дозволяють створити і використати наукоємні і дорогі "високі технології", що значно зменшують змінні витрати на одиницю продукції. Таку ситуацію можна охарактеризувати так: виготовити мільйон виробів дешевше, ніж виготовити сто тисяч.

Розглядаємо таку модель першого наближення для собівартості:

$$sobivart(t) = vv \cdot po^{\frac{\ln\left(\int_0^t xp(\tau)\,d\tau\right)}{\ln(2)}} + vp \cdot xp(t)^{-1}.$$

В цій моделі vv – коефіцієнт "змінних" витрат, vp – коефіцієнт "постійних" витрат, $0 < p < 1$ – коефіцієнт освоєння виробництва (*чим він менше, тим швидше зменшуються витрати*), xp – темп випуску. Інтеграл дає сумарний випуск за період від початку виробництва товару до поточного моменту часу. Перша складова характеризує "змінні" витрати на виготовлення одиниці продукту, друга – частку "постійних" витрат на одиницю продукту. Ця модель досить приблизна. Виконаємо тестування функції навчання.

Задаємо тестову функцію для темпу випуску: $xp(t) := 0 + 10 \cdot t^{.4} + 5 \cdot \sin(0.9 \cdot t)$ та параметри функції собівартості: $vV := 10$ – стартові змінні витрати на одиницю продукту, $po := 0.7$ – коефіцієнт освоєння, $vP := 200$ – постійні (незалежні від темпу) витрати.

Сформуємо функції – залежність собівартості одиниці виміру продукту від часу (при певній програмі випуску продукції xp(t)):

$$sv(t) := vV \cdot po^{\frac{\ln\left(\int_0^t xp(\tau)\,d\tau\right)}{\ln(2)}} + vP \cdot xp(t)^{-1};$$

і похідну від цієї залежності

$$dfcv(t) := vV \cdot po^{\frac{\ln\left(\int_0^t xp(\tau)\,d\tau\right)}{\ln(2)}} \cdot \frac{xp(t) \cdot \ln(po)}{\ln(2) \cdot \int_0^t xp(\tau)\,d\tau} - \frac{vP}{xp(t)^2} \cdot \frac{d}{dt} xp(t) \cdot$$

Задаємо ранжовану змінну – час: $t := 1, 1.2 .. 20$, будуємо графіки (рис. 5.27).

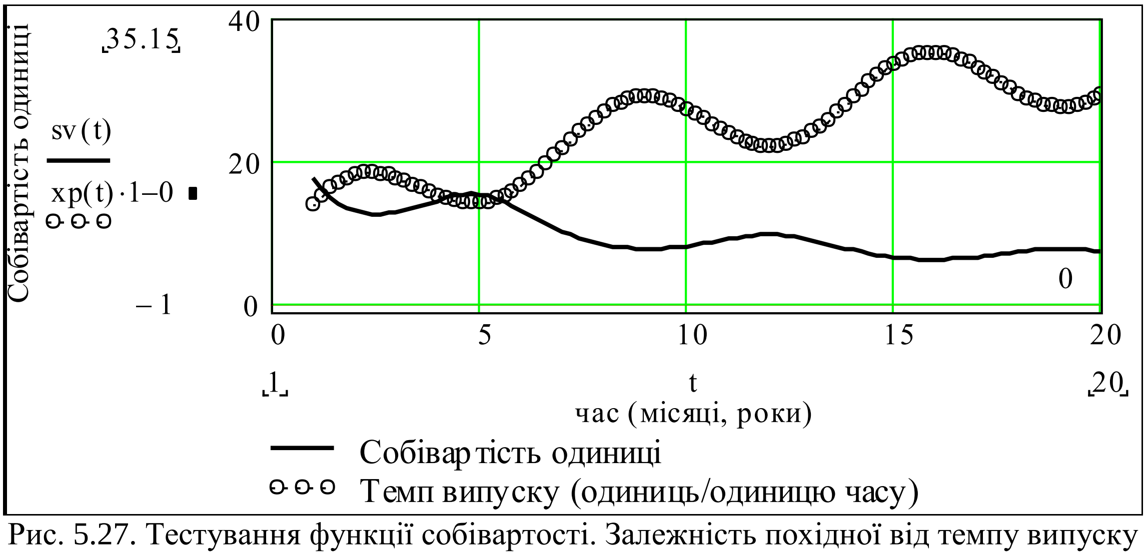


Рис. 5.27. Тестування функції собівартості. Залежність похідної від темпу випуску

Для тестування беремо типові програми випуску продукції – зростання темпу випуску з сезонним трендом. При сезонному тренді функція собівартості може мати ділянки зростання – частка постійних витрат на одиницю продукції зростає. Перейдемо до дискретизованої залежності – замінимо інтеграл сумою Sxp_t , а похідну – першою різницею Dxp. Подаємо основну, робочу, залежність та її апроксимацію лінійним виразом. При бажанні можна знайти значення коефіцієнтів К1 та К2, що оптимально наближають "точну залежність". Для нас і перший вираз – ситуативне наближення. А лінійну апроксимацію подано просто для розуміння суті досить громіздкого виразу.

$$cv_{t+1} = cv_t + \left(vv \cdot \frac{xp(t) \cdot \ln(po)}{\ln(2) \cdot Sxp_t} \cdot po^{\frac{\ln(Sxp_t)}{\ln(2)}} - \frac{vp}{xp(t)^2} \cdot Dxp \right) \cdot Dt;$$

$$cv_{t+1} = cv_t + \left(K1 \cdot xp_t + K2 \cdot Dxp\right) \cdot Dt.$$

Вид моделі навчання може бути різним для різних ситуацій виробництва при збереженні таких спільних властивостей:

– при випуску першої одиниці продукту витрати не можуть бути нескінченними;

– витрати в процесі освоєння і розширенням випуску зменшуються, але не до нуля.

Розглянута вище класична модель освоєння не відповідає цим вимогам і повинна бути скоректована або замінена більш адекватною моделлю.

Розробка програми. Збираємо все розглянуте вище в програму моделювання (на рис. 5.28 наведено головну частину програми). Саме тут вводяться функції попиту і інвестицій: $Fdm(p,n,Dm,pma) := D2(p,n,Dm,pma)$; $Fin(y,A,\alpha,s) := F4(y,A,\alpha,s)$. Все інше вводиться далі – на "стенді" (рис. 5.29).

$$\begin{array}{l}
Cis = \left| \begin{array}{l}
Vyx^{\langle 1 \rangle} \leftarrow stack(cp_1, cv_1, xp_1, xd_1, dox_1, y_1, prb_1) \\
\text{for } k \in 1..Nt \\
\quad \left| \begin{array}{l}
cp_{k+1} \leftarrow op(k \cdot Dt, cv_k) \\
xd_{k+1} \leftarrow Fdm(cp_k, np, Dm1, pma1) \\
Dxp_{k+1} \leftarrow Fin(y_k, Am, \alpha 1, es) \\
xp_{k+1} \leftarrow xp_k + (Dxp_{k+1}) \cdot Dt \\
cv_{k+1} \leftarrow vv \cdot po1^{\frac{\ln(Sxp_k)}{\ln(2)}} + vp \cdot (xp_{k+1})^{-1} + sv0 \\
dox_{k+1} \leftarrow (cp_{k+1} - cv_{k+1}) \cdot xp_{k+1} \cdot Dt \\
y_{k+1} \leftarrow \max[Kin \cdot (xd_k - xp_k) \cdot Dt, 0] \\
prb_{k+1} \leftarrow dox_{k+1} - y_{k+1} \\
Sprb \leftarrow Sprb + prb_{k+1} \\
Sxp_{k+1} \leftarrow Sxp_k + xp_{k+1} \cdot Dt \\
Vyx^{\langle k+1 \rangle} \leftarrow stack(cp_{k+1}, cv_{k+1}, xp_{k+1}, xd_{k+1}, dox_{k+1}, y_{k+1}, prb_{k+1})
\end{array} \right. \\
\begin{pmatrix} Vyx \\ Sprb \end{pmatrix}
\end{array} \right.
\end{array}$$

Рис. 5.28. Програма моделювання процесу розвитку (головна частина)

Розпаковуємо вихід програми: сумарний прибуток: $SPrb := Cis_2$; масив – стан процесу: $BY := Cis_1$. Задаємо ранжовані змінні $k := 1..Nt$; $y1 := 1..40$.

Розробка інтерфейсу програми моделювання процесу розвитку

Для зручного проведення обчислювальних експериментів формуємо стенд, що складається з графіків функцій інвестицій, попиту та навчання, блоку параметрів цих функцій і графіків процесу розвитку системи (рис. 5.29). *Як і програма, цей стенд – тільки ідея* (конструктивна), його теж можна вдосконалювати в усіх вимірах.

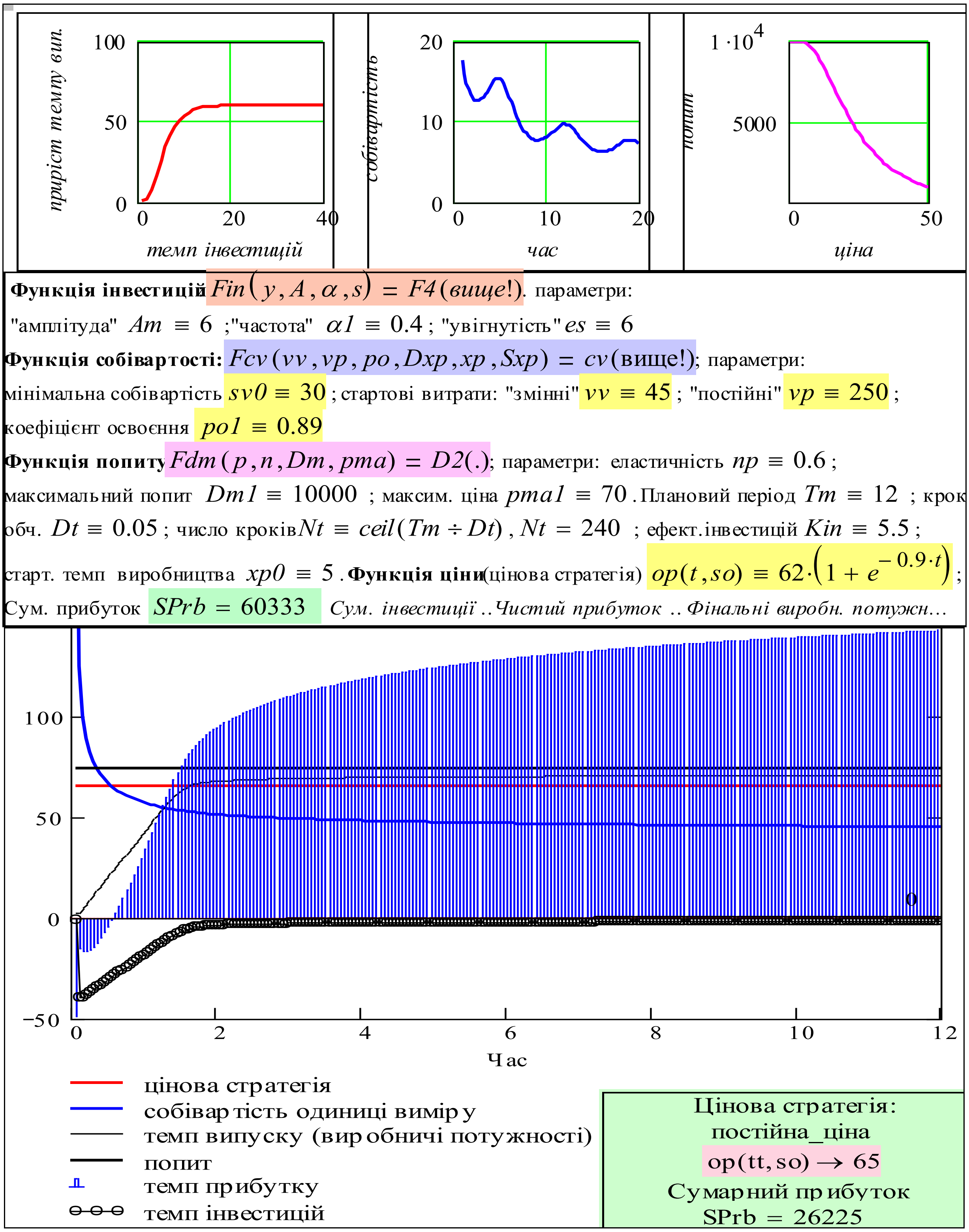


Рис. 5.29. Інтерфейс системи "аналіз цінових стратегій"

Завдання 1. Зробіть специфікацію всіх функцій, змінних і параметрів програми: означення, глобальна/локальна, де визначена, де вводяться значення.

Завдання 2. Зараз на стенді введена простіша цінова стратегія – постійна протягом усього планового періоду ціна. Експериментально знайдіть оптимальну ціну, зафіксуйте її та значення прибутку, змініть якийсь (заданий) параметр на +5% та –5% і знайдіть значення прибутків. Зробіть висновки.

Завдання 3. Змініть заданий параметр на +5% та –5%, знайдіть оптимальні ціни і значення прибутку. Порівняйте результати виконання завдань 2 і 3. Зробіть висновки.

Завдання 4. Далі подано бібліотеку емпіричних цінових стратегій (знайдених практиками). Знайдіть оптимальні параметри заданої емпіричної цінової стратегії вручну, методом підбору, або зробіть спеціальний програмний модуль.

Подаємо вихід програми моделювання в табличній формі:

вектор_стану =

	1
1	"cp - ціна продажу"
2	"cv - собівартість"
3	"xp - темп випуску"
4	"xd - темп попиту"
5	"doxi - дохід поточний"
6	"y - темп інвестицій"
7	"prb - прибуток поточний"

BY =

	1	2	3	4	5	6
1	62	62	62	62	62	62
2	295	124.9	99.6	88.9	82.3	77.6
3	5	5	9.5	14	18.5	23
4	438.6	438.6	438.6	438.6	438.6	438.6
5	-1165	-15.8	-17.9	-18.8	-18.8	-17.9
6	1	119.2	119.2	118	116.8	115.5
7	-1165	-135	-137.1	-136.8	-135.5	-133.4

Завдання 5. Подайте вихід програми за допомогою таблиці Excel. Для цього скористайтесь "компонентним майстром". Прототип таблиці, виконаний засобами математичного пакета, подано вище.

Бібліотека емпіричних цінових стратегій

Програмне управління. Метод принципу максимуму або динамічне програмування дають нам оптимальне управління як функцію часу. Далі наведено декілька альтернативних емпіричних стратегій в порядку ускладнення.

1. Постійна ціна $c(t) = c0$, де c0 – постійна ціна.

2. Лінійний спад $c(t) = c0 - \alpha \cdot t$, де c0 – стартова ціна, α – темп спаду ціни.

3. Експонента $c(t) = c0 \cdot \left(1 + e^{-\alpha \cdot t}\right)$, де c0 – стартова ціна, α – темп спаду ціни.

Координатна форма управління. Можна подати оптимальне управління як функцію координат: $cv\left(xd_t, xp_t, cv_t, dox_t\right)$. Номінально це робиться так: з одного з дифрівнянь процесу знаходиться час як функція координат і підставляється в функцію часу – оптимальну стратегію. Це завжди можна зробити, якщо рівняння динаміки лінійні і невисокого порядку. Розглянемо тут декілька прикладів емпіричних – "експертних" стратегій.

4. Постійна норма прибутку $c(cv) = np \cdot cv(t)$, де cv(t) – поточна собівартість, np – норма прибутку.

5. Постійний прибуток $c(cv) = cv(t) + pp$, де cv(t) – поточна собівартість, pp – постійний прибуток.

6. Змінна норма прибутку $c(cv) = np(t) \cdot cv(t)$, де np(t) – функція, що монотонно спадає; cv(t) – функція, що має один максимум і нульові значення на границях інтервалу.

Постановка і розв'язання оптимізаційної задачі

Порівняємо постановку і розв'язання двох варіаційних задач розвитку (розділи 5.2 і 5.3). Теоретичний фундамент для цих задач – *узагальнена задача розподілу*, досліджена Р. Беллманом [5]. Запишемо її постановку:

рівняння динаміки процесу розвитку: $\dfrac{d}{dt}x(t) = G(x(t), y(t));$

критерій (накопичений випуск): $J(y) = \int\limits_{o}^{t} F(x, y)dt$,

де x(t) – темп виробництва; y(t), $0 \le y \le x$ – управління – темп ресурсів у розвиток.

Агрегована модель розвитку виробничої системи [7]:

рівняння динаміки процесу розвитку: $\dfrac{d}{dt}x(t) = fin(x(t) \cdot u(t))$;

критерій (накопичений випуск): $J1\int\limits_{0}^{Tp} x(t) \cdot (1 - u(t))dt$,

де u(t), $0 \le u(t) \le 1$– управління – частка ресурсу у розвиток виробництва.

Суть методу оптимального агрегування в тому, що вводиться *вектор-функція оптимального розподілу ресурсу* $Dop(R)$, $0 \le R \le R\max$, де $R\max$ – максимальне значення обмеження. Компоненти вектор-функції задають оптимальний за критерієм сумарного виробництва розподіл заданої кількості ресурсу. Вводиться *оптимальна виробнича функція системи*:

$$Yop(R) = \sum_{i=1}^{N} fi(Dop(R)_i).$$

Метод оптимального агрегування дозволяє замінити систему паралельно працюючих виробничих елементів не просто еквівалентним, а саме оптимальним елементом. Базується метод на ефективному декомпозиційному алгоритмі обчислення розподілу.

Модель розвитку виробничої системи з урахуванням освоєння [11].

Рівняння динаміки процесу розвитку:

освоєння виробництва $\dfrac{d}{dt}cv = fcv(x, xs);$

розвиток виробництва $\dfrac{d}{dt}x = fin[kx \cdot (xd - x)]$;

попит на продукти виробництва $\dfrac{d}{dt}xd = fd(cp).$

Критерій – накопичений дохід

$$J = \int_0^{Tp} fj(cv, cp)dt = \int_0^{Tp}\left[x(t) \cdot (cp(t) - cv(t)) - fino\left(\frac{d}{dx}x(t)\right)\right]dt.$$

Управління – „ціна” *cp.*

Запропонована модель має такі змінні стану: cv – собівартість; x – темп випуску; xs – випуск; xd – темп попиту; kx – параметр; праві частини дифрівнянь $fcv(.)$, $fd(.)$, $fin(.)$ – це функції освоєння, розвитку, „попиту” – функціональні модулі, для яких створюється бібліотека альтернативних субмоделей моделей, що відображають специфіку розвитку різних виробництв. Для розв’язання поставлених варіаційних задач використано метод принцип максимуму. Подаємо коротко послідовність кроків отримання розв'язання.

Розв’язання оптимізаційної задачі розвитку без урахування попиту і освоєння

Критерій: $J1 = \int\limits_{0}^{Tp} x(t) \cdot (1 - u(t))dt.$

Записуємо розширену систему рівнянь:

$$\frac{d}{dt}x(t) = fin(x(t)\cdot u(t)) = fx; \quad 0 \le u(t) \le 1; \quad \frac{d}{dt}J1(t) = x(t)\cdot(1-u(t)) = fJ\cdot$$

Складаємо функцію Гамільтона: $H(x,u) = \sum_{i=1}^{N}\psi_i \cdot f_i = \psi J \cdot fJ + \psi x \cdot fx.$

Підставляємо у вираз для функції Гамільтона праві частини дифрівнянь *fx* та *f*. Потім підставляємо його у дифрівняння для спряжених функцій:

$$\frac{d}{dt}\psi J(t) = -\frac{\partial}{\partial J}H(x,u); \quad \frac{d}{dt}\psi x(t) = -\frac{\partial}{\partial x}H(x,u)\cdot$$

Знаходимо відповідні окремі похідні від $H(x,u)$:

$$\frac{\partial}{\partial J}H(x,u) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial x}H(x,u) = \psi J\cdot(1-u) + \psi x(t)\cdot u\cdot\frac{d}{dx}fin(u\cdot x)\cdot$$

Знаходимо розв'язання цих дифрівнянь для спряжених функцій, підставляємо у функцію Гамільтона і отримуємо розв’язання:

$H(x,u) = x\cdot(1-u) + fin(x\cdot u)\cdot\psi x(u,x,t)$.

Розв’язання оптимізаційної задачі розвитку з урахуванням попиту і освоєння

Критерій: $J = \int_0^{Tp} fj(cv,cp)dt = \int_0^{Tp}\left[x(t)\cdot(cp(t)-cv(t)) - fino\left(\frac{d}{dx}x(t)\right)\right]dt\cdot$

Функція освоєння:

$$fcv(cv,cp) = vv\cdot po^{Ko\cdot\ln(t)}\cdot\frac{Ko}{t}\cdot\ln(po) - \frac{vp}{Fd(cp)^2}\cdot\frac{d}{dt}Fd(cp).$$

Функція Гамільтона: $H(cv,cp) = \sum_{i=0}^{N}\psi_i\cdot f_i = \psi j\cdot fj + \psi cv\cdot fcv + \psi x\cdot x.$

Рівняння для спряжених функцій:

$$\frac{d}{dt}\psi J(t) = -\frac{\partial}{\partial J}H(cv,x,cp); \frac{d}{dt}\psi cv(t) = -\frac{\partial}{\partial cv}H(cv,x,cp); \frac{d}{dt}\psi x(t) = -\frac{\partial}{\partial x}H(cv,x,cp)\cdot$$

Розв’язання для функції Гамільтона:

$$H(cv,cp) = \psi j\cdot\left[Fd(cp)\cdot(cp(t)-cv(t)) - Kinv\cdot\left(\frac{d}{dt}Fd(cp(t))\right)\right]\cdots$$

$$+\psi cv\cdot\left[vv\cdot po^{Ko\cdot\ln(t)}\cdot\frac{Ko}{t}\cdot\ln(po) - \frac{vp}{Fd(cp)^2}\cdot\frac{d}{dt}(Fd(cp))\right]\cdot$$

В цих рівняннях: *cp* – "ціна" одиниці виміру продукту; *cv* – витрати на одиницю виміру продукту; *xd* – темп "попиту" (потреб в продукті); *xv* – темп випуску продукту; *fj* – праві частини дифрівнянь для відповідних змінних стану; *ψj* – відповідні спряжені функції.

Дослідження емпіричних цінових стратегій

Дослідження точних розв’язань варіаційних задач виходить за межі призначення посібника. Далі розглянемо зручні для практики наближені розв’язання. Формально варіаційна задача – це задача знаходження екстремуму функції нескінченного числа змінних. В деяких випадках відомо, що розв’язання – оптимальна стратегія – належить (точно чи наближено) до *певного класу функцій* (наприклад, експонент). В таких випадках варіаційна задача зводиться до задачі знаходження параметрів функції певного класу.

Дослідимо дві емпіричні цінові стратегії. Для цього модифікуємо програму моделювання (рис. 5.30) – зробимо її функцією від *ES – Емпіричної Стратегії зміни ціни*, яку задаємо вектором параметрів vp функції ES(t,vp) . Задаємо: $ES1(t, Vp) := \left(Vp_1 - Vp_2 t^{0.5}\right)$.

$$
\begin{array}{l|l}
ciS(ES, vp) := & cp_1 \leftarrow ES(1 \cdot Dt, vp) \\
 & xd_1 \leftarrow Fdm\left(cp_1, np, Dm1, pma1\right) \\
 & xp_1 \leftarrow xp0 \\
 & y_1 \leftarrow 10 \\
 & cv_1 \leftarrow vv + vp \\
 & dox_1 \leftarrow \left(cp_1 - cv_1\right) \cdot xp_1 \\
 & prb_1 \leftarrow dox_1 \\
 & Sprb \leftarrow 0 \\
 & Sxp_1 \leftarrow 1 \\
 & Dxp_1 \leftarrow 0 \\
 & \text{for } k \in 1..Nt \\
 & \quad \left| \begin{array}{l}
 cp_{k+1} \leftarrow \max[ES[(k+1) \cdot Dt, vp], 5] \\
 xd_{k+1} \leftarrow Fdm\left(cp_k, np, Dm1, pma1\right) \\
 Dxp_{k+1} \leftarrow Fin\left(y_k, Am, \alpha 1, es\right) \\
 xp_{k+1} \leftarrow xp_k + \left[Dxp_{k+1} + \left(y_k \le 0\right) \cdot \left(xd_k - xp_k\right) \right] \cdot Dt \\
 cv_{k+1} \leftarrow vv \cdot po1^{\frac{\ln\left(Sxp_k\right)}{\ln(2)}} + vp \cdot \left(xp_{k+1}\right)^{-1} + sv0 \\
 dox_{k+1} \leftarrow \left(cp_{k+1} - cv_{k+1}\right) \cdot xp_{k+1} \cdot Dt \\
 y_{k+1} \leftarrow \max\left[Kin \cdot \left(xd_k - xp_k\right) \cdot Dt, 0\right] \\
 prb_{k+1} \leftarrow dox_{k+1} - y_{k+1} \\
 Sprb \leftarrow Sprb + prb_{k+1} \\
 Sxp_{k+1} \leftarrow Sxp_k + xp_{k+1} \cdot Dt
 \end{array} \right. \\
 & Sprb \leftarrow \max(Sprb, 0) \\
 & Vyx \leftarrow stack(Sprb, cp)
\end{array}
$$

Рис. 5.30. Текст програми розрахунку показників процесу

Задаємо функцію зміни ціни: $Opc(t, Co, dC) \equiv Co - dC\,t^{0.5}$; задаємо кількості точок графіка $N := 40$; $M := 40$, ранжовані змінні: $q := 1..N$; $w := 1..M$. Будемо змінювати стартову ціну так: $Co = 10 + 4.4 \cdot q$, а темп її зміни так $dC = 0.005 + .6 \cdot w$. Обчислюємо масив з N×M значень *сумарного прибутку*. Будемо змінювати стартову ціну так: $ququ := 0.8$. *Записуємо вираз, що обчислює множину варіантів*:

$$Mcs_{q,w} := ciS\left[ES1, \begin{bmatrix} 10 + 3 \cdot q \\ ququ \cdot (w-1) \end{bmatrix}\right]_1 .$$

Тест. Зупинимось і проаналізуємо цей вираз. Словесно він читається так: елемент матриці Mcs з індексами q та w дорівнює першому елементу функції ciS(ES1,vp) (див. рис. 5.30, що бере параметри: ES1– функцію, vp – параметри цієї функції, а повертає вектор з двох елементів. Між іншим, одиниця, прикріплена в кінці виразу, – це індекс елемента вектора, який повертається функцією ciS(.).

Завдання. Подайте розмірність та інтерпретацію елементів матриці Mcs.

Зробимо аналогічні функції для цінової стратегії класу: опукло-ввігнута функція

$$Fc(tt, A, \alpha, w, s) \equiv A\cdot\left[(1+\alpha) - \left(1 - e^{-w\cdot tt}\right)^{s}\right].$$

Зафіксуємо поки параметри: ввігнутість $ss := 2$ та нижня ціна $\alpha := 0.05$ (6% від стартової). Записуємо $Vp := \begin{pmatrix} 60 \\ 0.3 \end{pmatrix}$ $ES2(t, Vp) := Vp_1\cdot\left[(1+\alpha) - \left(1 - e^{-Vp_2\cdot t}\right)^{ss}\right]$.

Задаємо функцію зміни ціни: задаємо кількості точок графіка $N := 40$; $M := 40$; ранжовані змінні: $q := 1..N$; $w := 1..M$. Будемо змінювати стартову ціну так: $tete := 0.005$. Обчислюємо масив з N×M значень *сумарного прибутку*, будуємо графік (рис. 5.31).

$$Mcs2_{q,w} := ciS\left[ES2, \begin{bmatrix} 16 + 3\cdot q \\ tete\cdot(w-1) \end{bmatrix}\right]_1 .$$

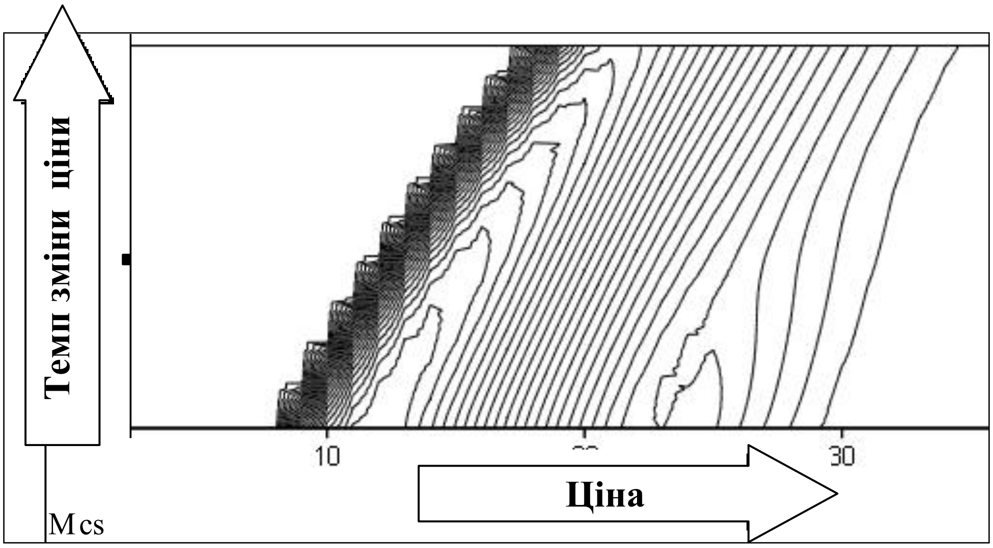


Рис. 5.31. Залежність накопиченого прибутку від параметрів "стартова ціна", "темп спаду ціни" емпіричної стратегії

Дивимось на графіки (5.23 та 5.31), бачимо:

1) на графіках зображено одне й те ж (вписано одне й те ж ім'я – Mcs).

2) екстремум при певних значеннях параметрів Co, dC.

3) "натяк" на другий екстремум – при високій ціні (див. розділ 5.3), якщо добре придивитись і знати, що шукати.

Побудуємо ще залежності від часу для ціни і собівартості. Для цього записуємо такі вирази: $Co_q := (10 + 4.4\cdot q)$, а темп її зміни так $dC_w := (0.001 + .6\cdot w)$; $k := 1..Nt$; $t_k := Dt\cdot k$; $Coop := (10 + 4.4\cdot 9)$; $dCop := (0.001 + .6\cdot 11)$; $Coop = 49.6$; $dCop = 6.6$. Проведемо просте дослідження оптимальних стратегій з класу "гіпербола". Ми знайшли дискретні координати максимуму прибутку: $qop := 24$; $wop := 27$; $Mcs_{9,11} = 0$. Запишемо функцію стратегії у більш зручному вигляді, введемо Vp – вектор параметрів: $Opv(t, Vp) := \left(Vp_1 - Vp_2\, t^{0.5}\right)$; $i := 1..3$; $j := 1..3$.

Робимо версію програми моделювання, яку оформляємо як функцію від двох параметрів: стартової ціни та швидкості її зниження. Будуємо графіки, на яких показані кінцеві результати, знаходимо параметри оптимальних стратегій.

На рис. 5.32 подано комплекс графіків для двох альтернативних емпіричних цінових стратегій і двох значень коефіцієнта освоєння.

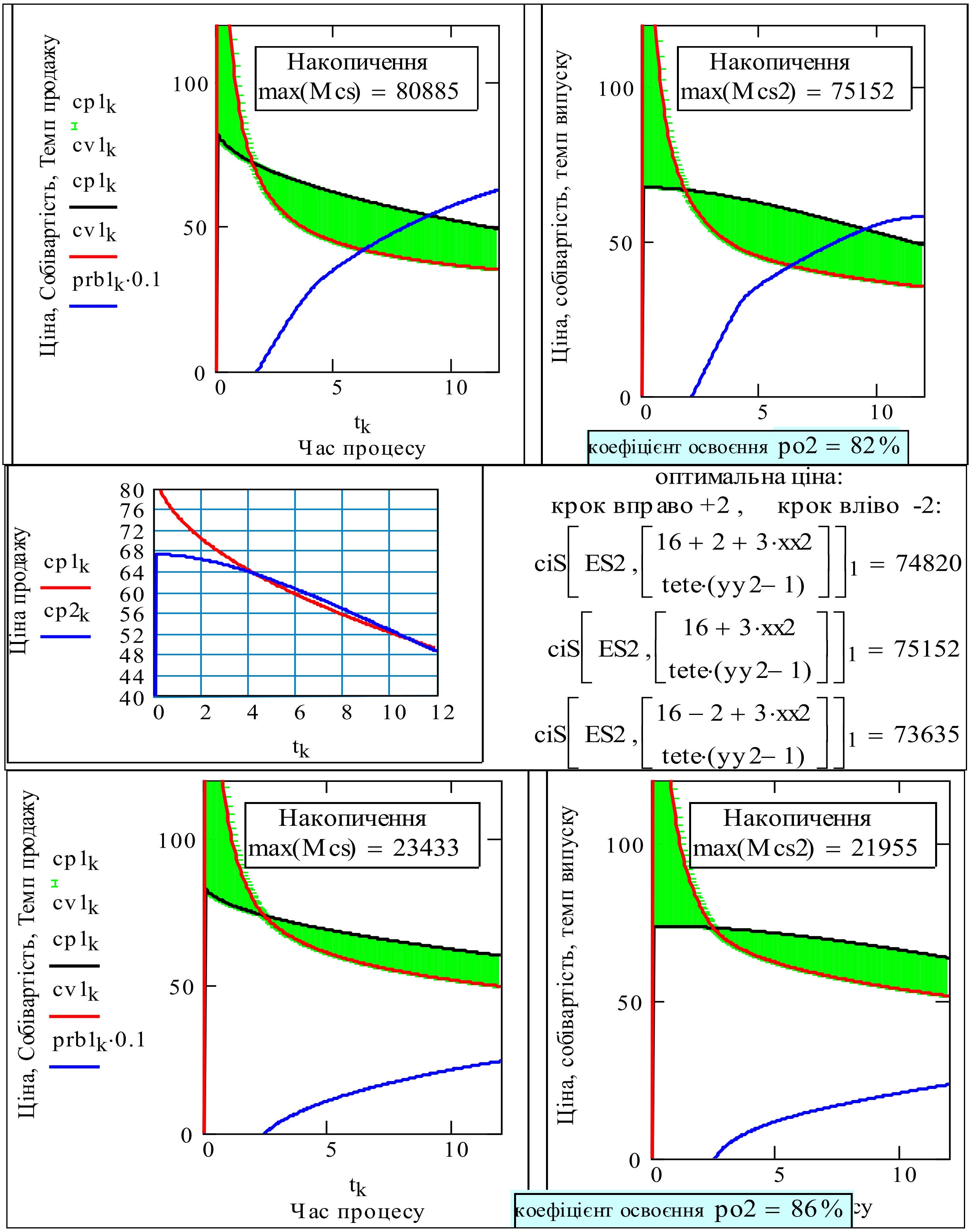


Рис. 5.32. Порівняльний аналіз емпіричних цінових стратегій

Подивимось на середній графік – там подано дві оптимальні стратегії для двох класів емпіричних цінових стратегій. Бачимо, що ці стратегії з певного моменту часу асимптотично сходяться. Цей факт підвищує ймовірність коректності програми (але не гарантує). Те, що подано, може мати таку інтерпретацію: на підставі даних аудиту виробництва і статистики для аналогічних виробництв виявлено, що при кожному подвоєнні обсягу випуску, собівартість спадає до 82% – 86% (оптимістична і песимістичні оцінки).

Маркетинговий аудит дозволив оцінити функцію попиту. Треба визначити стартову ціну продажу і темп її зниження так, щоб отримати максимум прибутку за плановий період (наприклад, за п'ять років) для оптимістичного і песимістичного варіантів розвитку.

Аналіз результатів. Висновки

1. Отримали працюючу програму моделювання процесів розвитку виробничих систем з урахуванням ефектів освоєння виробництва і навчання.

2. Програма (робоча модель) базується на трьох змінних модулях – функціях інвестицій, попиту та освоєння виробництва. Це дозволяє настроїти програму на будь-які галузі і виробництва.

3. Програма дозволяє побудувати експертну систему підтримки стратегічних рішень в проектах, що пов'язані з розгортанням високотехнологічних наукоємних виробництв. Для цього потрібно створити бази даних "моделі попиту", "моделі інвестицій", "моделі освоєння", "цінові стратегії". В документі подано приклади таких баз (бібліотек).

4. Програма є ефективним засобом проведення досліджень та навчання – вона дозволяє імітувати різноманітні ситуації розвитку проекту.

5. На базі програми моделювання може бути побудована система для *ризик аналізу*.

6. Формально показано, що оптимальні цінові стратегії розвитку нових високотехнологічних виробництв мають певний період збитковості.

Ще раз нагадаємо, що матеріали розділу – це тільки "центри кристалізації", "заготовки", "ескізи", на базі яких можуть бути розроблені системи для підтримки рішень менеджера. Для цього потрібна інтенсивна робота зі збирання статистичних даних та ідентифікації параметрів моделей попиту, освоєння, інвестицій.

Ми, зазвичай,:

– не знаємо точно значення параметрів моделей, тому що все швидко змінюється;

– не маємо доступу до конфіденційних даних, що не виходять за межі фірм і корпорацій;

– маємо тільки неповні, неточні, нечіткі та метаморфозні дані.

В таких випадках корисно мати "погляд з гори": побудувати залежність сумарного прибутку від параметрів неточних і невідомих параметрів. З практики [41–45, 47] відомо, що ціну з часом слід зменшувати, це підтверджено моделюванням оптимальних процесів розвитку. Проблему вибору цінової стратегії можна звести до задачі вибору стартової ціни і темпу її зменшення.

Завдання для самостійних досліджень

1. Дослідити вплив еластичності попиту на процес розвитку (для випадку використання першої моделі попиту – з постійною еластичністю).

2. Дослідити вплив фондоємності виробництва.

3. Розробити динамічну модель попиту, що враховує насичення ринку товаром тривалого користування. Модифікувати програму, провести дослідження.

4. Розробити динамічну модель попиту, що враховує поступове зростання інформованості споживачів відносно корисності товару. Модифікувати програму, провести дослідження процесів розвитку.

5. Зробити огляд моделей навчання і освоєння для різних виробництв.

5.4 Інвестування в інформацію і рекламу. Інформаційні стратегії

Ещё одно заблуждение, прочно засевшее в умах многих маркетологов, заключается в том, что в маркетинговой войне побеждает лучший продукт.
Эл Райс, Джек Траут. Маркетинговые войны.

Вступ

Уявіть собі: в результаті виконання інвестиційного проекту Ви – виробник якісного продукту зі стабільною ціною і попитом. Однак у вашій ринковій ніші з’являється конкурент з агресивною рекламою, з продуктом, подібним вашому, з нижчою якістю, меншою собівартістю і ефектною упаковкою. На жаль, покупці слабо розрізняють марки і виробників продукту. Спочатку вони беруть продукт, тільки потім оцінюють якість. Конкурент заповнює своїм продуктом усі місця торгівлі. Ваші продажі і прибутки падають – ви поставлені на швидкий шлях до банкрутства. З часом покупці починають втрачати довіру до всіх продуктів даного класу – попит і ціна падають. Наслідки глибші, ніж просто Ваше банкрутство – *деградує ринок даного продукту*. Тобто: *якщо* у вас є конкурент з дешевим (у виробництві) продуктом, при цьому покупці не відрізняють (поки) його і ваш продукти, виникають такі питання:

а) *що буде* з вашим бізнесом, якщо нічого не робити;

б) *що треба робити*, щоб стабілізувати (максимізувати) свій бізнес.

Конкретно: *скільки і як треба витрачати на інформаційну діяльність* в умовах інтенсивної конкуренції? Чи не є така ситуація надуманою і несуттєвою?

Проблема інформаційної асиметрії ринків за останні два десятиліття вийшла на перший план як негативний фактор в розвитку економіки. "В двох словах" суть проблеми у тому, що продавці знають все про свій продукт, а покупці не мають повної інформації про його якість у різних продавців. Неякісні продукти не тільки витісняють з ринку якісні, але і *підривають довіру покупця до даного класу продуктів*, і *ринок деградує*. Це руйнує економіку. Сурогатна кава підриває ринок кави взагалі, це справедливо і для ринків акцій або вищої освіти. Останні обвали світових фінансових ринків були спричинені не стільки терактами, скільки "мильними бульбашками" в секторах інтернет-бізнесу і високотехнологічних виробництв. Ці ринки були новими, а інвестори не мали надійної інформації про виробників і продукти. У США це явище називають "*ринок лимона*".

Про актуальність задачі говорить те, що Нобелівську премію в галузі економіки за 2001 рік отримали Дж. Акерлоф, М. Спенс, Дж. Стігліц за аналіз ринків з асиметричною інформацією. Дослідження ці велися понад 30 років. Над цією проблемою працювали також інші нобелівські лауреати, зокрема, Дж. Мірліс (1996) показав, що класичні моделі досконалої конкуренції нереалістичні через наявність невизначеності та інформаційної асиметрії, В. Вікрі (1996) працював над економічною теорією стимулів в умовах асиметричної інформації. Поки проблеми таких ринків не стільки розв'язані, скільки чітко визначені.

Інформаційна асиметрія ринків часто робить проблематичною головну позитивну властивість – витіснення неякісних товарів якісними (див. епіграф). На жаль, в цій області існує великий розрив між теорією і практикою. Для аналізу конкурентних ринків звичайно використовуються лінійні моделі, які описують малі коливання попиту і пропозиції в околі стану рівноваги. Потрібні більш узагальнені і адекватні реаліям сучасності моделі обміну – з урахуванням конкуренції, неповної інформації і навчання. Не допоможуть організації захисту споживача, законодавчі акти, якщо не вивчити і не осмислити цей феномен експериментально, на імітаційних моделях. Необхідні моделі ринку з декількома продавцями, що враховують не тільки динаміку попиту і пропозиції, але і динаміку навчання покупців. В доступній літературі відсутні робочі моделі для аналізу та прогнозування стану конкурентного ринку з декількома продавцями. Природно, що відсутні і моделі управління діяльністю фірми на такому ринку. Зробимо програму моделювання конкурентного ринку в умовах неповної інформації. Призначення програми: а) проведення досліджень і прогнозування; б) створення базової програми для розробки більш повних і точних моделей ринків з неповною інформацією. Перекладемо словесний опис у мову графів (рис. 5.33).

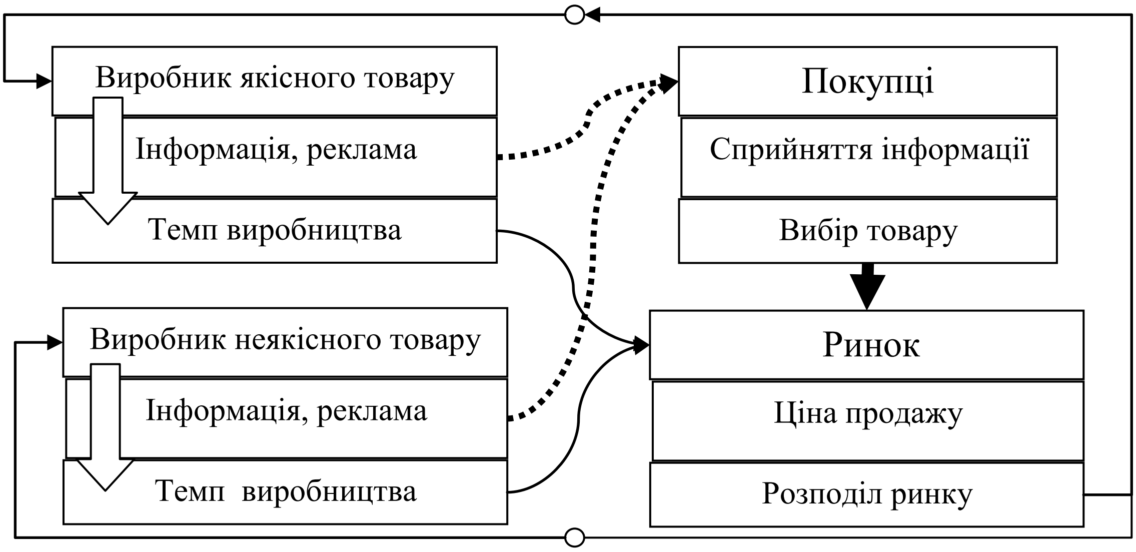


Рис. 5.33. Схема системи "ринок з неповною інформацією"

Побудова математичної моделі ринку з неповною інформацією

Використаємо максимально матеріали підрозділів 5.2, 5.3 для побудови моделі і програми для нової задачі. Не ставимо також варіаційну задачу розвитку ринку з інформаційною асиметрією.

Визначення узагальнених функцій попиту і пропозиції. Виберемо функцію, яка за рахунок зміни двох-трьох параметрів дозволяє подати будь-які можливі залежності попиту і пропозиції від ціни ринку. Відомо багато моделей функцій попиту і виробничих функцій – лінійні, нелінійні, стаціонарні, нестаціонарні, опуклі, ввігнуті, обмежені, необмежені. Виходячи з результатів досліджень таких функцій, поданих в роботах Форрестера, Акоффа, Янча, Пешеля та ін. [7-12], введемо узагальнену функцію попиту.

$$
D1(p,n,Dm,pma) := \left|
\begin{array}{l}
fuz1 \leftarrow \left| \begin{array}{ll} 1 & \text{if } p < pma \\ \max\left[\left[1 - \left[(p - pma) \div pma\right]^4\right], 0\right] & \text{otherwise} \end{array} \right. \\
fppt \leftarrow Dm \cdot 3\,(p + .00001)^{-n} \\
fpopr \leftarrow \min(fppt \cdot fuz1, Dm) \\
fpopr
\end{array}
\right. \qquad (5.13)
$$

Формуємо і випробуємо програмний модуль для 2-ої альтернативи. Для апроксимації вибрано так званий логнормальний розподіл. Він асиметричний, визначений на інтервалі $(0,\infty)$. Побудуємо графіки, задаємо значення параметрів: математичне очікування $\mu := 0$; дисперсія $\sigma := 0.6$. У математичному пакеті є вбудовані функції: кумулятивний розподіл: $\boxed{P(x) := plnorm(x,\mu,\sigma)}$ та щільність розподілу $\boxed{pp(x) := dlnorm(x,\mu,\sigma)}$. Записуємо також аналітичний вираз для щільності розподілу, будуємо графіки (рис. 5.34).

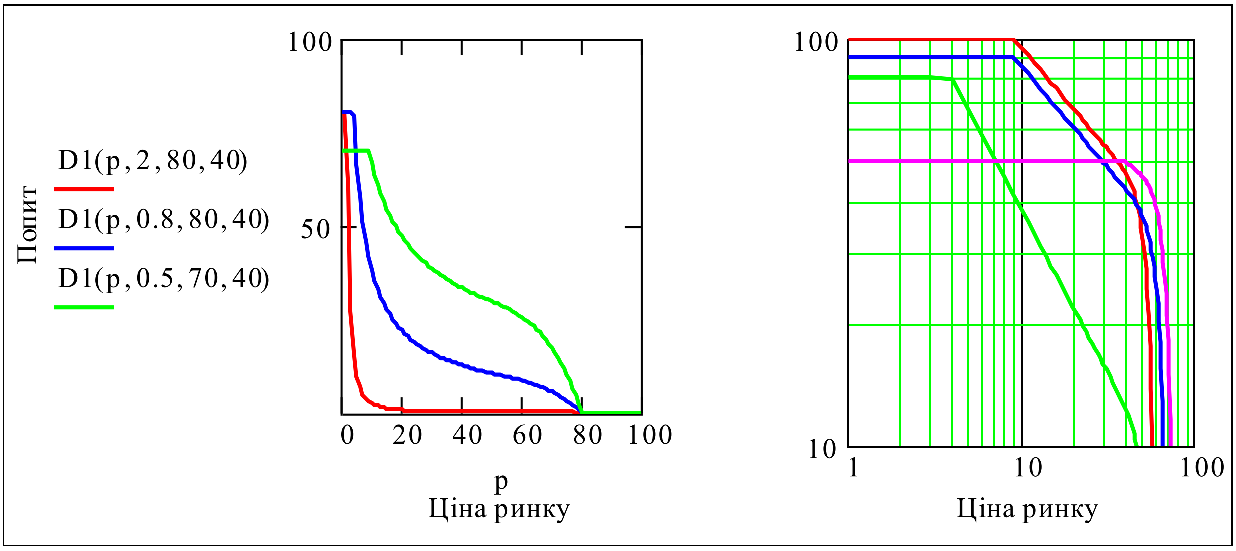


Рис. 5.34. Функції "ціна-попит". Перша модель

$$p1(xx,\mu,\sigma) := \frac{1}{\sigma\cdot xx\cdot\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\exp\left[\frac{-1}{2\cdot\sigma^2}\cdot(\ln(xx)-\mu)^2\right] \tag{5.14}$$

$$D2(p,n,Dm,pma) := \left| \begin{array}{l} fuz1 \leftarrow \left| \begin{array}{ll} 1 & \text{if } p < pma \\ \max\left[\left[1-[(p-pma)\div pma]^4\right],0\right] & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ fppt \leftarrow Dm\cdot(1-plnorm(0.1p,1.4-n,0.6)) \\ fpopr \leftarrow fppt\cdot fuz1 \\ fpopr \end{array} \right. \tag{5.15}$$

На рис. 5.35 подано в подвійних логарифмічних масштабах альтернативні графіки "ціна-попит". Подано дві пари графіків – з однаковими параметрами. За рахунок внутрішніх параметрів моделі настроєні так, щоб граничні точки – максимального попиту і максимальної ціни – були однаковими.

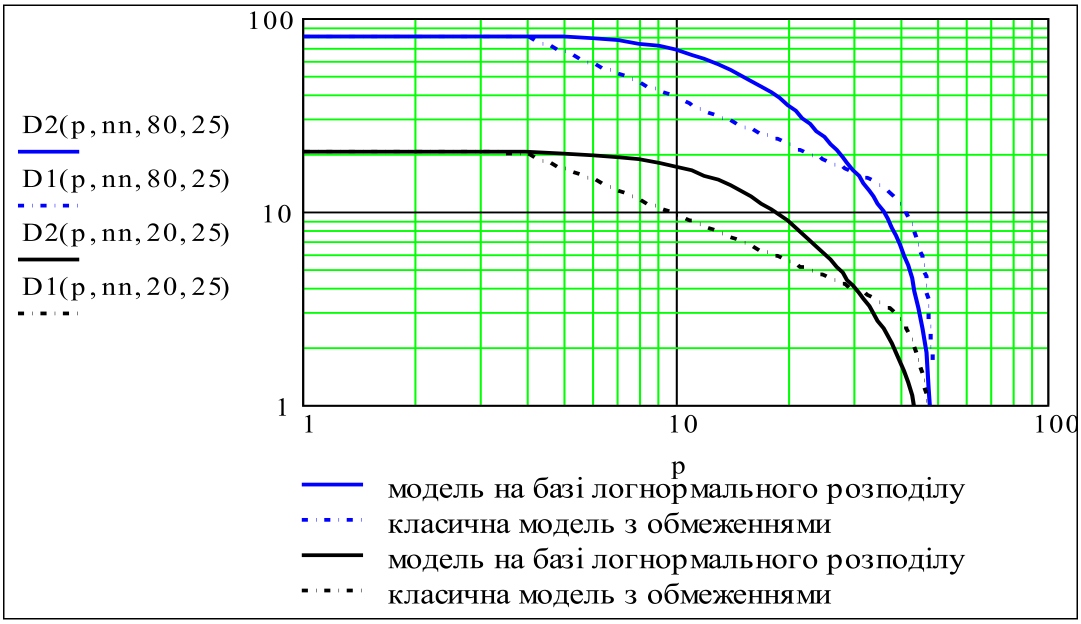


Рис. 5.35. Порівняння альтернативних моделей "ціна-попит"

Розробка моделей попиту при наявності продуктів різної якості. А тепер спробуємо визначити, як буде змінюватись функція попиту при підвищенні чи зниженні якості товару. Уявимо собі покупця в таких ситуаціях вибору:

1) за однаковою ціною продаються одночасно продукти різної якості і надійності;

2) на ринку є продукт тільки високої якості;

3) на ринку є продукт тільки низької якості.

Очевидно в 1-му і 2-му випадках поведінка покупців буде відповідати функції попиту для якісного продукту. У 3-му випадку поведінка елементів системи буде відповідати функції попиту для неякісного продукту.

Нехай існують два "гатунки" певного продукту П1, П2 (тут можуть бути найрізноманітніші інтерпретації – надійність, швидкодія, якість сервісу, консультацій, гарантійного ремонту та ін.) і продукт П1 краще П2 за показником "цінність". Постулюємо відмінності відповідних функцій попиту fdП1(c), fdП2(c).

1. Для будь-якої ціни з діапазону цін продукту даного виду має місце

$$fdP1(c) \geq fdP2(c); \qquad c_{min} \leq c \leq c_{max}.$$

2. Для максимальних цін (при перевищенні яких попит стає нульовим) має місце

$$c_{max}(P1) \geq c_{max}(P2).$$

3. Максимальний попит не залежить від якості товару

$$fdP1\left(c_{min}\right) = fdP2\left(c_{min}\right).$$

4. Функції попиту продуктів з різними рівнями якості (цінності), що належать до одного виду, можна подати як параметричне сімейство. І завжди слід пам'ятати, що функція попиту, певним чином, не існує – вона нестаціонарна, ймовірнісна, динамічна.

Подаємо *специфікацію моделей попиту*: $D(p, n, Dm, pma)$ розшифровується так:

Попит_номер моделі(p – *ціна продажу,* n – *параметр еластичності попиту,* Dm – *максимальний попит*, pma – *максимальна ціна*).

Розробка моделей пропозиції при наявності продуктів різної якості. Проаналізуємо тепер функцію "ціна–пропозиція" в системах обміну ресурсами. Ця функція стала класикою і сприймається як фундаментальний закон природи типу законів механіки Ньютона. Але сучасні наука, виробництво, економіка якісно відрізняються від науки, техніки та економіки 1900–1970 років. Проведемо ревізію загальних властивостей цієї залежності, а потім зробимо узагальнену залежність "пропозиція(ціна, якість)".

Лінгвістична модель залежності "ціна-пропозиція". На ринку зафіксована певна поточна ціна пропозиції p0. Виробник приймає гіпотезу, що ціна продажу c0 буде стабільною, незалежною від обсягу продажів продукту, і розраховує рівень виробництва, що дає максимальний прибуток на одиницю виміру продукту. Для випадку опуклої виробничої функції отримуємо залежність оптимального рівня виробництва від ціни, подану на рис. 5.36.

В загальному випадку ми повинні враховувати залежність собівартості одиниці виміру продукту від обсягу виробництва, конкуренцію, насичення ринку та ін. Якщо собівартість одиниці виміру продукту суттєво зменшується з ростом темпу випуску і попит є досить еластичним, то визначення "оптимального" рівня виробництва стає більш ніж проблематичним. Треба вибрати *критерій оптимальності* з таких альтернатив:

1) прибуток на одиницю виміру продукту;

2) валовий прибуток від річного випуску;

3) сумарний прибуток за певний період.

Необхідно вибрати *змінні управління* з таких альтернатив: темп випуску, ціна продажів, темп інвестицій у розвиток виробництва – загальний і по окремих напрямках.

Будуємо графіки функції попиту для трьох значень параметра "витрати виробництва" (рис. 5.36).

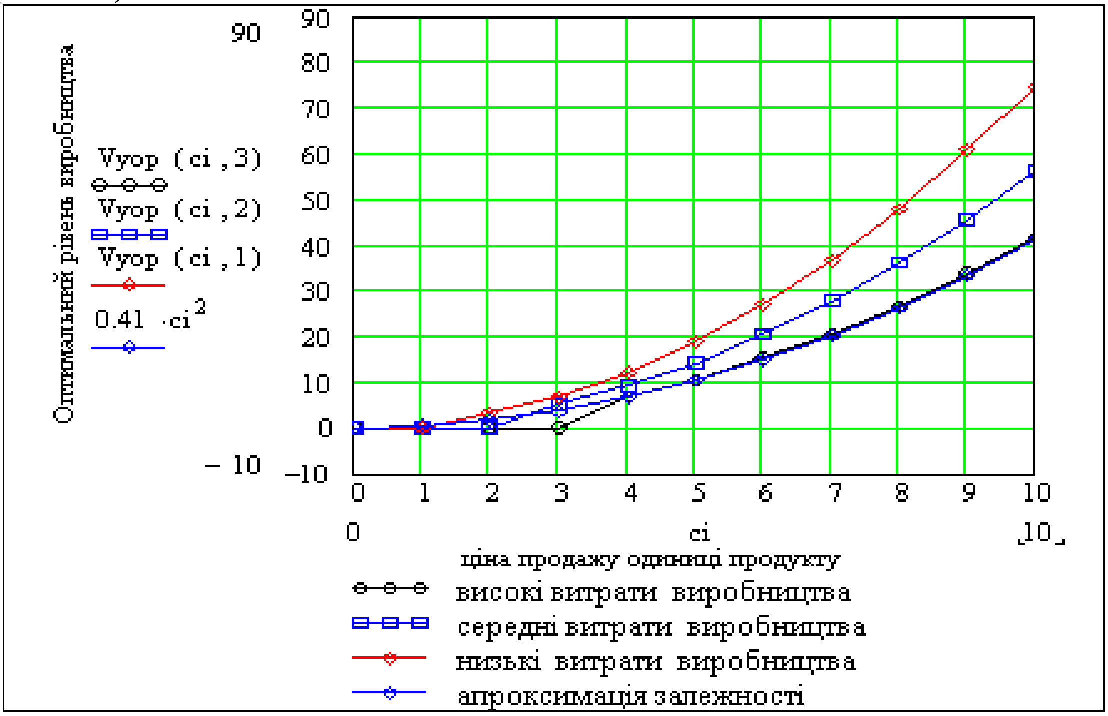


Рис. 5.36. Залежність функції "ціна-пропозиція" від виробничих витрат

Припустимо, що ми розв'язали задачу оптимізації для випадку виробництва одного продукту, але реальні виробничі організації переважно випускають певний спектр продуктів. Очевидно, максимізувати треба сумарний прибуток від усіх продуктів. Задача оптимізації ускладнюється – з'являються нові змінні управління – розподіли інвестицій та обсягів випуску. Таким чином, з кожним кроком наближення математичної моделі системи з обміном ресурсами оптимізаційна задача ускладнюється і, взагалі, втрачає чіткі границі. Згідно з постулатами загальної теорії систем [43], ми повинні виділяти певні частини складної системи, знаходити для них розв'язання задач оптимізації і управління, досліджувати їх властивості, а потім збирати з цих часткових моделей модель повної системи. Все це беремо до уваги при розгляді нашої часткової задачі.

В цьому розділі будемо вважати виробничі витрати стабільними. Постулюємо властивості функції пропозиції $fsP(c)$ для випадку постійної собівартості одиниці продукту.

1. Існує мінімальна ціна продажу: $0 \le c < c_{min}$, $fsP(c) = 0$.

2. При зростанні ціни продажу прибуток на одиницю продукту не зменшується

$$c1, c2 \in \{c_{min} .. c_{max}\},\ c2 > c1:\ fsP(c2) \ge fsP(c1).$$

3. Підвищення цінності і якості продукту збільшує його собівартість, тому зменшує оптимальний рівень виробництва при будь-якій ціні з діапазону припустимих цін. Тобто, якщо продукт 1 менш цінний, ніж продукт 2, то: $fsP1(c) \ge fsP2(c)$; $c_{min} \le c \le c_{max}$.

Основою для постулювання таких властивостей є конкретне розв'язання оптимізаційної задачі (див. рис. 5.36) визначення обсягу виробництва, що дає максимум прибутку одиниці вимірювання продукту при даній ціні продажу. Для опуклих виробничих функцій воно може бути строго доведеним. Але ми постулюємо подані вище властивості *не як те, що має місце в реальних системах, а як границі деякої математичної моделі, властивості якої ми досліджуємо*. Запам'ятаємо, що сьогодні все частіше зустрічається ситуація: "і дешевше, і якісніше". Результат оптимізації (див. рис. 5.36) – функцію пропозиції – можна наблизити ступеневою залежністю. Конструюємо функцію користувача, що відповідає введеним постулатам. Будуємо графіки (рис. 5.37).

$$S1(ci, ns, Sm, pmi) := \left| \begin{array}{l} fuz1 \leftarrow \left| \begin{array}{ll} 0 & \text{if } ci < pmi \\ [1 - \exp[-(ci - 0) \div pmi]] & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ fprp \leftarrow 0.2 Sm \cdot ci^{ns} \\ fprr \leftarrow fprp \cdot fuz1 \end{array} \right. \qquad (5.16)$$

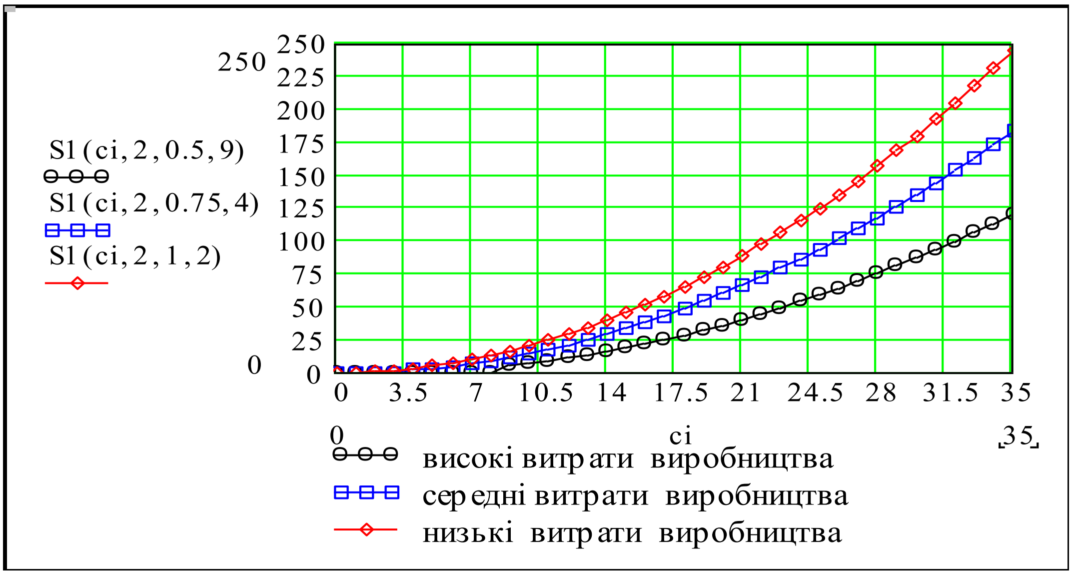


Рис. 5.37. Апроксимація залежності пропозиції від виробничих витрат

Подаємо *специфікацію моделей пропозиції*: S1(ci,ns,Sm,pm) розшифровується так: *Пропозиція_номер моделі*(ci – *ціна продажу*, ns – *параметр апроксимації*, Sm – *мінімальна пропозиція*, pm – *мінімальна ціна*).

Аналіз станів рівноваги для випадку двох продуктів різної якості. Розглянемо стани рівноваги системи "попит–пропозиція" при наявності декількох виробників. Уявимо собі виробників, що випускають певний стандартний продукт (комп'ютери, телевізори, хліб, та ін.) з різними рівнями якості (цінності) і будемо вважати, що узагальнені виробничі витрати збільшуються зі зростанням якості (можлива і протилежна тенденція "дешевше – якісніше", що діє на етапах освоєння нового виробництва: раціоналізація конструкції і технології одночасно зменшує витрати і підвищує якість).

Будемо поки вважати, що ціль виробника – максимізація прибутку на одиницю виміру продукту. Потім ми розглянемо випадок, коли ціль виробника – максимізація маси прибутку. Це потребує врахування попиту, тобто функція пропозиції буде залежати від функції попиту. Ми вже відзначили, що функція попиту залежить від факторів, що важко формалізуються – "примх" споживача, маркетингових зусиль, дій конкурентів, коливань економічної кон'юнктури. Таким чином, ми повинні пам'ятати, що функція попиту є ситуативною і дуже розмитою і навіть, певним чином, не існує. Але поки не робимо радикальний крок – відмовитись від статичної моделі "ціна–попит". Для ситуації, коли на ринку присутні альтернативні продукти П1, П2, і продукт П1 краще П2, *постулюємо* такі відмінності функцій пропозиції fsП1(c), fsП2(c) та функцій попиту fdП1(c), fdП2(c):

– для будь-якої ціни з діапазону цін продукту даного виду маємо

$$fsP1(c) \geq fsP2(c); \qquad c_{min} \leq c \leq c_{max};$$

– для максимальних цін продажів (при перевищенні яких попит стає нульовим) маємо

$$c_{max}(P1) \geq c_{max}(P2);$$

– максимальна ціна попиту (ціна, при перевищення якої попит стає нульовим)

$$fdP1(c_{min}) = fdP2(c_{min});$$

– функції попиту продуктів з різними рівнями якості (цінності), що належать до одного виду, можна подати як параметричне сімейство.

Будуємо модель пропозиції (рис. 5.37) як апроксимацію точної залежності (рис. 5.36). Побудуємо тепер на одному графіку (рис. 5.38) три пари функцій – попит і пропозиція як функції ціни (ринку) для випадків:

– попит і пропозиція для якісного продукту;

– попит і пропозиція для неякісного продукту;

– середній попит і середня пропозиція на ринку двох продуктів.

Маємо 9 точок перетину цих кривих, що відповідають певним інформаційним ситуаціям відносин "споживач–продавці". Проаналізуємо такі можливі ситуації інформованості покупців (рис. 5.38):

– на ринку тільки якісний товар і покупець адекватно оцінює його (точка 1);

– на ринку тільки неякісний товар і покупець адекватно оцінює його (точка 3);

– на ринку тільки неякісний товар, але покупець вважає його якісним (точка 2);

– на ринку тільки якісний товар, але покупець вважає його неякісним (точка 4);

– на ринку два товари, покупець не може їх розрізняти, вибирає випадково (точка 5).

Припустимо, що можлива певна середня пропозиція, тоді точка 5 буде точкою рівноваги середнього попиту і середньої пропозиції. Формально це можливо, якщо ринок буде поділений між виробниками у пропорції $\frac{fsP1(c5)}{fsP2(c5)}$.

Дійсно (відповідний логічний вираз дорівнює одиниці, тобто є істинним)

$$\frac{fsP1(c5)}{fsP2(c5)+fsP1(c5)}\cdot fsPm(c5)+\frac{fsP2(c5)}{fsP2(c5)+fsP1(c5)}\cdot fsPm(c5)=fsPm(c5)=1\cdot$$

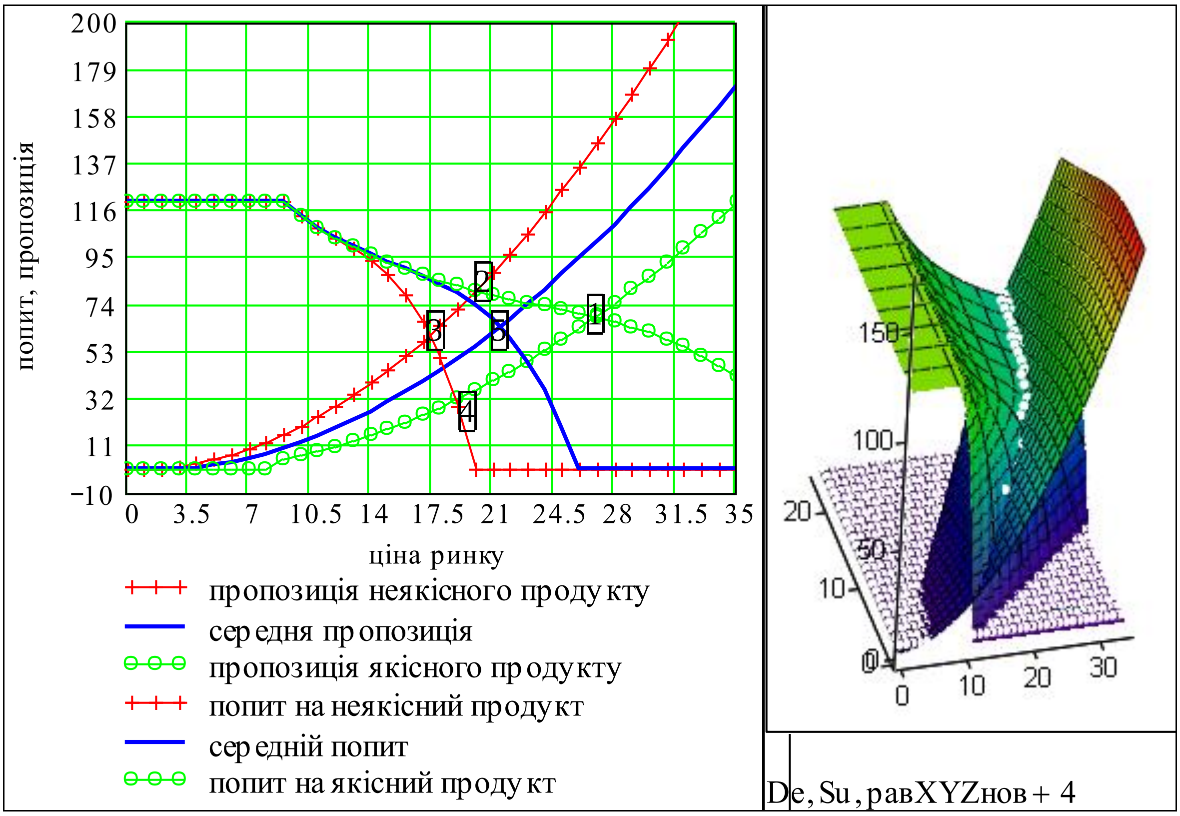


Рис. 5.38. Функції попиту і пропозиції при наявності двох продуктів різної якості

Якщо споживачі з часом, в процесі споживання отримують все більш точну інформацію про якість, то стан рівноваги з точки 2 буде зсуватись в точку 3, а з точки 4 –- в точку 1.

Побудова моделей навчання покупців і розподілу ринку

Визначимо поняття інформованості. Тут слід виділити два процеси:

1. Покупець не може розрізнити продукти різних виробників. В результаті придбання і використання продукту на ринку змінюється середня оцінка якості і цінності продукту, відповідно змінюється функція попиту. В цьому процесі покупець отримує інформацію про середній рівень якості, розкид якості та інші статистичні характеристики продукту на ринку.

2. Покупець може розрізняти продукти різних виробників. В результаті придбання і використання продукту на ринку середня оцінка якості і цінності продукту ймовірнісно асоціюється з продуктом того чи іншого виробника. Термінальний стан процесу – повна інформованість покупця – він достовірно розрізняє продукти 1 та 2 і достовірно оцінює їх якість. Питання можливості досягнення цього стану і тим більше – питання існування такого стану ми зараз не розглядаємо. Таким чином, в системі обміну одночасно і сумісно йдуть два інформаційні процеси:

– оцінювання якості продуктів на ринку,

– розпізнавання виробників продуктів.

Перейдемо від неструктурованого словесного опису до структурної схеми поведінки споживача. На рисунку 5.39 подано структуру споживача як об’єкта інформаційного управління. На цій схемі P(.) – розподіл ймовірності або розподіл нечіткості певного вибору "споживача" при заданій ціні продукту, F(x,u) – середня реакція споживача на пропозицію певного продукту. Вихід об’єкта "споживач" – очікуваний попит або дійсний темп споживання певного продукту за певною ціною. Вхід об’єкта "споживач" – інформація дії відносно альтернативних марок продуктів. Ця інформація має складну структуру, це може бути:

– інформація від виробника та його конкурентів;

– власний досвід використання продукту та інформація від інших споживачів;

– інформація від засобів масової інформації – з Інтернету, преси, телебачення.

Споживач постійно навчається і процес навчання має складну структуру. Можна виділити такі напрямки навчання:

– навчання розпізнаванню марок продукту від різних виробників;

– навчання адекватному оцінюванню альтернативних продуктів;

– навчання адекватному прийняттю рішень за ціною, якістю, імовірністю продуктів.

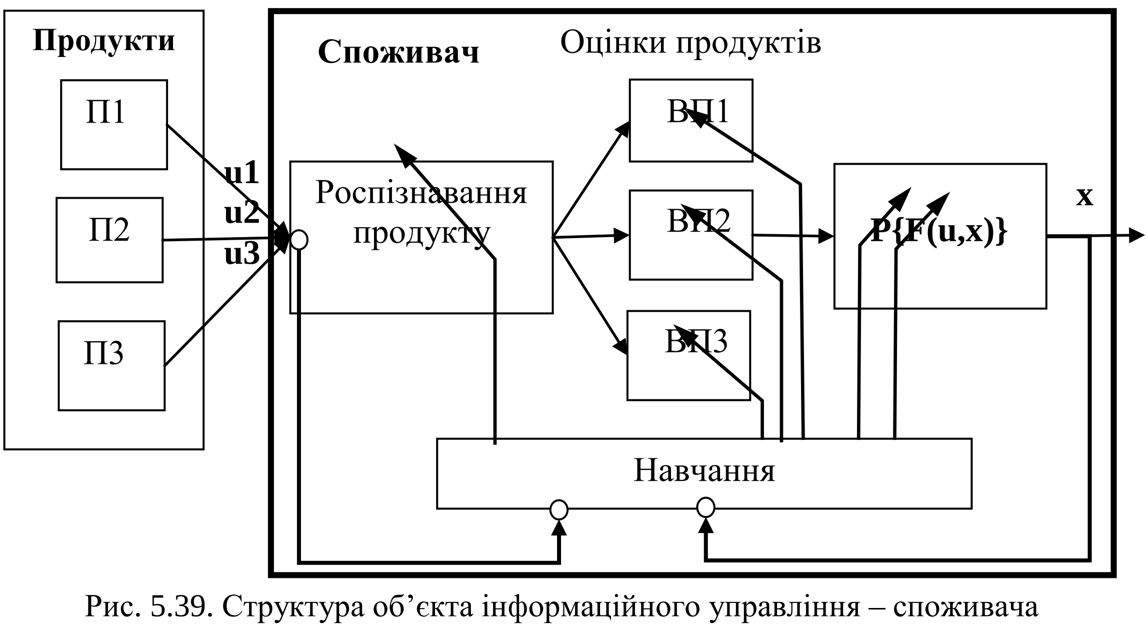


Рис. 5.39. Структура об’єкта інформаційного управління – споживача

Отримали досить складну структуру, яка здається такою, що не має розв’язання. Згідно з постулатами теорії систем складні системи синтезуються частинами. Розбити систему на простіші частини (це називається декомпозицією) можна різними способами:

– розбити систему на функціональні підсистеми, що відображають певну окрему функцію системи – це функціональна декомпозиція;

– розбити систему в послідовність моделей системи, що поступово ускладнюються, – це редукційна декомпозиція;

– розбити систему в набір моделей, що відображають тільки певну частину властивостей системи – це структурна декомпозиція.

Далі подано спрощені моделі споживача як об’єкта інформаційного управління, що відображають окремі ситуації.

Визначимо поняття інформованості. Тут слід виділити два процеси.

Розглянемо ситуацію, коли покупець твердо знає, що продукт "А" краще продукту "Б", треба тільки навчитись відрізняти "А" від "В". Розглянемо правдоподібні сценарії еволюції стану ринку. Для обговорення цих гіпотез побудуємо відповідні графіки розподілу ринку (рис. 5.40). Як незалежну змінну беремо ступінь інформованості покупців $0\% \le \inf \le 100\%$. Запишемо рівняння для графічного подання гіпотез про вибір покупця при різних рівнях інформованості стосовно якості двох альтернативних продуктів.

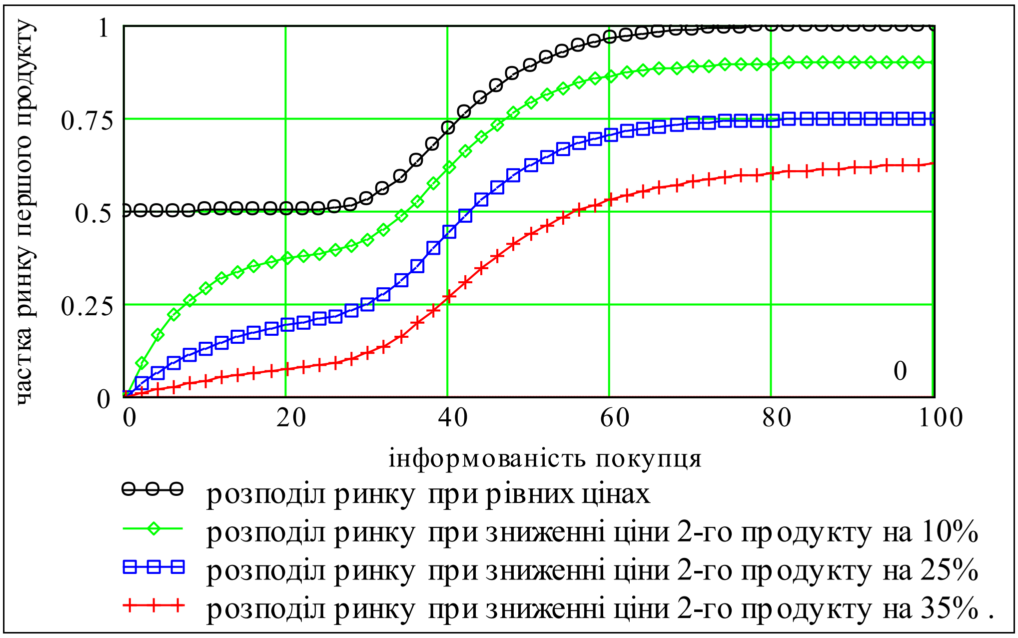


Рис. 5.40. Гіпотези про перерозподіл ринку при зростанні інформованості покупців

Можливі ситуації однакової ціни продуктів різної якості, і цін, пропорційних якостям продуктів одного класу.

1. На початку процесу (новий ринок, новий товар) покупці не розрізняють продукти різних виробників і *при однаковій ціні і рівній доступності* продуктів вибирають продукти з однаковою імовірністю. Споживання (експериментальне визначення якості і цінності) продукту, обмін досвідом серед покупців приводить до більш впевненого вибору покупцем продукту. Наведені на рис. 5.40 графіки можна трактувати і як середню імовірність вибору окремого покупця, і як математичне очікування частки покупців, що виберуть даний продукт. Головна проблема – швидкість такого "навчання" споживача.

2. На початку процесу покупці не розрізняють продукти різних виробників і при *рівній доступності продуктів і дешевшому гіршому продукті* вибирають дешевший продукт з одиничною імовірністю. Споживання (це ж експериментальне визначення якості і цінності) продукту, обмін досвідом серед покупців приводить до більш впевненого вибору покупцем товару.

На основі графіків – гіпотез про перерозподіл ринку (див. рис. 5.40) сконструюємо функцію інформованості покупців відносно продуктів на ринку. Задаємо діапазон значень функції Infmin = 0 – нічого невідомо, Infmax = 1 – все відомо покупцю про товар.

Значення функції в середині діапазону можна трактувати так: при Inf(.) = 0.33:

а) 33% покупців роблять свій вибір на базі повної інформації, а для (100–33)% – все одно який продукт (при рівній ціні) взяти;

б) кожен покупець з імовірністю 33% робить правильний вибір і з імовірністю (100–33)% не розрізняє продукти.

Згідно зі статистичними даними рівень інформованості покупців залежить від часу і накопиченого випуску продуктів, що присутні на ринку. Виберемо залежність від накопиченого випуску. Подібна модель відома для освоєння виробництва. Суть її – усі покупці поступово навчаються на власному і чужому досвіді споживання продукту. Для тестування моделі ринку з неповною інформацією вибираємо таку *версію функції навчання покупця* (споживача, користувача). Будуємо серію залежностей (рис. 5.41).

$$\mathrm{Inf}(xn, ny, om) := \left(1 - e^{-om \cdot xn}\right)^{ny} \;;\; om := 0.05 \;;\; ny := 10;\; xn := 0, 2 .. 100.$$

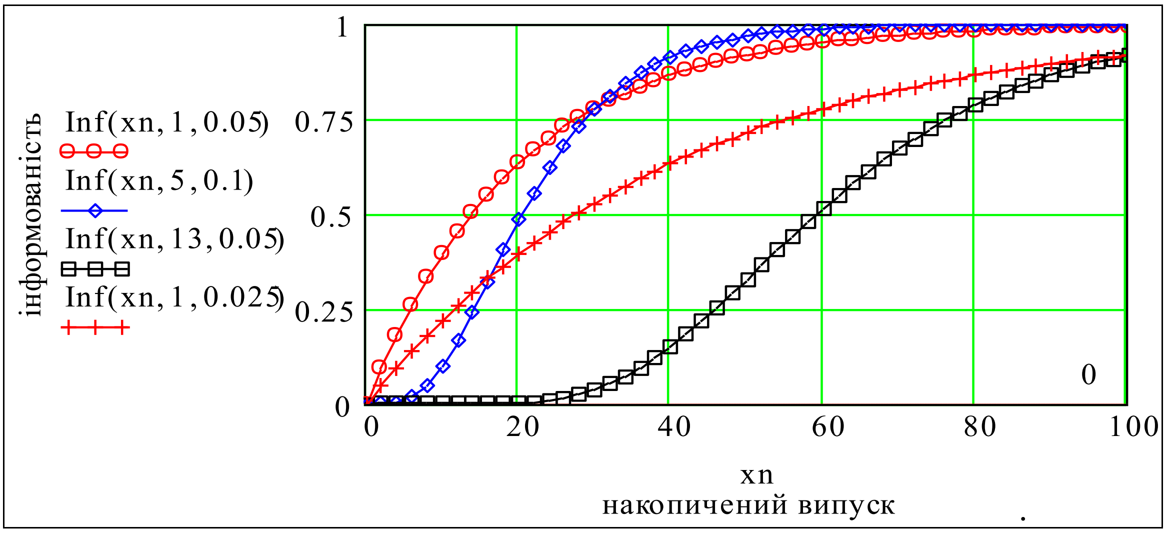


Рис. 5.41 Гіпотези про залежність інформованості покупця від накопиченого випуску продукції

А тепер визначимось з найбільш важкою проблемою – як буде розподілятись ринок між виробниками. Ця проблема важка не тільки тому, що поведінка "виробників" і "покупців" на ринку є складною, але й тому, що модель обміну "попит–пропозиція" непридатна для опису ситуацій конкуренції.

Детальніше про це далі, у висновках. Розглянемо ситуацію, коли на ринку встановлена єдина ціна і два виробники – дешевого неякісного і дорогого якісного продуктів.

Приймемо такі гіпотези про розподіл ринку:
– якщо інформованість нульова – ринок ділиться згідно з пропозицією (що частіше зустрічається, то частіше купується),
– при повній інформації ринок ділиться пропорційно попитам на 1-й і 2-й продукти при середній ціні.

Визначимо поняття, згадаємо формат функцій попиту і пропозиції.

Специфікація моделей пропозиції. Задаємо функцію пропозиції: $S(p, ns, Sm, pmi)$, що розшифровується так: *Пропозиція*(p – *ціна продажу*, ns – *параметр апроксимації*, Sm – *мінімальна пропозиція*, pmi – *мінімальна ціна*).

Специфікація моделей попиту. Задаємо функцію попиту: $D(p,n,Dm,pma)$, що розшифровується так: *Попит*(p – *ціна продажу*, n – *параметр еластичності попиту*, Dm – *максимальний попит*, pma – *максимальна ціна*).

Розробка програми моделювання ринку з двома виробниками. Спочатку подивимось на рис. 5.42, де на фазовій площині показані характерні точки – розподіл попиту при певній ціні для різних ситуацій інформованості.

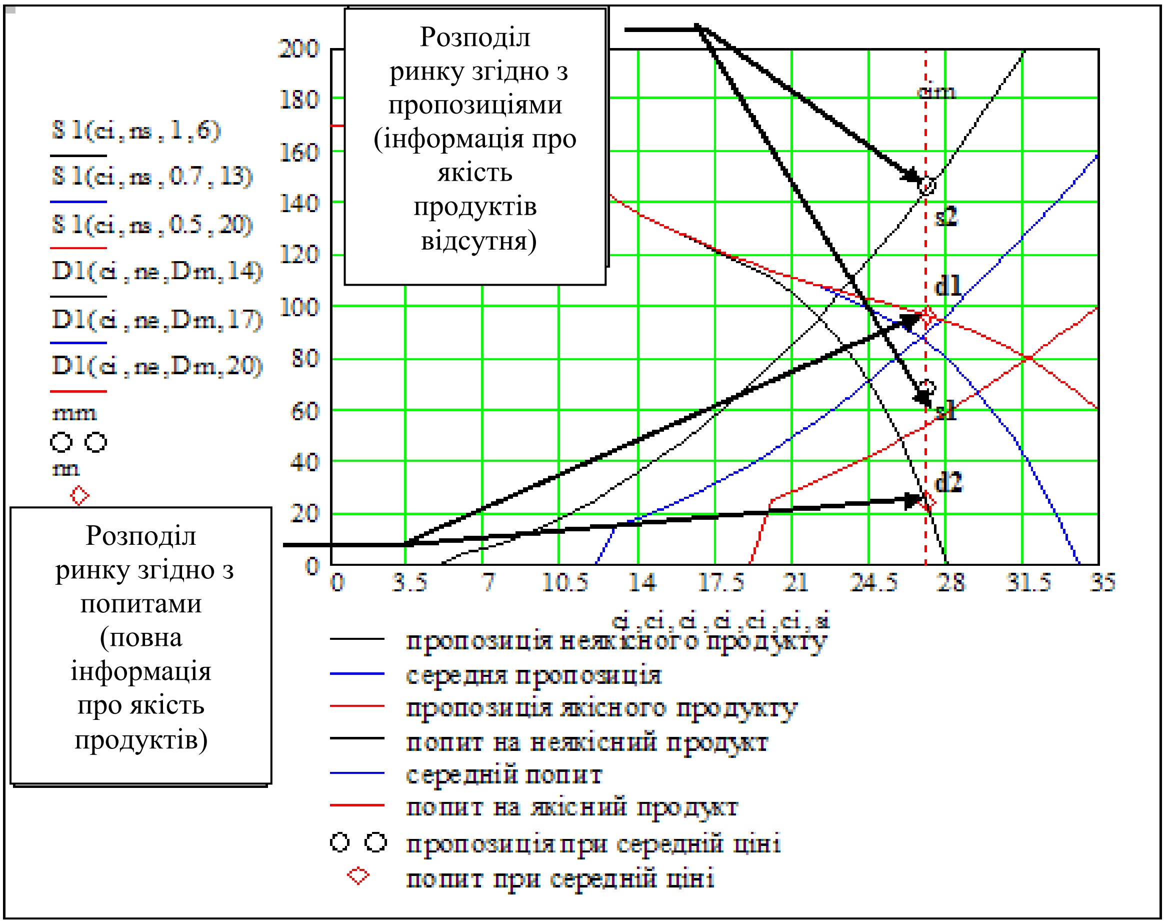


Рис. 5.42. До визначення можливих розподілів ринку між виробниками

Тепер, на базі аналізу ситуацій розподілу попиту і пропозиції, розгляду можливих механізмів перерозподілу ринку між виробниками ми можемо скласти програму моделювання такої системи обміну.

Зробимо акцент на технології збирання програми моделювання: спочатку *запишемо і проконтролюємо в числах усі робочі залежності, а потім запишемо програму моделювання.*

Дано: термінальні (для випадку, коли споживач точно оцінює продукти) функції попиту і пропозиції двох виробників. $sM1 := 0.5$; $sM2 := 1$; $pMi1 := 10$; $pMi2 := 2$; $pMa1 := 20$; $pMa2 := 14$; $nU := 5$; $oM := 0.1$.

Функції попиту і пропозиції вважаються такими, що належать до одного параметричного класу і мають такі однакові значення таких параметрів (розшифровка наведена вище) $nE := 0.5$; $dM := 170$; $nS := 2$.

Задаємо стартовий розподіл ринку $\alpha Ko := 0.7$.

Вважаємо, що середні попит і пропозиція визначаються пропорцією якісних і неякісних виробів.

Знаходимо параметри середніх функцій попиту і пропозиції та їх перетин

$Smm := sM1 \cdot \alpha Ko + sM2 \cdot (1 - \alpha Ko)$;
$pmim := pMi1 \cdot \alpha Ko + pMi2 \cdot (1 - \alpha Ko)$;
$pmam := pMa1 \cdot \alpha Ko + pMa2 \cdot (1 - \alpha Ko)$.

Визначаємо середню ціну

$cim := root[(S1(ci, nS, Smm, pmim) - D1(ci, ne, dM, pmam)), ci, 1, 50]$; $cim = 27.1$.

Визначаємо пропозиції при середній ціні :

$s1 := S1(cim, nS, sM1, pMi1)$; $s1 = 68.4$;
$s2 := S1(cim, nS, sM2, pMi2)$; $s2 = 146.5$.

Визначаємо пропорцію розподілу ринку згідно з пропозиціями:

$\alpha S := s1 \div (s1 + s2)$; $\alpha S = 0.32$;
$1 - \alpha S = 0.68$; контроль $(1 - \alpha S) \cdot (s1 + s2) = 146.5$.

Визначаємо попити при середній ціні

$d1 := D1(cim, ne, dM, pMa1)$; $d1 = 96.5$;
$d2 := D1(cim, ne, dM, pMa2)$; $d2 = 23.7$.

Визначаємо пропорцію розподілу ринку згідно з попитами на 1-ий і 2-ий продукти:

$\alpha D := d1 \div (d1 + d2)$; $\alpha D = 0.8$;
$1 - \alpha D = 0.2$; контроль: $(1 - \alpha D) \cdot (d1 + d2) = 23.7$.

Визначаємо інформованість

$xna = xna + x1_{k-1} + x2_{k-1}$.; $xna := 30$;
$ink := Inf(xna, 5, oM)$; $ink = 0.8$.

Комбінуємо пропорцію розподілу ринку

$\alpha K := \alpha S \cdot (1 - ink) + \alpha D \cdot ink$;
контроль: $\alpha S = 0 < \alpha K = 1 < \alpha D = 1$ – істина, умова виконується.

Визначаємо середній попит

$dm := D1(cim, ne, dM, pmam)$; $dm = 92.5$.

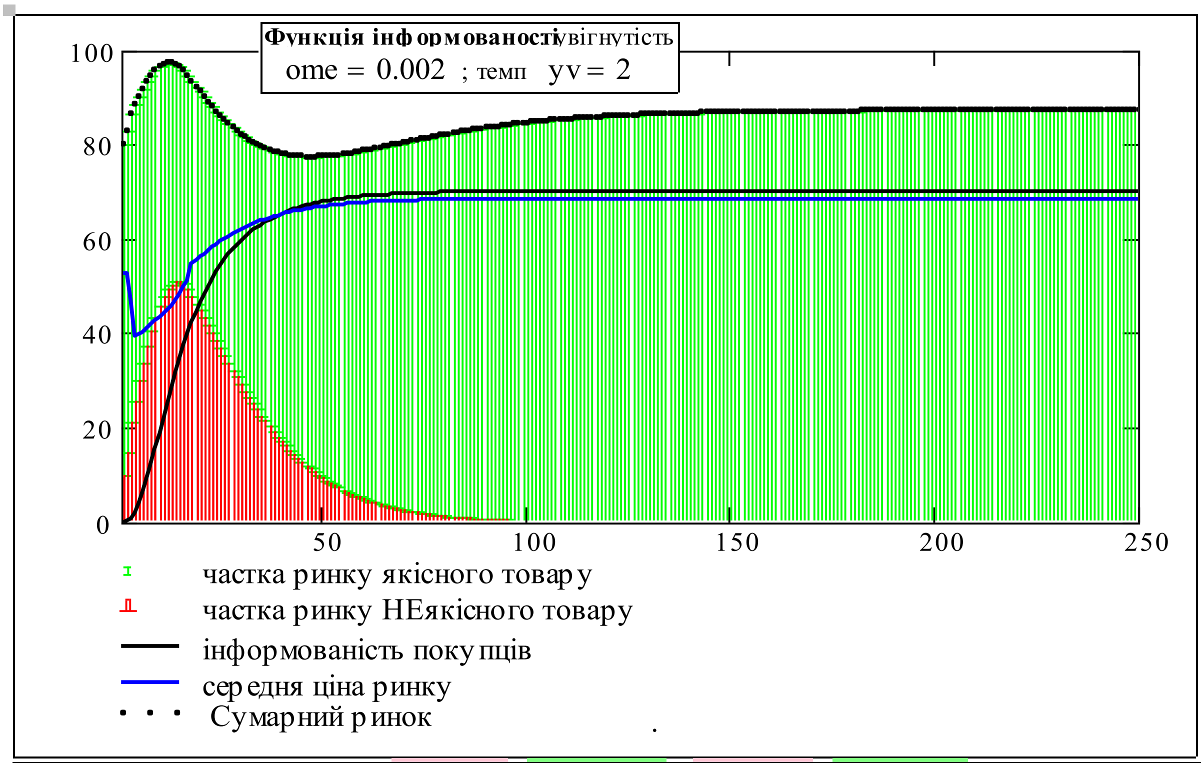
Нарешті, визначаємо частки ринку при даному стані інформованості покупців

$x2_k := \alpha K \cdot dm$; $x1_k := (1 - \alpha K) \cdot dm$; $x1_k = 28.3$; $x2_k = 64.2$.

Обчислюємо доходи виробників

$R1 := x1_k \cdot cim$; $R2 := x1_k \cdot cim$; $Rs := R1 + R2$.

Ця послідовність обчислень і складає цикл програми моделювання (текст програми – в електронній книзі). На рис. 5.43 подано першу частину стенда – комплексу вхідних і вихідних даних. Стенд складається з двох графіків і блока вхідних даних. На першому графіку подано процеси зміни інформованості, ціни і розподіл ринку в темпах зміни параметрів. На початку підрозділу ми перекладали словесні описи в схеми і формули. Тепер викладемо словами те, що подано на графіках: "на ринку з'являється виробник з дешевим продуктом і за рахунок реклами та інтенсивної пропозиції витісняє виробника якісного продукту". Однак за рахунок навчання споживачів перемагає якісний продукт, якщо його виробник не встигне збанкрутувати.



Функції пропозиції ns ≡ 2 ; Sm1 ≡ 1 ; Sm2 ≡ 0.5 ; pmi1 ≡ 6 ; pmi2 ≡ 25 .
Функції попиту ne1 ≡ 0.6 ; ne2 ≡ 0.5 ; Dm ≡ 170; pma1 ≡ 12 ; pma2 ≡ 50; alne ≡ 0.5 .
Функція інформованості темп (інерційність) ome ≡ 0.0020; поріг (увігнутість yv ≡ 2 .
Функція реклами витрати на рекламу rkl ≡ 0.0016 Кроків: Nm ≡ 250 .
Стартовий розподіл ринку: гірший x1o ≡ 10 ; кращий x2o ≡ 70 ; Темп зміни пропозиції: гірший виробник Kr1 ≡ 0.09 ; кращий Kr2 ≡ 0.04. Капітали конкурентів: Ka1 ≡ 20000 ; Ka2 ≡ 30000. Витрати регулювання виробництва: Nalag1 ≡ 30; Nalag2 ≡ 50; витрати виробництва, змінні: $zmi1_o$ ≡ 2; $zmi2_o$ ≡ 3; постійні: pos1 ≡ 500 ; pos2 ≡ 500 .

Витрати на інформування infv = 35891 Накопичений прибуток $Кап2_{Nm}$ = 349812
Усталений Темп прибутку tpro = 2202 Виробник 1 інформування ome = 0.0007
Виробник 2 реклама rkl = 0.0016

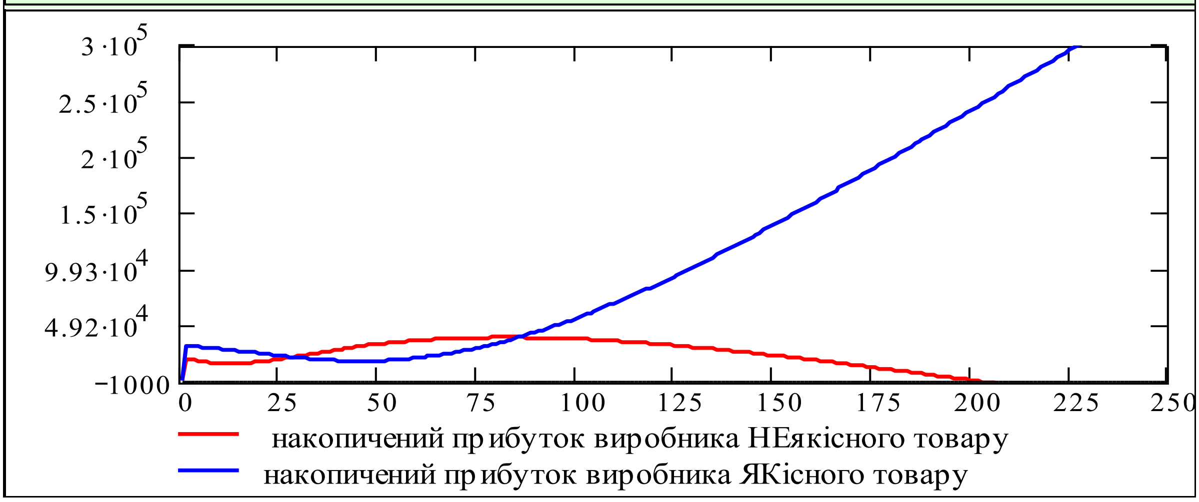


Рис. 5.43. Моделювання ринку з неповною інформацією. Стенд

На рис. 5.43 подано динаміку накопиченого прибутку (з включенням початкового капіталу) для конкурентів. Згідно з моделлю (до неї не включено банкрутство) *перемагає*, при рівній ціні продажу, якщо виживає на кроках 30-85, *кращий продукт*.

На рис. 5.44 подана альтернативна форма перехідних процесів на фазовій площині "ціна – попит, пропозиція". Перевага цієї форми – процеси подані на фоні кривих "ціна – попит" та "ціна – пропозиція". На графіку подано три пари кривих "попит – пропозиція". Звернемо увагу на точки перетину (це точки рівноваги попиту і пропозиції): попит на монопольний неякісний продукт, середній попит при співіснуванні двох товарів, попит на монопольний якісний продукт. Для даної моделі і даних параметрів ці рівноважні попити приблизно однакові. Чи завжди так? Бачимо також як довести конкурента до банкрутства: виробника неякісного товару завести в зону високих цін, де "за таку ціну ніхто не купить", а виробника якісного продукту – в зону високих цін, де "при такій ціні виробництво збиткове".

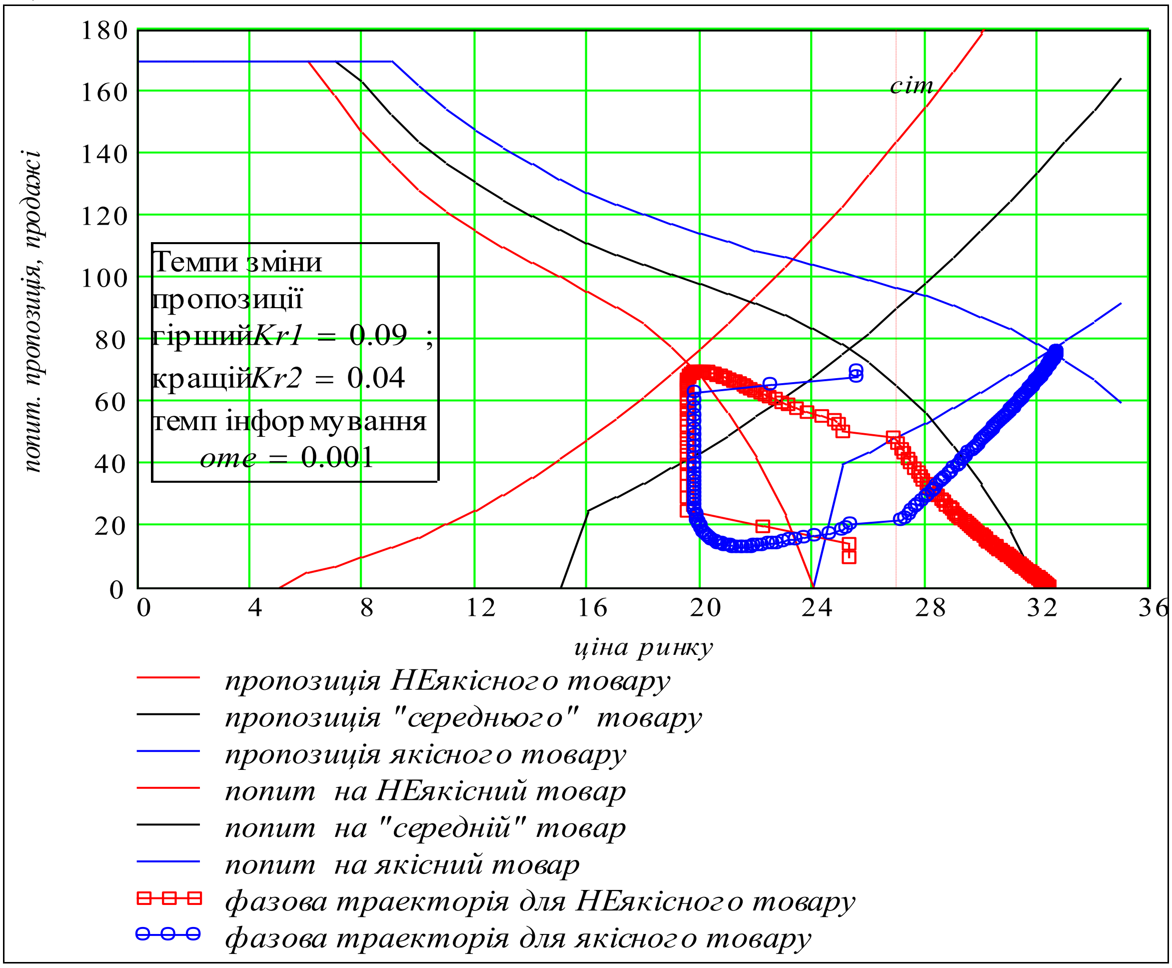
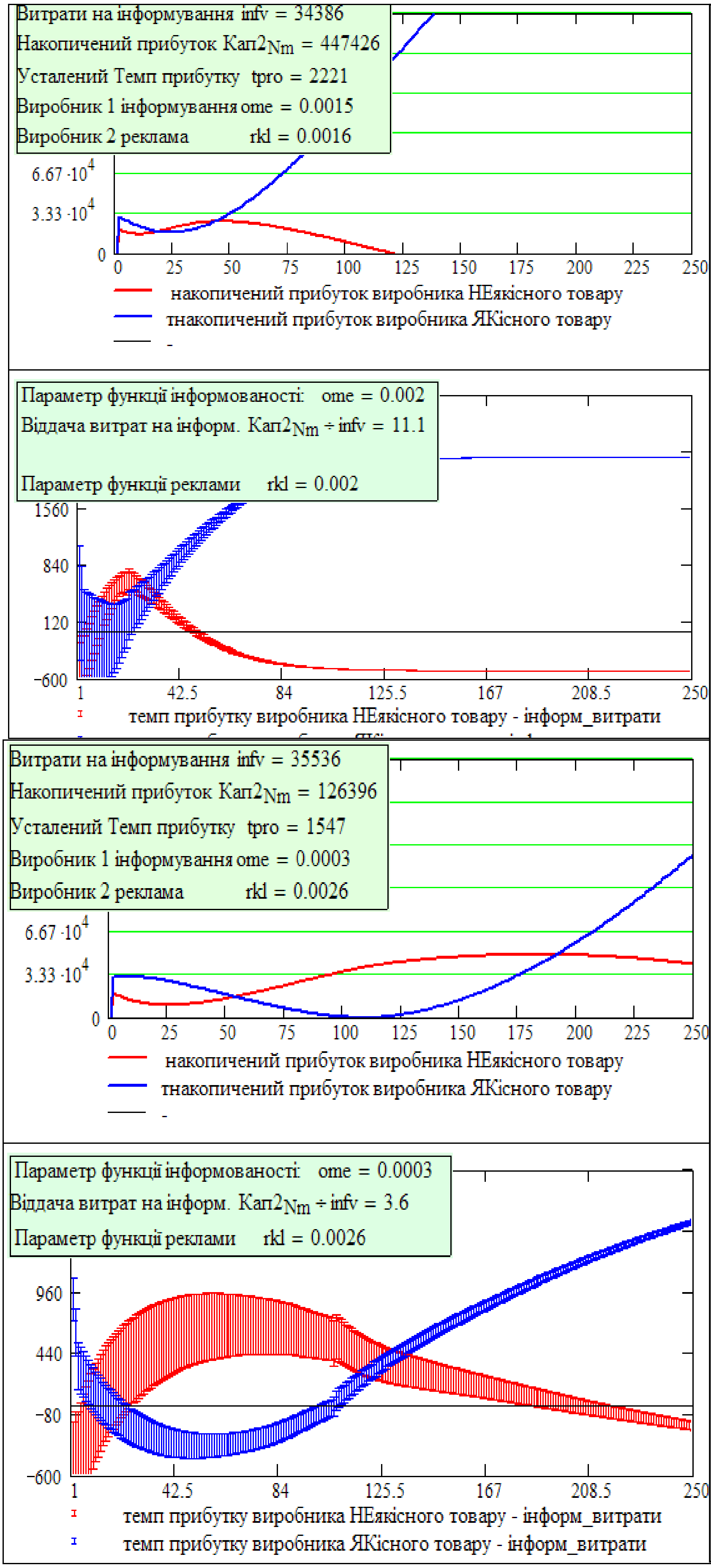


Рис. 5.44. Процеси розвитку ринку з неповною інформацією на фазовій площині

Аналіз стратегій інформування споживачів на ринку з неповною інформацією. Перевіримо розроблену модель на придатність до отримання експертних знань та підтримки рішень. Це питання не має однозначної відповіді "так – ні". Фактична задача – оцінка корисності наближених, спрощених, "тимчасових" моделей для безпечного набуття досвіду – на віртуальній реальності.

Побудуємо ще одну версію інтерфейсу, де відображаються грошові потоки – темпи "прибутків" і накопичені "прибутки". Нагадуємо, що в наших моделях "доходи", "прибутки", "ціни" є спрощеними відображеннями відповідних нормативних показників обліку і аудиту. На рис. 5.45 подано приклади процесу розподілу прибутків між конкурентами.

Що буде, якщо виробник якісного продукту у відповідь на дії конкурента теж збільшить витрати на інформування – в 2, в 10 разів. Бачимо асиметрію в конкурентних процесах: рекламою і просуванням неякісного продукту можна "вбити" якісний, але разом з ринком в цілому. *Для якісного товару витрати на інформування є ефективною інвестицією.*



Результати моделювання ринку, де покупці поступово вчаться на власному і чужому досвіді оцінювати і розрізняти певний вид продукту від різних виробників.

🡐 Верхня пара графіків репрезентує процеси при великих **темпах витрат** на інформування. Взята раціональна стратегія інформування – зворотний зв'язок з великим коефіцієнтом підсилення. Для забезпечення потрібних витрат беруться кредити. Виробник неякісного продукту застосовує сучасну технологію реклами. Результат – виробник неякісного продукту втрачає ринок.

🡐 Нижня пара графіків репрезентує процеси з тією ж стратегією інформування, але з меншим коефіцієнтом підсилення. Порівняємо показники.

Витрати на інформування: 1) 24485, 2) 28895 у.о.

Накопичений прибуток:
1) 409346, 2) 124661 у.о.

Результат антиінтуїтивний: у випадку 1) витратили на навчання покупців на ≅ 5000 у.о. **менше** і одержали прибутку на ≅ 280000 у.о. **більше**.

🡐 Бачимо, що в середині процесу виробник якісного продукту має суттєві збитки, але потім "правда перемагає" – покупці повертаються. В житті трохи інакше і це можна відобразити в модифікованій моделі.

Рис. 5.45. Порівняльний аналіз процесів розподілу ринку і прибутків

Контрольні запитання

1. Наведіть 2–7 прикладів ринків з асиметричною інформацією.
2. Функція попиту: дефініція, статика, динаміка.
3. Побудуйте модель еволюції ринку з інформаційним шумом і дезінформацією.

Завдання для самостійного виконання

1. Знайдіть в просторі параметрів задачі умови перемоги: а) якісного; б) неякісного продуктів.
2. Напишіть систему рівнянь для балансу витрат і доходів конкурентів (версія такої моделі вбудована в програму, але не описана в тексті).
3. Знайдіть умови, за яких в стані рівноваги на ринку залишаються обидва виробники.
4. Якщо ви виконали п. 2, визначіть, від чого залежить пропорція розподілу ринку.
5. Доповніть модель умовами банкрутства виробників.
6. Проведіть дослідження впливу на процеси перерозподілу ринку мінімальної ціни виробництва якісного товару.
7. Проведіть дослідження впливу максимальної ціни неякісного продукту на процеси перерозподілу ринку.
8. Побудуйте модель системи з двома конкурентами. За прототип візьміть відому модель Ланчестера для динаміки бойових дій.
9. Модифікуйте модель для випадку трьох, чотирьох, … виробників-конкурентів.

Завдання (***пошук в Інтернеті***). Виконайте пошук аналогів математичних моделей, задач і методів даного розділу (мови пошуку: англійська, російська, українська). Раціонально організуйте пошук: ключові слова, назви задач і методів, роботи авторів, індекси цитування авторів.

Висновки

Подано приклад "нової" інформаційної технології – побудована модель процесу функціонування ринку з двома виробниками-конкурентами при неповній інформованості покупців. Отримали досить вдалу, працездатну програмну систему, що видає досить подібні до реальності результати моделювання. Тому з можливих напрямків досліджень

а) продовжити поглиблювати і розширювати отриману модель;

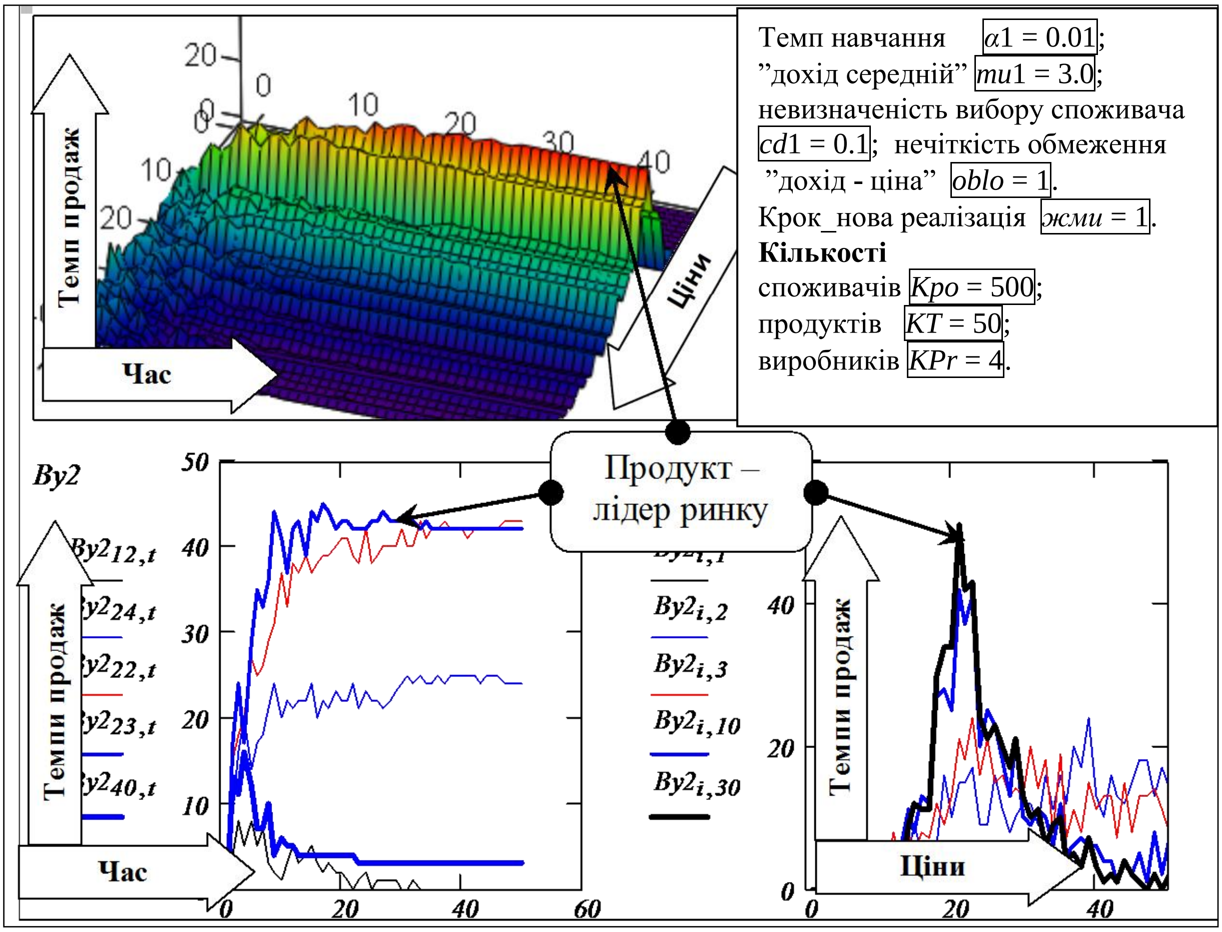
б) почати розбудову принципово іншої моделі;

природно не застрявати на задовільній отриманій моделі.

Проаналізуємо підстави і фактори, що обумовлюють таке рішення. Можна подати багато аргументів і фактів за і проти можливості створення узагальнених моделей.

Спочатку наведемо цитату: "Ценообразование в условиях конкуренции является более неоднозначным и рискованным процессом, чем ценообразование на уникальный товар. В отсутствие конкуренции менеджеры могут предвидеть эффект от изменения цены исключительно на основе анализа ценовой чувствительности покупателей. Когда товар является лишь одним из многих других, конкуренты, однако, могут поддаться панике, связанной с ожиданием. Снижение цены на конкурентном рынке – осуществляется ли оно явно или скрытно с помощью скидок, купонов, условий оплаты, – это почти стопроцентное средство, немедленно повышающее продажи и прибыли. При этом легко соблазниться быстрыми взлётами и неправильно понять долгосрочные последствия. *Снижение цены, которое сегодня ведёт к увеличению продаж, будет постоянно изменять отрасль производства, в которой вы будете конкурировать завтра. Часто бывает так, что это изменение в худшую сторону*" [41].

Зроблена математична модель системи "N виробників, M марок продукту певного класу, K споживачів", що є розвитком *розглянутої моделі*. На рис. 5.46 подано приклад моделювання – процес перерозподілу темпу продажів між півсотнею марок продукту певного класу в гіпермаркеті. В моделі імітується поведінка кожного споживача – вибір і навчання ефективному вибору.



5.46. Процес "навчання" споживачів і перерозподілу темпів продажів продуктів

Висновки до розділу

В даному розділі ми послідовно і конструктивно розглянули моделі оптимального розвитку виробничих систем як об'єктів інвестицій:

– модель розвитку при незмінній технології за рахунок власних ресурсів;

– модель розвитку при незмінній технології з використанням кредитів;

– модель розвитку з урахуванням процесів освоєння технологій і продуктів;

– модель розвитку ринку з інформаційною асиметрією.

Поставлені і розв'язані задачі оптимізації процесів розвитку. Отримані і досліджені оптимальні управління процесами:

– стратегія розподілу ресурсів на розвиток в багатопродуктовій виробничій системі;

– стратегії кредитування і повернення кредитів;

– цінова стратегія для інвестиційних проектів створення інноваційних виробництв.

Проведені дослідження інформаційної стратегії розвитку ринку з неповною інформацією про наявні на ринку продукти. Результати досліджень відтворюють відомі емпіричні факти. Моделювання оптимальних процесів дозволило дослідити і обґрунтувати незвичні ("антиінтуїтивні") властивості оптимальних стратегій – розривність, зменшення оптимального обсягу кредитів із зменшенням ставки кредитів нижче певної критичної. Все це в підсумку може підвищити ефективність стратегічного управління інвестиціями.

В даному розділі отримані базові моделі, придатні саме для менеджерів, схильних і змушених власноручно розробляти робочі моделі для персональних систем підтримки рішень. Отримані результати були б неможливими без використання "нових інформаційних технологій" (сьогодні це майже беззмістовний штамп) розробки нових моделей для нових задач.

6. УПРАВЛІННЯ РОЗВИТКОМ В КОНКУРЕНТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Вступ

Чи можливо планувати інвестиційний проект без урахування "стихії" сучасного глобалізованого ринку? Попередній висновок: "неможливо" на базі статистики реальних систем. Однак, на базі досвіду розробки моделей процесів розвитку в розділах 2– 5, можна зробити висновок про можливість прогнозування і планування на базі моделювання.

Маємо дві альтернативи:

– модель з двох субмоделей: "наш виробник, наші продукти" і "монолітний ринок", що включає все оточення в агрегованій формі;

– модель складена з субмоделей усіх виробників – учасників ринку.

Вибираємо останню альтернативу.

Розглядаємо дві альтернативи вибору класу математичних моделей:

– лінійні моделі В. Леонтьєва (міжгалузевий баланс, задачі оптимального розвитку);

– нелінійні моделі М. Кондратьєва ("довгі хвилі М. Кондратьєва", моделі зростання з обмеженням).

Вибираємо останню альтернативу.

Сучасні розподілені системи звичайно є також і децентралізованими – кожний елемент технологічної системи самостійно вибирає напрямки розвитку і розподіляє власні ресурси, виходячи тільки з власного критерію ефективності. Рішення елемента приймаються на базі неповної і неточної інформації, неточних математичних моделей прогнозування і планування. Це обумовлює невизначеності процесів розвитку системи в цілому.

Математичні моделі, що розробляються і досліджуються в даному розділі, мають дуальну інтерпретацію:

– моделі системи багатопродуктових виробництв;

– обчислювальні методи визначення екстремуму функції багатьох змінних на базі розпаралелювання багатовимірної задачі в систему задач малої розмірності.

Мета розділу – розробка математичних моделей і методів прогнозування та планування процесів розвитку виробничих систем в умовах невизначеності і конкурентного оточення.

6.1 Постановка задачі

Розглядається система з N виробників (фірм) певного сегмента ринку, яка постачає на ринок M товарів. Коротко називаємо моделі такого класу як моделі класу "N елементів, M продуктів". В цьому класі можна виділити такі підкласи моделей:

1) "1 елемент, 1 продукт"; 2) "N елементів, 1 продукт";

3) "1 елемент, M продуктів"; 4) "N елементів, M продуктів" детермінована;

5) "N елементів, M продуктів" з урахуванням невизначеностей.

Моделі 1 – 4 можуть бути отримані з повної моделі 5 агрегуванням:

– модель 3 є результатом агрегування системи виробників;

– модель 2 – результат агрегування системи продуктів в один еквівалентний продукт;

– модель 1 – результат агрегування по виробниках і продуктах.

В роботах [8–21, 46–48] розглянуті моделі і результати моделювання для розподілених систем класів "N елементів, одна задача" та "один елемент, M задач".

На рис. 6.1 подана схема моделі класу "N×M", у відповідні блоки вписані моделі функціональних підсистем "інвестиції", "виробництво", "ринок". В блоках записані версії відповідних математичних моделей. На рис. 6.2 подана структура системи робочих моделей. Якщо вдатися до аналогії, то рис. 6.2 – "конструктор моделей", де ліворуч – "будівельні елементи", а праворуч – моделі різної складності і повноти.

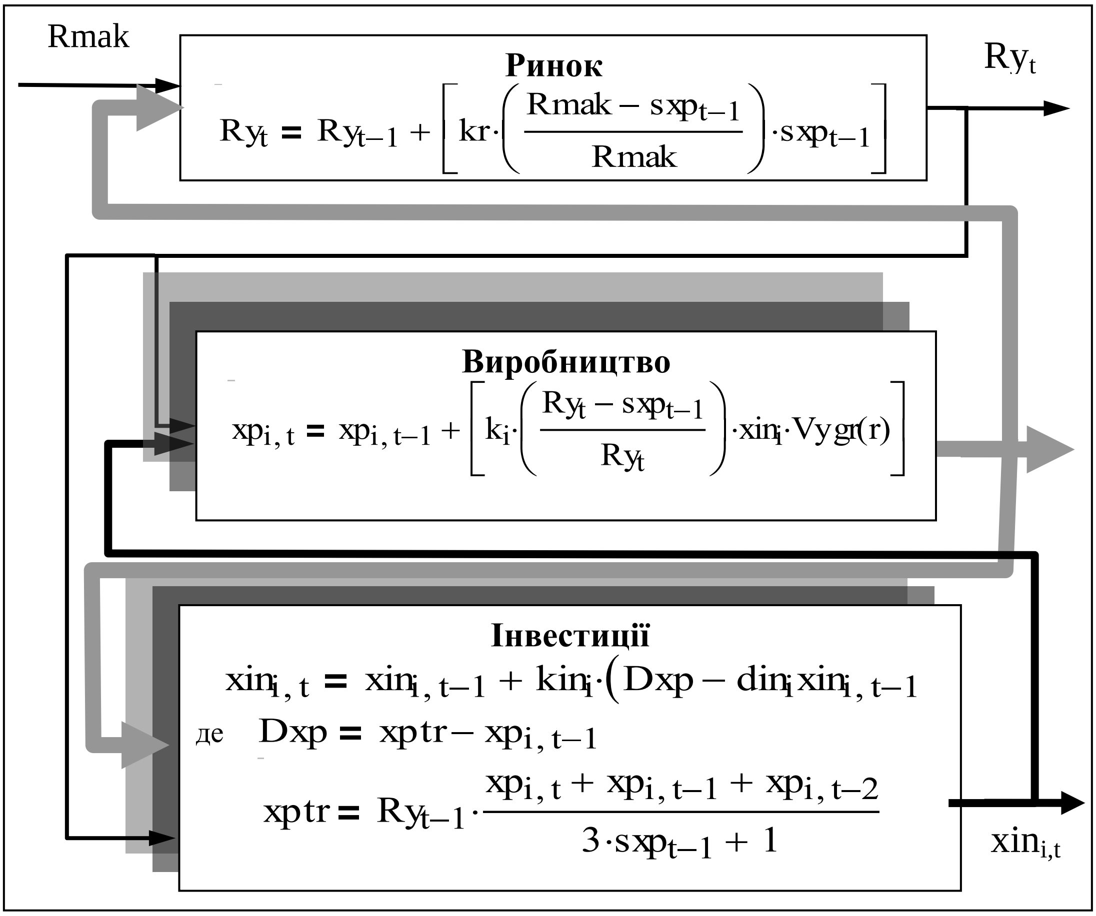


Рис. 6.1. Схема математичної моделі

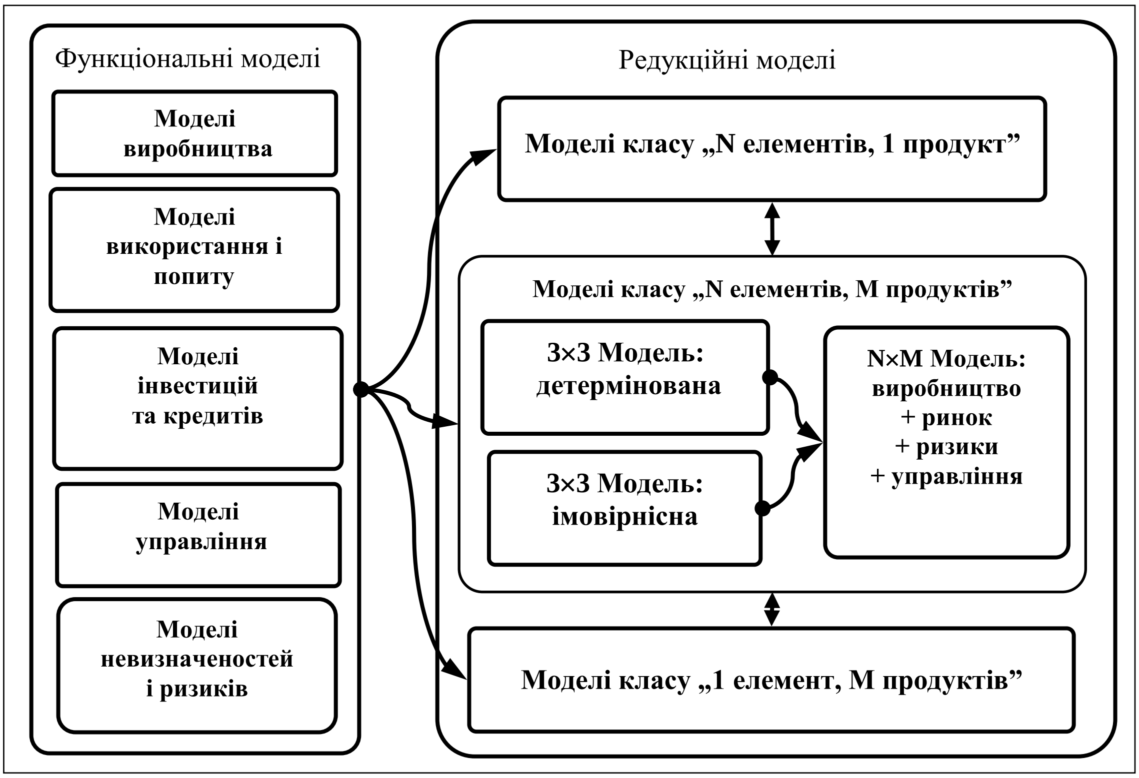


Рис. 6.2. Схема системи моделей

На рис. 6.3 подано інтерфейс з прикладом результатів моделювання. Суть, ідея, концепція цього інтерфейсу в тому, що на фоні процесів розвитку системи в цілому подано дві "траєкторії" розвитку (зміна в часі рангу і темпу доходу) окремого вибраного елемента (фірми, корпорації, …).

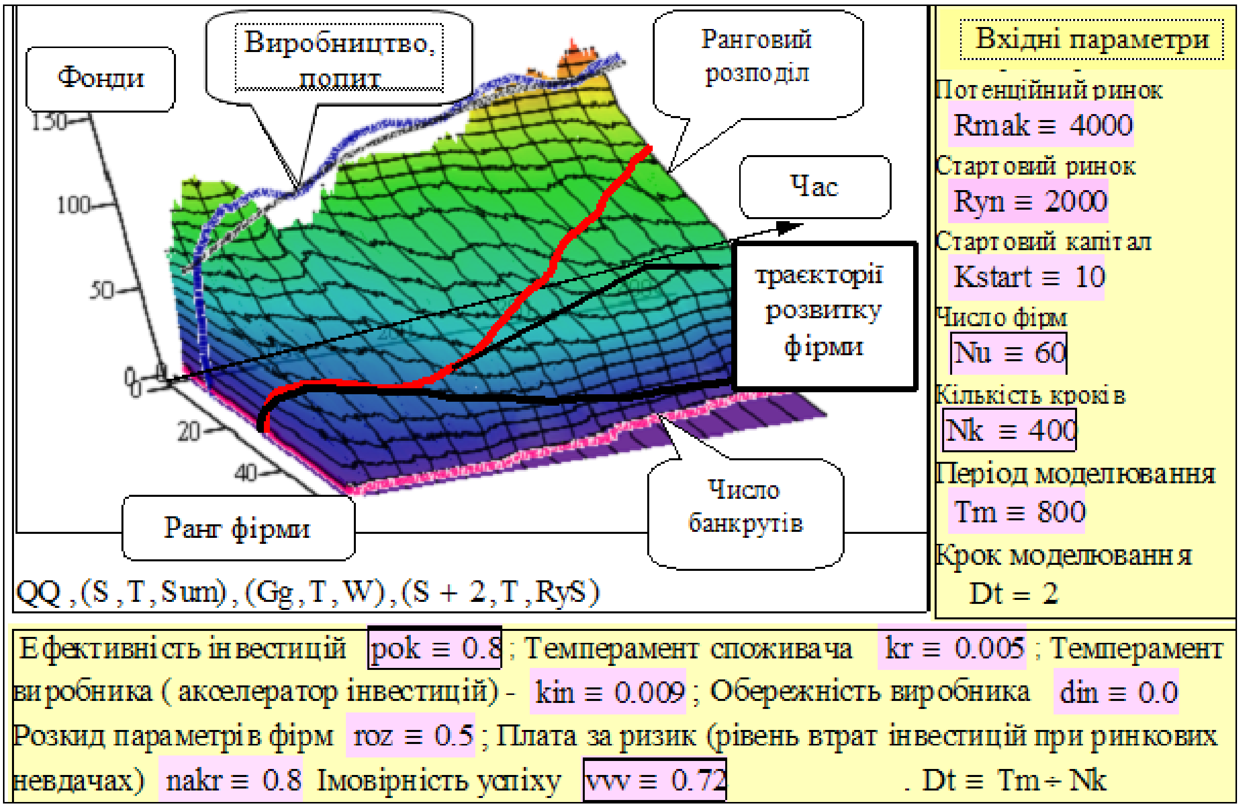


Рис. 6.3. Головний інтерфейс програми моделювання системи виробників

Рисунки 6.1 – 6.3 дають уяву про те, що, як і для чого розробляється. Моделі розподілених систем реалізуємо як комплекси, що складаються зі специфікації складових базової програми моделювання, програм моделювання, сервісних модулів (для підготовки вихідних даних) та інтерфейсів (блоків вхідних параметрів і результатів моделювання). Кожна наступна робоча модель робиться на базі попередньої при внесенні мінімуму змін. Будуємо систему за модульним принципом так, щоб її легко було оновлювати і вдосконалювати заміною функціональних модулів. Виділимо такі функціональні модулі: „ринок”, „виробництво”, „витрати на розвиток”, „прийняття рішень”, „ризики” (рис. 6.1). Беремо відповідні терміни в лапки – це назви аспектів функціонування і розвитку технічних систем, а не економічні категорії.

Крім теоретичного і утилітарного призначення наша модель дає можливість тому, хто приймає рішення, просто осмислити, зрозуміти суть діючих в реальних системах механізмів саме з позицій теорій систем і управління. В розподіленій виробничій системі обсягом виробництва "керують" всі елементи через витрати на розвиток, а обсягом ринку "керує" триєдина особа – "користувач – виробник – інвестор", згідно з власними ресурсами, що залежать від обсягу виробництва.

Головна проблема – розмірність задачі моделювання: ми розраховуємо програми на моделювання систем з 20 – 200 виробників і 20 – 100 видів продукції.

Головні задачі в розробці програм – пошук ефективних програмних засобів і розробка інтерфейсів, інваріантних до розмірності задачі. Головне призначення програм – бути інструментом системного аналітика: експерта і радника керівника організації. Призначення другого плану: а) розробка програм моделювання, б) навчання на віртуальній реальності.

6.2 Побудова математичної моделі і програми

В цьому розділі ми розглядаємо розподілену систему як сукупність автономних елементів, що діють в умовах обмеженого темпу попиту (наприклад, певного продукту споживається Хр одиниць за одиницю часу). Не розглядаємо в явній постановці задачу максимізації сумарного накопиченого випуску. Замість цього кожний елемент системи максимізує свій, локальний критерій, що характеризує поточний і майбутній темпи випуску елемента.

Ще від часів Адама Сміта (принцип "невидимої руки") відомо, що при певній організації міжелементної взаємодії *в стані рівноваги* (коли ринки будуть розподілені між елементами) *елементи досягають максимумів власних критеріїв і максимуму досягає критерій системи в цілому* (приблизно). Теоретичні проблеми такого управління є досить складними і не до кінця розв'язаними. Для початкового знайомства з проблемою рекомендується прочитати прикладні розділи книги [42].

Однак це не заважає широкому практичному застосуванню такого управління децентралізованими системами. Фактично товарні і фондові біржі, аукціони за різними схемами ("відкрите управління", "аукціон Вікрі" та ін.) є такими регуляторами. Тобто те, що ми конструюємо алгоритми локального управління без обґрунтування, не означає, що вони не мають обґрунтування.

Розробка функціональних моделей розвитку системи виробників

Діяльність елемента виробничої системи складається з виконання таких функцій: 1) виробництво продукту; 2) доведення продукту до користувачів; 3) розподіл ресурсу (сумарного доходу) між виробництвами. Послідовність цих функцій складає повний виробничий цикл – від вкладення до повернення ресурсів – і повторюється з певною регулярністю.

Не враховуємо явно: витрати виробництва, запізнення виробництва, запізнення віддачі витрат на розвиток. Не враховуємо залежність витрат виробництва від часу і обсягів виробництва. Процеси розширення виробництва подаємо моделлю росту з обмеженням: приріст виробництва пропорційний досягнутому рівню і незаповненості ринку, а також обсягу витрат на розвиток. Вважаємо також, що для розвитку виробництв використовуються ресурси попереднього періоду. Перекладемо подані вище лінгвістичні моделі на мову математичного пакета з урахуванням його особливостей. Основними об'єктами робочої моделі робимо тривимірні масиви. Подаємо на прикладі системи "3 виробники, 3 продукти" конструкції, що закладаємо у робочу модель.

Модель попиту. Загальну модель попиту подаємо як ряд моделей, що поступово ускладнюються. Це є редукційна декомпозиція. Починаємо з простішої моделі – фіксована ціна, фіксований попит для кожного продукту. Тобто, задано вектор ємності ринку для кожного продукту. Також вважаємо, в першому наближенні, що всі виробники певного *j*-го продукту виробляють його з однаковим рівнем корисності і якості, "ціна" продуктів різних виробників однакова. Тому вважаємо, що "ринок" розподіляється пропорційно обсягам випуску (виробничим потужностям виробників).

Модель виробництва. Загальну модель виробництва теж подаємо як ряд моделей, що ускладнюються, і починаємо цей ряд з лінійної моделі виробництва.

Модель розширення виробництва. За основу беремо узагальнену модель зростання з обмеженням. Подаємо цю модель в дискретній, робочій формі.

$$\Delta X_{i,j} = \left[ef_i \cdot \left[(X_t)_{i,j} \right] \cdot \left(\frac{Ryn_j - Sus_{j,t}}{Run_j} \right) \cdot Inv_{i,j} \right] \cdot krok; \quad (X_{t+1})_{i,j} = (X_t)_{i,j} + \Delta X_{i,j}. \qquad (6.1)$$

Цьому виразу відповідає така словесна модель:

темп випуску і-им учасником j-го продукту =
ефективність $\times$ *обсяг поточний* $\times$ *відносний обсяг попиту* $\times$ *зовнішні ресурси* $\times$ *крок.*

Перші три множники – це коефіцієнти, що характеризують поточну ефективність перетворення витрат на розвиток $Inv_{i,j}$ у темпи виробничих потужностей $\Delta X_{i,j}$. Відносний обсяг ринку може бути і від'ємним у випадку перевиробництва.

Моделі локального управління. Елементи системи самостійно розподіляють ресурси між виробництвами різних продуктів. Розглядаємо таку детерміновану модель розподілу ресурсів елемента, що виділені для розвитку, між виробництвами окремих продуктів [51, 52]: виробник оцінює перспективність розширення виробництва. Тут можуть бути такі альтернативи:

– згідно з усередненим за певний період обсягом продажу кожного продукту;
– згідно з сумою усереднених успіху та темпу успіху (темп – синонім похідної);
– згідно з сумою усереднених успіху, темпу успіху і темпу від темпу успіху.

В загальному випадку словесна модель оцінки перспективності продукту записується так:

оцінка = a1×середня_віддача_ зовнішніх ресурсів +
+ a2×середній_темп_зміни_віддачі + a3×темп_темпу_зміни.

Виберемо альтернативу 2. Робимо модуль "ковзне середнє". Задаємо перше значення середнього: $xs_{i,j} = \left(X_1\right)_{i,j}$; параметр оновлення середнього: $0 \le \alpha \le 1$. Параметр α – темп оновлення середнього (або швидкість "забування" минулих значень) вибирається в залежності від швидкості змін процесу і рівня шумів. Маємо ковзний середній темп виробництва

$$xs_{i,j} = xs_{i,j} \cdot \alpha + \left(X_{t+1}\right)_{i,j} \cdot (1-\alpha). \tag{6.2}$$

Аналогічно робимо ковзне середнє для темпу від темпу випуску – ковзний середній темп від темпу виробництва:

$$dxs_{i,j} = dxs_{i,j} \cdot \beta + \Delta xs_{i,j} \cdot (1-\beta). \tag{6.3}$$

Параметри $0 \le \alpha \le 1,\ 0 \le \beta \le 1$ – об'єкти настроювання в залежності від швидкості змін і рівня шумів [8]. Оцінка перспективності продукту:

$$efp_{i,j} = a1 \cdot xs_{i,j} + a2 \cdot dxs_{i,j}. \tag{6.4}$$

Можливі дві альтернативи прийняття рішення на базі цих даних. Вибираємо і комбінуємо обидві альтернативи як зважену суму.

Розробка моделі локального управління в умовах невизначеності. В розділі 6.2 ми розробили модуль детермінованого модуля розподілу ресурсу елементом виробничої системи між окремими продуктами. Тепер зробимо узагальнений модуль, де поточний ресурс ділиться спочатку на дві частки. Потім одна частка розподіляється детерміновано між окремими продуктами пропорційно критеріям їх перспективності, друга частка – ймовірнісно виділяється одному з елементів. Ймовірності вибору елементів формуються пропорційно критеріям перспективності елементів. Для ізольованого елемента математичні очікування величин ресурсу, що виділяється для розвитку окремих продуктів, при чисто ймовірнісному розподілі будуть пропорційними значенням критерію перспективності.

Однак для ансамблю нелінійних динамічних систем, що виробляють певні продукти при наявності обмежень на сумарний обсяг виробництва, результати ймовірнісного розподілу не будуть тотожними результатам детермінованого пропорційного розподілу. Локальну задачу оптимізації ми розв'язуємо непрямим шляхом – не шукаємо максимум сумарного виробництва, а просто розподіляємо ресурс відповідно з критерієм "очікувана ефективність" (6.2) – (6.4). Якщо дотримуватись постулату "кращий отримує більше", то границями множини розподілів, що задовольняють постулат, будуть розподіли "усім рівно" та "все кращому". Згадаємо принцип недостатності підстав: при повній невизначеності альтернатив вважати їх рівнозначними. В [18] розглянуто алгоритм "вибір – освоєння", що починав роботу з рівномірного розподілу ресурсів і з накопиченням даних змінював оцінки ефективності виробництва продуктів. Ми відбираємо з цих розподілів два простих для реалізації:

– пропорційно значенням критерію перспективності продукту efp;

– монопольно – кращому продукту весь поточний ресурс.

На базі цих детермінованих моделей розподілу будуємо ймовірнісний алгоритм розподілу поточного ресурсу між виробництвами різних продуктів. Наведемо послідовність кроків визначення локального управління на базі ймовірнісної моделі. Перші кроки – визначення середніх – такі, як в детермінованій моделі:

– ковзний середній темп виробництва: $xs_{i,j} = xs_{i,j} \cdot \alpha + \left(X_{t+1}\right)_{i,j} \cdot (1-\alpha)$;

– ковзний середній темп темпу зміни виробництва: $dxs_{i,j} = dxs_{i,j} \cdot \beta + \Delta xs_{i,j} \cdot (1-\beta)$,

де $0 \le \alpha \le 1$, $0 \le \beta \le 1$ – параметри згладжування, величина яких залежить від швидкості змін стану ринків і рівня випадкових збурень [8];

– оцінка перспективності продукту: $efp_{i,j} = a1 \cdot xs_{i,j} + a2 \cdot dxs_{i,j}$.

Наступний крок – розподіл ресурсу елемента на дві частини: ймовірнісну $0 \le lox \le 1$ та детерміновану $(1-lox)$ частки. Частка lox *випадає одному продукту*, але згідно з розподілом ймовірностей, що формується нормуванням ефективностей продуктів, частка $(1-lox)$ *ділиться між усіма продуктами* відповідно до цього ж розподілу. Змінюючи параметр lox в діапазоні $0 \le lox \le 1$, отримуємо широкий спектр детермінованих та ймовірнісних законів управління. Подаємо відповідні залежності

– нормований критерій перспективності продуктів: $rzp_{i,j} = \dfrac{efp_{i,j}}{\sum_{K=1}^{M} efp_{i,j}}$; (6.5)

– розподіл ресурсу між детермінованою часткою та імовірнісною:

$$Rpm_{i,t} = Rs_{i,t} \cdot lox_i;\; Rdp_{i,t} = Rs_{i,t} \cdot (1-lox). \tag{6.6}$$

Розподіл цих часток між витратами на розвиток виробництва продуктів:

– "лотерейний" розподіл: $(rpm_t)_{i,j} = Rpm_{i,t} \cdot P(rzp_{i,j})$; (6.7)

– пропорційний розподіл: $(rdp_t)_{i,j} = Rdp \cdot rpz_{i,j}$, (6.8)

частки ресурсу для кожного елемента: $r_{i,j} = (rpm_t)_{i,j} + (rdp_t)_{i,j}$; (6.9)

де $i = 1..N$, $j = 1..M$ – індекси елементів та продуктів;

$0 \le lox_i \le 1$ – частка поточного ресурсу системи, що розподіляється ймовірнісно;

$Rs_{i,t}$ – поточний сумарний ресурс *i*-го елемента;

$Rpm_{i,t}$ – імовірнісна монопольна частка ресурсу;

$Rdp_{i,t}$ – детермінована пропорційна частка ресурсу;

$P(rzp_{i,j})$ – випадкова подія: якому продукту виділено ресурс $Rpm_{i,t}$;

$(rpm_t)_{i,j}$ – імовірнісна складова поточного ресурсу, виділеного і-м елементом для розвитку виробництва *j*-го продукту;

$(rdp_t)_{i,j}$ – детермінована складова поточного ресурсу, виділеного і-м елементом для розвитку виробництва *j*-го продукту;

$r_{i,j}$ – локальне управління: поточний ресурс, виділений і-м елементом для розвитку виробництва *j*-го продукту.

6.3 Розробка програм моделювання процесів розвитку

Програма моделювання проста за структурою. Зміст програми – обчислення виразів (6.1) – (6.9). Головна задача в розробці програми – мінімізація витрат на масові обчислення: програма повинна за 1–5 хвилин обчислювати процеси для систем порядку 100 виробників, 100 продуктів і 100 реалізацій (для накопичення віртуальної статистики).

На рис. 6.4 подано версію підпрограми обчислення локальних управлінь, де виконується значна частина обчислень програми.

$vp8(Mr, lox) =$

```
lin ← rows(Mr)
col ← cols(Mr)
for j ∈ 1 .. col
    Mrn⟨j⟩ ← Mr⟨j⟩ ÷ (mean(Mr⟨j⟩)·lin)
    for i ∈ 1 .. lin
        win[i,j] ← 0
for j ∈ 1 .. col
    bum ← rnd(1)
    ii ← 1
    gran ← Mrn[ii,j]
    vpalo ← bum ≤ Mrn[ii,j]
    while ¬vpalo
        ii ← ii + 1
        gran ← gran + Mrn[ii,j]
        vpalo ← bum ≤ gran
    win[ii,j] ← 1
for j ∈ 1 .. col
    for i ∈ 1 .. lin
        kd ← Mrn[i,j]·(1 − lox[j])
        kv ← win[i,j]·lox[j]
        kmkd[i,j] ← kd + kv
kmkd
```

Визначаємо кількість рядків і стовпців у масиві (матриці).
В цьому циклі нормуємо елементи стовпців матриці *Mr* так, щоб сума елементів стовпця була одиничною і створюємо матрицю *win* з нулів.
Цикл по усіх стовпцях (виробниках).
Вводимо випадкове число *bum* і послідовно перевіряємо, чи входить воно в черговий інтервал дискретного частотного розподілу. *"vpalo"* – логічна змінна, що дорівнює одиниці, якщо число *bum* потрапляє в поточний інтервал.
Цикл поки (не знайшли інтервал). Як тільки умова входження виконана, записуємо "1" у відповідний елемент матриці *win*.
Програма повертає матрицю *win*, в якій одиничний елемент win_{ij} інтерпретується як "віддати весь поточний ресурс і-го виробника у розвиток виробництва *j*-го продукту".
В **подвійному циклі** визначаємо для кожного продукту у кожного виробника темп інвестицій як суму детермінованої і "лотерейної" складових.

Рис. 6.4. Текст модуля випадкового розподілу ресурсу на розвиток

На рис.6.5 подано "стенд" для відлагодження програмного модуля. Це приклад важливого елемента *технології конструювання нових математичних моделей для нових задач*. Цей модуль – авторський, створений без прототипів (це вже восьма версія, ім'я модуля: $vp8(Mr, lox)$ розшифровується так "вибір випадковий, версія 8"). "Стенд" – необхідний засіб усунення синтаксичних, семантичних і прагматичних помилок.

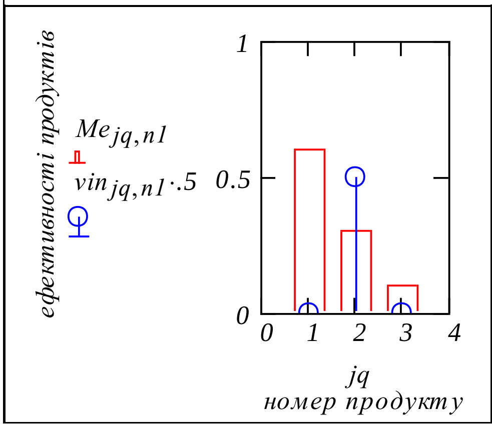
Завдання (робота з електронною книгою). Виконайте тестування і дослідження програмного модуля на стенді (рис. 6.5).

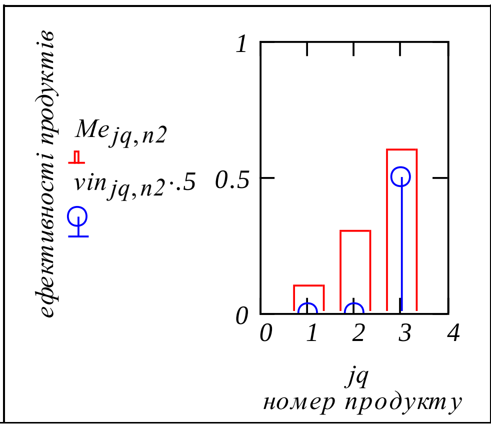
Визначаємо кількості виробників: $Nu := rows(Me)$ і продуктів: $Mu := cols(Me)$. Задаємо ранжовані змінні $iq := 1..Mu$; $jq := 1..Nu$. Задаємо вхідну матрицю даних Me та номери виробників, для яких бажаємо подивитись графіки розподілу: $n1 := 1$ $n2 := 3$. Задаємо для кожного елемента **ризикову частку** ресурсу $lo_{jq} := 0.9 + 0.0 \cdot jq$. Можемо змінювати цей параметр від повної детермінованості розподілу ($lo_{jq} = 0$ – всім пропорційно) до чисто ризикового розподілу ($lo_{jq} = 1$ - "все комусь одному").

Виробники

$$Me \equiv \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{pmatrix}$$ продукти

<== вхід програми, обробка вхідних даних: $vin := vp7(Me)$
нижче - вихід - таблиця, графіки,
контроль результатів - праворуч





$vin =$

	1	2	3
1	0	0	0
2	1	1	0
3	0	0	1

Контроль:

$$\sum_{iq} \left(Me^{\langle 1 \rangle}\right)_{iq} = 1$$

Рис. 6.5. Стенд для відлагодження програмного модуля розподілу ресурсу

Тексти програм пишуться (складаються) мовами програмування, що мають багато спільного з текстами природних мов. Конкретизуємо смисл лінгвістичних понять "синтаксис", "семантика" і "прагматика" стосовно програмного забезпечення:

– синтаксис: в мовах програмування синтаксичні помилки, в кращому випадку, роблять програму непрацюючою, в гіршому випадку, програма працює і видає некоректні дані, які не завжди можуть бути ідентифіковані;

– семантика: результати роботи програми відносять до підмножини таких, що мають смисл в рамках використаної математичної моделі;

– прагматика: результати роботи програми при певних наборах вхідних даних відповідають статистичним даним, а при інших наборах вхідних даних програма видає результати, що є важливими новими знаннями про об’єкт моделювання.

Синтаксична і семантична коректність програми є тільки необхідними умовами корисності програми. Визначальною є прагматична коректність програми – можливість отримувати за допомогою програми коректні прогнози майбутнього.

Стенд має ще одне важливе призначення – створення можливості "власноручно" експериментувати з віртуальним об’єктом, зрозуміти суть поведінки об’єкта не через слова і логіку, а через підсвідомість.

На рис. 6.6 подано текст програми моделювання децентралізованої багатопродуктової системи. Вивчаємо текст програми і бачимо, що вона належить до продуктів такого класу: спочатку невідомо, як це зробити, коли все зроблено, то кожен може сказати: "це ж елементарно і очевидно".

$$
\begin{array}{l}
RNM := \\
\quad X_1 \leftarrow Xoo \\
\quad krok \leftarrow dT \\
\quad xs \leftarrow Xoo \cdot ngm \cdot natys \\
\quad xs2 \leftarrow Xoo \\
\quad Rzp_1 \leftarrow rzo \\
\quad rzp \leftarrow rzo \\
\quad dxs \leftarrow tmpy \\
\quad nrmef \leftarrow nrmefe \\
\quad for\ \ t \in 1 .. Tmo \\
\qquad for\ \ i \in 1 .. N \\
\qquad\quad Dox_{i,t} \leftarrow \sum_{j=1}^{M} \left(X_t\right)_{i,j} \\
\qquad\quad for\ \ j \in 1 .. M \\
\qquad\qquad Sus_{j,t} \leftarrow \sum_{q=1}^{N} \left(X_t\right)_{q,j} \\
\qquad\qquad xs_{i,j} \leftarrow xs_{i,j}\cdot\alpha + \left(X_t\right)_{i,j}\cdot(1-\alpha) \\
\qquad\qquad \Delta xs_{i,j} \leftarrow xs_{i,j} - xs2_{i,j} \\
\qquad\qquad dxs_{i,j} \leftarrow dxs_{i,j}\cdot\beta + \Delta xs_{i,j}\cdot(1-\beta) \\
\qquad\qquad efp_{i,j} \leftarrow a1\cdot xs_{i,j} + a2\cdot dxs_{i,j} \\
\qquad\qquad Inv_{i,j} \leftarrow Dox_{i,t}\cdot rzp_{i,j} \\
\qquad\qquad \Delta X_{i,j} \leftarrow \left[efi_i\cdot\left[\left(X_t\right)_{i,j}\right]\cdot\left(\dfrac{Rnk_j - Sus_{j,t}}{Rnk_j}\right)\cdot Inv_{i,j}\right]\cdot krok \\
\qquad\qquad xax_{i,j} \leftarrow \left(X_t\right)_{i,j} + \Delta X_{i,j} \\
\qquad\qquad xs2_{i,j} \leftarrow xs_{i,j} \\
\qquad rzp \leftarrow vp8\left(efp^T, loh\right)^T \\
\qquad X_{t+1} \leftarrow xax \\
\qquad Vyx_t \leftarrow augment(xax, rzp, Inv) \\
\quad Vyx
\end{array}
$$

Сумарний поточний дохід i-го виробника

$$Dox_{i,t} = \sum_{j=1}^{M} \left(X_t\right)_{i,j}.$$

Інвестиції i-го виробника в j-те виробництво

$$Inv_{i,j} = Dox_{i,t}\cdot\left(Roz_t\right)_{i,j}.$$

Сумарне поточне виробництво j-го продукту

$$Sus_{j,t} = \sum_{i=1}^{N} \left(X_t\right)_{i,j}.$$

Поточне середнє виробництво j-го продукту i-го виробника

$$xs_{i,j} = xs_{i,j}\cdot\alpha + \left(X_{t+1}\right)_{i,j}\cdot(1-\alpha).$$

Поточний середній приріст виробництва j-го продукту i-им виробником

$$dxs_{i,j} = dxs_{i,j}\cdot\beta + xs_{i,j}\cdot(1-\beta).$$

Оцінка перспективності j-го продукту i-им виробником

$$efp_{i,j} = a1\cdot xs_{i,j} + a2\cdot dxs_{i,j}$$

Інвестиції i-го виробника в j-те виробництво

$$Inv_{i,j} \leftarrow Dox_{i,t}\cdot rzp_{i,j}.$$

Приріст j-го виробництва i-го виробника

$$ef_i\cdot\left[\left(X_t\right)_{i,j}\right]\cdot\left(\frac{Rnk_j - Sus_{j,t}}{Rnk_j}\right)\cdot Inv_{i,j}$$

Для обчислення управління викликається підпрограма *vp8*(*матриця_еф,ризик*)

Рис. 6.6. Текст програми моделювання багатопродуктової системи (*копія екрана*)

6.4 Аналіз результатів моделювання. Детермінована модель

Для програми моделювання розроблено ряд інтерфейсів, що дозволяють аналізувати перехідні процеси, рангові і частотні розподіли, розподіли виробництва по виробниках і продуктах. На рис. 6.7 – 6.9 подано результати розрахунку системи з 15 виробників на ринку 15 різних видів продуктів. Виробники ранжовані за ефективністю, а продукти – за обсягами ринків. Виведено *усталені стани*.

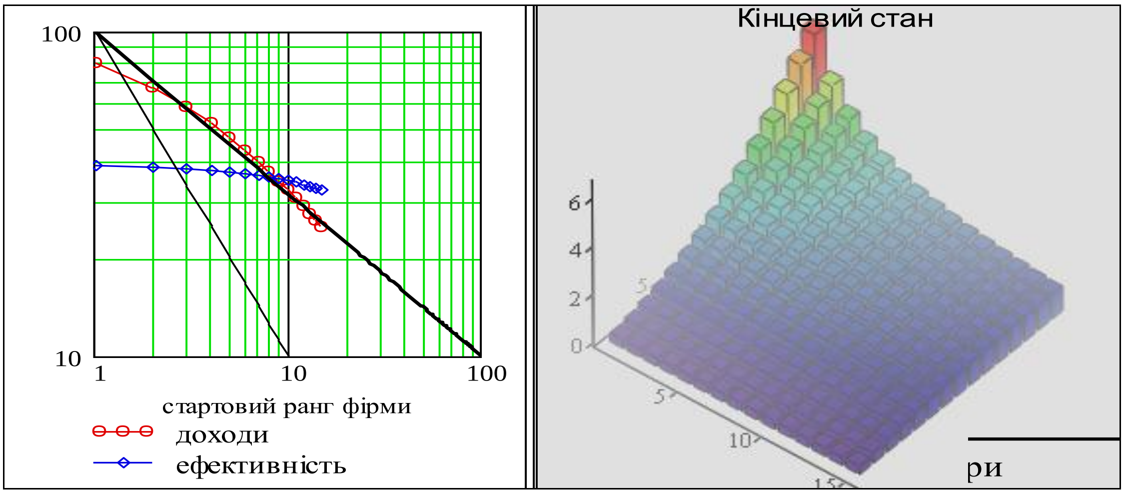


Рис. 6.7. Розподіл ринків продуктів між виробниками при рівних стартових умовах

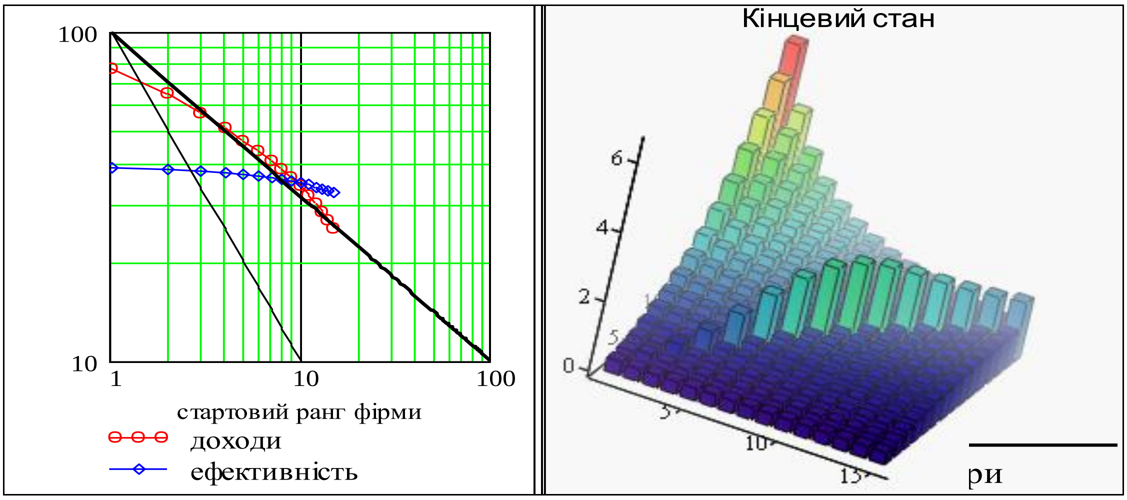


Рис. 6.8. Розподіл ринків. Мале домінування виробників по одному з продуктів

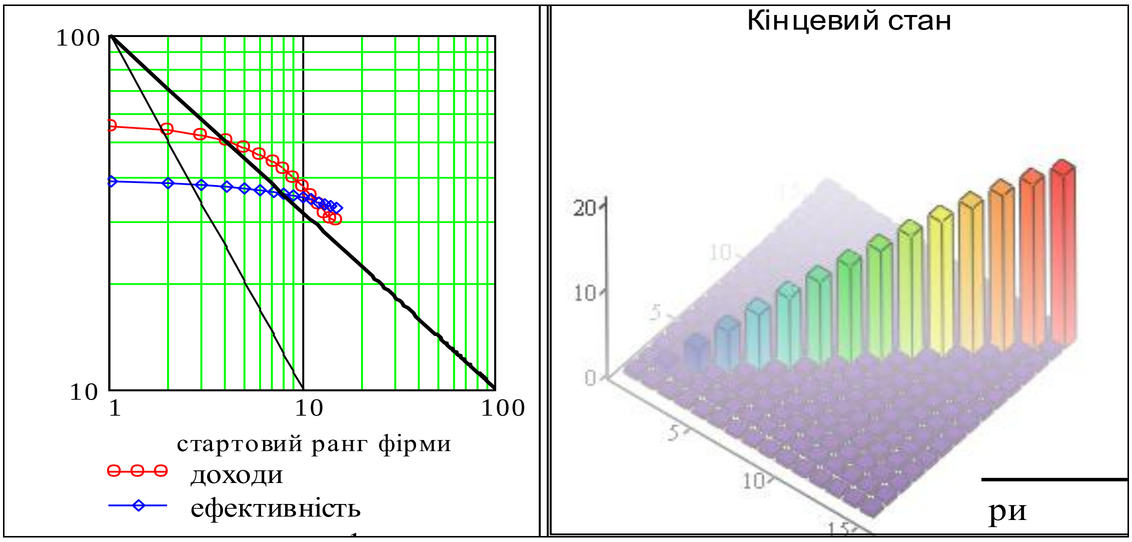


Рис. 6.9. Розподіл ринків. Суттєве домінування виробників по одному з продуктів

Звернемо увагу на те, що рангові розподіли мають гіперболічну асимптоту, тобто результати моделювання відповідають реальним розподілам виробників галузей. Можемо бачити такі властивості багатопродуктової системи виробників галузі:

– *при рівних стартових умовах* і незначній різниці в ефективності кращий виробник фактично стає монополістом – забирає 80–90% ринку кращих продуктів (рис. 6.7);

– *при незначній стартовій спеціалізації* кожного виробника на якомусь продукті виникає гібридний розподіл – домінування і спеціалізація (рис. 6.8);

– *при значній стартовій спеціалізації* кожного виробника на певному продукті виникає розподіл ринку, коли кожен є монополістом по "своєму" продукту (рис. 6.9).

На рис. 6.10 подано приклади процесів розвитку (темпи сумарних доходів) для системи з трьох виробників (в різних масштабах!). Параметри управління взято однаковими для всіх учасників ринку, а різниця – тільки в ефективностях елементів. Процеси мають характерний ступінчастий характер: спочатку випуск продуктів з малими обсягами потрібних інвестицій, потім, за рахунок отриманих доходів, – "розкрутка" наступного, більш витратного, але і більш дохідного продукту.

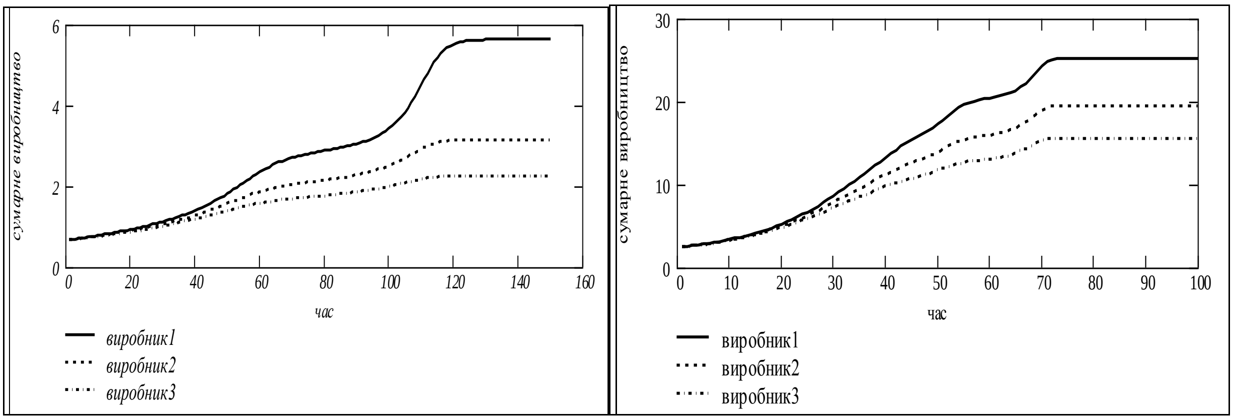


Рис. 6.10. Процеси розвитку системи з трьох елементів. Приклад

На рис. 6.11 подано складові сумарних темпів доходу – темпи доходу по кожному з чотирьох продуктів для кожного з виробників (масштаби трьох графіків різні!).

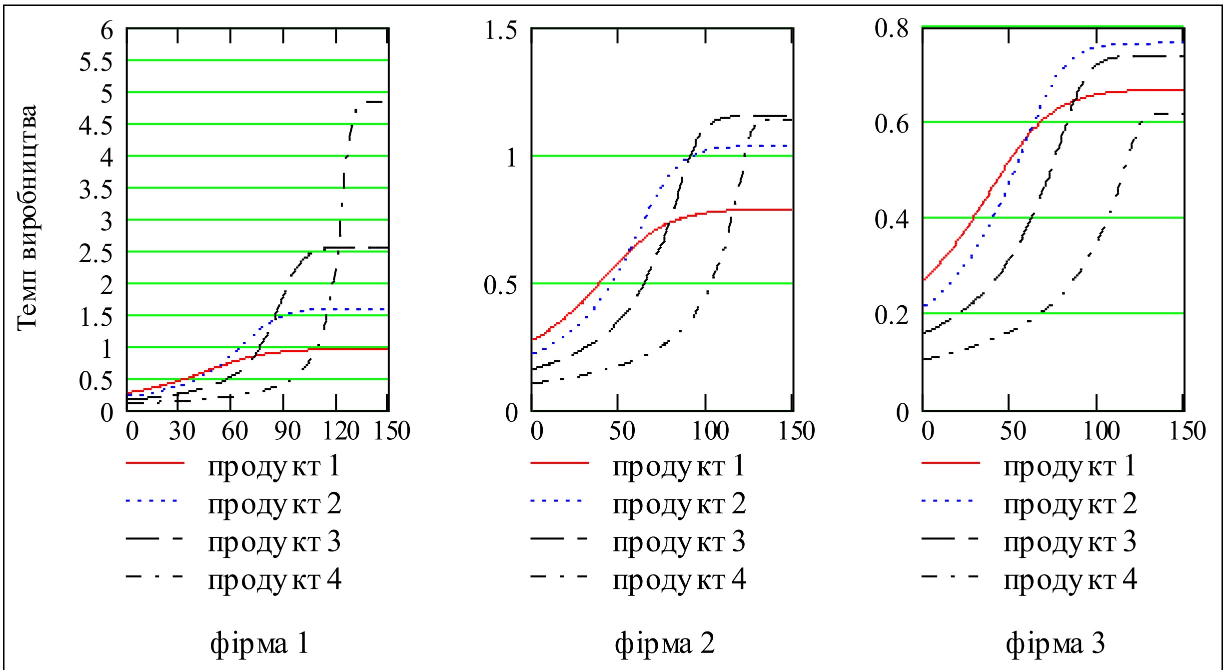


Рис. 6.11. Процеси освоєння виробництв в системі "3 елементи, 4 продукти"

Ми можемо бачити, як краща фірма вкладає ресурси спочатку у виробництво продукту 1 з малими потрібними інвестиціями і малим ринком – це "зірка" на старті, потім настає черга продукту 2 – він стає "зіркою", а перший – "дійною коровою", в кінці процесу лідером виробництва стає продукт – лідер ринку. Другий і третій виробники діють за тими ж правилами, але погоду на ринку диктує лідер в продуктивності і ефективності менеджменту – *вони оптимально вибирають із того, що залишають їм лідери*.

Наші моделі неважко наближувати до реальності – врахувати невизначеності, ризики, навчання. Наочно бачимо, що ринкова економіка завжди була, а сьогодні стала особливо жорсткою – будь-який збій, помилка – це вже незворотне, назавжди. Середні частки ринку по кращому продукту: у лідера – 5.5, у середнього – 1.2, у аутсайдера – 0.6. Тепер ми бачимо суть традиційних моделей аналізу ринків і життєвих циклів – усі ці "бостонські матриці" та ін. – наївна "переднаука", набір помірно корисних емпіричних рецептів [7, 25, 39–41]. Кожен менеджер сьогодні отримав право знімати з п'єдесталів класиків менеджменту, тому що вони самі сходять з них. Цитуємо висловлювання Філіпа Котлера: "Недавно руководитель одной компании попросил меня подписать экземпляр первого издания моего учебника „Маркетинг и менеджмент”. Он объяснил, что это его настольная книга. Я отказался, ибо считаю, что этот учебник уже бесполезен" [55].

Завдання. В часи Піфагора в доведеннях теорем писали тільки одне слово "дивись". Подивіться на рис. 6.12 і прокоментуйте подані результати.

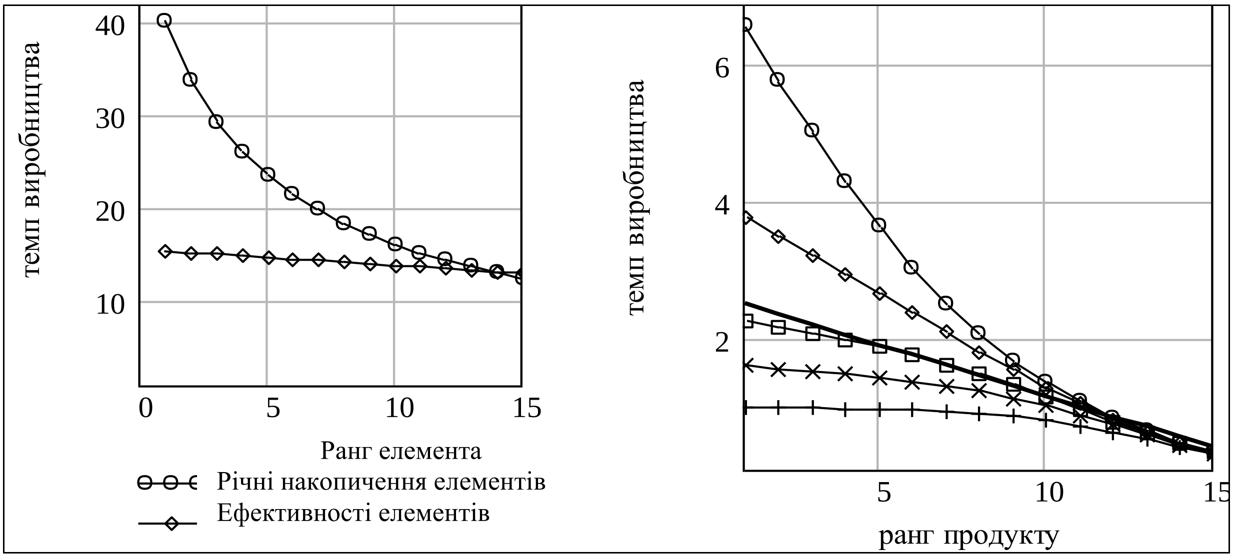


Рис. 6.12. Усталені розподіли обсягів виробництва продуктів в елементах системи

Аналіз результатів моделювання приводить до таких висновків:

– невелика різниця ефективностей елементів в 3–5% породжує велику різницю усталених темпів сумарного виробництва (перший графік на рис. 6.12);

– лідер системи виробників не просто забирає більшу частку ринку, а саме: *більші частки по кращих продуктах ринку* (другий графік на рис. 6.12).

Рангові розподіли – наслідок дії фундаментальних механізмів типу закону всесвітнього тяжіння. З ними не можна боротися. Але їх можна використати. Наприклад, можна усунути фундаментальну нерівність децентралізованих систем, якщо кожен елемент створює чи відвойовує для себе унікальний продукт чи сегмент ринку (рис. 6.8, 6.9).

На початку підрозділу ми залишили без обґрунтування вибір алгоритмів локального управління. Тепер ми маємо непряме доведення оптимальності цих алгоритмів – усталені обсяги виробництва в елементах сходяться до стійких гіперболічних.

Гіперболічні рангові розподіли з нахилами асимптот: β1 = - 2 (виробничі системи), β2 = - 1 (наука, розподіли слів в текстах) є індикаторами стійкості і оптимальності системи.

Відзначимо "антиінтуїтивну" властивість цих розподілів: *чим більше ресурсів в системі, тим більше нахил асимптот графіків рангових розподілів*, в перекладі на соціальне це означає: чим більше ресурсів для зростання у соціумі, тим більше нерівність елементів. Рангові розподіли в соціальній мережі є більш жорсткими, ніж це здається при першому знайомстві. Однак слід пам'ятати, що наші моделі є наближеними.

6.5 Аналіз результатів моделювання. Ймовірнісна модель

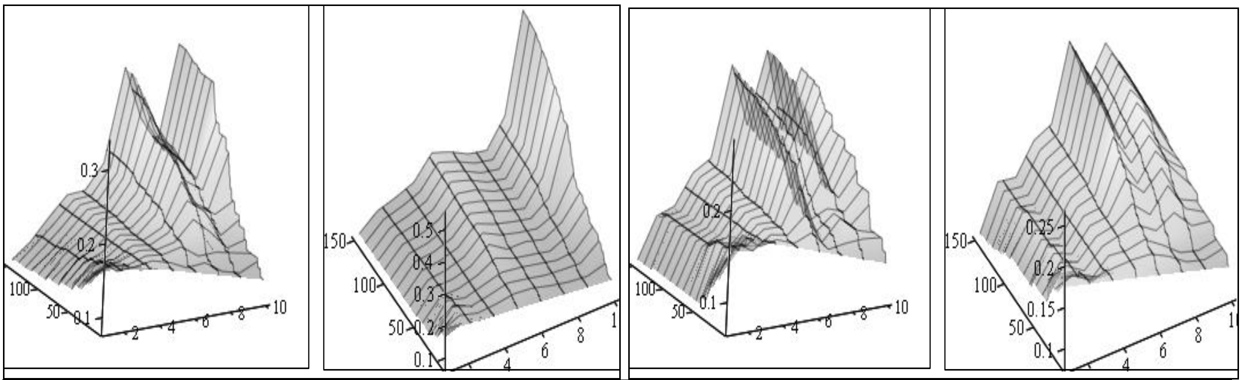
Для аналізу процесів розвитку з урахуванням імовірнісних чинників модифіковано інтерфейс (рис 6.13) і додано функціональний модуль для побудови частотних розподілів доходів для кожного елемента виробничої системи.

Параметри розподілів сукупності продуктів, ефективності, стартових темпів виробництва: Число виробників *N=30*, число продуктів *M=10, ORIGIN=1, i=1…N, j=1…M*. Параметри системи: середні об’єми продуктів на одного виробника *Rys=6*; ефективність інвестицій *efs=1.1*; стартовий темп виробництва *Xos=0.2*; Домінування в стартовому рівні (відносне) *Dom=0.0*. Мінімальний випуск продуктів *Rmi=2*; мінімальна ефективність *efmi=1.1*; мінімальний стартовий темп *Xom=0.1*.
Параметри моделювання. Період моделювання *Tmo =150*; час *tt=1…Tmo*; крок моделювання *dT=0.1*; стартові значення змінних: темп росту *tmpyi,j=0*; перспективності продуктів *nrmefj=10*; ефективність *Nmrfei=0.8*; пропорція розподілу *rzoi,j=1÷N*.
Параметри моделі прийняття рішень. Усереднення: темпу виробництва *α=0.6*; темпу від темпу виробництва *β=0.6*. Цінності: темпу *a1=1*; темпу від темпу *a2=20*.

Рис. 6.13. Інтерфейс програми моделювання процесів розвитку з урахуванням невизначеностей

Імовірнісна модель дозволяє провести такі дослідження:
– відтворення режимів, що спостерігаються в реальних децентралізованих системах;
– пошук умов оптимальності та стійкості систем;
– аналіз властивостей децентралізованих систем;
– аналіз ринкових ризиків інвестиційних проектів.

Далі подано декілька прикладів моделювання і одночасно прикладів побудови інтерфейсів. В імовірнісній системі реалізації процесу розвитку можуть суттєво відрізнятись. На рис. 6.14 подано дві реалізації випадкових процесів розвитку системи "30 елементів, 10 продуктів". В кожній реалізації подано процеси зміни темпів інвестицій та темпів виробництва в часі по кожному з продуктів для *аутсайдера і лідера за продуктивністю*.



час🡐 🡒ранг продукту	час🡐 🡒ранг продукту	час🡐 🡒ранг продукту	час🡐 🡒ранг продукту
Аутсайдер	Лідер	Аутсайдер	Лідер

Рис. 6.14. Дві реалізації процесів розвитку для вибраних елементів

В ймовірнісній розподіленій системі навіть при рівних стартових умовах кінцевий розподіл темпів сумарного виробництва буде нерівномірним. На рис. 6.15 подано ранговий розподіл усталених обсягів в системі з 30 елементів, а поряд – тривимірний графік розподілу усталених темпів виробництв в кожному елементі по кожному продукту. Можемо бачити суттєву нерівномірність розподілу по окремих продуктах.

Згідно з умовами обчислювального експерименту всі елементи мають однакову ефективність перетворення ресурсу в продукт, але невизначеність даних, на основі яких приймаються рішення, приводить до суттєво нерівномірного – гіперболічного розподілу ресурсу. Цей результат відповідає статистичним даним по розподілах в різних галузях (електроніка, програмні продукти, виробництво сталей та ін.). Це є підтвердженням адекватності запропонованих моделей.

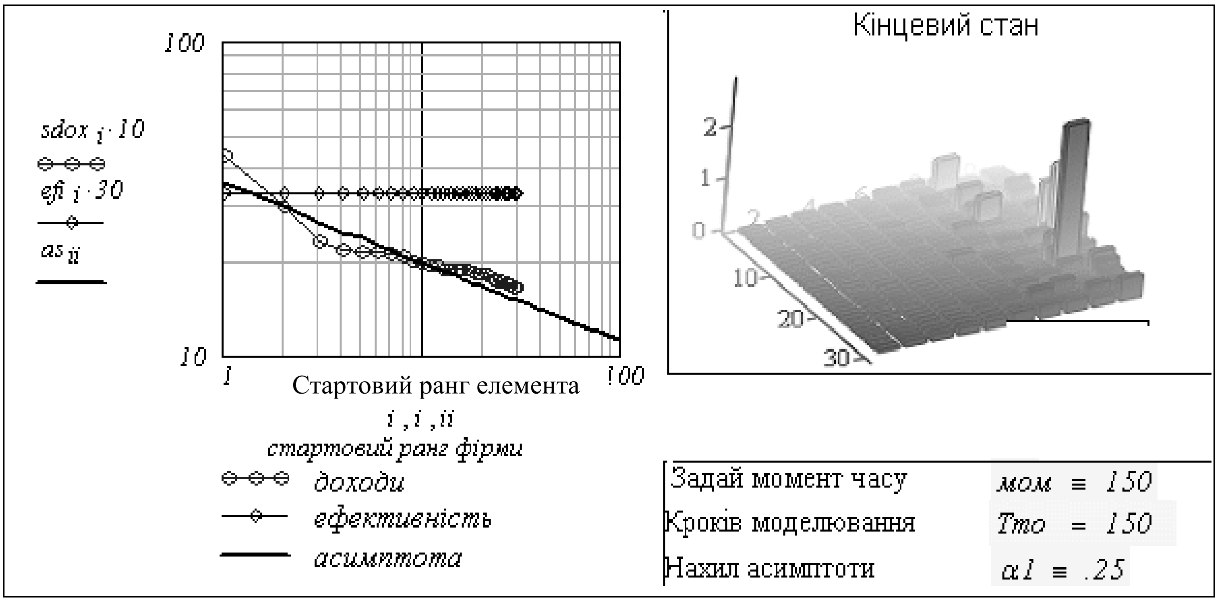


Рис. 6.15. Усталений розподіл виробництва. Приклад

При аналізі процесів розвитку детермінованих розподілених систем визначили, що навіть при невеликому домінуванні за продуктивністю в усталеному стані виникають гіперболічні розподіли, коли 10–20% елементів забирають 80–90% загального обсягу виробництва (рис. 6.8, 6.9). Розроблена модель "M×N системи" дозволяє для кожного елемента задавати свої алгоритми управління розподілом ресурсів (локального управління).

На рис. 6.16 подано три процеси розвитку системи. На цих тривимірних графіках подано залежності від часу темпів сумарного виробництва для 30–ти елементів системи.

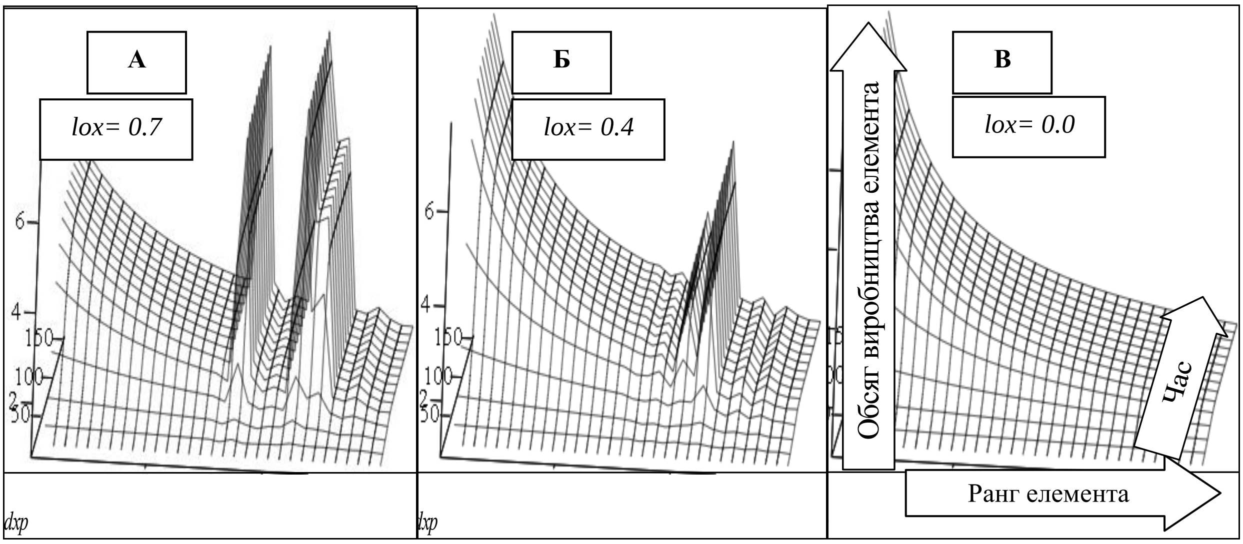


Рис. 6.16. Процеси розвитку системи з двома класами правил прийняття рішень

Елементи ранжовані за ефективністю ef_i, п’ятнадцять кращих елементів розподіляють ресурс у розвиток за детермінованим алгоритмом (6.2)– (6.4), а п’ятнадцять гірших – за ймовірнісним (6.5)–(6.9). На рис 6.16,**А** подано процеси розвитку для випадку, коли згідно ризиковому алгоритму розподіляється частка lox = 0.7 елемента, на рис. 6.16,**Б** параметр lox = 0.4, на рис. 6.16,**В** параметр lox = 0.0. Можемо бачити, що елементи з підмножини "аутсайдерів" можуть виходити в лідери за темпом сумарного виробництва.

В середньому, використання ймовірнісного алгоритму дає елементу перевагу в 20–40% відносно елементів, що використовують детермінований алгоритм. Аутсайдери за продуктивністю можуть стати лідерами по доходах за рахунок зваженого ризикового управління розподілом ресурсу. Звичайно лідер за обсягами продаж стає лідером і за продуктивністю. Відомо, що великі корпорації просто купують малі і середні фірми – лідери в продуктивності. Неважко включити і цей фактор в модель.

На рис. 6.17, 6.18 подано два приклади статистичного аналізу усталених розподілів темпів виробництва в розподіленій системі з трьох елементів при наявності невизначеностей. На рис. 6.17 подано результати обчислювального експерименту для такої ситуації: кожен елемент має стартове домінування в 12% по виробництву одного з продуктів; ефективності елементів складають відповідно 1.30, 1.15, 1.00; обсяги попиту на окремі продукти дорівнюють 3, 5, 8. Алгоритми управління у всіх елементів однакові – імовірнісні.

Усталені середні значення обсягів виробництва дорівнюють 6.7, 5.3, 4.0, а нормовані – 1.67, 1.32, 1.00. Однак ці середні є малоінформативними, тому що частотні розподіли мають складну структуру:

– розподіл у лідера має три приблизно однакові максимуми (моди);

– розподіл у другого за продуктивністю теж має три моди, одна з яких є домінуючою, тобто для середнього найбільш імовірним кінцевим станом є друга позиція – середина;

– розподіл у останнього за рангом має дві моди на границях діапазону, фактично останній за продуктивності або стає останнім у виробництві, або, з меншою, але суттєвою ймовірністю, стає лідером. Середній стан є малоймовірним.

На рис. 6.18 подано результати обчислювального експерименту для такої ситуації: кожен елемент має стартове домінування в 12% по виробництву одного з продуктів; ефективності елементів складають відповідно 1.10, 1.05, 1.00; обсяги попиту на окремі продукти дорівнюють 5, 5, 5.

Алгоритми управління у всіх елементів однакові – ймовірнісні. Усталені середні значення обсягів виробництва дорівнюють 5.6, 5.0, 4.4, а нормовані – 1.27, 1.13, 1.00. Усі розподіли приблизно унімодальні, моди (максимуми) є приблизно однаковими.

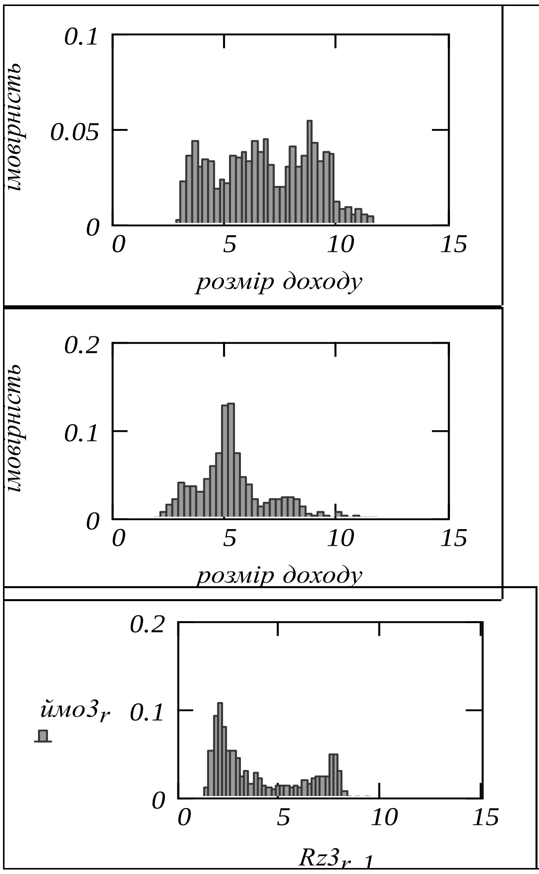
Звернемо увагу на те, що розподіл "середнього" – симетричний, розподіли лідера і аутсайдера мають асиметричні "хвости" – для лідера в бік більших, для аутсайдера – в бік менших темпів сумарного виробництва.

З практичної точки зору цікавим є те, що найбільш імовірні значення темпів виробництва є однаковими, хоч елементи мають різні ефективності. Конкретні причини – рівноцінність продуктів за попитом та наявність початкової спеціалізації. За цими розподілами ймовірностей стоять розподіли виробництва зі спеціалізацією (рис. 6.9).

Таким чином, зв’язки елементів через ресурси, суттєві нелінійності і нестаціонарність розподіленої системи породжують складну структуру поведінки розподілених систем вже у випадку трьох елементів. В цілому отримана система моделей дозволяє отримувати нетривіальні знання про властивості розподілених систем. Моделюванням фактично підтверджено положення Форрестера "*Використовуючи модель складної системи, можна взнати більше про внутрішні взаємодії, ніж при експериментуванні з реальною системою*" [59–60].

Розподіли ймовірностей доходів виробників є не тільки складними, але і структурно нестійкими: при малих змінах початкових умов і параметрів елементів виробничої системи розподіли змінюють структуру. Розподіл з трьома модами (рис. 6.17) переходить в розподіли з двома модами і унімодальні розподіли.

Фактично ми отримали віртуальну систему виробників, на якій можна виконувати обчислювальні експерименти, неможливі на реальних системах.



Виробник1

$min(sd1) = 3$
$mean(sd1) = 6.7$
$max(sd1) = 11.4$

Виробник2

$min(sd2) = 2$
$mean(sd2) = 5.3$
$max(sd2) = 11.5$

Виробник3

$min(sd3) = 1.3$
$mean(sd3) = 4$
$max(sd3) = 9.1$

Обсяги попиту

$$Rnk = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} продукт1 \\ продукт2 \\ продукт3 \end{pmatrix}$$

ефективність інвестицій

$$eff = \begin{pmatrix} 1.3 \\ 1.15 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} виробник1 \\ виробник2 \\ виробник3 \end{pmatrix}$$

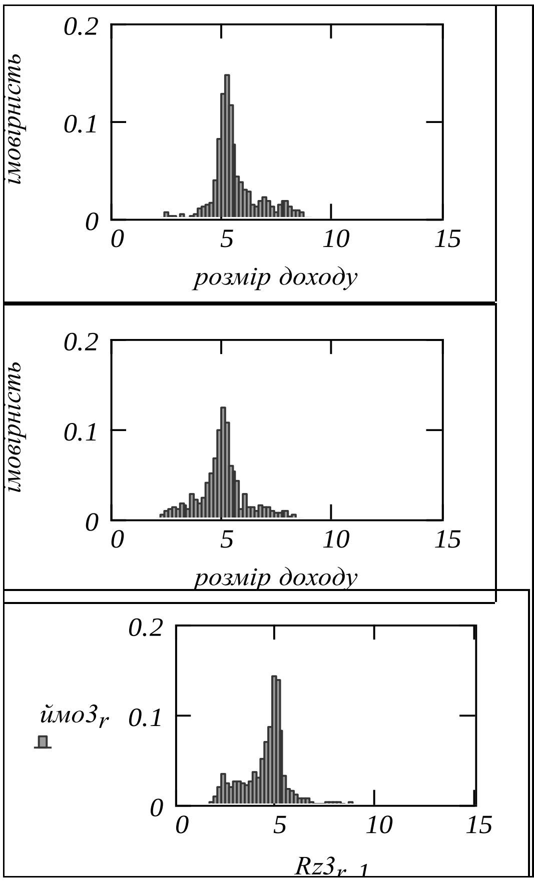
стартовий розподіл попиту

$$\begin{array}{cc} & \text{прод1 прод2 прод3} \\ Xoo = & \begin{pmatrix} 0.18 & 0.16 & 0.16 \\ 0.16 & 0.18 & 0.16 \\ 0.16 & 0.16 & 0.18 \end{pmatrix} \end{array}$$

кінцевий розподіл попиту

$$dr = \begin{pmatrix} 0.14 & 0.1 & 0.9 \\ 0.75 & 0.12 & 0.05 \\ 0.11 & 0.77 & 0.05 \end{pmatrix}$$

Рис. 6. 17. Частотні розподіли обсягів виробництва. Мале домінування



Виробник1

$min(sd1) = 2.3$
$mean(sd1) = 5.6$
$max(sd1) = 8.8$

Виробник2

$min(sd2) = 2.2$
$mean(sd2) = 5$
$max(sd2) = 8.6$

Виробник3

$min(sd3) = 1.7$
$mean(sd3) = 4.4$
$max(sd3) = 8.7$

Обсяги попиту

$$Rnk = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} продукт1 \\ продукт2 \\ продукт3 \end{pmatrix}$$

ефективність інвестицій

$$eff = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 1.05 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} виробник1 \\ виробник2 \\ виробник3 \end{pmatrix}$$

стартовий розподіл попиту

$$\begin{array}{cc} & \text{прод1 прод2 прод3} \\ Xoo = & \begin{pmatrix} 0.19 & 0.17 & 0.14 \\ 0.14 & 0.19 & 0.17 \\ 0.17 & 0.14 & 0.19 \end{pmatrix} \end{array}$$

кінцевий розподіл попиту

$$dr = \begin{pmatrix} 0.39 & 0.39 & 0.09 \\ 0.49 & 0.53 & 0.05 \\ 0.12 & 0.08 & 0.85 \end{pmatrix}$$

Рис. 6. 18. Частотні розподіли обсягів виробництва. Велике домінування

Контрольні запитання

1. З яких функціональних підсистем складається модель розподіленої системи?

2. Наведіть 2–3 приклади розподілених систем класу "N виробників, M продуктів".

3. Джерела невизначеностей і випадкових збурень в процесах функціонування елементів розподілених систем.

4. Альтернативні моделі прийняття рішень із розподілу ресурсів елементом між напрямками розвитку (продуктами).

5. Алгоритм і параметри детермінованого управління розвитком елемента.

6. Алгоритм і параметри імовірнісного управління розвитком елемента.

7. Алгоритм і параметри гібридного управління розвитком елемента.

8. Чи може аутсайдер за продуктивністю стати лідером ринку за сумарним доходом?

9. Назвіть ключові параметри, що визначають рейтинг (очікуваний дохід) певного проекту інвестицій у розвиток виробництва.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання з проведення досліджень

1. Побудувати *функції впливу обсягу ринку* на системні характеристики системи виробників: ранговий розподіл, частотний розподіл елементів за доходами. Провести дослідження функцій впливу, виділити властивості цих функцій.

2. Побудувати *функції впливу показника ефективності інвестицій в розвиток виробництв* на такі характеристики системи виробників: ранговий розподіл, частотний розподіл елементів за доходами. Провести дослідження функцій впливу, визначити властивості цих функцій.

3. Провести дослідження частотних розподілів елементів за доходами в усталеному стані при дії випадкових збурень.

4. Провести дослідження впливу початкового стану на кінцевий стан системи виробників.

5. Провести дослідження впливу запізнень віддачі інвестицій, побудувати функції впливу запізнення на прибуток елемента за певний період.

Завдання з модифікації програми моделювання

1. Модифікувати програму прогнозування процесу розвитку вибраного елемента (фірми) "на фоні" розвитку розподіленої системи.

2. Модифікувати модель функціонування елементів – ввести запізнення віддачі інвестицій у виробництво.

3. Модифікувати модель функціонування елементів – урахувати ефект навчання в інвестиційній діяльності та оцінці ринкових перспектив окремих продуктів.

4. Модифікувати модель функціонування ринку – урахувати динаміку середніх цін ринку для окремих продуктів.

5. Модифікувати модель функціонування ринку – урахувати динаміку цін окремих виробників для окремих продуктів.

ВИСНОВКИ: експертні правила інвестицій у виробництво в умовах конкуренції

В даному розділі побудована досить проста модель системи виробників на багатопродуктовому ринку. Ця модель трохи краще, ніж задовільно відтворює процеси розвитку реальних децентралізованих багато продуктових систем. Модель і відповідна система інтерфейсів дозволяють вести інтенсивні дослідження, моделювати і аналізувати ризики.

Неочевидне і поки незвичне призначення моделі – навчання користувача на віртуальній реальності, що "прискорює час", дає "погляд згори" на систему в цілому і одночасно доступ до недоступних в реальності показників, і, головне, можливість безкарно і неодноразово доводити систему до катастроф.

Головне призначення моделі – бути базою для створення більш повних і адекватних моделей. Модульна структура і відкритий текст програмних модулів дозволяють легко вводити зміни в модель і програму.

Подані приклади – незначна частка "питань", які можна задавати моделі і отримувати відповіді на ці питання. Упорядкуємо експертні знання, що є результатом побудови моделі і результатів моделювання.

⊶ Ключові параметри, що визначають місце певного проекту інвестицій у розвиток виробництва

– потенційні обсяги ринків продуктів;
– показники інвестиційної ефективності по кожному продукту;
– стартовий рівень виробництва або стартовий капітал;
– запізнення введення в дію виробничих потужностей.

⊶ Мале домінування в ефективності при інших рівних умовах веде до великого домінування в темпі прибутку і частці ринків: лідер отримує 50–90% ринку.

⊶ Певне невелике стартове домінування по деякому продукту забезпечує суттєве домінування (контроль ринку) в усталеному стані.

⊶ Навіть при рівних стартових умовах, за рахунок дії випадкових збурень, кінцевий розподіл темпів доходів елементів виробничої системи буде гіперболічним – суттєво нерівномірним.

⊶ При однакових для всіх елементів детермінованих правилах пропорційного розподілу інвестицій між продуктами *у аутсайдерів нема шансів підвищувати свій ранг*.

===

⊶ При використанні ризикового управління з концентрацією ресурсів *у аутсайдерів є шанс підвищити ранг і навіть стати лідерами*.

⊶ В розроблених моделях не розглядались ситуації зникнення ринків старих продуктів і поява нових продуктів, що створюють нові ринки, але такі ситуації – це *реальний шанс для аутсайдерів підвищити свій ранг і увійти на ринок*.

⊶ Помилки під час реалізації інвестиційного проекту в конкурентному оточенні можуть бути виправлені тільки за рахунок ще більших помилок конкурентів.

Література

1. Бадьора С. П., Колесник І. С. Інтеграція навчання, наукових досліджень і практики на прикладі узагальнень задачі Марковіца // Доповіді МНК "Інтернет – освіта – наука – 2002. Том 2". — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2002. — С. 275—279.
2. Банки и банковское дело. Под ред. Балабанова И. Т. — Санкт-Петербург, Харьков: «Питер», 2001. — 255 с.
3. Банківська справа: Навчальний посібник / За ред. Р. І. Тиркала. — Тернопіль: Карт-бланш, 2001. — 314 с.
4. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. — М.: Наука, 1964. — 317 с.
5. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории управления. — М.: Издат. иностр. литер., 1962. — 233 с.
6. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления. — М.: Наука, 1969. —131 с.
7. Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. Оптимізація розподілу обмеженого ресурсу у виробничій системі на базі агрегування виробничих функцій // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія — 2005. — № 1. — С. 12—18.
8. Боровская Т. Н., Северилов В. А, Северилов П. В. Что будет, если? Имитационное моделирование в Mathcad // Компьютеры +Программы. – 2000. – № 12. – С. 37–41.
9. Боровская Т. Н., Северилов В. А., Колесник И. С. Детская экономика. Моделирование и оптимизация производственных систем // Компьютеры +Программы. — 2002. — № 2. — С. 43—47.
10. Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. Оптимальне управління розвитком техніко-економічних систем. Кредитні стратегії // Вісник ВПІ. — 2003. — № 6. — С. 137—142.
11. Боровська Т. М., Бадьора С. П., Северілов В. А. Оптимальне управління розвитком техніко-економічних систем. Цінові стратегії // Вісник ВПІ. — 2003. — № 6. — С. 142—147.
12. Боровська Т. М., Северілов В. А., Бадьора С. П. Моделі обміну ресурсами в системах з асиметричною інформаційною структурою // Вісник ВПІ. — 2004. — № 1. — С. 101—107.
13. Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. Нечітка оптимізація розподілу обмеженого ресурсу у виробничій системі при неопуклих виробничих функціях елементів // Вісник ВПІ. — 2003. — № 6. — С. 36—41.
14. Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. Основи кібернетики та дослідження операцій. Навчальний посібник. — Вінниця: ВНТУ, 2003. — 242 с.
15. Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. Спеціальні розділи вищої математики. Навчальний посібник. — Вінниця: ВНТУ, 2003. — 182 с.
16. Боровська Т. М., Рибіна І. В., Северилов В. А. Орієнтація на обчислювальний експеримент – зміна парадигми вищої освіти // Доповіді НМК "Проблеми підручника вищої школи". — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001. — С. 132—137.
17. Боровська Т. М., Северілов В. А., Васюра А. С. Теорія автоматичного управління. Аналіз САУ. Навчальний посібник. — Вінниця: ВНТУ, 2002. — 97 с.
18. Боровська Т. М., Бадьора С. П. Імовірнісна модель для прогнозування розвитку розподілених систем // Вісник ВПІ. — 2006. — № 1. — С.45—52.
19. Боровська Т. М., Северілов В. А. Електронна книга "Моделювання у менеджменті". Технології навчання, орієнтовані на моделювання // Доповіді МНК "Інтернет – освіта – наука – 2002. Том 2". — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2002. — С. 285-288.
20. Боровська Т.М., Северілов В.А. Електронна книга "Управління проектами". Технології навчання, орієнтовані на моделювання // Доповіді МНК "Інтернет – освіта – наука – 2002. Том 2". – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2002. — С. 289–294.

21. Боровська Т. М., Северілов В. А. Колесник І. С., Бадьора С. П. Моделювання та оптимізація у менеджменті. Навчальний посібник. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. — 145 с.
22. Васюренко О. В. Банківський менеджмент: Посібник. — К.: вид. центр „Академія”, 2001. — 320 с.
23. Вітлінський В. В. та ін. Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. посібник. — Київ: КНЕУ, 2002. — 446 с.
24. Геловэй Л. Операционный менеджмент. Принципы и практика.— Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 273 с.
25. Дибб С., Симкин Л. Практическое руководство по сегментированию рынка. — Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 231 с.
26. Исследование операций. Т1. Методологические основы и математические методы / Под ред. Дж. Моудера. — М.: Мир, 1981. — 233 с.
27. Исследование операций. Т2. Модели и методы / Под ред. Дж. Моудера. — М.: Мир, 1981. — 417 с.
28. Кемени Дж., Снелл Дж. Кибернетическое моделирование. — М.: Советское радио, 1972. — 223 с.
29. Кендел М. Временные ряды. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 199 с.
30. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. Под ред. В. И. Неймана. — М.: Мир, 1979. — 432 с.
31. Клиланд Д., Кинг В. Системный анализ и менеджмент проектов. — М.: Советское радио, 1974. — 412 с.
32. Кобиляцький Л. С. Управління проектами: Навч. посіб. – К.: МАУП, 2002. – 200 с.
33. Колесник І. С., Бадьора С. П. Інтернет-орієнтовані технології виробництва інтелектуальної продукції. Структура малих дослідницьких груп // Доповіді МНК “Інтернет – освіта – наука – 2002. Том 2”. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2002. – С. 285–288.
34. Колесник І. С., Северілов В. А. Оптимальне управління розподіленням ресурсів в децентралізованих системах // Доповіді МНК “Контроль і управління в технічних системах”. — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001. — С. 73—78.
35. Кофман А. Модели и методы исследования операций. — М.: Мир, 1966. — 370 с.
36. Крушвиц Л. Финансирование и инвестиции: Базовый курс. Учебник для вузов. — Москва-Харьков: «Питер», 2000. — 389 с.
37. Мак-Дональд М. Стратегическое планирование маркетинга. — Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 267 с.
38. Макконелл А., Брю Т. Экономикс. — М.: Республика, 1991. — 562 с.
39. Маркетинг. Сборник переводов. — К.: Украина, 1995. — 240 с.
40. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. — М.: Изд-во Академии народного хозяйства, 1994. — 703 с.
41. Нэгл Томас Т. Стратегия и тактика ценообразования. Руководство для принятия решений, приносящих прибыль. — Москва-Харьков: «Питер», 2001. — 375 с.
42. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. — М.: Наука, 1977. — 311 с.
43. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. — М.: Мир, 1981. —301 с.
44. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
45. Самуельсон П. Економіка: Підручник. — Львів: Світ, 1996. — 433 с.
46. Северилов В. А. Детская экономика. Роль везения и умения в развитии производственных систем // Компьютеры+Программы. — 2002. — № 1. — С. 46—50.

47. Северилов В. А., Боровская Т. Н., Мельник Е. Н. Эволюционная технология разработки экспертных систем // Теория автоматизированного проектирования.— Харьков: ХАИ, 1987. — Вып. 4 — С. 33—38.
48. Северілов В. А., Колесник І. С. Оптимальне управління розподіленням ресурсів в децентралізованих системах. // Доповіді МНК “Контроль і управління в технічних системах”. — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001. — С. 142—146.
49. Северілов В. А., Колесник І. С., Бадьора С. М. Електронна книга “Моделювання та оптимізація в економіці”. Проблема трьох “не” – нелінійності, нестаціонарності та невипуклості // Доповіді НМК “Проблеми підручника вищої школи”. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001. — С. 138—141.
50. Северілов В. А. Технологія створення електронних книг на прикладі посібника з спеціальних розділів вищої математики // Доповіді НМК “Проблеми підручника вищої школи”. — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2001. — С. 217—221.
51. Тёрнер Д. Вероятность, статистика и исследование операций. — М.: Статистика, 1976. — 317 с.
52. Федоренко В. Г., Гойко А. Ф. Інвестознавство: Підручник / За ред. В. Г. Федоренка. — К.: МАУП, 2000. — 408 с.
53. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400 с.
54. Чуев Ю. В., Спехова Г. П. Технические задачи исследования операций. — М.: Советское радио, 1981. — 176 с.
55. Шинкаренко И. А. Мантры и смертные грехи маркетинга // "Эксперт Украина". — 2008. — № 23. — С. 34—38.
56. Шрейдер Ю. А., Шаров А. А. Системы и модели. — М.: Радио и связь, 1982. — 216 с.
57. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. — М.: Мир, 1966. — 276 с.
58. Kelly K. New Rules for the New Economy. 10 radical strategies for a connected world.— Penguin books, 1999. — 180 p.
59. Forrester Jay W. Industrial dynamics. – Massachusetts Institute of Technology and John Wiley and Sons, Inc. New York – London, 1968. — 340c.
60. Forrester Jay W. Urban dynamics. – Nhe M.I.T. press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge – Massachusets and London , England, 1969. — 289 c.

Навчальне видання

Таїса Миколаївна Боровська
Віктор Андрійович Северілов
Сергій Петрович Бадьора
Ірина Сергіївна Колесник

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ІНВЕСТИЦІЯМИ

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено Т. М. Боровською

Редактор В. О. Дружиніна

Видавництво ВНТУ “УНІВЕРСУМ-Вінниця”
Свідоцтво Держкомінформу України
Серія ДК №746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку
Формат 29,7×42¼
Друк різографічний
Тираж ____ прим.

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк.

Зам.№

Віддруковано в комп’ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ