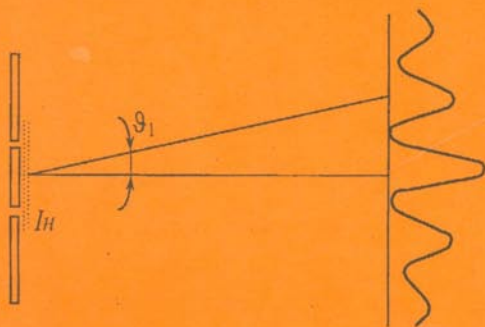


Ю. С. Кравченко, Є. О. Смольков

КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА

питання та задачі



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Ю. С. Кравченко, Є. О. Смольков

КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА: ПИТАННЯ ТА ЗАДАЧІ

Збірник задач

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 621.382

ББК 32.86

К78

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 8 від 25 березня 2010 р.)

Рецензенти:

В. М. Кичак, доктор технічних наук, професор

О. В. Осадчук, доктор технічних наук, професор

О. І. Жмурко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Кравченко, Ю. С.

К78 Квантова електроніка : питання та задачі : збірник задач / Ю. С. Кравченко, Є. О. Смольков. – Вінниця : ВНТУ, 2010. - 90 с.

Збірник задач містить питання та задачі, розв'язання яких сприятиме засвоєнню теоретичного матеріалу з квантової електроніки. Збірник розроблено для студентів, які навчаються за напрямками „Мікро- та наноелектроніка” і „Електронні пристрої та системи” відповідно до програми дисципліни „Квантова електроніка”.

УДК 621.328

ББК 32.86

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ОСНОВИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ.....	5
1.1 Короткі теоретичні відомості.....	5
1.2 Питання та задачі.....	7
2 ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК.....	21
2.1 Короткі теоретичні відомості.....	22
2.2 Питання та задачі.....	22
3 ЕЛЕКТРОННА ОБОЛОНКА АТОМА.....	28
3.1 Короткі теоретичні відомості.....	28
3.2 Питання та задачі.....	31
4 БУДОВА АТОМА. ДВОАТОМНА МОЛЕКУЛА.....	39
4.1 Короткі теоретичні відомості.....	39
4.2 Питання та задачі.....	40
5 ТВЕРДЕ ТІЛО.....	47
5.1 Короткі теоретичні відомості.....	47
5.2 Питання та задачі.....	49
6 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ.....	59
6.1 Короткі теоретичні відомості.....	59
6.2 Питання та задачі.....	61
7 КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА.....	68
7.1 Короткі теоретичні відомості.....	68
7.2 Питання та задачі.....	70
8 ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ. СПІВВІДНОШЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ.....	76
8.1 Короткі теоретичні відомості.....	76
8.2 Питання та задачі.....	77
ЛІТЕРАТУРА	82
ГЛОСАРІЙ.....	83
ДОДАТОК А. Основні фізичні сталі.....	85

Підготовка спеціалістів з електронної техніки потребує надання майбутнім фахівцям ґрунтовних знань з квантової та статистичної фізики, фізики твердого тіла та електронних процесів, основ проектування та конструювання електронних приладів та інтегральних мікросхем.

Метою вивчення дисципліни „Квантова електроніка” є напрацювання у студентів фізичного та інженерного підходів при проектуванні різноманітних квантових приладів, вибору відповідних матеріалів для них. Щоб зрозуміти закономірності квантових процесів, вільно орієнтуватись в конструктивних та технологічних їхніх можливостях, спеціаліст з електронної техніки повинен мати ґрунтовні знання, насамперед, з фізики, хімії, електротехніки та фізичних основ електроніки (квантової фізики, статистичної фізики, фізики твердого тіла тощо). Розв'язання задач, які вміщені в даному збірнику задач, на наш погляд, буде сприяти розвитку у студентів практичних навичок, дозволить глибше зрозуміти фізичну сутність процесів і явищ, що відбуваються в приладах квантової електроніки, практично відчутти значення і порядок деяких найважливіших параметрів електронних матеріалів, засвоїти застосування основних формул.

Збірник задач складається з восьми розділів, які присвячені основним напрямкам вивчення квантової електроніки: квантовій фізиці, хвильовим властивостям частинок, будові атома, твердому тілу, тепловому випромінюванню, хвилям де Бройля та співвідношенням невизначеностей.

Кожний розділ окрім практичних питань і задач з відповідного напрямку містить також необхідні теоретичні відомості та основні розрахункові формули. Крім того, в посібнику наведені приклади розв'язування деяких типових задач і відповіді на інші задачі, які запропоновані для практичного розв'язання. В додатку А наведені основні сталі і деякі параметри матеріалів електронної техніки.

Даний збірник задач призначений, насамперед, для самостійної роботи студентів і містить питання і задачі різного ступеня складності. Задачі можуть бути запропоновані студентам як індивідуальне завдання або використані викладачем при проведенні колоквиумів, тестового контролю тощо.

Збірник задач, насамперед, може бути рекомендований для студентів, які навчаються за напрямками „Мікро- та наноелектроніка” і „Електронні пристрої та системи” відповідно до програми дисципліни „Квантова електроніка”, а також студентам приладобудівних спеціальностей, в навчальному плані яких є аналогічні дисципліни.

1 ОСНОВИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ

1.1 Короткі теоретичні відомості

Енергетична світність теплового випромінювання (radiation):

$$M = cu/4, \quad (1.1)$$

де c - швидкість світла,

u - густина енергії теплового випромінювання.

Формула Віна для спектральної щільності енергії (a closeness of energy) теплового випромінювання і закон зміщення Віна

$$u_\omega = \omega^3 f(\omega/T), \quad \lambda_m T = b, \quad (1.2)$$

де ω - частота випромінювання,

T - температура,

λ_m - довжина хвилі (wave-length), що відповідає максимуму розподілу u_λ ;

b - стала.

Закон Стефана - Больцмана:

$$M = \sigma T^4, \quad (1.3)$$

де σ - стала Стефана - Больцмана

Формула Планка для спектральної щільності енергії

$$u_\omega = \frac{h\omega^3}{\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp(h\omega/kT) - 1}. \quad (1.4)$$

Співвідношення між повною енергією E , імпульсом (impulse) p і кінетичною енергією K релятивістської частинки маси m :

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4, \quad pc = \sqrt{K(K + 2mc^2)}. \quad (1.5)$$

Комптонівське зміщення довжини хвилі розсіяного фотона (photon)

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \vartheta), \quad (1.6)$$

де $\lambda_c = 2\pi h/mc$ - комптонівська довжина хвилі частинки.

Кут ϑ , на який заряджена частинка розсіюється кулонівським полем нерухомого ядра, визначається формулою:

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2) = \delta \cdot q_1 q_2 / 2bK, \quad (1.7)$$

де q_1, q_2 - заряди взаємодіючих частинок;

K - кінетична енергія налітаючої частинки;

b - прицільний параметр.

Тут і далі $\delta_* = 1$ (СГС) або $1/4\pi\epsilon_0$ (СІ).

Формула Резерфорда для відносної кількості частинок, розсіяних в елементарному тілесному куті $d\Omega$ під кутом ϑ до первинного напрямку їх руху:

$$\frac{dN}{N} = n(\delta_* \frac{q_1 q_2}{4K})^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\vartheta/2)}, \quad (1.8)$$

де n - кількість ядер фольги на одиницю площі її поверхні;

K - кінетична енергія налітаючих частинок;

$d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$.

Схема виникнення основних серій воднеподібних іонів показана на рис. 1.1.

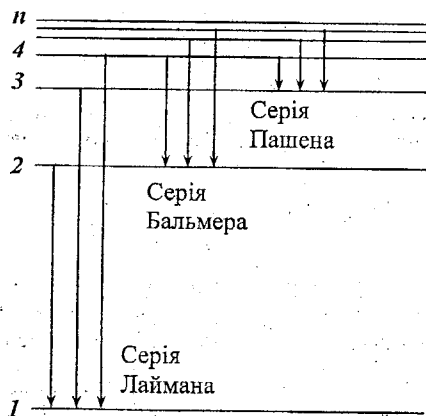


Рисунок 1.1 – Схема виникнення основних серій воднеподібних іонів

Узагальнена формула Бальмера:

$$\omega = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), R = \delta^2 \frac{\mu e^4}{2h^2}, \quad (1.9)$$

де ω - циклічна частота переходу між станами з квантовими числами n_1 і n_2 ;

Z - заряд ядра (у одиницях e);

R - стала Рідберга;

μ - приведена маса системи (при $m_e \ll m_n$; $\mu \approx m_e$).

Резонансна лінія - спектральна лінія (spectral line), обумовлена переходом атомів з першого збудженого стану в основний.

1.2 Питання та задачі

Теплове випромінювання. Формула Планка

1.2.1 Довести, що енергетична світність теплового випромінювання визначається формулою (1.1).

1.2.2 Теплове випромінювання може бути подано розподілом енергії або за довжинами хвиль з максимумом при λ_m , або за частотами з максимумом при ν_m . Показати, що при одній і тій же температурі $\lambda_m < c/\nu_m$.

1.2.3 Скориставшись формулою Віна, показати, що:

а) найбільш вірогідна частота теплового випромінювання $\omega_m \sim T$;

б) енергетична світність $M \sim T^4$.

1.2.4 Показати за допомогою формули Віна, що в спектрі розподілу теплового випромінювання за довжинами хвиль:

а) найбільш вірогідна довжина хвилі $\lambda_m \sim 1/T$;

б) максимальна спектральна густина енергії пропорційна T^5 .

1.2.5 В результаті розширення Всесвіту після Гігантського Вибуху утворене електромагнітне випромінювання почало остигати. В даний час це випромінювання (його називають реліктовим) має вигляд теплового випромінювання з максимумом випромінюючої властивості з довжиною хвилі $\lambda_m = 1,07 \text{ мм}$. Яка температура цього випромінювання?

1.2.6 Початкова температура теплового випромінювання $T = 2000 \text{ К}$. На скільки кельвінів змінилася ця температура, якщо найбільш вірогідна довжина хвилі в його спектрі збільшилася на $\Delta\lambda = 260 \text{ нм}$?

1.2.7 При переході від однієї температури до іншої площа під кривою функції Кірхгофа $f(\lambda)$ зменшилася в $n = 13$ разів. Як і в скільки разів змінилася при цьому довжина хвилі, яка відповідає максимуму функції $f(\lambda)$?

1.2.8 Знайти найбільш вірогідну довжину хвилі в спектрі теплового випромінювання з енергетичною світністю $M = 5,7 \text{ Вт/см}^2$.

1.2.9 Сонячний спектр достатньо близький до спектра теплового випромінювання з найбільш вірогідною довжиною хвилі $\lambda_m = 0,48 \text{ мкм}$. Знайти потужність теплового випромінювання Сонця. Оцінити час, за який його маса зменшиться на один відсоток (за рахунок теплового випромінювання). Маса Сонця $2,0 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, його радіус $R = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$.

1.2.10 Є дві посудини 1 і 2 з малими отворами однакового радіусу $r = 5,0 \text{ мм}$ і абсолютно відзеркалювальними зовнішніми поверхнями. Посудини отворами обернені одна до одної, причому відстань між цими отворами $l = 100 \text{ мм}$. В посудині 1 підтримують температуру $T_1 = 1250 \text{ К}$. Знайти сталу температуру в посудині 2. Мати на увазі, що абсолютно чорне тіло є косинусним випромінювачем.

1.2.11 Знаючи, що тиск теплового випромінювання $p = u/3$, де u - густина енергії випромінювання, знайти: а) тиск теплового випромінювання у внутрішніх областях Сонця, де температура $T \approx 1,6 \cdot 10^7 \text{ К}$; б) температуру T повністю іонізованої водневої плазми щільністю $\rho = 0,10 \text{ г/см}^3$, за якої тиск теплового випромінювання дорівнює кінетичному тиску частинок плазми (при високих температурах для усіх речовин можна використовувати рівняння стану для ідеальних газів).

1.2.12 Мідну кульку радіусом $r = 10,0 \text{ мм}$ з абсолютно чорною поверхнею помістили у відкачану посудину, температура стінок якої підтримується близькою до абсолютного нуля. Початкова температура кульки $T = 300 \text{ К}$. За який час її температура зменшиться в $n = 1,5$ рази? Питома теплоємність міді $c = 0,38 \text{ Дж/(г} \cdot \text{К)}$.

1.2.13 В свій час була запропонована така формула для визначення розподілу енергії в спектрі теплового випромінювання: $u_\omega = A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, де $a = 7,64 \cdot 10^{-12} \text{ К} \cdot \text{с}$. Знайти за допомогою цієї формули при $T = 2000 \text{ К}$: а) найбільш вірогідну частоту випромінювання; б) середню частоту випромінювання.

1.2.14 Скориставшись умовою попереднього завдання, знайти: а) найбільш вірогідну довжину хвилі випромінювання; б) середню довжину хвилі випромінювання.

1.2.15 Визначити число власних поперечних коливань струни завдовжки l в інтервалі частот $(\omega, \omega + \Delta\omega)$, якщо швидкість розповсюдження коливань дорівнює v . Вважати, що коливання відбуваються в одній площині.

1.2.16 Знайти число власних поперечних коливань прямокутної мембрани площею S в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$, якщо швидкість розповсюдження коливань дорівнює v .

1.2.17 Показати, що в посудині, що має форму прямокутного паралелепіпеда об'ємом V з абсолютно відбиваючими стінками, число власних коливань електромагнітного поля в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$ дорівнює $dZ_\omega = (V/\pi^2 c^3) \omega^2 d\omega$.

1.2.18 Теплове випромінювання в посудині можна подати як сукупність осциляторів (власних коливань) з різними частотами. Вважаючи, що розподіл осциляторів за енергіями ε підлягає закону Больцмана, знайти при температурі T середню енергію $\langle \varepsilon \rangle$ осцилятора з частотою ω , якщо енергія ε кожного осцилятора може мати: а) будь-які значення (безперервний спектр); б) тільки дискретні значення $nh\omega$, де h - ціле число.

1.2.19 Показати, що при високій температурі ($kT \gg h\omega$) вираз для середньої енергії $\langle \varepsilon \rangle$ осцилятора (див. пункт відповіді попереднього завдання) переходить в класичний, зобразити приблизний графік залежності $\langle \varepsilon \rangle$ від ω .

1.2.20 Отримати наближені вирази формули Планка при $h\omega \ll kT$ і $h\omega \gg kT$.

1.2.21 Перетворити формулу Планка до вигляду, який відповідає розподілу: а) за лінійними частотами; б) за довжинами хвиль.

1.2.22 Визначити за допомогою формули Планка, в скільки разів зросте спектральна інтенсивність випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,60 \text{ мкм}$ при збільшенні температури від $T_1 = 2000 \text{ K}$ до $T_2 = 2300 \text{ K}$.

1.2.23 Обчислити за допомогою формули Планка потужність випромінювання одиниці поверхні абсолютно чорного тіла в інтервалі довжин хвиль, що відрізняються не більше ніж на $\eta = 0,50 \%$ від найбільш вірогідної довжини хвилі при $T = 2000 \text{ K}$.

1.2.24 Показати за допомогою формули Планка, що відношення $\omega_m/T = \text{const}$, де ω_m - частота, що відповідає максимуму функції u_ω . Знайти числове значення цієї константи.

1.2.25 Обчислити за допомогою формули Планка числове значення сталої b в законі зсуву Віна.

1.2.26 Визначити за допомогою формули Планка числове значення сталої Стефана - Больцмана.

1.2.27 Знайти за допомогою формули Планка середнє значення частоти $\langle \omega \rangle$ в спектрі теплового випромінювання при $T = 2000 \text{ K}$.

1.2.28 Визначити за допомогою формули Планка температуру теплового випромінювання, середня довжина хвилі якого $\langle \lambda \rangle = 2,67 \text{ мкм}$.

1.2.29 Скориставшись формулою Планка, знайти: а) число фотонів в одиниці об'єму в спектральних інтервалах $(\omega, \omega + d\omega)$ і $(\lambda, \lambda + d\lambda)$; б) повне число фотонів в 1 см^3 при $T = 300 \text{ K}$.

1.2.30 Обчислити за допомогою формули Планка при $T = 1000 \text{ K}$: а) найбільш вірогідну енергію фотонів; б) середню енергію фотонів.

1.2.31 Показати, що кількість фотонів теплового випромінювання, які падають в одиницю часу на одиничну площу стінки посудини, дорівнює $nc/4$, де c - швидкість світла, n - концентрація фотонів. Переконатися, що добуток цієї величини на середню енергію фотона дорівнює енергетичній світності M .

Корпускулярні властивості електромагнітного випромінювання

1.2.32 Знайти густину потоку фотонів на відстані $r = 1,0 \text{ м}$ від точкового ізотропного джерела світла потужністю $P = 1,0 \text{ Вт}$, якщо світло: а) моноенергетичне з довжиною хвилі $\lambda = 0,50 \text{ мкм}$; б) містить дві спектральні лінії з довжинами хвиль $\lambda_1 = 0,70 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,40 \text{ мкм}$, інтенсивності яких відносяться як 1:2, відповідно.

1.2.33 Довжини хвиль фотонів дорівнюють $0,50 \text{ мкм}$, $0,25 \text{ нм}$ і $2,0 \text{ нм}$. Обчислити їх імпульси в еВ/с , де c - швидкість світла.

1.2.34 При якому значенні швидкості електрона його імпульс дорівнює імпульсу фотона з довжиною хвилі $\lambda = 1,00 \text{ нм}$?

1.2.35 Знайти довжину хвилі фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу електрона з кінетичною енергією $K = 0,30 \text{ МеВ}$.

1.2.36 Показати за допомогою корпускулярних уявлень, що імпульс, який переноситься за одиницю часу плоским потоком електромагнітного випромінювання потужністю P , не залежить від спектрального складу цього випромінювання. Чому він дорівнює?

1.2.37 Лазер випромінює в імпульсі тривалістю $\tau = 0,13 \text{ мс}$ вузький пучок світла з енергією $E = 10 \text{ Дж}$. Знайти середній за час τ тиск такого пучка світла, якщо його сфокусувати в пляму діаметром $d = 10 \text{ мкм}$ на поверхні, перпендикулярній пучку, з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,50$.

1.2.38 Короткий імпульс світла з енергією $E = 7,5 \text{ Дж}$ падає на дзеркальну пластинку з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,60$. Кут падіння $\theta = 30^\circ$. Знайти імпульс, переданий пластинці.

1.2.39 Знайти за допомогою корпускулярних уявлень силу світлового тиску, яку надає плоский світловий потік з інтенсивністю $I = 1,0 \text{ Вт/см}^2$ на плоску дзеркальну поверхню, якщо кут падіння $\vartheta = 30^\circ$ і площа освітлюваної поверхні $S = 10 \text{ см}^2$.

1.2.40 Плоский світловий потік інтенсивністю $I (\text{Вт/см}^2)$ освітлює одну половину кулі з дзеркальною поверхнею. Радіус кулі R . Знайти за допомогою корпускулярних уявлень силу світлового тиску, яка діє на кулю.

1.2.41 Світловий потік інтенсивністю $I (\text{Вт/см}^2)$ падає нормально на плоску абсолютно матову поверхню. Площа освітлюваної поверхні S , коефіцієнт відбивання - одиниця. Знайти за допомогою корпускулярних уявлень силу світлового тиску.

1.2.42 Над центром круглої абсолютно дзеркальної пластинки радіусом R знаходиться точкове джерело світла потужністю P . Відстань між джерелом і пластинкою l . Знайти за допомогою корпускулярних уявлень силу світлового тиску, яка діє на пластинку.

1.2.43 Фотон випромінюється з поверхні зірки, маса якої M і радіус R . Вважаючи, що фотон має масу з властивими їй гравітаційними властивостями, знайти відносне зменшення його енергії на великій відстані від зірки. Обчислити гравітаційний зсув довжини хвилі $\Delta\lambda/\lambda$ випромінювання, що випускається з поверхні: а) Сонця, у якого $M = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ і $R = 7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$; б) нейтронної зірки, маса якої дорівнює масі Сонця, а середня густина перевищує сонячну в 10^{14} разів.

1.2.44 Знайти довжину хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра, якщо відомо, що після збільшення напруги на рентгенівській трубці в $n = 2,0$ рази ця довжина хвилі змінилася на $\Delta\lambda = 50 \text{ нм}$.

1.2.45 Визначити напругу на рентгенівській трубці, якщо відомо, що дзеркальне відбиття вузького пучка її випромінювання від природної грані монокристала NaCl спостерігається при зменшенні кута ковзання аж до $\alpha = 4,1^\circ$. Відповідна міжплощинна відстань $d = 281 \text{ пм}$.

1.2.46 Обчислити швидкість електронів, що підлітають до антикатада рентгенівської трубки, якщо довжина хвилі короткохвильової межі суцільного рентгенівського спектра $\lambda_{\min} = 15,7 \text{ нм}$.

1.2.47 У суцільному рентгенівському спектрі інтенсивність I випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 50 \text{ нм}$ залежить від напруги U на рентгенівській трубці таким чином:

$U, \text{ кВ}$	29	28	27	26
$I, \text{ відн. од.}$	9,0	6,0	3,5	1,7.

Обчислити за допомогою відповідного графіка сталу Планка h .

1.2.48 Знайти найбільш вірогідну довжину хвилі гальмівного рентгенівського випромінювання із спектральним розподілом $I_{\omega} = A(\omega_{\max} - \omega)$, де A - стала, $\omega_{\max}$ - гранична частота спектра. Напруга на трубі $U = 31 \text{ кВ}$.

1.2.49 Обчислити за допомогою таблиць додатка: а) довжини хвиль червоної межі фотоефекту для цезію і платини; б) максимальні швидкості фотоелектронів, що вивільнюються з поверхні цинку, срібла і нікелю електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі 270 нм .

1.2.50 Знайти роботу виходу з поверхні деякого металу, якщо при почерговому освітленні його електромагнітним випромінюванням з довжинами хвиль $\lambda_1 = 0,35 \text{ мкм}$ і $\lambda_2 = 0,54 \text{ мкм}$ максимальні швидкості фотоелектронів відрізняються в $n = 2,0$ раза.

1.2.51 Мідну кульку, віддалену від інших тіл, опромінюють електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 200 \text{ нм}$. До якого максимального потенціалу заряджатиметься кулька?

1.2.52 При деякому максимальному значенні затримуючої різниці потенціалів фотострум з поверхні літію, що освітлюється електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі λ_0 , припиняється. Змінивши довжину хвилі випромінювання в $n = 1,5$ раза, встановили, що для припинення фотоструму необхідно збільшити затримуючу різницю потенціалів в $n = 2,0$ раза. Обчислити λ_0 .

1.2.53 Знайти максимальну кінетичну енергію фотоелектронів, що вириваються з поверхні літію електромагнітним випромінюванням, напруженість електричної складової якого змінюється згідно із законом $E = a(1 + \cos \omega t) \cos \omega_0 t$, де a - стала, $\omega = 6,0 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 = 3,60 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

1.2.54 Електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 50 \text{ нм}$ вириває з поверхні титану фотоелектрони, котрі потрапляють в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 15 \text{ Гн}$, яке паралельне поверхні даного металу. Знайти максимальний радіус кривизни $\rho_{\max}$ фотоелектронів, які вилітають перпендикулярно до магнітного поля.

1.2.55 Струм, що виникає в електричному колі вакуумного фотоелемента при освітленні цинкового електрода електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі 262 нм , припиняється, коли зовнішня затримуюча різниця потенціалів досягає значення $U_0 = 1,5 \text{ В}$. Визначити значення і полярність зовнішньої контактної різниці потенціалів даного фотоелемента.

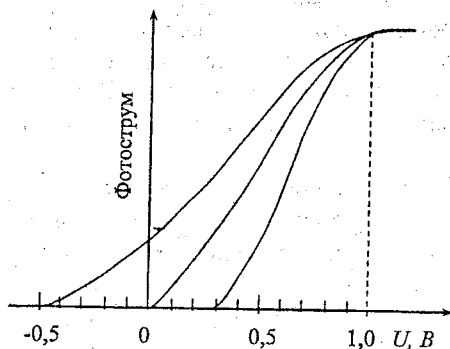


Рисунок 1.2 – Залежність фотоструму від напруги

1.2.56 Нікелеву кульку, що відіграє роль внутрішнього електрода сферичного вакуумного фотоелемента, освітлюють моноенергетичним електромагнітним випромінюванням різних довжин хвиль. Отримані графіки залежності фотоструму від напруги показані на рис. 1.2. Знайти за допомогою цих графіків відповідні довжини хвиль.

1.2.57 Червона границя при двофотонному фотоелекті на деякому катоді дорівнює $\lambda_0 = 580 \text{ нм}$. Знайти максимальну кінетичну енергію електронів, що вилітають з цього катода при трифотонному фотоелекті на довжині хвилі $\lambda = 650 \text{ нм}$.

1.2.58 Фотон з довжиною хвилі $\lambda = 17,0 \text{ нм}$ вириває з атома, що знаходиться в стані спокою, електрон, енергія зв'язку якого $E = 69,3 \text{ кеВ}$. Знайти імпульс, переданий атому в результаті цього процесу, якщо електрон вилетів під прямим кутом до напрямку налітаючого фотона.

1.2.59 Скориставшись законами збереження, показати, що вільний електрон не може поглинути фотон.

1.2.60 Пояснити такі особливості ефекту Комптона:

а) необхідність використовувати достатньо короткохвильове рентгенівське випромінювання для перевірки формули комптонівського зсуву; б) незалежність величини зсуву від роду речовини; в) наявність незміщеної компоненти в розсіяному випромінюванні; г) збільшення інтенсивності зміщеної компоненти розсіяного випромінювання із зменшенням атомного номера речовини, а також із зростанням кута розсіювання; д) розширення обох компонент розсіяного випромінювання.

1.2.61 Вузкий пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі λ падає на речовину, що його розсіює. Знайти λ , якщо довжини хвиль зміщених складових випромінювання, розсіяного під кутами $\varphi_1 = 60^\circ$ і $\varphi_2 = 120^\circ$, відрізняються один від одного в $n = 2,0$ раза.

1.2.62 Фотон з довжиною хвилі $\lambda = 3,64 \text{ нм}$ розсіявся на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою, так, що кінетична енергія віддачі електрона склала 25% від енергії фотона, що налетів. Знайти: а) комптонівський зсув довжини хвилі розсіяного фотона; б) кут ϑ , під яким розсіявся фотон.

1.2.63 Фотон з енергією $h\nu$ розсіявся під кутом ϑ на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою. Визначити кут φ , під яким вилетів електрон віддачі (відносно напрямку фотона, що налетів).

1.2.64 Знайти, під якими кутами φ до напрямку падаючих фотонів можуть вилетати комптонівські електрони з імпульсом p .

1.2.65 Фотон з енергією $h\nu = 0,46 \text{ MeV}$ розсіявся під кутом $\vartheta = 120^\circ$ на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою. Знайти: а) енергію розсіяного фотона; б) енергію, яка передана електрону.

1.2.66 Фотон з імпульсом $p = 60 \text{ кеВ/с}$ (c - швидкість світла), відчувши комптонівське розсіювання під кутом $\vartheta = 120^\circ$ на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою, вирвав потім з атома молибдену електрон, енергія зв'язку якого $E_{cs} = 20,0 \text{ кеВ}$. Знайти кінетичну енергію фотоелектрона.

1.2.67 При опромінуванні речовини рентгенівським випромінюванням з довжиною хвилі λ виявлено, що максимальна кінетична енергія комптонівських електронів $K_{\max} = 0,44 \text{ MeV}$. Визначити λ .

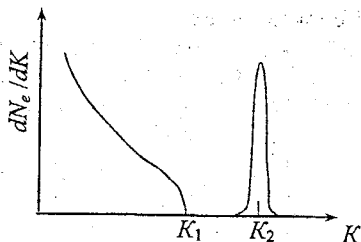


Рисунок 1.3 – Енергетичний спектр електронів

1.2.68 На рис. 1.3 показаний енергетичний спектр електронів, які вилітають із зразка одного з легких елементів при опромінуванні його жорстким моноенергетичним рентгенівським випромінюванням, що ідеалізується (K – кінетична енергія електронів). Пояснити характер спектра. Знайти довжину хвилі рентгенівського випромінювання, а також значення K_1 і K_2 , якщо $K_1 - K_2 = 180 \text{ кеВ}$.

1.2.69 Фотон розсіявся на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою. Знайти імпульс налітаючого фотона, якщо енергія розсіяного фотона дорівнює кінетичній енергії електрона, що відбивається під кутом 90° між напрямками їх розльоту.

1.2.70 В результаті зіткнення фотона з вільним електроном, що знаходиться в стані спокою, кути, під якими розсіявся фотон і відлетів електрон відбиття, виявилися однаковими і кут між напрямками їх розльоту $\vartheta = 100^\circ$. Знайти довжину хвилі налітаючого фотона.

1.2.71 Знайти енергію налітаючого фотона, якщо відомо, що при розсіянні під кутом $\vartheta = 60^\circ$ на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою, останній отримав кінетичну енергію $K = 450 \text{ кеВ}$.

1.2.72 Фотон з енергією $h\omega = 1,00 \text{ МеВ}$ розсіявся на вільному електроні, що знаходиться в стані спокою. Знайти кінетичну енергію електрона віддачі, якщо в результаті розсіяння довжина хвилі фотона змінилася на $\eta = 25\%$.

1.2.73 Фотон з енергією, що перевищує енергію спокою електрона в $n = 1,5$ раз, зіткнувся з вільним електроном, що знаходиться в стані спокою в однорідному магнітному полі. В результаті електрон віддачі почав рухатися по колу радіусом $R = 2,9 \text{ см}$. Знайти індукцію магнітного поля.

1.2.74 Фотон з енергією $h\omega$ зіткнувся з електроном, який рухався йому назустріч. В результаті зіткнення напрямок руху фотона змінився на протилежний, а його енергія не змінилась. Знайти швидкість електрона до і після зіткнення.

1.2.75 Фотон з довжиною хвилі $\lambda = 4,2 \text{ нм}$ відчув лобове зіткнення з електроном, що рухався йому назустріч із швидкістю v . Знайти v , якщо після зіткнення фотон рухається у зворотному напрямку з тією ж довжиною хвилі.

1.2.76 Фотон з енергією ε відчув лобове зіткнення з електроном, що рухався йому назустріч з кінетичною енергією K . Знайти енергію фотона після зіткнення, якщо він рухається у зворотному напрямку, за умови, що $K \gg mc^2$, де m – маса електрона.

1.2.77 При зіткненні з релятивістським електроном фотон розсіявся на кут $\vartheta = 60^\circ$, а електрон зупинився. Знайти: а) комптонівський зсув довжини хвилі розсіяного фотона; б) кінетичну енергію електрона до зіткнення, якщо енергія налітаючого фотона складає $\eta = 1,0$ від енергії спокою електрона.

1.2.78 Збуджений атом, що рухався з нерелятивістською швидкістю v , випромінив фотон під кутом ϑ до первинного напрямку свого руху. Знайти за допомогою законів збереження відносний зсув частоти фотона, обумовлений відбиттям атома.

1.2.79 Заряджена частинка, рівномірно рухається в середовищі з показником заломлення n , випромінює світло, якщо її швидкість v перевищує фазову швидкість світла c' в цьому середовищі (ефект Вавилова - Черенкова). Показати за допомогою законів збереження, що кут, під яким відбувається випромінювання світла, визначається виразом $\cos \vartheta = c'/v$. Мати на увазі, що імпульс фотона в середовищі дорівнює $\hbar\omega/c'$.

1.2.80 Обчислити порогову кінетичну енергію електрона і протона, за якої виникає випромінювання Вавилова - Черенкова в середовищі з показником заломлення $n = 1,60$.

1.2.81 Знайти кінетичну енергію електронів, які, проходячи середовище з показником заломлення $n = 1,50$, випромінюють світло під кутом $\vartheta = 30^\circ$ до напрямку свого руху.

Модель атома Резерфорда-Бора

1.2.82 На яку мінімальну відстань наблизиться α -частинка з кінетичною енергією $K = 40 \text{ кеВ}$ (при лобовому зіткненні): а) до ядра атома свинцю, що знаходиться в стані спокою; б) до ядра ${}^7\text{Li}$, який спочатку знаходився в стані спокою?

1.2.83 Вивести за допомогою законів збереження формулу (1.7).

1.2.84 Альфа-частинка з імпульсом $53 \text{ МеВ}/c$ (c - швидкість світла) розсіялася під кутом 60° в кулонівському полі нерухомого ядра атома урану. Знайти прицільний параметр.

1.2.85 Альфа-частинка з кінетичною енергією K налітає з прицільним параметром 90 на ядро атома свинцю, що знаходиться в стані спокою. Знайти: а) модуль приросту вектора імпульсу розсіяної α -частинки, якщо $K = 2,3 \text{ МеВ}$; б) при якому значенні K модуль приросту вектора імпульсу розсіяної α -частинки буде максимальним для даного прицільного параметра. Який при цьому буде кут розсіювання?

1.2.86 Знайти мінімальну відстань, на яку протон з кінетичною енергією $K = 0,87 \text{ МеВ}$ наблизиться до ядра атома ртуті, що знаходиться в стані спокою, при розсіянні на кут $\vartheta = 90^\circ$. Порівняти цю відстань з відповідним значенням прицільного параметра.

1.2.87 Отримати з формули (1.7) вираз для відносного числа α -частинок, розсіяних в інтервалі кутів $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ і відповідного диференціального перерізу ядра.

1.2.88 Вузький пучок протонів з кінетичною енергією $K = 100 \text{ кеВ}$ падає нормально на золоту фольгу товщиною $\rho d = 1,0 \text{ мг/см}^2$. Протони, розсіяні під кутом $\vartheta = 60^\circ$, реєструє лічильник, круглий вхідний отвір якого має площу $S = 1,0 \text{ см}^2$, знаходиться від розсіюючої ділянки фольги на відстані $l = 10 \text{ см}$ і орієнтований перпендикулярно до падаючих на

нього протонів. Яка частка розсіяних протонів потрапляє в отвір лічильника?

1.2.89 Обчислити переріз ядра атома золота, що відповідає розсіянню протонів з кінетичною енергією $K = 1,20 \text{ MeV}$ в інтервалі кутів від $\vartheta = 60^\circ$ до 180° .

1.2.90 Альфа-частинки з кінетичною енергією $K = 1,70 \text{ MeV}$ розсіюються кулонівським полем ядер атомів свинцю. Визначити диференціальні перерізи цих ядер $d\sigma/d\vartheta$ і $d\sigma/d\Omega$, що відповідають розсіянню на кут $\vartheta = 90^\circ$.

1.2.91 Диференціальний переріз розсіяння α -частинок кулонівським полем нерухомого ядра $d\sigma/d\Omega = 7,0 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^2/\text{sr}$ для кута $\vartheta_0 = 30^\circ$. Обчислити перетин розсіяння α -частинок в інтервалі кутів $\vartheta > \vartheta_0$.

1.2.92 Знайти вірогідність того, що α -частинка з кінетичною енергією $K = 3,0 \text{ MeV}$ при проходженні свинцевої фольги товщиною $1,5 \text{ мкм}$ розсіється в інтервалі кутів: а) $59^\circ - 61^\circ$; б) $60^\circ - 90^\circ$.

1.2.93 Вузький пучок α -частинок з кінетичною енергією $K = 1,00 \text{ MeV}$ падає нормально на золоту фольгу товщиною $d = 1,0 \text{ мкм}$. Потік частинок $I = 3,6 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}$. Знайти число α -частинок, розсіяних фольгою протягом $\tau = 2,0 \text{ хв}$ під кутами: а) в інтервалі $59^\circ - 61^\circ$; б) що перевищують $\vartheta_0 = 60^\circ$.

1.2.94 Знайти в умовах попереднього завдання число α -частинок, що розсіюються фольгою щомиті під кутами, меншими за $\vartheta_0 = 10^\circ$. Передбачається, що формула Резерфорда поблизу цього значення кута ϑ_0 ще справедлива.

1.2.95 Вузький пучок протонів з кінетичною енергією $K = 1,0 \text{ MeV}$ падає нормально на латунну фольгу завтовшки $pd = 1,5 \text{ мг/см}^2$. Знайти відносну кількість протонів, що розсіюються на кути більше за $\vartheta_0 = 30^\circ$, якщо масове відношення міді і цинку у фользі дорівнює відповідно 7:3.

1.2.96 Вузький пучок моноенергетичних α -частинок падає нормально на свинцеву фольгу завтовшки $2,2 \text{ мг/см}^2$. При цьому $\eta = 1,6 \cdot 10^{-3}$ - частина первинного потоку, що розсіюється під кутами $\vartheta > 20^\circ$. Знайти диференціальний переріз $d\sigma/d\Omega$ ядра свинцю, що відповідає куту розсіювання $\vartheta = 60^\circ$.

1.2.97 Дайте оцінку часу, за який електрон, що рухається навколо ядра атома водню по орбіті радіусом $0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, впав би на ядро, якби він втрачав енергію на випромінювання відповідно до класичної теорії:

$$-dE/dt = \delta \cdot (2e^2/c^2)a^2,$$

де a - прискорення електрона, e - його заряд, c - швидкість світла, $\delta = 1$ (СГС) або $1/4\pi\epsilon_0$ (СІ). Для простоти вважати, що у будь-який момент часу падіння електрон рухається рівномірно по колу відпов...

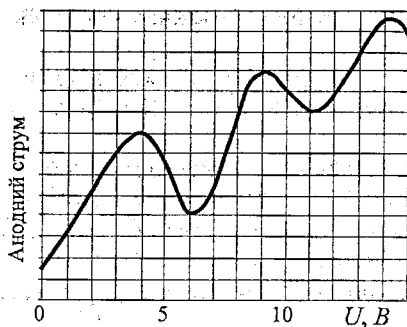


Рисунок 1.4 – Вольт-амперна характеристика з дослідів Франка і Герца

1.2.98 На рис. 1.4 показана вольт-амперна характеристика, отримана в дослідях Франка і Герца із вивчення непружних зіткнень електронів з атомами парів ртуті. Знайти за допомогою цього графіка перший потенціал збудження атома ртуті і довжину хвилі випромінювання.

1.2.99 Частинка масою m рухається по круговій орбіті в центрально-симетричному потенціальному полі $U = \kappa r^2/2$. Знайти за допомогою борівської умови квантування дозволені радіуси орбіт і рівні енергії частинки.

1.2.100 Визначити для воднеподібного іона радіус n -ї борівської орбіти і швидкість електрона на ній. Обчислити ці величини для першої борівської орбіти атома водню і іонів He^+ і Li^{++} .

1.2.101 Знайти для воднеподібних іонів кінетичну енергію K електрона і його енергію зв'язку $E_{зв}$ в основному стані, а також потенціал іонізації. Обчислити ці величини для атома водню і іонів He^+ і Li^{++} .

1.2.102 Визначити перший потенціал збудження ϕ_1 і довжину хвилі резонансної лінії (головної лінії серії Лаймана) для атома водню і іонів He^+ і Li^{++} .

1.2.103 На скільки електрон-вольт треба збільшити внутрішню енергію іона He^+ , що знаходиться в основному стані, щоб він зміг випромінювати фотон, який відповідає головній лінії серії Бальмера?

1.2.104 Показати, що частота ω фотона, яка відповідає переходу електрона між сусідніми орбітами воднеподібних іонів, задовольняє нерівність $\omega_n > \omega > \omega_{n+1}$, де ω_n і ω_{n+1} – частоти обертання електрона на цих орбітах. Переконатися, що $\omega \rightarrow \omega_n$ при $n \rightarrow \infty$.

1.2.105 У спектрі деяких воднеподібних іонів відомі довжини хвиль трьох ліній, що належать одній і тій самій серії: 99,2; 108,5 і 121,5 нм. Які спектральні лінії можна передбачити за допомогою цих ліній?

1.2.106 Обчислити довжину хвилі λ спектральної лінії атомарного водню, частота якої дорівнює різниці частот наступних двох ліній серії Лаймана: $\lambda_1 = 102,60$ нм і $\lambda_2 = 97,27$ нм. Якій серії належить дана лінія?

1.2.107 Обчислити для атомарного водню: а) довжини хвиль перших трьох спектральних ліній серії Бальмера; б) мінімальну роздільну здатність $\lambda/\delta\lambda$ спектрального приладу, за якої можна розділити перші $N = 20$ ліній серії Бальмера.

1.2.108 Атомарний водень збуджують на n -й енергетичний рівень. Визначити: а) довжини хвиль ліній, що випромінюють, якщо $n = 4$; до яких серій належать ці лінії? б) скільки ліній випромінює водень, якщо $n = 10$?

1.2.109 Які лінії містить спектр поглинання атомарного водню в діапазоні довжин хвиль від 96,0 до 130,0 нм?

1.2.110 Визначити квантове число n збудженого стану атома водню, якщо відомо, що при переході в основний стан атом випромінював: а) фотон з довжиною хвилі $\lambda = 97,25$ нм; б) два фотони з $\lambda_1 = 656,3$ нм і $\lambda_2 = 121,6$ нм.

1.2.111 У якого воднеподібного іона різниця довжин хвиль головних ліній серії Бальмера і Лаймана дорівнює 59,3 нм?

1.2.112 У спектрі деяких воднеподібних іонів довжина хвилі третьої лінії серії Бальмера дорівнює 108,5 нм? Знайти енергію зв'язку електрона в основному стані цих іонів.

1.2.113 Енергія зв'язку електрона в атомі гелію дорівнює $E_0 = 24,6$ еВ. Знайти енергію, необхідну для видалення обох електронів з цього атома.

1.2.114 Обчислити швидкість електронів, які вириваються електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 18,0$ нм з іонів He^+ , що знаходяться в основному стані.

1.2.115 З якою мінімальною швидкістю повинен рухатись атом водню, щоб в результаті непружного лобового зіткнення з іншим атомом водню, що знаходиться в стані спокою, один з них випустив фотон? До зіткнення обидва атоми знаходилися в основному стані.

1.2.116 Атом водню, що рухався із швидкістю $v_0 = 3,26$ м/с, випромінює фотон, що відповідає переходу з першого збудженого стану в основний. Знайти кут φ між напрямком вильоту фотона і первинним напрямком руху атома, якщо кінетична енергія атома залишилася незмінною.

1.2.117 Визначити швидкість, яку набув атом водню, що знаходиться в стані спокою, в результаті випромінювання фотона при переході з першого збудженого стану в основний. На скільки відсотків відрізняється енергія випроміненого фотона від енергії даного переходу?

1.2.118 При спостереженні випромінювання пучка збуджених атомів водню під кутом $\vartheta = 45^\circ$ до напрямку їх руху довжина хвилі резонансної лінії виявилася зміщеною на $\Delta\lambda = 0,20$ нм. Знайти швидкість атомів водню.

1.2.119 З якою мінімальною швидкістю повинні наближатися іон He^+ і атом водню, щоб випромінений іоном He^+ фотон, який відповідає головній лінії серії Бальмера, зміг привести в збуджений стан атом водню з основного стану? Використовувати точну формулу доплерівського ефекту.

1.2.120 Згідно з постулатом Бора-Зоммерфельда, при періодичному русі частинки в потенціальному полі повинно виконуватися наступне правило квантування: $\oint p dq = 2\pi\hbar n$, де q і p - узагальнена координата і імпульс, n - ціле число. Знайти за допомогою цього правила дозволені значення енергії E частинки масою m , яка рухається: а) в одновимірній прямокутній потенціальній ямі шириною l з нескінченно високими стінками; б) по колу радіусу r ; в) в одновимірному потенціальному полі $U = \aleph x^2/2$, де $\aleph$ - позитивна стала; г) по круговій орбіті в центральному полі, де потенціальна енергія частинки $U = -\alpha/r$, α - позитивна стала.

1.2.121 Враховуючи рух ядра атома водню і борівську умову квантування, знайти: а) можливі відстані між електроном і ядром; б) енергію зв'язку електрона; в) на скільки відсотків відрізняється енергія зв'язку і стала Рідберга, отримані без урахування руху ядра від відповідних уточнених значень цих величин.

1.2.122 Обчислити відношення маси протона до маси електрона, якщо відомо, що відношення постійних Рідберга для важкого і легкого водню $\eta = 1,000272$, а відношення мас ядер $n = 2,00$.

1.2.123 Знайти для атомів легкого і важкого водню різницю: а) енергій зв'язку електронів в основних станах; б) перших потенціалів збудження; в) довжин хвиль резонансних ліній.

1.2.124 Обчислити для мезоатома водню (у ньому замість електрона рухається мезон, що має такий самий заряд, але масу в 207 разів більшу): а) відстань між мезоном і ядром в основному стані; б) довжину хвилі резонансної лінії; в) енергії зв'язку основних станів мезоатомів водню, ядра яких протон і дейтрон.

2 ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК

2.1 Короткі теоретичні відомості

Співвідношення де Бройля для енергії і імпульсу (impulse) частинки:

$$E = \hbar\omega, \quad p = \hbar k \quad (2.1)$$

де ω - частота дебройлівської хвилі;

$$k = 2\pi / \lambda.$$

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar. \quad (2.2)$$

Нестационарне і стаціонарне рівняння Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi, \quad \nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0, \quad (2.3)$$

де Ψ - повна хвильова функція;

ψ - її координатна частина;

∇^2 - оператор Лапласа;

E і U - повна і потенціальна енергії.

Квантовий гармонічний осцилятор (harmonic oscillator). Власні значення енергії E_n і власні функції Ψ_n частинки масою m в одновимірному потенціальному полі $U(x) = \frac{1}{2} \kappa x^2$:

$$\begin{aligned} E_n &= \hbar\omega(n + 1/2), n = 0, 1, 2, \dots, \omega\sqrt{\kappa/m}; \\ \psi_0 &= A_0 \exp(-\alpha^2 x^2 / 2), \psi_1 = A_1 \exp(-\alpha^2 x^2 / 2); \\ \psi_2 &= A_2 \exp(-\alpha^2 x^2 / 2) \dots, \end{aligned} \quad (2.4)$$

де A_0, A_1, A_2 - коефіцієнти нормувань;

$$\alpha^2 = \sqrt{\kappa m / \hbar}.$$

Коефіцієнт прозорості D потенціального бар'єра $U(x)$:

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U - E)} dx\right) \quad (2.5)$$

де x_1 і x_2 - координати точок, між якими $U > E$.

2.2 Питання та задачі

Хвилі де Бройля

2.2.1 Обчислити дебройлівську довжину хвилі електрона і протона, які рухаються з кінетичною енергією $1,00 \text{ кеВ}$. За яких значень їх кінетичної енергії довжина хвилі буде дорівнювати 100 нм ?

2.2.2 При збільшенні енергії електрона на $\Delta E = 200 \text{ еВ}$ його дебройлівська довжина хвилі змінилася в $n = 2,0$ раза. Знайти початкову довжину хвилі електрона.

2.2.3 Знайти довжину хвилі молекул водню, які рухаються з найбільш вірогідною швидкістю в газі при температурі 0°C .

2.2.4 Визначити кінетичну енергію протона, довжина хвилі якого така ж, як у α -частинок з $B\rho = 25 \text{ кГс} \cdot \text{см}$, де B - магнітна індукція, ρ - радіус кривизни траєкторії (кола).

2.2.5 Яку додаткову енергію необхідно надати електрону з імпульсом $15,0 \text{ кеВ/с}$ (c - швидкість світла), щоб його довжина хвилі стала дорівнювати 50 нм ?

2.2.6 Протон з довжиною хвилі $\lambda = 1,7 \text{ нм}$ пружно розсіявся під кутом 90° на частинці, що знаходиться в стані спокою, маса якої в $n = 4,0$ раза більше за масу протона. Визначити довжину хвилі розсіяного протона.

2.2.7 Нейтрон з кінетичною енергією $K = 0,25 \text{ еВ}$ зіткнувся з ядром атома ${}^4\text{He}$, що спочатку знаходився в стані спокою. Знайти довжини хвиль обох частинок в їх Ц-системі до і після зіткнення.

2.2.8 Два атоми, ${}^1\text{H}$ і ${}^4\text{He}$, рухаються в одному напрямку, причому довжина хвилі кожного атома $\lambda = 60 \text{ нм}$. Знайти довжини хвиль обох атомів в їх Ц-системі.

2.2.9 Дві однакові частинки рухаються з нерелятивістськими швидкостями перпендикулярно одна одній. Довжини хвиль частинок дорівнюють λ_1 і λ_2 . Знайти довжину хвилі кожної частинки в їх Ц-системі.

2.2.10 Релятивістська частинка масою m рухається з кінетичною енергією K . Знайти: а) дебройлівську довжину хвилі частинки; б) значення K , при яких похибка в довжині хвилі, яка визначається за нерелятивістською формулою, не перевищує одного відсотка для електрона, для протона.

2.2.11 Знайти кінетичну енергію, за якої дебройлівська довжина хвилі електрона дорівнює його комптонівській довжині хвилі.

2.2.12 На яку кінетичну енергію повинен бути розрахований прискорювач заряджених частинок з масою m , щоб можна було досліджувати структури з лінійними розмірами l ? Вирішити це питання для електронів і протонів, якщо $l \sim 1 \text{ фм}$.

2.2.13 Обчислити довжину хвилі релятивістських електронів, що підлітають до антикатада рентгенівської трубки, якщо довжина хвилі короткохвильової границі суцільного рентгенівського спектра дорівнює $\lambda_k = 10,0 \text{ нм}$.

2.2.14 Скориставшись формулою розподілу Максвелла, знайти функцію розподілу молекул газу за дебройлівськими довжинами хвиль, а також їх найбільш вірогідну довжину хвилі. Маса кожної молекули m , температура газу T . Визначити найбільш вірогідну довжину хвилі молекул водню при $T = 300 \text{ К}$.

2.2.15 Функція розподілу атомів за швидкостями в пучку має вигляд

$$f(u) \sim u^3 \exp(-u^2)$$

де u – відношення швидкості атома в пучку до найбільш вірогідної швидкості $v_{\text{впр}}$ в джерелі, $v_{\text{впр}} = \sqrt{2kT/m}$. Знайти функцію розподілу за дебройлівськими довжинами хвиль. Обчислити найбільш вірогідну довжину хвилі в пучку атомів гелію при температурі джерела 300 К .

2.2.16 Потік моноенергетичних електронів падає нормально на діафрагму з вузькою щілиною шириною $b = 2,0 \text{ мкм}$. Знайти швидкість електронів, якщо на екрані, віддаленому від щілини на $l = 50 \text{ см}$, ширина центрального дифракційного максимуму $\Delta x = 0,36 \text{ мм}$.

2.2.17 Знайти кінетичну енергію електронів, які падають нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, якщо на екрані, віддаленому від діафрагми на $l = 75 \text{ см}$, відстань між сусідніми максимумами $\Delta x = 7,5 \text{ мкм}$. Відстань між щілинами $d = 25 \text{ мкм}$.

2.2.18 Вузький пучок моноенергетичних електронів падає під кутом ковзання $\vartheta = 30^\circ$ на природну грань монокристала алюмінію. Відстань між сусідніми кристалічними площинами, паралельними цій грані монокристала, $d = 0,20 \text{ нм}$. При деякій прискорюючій напрузі U_0 спостерігали максимум дзеркального відбиття. Знайти U_0 , якщо відомо, що наступний максимум дзеркального відбиття виникав при збільшенні прискорюючої напруги U_0 в $n = 2,25$ раз.

2.2.19 Пучок електронів з кінетичною енергією $K = 180 \text{ еВ}$ падає нормально на поверхню монокристала нікелю. У напрямку, що становить кут $\alpha = 55^\circ$ з нормаллю до поверхні, спостерігається максимум відбиття четвертого порядку. Знайти міжплощинну відстань, яка відповідає цьому віддзеркаленню.

2.2.20 Пучок електронів з кінетичною енергією $K = 10 \text{ кеВ}$ проходить через тонку полікристалічну фольгу і утворює систему дифракційних кілець на екрані, віддаленому від фольги на $10,0 \text{ см}$. Знайти міжплощинну відстань, для якої максимум відбиття третього порядку відповідає кільцю з радіусом $r = 1,6 \text{ см}$.

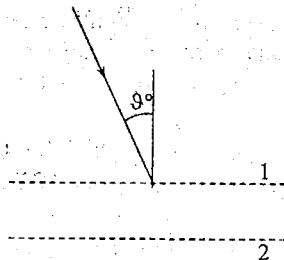


Рисунок 2.1 – Траєкторія падіння електронів на систему з двох паралельних сіток (до задачі 2.2.21)

2.2.21. Електрони з кінетичною енергією $K = 100 \text{ eV}$ падають під кутом $\vartheta = 30^\circ$ до нормалі (рис. 2.1) на систему з двох паралельних сіток, між якими є затримуюча різниця потенціалів $U = 51 \text{ В}$. Знайти: а) показник заломлення області 2 щодо області 1; б) значення $U = U_{\text{кр}}$ за якого дані електрони не пройдуть в область 2.

2.2.22. Пучок електронів, прискорених різницею потенціалів U , падає на поверхню нікелю, внутрішній потенціал якого $U_i = 15 \text{ В}$. Обчислити: а) показник заломлення нікелю при $U = 150 \text{ В}$; б) відношення U / U_i за якого показник заломлення відрізняється від одиниці не більше ніж на $1,0 \%$.

2.2.23 Пучок електронів з кінетичною енергією $K = 60 \text{ eV}$ падає на поверхню платини, внутрішній потенціал якої $U_i = 12 \text{ В}$. Кут падіння $\vartheta = 60^\circ$. Знайти кут заломлення.

2.2.24 Формула Брегга-Вульфа з урахуванням заломлення електронних хвиль в кристалі має такий вигляд: $2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \vartheta} = k\lambda$, де d - відстань між площинами, n - показник заломлення, ϑ - кут ковзання, k - порядок відбиття. Знайти за допомогою цієї формули внутрішній потенціал U_i монокристала срібла, якщо пучок електронів, прискорених різницею потенціалів $U = 85 \text{ В}$, утворює максимум 2-го порядку при дзеркальному відбитті від кристалічних площин з $d = 204 \text{ нм}$ під кутом $\vartheta = 30^\circ$.

2.2.25 Частинка масою m рухається в одновимірній прямокутній потенціальній ямі з нескінченно високими стінками. Ширина ями l . Знайти значення енергії частинки, маючи на увазі, що можливі лише такі стани, для яких у ямі укладається ціле число дебройлівських півхвиль.

2.2.26 Інтерпретувати квантові умови Бора на основі хвильових уявлень: показати, що стаціонарним борівським орбітам відповідає ціле число дебройлівських хвиль. Знайти довжину хвилі електрона на n -й орбіті.

2.2.27 Вважаючи, що хвильова функція $\Psi(x, t)$, яка описує рух частинки, є суперпозицією дебройлівських хвиль з однаковими амплітудами і хвильовими числами, що мало відрізняються один від одного, в інтервалі $(k_0 \pm \Delta k)$: а) перетворити $\Psi(x, t)$ до вигляду $\Psi(x, t) = A(x, t) \exp[i(\omega_0 t - k_0 x)]$; б) отримати вираз для швидкості переміщення даної групи хвиль, тобто максимуму функції $A(x, t)$.

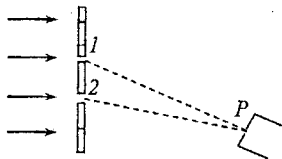


Рисунок 2.2 – Траєкторія падіння електронів на екран з двома щілинами (до задачі 2.2.29)

2.2.28 Показати, що групова швидкість хвильового пакета, відповідного вільно рухомій частинці, дорівнює швидкості самої частинки. Розглянути нерелятивістський і релятивістський випадки.

2.2.29 Потік електронів падає на екран з двома щілинами 1 і 2 (рис. 2.2). В точці P розташований вхідний отвір лічильника. Нехай ψ_1 – амплітуда хвилі, що досягла точки P , якщо відкрита тільки щілина 1, а ψ_2 – те ж, але якщо відкрита тільки щілина 2. Відношення $\psi_2/\psi_1 = n = 3,0$. Якщо відкрита тільки щілина 1, лічильник реєструє $N_1 = 100$ електронів за секунду. Скільки електронів щомілі реєструватиме лічильник, якщо: а) відкрита тільки щілина 2; б) відкрито обидві щілини і в точці P спостерігається інтерференційний максимум; в) те ж, що й в попередньому пункті, але в точці P – мінімум?

2.2.30 У деякий момент часу координатна частина хвильової функції має вигляд $\psi(x) = A \exp(ikx - x^2/4\sigma^2)$, де A , k , σ – сталі величини. Зобразити приблизний вигляд залежності: а) дійсної частини ψ від x ; б) $|\psi|^2$ від x .

2.2.31 Визначити розподіл щільності ймовірності місцезнаходження частинки і ефективний розмір області її локалізації, якщо стан частинки в даний момент описується хвильовою функцією $\Psi(x)$, що є суперпозицією дебройлівських хвиль з однаковими амплітудами a і хвильовими числами, що мало відрізняються один від одного в інтервалі $(k_0 \pm \Delta k)$.

2.2.32 Показати, що вимірювання координати x частинок за допомогою вузької щілини шириною b вносить невизначеність в їх імпульси Δp_x таку, що $\Delta x \Delta p_x \geq h$.

2.2.33 Потік електронів з дебройлівською довжиною хвилі $\lambda = 11 \text{ нм}$ падає нормально на прямокутну щілину шириною $b = 0,10 \text{ мм}$. Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей кутову ширину пучка за щілиною (у кутових градусах).

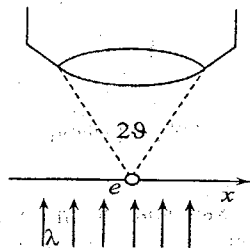


Рисунок 2.3 – Схема вимірювання координати частинки (до задачі 2.2.34)

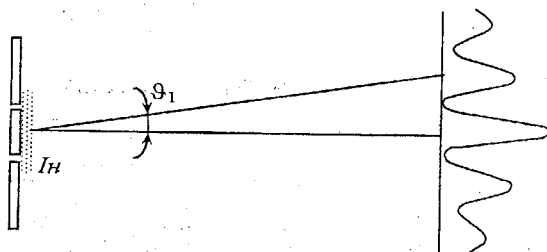


Рисунок 2.4 – Траєкторія падіння частинок на діафрагму з двома щілинами (до задачі 2.2.35)

2.2.34 Переконайтеся, що вимірювання координати x частинки за допомогою мікроскопа (рис. 2.3) вносить невизначеність до її імпульсу Δp_x таку, що $\Delta x \Delta p_x \geq h$. Мати на увазі, що похибка мікроскопа $d = \lambda / \sin \theta$, де λ – довжина хвилі світла, що використовується для вимірювання.

2.2.35 Плоский потік частинок падає нормально на діафрагму з двома вузькими щілинами, утворюючи на екрані дифракційну картину (рис. 2.4). Показати, що спроба визначити, через яку щілину пройшла та або інша частинка (наприклад, за допомогою введення індикатора I_H) призводить до руйнування дифракційної картини. Для простоти вважати кути дифракції малими.

2.2.36 Оцінити найменші похибки, з якими можна визначити швидкість електрона і протона, локалізованих в області розміром 1 нм .

2.2.37 Оцінити невизначеність швидкості електрона в атомі водню, вважаючи розмір атома приблизно $0,1 \text{ нм}$. Порівняти отримане значення із швидкістю електрона на першій борівській орбіті.

2.2.38 У деякий момент часу область локалізації вільного електрона становить $\Delta x_0 = 0,10$ нм. Оцінити ширину області локалізації цього електрона через проміжок часу $t = 1,0$ с.

2.2.39 Оцінити мінімальну кінетичну енергію електрона, локалізованого в області розміром $l = 0,10$ нм.

2.2.40 Електрон з кінетичною енергією $K = 10$ еВ локалізовано в області розміром $l = 1,0$ мкм. Оцінити відносну невизначеність швидкості електрона.

2.2.41 Частинка масою m локалізована в області розміром l . Оцінити кінетичну енергію частинки, за якої її відносна невизначеність буде приблизно 0,01.

2.2.42 Прямолінійна траєкторія частинки в камері Вільсона є ланцюжком малих крапель туману, розміри яких $d \approx 1$ мкм. Чи можна, спостерігаючи слід електрона з кінетичною енергією $K = 1$ кеВ, виявити відхилення в його русі від класичних законів?

2.2.43 Прискорююча напруга на електронно-променевій трубці $U \approx 10$ кВ. Відстань від електронної гармати до екрана $l \approx 20$ см. Оцінити невизначеність координати електрона на екрані, якщо слід електронного пучка на екрані має діаметр $d \approx 0,5$ мм.

2.2.44 Атом випромінив фотон з довжиною хвилі $\lambda = 0,58$ мкм за час $\tau \approx 10^{-8}$ с. Оцінити невизначеність Δx , з якою можна встановити координату фотона у напрямку його руху, а також відносну невизначеність його довжини хвилі.

2.2.45 Частинка знаходиться в одновимірній потенціальній ямі шириною l з нескінченно високими стінками. Оцінити силу тиску частинки на стінки при мінімально можливому значенні її енергії, яка дорівнює $E_{\min}$.

2.2.46 Оцінити мінімально можливу енергію E частинки масою m , яка рухається в одновимірному потенціальному полі $U(x) = \kappa x^2 / 2$ (гармонічний осцилятор з частотою $\omega = \sqrt{\kappa / m}$).

2.2.47 Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей енергію зв'язку електрона в основному стані атома водню і відповідну відстань електрона від ядра.

2.2.48 Оцінити мінімально можливу енергію електронів в атомі гелію і відповідну відстань електронів від ядра.

3 ЕЛЕКТРОННА ОБОЛОНКА АТОМА

3.1 Короткі теоретичні відомості

Спектральні позначення термів: $^{\xi}L_J$, де ξ – мультиплетність ($\xi = 2S+1$), L, S, J – квантові числа (quantum numbers)

$$L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots$$

символ: $S, P, D, F, G, H, I \dots$

Правила відбору квантових чисел S, L і J :

$$\Delta S = 0, \Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1, J = 0. \quad (3.1)$$

Терми атома (іона) з одним валентним електроном:

$$T = \frac{RZ_{\text{еф}}^2}{(n - \Delta)^2}, \quad (3.2)$$

де R – стала Рідберга;

$Z_{\text{еф}}$ – ефективний заряд (в одиницях e) атома (іона), в полі якого рухається зовнішній електрон;

n – головне квантове число валентного електрона;

Δ – квантовий дефект.

Схема рівнів такого атома (іона) показана на рис. 3.1 (без урахування тонкої структури).

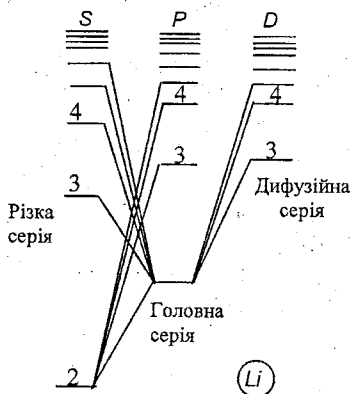


Рисунок 3.1 – Схема енергетичних рівнів атома (іона) з одним валентним електроном

Механічні моменти атома (орбітальний, спіновий і повний):

$$M_L = h\sqrt{L(L+1)}, \quad M_S = h\sqrt{S(S+1)}, \quad M_J = h\sqrt{J(J+1)}. \quad (3.3)$$

У завданнях цього розділу зв'язок між моментами передбачається нормальним, $L - S$ (спін-орбітальний зв'язок).

Правила Хунда:

– найменшу енергію має терм з максимальним значенням спіну S при даній електронній конфігурації і максимально можливим при цьому $S_{\max}$ значенням L ;

– для основного (нормального) терма $J = |L - S|$, якщо підоболонка заповнена менше ніж наполовину, і $J = L + S$ в інших випадках.

Еквівалентними називають електрони з однаковими квантовими числами.

Розподіл Больцмана:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (3.4)$$

де g_1 і g_2 – статистичні ваги (кратність виродження) рівнів 1 і 2.

Вірогідність радіаційних переходів між рівнями 1 і 2 ($E_2 > E_1$), тобто число переходів щомиті з розрахунку на один атом (Z/N), для спонтанного та індукованого випромінювання і поглинання:

$$Z_{21}^{sp} / N_2 = A_{21}, \quad Z_{21}^{ind} / N_2 = B_{21} u_\omega, \quad Z_{21}^{pos} / N_2 = B_{12} u_\omega, \quad (3.5)$$

де A_{21} , B_{21} , B_{12} – коефіцієнти Ейнштейна;

u_ω – спектральна густина випромінювання, що відповідає частоті ω переходу між даними рівнями.

Зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна:

$$B_{21} = \frac{g_1}{g_2} B_{12} = \frac{\pi^2 c^3}{h\omega^3} A_{21}. \quad (3.6)$$

Співвідношення між середнім часом життя τ і шириною Γ рівня:

$$\tau \Gamma \sim h. \quad (3.7)$$

Схема рентгенівських термів і переходів показана на рис. 3.2

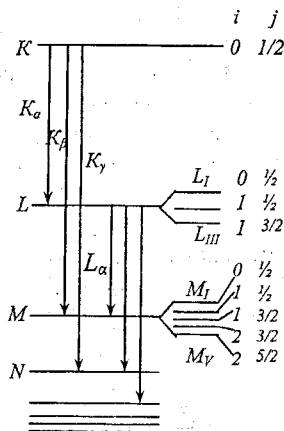


Рисунок 3.2 – Схема рентгенівських термів і переходів

Закон Мозлі для K_{α} -ліній:

$$\omega_{K_{\alpha}} = \frac{3}{4} R(Z - \sigma)^2, \quad (3.8)$$

де R – стала Рідберга,

Z – порядковий номер атома,

σ – поправка, яка для легких елементів дорівнює одиниці.

Магнітний момент атома і чинник (множник) Ланде:

$$\mu = g \sqrt{J(J+1)} \mu_B, \quad g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \quad (3.9)$$

де $\mu_B = eh/2mc$ (СГС) або $eh/2m$ (СІ) – магнетон Бору.

Формула зееманівського розщеплювання спектральних ліній:

$$\Delta\omega = (m_1 g_1 - m_2 g_2) \mu_B B / h,$$

де m_i і g_i – магнітні квантові числа і множники Ланде відповідних термів.

Позначення зееманівських компонент: π -компонента ($\Delta m = 0$), σ -компонента ($\Delta m = \pm 1$).

Правила відбору квантових чисел (окрім вказаних вище):

$$\Delta m_s = 0; \Delta m_L = 0, \pm 1; \Delta m_J = 0, \pm 1;$$

якщо $\Delta J = 0$, то перехід $m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$ не здійснюється.

3.2 Питання та задачі

Стан електронів в атомі

3.2.1 Визначити потенціал іонізації і перший потенціал збудження атома натрію, у якого квантові дефекти основного терма $3S$ і терма $3P$ дорівнюють відповідно 1,37 і 0,88.

3.2.2 Обчислити квантові дефекти S -, P - і D -термів атома літію, якщо відомо, що енергія зв'язку валентного електрона в основному стані дорівнює 5,39 eV , перший потенціал збудження 1,85 B і довжина хвилі головної лінії дифузійної серії 610 nm . Який з перерахованих термів найбільш близький до воднеподібних і чим це обумовлено?

3.2.3 Знайти енергію зв'язку валентного електрона в основному стані атома літію, якщо відомо, що довжини хвиль головної лінії різкої серії і її короткохвильової межі дорівнюють 813 і 349 nm .

3.2.4 Скільки спектральних ліній, дозволених правилами відбору, виникає під час переходу атомів літію в основний стан із стану: а) $4S$; б) $4P$?

3.2.5 Обчислити для іона Be^+ квантові дефекти S - і P -термів, а також довжину хвилі головної лінії різкої серії, якщо відомо, що довжини хвиль головної лінії головної серії і її короткохвильової границі дорівнюють 321,0 і 68,3 nm .

3.2.6 Терми атомів і іонів з одним валентним електроном можна подати у вигляді $T = R(Z - a)^2/n^2$, де S - заряд ядра (у одиницях e), a - поправка екранування, n - головне квантове число валентного електрона. Обчислити за допомогою цієї формули поправку a і квантове число n валентного електрона в основному стані атома літію, якщо відомо, що потенціали іонізації атома літію і іона Be^+ дорівнюють відповідно 5,39 та 17,0 B , а поправка a для них однакова.

3.2.7 Знайти розщеплення в електрон-вольтах рівня $4P$ атома калію, якщо відомо, що довжини хвиль компонент дублета резонансної лінії дорівнюють 769,898 і 766,491 nm . Порівняти отримане значення з енергією резонансного переходу.

3.2.8 Головна лінія різкої серії атомарного цезію є дублетом з довжинами хвиль 1469,5 і 1358,8 nm . Знайти частотні інтервали $\Delta\omega$ між компонентами наступних ліній цієї серії.

3.2.9 Виписати спектральні позначення термів електрона в атомі водню для $n = 3$. Скільки різних термів має рівень атома водню з головним квантовим числом n ?

3.2.10 Знайти можливі значення повних механічних моментів електронних оболонок атомів в станах 4P і 5D .

3.2.11 Виписати можливі терми атомів, що містять окрім заповнених

оболонки: а) два електрони (s і p); б) два електрони (p і d); в) три електрони (s , p і d).

3.2.12 Скільки різних типів термів можливі в двоелектронній системі, яка складається з d -електрона і f -електрона?

3.2.13 Виписати можливі типи термів атома, що містить окрім заповнених оболонок два p -електрона з різними головними квантовими числами.

3.2.14 Визначити можливу мультиплетність: а) терма $D_{3/2}$; б) термів атомів літію, берилію, бору і вуглецю, якщо збуджуються електрони тільки зовнішніх незамкнених підоболонки.

3.2.15 Знайти максимально можливий повний механічний момент електронної оболонки атома F -стану, якщо відомо, що цьому стану відповідають п'ять термів однакової мультиплетності, але з різними значеннями квантового числа J .

3.2.16 Відомо, що в P - і D -станах двох різних атомів кількість можливих значень квантового числа J однакова і дорівнює трьом. Визначити механічний момент спіну атомів в цих станах.

3.2.17 Знайти кут між спіном і повним механічним моментом у векторній моделі атома: а) що знаходиться в стані 3D з максимально можливим значенням повного механічного моменту; б) що містить, окрім заповнених підоболонки, три електрони (p , d і f) і має максимально можливий для цієї конфігурації повний механічний момент.

3.2.18 Атом знаходиться в стані 4F , маючи при цьому максимально можливий повний механічний момент. Визначити кратність виродженості цього стану за J . Який фізичний зміст отриманої величини?

3.2.19 Визначити максимально можливий орбітальний механічний момент атома, що знаходиться в стані, мультиплетність якого п'ять і кратність виродженості за J дорівнює семи. Вказати спектральний символ цього стану.

3.2.20 Знайти максимально можливий кут між спіном і повним механічним моментом у векторній моделі атома, що знаходиться в стані, мультиплетність якого три і кратність за J дорівнює п'яти.

3.2.21 Визначити число можливих станів: а) атома із заданими значеннями квантових чисел L і S ; б) двоелектронної системи з p -електрона і p , d -електрона; в) електронної конфігурації nd^3 .

3.2.22 Знайти кількість електронів в атомах, у яких заповнені: а) K - і L -оболонки, $3s$ -підоболонка і наполовину $3p$ -підоболонка; б) K -, L - і M -оболонки, $4s$, $4p$ і $4d$ -підоболонки. Що це за атоми?

3.2.23 Знайти максимальну кількість електронів, що мають в атомі такі однакові квантові числа: а) n , l ; б) n .

3.2.24 Виписати електронні конфігурації і за допомогою правил Хунда знайти основний терм атомів: а) вуглецю і азоту; б) сірки і хлору.

Мати на увазі, що електронні конфігурації цих атомів відповідають будові електронних оболонок в нормальному порядку.

3.2.25 Використовуючи правила Хунда, знайти основний терм атома, електронна конфігурація незаповненої підоболонки якого: а) nd^2 ; б) nd^3 .

3.2.26 Визначити основний терм атома, незамкнена підоболонка якого заповнена рівно наполовину п'ятьма електронами.

3.2.27 Знайти кратність виродженості основного стану атома, електронна конфігурація незаповненої підоболонки якого nd .

3.2.28 Знайти за допомогою правил Хунда кількість електронів в єдиній незаповненій підоболонці атома, основний терм якого: а) 3F_2 ; б) $^2P_{3/2}$; в) $^6S_{5/2}$.

3.2.29 Скориставшись правилами Хунда написати основний терм атома, єдина незамкнена підоболонка якого заповнена на одну третину і $S = 1$.

3.2.30 Знайти можливі типи термів атома, електронна конфігурація незаповненої підоболонки якого: а) np^2 ; б) np^3 ; в) nd^2 .

3.2.31 Переконалися на нижче наведених прикладах, що дві електронні конфігурації, у однієї з яких стільки еквівалентних електронів, скільки не вистачає іншій для заповнення підоболонки, мають однакові набори можливих типів термів: а) $p^1 i p^5$; б) $p^2 i p^4$.

Інтенсивність і ширина спектральних ліній

3.2.32 Визначити відношення числа атомів газоподібного літію в стані $2P$ до атомів в основному стані при $T = 3000$ К. Довжина хвилі резонансної лінії ($2P \rightarrow 2S$) $\lambda = 670,8$ нм.

3.2.33 Знайти частку атомів водню, які знаходяться в стані з головним квантовим числом $n = 2$ при $T = 3000$ К.

3.2.34 Квантова система складається з N атомів, які можуть знаходитися в двох невироджених станах з різницею енергії ΔE . Знайти відповідний внесок цих станів в теплоємність системи як функцію температури, $C_V(T)$. Спростити отриманий вираз для випадків $kT \ll \Delta E$ і $kT \gg \Delta E$.

3.2.35 Показати, що кількість атомів, збуджених на деяких рівнях, зменшується з часом згідно із законом $N = N_0 e^{-t/\tau}$, де τ - середній час життя атома на цьому рівні.

3.2.36 Інтенсивність резонансної лінії зменшується в $\omega = 65$ разів на відстані $l = 10$ мм уздовж пучка атомів, які рухаються із швидкістю $v = 2,0$ км/с. Обчислити середній час життя атомів в стані резонансного збудження. Оцінити ширину рівня P .

3.2.37 Розріджена пара ртуті, атоми якої знаходяться в основному стані, освітлюють резонансною лінією ртутної лампи ($\lambda = 253,65$ нм). При

цьому виявлено, що потужність випромінювання цієї лінії парою ртуті $P = 35 \text{ мВт}$. Знайти кількість атомів в стані резонансного збудження, середній час життя якого $\tau = 0,15 \text{ мкс}$.

3.2.38 Газоподібний літій, що містить $N = 3,0 \cdot 10^{16}$ атомів, знаходиться при температурі $T = 1500 \text{ К}$. При цьому потужність випромінювання резонансної лінії $\lambda = 670,8 \text{ нм}$ ($2P \rightarrow 2S$) дорівнює $P = 0,25 \text{ Вт}$. Знайти середній час життя атома літію в стані резонансного збудження.

3.2.39 Система атомів зі своїм випромінюванням знаходиться в термодинамічній рівновазі при температурі T . Нехай переходу між двома енергетичними рівнями атомів E_1 і E_2 із статистичними вагами g_1 і g_2 відповідає частота ω і коефіцієнти Ейнштейна A_{21} , B_{21} , B_{12} . Маючи на увазі, що при рівновазі системи числа прямих і обернених переходів ($E_1 \leftrightarrow E_2$) за одиницю часу однакові, знайти вираз для спектральної щільності енергії теплового випромінювання: а) з урахуванням індукованого випромінювання; визначити також зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна; б) нехтуючи індукованим випромінюванням (за яких умов це можна зробити?).

3.2.40 Атомарний водень знаходиться в термодинамічній рівновазі зі своїм випромінюванням. Обчислити: а) відношення ймовірності індукованого і спонтанного випромінювань атомів з рівня $2P$ при температурі $T = 3000 \text{ К}$; б) температуру, за якої ця ймовірність однакова.

3.2.41 Через газ, що знаходиться при температурі T , проходить пучок світла з частотою ω , яка дорівнює резонансній частоті переходу атомів газу ($\hbar\omega \gg kT$). Показати з урахуванням індукованого випромінювання, що коефіцієнт поглинання газу

$$\kappa(T) = \kappa_0 (1 - e^{-\hbar\omega/kT}),$$

де κ_0 - коефіцієнт поглинання при $T = 0 \text{ К}$.

3.2.42 За яких умов можливе посилення електромагнітного випромінювання, що проходить через речовину? Знайти відношення заселеності рівнів 1D_2 і 1P_1 ($E_D > E_P$) атомів газу, при якому пучок моноенергетичного випромінювання з частотою, яка дорівнює частоті переходу між цими рівнями, проходитиме через газ без змін.

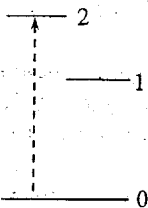


Рисунок 3.3 – Квантова система «накачування»

3.2.43 Нехай в квантовій системі (рис. 3.3) проводиться «накачування» на рівень 2, причому зворотний перехід можливий тільки через рівень 1. Показати, що в цьому випадку підсилення світла з частотою ω_{21} можливе лише за умови $g_1 A_{10} > g_2 A_{21}$, де g_1 і g_2 – статистичні ваги рівнів 1 і 2, A_{10} і A_{21} – коефіцієнти Ейнштейна для відповідних переходів.

3.2.44 Нехай q – кількість атомів, що збуджуються щоміт на рівень 2 (див. рис. 3.3). Знайти число атомів на рівні 1 через проміжок часу t після початку збудження. Коефіцієнти Ейнштейна A_{20} , A_{21} і A_{10} вважати відомими. Індукованими переходами нехтувати.

3.2.45 Середній час життя $2p$ -стану атомів водню $\tau = 1,6$ нс. Чому дорівнює цей час для $2p$ -стану іонів He^+ ?

3.2.46 Спектральна лінія $\lambda = 532,0$ нм виникає в результаті переходу між двома збудженими станами атома, середній час життя яких дорівнює 12 і 20 нс. Оцінити природну ширину цієї лінії, $\Delta\lambda$.

3.2.47 Розподіл інтенсивності випромінювання в межах спектральної лінії з природним розширенням має вигляд

$$I_{\omega} = I_0 \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2},$$

де I_0 – спектральна інтенсивність в центрі лінії (при $\omega = \omega_0$); γ – стала, яка характерна для кожної лінії (для лінії, обумовленої переходом із збудженого стану безпосередньо в основний, $\gamma = 1/\tau$, τ – середній час життя збудженого стану). Знайти за допомогою цієї формули: а) природну ширину лінії $\delta\omega$ з відомим значенням γ ; б) середній час життя атомів ртуті в стані 6^1P , якщо відомо, що при переході в основний стан випромінюється лінія $\lambda = 185,0$ нм з природною шириною $\delta\lambda = 1,5 \cdot 10^{-5}$ нм.

Примітка. Ширину лінії називають шириною її контура на половині висоти.

3.2.48 Скориставшись формулою з попереднього завдання: а) показати, що в межах ширини лінії, тобто ширини її контура на половині висоти, знаходиться половина повної інтенсивності лінії; б) знайти повну інтенсивність лінії, природна ширина якої $\delta\omega$ і спектральна інтенсивність в її центрі I_0 .

3.2.49 Розподіл інтенсивності випромінювання в спектральній лінії з доплерівським розширенням має вигляд

$$I_{\omega} = I_0 \exp\left(-\frac{a(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2}\right),$$

де $a = mc^2/2kT$, I_0 – спектральна інтенсивність в центрі лінії (при $\omega = \omega_0$), m – маса атома, T – температура газу. Отримати цю формулу, використовуючи розподіл Максвелла та показати, що

доплерівська ширина спектральної лінії λ_0 , тобто ширина контура лінії на половині висоти,

$$\delta\lambda_{\text{доп}} = 2\lambda_0 \sqrt{(\ln 2)/a}.$$

3.2.50 Довжина хвилі резонансної лінії ртуті $\lambda = 253,65$ нм. Середній час життя резонансного рівня $\tau = 0,15$ мкс. Оцінити відношення доплерівського розширення цієї лінії при $T = 300$ К до її природної ширини. Скористатися формулою для $\delta\lambda_{\text{доп}}$ з попереднього завдання.

3.2.51 Для отримання спектральних ліній без доплерівського розширення використовують вузький пучок збуджених атомів і спостереження проводять в напрямку, перпендикулярному до пучка. Оцінити кут розходження пучка атомів натрію, при якому доплерівське розширення резонансної лінії $\lambda = 589,6$ нм на порядок менше за її природну ширину, якщо швидкість атомів $v = 1000$ м/с і середній час життя в стані резонансного збудження $\tau = 16$ нс.

Характеристичні рентгенівські спектри

3.2.52 Використовуючи закон Мозлі, обчислити довжини хвиль і енергії фотонів, які відповідають K_α -лініям алюмінію і кобальту.

3.2.53 Визначити довжину хвилі K_α -лінії елемента періодичної системи, починаючи з якого слід чекати появи L -серії характеристичного рентгенівського випромінювання.

3.2.54 Враховуючи поправку a в законі Мозлі, яка дорівнює одиниці, знайти: а) яким елементам належать K_α -лінії з довжинами хвиль 193,5; 178,7; 165,6 і 143,4 нм; яка довжина хвилі K_α -лінії елемента, пропущеного в цьому ряду; б) скільки елементів міститься в ряду між елементами, у яких довжини хвиль K_α -ліній дорівнюють 375,3 і 251,2 нм.

3.2.55 Для елементів кінця періодичної системи поправка в законі Мозлі значно відрізняється від одиниці. Переконалися в цьому на прикладі олова, цезію і вольфраму, довжини хвиль K_α -ліній яких дорівнюють відповідно 49,2; 40,2; 21,0 нм.

3.2.56 Визначити напругу на рентгенівській трубці з нікелевим антикатодом, якщо різниця довжин хвиль K_α -лінії і короткохвильової границі суцільного рентгенівського спектру дорівнює 84 нм.

3.2.57 При збільшенні напруги на рентгенівській трубці від $U_1 = 10$ кВ до $U_2 = 20$ кВ різниця довжин хвиль K_α -ліній і короткохвильової границі суцільного рентгенівського спектра збільшилася в $n = 3,0$ раз. Який елемент використовується як антикатод?

3.2.58 Як поводитиметься спектр рентгенівського випромінювання при поступовому збільшенні напруги на рентгенівській трубці? Обчислити

за допомогою таблиць додатку мінімальну напругу на рентгенівських трубках з антикатадами з ванадію і вольфраму, при яких починають з'являтися K_α -лінії цих елементів.

3.2.59 Які серії характеристичного рентгенівського спектра збуджуються в молибдені і сріблі K_α -випромінюванням срібла?

3.2.60 Знайти порядковий номер легкого елемента, у якого в спектрі поглинання рентгенівського випромінювання різниця частот K - і L -країв поглинання $\Delta\omega = 6,85 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$.

3.2.61 На рис. 3.4 показані короткохвильовий край K -смуги поглинання рентгенівського випромінювання і положення K_α - і K_β -ліній випускання. Пояснити природу стрибка поглинання. Розрахувати і побудувати в масштабі схему K -, L - і M -рівнів атома, для якого $\lambda_{K_\alpha} = 275 \text{ нм}$, $\lambda_{K_\beta} = 251 \text{ нм}$ і $\lambda_K = 249 \text{ нм}$. Що це за атом? Яка довжина хвилі його L_α -лінії випромінювання?

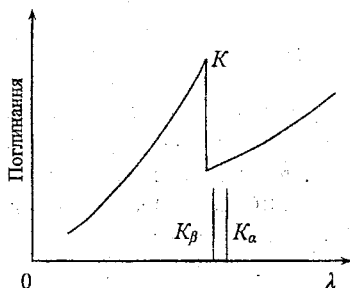


Рисунок 3.3 – Короткохвильовий край K -смуги поглинання рентгенівського випромінювання і положення K_α - і K_β -ліній випускання

3.2.62 Знаючи довжини хвиль короткохвильових меж поглинання K - і L -серій ванадію, обчислити (без урахування тонкої структури): а) енергію зв'язку K - і L -електронів; б) довжину хвилі K_α -лінії ванадію.

3.2.63 Знайти енергію зв'язку L -електронів титану, якщо відомо, що різниця довжин хвиль між головною лінією K -серії і її короткохвильовою границею $\Delta\lambda = 26,0 \text{ нм}$.

3.2.64 У деякого легкого елемента довжини хвиль K_α - і K_β -ліній дорівнюють $\lambda_\alpha = 275 \text{ нм}$ і $\lambda_\beta = 251 \text{ нм}$. Що це за елемент? Чому дорівнює довжина хвилі головної лінії його L -серії?

3.2.65 Рентгенівські терми в першому наближенні можна подати у вигляді $T = R(Z-a)^2/n^2$, де R - стала Рідберга, Z - порядковий номер атома, a - поправка екранування, n - головне квантове число видаленого

електрона. Обчислити поправку a для K - і L -термів титану, довжина хвилі краю K -смуги якого $\lambda_K = 249 \text{ нм}$.

3.2.66 Знайти кінетичну енергію електронів, які вириваються з K -оболонки атомів молибдену K_α -випромінюванням срібла.

3.2.67 При опромінюванні вуглецю K_α -випромінюванням алюмінію виникає спектр фотоелектронів, який містить декілька моноенергетичних груп. Знайти енергію зв'язку тих електронів вуглецю, які вириваються з кінетичною енергією $1,21 \text{ кеВ}$.

3.2.68 При опромінюванні атомів криптонію рентгенівським випромінюванням з довжиною хвилі λ виявлено, що в деяких випадках з атомів вилітають по два електрони: фотоелектрон, що звільняється з K -оболонки, і електрон, що звільняється в результаті ефекту Отже з L -оболонки. Енергія зв'язку K - і L -електронів відповідно дорівнює $14,4$ і $2,0 \text{ кеВ}$. Обчислити: а) кінетичну енергію обох електронів, якщо $\lambda = 65 \text{ нм}$; б) довжину хвилі λ , за якої енергії обох електронів однакові.

3.2.69 Враховуючи тонку структуру рентгенівських термів а) показати, що спектри випромінювання характеристичного рентгенівського випромінювання дублетні; б) з'ясувати, чому в спектрі поглинання рентгенівського випромінювання край K -смуги простий, L -смуги – потрійний, а M -смуги – п'ятикратний.

3.2.70 Вказати спектральний символ рентгенівського терма атома, у якого з однієї із замкнених оболонок видалений електрон з $l = 1$ і $j = 3/2$.

3.2.71 Вписати спектральні позначення можливих рентгенівських термів атома, у якого видалений один електрон з L -оболонки.

3.2.72 Визначити число спектральних ліній, обумовлених переходами між K - і L -; K - і M -оболонками атома.

3.2.73 Обчислити за допомогою таблиць додатка: а) довжини хвиль дублету K_α -лінії вольфраму; б) різницю довжин хвиль дублету K_α -лінії свинцю.

3.2.74 Обчислити за допомогою таблиць додатка енергію зв'язку $1s$, $2s$, $2p_{1/2}$ і $2p_{3/2}$ електронів атома урану.

3.2.75 Вписати можливі типи термів для таких електронних конфігурацій: а) ns^1 , $n'p^2$; б) np^1 , $n'p^2$. Тут $n \neq n'$.

4 БУДОВА АТОМА. ДВОАТОМНА МОЛЕКУЛА

4.1 Короткі теоретичні відомості

Обертальна енергія двоатомної молекули:

$$E_J = hBJ(J+1), B = h^2/2I, \quad (4.1)$$

де B - обертальна стала;

I - момент інерції молекули;

J - обертальне квантове число ($J = 0, 1, 2, \dots$).

Правило відбору J : $\Delta J = \pm 1$.

Коливальна енергія двоатомної молекули:

$$E_v = h\omega(v + 1/2)[1 - x(v + 1/2)], \quad (4.2)$$

де $\omega = \sqrt{K/\mu}$ - частота коливань;

K - коефіцієнт квазіпружної сили;

μ - приведена маса молекули;

$v = 0, 1, 2, \dots$ - коливальне квантове число;

x - коефіцієнт ангармонічності (для гармонічного осцилятора $x = 0$).

Правило відбору v :

$$\Delta v = \begin{cases} \pm 1, & x = 0; \\ \pm 1, \pm 2, \dots & x \neq 0. \end{cases}$$

Залежність енергії взаємодії від відстані між ядрами двоатомної молекули показана на рис. 4.1, де D - енергія дисоціації.

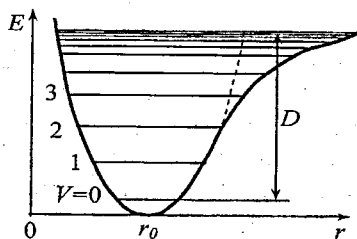


Рисунок 4.1 – Залежність енергії взаємодії від відстані між ядрами двоатомної молекули

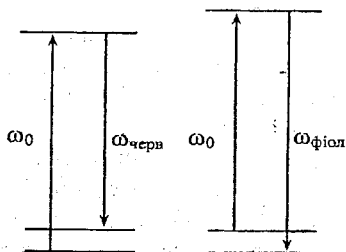


Рисунок 4.2 – Схеми виникнення червоного і фіолетового супутників при комбінаційному розсіянні світла

Середня енергія квантового гармонічного осцилятора:

$$\langle E \rangle = \frac{h\omega}{2} + \frac{h\omega}{\exp(h\omega/kT) - 1}. \quad (4.3)$$

На рис. 4.2 показана схема виникнення червоного і фіолетового супутників при комбінаційному розсіянні світла.

Стан електрона в двоатомній молекулі характеризують квантовими числами n, l, λ, σ , де n і l – головне і орбітальне квантові числа, $\lambda = |l_z|$ – квантове число, що визначає модуль проекції орбітального моменту l на вісь молекули, $\lambda = 0, 1, 2, \dots$, σ – квантове число спіну, $\sigma = \pm 1/2$. Електрони з однаковими n і l називають *еквівалентними*.

Квантові числа, що характеризують сумарні значення проекцій механічних моментів L, S і J на вісь двоатомної молекули:

$$\Lambda = \left| \sum_i (\pm \lambda_i) \right|, \quad \Lambda = 0, 1, 2, \dots, L;$$

$$\Sigma = \left| \sum_i (\pm \sigma_i) \right|, \quad \Sigma = S, S-1, \dots, S;$$

$$\Omega = \Lambda + \Sigma, \quad \Sigma = (\Lambda + S), (\Lambda + S - 1), \dots, (\Lambda - S) ..$$

Для термів з $\Lambda = 0$ орієнтація спіну щодо осі відсутня і квантові числа Σ та Ω фізичного сенсу не мають.

Позначення станів окремих електронів і електронної оболонки молекули:

символ: $\sigma, \pi, \delta, \phi, \dots$ символ: $\Sigma, \Pi, \Lambda, \Phi, \dots$

$\lambda = 0, 1, 2, 3, \dots$ $\Lambda = 0, 1, 2, 3, \dots$

4.2 Питання та задачі

Обертальні, коливальні і електронні стани

4.2.1 Знайти за допомогою таблиць додатка для молекул H_2 і NO : а) енергію, необхідну для збудження їх на перший обертальний рівень ($J = 1$); б) кутову швидкість обертання в стані з $J = 1$.

4.2.2 Знайти для молекули HCl квантові числа J двох сусідніх обертальних рівнів, різниця енергій між якими становить $7,86 \text{ MeV}$.

4.2.3 Для двоатомної молекули відомі інтервали між трьома послідовними обертальними рівнями: $\Delta E_1 = 0,20 \text{ MeV}$ і $\Delta E_2 = 0,30 \text{ MeV}$. Знайти обертальну енергію середнього рівня.

4.2.4 Визначити механічний момент молекули кисню в стані з обертальною енергією $2,16 \text{ MeV}$.

4.2.5 Знайти температури, за яких середня кінетична енергія поступального руху молекул H_2 і N_2 дорівнює їх обертальній енергії в стані з квантовим числом $J = 1$.

4.2.6 Обчислити з урахуванням кратності виродженості g обертальних рівнів ($g = 2J + 1$) відношення кількостей молекул водню, що

знаходяться в чисто обертальних станах з $J = 1$ і $J = 2$ при $T = 300 \text{ K}$.

4.2.7 Маючи на увазі, що кратність виродженості обертальних рівнів $g = 2J + 1$, знайти обертальне квантове число J_m найбільш заселеного обертального рівня молекул кисню при $T = 300 \text{ K}$. Показати приблизний графік заселеності обертальних рівнів N_J/N_0 залежно від J при цій температурі.

4.2.8 Знайти коефіцієнти квазіпружної сили молекул H_2 і CO .

4.2.9 Хорошим наближенням виразом для енергії взаємодії атомів в двоатомній молекулі є формула Морзе:

$$U(r) = U_0 [1 - e^{-\alpha(r-r_0)}]^2,$$

де U_0 і α – позитивні сталі, r_0 – рівноважна міжядерна відстань. Отримати вирази для сталих U_0 і α через енергію дисоціації D молекули, її власну частоту і приведену масу μ .

4.2.10 Знайти енергію, необхідну для збудження молекули водню з основного стану на перший коливальний рівень ($v = 1$). У скільки разів ця енергія більша за енергію збудження даної молекули на перший обертальний рівень ($J = 1$)?

4.2.11 Визначити температуру, при якій середня кінетична енергія поступального руху молекул дорівнює енергії, необхідній для збудження молекули Cl_2 з основного стану на перший коливальний рівень ($v = 1$).

4.2.12 Знайти різницю енергій станів з квантовими числами $v' = 1$, $J' = 0$ і $v = 0$, $J = 5$ у молекули OH .

4.2.13 Обчислити для молекули HF число обертальних рівнів, розташованих між основним і першим збудженим коливальними рівнями. Вважати обертальні стани незалежними від коливальних.

4.2.14 Визначити максимально можливе коливальне квантове число, відповідну коливальну енергію і енергію дисоціації двоатомної молекули, власна частота коливань якої ω і коефіцієнт ангармонічності x . Обчислити ці величини для молекули водню.

4.2.15 Обчислити коефіцієнт ангармонічності молекули хлору, якщо відомі її частота коливань і енергія дисоціації (див. таблиці додатка).

4.2.16 Обчислити різницю енергій дисоціації молекул, що складаються з важкого і легкого водню, D_2 і H_2 , якщо відома частота коливань молекули H_2 . Мати на увазі, що глибина потенціальної ями для обох молекул однакова.

4.2.17 Знайти відношення кількостей молекул HBr , які знаходяться в коливальних станах (без обертання) з квантовими числами $v = 2$ і $v = 1$ при $T = 910 \text{ K}$. За якої температури це відношення дорівнюватиме 1:10?

4.2.18. Визначити з урахуванням виродженості обертальних рівнів (див. завдання 5.6) відношення кількостей молекул водню в станах з квантовими числами $v' = 1$, $J' = 0$ і $v = 0$, $J = 5$ при $T = 1500 \text{ K}$.

4.2.19 Вивести формулу (4.3).

4.2.20 Обчислити за допомогою формули (4.3) температуру, при якій: а) середня коливальна енергія молекули хлору удвічі перевищує її нульову коливальну енергію; б) рівень, відповідний середній коливальній енергії молекули кисню, збігається з п'ятим обертальним рівнем цієї молекули ($J=5$, $v=0$).

4.2.21 Виходячи з формули (4.3) отримати вираз для молярної коливальної теплоємності двоатомного газу при постійному об'ємі. Знайти наближений вигляд цього виразу для низьких та високих температур ($kT \gg h\omega$ і $kT \ll h\omega$).

4.2.22 Обчислити за допомогою формули (4.3) молярну коливальну теплоємність при постійному об'ємі газу, що складається з молекул хлору при температурах 150, 300 і 450 К. Накреслити приблизний графік залежності $C_{\text{кол}}(T)$.

4.2.23 Визначити за допомогою принципу Паулі максимальне число еквівалентних σ , π і δ -електронів в двоатомній молекулі.

4.2.24 Двоатомна молекула має наступні електронні конфігурації (п'ять випадків): а) два еквівалентних σ -електрона; б) два нееквівалентних σ -електрона; в) один σ - і один π -електрон; г) два еквівалентних π -електрона; д) два нееквівалентних π -електрона. Знайти в кожному випадку можливі електронні стани молекули, тобто їх символи $^{2S+1}(\Lambda)$.

4.2.25 Показати, що електронні конфігурації π^3 і δ^3 (по три еквівалентні електрони) двоатомних молекул утворюють ті ж стани, що і конфігурації з одного π - і δ -електрона відповідно.

4.2.26 Вказати парність мультиплетностей електронних станів наступних двоатомних молекул: CO , O_2 , NO та OH .

4.2.27 Визначити можливі значення проекції сумарного механічного моменту електронної оболонки двоатомної молекули на її вісь в наступних електронних станах: $^1\Sigma$, $^3\Sigma$ і $^2\Pi$.

4.2.28 Знайти можливі типи електронних термів двоатомної молекули, незамкнена електронна підоболонка якого містить (три випадки): а) один σ - і один δ -електрон; б) один σ -, один π - і один δ -електрон; в) один σ - і два еквівалентних π -електрони.

4.2.29 Визначити можливі типи електронних термів молекули OH , що утворюються з нормальних термів атомів кисню (3P) і водню (2S).

Молекулярні спектри. Комбінаційне розсіювання

4.2.30 Знайти момент інерції молекули CH і відстань між її ядрами, якщо частотні інтервали між сусідніми лініями обертового спектра цих молекул $\Delta\omega = 5,50 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$.

4.2.31 Відомі довжини хвиль двох сусідніх ліній обертового спектра молекул HCl : 117 і 156 мкм. Визначити: а) сталу обертавання B і

момент інерції цих молекул; б) обертальні квантові числа рівнів, між якими відбуваються переходи, відповідні цим лініям.

4.2.32 Визначити, на скільки змінюється механічний момент молекули CO при випромінюванні спектральної лінії $\lambda = 1,29 \text{ мм}$, яка належить обертальному спектру.

4.2.33 Скільки ліній містить чисто обертальний спектр молекул OH ?

4.2.34 У коливально-обертальному спектрі поглинання молекул HBr частоти нульових ліній, що відповідають забороненим переходам ($\Delta J = 0$) між основним і найближчими збудженими коливальними рівнями ($v = 0$ і $v = 1, 2$), дорівнюють $4,82 \cdot 10^{14}$ та $9,48 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Визначити частоту коливань і коефіцієнт ангармонічності цих молекул.

4.2.35 Розглянемо коливально-обертальну смугу спектра двоатомної молекули, для якої справедливе правило відбору $\Delta J = \pm 1$. Показати, що якщо обертальна стала однакова для станів, між якими відбувається перехід, то частоти спектральних ліній смуги дорівнюють

$$\omega = \omega_0 \pm 2Bk; \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

де ω_0 – частота нульової лінії, забороненої правилом відбору для J ; B – стала обертання.

4.2.36 Обчислити момент інерції і коефіцієнт ангармонічності молекули HF , якщо частоти з чотирьох послідовно розташованих спектральних ліній обертальної структури смуги коливального спектра дорівнюють (у одиницях 10^{14} с^{-1}): 7,302, 7,382, 7,540 та 7,619. Відомо, що ці лінії відповідають переходам $\Delta J = \pm 1$ і $v' = 1 \rightarrow v = 0$. Частота коливань даної молекули $\omega = 7,801 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. Обертальну сталу вважати однакою для всіх рівнів.

4.2.37 Знайти відносне ізотопічне зміщення $\Delta\lambda/\lambda$ ліній чисто обертального спектра суміші молекул $H^{35}Cl$ і $H^{37}Cl$.

4.2.38 Знайти частоту коливань ω і коефіцієнт квазіпружної сили молекули сірки, якщо відомо, що в коливальному спектрі комбінаційного розсіювання світла довжини хвиль червоного і фіолетового супутників, найближчих до незміщеної лінії, дорівнюють 346,6 і 330,0 нм.

4.2.39 Визначити частоту коливань ω молекули HF , якщо в коливальному спектрі комбінаційного розсіювання світла з довжиною хвилі $\lambda = 435,0 \text{ нм}$ різниця довжин хвиль, найближчих до незміщеної лінії червоного і фіолетового супутників, $\Delta\lambda = 154,0 \text{ нм}$. Ангармонічність молекули $x = 0,0218$.

4.2.40 Знайти відношення інтенсивностей фіолетового і червоного супутників, найближчих до незміщеної лінії, в коливальному спектрі комбінаційного розсіювання світла молекул хлору при $T = 300 \text{ К}$.

У скільки разів зміниться це відношення при збільшенні температури удвічі?

4.2.41 Показати, що для молекул, у яких правило відбору обертового квантового числа $\Delta J = \pm 1$, в обертовому спектрі комбінаційного розсіювання світла діє правило відбору $\Delta J = 0, \pm 2$.

4.2.42 У обертовому спектрі комбінаційного розсіювання світла частоти змішених компонент (червоних і фіолетових супутників) двоатомних молекул визначаються у разі правила відбору $\Delta J = 0, \pm 2$ формулою $\omega = \omega_0 \pm 2B(2k+1)$; $k=1, 2, 3, \dots$, де ω_0 - частота незміщеної компоненти, B - обертова стала. Отримати цю формулу та визначити момент інерції і відстань між ядрами молекули кисню, якщо різниця частот двох сусідніх червоних супутників $\Delta\omega = 1,09 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$.

4.2.43 У обертовому спектрі комбінаційного розсіювання світла з довжиною хвилі $\lambda = 546,1 \text{ нм}$ різниця довжин хвиль червоного і фіолетового супутників, найближчих до незміщеної лінії, складає для молекул азоту $\Delta\lambda = 0,72 \text{ нм}$. Маючи на увазі правило відбору $\Delta J = 0, \pm 2$ знайти обертову сталу B і момент інерції даних молекул.

4.2.44 Виходячи з постулату про те, що в атомі дозволеними для електронів орбітами є тільки ті, на довжині яких розміщується ціле число довжин хвиль де Бройля λ , визначити радіус стаціонарної орбіти і відповідний їй енергетичний рівень електрона для незбудженого стану атома водню.

Розв'язання. При русі електрона по стаціонарній орбіті радіусом r відцентрова сила врівноважується силою кулонівського тяжіння:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (4.4)$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – маса електрона;

v – швидкість руху електрона по орбіті;

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд електрона;

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала.

Відповідно до постулату

$$2\pi r = n\lambda = \frac{nh}{mv}, \quad (4.5)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$;

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ еВ}\cdot\text{с}$ – стала Планка.

Підносячи до квадрата обидві частини рівняння (4.5), отримуємо

$$mv^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 r^2 m}. \quad (4.6)$$

Підстановка (4.6) в (4.4) дає

$$r = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi e^2 m}. \quad (4.7)$$

Повна енергія електрона в атомі складається з кінетичної енергії руху по орбіті і потенціальної енергії тяжіння. Вважаючи, що при нескінченному віддаленні від ядра потенціальна енергія дорівнює нулю, можемо записати

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

З урахуванням (4.4) маємо

$$W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}, \quad (4.8)$$

тобто повна енергія електрона дорівнює половині потенціальної. Підстановка (4.7) в (4.8) дає такий вираз для енергії електрона в атомі:

$$W = -\frac{e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}.$$

Для незбудженого стану атома водню $n = 1$. Тоді маємо

$$r = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} (6,62 \cdot 10^{-34})^2}{\pi (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,053 \text{ нм};$$

$$W = -\frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^4 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2 (6,62 \cdot 10^{-34})^2} = -2,172 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -13,57 \text{ еВ}.$$

4.2.45 Визначити довжину хвилі випромінювання атома водню під час переходу електрона з енергетичного рівня з головним квантовим числом $n = 3$ в основний стан ($n = 1$).

4.2.46 У наближенні борівської моделі атома водню визначте частоту кругового руху електрона по орбіті для незбудженого стану атома.

4.2.47 Вкажіть розподіл електронів за квантовими станами у вільних атомах кремнію і міді. Які електрони беруть участь в хімічному зв'язку, якщо ці речовини перебувають в кристалічному стані? Поясніть відмінності в природі хімічного зв'язку.

4.2.48 В молекулі води кут зв'язку $H-O-H$ становить $104,5^\circ$, а відстань між іонами кисню і водню дорівнює $0,107 \text{ нм}$. Обчисліть електричний дипольний момент молекули води, вважаючи зв'язок атомів $O-H$ іонним і порівняйте його з моментом $p_{\text{експ}} = 6,15 \cdot 10^{-29} \text{ Кл}\cdot\text{м}$, який виміряний дослідним шляхом. Чим викликаний незбіг значень обчисленого і експериментального моментів?

4.2.49 Електричний дипольний момент частинки речовини (атома, іона, молекули, групи іонів) в системі СГС визначають у дебаях ($1D = 10^{-18}$ СГС-одиниці дипольного моменту). За тих же умов, що і в попередньому завданні, визначте електричний момент (у дебаях) пари $O-H$ в молекулі води.

4.2.50 Кожен зв'язок $C-C$ в алмазі має енергію $W_{\text{зв}} = 3,7 \text{ еВ}$. Яку енергію необхідно витратити для випаровування $0,1 \text{ г}$ алмаза?

Розв'язання. Число атомів, що містяться в об'ємі речовини масою m :

$$N = mN_0 / A,$$

де N_0 – число Авогадро;

A – атомна (або молярна) маса.

Для алмазу масою $0,1 \text{ г}$

$$N = 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / (12 \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{21}.$$

Кожний атом вуглецю в структурі алмаза бере участь в чотирьох ковалентних зв'язках, тому число зв'язків удвічі перевищує число атомів. Енергія, яка необхідна для випаровування $0,1 \text{ г}$ алмаза,

$$W = 2NW_{\text{зв}} = 2 \cdot 5 \cdot 10^{21} \cdot 3,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5920 \text{ Дж}.$$

5 ТВЕРДЕ ТІЛО

5.1 Короткі теоретичні відомості

Період ідентичності - відстань між сусідніми однаковими атомами вздовж певного напрямку в кристалічній ґратці.

Міжплощинна відстань для простої кубічної ґратки:

$$d = a / \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}, \quad (5.1)$$

де a - стала ґратки (became grates);

h, k, l - міллерівські індекси даної системи площин.

Формула Бреґа - Вульфа:

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (5.2)$$

де ϑ - кут ковзання;

n - порядок відбиття;

λ - довжина хвилі.

Умови, за яких можливі відбиття n -го порядку від системи площин $(h^*k^*l^*)$, де $h^* = nh$, $k^* = nk$, $l^* = nl$ (для об'ємноцентрованих ґраток, якщо сума $h^* + k^* + l^*$ - парна; для ґранецентрованих ґраток, якщо h^* , k^* та l^* мають однакову парність).

Структура кристалів (crystals) $NaCl$ і $CsCl$ наведена на рис. 5.1.

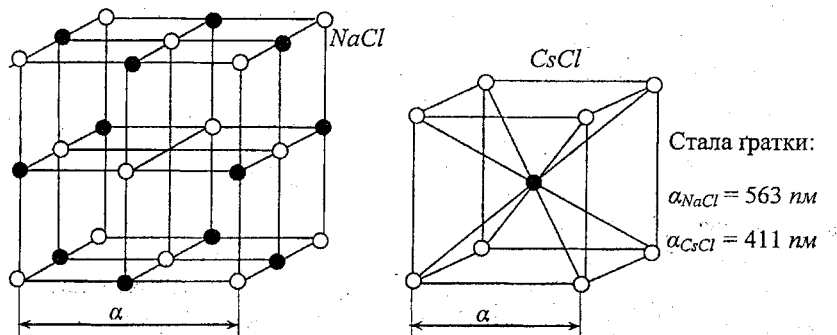


Рисунок 5.1 - Структура кристалів $NaCl$ і $CsCl$

Формула Дебая для визначення молярної коливальної енергії кристала:

$$E = 9R\Theta \left[\frac{1}{8} + \left(\frac{T}{\Theta} \right)^4 \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \right], \quad (5.3)$$

де R - універсальна газова стала,

Θ - характеристична (дебаєвська) температура:

$$\Theta = \hbar \omega_{\max} / k,$$

де $\omega_{\max}$ - максимальна частота коливань (frequency of vibrations), яка визначається з умови, що повне число коливань дорівнює числу коливальних ступенів свободи кристала.

Молярна коливальна теплоємність кристала при $T \ll \Theta$:

$$C = (12\pi^4 / 5) R (T / \Theta)^3. \quad (5.4)$$

Концентрація вільних електронів (lone electrones) з енергією в інтервалі $(E, E+dE)$:

$$n(E)dE = f(E)g(E)dE = \frac{\sqrt{2m^3}}{\pi \hbar^3} \frac{\sqrt{E}dE}{1 + \exp[(E - E_F) / kT]}, \quad (5.5)$$

де $f(E) = 1 / \{1 + \exp[(E - E_F) / kT]\}$ - функція Фермі-Дірака;

$g(E)$ - густина станів;

E_F - рівень Фермі.

Для металів

$$E_F = E_{F0} \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F0}} \right)^2 \right]; \quad E_{F0} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3},$$

де E_{F0} - рівень Фермі при $T = 0$ K;

n - концентрація вільних електронів.

У цих формулах за початок відліку E і E_F прийнято дно зони провідності.

Стала Холла для напівпровідників:

$$R_H = \frac{E_z}{jB} = \frac{\hbar}{e} \frac{n_e b_e^2 - n_d b_d^2}{e(n_e b_e - n_d b_d)^2}, \quad (5.5)$$

де e - заряд електрона;

n_e і n_d - концентрації електронів і дірок;

b_e і b_d – коефіцієнт їх рухливості,
 $\kappa_c = 1/c$ (СГС) або 1 (СІ).

5.2 Питання та задачі

Структура кристалів

5.2.1 Кристалічні ґратки натрію і міді кубічні об'ємно- і гранецентровані, відповідно. Знаючи, крім того, густину цих металів, знайти значення сталих їх кристалічних ґраток.

5.2.2 Знайти густину кристалів NaCl та CsCl (див. рис. 5.1).

5.2.3 Отримати формулу (5.1).

5.2.4 Знаючи сталу a , обчислити міжплощинні відстані d_{100} , d_{110} , d_{111} і їх відношення для: а) простої; б) об'ємноцентрованої і в) гранецентрованої кубічних ґраток.

5.2.5 Обчислити періоди ідентичності вподовж прямих $[111]$ і $[011]$ в ґратках кристалу AgBr , густина якого $6,5 \text{ г/см}^3$. Ґратки кубічні типу NaCl .

5.2.6 Визначити відношення періодів ідентичності вздовж напрямків $[100]$, $[110]$ та $[111]$ для простої, об'ємно- і гранецентрованої кубічних ґраток.

5.2.7 Визначити структуру елементарної комірки вольфраму, яка належить до кубічної системи з осями симетрії 4-го порядку, якщо відомо, що міжплощинна відстань для системи площин (100) $d_1 = 158 \text{ нм}$, а для площин (110) $d_2 = 223 \text{ нм}$.

5.2.8 Паралельний пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі λ падає в довільному напрямку на плоску прямокутну ґратку з періодами a і b . Яка картина спостерігатиметься на екрані, розташованому паралельно ґраткам? Знайти напрямки та дифракційні максимуми.

5.2.9 Плоский пучок рентгенівського випромінювання падає на тривимірну прямокутну просту ґратку з періодами a , b , c . Знайти напрямки та дифракційні максимуми, якщо напрямок падаючого пучка паралельний ребру a елементарної комірки. Для яких довжин хвиль спостерігатимуться максимуми?

5.2.10 Плоский пучок рентгенівського випромінювання падає в довільному напрямку на просту кубічну ґратку зі сталою a . Для яких довжин хвиль можливі дифракційні максимуми?

5.2.11 Показати на прикладі простої кубічної ґратки, що формула Бреґа - Вульфа є наслідком умов Лауе.

5.2.12 Знайти сталу ґратки AgBr (тип ґратки NaCl), якщо відомо, що K_α -лінія ванадію відбивається в першому порядку від системи площин (100) під кутом ковзання $\vartheta = 25,9^\circ$.

5.2.13 Обчислити довжину хвилі рентгенівського випромінювання,

яке відбивається в другому порядку від системи площин (100) кристала $NaCl$ (див. рис. 5.1) під кутом ковзання $\vartheta = 25,0^\circ$. Знайти також кут, під яким це випромінювання відбивається в максимальному порядку від даної системи площин.

5.2.14 Монокристал $NaCl$ (див. рис. 5.1) знімають за методом Лауе уздовж осі 4-го порядку (вісь z) на фотопластину, віддалену від кристала на $L = 50$ мм. Знайти для максимумів, які відповідають відбиттям від площин (031) і (221): а) їх відстані до центру лауєграми; б) довжини хвиль рентгенівського випромінювання.

5.2.15 Пучок рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі λ падає на кристал $NaCl$ (див. рис. 5.1), що обертається навколо осі симетрії 4-го порядку, причому напрямок падаючого пучка перпендикулярний до осі обертання. Визначити λ , якщо напрямки на максимуми 2-го і 3-го порядків від системи площин (100) утворюють між собою кут $\alpha = 60^\circ$.

5.2.16 Пучок рентгенівського випромінювання з $\lambda = 71$ нм падає на монокристал металу з кубічними ґратками, який розташований на осі циліндричної знімальної камери радіусом 57,3 мм, що обертається. Напрямок падаючого пучка перпендикулярний до осі обертання (вісь камери). Отримана рентенограма складається з системи максимумів, розташованих на шарових лініях (рис. 5.2). Встановити тип ґратки металу (об'ємно- або ґранецентрована) і її сталу a , якщо відстань між шаровими лініями $n = 2$ і $n = -2$ при обертанні навколо напрямків $[110]$ і $[111]$ дорівнює відповідно 65,0 і 23,5 мм.

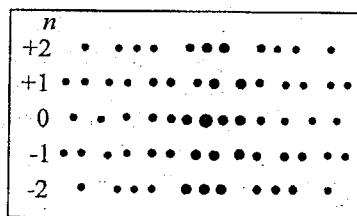


Рисунок 5.2 – Рентгенограма системи максимумів, розташованих на шарових лініях

5.2.17 Які порядки відбивання моноенергетичного рентгенівського випромінювання зникнуть при переході від простої кубічної ґратки до об'ємно- і ґранецентрованої? Сталі всіх трьох ґраток вважати однаковими. Розглянути випадки відбивання від площин (100), (110) і (111).

5.2.18 Встановити міллерівські індекси h, k, l площин, відбивання від яких дає перші п'ять ліній дебаєграми для ґране- і об'ємноцентрованої кубічних ґраток.

5.2.19 Обчислити кути дифракції 2ϑ для перших п'яти ліній дебаєграмми, знятої на випромінюванні з $\lambda = 154$ нм для: а) алюмінію

(гратка кубічна гранецентрована зі сталою $a = 404 \text{ нм}$); б) ванадію (гратка кубічна об'ємноцентрована з $a = 303 \text{ нм}$).

5.2.20 Визначити індекси відбиття h^* , k^* , l^* і відповідні їм міжплощинні відстані для трьох ліній дебаєграми алюмінію, яким відповідають кути дифракції (2θ) $17^\circ 30'$, $33^\circ 50'$ і $54^\circ 20'$ при $\lambda = 71 \text{ нм}$. Гратка алюмінію кубічна гранецентрована з періодом $a = 404 \text{ нм}$.

5.2.21 Вузкий пучок електронів з кінетичною енергією $K = 25 \text{ кеВ}$ проходить крізь тонку полікристалічну плівку і утворює на плоскому екрані на відстані $L = 200 \text{ мм}$ від плівки систему дифракційних кілець. Діаметр першого кільця $D = 13,0 \text{ мм}$. Обчислити сталу ґратки. Відомо, що ґратка кубічна гранецентрована.

5.2.22 У електронограмі дебаєвського типу для полікристалічної плівки з кубічними ґратками відношення діаметрів перших двох дифракційних кілець дорівнює $1 : 1,4$. Маючи на увазі, що діаметри цих кілець значно менші за відстані між плівкою і екраном, визначити тип ґратки (гране- або об'ємноцентрована).

Квантова теорія теплоємності кристалів

5.2.23 Визначити коливальну енергію і теплоємність кристала при температурі T , вважаючи кожен атом ґратки квантовим гармонічним осцилятором і вважаючи, що кристал складається з N однакових атомів, які коливаються незалежно один від одного з однаковою частотою ω . Спростити отриманий вираз для теплоємності при $kT \gg \hbar\omega$ і $kT \ll \hbar\omega$.

5.2.24 Розглянемо одновимірну модель кристала - ланцюжок з N однакових атомів, у якому крайні атоми нерухомі. Нехай a - період ланцюжка, m - маса атома, K - коефіцієнт квазіпружної сили. Враховуючи взаємодію лише між сусідніми атомами, знайти: а) рівняння коливань даного ланцюжка і спектр власних значень хвильового числа k ; б) залежність частоти коливань ланцюжка від хвильового числа, а також повне число можливих коливань і відповідну їй довжину хвилі; в) залежність фазової швидкості від хвильового числа і відношення фазових швидкостей, які відповідають найдовшим і найкоротшим хвилям.

5.2.25 Вважаючи, що швидкість розповсюдження коливань не залежить від частоти і приймаючи її рівною v , знайти для одновимірного кристалу - ланцюжка з N однакових атомів довжиною L : а) кількість повздовжніх коливань в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$; б) дебаєвську температуру Θ ; в) молярну коливальну енергію і молярну теплоємність при температурі T ; спростити отриманий вираз для теплоємності, якщо $T \gg \Theta$ і $T \ll \Theta$.

5.2.26 Для двовимірного кристала кількість нормальних коливань однієї поляризації в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$ визначається формулою

$$dZ_{\omega} = (s/2\pi v^2)\omega d\omega,$$

де s – площа кристала, v – швидкість розповсюдження коливань. Вважаючи v незалежним від ω , знайти для плоскої квадратної ґратки з однакових атомів, що містять n_0 атомів на одиницю площі: а) дебаєвську температуру Θ б) молярну коливальну енергію і молярну теплоємність при температурі T ; спростити отриманий вираз для теплоємності при $T \gg \Theta$ і $T \ll \Theta$

5.2.27 Те ж, що в попередньому завданні, але для тривимірного кристала - кубічної ґратки, що містить n_0 однакових атомів на одиницю об'єму. Відомо, що для тривимірного кристала число нормальних коливань однієї поляризації в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$ визначається формулою

$$dZ_{\omega} = (V/2\pi^2 v^3)\omega^2 d\omega,$$

де V – об'єм кристала.

5.2.28 Вважаючи, що швидкості розповсюдження поперечних і поперечних коливань не залежать від частоти і дорівнюють відповідно v_1 і v_2 , знайти число коливань в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$ і дебаєвську температуру: а) двовимірного кристала – кубічної ґратки з N однакових атомів, якщо площа ґратки S ; б) тривимірного кристала - кубічної ґратки з N однакових атомів, якщо об'єм ґратки V .

5.2.29 Обчислити дебаєвську температуру заліза, в якому швидкості розповсюдження поперечних і поперечних коливань дорівнюють відповідно 5,85 і 3,23 км/с.

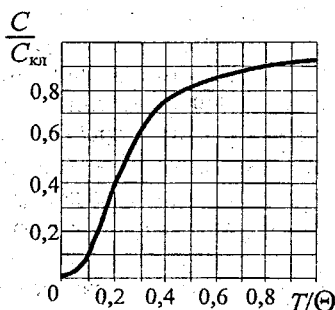


Рисунок 5.3 – Залежність теплоємності кристала від температури

5.2.30 Оцінити швидкість звуку в кристалі, дебаєвська температура якого $\Theta = 300$ K і міжатомна відстань $a = 0,25$ нм.

5.2.31 Обчислити за допомогою формули Дебая: а) відношення $\Delta E/E_0$, де ΔE – енергія, яку необхідно надати кристалу при нагріванні його від 0 K до Θ , а E_0 – енергія нульових коливань; б) енергію, яку

необхідно надати моллю кристала алюмінію, щоб нагріти його від $\Theta/2$ до $\Theta = 374 \text{ K}$.

5.2.32 Використовуючи формулу Дебая, обчислити молярну теплоємність кристалічної ґратки при температурах $\Theta/2$ і Θ . На скільки відсотків відрізняється теплоємність при температурі Θ від класичного значення?

5.2.33 Обчислити дебаєвську температуру і енергію (Дж/моль) нульових коливань срібла, якщо відомо, що при температурах 16 і 20 K його теплоємність дорівнює відповідно 0,87 і 1,70 Дж/(K·моль) .

5.2.34 На рис. 5.3 показаний графік, який характеризує залежність теплоємності кристала від температури (за Дебаєм). Тут $C_{\text{кл}}$ – класична теплоємність, Θ – дебаєвська температура. За допомогою цього графіка знайти: а) дебаєвську температуру для срібла, якщо при $T = 65 \text{ K}$ його молярна теплоємність дорівнює 15 Дж/(K·моль) ; б) молярну теплоємність алюмінію при $T = 100 \text{ K}$, якщо при $T = 280 \text{ K}$ вона дорівнює 22,5 Дж/(K·моль) ; в) максимальну частоту коливань $\omega_{\text{макс}}$ для міді, у якої при $T = 125 \text{ K}$ теплоємність відрізняється від класичної на 25%.

5.2.35 Оцінити максимальні значення енергії і імпульсу фонона (звукового кванта) в алюмінії, дебаєвська температура якого $\Theta = 374 \text{ K}$.

5.2.36 У кристалі з N однакових атомів число фононів в інтервалі частот $(\omega, \omega + d\omega)$ при температурі T дорівнює

$$n(\omega)d\omega = 9N \left(\frac{h}{k\Theta} \right)^3 \frac{\omega^2 d\omega}{\exp[h\omega/kT - 1]},$$

де Θ – дебаєвська температура кристала. Потрібно: а) отримати цей вираз за допомогою формули для dZ_{ω} ; б) визначити найімовірніші значення енергії і частоти фононів при температурі $\Theta/2$; в) знайти температуру, починаючи з якої найімовірніша частота фононів дорівнює їх максимальній частоті. Температура Θ вважається відомою; г) знайти характер залежності повного числа фононів у кристалі від температури T при $T \gg \Theta$ і $T \ll \Theta$.

5.2.37 Розсіяння світла прозорим твердим тілом можна розглядати як результат процесу розсіяння фотонів на фононах, вважаючи при цьому, що фотони в речовині мають імпульс $h\omega/c'$, де c' – швидкість світла в середовищі. Використовуючи закони збереження енергії і імпульсу, показати, що світло розсіяне під кутом ϑ міститиме окрім незміщеної компоненти дві зміщені, відносний зсув яких $\Delta\omega/\omega = 2(\nu/c)\sin(\vartheta/2)$, де ω – частота падаючого світла, ν – швидкість звуку в середовищі.

5.2.38 Деякі речовини (наприклад, парамагнітні солі) при дуже низьких температурах мають теплоємність c_v , що у багато разів перевищує теплоємність ґратки $c_{\text{ґрат}}$. Встановлено, що теплоємність c_v обумовлена внутрішніми ступенями свободи, зокрема взаємодією спінів з

внутрішньокристалічними полями. Вважаючи, що кожен атом незалежно від інших може орієнтуватися своїм спіном паралельно або антипаралельно щодо деякого напрямку і що різниця енергій атома в цих станах дорівнює ΔE , знайти: а) залежність c_i від температури T ; б) відношення $kT / \Delta E$, при якому c_i має максимум; в) відношення $c_{i \text{ макс}} / c_{\text{срат}}$ для випадку, коли $c_{i \text{ макс}}$ відповідає температурі $T = \Theta/100$, де Θ - дебаєвська температура.

Вільні електрони в металах і напівпровідниках

5.2.39 Знайти за допомогою співвідношення невизначеностей кількість вільних електронів з кінетичними енергіями в інтервалі $(K, K + dK)$ в металі при температурі $T = 0 \text{ K}$. Метал узяти у формі прямокутного паралелепіпеда об'ємом V . При визначенні кількості квантових станів вважати, що фізично різні тільки ті стани, у яких проекції імпульсу електрона відрізняються не менше, ніж на $\Delta p_x = 2\pi \Delta p_x = 2\pi\hbar / l_x$, де l_x - ребро паралелепіпеда (аналогічно для Δp_y і Δp_z).

5.2.40 Отримати за допомогою формули (5.5) вираз для максимальної кінетичної енергії $K_{\text{макс}}$ вільних електронів в металі при температурі 0 K , якщо їх концентрація дорівнює n . Обчислити $K_{\text{макс}}$ для срібла, вважаючи, що на кожен атом припадає один вільний електрон.

5.2.41 Знайти за допомогою формули (5.5) при температурі 0 K : а) середню кінетичну енергію вільних електронів у металі, якщо відома їх максимальна кінетична енергія $K_{\text{макс}}$; б) сумарну кінетичну енергію вільних електронів в 1 см^3 золота, вважаючи, що на кожен атом припадає один вільний електрон.

5.2.42 Знайти частку вільних електронів в металі при температурі 0 K , кінетична енергія яких більше половини максимальної.

5.2.43 Обчислити температуру ідеального газу, у якого середня кінетична енергія частинок дорівнює середній кінетичній енергії вільних електронів в міді при температурі 0 K . Вважати, що на кожен атом припадає один вільний електрон.

5.2.44 Знайти інтервал в електрон-вольтах між сусідніми рівнями вільних електронів в металі при температурі 0 K поблизу рівня Фермі, якщо об'єм металу $V = 1,00 \text{ см}^3$ і концентрація вільних електронів $n = 2,0 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

5.2.45 Часто при розрахунках нехтують відмінністю значень E_F і E_{F0} . Оцінити, на скільки відсотків відрізняється E_F від E_{F0} для вольфраму при температурі, близькій до його температури плавлення (3370°C). Вважати, що на кожен атом припадає два вільні електрони.

5.2.46 Знайти для металу при температурі 0 K , максимальна швидкість вільних електронів якого дорівнює v_m , середні значення: а) швидкості вільних електронів; б) їх зворотної швидкості, $1/v$.

5.2.47 Обчислити найбільш ймовірну і середню швидкості вільних електронів в міді при температурі 0 K , якщо відомо, що їх концентрація дорівнює $8,5 \cdot 10^{22}\text{ см}^{-3}$.

5.2.48 Показати на прикладі простої кубічної ґратки, яка містить по одному вільному електрону на атом, що мінімальна дебройлівська довжина хвилі вільних електронів при 0 K приблизно дорівнює подвоєній відстані між сусідніми атомами.

5.2.49 Отримати функцію розподілу вільних електронів за дебройлівським довжинами хвиль в металі при температурі 0 K . Зобразити її графік.

5.2.50 Концентрація вільних електронів в металевому натрії $n = 2,5 \cdot 10^{22}\text{ см}^{-3}$. Знайти тиск p електронного газу при 0 K . Показати, що $p = 2/3 E$, де E - об'ємна густина його кінетичної енергії.

5.2.51 Електропровідність металу $\sigma = ne^2\tau/m$, де n - концентрація вільних електронів, e і m - заряд і маса електрона, τ - час релаксації, який пов'язаний з середньою довжиною вільного пробігу електрона співвідношенням $\langle\lambda\rangle = \tau\langle v\rangle$, $\langle v\rangle$ - середня швидкість вільних електронів. Обчислити τ , $\langle\lambda\rangle$ і рухливість вільних електронів міді, якщо $n = 8,5 \cdot 10^{22}\text{ см}^{-3}$ і питомий опір $\rho = 1,60 \cdot 10^{-6}\text{ Ом} \cdot \text{см}$. Порівняти отримане значення $\langle\lambda\rangle$ з середньою відстанню між сусідніми атомами міді.

5.2.52 Обчислити коефіцієнт заломлення металевого натрію для електронів з кінетичною енергією $K = 135\text{ eV}$. Вважати, що на кожен атом припадає один вільний електрон.

5.2.53 Нехай вільні електрони під дією деякої причини змістилися на відстань x перпендикулярно до поверхні металевої пластини. В результаті виникнуть поверхневі заряди і відповідна повертаюча сила, що призведе до збудження плазмових коливань. Визначити частоту ω_0 цих коливань в міді, концентрація вільних електронів у якої $n = 8,5 \cdot 10^{22}\text{ см}^{-3}$. Яка енергія плазмових хвиль міді?

5.2.54 Дослід показує, що лужні метали стають прозорими в ультрафіолетовій частині спектра. Виходячи з моделі вільних електронів, знайти граничну довжину хвилі світла, починаючи з якої спостерігатиметься це явище у металевого натрію. Концентрація вільних електронів у нього $n = 2,5 \cdot 10^{22}\text{ см}^{-3}$.

5.2.55 Лужні метали виявляють парамагнетизм, який не залежить від температури. Він може бути пояснений так. При включенні зовнішнього магнітного поля B вільні електрони з антипаралельними вектору B спінами почнуть обертатися вздовж B , але при цьому відповідно до принципу

Паулі вони переходитимуть на вищі незайняті енергетичні рівні. Цей процес відбуватиметься до тих пір, поки зменшення магнітної енергії електронів не порівняється із збільшенням їх кінетичної енергії. Знайти парамагнітну сприйнятливість металу в слабкому магнітному полі, якщо концентрація вільних електронів $n = 2,00 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

5.2.56 Середня енергія вільних електронів в металі при температурі T дорівнює

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_{F0} \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{F0}} \right)^2 \right].$$

Знайти за допомогою цієї формули для срібла з концентрацією вільних електронів $6,0 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$: а) відношення теплоємностей електронного газу і кристалічної ґратки при $T = 300 \text{ K}$, якщо дебаєвська температура 210 K ; б) температуру T , за якої теплоємність електронного газу стане рівною теплоємності ґратки.

5.2.57 Концентрація вільних електронів в металі зі швидкостями в інтервалі $(v, v + dv)$ визначається таким чином:

$$n(v)dv = 2 \left(\frac{m}{2\pi\hbar} \right)^3 \frac{dv}{1 + \exp[(E - E_F)/kT]}, \quad dv = dv_x dv_y dv_z.$$

Потрібно: а) отримати цей вираз виходячи з формули (5.5); б) знайти при температурі 0 K концентрацію вільних електронів з проєкціями швидкостей в інтервалі $(v_x, v_x + dv_x)$, якщо максимальна швидкість вільних електронів дорівнює v_m .

5.2.58 Довести за допомогою формули з попереднього завдання що при контакті двох різних металів їх рівні Фермі знаходяться на одній висоті.

5.2.59 Електроди вакуумного фотоелемента (один цезієвий, інший мідний) замкнуті ззовні накоротко. Цезієвий електрод освітлюють монохроматичним електромагнітним випромінюванням. Знайти: а) довжину хвилі випромінювання, при якій з'явиться фотострум; б) максимальну швидкість фотоелектронів, що підлітають до мідного електрода, якщо довжина хвилі випромінювання дорівнює 220 нм .

5.2.60 За допомогою формул із попередніх завдань показати, що кількість термоелектронів, які вилітають щосекунди з одиниці поверхні металу із швидкостями в інтервалі $(v, v + dv)$, дорівнює

$$n(v)dv = 2\pi \left(m / 2\pi\hbar \right)^3 e^{-(A+K)/kT} v^3 dv,$$

де K – кінетична енергія термоелектрона, A – робота виходу з поверхні металу. Мати на увазі, що $A \gg kT$.

5.2.61 Знайти за допомогою формули з попереднього завдання: а) середню кінетичну енергію термоелектронів; б) густину струму термоемісії з поверхні металу; в) роботу виходу з поверхні металу, якщо

підвищення температури від 1500 до 2000 K призводить до зростання термоємнісного струму в $5,0 \cdot 10^3$ разів.

5.2.62 Визначивши концентрації вільних електронів і дірок показати, що при достатньо низьких температурах рівень Фермі в чистому бездомішковому напівпровіднику знаходиться посередині забороненої зони.

5.2.63 Концентрація вільних електронів в напівпровіднику n -типу при достатньо низьких температурах рівна

$$n_e = \sqrt{2n_0} (mkT / 2\pi\hbar^2)^{3/4} e^{-\Delta E / 2kT},$$

де n_0 – концентрація донорних атомів, ΔE – енергія їх активації. Потрібно: а) отримати цей вираз за допомогою розподілу Фермі; б) знайти положення рівня Фермі.

5.2.64 Червона границя (red limit) фотопровідності чистого бездомішкового германію при дуже низьких температурах відповідає довжині хвилі $\lambda_0 \approx 1,7$ мкм. Обчислити температурний коефіцієнт опору цього напівпровідника при $T = 300$ K.

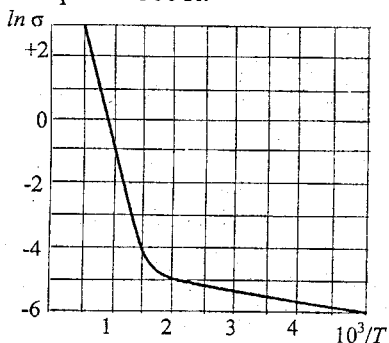


Рисунок 5.4 – Залежність логарифма електропровідності від зворотної температури

5.2.65 Знайти мінімальну енергію, яка необхідна для утворення пари електрон - дірка в чистому телури при температурі 0 K, якщо відомо, що його електропровідність зростає в $n = 5,2$ раза при збільшенні температури від $T_1 = 300$ K до $T_2 = 400$ K.

5.2.66 На рис. 5.4 показано графік залежності логарифма електропровідності від зворотної температури (T , K) для кремнію з домішкою бору (напівпровідник n -типу). Пояснити характер цього графіка. Знайти з його допомогою ширину забороненої зони кремнію і енергію активації атомів бору.

5.2.67 Зразок з чистого бездомішкового германію, у якого ширина забороненої зони становить 0,72 eV, а рухливості електронів і дірок

відповідно 3600 і $1800 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, знаходиться при температурі 300 К в полі електромагнітного випромінювання. При цьому його питомий опір становить $43 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Визначити, яка частка електропровідності зразка обумовлена фотопровідністю.

5.2.68 Питомий опір чистого бездомішкового германію при кімнатній температурі $\rho_0 = 50 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Після вмикання джерела світла він став $\rho_1 = 40 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, а через $t = 8,0 \text{ мс}$ після виключення джерела $\rho_2 = 45 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Знайти середній час життя (time of life) електронів і дірок.

5.2.69 Обчислити за допомогою формул із попередніх завдань енергію активації донорних атомів в напівпровіднику n -типу, якщо відомо, що рухливість електронів $500 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, концентрація донорних атомів $5,0 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ і питомий опір при температурі 50 К дорівнює $1,5 \text{ кОм} \cdot \text{см}$.

5.2.70 При $T = 300 \text{ К}$ деякий зразок германію n -типу має питомий опір $\rho = 1,70 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ і сталу Холла $R_H = 6,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{Кл}$. Знайти: а) концентрацію і рухливість електронів провідності; б) середню довжину їх вільного пробігу.

5.2.71 Пластинка з напівпровідника p -типу шириною $d = 10 \text{ мм}$ і завдовжки $l = 50 \text{ мм}$ знаходиться в магнітному полі з індукцією $B = 5,0 \text{ кГс}$. До кінців пластинки приклали постійну напругу $U = 10,0 \text{ В}$. При цьому холлівська різниця потенціалів дорівнює $U_H = 50 \text{ мВ}$ і питомий опір $\rho = 2,5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Визначити сталу Холла, концентрацію і рухливість дірок.

5.2.72 Розглянувши характер руху електронів і дірок в напівпровіднику із струмом в зовнішньому магнітному полі, знайти залежність сталої Холла від концентрації і рухливості носіїв струму.

5.2.73 Обчислити різницю рухливостей електронів і дірок в чистому бездомішковому германії, якщо відомо, що в магнітному полі з індукцією $B = 3,0 \text{ кГс}$ відношення поперечної напруженості електричного поля $E_\perp$ до поздовжньої E дорівнює $n = 0,060$.

5.2.74 У деякому зразку германію, у якого рухливість електронів в $2,1$ раза більша, ніж рухливість дірок, ефект Холла не спостерігається. Знайти для цього зразка: а) відношення концентрацій електронів провідності і дірок; б) яка частина електропровідності зумовлена електронами.

6 ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

6.1 Короткі теоретичні відомості

Теплове випромінювання - електромагнітне випромінювання речовини, що виникає за рахунок її внутрішньої енергії. Теплове випромінювання має суцільний спектр, положення максимуму якого залежить від температури речовини. Теплове випромінювання може бути рівноважним, тобто може знаходитися в термодинамічній рівновазі з випромінюваною речовиною.

Основними характеристиками теплового випромінювання є:

- **спектральна густина енергії** (spectral closeness of energy) рівноважного випромінювання

$$u_{\nu,T} = \frac{d\omega}{d\nu}, \quad (6.1)$$

де $d\omega$ - об'ємна густина енергії ω випромінювання в інтервалі частот

$$(\nu, \nu + d\nu), \quad \omega = \int_0^{\infty} u_{\nu,T} d\nu; \quad (6.2)$$

- **спектральна випромінювальна здатність** (a radiate ability) (спектральна енергетична світність) тіла

$$E_{\nu,T} = \frac{dW}{d\nu}, \quad (6.3)$$

де dW - енергія, що випромінюється за одиницю часу з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот $(\nu, \nu + d\nu)$, в шкалі довжин хвиль

$$E_{\lambda,T} = \frac{dW}{d\lambda}, \quad E_{\lambda,T} = E_{\nu,T} \frac{2\pi c W}{\lambda^2}; \quad (6.4)$$

- **інтегральна випромінювальна здатність** тіла

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda; \quad (6.5)$$

- **спектральна поглинальна здатність** (спектральний коефіцієнт поглинання) тіла - безрозмірна величина, що показує, яка частка падаючої на поверхню тіла енергії електромагнітних хвиль з частотами $(\nu, \nu + d\nu)$ поглинається тілом

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}} < 1. \quad (6.6)$$

Абсолютно чорне тіло (the absolute black body) - це тіло, що повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання $A_{\nu,T} = 1$, $(E_{\nu,T})_{\text{вп}} = 0_{\nu,T}$.

Сіре тіло - це тіло, поглинальна здатність якого не залежить від частоти або довжини хвилі - $(A_{\nu,T})_{\text{сір}} = A_T < 1$.

Абсолютно біле тіло - це тіло, що повністю відбиває все падаюче на нього випромінювання - $A_{\nu,T} = 0$.

Зв'язок між спектральною густиною енергії і випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла має вигляд

$$\epsilon_{\nu,T} = \frac{c}{4} u_{\nu,T}, \quad \epsilon_T = \frac{c}{4} \int_0^{\infty} u_{\nu,T} d\nu. \quad (6.7)$$

Закон Кірхгофа: відношення випромінювальної здатності до її поглинальної здатності не залежить від природи тіла і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла при тих самих ν і T :

$$\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = \epsilon_{\nu,T} = f(\nu, T). \quad (6.8)$$

Функція $\epsilon_{\nu,T} = f(\nu, T)$ називається функцією Кірхгофа.

Для абсолютно чорного тіла справедливими є такі співвідношення:

- закон Стефана-Больцмана:

$$\epsilon_T = \sigma T^4, \quad (6.9)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ - стала Стефана-Больцмана;

- при зміні температури максимум $\epsilon_{\lambda,T}$ зміщується відповідно до закону Віна

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (6.10)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ - стала Віна;

- формула Релея-Джинса (для малих частот):

$$\epsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT; \quad (6.11)$$

- формула Планка для спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad \text{або} \quad \varepsilon_{\nu,T} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{h\lambda}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}; \quad (6.12)$$

- спектральна густина енергії:

$$u_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}, \quad (6.13)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К}$ – стала Больцмана,

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – стала Планка.

6.2 Питання та задачі

6.2.1 В спектрі Сонця максимум спектральної випромінювальної здатності $\varepsilon_{\lambda,T}$ припадає на довжину хвилі $\lambda_m = 0,482 \text{ мкм}$. Вважаючи, що Сонце випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити: температуру поверхні Сонця; потужність випромінювання Сонця; інтенсивність сонячної радіації поблизу Землі за межами її атмосфери; зменшення маси за одиницю часу. (Радіус Сонця і відстань до Землі наведені в додатку А).

Розв'язання. Із закону зсуву Віна знаходимо, що температура T поверхні Сонця дорівнює

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,482 \cdot 10^{-6}} = 6000 \text{ К}.$$

Енергетична світність Сонця за законом Стефана-Больцмана

$$\varepsilon_T = \sigma T^4 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^4 = 7,35 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2,$$

а вся потужність випромінювання з усієї поверхні

$$\frac{dW}{dt} = 4\pi R_c^2 \varepsilon_T \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m} \right) = 4,46 \cdot 10^{26} \text{ Вт.}$$

Використовуючи співвідношення Ейнштейна $W = mc^2$ між масою і енергією, знайдемо

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{dW}{dt} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ кг/с.}$$

Весь потік випромінювання Сонця проходить крізь поверхню сфери радіусом r , яка дорівнює відстані від Землі до Сонця:

$$I = \varepsilon_T \left(\frac{R_c}{r} \right)^2 = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m} \right)^4 \cdot \left(\frac{R_c}{r} \right)^2 = 7,35 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{6,95 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}} \right)^2 = 1578 \text{ Вт/м}^2.$$

6.2.2 Визначити за допомогою формули Планка максимальне значення спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла і його енергетичну світність, яка припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 1 \text{ нм}$ поблизу максимуму спектральної випромінювальної здатності при температурі тіла $T = 3000 \text{ К}$.

Розв'язання. Максимум $\varepsilon_{\lambda,T}$, знайдемо з умови

$$\frac{d\varepsilon_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0, \quad \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \right) = 0.$$

Обчислення шуканого максимуму зводиться до розв'язку рівняння $x = 5(1 - \exp(-x))$, де $x = \frac{hc}{\lambda kT}$. Корінь рівняння знаходимо приблизно, $x_m \approx 4,965$. Звідси отримуємо закон зсуву Віна:

$$\lambda_m = \frac{hc}{x_m kT}, \quad b = \frac{hc}{kx_m} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Тепер $(\varepsilon_{\lambda,T})_{\max}$ знаходиться підстановкою в $\varepsilon_{\lambda,T}$ значення $\lambda = \lambda_m = \frac{b}{T}$:

$$(\varepsilon_{\lambda,T})_{\max} = \frac{2\pi hc^2}{b^5} \cdot \frac{T^5}{\exp\left(\frac{hc}{bk}\right) - 1}.$$

Тоді за теоремою про середнє енергетична світність інтервалу

$$\Delta \epsilon_T = \int_{\lambda_m - \Delta\lambda/2}^{\lambda_m + \Delta\lambda/2} (\epsilon_{\lambda,T})_{\max} \Delta\lambda.$$

Підставивши числові значення величин $b = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ м} \cdot \text{К}$, $T = 3000 \text{ К}$, $\Delta\lambda = 10^{-9} \text{ м}$ і виконавши необхідні обчислення, отримаємо

$$(\epsilon_{\lambda,T})_{\max} = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{T^5}{\exp\left(\frac{hc}{bk}\right) - 1}.$$

$$(\epsilon_{\lambda,T})_{\max} = 1,29 \cdot 10^{-5} \cdot T^5 \frac{Bm}{M^3} = (\epsilon_{\lambda,T})_{\max} = 3,13 \cdot 10^{12} \frac{Bm}{M^3},$$

$$\Delta \epsilon_T = 3,13 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-9} \frac{Bm}{M^2} = 3,13 \frac{\kappa Bm}{M^2}.$$

6.2.3 Максимум спектральної випромінювальної здатності яскравої червоної зірки Арктур припадає на довжину хвилі 5800 Å . Вважаючи, що зірка випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити температуру поверхні зірки.

6.2.4 Охолодження абсолютно чорного тіла відбувається тільки за рахунок випромінювання. Визначити, на скільки градусів охололо тіло, якщо максимум спектральної випромінювальної здатності змістився з фіолетової границі спектра (400 нм) до її червоної границі (780 нм).

6.2.5 Муфельна піч споживає потужність $0,5 \text{ кВт}$. Температура її внутрішньої поверхні при відкритому отворі діаметром 5 см дорівнює 700°C . Яка частина спожитої потужності розсіюється стінками? Вважати, що отвір випромінює як абсолютно чорне тіло.

6.2.6 Нехтуючи втратами тепла на теплопровідність та конвекцію, розрахувати потужність електричного струму, яка необхідна для розжарювання нитки діаметром 1 мм і довжиною 20 см до температури 1750 К . Вважати, що нитка випромінює як абсолютно чорне тіло.

6.2.7 Максимум спектральної випромінювальної здатності Сонця відповідає довжині хвилі 500 нм . Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити: а) температуру поверхні Сонця; б) інтегральну випромінювальну здатність Сонця; в) потік енергії, що випромінюється Сонцем в одиницю часу.

6.2.8 Знайти, на скільки зменшиться маса Сонця за рік внаслідок випромінювання. Температуру поверхні Сонця вважати такою, що

дорівнює 5800 K. Вважаючи випромінювання Сонця сталим знайти, за який час маса Сонця зменшиться удвічі.

6.2.9 Визначити температуру, яка встановиться в зачорненій тонкостінній пластинці, яка розміщена перпендикулярно до сонячних променів поза земною атмосферою на відстані $r = 149 \cdot 10^6$ км від Сонця. Температуру поверхні Сонця вважати такою, що дорівнює 5800 K. Порівняти температуру пластинки із середньою температурою поверхні Землі (290 K).

6.2.10 Використовуючи формулу Планка показати, що максимум спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $\varepsilon_{\lambda,T}$ змінюється пропорційно п'ятому ступеню температури.

6.2.11 У скільки разів змінилася б загальна кількість енергії, яка випромінюється Сонцем, якби температура однієї половини поверхні Сонця збільшилася на $\Delta T = 100$ K, а температура іншої половини на стільки ж зменшилася? Температуру поверхні Сонця вважати такою, що дорівнює 6000 K.

6.2.12 Якій температурі абсолютно чорного тіла відповідає випромінювання рубінового лазера з довжиною хвилі $\lambda = 694$ нм при спектральній густині випромінювання на цій частоті $u_{\omega,T} = 10$ Дж·с·м⁻³?

6.2.13 Вивести з формули Планка закон Стефана-Больцмана і виразити сталу σ через світові константи h , c , k . При інтегруванні використовувати рівність $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$.

6.2.13 Вивести з формули Планка закон зсуву Віна $\lambda_{\max} \cdot T = b$ і виразити сталу b через світові константи h , c , k . Завдання зводиться до розв'язання трансцендентного рівняння $\frac{\xi e^{\xi}}{e^{\xi} - 1} = 5$, корінь якого $\xi_0 = 4,965$.

6.2.14 Показати, що спектральна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла $\varepsilon_{\nu,T}$ і спектральна густина енергії рівноважного випромінювання $(u_{\nu,T})$ пов'язані між собою співвідношенням $u_{\nu,T} = 4 \frac{\varepsilon_{\nu,T}}{c}$.

6.2.15 Внаслідок охолодження абсолютно чорного тіла максимум його спектральної випромінювальної здатності змістився з 0,8 мкм на 1,2 мкм. Як змінилася при цьому інтегральна випромінювальна здатність і максимальна спектральна випромінювальна здатність?

6.2.16 Джерело світла - гриб ядерного вибуху з температурою $T = 10^7$ K. Вважаючи хмару абсолютно чорним тілом знайти довжини хвиль, що відповідають максимумам $\varepsilon_{\lambda,T}$ і $\varepsilon_{\nu,T}$. Обчислити різницю цих

довжин хвиль $\Delta\lambda = \lambda_m - \lambda'_m$ і відношення максимальних значень спектральних випромінювальних здатностей $\varepsilon_{\lambda,T} / \varepsilon_{\nu,T}$.

6.2.17 У спектрі випромінювання вогняної кулі радіусом $R = 100$ м, яка виникає під час вибуху, максимум енергії випромінювання відповідає довжині хвилі $\lambda = 0,289$ мкм. Визначити: температуру поверхні кулі; енергію, яку випромінює куля за час $t = 10^{-3}$ с; максимальну відстань, на якій будуть займатися дерев'яні предмети, якщо їх поглинальна здатність дорівнює $A = 0,7$; теплота займання $q = 5 \cdot 10^4$ Дж/м². Вважати, що куля випромінює як абсолютно чорне тіло.

6.2.18 Визначити максимальну енергію, яка отримується щохвилини кожним квадратним метром освітленої Сонцем земної поверхні при нормальному падінні. Оцінити рівноважну температуру Землі (без врахування внутрішніх джерел), вважаючи її сірим тілом з коефіцієнтом поглинання $A = 0,8$. Вважати температуру Сонця $T_c = 5800$ К.

6.2.19 При збільшенні температури абсолютно чорного тіла його енергетична світність збільшилася в N разів. Як зміниться довжина хвилі, яка відповідає максимуму спектральної випромінювальної здатності тіла? Як зміниться величина цього максимуму? Обидва стани вважати рівноважними.

6.2.20 Використовуючи формулу Планка для спектральної випромінювальної здатності, знайти наближені вирази $\varepsilon_{\nu,T}$ для випадків $h\nu \gg kT$ (формула Віна) і $h\nu \ll kT$ (формула Релея-Джинса). Визначити частоту ν^* , для якої при $\nu < \nu^*$ похибка формули Релея-Джинса не перевищує 5 % для сонячного випромінювання.

6.2.21 Випромінювання абсолютно чорного тіла може бути подано розподілом енергії або за довжинами хвиль $\varepsilon_{\lambda,T}$, або за частотами $\varepsilon_{\nu,T}$. Знайти відношення довжин хвиль λ_m і $\lambda'_m = \lambda(\nu_m)$, на які припадає максимум розподілу; знайти відношення відповідних максимальних випромінювальних здатностей. Показати, що λ'_m знаходиться на спаді функції $\varepsilon_{\lambda,T}$ (тобто там, де похідна $\varepsilon_{\lambda,T}$ по λ від'ємна).

6.2.22 Подати об'ємну спектральну густину енергії випромінювання абсолютно чорного тіла як функцію розподілу кількості квантів за енергією кванта. Оцінити середню енергію кванта і найімовірнішу енергію кванта при $T = 1000$ К.

6.2.23 Початкова температура теплового випромінювання $T = 2000$ К. На скільки зміниться ця температура, якщо найбільш ймовірна довжина хвилі збільшиться на $\Delta\lambda = 260$ нм? Як зміниться при цьому найбільш ймовірна енергія кванта?

6.2.24 У замкненому ізольованому об'ємі знаходиться ідеальний газ при температурі $T = 300 \text{ K}$. При якій концентрації молекул газу об'ємна густина кінетичної енергії поступального руху молекул дорівнює об'ємній густині енергії випромінювання абсолютно чорного тіла? Який при цьому тиск газу?

6.2.25 Знайти температуру повністю іонізованої водневої плазми з густиною $\rho = 0,10 \text{ г/см}^3$, при якій тиск теплового випромінювання дорівнює газокінетичному тиску частинок плазми, якщо тиск теплового випромінювання $P = w/3$, де w - об'ємна густина енергії випромінювання. (При високих температурах речовини підлягають рівнянню стану для ідеальних газів.)

6.2.26 За допомогою формули Планка знайти потужність випромінювання одиниці поверхні абсолютно чорного тіла при $T = 2000 \text{ K}$ в інтервалі довжин хвиль, що відрізняються від найбільш ймовірної довжини хвилі не більше, ніж на $\eta = 0,5 \%$.

6.2.27 Потужність випромінювання одиниці поверхні деякого тіла в середині видимого діапазону ($\lambda = 500 \text{ нм}$) в інтервалі довжин хвиль з відносною шириною $\eta = \Delta\lambda/\lambda = 0,002$ дорівнює $\Delta W = 10 \text{ Вт/м}^2$. Знайти спектральні випромінювальні здатності $\epsilon_{\lambda,T}$ і $\epsilon_{\nu,T}$ для цього тіла.

6.2.28 Температура абсолютно чорного тіла підтримується з відносною точністю $\Delta T/T = 0,01$. Які відносні стабільності енергетичної світності ($\Delta\epsilon_T/\epsilon_T$), максимальної випромінювальної здатності ($\Delta\epsilon_{\lambda,T}/\epsilon_{\lambda,T}$) і довжини хвилі ($\Delta\lambda_m/\lambda_m$), що відповідає максимуму випромінювальної здатності?

6.2.29 Визначити поглинальну здатність сірого тіла, якщо воно при температурі $T = 1000 \text{ K}$ випромінює з поверхні $S = 10 \text{ см}^2$ променистий потік $\Phi_T = 25 \text{ Вт}$. При якій температурі чорного тіла його інтегральна енергетична світність дорівнюватиме енергетичній світності сірого тіла?

6.2.30 Температура абсолютно чорного тіла $T = 500 \text{ K}$. Обчислити енергетичну світність цього тіла, що припадає на спектральний інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda = 10 \text{ нм}$ біля довжини хвилі $\lambda = 580 \text{ нм}$. Порівняти з енергетичною світністю в такому ж інтервалі довжин хвиль біля довжини, що відповідає максимуму $\epsilon_{\lambda,T}$.

6.2.31 Обчислити, у скільки разів збільшиться енергетична світність абсолютно чорного тіла в невеликому інтервалі довжин хвиль біля довжини хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ і в такому ж інтервалі біля довжини хвилі λ_m , яка відповідає максимуму випромінювальної здатності, при підвищенні температури тіла від 1000 K до 2000 K .

6.2.32 Мідну кульку радіусом $r = 10$ мм з абсолютно чорною поверхнею помістили в посудину, температура стінок якої є близькою до абсолютного нуля. Початкова температура кульки $T_1 = 300$ К. Через який час її температура зменшиться в $\eta = 1,5$ рази? Питома теплоємність і густина міді дорівнюють $C = 380$ Дж/(кг·К), $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

6.2.33 При роботі електричної лампи вольфрамова нитка розжарюється до температури $T_1 = 2700$ К. Через $t = 260$ с після виключення струму температура нитки спадає до $T_2 = 300$ К. Знайти діаметр нитки, вважаючи, що вона випромінює як сіре тіло з коефіцієнтом випромінювання $A = 0,3$. Падаюче на нитку ззовні випромінювання і інші втрати енергії (окрім випромінювання) не враховувати. Питома теплоємність і густина вольфраму $C = 1500$ Дж/(кг·К), $\rho = 1,91 \cdot 10^4$ кг/м³.

6.2.34 Тіло масою $m = 0,010$ кг і площею $S = 0,02$ м², що має температуру $T_1 = 600$ К, знаходиться у вакуумі. До якої температури охолоне тіло за $t = 30$ с, якщо середня поглинальна здатність поверхні тіла $A = 0,4$, а питома теплоємність $C = 334,4$ Дж/(кг·К). Поток променів, що падають на тіло внаслідок випромінювання навколишніх предметів, знехтувати.

6.2.35 Для довжини хвилі $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м спектральна випромінювальна здатність деякого тіла дорівнює спектральній випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла, що має температуру $T = 3000$ К. Знайти температуру тіла, якщо його спектральна поглинальна здатність для даної довжини хвилі дорівнює $A_{\lambda,T} = 0,5$.

6.2.36 Температура абсолютно чорного тіла $T = 5000$ К. Оцінити частину випромінюваного потоку, що припадає на видиму область спектра ($\lambda \in (0,39; 0,72)$ мкм). Знайти довжину хвилі при $T = 3700$ К, яка ділить спектр випромінювання на дві рівноенергетичні частини.

Вказівка. Обчислити енергетичну світність у видимій області для кожного інтервалу довжини 0,1 мкм біля довжин хвиль 0,4 мкм, 0,5 мкм, 0,7 мкм.

6.2.37 Над площиною, зачорненою з обох боків, розташована сфера радіусом R , яка є джерелом рівноважного теплового випромінювання з температурою T_0 . Центр сфери знаходиться на відстані $d \gg R$ від площини. Знайти стаціонарний розподіл температури на площині $T = T(r)$. Тут r - відстань від проекції центра сфери. Вважати, що система знаходиться у вакуумі, фон теплового випромінювання відсутній і теплопровідністю вздовж площини можна знехтувати.

7 КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА

7.1 Короткі теоретичні відомості

Квантові (корпускулярні) властивості світла проявляються в тому, що світло випромінюється (М. Планк), поглинається і розповсюджується (А. Ейнштейн) у вигляді квантів світла-фотонів. Фотони є носіями енергії і імпульсу світлової хвилі. Енергія фотона може бути подана в джоулях (W_ϕ) або в електрон-вольтах (U_ϕ):

$$W_\phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda}; \quad U_\phi = \frac{h\nu}{e} = \frac{hc}{e\lambda}, \quad (7.1)$$

де ν – частота світла,

λ – довжина світлової хвилі у вакуумі,

h – стала Планка,

c – швидкість світла у вакуумі.

Маса m_ϕ та імпульс p_ϕ фотона:

$$m_\phi = \frac{W_\phi}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \quad p_\phi = m_\phi \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (7.2)$$

Зв'язок між енергією і імпульсом $W_\phi = cp_\phi$ – характерний для частинок з нульовою масою спокою.

Маса спокою фотона дорівнює нулю, фотон завжди рухається із швидкістю c у напрямку розповсюдження електромагнітної хвилі, тому

$$p_\phi = \frac{h}{\lambda} = \hbar k, \quad (7.3)$$

де $\hbar = h/2\pi$;

k – хвильовий вектор.

Фотоефект (*photoefekt*) (зовнішній фотоефект) – вивільнення електронів з речовини під дією світла. Це результат непружної взаємодії фотона і електрона. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + W_k, \quad (7.4)$$

де $A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона,

W_k – максимальна кінетична енергія фотоелектрона,

$h\nu$ – енергія поглиненого фотона.

Для нерелятивістського електрона

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (7.5)$$

Червона межа фотоефекту - мінімальна частота світла ν_0 (максимальна довжина хвилі λ_0), за якої ще можливий фотоефект

$$h\nu_0 = A_{\text{вих}}. \quad (7.6)$$

Напруга затримки U_0 , за якої фотострум дорівнює нулю (жодному з електронів не вдається досягти анода), визначається із співвідношення

$$eU_0 = h\nu - A_{\text{вих}}. \quad (7.7)$$

Тиск світла P на плоску поверхню тіла при падінні під кутом i частковому відбиванні дорівнює чисельному значенню імпульсу, який передають фотони тілу на одиниці площі поверхні в одиницю часу:

$$P = \frac{N h \nu}{c} (1 + R) \cos^2 i, \quad (7.8)$$

де N - густина потоку фотонів;

R - коефіцієнт відбивання;

i - кут падіння світла на поверхню;

$\frac{N h \nu}{c}$ - середнє значення об'ємної густини енергії світла.

Ефект Комптона - пружне розсіювання світлових квантів малих довжин хвиль на вільних або слабко зв'язаних електронах, що супроводжується збільшенням довжини хвилі:

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta), \quad (7.9)$$

де θ - кут розсіювання;

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,425 \cdot 10^{-12} \text{ м} - \text{комтонівська довжина хвилі електрона.}$$

Набута кінетична енергія електрона віддачі при розсіюванні фотона на кут θ дорівнює

$$W_e = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}, \quad (7.10)$$

де $\frac{hc}{\lambda} = W_{\phi}$ або $\frac{hc}{e\lambda} = U_{\phi}$ – енергія падаючого фотона,
 $\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$ – комптонівська зміна довжини хвилі.

7.2 Питання та задачі

7.2.1 При опроміненні фотокатода (fotokatod) світлом з довжиною хвилі $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$, з поверхні катода вилітають фотоелектрони з максимальною кінетичною енергією $W_1 = 0,35 \text{ eB}$. Визначити роботу виходу для матеріалу катода і червону межу фотоефекту. Знайти максимальну швидкість фотоелектронів при опроміненні цього катода світлом з довжиною хвилі $\lambda_2 = 0,003 \text{ нм}$ (γ - випромінювання).

Розв'язання. Запишемо рівняння Ейнштейна для фотоефекту у вигляді:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A_{\text{вих}} + W_1.$$

$$\text{Звідси } A = \frac{hc}{\lambda_1} - W_1 = 2,81 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,76 \text{ eB}.$$

$$\text{Червона межа фотоефекту } \lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{вих}}} = \lambda_1 \frac{hc}{hc - \lambda_1 W_1} = 706 \text{ нм}.$$

Обчислюючи швидкість фотоелектрона вважаємо його класичною частинкою, якщо кінетична енергія електрона $W_k \ll m_e c^2$, де $m_e c^2 = 0,512 \text{ MeB}$ - енергія спокою електрона.

Оскільки при фотоефекті в кінетичну енергію електрона перетворюється тільки частина енергії фотона $\frac{hc}{\lambda}$, то нерівність

$$W_k \ll m_e c^2 \text{ буде виконуватися при } \frac{hc}{\lambda} \ll m_e c^2, \text{ і її можна записати так:}$$

$$\lambda \ll \lambda_c = 2,425 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

Якщо нерівність $\lambda \ll \lambda_c$ не виконується, то електрон необхідно вважати релятивістською частинкою і застосувати до неї співвідношення:

$$W_k = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right), \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

При $\lambda = \lambda_2 = 0,003 \text{ нм}$ довжина хвилі γ -випромінювання близька до λ_c . При цьому величиною A в рівнянні Ейнштейна можна знехтувати:

$$\frac{hc}{\lambda_2} = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Звідси знайдемо β , враховуючи, що

$$\delta = \frac{hc}{\lambda_2 m_e c^2} = \frac{\lambda_c}{\lambda_2} = \frac{0,00243}{0,003} = 0,81, \quad \beta = \frac{\sqrt{\delta(2+\delta)}}{1+\delta} = 0,833$$

Для швидкості фотоелектронів отримаємо таке значення

$$v_{max} = 0,833 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

7.2.2 Фотон з енергією $W_\phi = 0,8 \text{ MeV}$ зазнає комптонівське розсіювання на майже вільному електроні на кут $\theta = 120^\circ$. Визначити зміну довжини хвилі при розсіюванні, енергію фотона після розсіювання і зміну енергії електрона віддачі.

Розв'язання. Комптонівська зміна довжини хвилі світла

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos \theta) = 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} = 3,65 \cdot 10^{-12} \text{ м},$$

де $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ – комптонівська довжина хвилі,

θ – кут розсіювання.

Довжину хвилі світла до розсіювання виразимо через енергію фотона:

$$\lambda = \frac{hc}{W_\phi} = 1,55 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

Довжина хвилі розсіяного світла

$$\lambda' = \frac{hc}{W_\phi} + 2 \lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2} = 5,20 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

Енергія фотона після розсіювання

$$W'_\phi = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{W_\phi}{1 + 2\delta \sin^2 \frac{\theta}{2}} = 0,24 \text{ MeV},$$

де $\delta = \frac{W_\phi}{m_e c^2} = 0,512 \text{ MeV}$ – енергія спокою електрона.

Зміну енергії електрона віддачі знайдемо із закону збереження енергії:

$$W_e = W_\phi - W'_\phi = 0,56 \text{ MeB.}$$

7.2.3 Визначити масу, енергію і імпульс фотона, довжина хвилі якого $\lambda_1 = 600 \text{ нм}$ (видима частина спектра) і $\lambda_2 = 10^{-3} \text{ нм}$ (γ -випромінювання).

7.2.4 З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі 520 нм ? За якої швидкості електрона його імпульс буде дорівнювати імпульсу фотона $\lambda = 0,003 \text{ нм}$ (γ -випромінювання)?

7.2.5 Яка довжина хвилі і частота фотона з енергією 10 кеВ ? До якого діапазону випромінювання належить цей фотон?

7.2.6 Визначити енергію W_ϕ і імпульс p_ϕ з довжиною хвилі λ_1 , яка дорівнює: а) 555 нм (видиме світло); б) $0,1 \text{ нм}$ (рентгенівське випромінювання); в) $0,002 \text{ нм}$ (γ -випромінювання).

7.2.7 Порогова чутливість сітківки людського ока до жовтого світла ($\lambda = 550 \text{ нм}$) складає $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}$. Якій кількості падаючих щосекунди на сітківку ока фотонів це відповідає?

7.2.8 Лампочка кишенькового ліхтаря споживає потужність близько 1 Вт . Вважаючи, що ця потужність розсіюється однаково у всіх напрямках у вигляді випромінювання з середньою довжиною хвилі 1 мкм , знайти число фотонів, які падають протягом 1 с на 1 см^2 поверхні, розташованої перпендикулярно до променів на відстані 10 км .

7.2.9 Якщо удвічі збільшити амплітуду і частоту плоскої електромагнітної хвилі, то в скільки разів зміниться густина потоку фотонів (кількість фотонів, що перетинають одиничну поверхню в одиницю часу)?

7.2.10 Потік енергії в імпульсі випромінювання лазера дорівнює $I = 10^{15} \text{ Вт/м}^2$. Знайти амплітуду напруженості електричного поля в світловій хвилі у вакуумі. Яка густина потоку фотонів, що відповідають цій величині, якщо довжина хвилі лазерного випромінювання 694 нм ?

7.2.11 Поверхня опромінюється γ -променями з довжиною хвилі $\lambda = 10^{-6} \text{ нм}$. Інтенсивність опромінення $I = 1 \text{ Вт/м}^2$. Визначити кількість фотонів, падаючих на квадратний метр площі поверхні за 1 секунду , масу і імпульс фотона. Який тиск чинить випромінювання на повністю поглинаючу поверхню при нормальному падінні?

7.2.12 Потік енергії, що випромінюється електричною лампою, дорівнює 600 Вт . На відстані 1 м від лампи перпендикулярно до падаючих променів розташовано плоске кругле дзеркальце діаметром 2 см . Вважаючи, що випромінювання лампи однакове у всіх напрямках і що

дзеркальце повністю відбиває падаюче на нього світло, знайти силу світлового тиску на дзеркальце.

7.2.13 Чорна поверхня освітлюється променями монохроматичного джерела ($\lambda = 0,589 \text{ мкм}$). При цьому на кожен 1 см^2 поверхні падає за 1 с 10^{16} фотонів. Визначити величину світлового тиску.

7.2.14 Знайти тиск світла на стінки електричної 100-ватної лампи. Колба лампи являє собою посудину радіусом 5 см . Стінки лампи відбивають 4% і пропускають 6% падаючого на них світла. Вважати, що вся споживана потужність йде на випромінювання.

7.2.15 Форму хвостів комет можна наближено пояснити тиском сонячних променів на частинки, з яких складаються хвости комет. Для простоти вважатимемо частинку плоскою, з площею S і абсолютно чорною. Яку масу повинна мати частинка в кометному хвості, щоб сила світлового тиску на неї врівноважувалася силою тяжіння?

7.2.16 Монохроматичний пучок світла ($\lambda = 662 \text{ нм}$) падає нормально на поверхню з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,80$. Тиск світла на поверхню дорівнює $P = 10^{-6} \text{ Па}$. Визначити кількість фотонів, які щосекунди поглинає поверхня площею $S = 2 \text{ см}^2$.

7.2.17 Паралельний пучок світла ($\lambda = 400 \text{ нм}$) падає під кутом $\theta = 60^\circ$ на плоске дзеркало з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,9$. Діаметр d дзеркала дорівнює 30 см . Густина потоку фотонів $N_0 = 4 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Визначити тиск світла на дзеркало.

7.2.18 Інтенсивність сонячної радіації на поверхні Землі дорівнює $1,35 \text{ кВт/м}^2$. Знайти тиск сонячної радіації при нормальному падінні: а) на поверхню чорного тіла; б) на поверхню тіла, яке повністю відбиває випромінювання; в) на скляну пластинку, яка відбиває 4% і поглинає 6% падаючої енергії.

7.2.19 Який діаметр повинна мати алюмінієва кулька, що знаходиться в космічному просторі, щоб її сила тяжіння до Сонця врівноважувалася силою світлового тиску сонячних променів? Коефіцієнт відбиття кульки $\rho = 0,9$; $d_{\text{Al}} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

7.2.20 Червона межа фотоефекту для цезію дорівнює 653 нм . Визначити максимальну швидкість фотоелектронів при опромінуванні цезію фіолетовими променями з довжиною хвилі 400 нм .

7.2.21 На поверхню літію падає монохроматичне світло з довжиною хвилі 310 нм . Щоб припинити емісію електронів, потрібно прикласти затримуючу різницю потенціалів $1,7 \text{ В}$. Знайти роботу виходу електронів з літію.

7.2.22 Визначити червону межу фотоефекту для цинку (робота виходу $3,74 \text{ еВ}$) і максимальну швидкість фотоелектронів, які вириваються

з поверхні цинку електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі 250 нм.

7.2.23 Знайти величину затримуючого потенціалу для фотоелектронів, які вилітають при освітленні калію (робота виходу 2 eV) світлом з довжиною хвилі 330 нм.

7.2.24 Якою має бути довжина хвилі ультрафіолетових променів, які падають на поверхню деякого металу, щоб швидкість електронів дорівнювала 10000 км/с. Порівняно з енергією електрона робота виходу тут надзвичайно мала.

7.2.25 Знайти роботу виходу з поверхні деякого металу, якщо при почерговому освітленні його електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda_1 = 0,35$ мкм і $\lambda_2 = 0,54$ мкм потенціали затримки, при яких припиняється фотострум, відрізняються в $n = 4$ рази.

7.2.26 При опромінюванні фотокатода, виготовленого з металічного натрію, світлом з частотами $\nu_1 = 6,65 \cdot 10^{14}$ с⁻¹ і $\nu_2 = 1,1 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, значення затримуючої напруги виявилися рівними відповідно $U_1 = 1,20$ В і $U_2 = 3,00$ В. Визначити з цих даних значення сталої Планка h , роботу A виходу електрона для натрію і "червону межу" λ_0 фотоелекту.

7.2.27 Катод вакуумного фотодіода освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda = 450$ нм. Площа катода $S = 1$ см², інтенсивність опромінювання $I = 40$ Вт/м². Квантовий вихід фотоелекту (середнє число електронів, які вибиває один падаючий фотон) $Y = 0,05$. Визначити струм насичення, що проходить через діод.

7.2.28 Рентгенівська трубка працює під напругою $U = 30$ кВ. Рентгенівське випромінювання утворюється в результаті гальмування електронів, розігнаних в трубці електричним полем, при ударах об антикатод. Знайти максимальну швидкість фотоелектронів, які вилітають з цинкового катода ($A = 3,74$ eV) під дією рентгенівського випромінювання, утвореного цією трубкою.

7.2.29 Металева кулька радіусом $R = 1$ см опромінюється ультрафіолетовим випромінюванням з довжиною хвилі $\lambda = 200$ нм. В результаті фотоелекту кулька заряджається позитивним зарядом до потенціалу $\phi = 1,5$ В. Знайти роботу виходу для металу, з якого виготовлена кулька, і її максимальний заряд.

7.2.30 Електроди вакуумного фотоелемента (один цезієвий, інший мідний) замкнуті ззовні накоротко. Цезієвий електрод ($A = 1,89$ eV) освітлюється монохроматичним світлом. Знайдіть: а) довжину хвилі світла, при якій в колі фотоелемента з'являється фотострум; б) максимальну швидкість електронів, підлітаючих до мідного електрода, якщо довжина

хвилі світла 220 нм ; в) швидкість фотоелектронів за умови, що до електродів прикладена прискорююча напруга $U = 2 \text{ В}$.

7.2.31 Рентгенівські промені з довжиною хвилі $0,0707 \text{ нм}$ зазнають комптонівського розсіювання. Знайти зміну довжини хвилі рентгенівських променів і енергію електрона віддачі при розсіюванні на 90° і на 180° .

7.2.32 Фотон рентгенівського випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 0,02 \text{ нм}$ в результаті комптонівського розсіювання на електроні який перебуває в стані спокою відхиляється на кут $\theta = \frac{\pi}{2}$. Визначити кінетичну енергію W_e і імпульс p_e електрона віддачі. Показати на основі геометричних міркувань, що при $\theta \geq \frac{\pi}{2}$ імпульс електрона за абсолютною величиною буде більшим за імпульс падаючого фотона.

7.2.33 Фотон в ефекті Комптона розсіявся на кут θ . Визначити кут φ між напрямком первинного фотона і імпульсом електрона віддачі.

Розрахунок виконати для $\theta = \frac{\pi}{2}$ і $\lambda = 0,02 \text{ нм}$.

7.2.34 γ -квант частоти $\nu = 3 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-1}$, зіткнувшись з нерухомою частинкою, почав рухатися під кутом $\theta \geq \frac{\pi}{3}$ до початкового напрямку.

При цьому частота кванта зменшилася на $\Delta\nu = 0,198 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-1}$, ($\Delta\nu \ll \nu$). Визначити масу цієї частинки. Якою була б зміна частоти при розсіюванні γ -кванта на електроні?

7.2.35 Енергія рентгенівських променів дорівнює $W_\phi = 0,6 \text{ MeB}$. Знайти енергію електрона віддачі, якщо відомо, що довжина хвилі рентгенівського кванта після комптонівського розсіювання змінилася на 20 %. На який кут відбулося розсіювання

7.2.34 Кут між напрямком налітаючого фотона (рис. 7.1) і напрямком вильоту електрона в ефекті Комптона дорівнює $\varphi = 30^\circ$. Енергія падаючого фотона $W_\phi = 300 \text{ eB}$. Знайти зміну довжини хвилі і енергію електрона віддачі.

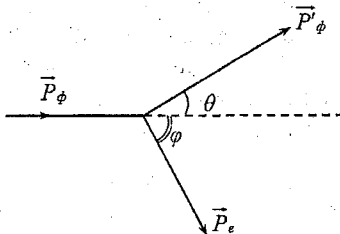


Рисунок 7.1 – Комтонівське розсіювання кванта світла на електроні

8 ХВИЛІ ДЕ БРОЙЛЯ. СПІВВІДНОШЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

8.1 Короткі теоретичні відомості

Хвилі де Бройля – це хвилі, що пов'язані з будь-якою рухомою мікрочастинкою і які відображають квантову природу мікрочастинок.

Кількісні співвідношення між хвильовими і корпускулярними властивостями частинок такі ж, як і у фотонів: якщо частинка має енергію W і імпульс p , то з нею пов'язана хвиля з частотою $\nu = W/h$ і довжиною $\lambda = h/p$, де h – стала Планка.

Для частинок з не дуже великою енергією ($v \ll c$) довжина хвилі де Бройля $\lambda = h/(mv)$, тобто λ тим менша, чим більша маса частинки або (та) її швидкість. Для електронів з енергією від 1 eV до 10 keV довжини хвиль лежать в інтервалі рентгенівського випромінювання – від 1,0 нм до 0,01 нм. Для макроскопічних тіл λ лежить за межами доступними для спостережень, тому хвильові властивості для таких тіл неістотні.

Хвильовим законам підкоряється величина, яка описує стан частинки і називається *хвильовою функцією* ψ . Квадрат модуля $|\psi|^2$ визначає ймовірність стану системи. Тому хвилі де Бройля називають *хвилями ймовірності*.

Хвильова функція (wave function) вільно рухомої частинки з певним імпульсом (хвилі де Бройля) має вигляд плоскої хвилі:

$$\psi(x, t) \sim \exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]. \quad (8.1)$$

Співвідношення невизначеностей – це фундаментальні співвідношення квантової механіки, які встановлюють межу точності одночасного визначення канонічно пов'язаних динамічних змінних, що характеризують квантову систему. Співвідношення невизначеностей є наслідком внутрішніх властивостей квантових об'єктів – корпускулярно-хвильового дуалізму, тобто нероздільного поєднання хвильових і корпускулярних властивостей, рівно необхідних для повного опису об'єктів.

Математично форма запису подається у вигляді нерівностей:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}; \quad \Delta x \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}; \quad \Delta x \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (8.2)$$

де під невизначеностями координати та імпульсу приймаються середньоквадратичні відхилення цих фізичних величин від їх середніх значень, тобто

$$\Delta x = \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}. \quad (8.3)$$

Невизначеність у вимірюваннях не є наслідком недосконалості вимірювальної техніки, а є об'єктивною властивістю матерії.

Зважаючи на малу $\hbar$ співвідношення невизначеностей не проявляються в дослідах з макроскопічними тілами, вони істотні для явищ атомних масштабів.

Співвідношення невизначеності для енергії і часу

$$\Delta W \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (8.4)$$

можна трактувати як неможливість точного визначення енергії за обмежений проміжок часу Δt (унаслідок взаємодії системи з вимірювальним приладом).

Для збуджених квантових систем невизначеність енергії стану ΔW (природна ширина рівня) безпосередньо пов'язана з часом τ життя збудженого стану співвідношенням невизначеності

$$\Delta W \tau \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (8.5)$$

Співвідношення невизначеностей дозволяють отримувати прості оцінки кількісних характеристик квантових систем.

8.2 Питання та задачі

8.2.1 Виходячи із співвідношень невизначеностей оцінити радіус орбіти електрона в основному стані атома водню.

Розв'язання. Повна енергія електрона в атомі водню складається з його кінетичної енергії і потенціальної енергії тяжіння:

$$W = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Рух електрона в радіальному напрямку обмежений радіусом орбіти r , тому максимальна невизначеність координати електрона за порядком

величини дорівнює r ($\Delta x \approx r$). Виходячи із співвідношення невизначеностей, мінімальне значення невизначеності імпульсу електрона:

$$\Delta p = \frac{\hbar}{r}.$$

Вважаючи, що величина імпульсу принаймні не менша, ніж його невизначеність ($p \approx \Delta p$), можна оцінити значення повної енергії електрона на орбіті радіусом r :

$$W = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

При зменшенні радіуса орбіти зростає кінетична енергія (перший доданок), при збільшенні радіуса зростає потенціальна енергія. Отже, існує таке значення $r = r_0$, при якому повна енергія електрона мінімальна. Оскільки основний стан атома відрізняється найменшою енергією, мінімальне значення $W_0 = W(r_0)$ дає оцінку енергії основного стану. Радіус електронної орбіти в основному стані (r_0) можна оцінити з умови екстремуму W :

$$\left. \frac{dW}{dr} \right|_{r=r_0} = -\frac{\hbar^2}{mr_0^3} + \frac{e^2}{4\pi r_0^2 \epsilon_0} = 0.$$

Звідси

$$r_0 \approx \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \approx 0,05 \text{ нм}.$$

8.2.2 Обчислити довжину хвилі де Бройля для електрона і протона, якщо кінетична енергія частинок складає 8 MeV (енергія, яка в середньому припадає на один нуклон в ядрі атома).

Розв'язання. Дебройлівська довжина хвилі частинки виражається через її імпульс: $\lambda = h/p$.

Оскільки енергія спокою електрона ($0,511 \text{ MeV}$) менша за його кінетичну енергію, то для знаходження імпульсу електрона необхідно використати релятивістську формулу

$$W_k = c\sqrt{p^2 + m_e^2 c^2} - m_e c^2.$$

Тоді

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{W_k^2 + 2m_e c^2 W_k}} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Енергія спокою протона (приблизно 900 MeB) набагато перевищує його кінетичну енергію. Тому для протона можна скористатися нерелятивістським зв'язком між енергією і імпульсом частинки:

$$W_k = \frac{p^2}{2m_p}$$

Звідси:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_p W_k}} \approx 1,1 \cdot 10^{-14} \text{ м.}$$

8.2.3 Оцінити найменші помилки, з якими можна визначити швидкість електрона, протона ($m_p = 1860 m_e$) і кульки масою 1 мг, якщо координати частинок і центру кульки встановлені з невизначеністю 1 мкм.

8.2.4 Оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, що рухається в області, розмір якої $L \approx 0,1 \text{ нм}$.

8.2.5 Виходячи з того, що величина радіусу атома r близько 0,1 нм, оцінити за допомогою співвідношення невизначеностей швидкість електрона, який рухається в атомі водню.

8.2.6 Вважаючи, що невизначеність в імпульсі може сягати 50 % величини імпульсу, обчислити, яку найменшу кінетичну енергію може мати електрон, локалізований в просторі з точністю до 10^{-8} см (розмір атома) і з точністю до 10^{-13} см (розмір ядра). Який висновок можна зробити з цих оцінок, якщо взяти до уваги, що енергія зв'язку ядерної частинки в ядрі не перевищує 10 MeB?

8.2.7 Збуджений атом випромінює фотон протягом 0,01 мкс. Довжина хвилі випромінювання дорівнює 600 нм. Знайти, з якою точністю можуть бути визначені енергія, довжина хвилі і положення фотона.

8.2.8 За допомогою співвідношення невизначеностей Гейзенберга оцінити мінімальну енергію електрона в одновимірній потенціальній ямі шириною $2a$.

8.2.9 Виходячи із співвідношення невизначеностей оцінити, якого розміру має бути потенціальний ящик для того, щоб локалізований в ньому електрон мав на найглибшому рівні енергію 1 eB, 1 keB?

8.2.10 Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити мінімальну амплітуду коливань одновимірного гармонічного осцилятора масою m і частотою ω .

8.2.11 За допомогою співвідношення невизначеностей оцінити мінімальну енергію одновимірного гармонічного осцилятора частотою ω .

8.2.12 Виходячи із співвідношення невизначеностей оцінити енергію основного стану атома водню.

8.2.13 Знайти довжину хвилі де Бройля електрона, протона ($m_p = 1860 m_e$) і кульки масою 1 мг, якщо відомо, що вони рухаються з однаковою швидкістю 105 м/с.

8.2.14 Виразити кінетичну енергію електрона через його масу, довжину хвилі де Бройля і сталу Планка.

8.2.15 Знайдіть довжину хвилі де Бройля електрона, прискореного в електричному полі з різницею потенціалів $U = 100$ В.

8.2.16 Знайдіть довжину хвилі де Бройля порошинки масою $m = 0,001$ г, що має ту ж швидкість, що і електрон, прискорений в електричному полі з різницею потенціалів $U = 100$ В.

8.2.17 Знайдіть середню довжину хвилі де Бройля теплового нейтрона, тобто нейтрона, що знаходиться в тепловій рівновазі з навколишнім середовищем при температурі $T = 300$ К.

8.2.18 Обчислити довжину хвилі де Бройля для альфа-частинки, нейтрона і молекули азоту, що рухаються з тепловою швидкістю при температурі 25 °С.

8.2.19 На дві дуже тонкі щілини, розташовані на відстані 10 мкм одна від одної, падає пучок електронів з енергією 1 еВ. За 10 м від щілини знаходиться екран. Яка відстань між сусідніми максимумами інтерференції на екрані?

8.2.20 Паралельний пучок моноенергетичних електронів падає нормально на діафрагму з вузькою прямокутною щілиною, ширина якої рівна $b = 0,10$ мм. Визначте швидкість цих електронів, якщо відомо, що на екрані, віддаленому від щілини на відстань $l = 50$ см, ширина центрального дифракційного максимуму $\Delta x = 8,0$ мкм.

8.2.21 Пучок моноенергетичних електронів падає нормально на плоску перешкоду з вузькою прямокутною щілиною шириною b . Виходячи із співвідношення невизначеностей оцінити мінімальний кут $\theta_{\min}$ відхилення електронів від первинного напрямку розповсюдження. Отриману оцінку порівняти з кутом θ_1 , який відповідає першому мінімуму дифракції плоскої хвилі де Бройля на щілині. Який висновок можна зробити з цього порівняння? Дебройлівська довжина хвилі падаючих електронів дорівнює λ_d . Вважати, що дифракція відбувається на малі кути ($\sin \theta \approx \theta$).

8.2.22 Довести, що для атома водню на борівських стаціонарних орбітах розміщується ціле число довжин хвиль де Бройля. Визначити довжини хвиль на першій і третій орбітах.

8.2.23 Правило відбору стаціонарних борівських орбіт в атомі водню можна сформулювати так: на довжині класичної замкненої орбіти електрона повинно розміщуватись ціле число довжин хвиль де Бройля. Скориставшись принципом відбору в такому формулюванні, знайдіть

правило квантування енергії електрона, що знаходиться в прямокутній потенціальній ямі шириною a з нескінченно високими стінками. Рух електрона в ямі вважати одновимірним.

8.2.24 Оптичний фотон, довжина хвилі λ якого набагато перевищує комптонівську, розсіюється на електроні, що перебуває в стані спокою. Визначити залежність довжини хвилі де Бройля λ_d електрона віддачі від кута розсіювання. На який кут повинен розсіятись фотон, щоб виконувалася рівність $\lambda = \lambda_B$?

8.2.25 Атом водню іонізується під дією ультрафіолетового випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 75$ нм. Визначити довжину хвилі де Бройля вільного електрона, якщо для іонізації атома водню необхідна енергія $E = 13,6$ еВ.

8.2.26 Робота виходу фотокатода дорівнює 2 еВ. Фотоефект відбувається під дією світла з довжиною хвилі $\lambda = 500$ нм. Визначити мінімальну дебройлівську довжину хвилі електронів поблизу анода, якщо анодна напруга дорівнює 5 В.

8.2.27 Фотоефект спостерігається при опромінюванні фотокатода світлом з довжиною хвилі $\lambda = 550$ нм. Відомо, що довжина хвилі де Бройля вилітаючих електронів поблизу катода дорівнює 2,0 нм. Визначити червону межу фотоефекту.

8.2.28 Знайдіть релятивістський вираз для довжини хвилі де Бройля електрона, прискореного в електричному полі, якщо прискорююча напруга дорівнює U .

Вказівка. Для релятивістської частинки імпульс p знаходиться із співвідношення: $(mc^2 + eU)^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$.

8.2.29 Довжина хвилі де Бройля релятивістського електрона дорівнює $1,2 \cdot 10^{-12}$ м. Чому дорівнює дебройлівська довжина хвилі того ж електрона в системі відліку, яка рухається зі швидкістю $v = c/2$ в тому ж напрямку, що і електрон?

Вказівка. Скористатися перетворенням Лоренца для імпульсу:

$$p' = \frac{p - vW/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

де p та W - імпульс та енергія електрона в лабораторній системі відліку.

8.2.30 Виразити лоренцівський чинник релятивістського електрона $\gamma = W/mc^2$ (відношення повної енергії до енергії спокою) через дебройлівську і комптонівську довжини хвиль.

8.2.31 Дебройлівська довжина хвилі електрона в два рази перевищує комптонівську. У скільки разів повна енергія електрона перевищує енергію спокою?

8.2.32 З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його дебройлівська довжина хвилі дорівнювала комптонівській?

ЛІТЕРАТУРА

1. Фізичні основи електронної техніки / З. Ю. Готра, І. Є. Лопатинський, Б. А. Лукинянець та ін. – Львів: Бескид Біт, 2004. – 880 с. – ISBN 966-8450-19-1.
2. Соболев В. Д. Физические основы электронной техники / В. Д. Соболев. – М. : Высшая школа, 1979. – 448 с.
3. Фридрихов С. А. Физические основы электронной техники / С. А. Фридрихов, С. М. Мовнин. – М. : Высшая школа, 1982. – 608 с.
4. Герасимов С. М. Физические основы электронной техники / С. М. Герасимов, М. В. Белоус, В. А. Москалюк. – К. : Вища школа, 1981. – 368 с.
5. Пихтин А. Н. Физические основы квантовой электроники и оптоэлектроники / А. Н. Пихтин. – М. : Высшая школа, 1983. – 304 с.
6. Гладишев Г. І. Квантова електроніка / Г. І. Гладишев. – К. : Техніка, 1966. – 84 с.
7. Колесников П. М. Теория неоднородных световодов и резонаторов / П. М. Колесников. – Минск: Наука и техника, 1982. – 296 с.
8. Степанов Б. И. Квантовая электроника / Б. И. Степанов. – Минск : Наука и техника, 1979. – 120 с.
9. Страховский Г. М. Основы квантовой электроники / Г. М. Страховский, А. В. Успенский. – М. : Высшая школа, 1979. – 303 с.
10. Бржезинский В. А. Квантовая электроника / В. А. Бржезинский, Н. В. Шевченко. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – 199 с. – ISBN 978-986-2960-18.
11. Ишанин Г. Г. Источники и приемники излучения / Г. Г. Ишанин, Э. Д. Панков, В. С. Радайкиев. – М.: Машиностроение, 1990. – 316 с.
12. Карлов К. И. Лекции по квантовой электронике : учеб. руководство / К. И. Карлов. – М. : Наука, 1988. – 336 с.
13. Кондиленко И. И. Физика лазеров / И. И. Кондиленко, П. А. Коротков, А. И. Хижняк. – К. : Вища школа, 1984. – 232 с.
14. Крылов К. И. Основы лазерной техники / К. И. Крылов, В. Г. Прокопенко, В. А. Тарлыков. – Ленинград : Машиностроение, 1990. – 316 с.

ГЛОСАРІЙ

випромінювання	radiation
щільність енергії	a closeness of energy
довжина хвилі	wave-length
фотон	photon
спектральна лінія	spectral line
енергія	energy
імпульс	impulse
гармонічний осцилятор	harmonic oscillator
потенціальне поле	the potential field
квантове число	quantum number
мультиплетність	multiplicity
радіаційний перехід	radiation transition
потенціал іонізації	potential of ionization
потенціал збудження	potential of excitation
квантовий дефект	quantum defect
час життя частинки	time of life of particle
двоатомна молекула	diatomic molecule
обертальний рівень	rotators level
частота коливань	frequency of vibrations
стала ґратки	became grates
кут дифракції	corner of diffraction
кристал	crystal
поляризація	polarization
співвідношення невизначеностей	of correlation of indefinite
вільний електрон	lone electron
функція розподілу	a distributing
електропровідність	function is conductivity
фотопровідність	photoconductivity
напівпровідник	semiconductor
рухливість електронів	mobility of electrons
спектральна густина енергії	spectral closeness of energy
абсолютно чорне (біле) тіло	the absolute black (white) body
випромінювальна здатність	a radiate ability
фотоефект	photoefekt
червона межа	red limit
розсіювання фотона	dispersion of photon
хвильова функція	wave function
фотокатод	photocathode
швидкість світла у вакуумі	velocity of light in a vacuum

гравітаційна стала	the gravity became
стала Авогадро	permanent Avogadro
число Лосшмідта	Number of Loschmidt
універсальна газова стала	universal gas became
стала Больцмана	permanent of Boltzman
елементарний заряд	Became the Elementary charge
маса електрона	mass of electron
питомий заряд електрона	specific charge of electron
маса протона	mass of proton
питомий заряд протона	specific charge of proton
стала Стефана-Больцмана	permanent of Stefan-Boltzman
стала закону Віна	permanent law of Wien
стала Планка	permanent of Planck
стала Рідберга	permanent of Rydberg
перший борівський радіус	permanent first radius of Bohr
енергія зв'язку електрона в атомі водню	energy of connection of electron in the atom of hydrogen
комптонівська довжина хвилі електрона	the wave-length of electron by Compton
класичний радіус електрона	classic radius of electron
стала тонкої структури	permanent coarse-fine
магнетон Бора	magneton of Bohr
ядерний магнетон	nuclear magneton
магнітний магнетон	magnetic magneton
електрона	of electron
протона	of proton
нейтрона	of neutron
дейтрона	of deuteron
квант магнітного потоку	quantum of magnetic stream
електрична стала	the electric permanent
магнітна стала	magnetic permanent
стала Больцмана	permanent of Boltzman
радіус Сонця	radius of a Sun

Основні фізичні сталі

Швидкість світла у вакуумі (velocity of light in a vacuum) –

$$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м / с.}$$

Гравітаційна стала (the gravity became) –

$$\lambda = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2 / (\text{г} \cdot \text{с}^2).$$

Стала Авогадро (permanent of Avogadro) –

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Число Лошмідта (number of Loschmidt) –

$$n_0 = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}.$$

Універсальна газова стала (universal gas became) –

$$R = \begin{cases} 8,14 \cdot 10^7 \text{ ерг} / (\text{К} \cdot \text{моль}); \\ 8,314 \text{ Дж} / (\text{К} \cdot \text{моль}). \end{cases}$$

Стала Больцмана (permanent of Boltzman) –

$$k = \begin{cases} 1,3807 \cdot 10^{-16} \text{ ерг} / \text{К}; \\ 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К}; \\ 0,8617 \cdot 10^{-4} \text{ еВ} / \text{К}. \end{cases}$$

Елементарний заряд (became the elementary charge) –

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Маса електрона (mass of electron) –

$$m_e = \begin{cases} 0,911 \cdot 10^{-27} \text{ г}; \\ 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ а. о. м.}; \\ 0,511 \text{ МеВ}. \end{cases}$$

Питомий заряд електрона (specific charge of electron) –

$$\frac{e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл} / \text{кг}.$$

Маса протона (mass of proton) –

$$m_p = \begin{cases} 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ г}; \\ 1,007276 \text{ а. о. м.}, \\ 938,28 \text{ МеВ}. \end{cases}$$

Питомий заряд протона (specific charge of proton) –

$$\frac{e}{m_p} = 0,959 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг}.$$

Стала Стефана – Больцмана (permanent of Stefan-Boltzman)

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Стала закону Віна (permanent law of Wien) –

$$b = 0,290 \text{ см} \cdot \text{К}.$$

Стала Планка (permanent of Planck) –

$$h = \begin{cases} 1,0546 \cdot 10^{-27} \text{ ерг} \cdot \text{с}; \\ 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; \\ 0,6582 \cdot 10^{-15} \text{ еВ} \cdot \text{с}. \end{cases}$$

Стала Рідберга (permanent of Rydberg) –

$$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}.$$

Перший борівський радіус (permanent first radius of Bohr) –

$$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см}.$$

Енергія зв'язку електрона в атомі водню (energy of connection in the atom of hydrogen) –

$$E = 13,56 \text{ еВ}.$$

Комптонівська довжина хвилі електрона (the wave-length of electron by Compton) –

$$\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-10} \text{ см}.$$

Класичний радіус електрона (classic radius of electron) –

$$r_e = 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ см}.$$

Постійна тонкої структури (permanent coarse-fine) –

$$\alpha = 1/137,036.$$

Магнетон Бора (magneton of Bohr) –

$$\mu_B = \begin{cases} 0,9274 \cdot 10^{-20} \text{ ерг/Гс}; \\ 0,9274 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тс}; \\ 0,5788 \cdot 10^{-4} \text{ еВ/Тс}. \end{cases}$$

Ядерний магнетон (nuclear magneton) –

$$\mu_N = \begin{cases} 5,051 \cdot 10^{-24} \text{ ерг/Гс}; \\ 5,051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тс}; \\ 3,152 \cdot 10^{-8} \text{ еВ/Тс}. \end{cases}$$

Магнітний момент (magnetic moment):

електрона – $\mu_e = 1,00116 \mu_B$;

протона – $\mu_p = 2,7928 \mu_N$;

нейтрона – $\mu_n = -1,913 \mu_N$;

дейтрона – $\mu_d = 0,8574 \mu_N$.

Квант магнітного потоку (quantum of magnetic stream) –

$$\Phi_0 = \begin{cases} 2,068 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}; \\ 2,068 \cdot 10^{-7} \text{ Мкс}. \end{cases}$$

Електрична стала (the electric permanent) –

$$\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}, \quad 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

Магнітна стала (the magnetic permanent) –

$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}, \quad \mu_0 / 4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

Стала Больцмана (permanent of Boltzman) – $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$

Радіус Сонця (radius of a Sun) –

$$R_C = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м.}$$

маса Сонця –

$$M_C = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

Таблиця А1 - Густина деяких речовин

Речовина	$\rho / \text{см}^3$	Речовина	$\rho / \text{см}^3$	Речовина	$\rho / \text{см}^3$
Алюміній	2,7	Кадмій	8,65	Ртуть	13,6
Барій	3,75	Калій	0,86	Свинець	11,3
Бор	2,45	Кремній	2,35	Срібло	10,5
Берилій	1,85	Кобальт	8,9	Стронцій	2,54
Ванадій	5,87	Літій	0,53	Теллур	6,02
Вісмут	9,8	Магній	1,74	Титан	4,5
Вольфрам	19,1	Мідь	8,9	Торій	11,7
Германій	5,46	Молибден	10,2	Уран	19,0
Графіт	1,60	Натрій	0,97	Цезій	1,87
Залізо	7,8	Нікель	8,9	Цинк	7,0
Золото	19,3	Платина	21,5	NaCl	2,18
Індій	7,28	Плутоній	19,8	CsCl	4,04

Таблиця А2 - Робота виходу електрона з металів

Метал	A, eV	Метал	A, eV	Метал	A, eV
Алюміній	3,74	Калій	2,15	Нікель	4,84
Барій	2,29	Кобальт	4,25	Платина	5,29
Вісмут	4,62	Літій	2,39	Срібло	4,28
Вольфрам	4,50	Мідь	4,47	Титан	3,92
Залізо	4,36	Молибден	4,27	Цезій	1,89
Золото	4,58	Натрій	2,27	Цинк	3,74

Таблиця А3 - Край K - та L -ліній поглинання рентгенівського випромінювання

Z	Елемент	Край лінії поглинання λ , nm			
		K	L_I	L_{II}	L_{III}
23	Ванадій	226,8	-	2390	2410
26	Залізо	174,1	-	1710	1740
27	Кобальт	160,4	-	1546	1580
28	Нікель	148,6	-	1411	1440
29	Мідь	138,0	-	1297	1326
30	Цинк	128,4	-	1185	1210
42	Молибден	61,9	430,5	471,5	491
47	Срібло	48,60	323,6	351,0	369,5
50	Оливо	42,39	277,3	298,0	315,3
74	Вольфрам	17,85	102,22	107,3	121,5
78	Платина	15,85	88,8	93,2	107,2
79	Золото	15,35	86,1	90,5	103,8
82	Свинець	14,05	78,1	81,4	95,0
92	Уран	10,75	56,8	95,1	72,2

Навчальне видання

**Кравченко Юрій Степанович,
Смольков Євген Олександрович**

КВАНТОВА ЕЛЕКТРОНІКА

Збірник задач

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет підготовлено Ю. Кравченком

Підписано до друку *7.06.2010*
Формат 29,7х42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк арк. 56.
Наклад **75** прим. Зам. № **2010-102**

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 10.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУмб, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-81-59
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 10.07.2009 р.