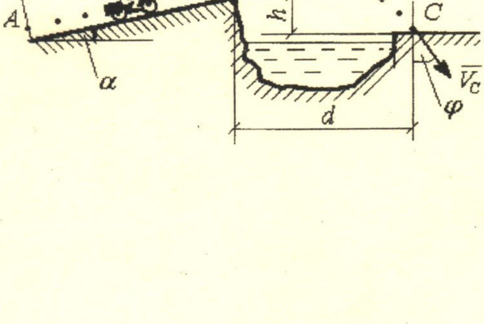
В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
ДИНАМІКА ТОЧКИ
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА
ДИНАМІКА ТОЧКИ
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Збірник завдань

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 531 (075)
ББК 22.213я73
П77

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 6 від 29.01.2009 р.)

Рецензенти:
В. Ф. Анісімов, доктор технічних наук, професор
І. О. Сивак, доктор технічних наук, професор
В. І. Савуляк, доктор технічних наук, професор

Приятельчук, В. О.
П77 Теоретична механіка. Динаміка точки. Розрахунково-графічні та контрольні завдання : збірник завдань / В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк , В. О. Федотов – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 100 с.
В збірнику наведені чотири завдання з динаміки матеріальної точки. Кожне із завдань розв'язується шляхом складання диференціальних рівнянь в певних початкових умовах із наступним аналізом результатів за допомогою ЕОМ. Кожне завдання має тристя варіантів з прикладом виконання. Для студентів денної та заочної форм навчання.
УДК 531 (075)
ББК 22.213я73

Зміст

1 Порядок виконання роботи

З розділу „Динаміка точки” студенти виконують одну розрахунково-графічну або контрольну роботу. Студенти вибирають варіант схеми (рисунки) за двома (трьома) останніми цифрами (шифр) залікової книжки з таблиці 1, а дані для розрахунку – за останньою цифрою шифру. Якщо цифри шифру не узгоджуються з таблицею 1, то варіант вказує викладач.

Таблиця 1

Останні цифри шифру	Варіант
01, 31, 61, 91, ...	1
02, 32, 62, 92, ...	2
03, 33, 63, 93, ...	3
... ...	...
29, 59, 89, 119, ...	29
30, 60, 90, 120, ...	30

Студенти денної форми навчання оформляють розрахунково-графічне завдання у відповідності до діючих стандартів ЄСКД (ГОСТ 2.105–9) або ДСТУ 3008–95.

Студенти заочної форми навчання можуть виконувати завдання в зошитах. На титульній сторінці зошита вказується номер контрольної роботи, назва дисципліни, прізвище та ініціали студента, шифр, факультет, назва академічної групи і домашня адреса.

2 Розрахунково-графічні та контрольні завдання

Д1. Рух матеріальної точки при дії постійних сил

На наступних сторінках наводяться тексти задач Д1.1 – Д1.30 з умовами, рисунками і таблицями, які містять дані для числових розрахунків. В таблицях Д1.1 – Д1.30 вказані значення заданих величин з їх розмірностями. Величини, які потрібно визначити і навести в остаточних відповідях, помічені знаком питання “ ? “ . Величини відмічені знаком тире ” – “ є залежними від заданих, від них можуть залежати ті, що відмічені знаком “ ? “ , тому їх підрахунок в ряді випадків є необхідним, але їх значення наводити в остаточних відповідях необов’язково.

Задача Д1.1

З підводного човна, рис. Д1.1, що знаходиться на глибині h, випускають капсулу, яка піднімається вертикально догори під дією сили тяжіння $P = mg$ і виштовхувальної сили Архімеда $F_A = k\,mg$. Силою опору води при русі нехтуємо. Капсула досягає поверхні води за час τ і в момент зіткнення з повітрям має вертикальну швидкість V_B. В цей момент з капсули запускається важка матеріальна точка M з початковою швидкістю U під кутом α до вертикалі. Точка M рухається в повітрі під дією сили тяжіння P, опором повітря нехтуємо. За час T точка M від точки B до точки C описує певну траєкторію $y(x)$, піднімається на максимальну висоту H, проходить віддаль $BC = d$ і приводнюється з швидкістю V_C під кутом φ до вертикалі.

Задані параметри і величини, які потрібно знайти, знаходяться в таблиці Д1.1 по варіантах.

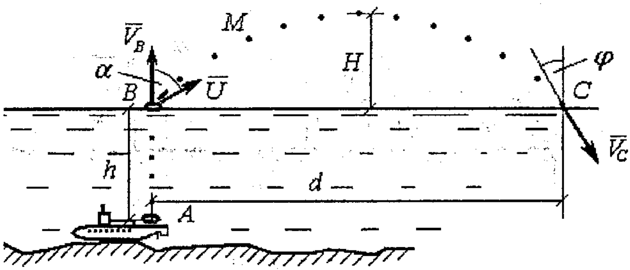


Рисунок Д1.1

Таблиця Д1.1

Варі-ант	k	h	H	d	V_B	V_C	U	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	2	200	—	—	?	?	100	—	—	30	—	—
2	1,9	—	1800	2000	50	—	?	—	?	60	—	—
3	1,6	?	—	3000	—	?	40	8	30	?	—	—
4	?	100	2000	—	30	—	—	—	50	?	—	?
5	1,5	150	?	1000	?	—	80	?	—	45	?	—
6	1,8	90	—	?	—	—	50	—	20	?	—	?
7	?	120	1000	1500	—	—	?	9	?	45	?	—
8	2	?	?	—	?	—	50	5	—	60	?	—
9	1,2	100	—	?	—	?	60	—	—	15	—	?
0	?	—	400	800	40	—	?	4	?	20	—	—

Задача Д1.1

З підводного човна, рис. Д1.1, що знаходиться на глибині h, випускають капсулу, яка піднімається вертикально догори під дією сили тяжіння $P = mg$ і виштовхувальної сили Архімеда $F_A = k\,mg$. Силою опору води при русі нехтуємо. Капсула досягає поверхні води за час τ і в момент зіткнення з повітрям має вертикальну швидкість V_B. В цей момент з капсули запускається важка матеріальна точка M з початковою швидкістю U під кутом α до вертикалі. Точка M рухається в повітрі під дією сили тяжіння P, опором повітря нехтуємо. За час T точка M від точки B до точки C описує певну траєкторію $y(x)$, піднімається на максимальну висоту H, проходить віддаль $BC = d$ і приводнюється з швидкістю V_C під кутом φ до вертикалі.

Задані параметри і величини, які потрібно знайти, знаходяться в таблиці Д1.1 по варіантах.

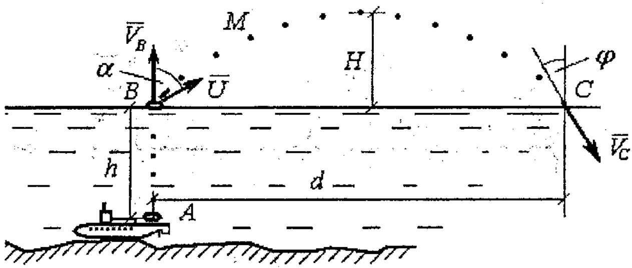


Рисунок Д1.1

Таблиця Д1.1

Варі-ант	k	h	H	d	V_B	V_C	U	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	2	200	—	—	?	?	100	—	—	30	—	—
2	1,9	—	1800	2000	50	—	?	—	?	60	—	—
3	1,6	?	—	3000	—	?	40	8	30	?	—	—
4	?	100	2000	—	30	—	—	—	50	?	—	?
5	1,5	150	?	1000	?	—	80	?	—	45	?	—
6	1,8	90	—	?	—	—	50	—	20	?	—	?
7	?	120	1000	1500	—	—	?	9	?	45	?	—
8	2	?	?	—	?	—	50	5	—	60	?	—
9	1,2	100	—	?	—	?	60	—	—	15	—	?
0	?	—	400	800	40	—	?	4	?	20	—	—

Задача Д1.2

М'ячу в точці A надають швидкість V_A під кутом α до горизонту, рис. Д1.2, після чого він пролітає за час τ віддаль l по горизонталі і h_1 по вертикалі до точки B, де йому миттєво додають вертикальну швидкість U. Від точки B до точки C, яка знаходиться на відстані d по горизонталі і h_2 по вертикалі від точки B, м'яч пролітає за час T і описує траєкторію $y(x)$. В точці C м'яч має швидкість V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ.

М'яч вважати важкою матеріальною точкою. Опором повітря і втратами швидкостей при ударі в точці B знехтувати.

Величини, що задаються, і ті, що потрібно знайти, наведені в таблиці Д1.2 по варіантах.

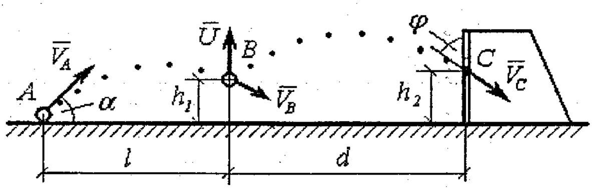


Рисунок Д1.2

Таблиця Д1.2

Варіант	l	h_1	h_2	d	V_A	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м				м/с			с		град.		
1	12	?	1,5	5	20	?	—	—	—	15	?	—
2	15	?	?	7	30	—	?	—	—	20	75	—
3	?	0,9	1,2	—	—	3	30	1,5	—	?	—	?
4	16	0,7	—	?	?	6	—	1	—	—	?	—
5	20	—	?	10	25	4	?	—	—	30	—	?
6	?	—	0,5	8	—	5	40	—	?	45	—	?
7	14	0,8	—	?	?	5	—	0,8	—	—	?	—
8	11	?	1,3	4	15	?	—	0,6	—	?	60	—
9	?	0,3	1,8	6	?	8	35	—	—	—	—	?
0	10	?	1	10	30	?	?	—	—	30	—	—

Задача Д1.3

В вертольоті, рис. Д1.3, який піднімається вертикально догори з постійною швидкістю U, влаштовано напрямні у вигляді похилої площини з кутом α до горизонталі. По них з точки A без початкової швидкості спускають важкий предмет M. Він рухається за рахунок сили ваги, долаючи тертя до площини з коефіцієнтом f, проходить шлях $AB=l$ за час τ і має в точці B швидкість V_B. В момент, коли вертоліт знаходиться на висоті h над землею предмет M відділяється від нього і падає під дією сили ваги та опору повітря, яким нехтуємо, по траєкторії $y(x)$ досягаючи точки C зі швидкістю V_C за час T. Віддаль від точки B до точки C по горизонталі складе d. В момент приземлення предмета M вектор швидкості V_C складає з вертикаллю кут φ.

Задані і невідомі величини знаходяться в таблиці Д1.3 по варіантах.

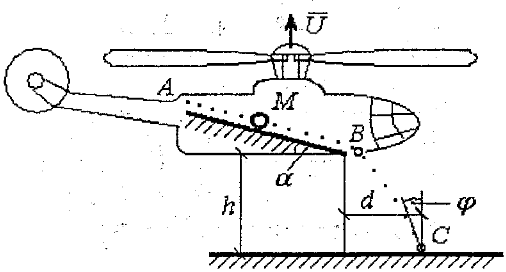


Рисунок Д1.3

Таблиця Д1.3

Варі-ант	f	l	h	d	U	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	—	2	100	—	5	?	?	1	—	30	?	—
2	0,2	2,5	?	20	2	6	—	?	—	—	—	?
3	?	1	80	?	—	—	—	0,2	6	60	—	?
4	0,1	?	600	—	7	8	—	?	?	30	—	—
5	0,05	3	200	40	?	?	—	—	—	15	?	—
6	0,1	?	?	60	?	4	80	0,5	—	?	—	—
7	?	1,5	60	—	10	?	50	—	?	—	10	—
8	—	3	300	?	4	—	—	?	15	45	—	?
9	0,2	?	?	50	8	—	100	—	?	30	3	—
0	?	2	150	—	6	—	?	0,8	—	45	—	?

Задача Д1.4

Важку металічну кульку M в точці A кидають зі швидкістю V_A під кутом α до горизонту, рис. Д1.4. Рухаючись в повітрі під дією ваги $P = mg$ кулька в точці B потрапляє в рідину і продовжує рух в ній під дією сили ваги і виштовхувальної сили Архімеда $F_A = kmg$. В рідині від точки B до точки C кулька рухається по траєкторії $y(x)$, а в точці C має швидкість V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ. Положення точки B і точки C в системі координат xAy вказується параметрами l, h_1 і d, h_2, як показано на рис. Д1.4.

Опором повітря при русі кульки M на ділянці AB і опором рідини на ділянці BC знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.4.

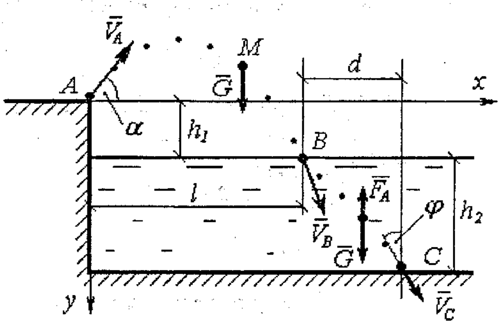


Рисунок Д1.4

Таблиця Д1.4

Варіант	k	l	h_1	d	h_2	V_A	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м				м/с		с		град.		
1	0,8	?	1	0,2	—	0,5	—	?	—	60	?	—
2	0,6	0,1	0,7	—	?	?	—	0,5	0,36	?	—	—
3	0,2	0,5	?	—	2	1	?	—	—	30	—	?
4	0,4	0,4	—	0,4	?	—	?	0,3	?	15	—	—
5	0,95	?	0,3	—	5	—	?	0,3	0,5	30	—	?
6	0,9	0,3	?	—	1,5	?	?	0,6	—	45	—	—
7	0,3	0,6	?	0,3	—	0,8	—	1	—	?	?	—
8	0,4	—	1	0,5	?	0,5	—	—	?	15	?	—
9	0,8	?	0,5	?	—	2	?	0,4	0,4	—	—	—
0	0,7	0,8	2	0,5	?	?	—	0,7	—	—	—	?

Задача Д1.5

Автобус під дією постійних сил рухається горизонтально, рис. Д1.5. В точці A має швидкість V_A, проходить шлях до точки B, $AB = l$, за час τ і досягає швидкості V_B. В момент, коли автобус знаходиться в точці B з його вікна в площині руху автобуса підкидають вертикально вверх важкий предмет M зі швидкістю U. Предмет описує траєкторію $y(x)$, піднімається на максимальну висоту H і падає на землю в точці C зі швидкістю V_C, що направлена під кутом φ до вертикалі. Від точки B до точки C відстань по горизонталі рівна S. Предмет M пролітає її за час T. Висота предмета M над дорогою в точці B рівна h.

Предмет M вважати важкою матеріальною точкою, опором повітря знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.5 по варіантах.

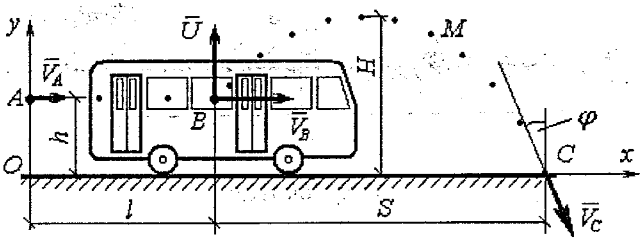


Рисунок Д1.5

Таблиця Д1.5

Варі-ант	k	l	h_1	d	h_2	V_A	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м				м/с		с		град.		
1	0,8	?	1	0,2	—	0,5	—	?	—	60	?	—
2	0,6	0,1	0,7	—	?	?	—	0,5	0,36	?	—	—
3	0,2	0,5	?	—	2	1	?	—	—	30	—	?
4	0,4	0,4	—	0,4	?	—	?	0,3	?	15	—	—
5	0,95	?	0,3	—	5	—	?	0,3	0,5	30	—	?
6	0,9	0,3	?	—	1,5	?	?	0,6	—	45	—	—
7	0,3	0,6	?	0,3	—	0,8	—	1	—	?	?	—
8	0,4	—	1	0,5	?	0,5	—	—	?	15	?	—
9	0,8	?	0,5	?	—	2	?	0,4	0,4	—	—	—
0	0,7	0,8	2	0,5	?	?	—	0,7	—	—	—	?

Задача Д1.6

Шайбі M надали в точці A швидкість V_A в напрямку горизонтальної льодової поверхні з коефіцієнтом тертя f, рис. Д1.6. Ковзаючи на віддаль $AB = l$ за час τ, шайба в точці B досягає перешкоди де в результаті зіткнення змінює напрямок руху і втрачає швидкість в k разів від тієї, що мала до зіткнення. Після точки B напрямок швидкості шайби складає кут α з горизонтом. З точки B до точки C шайба летить в повітрі час T по траєкторії $y(x)$ під дією сили ваги без опору повітря. Точка C від точки B розташована на горизонтальній віддалі d і вертикальній h, як показано на рис.Д1.6. В точці C вектор швидкості шайби V_C складає кут φ з вертикаллю.

Дані для розрахунків наведені в таблиці Д1.6.

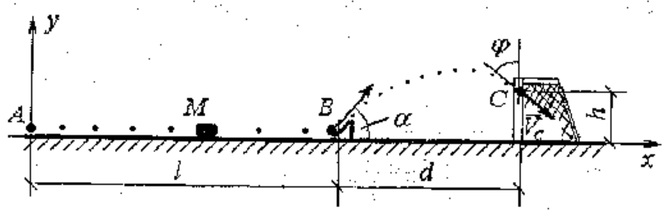


Рисунок Д1.6

Таблиця Д1.6

Варі-ант	f	k	l	d	h	V_A	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
			м			м/с		с		град.		
1	0,01	0,8	5	8	?	20	?	—	—	45	?	—
2	0,05	0,6	6	7	0,5	?	?	?	—	30	—	—
3	?	0,7	6	?	?	35	10	0,2	0,6	20	60	—
4	0,03	0,9	—	5	1	50	—	—	—	?	?	?
5	0,02	?	?	6	0,5	40	—	0,3	—	15	?	—
6	?	0,5	?	4	0,3	15	—	0,2	—	30	—	?
7	0,04	?	12	?	0,4	?	?	—	0,7	45	—	—
8	0,02	0,7	8	6	?	18	—	?	—	?	—	—
9	0,05	?	?	2	0,9	30	—	0,5	?	15	45	?
0	?	0,8	10	?	0,4	25	—	0,3	—	?	—	—

Задача Д1.7

З нерухомого вертольота, рис. Д1.7, в точці A вистрибує без початкової швидкості парашутист. Він пролітає в вільному падінні по вертикалі шлях $AB = h$ за час τ і в точці B перпендикулярно до напрямку падіння зі швидкістю U відкидає важкий предмет M, який вважаємо матеріальною точкою. Предмет M рухається по траєкторії $y(x)$ час T і приземляється в точці C зі швидкістю V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ. Точки B і C мають різницю в висоті H і d по горизонталі, як показано на рис. Д1.7. Опором повітря при падінні парашутиста і предмета M нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.7 по варіантах.

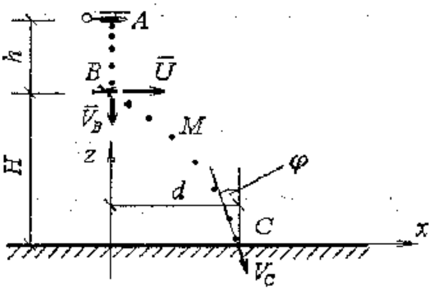


Рисунок Д1.7

Таблиця Д1.7

Варіант	H	h	d	U	V_C	τ	T	φ	$z(x)$
	м			м/с		с		град.	
1	500	–	–	20	?	1	–	?	?
2	?	?	150	–	–	5	15	?	–
3	300	–	60	?	–	2	?	–	?
4	1000	200	?	?	–	?	–	10	–
5	?	–	200	?	–	8	12	–	–
6	600	100	?	15	?	–	–	?	–
7	400	?	–	5	–	4	?	–	?
8	900	300	120	?	?	?	–	–	–
9	800	?	–	–	?	6	?	8	–
0	?	250	–	25	?	?	10	–	?

Задача Д1.8

Спортсмен масою m виконує стрибок в довжину, рис. Д1.8. Без початкової швидкості в точці A він розганяється, відштовхуючись від землі в горизонтальному напрямку з постійною середньою силою Q, за час τ пробігає шлях $AB=l$ і в точці B набуває горизонтальної швидкості V_B. В цей момент спортсмен не втрачаючи V_B надає собі вертикальної швидкості U, в результаті чого виконує стрибок в повітрі по траєкторії $y(x)$ до точки C. Віддаль $BC=d$, максимальна висота підйому h, кут приземлення φ з вертикаллю, швидкість приземлення V_C, час руху в повітрі T.

Силою тертя та опором повітря при русі спортсмена, якого вважаємо матеріальною точкою, нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.8 по варіантах.

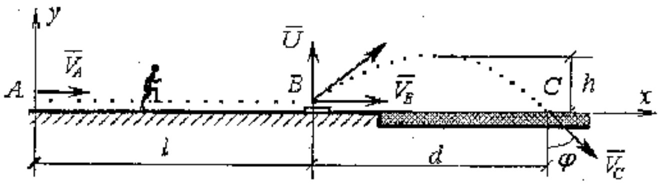


Рисунок Д1.8

Таблиця Д1.8

Варі-ант	m	Q	l	d	h	V_B	U	V_C	τ	T	φ	$y(x)$
	кг	Н	м			м/с			с		град.	
1	–	–	10	8	0,5	?	?	–	2	–	–	?
2	60	?	15	?	0,7	–	4	–	1,5	–	?	–
3	?	1000	14	7	–	15	?	–	?	–	–	?
4	65	–	5	–	?	–	3	?	0,5	?	–	–
5	50	?	?	8,5	–	20	–	–	1,4	0,6	–	?
6	45	900	?	7	?	12	–	15	–	?	?	–
7	–	–	12	–	0,6	?	?	–	1,5	–	?	–
8	65	500	10	9	?	–	–	?	?	–	–	?
9	?	800	18	?	–	–	2	?	1,2	?	–	–
0	50	?	?	–	?	–	5	22	?	0,5	?	?

Задача Д1.9

Частинка води M в трубці переносного поливальника під дією постійних сил рухається з точки A, де не має початкової швидкості, до точки B, шлях $AB = l$, де набуває швидкості V_B. Трубка AB, рис. Д1.9, складає з горизонталлю кут α. Частинка M проходить трубку AB без тертя за час τ. Від точки B до точки C частинка M рухається по траєкторії $y(x)$ за час T, в точці C має швидкість V_C, вектор якої складає кут φ з вертикаллю. Найвище положення струменя води на ділянці BC над горизонтальною землею рівне H.

Положення точок A, B і C відносно горизонтальної землі і поливальника вказано параметрами h і d на рис. Д1.9. Опір повітря не враховувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.9 по варіантах.

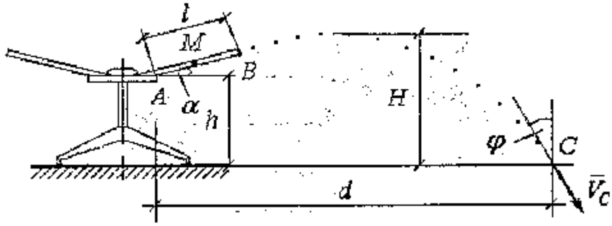


Рисунок Д1.9

Таблиця Д1.9

Варіант	l	h	H	d	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м				м/с		с		град.		
1	1	1,5	–	?	–	?	0,2	–	45	?	–
2	0,6	1	–	8	15	–	?	–	?	–	?
3	0,2	0,6	?	10	–	–	–	?	15	?	–
4	?	?	–	?	7	–	0,25	0,8	30	–	–
5	0,5	–	–	10	5	–	0,2	?	15	?	?
6	1	1,8	?	6	8	?	–	–	?	–	–
7	?	1,2	–	?	16	–	0,1	–	60	?	–
8	0,8	?	–	12	10	–	?	?	45	?	–
9	1	1,3	?	10	12	?	–	?	30	–	?
0	0,5	1,4	–	?	–	?	0,2	?	75	?	–

Задача Д1.10

Мотоцикліст M без початкової швидкості розганяється по похилій площині, рис. Д1.10, і перелітає канаву. Похила площина AB має кут α з горизонтом, довжину $AB = l$. Мотоцикліста з мотоциклом приймаємо за матеріальну точку масою m. Його рух на ділянці AB відбувається під дією постійних сил тяги F і тертя з коефіцієнтом f. Час руху на ділянці AB рівний τ.

В точці B мотоцикліст зі швидкістю V_B залишає площину і виконує стрибок по траєкторії $y(x)$ до точки C, де приземляється зі швидкістю V_C, вектор якої складає кут φ з вертикаллю. Час польоту T. Різниця в положенні точок B і C вказується параметрами d і h як показано на рис. Д1.10. Опір повітря не враховувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.10 по варіантах.

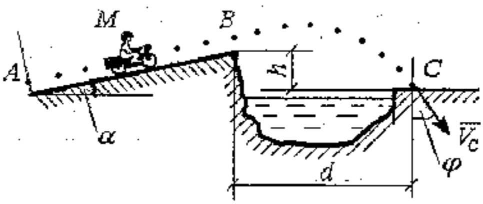


Рисунок Д1.10

Таблиця Д1.10

Варі-ант	m	F	f	l	h	d	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	кг	кН		м			м/с		с		град.		
1	240	?	0,2	15	1	?	30	–	?	–	30	–	–
2	125	2,6	?	–	?	1,3	20	?	1,5	–	45	–	?
3	150	2	0,1	12	–	?	?	–	?	0,9	20	?	–
4	?	3	0,3	?	0,5	–	15	–	1	?	30	?	–
5	200	?	0,2	10	–	6	–	?	2	–	15	?	–
6	300	5	?	20	–	15	?	–	2	?	30	–	?
7	220	4	0,15	?	0	?	25	–	–	–	35	?	–
8	?	2,5	0,4	25	?	–	?	?	2,5	2	15	–	?
9	280	4,5	?	?	–	?	30	?	3	1	25	–	–
0	250	?	0,1	12	–	10	12	–	?	?	20	–	?

Задача Д1.11

Лижник M рухається по похилій площині з кутом α до горизонту, шлях $AB = l$ проходить за час τ. В точці A він має швидкість V_A, в точці B - V_B. Коефіцієнт тертя лиж по снігу рівний f. З точки B до точки C лижник рухається в повітрі по траєкторії $y(x)$, рис. Д1.11. Час, за який лижник пролітає до точки C рівний T, швидкість лижника в момент приземлення в точці C рівна V_C, а її напрямок відносно вертикалі визначається кутом φ. Положення точок B і C вказано на рис. Д1.11 розмірами d і h. Лижник вважається матеріальною точкою, на яку повітря опір не чинить.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.11 по варіантах.

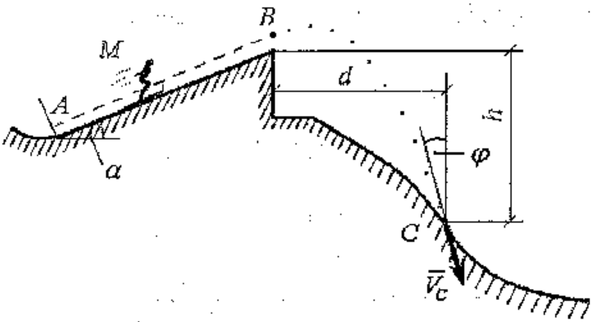


Рисунок Д1.11

Таблиця Д1.11

Варі-ант	f	l	d	h	V_A	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	?	10	–	6	18	–	?	4	–	15	?	–
2	0,05	5	?	–	20	?	?	0,5	2	5	–	–
3	0	–	32	?	?	15	–	1	?	45	?	?
4	0,3	1,02	–	12	10,5	10	?	?	–	?	–	–
5	0,2	6	42	–	?	18	–	?	?	20	–	?
6	0	?	–	10	15	12	?	–	?	10	?	–
7	?	12	60	–	28	?	–	1,3	3	15	–	?
8	0,1	?	–	5	16	10	?	–	?	30	?	–
9	0	14	40	–	25	20	–	?	–	?	–	–
0	?	10	15	?	20	?	–	0,6	?	20	–	?

Задача Д1.12

З даху будинку в точці A штовхають важкий предмет M зі швидкістю V_A, рис. Д1.12. Предмет рухається по похилій площині даху під кутом α до горизонту і в точці B набуває швидкості V_B. На шляху $AB = l$, який предмет M проходить за час τ, діє сила тертя з коефіцієнтом тертя f. В точці B предмет M відривається від даху і летить до точки C, де приземляється зі швидкістю V_C, вектор якої складає кут φ з вертикальним напрямком. Час руху предмета від точки B до точки C рівний T, траєкторія польоту має вигляд залежності $y(x)$, опір повітря не враховується. Положення точок B і C в вертикальній площині визначено параметрами h і d, як показано на рис. Д1.12.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.12 по варіантах.

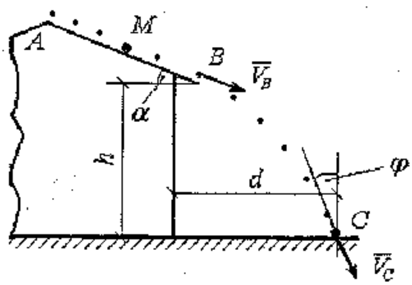


Рисунок Д1.12

Таблиця Д1.12

Варіант	f	l	d	h	V_A	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	0,2	?	–	16	10	–	?	0,5	–	60	?	?
2	0,3	9,5	?	?	5	–	–	1	0,7	?	?	–
3	0	?	–	50	–	20	?	1	?	60	–	?
4	0,25	12	?	20	8	?	–	?	?	14	–	–
5	0,4	?	5,3	?	20	–	?	0,4	–	45	–	?
6	0,1	7	–	12	0	?	?	1,86	?	30	?	–
7	0,2	–	8,5	–	10	11	?	?	?	15	–	?
8	0	?	?	20	6	–	–	1	?	75	?	–
9	0,2	12,8	?	24	16,2	18	?	?	–	25	?	–
0	0,3	–	–	–	6	?	?	1,2	2	45	?	–

Задача Д1.13

Спортсмен масою m з точки A без початкової швидкості розганяється на горизонтальному шляху $AB = l$ за час τ під дією середньої постійної сили F і в точці B досягає швидкості V_B, рис. Д1.13. В цей момент не втрачаючи швидкості V_B він відштовхується у вертикальному напрямку з швидкістю U і виконує стрибок у воду по траєкторії $y(x)$ до точки C, де занурюється зі швидкістю V_C, напрямок якої складає кут φ з вертикаллю. Точка C знаходиться на горизонтальній віддалі d від точки B, а в вертикальному напрямку h, як показано на рис. Д1.13. Час руху спортсмена на ділянці BC рівний T. Спортсмена приймаємо за матеріальну точку, опором повітря і тертям на ділянці AB нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.13 по варіантах.

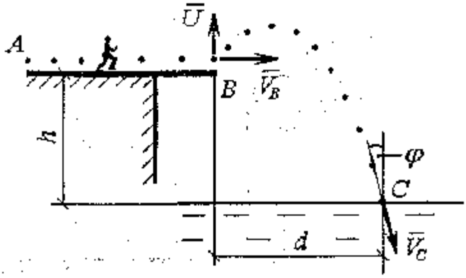


Рисунок Д1.13

Таблиця Д1.13

Варіант	m	F	l	d	h	V_B	U	V_C	τ	T	φ	$y(x)$
	кг	кН	м			м / с			с		град.	
1	–	–	2	–	5	?	2	?	0,5	–	?	–
2	40	1,4	?	?	?	–	1	?	0,1	0,75	–	?
3	–	–	3	8	3	7	?	?	–	–	–	?
4	35	1,2	4	1,8	–	?	0,5	?	?	–	?	–
5	–	–	?	–	?	5	3	–	0,6	1,15	?	–
6	80	?	2,5	1,5	–	?	4	?	0,45	1	?	–
7	60	1,8	5	?	0,7	10	?	–	–	0,8	–	?
8	75	?	2,2	1,2	–	–	2	?	0,4	–	?	–
9	–	–	1	3	2	4	–	?	?	0,75	–	–
0	50	?	1,5	2	?	–	3	–	0,4	–	?	?

Задача Д1.14

В сортувальній машині зернина масою m рухається по похилій площині, рис. Д1.14, під кутом α до горизонталі під дією сили ваги $P = mg$ і тертя з коефіцієнтом тертя f. Починаючи рух без початкової швидкості в точці A, за час τ на шляху $AB = l$ зернина в точці B набуває швидкості V_B і за лишає похилу площину, після чого починає падати в горизонтальному пото ці повітря, який створює постійну горизонтальну силу $F = kmg$, тому зерни на рухається по траєкторії $y(x)$ і падає на горизонтальну поверхню в точці C зі швидкістю V_C, вектор якої складає кут φ з вертикаллю. Від точки B до точки C зернина рухається час T. Положення точок B і C вказується на рис. Д1.14 віддалями h і d. Опором повітря в залежності від швидкості руху зернини нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.14 по варіантах.

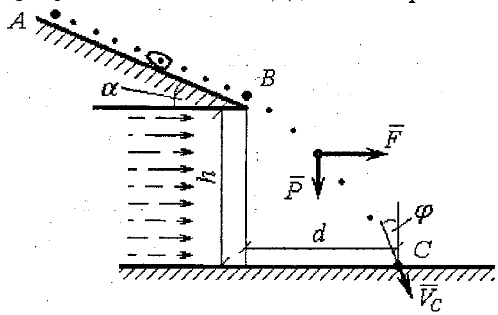


Рисунок Д1.14

Таблиця Д1.14

Варі-ант	k	f	l	d	h	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
			м			м/с		с		град.		
1	0,2	0,1	1	?	2	–	?	–	–	30	?	–
2	0,5	0,3	–	1,5	–	5	–	0,8	?	?	–	?
3	?	0,4	–	1,5	1,4	2,9	?	–	–	65	?	–
4	0,4	0,1	1,5	1,2	?	–	–	–	–	20	?	?
5	0,3	?	–	?	–	2,5	?	0,4	0,5	45	?	–
6	0,2	0,04	0,3	?	1,2	1,5	–	–	–	?	–	?
7	?	0,25	–	0,51	?	?	?	0,3	0,6	35	–	–
8	0,6	–	?	–	2,5	4	–	2	?	15	?	?
9	0,3	0,3	2	?	1	–	–	?	–	45	–	?
0	0,5	?	0,5	0,6	?	–	?	0,36	–	60	?	–

Задача Д1.15

Автомобіль масою m на горизонтальній ділянці шляху в точці A має швидкість V_A, а в точці B - швидкість V_B, рис. Д1.15. Шлях $AB = l$ він проходить за час τ під дією постійних сил тертя з коефіцієнтом f і сили тяги Q. В точці B автомобіль втрачає контакт з горизонтальною дорогою і рухається по траєкторії $y(x)$ до точки C, де приземляється з швидкістю V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ. Від точки B до точки C ав томобіль рухається під дією сили ваги за час T. Автомобіль вважаємо ма теріальною точкою, опором повітря на ділянках AB і BC нехтуємо. Положення точок B і C вказано на рис. Д1.15 розмірами d і h.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.15 по варіантах.

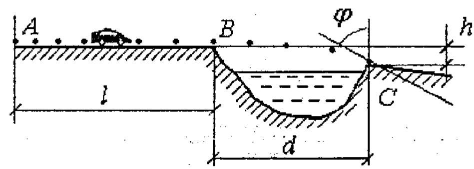


Рисунок Д1.15

Таблиця Д1.15

Варі-ант	m	Q	f	l	d	h	τ	T	V_A	V_B	V_C	φ	$y(x)$
	кг	кН		м			с		м/с			град.	
1	2000	?	0,15	16	?	0,7	1	?	–	25	–	?	–
2	–	–	–	30	–	?	2	0,3	12	?	?	–	?
3	1000	12	0,2	?	6	–	?	–	20	30	?	?	–
4	?	32	0,4	15	12	–	0,5	–	?	35	?	?	–
5	1600	56	?	22	?	–	–	0,32	10	40	?	–	?
6	–	–	–	3	4	?	0,4	?	?	15	–	?	–
7	1000	?	0,2	25	3	–	–	?	5	20	?	–	–
8	–	–	–	?	?	0,2	0,3	–	8	?	–	?	?
9	1000	16	0,3	–	5	?	0,2	–	15	?	–	?	?
0	?	20	0,1	8	6	?	0,6	–	?	18	?	–	–

Задача Д1.16

Акробат масою m розганяється з точки A без початкової швидкості, рис. Д1.16, за час τ пробігає віддаль $AB = l$, відштовхуючись від землі з середньою силою F, і в точці B набуває швидкості V_B. В точці B акробата підштовхують зі швидкістю U під кутом α до горизонталі в результаті чого він продовжує рухатись в повітрі по траєкторії $y(x)$ до точки C, яка знаходиться від точки B на горизонтальній віддалі d і вертикальній h : В точці C акробат має швидкість V_C, вектор якої складає кут φ з вертикаллю. Акробата вважаємо матеріальною точкою. Опором повітря при русі на ділянках AB і BC нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.16 по варіантах.

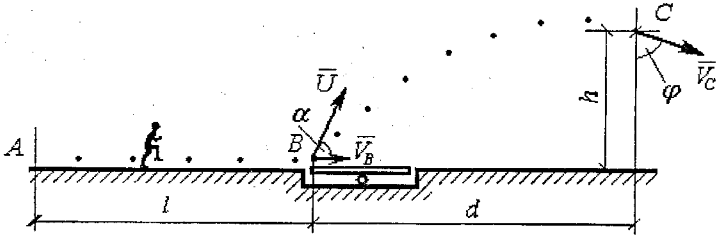


Рисунок Д1.16

Таблиця Д1.16

Варі-ант	m	F	l	d	h	τ	T	V_B	U	V_C	α	φ	$y(x)$
	кг	кН	м			с		м/с			град.		
1	–	–	?	?	–	0,5	0,25	8	10	?	45	–	?
2	80	2	3	4	?	?	?	–	12	?	60	–	–
3	?	0,8	1,5	3,5	?	?	0,5	6	8	–	?	–	–
4	60	?	2	?	–	–	0,8	10	15	–	75	?	–
5	40	2	?	6	–	0,1	?	5	5	–	–	?	–
6	?	1,4	–	5	?	0,25	–	14	7	–	?	–	?
7	50	1,5	2,5	8	–	?	0,4	–	?	?	–	?	–
8	?	1,2	1,5	10	9	0,3	?	?	–	–	60	–	?
9	–	–	3	?	0,5	?	?	12	5	–	45	–	?
0	55	?	–	4	?	0,3	–	7	?	?	?	–	–

Задача Д1.17

Спортсмен масою m, розігнавшись на горизонтальній прямій з точки A без початкової швидкості, в точці B набуває горизонтальної швидкості V_B і в той же момент відштовхнувшись з вертикальною швидкістю U, рис. Д1.17, виконує стрибок в висоту. На ділянці $AB = l$ на спортсмена діє середня постійна горизонтальна сила F відштовхування від землі і сила тертя з коефіцієнтом f. Час руху спортсмена на ділянці AB рівний τ. Ділянку руху BC спортсмен пролітає по траєкторії $y(x)$ за час T, піднімаючись на максимальну висоту H в точці D, і приземляється в точці C зі швидкістю V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ. Положення точок A, B, D і C вказані розмірами l, d, h, s і H на рис. Д1.17.

Спортсмена прийняти за матеріальну точку, опором повітря знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.17 по варіантах.

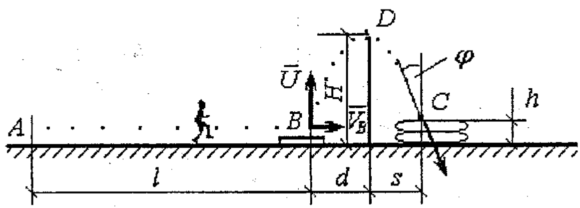


Рисунок Д1.17

Таблиця Д1.17

Варіант	m, кг	F, Н	f	l, м	d, м	h, м	s, м	H, м	V_B, м/с	U, м/с	V_C, м/с	τ, с	T, с	φ, град.	$y(x)$
1	–	–	–	15	3	–	?	2	7	?	–	?	1	?	?
2	50	?	0	12	–	?	2	?	–	6	?	4,8	–	–	–
3	36	?	0,2	–	2	1,5	–	?	5	–	–	1,5	?	?	–
4	?	200	0	–	1,5	–	–	2,1	15	–	?	3	–	?	?
5	–	–	–	?	?	1,1	–	?	10	6	?	3	–	–	–
6	?	180	0,4	16	4	1	2	1,9	–	–	–	2,5	?	–	?
7	40	?	0,1	10	?	0,5	?	–	?	5	–	2	0,9	?	–
8	45	?	0	12	3	1	–	?	8	7	?	?	–	?	–
9	–	–	–	8	4	–	3	2,1	?	–	?	1	?	–	?
0	?	60	0	–	–	?	3	1,9	8	?	–	2	–	?	–

Задача Д1.18

З автомобіля, який рухається під дією постійних сил по горизонтальній ділянці, в точці B запускають важкий предмет з швидкістю U, напрямок якої складає кут α з горизонтом. На шляху $AB = l$ автомобіль має швидкість V_A в точці A і V_B в точці B. Час руху автомобіля на шляху AB рівний τ. З точки B предмет з результуючою швидкістю описує траєкторію $y(x)$ до точки C. Від точки B до точки C віддаль по горизонталі d, а по вертикалі h, як показано на рис. Д1.18. Ділянку траєкторії BC предмет пролітає за час T. Вектор швидкості V_C складає кут φ з вертикаллю.

Предмет вважати матеріальною точкою, опір повітря не враховувати. Початковою висотою предмета над поверхнею землі, розміром b,що показазаний на рис. Д1.18, знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.18 по варіантах.

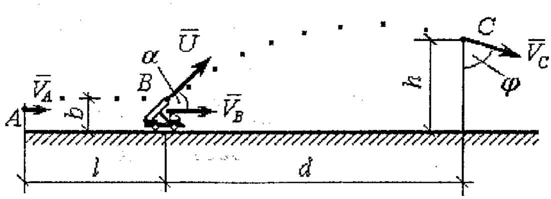


Рисунок Д1.18

Таблиця Д1.18

Варі-ант	l	d	h	V_A	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м			*м/с*				*с*		*град.*		
1	60	?	?	8	?	100	–	6	5	25	?	–
2	90	–	500	?	45	300	?	3	?	15	–	–
3	?	1200	?	20	35	200	–	1	–	30	?	–
4	80	–	?	10	?	90	–	5	10	75	?	?
5	100	1500	–	?	60	?	?	4	8	20	?	–
6	?	?	–	0	40	350	–	2	7	45	?	?
7	25	1000	–	?	30	120	?	1,2	16	?	–	?
8	?	800	–	5	25	?	?	2	4	60	–	?
9	70	–	?	10	?	150	–	3	12	25	–	?
0	50	1400	?	12	48	200	?	?	–	30	?	–

Задача Д1.19

Металева кулька масою m одержує в точці A швидкість V_A, яка направлена під кутом α до горизонту, рухається в повітрі під дією сили ваги $P = mg$, а в точці B потрапляє в рідину, де продовжує рух по траєкторії $y(x)$ до точки C. Вектор швидкості V_C складає кут φ з вертикаллю. В рідині на кульку крім сили ваги P діє сила від течії рідини $F = kmg$ в напрямку горизонтального потоку. На ділян-ці AB кулька рухається час τ, а на ділянці BC - T. Положення точок A, B і C визначається параметрами h, H, d і s, як показано на рис. Д1.19.

Опором повітря і рідини в залежності від швидкості руху кульки, яку вважаємо матеріальною точкою, нехтуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.19.

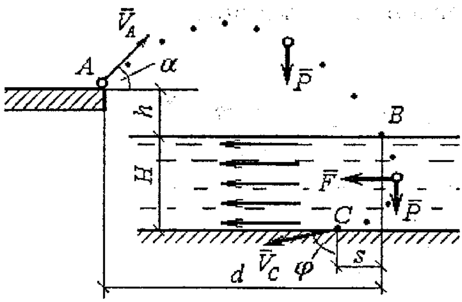


Рисунок Д1.19

Таблиця Д1.19

Варі-ант	k	h	d	s	H	V_A	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м				м/с		с		град.		
1	0,5	?	8	5	?	20	–	–	?	15	?	–
2	5	?	–	2	8	5	?	1	–	30	?	–
3	0,4	20	?	–	3	8	?	?	–	45	–	?
4	2	?	3	–	1	5	?	?	–	30	–	?
5	?	–	2	0,5	1,5	?	–	2	?	75	?	–
6	0	2	10	?	–	10	?	?	0,6	?	–	–
7	?	–	–	-1	?	12	–	1,6	0,2	30	?	?
8	–	2,5	0,8	–	3	9	–	?	?	30	–	?
9	1	0,7	–	?	4	10	–	–	?	45	?	?
0	0,3	0,5	?	-0,5	?	–	?	–	0,5	25	?	

Задача Д1.20

Куля в стволі вогнепальної зброї рухається без початкової швидкості під дією середньої сили тиску газів Q і на виході в точці B має швидкість V_B, пробігаючи шлях $AB = l$ за час τ. З точки B з початковою швидкістю V_B, яка направлена під кутом α до горизонту, куля рухається в повітрі під дією власної ваги по траєкторії $y(x)$ до точки C за час T, де вектор швидкості V_C складає кут φ з вертикальним напрямком. Положення ствола та точок B і C визначено параметрами l, h, d, як показано на рис. Д1.20.

Куля, яку вважаємо матеріальною точкою, має масу m, її вага $P = mg$. На ділянці AB вагою кулі в порівнянні з силою тиску газів Q нехтуємо ($P << Q$). Не враховуємо силу опору повітря при русі кулі в повітрі на ділянці BC.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.20 по варіантах.

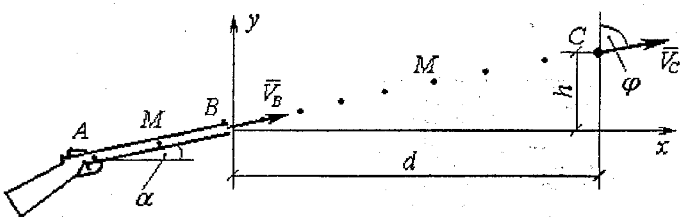


Рисунок Д1.20

Таблиця Д1.20

Варіант	m	Q	l	h	d	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	$кг \cdot 10^{-3}$	$кН$	м			м/с		$с \cdot 10^{-3}$	с	град.		
1	5	?	0,8	–	100	300	–	–	–	45	?	?
2	?	5	0,6	112	?	–	?	4	–	30	–	?
3	–	–	0,7	?	50	300	–	?	0,17	?	?	–
4	9	7,2	0,4	–	?	?	?	1	0,3	25	–	?
5	12	?	?	–	250	600	?	0,5	–	15	?	–
6	–	–	1	?	300	500	–	–	?	0	?	–
7	?	10	0,6	?	150	–	–	3	0,4	?	–	?
8	50	?	–	50	30	?	–	?	–	20	?	–
9	–	–	?	0,5	?	500	?	0,8	–	5	–	?
0	9	3,7	0,6	?	90	–	?	?	–	3	?	–

Задача Д1.21

З літака, який летить горизонтально і рівномірно зі швидкістю U, рис. Д1.21, по похилій площині $AB = l$, що під кутом α до горизонту, спускають важкий предмет. Відокремившись від літака в точці B, предмет рухається в повітрі по траєкторії $y(x)$ і приземляється в точці C. На похилій площині на предмет діють сила ваги і тертя з коефіцієнтом f. Початкова швидкість в точці A рівна нулю, в точці B - V_B, час руху на AB рівний τ. На ділянці BC на предмет діє тільки сила ваги, опором повітря нехтуємо. Положення точок B і C відносно землі вказано параметрами h і d на рис. Д1.21. Вектор швидкості V_C в момент приземлення складає кут φ з вертикаллю, а час руху на ділянці BC рівний T.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.21 по варіантах.

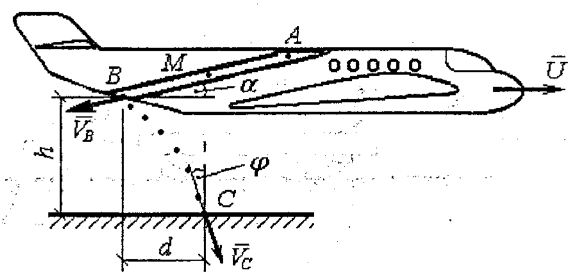


Рисунок Д1.21

Таблиця Д1.21

Варіант	f	l	d	h	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	0,3	3	–	300	–	170	?	?	–	20	?	?
2	–	–	1500	?	6	600	?	0,5	?	30	–	?
3	–	?	?	600	4	?	–	?	–	45	?	–
4	0,2	5	?	2000	–	400	?	–	–	30	?	–
5	0,1	–	1990	?	2	–	–	–	10	60	?	?
6	–	–	?	–	5	90	?	0,8	12	25	–	?
7	0	–	3000	?	?	?	–	1	20	15	?	–
8	?	4	1000	?	?	–	–	1	5	75	–	?
9	?	–	?	1145	3	200	?	5	15	20	?	–
0	0	2	1200	800	?	?	–	0,4	?	20	–	?

Задача Д1.22

З платформи поїзда, який рухається під дією постійних сил горизонтально і прямолінійно, в точці A має швидкість V_A, а в точці B швидкість V_B, з точки B вистрибує людина зі швидкістю U, вектор якої направлений під кутом α до горизонту, як показано на рис. Д1.22. Шлях $AB = l$ поїзд проходить за час τ. Людина в точці B залишає поїзд, пролітає до точки C, що знаходиться на землі, по траєкторії $y(x)$ за час T і приземляється зі швидкістю V_C, вектор якої складає кут φ з вертикаллю. Відносне положення точок B і C вказано розмірами d і h на рис. Д1.22.

Людину вважати матеріальною точкою, опором повітря знехтувати, точки A, B, C і вектор U лежать в площині руху поїзда.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.22 по варіантах.

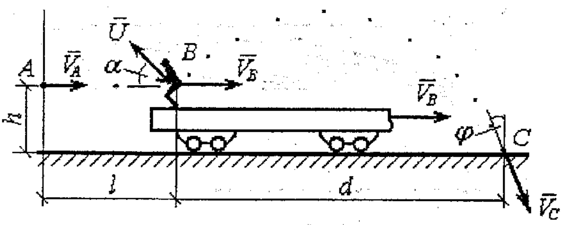


Рисунок Д1.22

Таблиця Д1.22

Варі-ант	l	d	h	V_A	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м			м/с				с		град.		
1	?	20	–	10	12	10	?	1	2,2	?	?	–
2	35	–	2,5	?	25	?	–	3	2	75	–	?
3	50	?	1,5	20	–	5	?	2	–	45	?	–
4	–	?	2	–	15	17	?	–	?	30	?	–
5	25	10	0,5	8	20	?	–	?	1,5	?	?	–
6	?	–	?	5	22	12	–	1,5	1	20	?	?
7	–	?	3	–	8	14	–	–	–	15	?	?
8	?	0	1,8	2	9,5	10	?	2	?	?	–	–
9	–	1	1,8	–	20	?	?	–	?	10	–	?
0	?	12	0,8	4	24	?	?	1,5	1,3	?	–	?

Задача Д1.23

З катера, який рухається по поверхні води під дією постійних сил, в точці B запускають важкий предмет з швидкістю U під кутом α до горизонту. Від точки B предмет рухається по траєкторії $y(x)$ до точки C за час T, де має швидкість V_C, вектор якої складає кут φ з вертикальним напрямком, рис. Д1.23. Шлях $AB = l$ катер проходить за час τ, в точці A має швидкість V_A, а в точці B швидкість V_B. Точки A, B, C, вектори швидкостей V_A, V_B, V_C і U лежать в площині руху катера. Положення точок A, B і C вказується розмірами l, d і h, як показано на рис. Д1.23.

Опір води при русі катера на прямій AB, а також повітря при русі предмета на ділянці BC вважаємо незначними. Нехтуємо також початковою висотою b предмета над поверхнею води.

Дані для розрахунків наведені в таблиці Д1.23 по варіантах.

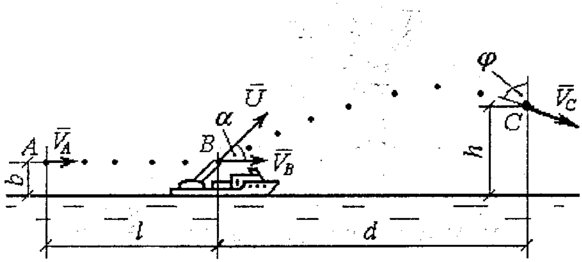


Рисунок Д1.23

Таблиця Д1.23

Варіант	l	d	h	V_A	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м			м/с				с		град.		
1	45	610	?	2	28	100	–	?	?	20	?	–
2	100	?	120	0	?	?	–	8	6	45	–	–
3	?	500	100	5	25	?	–	2	10	?	?	–
4	–	1000	–	–	20	200	?	–	?	15	?	?
5	–	?	50	0	36	90	?	5	–	30	?	?
6	?	?	200	6	24	115	–	10	–	60	?	?
7	75	626	?	4	?	140	?	6	4	20	–	?
8	–	3568	?	–	10	180	–	–	26	?	?	–
9	125	300	15	7	18	80	?	?	?	15	–	?
0	?	600	?	3	25	210	–	1,5	?	75	?	–

Задача Д1.24

Повітряна куля з газовим пальником піднімається по вертикалі під дією постійних сил так, що в точці A має швидкість V_A, в точці B швидкість V_B, висоту $AB = h$ проходить за час τ, рис. Д1.24. В той момент, коли гондола знаходиться в точці B на висоті H над землею з неї кидають зі швидкістю U під кутом α до горизонту важкий предмет, який падає до землі по траєкторії $y(x)$ до точки C, де вектор швидкості V_C направлений під кутом φ до вертикалі. Час польоту предмета до точки C рівний T, а віддаль від точки B до точки C по горизонталі рівна l, що зображено на рис. Д1.24.

Предмет вважаємо матеріальною точкою. Опір повітря в залежності від швидкості руху не враховуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.24 по варіантах.

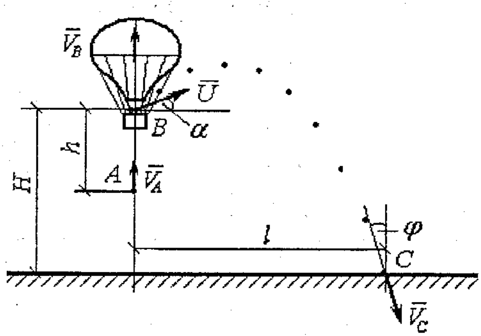


Рисунок Д1.24

Таблиця Д1.24

Варі-ант	H	h	l	V_A	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м			м/с				с		град.		
1	880	80	50	0	?	?	?	16	?	0	–	?
2	?	40	48	1	7	–	–	?	12,4	15	?	?
3	100	?	–	2	5	3	?	8	?	45	?	–
4	–	50	169	?	8	–	?	6	18	20	?	?
5	–	?	?	1	9	4	?	10	15	60	?	–
6	500	36	75	1	4	8	?	?	10	?	–	?
7	300	?	–	0	5	5	–	2	–	30	?	?
8	1000	?	?	–	6	2	?	6	–	20	?	–
9	–	25	20	?	5	1	–	4	20	?	–	?
0	?	–	60	–	7	4	–	?	15	–	?	?

Задача Д1.25

Літак під дією постійних сил набирає висоту по прямій, яка складає кут α з горизонтом, рис. Д1.25. В точці A він має швидкість V_A, в точці B швидкість V_B, шлях $AB = l$ пролітає за час τ. В точці B з літака катапультують важкий предмет з швидкістю U під прямим кутом до напрямку польоту. Предмет рухається в повітрі під дією власної ваги по траєкторії $y(x)$ до точки C, де приземляється зі швидкістю V_C, яка направлена під кутом φ до вертикалі. В момент відділення предмета від літака точка B знаходиться на висоті h над землею, віддаль від точки B до точки C по горизонталі рівна d, що зображено на рис. Д1.25. Час польоту предмета від точки B до точки C рівний T.

Предмет вважаємо матеріальною точкою, опір повітря в залежності від швидкості руху не враховуємо.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.15 по варіантах.

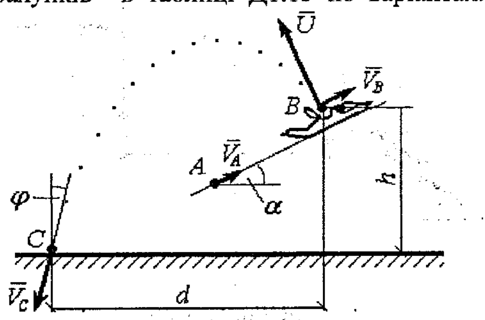


Рисунок Д1.25

Таблиця Д1.25

Варі-ант	l	h	d	V_A	V_B	U	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
	м			м/с				с		град.		
1	100	–	?	50	180	200	–	?	55	20	?	?
2	60	500	–	?	150	400	?	0,5	?	60	?	–
3	–	2000	–	–	200	330	?	–	76	?	?	–
4	240	?	–	?	120	300	–	3	60	75	?	?
5	?	1200	–	200	300	600	?	2	–	20	?	–
6	?	–	–	80	280	420	?	4	110	5	?	?
7	300	1000	?	–	100	150	?	2,5	?	0	–	?
8	–	8000	–	–	500	100	?	–	?	15	?	–
9	?	950	?	90	330	330	–	1	?	0	?	–
0	500	?	2000	100	400	?	?	?	100	90	–	–

Задача Д1.26

Важка матеріальна точка M масою m рухається без початкової швидкості по похилій площині $AB = l$ з кутом α до горизонталі під дією постійної сили Q, як показано на рис. Д1.26. Коефіцієнт тертя на площині AB рівний f_1, час руху до точки B τ. Точка М залишає площину AB зі швидкістю V_B і до найвищої точки траєкторії C рухається час T в повітрі під дією власної ваги не зустрічаючи опору повітря. В точці C точка M починає рухатись по горизонтальній площині з коефіцієнтом тертя f_2. За час t вона проходить віддаль $CD = d$ і в точці D зупиняється. Положення точок A, B, C і D визначено розмірами l, s, h і d як показано на рис. Д1.26.

Дані для остаточних розрахунків наводяться в таблиці Д1.26 по варіантах.

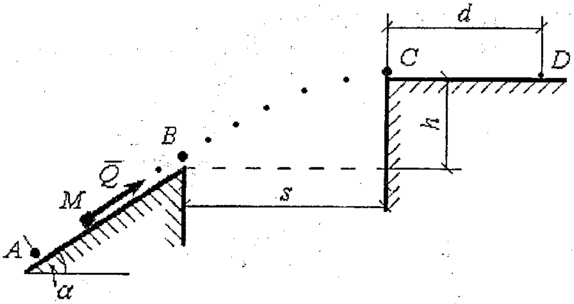


Рисунок Д1.26

Таблиця Д1.26

Варі-ант	f_1	f_2	m	Q	l	s	h	d	α	τ	T	t
			кг	Н	м				град.	с		
1	0,2	0,5	0,5	10	7,4	?	–	?	20	?	–	–
2	–	?	–	–	5	–	?	3,2	60	2	?	?
3	0,5	0,2	2	18	?	?	–	–	15	1	–	?
4	0,1	0,3	1	?	2	?	–	?	30	4	–	?
5	0,4	0,8	0,3	6	4,2	–	–	?	?	0,9	–	?
6	?	?	0,4	12	12,5	?	–	30	20	1	0,87	–
7	0	?	0,5	9	?	–	–	12	75	0,7	–	?
8	–	0,2	–	–	?	?	–	4	15	1	?	–
9	–	–	–	–	7	3	?	?	30	?	0,5	–
0	0,2	0,1	?	8	9,61	?	?	–	20	2	?	–

Задача Д1.27

Снаряд масою m рухається з точки A з початковою швидкістю V_A під кутом α до горизонту по траєкторії $y(x)$ до точки B, яка розташована від точки A на горизонтальній віддалі s і вертикальній h, де має швидкість V_B, що направлена під кутом φ до вертикалі, рис. Д1.27. На ділянці AB снаряд перебуває під дією сили ваги $P = mg$, час руху на ній рівний τ. В точці B снаряд стикається з поверхнею, площина якої перпендикулярна до вектора V_B і, зустрічаючи опір $R = kmg$, проникає в середовище поверхні на глибину d і в точці C зупиняється. Коефіцієнт k є сталим і залежить від форми снаряда та властивостей середовища. Шлях $BC = d$ снаряд проходить за час T.

Снаряд приймаємо за матеріальну точку, опір повітря не враховуємо. На ділянці BC вагою снаряда в порівнянні з опором середовища нехтуємо;

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.27 по варіантах.

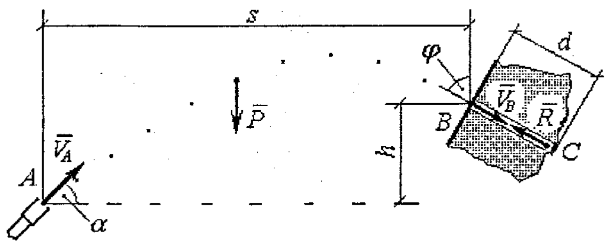


Рисунок Д1.27

Таблиця Д1.27

Варіант	$k \cdot 10^3$	s	h	d	V_A	V_B	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с		с	$\cdot 10^{-3}$ с	град.		
1	–	?	50	?	250	–	6,4	3,2	?	–	–
2	16,3	?	–	0,5	450	400	7,7	–	30	?	–
3	?	8800	–	1	600	–	?	?	10	–	?
4	20	2000	?	?	300	–	8	–	?	?	–
5	?	?	100	0,4	150	–	1,84	–	?	?	?
6	18,6	?	-40	?	–	320	6,6	?	5	–	–
7	?	–	?	–	500	–	12	5	0	?	–
8	–	200	–	?	?	–	1,4	4	45	?	?
9	15	450	10	0,3	?	?	–	–	15	?	–
0	8,5	–	?	0,2	?	?	10	–	27	90	?

Задача Д1.28

При очищенні буряків на цукровому заводі коренеплід M масою m рухається спочатку по похилій площині $AB = l$ під кутом α до горизонту, а потім в повітрі по траєкторії $y(x)$ до точки C, рис. Д1.28. На площині коренеплід M рухається під дією сили ваги і тертя з коефіцієнтом f, має початкову швидкість V_A в точці A, в точці B швидкість V_B, час руху на шляху AB рівний τ. Від точки B до точки C коренеплід рухається час T, в точці C має швидкість V_C, яка складає з вертикаллю кут φ. Положення точки C відносно точки B визначено розмірами d і h, як показано на рис. Д1.28. Коренеплід M вважаємо матеріальною точкою з сталою масою, опором повітря нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д1.28 по варіантах.

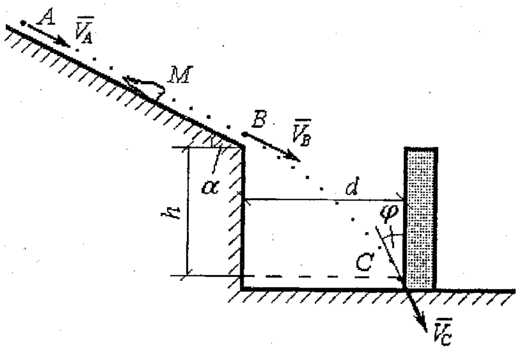


Рисунок Д1.28

Таблиця Д1.28

Варі-ант	f	l	d	h	V_A	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.		
1	0,2	4	–	5	2	?	?	–	?	15	–	?
2	0,4	6	0,8	?	?	–	–	2	–	75	?	?
3	0	–	–	3	1	3,5	?	?	–	60	?	?
4	0,1	?	?	4,1	2	–	–	1	?	45	?	–
5	?	3,75	1,5	?	3	4,51	?	?	–	20	–	–
6	0,15	2	2	–	?	5	?	–	?	45	–	?
7	0	1,65	1,2	?	1,5	4	–	–	–	?	?	?
8	0,2	6	–	–	7,4	9	?	?	0,4	?	–	?
9	0,3	?	–	3,5	2	?	?	0,8	–	30	?	–
0	0,4	3	?	6	0,5	–	?	?	–	60	–	?

Задача Д1.29

В установці для очистки зерна зернина M масою m рухається без початкової швидкості з точки A по похилій площині з кутом α до горизонту і коефіцієнтом тертя f, рис. Д1.29. Шлях $AB = l$ під дією ваги і тертя проходить за час τ і в точці B має швидкість V_B. В момент, коли зернина потрапляє в точку B, на неї діє вузький потік повітря, який додає їй швидкості U під кутом β до горизонту. З результуючою швидкістю зернина починає рухатись по траєкторії $y(x)$ до точки C. Положення точки C відносно точки B вказано розмірами d і h по горизонталі і вертикалі, відповідно. Час руху зернини на ділянці BC рівний T, вектор швидкості V_C утворює з вертикаллю кут φ. Зернину вважати матеріальною точкою, опором повітря в залежності від швидкості знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.29 по варіантах.

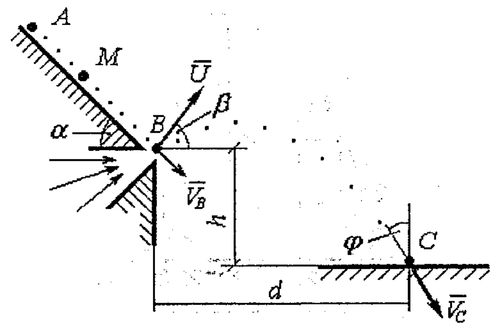


Рисунок Д1.29

Таблиця Д1.29

Варі-ант	f	l	d	h	V_B	U	V_C	τ	T	α	β	φ	$y(x)$
		м			м/с			с		град.			
1	0,2	1,5	3	?	–	3	–	?	–	15	30	?	?
2	0,1	–	?	–	4,05	2	?	1	0,5	?	15	–	?
3	0,1	?	1,5	–	–	?	–	0,5	0,3	20	75	?	?
4	0	–	?	1,5	?	2	?	1	–	60	45	–	?
5	0,2	–	–	?	0,51	2,8	–	0,8	0,4	?	60	?	?
6	–	1,2	2,2	–	–	1,5	?	–	?	90	30	?	–
7	?	–	2,4	1,2	2,1	?	–	0,7	–	30	45	?	?
8	0	4	1,7	–	?	?	–	?	0,3	45	60	?	–
9	0,6	0,5	2,5	–	–	3	?	?	0,7	75	?	–	?
0	0,3	1	1,6	?	–	3,2	–	–	?	55	30	?	?

Задача Д1.30

В трубці AB фонтана з кутом α до горизонту частинка води M масою m перебуває під дією постійних сил ваги $P = mg$ і сили $Q = kmg$, яка створюється від тиску води в мережі труб. На вході трубки в точці A швидкість води дуже мала, а на виході в точці B частинка M має швидкість V_B. Час руху на $AB = l$ рівний τ. В точці B частинка M залишає трубку і рухається по траєкторії $y(x)$ з максимальною висотою фонтана H до точки C за час T, де має швидкість V_C, що направлена під кутом φ до вертикалі. Різниця в положенні точок B і C вказана розмірами d і h, рис. Д1.30. Частинку води прийняти за матеріальну точку, опором течії в трубці та опором повітря знехтувати.

Дані для розрахунків - в таблиці Д1.30 по варіантах.

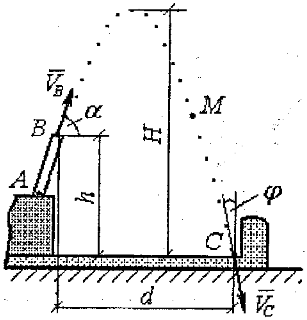


Рисунок Д1.30

Таблиця Д1.30

Варі-ант	k	l	d	h	H	V_B	V_C	τ	T	α	φ	$y(x)$
		м				м/с		с		град.		
1	5	?	–	0,4	?	?	–	0,1	–	60	?	–
2	8	–	?	0,6	–	–	?	0,15	–	45	?	?
3	?	0,4	?	–	3	8	–	–	1,63	?	–	?
4	7	0,2	3	–	?	?	?	–	–	80	–	?
5	12	0,5	5	–	?	–	?	–	?	65	?	?
6	10	0,6	–	0,6	?	–	?	?	–	85	?	–
7	6	0,2	4	?	–	4,5	?	–	–	?	–	?
8	?	0,3	?	0,2	2,5	?	–	–	?	75	–	?
9	?	–	–	?	10	?	–	0,1	1	80	?	?
0	9	?	2	–	?	6	?	–	–	60	?	–

2.1 Приклад розв'язування задачі Д1

Умова задачі. Візок разом з матеріальною точкою M рухається під дією сили ваги і тертя з коефіцієнтом $f = 0,2$ по похилій площині AD з кутом $\alpha = 15^o$, рис. Д1.31. В той момент, коли точка M займе положення B на віддалі $AB = l = 2м$ і висоті $h = 1\ м$ над горизонтальною площиною AD, точку M виштовхують з візка з швидкістю $U=8м/с$ в напрямку перпендикулярному до похилої площини. В цей момент візок з точкою M має швидкість V_B, що направлена по похилій площині. Від точки B до точки C точка M рухається по траєкторії $y(x)$ час T, в точці C має швидкість V_C, вектор якої складає з вертикаллю кут φ. Точка C знаходиться на горизонтальній площині DC на віддалі $DC = d = 5\ м.$

Визначити максимальну висоту H точки M над горизонтальною площиною DC, кут φ для швидкості V_C, рівняння траєкторії $y(x)$, по якій рухається точка M на ділянці BC і початкову швидкість V_A, з якою візок починає рух по похилій площині AD.

Висотою точки M над поверхнею похилої площини AD знехтувати, опір повітря не враховувати.

Розв'язання. Проведемо аналіз сил, які діють на точку M в поцесі руху від точки A до точки C. На похилій площині на точку M разом з візком діють результуюча сила ваги $Q = (M + m)g$ (M – маса візка, m – маса точки), сила реакції похилої площини N і сила тертя F_T. При русі в повітрі по траєкторії $y(x)$ на точку діє лише сила ваги $P = mg$. Тому розглядаємо дві ділянки руху: AB і BC.

Будуємо розрахункову схему сил, які прикладені до точки M з візком під час руху на ділянці AB і показуємо її на рис. Д1.32. Складаємо диференціальне рівння руху важкої матеріальної точки масою $M + m$ вздовж осі Ax

$$(M+m)\ddot{x} = \sum X_k, \qquad (1.1)$$

де
$$\sum X_k = (M+m)g\sin\alpha - F_T,$$
$$F_T = f(M+m)g\cos\alpha.$$

Після підстановки суми сил в рівняння загального вигляду (1.1) і спрощення отримаємо

$$\frac{dVx}{dt} = g\ (sin\alpha - f\ cos\alpha) = 9,8\ (\ 0,259 - 0,2\ 0,966\ ) = 0,64\ . \qquad (1.2)$$

Інтегруємо диференціальне рівняння (1.2) два рази

$$V_x = \int 0,64dt = 0,64\,t + C_1, \qquad V_x = \frac{dx}{dt}$$

$$x = \int 0{,}64t dt + \int C_1 dt = 0{,}32\, t^2 + C_1 t + C_2$$

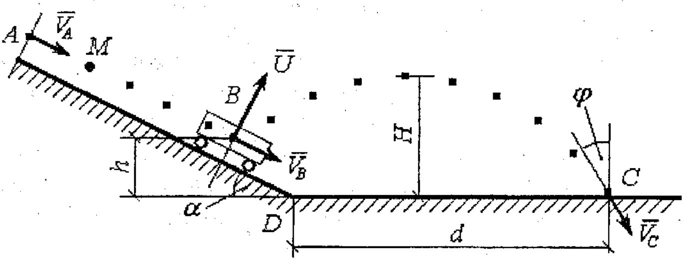


Рисунок Д1.31

Початковими умовами для цих інтегралів є:

$$x = 0 \;\text{ і }\; V_x = V_A \quad \text{при } t = 0,$$

тому сталі інтегрування рівні: $C_1 = V_A$, $C_2 = 0$.

Остаточними розв'язками диференціального рівняння (1.2) будуть функції:

$$V_x = 0{,}64\, t + V_A, \quad x = 0{,}32\, t^2 + V_A t. \qquad (1.3)$$

Якщо в розв'язках (1.3) покласти, що $x = l = 2$, то $V_x = V_B$, а t відповідає часу руху візка з точкою M від точки A до точки B. Підставимо ці значення в функції (1.3)

$$V_B = 0{,}64\, t + V_A, \qquad 2 = 0{,}32\, t^2 + V_A t \qquad (1.4)$$

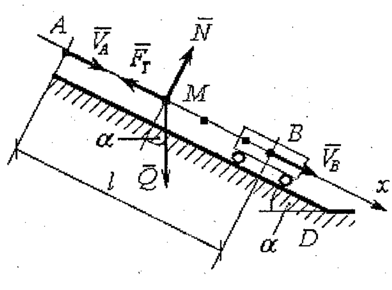


Рисунок Д1.32

Система рівнянь (1.4) не може бути розв'язана, тому що в ній три невідомих: V_A, V_B, і t.

Будуємо розрахункову схему для ділянки BC і показуємо її на рис. Д1.33.

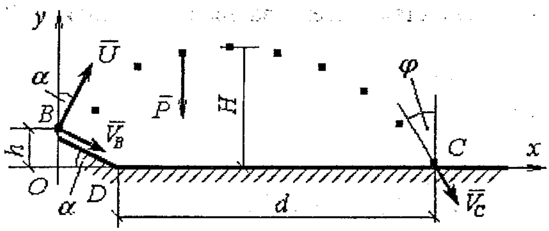


Рисунок Д1.33

Складаємо диференціальні рівняння руху точки M на площині xOy.

Загальний їх вигляд такий:

$$m\frac{dVx}{dt} = \Sigma X_k, \qquad m\frac{dVy}{dt} = \Sigma Y_k. \qquad (1.5)$$

На точку M діє єдина сила P, тому суми проекцій сил на осі рівні:

$$\Sigma X_k = 0, \ \Sigma Y_k = -mg.$$

Маса точки відмінна від нуля, тому диференціальні рівняння (1.5) мають вигляд:

$$\frac{dVx}{dt} = 0, \qquad \frac{dVy}{dt} = -g. \qquad (1.6)$$

Знаходимо перші та другі інтеграли диференціальних рівнянь (1.6)

$$V_x = C_3, \qquad x = C_3 t + C_4,$$

$$V_y = -g t + C_5, \qquad y = -0{,}5 g t^2 + C_5 t + C_6. \qquad (1.7)$$

Початковими умовами для диференціальних рівнянь (1.6) будуть:

$$V_x = V_B \cos\alpha + U \sin\alpha,$$
$$V_y = U \cos\alpha - V_B \sin\alpha,$$

при $t = 0$, $x = 0$ і $y = h$.

Тому сталі інтегрування $C_3 - C_6$ мають значення:

$$C_3 = V_B \cos\alpha + U \sin\alpha, \qquad C_4 = U \cos\alpha - V_B \sin\alpha, \qquad C_5 = 0, \qquad C_6 = h.$$

Підставимо знайдені сталі інтегрування в інтеграли (1.7)

$$\begin{aligned} &V_x = V_B \cos\alpha + U \sin\alpha, \\ &V_y = U \cos\alpha - V_B \sin\alpha - g\,t, \\ &x = (V_B \cos\alpha + U \sin\alpha)\,t, \\ &y = (U \cos\alpha - V_B \sin\alpha)\ t - 0{,}5\ g\,t^2 + h. \end{aligned} \qquad (1.8)$$

Функції (1.8) є кінематичними рівняннями руху точки M на ділянці **BC**. Якщо точка M знаходиться в точці C, то $t = T$, $x = OD + d$, $y = 0$, див. рис. Д1.33. $OD = h\,ctg\alpha$. Використаємо ці умови для координат із (1.8), то отримаємо

$$\begin{aligned} &d + h\,ctg\alpha = (V_B \cos\alpha + U \sin\alpha)\,T, \\ &(U \cos\alpha - V_B \sin\alpha)\ t - 0{,}5\ g\,t^2 + h = 0. \end{aligned}$$

Підставимо задані умовою величини

$$\begin{aligned} &(V_B \cos 15^o + 8 \sin 15^o)\,T = 5 + 0{,}5\ ctg 15^o, \\ &(8 \cos 15^o - V_B \sin 15^o)\,T - 0{,}5\ gT^2 + 1 = 0. \end{aligned} \qquad (1.9)$$

В системі рівнянь (1.9) виключимо T і одержимо квадратне рівняння відносно V_B

$$V_B^2 - 51{,}6\ V_B + 183{,}73 = 0. \qquad (1.10)$$

Звідки розв'язки: $V_{B1} = 47{,}75$, $V_{B2} = 3{,}85$.

Підставимо знайдені V_{B1} і V_{B2} в перше рівняння із системи (1.9) і знайдемо час T, за який точка M переміститься від точки B до точки C. Після обчислень знаходимо: $T_1 = 0{,}18$, $T_2 = 1{,}51$.

Відоме V_B дозволяє розв'язати систему рівнянь (1.4), звідки знайдемо V_A. Підстановка значень V_{B1} і V_{B2} в систему рівнянь (1.4) дає однозначні результати $V_{A1} = 47{,}72$ і $V_{A2} = 3{,}5$.

Знайдемо траєкторію точки M на ділянці BC. Для цього в функціях координат формул (1.8) підставляємо значення V_B в двох варіантах V_{B1} і V_{B2}. При $V_B = V_{B1} = 47,75$ отримуємо:

$$x = 44,75 \cdot 0,966 + 8 \cdot 0,2588 \cdot t = 44,13 \cdot t,$$

$$y = (8 \cdot 0,966 - 44,75 \cdot 0,2588) \cdot t - 4,9 \cdot t^2 = -4,63 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 + 1.$$

Виключимо в знайдених функціях параметр t. Тоді траєкторія буде мати вигляд

$$y = -0,105 \cdot x - 0,0025 \cdot x^2. \qquad (1.11)$$

При $V_B = V_{B2} = 3,85$

$$x = (3,85 \cdot 0,966 + 8 \cdot 0,2588) \cdot t = 5,786 \cdot t,$$

$$y = (8 \cdot 0,966 - 3,85 \cdot 0,2588) \cdot t - 4,9 \cdot t^2 + 1 = 6,73 \cdot t - 4,9 \cdot t^2 + 1.$$

Після виключення t одержуємо траєкторію:

$$y = 1,167 \cdot x - 0,147 \cdot x^2 + 1. \qquad (1.12)$$

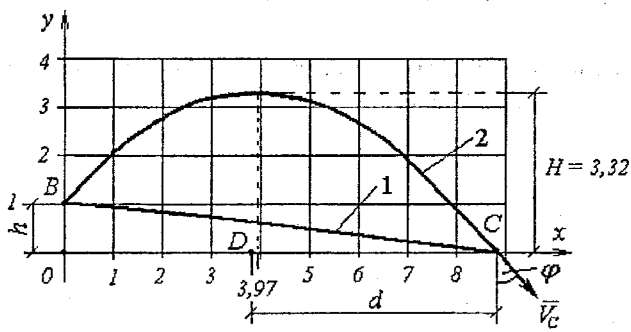


Рисунок Д1.34

Побудуємо траєкторії (1.11) і (1.12) в системі координат xOy і покажемо їх на рис. Д1.34, де крива 1 відповідає траєкторії (1.11), а 2 - траєкторії (1.12). Обидві траєкторії є параболами. У кривої 1 екстремум знаходиться за межами ділянки траєкторії BC, а у кривої 2 такий екстремум існує при $x = 3,97$. Тому серед розв'язків вадратного рівняння (1.10) вибираємо ті, що відповідають траєкторії (1.12). Таким чином: $V_B = 3,85 м/с$, $T = 1,51 с$, $V_A = 3,5$ м/с. Визначимо кут φ, під яким направлена швидкість V_C в точці C. Для цього визначимо складові V_{Cx} і V_{Cy}. Якщо в формули (1.8), що відповідають швидкостям, підставити знайдені V_B, T, то одержимо:

$$V_{Cx} = V_B \cos\alpha + U \sin\alpha = 3{,}85 \cdot 0.966 + 8 \cdot 0{,}2588 = 5{,}79\,,$$

$$V_{Cy} = U \cos\alpha - V_B \sin\alpha - gt = 8 \cdot 0{,}966 - 3{,}85 \cdot 0{,}2588 - 9{,}8 \cdot 1{,}51 = -8{,}07\,.$$

Кут φ знайдемо із співвідношення $tg\varphi = |V_{Cx} / V_{Cy}|$, де відношення швикостей беремо за модулем, тому що напрямок швидкості точки C відносно системи координат xOy нам відомий з рис. 1.34.

$$tg\varphi = 5{,}79 / 8{,}07 = 0{,}7174, \qquad \text{то} \quad \varphi = 35^o40'.$$

Знайдемо максимальну висоту H точки M при її русі по траєкторії BC. В найвищій точці траєкторії $V_y = 0$. Це буде в момент часу $t = t_m$. Із формули (1.8) для V_y знаходимо:

$$t_m = (U\cos\alpha - V_B \sin\alpha)/g = (8 \cdot 0{,}966 - 3{,}85 \cdot 0{,}2588)/9{,}8 = 0{,}687c\,.$$

Тоді з формули для $y(t)$ із (1.8) при умові що $y = H$ при $t = t_m = 0{,}687$ c, знаходимо :

$$H = (8 \cdot 0{,}966 - 3{,}85 \cdot 0{,}2588) \cdot 0{,}687 - 4{,}9 \cdot (0{,}687)^2 + 1 = 3{,}32\text{м}\,.$$

Відповідь: $H = 3{,}32$ *м*, $\varphi = 35^o40'$, $y(x) = 1{,}167 \cdot x - 0{,}147 \cdot x^2 + 1$
$V_A = 3{,}5$ *м/с*.

Д2. Рух матеріальної точки під дією сил залежних від часу

Матеріальна точка M масою m рухається у вертикальній площині xOy під дією сили ваги P і сили F залежної від часу. Напрямок сили F визначено кутом α. На рисунках Д2.1 – Д2.6 по варіантах від 1 до 30 зображено точку M з діючими силами, де вказано аналітичний вигляд залежності $F(t)$, а також початкове положення точки M в системі координат параметрами h і l. Точка M починає рух зі швидкістю, яка визначається складовими по осях V_{Ox} і V_{Oy}.

Знайти кінематичні рівняння руху точки M: $x(t)$, $y(t)$, $V(t)$, $a(t)$. Побудувати графіки залежностей $V(t)$, $a(t)$ і траєкторію $y(x)$. Відмітити положення точки M на траєкторії в момент часу t_1, для цього моменту побудувати вектори швидкостей і прискорень, зобразити ці вектори на рисунку траєкторії у вибраному масштабі.

Значення коефіцієнтів A, B, C, D і k є сталими, вони разом з іншими даними наведені в таблиці Д2.1 по варіантах.

Таблиця Д2.1

Варіант	m	α	A	B	C	D	h	l	k	V_{Ox}	V_{Oy}	t_1
	кг	град	м						$с^{-1}$	м/с		с
1	20	30	100	120	60	40	4	3	$0,5\pi$	5	10	1
2	15	45	60	0	25	15	0,5	2	2π	8	14	1,5
3	6	0	98	24	0	36	6	0,4	3π	6	4	1,8
4	12	60	80	36	72	0	1	5	π	0.8	2	2
5	14	0	120	90	60	42	0,6	3	$0,5\pi$	12	5	0,5
6	24	45	102	0	96	45	10	6	0.4π	3	2	0,8
7	4	0	32	8	0	16	8	2	2π	6	10	1
8	9	30	54	42	36	0	12	8	π	5	4	0,4
9	10	45	80	98	42	60	0,2	1	$\pi/3$	9	3	0,6
0	8	60	50	60	80	24	3	5	$\pi/4$	7	0	1,5

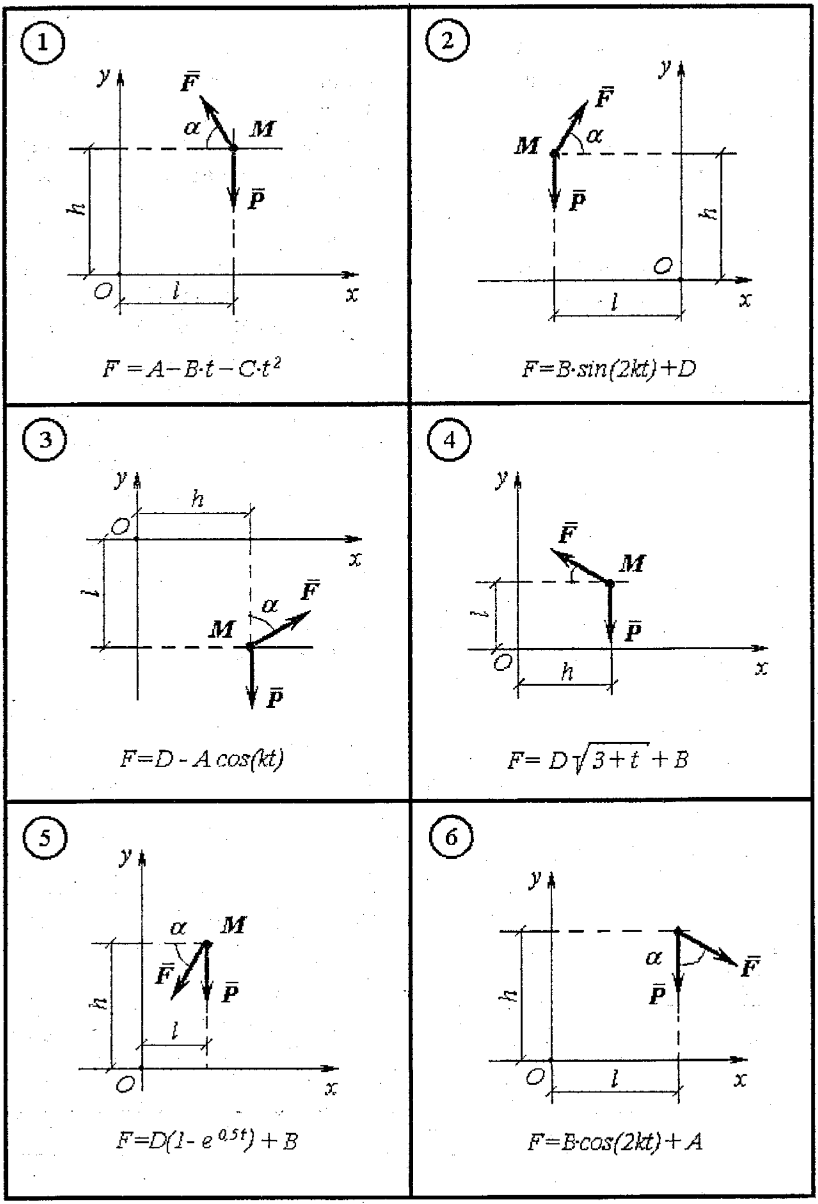
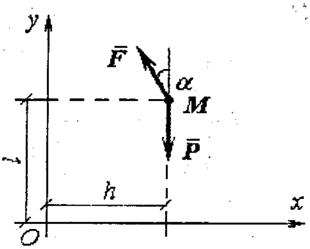

1
$F = A - B \cdot t - C \cdot t^2$
2
$F = B \cdot \sin(2kt) + D$
3
$F = D - A\cos(kt)$
4
$F = D\sqrt{3+t} + B$
5
$F = D(1 - e^{0,5t}) + B$
6
$F = B \cdot \cos(2kt) + A$

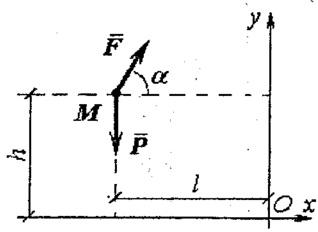
Рисунок Д2.1

7



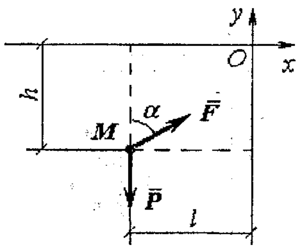
$F = B + A\cdot t + C\cdot t^2$

8



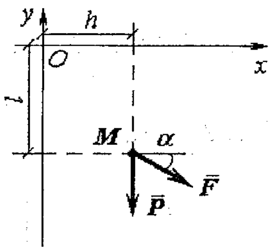
$F = B\sin(kt) + A$

9



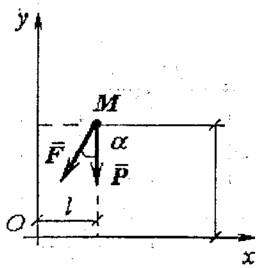
$F = A(1 - e^{-0,5t}) + 0,5B$

10



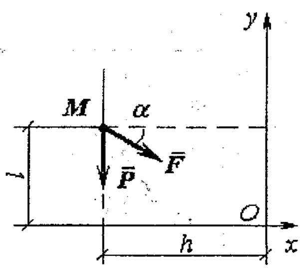
$F = A\sqrt{5+t} + B\cdot t$

11



$F = D\cos(2kt) + A$

12



$F = B + A(1 - e^{0,5t})$

Рисунок Д2.2

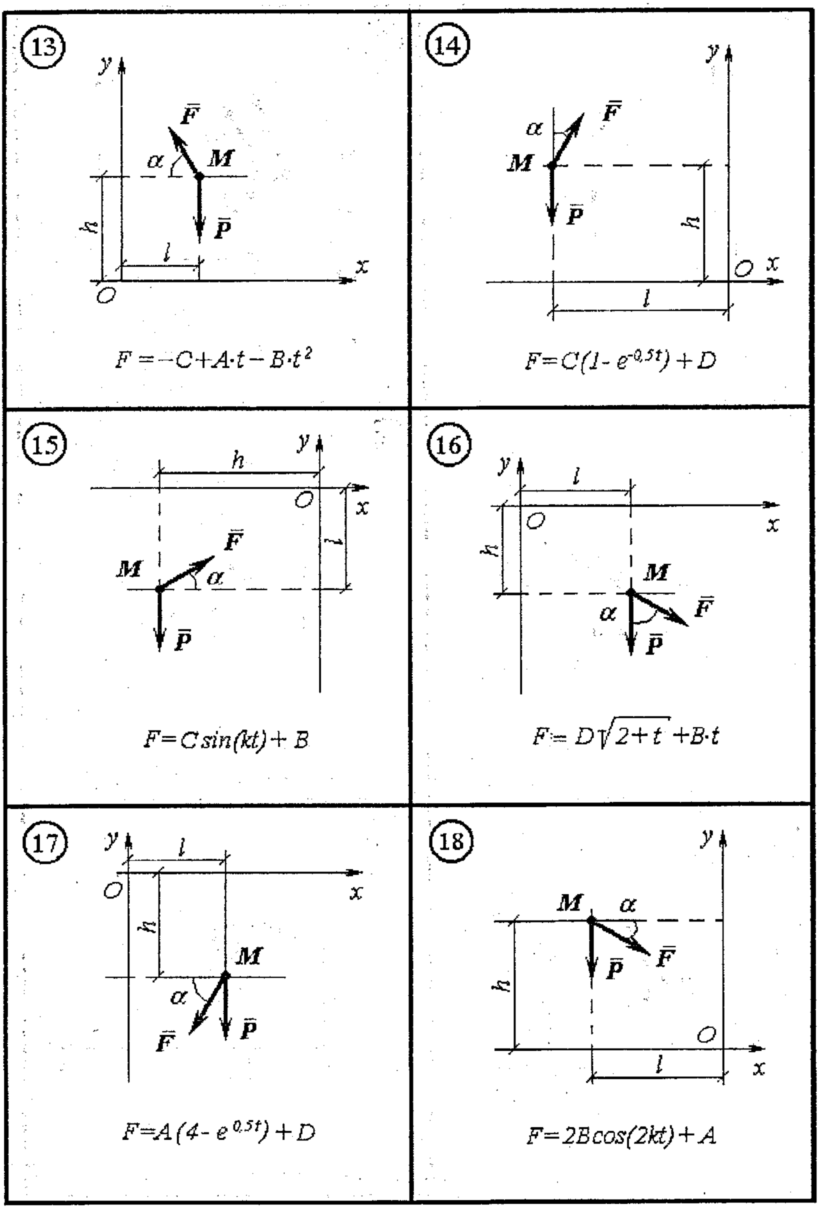

13
y
$\bar{F}$
α
M
h
l
O
x
$F = -C + A\cdot t - B\cdot t^2$
14
y
α
$\bar{F}$
M
$\bar{P}$
h
O
x
l
$F = C(1 - e^{-0,5t}) + D$
15
y
h
O
x
$\bar{F}$
M
α
l
$\bar{P}$
$F = C\sin(kt) + B$
16
y
l
O
x
h
M
α
$\bar{F}$
$\bar{P}$
$F = D\sqrt{2+t} + B\cdot t$
17
y
l
O
x
h
M
α
$\bar{F}$
$\bar{P}$
$F = A(4 - e^{0,5t}) + D$
18
y
M
α
$\bar{P}$
$\bar{F}$
h
O
x
l
$F = 2B\cos(2kt) + A$

Рисунок Д2.3

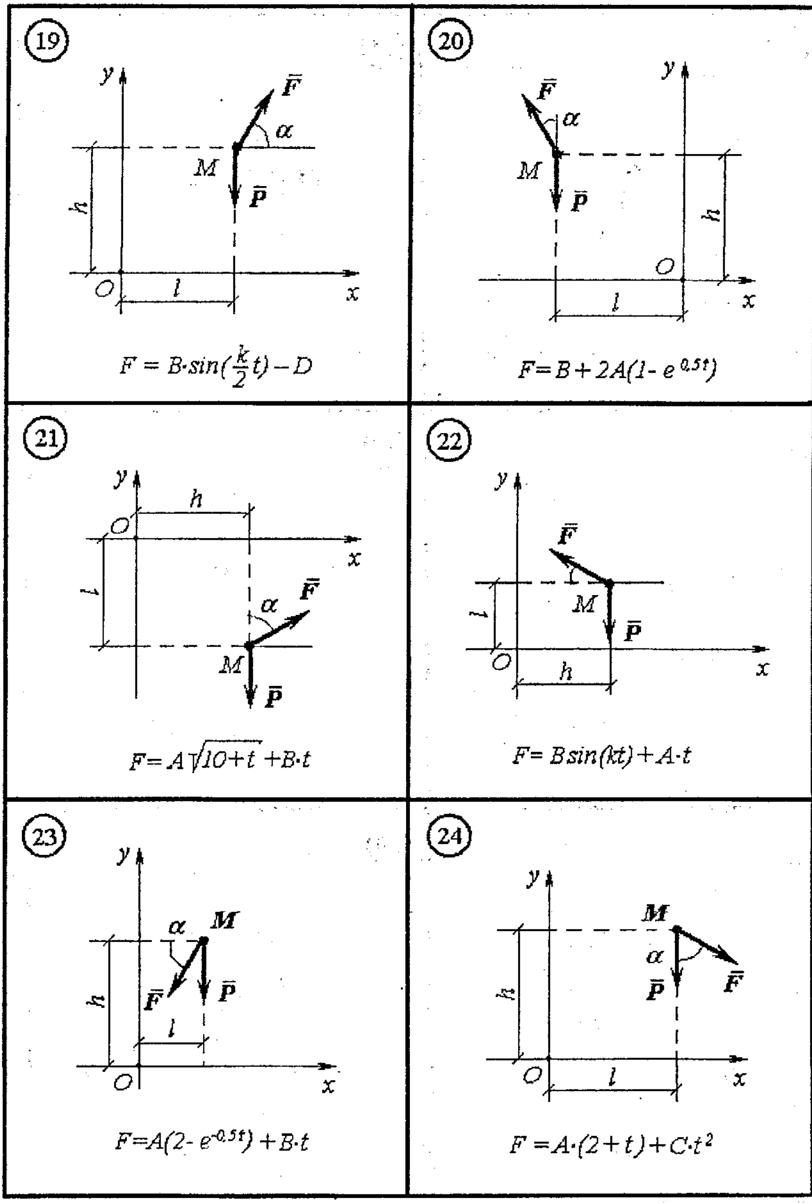

19
y
F
α
M
P
h
O
l
x
F = B·sin(k/2 t) − D
20
y
F
α
M
P
h
O
l
x
F = B + 2A(1 - e^{0,5t})
21
y
h
O
x
l
α
F
M
P
F = A∛(10+t) + B·t
22
y
F
M
P
l
O
h
x
F = B sin(kt) + A·t
23
y
α
M
h
F
P
l
O
x
F = A(2 - e^{-0,5t}) + B·t
24
y
M
α
P
F
h
O
l
x
F = A·(2 + t) + C·t²

Рисунок Д2.4

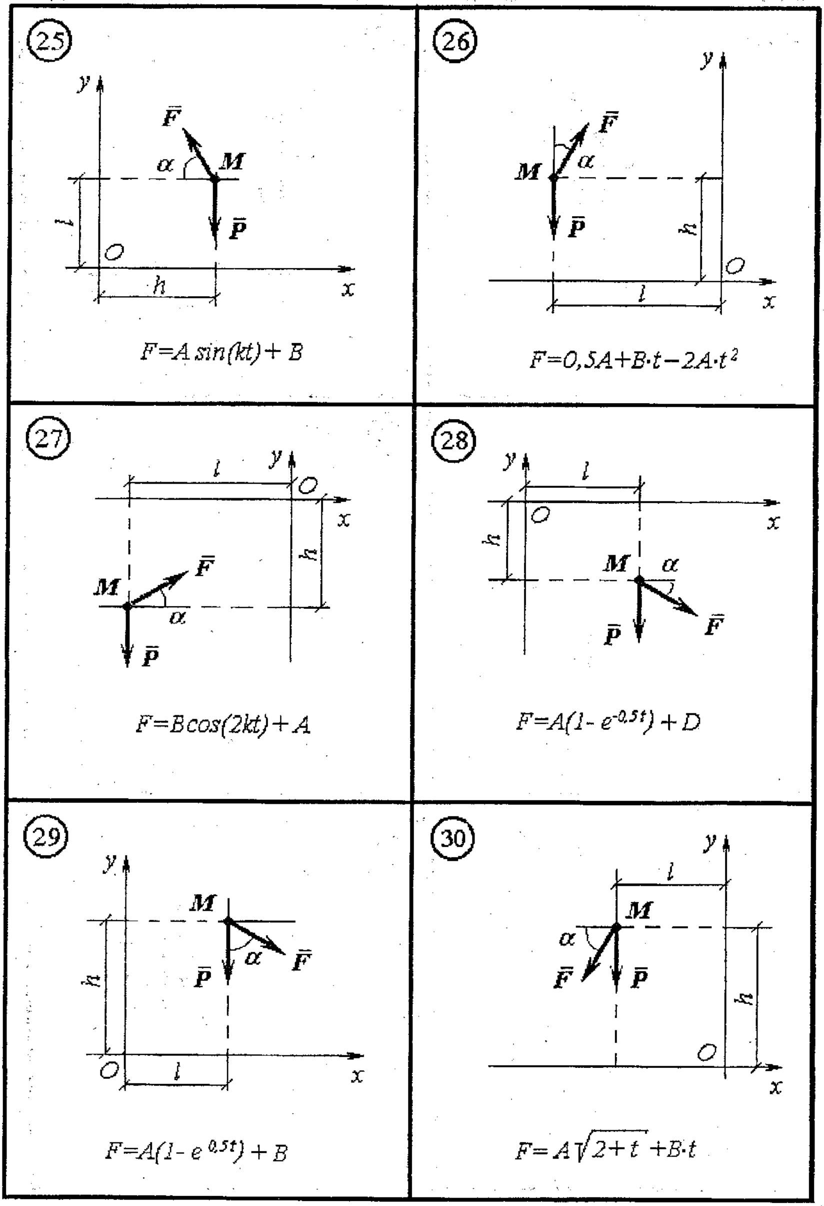

25
F=A sin(kt)+ B
26
F=0,5A+B·t−2A·t²
27
F=Bcos(2kt)+A
28
F=A(1- e^{-0,5t}) + D
29
F=A(1- e^{0,5t}) + B
30
F= A√(2+t) +B·t

Рисунок Д2.5

2.2 Приклад розв'язування задачі Д2

Умова задачі. Матеріальна точка M масою $m = 0{,}5$ *кг* знаходиться під дією сили тяжіння P і сили $F = 50\sin(\pi t) + 4$, направленої під кутом $\alpha = 15^o$ до горизонту. Положення точки M на початку руху в вертикальній системі координат xOy, рис. Д2.7, вказується параметрами $a = 10$*м*, $b = 2$*м*.

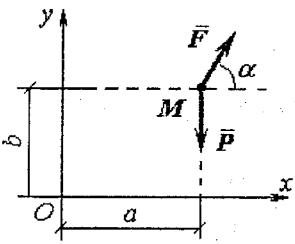


Рис. Д2.7

Складові початкової швидкості задані величинами: $V_{ox} = 10$*м/с*, $V_{oy} = 2$*м/с*.

Знайти кінематичні характеристики руху точки M: координати $x(t)$, $y(t)$, швидкість $V(t)$, прискорення $a(t)$. Побудувати графіки залежностей $V(t)$, $a(t)$ і траєкторії $y(x)$. Вказати на траєкторії положення точки M при $t = 3c$ з векторами швидкості і прискорення.

Розв'язання. Складаємо диференціальні рівняння руху точки M в проекціях на осі Ox і Oy.

$$m\ddot{x} = \sum X_k\,, \qquad m\ddot{y} = \sum Y_k\,,$$

$$\sum X_k = F\cos\alpha = [50\sin(\pi t) + 4]\cos 15^o = 48{,}3\sin(\pi t) + 3{,}86\,,$$
$$\sum Y_k = F\sin\alpha - P = [50\sin(\pi t) + 4]\sin 15^o - mg = 12{,}9\sin(\pi t) - 38{,}16\,.$$

Після підстановки знайдених сум і числових скорочень диференціальні ціальні рівняння руху точки M мають вигляд

$$\ddot{x} = 24{,}15\sin(\pi t) + 1{,}93\,, \tag{2.1}$$

$$\ddot{y} = 6{,}45\sin(\pi t) - 19{,}08\,. \tag{2.2}$$

Інтегруємо диференціальне рівняння (2.1). Оскільки $\ddot{x} = \frac{dV_x}{dt}$, то

$$\int dV_x = \int 24{,}15\sin(\pi t)dt + \int 1{,}93dt,$$

$$V_x = -\frac{24{,}15}{\pi}\cos(\pi t) + 1{,}93t + C_1. \qquad (2.3)$$

Оскільки $V_x = \frac{dx}{dt}$, то

$$\int dx = \int -\frac{24{,}15}{\pi}\cos(\pi t)dt + \int 1{,}93tdt + \int C_1 dt.$$

Після інтегрування отримаємо

$$x = -\frac{24{,}15}{\pi^2}\sin(\pi t) + 1{,}93\frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2. \qquad (2.4)$$

Для інтегралів (2.3) і (2.4) початковими умовами будуть:

$x = a = 10м,\quad V_x = V_{ox} = 10м/с$ при $t = 0.$

Тоді сталі інтегрування C_1 і C_2 рівні

$$C_1 = 10 + \frac{24{,}15}{\pi} = 17{,}69, \qquad C_2 = 10.$$

Інтегруємо диференціальне рівняння (2.2). Оскільки $\ddot{y} = \frac{dV_y}{dt}$, то

$$\int dV_y = \int 6{,}45\sin(\pi t)dt - \int 19{,}08dt.$$

Звідки $$V_y = -\frac{6{,}45}{\pi}\cos(\pi t) - 19{,}08t + C_3. \qquad (2.5)$$

Оскільки $V_y = \frac{dy}{dt}$, то

$$\int dy = \int -\frac{6{,}45}{\pi}\cos(\pi t) - \int 19{,}08tdt + \int C_3 dt,$$

$$y = -\frac{6{,}45}{\pi^2}\sin(\pi t) - 19{,}08\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4. \qquad (2.6)$$

Початковими умовами для інтегралів (2.5) і (2.6) будуть

$y = b = 2м,\quad V_y = V_{oy} = 2м/с,$

то сталі інтегрування C_3 і C_4 рівні:

$$C_3 = 2 + \frac{6,45}{\pi} = 5,23, \qquad C_4 = 2 .$$

Із врахуванням сталих інтегрування C_1, C_2, C_3 і C_4 з перших

інтегралів (2.3) і (2.5) знаходимо складові вектора швидкості

$$V_x = 17,69 + 1,93t - 7,69\cos(\pi t),$$

$$V_y = 5,23 - 19,08t - 2,05\cos(\pi t). \qquad (2.7)$$

А з інтегралів (2.4) і (2.6) отримуємо координати

$$x = 10 + 17,69y + 0,97t^2 - 2,45\sin(\pi t),$$

$$y = 2 + 5,23t - 9,54t^2 - 6,65\sin(\pi t). \qquad (2.8)$$

Складові (2.7) дозволяють знайти модуль швидкості

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad (2.9)$$

Складові вектора прискорення записані формулами (2.1) і (2.2) $a_x = \ddot{x}$, $a_y = \ddot{y}$, тому модуль прискорення рівний

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}\,. \qquad (2.10)$$

За залежностями (2.1), (2.2), (2.7), (2.8) і формулами (2.9), (2.10) виконуємо підрахунки на ПК в програмі EXEL з кроком *0,25* для часу *t*. Результати наведені в таблиці Д2.2.

Числові результати дозволяють наочно аналізувати рух точки в полі сили тяжіння і сили, що задана в умові задачі. На рис. Д2.8 показана траєкторія *y(x)*, а на рис. Д2.9 і Д2.10 графіки швидкості *V(t)* і прискорення *a(t)* .

Таблиця Д2.2

t	*x*	*y*	*Vx*	*Vy*	*V*	*ax*	*ay*	*a*
0	10	2	10	3,18	10,493	1,93	-19,08	19,18
0,5	16,636	-4,424	18,649	-4,3116	19,141	26,08	-12,63	28,98
1	28,651	-2,3206	27,31	-11,8	29,75	1,968	-19,07	19,17
1,5	41,156	-4,966	20,603	-23,385	31,167	-22,22	-25,53	33,85
2	49,248	-25,679	13,86	-34,98	37,626	1,853	-19,1	19,19
2,5	57,806	-51,204	22,484	-42,478	48,062	26,08	-12,63	28,98
3	71,743	-68,202	31,17	-49,96	58,886	2,045	-19,05	19,16
3,5	86,186	-89,906	24,488	-61,539	66,232	-22,22	-25,53	33,85
4	96,216	-129,68	17,72	-73,14	75,256	1,776	-19,12	19,2
4,5	106,7	-174,3	26,32	-80,645	84,831	26,08	-12,63	28,98
5	122,56	-210,4	35,03	-88,12	94,827	2,122	-19,03	19,15
5,5	138,94	-251,17	28,372	-99,692	103,65	-22,22	-25,53	33,84
6	***150,9***	***-310***	***21,58***	***-111,3***	***113,4***	***1,7***	***-19,1***	***19,2***
6,5	163,31	-373,72	30,155	-118,81	122,58	26,08	-12,63	28,98
7	181,09	-428,92	38,89	-126,28	132,13	2,199	-19,01	19,13
7,5	199,41	-488,75	32,257	-137,85	141,57	-22,22	-25,53	33,84
8	213,31	-566,64	25,441	-149,46	151,61	1,622	-19,16	19,23

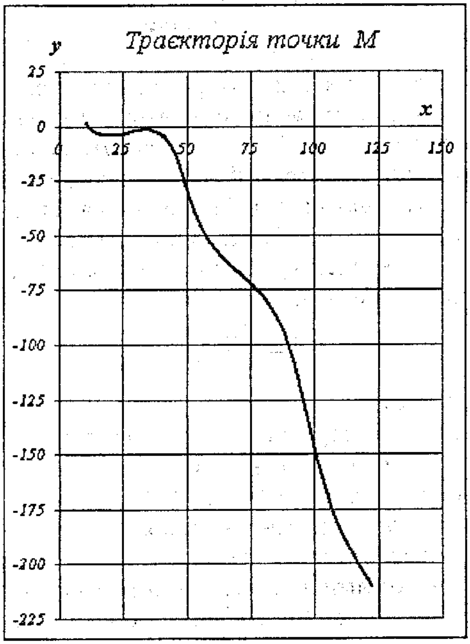


Рис.Д.2.8

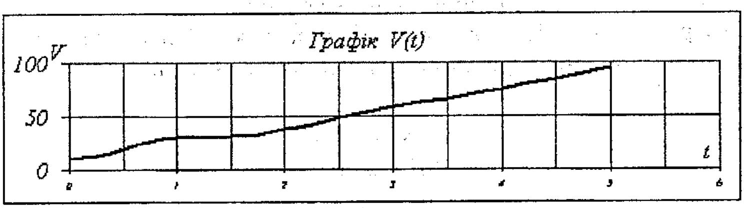


Рис.Д.2.9

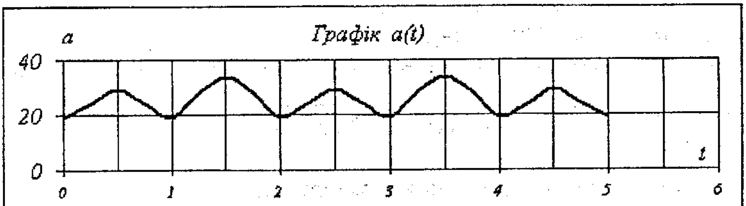


Рис.Д2.10

Д3 Дослідження руху точки під дією пружних сил та сил опору середовища

На наступних сторінках наводяться тексти завдань Д3.1 – Д3.30 з відповідними рисунками та таблицями даних. Величини, які помічені в таблицях знаком питання " ? " потрібно знайти як результат обчислень. Величини, проти яких прочерк " – ", є такими, що не потрібно визначати, або такими, що для даної задачі не мають практичного змісту.

Теоретичні відомості. Для того, щоб виконати дослідження руху точки під дією сил, використовують диференціальне рівняння руху, яке в проекції на вісь Ох має вигляд.

$$m\ddot{x} = \sum_{k=1}^{n} X_k \,, \qquad (3.1)$$

де m – маса точки,

x – її координата в вибраній системі координат;

X – проекція діючої сили на вісь x;

k – порядковий номер сили, $k = 1, 2, 3, ...$

Права частина диференціального рівняння (3.1) є основною тому, що з одної сторони характеризує процес руху як механічне явище, а з другої - впливає на аналітичний вигляд диференціального рівняння як математичної моделі. В даному завданні пропонується дослідити явище руху під дією пружних сил, що залежать від координат, сил залежних від швидкості, що має місце при русі з опором середовища, і збурюючих сил, залежних від часу за гармонічним законом.

Диференціальні рівняння, які отримуються з його загальної форми (3.1) в залежності від перерахованих сил мають вигляд:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0\,, \qquad (3.2)$$

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = 0\,, \qquad (3.3)$$

$$\ddot{x} + k^2 x = hf(\sin(pt), \cos(pt))\,. \qquad (3.4)$$

де $x = x(t)$ – шукана функція,

k, n, h, p – постійні величини.

Розв'язком однорідного диференціального рівняння (3.2) є функція

$$x = C_1 \sin(kt) + C_2 \cos(kt)\,. \qquad (3.5)$$

що відповідає вільним гармонічним коливанням.

Для диференціального рівняння (3.3) розв'язок залежить від співвідношення чисел n і k:

при $n > k$ $\qquad x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}\,. \qquad (3.6)$

при $k > n$ $\quad x = e^{-nt}\,(C_1 \sin(k_1 t) + C_2 \cos(k_1 t)),$ (3.7)

при $k = n$ $\quad x = e^{-nt}\,(C_1 + C_2\, t)\,.$ (3.8)

де $\lambda_1,\ \lambda_2,\ k_1$ – постійні величини, які залежать від k і n,

t – незалежний параметр часу,

C_1 і C_2 – сталі інтегрування, що залежать від початкових умов.

Функція (3.6) відповідає аперіодичному рухові, (3.7) – затухаючим коливанням і (3.8) – рухові, що є граничним між коливним і аперіодичним.

Розв'язком неоднорідного диференціального рівняння (3.4) є сума

$$x = x^* + x^{**} \tag{3.9}$$

де x^* – розв'язок відповідного однорідного диференціального рівняння, який має вигляд функції (3.5),

x^{**} – частинний розв'язок диференціального рівняння (3.4) і має вигляд:

$$x^{**} = f\,(\,B \sin(pt),\ D \cos(ht)\,. \tag{3.10}$$

Тому остаточним розв'язком диференціального рівняння (3.4) є функ- ція вигляду

$$x = A \sin(kt + \varphi\,) + x^{**}\,. \tag{3.11}$$

де A, B, D і φ сталі величини, що отримуються як результати обчислень.

Згідно з функцією (3.11) точка здійснює вимушені коливання.

Задача Д3.1

До жорсткого невагомого стержня D, який підвішено до трьох вертикальних пружин жорсткостями c_1 і c_2, як показано на рис. Д3.1, прикріплено вантаж P_1, а до нього вантаж P_2. В початковий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажа P_1 і надають вантажу P_1 початкової швидкості V_0, направленої по вертикалі вниз.

Вважаючи, що стержень D переміщується поступально, знайти рівняння руху вантажа P_1, а також ті величини, які вказані в таблиці Д3.1, де позначено: A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань. Побудувати графік залежності координати від часу.

Задані параметри і величини, які потрібно знайти, знаходяться в таблиці Д3.1 по варіантах.

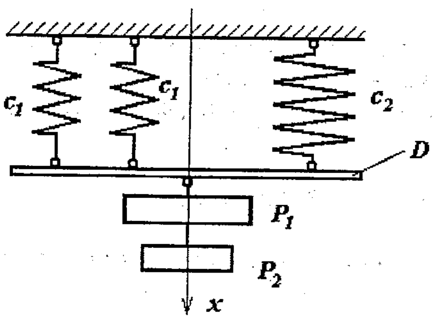


Рисунок Д3.1

Таблиця Д3.1

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	V_0	k	T	A
	кг		*Н/м*		*м/с*	c^{-1}	*с*	*м*
1	5	4	20	?	0,4	15	?	?
2	20	15	110	500	-0,5	?	–	?
3	?	0,5	50	300	0,2	20	?	?
4	4	2,5	?	100	0,6	10	?	?
5	16	6	25	350	0,5	?	–	?
6	?	3	100	100	-0,3	5	?	?
7	10	5	300	?	0,2	8	?	?
8	0,5	0,2	200	50	0,8	?	–	?
9	3	4	?	58	-0,6	6	?	?
0	6	2	30	36	0,7	?	–	?

Задача Д3.2

На похилій площині, яка утворює кут α з горизонтом розміщені два вантажі P_1 і P_2, що прикріплені до двох з'єднаних послідовно пружин жорсткостя ми c_1 і c_2, рис. Д3.2. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1 і надають йому початкової швидкості V_0, після чого він рухається по площині з якою коефіцієнт тертя рівний f. Знайти рівняння руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.2 по варіантах, де позначено m_1, m_2 маси грузів P_1 і P_2, відповідно, A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань.

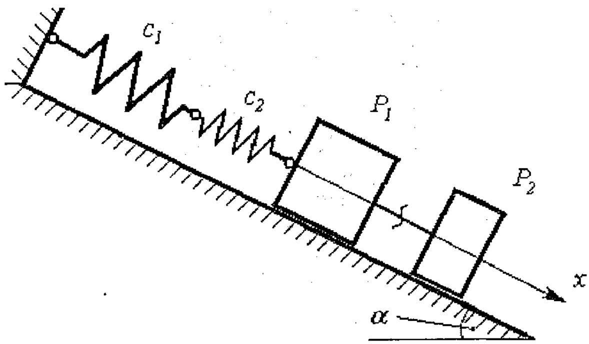


Рисунок Д3.2

Таблиця Д3.2

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	f	α	V_0	k	T	A
	кг		*Н/м*			*град*	*м/с*	c^{-1}	*с*	*м*
1	4	0,8	100	?	0,1	20	0,1	20	?	?
2	?	1	180	90	0,05	15	0,4	5	–	?
3	5	0,2	30	60	0,1	30	0,3	?	?	?
4	0,4	0,1	?	45	0,2	45	0,2	5	?	?
5	2	0,5	40	20	0,1	30	0,3	?	–	?
6	?	4	120	30	0,3	60	0,5	8	?	?
7	10	2	?	200	0,15	45	0,2	12	?	?
8	8	5	180	360	0,1	20	0,1	?	–	?
9	?	10	60	120	0,2	75	0,4	4	?	?
0	12	3	?	96	0,1	45	0,3	6	–	?

Задача Д3.3

До невагомого стержня B, який прикріплено до двох пружин жорсткостями c_1, c_2 і демпфера D, підвішено вантажі P_1 і P_2, рис .Д3.3, масами m_1, m_2 відповідно. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1 і надають йому початкової швидкості V_0. Визначити рівняння руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу, якщо стрижень B рухається поступально, а демпфер D створює силу опору, яка пропорційна швидкості $R = \mu V$.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.3 по варіантах, де A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань, δ – декремент затухаючих коливань.

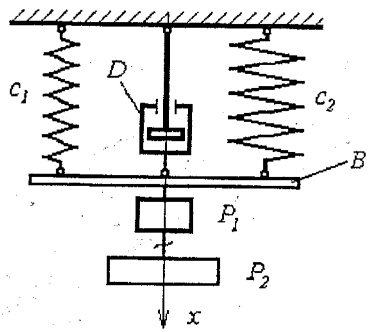


Рисунок Д3.3

Таблиця Д3.3

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	μ	δ	V_0	k	T	A
	кг		Н/м		Н·с/м		м/с	$с^{-1}$	с	м
1	5	8	120	80	4	?	-0,3	?	?	?
2	3	2	100	200	0,6	?	0,4	?	–	?
3	6	4	50	20	60	–	0,7	–	–	–
4	4,8	3	80	40	48	–	0,5	–	–	–
5	4	2	76	120	32	–	0,6	–	–	–
6	2	0,5	2	6	10	–	-0,6	–	–	–
7	8	2,5	10	22	24	?	0,3	–	?	?
8	12	5	2000	2800	480	–	0,5	–	–	–
9	5	6	25	55	50	–	-0,4	–	–	–
0	9	3	300	429	90	–	0,8	–	–	–

Задача Д3.4

До вертикального повзуна B прикріплено послідовно дві пружини жорсткостями c_1 і c_2, а до них підвішені вантажі P_1 і P_2 масами m_1 і m_2, відповідно, рис. Д3.4. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1, при цьому вантаж P_1 отримує швидкість V_o, а повзун B починає виконувати вертикальний рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P_1 і побудувати графік залежності координати від часу.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.4 по варіантах.

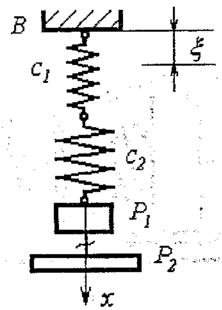


Рисунок Д3.4

Таблиця Д3.4

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг		*Н/м*		*м/с*	*м*		c^{-1}	
1	4	2	100	300	0,4	0	0,21	–	2
2	0,2	0,1	60	180	-0,6	0,3	0	15	–
3	0,5	0,2	160	640	0,32	0	0,15	–	4
4	10	3	800	500	0,1	0,5	0	3	–
5	2	0,5	150	450	2	0	-0.2	–	7,5
6	0,3	0,2	600	150	0,15	-0,3	0	5	–
7	3	0,6	200	100	0,5	0,2	0,6	2	3
8	6	2	120	480	0,3	0	-0,3	–	4
9	0,5	0,4	300	600	-0,2	0,15	0	20	–
0	2,34	0,8	70	350	0,5	0	0,12	–	4

Задача Д3.5

На горизонтальну платформу D_1 помістили вантаж P масою m, який приєднали до системи пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3, причому на пружину жорсткістю c_3 діє в горизонтальному напрямку повзун B, що показано на рис. Д3.5. В деякий момент часу вантажу P надають початкову швидкість V_0, а повзун B починає виконувати рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо тіла D_1 і D_2 вважаються невагомими, рухаються поступально, а тертя відсутнє.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.5 по варіантах.

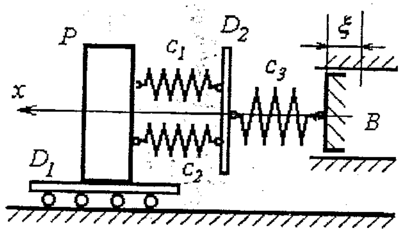


Рисунок Д3.5

Таблиця Д3.5

Варіант	m	c_1	c_2	c_3	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг	Н/м			м/с	м		$с^{-1}$	
1	7,5	100	200	500	0,2	0,05	0	5	–
2	3	700	600	300	5,46	0	0,2	–	12
3	0,43	200	150	16	2,8	0,4	0	10	–
4	2,41	400	300	500	3,2	0	0,5	–	11
5	8	800	200	250	-0,8	0,6	-0,2	8	3
6	5,27	180	360	100	0,9	-0,4	0	4	–
7	4,39	600	150	200	4	0	0,25	–	7
8	0,5	80	120	150	-0,3	0,25	0,4	6	10
9	1,2	300	60	180	2,4	0,1	0	14	–
0	2	720	300	500	-6	0	-0,3	9	–

Задача Д3.6

Тіло P масою m приєднано до горизонтальних пружин жорсткостями c_1, c_2 і демпфера D за допомогою невагомого стержня B, як показано на рис. Д3.6. При русі тіла P демпфер створює силу опору R, яка має напрямок протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері. В початковий момент часу тілу P надають початкову швидкість V_0 і зміщення x_o, після чого воно виконує рух вздовж горизонтальної осі x.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо стержень B рухається поступально, відхилення від положення рівноваги малі і горизонтальні.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.6 по варіантах, де позначено T – період затухаючих коливань.

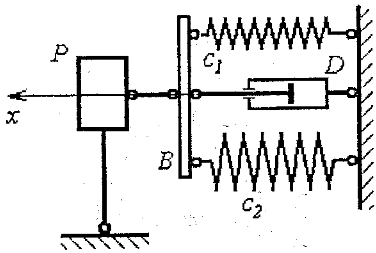


Рисунок Д3.6

Таблиця Д3.6

Варіант	m	c_1	c_2	μ	x_o	V_o	T
	кг	*Н/м*		*Н с/м*	*м*	*м/с*	*с*
1	5	2200	925	160	0,3	2	?
2	100	1000	600	2400	0,6	3	–
3	10	1000	3000	400	-0,2	1,5	–
4	6	5000	4600	360	0,15	-4	?
5	20	8000	10000	800	-0,1	5	?
6	4	80	20	96	-0,25	6	–
7	15	1000	1160	360	0,25	-2	–
8	12	20	88	1,5	0,2	-10	?
9	8	800	768	192	-0,3	5	?
0	3	17	10	60	0,2	4	–

Задача Д3.7

Тіло P масою m падає з висоти h на горизонтальну невагому платформу B, яка опирається на пружини жорсткостями c_1, c_2 і демпфер D, як показано на рис. Д3.7. На висоті h тілу P надають початкову швидкість U в напрямку вертикалі і воно падає до зустрічі з платформою В. При русі тіла P разом з платформою демпфер створює силу опору R, яка має напрямок, протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері.

Визначити рівняння руху тіла P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо платформа B рухається поступально, а удар тіла P до платформи B абсолютно непружний.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.7 по варіантах, де T – період затухаючих коливань.

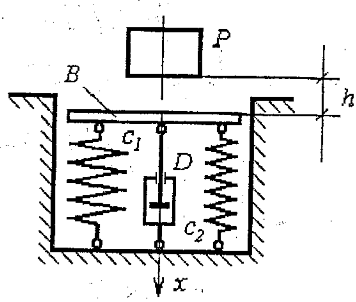


Рисунок Д3.7

Таблиця Д3.7

Варіант	m	h	c_1	c_2	μ	U	T
	кг	м	Н/м		Н с/м	м/с	с
1	20	0,5	800	1000	1000	1	?
2	16	1	150	250	128	0	–
3	50	0,4	3000	2000	1000	-2	–
4	5	0,75	2000	6000	300	0	?
5	10	2	1000	1250	400	3	–
6	18	1,5	4200	3000	720	0,5	–
7	40	0,8	1000	3000	320	-4	?
8	100	0,3	12000	28000	3200	0,7	–
9	25	0,6	100	300	200	-1	–
0	6	0,25	650	700	144	0,5	?

Задача Д3.8

На похилій площині з кутом α до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до нижнього кінця послідовно з'єднаних пружин c_1 і c_2, а до верхнього кінця пружин прикріплено повзун B, що показано на рис. Д3.8. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги. В деякий момент часу повзун B починає вздовж похилої площини рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \cos(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо коефіцієнт тертя до похилої площини рівний f.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.8 по варіантах.

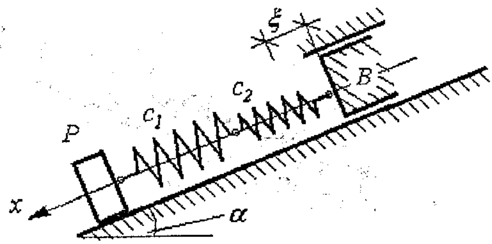


Рисунок Д3.8

Таблиця Д3.8

Варіант	m	f	α	c_1	c_2	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг		град	Н/м		м		c^{-1}	
1	6	0,3	30	36	72	0	0,3	–	2
2	24	0,05	15	200	600	0,42	0	0,5	–
3	6	0,25	20	120	480	0	0,5	–	8
4	3	0,2	45	100	300	0,3	0	5	–
5	0,5	0,1	75	150	450	0	0,02	–	10
6	27,5	0,2	60	250	550	0,6	0	2,5	–
7	1,2	0,15	30	50	75	0	0,04	–	6
8	6	0,3	20	40	600	0,05	0	10	–
9	1,8	0,09	15	180	320	0	0,017	–	12
0	2,7	0,4	45	90	270	0,2	0	5	–

Задача Д3.9

На похилій площині з кутом α до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до верхнього кінця послідовно з'єднаних пружин c_1 і c_2 і до демпфера D, що показано на рис. Д3.9. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги. При русі тіла демпфер D створює силу опору залежну від швидкості: $R = \mu V$. В початковий момент часу вантажу P надають початкове зміщення x_o і початкову швидкість V_o, після чого воно рухається вздовж осі x.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо коефіцієнт тертя на похилій площині рівний f.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.9 по варіантах.

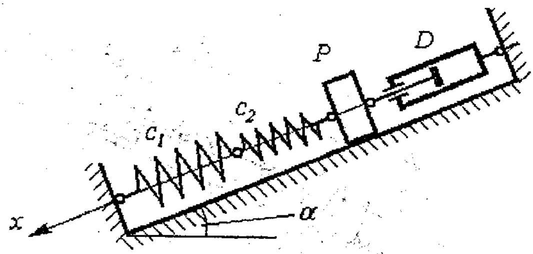


Рисунок Д3.9

Таблиця Д3.9

Варіант	m	f	α	c_1	c_2	μ	x_o	V_o
	кг		град	Н/м		Н·с/м	м	м/с
1	2,8	0,4	75	2400	2100	84	0,35	7
2	9,1	0,05	30	520	280	91	0,3	9
3	9,6	0,2	60	720	360	96	-0,1	5
4	2	0,15	45	2400	1200	64	0,4	6
5	10	0,1	15	9000	3000	400	-0,25	3
6	2	0,2	30	600	300	40	0,2	4
7	50	0,25	60	1800	600	200	-0,6	12
8	4,95	0,08	45	3300	2700	172,8	0,15	6
9	1,5	0,15	30	1800	900	60	0,5	10
0	75	0,3	60	5000	3000	600	-0,2	2

Задача Д3.10

Два вантажі P_1 і P_2 масами m_1 і m_2, відповідно знаходяться на невагомій платформі B, яка підтримується системою пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3 як показано на рис. Д3.10. Маси вантажів P_1 і P_2 складають відношення : $m_1/m_2 = n$, а при вільних коливаннях вказаних вантажів циклічна частота рівна k. В положенні статичної рівноваги платформа B зміщена на λ_{cm}.

В початковий момент часу вантаж P_2 знімають, при цьому вантаж P_1 набуває початкову швидкість V_o у вертикальному напрямку. Знайти рівняння коливного руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу, визначити амплітуду (A), період (T) та початкову фазу (φ_o), якщо платформа B рухається поступально, а опором середовища нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.10 по варіантах.

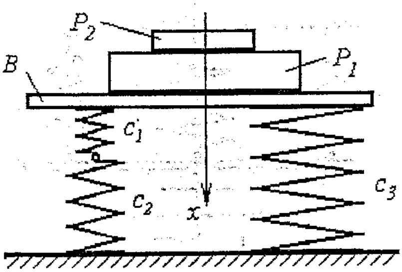


Рисунок Д3.10

Таблиця Д3.10

Варіант	n	λ_{cm}, см	k, c^{-1}	c_1, Н/см	c_2, Н/см	c_3, Н/см	V_o, м/с
1	1,5	9,8	10	6	18	5	8,3
2	3	9,8	10	20	80	24	5,2
3	2	29,4	20	27	54	30	8
4	3	39,2	5	32	48	10,8	4,5
5	4	3,02	18	22	28	20,08	2,8
6	2	6,8	12	30	50	11,25	9
7	0,6	4,4	15	12	24	10	2
8	3	1,6	25	24	60	30	4
9	2	2,45	20	8	12	13,2	6
0	1,5	12,25	20	10	40	12	10

Задача Д3.11

До жорсткого невагомого стержня D, який підвішено до трьох вертикальних пружин жорсткостями c_1 і c_2, як показано на рис. Д3.11, прикріплено вантаж P_1. В початковий момент часу до вантажу P_1 миттєво приєднують вантаж P_2 і надають системі вантажів P_1 і P_2 початкову швидкість V_0, направлену по вертикалі вниз. Вважаючи, що стержень D переміщується поступально, знайти рівняння руху вантажів P_1 і P_2 як одної точки, а також ті величини, які вказані в таблиці Д3.11, де позначено: A - амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань. Побудувати графік залежності координати від часу.

Задані параметри і величини, які потрібно знайти, знаходяться в таблиці Д3.11 по варіантах.

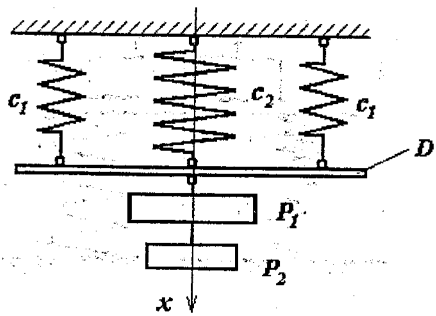


Рисунок Д3.11

Таблиця Д3.11

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	V_0	k	T	A
	кг		*Н/м*		*м/с*	c^{-1}	*с*	*м*
1	6	3	100	?	0,4	8	?	?
2	16	12	200	300	-0,6	?	–	?
3	?	1	50	300	0,3	20	?	?
4	4	2	?	100	0,8	10	?	?
5	10	6	25	350	0,7	?	–	?
6	?	3	100	100	-0,4	5	?	?
7	10	5	300	?	0,2	8	?	?
8	8	2	200	90	0,8	?	–	?
9	1,5	2	?	58	-0,6	6	?	?
0	20	4	30	36	0,9	?	–	?

Задача Д3.12

На похилій площині, яка утворює кут α з горизонтом, знаходиться вантаж P_1, що прикріплений до двох з'єднаних послідовно пружин жорсткостями c_1 і c_2, рис. Д3.12. В деякий момент часу до вантажу P_1 миттєво приєднують вантаж P_2 і надають їм обом початкову швидкість V_0, після чого вони рухаються по площині так, що на вантаж P_1 діє сила тертя з коефіцієнтом f, а вантаж P_2 рухається без тертя. Знайти рівняння руху вантажів P_1 і P_2, побудувати графік залежності координати від часу.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.12 по варіантах, де m_1, m_2 маси вантажів P_1 і P_2, відповідно, A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань.

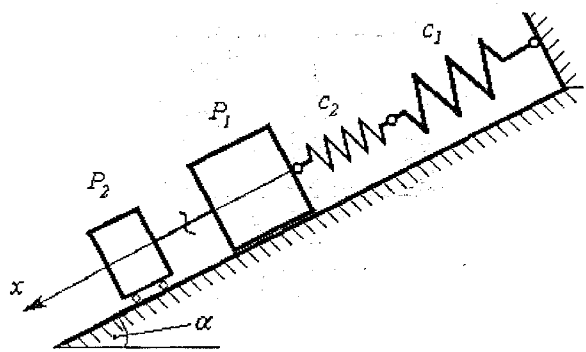


Рисунок Д3.12

Таблиця Д3.12

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	f	α	V_0	k	T	A
	кг		Н/м			град	м/с	$с^{-1}$	с	м
1	2	?	200	150	0,3	60	0,4	5	?	?
2	?	0,1	400	50	0,1	30	-0,2	12	–	?
3	5	3	300	600	0,2	45	0,6	?	?	?
4	0,57	?	100	75	0,2	20	0,3	7	?	?
5	?	1,5	360	180	0,15	15	0,2	4	–	?
6	6	2	250	200	0,25	75	-0,6	?	?	?
7	12	?	100	60	0,2	45	0,5	0,9	?	?
8	?	0,5	40	25	0,1	20	0,1	2	–	?
9	10	2	800	300	0,3	75	0,4	?	?	?
0	40	?	200	75	0,2	60	0,3	0,6	–	?

Задача Д3.13

До невагомого стержня B, який прикріплено до двох пружин жорсткостями c_1, c_2 і демпфера D, підвішено вантаж P_1 масою m_1, рис. Д3.13. В деякий момент часу до вантажу P_1 миттєво приєднують вантаж P_2 масою m_2 так, що вантажі P_1, P_2 набувають початкову швидкість V_0. Визначити рівняння руху вантажів P_1 і P_2, побудувати графік залежності кординати від часу, якщо стржень B рухається поступально, а демпфер D створює силу опору, яка пропорційна швидкості $R = \mu V$.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.13 по варіантах, де A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань, δ – декремент затухаючих коливань.

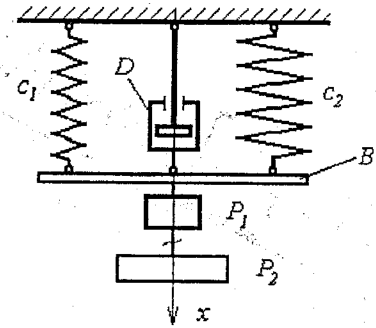


Рисунок Д3.13

Таблиця Д3.13

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	μ	δ	V_0	k	T	A
	кг		Н/м		Н·с/м		м/с	c^{-1}	с	м
1	10	4	20	36	28	?	-0,4	?	–	?
2	16	12	10	18	112	–	0,5	–	–	–
3	8	2	300	700	200	–	0,7	–	–	–
4	5	3	200	600	96	?	0,2	?	?	–
5	0,8	1	30,4	34,4	21,6	–	0,4	–	–	–
6	50	20	1200	2230	980	–	-0,2	–	–	–
7	0,5	0,3	100	400	6,4	?	-0,3	?	?	–
8	12	4	700	900	384	–	0,5	–	–	–
9	15	6	200	325	210	–	0,3	–	–	–
0	25	5	920	1000	360	?	0,25	?	–	?

Задача Д3.14

До вертикального повзуна B прикріплено пружини жорсткостями c_1 і c_2, а до них підвішений вантаж P_1 масою m_1, як показано на рис. Д3.14. В деякий момент часу до вантажу P_1 приєднують вантаж P_2 масою m_2, а повзун B починає виконувати вертикальний рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) - H_2 \sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажів P_1, P_2 як одного тіла і побудувати гра фік залежності координати від часу, якщо їх початкова швидкість V_0. Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.14 по варіантах.

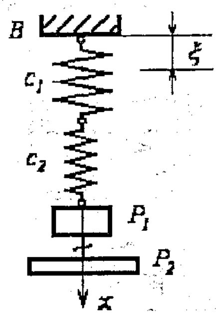


Рисунок Д3.14

Таблиця Д3.14

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг		Н/м		м/с	м		$с^{-1}$	
1	5	1	480	120	2	0	0,12	—	4
2	1,93	1	250	750	1,5	0,37	0	5	—
3	12	3	960	320	4	-0,1	0,2	2	8
4	10	2	300	100	1,2	0,3	0	2,5	—
5	0,4	0,1	200	600	1	0	−0,3	—	12
6	1,7	0,3	800	450	-3	0,25	0	10	—
7	0,4	0,2	160	480	-2	0	0,15	—	3
8	0,15	0,05	180	60	0,5	-0,2	0	15	—
9	0,6	0,4	640	860	5	0	0,2	—	6
0	1,5	0,5	300	600	-0,6	0,15	0	6	—

Задача Д3.15

На невагому платформу D помістили вантаж P масою m, яка опирається на систему пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3, причому пружина жорсткістю c_3 підтримується повзуном B, що показано на рис. Д3.15. В деякий момент часу вантажу P надають початкову швидкість V_0, а повзун B починає виконувати вертикальний рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо в початковий момент часу система знаходилась в положенні статичної рівноваги, платформа D рухається поступально, а тертя відсутнє. Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.15 по варіантах.

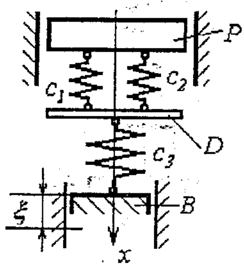


Рисунок Д3.15

Таблиця Д3.15

Варіант	m	c_1	c_2	c_3	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг	Н/м			м/с	Н		c^{-1}	
1	5	1800	1200	600	2	0	0,3	–	10
2	1	800	600	1000	0,08	0,1	0	15	–
3	5	80	100	60	1	0	0,4	–	9
4	0,25	360	240	120	- 4	0,1	0	20	–
5	11,3	2000	2400	6000	0,5	0,12	0,07	4	6
6	8	120	180	600	- 1,2	0	0,12	–	5
7	3	540	520	720	3	- 0,6	0	12	–
8	0,79	90	150	300	4	0,2	0,1	9	16
9	3,9	180	640	250	5	0,14	0	14	–
0	5,9	320	700	900	- 0,5	0	0,25	–	4

Задача Д3.16

Тіло P масою m приєднано до горизонтальних пружин жорсткостями c_1, c_2, c_3 і демпфера D за допомогою невагомого стержня B, як показано на рис. Д3.16. При русі тіла P демпфер створює силу опору R, яка має напрямок протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері. В початковий момент часу тілу P надають початкової швидкості V_0 і зміщення x_o, після чого воно виконує рух вздовж горизонтальної осі x.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо стержень B рухається поступально, відхилення від положення рівноваги малі і горизонтальні.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.16 по варіантах, де T – період затухаючих коливань.

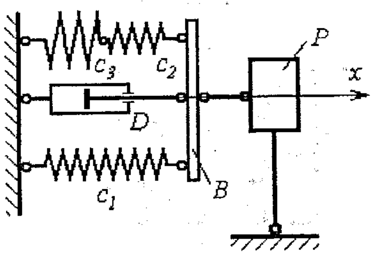


Рисунок Д3.16

Таблиця Д3.16

Варіант	m	c_1	c_2	c_3	μ	x_o	V_o	T
	кг	Н/м			Н с/м	м	м/с	с
1	14	2950	300	600	560	-0,1	5	–
2	10	1610	100	400	240	0,2	2	?
3	20	964	360	240	320	0,4	-3	–
4	8	38	120	360	240	-0,2	4	–
5	5	1440	450	300	120	0,16	-8	?
6	12	408	36	72	144	0,4	2,4	–
7	6	2200	300	600	144	0,25	3	?
8	4,5	0	120	180	108	-0,3	0,6	–
9	1,5	1110	360	720	15	0,15	8	?
0	18	795	1340	4020	360	0,4	-6	–

Задача Д3.17

Тіло P масою m падає з висоти h на горизонтальну невагому платформу B, яка опирається на пружини жорсткостями c_1, c_2, c_3 і демпфер D, як показано на рис. Д3.17. На висоті h тілу P надають початкову швидкість U в напрямку вертикалі і воно падає до зустрічі з платформою В. При русі тіла P разом з платформою демпфер ство-рює силу опору R, яка має напрямок протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо платформа B рухається поступально, а удар тіла P до платформи B абсолютно непружний.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.17 по варіантах, де T – період затухаючих коливань.

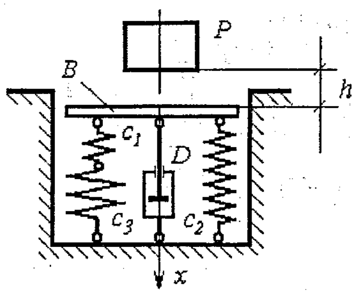


Рисунок Д3.17

Таблиця Д3.17

Варіант	m	h	c_1	c_2	c_3	μ	U	T
	кг	м	Н/м			Н с/м	м/с	с
1	15	0,5	300	1300	600	450	2	–
2	5	1	30	1880	60	160	-0,2	?
3	1,2	1,5	720	240	360	38,4	0,5	?
4	50	0,2	100	720	400	400	-1	–
5	20	1	500	125	1500	160	0,5	?
6	30	0,3	120	400	240	300	-0,4	–
7	16	1,5	2000	8800	3000	128	0,3	?
8	18	2	150	345	350	180	0	–
9	40	0,4	600	480	400	240	1,5	–
0	25	0,8	200	280	300	200	0,2	–

Задача Д3.18

На похилій площині з кутом α до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до верхнього кінця послідовно з'єднаних пружин c_1 і c_2, а до нижнього кінця пружин прикріплено повзун B, що показано на рис. Д3.18. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги. В деякий момент часу повзун B починає вздовж похилої площини рух за законом

$$\xi = H_1 cos(p_1 t) + H_2 sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо коефіцієнт тертя для вантажу P до похилої площини рівний f.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.18 по варіантах.

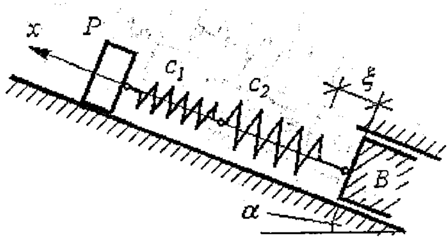


Рисунок Д3.18

Таблиця Д3.18

Варіант	m	f	α	c_1	c_2	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг		град	Н/м		м		c^{-1}	
1	4	0,15	30	2000	8000	0	0,051	–	15
2	12	0,2	45	320	480	0,04	0	4	–
3	2	0,1	60	420	780	0	0.02	–	10
4	20,4	0,1	30	150	850	0,2	0	2,5	–
5	2	0,05	15	180	720	0	0,15	–	9
6	2,4	0,2	30	360	720	0,15	0	10	–
7	1,2	0,3	60	160	480	0	0,03	–	6
8	1,5	0,2	75	1000	1500	0,35	0	18	–
9	6,4	0,15	45	1600	3400	0	0,02	–	7
0	0,8	0,3	30	220	280	0,1	0	6	–

Задача Д3.19

На похилій площині з кутом α до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до двох пружин жорсткостями c_1 і c_2 і до демпфера D, що показано на рис. Д3.19. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги. При русі тіла демпфер D створює силу опору залежну від швидкості: $R = \mu V$. В початковий момент часу тілу P надають початкове зміщення x_o і початкову швидкість V_o, після чого воно рухається вздовж осі x.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо коефіцієнт тертя для вантажу P до площини рівний f.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.19 по варіантах.

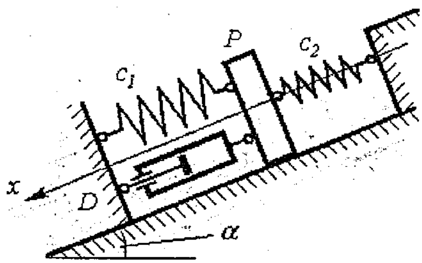


Рисунок Д3.19

Таблиця Д3.19

Варіант	m	f	α	c_1	c_2	μ	x_o	V_o
	кг		град	Н/м		Н·с/м	м	м/с
1	9	0,05	15	5400	2700	96	0,09	2
2	4	0	60	600	1000	160	0,1	5
3	36	0,2	75	688	212	936	0,2	8
4	10,5	0,1	30	3200	1000	672	-0,15	6
5	2	0	45	250	200	80	0,4	10
6	14	0,15	30	800	600	280	-0,6	1,2
7	7	0,05	20	1800	2400	700	0,8	2
8	10	0,3	60	3000	2000	250	0,3	0,8
9	36	0	75	8000	1200	624	0,4	-5
0	5	0,25	45	7200	2400	50	-0,2	3

Задача Д3.20

Вантаж P_1 знаходиться на невагомій платформі B, яка підтримується системою пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3 як показано на рис. Д3.20. При вільних коливаннях вантажу P_1 циклічна частота рівна k, а в положенні статичної рівноваги платформа B зміщена на $\lambda_{ст}$.

В початковий момент часу на вантаж P_1 кладуть вантаж P_2, при цьому вони набувають початкову швидкість V_o у вертикальному напрямку. Маси вантажів P_1 і P_2 складають відношення : $m_2/m_1 = n$. Знайти рівняння коливного руху вантажів P_1 і P_2 як одного тіла, побудувати графік залежності кординати від часу, визначити амплітуду (A), період (T) та початкову фазу (φ_o), якщо платформа B рухається поступально, а опором середовища нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.20 по варіантах.

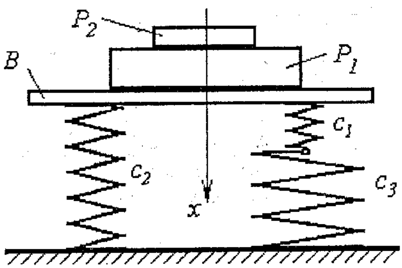


Рисунок Д3.20

Таблиця Д3.20

Варіант	n	$\lambda_{ст}$	k	c_1	c_2	c_3	V_o
		см	$с^{-1}$	Н/см			м/с
1	0,5	0,392	50	10	5	30	2
2	1,5	1,09	30	6	14	12	5
3	0,2	2,45	20	4	16,8	16	4
4	0,6	2,45	20	20	25	60	3
5	2	0,512	25	12	11	36	1
6	1	3,02	18	40	36	60	2
7	0,5	9,81	10	21	16	42	2,5
8	1,2	0,613	40	48	168	96	3,2
9	0,8	5	14	32	10,8	48	7
0	0,4	3,83	16	30	48	20	3,5

Задача Д3.21

До жорсткого невагомого стержня D, підвішеного до чотирьох вертикальних пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3, як показано на рис. Д3.21, прикріплено вантаж P_1, а до нього вантаж P_2. В початковий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1 і надають вантажу P_1 початкову швидкість V_0, направлену по вертикалі.

Вважаючи, що стержень D переміщується поступально, знайти рівняння руху вантажу P_1, а також ті величини, які вказані в таблиці Д3.21, де позначено: A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань. Побудувати графік залежності координати від часу.

Задані параметри і величини, які потрібно знайти, знаходяться в таблиці Д3.21 по варіантах.

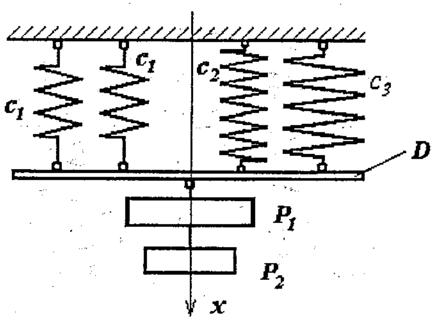


Рисунок Д3.21

Таблиця Д3.21

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	c_3	V_0	k	T	A
	кг		Н/см			м/с	$с^{-1}$	с	м
1	?	0,5	80	60	100	4	40	?	?
2	5	2	20	10	14,8	8	?	?	?
3	15	6	6	18	30	-1	?	?	?
4	?	40	42	16	20	?	10	?	0,5
5	?	4,4	25	80	30	2	25	?	?
6	3	1	72	26	130	-5	?	?	?
7	25	10	55	60	80	3	?	?	?
8	?	6	88	14	220	-2	50	?	?
9	16	3	32	16	20	66	?	?	?
0	?	60	27	26	80	-4	?	0,63	?

Задача Д3.22

На похилій площині, яка утворює кут α з горизонтом, розміщені два вантажі P_1 і P_2, що прикріплені до системи пружин жорсткостями c_1, c_2 і c_3 як показано на рис. Д3.22. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1 і надають йому початкову швидкість V_0, після чого він рухається по площині, де тертя відсутнє. Знайти рівняння руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.22 по варіантах, де m_1, m_2 маси вантажів P_1 і P_2, відповідно, A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період коливань.

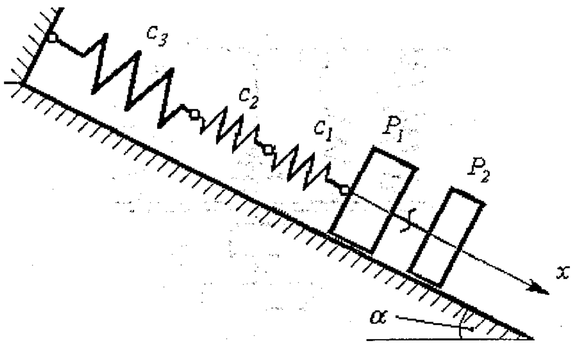


Рисунок Д3.22

Таблиця Д3.22

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	c_3	α	V_0	k	T	A
	кг		Н/см			град	м/с	$с^{-1}$	с	м
1	1,21	0,5	10	15	25	30	2	?	?	?
2	1,7	0,4	36	48	60	45	5	?	?	?
3	?	8	80	120	160	15	-3	25	?	?
4	2,1	1,5	42	60	80	75	-4	?	?	?
5	?	4	35	40	90	60	2,5	15	?	?
6	?	10	48	90	100	30	-2	?	0,63	?
7	2,09	?	12	42	80	45	0	?	?	0,01
8	?	4	45	60	120	15	3	12	?	?
9	?	2	28	42	60	75	4	?	0,42	?
0	1,2	0,7	35	40	80	60	8	?	?	?

Задача Д3.23

До невагомого стержня B, прикріпленого до трьох пружин жорсткостями c_1, c_2, c_3 і демпфера D, підвішено вантажі P_1 і P_2, рис. Д3.23, масами m_1, m_2, відповідно. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1 і надають йому початкову швидкість V_0. Визначити рівняння руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу, якщо стержень B рухається поступально, а демпфер D створює силу опору, яка пропорційна швидкості $R = \mu V$.

Дані для остаточних розрахунків знаходяться в таблиці Д3.23 по варіантах, де A – амплітуда коливань, k – циклічна частота, T – період затухаючих коливань.

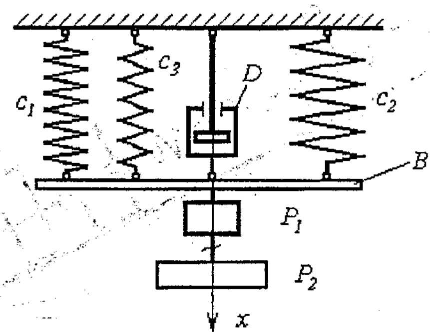


Рисунок Д3.23

Таблиця Д3.23

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	c_3	μ	V_0	k	T	A
	кг		Н/см			Н·с/м	м/с	c^{-1}	с	м
1	2,15	0,7	45	80	90	35	2	?	?	?
2	100	30	30	35	60	4000	-5	–	–	–
3	130	50	25	75	30	2600	6	–	–	–
4	32	12	40	95	65	640	2,5	?	?	?
5	8	4	30	60	40	800	-3	–	–	–
6	32	6	28	72	100	3200	8	–	–	–
7	46	20	100	60	25	920	-4	?	?	?
8	25	10	18	32	50	1500	3,5	–	–	–
9	40	15	35	45	80	1600	7	–	–	–
0	7,6	4	48	52	90	456	1,5	?	?	?

Задача Д3.24

До вертикального повзуна B прикріплено систему з трьох пружин жорсткостями c_1 і c_2, а до неї підвішені вантажі P_1 і P_2 масами m_1 і m_2, відповідно, рис. Д3.24. В деякий момент часу вантаж P_2 миттєво від'єднують від вантажу P_1, при цьому вантаж P_1 отримує швидкість V_o, а повзун B починає виконувати вертикальний рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \sin(p_2 t)$$

Визначити рівняння руху вантажу P_1 і побудувати графік залежності координати від часу. Масою з'єднувального стержня D нехтуємо. Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.24 по варіантах.

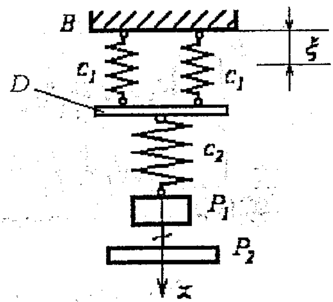


Рисунок Д3.24

Таблиця Д3.24

Варіант	m_1	m_2	c_1	c_2	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг		*Н/см*		*м/с*	*см*		c^{-1}	
1	6	2	20	60	-2	15	0	20	–
2	3	1	30	90	5	8	2	10	15
3	2,88	0,6	15	45	0	0,25	0	12	–
4	40	10	40	80	3,5	0	0,8	–	9
5	9,88	5	25	40	4	0,4	0	15	–
6	120	20	16	48	6	0	0,05	–	10
7	38,5	15	28	44	0	2,12	0	4	–
8	4,2	3	35	30	-4	0	0,15	–	20
9	9	2,5	32	36	2,5	0,35	0	16	–
0	3	1,5	80	45	8	0,2	-0,4	5	8

Задача Д3.25

На горизонтальну платформу D_1 помістили тіло P масою m, яке приєднали до системи пружин жорсткостями c_1 і c_2, причому на пружини жорсткістю c_1 діє в горизонтальному напрямку повзун B, що показано на рис. Д3.25. В деякий момент часу тілу P надають початкову швидкість V_0, а повзун B починає виконувати рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \sin(p_2 t).$$

Визначити рівняння руху тіла P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо тіла D_1 і D_2 вважаються невагомими, рухаються поступально, а тертя відсутнє.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.25 по варіантах.

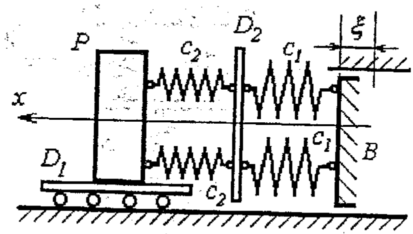


Рисунок Д3.25

Таблиця Д3.25

Варіант	m	c_1	c_2	V_0	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг	Н/см		м/с	см		c^{-1}	
1	6,4	30	60	2	0,8	0	25	–
2	6	25	75	5	0	-0,73	–	20
3	4,24	16	18	0	0,45	0,3	8	12
4	12	40	60	-2,5	0	0,5	–	15
5	12,18	42	58	4	0,5	0	20	–
6	11,2	50	90	3	0	0,24	–	14
7	8,75	14	56	-1,5	0,6	-0,2	10	6
8	6	20	30	4,2	0	0,4	–	20
9	19	60	80	-3	0,3	-0,25	6	18
0	20	24	36	1,8	2,4	0	12	–

Задача Д3.26

Тіло P масою m приєднано до горизонтальних пружин жорсткостями c_1, c_2, c_3 і демпфера D за допомогою невагомого стержня B, як показано на рис. Д3.26. При русі тіла P демпфер створює силу опору R, яка має напрямок протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ - коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері. В початковий момент часу тілу P надають початкову швидкість V_0 і зміщення x_o, після чого воно виконує рух вздовж горизонтальної осі x.

Визначити рівняння руху тіла P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо стержень B рухається поступально, відхилення від положення рівноваги малі і горизонтальні.

Дані для остаточних розрахунків - в таблиці Д3.26 по варіантах.

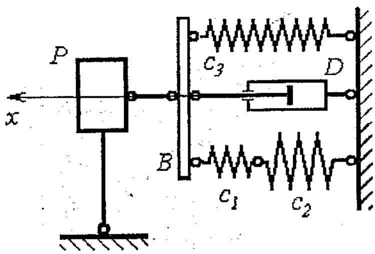


Рисунок Д3.26

Таблиця Д3.26

Варіант	m	c_1	c_2	c_3	μ	x_o	V_o
	кг	Н/см			Нс/м	м	м/с
1	10	12	36	5,4	140	0,3	-5
2	60	15	45	3,75	1200	0,01	2
3	45	30	60	25	900	0,02	4
4	6,67	18	32	3,48	54	-0,2	3
5	100	48	92	4,46	1600	0,15	1,8
6	30	25	50	13,33	600	-0,25	3,2
7	7,5	52	48	5,64	150	0,04	-2
8	61	62	28	10,73	1500	-0,03	2,5
9	50	22	66	15,5	800	0,2	-4
0	6,4	20	60	25	154	0,4	0,8

Задача Д3.27

Тіло P масою m ковзає по похилій гладенькій площині з кутом α до горизонту після чого падає на невагому платформу B, яка опирається на пружини жорсткостями c_1, c_2, c_3 і демпфер D, як показано на рис. Д3.27. На початку руху тілу P надають початкову швидкість U в напрямку площини і воно до дотику з платформою B проходить шлях l. При русі тіла P разом з платформою демпфер D створює силу опору R, яка має напрямок протилежний до швидкості V і описується залежністю $R = \mu V$, де μ - коефіцієнт в'язкості рідини, яка міститься в демпфері.

Визначити рівняння руху тіла P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо платформа B рухається поступально, а удар тіла P до платформи B абсолютно непружний.

Дані для остаточних розрахунків в таблиці Д3.27 по варіантах.

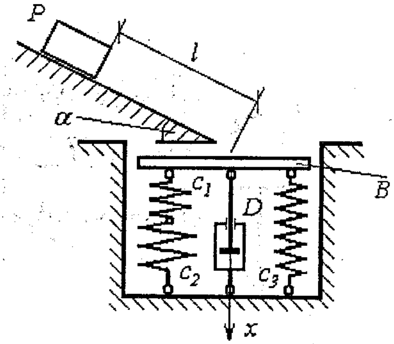


Рисунок Д3.27

Таблиця Д3.27

Варіант	m	l	α	c_1	c_2	c_3	μ	U
	кг	м	град	Н/см			Н с/м	м/с
1	13,33	2	30	25	75	11,25	320	0,5
2	12	1,5	45	10	50	16,7	440	1
3	60	1	60	40	60	36	1200	0
4	6,4	3	15	36	48	19,43	205	0,03
5	62,5	0,5	75	30	80	18,2	1750	0
6	16	0,6	20	28	56	17,3	480	0,2
7	15,6	2,5	60	45	80	11,2	440	0,6
8	40	10	15	8	32	3,6	800	0
9	11,1	1,6	75	12	48	6,4	267	2
0	17,8	0,75	45	17	56	27	285	4

Задача Д3.28

На похилій площині з кутом 30^o до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до нижнього кінця системи пружин c_1, c_2 і c_3, а до верхнього кінця пружин прикріплено повзун B, що показано на рис. Д3.28. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги. В деякий момент часу повзун B починає вздовж похилої площини рух за законом

$$\xi = H_1 \sin(p_1 t) + H_2 \cos(p_2 t).$$

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо тертя відсутнє, а масою пластини D, яка рухається поступально, нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.28 по варіантах.

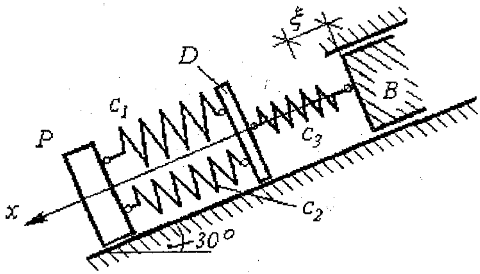


Рисунок Д3.28

Таблиця Д3.28

Варіант	m	c_1	c_2	c_3	H_1	H_2	p_1	p_2
	кг	Н/см			см		c^{-1}	
1	6	15	45	40	0,4	0	20	–
2	12	20	40	15	0	0,8	–	6
3	24	32	64	54	2,5	4	6	5
4	7	48	50	80	3	0	25	–
5	16	24	36	90	0	0,5	–	10
6	8,2	20	70	120	5	-2	8	12
7	72	25	30	100	-0,36	0	14	–
8	5,3	60	40	90	0	0,8	–	30
9	8	30	50	110	3,5	0	10	–
0	10	40	90	120	0	0,4	–	15

Задача Д3.29

На похилій площині з кутом α до горизонту розташований вантаж P масою m, який закріплено до верхнього кінця системи пружин c_1, c_2, c_3 і до демпфера D, що показано на рис. Д3.29. Система знаходиться в положенні статичної рівноваги . При русі тіла демпфер D створює силу опору залежну від швидкості: $R = \mu V$. В початковий момент часу тілу P надають початкове зміщення x_o і початкову швидкість V_o, після чого воно рухається вздовж осі x.

Визначити рівняння руху вантажу P і побудувати графік залежності координати від часу, якщо тертя відсутнє, а масою тіла B, яке рухається поступально, нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.29 по варіантах.

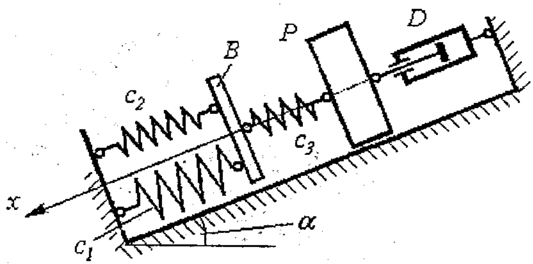


Рисунок Д3.29

Таблиця Д3.29

Варіант	m	α	c_1	c_2	c_3	μ	x_o	V_o
	кг	град	Н/см			Н·с/м	см	м/с
1	21	60	64	22	80	588	5	4
2	14	30	36	40	90	280	8	3
3	9,4	60	25	90	120	470	-2	6
4	20	45	84	110	140	800	7	-5
5	5	20	46	50	85	80	12	0
6	16	30	32	46	70	576	0	-4
7	31	75	85	105	110	930	10	0
8	9	60	60	85	90	270	0	2,5
9	17	15	35	90	70	680	7,5	0
0	15	45	85	120	140	600	-3	8

Задача Д3.30

Два вантажі P_1 і P_2 масами m_1 і m_2, відповідно, знаходяться на невагомій платформі B, яка підтримується системою пружин жорсткостями c_1, c_2, c_3 і c_4 як показано на рис. Д3.30. Маси вантажів P_1 і P_2 складають відношення : $m_1/m_2 = n$, а при вільних коливаннях вказаних вантажів циклічна частота рівна k. В положенні статичної рівноваги платформа B зміщена на λ_{cm}.

В початковий момент часу вантаж P_2 знімають, при цьому вантаж P_1 набуває початкову швидкість V_o в вертикальному напрямку. Знайти рівняння коливного руху вантажу P_1, побудувати графік залежності координати від часу, визначити амплітуду (A), період (T) та початкову фазу (φ_o), якщо платформа B рухається поступально, а опором середовища нехтуємо.

Дані для остаточних розрахунків містяться в таблиці Д3.30 по варіантах.

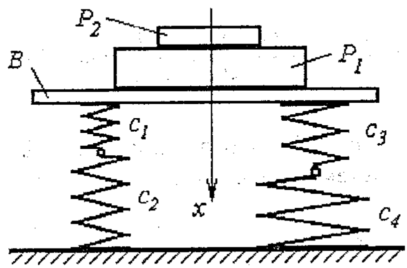


Рисунок Д3.30

Таблиця Д3.30

Варіант	*n*	λ_{cm}	*k*	c_1	c_2	c_3	c_4	V_o
		см	c^{-1}	*Н/см*				*м/с*
1	1,5	4,35	15	40	30	70	120	2
2	0,5	1,08	30	42	100	80	90	-4
3	0,7	5	14	18	32	40	65	1,5
4	2	11,9	25	25	60	45	90	5
5	1	39,2	5	68	80	45	120	-3
6	0,4	6,8	12	15	45	42	84	2,5
7	1,2	2,45	20	32	42	70	140	-2,4
8	0,75	1,7	24	75	90	85	130	7
9	0,6	9,8	10	24	65	72	160	9
0	0,8	15,3	8	30	80	90	110	-1

3.1 Приклад розв'язування задачі Д3

До двох вертикальних послідовно з'єднаних пружин жорсткостями c_1 і c_2 і паралельного до них демпфера $Д$ підвішено вантаж масою m_1, що показано на рис. Д3.31. В початковий момент часу до вантажу масою m_1, який знаходиться в стані статичної рівноваги, миттєво приєднують вантаж масою m_2 так, що обидва вантажі як одне ціле набувають вертикальну швидкість V_o направлену вниз. Під час руху вантажів демпфер $Д$ створює силу опору пропорційну швидкості: $R = \mu V$.

Визначити залежність координати вантажів від часу $x = x(t)$, побудувати графік цієї залежності. В остаточних розрахунках прийняти $m_1 = 20\ кг$, $m_2 = 12\ кг$, $c_1 = 10\ Н/см$, $c_2 = 40\ Н/см$, $\mu = 192\ Н\ с/м$, $V_o = 2\ м/с$.

Розв'язання

Знайдемо жорсткість c пружини, яка буде еквівалентною пружинам з жорсткістю c_1 і c_2. При послідовному з'єднанні величина c рівна

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8\,\frac{Н}{см} = 800\,\frac{Н}{м}. \qquad (3.12)$$

Покажемо на рис.Д3.32 поряд з рисунком Д3.31 розрахункову схему сил що діють на систему вантажів m_1 і m_2 в довільний момент руху.

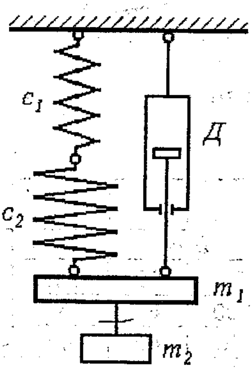


Рис.Д3.31

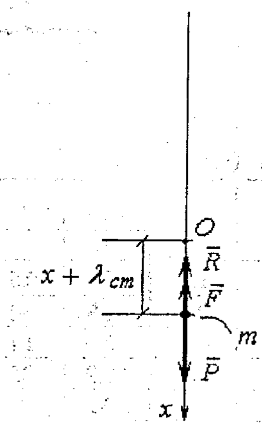


Рис.Д3.32

Сили, що зображені на рис. Д3.32 означають: $P = mg$ – сумарна вага двох вантажів, $m = m_1 + m_2$, $R = \mu V$ – сила опору демпфера, $F = c\,(x + \lambda_{cm})$ – сила реакції пружини.

Складаємо диференціальне рівняння руху точки сумарної маси m в проекції на вісь Ox.

$$\sum_{k=1}^{n} X_k = P - F - R. \tag{3.13}$$

Тоді диференціальне рівняння (3.1) зводиться до вигляду

$$m\ddot{x} = mg - c(x + \lambda_{cm}) - \mu V \ . \tag{3.14}$$

В положенні статичної рівноваги виконується $mg = c\lambda_{cm}$ (3.15)

Після спрощення із (3.14) отримуємо

$$\ddot{x} + \frac{\mu}{m}\dot{x} + \frac{c}{m}x = 0 \ . \tag{3.17}$$

де $\dot{x} = V$, а c визначається формулою (3.12).

Знайдемо числові значення коефіцієнтів при $\dot{x}$ і x.

$$\frac{\mu}{m} = \frac{\mu}{m_1 + m_2} = \frac{192}{20+12} = 6c^{-1}, \qquad \frac{c}{m} = \frac{c}{m_1 + m_2} = \frac{800}{20+12} = 25c^{-2}.$$

З числовими коефіцієнтами диференціальне рівняння (3.17) запишеться

$$\ddot{x} + 6\dot{x} + 25x = 0 \ . \tag{3.18}$$

Порівнюючи (3.18) і (3.3) встановлюємо що $n = 3$, $k = 5$, тобто $k > n$. За зразком (3.7) запишемо розв'язок для (3.18) попередньо встановивши, що

$$k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4c^{-1},$$

$$x = e^{-3t}\left[C_1 \sin(4t) + C_2 \cos(4t)\right]. \tag{3.20}$$

Знайдемо похідну від (3.20) і використаємо для знаходження сталих інтегрування C_1 і C_2 початкові умови:

$$x = \lambda_{cm2} = -\frac{m_2 g}{c} = -\frac{12 \cdot 9{,}8}{800} = -0{,}147\text{м}, \quad \dot{x} = V_0 = 2\frac{\text{м}}{c} \qquad \text{при} \quad t = 0 .$$

$$\dot{x} = -3e^{-3t}\left[C_1 \sin(4t) + C_2 \cos(4t)\right] + e^{-3t}\left[C_1 4\cos(4t) - C_2 4\sin(4t)\right].$$

Відносно C_1 і C_2 одержуємо систему рівнянь

$$-0{,}147 = 0 + C_2$$
$$2 = -3C_2 + 4C_1 ,$$

звідки $C_1 = 0{,}389\text{м} = 38{,}9\ \text{см}$, $C_2 = -0{,}147\text{м} = -14{,}7\text{см}$.

Підставляючи C_1 і C_2 в (3.20) одержуємо шукане рівняння руху

$$x = e^{-3t}\left[38{,}9\sin(4t) - 14{,}7\cos(4t)\right]. \qquad (3.21)$$

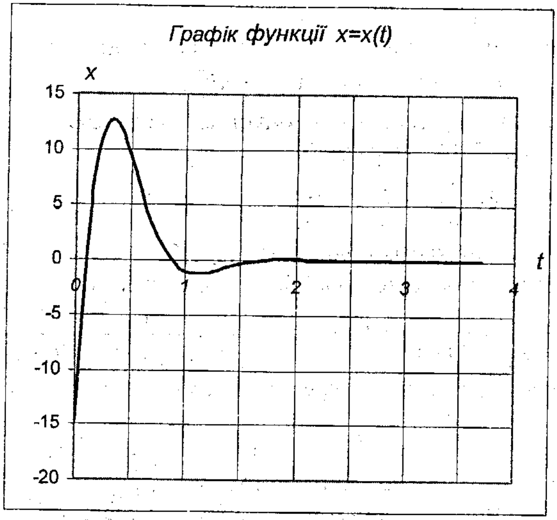


Рис. ДЗ.33

На рис. ДЗ.33 наведено графік залежності (3.21), побудований за допомогою програми *EXEL* .

Функція (3.21) та її графік на рис. ДЗ.33 свідчать про те, що вантажі здійснюють затухаючі коливання.

Д4. Дослідження руху точки під дією сил залежних від часу і швидкості

Важке тіло D масою m рухається по трубці AB, а потім по трубці BC. Точки A, B, C розташовані в одній вертикальній площині, положення ділянок AB і BC визначається кутами, варіанти завдань від 1 до 30 зображені на рис. Д4.1 – Д4.5.

Тіло D, одержавши в точці A початкову швидкість V_o, на ділянці AB рухається під дією постійної сили F і сили опору середовища, яка залежить від швидкості за законом $R = \mu_1 V + \mu_2 V^2$, проходить шлях $AB = l$ за час τ і досягає в точці B швидкості V_B. В точці B тіло D переходить на ділянку BC зі швидкістю V_B, яка змінює напрямок не змінючи величину. На ділянці BC на тіло D діє сила тертя, для якої заданий коефіцієнт тертя $f=0,1$, і змінна сила $H = =H(t)$, аналітичний вигляд якої записаний поряд з рисунками.

Вважаючи тіло D матеріальною точкою, визначити залежності пройденого шляху від часу $x = x(t)$ та швидкості від часу $V = V(t)$ на ділянці BC, побудувати графіки таких залежностей.

В остаточних розрахунках прийняти значення величин, що задані по варіантах в таблиці Д4.1.

Таблиця Д4.1

Варіант	m	V_o	F	l	μ_1	μ_2	τ	H_o	H_1	k
	кг	м/с	Н	м	Нс/м		с	Н		c^{-1}
1	2,4	20	8	1,5	0	0,8	–	36	0	1
2	2	15	5	–	0,4	0	2,5	0	12	0,5
3	3	14	9	2,5	0	0,6	–	15	0	0,4
4	1,8	35	6	–	0,3	0	5	0	7,2	0,6
5	4	16	2	2,5	0	0,8	–	16	0	1,5
6	2,5	30	14	–	0,5	0	2,5	0	10	2
7	2,4	18	12	3	0	0,2	–	48	0	1
8	6	22	10	–	0,6	0	4	0	18	0,5
9	1,6	30	8	1	0	0,4	–	32	0	0,3
0	4	25	18	–	0,2	0	5	0	56	0,8

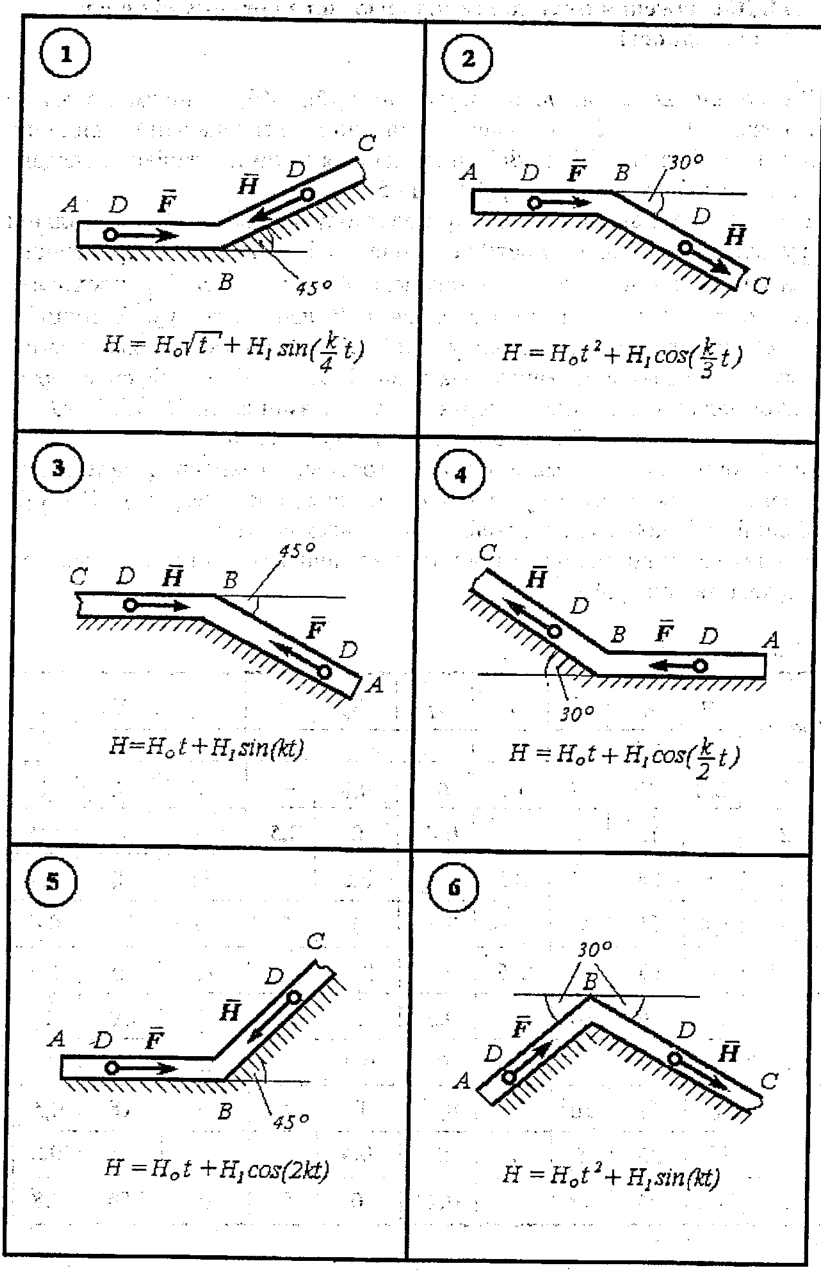
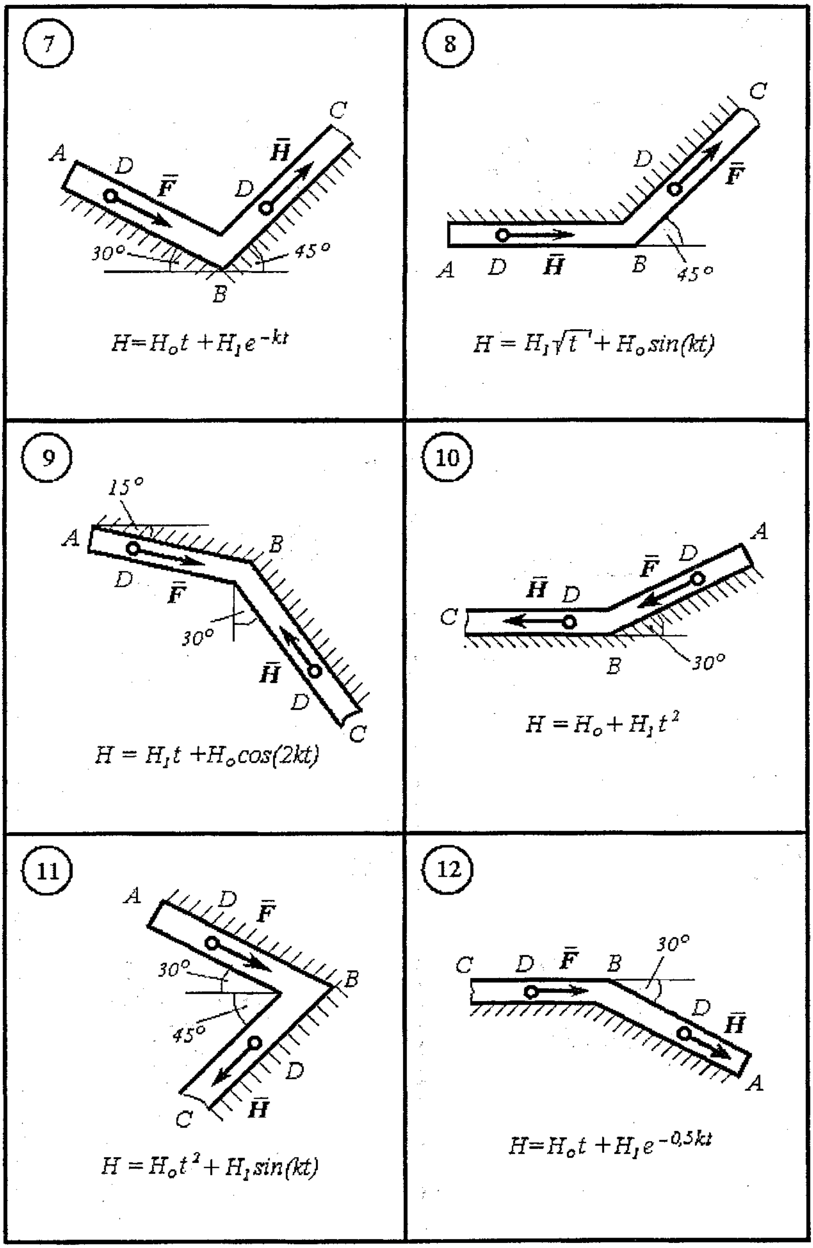

1
A D F̄
H̄ D
C
B
45°
$H = H_0\sqrt{t} + H_1 \sin(\frac{k}{4}t)$
2
A D F̄ B
30°
D
H̄
C
$H = H_0 t^2 + H_1 \cos(\frac{k}{3}t)$
3
C D H̄ B
45°
F̄
D
A
$H = H_0 t + H_1 \sin(kt)$
4
C
H̄
D
B F̄ D A
30°
$H = H_0 t + H_1 \cos(\frac{k}{2}t)$
5
C
D
H̄
A D F̄
B
45°
$H = H_0 t + H_1 \cos(2kt)$
6
30°
B
F̄
D
A
D
H̄
C
$H = H_0 t^2 + H_1 \sin(kt)$

Рисунок Д4.1



7
C
A
D
$\bar{F}$
$\bar{H}$
D
30°
45°
B
$H = H_o t + H_1 e^{-kt}$
8
C
D
$\bar{F}$
A
D
$\bar{H}$
B
45°
$H = H_1\sqrt{t} + H_o \sin(kt)$
9
15°
A
B
D
$\bar{F}$
30°
$\bar{H}$
D
C
$H = H_1 t + H_o \cos(2kt)$
10
A
D
$\bar{F}$
$\bar{H}$
D
C
B
30°
$H = H_o + H_1 t^2$
11
A
D
$\bar{F}$
30°
B
45°
D
C
$\bar{H}$
$H = H_o t^2 + H_1 \sin(kt)$
12
30°
C
D
$\bar{F}$
B
D
$\bar{H}$
A
$H = H_o t + H_1 e^{-0{,}5kt}$

Рисунок Д4.2

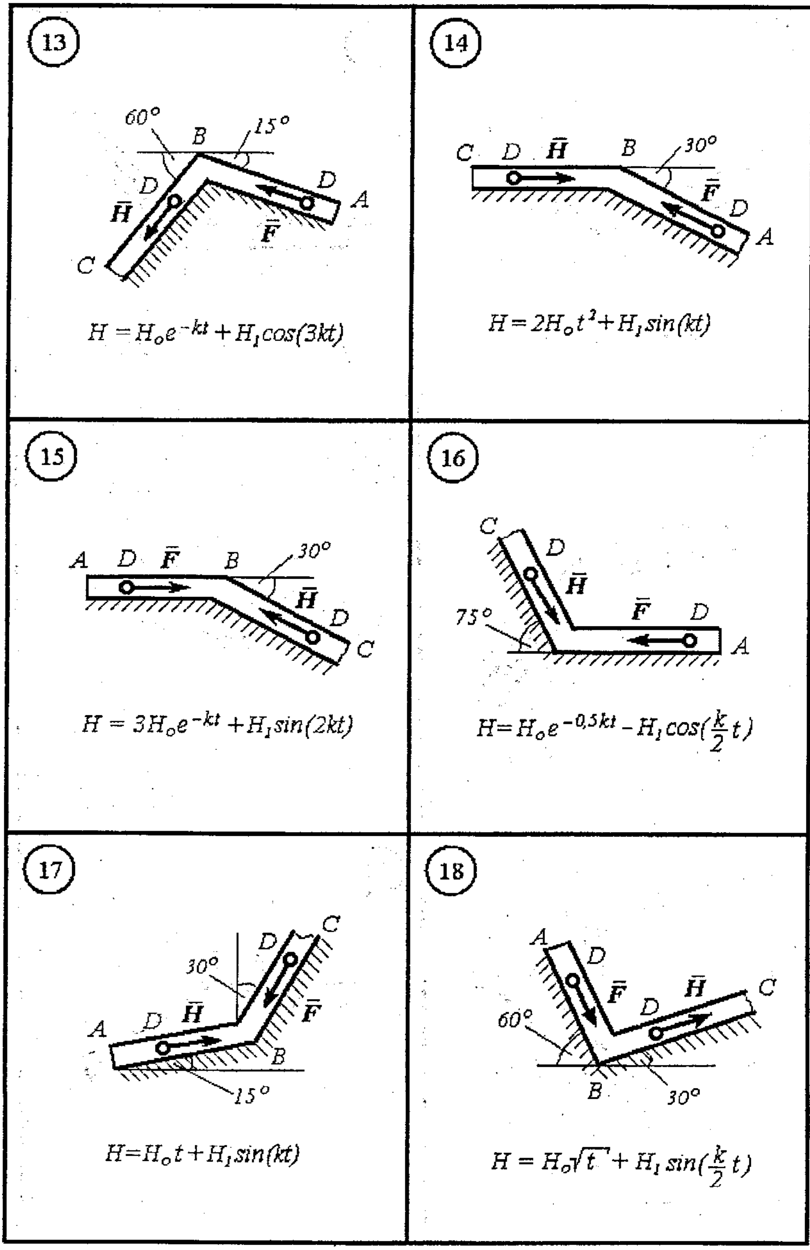

13
60°
15°
B
D
D
A
$\bar{H}$
$\bar{F}$
C
$H = H_o e^{-kt} + H_1 \cos(3kt)$
14
C
D
$\bar{H}$
B
30°
$\bar{F}$
D
A
$H = 2H_o t^2 + H_1 \sin(kt)$
15
A
D
$\bar{F}$
B
30°
$\bar{H}$
D
C
$H = 3H_o e^{-kt} + H_1 \sin(2kt)$
16
C
D
$\bar{H}$
75°
$\bar{F}$
D
A
$H = H_o e^{-0,5kt} - H_1 \cos(\frac{k}{2} t)$
17
D
C
30°
A
D
$\bar{H}$
$\bar{F}$
B
15°
$H = H_o t + H_1 \sin(kt)$
18
A
D
$\bar{F}$
$\bar{H}$
C
D
60°
B
30°
$H = H_o \sqrt{t} + H_1 \sin(\frac{k}{2} t)$

Рисунок Д4.3

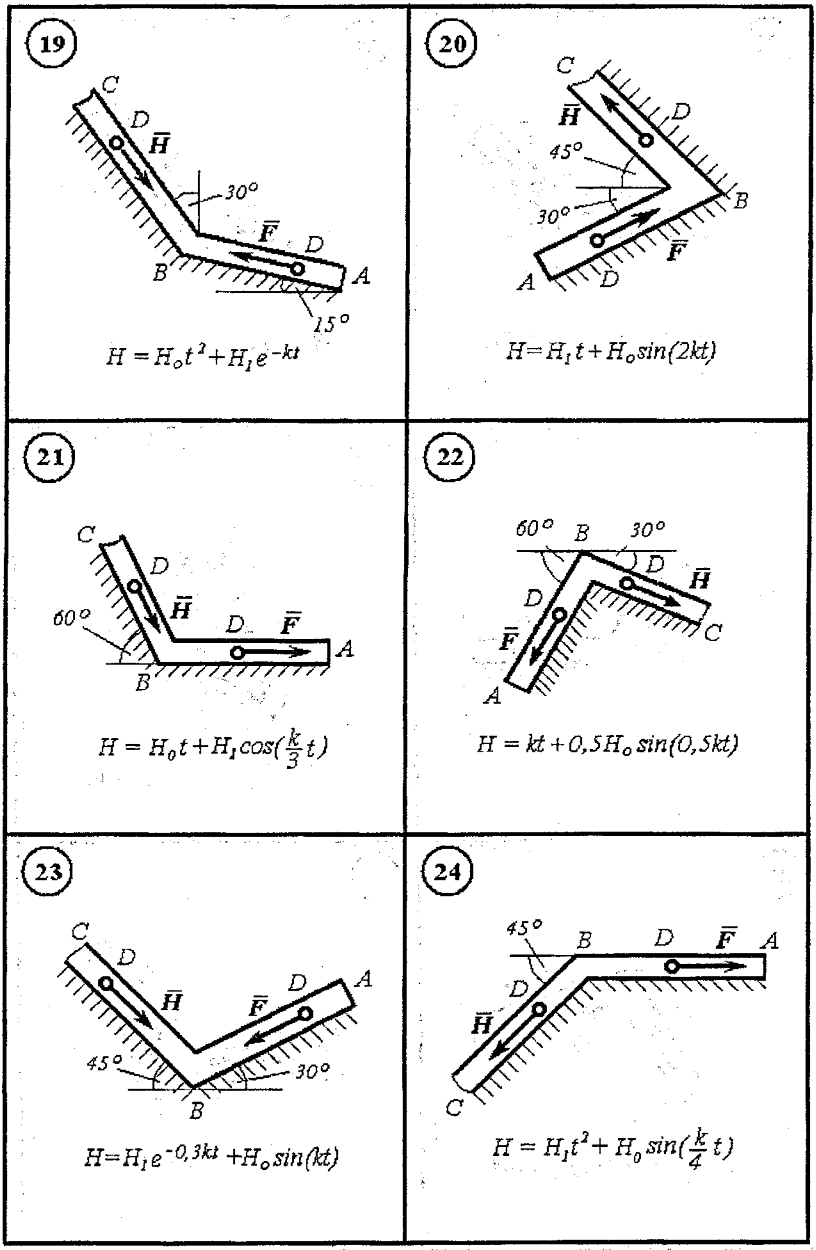

19
C
D
$\bar{H}$
30°
$\bar{F}$
D
B
A
15°
$H = H_0 t^2 + H_1 e^{-kt}$
20
C
$\bar{H}$
D
45°
30°
B
$\bar{F}$
A
D
$H = H_1 t + H_0 \sin(2kt)$
21
C
D
$\bar{H}$
60°
D
$\bar{F}$
A
B
$H = H_0 t + H_1 \cos(\frac{k}{3} t)$
22
60°
B
30°
D
$\bar{H}$
D
C
$\bar{F}$
A
$H = kt + 0,5 H_0 \sin(0,5kt)$
23
C
D
$\bar{H}$
D
A
$\bar{F}$
45°
30°
B
$H = H_1 e^{-0,3kt} + H_0 \sin(kt)$
24
45°
B
D
$\bar{F}$
A
D
$\bar{H}$
C
$H = H_1 t^2 + H_0 \sin(\frac{k}{4} t)$

Рисунок Д4.4

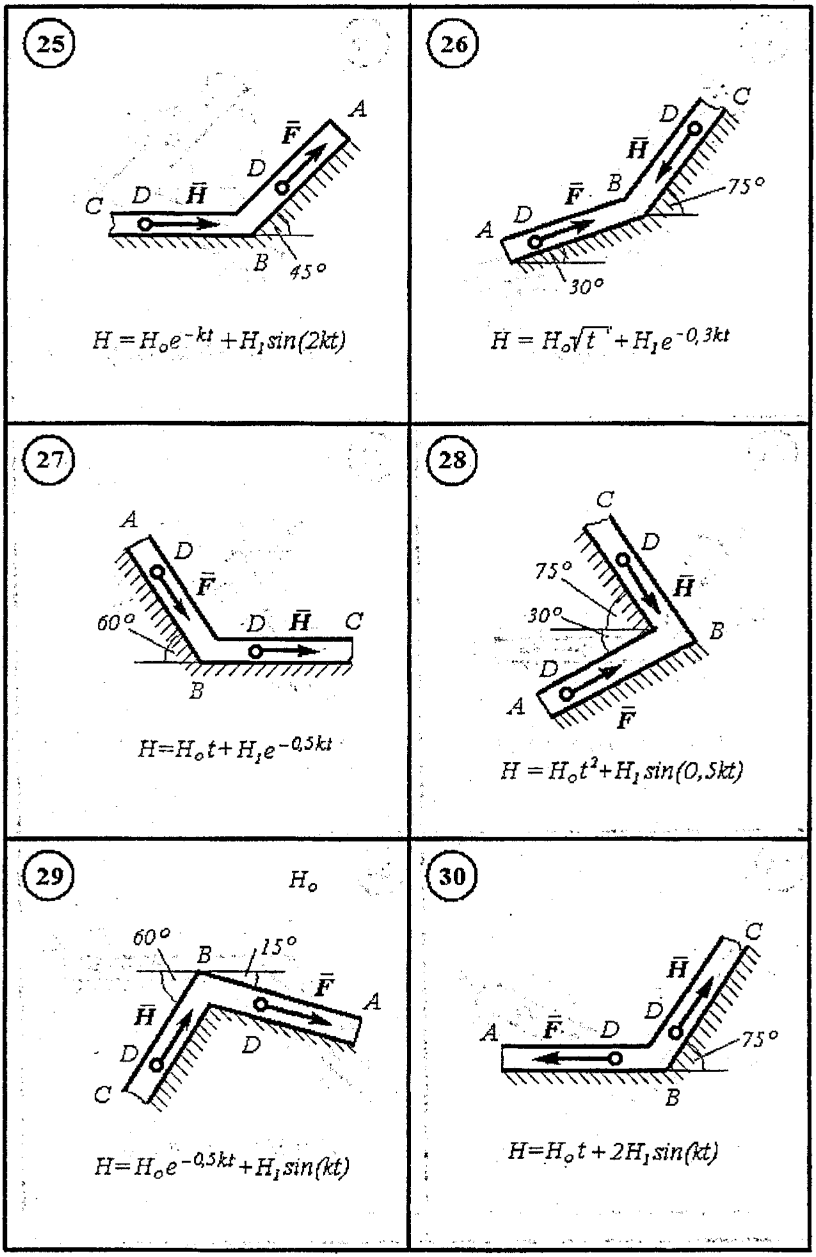

25
A
F
D
C
D
H
B
45°
H = H₀e^{-kt} + H₁sin(2kt)
26
C
D
H
B
75°
F
A
D
30°
H = H₀√t + H₁e^{-0,3kt}
27
A
D
F
60°
D
H
C
B
H=H₀t+H₁e^{-0,5kt}
28
C
D
75°
H
30°
B
D
A
F
H = H₀t²+H₁sin(0,5kt)
29
H₀
60°
B
15°
F
A
H
D
D
C
H=H₀e^{-0,5kt}+H₁sin(kt)
30
C
H
D
A
F
D
75°
B
H=H₀t + 2H₁sin(kt)

Рисунок Д4.5

4.1 Приклад розв'язування задачі Д4

Умова задачі. Точка D масою $m = 0{,}5кг$ починає рухатись по трубці AB з початковою швидкістю $V_o = 10м/с$, де на неї крім сили ваги діє постійна сила $F = 10H$ і сила опору пропорційна квадрату швидкості $R = 0{,}8\,V^2$. Точка D проходить шлях $AB = l = 1м$ і в точці B потрапляє на ділянку BC, де на неї крім ваги діє сила тертя з коефіцієнтом тертя $f = 0{,}1$ і змінна сила $H = 40\sin(\pi t)$. Положення ділянок AB і BC та напрямки сил F і H показано на рис. Д4.6.

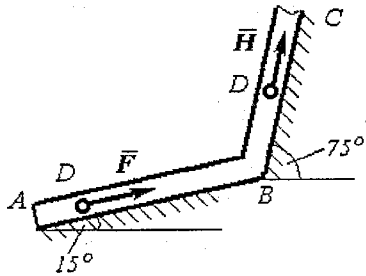


Рис. Д4.6

Знайти шлях як функцію від часу для точки D на ділянці BC $x(t)$ та залежність швидкості від часу $V(t)$ на цій же ділянці. Побудувати графіки цих залежностей.

Розв'язання. Складаємо диференціальне рівняння руху точки D на ділянці AB. Зображаємо сили, що діють на точку D на цій ділянці, і показуємо їх на рис. Д4.7.

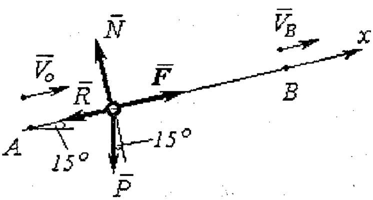


Рис. Д4.7

Застосовуємо диференціальне рівняння руху точки, яке в проекції на вісь x має вигляд

$$m\ddot{x} = \sum_k X_k \,. \qquad (4.1)$$

Знаходимо суму проекцій сил на вісь x

$$\sum_k X_k = F - R - P\sin 15^o .$$

Тому отримуємо

$$\ddot{x} = \frac{F - R - mg\sin 15^o}{m} = \frac{10 - 0{,}8V^2 - 0{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2588}{0{,}5} = -\frac{V^2 - 10{,}91}{0{,}625} . \qquad (4.2)$$

Переходимо в диференціальному рівнянні (4.2) від змінної t до змінної x. Цей перехід обумовлений тим, що в умові задачі дано, що рухома точка D досягає певної швидкості в точці B після того, як вона пройшла шлях AB.

$$\ddot{x} = \frac{dVdx}{dtdx} = V\frac{dV}{dx} = \frac{1}{2}\frac{dV}{dx} = -\frac{V^2 - 10{,}91}{0{,}625} . \qquad (4.3)$$

Розділимо змінні і запишемо інтеграл

$$\int \frac{dV^2}{V^2 - 10{,}91} = -\int \frac{dx}{0{,}3125} ,$$ звідки отримуємо

$$\ln(V^2 - 10{,}91) = -\frac{x}{0{,}3125} + C_1 . \qquad (4.4)$$

Початковою умовою для цього інтеграла буде $V = V_o = 20$ при $x = 0$, тому $C_1 = \ln(20^2 - 10{,}91) = \ln(389{,}49)$.

Тоді інтеграл (4.3) має остаточний вигляд

$$\ln(V^2 - 10{,}91) = -\frac{x}{0{,}3125} + \ln(389{,}49) . \qquad (4.5)$$

При умові, що $x{=}AB = l = 1м$ маємо, що $V = V_B$. З виразу (4.5) знаходимо

$$V_B = \sqrt{389{,}49 \cdot e^{-3{,}2} - 10{,}91} = \sqrt{148{,}4019} \approx 12{,}18 \ м/с . \qquad (4.6)$$

Складаємо диференціальне рівняння руху точки D на ділянці BC. Вказуємо сили, які діють на точку і показуємо їх на рисунку Д4.8.

Знаходимо суму проекцій сил на вісь Bx.

$$\sum X_k = H - F_T - P\sin 75^o ,$$

де $F_T = fP\cos 75^o$.

Підставляємо її в рівняння (4.1)

$$m\ddot{x} = H - P(f\cos 75^o + \sin 75^o).$$

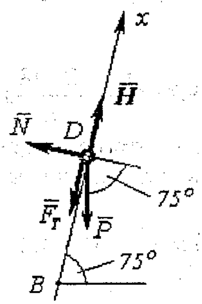


Рис.Д4.8

Після підстановки даних умови одержуємо диференціальне рівняння руху точки D на ділянці BC.

$$\ddot{x} = \frac{dV}{dt} = 80\sin(\pi t) - 9{,}719. \qquad (4.7)$$

Звідки записуємо інтеграл

$$\int dV = \int 80\sin(\pi t)dt - \int 9{,}719dt.$$

Після інтегрування одержуємо

$$V = -\frac{80}{\pi}\cos(\pi t) - 9{,}919t + C_3.$$

Початковою умовою для цього інтеграла буде $V = V_B = 12{,}18$ при $t = 0$, тому стала інтегрування C_3 рівна

$$C_3 = V_B + \frac{80}{\pi} = 12{,}18 + \frac{80}{\pi} = 37{,}66.$$

Остаточно перший інтеграл диференціального рівняння (4.7) буде

$$V = 37{,}66 - 9{,}919t - 25{,}48\cos(\pi t). \qquad (4.8)$$

Знаходимо залежність координати x від часу. Оскільки $V = \dfrac{dx}{dt}$, тому

$$\int dx = \int 37{,}66dt - \int 9{,}919tdt - \int 25{,}48\cos(\pi t)dt .$$

Після інтегрування одержуємо

$$x = 37{,}66t - 9{,}919\frac{t^2}{2} - \frac{25{,}48}{\pi}\sin(\pi t) + C_4 .$$

Початковою умовою для цього інтеграла буде $x = 0$ при $t = 0$, тому $C_4 = 0$. Остаточно залежність $x(t)$ має вигляд:

$$x = 37{,}66t - 4{,}96t^2 - 3{,}11\sin(\pi t) . \qquad (4.9)$$

Числові значення залежності шляху від часу $x(t)$ і швидкості від часу $V(t)$ одержуються за формулами (4.9) і (4.8). Графіки вказаних функцій побудовані в програмі *EXEL* наведені на рисунках Д4.9 і Д4.10.

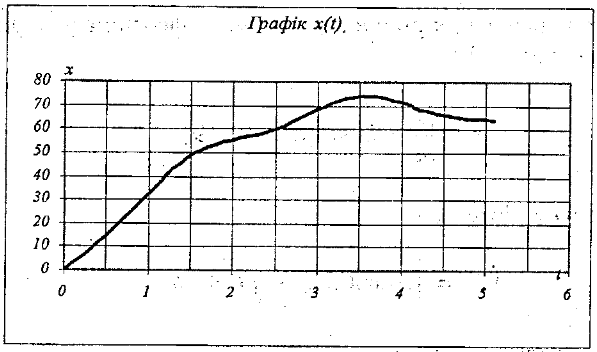


Рис. Д4.9

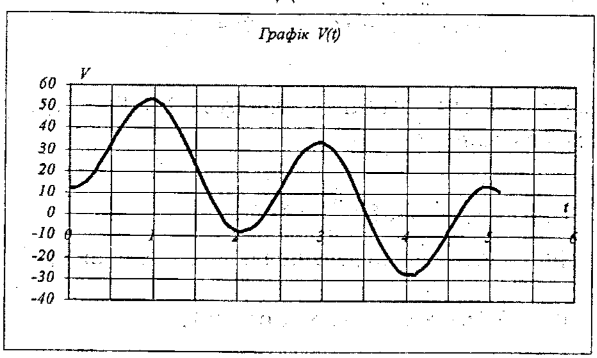


Рис. Д4.10

Література

1. Павловський М. А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. - 512 с. – ISBN 966-575-164-0.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учебное пособие для техн. вузов / А. А.Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфзон и др.; под редакцией А. А. Яблонского.–4-е изд. Перераб. и дополн. – М.: ВШ, 1985. – 367 с.
3. Теоретическая механика. Методические указания и контрольные задания. Под ред. С. М. Тарга – 4-е изд. – М.: Высш. шк., 1989. - 111с.
4. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. - М.: - Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 798 с.
5. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы Перевод с англ. Н. В. Леви. Изд. второе. „Наука", Гл. ред. физ.-мат. лит., М., 1966. – 228 с.
6. Яскілка М. Б. Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт з теоретичної механіки. Посібник. – К.: Вища школа: Веселка, 1999. – 351 с. – ISBN 5-11-004833-9.
7. Теоретична механіка: Збірник задач/О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д .І. Ільчишина та ін.; За ред. М. А. Павловського. – К.: Техніка, 2007. – 400с. – ISBN 966-575-059-3.

Словник найбільш вживаних термінів

Активні сили	force activity
Амплітуда	amplitude
Варіант	version
Відстань	distance
Віртуальні переміщення	virtual move
Вектор	vector
Вертикаль	vertical line
Горизонт	horizon
Графік	graph
Деформація	deformation
Ділянка	district
Закон	law
Збурення	perturbation
Звільнення від в'язей	liberation from tie
Зусилля в опорах	effort in the bearing
Ковзання	slip
Коефіцієнт тертя	friction coefficient
Координата	coordinate
Кулька (точка)	point
Кут	corner
Метод кінетостатики	cinetostatics metod
Момент сил інерції	moment of force inertia
Напрямок руху	direction motion
Натуральні осі	natural axle
Натяг паса	force belt
Невільна матеріальна точка	constrained material point
Нездеформована пружина	undeformation spring
Однорідне тіло	uniformitu bodi
Опір рідини	liquid resistance
Параметр	parameter
Період	period
Перешкода	obstacle
Перпенликулярно	perpendicularly
Повітря	air
Постійна швидкість	constant speed
Поступально	translational movelment
Початкова швидкість	elementary speed
Площина	plane
Прискорення	acceleranion
Радіус інерції	radius inertia
Реакція	ansmer

Реакції в'язей	force tie
Результат	result
Рідина	liquid
Рівняння	equation
Рух	motion
Сила Архімеда	force of Archimad
Сила опору	force resistance
Сила тертя	force friction
Сила тяжіння	force gravity
Стержень	pivot
Стійкість	steadfastness
Східчастий шків	stpped pulley
Таблиця	table
Траєкторія	trajektory
Трос	rope
Узагальнена координата	generalize coordinate
Циліндричний шарнір	immovable bearing
Центр мас	centr of mass
Циклічна частота	frequency cyclical
Час	time
Частота	frequency
Швидкість	speed
Шнур	flex (string)
Шорстка поверхня	not smoothly surface

Навчальне видання

Приятельчук Володимир Олексійович
Риндюк Володимир Іванович
Федотов Валерій Олександрович

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА. ДИНАМІКА ТОЧКИ. РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНІ ТА КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Збірник завдань

Редактор В. Дружиніна
Коректор З. Поліщук
Оригінал-макет підготовлено В. Приятельчуком

Підписано до друку 6.04.2010 р.
Формат 29,7×42 1/4. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум.друк.арк. 6.3.
Наклад 100 прим. Зам.№ 2010-060

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к.2201.
тел (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе,95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
тел (0432) 59-81-59.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.