

**С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 1
(механіка, електрика, електромагнетизм)

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

**С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк
О. С. Камінський**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 1
(механіка, електрика, електромагнетизм)

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 530(078)
ББК 22.3я77
А18

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 24.12.09 р.)

Рецензенти:

І. О. Сівак, доктор технічних наук, професор

О. В. Осадчук, доктор технічних наук, професор

В. Г. Дзісь, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Авдєєв, С. Г.

А18 Збірник задач з фізики. Ч.1 (механіка, електрика, електромагнетизм) : навчальний посібник / С. Г. Авдєєв, Т. І. Бабюк, О. С. Камінський. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 123 с.

Збірник задач складається з розділів “Механіка, електрика і електромагнетизм”, які традиційно викладаються в одному триместрі. Кожен окремий розділ супроводжується короткими теоретичними викладками і прикладами розв’язування задач.

В першу чергу збірник задач призначений для організації та проведення практичних занять з курсу загальної фізики студентами вищих технічних навчальних закладів. Велика кількість і різноманітність задач, які ввійшли до збірника задач, дозволяє широко організовувати самостійну та індивідуальну роботу студентів.

УДК 53(078)
ББК 22.3я77

© С. Авдєєв, Т. Бабюк, О. Камінський, 2010

ЗМІСТ

Частина 1

Кінематика. Основні формули.....	4
<i>Приклади розв'язування задач.....</i>	<i>7</i>
Динаміка прямолінійного руху. Основні формули	9
Закони збереження. Робота й енергія. Основні формули.....	10
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>11</i>
Динаміка твердого тіла. Основні формули	14
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>18</i>
Гідростатика. Основні формули	25
Задачі.....	27
Електричне поле у вакуумі. Основні формули.....	46
Електричне поле у діелектриках. Основні формули	51
Провідники в електричному полі. Основні формули.....	53
Енергія електричного поля. Основні формули.....	55
<i>Приклади розв'язування задач.....</i>	<i>56</i>
Електричний струм. Основні формули	67
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>71</i>
Задачі	75
Магнетне поле у вакуумі і середовищі. Основні формули.....	89
<i>Приклади розв'язування задач.....</i>	<i>95</i>
Електромагнетна індукція. Основні формули	100
<i>Приклади розв'язування задач</i>	<i>102</i>
Рух заряджених частинок в електромагнетному полі. Основні формули.....	105
Задачі.....	105
Література.....	116
Додаток А	117

Частина 1

Кінематика Основні формули

1. Положення матеріальної точки у просторі задається радіусом-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти (одиничні вектори в напрямі координатних осей x, y, z);

x, y, z – координати точки.

Кінематичні рівняння руху в координатній формі мають вигляд

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t),$$

де t – час.

2. Середня швидкість

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

де $\Delta \vec{r}$ – переміщення матеріальної точки за інтервал часу Δt .

Середня швидкість на шляху Δs :

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де Δs – шлях, що пройшла точка за інтервал часу Δt . Миттєва швидкість

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

де $v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}$ – проекції швидкості v на осі координат.

Абсолютне значення швидкості

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

3. Прискорення

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

де a_x, a_y, a_z – проекції прискорення a на осі координат або

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$

Абсолютне значення прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При криволінійному русі прискорення можна подати як суму нормальної і тангенціальної складових

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

де a_n і a_τ – відповідно нормальне і тангенціальне прискорення. Вони дорівнюють $a_n = \frac{v^2}{R}$; $a_\tau = \frac{dv}{dt}$.

Тоді можна записати, що

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

де R – радіус кривини у даній точці траєкторії.

4. Кінематичне рівняння рівномірного руху матеріальної точки вздовж осі x

$$x = x_0 + vt,$$

де x_0 – початкова координата.

При рівномірному русі $v = \text{const}$, $a = 0$.

5. Кінематичне рівняння рівнозмінного руху ($a = \text{const}$) вздовж осі x

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

де v_0 – початкова швидкість.

Швидкість точки при рівнозмінному русі

$$\vec{v} = \vec{v}_0 \pm \vec{a}t.$$

6. При обертанні положення твердого тіла визначається кутом

повороту радіуса-вектора $\vec{r}$. Кінематичне рівняння обертального руху має вигляд

$$\varphi = f(t),$$

де φ – кут повороту (або кутове переміщення).

7. Середня кутова швидкість

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

де $\Delta \varphi$ – зміна кута повороту за час Δt .

Миттєва кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

8. Кутове прискорення

$$\beta = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}.$$

9. Кінематичне рівняння рівномірного обертання

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega t.$$

При рівномірному обертанні $\omega = \text{const}$, $\beta = 0$. Частота обертання

$$n = \frac{N}{t}, \quad \text{або} \quad n = \frac{1}{T},$$

де N – число обертів, що здійснюється за час t ;

T – період обертання (час одного повного оберту).

10. Кінематичне рівняння рівнозмінного обертання ($\beta = \text{const}$)

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega_0 t \pm \frac{\beta t^2}{2}.$$

Кутова швидкість тіла при рівнозмінному русі

$$\omega = \omega_0 \pm \beta t.$$

11. Зв'язок між лінійними та кутовими величинами, що характеризують обертання матеріальної точки, задається такими співвідношеннями:

а) довжина дуги кола радіусом R визначається формулою $s = \varphi R$ (φ – центральний кут);

б) лінійна швидкість точки

$$v = \omega R \quad \text{або} \quad \vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}].$$

Прискорення точки:

а) тангенціальне

$$a_{\tau} = \beta R \quad \text{або} \quad \vec{a}_{\tau} = [\vec{\beta} \cdot \vec{R}];$$

б) нормальне

$$a_n = \omega^2 R \quad \text{або} \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}.$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Рівняння руху матеріальної точки вздовж осі x має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 2 \text{ м}$; $B = 1 \text{ м/с}$; $C = -0,5 \text{ м/с}^3$. Знайти координату швидкість і прискорення точки в момент часу 2 с .

Дано:

$$x = A + Bt + Ct^3$$

$$A = 2 \text{ м}$$

$$B = 1 \text{ м/с}$$

$$C = -0,5 \text{ м/с}^3$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$\overline{x - ? \quad v - ? \quad a - ?}$$

Розв'язання. Координату точки знайдемо, підставивши в рівняння руху числові значення коефіцієнтів A , B , C і часу t :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Оскільки потрібно знайти швидкість і прискорення в певний момент часу ($t = 2 \text{ с}$), то це означає, що потрібно визначити миттєві величини v_x і a_x .

Миттєва швидкість є першою похідною від координати за часом

$$v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Прискорення точки знайдемо, взявши першу похідну від швидкості за часом,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct.$$

Виконавши необхідні обчислення для моменту часу $t = 2 \text{ с}$, одержимо

$$v_x = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с},$$

$$a_x = 6 (-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 2. Диск радіусом $0,1 \text{ м}$, що перебував у стані спокою, почав обертатися з постійним кутовим прискорення $0,5 \text{ рад/с}^2$. Знайти тангенціальне, нормальне й повне прискорення точок на ободі диска через дві секунди після початку обертання.

Дано:

$$R = 0,1 \text{ м}$$

$$\omega_{(0)} = 0$$

$$\beta = 0,5 \text{ рад/с}^2$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$a_\tau - ? \quad a_n - ? \quad a - ?$$

Розв'язання. Тангенціальні й нормальні прискорення точок тіла, яке здійснює обертальний рух, виражаються формулами

$$a_\tau = \beta R, \quad (1)$$

$$a_n = \omega^2 R, \quad (2)$$

де β – кутова прискорення тіла;

a_τ, a_n – відповідні прискорення точок на ободі диска;

R – радіус диска.

В умові задачі задане кутове прискорення, яке визначається формулою

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}. \quad (3)$$

Отже, кутова швидкість точок через час t дорівнює

$$\omega = \omega_{(0)} + \beta t, \quad (4)$$

причому за умовою задачі початкова кутова швидкість $\omega_{(0)} = 0$.

Виходячи із співвідношень (2) і (4), одержуємо формулу для нормального прискорення

$$a_n = \omega^2 R = \beta^2 t^2 R.$$

У момент часу $t = 2 \text{ с}$ нормальне прискорення дорівнює

$$a_n = \beta^2 t^2 R = 0,5^2 \cdot 2^2 \cdot 0,1^2 = 0,1 \text{ м/с}^2,$$

тангенціальне прискорення

$$a_{\tau} = \beta R = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05 \text{ м/с}^2,$$

повне прискорення

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} = \sqrt{10^{-2} + 0,25 \cdot 10^{-2}} = 1,1 \cdot 10^{-1} \frac{i}{\tilde{n}^2}.$$

Динаміка прямолінійного руху Основні формули

1. Рівняння руху матеріальної точки (другий закон Ньютона) у векторній формі має вигляд

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F},$$

або у випадку, коли $m = \text{const}$

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

де $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ – геометрична сума сил, що діють на матеріальну точку;

m – маса ;

$\vec{a}$ – прискорення;

$\vec{p} = m\vec{v}$ – імпульс;

N – кількість сил, що діють на матеріальну точку.

У координатній (скалярній) формі

$$ma_x = \sum_{t=1}^N F_{xt}, \quad ma_y = \sum_{t=1}^N F_{yt}, \quad ma_z = \sum_{t=1}^N F_{zt}$$

або

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{yi}, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{zi},$$

де під знаком суми стоять проекції сил F_i на відповідні осі координат.

2. Сила пружності

$$F_{\text{пр}} = -kx,$$

де k – коефіцієнт пружності;

x – абсолютна деформація.

3. Сила гравітаційної взаємодії

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де G – гравітаційна стала;

m_1 і m_2 – маси взаємодіючих тіл;

r – відстань між матеріальними точками або тілами.

4. Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тр}} = fN,$$

де f – коефіцієнт тертя;

N – сила нормального тиску.

5. Координати центра мас системи матеріальних точок

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

де m_i – маса i -ї матеріальної точки;

x, y, z – координати цієї точки.

Закони збереження. Робота й енергія Основні формули

1. Закон збереження імпульсу

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const} \quad \text{або} \quad \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

де N – кількість матеріальних точок (тіл) системи.

2. Робота, яка виконується постійною силою:

$$\Delta A = \vec{F} \Delta \vec{r} \quad \text{або} \quad \Delta A = F \Delta r \cos \alpha,$$

де α – кут між напрямками векторів сили F та переміщення Δr .

3. Робота, яка виконується змінною силою:

$$A = \int_L F(r) \cos \alpha dr,$$

де інтегрування здійснюється вздовж траєкторії, що позначається через L .

4. Середня потужність за інтервал часу Δt

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

5. Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{або} \quad N = Fv \cos \alpha.$$

6. Кінетична енергія матеріальної точки (тіла, що рухається поступально)

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad \text{або} \quad K = \frac{p^2}{2m}.$$

7. Потенціальна енергія тіла і сила, що діє на тіло в даній точці поля, пов'язані співвідношенням

$$\vec{F} = -\text{grad}\Pi \quad \text{або} \quad \vec{F} = -(\vec{i} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \Pi}{\partial z}),$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти (одиничні вектори в напрямі осей x, y, z).

Якщо поле сил має сферичну симетрію, одержимо такий зв'язок

$$\vec{F} = -\frac{d\Pi}{dr}.$$

8. Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

9. Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок (тіл) масами m_1 і m_2 , що знаходяться на відстані r

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

10. Потенціальна енергія тіла, що міститься в однорідному полі сили тяжіння,

$$\Pi = mgh,$$

де h ($h \ll R$) – висота тіла над нульовим рівнем (рівнем, потенціальна енергія на якому умовно дорівнює нулю);

R – радіус Землі.

11. У замкненій системі, в якій діють тільки консервативні сили, виконується закон збереження енергії

$$K + P = \text{const}.$$

12. Швидкість руху куль після абсолютно непружного удару

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

13. Швидкості руху куль після абсолютно пружного удару

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2},$$

де m_1 і m_2 – маси куль;

v_1 і v_2 – швидкості куль до взаємодії.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Куля масою 9 г , швидкість якої 600 м/с , попадає в дерев'яну стінку й застрягає в ній. Знайти середню силу удару й імпульс, отриманий стінкою, якщо час зіткнення 10 мс .

Дано:

$$m = 9 \text{ г} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$v = 600 \text{ м/с}$$

$$\Delta t = 10 \text{ мс} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$\langle F \rangle - ?$$

$$\Delta p_c - ?$$

Розв'язання. Відповідно до закону збереження імпульсу для довільної замкнутої системи тіл сумарний імпульс системи з часом не змінюється. Це означає, що

$$\sum_{i=1}^N m_i v_i = \text{const}.$$

Куля до удару мала імпульс $m v$. Оскільки удар непружний, то цей імпульс буде повністю переданий стінці

$$\Delta p_c = m v,$$

де Δp_c – зміна імпульсу стінки;

$m v$ – зміна імпульсу кулі.

За другим законом Ньютона для середніх значень маємо

$$\langle F \rangle \Delta t = \Delta p_c = m v.$$

Звідки середня сила удару кулі $\langle F_c \rangle$ дорівнює

$$\langle F \rangle = \frac{m v}{\Delta t}.$$

Проведемо необхідні розрахунки:

$$\Delta p_c = m v = 9 \cdot 10^{-3} \cdot 600 = 5,4 \text{ кг} \cdot \text{м/с};$$

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p_c}{\Delta t} = \frac{5,4}{10 \cdot 10^{-3}} = 5,4 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

При цьому сила $\langle F_c \rangle$ спрямована вздовж вектора початкової швидкості кулі, яку вона мала перед ударом.

Приклад 2. У кузов візка з піском загальною масою 40 кг , що рухається горизонтально зі швидкістю 5 м/с , попадає камінь масою 10 кг і застрягає в піску. Знайти швидкість візка після зіткнення з каменем, якщо камінь перед попаданням у візок летів зі швидкістю 5 м/с під кутом 60° до горизонту назустріч візку. Сили зовнішнього опору руху візка не враховувати.

Дано:

$$M = 40 \text{ кг}$$

$$v_1 = 5 \text{ м/с}$$

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$v_2 = 5 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$u = ?$

Розв'язання. Оскільки силами опору в задачі можна знехтувати, то для такого руху система є замкнутою й для цієї системи тіл виконується закон збереження імпульсу (точніше, закон збереження горизонтальної складової імпульсу).

Запишемо закон збереження імпульсу в напрямі руху візка

$$M v - m v \cos \alpha = (M + m) u,$$

де M – маса візка з піском;

m – маса каменя;

v – швидкість візка;

$v \cos \alpha$ – горизонтальна складова швидкості каменя;

u – швидкість візка і каменя після непружної взаємодії.

Звідки одержуємо

$$u = \frac{Mv - mv \cos \alpha}{M + m} = \frac{40 \cdot 5 - 10 \cdot \cos 60}{40 + 10} = 3,5 \text{ м/с}.$$

Динаміка твердого тіла Основні формули

1. Основне рівняння динаміки обертального руху відносно нерухомої осі

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

де $\vec{M}$ – результуючий момент всіх діючих сил;

$\vec{L}$ – вектор моменту імпульсу тіла.

Вектор моменту імпульсу тіла дорівнює

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot m\vec{v}],$$

де r – радіус-вектор;

mv – імпульс тіла.

У випадку постійного моменту інерції

$$M = I\beta,$$

де β – кутове прискорення;

I – момент інерції тіла (міра інертності тіла при обертальному русі).

2. Момент імпульсу тіла, що обертається відносно осі

$$L = I\omega.$$

3. Момент сили F , що діє на тіло відносно осі обертання

$$M = Fl,$$

де l – плече сили – найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили.

4. Момент інерції матеріальної точки відносно нерухомої осі обертання

$$I = mr^2,$$

де m – маса точки;

r – відстань від точки до осі обертання.

Момент інерції довільного твердого тіла

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2,$$

де r_i – відстань елемента маси Δm_i від осі обертання.

Це ж співвідношення в інтегральній формі (для тіл правильної геометричної форми)

$$I = \int r^2 dm.$$

Якщо тіло однорідне, тобто його густина ρ однакова по всьому об'єму, то

$$dm = \rho dV \quad \text{і} \quad I = \rho \int r^2 dV,$$

де V – об'єм тіла.

Теорема Штейнера. Момент інерції твердого тіла або матеріальної точки відносно довільної осі обертання, але обов'язково паралельній до осі, що проходить через центр мас тіла, дорівнює

$$I = I_0 + ma^2,$$

де I_0 – момент інерції цього тіла відносно осі, що проходить через центр мас тіла;

a – відстань між паралельними осями;

m – маса тіла.

5. Закон збереження моменту імпульсу

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const}.$$

Моменти інерції найпростіших тіл показані в таблиці 1:

Таблиця 1

Тіло	Вісь, відносно якої визначається момент інерції тіла	Формула моменту інерції тіла
Однорідний тонкий стрижень масою m і довжиною l	Проходить через центр тяжіння стрижня перпендикулярно до нього	$I = \frac{ml^2}{12}$
Однорідний тонкий стрижень масою m і довжиною l	Проходить через кінець стрижня перпендикулярно до нього	$I = \frac{ml^2}{3}$
Тонке кільце, обруч, труба радіусом R і масою m , маховик радіусом R і масою m	Проходить через центр тяжіння перпендикулярно до площини основи	$I = mR^2$
Круглий однорідний диск (циліндр) радіусом R і масою m	Проходить через центр тяжіння перпендикулярно до площини основи	$I = \frac{mR^2}{2}$
Однорідна куля масою m і радіусом R	Проходить через центр кулі	$I = \frac{2mR^2}{5}$

Для двох взаємодіючих тіл закон збереження моменту імпульсу записується так:

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I'_1\omega'_1 + I'_2\omega'_2,$$

де $I_1, I_2, \omega_1, \omega_2$ – моменти інерції і кутові швидкості тіл до взаємодії;

$I'_1, I'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – ті самі величини після взаємодії.

Закон збереження моменту імпульсу для одного тіла із змінним моментом інерції

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

де I_1 і I_2 – початковий і кінцевий моменти інерції;

ω_1 і ω_2 – початкова і кінцева кутові швидкості тіла.

6. Робота постійного моменту сили M , що діє на тіло, яке здійснює обертання

$$A = M\varphi,$$

де φ – кут повороту тіла.

7. Миттєва потужність, яка розвивається при обертанні тіла,

$$N = M\omega.$$

8. Кінетична енергія тіла, яке здійснює обертальний рух

$$K = \frac{I\omega^2}{2}.$$

9. Кінетична енергія тіла, яке котиться без ковзання вздовж будь-якої площини

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

де $\frac{mv^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху тіла;

v – швидкість руху центра інерції тіла;

$\frac{I\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху тіла навколо осі, що проходить через центр інерції.

10. Зв'язок між роботою, яка виконується при обертанні тіла і зміною кінетичної енергії

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}.$$

11. Зв'язок між фізичними величинами і формулами, які характеризують поступальний і обертальний рух в найпростіших випадках, показаний в таблиці 2:

Таблиця 2

Поступальний рух	Обертальний рух
1	2
Основний закон динаміки	
$F = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
$\vec{F} = \vec{m}a$	$\vec{M} = I\vec{\beta}$

Продовження таблиці 2

1	2
Закони збереження	
імпульсу	моменту імпульсу
$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const$	$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const$
Робота і потужність	
$A = Fs$	$A = M\varphi$
$N = Fv$	$N = M\omega$
Кінетична енергія	
$K = \frac{mv^2}{2}$	$K = \frac{I\omega^2}{2}$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Куля масою 1 кг , рухаючись горизонтально, зіштовхується з нерухомою кулею масою 12 кг . Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. Яку частину своєї кінетичної енергії перша куля передала другій?

Дано:

$$m_1 = 1\text{ кг}$$

$$m_2 = 12\text{ кг}$$

$$v_2 = 0$$

Удар пружний

$$E = \frac{K_{\kappa 2}}{K_{\kappa 1}} - ?$$

Розв'язання. При абсолютно пружному центральному зіткненні виконуються закони збереження імпульсу й енергії. Тому з урахуванням того, що друга куля до зіткнення була нерухомою, одержуємо два рівняння

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2,$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \quad (1)$$

де v_1 – швидкість першої кулі до удару;

u_1 й u_2 – швидкості першої й другої кулі після удару.

При цьому із закону збереження імпульсу треба враховувати, що після удару перша й друга кулі рухаються уздовж прямої, по якій рухалася перша куля до удару.

Частина енергії, передана першою кулею другій, визначається співвідношенням

$$E = \frac{K_{k2}}{K_{k1}} = \frac{m_2 u_2^2 / 2}{m_1 v_1^2 / 2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1} \right)^2, \quad (2)$$

де K_{k1} – кінетична енергія першої кулі до удару;

K_{k2} – кінетична енергія другої кулі після удару.

Розв'язавши систему (1), одержуємо

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Підставивши u_2 у формулу (2) і скоротивши на v_1 і m_1 , знаходимо

$$E = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 v_1}{v_1(m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (3)$$

Співвідношення (3) симетричне відносно мас куль m_1 і m_2 , тому частина переданої енергії не зміниться, якщо маси куль поміняти місцями.

Підставляючи у вираз (3) числові значення m_1 і m_2 , одержимо

$$E = \frac{4 \cdot 1 \cdot 12}{(1 + 12)^2} = 0,284.$$

Приклад 2. З похилої площини висотою 1 м і довжиною 10 м зсувається тіло масою 1 кг (рис.1). Знайти:

а) кінетичну енергію тіла біля основи похилої площини;

б) швидкість тіла біля основи похилої площини. Коефіцієнт тертя на всьому шляху вважати постійним і рівним $0,05$.

Дано:

$$h = 1\text{ м}$$

$$l = 10\text{ м}$$

$$m = 1\text{ кг}$$

$$f = 0,05$$

$$\overline{E_k - ? \quad v - ?}$$

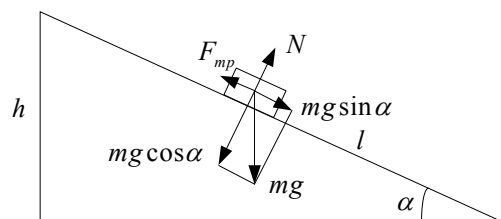


Рисунок 1

Роз'язання. Потенціальна енергія тіла при зсуванні з похилої площини переходить у кінетичну енергію й роботу проти сили тертя

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{mp} \cdot l. \quad (1)$$

Але $h = l \sin \alpha$, де α – кут нахилу похилої площини.

$$F_{\text{мп.}} = f mg \cos \alpha .$$

1. Кінетичну енергію тіла знайдемо з (1)

$$K_k = \frac{mv^2}{2} = mgh - F_{\text{мп.}} l = mgl (\sin \alpha - f \cos \alpha) ,$$

де $\sin \alpha = h / l = 0,1$ й $\cos \alpha = 0,995$.

Підставляючи чисельні значення, одержуємо $K_k = 4,9 \text{ Дж}$.

2. Швидкість тіла одержимо з формули кінетичної енергії

$$v = \sqrt{\frac{2K_k}{m}} = 3,1 \text{ м/с} .$$

Приклад 3. При вертикальному підніманні вантажу масою 4 кг на висоту 9 м постійною силою була виконана робота 80 Дж . З яким прискоренням піднімали вантаж?

Дано:

$$m = 4 \text{ кг}$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$$A = 80 \text{ Дж}$$

$$a = ?$$

Розв'язання. Зовнішні сили виконують роботу, яка йде на збільшення потенціальної енергії вантажу й на надання йому прискорення

$$A = mgh + mah .$$

Звідси

$$a = \frac{A - mgh}{mh} .$$

Підставляючи чисельні значення, одержуємо

$$a = \frac{80 - 4 \cdot 9,81 \cdot 2}{4 \cdot 2} = 0,19 \text{ м/с}^2 .$$

Приклад 4. Сталева пружина під дією сили 300 Н видовжується на 2 см . Яку потенціальну енергією буде мати ця пружина при її видовженні на 10 см ?

Дано:

$$F_1 = 300 \text{ Н}$$

$$x_1 = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$x_2 = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$$

$$E_n - ?$$

Розв'язання. Потенціальна енергія розтягнутої пружини дорівнює

$$\Pi_n = \frac{kx_2^2}{2} . \quad (1)$$

При цьому коефіцієнт жорсткості пружини можна визначити із закону Гука

$$F = kx,$$

де F – величина зовнішньої сили. Звідси одержуємо

$$k = F/x = F_1/x_1. \quad (2)$$

Якщо вираз (2) підставити в (1), одержуємо

$$\Pi_n = \frac{F_1 x_2^2}{2x_1} .$$

Підставляючи чисельні значення сили й деформацій, знаходимо

$$\Pi_n = \frac{300}{2} \frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 75 \text{ Дж.}$$

Приклад 5. Стрижень довжиною $1,5 \text{ м}$ і масою 10 кг може обертатися навколо нерухомої осі, яка проходить через верхній кінець стрижня (рис.2). У нижній кінець стрижня вдаряє куля масою 10 г , що летить у горизонтальному напрямі зі швидкістю 500 м/с , і застрягає в ньому. На який кут відхилиться стрижень після удару?

Дано:

$$l = 1,5 \text{ м}$$

$$M = 10 \text{ кг}$$

$$m = 10 \text{ г} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$v_0 = 500 \text{ м/с}$$

$$\alpha - ?$$

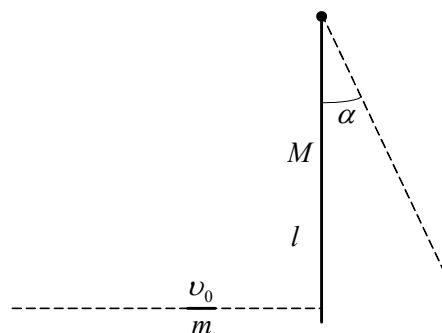


Рисунок 2

Розв'язання. Оскільки удар кулі в нижній кінець стрижня непружний, то після удару точки нижнього кінця стрижня і кулі будуть рухатися з однаковими швидкостями.

Розглянемо детальніше явища, які відбуваються при ударі. Спочатку куля, вдарившись об стрижень, за достатньо малий проміжок часу приводить його в рух з кутовою швидкістю ω і надає йому кінетичну енергію K

$$K = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1)$$

де I – момент інерції стрижня відносно осі обертання.

Потім стрижень повертається на кут α , причому центр мас піднімається на висоту $h = \frac{l}{2}(1 - \cos \alpha)$.

У відхиленому положенні стрижень буде мати потенціальну енергію

$$\Pi_{\text{п}} = \frac{Mgl}{2}(1 - \cos \alpha). \quad (2)$$

Потенціальна енергія стрижня зростає за рахунок зменшення його початкової кінетичної енергії, а тому за законом збереження енергії вони рівні. Прирівнявши праві частини рівності (1) і (2), одержимо

$$\frac{Mgl}{2}(1 - \cos \alpha) = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Звідки

$$\cos \alpha = 1 - \frac{I\omega^2}{Mgl}. \quad (3)$$

Момент інерції стрижня відносно осі обертання, яка проходить через кінець стрижня, можна знайти за теоремою Штейнера

$$I = I_0 + M \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} M l^2 + \frac{1}{4} M l^2 = \frac{1}{3} M l^2.$$

Значення моменту інерції підставимо в (3), одержимо

$$\cos \alpha = 1 - \frac{l\omega^2}{3g}. \quad (4)$$

Щоб з виразу (4) знайти α , необхідно попередньо визначити значення ω . У момент удару на кулю й на стрижень діють сили тяжіння, лінії дії яких проходять через вісь обертання й спрямовані вертикально вниз. Моменти цих сил відносно осі обертання дорівнюють нулю. Тому при

ударі кулі об стрижень буде справедливо використати закон збереження моменту імпульсу.

У початковий момент часу кутова швидкість стрижня $\omega_0 = 0$, тому його момент імпульсу $L_{01} = I\omega_0 = 0$. Куля вдаряється в кінець стрижня й в міру заглиблення в стрижень, надає йому кутового прискорення та бере участь в обертанні стрижня навколо закріпленої осі. Момент імпульсу кулі перед початком удару

$$L_{02} = m v_0 l ,$$

де l – відстань точки влучення кулі від осі обертання стрижня.

У кінцевий момент удару стрижень мав кутову швидкість ω , а куля – лінійну швидкість v , рівну лінійній швидкості точок стрижня, які перебувають на відстані l від осі обертання. Оскільки $v = \omega l$, то кінцевий момент імпульс кулі дорівнює

$$L_2 = m v l = m l^2 \omega .$$

Застосувавши закон збереження моменту імпульсу, можна записати

$$L_{01} + L_{02} = L_1 + L_2 \quad \text{або} \quad m v_0 l = I \omega + m l^2 \omega ,$$

звідки

$$\omega = \frac{m v_0 l}{I + m l^2} = \frac{0,01 \cdot 500 \cdot 1,5}{\frac{10 \cdot 1,5^2}{3} + 0,01 \cdot 1,5^2} . \quad (5)$$

Виконавши обчислення за формулою (5), а потім за формулою (4), знайдемо $\omega = 0,99 \text{ рад/с}$; $\cos \varphi = 0,95$; $\varphi = 18,19^\circ$.

Приклад 6. Диск діаметром 20 см і масою 2 кг обертається навколо осі, яка проходить через його центр. Кут повороту диска змінюється з часом за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $C = -2 \text{ рад/с}^2$. Визначити величину гальмівної сили, прикладеної до обода диска.

Дано:

$$D = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$\varphi = A + Bt + Ct^2$$

$$C = -2 \text{ рад/с}^2$$

$$F_z - ?$$

Розв'язання. Плече гальмівної сили відоме. У цьому випадку воно дорівнює радіусу диска R . Тому гальмівну силу, прикладену до обода, можна знайти зі співвідношення

$$F_z = M / R .$$

Гальмівний момент M може бути розрахований з основного рівняння динаміки обертального руху $M = I\beta$, якщо будуть визначені кутове прискорення β (у цьому випадку сповільнення) і момент інерції диска I .

Для розрахунку цих двох величин є всі необхідні дані:

$$\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2 \text{ С}; \quad I = \frac{1}{2}mR^2 - \text{момент інерції диска.}$$

Таким чином результуюча формула має вигляд

$$F = \frac{M}{R} = \frac{2CmR^2/2}{R} = CmR = Cm \frac{D}{2}.$$

Провівши необхідні розрахунки, одержимо

$$F = -2(1/2) \text{ рад/с}^2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot 0,2 \text{ м} = -0,4 \text{ Н.}$$

Приклад 7. Вал у вигляді суцільного циліндра масою 10 кг насаджений на горизонтальну вісь. На вал намотаний шнур, до вільного кінця якого підвішена гиря масою 2 кг (рис.3). З яким прискоренням буде опускатися гиря, якщо її відпустити?

Дано:

$$m_1 = 10 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$a = ?$$

Розв'язання. Лінійне прискорення a гирі дорівнює тангенціальному прискоренню точок вала, які лежать на його циліндричній поверхні, і пов'язане з кутовим прискоренням вала співвідношенням

$$a = \beta r, \quad (1)$$

де r – радіус вала.

Кутове прискорення вала визначається з основного рівняння динаміки обертального руху тіла

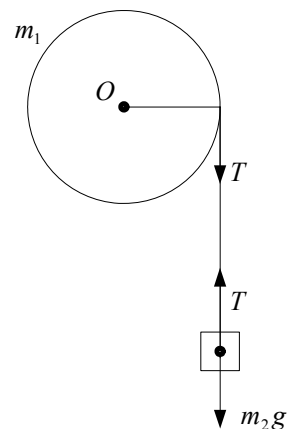


Рисунок 3

$$\beta = M/I, \quad (2)$$

де M – обертальний момент, що діє на вал;

I – момент інерції вала.

Розглядаємо вал як однорідний циліндр (диск). Тоді його момент інерції відносно геометричної осі буде дорівнювати

$$I = \frac{1}{2} m_1 r^2.$$

Обертальний момент M , який діє на вал, дорівнює добутку сили натягу шнура T на радіус вала

$$M = T r.$$

Силу натягу шнура знайдемо з таких міркувань. На гирю діють дві сили: сила тяжіння $m_2 g$, спрямована вниз, і сила T натягу шнура, спрямована вгору. Рівнодіюча цих сил викликає рівноприскорений рух гирі. За другим законом Ньютона

$$m_2 g - T = m_2 a,$$

звідки

$$T = m_2 (g - a).$$

Таким чином обертальний момент сил дорівнює

$$M = m_2 (g - a) r.$$

Підставивши у формулу (2) отримані значення M і I , знайдемо кутове прискорення вала

$$\beta = \frac{m_2 (g - a) r}{m_1 r^2 / 2} = \frac{2 m_2 (g - a)}{m_1 r}.$$

Для визначення лінійного прискорення гирі підставимо цей вираз у формулу (1), одержимо

$$a = \frac{2 m_2 (g - a)}{m_1},$$

звідки

$$a = \frac{2 m_2}{m_1 + 2 m_2} g = 2,80 m / c^2.$$

Гідростатика Основні формули

1. Витрата рідини в трубці, через яку вона тече:

а) об'ємна витрата рідини $Q_V = v S$;

б) масова витрата рідини $Q_m = \rho v S$,

де S – площа перерізу трубки;

v – швидкість протікання рідини;

ρ – густина рідини в трубці.

2. Рівняння нерозривності струменя

$$v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

3. Рівняння Бернуллі для ідеальної нестисливої рідини в загальному випадку

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

де p_1 і p_2 – статичні тиски у двох умовно виділених перерізах трубки;

v_1 і v_2 – швидкості рідини в цих перерізах;

$\frac{\rho v_1^2}{2}$ і $\frac{\rho v_2^2}{2}$ – динамічні тиски рідини в цих самих перерізах;

h_1 і h_2 – їх висота над деяким рівнем, прийнятим умовно за нульовий;

$\rho g h_1$ і $\rho g h_2$ – гідростатичні тиски.

Якщо обидва перерізи розміщені на одній висоті, рівняння Бернуллі буде мати такий вигляд:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

4. Швидкість витікання рідини з малого отвору у відкритій широкій посудині

$$v = \sqrt{2gh},$$

де h – глибина, на якій міститься отвір відносно верхнього рівня рідини в посудині.

5. Формула Пуазейля. Об'єм рідини або газу, що протікає за час t через довгу трубку, дорівнює

$$V = \frac{\pi r^2 t \Delta P}{8l\eta},$$

де r – радіус трубки;

l – її довжина;

Δp – різниця тисків на кінцях трубки;

η – динамічна в'язкість (коефіцієнт внутрішнього тертя) рідини.

6. Число Рейнольдса для потоку рідини в довгих трубках

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta},$$

і для руху кульки в рідині

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta},$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість протікання рідини;

v – швидкість кульки;

d – діаметр трубки або діаметр кульки.

Якщо $Re \ll Re_{кр}$ – течія рідини ламінарна; $Re \gg Re_{кр}$ – рух рідини переходить у турбулентний,

де $Re_{кр}$ – критичне число Рейнольдса; (для руху кульки в рідині $Re_{кр} = 0,5$; для потоку рідини $Re_{кр} = 2300$).

7. Формула Стокса. Сила опору F , що діє з боку рідини на кульку, яка повільно рухається в ній, дорівнює

$$F = 6\pi\eta r v,$$

де r – радіус кульки;

v – швидкість руху кульки.

Формула Стокса справедлива для швидкостей при яких $Re \ll 1$.

Задачі

1. Прямолінійний рух матеріальної точки описується рівнянням $x = 0,5t^3 - 8t^2$. Знайти екстремальне значення швидкості точки v_1 та момент часу t_1 від початку руху, коли ця швидкість стає екстремальною. У який момент часу t_2 швидкість $v_2 = 0$?

Відповідь: $v_1 = -42,66 \text{ м/с}$; $t_1 = 5,3 \text{ с}$; $t_2 = 10,66 \text{ с}$.

2. Рівняння руху двох матеріальних точок вздовж прямої лінії, мають вигляд: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, де $B_1 = 12 \text{ м/с}$, $C_1 = -4 \text{ м/с}^2$ і $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $B_2 = 2 \text{ м/с}$, $C_2 = 0,5 \text{ м/с}^2$. У який момент часу швидкості цих точок будуть однаковими? Чому дорівнюють швидкості і прискорення точок у цей момент часу?

Відповідь: $t = 1,1 \text{ с}$; $v_1 = 3,11 \text{ м/с}$; $a_1 = -8 \text{ м/с}^2$; $v_2 = 3,11 \text{ м/с}$; $a_2 = 1 \text{ м/с}^2$.

3. Рівняння руху точки вздовж прямої лінії має вигляд: $x = At + Bt^3$, де $A = 6 \text{ м/с}$ і $B = 0,125 \text{ м/с}^3$. Визначити силу, яка діє на точку в момент часу $t = 2 \text{ с}$. Маса точки $m = 0,2 \text{ кг}$.

Відповідь: $F = 0,3 \text{ Н}$.

4. Визначити повне прискорення точки на ободі колеса радіусом $0,5 \text{ м}$, в момент часу $t = 3 \text{ с}$. Рівняння обертання колеса: $\varphi = At + Bt^3$, де $A = 2 \text{ рад/с}$, $B = 0,2 \text{ рад/с}^3$.

Відповідь: $a = 27,44 \text{ м/с}^2$.

5. Точка рухається по колу радіусом 8 м . У деякий момент часу нормальне прискорення точки дорівнює 4 м/с^2 , вектор повного прискорення утворює у цей момент із вектором нормального прискорення кут 60° . Знайти швидкість v і тангенціальне прискорення a_τ точки.

Відповідь: $v = 5,65 \text{ м/с}$; $a_\tau = 6,93 \text{ м/с}^2$.

6. Матеріальна точка рухається прямолінійно. Рівняння руху має вигляд: $x = At + Bt^3$, де $A = 3 \text{ м/с}$, $B = 0,06 \text{ м/с}^3$. Знайти швидкість і прискорення точки в моменти часу $t_1 = 0$ і $t_2 = 3 \text{ с}$. Яке середнє значення швидкості за перші 3 с ?

Відповідь: $v_1 = 3 \text{ м/с}$; $a_1 = 0$; $v_2 = 4,62 \text{ м/с}$; $a = 1,08 \text{ м/с}^2$; $v_{\text{ср.}} = 3,54 \text{ м/с}$.

7. Швидкість частинки, яка рухається прямолінійно, змінюється за законом $v = At - Bt^2$, де $A = 12 \text{ м/с}$ і $B = 2 \text{ м/с}^2$. Знайти: а) екстремальне значення швидкості частинки; б) координату x частинки для цього ж моменту часу, якщо в момент $t = 0$, $x_0 = 0$.

Відповідь: $v_e = 18 \text{ м/с}$; $x = 36$.

8. Рівняння руху матеріальної точки вздовж прямої має вигляд: $x = A + Bt + Ct^2$, де $A = 4 \text{ м}$, $B = 2 \text{ м/с}$, $C = -5 \text{ м/с}^2$. Знайти момент часу, в який швидкість точки $v = 0$. Чому дорівнює координата x і прискорення a точки в цей момент часу?

Відповідь: $t = 0,2 \text{ с}$; $x = 4,2 \text{ м}$; $a = -10 \text{ м/с}^2$.

9. Частинка рухається по прямій за законом $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 3 \text{ м}$, $B = 2,5 \text{ м/с}$, $C = 0,25 \text{ м/с}^3$. Знайти середні значення швидкості і прискорення в інтервалі часу від $t_1 = 1 \text{ с}$ до $t_2 = 6 \text{ с}$.

Відповідь: $v_{\text{ср.}} = 13,25 \text{ м/с}$; $a_{\text{ср.}} = 5,25 \text{ м/с}^2$.

10. Частинка рухається прямолінійно з прискоренням $a = 2B$, де $B = -0,5 \text{ м/с}^2$. У момент часу $t = 0$ координата частинки $x_0 = 0$, швидкість $v_0 = A$, де $A = 2 \text{ м/с}$. Знайти: а) швидкість частинки в кінці третьої секунди; б) координату частинки через 3 с після початку руху; в) шлях,

пройдений частинкою за цей час.

Відповідь: $v = -1 \text{ м/с}$; $x = 1,5 \text{ м}$; $S = 1,5 \text{ м}$.

11. Точка рухалася впродовж $t_1 = 15 \text{ с}$ зі швидкістю $v_1 = 5 \text{ м/с}$, $t_2 = 10 \text{ с}$ зі швидкістю $v_2 = 8 \text{ м/с}$ і $t_3 = 6 \text{ с}$ зі швидкістю $v_3 = 20 \text{ м/с}$. Яка середня шляхова швидкість $v_{\text{ср.}}$ точки?

Відповідь: $v_{\text{ср.}} = 8,87 \text{ м/с}$.

12. Рівняння прямолінійного руху має вигляд $x = At + Bt^2$, де $A = 4 \text{ м/с}$; $B = -0,05 \text{ м/с}^2$. Побудувати графіки залежності координати й шляху від часу для даного руху.

13. Камінь падає з висоти $h = 1200 \text{ м}$. Який шлях s пройде камінь за останню секунду свого падіння?

Відповідь: $s = 150 \text{ м}$.

14. Тіло зсувається з похилої площини, яка утворює кут 45° з горизонтом. Пройшовши шлях $36,4 \text{ см}$, тіло набуває швидкості 2 м/с . Чому дорівнює коефіцієнт тертя тіла об площину.

Відповідь: $\mu = 0,2$.

15. Тіло зсувається з похилої площини, яка утворює кут 45° з горизонтом. Залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням: $S = 1,73t^2$. Знайти коефіцієнт тертя тіла об площину.

Відповідь: $\mu = 0,51$.

16. Похила площина довжиною 2 м утворює кут 25° з площиною горизонту. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зсувається з цієї площини за час 2 с . Визначити коефіцієнт тертя тіла об площину.

Відповідь: $\mu = 0,35$.

17. Схил крижаної гори направлений під кутом 30° до горизонту. Рухаючись по схилу знизу вверх, тіло в деякій точці має швидкість 10 м/с . Коефіцієнт тертя ковзання $0,1$. Яку швидкість буде мати це тіло після його повернення в початкове положення?

Відповідь: $v = 8,4 \text{ м/с}$.

18. У вагоні, що рухається горизонтально та прямолінійно з прискоренням $a = 2 \text{ м/с}^2$, висить на шнурі вантаж масою $m = 0,2 \text{ кг}$. Знайти силу натягу шнура і кут відхилення шнура від вертикалі.

Відповідь: $F_{\text{н}} = 2,04 \text{ Н}$; $\varphi = 11,3^\circ$.

19. Під час руху автомобіля масою 10^3 кг на нього діє сила тертя, яка

дорівнює $0,1$ його сили тяжіння. Яку силу тяги має розвивати двигун автомобіля, у випадках: а) рівномірного руху; б) руху з прискоренням $a = 2,4 \text{ м/с}^2$?

Відповідь: $F_1 = 1000 \text{ Н}$; $F_2 = 3400 \text{ Н}$.

20. Тіло зсувається з похилої площини, кут нахилу якої $\alpha = 30^\circ$. У деякій точці B швидкість тіла $v_1 = 0,14 \text{ м/с}$, а в точці C , що знаходиться нижче точки B , швидкість тіла $v_2 = 2,57 \text{ м/с}$. Коефіцієнт тертя тіла об площину $\mu = 0,1$. Скільки часу тіло рухається від точки B в точку C .

Відповідь: $t = 0,59 \text{ с}$.

21. Диск обертається з кутовим прискоренням $\varepsilon = -2 \text{ рад/с}^2$. Скільки оборотів N виконає диск при зміні частоти обертання від $n_1 = 240 \text{ хв}^{-1}$ до $n_2 = 90 \text{ хв}^{-1}$? Визначити також час Δt , протягом якого це відбудеться.

Відповідь: $7,85 \text{ с}$.

22. До пружинних терезів підвішений блок. Через блок перекинтий шнур, до кінців якого прив'язані тягарці масами $m_1 = 1,5 \text{ кг}$ і $m_2 = 3 \text{ кг}$. Які будуть покази терезів під час руху тягарців? Масою блока та шнура знехтувати.

Відповідь: $F = 39,2 \text{ Н}$.

23. Кулька масою $m = 300 \text{ г}$ ударяється об стіну й відскакує від неї. Визначити імпульс p_1 , отриманий стіною, якщо в останній момент перед ударом кулька мала швидкість $v_{\text{про}} = 10 \text{ м/с}$, спрямовану під кутом $\alpha = 30^\circ$ до поверхні стіни. Удар вважати абсолютно пружним.

Відповідь: $p_1 = 3 \text{ Нс}$.

24. Катер масою $m = 2 \text{ т}$ із двигуном потужністю $N = 50 \text{ кВт}$ розвиває максимальну швидкість $v_{\text{max}} = 25 \text{ м/с}$. Визначити час t , впродовж якого катер після вимикання двигуна втратить половину своєї швидкості.

Відповідь: $t = 25 \text{ с}$.

25. Снаряд масою $m = 10 \text{ кг}$, випущений із зенітної гармати вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 800 \text{ м/с}$. Вважаючи силу опору повітря пропорційною швидкості, визначити час t піднімання снаряда до найвищої точки. Коефіцієнт опору $k = 0,25 \text{ кг/с}$.

Відповідь: $t = 44,5 \text{ с}$.

26. З гелікоптера, що нерухомо висить на деякій висоті над поверхнею Землі, скинутий вантаж масою $m = 100 \text{ кг}$. Вважаючи, що сила опору повітря змінюється пропорційно швидкості, визначити, через який проміжок часу Δt прискорення a вантажу буде дорівнювати половині прискорення вільного падіння. Коефіцієнт опору $k = 10 \text{ кг/с}$.

Відповідь: $\Delta t = 6,93 \text{ с}$.

27. Катер масою $m = 400 \text{ кг}$ починає рухатися по озеру. Сила тяги F двигуна катера дорівнює $0,2 \text{ кН}$. Вважаючи силу опору F_o пропорційною швидкості, визначити швидкість v катера через $\Delta t = 20 \text{ с}$ після початку його руху. Коефіцієнт опору $k = 20 \text{ кг/с}$.

Відповідь: $v = 6,3 \text{ м/с}$.

28. Катер масою $m = 2 \text{ т}$ починає рухатися з місця й протягом часу $\tau = 10 \text{ с}$ розвиває при русі по спокійній воді швидкість $v = 4 \text{ м/с}$. Визначити силу тяги F двигуна катера, вважаючи її постійною. Прийняти силу опору F_o руху пропорційною швидкості тіла. Коефіцієнт опору $k = 100 \text{ кг/с}$.

Відповідь: $F = 1,03 \text{ кН}$.

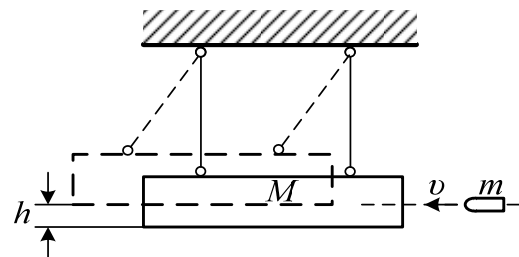
29. Парашутист, маса якого $m = 80 \text{ кг}$, здійснює затяжний стрибок. Вважаючи, що сила опору повітря пропорційна швидкості, визначити, через який проміжок часу Δt швидкість руху парашутиста буде дорівнювати $0,9$ від швидкості усталеного руху. Коефіцієнт опору $k = 10 \text{ кг/с}$. Початкова швидкість парашутиста дорівнює нулю.

Відповідь: $\Delta t = 18,4 \text{ с}$.

30. З якої найменшої висоти h повинен почати їхати акробат на велосипеді (не працюючи ногами), щоб проїхати по доріжці, яка має форму «мертвої петлі» радіусом $R = 4 \text{ м}$, і не відірватися від доріжки у верхній її точці? Тертям знехтувати.

Відповідь: $h = 10 \text{ м}$.

31. Куля масою $m = 10 \text{ г}$, яка летіла зі швидкістю $v = 600 \text{ м/с}$, потрапила в балістичний маятник (рис. 4) масою $M = 5 \text{ кг}$ і застрягла в ньому. На яку висоту h , відхилившись після удару, підніметься маятник?



Відповідь: $h = 7,34 \text{ см}$.

32. У балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$ потрапила куля масою $m = 10 \text{ г}$ і застрягла в ньому. Знайти швидкість v кулі, якщо маятник, відхилившись після удару, піднявся на висоту $h = 10 \text{ см}$.

Відповідь: $v = 701 \text{ м/с}$.

33. Бойок пальового молота масою $m_1 = 500 \text{ кг}$ падає з деякої висоти на палю, масою $m_2 = 100 \text{ кг}$. Знайти к.к.д. η удару бойка, вважаючи удар непружним. Зміною потенціальної енергії палі при її заглибленні знехтувати.

Відповідь: $\eta = 0,167$.

34. Чому дорівнює імпульс сили, який отримує стінка при ударі об неї кульки масою 300 г , якщо кулька рухалася зі швидкістю 8 м/с під кутом 60° до площини стінки? Удар об стінку вважати пружним.

Відповідь: $\Delta p = 4,15 \text{ Н} \cdot \text{с}$.

35. Снаряд, який летить зі швидкістю 400 м/с , розривається на два осколки. Менший осколок, маса якого складає 40% від маси снаряда, полетів у протилежному напрямку зі швидкістю 150 м/с . Визначити величину і напрям вектора швидкості великого осколка.

Відповідь: $v = 600 \text{ м/с}$.

36. М'яч масою 100 г вільно падає з висоти 1 м на сталеву плиту і після зіткнення, підстрибує на висоту $0,5 \text{ м}$. Який імпульс за величиною і напрямком одержує плита в цьому випадку?

Відповідь: $\Delta p = 0,756 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

37. Ракета, маса якої разом із зарядом 250 г , злітає вертикально вгору і досягає висоти 150 м . Визначити швидкість виходу газів з ракети, вважаючи, що згоряння заряду відбувається миттєво. Маса заряду - 50 г .

Відповідь: $v = 217 \text{ м/с}$.

38. Гармата, що стоїть на дуже гладкій горизонтальній поверхні, стріляє під кутом 30° до горизонту. Маса снаряда 20 кг , а його початкова швидкість 200 м/с . Якої швидкості набуває гармата після пострілу, якщо її маса 500 кг .

Відповідь: $v = 6,92 \text{ м/с}$.

39. У човні масою 240 кг стоїть людина масою 60 кг . Човен пливе зі швидкістю 2 м/с . Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямі зі швидкістю 4 м/с (відносно човна). Знайти швидкість руху човна після стрибка людини, якщо: а) стрибок відбувається в напрямі руху човна;

б) стрибок відбувається в протилежному напрямі до руху човна.

Відповідь: $v_1 = 1,5 \text{ м/с}$; $v_2 = 3,5 \text{ м/с}$.

40. Людина масою 60 кг , яка біжить зі швидкістю 8 км/год , наздоганяє візок масою 80 кг , що рухається зі швидкістю $2,9 \text{ км/год}$ і застрибує на нього. З якою швидкістю буде рухатися візок разом з людиною? З якою швидкістю буде рухатися візок, якщо людина бігла йому назустріч?

Відповідь: $v = 1,41 \text{ м/с}$.

41. Снаряд масою 100 кг , що летить горизонтально вздовж залізничної

колії зі швидкістю 500 м/с , попадає у вагон з піском масою 10^4 кг і застрягає в ньому. Яку швидкість буде мати вагон, якщо він рухався зі швидкістю 36 км/год у напрямі, протилежному до напрямку руху снаряда?

Відповідь: $v = 14,85 \text{ м/с}$.

42. У скільки разів зменшиться швидкість атома гелію після пружної взаємодії з нерухомим атомом водню, маса якого в 4 рази менша маси атома гелію?

Відповідь: $\frac{v_1}{v_2} = 1,33$.

43. Назустріч одна одній рухаються дві кулі масами m_1 і m_2 . Кінетична енергія другої кулі в 20 разів більша кінетичної енергії першої кулі. Між кулями відбувається абсолютно непружний удар. Яке має бути відношення мас цих куль m_1 / m_2 , щоб після взаємодії вони рухалися в сторону руху першої кулі?

Відповідь: $m_1 / m_2 > 20$.

44. Частинка масою $m_1 = 10^{-24} \text{ г}$ має кінетичну енергію $T_1 = 9 \text{ нДж}$. У результаті пружного зіткнення з частинкою, яка перебуває в спокої масою $m_2 = 4 \cdot 10^{-24} \text{ г}$, її кінетична енергія дорівнює $T_2 = 5 \text{ нДж}$. Визначити кут, на який відхилиться частинка від свого початкового напрямку.

Відповідь: 144° .

45. Знайти момент інерції тонкого однорідного кільця радіусом $R = 20 \text{ см}$ і масою $m = 100 \text{ г}$ відносно осі, яка лежить у площині кільця та проходить через його центр.

Відповідь: $\frac{1}{2}mR^2$.

46. Через нерухомий блок масою $m = 0,2 \text{ кг}$ перекинутий шнур, до кінців якого підвісили тягарці масами $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,5 \text{ кг}$. Визначити сили T_1 і T_2 натягу шнура з обох боків блока під час руху тягарців, якщо маса у блоці рівномірно розподілена по ободу.

Відповідь: $3,53 \text{ Н}$; $3,92 \text{ Н}$.

47. Маховик обертається за законом, що виражається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 2 \text{ рад}$; $B = 32 \text{ рад/с}$; $C = -4 \text{ рад/с}^2$. Знайти середню потужність $\langle N \rangle$, яка розвивається діючими на маховик силами при його обертанні до зупинки, якщо момент інерції маховика $J = 100 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Відповідь: $12,8 \text{ кВт}$.

48. Кінетична енергія T обертання маховика дорівнює 1 кДж . Під дією постійного гальмівного моменту маховик почав обертатися рівносповільнено й, виконавши $N = 80$ обертів, зупинився. Визначити момент M сили гальмування.

Відповідь: $1,99 \text{ Нм}$.

49. На столі стоїть візок масою $m_1 = 4 \text{ кг}$. До візка прив'язаний один кінець шнура, перекинутого через блок. З яким прискоренням a буде рухатися візок, якщо до іншого кінця шнура прив'язати гирю масою $m_2 = 1 \text{ кг}$. Блок невагомий. Тертя в блоці відсутнє.

Відповідь: $a = 1,96 \text{ м/с}^2$.

50. Похила площина, що утворює кут $\alpha = 25^\circ$ із горизонтом, має довжину $l = 2 \text{ м}$. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час $t = 2 \text{ с}$. Знайти коефіцієнт тертя f тіла об площину.

Відповідь: $f = 0,35$.

51. Матеріальна точка масою $m = 2 \text{ кг}$ рухається під дією деякої сили F відповідно до рівняння $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 1 \text{ м/с}^2$, $D = -0,2 \text{ м/с}^3$. Знайти значення цієї сили в моменти часу $t_1 = 2 \text{ с}$ і $t_2 = 5 \text{ с}$. У який момент часу сила дорівнює нулю?

Відповідь: $F_1 = -0,8 \text{ Н}$; $F_2 = -8 \text{ Н}$; $F = 0$ при $t = 1,67 \text{ с}$.

52. Парашутист масою 70 кг , здійснюючи затяжний стрибок, через 14 с досягає швидкості 60 м/с . Чому дорівнює робота з подолання опору повітря, якщо рух парашутиста є рівноприскореним?

Відповідь: $A_{\text{оп}} = 161,3 \text{ Дж}$.

53. Яку роботу слід виконати, щоб підняти вантаж масою 10 кг вздовж похилої площини з кутом нахилу 45° на відстань 2 м , якщо час підняття 2 с , а коефіцієнт тертя $\mu = 0,1$?

Відповідь: $A = 175,54 \text{ Дж}$.

54. Пружина жорсткістю 500 Н/м стиснута силою $F = 100 \text{ Н}$. Яку роботу зовнішньої сили слід виконати, щоб додатково стиснути цю пружину ще на 2 см ?

Відповідь: $A = 2,1 \text{ Дж}$.

55. Яку роботу слід виконати, щоб на шляху 10 м збільшити швидкість руху тіла масою 10 кг від 2 м/с до 6 м/с ? Сила тертя постійна $F = 20 \text{ Н}$.

Відповідь: $A = 360 \text{ Дж}$.

56. Тіло масою 5 кг вдаряється об нерухоме тіло масою $2,5 \text{ кг}$, яке після удару починає рухатися з кінетичною енергією 5 Дж . Вважаючи удар центральним і пружним, визначити кінетичну енергію першого тіла до і після удару.

Відповідь: $K_1 = 5,625 \text{ Дж}$; $K_2 = 0,625 \text{ Дж}$.

57. Дві кулі підвішені на рівнобіжних нитках однакової довжини так, що вони дотикаються. Маса першої кулі – $0,2 \text{ кг}$, маса другої – 100 г . Першу кулю відхиляють так, що її центр мас піднімається на висоту $4,5 \text{ см}$, і відпускають. На яку висоту піднімуться кулі після зіткнення, якщо удар непружний.

Відповідь: $h_2 = 2,24 \text{ см}$.

58. Вантаж, який покладений на чашку терезів, стискає пружину на $x_1 = 5 \text{ см}$. Знайти величину стиснення пружини для випадку, коли цей же вантаж падає на чашку терезів з висоти $h = 10 \text{ см}$.

Відповідь: $x_2 = 8,66 \text{ см}$.

59. Тіло масою $m = 2 \text{ кг}$ під дією постійної сили рухається прямолінійно, причому залежність координати x тіла від часу визначається рівністю $x = B + Ct + Dt^2$, де $B = 1 \text{ м}$, $C = 2 \text{ м/с}$, $D = 3 \text{ м/с}^2$. Знайти роботу, яку виконує ця сила в інтервалі часу від 0 до $t = 3 \text{ с}$.

Відповідь: $A = 204 \text{ Дж}$.

60. Тіло масою $m = 2 \text{ кг}$ рухається вгору по похилій площині, яка складає кут $\alpha = 30^\circ$ з горизонтом. Початкова швидкість тіла $v_0 = 10 \text{ м/с}$, коефіцієнт тертя $\mu = 0,1$. Знайти: а) шлях, який пройде це тіло до зупинки; б) роботу сили тертя на цьому шляху.

Відповідь: $s = 8,7 \text{ м}$; $A_{\text{тр.}} = -14,75 \text{ Дж}$.

61. У балістичний маятник масою $M = 4 \text{ кг}$ попадає куля масою $m = 10 \text{ г}$, яка летить горизонтально зі швидкістю $v = 400 \text{ м/с}$ і застрягає в ньому. Знайти висоту, на яку підніметься маятник з кулею після удару.

Відповідь: $h = 4,97 \text{ м}$.

62. Диск радіусом $R = 40 \text{ см}$ обертається навколо вертикальної осі. На краю диска лежить деяке тіло. Приймаючи коефіцієнт тертя $f = 0,4$, знайти частоту n обертання, при якій тіло зісковзне з диска.

Відповідь: $n = 0,5 \text{ с}^{-1}$.

63. До шнура підвішена гиря. Гирю відвели від положення рівноваги так, що шнур набув горизонтального положення, і відпустили. Чому дорівнює сила T натягу шнура в момент, коли гиря проходить положення рівноваги? Який кут φ з вертикаллю утворює шнур у момент, коли сила натягу шнура дорівнює силі тяжіння гирі?

Відповідь: $T = 3mg$; $\varphi = 70,50^\circ$.

64. Яку найбільшу швидкість v_{max} може розвинути велосипедист, проїжджаючи заокруглення радіусом $R = 50 \text{ м}$, якщо коефіцієнт тертя ковзання між шинами і асфальтом дорівнює $0,3$? Який кут φ відхилення

велосипеда від вертикалі, коли велосипедист рухається по заокругленню?

Відповідь: $v_{max} = 12,1 \text{ м/с}$; $\varphi = 16,7^\circ$.

65. Вал обертається з частотою $n = 2400 \text{ хв}^{-1}$. До вала перпендикулярно до його довжини прикріплений стрижень дуже малої маси, що має на кінцях два тягарці масою $m = 1 \text{ кг}$ кожний, які розміщені на відстані $r = 0,2 \text{ м}$ від осі вала. Знайти силу F , яка розтягує стрижень при обертанні вала.

Відповідь: $F = 12,7 \text{ кН}$.

66. На гладенькому столі лежить брусок масою $m = 4 \text{ кг}$. До бруска прив'язані два шнури, перекинуті через нерухомі блоки, прикріплені до протилежних країв столу. До кінців шнурів підвішені гирі, маса яких $m_1 = 1 \text{ кг}$ і $m_2 = 2 \text{ кг}$. Знайти прискорення a , з яким рухається брусок, і силу T натягу кожного зі шнурів. Масою блоків і тертям в них знехтувати.

Відповідь: $a = 1,4 \text{ м/с}^2$; $T_1 = 11,2 \text{ Н}$; $T_2 = 16,8 \text{ Н}$.

67. Шайба, пущена по поверхні льоду з початковою швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$, зупинилася через $t = 40 \text{ с}$. Знайти коефіцієнт тертя f шайби об лід.

Відповідь: $f = 0,051$.

68. На горизонтальній поверхні розміщений брусок масою $m_1 = 2 \text{ кг}$. Коефіцієнт тертя f_1 бруска об поверхню дорівнює $0,2$. На бруску лежить інший брусок масою $m_2 = 8 \text{ кг}$. Коефіцієнт тертя f_2 верхнього бруска об нижній дорівнює $0,3$. До верхнього бруска прикладена сила F . Визначити: а) значення сили F_1 , при якій почнеться спільне ковзання брусків по поверхні; б) значення сили F_2 , при якій верхній брусок почне проковзувати відносно нижнього.

Відповідь: $F_1 = 19,6 \text{ Н}$; $F_2 = 39,2 \text{ Н}$.

69. Початкова швидкість v_0 кулі дорівнює 800 м/с . При русі в повітрі за час $t = 0,8 \text{ с}$ її швидкість зменшилася до $v = 200 \text{ м/с}$. Маса m кулі дорівнює 10 г . Вважаючи силу опору повітря пропорційною квадрату швидкості, визначити коефіцієнт опору k . Дією сили тяжіння знехтувати.

Відповідь: $k = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}$.

70. Акробат на мотоциклі описує «мертву петлю» радіусом $r = 4 \text{ м}$. З якою найменшою швидкістю v_{min} повинен проїжджати акробат верхню точку петлі, щоб не зірватися?

Відповідь: $v_{min} = 6,26 \text{ м/с}$.

71. Тягарець, прив'язаний до нитки довжиною $l = 1 \text{ м}$, описує коло у горизонтальній площині. Визначити період T обертання, якщо нитка

відхилена на кут $\varphi = 60^\circ$ від вертикалі.

Відповідь: $T = 2,47$ с.

72. При насадці маховика на вісь центр тяжіння виявився на відстані $r = 0,1$ мм від осі обертання. У яких межах змінюється сила F тиску осі на підшипники, якщо частота обертання маховика $n = 10\text{с}^{-1}$? Маса m маховика дорівнює 100 кг.

Відповідь: $F_{\max} = 1,02$ кН; $F_{\min} = 942$ Н.

73. Літак масою $m = 2,5$ т летить зі швидкістю $v = 400$ км/год. Він виконує у горизонтальній площині віраж (віраж – політ літака по дузі кола з деяким кутом нахилу). Радіус R траєкторії літака дорівнює 500 м. Знайти поперечний кут φ нахилу літака і піднімальну силу F крил під час польоту.

Відповідь: $\varphi = 58,2^\circ$; $F = 66,2$ кН.

74. Куля масою $m_1 = 10$ кг, що рухається зі швидкістю $v_1 = 4$ м/с, зіштовхується з кулею масою $m_2 = 4$ кг, швидкість v_2 якої дорівнює 12 м/с. Вважаючи удар прямим, непружним, знайти швидкість u куль після удару в двох випадках: а) менша куля наздоганяє більшу кулю, що рухається в тому самому напрямі; б) кулі рухаються назустріч одна одній.

Відповідь: $u_1 = 6,3$ м/с; $u_2 = -0,57$ м/с.

75. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки з легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини $M = 60$ кг, маса дошки $m = 20$ кг. З якою швидкістю u (відносно підлоги) буде рухатися візок, якщо людина піде вздовж дошки зі швидкістю (відносно дошки) $v = 1$ м/с? Масою коліс знехтувати. Тертя у втулках коліс не враховувати.

Відповідь: $u = 0,75$ м/с.

76. Снаряд масою $m = 10$ кг мав швидкість $v = 200$ м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша частина снаряда масою $m_1 = 3$ кг полетіла вперед під кутом $\varphi_1 = 60^\circ$ до горизонту із швидкістю $u_1 = 400$ м/с. Знайти, з якою швидкістю u_2 і під яким кутом φ_2 до горизонту полетить велика частина снаряда.

Відповідь: $u_2 = 249$ м/с; $\varphi_2 = 36,6^\circ$.

77. Обчислити роботу A , яка виконується при рівноприскореному підніманні вантажу масою $m = 100$ кг на висоту $h = 4$ м за час $t = 2$ с.

Відповідь: $A = 4,72$ кДж.

78. Тіло масою $m = 1$ кг кинуте з вежі в горизонтальному напрямі зі швидкістю $v_o = 20$ м/с через $t = 3$ с упало на землю. Визначити кінетичну енергію K , що мало тіло в момент удару об землю. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: $K = 663 \text{ Дж}$.

79. Два вантажі масами $m_1 = 10 \text{ кг}$ і $m_2 = 15 \text{ кг}$ підвішені на нитках довжиною $l = 2 \text{ м}$ так, що вантажі дотикаються між собою. Менший вантаж був відхилений на кут $\varphi = 60^\circ$ і відпущений. Визначити висоту h , на яку піднімуться обидва вантажі після удару. Удар вантажів вважати абсолютно непружним.

Відповідь: $h = 16 \text{ см}$.

80. Куля масою m_1 , яка летить зі швидкістю $v_1 = 5 \text{ м/с}$, ударяє нерухому кулю масою m_2 . Удар прямий, непружний. Визначити швидкість u куль після удару, а також частину w кінетичної енергії кулі, що перебуває в русі, яка витрачається на збільшення їх внутрішньої енергії. Розглянути два випадки: а) $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 8 \text{ кг}$; б) $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$.

Відповідь: а) $u = 1 \text{ м/с}$, $w = 0,8$; б) $u = 4 \text{ м/с}$, $w = 0,2$.

81. Куля масою $m_1 = 200 \text{ г}$, що рухається зі швидкістю $v_1 = 10 \text{ м/с}$, ударяє нерухому кулю масою $m_2 = 800 \text{ г}$. Удар прямий, абсолютно пружний. Які будуть швидкості u_1 і u_2 куль після удару?

Відповідь: -6 м/с ; 4 м/с .

82. У човні масою $m_1 = 240 \text{ кг}$ стоїть людина масою $m_2 = 60 \text{ кг}$. Човен пливе зі швидкістю $v_1 = 2 \text{ м/с}$. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю $v = 4 \text{ м/с}$ (відносно човна). Знайти швидкість руху човна після стрибка людини в двох випадках: а) людина стрибає вперед за рухом човна; б) у бік, протилежний руху човна.

Відповідь: 1 м/с ; 3 м/с .

83. На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки з легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини $M = 60 \text{ кг}$, маса дошки $m = 20 \text{ кг}$. Знайти, на яку відстань d : а) переміститься візок, якщо людина перейде на інший кінець дошки; б) переміститься людина відносно підлоги; в) переміститься центр мас системи візок – людина відносно дошки і відносно підлоги. Довжина дошки дорівнює 2 м . Масою коліс знехтувати. Тертя у втулках коліс не враховувати.

Відповідь: а) 1 м ; б) $0,5 \text{ м}$; в) $1,5 \text{ м}$, 0 .

84. На залізничній платформі встановлена гармата. Маса платформи із гарматою $M = 15 \text{ т}$. Гармата стріляє вгору під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту в напрямі рейок. З якою швидкістю v_1 покотиться платформа внаслідок віддачі, якщо маса снаряда $m = 20 \text{ кг}$ і він вилітає зі швидкістю $v_2 = 600 \text{ м/с}$?

Відповідь: $0,4 \text{ м/с}$.

85. Обчислити роботу A , що виконується на шляху $S = 12 \text{ м}$ силою, яка рівномірно зростає, якщо на початку шляху сила $F_1 = 10 \text{ Н}$, наприкінці шляху $F_2 = 46 \text{ Н}$.

Відповідь: 336 Дж .

86. Камінь кинуто вгору під кутом $\varphi = 60^\circ$ до горизонту. Кінетична енергія K_0 каменя в початковий момент часу дорівнює 20 Дж . Визначити кінетичну K і потенціальну Π енергії каменя у найвищій точці його траєкторії. Опором повітря знехтувати.

Відповідь: 5 Дж ; 15 Дж .

87. В балістичний маятник масою $M = 5 \text{ кг}$ потрапила куля масою $m = 10 \text{ г}$ і застрягла в ньому. Знайти швидкість v кулі, якщо маятник, відхилившись після удару, піднявся на висоту $h = 10 \text{ см}$.

Відповідь: $v = 701 \text{ м/с}$.

88. Молот масою $m_1 = 5 \text{ кг}$ ударяє невеликий шматок заліза, що лежить на ковадлі. Маса m_2 ковадла дорівнює 100 кг . Масою шматка заліза знехтувати. Удар непружний. Визначити ККД η удару молота за даних умов.

Відповідь: $\eta = 0,952$.

89. З двох абсолютно пружних куль, які співударяються, більша куля нерухома. У результаті прямого удару менша куля втратила $w = 3/4$ своєї кінетичної енергії K_1 . Визначити співвідношення M/m мас куль.

Відповідь: $M/m = 3$.

90. Суцільний циліндр масою $m = 2 \text{ кг}$ котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Лінійна швидкість осі циліндра 1 м/с . Визначити повну кінетичну енергію цього циліндра.

Відповідь: $K = 1,5 \text{ Дж}$.

91. На барабан радіусом 20 см з моментом інерції $0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ намотана мотузка, до якої прив'язаний вантаж масою $0,5 \text{ кг}$. До початку обертання барабана висота вантажу над підлогою дорівнює 1 м . Знайти: а) через який час вантаж опуститься до підлоги; б) кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу. Тертям знехтувати.

Відповідь: $t = 1,095 \text{ с}$; $K = 5 \text{ Дж}$.

92. Диск масою 1 кг і діаметром 60 см обертається з частотою 20 об/с навколо осі, яка проходить через центр, перпендикулярно до площини диска. Яку роботу треба виконати, щоб зупинити диск?

Відповідь: $A = 1,42 \text{ Дж}$.

93. На барабан радіусом $0,5\text{ м}$ намотана мотузка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою 10 кг . Знайти момент інерції барабана, якщо відомо, що вантаж опускається з прискоренням $2,04\text{ м/с}^2$?

Відповідь: $I = 9,87\text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

94. Махове колесо з моментом інерції $245\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, яке здійснює обертальний рух з частотою $n = 20\text{ об./с}$, під дією гальмівного моменту сил тертя зупинилося через час $t = 1\text{ хв}$. Знайти: а) момент сил тертя; б) число обертів, які здійснило це колесо до повної зупинки.

Відповідь: $M = 512,8\text{ Н}\cdot\text{м}$; $N = 3768\text{ об.}$

95. Маховик, момент інерції якого дорівнює $53,6\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, обертається з постійною кутовою швидкістю $31,4\text{ рад/с}$. Знайти гальмівний момент, під дією якого маховик зупиняється через 20 с і роботу сил гальмування.

Відповідь: $M = 84,15\text{ Н}\cdot\text{м}$; $A = 2,64\cdot 10^4\text{ Дж}$.

96. Блок, що має форму диска масою $0,4\text{ кг}$, обертається під дією сили натягу мотузки, до кінців якої підвішені тягарці масами $0,3\text{ кг}$ і $0,7\text{ кг}$. Визначити сили натягу мотузки з обох боків блока.

Відповідь: $N_1 = 4\text{ Н}$; $N_2 = 9,66\text{ Н}$.

97. Визначити момент сили, який необхідно прикласти до блока, що обертається з частотою 12 с^{-1} , щоб він зупинився впродовж 8 с . Діаметр блока 30 см . Масу блока 6 кг вважати рівномірно розподіленою по ободу.

Відповідь: $M = 0,81\text{ Н}\cdot\text{м}$.

98. Нитка, з прив'язаними до її кінців тягарцями масою 50 г і 60 г , перекинута через блок діаметром 4 см . Визначити момент інерції блока, якщо під дією сил натягу ниток він одержав кутове прискорення $1,5\text{ рад/с}^2$?

Відповідь: $I = 2,49\cdot 10^{-3}\text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

99. На обід маховика діаметром 60 см намотана мотузка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою 2 кг . Визначити момент інерції маховика, якщо він, обертаючись рівноприскорено, за час 3 с набув кутової швидкості 9 рад/с .

Відповідь: $I = 1,78\text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

100. Обчислити момент інерції J прямокутника з дроту із сторонами $a = 12\text{ см}$ і $b = 16\text{ см}$ відносно осі, що лежить у площині прямокутника і проходить через середини малих сторін. Маса рівномірно розподілена за довжиною дроту з лінійною густиною $\tau = 0,1\text{ кг/м}$.

Відповідь: $J = 1,44\cdot 10^{-4}\text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

101. Знайти момент інерції J тонкого однорідного кільця радіусом

$R = 20 \text{ см}$ і масою $m = 100 \text{ г}$ відносно осі, що лежить у площині кільця і проходить через його центр.

Відповідь: $J = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

102. Однорідний диск радіусом $R = 10 \text{ см}$ (рис. 5) може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, перпендикулярної до площини диска, що проходить через точку O на рисунку. Диск відхилили на кут α і відпустили. Визначити для початкового моменту часу кутове β і тангенціальне a_t прискорення точки B , що міститься на диску. Обчислення виконати для таких випадків: а) $a = R$, $b = R/2$, $\alpha = \pi/2$; б) $a = R/2$, $b = R$, $\alpha = \pi/6$; в) $a = 2/3R$, $b = 2/3R$, $\alpha = 2/3\pi$.

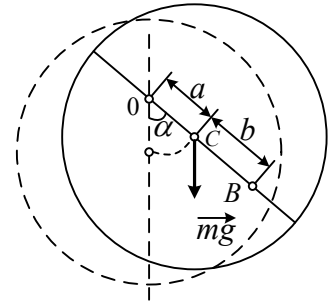


Рисунок 5

Відповідь: а) $65,3 \text{ рад/с}^2$, $9,8 \text{ м/с}^2$; б) $32,7 \text{ рад/с}^2$, $4,9 \text{ м/с}^2$; в) $59,9 \text{ рад/с}^2$, $7,99 \text{ м/с}^2$.

103. Через блок, що має форму диска, перекинаний шнур. До кінців шнура прив'язали тягарці масами $m_1 = 100 \text{ г}$ і $m_2 = 110 \text{ г}$. З яким прискоренням a будуть рухатися тягарці, якщо маса m блока дорівнює 400 г ? Тертям при обертанні блока знехтувати.

Відповідь: $a = 0,24 \text{ м/с}^2$.

104. Платформа, що має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина масою $m_1 = 60 \text{ кг}$. На який кут φ повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у вихідну точку на платформі? Маса m_2 платформи дорівнює 240 кг . Момент інерції J людини розраховувати як для матеріальної точки.

Відповідь: $\varphi = 120^\circ$.

105. На краю платформи у формі диска, яка обертається за інерцією навколо вертикальної осі з частотою 8 хв^{-1} , стоїть людина масою 70 кг . Коли людина перейшла в центр платформи, вона стала обертатися з частотою 10 хв^{-1} . Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

Відповідь: $m = 560 \text{ кг}$.

106. Яку висоту має похила площина, якщо лінійна швидкість центра кулі, що скотились з неї без ковзання, дорівнює $2,65 \text{ м/с}$. Початкова швидкість кулі дорівнювала нулю.

Відповідь: $h = 0,49 \text{ м}$.

107. Горизонтально розміщений дерев'яний стрижень масою $0,8 \text{ кг}$ і довжиною $1,8 \text{ м}$, може обертатися навколо вертикальної осі, яка проходить через його середину. У кінець стрижня попадає куля масою 3 г , яка летить перпендикулярно до осі стрижня з швидкістю 50 м/с . З якою кутовою швидкістю почне обертатися стрижень, якщо удар непружний?

Відповідь: $\omega = 0,62 \text{ рад/с}$.

108. Кінетична енергія маховика, що обертається навколо нерухомої осі з постійною швидкістю, яка відповідає частоті $n = 5 \text{ об/с}$, дорівнює $W_k = 60 \text{ Дж}$. Знайти момент імпульсу маховика.

Відповідь: $L = 0,69 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$.

109. Обруч і суцільний циліндр, які мають однакові маси $m = 2,6 \text{ кг}$, котяться без ковзання з однаковою швидкістю $v = 6 \text{ м/с}$. Знайти кінетичні енергії цих тіл.

Відповідь: $K_{об.} = 93,6 \text{ Дж}$; $K_{ц} = 72 \text{ Дж}$.

110. На горизонтальній поверхні котиться куля. Яку частину повної кінетичної енергії складає енергія поступального руху кулі?

Відповідь: $\frac{K_n}{K} = 0,71$.

111. Поставлений вертикально олівець, падає на стіл. Довжина олівця $l = 15 \text{ см}$. Визначити кутову і лінійну швидкості середини олівця під кінець падіння.

Відповідь: $\omega = 14,1 \text{ рад/с}$; $v = 1,06 \text{ м/с}$.

112. На який кут α треба відхилити тонкий однорідний стрижень довжиною $l = 1,2 \text{ м}$, підвішений на горизонтальній осі, що проходить через верхній кінець стрижня, щоб його нижній кінець при проходженні положення рівноваги мав швидкість $v = 4,9 \text{ м/с}$?

Відповідь: $\alpha = 60^\circ$.

113. Горизонтальна платформа, маючи форму круглого однорідного диска масою $m = 80 \text{ кг}$ і радіусом $R = 1 \text{ м}$, обертається з частотою $n_1 = 20 \text{ об/хв}$. У центрі платформи стоїть людина, яка тримає в розведених руках гирі. З якою частотою буде обертатися платформа, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від $I_1 = 2,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $I_2 = 0,98 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$?

Відповідь: $n = 21 \text{ об/хв}$.

114. В центрі нерухомої лави Жуковського стоїть людина, яка відхиленою в горизонтальне положення рукою ловить м'яч масою $m = 250 \text{ г}$, що летить зі швидкістю $v = 36 \text{ м/с}$ у горизонтальному напрямі на відстані $r = 70 \text{ см}$ від вертикальної осі обертання лави. Після цього лави

стала обертатися з кутовою швидкістю $\omega = 0,9 \text{ рад/с}$. Знайти момент інерції людини разом з лавою.

Відповідь: $I = 6,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

115. Людина стоїть на лаві Жуковського й ловить рукою м'яч масою $m = 0,4 \text{ кг}$, який летить у горизонтальному напрямку зі швидкістю $v = 20 \text{ м/с}$. Траєкторія м'яча проходить на відстані $r = 0,8 \text{ м}$ від вертикальної осі обертання лави. З якою кутовою швидкістю розпочне обертатися лава з людиною після того, як вона піймала м'яч? Сумарний момент інерції людини й лави дорівнює $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Відповідь: $1,02 \text{ рад/с}$.

116. На лаві Жуковського стоїть людина й тримає в руках розташований вертикально по осі обертання лави стрижень довжиною $l = 2,4 \text{ м}$ і масою $m = 8 \text{ кг}$. Лава з людиною обертається із частотою $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. З якою частотою n_2 буде обертатися лава з людиною, якщо вона поверне стрижень у горизонтальне положення? Сумарний момент інерції людини й лави дорівнює $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Відповідь: $0,61 \text{ с}^{-1}$.

117. Маховик у вигляді диска масою $m = 80 \text{ кг}$ і радіусом $R = 30 \text{ см}$ перебуває в стані спокою. Яку роботу A_1 потрібно виконати, щоб надати маховику частоту $n = 10 \text{ с}^{-1}$? Яку роботу A_2 довелося б виконати, якби при тій самій масі диск мав меншу товщину, але вдвічі більший радіус?

Відповідь: $A_1 = 7,11 \text{ кДж}$, $A_2 = 28,4 \text{ кДж}$.

118. Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія K кулі дорівнює 14 Дж . Визначити кінетичну енергію K_1 поступального і K_2 обертального руху кулі.

Відповідь: $K_1 = 10 \text{ Дж}$, $K_2 = 4 \text{ Дж}$.

119. Визначити момент інерції J тонкого однорідного стрижня довжиною $l = 30 \text{ см}$ і масою $m = 100 \text{ г}$ відносно осі, перпендикулярної до стрижня, яка проходить через: а) його кінець, б) його середину; в) точку, що віддалена від кінця стрижня на $1/3$ його довжини.

Відповідь: а) $J = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; б) $J = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; в) $10^{-3} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

120. Визначити момент інерції J кільця масою $m = 50 \text{ г}$ і радіусом $R = 10 \text{ см}$ відносно осі, дотичної до кільця.

Відповідь: $J = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

121. Тонкий однорідний стрижень довжиною $l = 50 \text{ см}$ і масою $m = 400 \text{ г}$ обертається з кутовим прискоренням $\beta = 3 \text{ рад/с}^2$ навколо осі, що проходить перпендикулярно до стрижня через його середину. Визначити

обертальний момент M .

Відповідь: $M = 0,025 \text{ Нм}$.

122. Два тіла масами $m_1 = 0,25 \text{ кг}$ і $m_2 = 0,15 \text{ кг}$ зв'язані тонкою ниткою, перекинутою через блок. Блок закріплений на краю горизонтального столу, по поверхні якого ковзає тіло масою m_1 . З яким прискоренням a рухаються тіла і чому дорівнюють сили T натягу нитки по обидві сторони від блока? Коефіцієнт тертя тіла об поверхню столу дорівнює $0,2$. Маса m блока дорівнює $0,1 \text{ кг}$ і її можна вважати рівномірно розподіленою вздовж обода. Масою нитки і тертям у підшипниках осі блока знехтувати.

Відповідь: $a = 1,96 \text{ м/с}^2$, $T_1 = 0,98 \text{ Н}$, $T_2 = 1,18 \text{ Н}$.

123. На краю горизонтальної платформи, що має форму диска радіусом $R = 2 \text{ м}$, стоїть людина масою $m_1 = 80 \text{ кг}$. Маса m_2 платформи дорівнює 240 кг . Платформа може обертатися навколо вертикальної осі, що проходить через її центр. Нехтуючи тертям, знайти, з якою кутовою швидкістю ω буде обертатися платформа, якщо людина буде йти вздовж її краю із швидкістю $v = 2 \text{ м/с}$ відносно платформи.

Відповідь: $\omega = 0,445 \text{ рад/с}$.

124. Платформа у вигляді диска радіусом $R = 1 \text{ м}$ обертається за інерцією з частотою $n_1 = 6 \text{ хв}^{-1}$. На краю платформи стоїть людина, маса m якої дорівнює 80 кг . З якою частотою n_2 буде обертатися платформа, якщо людина перейде в її центр? Момент інерції J платформи дорівнює $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

Відповідь: $n_2 = 10 \text{ хв}^{-1}$.

125. Вода тече в горизонтально розташованій трубі змінного перерізу. Швидкість v_1 води в широкій частині труби дорівнює 20 см/с . Визначити швидкість v_2 у вузькій частині труби, діаметр d_2 якої в $1,5$ раза менший від діаметра d_1 широкої частини.

Відповідь: $0,45 \text{ м/с}$.

126. У горизонтально розташованій трубі з площею поперечного перерізу $S_1 = 20 \text{ см}^2$ тече рідина. В одному місці труба має звуження, у якому площа перерізу S_2 дорівнює 12 см^2 . Різниця Δh рівнів у двох манометричних трубках, встановлених у широкій і вузькій частинах труби, дорівнює 8 см . Визначити об'ємну витрату рідини Q_v .

Відповідь: $Q_v = S_1 v_1 = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 1,88 \text{ л/с}$ (v_1 – швидкість рідини в широкій частині труби).

127. До поршня спринцівки, розташованої горизонтально, прикладена сила $F = 15 \text{ Н}$. Визначити швидкість v витікання води з наконечника спринцівки, якщо площа S поршня дорівнює 12 см^2 .

Відповідь: 5 м/с .

128. Бак висотою $h = 1,5 \text{ м}$ до країв наповнений водою. На відстані $d = 1 \text{ м}$ від верхнього краю бака утворився отвір малого діаметра. На якій відстані l від бака буде падати на підлогу витікаючий з отвору струмінь води.

Відповідь: $1,4 \text{ м}$.

129. Бак висотою $H = 2 \text{ м}$ до країв наповнений рідиною. На якій висоті h повинен бути зроблений отвір у стінці бака, щоб місце падіння струменя, що витікає з отвору, було на максимальній від бака відстані.

Відповідь: 1 м .

130. Латунна кулька діаметром $d = 1 \text{ см}$ падає у посудині з гліцерином. Визначити: а) швидкість v усталеного руху кульки; б) чи є при цій швидкості обтікання кульки ламінарним?

Відповідь: а) $v = (\rho_1 - \rho_2)gd^2 / 18\eta = 6,71 \text{ мм/с}$ (ρ_1 і ρ_2 – густини латуні і гліцерину); б) обтікання кульки ламінарне.

131. У широкій частині горизонтально розташованої труби нафта тече із швидкістю $v_1 = 2 \text{ м/с}$. Визначити швидкість v_2 нафти у вузькій частині труби, якщо різниця Δp тисків у широкій і вузькій її частинах дорівнює $6,65 \text{ кПа}$.

Відповідь: $4,33 \text{ м/с}$.

132. Горизонтальний циліндр насоса має діаметр $d_1 = 20 \text{ см}$. У ньому рухається із швидкістю $v_1 = 1 \text{ м/с}$ поршень, виштовхуючи воду через отвір діаметром $d_2 = 2 \text{ см}$. З якою швидкістю v_2 буде витікати вода з отвору? Яким буде надлишковий тиск p води в циліндрі?

Відповідь: 100 м/с ; 5 МПа .

133. Струмінь води діаметром $d = 2 \text{ см}$, що рухається зі швидкістю $v = 10 \text{ м/с}$, вдаряється об нерухому плоску поверхню, поставлену перпендикулярно до струменя. Визначити силу F тиску струменя на поверхню, вважаючи, що після удару об поверхню швидкість частинок води дорівнює нулю.

Відповідь: $31,4 \text{ Н}$.

134. Струмінь води з площею перерізу $S_1 = 4 \text{ см}^2$, витікає в горизонтальному напрямі з брандспойта, розташованого на висоті $H = 2 \text{ м}$

над поверхнею Землі, і падає на цю поверхню на відстані $l = 8 \text{ м}$. Нехтуючи опором повітря руху води, визначити надлишковий тиск p води в рукаві, якщо площа S_2 поперечного перерізу рукава дорівнює 50 см^2 .

Відповідь: $\rho = \frac{\rho g l^2}{4H} [1 - (\frac{S_1}{S_2})^2] = 77,9 \text{ кПа}$, (ρ – густина води).

135. По трубі тече машинне масло. Максимальна швидкість $v_{\max}$, при якій рух масла в цій трубі залишається ще ламінарним, дорівнює $3,2 \text{ см/с}$. При якій швидкості v рух гліцерину в тій самій трубі переходить з ламінарного в турбулентний?

Відповідь: $1,94 \text{ см/с}$.

136. При русі кульки радіусом $r_1 = 2,4 \text{ мм}$ у касторовому маслі ламінарне обтікання спостерігається при швидкості v_1 кульки, що не перевищує 10 см/с . При якій мінімальній швидкості v_2 кульки радіусом $r_2 = 1 \text{ мм}$ у гліцерині обтікання стане турбулентним?

Відповідь: $v_2 = \frac{\rho_1 r_1 \eta_2}{\rho_2 r_2 \eta_1}$, $v_1 = 27,7 \text{ см/с}$, (ρ_1 і η_1 – густина і динамічна в'язкість касторового масла); ρ_2 і η_2 – ті ж величини для гліцерину.

Електричне поле у вакуумі Основні формули

1. Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon \cdot r^2},$$

де F – сила взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2 ;
 r – відстань між зарядами;
 ϵ – діелектрична проникність середовища;
 ϵ_0 – електрична стала, яка дорівнює

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

2. Закон збереження електричного заряду

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const},$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума всіх зарядів, які входять до ізолюваної системи.

3. Напруженість електричного поля точкового заряду

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

де $\vec{F}$ – результуючий вектор всіх діючих сил на точковий заряд q , який поміщений в дану точку поля.

Сила, що діє на точковий заряд q , розміщений в електричному полі напруженістю $\vec{E}$

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Потік вектора напруженості $\vec{E}$ електричного поля:

а) через довільну поверхню S , яка поміщена в неоднорідне електричне поле,

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS \quad \text{або} \quad \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

де α – кут між напрямком вектора напруженості $\vec{E}$ і нормаллю $\vec{n}$ до елемента поверхні;

dS – площа елемента поверхні;

E_n – проекція вектора напруженості на напрям нормалі;

б) через плоску поверхню, яка поміщена в однорідне електричне поле,

$$\Phi_E = E \cdot S \cos \alpha.$$

4. Потік вектора напруженості E через замкнену поверхню S дорівнює

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS,$$

де інтегрування ведеться через замкнуту поверхню.

5. Теорема Гаусса в інтегральній формі. Потік вектора напруженості електричного поля Φ_E через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, які охоплені цією поверхнею, поділений на ε_0 .

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad \text{або} \quad \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i,$$

де $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраїчна сума зарядів, які розміщені в середині замкнутої поверхні;

n – кількість окремих електричних зарядів.

6. Напруженість електричного поля, яке створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon \cdot r^2}.$$

7. Напруженість електричного поля, яка створюється зарядженою металевою кулею радіусом R з зарядом q , на відстані r від центра кулі:

- в середині кулі ($r < R$) – $E = 0$,
- на поверхні кулі ($r = R$) – $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon R^2}$,
- поза кулею ($r > R$) – $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon \cdot r^2}$.

8. Принцип суперпозиції (накладання) електричних полів, згідно з яким напруженість $\vec{E}$ результуючого електричного поля, створеного двома (і більше) точковими зарядами, дорівнює векторній (геометричній) сумі напруженостей цих полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

У випадку двох електричних полів з напруженостями $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ абсолютне значення вектора напруженості дорівнює

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \cos \alpha},$$

де α – кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$.

9. Напруженість електричного поля, що створюється нескінченно довгою рівномірно зарядженою ниткою (або циліндром) на відстані r від її осі

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon \cdot r},$$

де τ – лінійна густина заряду.

Лінійна густина заряду визначається відношенням заряду, який розподілений вздовж нитки, до довжини нитки (циліндра):

$$\tau = dq / dl.$$

10. Напруженість електричного поля, створеного безмежною, рівномірно зарядженою площиною дорівнює

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon},$$

де σ – поверхнева густина заряду.

Поверхнева густина заряду дорівнює відношенню заряду, рівномірно розподіленого на поверхні, до площі цієї поверхні:

$$\sigma = dq / dS .$$

11. Напруженість електричного поля, яке створюється двома паралельними нескінченними рівномірно і різнойменно зарядженими площинами, з однаковою поверхневою густиною зарядів σ (поле плоского конденсатора) дорівнює

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} .$$

Наведена формула справедлива для обчислення напруженості електричного поля між пластинами плоского конденсатора (в середній його частині) за умови, що відстань між пластинами значно менша лінійних розмірів пластин конденсатора.

12. Електричне зміщення D , зв'язане з напруженістю електричного поля E таким співвідношенням

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E .$$

13. Циркуляція вектора напруженості електричного поля вздовж будь-якого замкненого контуру чисельно дорівнює роботі, яку слід виконати, щоб перемістити одиничний точковий позитивний заряд по цьому контуру.

Циркуляція вектора напруженості виражається коловим інтегралом

$$\oint E_i dl ,$$

де E_i – проекція вектора напруженості в даній точці контура на напрямок дотичної до контура в цій самій точці.

У випадку електростатичного поля циркуляція вектора напруженості електричного поля дорівнює нулю:

$$\oint E dl = 0 .$$

14. Потенціал електростатичного поля – це фізична величина, яка дорівнює відношенню потенціальної енергії в даній точці електричного поля до заряду, який поміщений у цю точку:

$$\varphi = W/q .$$

Або потенціал електростатичного поля – це фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню роботи сил поля для переміщення точкового позитивного заряду з даної точки поля в нескінченність, до величини цього заряду:

$$\varphi = A/q .$$

15. Потенціал електростатичного поля у нескінченності умовно

приймається за нуль. При переміщенні заряду в електричному полі між точками B і C робота A_{BC} зовнішніх сил дорівнює за абсолютним значенням роботі A_{CB}

$$A_{BC} = -A_{CB}.$$

Потенціал електростатичного поля, який створюється точковим зарядом q на відстані r від заряду дорівнює:

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

16. Потенціал електричного поля, який створюється зарядженою суцільною металевою кулею радіусом R і зарядом q на відстані r від кулі дорівнює

- в середині кулі ($r < R$) — $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R},$
- на поверхні кулі ($r = R$) — $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R},$
- поза кулею ($r > R$) — $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}.$

17. Потенціал електростатичного поля, яке створене системою n точкових зарядів, визначається в даній точці поля за принципом суперпозиції і дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, які створюються окремими точковими зарядами $q_1, q_2, \dots, q_n$

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

18. Енергія W взаємодії системи точкових зарядів $q_1, q_2, \dots, q_n$ визначається роботою, яку ця система зарядів має виконати за умови перенесення кожного із зарядів, один відносно одного, у нескінченність і виражається формулою

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

де φ_i — потенціал поля, яке створюється усіма $n-1$ зарядами (за виключенням i -го) у точці, де розміщений заряд q_i .

19. Потенціал пов'язаний із напруженістю електричного поля співвідношенням

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi.$$

У випадку електричного поля, яке має сферичну симетрію, цей зв'язок виражається формулою

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \frac{\vec{r}}{r}$$

або в скалярній формі

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

а у випадку однорідного поля, тобто поля, напруженість якого у кожній точці поля однакова

$$E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d},$$

де d – відстань між цими поверхнями вздовж електричної силової лінії.

20. Робота, яка виконується електричним полем при переміщенні точкового заряду із однієї точки поля з потенціалом φ_1 в іншу з потенціалом φ_2 , дорівнює

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{або} \quad A = q \int_L E_l dl,$$

де E_l – проекція вектора напруженості $\vec{E}$ на напрямок переміщення;
 dl – переміщення.

У випадку однорідного поля остання формула набуває вигляду

$$A = qEl \cos \alpha,$$

де l – переміщення;

α – кут між напрямками вектора $\vec{E}$ і переміщення l .

Електричне поле у діелектриках Основні формули

1. Диполь – це система двох однакових за модулем і протилежних за знаком зарядів, які розміщені на деякій відстані один від одного.

Електричний момент p диполя це вектор, який напрямлений від негативного заряду до позитивного і який дорівнює добутку заряду $|q|$ на вектор $\vec{l}$, що проведений від негативного заряду до позитивного та називається плечем диполя, тобто

$$\vec{p} = |q| \vec{l}.$$

Диполь має назву точкового, якщо плече l диполя значно менше відстані r від центра диполя до точки, у якій визначається дія диполя ($l \ll r$).

2. Напруженість поля точкового диполя визначається за формулою

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha} ,$$

де $\vec{p}$ – електричний момент диполя;

r – абсолютне значення радіуса вектора, який проведений від центра диполя до точки, напруженість поля в якій визначається;

α – кут між радіусом-вектором r та плечем l диполя.

Напруженість поля точкового диполя у точці, яка лежить на осі диполя ($\alpha = 0$)

$$E = \frac{P}{2\pi\epsilon_0\epsilon r^3} ,$$

і в точці, яка лежить на перпендикулярі до плеча диполя, що проведений із його середини ($\alpha = \pi/2$)

$$E = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} .$$

3. Потенціал поля точкового диполя на відстані r від диполя

$$\varphi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cos \alpha .$$

4. Потенціал поля точкового диполя у точці, яка лежить на осі диполя ($\alpha = 0$)

$$\varphi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} ,$$

і в точці, яка лежить на перпендикулярі до плеча диполя, який проведений із його середини ($\alpha = \pi/2$)

$$\varphi = 0 .$$

Напруженість і потенціал неточкового диполя визначаються як для системи зарядів.

Механічний момент, який діє на диполь з електричним моментом $\vec{p}$, розміщеним в однорідному електричному полі з напруженістю E

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}] \quad \text{або} \quad M = pE \sin \alpha ,$$

де α – кут між напрямками векторів $\vec{p}$ та $\vec{E}$.

У неоднорідному електричному полі, окрім механічного моменту (пари сил), на диполь діє ще деяка сила. У випадку поля, яке має симетрію відносно осі x , ця сила виражається співвідношенням

$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha ,$$

де $\frac{\partial E}{\partial x}$ – частинна похідна напруженості поля, яка характеризує ступінь неоднорідності поля у напрямку осі x .

При $\alpha > \pi/2$ сила F_x позитивна. Це означає, що під її дією диполь втягується в область сильного поля.

5. Електричне зміщення D пов'язане з напруженістю E електричного поля таким співвідношенням

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} .$$

Це співвідношення може бути застосованим лише для ізотропних діелектриків.

6. Потік вектора електричного зміщення визначається аналогічно потоку вектора напруженості електричного поля:

– у випадку однорідного поля

$$\Delta \psi = D \Delta S \cos \alpha ;$$

– у випадку неоднорідного поля

$$\psi = \int_S D_n dS ,$$

де D_n – проекція вектора $\vec{D}$ на напрямок нормалі до елемента поверхні, площа якої дорівнює dS .

7. Теорема Гаусса для поля в діелектриках. Потік вектора електричного зміщення через будь-яку замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі сторонніх зарядів, які охоплені цією поверхнею:

$$\oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i ,$$

де n – кількість сторонніх зарядів, які охоплені замкнутою поверхнею.

Провідники в електричному полі **Основні формули**

1. Електроємність ізолюваного провідника або конденсатора

$$C = dq / d\varphi ,$$

де dq – заряд, переданий провіднику (конденсатору);

$d\varphi$ – зміна потенціалу, яка викликана цим зарядом.

2. Електроємність ізольованої провідної сфери радіусом R , яка розміщена у нескінченному середовищі з діелектричною проникністю ε

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Якщо сфера порожня і заповнена діелектриком, то електроємність її від цього не змінюється.

3. Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

де S – площа кожної з пластин;

d – відстань між ними;

ε – діелектрична проникність діелектрика, який заповнює простір між пластинами.

Електроємність плоского конденсатора, який заповнений n шарами діелектрика товщиною d кожний, діелектричні проникності яких ε_i (шаруватий конденсатор)

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 / \varepsilon_1 + d_2 / \varepsilon_2 + \dots + d_n / \varepsilon_n}.$$

4. Електроємність сферичного конденсатора (дві концентричні сфери радіусами R_1 і R_2 , простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε)

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

5. Електроємність циліндричного конденсатора (два коаксіальних циліндри довжиною l і радіусами R_1 і R_2 , простір між якими заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

6. Електроємність послідовно з'єднаних конденсаторів визначається формулою

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n},$$

де n – кількість конденсаторів;

У випадку двох конденсаторів

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

У випадку n однакових конденсаторів з електроємністю C_1 кожний
 $C = C_1 / n$.

7. Електроємність паралельно з'єднаних конденсаторів:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n,$$

де n – кількість конденсаторів.

У випадку двох конденсаторів:

$$C = C_1 + C_2.$$

У випадку n однакових конденсаторів з електроємністю C_2 кожний

$$C = nC_2.$$

Енергія електричного поля Основні формули

1. Енергія зарядженого провідника виражається через заряд q , потенціал φ та ємність C провідника такими співвідношеннями:

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \varphi.$$

2. Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q U,$$

де C – електроємність конденсатора;

U – різниця потенціалів на його пластинах.

3. Об'ємна густина енергії (енергія електричного поля, що припадає на одиницю об'єму)

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} E D,$$

де E – напруженість електричного поля в середовищі з діелектричною проникністю ε ;

$\vec{D}$ – вектор електричного зміщення.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. У вершинах квадрата перебувають однакові точкові заряди 30 нКл . Який негативний заряд треба помістити в центрі квадрата, щоб зазначена система зарядів перебувала в рівновазі?

Дано:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 30 \text{ нКл} = 30 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

$$q_5 = ?$$

Розв'язання. Всі заряди, розташовані у вершинах квадрата, перебувають в однакових умовах. Тому досить з'ясувати, який заряд слід помістити в центр квадрата, щоб який-небудь із чотирьох зарядів, наприклад q_1 , перебував у рівновазі. Заряд q_1 буде перебувати в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю (рис.6)

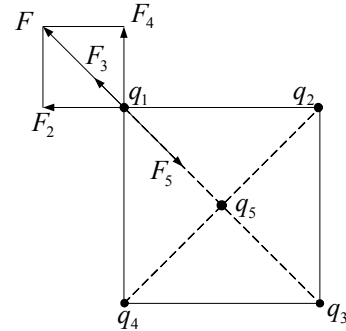


Рисунок 6

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = \vec{F} + \vec{F}_3 + \vec{F}_5 = 0, \quad (1)$$

де $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$, $\vec{F}_5$ – сили, з якими відповідно діють на заряд q_1 заряди q_2 , q_3 , q_4 , q_5 ;

$$\vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_4 \text{ – рівнодійна сил } \vec{F}_2 \text{ та } \vec{F}_4.$$

За законом Кулона, маючи на увазі, що $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$, одержимо

$$F_2 = F_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}, \quad (2)$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}, \quad (3)$$

$$F_5 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q|q_5|}{\epsilon(r/2)^2}, \quad (4)$$

де a – сторона квадрата;

$r = a\sqrt{2}$ – діагональ квадрата.

Як видно з рис. 6, рівнодійна сил $\vec{F}_2$ й $\vec{F}_4$ за напрямком збігається із силою F_3 і за модулем дорівнює $F = \sqrt{F_2^2 + F_4^2} = F_2\sqrt{2}$. З урахуванням цього твердження векторну рівність (1) можна замінити скалярною

$$F + F_3 - F_5 = F_2\sqrt{2} + F_3 - F_5 . \quad (5)$$

Рівність (5) з урахуванням (2) – (4) матиме вигляд

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2\sqrt{2}}{\epsilon a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{\epsilon 2a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q|q_5|}{\epsilon a^2/2} = 0 .$$

Звідки

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) q .$$

Здійснивши обчислення, одержимо

$$|q_5| = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) 3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} = 2,87 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} .$$

Слід зазначити, що рівновага системи зарядів буде нестійкою.

Приклад 2. Два точкових заряди 2 нКл і -1 нКл перебувають у повітрі на відстані 5 см один від одного. Визначити напруженість і потенціал електричного поля в точці, віддаленій від першого заряду на відстань 6 см і від другого заряду на відстань 4 см.

Дано:

$$q_1 = 2 \text{ нКл}$$

$$q_2 = -1 \text{ нКл}$$

$$d = 5 \text{ см}$$

$$r_1 = 6 \text{ см}$$

$$r_2 = 4 \text{ см}$$

$$E - ?$$

$$\varphi - ?$$

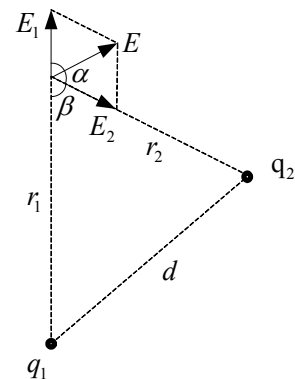


Рисунок 7

Розв'язання. Відповідно до принципу суперпозиції електричних полів кожен заряд створює поле незалежно від наявності в просторі інших зарядів. Напруженість результуючого поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напруженості полів, створюваних у повітрі ($\epsilon = 1$) зарядами q_1 й q_2 визначають за формулами:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{\epsilon r_1^2} , \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{\epsilon r_2^2} . \quad (2)$$

Напрямки векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ зазначені на рис.7. Модуль вектора E знайдемо за теоремою косинусів

$$E = (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha)^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

де α – кут між векторами $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$.

З рис.7 видно, що $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Отже,

$$E = (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \beta)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Із трикутника зі сторонами r_1, r_2, d за теоремою косинусів знаходимо

$$\cos \beta = (r_1^2 + r_2^2 - d^2) / (2r_1r_2).$$

Обчислимо $\cos \beta$ окремо

$$\cos \beta = \frac{6^2 + 4^2 - 5^2}{2 \cdot 6 \cdot 4} = 0,565.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, $q_2 = -10^{-9}$ Кл, $r_1 = 6 \cdot 10^{-2}$ м, $r_2 = 4 \cdot 10^{-2}$ м, $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф, $\epsilon = 1$.

Зробивши обчислення за формулами (1), (2), (4), (5), одержимо:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 5 \cdot 10^3 \text{ В/м},$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 5,62 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

При обчисленні E_2 знак заряду q_2 опущений, тому що знак мінус визначає напрямок вектора $\vec{E}_2$, а напрямок $\vec{E}_2$ був врахований при його графічному зображенні (рис.7).

$$E = \sqrt{(5 \cdot 10^3)^2 + (5,62 \cdot 10^3)^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 5,62 \cdot 10^3 \cdot 0,565} = 4,97 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

За принципом суперпозиції потенціал результуючого поля, створюваного зарядами q_1 й q_2 , дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів φ_1 та φ_2 , тобто $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ або

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right). \quad (5)$$

Зробивши обчислення, одержимо

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-2}} + \frac{-10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} \right) = 75 \text{ В}.$$

Приклад 3. На тонкій нитці, вигнутій по дузі кола радіусом 6 см, рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 20 нКл/м. Визначити напруженість і потенціал електричного поля, створюваного розподіленим зарядом у точці, яка збігається із центром кривизни дуги, якщо довжина нитки становить 1/3 довжини кола.

Дано:

$$R = 6 \text{ см}$$

$$\tau = 20 \text{ нКл/м}$$

$$l = 2/3 R$$

$$E - ? \quad \varphi - ?$$

Розв'язання. Виберемо осі координат так, щоб початок координат збігався із центром кривизни дуги, а вісь OY була б розташована симетрично до кінців дуги (рис.8).

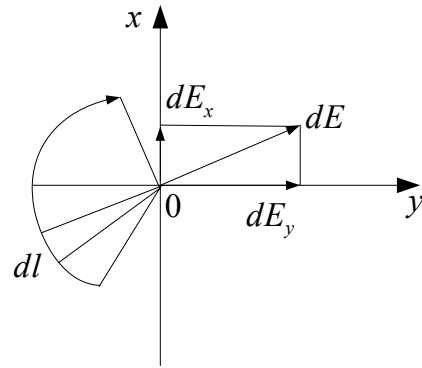


Рисунок 8

Розіб'ємо нитку на елементарні ділянки й виділимо елемент довжиною dl із зарядом $dq = \tau dl$. Цей заряд можна розглядати як точковий.

Визначимо напруженість електричного поля в точці O . Для цієї точки напруженість поля, створюваного зарядом dq , дорівнює

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau dl \vec{r}}{r^2},$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, спрямований від елемента dl у точку O .

Розіб'ємо вектор $d\vec{E}$ на складові $d\vec{E}_x$ й $d\vec{E}_y$. Із умови симетрії випливає, що сума складових $d\vec{E}_x$ від всіх елементарних ділянок нитки дорівнює нулю й результуючий вектор $\vec{E}$ буде спрямований уздовж осі OY . В цьому випадку напруженість поля визначиться так

$$E = A_y = \int_l dE_y, \quad (1)$$

де $dE_y = dE \sin \alpha$.

Оскільки $r = R$ й $dl = R d\alpha$, то

$$dE_y = \frac{\tau R d\alpha}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin \alpha = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \alpha d\alpha. \quad (2)$$

Після підстановки (2) в (1), проведемо інтегрування в межах зміни кута від 0 до $\pi/6$, попередньо помноживши цей інтеграл на 2

$$E = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} 2 \int_0^{\pi/3} \sin \alpha d\alpha = \frac{\tau\sqrt{3}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} . \quad (3)$$

Знайдемо потенціал електричного поля у точці O . У цій точці потенціал поля, створеного точковим зарядом dq , дорівнює

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} . \quad (4)$$

Потенціал результуючого поля одержимо шляхом інтегрування виразу (4) по довжині нитки

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R} .$$

Оскільки $l = 2\pi R / 3$, то

$$\varphi = \frac{\tau}{6\epsilon\epsilon_0} . \quad (5)$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $\tau = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}$, $R = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$, $\epsilon = 1$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Здійснивши обчислення за формулами (3) і (5), одержимо:

$$E = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot \sqrt{3}}{1 \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 5,2 \cdot 10^3 \text{ В/м},$$

$$\varphi = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{6 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 3,77 \cdot 10^2 \text{ В}.$$

Приклад 4. Електричне поле створене довгим циліндром радіусом 1 см , рівномірно зарядженим з лінійною густиною заряду 20 нКл/м . Визначити роботу сил поля з переміщення точкового заряду 25 нКл із точки, що перебуває на відстані 1 см , у точку, що перебуває на відстані 3 см від поверхні циліндра в середній його частині.

Дано:

$$R = 1 \text{ см} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\tau = 20 \text{ нКл/м} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}$$

$$q = 25 \text{ нКл} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$a_1 = 1 \text{ см} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$a_2 = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$A - ?$

Розв'язування. Робота сил поля з переміщення заряду дорівнює

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Для знаходження різниці потенціалів скористаємося співвідношенням $\vec{E} = -grad \varphi$. Для поля з осьовою симетрією, яким є поле циліндра, можна записати

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \quad \text{або} \quad d\varphi = -E dr.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо різницю потенціалів між двома точками, які відстоять від осі циліндра на відстанях r_1 й r_2

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr, \quad (1)$$

$$\text{де } r_1 = a_1 + R, \quad r_2 = a_2 + R.$$

Оскільки циліндр довгий і точки взяті поблизу його середньої частини, то можна скористатися формулою напруженості поля, створюваного нескінченно довгим циліндром

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{\epsilon r}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), одержимо

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_i \epsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_o \epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

або

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_i \epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Таким чином,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\tau}{2\pi\epsilon_i \epsilon} \ln \frac{R + a_2}{R + a_1}.$$

Перевіримо чи дає розрахункова формула одиницю роботи. Для цього в праву частину замість символів величин підставимо їх одиниці

$$\frac{[q][\tau]}{\epsilon_o} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{Кл} \cdot 1\text{м}}{1\text{Ф} \cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф}} = 1\text{В} \cdot 1\text{Кл} = 1\text{Дж}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $\varepsilon = 1$; $\tau = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл/м; $q = 2,5 \cdot 10^{-8}$ Кл; $1/2\pi\varepsilon_0 = 2,9 \cdot 10^9$ м/Ф. Оскільки величини r_2 й r_1 входять у формулу (3) у вигляді відношення, то їх можна виразити в сантиметрах.

Виконавши необхідні розрахунки, одержимо

$$A = 2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 2,9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \ln \frac{1+3}{1+1} = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Приклад 5. Електричне поле створене тонкою нескінченно довгою ниткою, рівномірно зарядженою з лінійною густиною заряду $\tau = 30$ нКл/м. На відстані 20 см від нитки перебуває плоска кругла площадка радіусом 1 см. Визначити потік вектора напруженості електричного поля через площадку, якщо її площина складає кут 30° з лінією напруженості, яка проходить через середину площадки.

Дано:

$$\tau = 30 \text{ нКл/м}$$

$$a = 20 \text{ см}$$

$$R = 1 \text{ см}$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\Delta N_E - ?$$

Розв'язання. Поле, створюване ниткою (дуже тонким циліндром), є неоднорідним, тому воно змінюється в просторі

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\tau}{r}. \quad (1)$$

Потік вектора $\vec{E}$ дорівнює

$$N_E = \int_S E_n dS = \int_S E \cos \beta d\beta,$$

де β – кут між векторами $\vec{E}$ й $\vec{n}$ (рис.9). Оскільки лінійні розміри площадки малі в порівнянні з відстанню до нитки ($a \gg R$), то E в межах площадки змінюється незначно. Тому значення E и $\cos \beta$ під знаком інтеграла можна замінити їх середніми значеннями $\langle E \rangle$ й $\langle \cos \beta \rangle$ і винести за знак інтеграла

$$N_E = \langle E \rangle \langle \cos \beta \rangle \int_S dS = \langle E \rangle \langle \cos \beta \rangle S,$$

де $S = \pi R^2$.

Замінюючи $\langle E \rangle$ й $\langle \cos \beta \rangle$ їх наближеними значеннями E_A й $\cos \beta_A$, розрахованими для середньої точки A площадки, одержимо

$$N_E = E_A S \cos \beta_A = E_A \pi R^2 \cos \beta_A. \quad (2)$$

З рис.10 видно, що

$$\cos \beta_A = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta.$$

З урахуванням цього формула (2) матиме вигляд

$$N_E = E_A \pi R^2 \sin \beta = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{\epsilon a} \pi R^2 \sin \beta.$$

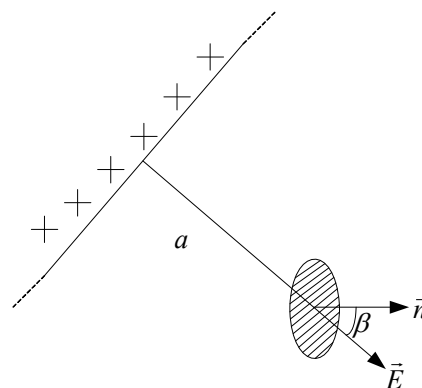


Рисунок 9

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $\tau = 3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}$; $\epsilon = 1$; $a = 0,2 \text{ м}$; $R = 10^{-2} \text{ м}$; $1/2\pi\epsilon_0 = 2,9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$.

Зробивши обчислення, одержимо

$$N_E = 2,9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-8}}{1 \cdot 0,2} 0,5 \cdot 3,14 \cdot (10^{-2})^2 = 0,42 \text{ Вм}.$$

Приклад 6. Електрон рухається в однорідному електричному полі вздовж силової лінії. У деякій точці поля з потенціалом 100 В електрон мав швидкість 4 Мм/с . Визначити потенціал точки поля, дійшовши до якої, електрон втратить половину своєї швидкості.

Дано:

$$\phi_1 = 100 \text{ В}$$

$$v_1 = 4 \text{ Мм/с} = 4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 2 \text{ Мм/с} = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

$$\phi_2 = ?$$

Розв'язання. Через відсутність сил тертя повна механічна енергія електрона не змінюється, тобто $W = \frac{mv^2}{2} + (-e\phi) = \text{const}$,

де $\frac{mv^2}{2}$ – кінетична й $(-e\phi)$ – потенціальна енергія електрона.

Повна енергія на початку руху

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + (-e\phi_1), \quad (1)$$

наприкінці руху з урахуванням того, що $v_2 = v_1/2$,

$$W_2 = \frac{mv_2^2}{2} + (-e\phi_2) = \frac{mv_1^2}{8} + (-e\phi_2). \quad (2)$$

Прирівнявши вирази (1) і (2), одержимо для потенціалу

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \frac{3m v_1^2}{8e}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $v_1 = 4 \cdot 10^6$ м/с; $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Виконавши обчислення, одержимо

$$\varphi_2 = 100 - \frac{3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (4 \cdot 10^6)^2}{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 66 \text{ В}.$$

Можливий й інший підхід до розв'язання. Зміна кінетичної енергії частинки дорівнює роботі результуючої сили, тобто

$$\frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = A.$$

Оскільки електрон гальмується силами поля, то $A = -e(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Приклад 7. Сила взаємного притягання пластин плоского повітряного конденсатора 50 мН. Площа кожної пластини 200 см². Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора.

Дано:

$$F = 50 \text{ мН} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$

$$S = 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

w - ?

Розв'язання. Об'ємна густина енергії поля конденсатора

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}, \quad (1)$$

де $E = \sigma / \varepsilon \varepsilon_0$ – напруженість електричного поля між пластинами конденсатора;

σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Підставивши вираз для E в (1), одержимо

$$w = \frac{\sigma^2}{2 \varepsilon \varepsilon_0}. \quad (2)$$

Знайдемо силу взаємного притягання пластин. Заряд $q = \sigma S$ однієї пластини перебуває в полі напруженістю $E_1 = \sigma / 2 \varepsilon \varepsilon_0$, створеному зарядом

іншої пластини конденсатора. Отже, на заряд першої пластини діє сила

$$F = qE_1 = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Виразивши σ з формули (3) і підставивши її в (2), одержимо

$$w = F / S$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $F = 5 \cdot 10^2 \text{ Н}$, $S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$.

Виконавши необхідні обчислення, одержимо

$$w = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 2,5 \text{ Дж/м}^3.$$

Приклад 8. Між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів 600 В , перебувають два шари діелектриків – скло товщиною 5 мм та ебоніт товщиною 3 мм . Площа кожної пластини 200 см^2 . Визначити: а) напруженість електричного поля, індукцію й спад напруги в кожному шарі; б) електричну ємність конденсатора.

Дано:

$$U = 600 \text{ В}$$

скло,

$$d_1 = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

ебоніт

$$d_2 = 3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$S = 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$E - ? \quad D - ?$$

$$U_1 - ? \quad U_2 - ?$$

$$C - ?$$

Розв'язання. При переході через межу поділу діелектриків нормальна складова вектора $\vec{D}$ в обох шарах діелектриків має однакові значення $D_{1n} = D_{2n}$.

У конденсаторі силові лінії вектора $\vec{D}$ перпендикулярні до межі поділу діелектриків, отже, $D_{1n} = D_1$ й $D_{2n} = D_2$. Тому

$$D_1 = D_2 = D. \quad (1)$$

Врахувавши, що $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, і скорочуючи на ε_0 , з рівності (1) одержимо

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \quad (2)$$

де E_1 й E_2 – напруженості електричного поля в першому й у другому шарах діелектриків;

ε_1 й ε_2 – діелектричні проникності діелектриків.

Різниця потенціалів між пластинами конденсатора очевидно дорівнює сумі напруг на шарах діелектриків

$$U = U_1 + U_2. \quad (3)$$

У межах кожного шару поле однорідне, тому $U_1 = E_1 d_1$ й $U_2 = E_2 d_2$. З урахуванням цього рівність (3) набуде вигляду

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2. \quad (4)$$

Розв'язавши спільно рівняння (2) і (4), одержимо

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}, \quad E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $d_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $d_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м; $\varepsilon_1 = 7$; $\varepsilon_2 = 3$; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Виконавши необхідні обчислення, одержимо

$$E_1 = \frac{3 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{7 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 11,7 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$U_1 = E_1 d_1 = 5 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 250 \text{ В};$$

$$U_2 = E_2 d_2 = 11,7 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 350 \text{ В};$$

$$D = D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10^4 = 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Визначимо ємність конденсатора

$$C = \frac{q}{U}, \quad (5)$$

де $q = \sigma S$ – заряд кожної пластини конденсатора. Враховуючи ту обставину, що поверхнева густина зарядів (на пластинах конденсатора чисельно дорівнює модулю електричного зміщення, тобто ($\sigma = D$),

одержимо

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U} = \frac{DS}{U}.$$

Виконавши необхідні обчислення, одержимо

$$C = \frac{3,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{600} = 103 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 103 \text{ пФ}.$$

Електричний струм Основні формули

1. Сила постійного струму

$$I = q/t,$$

де q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t .

2. Густина електричного струму є векторна величина, яка дорівнює відношенню сили струму до площі S поперечного перерізу провідника:

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \vec{k},$$

де k – одиничний вектор, який за напрямком збігається з напрямком руху позитивних носіїв заряду.

3. Опір однорідного провідника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де ρ – питомий опір речовини провідника;

l – його довжина.

4. Провідність G провідника і питома провідність σ речовини:

$$G = \frac{l}{R}, \quad \sigma = \frac{l}{\rho}.$$

5. Залежність питомого опору від температури

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

де ρ і ρ_0 – питомі опори відповідно при t і 0°C ;

t – температура (за шкалою Цельсія);

α – температурний коефіцієнт опору.

4. Опір послідовно з'єднаних провідників:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i .$$

Опір паралельно з'єднаних провідників

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} ,$$

де R_i – опір i -го провідника;

n – кількість провідників.

7. Закон Ома в інтегральній формі:

- для неоднорідної ділянки кола

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \xi_{12}}{R + r} ;$$

- для однорідної ділянки кола ($\xi_{12} = 0$)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R} ;$$

- для замкнутого кола ($\varphi_1 = \varphi_2$)

$$I = \frac{\xi}{R + r} ,$$

де $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів на кінцях ділянки кола;

$\xi_{1,2}$ – е.р.с. джерел струму, що входять у цю ділянку;

U – напруга на ділянці кола;

R – опір кола (ділянки кола);

ξ – е.р.с. усіх джерел струму замкнутого кола.

8. Правила Кірхгофа.

Перше правило: алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 ,$$

де n – кількість струмів, що сходяться у вузлі.

Друге правило: у замкненому контурі алгебраїчна сума спадів напруги на всіх ділянках контуру дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, тобто

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k \xi_i ,$$

де I – сила струму на i -й ділянці;
 R_i – активний опір на i -й ділянці;
 ξ_i – е.р.с. джерел струму на i -й ділянці;
 n – кількість ділянок, що містять активний опір;
 k – кількість джерел струму на всіх ділянках замкнутого контуру.

9. Робота, яка виконується електростатичним полем і сторонніми силами на ділянці кола постійного струму за час t

$$A = IUt .$$

10. Потужність струму

$$P = IU .$$

11. Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 Rt ,$$

де Q – кількість теплоти, що виділяється на ділянках кола за час t .

Закон Джоуля - Ленца має місце за умови, що ділянка кола нерухома і в ній не здійснюються хімічні перетворення.

12. Густина струму j , середня швидкість $\langle \vec{v} \rangle$ впорядкованого руху носіїв заряду та їх концентрація n пов'язані співвідношенням

$$\vec{j} = nq \langle \vec{v} \rangle ,$$

де q – елементарний заряд.

13. Закон Ома у диференціальній формі

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

де σ – питома провідність провідника ($\sigma = \frac{nq^2\tau}{2m}$);

E – напруженість електричного поля;

τ – середній час вільного руху носіїв струму;

m – маса електрона.

14. Закон Джоуля - Ленца у диференціальній формі

$$\omega = \sigma E^2,$$

де ω – об'ємна густина теплової потужності.

15. Закони електролізу Фарадея. Перший закон

$$m = kQ,$$

де m – маса речовини, що виділилась на електроді під час проходження через електроліт електричного заряду Q ;

k – електрохімічний еквівалент речовини.

Другий закон

$$k = \frac{\mu}{nF},$$

де F – стала Фарадея ($F = 96,5 \text{ ККл/моль}$);

μ – молярна маса іонів даної речовини;

n – валентність іонів.

Об'єднаний закон

$$m = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} Q = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} It$$

де I – сила струму, що проходить через електроліт;

t – час, протягом якого протікав струм.

16. Рухливість іонів

$$b = \frac{\langle v \rangle}{E},$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість впорядкованого руху іонів;

E – напруженість електричного поля.

17. Закон Ома у диференціальній формі для електролітів і газів при самостійному розряді в області, яка далека від насичення,

$$\vec{j} = Qn(b_+ + b_-)\vec{E},$$

де Q – заряд іона;

n – концентрація іонів;

b_+ і b_- – рухливість відповідних іонів;

18. Густина струму насичення

$$I_{\text{нас}} = Qn_0d,$$

де n_0 – кількість пар іонів, які створює іонізатор в одиниці об'єму за одиницю часу;

d – відстань між електродами ($n_0 = N/(Vt)$), де N – кількість пар іонів, що створює іонізатор за час t у просторі між електродами;

V – об'єм цього простору.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Резистор опором 5 Ом , вольтметр і джерело струму з'єднані паралельно. Вольтметр показує напруга 10 В . Якщо збільшити опір до 12 Ом , то вольтметр покаже напругу 12 В . Визначити е.р.с. і внутрішній опір джерела струму. Струмом через вольтметр знехтувати.

Дано:

$$R_1 = 5\text{ Ом}$$

$$U_1 = 10\text{ В}$$

$$R_2 = 12\text{ Ом}$$

$$U_2 = 12\text{ В}$$

$$\mathcal{E} - ? R_0 - ?$$

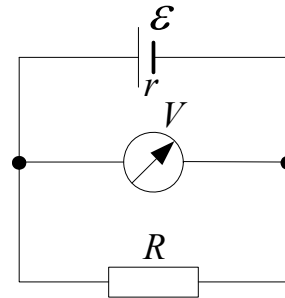


Рисунок 10

Розв'язання. Насамперед необхідно зобразити електричну схему (рис.10).

Оскільки струмом через вольтметр можна знехтувати, то струм через резистор такий же, як і через джерело струму.

Позначимо цей струм через I . Він визначається за законом Ома для повного кола

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (1)$$

де r – внутрішній опір джерела;

R – опір зовнішнього навантаження.

Вольтметр вимірює спад напруги на навантаженні. При навантаженні $R_1 = 5\text{ Ом}$ струм у колі дорівнює I_1 , при навантаженні R_2 струм дорівнює I_2 , тобто

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}. \quad (2)$$

При цьому спади напруг відповідно рівні U_1 й U_2 :

$$U_1 = I_1 R_1, \quad (3)$$

$$U_2 = I_2 R_2. \quad (4)$$

Знайдемо відношення лівих і правих частин рівнянь (1) і (2)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}. \quad (5)$$

Звільняючись від знаменників, одержуємо з рівняння (5)

$$I_1 R_1 + I_1 r = I_2 R_2 + I_2 r.$$

Поєднавши доданки з r , знаходимо

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2}.$$

Або, врахувавши формули (3) і (4), одержуємо

$$r = (U_2 - U_1) \left(\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} \right)^{-1}.$$

Підставляючи в цю формулу дані з умови задачі, одержуємо

$$r = (12 - 10) \left(\frac{10}{5} - \frac{12}{12} \right)^{-1} = 2 \text{ Ом}.$$

Значення е.р.с. можна знайти зі співвідношення (1) або (2)

$$\mathcal{E} = I_1 (R_1 + r) = \frac{U_1}{R_1} (R_1 + r) = \frac{10}{5} (5 + 2) = 14 \text{ В}.$$

Приклад 2. Електричне коло складається із трьох джерел струму з е.р.с. $\mathcal{E}_1 = 6 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$, $\mathcal{E}_3 = 4 \text{ В}$ і резисторів з опорами $R_1 = 2 \text{ Ом}$ й $R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}$ (рис. 11). Знайти силу струму в резисторі R_2 і напругу на його затискачах.

Дано:

$$\mathcal{E}_1 = 6 \text{ В}$$

$$\mathcal{E}_2 = 2 \text{ В}$$

$$\mathcal{E}_3 = 4 \text{ В}$$

$$R_1 = 2 \text{ Ом}$$

$$\underline{R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}}$$

$$I_2 - ? \quad U_2 - ?$$

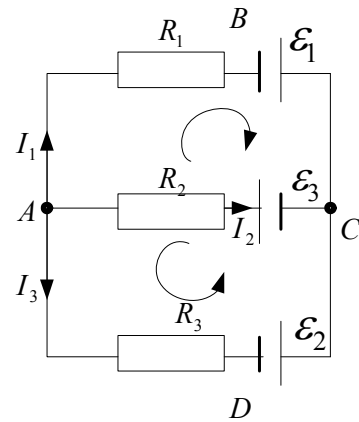


Рисунок 11

Розв'язання. Виберемо напрямки струмів, як зазначено на рис.11, і домовимося обходити контур ABC за годинниковою, а контур CDA

проти годинникової стрілки.

За першим законом Кірхгофа для вузла С маємо

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

За другим законом Кірхгофа для контуру ABC маємо

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2.$$

Відповідно, для контуру CDA

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3.$$

Після підстановки числових значень одержимо

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

$$2I_1 + 4I_2 = 8;$$

$$4I_2 - 4I_3 = 6.$$

Цю систему 3-х рівнянь із трьома невідомими можна розв'язати, користуючись методом визначників.

Складемо й обчислимо визначник системи Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & -4 \end{vmatrix} = -16$$

і визначник ΔI_2

$$\Delta^2_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 8 & 0 \\ 0 & 6 & -4 \end{vmatrix} = -44.$$

Звідси одержуємо силу струму

$$I_2 = \Delta^2_2 / \Delta = -44 / -16 = 2,75 \text{ A}.$$

Напруга на кінцях реостата R_2 дорівнює

$$U_2 = I_2 R_2 = 2,75 \cdot 4 = 11 \text{ В.}$$

Приклад 3. Сила струму в провіднику опором 20 Ом рівномірно зростає протягом часу 2 с від 0 до 4 А . Визначити кількість теплоти, яка виділилася у провіднику за перші півтори секунди.

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$I_1 = 0 \text{ А}$$

$$I_2 = 4 \text{ А}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 2 \text{ с}$$

$$t_3 = 1,5 \text{ с}$$

$$\Delta Q - ?$$

Розв'язання. Відповідно до закону Джоуля-Ленца, теплова потужність, яка виділяється на опорі R , дорівнює

$$P = I^2 R.$$

Кількість тепла dQ , що виділяється за час dt у цей момент часу t , дорівнює

$$dQ = P dt = I^2 R dt. \quad (1)$$

За умовою задачі сила струму рівномірно наростає, тобто є лінійною функцією часу

$$I = at + b. \quad (2)$$

У початковий момент $t_1 = 0$ струм I_1 дорівнює нулю, тому в рівнянні (2) маємо $b = 0$. Таким чином

$$I = at. \quad (3)$$

Коефіцієнт a знайдемо з умови, що $I_2 = 4 \text{ А}$ при $t_2 = 2 \text{ с}$

$$I_2 = at_2.$$

Звідки одержуємо

$$a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ А/с.}$$

Підставляючи у формулу (1) вираз (3) і інтегруючи за часом від 0 до t_3 , знайдемо кількість тепла, яка виділилася у провіднику

$$\Delta Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2 R dt = a^2 R \int_{t_1}^{t_3} t^2 dt = \frac{a^2 R}{3} (t_3^3 - t_1^3). \quad (4)$$

Підставляючи у формулу (4) значення вхідних параметрів, одержимо

$$\Delta Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3} (1,5^3 - 0) = 90 \text{ Дж}$$

Задачі

137. Точкові заряди $q_1 = 20 \text{ мкКл}$ і $q_2 = -10 \text{ мкКл}$ знаходяться на відстані 5 см один від одного. Визначити силу, яка діє на точковий заряд $q_o = 1 \text{ мкКл}$, розміщений у точці, на відстані 3 см від першого і 4 см від другого заряду.

Відповідь: $F = 207,7 \text{ Н}$.

138. Два точкових заряди $q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ і $q_2 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$ знаходяться на відстані $r = 6,5 \text{ см}$ один від одного. Знайти положення точки, у якій напруженість електростатичного поля E дорівнює нулю. Розглянути випадок однойменних зарядів.

Відповідь: $r_1 = 2,68 \text{ см}$ від першого заряду.

139. Два точкових заряди $q_1 = -50 \text{ нКл}$ і $q_2 = 100 \text{ нКл}$ знаходяться на відстані 20 см один від одного. З якою силою ці заряди будуть діяти на третій заряд $q_o = -10 \text{ нКл}$, якщо він перебуває на однаковій відстані 20 см від перших двох зарядів.

Відповідь: $F = 194 \text{ мкН}$.

140. Дві кульки масою 1 г кожна підвішені на нитках, верхні кінці яких з'єднані разом. Довжина кожної нитки 10 см . Які однакові заряди треба надати кулькам, щоб нитки розійшлися на кут 60° ?

Відповідь: $q = 800 \text{ нКл}$.

141. До нескінченної рівномірно зарядженої вертикальної площини підвішена на нитці однойменно заряджена кулька масою 50 мг і зарядом $0,6 \text{ нКл}$. Натяг нитки, на якій висить кулька $0,7 \text{ мН}$. Знайти поверхневу густину заряду на площині.

Відповідь: $\sigma = 14,4 \text{ мкКл/м}^2$.

142. Дві довгі рівнобіжні нитки знаходяться на відстані 5 см одна від одної, на нитках рівномірно розподілені заряди з лінійними густинами $\tau_1 = -5 \text{ нКл/см}$ і $\tau_2 = 10 \text{ нКл/см}$. Визначити напруженість електричного поля у точці, віддаленій від першої нитки на відстань 3 см і від другої на відстань 4 см .

Відповідь: $E = 5,4 \cdot 10^3 \text{ В/м}$.

143. Відстань між двома точковими зарядами $q_1 = 2 \text{ нКл}$ і $q_2 = -4 \text{ нКл}$ дорівнює 60 см . Де треба розмістити третій заряд, щоб система всіх трьох зарядів перебувала у рівновазі. Знайти величину і знак третього заряду. Стійка чи не стійка буде рівновага?

Відповідь: $r = 0,25 \text{ м}$ в сторону першого заряду; нестійка.

144. У вершинах рівностороннього трикутника, сторони якого $a = 2 \text{ см}$, знаходяться однакові позитивні заряди $q = 0,46 \text{ мкКл}$ кожний. Знайти силу F , яка діє на кожний із цих зарядів зі сторони інших зарядів.

Відповідь: $F = 8,24 \text{ Н}$.

145. Чотири однакові заряди $q = 40 \text{ нКл}$ закріплені у вершинах квадрата зі стороною 10 см . Знайти силу, яка діє на один із цих зарядів з боку трьох інших.

Відповідь: $F = 68,7 \text{ мН}$.

146. У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди $q = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$. Який негативний заряд q_0 потрібно помістити в центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була зрівноважена силами притягання негативного заряду?

Відповідь: $q_0 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$.

147. Дві кульки, масою $m = 0,1 \text{ г}$ кожна, підвішені в одній точці на нитках довжиною $l = 20 \text{ см}$. Отримавши однаковий заряд, кульки розійшлись так, що нитки утворили між собою кут $\alpha = 60^\circ$. Знайти заряд кожної кульки.

Відповідь: $q = 4l \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{\pi \epsilon_0 g m \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 50,1 \text{ нКл}$.

148. Три однакових заряди $q = 1 \text{ нКл}$ кожний розміщені у вершинах рівностороннього трикутника. Який негативний заряд q_1 потрібно помістити у центрі трикутника, щоб його притягання зрівноважило сили взаємного відштовхування зарядів? Чи буде ця рівновага стійкою?

Відповідь: $q_1 = q \frac{\sqrt{3}}{3} = -0,577 \text{ нКл}$.

149. Тонке півкільце радіусом $R = 10 \text{ см}$ має рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. У центрі кривизни півкільця розміщений заряд $q = 20 \text{ нКл}$. Визначити силу F взаємодії точкового заряду і зарядженого півкільця.

Відповідь: $F = \frac{q_\tau}{2\pi\epsilon_0 r} = 3,6 \text{ мН}$.

150. Прямий металевий стрижень діаметром $d = 5 \text{ см}$ і довжиною $l = 4 \text{ м}$ має рівномірно розподілений вздовж його поверхні заряд $q = 500 \text{ нКл}$. Визначити напруженість E поля в точці, яка розміщена проти середини стрижня на відстані $a = 1 \text{ см}$ від його поверхні.

Відповідь: $64,3 \text{ кВ/м}$.

151. У центрі пустотілої кулі радіусом $R = 20 \text{ см}$ розміщений точковий заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Визначити потік Φ_E , вектора напруженості електричного поля через частину поверхні цієї кулі площею $S = 20 \text{ см}^2$.

Відповідь: $\Phi_E = \frac{QS}{4\pi\epsilon_0 R^2} = 4,5 \text{ В/м}$.

152. Тонкі стрижні утворюють квадрат із сторонами довжиною a . Стрижні заряджені з лінійною густиною $\tau = 1,33 \text{ нКл/м}$. Визначити потенціал φ у центрі квадрата.

Відповідь: $33,6 \text{ В}$.

153. Дві однаково заряджені кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α . Кульки занурюються у масло, густина якого $\rho_0 = 8 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Визначити діелектричну проникність ϵ масла, якщо кут розходження ниток після занурення кульок у масло залишається незмінним. Густина матеріалу кульок $\rho = 1,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Відповідь: $\epsilon = \frac{\rho}{(\rho - \rho_0)} = 2$.

154. У вершинах квадрата розміщені однакові позитивні заряди $Q = 0,3 \text{ нКл}$ кожний. Який негативний заряд Q_1 потрібно помістити у центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була зрівноважена силою притягання негативного заряду?

Відповідь: $Q_1 = -\frac{1}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) Q = -0,287 \text{ нКл}$.

155. Тонке кільце радіусом $R = 10 \text{ см}$ має рівномірно розподілений по його довжині заряд $Q = 0,1 \text{ мкКл}$. На перпендикулярі до площини кільця, проведеного з його середини знаходиться точковий заряд $Q_1 = 10 \text{ нКл}$. Визначити силу F , яка діє на точковий заряд Q з боку зарядженого кільця, якщо він віддалений від центра кільця на а) $l_1 = 20 \text{ см}$; б) $l_2 = 2 \text{ м}$.

Відповідь: а) $F_1 = \frac{QQ_1 a}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + l_1^2)^{3/2}} = 0,16 \text{ мН}$; б) $F_2 = \frac{QQ_1}{4\pi\epsilon_0 l_2^2} = 2,25 \text{ мкН}$.

156. Нескінченно довга тонкостінна металева трубка радіусом $R = 2 \text{ см}$ має рівномірно розподілений по поверхні заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Визначити напруженість E поля в точках, які віддалені від осі трубки на відстані $r_1 = 1 \text{ см}$; $r_2 = 3 \text{ см}$. Побудувати графік залежності $E(r)$.

Відповідь: $E_0 = 0$; $E_2 = \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r_2} = 75,5 \text{ В/м}$.

157. Нескінченна площина має заряд, який рівномірно розподілений із поверхневою густиною $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$. На деякій відстані від площини паралельно до неї розміщене кільце радіусом $r = 10 \text{ см}$. Визначити потік Φ_E вектора напруженості електричного поля площини через це кільце.

Відповідь: $\Phi_A = \pi\sigma r^2 / (2\varepsilon_0) = 1,78 \text{ кВ/м}$.

158. Нескінченно довга тонка пряма нитка рівномірно заряджена з лінійною густиною $\tau = 0,01 \text{ мкКл/м}$. Визначити різницю потенціалів $\Delta\varphi$ двох точок поля, віддалених від нитки на $r_1 = 2 \text{ см}$ і $r_2 = 4 \text{ см}$.

Відповідь: $\Delta\varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = 125 \text{ В}$.

159. Сто однакових крапель ртуті, заряджених до потенціалу $\varphi = 20 \text{ В}$ кожна, зливаються в одну велику краплю. Який потенціал φ_1 утвореної великої краплі?

Відповідь: 432 В .

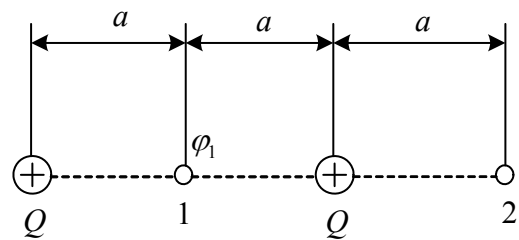


Рисунок 12

160. Електричне поле створене двома однаковими позитивними зарядами Q . Яку роботу сил поля $A_{1,2}$ необхідно виконати, щоб перемістити заряд $Q_1 = 10 \text{ нКл}$ із точки 1, з потенціалом $\varphi_1 = 300 \text{ В}$, у точку 2 (рис.12)?

Відповідь: $A_{1,2} = \frac{2}{3} Q_1$; $\varphi_1 = 2 \text{ мкДж}$.

161. Електричне поле створене зарядженим кільцем радіусом R з лінійною густиною заряду $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. Визначити роботу $A_{1,2}$ сил поля, яку слід виконати, щоб перемістити заряд $Q = 10 \text{ нКл}$ із точки 1 (у центрі кільця) в точку 2, яка розміщена на відстані R вздовж перпендикуляра до площини кільця (рис. 13).

Відповідь: $A_{1,2} = \frac{Q\tau}{2\varepsilon_0} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \right) = 165 \text{ мкДж}$.

162. Поле утворене нескінченною рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною зарядів $\sigma = 40 \text{ нКл/м}^2$. Визначити різницю потенціалів двох точок поля, які віддалені від площини на 15 см і 20 см .

Відповідь: $\Delta\varphi = 113 \text{ В}$.

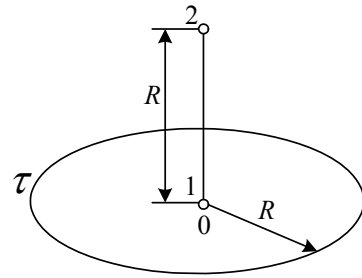


Рисунок 13

163. Тонкий стрижень довжиною $l = 12 \text{ см}$ заряджений з лінійною густиною $\tau = 200 \text{ нКл/м}$. Знайти напруженість E електричного поля в точці, яка перебуває на відстані $r = 5 \text{ см}$ від стрижня проти його середини.

Відповідь: $55,7 \text{ кВ/м}$.

164. Тонке кільце радіусом $R = 8 \text{ см}$ несе заряд, рівномірно розподілений з лінійною густиною $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Яка напруженість E електричного поля в точці, рівновіддаленій від всіх точок кільця на відстань $r = 10 \text{ см}$?

Відповідь: $2,71 \text{ кВ/м}$.

165. Дуже довгий тонкий прямий дріт має заряд, який рівномірно розподілений по його довжині. Обчислити лінійну густину τ заряду, якщо напруженість E поля на відстані $a = 0,5 \text{ м}$ від дроту проти його середини дорівнює 200 В/м .

Відповідь: $5,55 \text{ нКл/м}$.

166. Електричне поле створене двома безмежними паралельними пластинами, які несуть однаковий рівномірно розподілений по площі заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Визначити напруженість E поля: 1) між пластинами; 2) поза пластинами. Побудувати графік зміни напруженості поля впродовж лінії, перпендикулярної до пластин.

Відповідь: $0; 113 \text{ В/м}$.

167. Безмежна пряма нитка має рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau_1 = 1 \text{ мкКл/м}$. На одній осі з ниткою розташоване тонке кільце, заряджене рівномірно з лінійною густиною $\tau_2 = 10 \text{ нКл/м}$. Визначити силу F , яка розтягує кільце. Взаємодією між окремими елементами кільця знехтувати.

Відповідь: $1,13 \text{ мН}$.

168. На відрізку тонкого прямого провідника рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Обчислити потенціал φ електричного поля, створеного цим зарядом у точці, розташованій на осі провідника й віддаленій від найближчого кінця відрізка на відстань, яка дорівнює довжині цього відрізка.

Відповідь: $62,4 \text{ В}$.

169. Безмежно довга тонка пряма нитка має рівномірно розподілений по її довжині заряд з лінійною густиною $\tau = 0,01 \text{ мкКл/м}$. Визначити різницю потенціалів $\Delta\phi$ двох точок поля, віддалених від нитки на $r_1 = 2 \text{ см}$ і $r_2 = 4 \text{ см}$.

Відповідь: 125 В .

170. Визначити електроємність C Землі, приймаючи її за кулю радіусом $R = 6400 \text{ км}$.

Відповідь: 712 мкФ .

171. Електроємність C плоского конденсатора дорівнює $1,5 \text{ мкФ}$. Відстань d між пластинами дорівнює 5 мм . Яка буде електроємність C_1 цього конденсатора, якщо на нижню пластину покласти аркуш ебоніту товщиною $d_1 = 3 \text{ мм}$?

Відповідь: $2,5 \text{ мкФ}$.

172. Сила F притягання між пластинами плоского повітряного конденсатора дорівнює 50 мН . Площа S кожної пластини дорівнює 200 см^2 . Знайти густину енергії ω поля конденсатора.

Відповідь: $2,5 \text{ Дж/м}^3$.

173. Відстань між пластинами плоского конденсатора $d = 2 \text{ мм}$, різниця потенціалів на пластинах дорівнює 600 В . Заряд кожної пластини $q = 40 \text{ нКл}$. Визначити енергію поля конденсатора і силу взаємного притягання пластин.

Відповідь: $W = 1,2 \text{ мкДж}$; $F = 12 \text{ мН}$.

174. Порошинка масою 20 мкг , маючи заряд $q = -40 \text{ нКл}$, влетіла в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів у 200 В швидкість порошинки зменшилася до 10 м/с . Визначити початкову швидкість порошинки.

Відповідь: $v_i = 30 \text{ м/с}$.

175. Електрон з кінетичною енергією 10 еВ , влітає в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній. Яку швидкість буде мати цей електрон після проходження у полі різниці потенціалів 8 В ?

Відповідь: $v = 8,35 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

176. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі зі стану спокою шлях від однієї пластини до іншої, набув швидкості 10^5 м/с . Відстань між пластинами $d = 8 \text{ мм}$. Знайти: а) різницю потенціалів між пластинами; б) поверхневу густину заряду на пластинах.

Відповідь: $U = 0,028 \text{ В}$; $\sigma = 3,14 \cdot 10^{-11} \text{ Кл/м}^2$.

177. Дві однакові краплі ртуті, які заряджені до потенціалу 20 В , зливаються в одну. Який потенціал буде мати утворена крапля?

Відповідь: $\varphi = 31,7 \text{ В}$.

178. Порошинка масою 5 нг , яка має заряд в 10 електронів, пройшла у вакуумі прискорювану різницю потенціалів 1 кВ . Яку кінетичну енергію буде мати порошинка? Чому дорівнює швидкість порошинки?

Відповідь: $W = 1 \text{ кеВ}$.

179. Заряджена частинка, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів у 600 кВ , набула швидкості $5,4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Визначити питомий заряд частинки (відношення заряду до маси).

Відповідь: $q/m = 2,43 \text{ Кл/кг}$.

180. Протон, початкова швидкість якого дорівнює 100 км/с , влетів у однорідне електричне поле ($E = 300 \text{ В/см}$) так, що вектор швидкості збігся з напрямком ліній напруженості. Який шлях має пройти протон у напрямку ліній поля, щоб його швидкість подвоїлася?

Відповідь: $s = 5,2 \text{ мм}$.

181. По тонкому кільцю радіусом $R = 8 \text{ см}$ рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 6 \text{ нКл/м}$. Знайти потенціал: а) у центрі кільця; б) у точці, яка лежить на осі кільця на відстані 6 см від площини кільця.

Відповідь: а) $\varphi_o = 338 \text{ В}$; б) $\varphi = 271,8 \text{ В}$.

182. Відстань l між зарядами $Q = \pm 3,2 \text{ нКл}$ диполя дорівнює 12 см . Знайти напруженість E і потенціал φ поля, створеного диполем у точці, яка віддалена на $r = 8 \text{ см}$ як від першого, так і від другого заряду.

Відповідь: $6,75 \text{ кВ/м}$.

183. Два точкових диполі з електричними моментами $p_1 = 1 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ і $p_2 = 4 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ розміщені на відстані $r = 2 \text{ см}$ один від одного. Знайти силу їх взаємодії, якщо осі диполів лежать на одній прямій.

Відповідь: $F = \frac{3p_1 p_2}{2\pi\epsilon_0 r^4} = 1,35 \text{ мкН}$.

184. Диполь з електричним моментом $p = 100 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ вільно установлюється в однорідному електричному полі з напруженістю $E = 150 \text{ кВ/м}$. Визначити роботу A , яка необхідна для того, щоб повернути диполь на кут $\alpha = 180^\circ$.

Відповідь: $A = 2pE = 30 \text{ мкДж}$.

185. Тонка кругла пластина має рівномірно розподілений по поверхні заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Радіус R пластини дорівнює 5 см . Визначити потенціал φ електричного поля у двох точках: а) у центрі пластини; б) у точці, яка лежить від осі, перпендикулярній площині пластини, і розміщена від центра пластини на $a = 5 \text{ см}$.

Відповідь: а) $\varphi = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} = 360 \text{ В}$, б) $\varphi = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R} (\sqrt{R^2 + a^2} - a) = 149 \text{ В}$.

186. Визначити роботу A_{12} , яку необхідно виконати для переміщення заряду $Q = 50 \text{ нКл}$ із точки 1 у точку 2 (рис. 14) в полі, створеному двома зарядами, модуль $|Q|$ яких дорівнює 1 мКл , а відстань $a = 0,1 \text{ м}$.

Відповідь: $A = 660 \text{ мкДж}$.

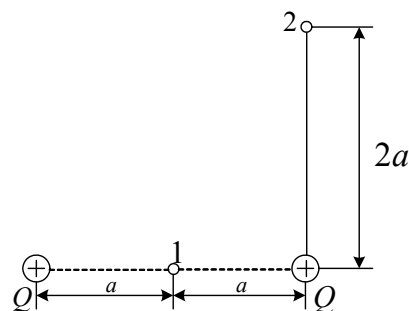


Рисунок 14

187. Нескінченна пряма нитка несе рівномірно розподілений заряд ($\tau = 0,1 \text{ мКл/м}$). Визначити роботу $A_{1,2}$ сил поля з переміщення заряду $Q = 50 \text{ нКл}$ із точки 1 у точку 2 (рис. 15).

Відповідь: $A_{1,2} = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 2 = 62,4 \text{ мкДж}$.

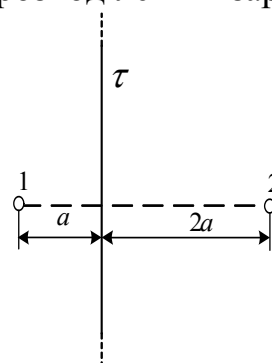


Рисунок 15

188. Два точкових диполі з електричними моментами $p_1 = 20 \text{ нКл·м}$ і $p_2 = 50 \text{ нКл·м}$ розміщені на відстані $a = 10 \text{ см}$ один від одного так, що їх осі лежать на одній прямій. Знайти взаємну потенціальну енергію диполів, яка відповідає їх стійкій рівновазі.

Відповідь: $\Pi = \frac{p_1 p_2}{2\pi\epsilon_0 r^3} = 18 \text{ нДж}$.

189. Диполь з електричним моментом $p = 0,12 \text{ нКл·м}$ утворений двома точковими зарядами $Q = \pm 1 \text{ нКл}$. Знайти напруженість E і потенціал φ електричного поля в точках А і В (рис.16), які розміщені на відстані $r = 8 \text{ см}$ від центра диполя.

Відповідь: $E_A = 1,08 \text{ кВ/м}$; $\varphi_A = 0$; $E_B = 0,9 \text{ В}$.

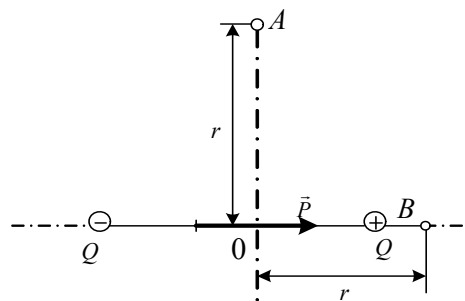


Рисунок 16

190. Диполь з електричним моментом $p = 100 \text{ нКл·м}$ вільно установився в однорідному електричному полі напруженістю $E = 10 \text{ кВ/м}$.

Знайти зміну потенціальної енергії $\Delta\Pi$ диполя при повертанні його на кут $\alpha = 60^\circ$.

Відповідь: $\Delta\Pi = pE(1 - \cos \alpha) = 0,5 \text{ мкДж}$.

191. Дві металеві кулі радіусами $R_1 = 2 \text{ см}$ і $R_2 = 6 \text{ см}$ з'єднані провідником, ємністю якого можна знехтувати. Кулям надано заряд $Q = 1 \text{ нКл}$. Знайти поверхневу густину σ зарядів на кулях.

Відповідь: $\sigma_1 = 49,8 \text{ нКл/м}^2$;

192. На пластинах плоского конденсатора рівномірно розподілений заряд з поверхневою густиною $\sigma = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$. Відстань d між пластинами дорівнює 1 мм . На скільки зміниться різниця потенціалів на його обкладках при збільшенні відстані d між пластинами до 3 мм ?

Відповідь: $\Delta U = 22,6 \text{ В}$.

193. Електроємність C плоского конденсатора дорівнює $1,5 \text{ мкФ}$. Відстань d між пластинами дорівнює 5 мм . Яка буде електроємність C конденсатора, якщо на нижню пластину покласти лист ебоніту товщиною $d_1 = 3 \text{ мм}$?

Відповідь: $2,5 \text{ мкФ}$.

194. Конденсатор електроємністю $C_1 = 0,2 \text{ мкФ}$ був заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 320 \text{ В}$. Після його паралельного з'єднання з іншим конденсатором, зарядженим до різниці потенціалів $U_2 = 450 \text{ В}$, напруга U на ньому змінилася до 400 В . Визначити ємність C_2 другого конденсатора.

Відповідь: $C_2 = \frac{U - U_1}{U_2 - U_1} \cdot C_1 = 0,32 \text{ мкФ}$.

195. Три однакових плоских конденсатори з'єднані послідовно. Електроємність C такої батареї конденсаторів дорівнює 89 нФ . Площа S кожної пластини дорівнює 100 см^2 . Діелектрик – скло. Яка товщина d скла?

Відповідь: $2,32 \text{ мм}$.

196. Конденсатори електроємностями $C_1 = 10 \text{ нФ}$, $C_2 = 40 \text{ нФ}$, $C_3 = 2 \text{ нФ}$, $C_4 = 30 \text{ нФ}$ з'єднані так, як це показано на рис.17. Визначити електроємність C з'єднання.

Відповідь: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 20 \text{ нФ}$.

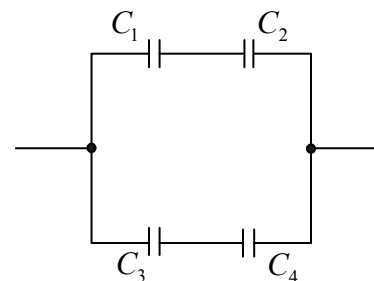


Рисунок 17

197. Куля радіусом $R_1 = 6 \text{ см}$ заряджена до потенціалу $\phi_1 = 300 \text{ В}$, а куля радіусом $R_2 = 4 \text{ см}$ – до потенціалу $\phi_2 = 500 \text{ В}$. Визначити потенціал

φ куль після того, як їх з'єднали металевим провідником. Їмністю з'єднувального провідника знехтувати.

Відповідь: $\frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2} = 380 \text{ В.}$

198. Між пластинами плоского конденсатора розміщена скляна пластинка, яка щільно прилягає до стінки конденсатора. Конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 100 \text{ В.}$ Яка буде різниця потенціалів U_2 якщо вийняти скляну пластинку із конденсатора?

Відповідь: 700 В.

199. Конденсатор електроємністю $C_1 = 0,6 \text{ мкФ}$ був заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 300 \text{ В}$ і з'єднаний з іншим конденсатором електроємністю $C_2 = 0,4 \text{ мкФ}$, зарядженим до різниці потенціалів $U_2 = 150 \text{ В.}$ Знайти заряд ΔQ , який перетікає з пластин першого конденсатора на другий.

Відповідь: $\Delta Q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (U_1 - U_2) = 36 \text{ мкКл.}$

200. Конденсатори ємностями $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$, $C_4 = 1 \text{ мкФ}$ з'єднані так, як це показано на рис.18. Різниця потенціалів на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100 \text{ В.}$

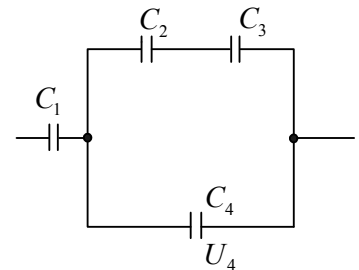


Рисунок 18

Знайти заряди і різниці потенціалів на обкладках кожного конденсатора, а також загальний заряд і різницю потенціалів батареї конденсаторів.

Відповідь: $200 \text{ мкКл}; 120 \text{ мкКл}; 120 \text{ мкКл}; 100 \text{ мкКл}; 110 \text{ В}; 60 \text{ В}; 40 \text{ В}; 220 \text{ мкКл}; 210 \text{ В.}$

201. Визначити електроємність схеми, наведеної на рис.19, де $C_1 = 1 \text{ нФ}$, $C_2 = 2 \text{ нФ}$, $C_3 = 2 \text{ нФ}$, $C_4 = 4 \text{ нФ}$, $C_5 = 3 \text{ нФ}$.

Відповідь: 2 нФ.

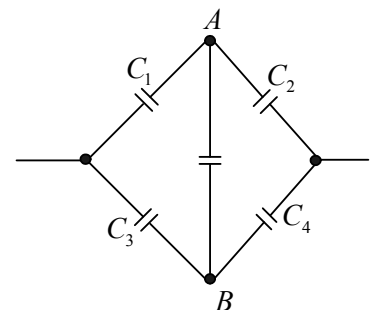


Рисунок 19

202. Чому дорівнює потенціальна енергія Π системи чотирьох однакових точкових зарядів $Q = 10 \text{ нКл}$, розміщених у вершинах квадрата зі стороною $a = 10 \text{ см}$?

Відповідь: $\dot{I} = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon_0 a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 48,8 \text{ мкДж.}$

203. Яка кількість теплоти Q виділиться при розрядці плоского конденсатора, якщо різниця потенціалів U між пластинами

дорівнює 15 кВ , відстань $d = 1 \text{ мм}$, діелектрик - слюда і площа S кожної пластини складає 300 см^2 ?

Відповідь: $0,209 \text{ Дж}$.

204. Плоский повітряний конденсатор складається із двох круглих пластин радіусом $r = 10 \text{ см}$ кожна. Відстань d_1 між пластинами дорівнює 1 см . Конденсатор зарядили до різниці потенціалів $U = 1,2 \text{ кВ}$ і від'єднали від джерела струму. Яку роботу A потрібно здійснити, щоб, віддаляючи пластини одна від одної, збільшити відстань між ними до $d_2 = 3,5 \text{ см}$?

Відповідь: 50 мкДж .

205. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено діелектриком (фарфор), об'єм V якого дорівнює 100 см^3 . Поверхнева густина заряду σ на пластинах конденсатора дорівнює $8,85 \text{ нКл/м}$. Визначити роботу A , яку потрібно виконати, щоб видалити діелектрик із конденсатора. Тертям діелектрика об пластини знехтувати.

Відповідь: $A = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) \left(\frac{2\epsilon - 1}{\epsilon} \right) V = 63,5 \text{ нДж}$ (ϵ – діелектрична проникність фарфору).

206. Ізольована металева сфера електроємністю $C = 10 \text{ нФ}$ заряджена до потенціалу $\varphi = 3 \text{ кВ}$. Визначити енергію W поля, яке розміщене в сферичному шарі, обмеженому сферою і концентричною з нею сферичною поверхнею, радіус якої у три рази більший, ніж радіус сфери.

Відповідь: 30 мкДж .

207. Парафінова куля радіусом $R = 10 \text{ см}$ заряджена рівномірно за об'ємом з об'ємною густиною $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Визначити енергію W_1 електричного поля, зосередженого у самій кулі, енергію W_2 поза кулею.

Відповідь: $W_1 = \frac{2\pi}{45} \frac{\rho^2}{\epsilon_0} R^5 = 7,88 \text{ нДж}$; $\frac{2\pi}{9} \frac{\rho^2}{\epsilon_0} R^5 = 78,8 \text{ нДж}$.

208. Визначити потенціальну енергію Π системи чотирьох точкових зарядів, розміщених у вершинах квадрата зі стороною $a = 10 \text{ см}$. Заряди однакові за абсолютним значенням $Q = 10 \text{ нКл}$, але два з них негативні. Розглянути два можливих випадки розміщення зарядів.

Відповідь: $\Pi = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{2} = 12,7 \text{ мкДж}$, якщо однойменні заряди розміщені в протилежних вершинах квадрата; і $\Pi = \frac{-Q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \sqrt{2} = -12,7 \text{ мкДж}$, якщо різнойменні заряди розміщені в протилежних вершинах квадрата.

209. Відстань d між пластинами плоского конденсатора дорівнює 2 см ,

різниця потенціалів $U = 6 \text{ кВ}$. Заряд Q кожної пластини дорівнює 10 нКл . Визначити енергію W поля конденсатора і силу F взаємного притягання пластин.

Відповідь: 30 мкДж ; 15 мН .

210. Плоский повітряний конденсатор електроємністю $C = 1,11 \text{ нФ}$ заряджений до різниці потенціалів $U = 300 \text{ В}$. Після вимикання від джерела струму відстань між пластинами конденсатора була збільшена у п'ять разів. Визначити: а) різницю потенціалів U на обкладинках конденсатора після їх розсування; б) роботу A зовнішніх сил з розсування пластин.

Відповідь: 1500 В ; $0,2 \text{ мДж}$.

211. Електроємність C плоского конденсатора дорівнює 111 нФ . Діелектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до різниці потенціалів $U = 600 \text{ В}$ і від'єднали від джерела напруги. Яку роботу A потрібно здійснити, щоб вийняти діелектрик із конденсатора? Тертям знехтувати.

Відповідь: 80 мкДж .

212. Електричне поле створено зарядженою ($Q = 0,1 \text{ мкКл}$) сферою радіусом $R = 10 \text{ см}$. Яка енергія W поля, що міститься в об'ємі, обмеженому сферою і концентричною з нею сферичною поверхнею, радіус якої в два рази більший, ніж радіус сфери.

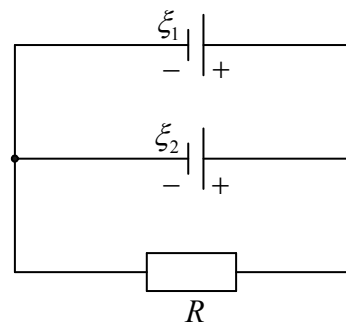
Відповідь: $W = \frac{q^2}{16\pi\epsilon\epsilon_0 R} = 225 \text{ Дж}$.

213. Знайти опір R графітового провідника, виготовленого у вигляді прямого колового зрізаного конуса висотою $h = 20 \text{ см}$ і радіусами основ $r_1 = 12 \text{ мм}$ і $r_2 = 8 \text{ мм}$. Температура t провідника дорівнює 20°C .

Відповідь: $2,58 \text{ МОм}$.

214. До джерела струму з ЕРС $\xi = 1,5 \text{ В}$ приєднали котушку з опором $R = 0,1 \text{ Ом}$. Амперметр показав силу струму, яка дорівнює $I_1 = 0,5 \text{ А}$. Коли до джерела струму приєднали послідовно ще одне джерело струму з тією ж ЕРС, сила струму I , у тій самій котушці стала дорівнювати $0,4 \text{ А}$. Визначити внутрішні опори r_1 і r_2 першого й другого джерел струму.

Відповідь: $2,9 \text{ Ом}$; $4,5 \text{ Ом}$.



215. Дві батареї акумуляторів ($\xi_1 = 10 \text{ В}$; $r_1 = 1 \text{ Ом}$; $\xi_2 = 8 \text{ В}$; $r_2 = 2 \text{ Ом}$) і реостат ($R = 6 \text{ Ом}$) з'єднані, як показано на рис.20. Знайти силу струму в батареях та реостаті.

Рисунок 20

Відповідь: $6,4\text{ A}$; $5,8\text{ A}$; $0,6\text{ A}$.

216. До батареї акумуляторів, ЕРС ξ якої дорівнює 2 В і внутрішній опір $r = 0,5\text{ Ом}$, приєднали провідник. Визначити: а) опір R провідника, при якому потужність, що виділяється на ньому, максимальна; б) потужність P , яка при цьому виділяється у провіднику.

Відповідь: $0,5\text{ Ом}$; 2 Вт .

217. Вздовж провідника опором $R = 3\text{ Ом}$ тече струм, сила якого зростає. Кількість теплоти Q , що виділилась у провіднику за час $t = 8\text{ с}$, дорівнює 200 Дж . Визначити заряд q , що протікає за цей час вздовж провідника. В момент часу, взятий за початковий, сила струму у провіднику дорівнює нулю.

Відповідь: $q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3Q}{R}} = 20\text{ Кл}$.

218. У мідному провіднику об'ємом $V = 6\text{ см}^3$ при протіканні по ньому постійного струму за час $t = 1\text{ хв}$ виділилась кількість теплоти $Q = 216\text{ Дж}$. Визначити напруженість E електричного поля у провіднику.

Відповідь: $0,1\text{ В/м}$.

219. Визначити густину струму j у залізному провіднику довжиною $l = 10\text{ м}$, якщо провід перебуває під напругою $U = 6\text{ В}$.

Відповідь: $6,1\text{ МА/м}^2$.

220. Дві групи із трьох послідовно з'єднаних елементів з'єднані паралельно. ЕРС ξ кожного елемента дорівнює $1,2\text{ В}$, внутрішній опір $r = 0,2\text{ Ом}$. Отримана батарея замкнена на зовнішній опір $R = 1,5\text{ Ом}$. Знайти силу струму I у зовнішньому колі.

Відповідь: 2 А .

221. Два елементи ($\xi_1 = 1,2\text{ В}$; $r_1 = 0,1\text{ Ом}$; $\xi_2 = 0,9\text{ В}$; $r_2 = 0,3\text{ Ом}$) з'єднані однойменними полюсами. Опір з'єднувальних провідників дорівнює $0,2\text{ Ом}$. Визначити силу струму I у колі.

222. ЕРС ξ батареї дорівнює 20 В . Опір R зовнішнього кола дорівнює 2 Ом , сила струму $I = 4\text{ А}$. Знайти ККД батареї. При якому значенні зовнішнього опору R ККД буде дорівнювати 99% ?

Відповідь: $0,4$; 297 Ом .

223. Обмотка електричного кип'ятильника має дві секції, Якщо ввімкнена тільки перша секція, то вода закипає через $t_1 = 15\text{ хв}$, якщо тільки друга, то через $t_2 = 30\text{ хв}$. Через скільки хвилин закипає вода, якщо обидві

секції ввімкнути послідовно, паралельно?

Відповідь: 45 хв, 10 хв.

224. Сила струму у провіднику рівномірно зростає від $I_0 = 0$ до деякого максимального значення протягом часу $t = 10$ с. За цей час у провіднику виділилась кількість теплоти $Q = 1$ кДж. Визначити швидкість наростання струму у провіднику, якщо опір R його дорівнює 3 Ом.

Відповідь: $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{3Q}{Rt}} = 1$ А/с.

225. Струм короткого замикання джерела струму з ЕРС 12 В дорівнює 40 А. Який зовнішній опір слід ввімкнути до цього джерела струму, щоб в ньому протікав струм 1 А.

Відповідь: $R = 11,7$ В.

226. Акумулятор із внутрішнім опором 1 Ом під'єднали для зарядки до мережі з напругою 12,5 В. Знайти величину ЕРС акумулятора, якщо при зарядці через нього проходить струм 0,5 А.

Відповідь: $\xi = 12$ В.

227. Якщо до батареї гальванічних елементів ввімкнути зовнішній опір величиною 10 Ом, то струм у колі буде дорівнювати 3 А, а якщо замість першого опору ввімкнути опір 20 Ом, то струм стане рівним 1,6 А. Чому дорівнює ЕРС і внутрішній опір батареї?

Відповідь: $\xi = 34,29$ В; $r = 1,43$ Ом.

228. Котушка й амперметр з'єднані послідовно і ввімкнені до джерела струму. До клем котушки приєднали вольтметр з опором 4 кОм. В цьому випадку амперметр показав силу струму 0,3 А, а вольтметр – напругу 120 В. Чому дорівнює опір котушки? Яка помилка буде допущена, якщо при визначенні опору котушки не буде врахований опір вольтметра?

Відповідь: $R = 444$ Ом; 10%.

229. Якщо до гальванічного елемента приєднати зовнішній опір в 4 Ом, то струм у колі дорівнює 0,2 А, а якщо приєднати зовнішній опір 7 Ом, то струм у колі – 0,14 А. Чому в цьому випадку буде дорівнювати струм короткого замикання?

Відповідь: $I_{кз.} = 0,466$ А.

230. ЕРС акумулятора дорівнює 15 В. Яку найбільшу потужність можна одержати на ввімкнутому до акумулятора резисторі із змінним опором, якщо сила струму при цьому дорівнює 5 А? Яка повна потужність цього акумулятора?

Відповідь: $N_{max} = 37,5 \text{ Вт}$; $N_{нов.} = 75 \text{ Вт}$.

231. До затискачів батареї акумуляторів приєднали нагрівач. Е.р.с. батареї дорівнює 24 В , внутрішній опір дорівнює 1 Ом . Нагрівач, ввімкнений у коло, споживає потужність 80 Вт . Визначити силу струму в колі і к.к.д. нагрівача.

Відповідь: $I = 20 \text{ А}$; $\eta = 16,6 \%$.

232. По провіднику опором 3 Ом тече струм, величина якого рівномірно зростає, починаючи від нуля. Кількість теплоти, що виділилася в провіднику за час 8 с , дорівнює 200 Дж . Визначити величину електричного заряду, який пройшов за цей час по провіднику.

Відповідь: $q = 46,2 \text{ Кл}$.

233. При силі струму 10 А у зовнішньому колі генератора струму виділяється потужність 200 Вт , а при силі струму 15 А – виділяється потужність 240 Вт . Чому дорівнюють внутрішній опір, е.р.с. ξ і сила струму короткого замикання генератора?

Відповідь: $r = 0,82 \text{ Ом}$; $\xi = 28,2 \text{ В}$; $I_{кз} = 34,5 \text{ А}$.

234. Джерело струму з ЕРС 240 В и внутрішнім опором 1 Ом замикають на зовнішній опір 25 Ом . Визначити корисну потужність і к.к.д. джерела.

Відповідь: $N_k = 2,13 \text{ кВт}$; $\eta = 96\%$.

Магнетне поле у вакуумі і середовищі Основні формули

1. Закон Біо-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \vec{r}],$$

де $d\vec{B}$ – індукція магнетного поля, яку створює елемент провідника зі струмом;

μ – магнетна проникність;

μ_0 – магнетна стала ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$);

$d\vec{l}$ – вектор, який дорівнює за модулем довжині dl провідника і збігається за напрямком зі струмом у провіднику);

I – сила струму;

$\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений від середини елемента провідника до точки, в якій визначається магнетна індукція.

2. Модуль вектора $d\vec{B}$ виражається формулою

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I \sin \varphi}{r^2} dl,$$

де φ – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{r}$.

3. Магнетна індукція поля довгого прямого провідника з струмом

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

де r_0 – відстань від осі провідника до точки, у якій визначається магнетна індукція (рис.21).

При симетричному розміщенні кінців провідника відносно точки, в якій визначається магнетна індукція (рис.22 а,б), – $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \cos \varphi$, а тому

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos \varphi.$$

4. Магнетна індукція поля безмежно довгого провідника з струмом виражається формулою

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi r_0}$$

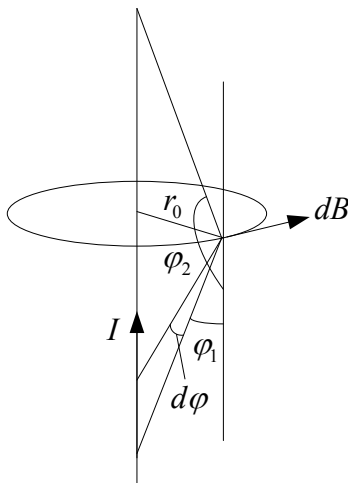


Рисунок 21

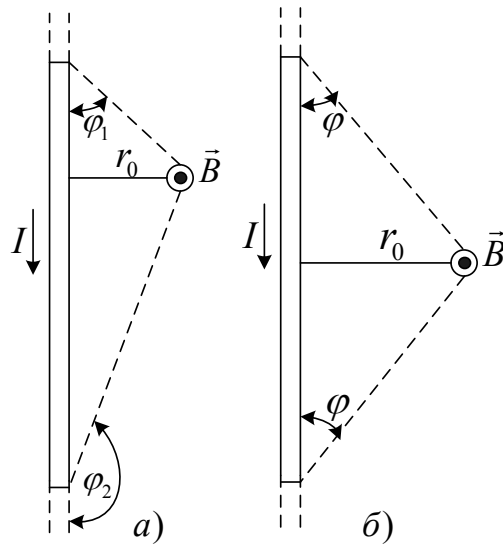


Рисунок 22

Позначення зрозумілі з рис. 21. Напрямок вектора $\vec{B}$ збігається з дотичною до силової лінії, напрям якої визначається правилом правого гвинта.

5. Магнетна індукція B пов'язана з напруженістю H магнетного поля співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

або у вакуумі

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}.$$

6. Магнетна індукція у центрі колового провідника зі струмом

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{I}{R},$$

де R – радіус кривизни провідника.

7. Магнетна індукція поля, яку створює соленоїд у середній його частині (або на осі тороїда)

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

де n – кількість витків, які припадають на одиницю довжини соленоїда або тороїда;

I – сила струму в одному витку.

8. Принцип суперпозиції магнетних полів. Магнетна індукція B результуючого поля дорівнює векторній сумі магнетних індукцій $B_1, B_2, \dots, B_n$ полів, що існують у даній точці, тобто

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

У випадку накладання двох полів

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

а абсолютне значення вектора магнетної ідукції

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \alpha},$$

де α – кут між векторами B_1 і B_2 .

9. Закон Ампера. Сила, яка діє на провідник зі струмом в магнетному полі

$$\vec{F} = [\vec{l} \vec{B}] I,$$

де I – сила струму; $\vec{l}$ – вектор, який дорівнює за модулем довжині l

провідника і збігається за напрямком зі струмом.

Модуль вектора F визначається такою формулою:

$$F = BIl \sin \alpha ,$$

де α – кут між векторами $\vec{l}$ і $\vec{B}$.

Сила взаємодії двох прямих нескінченно довгих паралельних провідників зі струмами I_1 і I_2 , розміщених на відстані d один від одного, що діють на відрізок провідника довжиною l , виражається формулою

$$F = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l .$$

10. Магнетний момент контуру зі струмом

$$\vec{P}_m = I\vec{S} ,$$

де $\vec{S}$ – вектор, який дорівнює за модулем площі S , яку охоплює контур, і збігається за напрямком з нормаллю до його площини.

11. Механічний момент, який діє на контур зі струмом, розміщений в однорідному магнетному полі

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] .$$

Модуль механічного моменту

$$M = p_m B \sin \alpha ,$$

де α – кут між векторами $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$.

12. Сила, що діє на контур зі струмом в магнетному полі (змінному вздовж осі x),

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha ,$$

де $\frac{\partial B}{\partial x}$ – зміна магнетної індукції вздовж осі x , розрахована на одиницю довжини;

α – кут між напрямками векторів $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$.

13. Закон повного струму для струму провідності: циркуляція вектора напруженості H магнетного поля вздовж замкненого контуру, що охоплюється струмом I , виражається формулою

$$\oint H_l dl = I ,$$

де H_l – проекція вектора H на напрямок дотичної до контуру, що містить елемент dl ;

I – сила струму, яка охоплюється контуром.

Якщо контур охоплює n струмів, то

$$\oint H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i ,$$

де $\sum_{i=1}^n I_i$ – алгебраїчна сума струмів, які охоплює контур.

14. Магнетний потік Φ через плоский контур площею S :

- у випадку однорідного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad \text{або} \quad \Phi = B_n S ,$$

де α – кут між вектором нормалі до площини контуру і вектором магнетної індукції $\vec{B}$;

B_n – проекція вектора $\vec{B}$ на нормаль $\vec{n}$ ($B_n = B \cos \alpha$);

- у випадку неоднорідного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS ,$$

де інтегрування ведеться через всю площу S .

15. Потокозчеплення, тобто повний магнітний потік, зчеплений зі всіма витками соленоїда або тороїда

$$\psi = N\Phi ,$$

де Φ – магнетний потік через один виток;

N – кількість витків соленоїда або тороїда.

16. Магнетна індукція на осьовій лінії тороїда

$$B = \frac{IN\mu\mu_0}{l} ,$$

де I – сила струму в обмотці тороїда;

N – кількість витків в тороїді;

l – довжина середньої лінії сердечника тороїда;

μ – магнетна проникність речовини тороїда;

μ_0 – магнетна стала;

17. Напруженість магнетного поля на осьовій лінії сердечника тороїда

$$H = \frac{B}{\mu \mu_0};$$

- магнетний потік в сердечнику тороїда

$$\Phi = \frac{IN\mu \mu_0 S}{l};$$

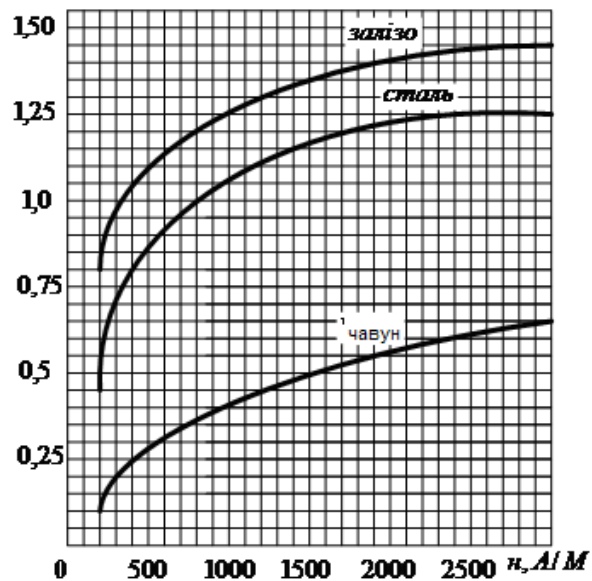
- магнетний опір ділянки кола

$$R_m = \frac{1}{\mu \mu_0 S}.$$

18. Магнетна проникність μ феромагнетика, пов'язана з магнетною індукцією B поля в ньому і напруженістю H намагнечувального зовнішнього магнетного поля співвідношенням:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

19. Зв'язок між магнетною індукцією поля B феромагнетика і напруженістю зовнішнього магнетного поля H , яке викликає намагнечування, виражається таким графіком.



Графік залежності магнетної індукції поля у магнетика від напруженості зовнішнього магнетного поля

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. По двох нескінченно довгих паралельних провідниках у повітрі течуть в однаковому напрямку струми I_1 й I_2 (рис.23). Провідники розташовані на відстані 5 см один від одного. Знайти величину струму I_1 , якщо індукція магнетного поля у точці, рівновіддаленій від обох проводів на 3,5 см, дорівнює $3 \cdot 10^{-5}$ Тл, а сила струму I_2 дорівнює 2 А.

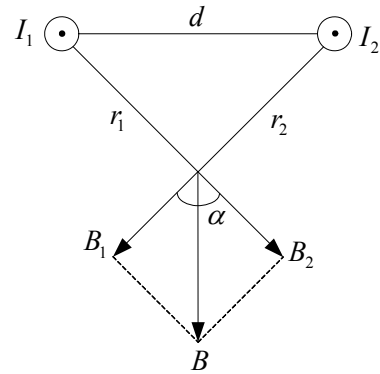


Рисунок 23

Дано:

$$l = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$r_1 = r_2 = 3,5 \text{ см} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$B = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

$$I_1 - ?$$

Розв'язування. Використаємо принцип суперпозиції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 ,$$

де

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r_1} , \quad B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi r_2} .$$

Для розрахунку результуючого магнетного поля використаємо теорему косинусів

$$|B| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \alpha} , \quad (1)$$

де α – кут між векторами $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$.

Вектори $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ спрямовані по дотичних до силових ліній у точках, що відстоять від струмів I_1 і I_2 на відстані r_1 і r_2 , відповідно.

Оскільки кут α між векторами $\vec{B}_1$ і $\vec{B}_2$ дорівнює такому ж куту між сторонами трикутника (рис.22), то

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

або

$$\cos \alpha = \frac{2 \cdot 3,5^2 - 5^2}{2 \cdot 3,5^2} \approx -0,02041 .$$

Підставляючи в (1) вирази для B_1 і B_2 з врахуванням того, що $r_1=r_2$, одержимо

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi r} \cdot (I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cos \alpha)^{1/2} .$$

Звідки

$$I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2 \cdot \cos \alpha = \left(\frac{B \cdot 2\pi r}{\mu\mu_0} \right)^2$$

і

$$I_1^2 + I_1(2I_2 \cos \alpha) + I_2^2 - \left(\frac{B \cdot 2\pi r}{\mu\mu_0} \right)^2 = 0$$

Підставляючи дані з умови задачі, одержимо квадратне рівняння відносно I_1

$$I_1^2 - 0,0816I_1 - 23,56 = 0 .$$

Звідки

$$I_1 = \frac{0,0816 \pm \sqrt{0,0816^2 + 4 \cdot 23,56}}{2} = \frac{0,0816 \pm 9,71}{2} .$$

Оскільки від'ємне значення струму I_1 відповідає протилежному відносно I_2 напрямку протікання, то воно не може бути розв'язком задачі. Таким чином

$$I_1 = (9,79/2) A = 4,895 A.$$

Відповідь: $I_1 = 4,895 A$.

Приклад 2. Напруженість магнетного поля у центрі квадратної рамки з струмом дорівнює $30 A/m$. Знайти силу струму, що протікає по рамці, якщо довжина її сторін $10 cm$.

Дано:

квадратна рамка

$$H = 30 A/m$$

$$a = 10 cm = 10^{-1} m$$

$I = ?$

Розв'язування. Відомо, що напруженість магнетного поля пов'язана з

вектором магнетної індукції співвідношенням

$$\mu\mu_0\vec{H} = \vec{B}.$$

Звідки

$$B = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30 = 3,77 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

У центрі рамки всі вектори магнетної індукції, що відповідають магнетному полю струмів, які протікають по різних сторонах рамки, однакові за величиною й напрямком. Тому $B = 4B_1$, де B_1 – магнетна індукція магнетного поля, створеного струмом однієї із сторін

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0^2}{4\pi r_0} \cdot 2\cos\alpha,$$

де r_0 – відстань від центра рамки до кожної із сторін;

$$r_0 = a/2 = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м.}$$

Кут α для квадратної рамки дорівнює 45° і $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Тому

$$B = 4B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{\pi \cdot a/2} \cdot \sqrt{2} \quad \text{або} \quad I = \frac{B \cdot a \cdot \pi}{2\sqrt{2}\mu\mu_0}.$$

Виконаємо необхідні розрахунки, підставивши всі дані в системі CI , $B = 3,77 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$; $a = 0,1 \text{ м}$; $\mu = 1$; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

$$I = \frac{3,77 \cdot 10^{-5} \cdot 0,1 \cdot 3,14}{2\sqrt{2} \cdot 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,33 \text{ А.}$$

Приклад 3. Індукція магнетного поля у центрі мідного дротяного кільця з струмом дорівнює 10^{-5} Тл . Який переріз має дріт цього кільця, якщо після увімкнення до його кінців різниці потенціалів в $0,2 \text{ В}$, по кільцю тече струм силою 2 А . Питомий опір міді $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$.

Дано:

$$B = 10^{-5} \text{ Тл}$$

$$U = 0,2 \text{ В}$$

$$I = 2 \text{ А}$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$$

$$S = ?$$

Розв'язування. Індукція магнетного поля у центрі кільця з струмом

$$B = \frac{\mu\mu_0^2}{2r} . \quad (1)$$

Із закону Ома для ділянки кола маємо

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{\rho \cdot \frac{l}{S}} = \frac{US}{\rho l} , \quad (2)$$

де $l = 2\pi r$ – довжина кільця;

r – радіус кільця;

R – опір дроту кільця.

Підставляючи вираз для l в (2), одержимо

$$I\rho 2\pi r = US .$$

Звідки

$$r = \frac{US}{I\rho 2\pi} ,$$

і

$$B = \frac{\mu\mu_0 2\pi\rho I^2}{2US} .$$

З останньої формули знаходимо переріз

$$S = \frac{\mu\mu_0 \pi \rho I^2}{BU} .$$

Підставимо числові дані:

$$S = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 4}{10^{-5} \cdot 0,2} = 1,341 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 = 0,134 \text{ мм}^2 .$$

Приклад 4. Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів 50 В , влітає в однорідне магнетне поле під кутом 30° до ліній індукції. Визначити величину вектора магнетної індукції, якщо радіус гвинтової лінії, по якій рухається електрон, дорівнює 10 см .

Дано:

$$U = 50 \text{ В}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$R = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$$

$$B = ?$$

Розв'язання. У магнетному полі електрон під дією сили Лоренца бере участь у двох рухах: рівномірному русі в напрямку силових ліній магнетного поля і русі по колу в площині, перпендикулярній до силових ліній.

Рівномірний рух відбувається зі швидкістю $v_{||} = v_0 \cos \alpha$, а рух по колу характеризується швидкістю $v_{\perp} = v_0 \sin \alpha$. Рух по колу відбувається під дією сили Лоренца, яка є доцентровою

$$F_{\wedge} = ma_n = \frac{mv_{\perp}^2}{R},$$

де R – радіус кола.

З урахуванням того, що сила Лоренца дорівнює $F_{\wedge} = ev_{\perp}B$, одержуємо співвідношення

$$B = \frac{mv_{\perp}}{eR}. \quad (1)$$

Величина швидкості електрона визначається пройденою різницею потенціалів

$$eU = \frac{mv_0^2}{2}.$$

$$\text{Звідки } v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad \text{й} \quad v_{\perp} = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \sin \alpha.$$

Тоді, відповідно до формули (1), знаходимо

$$B = \frac{\sin \alpha}{R} \sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Підставимо числові дані, переводячи величини в систему СІ

$$B = \frac{\sin 30^\circ}{0,1} \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = \frac{1}{0,2} \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{\frac{9,1}{1,6}} = 1,19 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Електромагнетна індукція

Основні формули

1. Робота переміщення замкнутого контура зі струмом в магнетному полі

$$A = I\Delta\Phi,$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнетного потоку, який пронизує поверхню, обмежену контуром;

I – сила струму у контурі.

2. Основний закон електромагнетної індукції (закон Фарадея)

$$\xi_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt},$$

де ξ – електрорушійна сила індукції;

N – кількість витків контуру;

ψ – потокозчеплення.

Окремі випадки застосування основного закону електромагнетної індукції:

- різниця потенціалів U на кінцях провідника довжиною l , який рухається зі швидкістю v в однорідному магнетному полі

$$U = Blv \sin \alpha,$$

де α – кут між напрямками векторів швидкості v та магнетної індукції B ;

- електрорушійна сила індукції ξ , яка виникає в рамці, що містить N витків площею S . При обертанні рамки з кутовою швидкістю ω в однорідному магнетному полі з індукцією B виникає електрорушійна сила

$$\xi_i = BNS\omega \sin \omega t,$$

де ωt – миттєве значення кута між вектором $\vec{B}$ і вектором нормалі $\vec{n}$ до площини рамки.

3. Заряд Q , який протікає в контурі

$$Q = \Delta\psi / R$$

де R – опір контуру;

$\Delta\psi$ – зміна потокозчеплення

4. Електрорушійна сила самоіндукції ξ , яка виникає у замкнутому

контурі при зміні сили струму в ньому

$$\xi_i = -L \frac{dl}{dt} \quad \text{або} \quad \langle \xi_i \rangle = -L \frac{\Delta l}{\Delta t},$$

де L – індуктивність контуру.

5. Потокозчеплення контуру

$$\psi = LI,$$

де L – індуктивність контуру.

6. Індуктивність соленоїда (тороїда):

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

де $n = \frac{N}{l}$ – кількість витків, які припадають на одиницю довжини соленоїда;

V – об'єм соленоїда.

У всіх випадках, для знаходження індуктивності соленоїда (тороїда) з сердечником з використанням наведеної формули для визначення магнетної проникності, слід користуватися графіком залежності B від H , а потім формулою

$$\mu = B / (\mu_0 H).$$

7. Миттєве значення сили струму I в колі, що має активний опір R та індуктивність L :

- після замикання кола

$$I = \frac{\xi}{r} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_i (1 - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

де ξ – *е.р.с.* джерела струму;

t – час, що минув після замикання кола.

- після розмикання кола

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},$$

де I_0 – значення сили струму в колі при $t = 0$;

t – час, що минув з моменту розмикання кола.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. У центрі плоскої колової дротяної рамки, яка складається з 50 витків радіусом 20 см, перебуває маленька рамка, яка складається з

100 витків площею 1 см^2 . Маленька рамка обертається навколо одного з діаметрів великої рамки з постійною кутовою швидкістю 300 рад/с . Знайти максимальне значення ЕРС індукції, якщо в обмотці рамки тече струм силою 10 А .

Дано:

$$N_1 = 50$$

$$N_2 = 100$$

$$R = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$S = 1 \text{ см}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\omega = 300 \text{ рад/с}$$

$$I = 10 \text{ А}$$

$$\xi_{\text{max}} - ?$$

Розв'язання. При обертанні маленької рамки постійно змінюється кут α між вектором $\vec{B}$ і нормаллю до площини рамки й, отже, змінюється магнетний потік Φ , що пронизує маленьку рамку. У рамці виникає е.р.с. індукції, миттєве значення якої, за законом Фарадея, дорівнює

$$\xi_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (1)$$

де $\Psi = N_2\Phi$ – потокозчеплення.

Оскільки розміри маленької рамки малі в порівнянні з розмірами великої рамки, то поле в межах маленької рамки можна вважати однорідним. Магнетну індукцію B цього поля можна виразити через індукцію поля в центрі рамок

$$B = N_1 \mu \mu_0 \frac{I}{2R}. \quad (2)$$

Для однорідного поля магнетний потік, який пронизує маленьку рамку, дорівнює $\Phi = BS \cos \varphi$. З урахуванням того, що при обертанні рамки з постійною кутовою швидкістю миттєве значення кута $\varphi = \omega t$, одержимо

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t.$$

Підставляючи у формулу (1) вираз для Φ і диференціюючи його за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції

$$\xi_i = N_2 BS \omega \sin \omega t.$$

Максимальне значення ЕРС індукції дорівнює ($\sin \omega t = 1$)

$$\xi_{i \max} = N_2 B S \omega.$$

З урахуванням (2), одержимо

$$\xi_{i \max} = N_1 N_2 \mu \mu_0 \frac{I}{2R} S \omega.$$

Виразимо всі величини в одиницях СІ: $R = 0,2 \text{ м}$; $S = 10^{-4} \text{ м}^2$; $I = 10 \text{ А}$; $\omega = 300 \text{ рад/с}$; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$; $\mu = 1$.

Виконавши обчислення, одержимо

$$\xi_{\max} = 50 \cdot 100 \cdot 1,4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{10}{2 \cdot 0,2} 10^{-4} \cdot 300 = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

Приклад 2. Контур у вигляді квадрата (рис.24) зі стороною 10 см перебуває в однорідному магнетному полі з індукцією $0,5 \text{ мТл}$ так, що його площина становить кут 30° з силовими лініями поля. Який заряд протече по контуру при вимиканні магнетного поля? Опір контуру 1 МОм .

Дано:

$$a = 10 \text{ см} = 10^{-1} \text{ м}$$

$$B = 0,5 \text{ мТл} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$R = 1 \text{ МОм} = 1 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

$q = ?$

Розв'язання. При вимиканні магнетного поля магнетний потік Φ , що пронизує контур, змінюється. У контурі виникає е.р.с. індукції, миттєве значення якої за законом Фарадея дорівнює

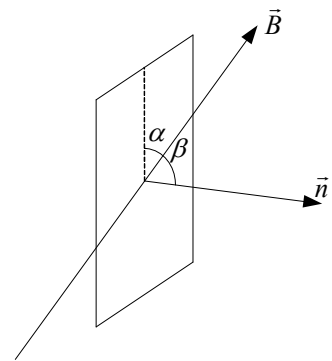


Рисунок 24

$$\xi_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Миттєве значення сили індукційного струму визначається за законом Ома

$$I = \frac{\xi_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}.$$

За час dt по контуру протече заряд

$$dq = Idt = - \frac{1}{R} d\Phi.$$

Інтегруючи цей вираз, знайдемо повний заряд

$$q = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2).$$

Для однорідного магнетного поля початковий магнетний потік дорівнює

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha,$$

де α – кут між вектором магнетної індукції і нормаллю до площини контура;

$S = a^2$ – площа квадрата.

З рисунка 23 видно, що $\beta = 90^\circ - \alpha$. Отже, $\cos \beta = \sin \alpha$. Кінцевий магнетний потік $\Phi_2 = 0$. Таким чином,

$$q = \frac{BS \sin \beta}{R} = \frac{Ba^2 \sin \beta}{R}.$$

Виконавши необхідні обчислення, одержимо

$$q = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1^2 \sqrt{3}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ Кл.}$$

Приклад 3. Соленоїд із сердечником із немагнетного матеріалу містить 1200 витків, які щільно прилягають один до одного. При силі струму 4А магнетний потік, який створюється в соленоїді, дорівнює 4мкВб. Визначити індуктивність соленоїда й енергію його магнетного поля.

Дано:

$$N = 1200$$

$$I = 4 \text{ А}$$

$$\Phi = 4 \text{ мкВб} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$$

$$L - ? \quad W - ?$$

Розв'язування: Індуктивність соленоїда L пов'язана з потокозчепленням Ψ і силою струму I співвідношенням

$$\Psi = LI. \quad (1)$$

У свою чергу, потокозчеплення можна знайти через потік Φ и число витків N (якщо витки щільно прилягають один до одного)

$$\Psi = N\Phi. \quad (2)$$

З формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \quad (3)$$

Енергія магнетного поля соленоїда

$$W = \frac{1}{2}LI^2.$$

Виразивши L згідно з (3), одержимо

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I.$$

Підставимо у формули значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 1,8 \text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,4 \text{ мДж}.$$

Рух заряджених частинок в електромагнетному полі Основні формули

1. Сила F , що діє на заряд, який рухається зі швидкістю v в магнетному полі з індукцією B (сила Лоренца), виражається формулою

$$\vec{F} = q[\vec{v} \cdot \vec{B}] \quad \text{або} \quad F = |q|vB \sin \alpha,$$

де α – кут, який утворений вектором швидкості $\vec{v}$ руху частинки та вектором $\vec{B}$ індукції магнетного поля.

Задачі

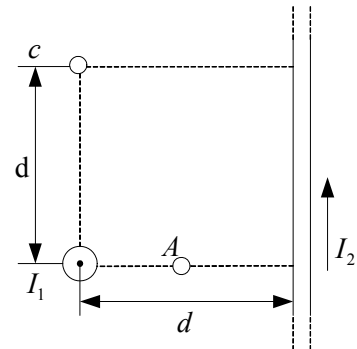
235. Напруженість H магнетного поля в центрі колового витка радіусом $r = 8 \text{ см}$ дорівнює 30 А/м . Визначити напруженість H_l на осі витка в точці, розміщеній на відстані $d = 6 \text{ см}$ від центра витка.

Відповідь: $15,4 \text{ А/м}$.

236. По двох нескінченно довгих прямих провідниках, схрещених під прямим кутом, протікають струми силою $I_1 = 30 \text{ А}$ та $I_2 = 40 \text{ А}$. Відстань d між проводами дорівнює 20 см . Визначити магнетну індукцію B у точці C (рис.25), що однаково віддалена від обох провідів на відстань, яка дорівнює d .

Відповідь: 50 мкТл .

237. По тонкому кільцю з дроту протікає струм. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. У скільки разів змінилася сила магнетної індукції у центрі контуру?



Відповідь: $\frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} = 1,15$.

Рисунок 25

238. По трьох паралельних прямих провідниках, які розміщені на однаковій відстані $a = 10 \text{ см}$ один від одного, протікають однакові струми силою $I = 100 \text{ А}$. У двох провідниках напрямки струмів збігаються.

Визначити силу F , яка діє на відрізок довжиною $l = 1 \text{ м}$ від кожного проводу.

Відповідь: $F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a} = 20 \text{ мН}$; $F_3 = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I^2}{2a\pi} = 34,6 \text{ мН}$.

239. По тонкому стрижню довжиною $l = 20 \text{ см}$ рівномірно розподілений заряд $Q = 240 \text{ нКл}$. Стрижень обертається зі сталою кутовою швидкістю $\omega = 10 \text{ рад/с}$ відносно осі, перпендикулярної до стрижня, і яка проходить через його середину. Визначити: а) магнетний момент p_m що обумовлений обертанням зарядженого стрижня; б) відношення магнетного моменту до моменту імпульсу (p_m/L), якщо стрижень має масу $m = 12 \text{ г}$.

Відповідь: 1) $p_m = \frac{Ql^2\omega}{24} = 4 \text{ нАм}^2$; 2) $\frac{p_m}{L} = \frac{Q}{2m} = 10 \text{ мкКл/кг}$.

240. Тонке кільце радіусом $R = 10 \text{ см}$ має заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Кільце рівномірно обертається з частотою $n = 10 \text{ с}^{-1}$ відносно осі, перпендикулярної до площини кільця, і яка проходить через її центр. Знайти: а) магнетний момент p_m колового струму, що створює кільце; б) відношення магнетного моменту до моменту імпульсу (p_m/L), якщо маса кільця дорівнює 10 г .

Відповідь: 1) $p_m = \pi q n R^2 = 3,14 \text{ нАм}^2$; 2) 500 нКл/кг .

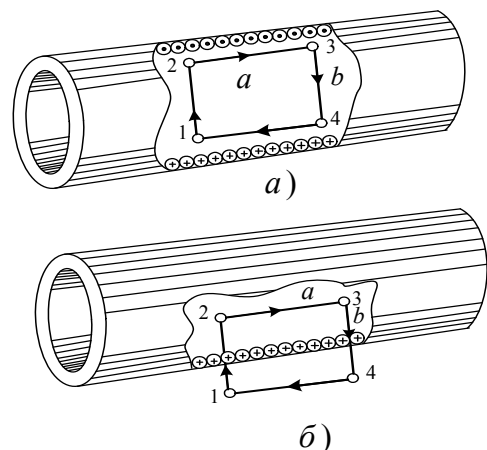


Рисунок 26

241. По соленоїду довжиною $l = 1 \text{ м}$ без сердечника, який має $N = 10^3$ витків, протікає струм силою $I = 20 \text{ А}$. Визначити циркуляцію вектора магнетної індукції вздовж контуру, зображеному на рис.26 а, б.

Відповідь: $\oint B_1 dl = 0$; $\oint B_1 dl = \frac{\mu_0 NI}{l} = 25,2 \text{ мТлм}$.

241. Замкнений соленоїд (тороїд) зі сталним сердечником має $n = 10$ витків на кожний сантиметр довжини. По соленоїду протікає струм силою $I = 2 \text{ А}$. Визначити магнетний потік Φ в сердечнику, якщо його переріз $S = 4 \text{ см}^2$.

Відповідь: $0,52 \text{ мВб}$.

Примітка. Для визначення магнетної проникності в цій задачі скористатися графіком, який показує зв'язок між магнетною індукцією B поля у феромагнетику і напруженістю H намагнетчуального поля. Явище гістерезису не враховувати.

242. По тонкому провідному кільцю радіусом $R = 10 \text{ см}$ протікає струм силою $I = 80 \text{ А}$. Знайти магнетну індукцію B у точці, рівновіддаленій від всіх точок кільця на $r = 20 \text{ см}$.

Відповідь: $B = \frac{\mu_0 I}{2r^3} R^2 = 62,8 \text{ мкТл}$.

243. Нескінченно довгий прямий провід зігнутий під прямим кутом. По провіднику протікає струм силою $I = 20 \text{ А}$. Яка магнетна індукція B в точці A (рис. 27), якщо $r = 5 \text{ см}$?

Відповідь: 40 мкТл .

244. По провіднику, зігнутому у вигляді правильного шестикутника зі стороною a , яка дорівнює 20 см , протікає струм силою $I = 100 \text{ А}$. Знайти напруженість H магнетного поля в центрі шестикутника. Для порівняння визначити напруженість H_0 в центрі колового провідника, який збігається з колом, описаним біля цього шестикутника.

Відповідь: 275 А/м .

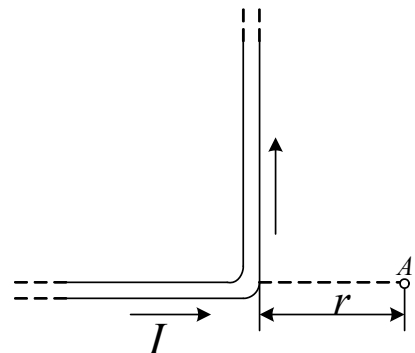


Рисунок 27

245. По двох однакових квадратних плоских контурах зі стороною $a = 20 \text{ см}$ протікають однакові струми силою $I = 10 \text{ А}$. Визначити силу F взаємодії контурів, якщо відстань d між сторонами контурів дорівнює 2 мм .

Відповідь: $F = 2\mu_0 I^2 a / \pi d = 8 \text{ мН}$.

246. Диск радіусом $R = 10 \text{ см}$ несе рівномірно розподілений по поверхні заряд $Q = 0,2 \text{ мкКл}$. Він рівномірно обертається з частотою $n = 20 \text{ с}^{-1}$ відносно осі, яка перпендикулярна до площини диска і проходить

через його центр. Знайти: а) магнетний момент p_m колового струму, що створює диск; б) відношення магнетного моменту до моменту імпульсу (p_m/L), якщо маса диска дорівнює 100г.

$$\text{Відповідь: } p_m = 62,8 \text{ нАм}^2; \frac{p_m}{L} = 1 \frac{\text{мкКл}}{\text{кг}}.$$

247. Визначити циркуляцію вектора індукції вздовж контуру, що охоплює струми $I_1 = 10 \text{ А}$, $I_2 = 15 \text{ А}$, які протікають в одному напрямку, та струм $I_3 = 20 \text{ А}$, який тече в протилежному напрямку.

$$\text{Відповідь: } 6,28 \text{ мкТл} \cdot \text{м}.$$

248. Залізне кільце має обмотку в один шар з $N = 500$ витків проводу. Середній діаметр d кільця дорівнює 25 см. Визначити магнетну індукцію B в залізі і магнетну проникність μ заліза, якщо сила струму I в обмотці: а) 0,5 А; б) 2,5 А.

$$\text{Відповідь: а) } 1 \text{ Тл}, 2,5 \cdot 10^3; \text{ б) } 1,4 \text{ Тл}, 700.$$

Примітка. Для знаходження магнетної проникності в цій задачі скористатися графіком, який показує зв'язок між магнетною індукцією B поля у феромагнетика і напруженістю H намагнетчувального поля. Явище гістерезису не враховувати.

249. До джерела струму з ЕРС $\xi = 0,5 \text{ В}$ і мізерно малим внутрішнім опором приєднані два металевих стрижня, які розміщені горизонтально і паралельно один до одного. Відстань l між стрижнями дорівнює 20 см. Стрижні знаходяться в однорідному магнетному полі, напрямленому вертикально. Магнетна індукція $B = 1,5 \text{ Тл}$. По стрижнях під дією сил поля ковзає зі швидкістю $v = 1 \text{ м/с}$ прямолінійний провідник з опором $R = 0,02 \text{ Ом}$. Опором стрижнів можна знехтувати. Визначити: а) е.р.с. індукції ξ_i ; б) силу F , яка діє на провідник з боку поля; в) силу струму I в колі; г) потужність P_1 , яка витрачається на рух провідника; д) потужність P_2 , яка витрачається на нагрівання провідника; е) потужність P_3 , яка передається в коло джерелом струму.

$$\text{Відповідь: а) } 0,3 \text{ В}; \text{ б) } 3 \text{ Н}; \text{ в) } 10 \text{ А}; \text{ г) } 3 \text{ Вт}; \text{ д) } 2 \text{ Вт}; \text{ е) } 5 \text{ Вт}.$$

250. В однорідному магнетному полі з індукцією $B = 0,4 \text{ Тл}$ у площині, яка перпендикулярна до ліній індукції поля, обертається стрижень довжиною $l = 10 \text{ см}$. Вісь обертання проходить через один із кінців стрижня. Визначити різницю потенціалів U на кінцях стрижня при частоті обертання $n = 16 \text{ с}^{-1}$.

$$\text{Відповідь: } U = \pi^2 B n l = 201 \text{ мВ}.$$

251. Дротяне кільце радіусом $r = 10 \text{ см}$ лежить на столі. Який заряд Q

протече по кільцю, якщо його повернути з одного боку на інший? Опір кільця R дорівнює 1 Ом . Вертикальна складова індукції B магнетного поля Землі дорівнює 50 мкТл .

Відповідь: $3,14\text{ мкКл}$.

252. По нескінченно довгому прямому дроті, зігнутому під кутом $\alpha = 120^\circ$, проходить струм $I = 50\text{ А}$. Знайти магнетну індукцію поля B в точці, яка лежить на бісектрисі кута на відстані $r = 50\text{ мм}$ від його вершини.

Відповідь: $B = 3,46 \cdot 10^{-4}\text{ Тл}$.

253. По контуру, який має вигляд рівностороннього трикутника, проходить струм $I = 40\text{ А}$. Сторони трикутника $a = 30\text{ см}$. Знайти магнетну індукцію B поля в точці перетину висот.

Відповідь: $B = 24 \cdot 10^{-5}\text{ Тл}$.

254. Нескінченно довгий дріт зігнутий під прямим кутом. По дроту проходить струм $I = 50\text{ А}$. Обчислити магнетну індукцію B поля в точці, яка лежить на бісектрисі кута і віддалена від вершини кута на відстань $r = 100\text{ мм}$.

Відповідь: $B = 10^{-4}\text{ Тл}$.

255. Прямий довгий провідник на одній із ділянок переходить в коло (плоска мертва петля) радіусом $R = 10\text{ см}$. По провіднику тече струм $I = 2\text{ А}$. Визначити індукцію магнетного поля в центрі кола, утвореного довгим прямим провідником із струмом.

Відповідь: $B = 1,656 \cdot 10^{-5}\text{ Тл}$.

256. Визначити магнетну індукцію B поля в центрі квадратної рамки зі сторонами $a = 100\text{ мм}$, якщо по рамці тече струм $I = 2\text{ А}$.

Відповідь: $B = 2,26 \cdot 10^{-5}\text{ Тл}$.

257. По тонкому дроті, вигнутому у вигляді прямокутника, проходить струм $I = 30\text{ А}$. Сторони прямокутника $a = 30\text{ см}$, $b = 40\text{ см}$. Знайти магнетну індукцію B поля в точці перетину діагоналей.

Відповідь: $B = 10^{-4}\text{ Тл}$.

258. По тонкому дроту, вигнутому у вигляді правильного шестикутника, проходить струм $I = 1\text{ А}$. Сторона шестикутника $a = 10\text{ см}$. Знайти магнетну індукцію B поля в центрі шестикутника.

Відповідь: $B = 6,93 \cdot 10^{-6}\text{ Тл}$.

259. Два рівнобіжних нескінченно довгих дроти, по яких в одному напрямі течуть струми по $I = 6\text{ А}$ кожний, розташовані на відстані

$a = 100$ мм один від одного. Знайти магнетну індукцію B поля в точці, яка відстоїть від одного дроту на відстані $r_1 = 75$ мм, а від іншого – на відстані $r_2 = 125$ мм.

Відповідь: $B = 2,24 \cdot 10^{-5}$ Тл.

260. По трьох рівнобіжних прямих дротах, які знаходяться на однаковій відстані 20 см один від одного, течуть однакові струми по 80 А. У двох дротах напрямки струмів збігаються. Обчислити силу, що діє на одиницю довжини кожного дроту.

Відповідь: $F_1 = 0,011$ Н; $F_2 = 0,0064$ Н.

261. По тонкому дротяному кільцю тече струм. Не змінюючи сили струму, кільцю надали форму квадрата. У скільки разів змінилася магнетна індукція в центрі квадрата.

Відповідь: $B_{\text{кв.}}/B_{\text{ко.}} = 0,86$.

262. Рамка із дроту опором $R = 0,01$ Ом рівномірно обертається в однорідному магнетному полі з індукцією $B = 0,05$ Тл. Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Площа S рамки дорівнює 100 см². Знайти, який заряд Q протече через рамку за час повороту її на кут $\alpha = 30^\circ$ в таких трьох випадках: а) від 0° до 30° ; б) від 30° до 60° ; в) від 60° до 90° .

Відповідь: $Q = \frac{\Delta\Phi}{R}$; а) $6,27$ мКл; б) $BS(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)/R = 18$ мКл; в) $BS(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_3)/R = 25$ мКл.

263. Котушка, яка намотана на немагнетний циліндричний каркас, має $N_1 = 750$ витків та індуктивність $L_1 = 25$ мГн. Щоб збільшити індуктивність котушки до $L_2 = 36$ мГн, обмотку з котушки зняли і замінили обмоткою з більш тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишалася такою самою. Визначити число витків у котушці після перемотки.

Відповідь: 900.

264. Джерело струму замкнули на котушку опором $R = 10$ Ом та індуктивністю $L = 1$ Гн. Через який час сила струму замикання досягне 0,9 максимального значення?

Відповідь: 0,23 с.

265. В однорідному магнетному полі з індукцією $B = 0,35$ Тл рівномірно з частотою $n = 480$ хв⁻¹ обертається рамка, яка містить $N = 1500$ витків площею $S = 50$ см². Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Визначити максимальну ЕРС індукції ξ , яка виникає у рамці.

Відповідь: $\xi_{\max} = 2\pi n N B S = 132 \text{ В}$.

266. Коротка котушка, яка містить $N = 1000$ витків, рівномірно обертається в однорідному магнетному полі з індукцією $B = 0,4 \text{ Тл}$ з кутовою швидкістю $\omega = 5 \text{ рад/с}$ відносно осі, яка збігається з діаметром котушки і перпендикулярна до ліній індукції поля. Визначити миттєве значення ЕРС індукції ξ_i для тих моментів часу, в які площа котушки складає кут $\alpha = 60^\circ$ з лініями індукції поля. Площа S котушки дорівнює 100 см^2 .

Відповідь: $\xi_i = \omega B N S \cos \alpha = 1 \text{ В}$.

267. У кільце з дроту, яке приєднане до балістичного гальванометра, вставили прямий магніт. По колу пройшов заряд $Q = 10 \text{ мкКл}$. Визначити магнетний потік Φ , який пересікається кільцем, якщо опір R кола гальванометра дорівнює 30 Ом .

Відповідь: $0,3 \text{ мВб}$.

268. Тонкий мідний дріт масою $m = 1 \text{ г}$ зігнутий у вигляді квадрата. Квадрат поміщений в однорідне магнітне поле ($B = 0,1 \text{ Тл}$) так, що його площа перпендикулярна до ліній індукції поля. Визначити заряд Q , який протече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути в лінію.

Відповідь: $Q = \frac{mB}{16\rho D} = 41,4 \text{ мКл}$ (D – густина міді).

269. Довгий прямий соленоїд, намотаний на немагнетний каркас має $N = 1000$ витків та індуктивність $L = 3 \text{ мГн}$. Який магнітний потік Φ і яке потокозчеплення W створює соленоїд при струмі силою $= 1 \text{ А}$?

Відповідь: 3 мкВб ; 3 мВб .

270. Коло складається із котушки індуктивністю $L = 1 \text{ Гн}$ і опором $R = 10 \text{ Ом}$. Джерело струму можна вимикати, не розриваючи коло. Визначити час t , після проходження якого сила струму зменшиться до $0,001$ початкового значення.

Відповідь: $0,69 \text{ с}$.

271. Визначити радіус R дуги кола, яку описує протон в магнетному полі з індукцією $B = 15 \text{ мТл}$, якщо швидкість v протона дорівнює 2 Мм/с .

Відповідь: $1,38 \text{ м}$.

272. Протон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U = 600 \text{ В}$, влетів в однорідне магнетне поле з індукцією $B = 0,3 \text{ Тл}$ і почав рухатися по колу. Визначте його радіус R .

Відповідь: 12 мм.

273. Електрон, прискорений різницею потенціалів 1000 В, влітає в однорідне магнетне поле, перпендикулярно до напрямку силових ліній. Індукція магнетного поля дорівнює $2,38 \cdot 10^{-3}$ Тл. Знайти: а) радіус кривизни траєкторії електрона; б) період обертання його по колу; в) момент імпульсу електрона.

Відповідь: $R = 0,0446$ м; $T = 1,4 \cdot 10^{-8}$ с; $L = 8,12 \cdot 10^{-27}$ кг м²/с.

274. Електрон влітає в однорідне магнетне поле перпендикулярно до напрямку силових ліній. Швидкість електрона $v = 2 \cdot 10^7$ м/с, індукція магнетного поля дорівнює $4 \cdot 10^{-3}$ Тл. Чому дорівнює тангенціальне і нормальне прискорення електрона в магнетному полі.

Відповідь: $a_n = 1,4 \cdot 10^{16}$ м/с²; $a_\tau = 0$.

275. Протон, який має швидкість 10^4 м/с, влітає в однорідне магнетне поле з індукцією 0,01 Тл. Вектор швидкості протона спрямований під кутом 60° до ліній індукції магнетного поля. Визначити радіус витка гвинтової лінії і її крок.

Відповідь: $R = 9,02 \cdot 10^{-3}$ м; $h = 32,7 \cdot 10^{-6}$ м.

276. Електрон, прискорений різницею потенціалів 300 В, рухається на відстані 9 мм паралельно до довгого прямолінійного провідника. Яка сила буде діяти на електрон, якщо по провіднику пустити струм 10 А?

Відповідь: $F = 1,15 \cdot 10^{-15}$ Н.

277. В однорідному магнетному полі з індукцією 0,4 Тл заряджена частинка рухається по колу радіусом 2 см. Паралельно до напрямку силових ліній магнетного поля створюють електричне поле з напруженістю 200 В/м. Через скільки часу кінетична енергія частинки зросте вдвічі?

Відповідь: $\Delta t = 4 \cdot 10^{-5}$ с.

278. Протон і електрон, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнетне поле. В скільки разів радіус кривизни траєкторії протона більший радіуса кривизни траєкторії електрона?

Відповідь: $R_p/R_e = 42,8$.

279. Електрон влітає в однорідне магнетне поле під кутом 30° до напрямку силових ліній і рухається вздовж гвинтової лінії, радіус якої дорівнює 1,5 см. Індукція магнетного поля $B = 0,1$ мТл. Знайти кінетичну енергію електрона.

Відповідь: $K = 1,26 \cdot 10^{-19}$ Дж.

280. Електрон, прискорений різницею потенціалів 3000 В , влітає в магнетне поле соленоїда під кутом 30° до його осі. Число ампер-витків соленоїда дорівнює 5000 . Довжина соленоїда 25 см . Знайти крок гвинтової траєкторії електрона в магнетному полі соленоїда.

Відповідь: $h = 0,04\text{ м}$.

281. Заряджена частинка рухається в магнетному полі по колу зі швидкістю $v = 10^6\text{ м/с}$. Індукція магнетного поля $B = 0,3\text{ Тл}$. Радіус кола $R = 4\text{ см}$. Знайти заряд частинки, якщо відомо, що її енергія дорівнює $W_k = 12\text{ кеВ}$.

Відповідь: $q = 3,2 \cdot 10^{-19}\text{ Кл}$.

282. Електрон, прискорений різницею потенціалів 6 кВ , влітає в однорідне магнетне поле під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку силових ліній поля і починає рухатися вздовж гвинтової лінії. Індукція магнетного поля дорівнює $B = 1,3 \cdot 10^{-2}\text{ Тл}$. Знайти радіус кривизни витка і крок гвинтової лінії.

Відповідь: $R=0,01\text{ м}; \quad h = 0,11\text{ м}$.

283. Заряджена частинка, яка пройшла прискорюючу різницю потенціалів $U = 2\text{ кВ}$, рухається в однорідному магнетному полі з індукцією $B = 15,1\text{ мТл}$ по колу радіусом $R = 1\text{ см}$. Визначити відношення $\frac{|e|}{m}$ заряду частинки до її маси і швидкість v частинки.

Відповідь: $175\text{ ГКл/кг}; 26,5\text{ Мм/с}$.

284. Електрон рухається в однорідному магнетному полі напруженістю $H = 16\text{ кА/м}$ зі швидкістю $v = 8\text{ Мм/с}$. Вектор швидкості складає кут $\alpha = 60^\circ$ з напрямком ліній індукції поля. Визначити радіус R і крок h гвинтової лінії, по якій буде рухатися електрон в магнетному полі. Визначити також крок гвинтової лінії для електрона, який летить під малим кутом до ліній індукції.

Відповідь: $1,96\text{ мм}; 7,1\text{ мм}; 14,2\text{ мм}$.

285. Перпендикулярно до магнетного поля з індукцією $B = 0,1\text{ Тл}$ збуджено електричне поле напруженістю $E = 100\text{ кВ/м}$. Перпендикулярно до обох полів рухається, не відхиляючись від прямолінійної траєкторії, заряджена частинка. Визначити швидкість частинки.

Відповідь: $v = \frac{E}{B} = 1\text{ м/с}$.

286. Протон зі швидкістю $v = 100\text{ км/с}$ влітає в область простору, де є електричне ($E = 210\text{ В/м}$) і магнетне ($B = 3,3\text{ мТл}$) поля. Напруженість E електричного поля та магнетна індукція B збігаються за напрямком.

Визначити прискорення протона для початкового моменту руху в полі, якщо напрямок вектора його швидкості v : а) збігається за загальним напрямком векторів $\vec{E}$ і $\vec{B}$; б) перпендикулярний до цього напрямку.

Відповідь: а) $a = |e|E/m = 20,1 \text{ Гм/с}^2$;

б) $a = \sqrt{(eE/m)^2 + (Bev/m)^2} = 37,5 \frac{\text{Гм}}{\text{с}^2}$.

287. Електрон рухається в магнетному полі з індукцією $B = 0,02 \text{ Тл}$ по колу радіусом $R = 1 \text{ см}$. Визначити кінетичну енергію T електрона (в джоулях та електрон-вольтах).

Відповідь: $T = \frac{B^2 r^2 e^2}{2m} = 0,563 \text{ кДж (3,52 кеВ)}$ (m – маса електрона).

288. Заряджена частинка, яка має швидкість $v = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ рухається в однорідному магнетному полі з індукцією $B = 0,52 \text{ Тл}$. Знайти відношення Q/m заряду частинки до її маси, якщо частинка в полі описала дугу радіусом $R = 4 \text{ см}$. За цим відношенням визначити яка це частинка.

Відповідь: $\frac{Q}{m} = \frac{e}{m} = \frac{v}{RB} = 96,3 \text{ МКл/кг}$; протон і антипротон.

289. Визначити частоту n обертання електрона по коловій орбіті в магнетному полі, індукція якого B дорівнює $0,2 \text{ Тл}$.

Відповідь: $n = \frac{B|e|}{2\pi m} = 562 \text{ МГц}$ (m – маса електрона)

290. Електрон рухається в однорідному магнетному полі з індукцією $B = 9 \text{ мТл}$ по гвинтовій лінії, радіус R якої дорівнює 1 см і крок $h = 7,8 \text{ см}$. Визначити період T обертання електрона і його швидкість v .

Відповідь: $3,97 \text{ нс}$.

291. Виток, по якому тече струм силою 20 А , вільно встановився в однорідному магнетному полі з індукцією $0,016 \text{ Тл}$. Діаметр витка дорівнює 10 см . Визначити роботу, яку потрібно виконати, щоб повернути виток на кут $\pi/6$ відносно осі, яка збігається з діаметром.

Відповідь: $A = 3,36 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$.

292. Виток, у якому підтримується постійна сила струму 2 А , розташований у площині магнетного меридіана. Діаметр витка дорівнює 50 см . Яку роботу треба виконати, щоб повернути виток на кут 80° відносно осі, яка збігається з діаметром і перпендикулярна до меридіана. Напруженість магнетного поля Землі прийняти рівною $16,3 \text{ А/м}$.

Відповідь: $A = -3,94 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$.

293. Котушка довжиною 20 см і діаметром 3 см має 400 витків. По котушці тече струм 2 А . Знайти індуктивність соленоїда і магнетний потік, який пронизує площу поперечного перерізу котушки.

Відповідь: $L = 7,1 \cdot 10^{-3}\text{ Гн}$.

294. Виток, по якому тече струм силою 10 А , вільно встановився в однорідному полі з індукцією $0,06\text{ Тл}$. Діаметр витка – 12 см . Яку роботу треба виконати, щоб повернути виток на кут 60° відносно осі, яка збігається з діаметром?

Відповідь: $A = -5,86 \cdot 10^{-3}\text{ Дж}$.

295. Коловий контур, радіус якого 4 см з опором 1 Ом , помістили в однорідне магнетне поле, індукція якого $0,8\text{ Тл}$. Площина контура перпендикулярна до напрямку силових ліній магнетного поля. Який заряд протече через котушку, якщо контур повернути на кут 90° ?

Відповідь: $\Delta q = 4\text{ мКл}$.

296. В однорідному магнетному полі з індукцією $0,1\text{ Тл}$ рівномірно обертається рамка, що містить 5000 витків, з частотою 10 об/с . Площа рамки дорівнює 150 см^2 . Визначити миттєве значення е.р.с., яка відповідає куту повороту рамки на 30° .

Відповідь: $\xi = 235,5\text{ В}$.

297. В однорідному магнетному полі з індукцією $0,35\text{ Тл}$ рівномірно обертається рамка з частотою 480 об/хв , що містить 1500 витків площею 50 см^2 . Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції. Визначити максимальну е.р.с. індукції, яка виникає в рамці.

Відповідь: $\xi_{\max} = 132\text{ В}$.

298. Дротяне кільце радіусом 10 см лежить на столі. Який заряд протече по кільцю, якщо його повернути з однієї сторони на іншу? Опір кільця дорівнює 1 Ом . Вертикальна складова індукції магнетного поля Землі дорівнює 50 мкТл .

Відповідь: $\Delta q = 3,14\text{ мкКл}$.

299. На соленоїд довжиною 20 см з площею поперечного перерізу 30 см^2 наділи дротяний виток. Обмотка соленоїда має 320 витків і по ній тече струм 3 А . Яка середня е.р.с. індукується в надітому на соленоїд витку, якщо струм у соленоїді вимикається протягом $0,001\text{ с}$?

Відповідь: $\xi = 18\text{ мВ}$.

300. В однорідному магнетному полі, індукція якого $0,55\text{ Тл}$, перпендикулярно до силових ліній рухається стрижень довжиною 1 м з постійною швидкістю 20 м/с . Знайти е.р.с. індукції, яка виникає на кінцях

стрижня.

Відповідь: $\xi = 11 \text{ В}$.

301. Заряджена частинка, яка пройшла прискорюючу різницю потенціалів $U = 10^4 \text{ В}$, влетіла в схрещені під прямим кутом електричне ($E = 10 \text{ кВ/м}$) і магнетне ($B = 0,1 \text{ Тл}$) поля. Знайти відношення Q/m заряду частинки до її маси, якщо, рухаючись перпендикулярно до обох полів, частинка не здійснює відхилень від прямолінійної траєкторії.

Відповідь: $\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2UB^2} = 48 \text{ МКл/кг}$.

Л і т е р а т у р а

1. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.1: Механика. Молекулярная физика. – С.Пб: Лань, 2006.
2. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.2: Электричество. Электромагнетизм. – С.Пб: Лань, 2006.
3. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3-х т. Т.3: Волны. Оптика. – С.Пб: Лань, 2005.
4. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.
5. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981.
6. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. – С.Пб: Лань, 2006.
7. Авдеев С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (механіка, електрика, електромагнетизм). – Вінниця: ВНТУ, 2003.
8. Авдеев С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (коливання і хвилі, оптика). – Вінниця: ВНТУ, 2005.
9. Авдеев С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (квантова фізика, статистична фізика, фізика твердого тіла). – Вінниця: ВНТУ, 2003.
10. Авдеев С. Г., Бабюк Т. І. Лекції з фізики (ядерна фізика, радіаційна екологія). – Вінниця: ВНТУ, 2004.
11. Авдеев С. Г. Збірник задач з фізики. Ч.2 (коливання і хвилі, хвильова та квантова оптика). – Вінниця: ВДТУ, 1998.
12. А. С. Опанасюк. Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.1. – Суми: ДУ, 2001.
13. А. С. Опанасюк, Збірник задач до практичних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.2. – Суми: ДУ, 2002.
14. Міщенко Б. А., Опанасюк А. С., Панченко Л. М. Збірник практичних та індивідуальних занять з дисципліни «Загальна фізика». Ч.3. – Суми: ДУ, 2003.

Додаток А

Деякі відомості з математики

1. Формули з алгебри та тригонометрії

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$Z = a + ib$$

$$Z^* = a - ib$$

$$Z = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$Z^* = \rho(\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

$$Z = \rho e^{i\varphi}$$

$$Z^* = \rho e^{-i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$ZZ^* = |Z|^2$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin ax \sin bx = \frac{1}{2} \cos(a-b)x - \frac{1}{2} \cos(a+b)x$$

$$\sin ax \cos bx = \frac{1}{2} \sin(a+b)x + \frac{1}{2} \sin(a-b)x$$

2. Формули диференціального й інтегрального числень

$$\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{d(u)}{dx} + u \frac{d(v)}{dx}$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{d(u)}{dx} - u \frac{d(v)}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}$$

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(\operatorname{ctgx})}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{d(\operatorname{tgx})}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} \quad \text{при } m \neq 0$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2}$$

$$\int_0^{\infty} x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$$

$$\int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2,405$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$$

$$\int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$$

*Тут і далі стала інтегрування опускається.

3. Формули для наближених обчислень

Якщо $a \ll 1$, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a; \quad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a;$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a; \quad e^a = 1 + a;$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a; \quad \ln(1 + a) = a.$$

Якщо кут α малий ($\alpha < 5^\circ$ або $\alpha < 0,1$ рад) і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha, \quad \cos \alpha = 1.$$

Таблиця А. 1 – Основні фізичні постійні

Фізична постійна	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$
Газова постійна	R	$8,31 \text{ Дж/(моль К)}$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Маса спокою електрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Постійна Планка (стала Дірака)	$\hbar = h/2\pi$	$1,05459 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Атомна одиниця маси	$a.o.m.$	$1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постійна Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постійна закону зміщення Віна	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала Рідберга	R'	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

Довідкові дані

Електрична постійна	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнетна постійна	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Одиниця енергії – електрон-вольт	$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Одиниця довжини – Ангстрем	$1 = 10^{-10} \text{ м}$
Маса α -частинки	$m_\alpha = 4m_p$, де m_p – маса протона
Заряд α -частинки	$q_\alpha = 2e$, де e – елементарний заряд.

Таблиця А. 2 – Приставки, що служать для утворення кратних одиниць СІ

Приставка	Числове значення	Позначення	Приставка	Числове значення	Позначення
піко	10^{-12}	<i>p</i>	санти	10^{-2}	<i>c</i>
нано	10^{-9}	<i>n</i>	деці	10^{-1}	<i>d</i>
мікро	10^{-6}	<i>mk</i>	кіло	10^3	<i>k</i>
мілі	10^{-3}	<i>m</i>	мега	10^6	<i>M</i>

Таблиця А. 3 – Властивості деяких твердих тіл

Речовина	Густина, кг/м^3	Температура плавлення, K	Питома теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot K)$	Питома теплота плавлення, Дж/кг	Коефіцієнт теплового розширення, K^{-1}
Алюміній	$2,7 \cdot 10^3$	932	$9,2 \cdot 10^2$	$3,8 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Залізо	$7,8 \cdot 10^3$	1803	$4,6 \cdot 10^2$	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Цинк	$7,1 \cdot 10^3$	692	$4,0 \cdot 10^2$	$1,18 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Мідь	$8,9 \cdot 10^3$	1356	$3,8 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$8,5 \cdot 10^3$	1173	$3,8 \cdot 10^2$	—	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Олово	$7,3 \cdot 10^3$	505	$2,5 \cdot 10^2$	$5,8 \cdot 10^4$	$2,1 \cdot 10^{-5}$
Свинець	$1,14 \cdot 10^4$	600	$1,2 \cdot 10^2$	$2,5 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Лід	$0,9 \cdot 10^3$	273	$2,09 \cdot 10^3$	$3,35 \cdot 10^5$	$5,1 \cdot 10^{-5}$

Таблиця А. 4 – Діелектрична проникність деяких речовин

Гас	2	Слюда	6
Парафін	2	Фарфор	6

Ебоніт	2,6	Скло	6 – 10
Кварц	2,7	Вода	81

Таблиця А. 5 – Електричні властивості матеріалів при 20°C

Матеріал	Питомий опір, $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Темпер. коефіц. опору, K^{-1}	Матеріал	Питомий опір, $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Темпер. коефіц. опору, K^{-1}
Алюміній	2,7	0,0038	Константан	48	0,00002
Мідь	1,72	0,0043	Нікелін	40	0,000017
Срібло	1,6	-	Ніхром	100	0,00026
Залізо	9,8	0,0062	Ртуть	94	0,0009
Сталь	12	0,006	Свинець	22	0,0042
Вольфрам	5,5	0,0051	Графіт	800	-

Таблиця А. 6 – Робота виходу A електронів з металу, eV

Метал	A	Метал	A	Метал	A
Вольфрам	4,5	Магній	3,5	Срібло	4,5
Залізо	4,5	Мідь	4,5	Тантал	4,1
Калій	2,0	Нікель	5,0	Рубідій	2,13
Літій	2,4	Платина	5,3	Цезій	1,97

Навчальне видання

**Сергій Григорович Авдєєв
Тодор Ілліч Бабюк
Олександр Станіславович Камінський**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

Частина 1
(механіка, електрика, електромагнетизм)
Навчальний посібник

Редактор О. Скалоцька

Оригінал-макет підготовлено С. Авдєєвим

Підписано до друку .
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. .
Наклад прим. Зам.№ .

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Відруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,

ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-81-59.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.