

УДК 621.9.06 – 533.6 (075.8)
О13

Р е ц е н з е н т и:

П.С. Берник, доктор технічних наук, професор
С.Й. Ткаченко, доктор технічних наук, професор
В.І. Савуляк, кандидат технічних наук, доцент

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України

Обертюх Р.Р., Булига Ю.В.
О13 Теоретичні основи теплотехніки. Лабораторний практикум. –
Вінниця: ВНТУ, 2004. - 103 с.

Зміст лабораторних робіт, наведених в практикумі, відповідає основним розділам програми дисципліни „Теоретичні основи теплотехніки,” яка викладається для студентів, що навчаються за спеціальностями „Технологія машинобудування” і „Металорізальні верстати та системи.” Кожна лабораторна робота містить необхідні теоретичні відомості, детальні описання дослідних установок та інструкцій для виконання робіт, перелік контрольних запитань і список літератури.

Інформація, викладена в першому розділі посібника, висвітлює сучасні методи вимірювання фізичних величин та обробки результатів експериментів, і теоретичні відомості лабораторних робіт можуть бути корисними для наукової роботи студентів-магістрантів та аспірантів.

УДК 621.9.06 – 533.6 (075.8)

© Р.Р. Обертюх, Ю.В. Булига 2004

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Методи і засоби вимірювання фізичних величин та обробка результатів вимірювання.....	6
Лабораторна робота №1. Вивчення конструкцій та принципу дії приладів для вимірювання температури.....	21
Лабораторна робота №2. Визначення теплопровідності матеріалів методом пластини.....	39
Лабораторна робота №3. Дослідження розподілу температури по довжині теплопровідного стержня та визначення його середнього коефіцієнта тепловіддачі.....	49
Лабораторна робота №4. Дослідження на ЕОМ методом скінченних різниць розподілу температури при поліруванні прямокутної пластини.....	58
Лабораторна робота №5. Розрахунок температурних деформацій різця за допомогою багатфакторного експерименту.....	72
Лабораторна робота №6. Експериментальне визначення коефіцієнта теплопередачі при роботі черв'ячного редуктора.....	88

Вступ

Для машинобудівних спеціальностей вищих навчальних закладів, що готують фахівців за напрямком „Інженерна механіка”, нормативна дисципліна „Теоретичні основи теплотехніки” є складовою частиною циклу загально-професійних дисциплін, освоєння якого формує у студентів необхідну теоретичну базу знань для ефективного освоєння ними спеціальних дисциплін на освітньо-кваліфікаційних рівнях спеціаліста і магістра. Крім того вивчення курсу „Теоретичних основ теплотехніки” поглиблює фундаментальну підготовку студентів з вищої математики і фізики, оскільки ці дисципліни є базовими для даного курсу.

Повний курс „Теоретичних основ теплотехніки” складається з таких основних розділів теплотехніки, як „Теплопередача”, „Тепло-масоперенос” та „Технічна термодинаміка”, які для різних спеціальностей напряму „Інженерна механіка” мають неоднакову вагу, наприклад, для спеціальностей 7.090202 – „Технологія машинобудування” та „7.090203 – „Металорізальні верстати та системи” на наш погляд найбільш важливими є розділи „Теплопередача” та „Тепло-масоперенос”. Освоєння цих розділів дозволяє інженерам названих спеціальностей чітко розуміти фізичну суть теплових процесів, що мають місце при роботі різних механізмів і машин та реалізації технологічних процесів обробки матеріалів різанням, тиском тощо, і ефективно та грамотно застосовувати набуті знання при розрахунках і проектуванні машин та процесів.

Важливе місце при вивченні дисципліни „Теоретичні основи теплотехніки” посідає лабораторний практикум, який доповнює теоретичний курс і практичні заняття з дисципліни поглибленим вивченням окремих її розділів а також дозволяє студентам отримати практичні навички планування і постановки експериментів, обробки та оформлення їх результатів і освоєння методів моделювання та чисельного розрахунку фізичних задач, зокрема теплофізичних.

Основними задачами лабораторного практикуму є ознайомлення студентів з:

- методами і засобами вимірювання фізичних величин та обробки результатів вимірювання;
- принципами дії та конструкціями приладів для вимірювання температури твердих, рідких та газоподібних тіл;
- теоретичними основами і практичними методами планування і постановки експериментів при дослідженні окремих видів теплопередачі, теплових деформацій тощо;
- теоретичними основами і практичними навичками розрахунку температурних полів чисельними методами, зокрема методом скінченних різниць.

З метою полегшення підготовки до виконання лабораторних робіт, кожна лабораторна робота практикуму містить теоретичні відомості; для контролю набутих знань за змістом роботи в її описанні наведені контрольні запитання для самоперевірки а також список літературних джерел, використаних при підготовці описання до лабораторної роботи, та необхідні додатки.

Перед виконанням лабораторної роботи студенти зобов'язані вивчити теоретичний матеріал, ґрунтовно ознайомитись з конструкцією і принципом дії експериментальної установки та вимірювальних приладів, чітко уявити мету роботи, її задачі і порядок виконання.

До проведення експериментів і робіт, передбачених змістом лабораторної роботи, студент допускається після співбесіди з викладачем і дозволу останнього.

Під час співбесіди викладач знайомить студента з правилами техніки безпеки, яких студент зобов'язаний дотримуватись при виконанні лабораторної роботи. Після завершення необхідних експериментів згідно із змістом лабораторної роботи студент повинен вимкнути установку, прибрати робоче місце, здати вимірювальні прилади лаборанту або викладачу і приступити до оформлення звіту з лабораторної роботи. Вимоги до змісту та оформлення звіту приведені в описанні кожної лабораторної роботи.

Захист лабораторної роботи відбувається в час, установлений викладачем, що проводить лабораторні заняття. Критерії оцінювання лабораторних робіт приведені в робочій навчальній програмі дисципліни і доводяться до відома студентів на початку вивчення дисципліни.

1. Методи і засоби вимірювання фізичних величин та обробка результатів вимірювання

1.1 Загальні відомості про методи вимірювання

Процес знаходження значення фізичної величини шляхом зіставлення з деяким її значенням, прийнятим за одиницю порівняння, називають *вимірюванням*. Будь-які вимірювання поділяються на *прямі* і *непрямі* [1, 2].

Знаходження шуканої величини шляхом її порівняння з конкретною мірою, або за допомогою приладів, про градуйованих у відповідних одиницях, називається *прямим вимірюванням*. Якщо шукана величина y визначається шляхом прямих вимірювань величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, які пов'язані з шуканою функціональною залежністю $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, то такі вимірювання називаються *непрямими*.

Будь-які вимірювання ґрунтуються на тих, чи інших фізичних закономірностях, які визначають *принцип вимірювання*, який реалізують відповідні засоби вимірювань.

Сукупність принципів і засобів вимірювань складають *метод вимірювання*.

При проведенні експериментальних досліджень в технічних науках застосовують в основному три методи вимірювання:

- безпосереднє оцінювання;
- компенсаційний (метод порівняння з мірою);
- нульовий.

Якщо значення вимірюваної величини безпосередньо відліковується за шкалою вимірювального приладу (вимірювання сили струму, напруги, температури, тиску тощо), то такий метод вимірювання називається *методом безпосереднього оцінювання*.

Порівняння вимірюваної величини з величиною відновлюваної міри (наприклад, вимірювання напруги постійного струму шляхом порівняння її на компенсаторі з *е.р.с.* нормального елемента) складає суть *компенсаційного методу*.

Суть *нульового методу* – повне зрівноважування дії вимірюваної величини дією відомої таким чином, що їх взаємний ефект зводиться до нуля. При використанні нульового методу роль приладу зводиться до установлення факту зрівноважування. Точність нульового методу визначається точністю відновлення зразкової міри та чутливістю нульового приладу, наприклад, зважування тіл на гирьових вагах або вимірювання електричного опору за допомогою зрівноважувального мосту опорів.

1.2 Засоби вимірювання, їх метрологічні характеристики та похибки вимірювання

До основних засобів вимірювання фізичних величин відносяться: міри, вимірювальні прилади, вимірювальні перетворювачі та вимірювальні пристрої.

Міра – вимірювальний засіб, призначений для відновлення фізичної величини заданого розміру.

Вимірювальний прилад – вимірювальний засіб, який виробляє вимірювальний сигнал у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Вимірювальні прилади поділяють на аналогові та цифрові, які можуть бути показувальними або реєструвальними, тобто такими що передбачають запис показань в тій чи іншій формі, наприклад, цифровій на осцилографному або діаграмному папері.

Якщо необхідно вимірювальний сигнал виробити у формі, зручній для передачі, обробки або зберігання, то використовують *вимірювальні перетворювачі*.

В залежності від функцій, які можуть виконувати вимірювальні перетворювачі, їх ділять на *первинні* (давачі), *передавальні*, що передають сигнал на відповідну відстань, та *масштабні*, які використовуються для зміни значення вихідного сигналу в заданому масштабі.

Вимірювальні прилади, оснащені вимірювальними перетворювачами, називають *вимірювальними пристроями*.

При проведенні експериментальних досліджень в наш час широко застосовують *інформаційно-вимірювальні системи*, які дозволяють автоматично виконувати багатоканальні вимірювання та обробляти результати вимірювань за заданими програмами. Такі системи також використовують для оперативного керування різними технологічними процесами, що дозволяє змінювати процес в потрібному напрямку з метою досягнення бажаного результату.

При застосуванні *інформаційно-вимірювальних систем*, з метою підвищення надійності цих систем, важливого значення набуває *уніфікація вихідних сигналів* різних вимірювальних пристроїв, що суттєво спрощує програми обробки результатів вимірювання.

Засоби вимірювання в залежності від призначення діляться на *робочі, зразкові та еталонні*.

Для практичних вимірювань використовують робочі засоби вимірювання які в свою чергу ділять на технічні та лабораторні, які мають в порівнянні з технічними підвищену точність. Зразкові засоби вимірювання застосовують для перевірки робочих, які можуть бути мірами, вимірювальними приладами та вимірювальними

перетворювачами. За допомогою еталонних засобів вимірювання здійснюють відновлення та зберігання одиниць фізичних величин з найбільшою точністю, яке може бути досягнуто на даному етапі розвитку науки і техніки.

1.2.1 Похибки вимірювання

Похибки вимірювання – це відхилення результату вимірювання величини x від її дійсного (істинного) значення x_0 . Якщо похибка вимірювання виражається в одиницях вимірюваної величини, то вона називається *абсолютною похибкою вимірювання*:

$$\Delta x = x - x_0. \quad (1.1)$$

Відношення

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_0} \quad (1.2)$$

називається *відносною похибкою вимірювання*.

Всі похибки вимірювання, в залежності від причини їх появи, ділять на систематичні, прогресуючі, випадкові та грубі (промахи) [1, 2].

Систематичними називають похибки вимірювання, які не міняються з часом (постійні) або змінюються в часі за певним законом. Якщо систематична похибка відома (її значення і знак) або відомий закон, за яким вона змінюється, то вона може бути усунена внесенням відповідних поправок. Особливо небезпечними є постійні систематичні похибки через те, що їх дуже важко виявити, оскільки зовні вони себе ніяк не проявляють і тривалий час можуть бути не поміченими. Єдино можливим способом їх виявлення є перевірка нуля чи чутливості приладу (чи іншого засобу вимірювання) шляхом повторної атестації за зразковими мірами.

Зазвичай систематичні похибки ділять на:

- *інструментальні*, які залежать від похибок виготовлення засобів вимірювання;
- *методи вимірювання*, які обумовлюються недосконалістю методу вимірювання;
- *методичні*, визначаються умовами вимірювання фізичної величини;
- *суб'єктивні*, причиною яких є індивідуальні особливості організму дослідника (спостерігача, оператора тощо).

Прогресувальними називають похибки, які повільно змінюються в часі. Ці похибки, як правило, визиваються процесами старіння деталей засобів вимірювання (деформація механічних деталей, розрядка джерел живлення, старіння резисторів, конденсаторів та т.п.). Прогресуючі похибки можуть бути скоректовані без виявлення їх причини шляхом

введення поправки, але тільки в даний момент часу, оскільки в наступні моменти часу вони знову монотонно зростають. На відміну від систематичних похибок прогресуючі похибки вимагають неперервного коректування, яке необхідно тим частіше робити, чим менш бажане є їх залишкове значення. Інша особливість прогресуючих похибок та, що вони є *нестационарним процесом* і не мають описання в добре розробленій теорії стаціонарних процесів.

Випадковими називають невизначені за своїм значенням або недостатньо вивчені похибки, які міняються випадковим чином при послідовних вимірюваннях однієї і тієї ж величини. Ці похибки визначаються складною сукупністю причин, що важко піддаються аналізу.

Для кожного окремого вимірювання випадкова похибка не може бути визначена, але при великому числі вимірювань випадкові похибки можуть бути *кількісно визначені* за допомогою методів теорії ймовірностей і математичної статистики, оскільки для більшості випадків процес появи випадкових похибок є *стаціонарним випадковим процесом*.

Якщо похибка вимірювання суттєво перевищує очікувану, то її називають *грубою* або *промахом*.

Поділ похибок на систематичні, прогресувальні та випадкові є лише прийомом їх аналізу, а в дійсності всі ці три види похибок проявляються спільно і є *одним нестационарним процесом*.

1.2.2 Метрологічні характеристики засобів вимірювання

До основних метрологічних характеристик засобів вимірювання відносять: клас точності, допустимі основну і додаткову похибки вимірювання.

Клас точності засобу вимірювання визначається межами допустимих основної та додаткової похибок вимірювання, під якими розуміють такі похибки без урахування їх знаку, при яких даний засіб вимірювання може бути допущений до експлуатації.

Клас точності не визначає безпосередню точність вимірювань, оскільки ця точність ще залежить від методу та умов вимірювання.

Основна допустима похибка вимірювання δ визначається в нормальних умовах експлуатації засобу вимірювання, які в кожному конкретному випадку установлюються *технічними умовами (ТУ)* експлуатації засобу, наприклад тиск $P = (760 \pm 25) \text{ мм.рт.ст.}$ і температура $t = (20 \pm 5)^\circ \text{C}$:

$$\delta = \pm \frac{100 \Delta}{x_N}, \quad (1.3)$$

де Δ – абсолютна похибка; x_N – нормоване значення показання засобу вимірювання, яке приймається рівним діапазону вимірювання.

Якщо робочі умови експлуатації засобу вимірювання відрізняються від нормальних TU для даного, то до основної допустимої похибки добавляється додаткова похибка вимірювання:

$$\delta_{\delta} = \frac{100(x_{II} - x_{III})}{x_N}, \quad (1.4)$$

де x_{II} – показник засобу вимірювання при робочих умовах; x_{III} – показання засобу вимірювання при нормальних умовах. Межі допустимої додаткової похибки вказуються або як конкретні значення, або у вигляді функціональної залежності δ_{δ} від фізичної величини, що впливає на цю похибку.

При рівності x_N діапазону вимірювання або для засобів вимірювання з двобічною шкалою арифметичній сумі верхньої і нижньої границь діапазону, межа допустимої основної похибки показань збігається з класом K засобу вимірювання, тобто:

$$\Delta = \pm \frac{K \cdot x_N}{100} = \pm \frac{\delta \cdot x_N}{100}. \quad (1.5)$$

В багатьох випадках випадкові похибки не визначають точність технічних вимірювань, що робить не потрібними багатократні повторні вимірювання однієї і тієї ж величини. В зв'язку із цим в промислових і лабораторних умовах прямі вимірювання *практично постійних фізичних величин* виконуються, як правило, *однократно* за допомогою *робочих засобів вимірювання*, а точність результатів оцінюється відносною граничною (максимальною) похибкою вимірювання

$$\delta_r = \pm(\delta + \delta_{\delta} + \delta_m), \quad (1.6)$$

де δ та δ_{δ} – допустимі основна і додаткова похибки засобу вимірювання, %; δ_m – методична похибка, %.

При не прямих вимірюваннях (що характерно для теплотехнічних лабораторних вимірювань) якоїсь величини y , коли має місце залежність $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, похибку вимірювання цієї величини можна розрахувати з виразу для повного диференціала

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} dx_n \quad (1.7)$$

за умови, що похибки Δx_i є нескінченно малими, хоч в дійсності ці похибки такими не є [1, 2]. Якщо знехтувати зміною похідних $\frac{\partial y}{\partial x_i}$ в межах

зміни відповідних величин Δx_i , то для оцінювання *максимально допустимої похибки непрямих вимірювань* можна використати залежність

$$\Delta y = \pm \left(\left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n \right| \right) = \pm \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right|, \quad (1.8)$$

де Δx_i – абсолютна графічна похибка *прямого однократного вимірювання* величини x_i (див. (1.6)).

Після нескладних перетворень з рівняння (1.8) можна отримати формулу для розрахунку відносної максимальної похибки вимірювання величини y (в %):

$$\delta y = \pm 100 \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \ln y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right|. \quad (1.9)$$

Розглянутий спосіб визначення похибки непрямих вимірювань величини y дає свідомо завищені значення Δy та δy , оскільки передбачається, що всі похибки Δx_i максимальні і мають один знак, що малоймовірно. Крім цього похибка, знайдена за (1.9) не є повною, оскільки формула (1.9) не враховує так звану *похибку віднесення*, яка враховує зміну параметрів процесу під час проведення вимірювань. Щоб не було похибки віднесення, необхідно, щоб вимірювання виконувались при строго визначених і незмінних за час вимірювання параметрах процесу, що в реальних умовах неможливо.

Сказане можна проілюструвати таким прикладом. При дослідженні процесів конвективного теплообміну основними вимірюваними параметрами є тиск p і температура T , тому відносну максимальну похибку віднесення $\delta_y^{відн}$ розраховувати за залежністю [1]

$$\delta_y^{відн} = \pm 100 \left(\left| \frac{1}{y} \left(\frac{\partial y}{\partial T} \right)_p \Delta T \right| + \left| \frac{1}{y} \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)_T \Delta p \right| \right), \quad (1.10)$$

де частинні похідні $\left(\frac{\partial y}{\partial T} \right)_{p=const}$ та $\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)_{T=const}$ характеризують інтенсивність зміни фізичної величини y і визначають значення похибки $\delta_y^{відн}$.

1.2.3 Оцінювання випадкових похибок при точних вимірюваннях

При використанні засобів вимірювання підвищеної точності, якщо навіть повністю виконати систематичні та грубі похибки, на результати вимірювання будуть впливати різні випадкові фактори, що не піддаються обліку і контролю, наприклад: фізіологічний стан органів відчуття дослідника, випадкові вібрації окремих частин (деталей) вимірювального комплексу, не враховані зміни зовнішніх факторів (температура та тиск навколишнього середовища тощо) та т.п.

Все це приводить до того, що результати окремих вимірювань мають характер *випадкового розсіювання*. Реальні закони розподілення результатів цих вимірювань дуже різноманітні [2, 3]. На практиці використовують ідеалізовані закони розподілення випадкових похибок [1, 2, 3] і зокрема найчастіше нормальний закон (Гаусове розподілення) і розподілення Стюдента [1, 2, 4].

Нормальний закон розподілення похибок (рисунок 1.1) можна описати такою залежністю [1, 2]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - m)^2}{2\sigma_n^2} \right], \quad (1.11)$$

де $f(x)$ – щільність ймовірності вимірюваних значень фізичної величини; m – математичне очікування, яке є найбільш ймовірним значенням вимірюваної величини x ; σ_n – середнє квадратичне відхилення вимірюваної величини x . Математичне очікування є середнім арифметичним значенням x :

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.12)$$

Середнє квадратичне відхилення розраховується за формулою

$$\sigma_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - m)^2}{n - 1}}, \quad (1.13)$$

Після інтегрування (1.11) на інтервалі від θ до x , знайдемо

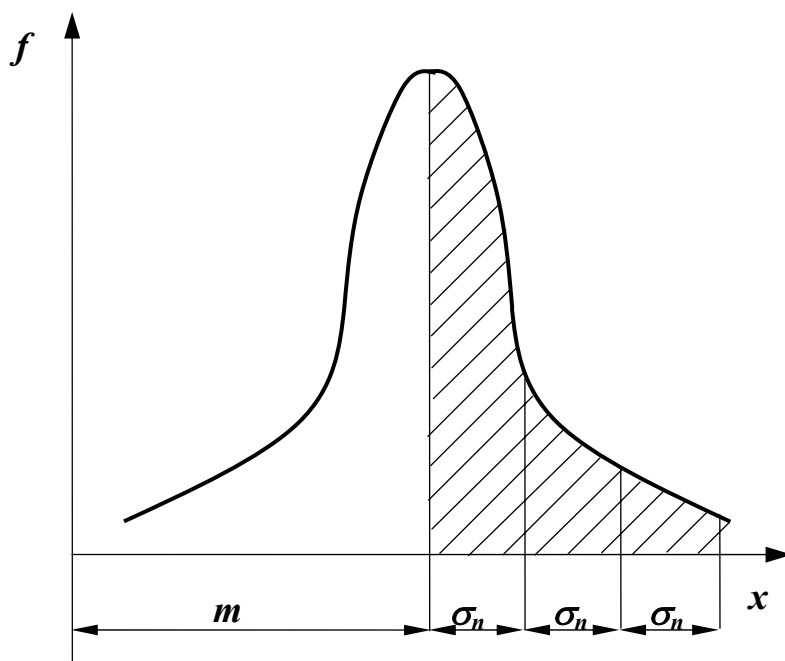


Рисунок 1.1 – Нормальне розподілення похибок

$$P = \int_0^x f(x) dx = \frac{2}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma_n^2}} dx \quad (1.14)$$

де P – ймовірність попадання випадкового результату вимірювання в будь-який інтервал $(x \pm m)$ на осі абсцис.

При введенні безпосереднього інтервалу $\gamma = \frac{(x-m)}{\sigma_n}$, що зручно при практичних розрахунках, залежність (1.14) набуде вигляду

$$P = \frac{2}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \int_0^\gamma e^{-\frac{\gamma^2}{2}} d\gamma = 2\Phi(\gamma) \quad (1.15)$$

де $\Phi(\gamma)$ – функція нормального розподілення, для якої складено таблиці [4].

Ймовірність P чисельно дорівнює площі під кривою (див. рисунок 1.1) для будь якого інтервалу $(x \pm m)$.

Дослідження властивостей закону нормального розподілення показує, що на ділянках від $(m - \sigma_n)$ до $(m + \sigma_n)$ розміщується 62,28% всіх виконаних вимірювань, а в межах від $(m - 2\sigma_n)$ до $(m + 2\sigma_n)$ – вже 95,46%. За межі ділянок від $(m - 3\sigma_n)$ до $(m + 3\sigma_n)$ виходить лише 0,28% вимірювань [1].

Середнє квадратичне відхилення σ_n визначає форму кривої нормального розподілення, наприклад, якщо змінити точність вимірювання величини x , то розсіювання результатів знову ж таки буде відбуватись біля центру з попередньою абсцисою m , але форма кривої (див. рисунок 1.1) зміниться, оскільки σ_n залежить від точності вимірювань.

При оцінюванні випадкових похибок у випадку точних вимірювань кінцевого методу цих вимірювань є визначення похибки середнього арифметичного значення вимірювання величини x , яке дорівнює математичному очікуванню m (див. (1.12)).

У відповідності з теорією похибок [4] за оцінку точності вимірювання середнього арифметичного величини $\bar{x} = m$, прийнятого за істинне значення вимірюваної величини, приймається середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_m = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.16)$$

яке в $\sqrt{n}$ менше середнього квадратичного відхилення результатів окремих вимірювань.

Для надійності оцінювання випадкових похибок необхідно вказувати *довірчий інтервал*, в якому із заданою ймовірністю знаходиться значення вимірюваної величини. Щоб оцінювання похибок при використанні нормального закону розподілення було надійним, необхідно велике число n вимірювань однієї ж і тієї величини (практично $n > 200$ [1, 2]), що робить процес вимірювання дуже трудомістким. З метою зменшення кількості вимірювань застосовують інші, відмінні від нормального, закони розподілення похибок, наприклад, для оцінювання довірчого інтервалу користуються розподіленням Стюдента, яке оперує скінченим числом вимірювань (при $n \rightarrow \infty$ розподілення Стюдента збігається з нормальним). Згідно з цим розподіленням, межі довірчого інтервалу для вимірюваної величини x , при заданій довірчій ймовірності P_δ і обмеженому числі спостережень n , записуються у вигляді [1, 2]

$$\bar{x} - t_p^* \cdot \sigma_m \leq x \leq \bar{x} + t_p^* \cdot \sigma_m, \quad (1.17)$$

де t_p^* - коефіцієнт Стюдента, значення якого залежить від числа вимірювань $(n-1)$ та довірчої ймовірності P_δ і приводять у відповідних таблицях довідників [2, 4].

При оцінюванні випадкових похибок з розгляду повинні бути виключені грубі помилки (промахи) як такі, що не заслуговують довіри. На практиці не розглядають результати вимірювань, похибки яких перевищують значення $\Delta \geq (3 \dots 4) \sigma_m$ [2].

Для правильного визначення випадкової складової похибок при *непрямих* вимірюваннях залежність $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ повинна бути лінеаризованою з достатньою точністю, тоді середнє квадратичне відхилення величини y в результаті *прямих незалежних вимірювань величини x_i* , вільних від систематичних похибок вимірювання, може розраховуватись за формулою [1].

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \sigma_{m_i} \right)^2}, \quad (1.18)$$

де σ_{m_i} — середнє квадратичне відхилення результатів вимірювання величин x_i , які є середнім арифметичним окремих значень вимірювання величин $x_1, x_2, \dots, x_n$. Якщо безпосередньо вимірювані величини $x_1, x_2, \dots, x_n$ різнорідні, то тоді користуються відносними похибками.

1.2.4 Особливості оцінки похибок вимірювальних систем при їх використанні для технічних вимірювань

Вимірювальні системи, які використовуються для технічних вимірювань, як правило, складаються з первинного (давача) і проміжного (або лінії зв'язку) перетворювачів та вимірювального приладу (або аналого-цифрового перетворювача перед входом в ЕОМ). Оцінювання

похибок вимірювальних систем при технічних вимірюваннях може виконуватись за двома методами.

За першим методом похибку оцінюють межами допустимих, основної та додаткової, похибок вимірювання (див. п.1.2.2), яку знаходять із суми квадратів границь допустимих похибок складових елементів [1, 2]:

$$\Delta y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2}, \quad (1.19)$$

Більш близькі до дійсності оцінки дозволяє отримати другий, ймовірно-статистичний метод, але, щоб скористатись цим методом, потрібно знати статистичні характеристики систематичної та випадкової складових похибок. Наприклад, є система, що складається з декількох послідовно увімкнених перетворювачів з коефіцієнтами перетворення, рівними одиниці, математичне очікування випадкових складових дорівнює нулю, тоді математичне очікування похибок $m = \bar{x}_{в.с}$ буде рівним сумі систематичних складових похибок Δ_i окремих перетворювачів вимірювальної системи:

$$\bar{x}_{в.с} = \sum_{i=1}^n \Delta_i, \quad (1.20)$$

Якщо випадкові похибки вимірювальної системи статистично незалежні, то середньо – квадратичне відхилення результату вимірювання $\sigma_{в.с}$ знаходиться за формулою [2, 3]:

$$\sigma_{в.с} = \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i}, \quad (1.21)$$

де $D_i = \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{(x_i - \bar{x}_i)^2}{(n-1)} \right]$ - дисперсії випадкових складових засобів вимірювання (тут x_i – показання i -го вимірювання для окремого перетворювача; $\bar{x}_i$ - математичне очікування, яке є середнім арифметичним n вимірювань стосовно окремого перетворювача).

1.3 Обробка результатів вимірювань

Як вже було відмічено у попередніх підрозділах для знаходження істинного значення деякої величини x виконують n незалежних вимірювань цієї величини: $x_1, x_2, \dots, x_n$. При нормальному законі розподілення випадкових величин x_i (де $i=1, 2, \dots, n$) за істинне значення вимірюваної величини приймають середнє арифметичне величин x_i (див. (1.12)), а середньо – квадратичну помилку σ_n вимірювання величини x розраховують за формулою (1.13). Кількість необхідних вимірювань n , щоб розраховані значення $\bar{x}_i$ та σ_n були достовірними визначають вибором довірчого

інтервалу на основі заданої або відповідним чином обґрунтованої довірчої ймовірності того, що задана величина буде істинною.

Якщо в результаті деякого досліду за знайденими точками, які є середнім арифметичним n вимірювань на кожному із заданих етапів досліду (режимів роботи установки тощо), побудувавши графік експериментальної залежності, наприклад, $y = f(x)$, то виявиться деяка розбіжність, тобто випадкове відхилення від видимої загальної закономірності. Ця розбіжність обумовлена помилками вимірювань, яких не можна уникнути в будь-якому досліді, тому при експериментальних дослідженнях виникає задача, яким чином найкраще обробити експериментальні дані, щоб якомога точніше відобразити загальну тенденцію залежності $y = f(x)$ і загладити *незаконні випадкові відхилення*.

За звичай для розв'язання таких задач використовується метод найменших квадратів, який запропонував видатний німецький математик Гаус [1, 3, 4].

Згідно з методом найменших квадратів сума δ^2 квадратів відхилень експериментальних точок y_{ie} від істинних ординат $y_i = f(x_i, \alpha_j)$ (тут $\alpha_j = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ – параметри функції y_i , які уточнюються в досліді) буде *найменшою*, якщо частинні похідні цієї суми рівні нулю:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_{ie} - y_i)^2, \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial \delta^2}{\partial \alpha_i} = \sum_{i=1}^n (y_{ie} - y_i) \frac{\partial y_i}{\partial \alpha_i} = 0, \quad (1.23)$$

тут (1.22) – сума квадратів відхилень y_{ie} від y_i , а (1.23) – частинні похідні δ^2 по α_j .

Метод найменших квадратів може застосовуватись для уточнення відомого із фізичного змісту задачі виду експериментальної кривої $y_e = f(x_e)$, а також шляхом послідовного перебирання аналітичних залежностей y від x (лінійна, квадратична, степенева і т.д.) для підбору емпіричної формули, яка найбільш точно відображає експериментальну криву.

Проілюструємо застосування методу найменших квадратів для уточнення виду експериментальної кривої $y_e = f(x_e)$ на такому прикладі. Нехай з фізичного змісту задачі відомо, що залежність $y = kx + b$ – лінійна функція. З досліду знайдена сукупність значень, x_{ie} та y_{ie} а також припустимо, що $x_{ie} = x_i$ установлюється без помилок. Застосовуючи (1.22), знайдемо

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_{ie} - kx_i - b)^2, \quad (1.24)$$

Продиференціювавши (1.24) по k та b згідно з (1.23), матимемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_{ie} - kx_i - b)x_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n (y_{ie} - kx_i - b) = 0, \end{cases} \quad (1.25)$$

$$\sum_{i=1}^n (y_{ie} - kx_i - b) = 0, \quad (1.26)$$

Із (1.26) знаходимо

$$b = \bar{y} - k\bar{x}, \quad (1.27)$$

де $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ie}$; $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

Знайдене значення b підставляємо у рівняння (1.25) і після перетворень отримаємо:

$$\sum_{i=1}^n y_{ie}x_i - k \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}(\bar{y} - k\bar{x}) = 0 \quad (1.28)$$

звідки

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ie}x_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{ie} - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{m_{x_i y}^*}{S_x^2} \quad (1.29)$$

де $m_{x_i y}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ie} - \bar{y})(x_i - \bar{x})$; $S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.

Підставляючи (1.27) та (1.29) в залежність $y=kx+b$, отримаємо емпіричну формулу, яка найточніше відображає експериментальну криву $y_e=f(x_e)$:

$$y = \frac{m_{x_i y}^*}{S_x^2} \cdot x + \bar{y} - \frac{m_{x_i y}^*}{S_x^2} \cdot \bar{x} \quad (1.30)$$

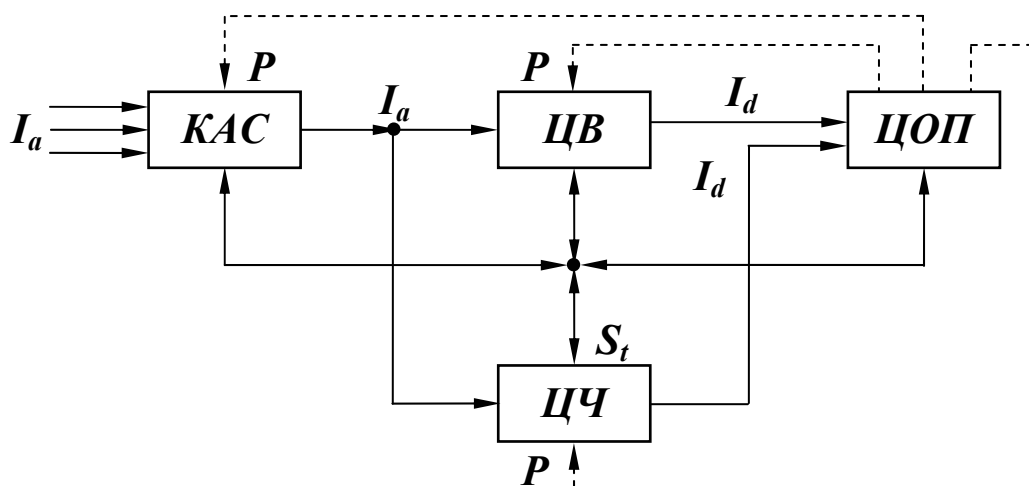
Слід звернути увагу, що в розглянутому прикладі $\bar{x}$ та $\bar{y}$ є середніми арифметичними експериментальних значень y_{ie} та x_{ie} .

1.4 Загальні відомості про інформаційно-вимірювальні системи

Сучасні експериментальні дослідження різних фізичних явищ та процесів часто пов'язані з необхідністю реєстрації та обробки великих масивів інформації, що обумовлює необхідність автоматизації наукових досліджень. Окрім цього проведення складних і точних експериментів вимагає унікальних установок, які дорого коштують самі по собі, а для обробки інформації, отриманої за допомогою цих установок, потрібні нові ефективні способи. На сучасному етапі відбувається перехід від простих

В загальному випадку інформаційно-вимірювальна система складається з функціональних блоків – первинних вимірювальних перетворювачів, ЕОМ та засобів її спряження з функціональними блоками. Ці засоби забезпечують *інформаційну, енергетичну та конструктивну сумісність* між ЕОМ та функціональними блоками перераховані види сумісності разом з *набором правил*, які упорядковують обмін інформацією між окремими блоками системи, називаються *інтерфейсом* [1, 2].

Інформаційно-вимірювальні системи будують за двома основними схемами – радіальною та магістральною [1]. Блок-схема радіальної інформаційно-вимірювальної системи показана на рисунку 1.2, яка складається з таких функціональних елементів: **КАС** – комутатор аналогових вимірювальних сигналів; **ЦВ** – цифровий вольтметр; **ЦЧ** – цифровий



Ця система призначена для багатоканальних вимірювань напруг та частот змінного струму, а також для накопичення і обробки результатів вимірювання в **ЦОП**, який за допомогою *програмних сигналів P* в залежності від вибраного за програмою каналу задає потрібний режим роботи **ЦВ** та **ЦЧ** (наприклад, встановлює межі вимірювання). Як правило, цикл вимірювання

(роботи) функціонального елемента триває певний час, тому підготовка, початок, тривалість та закінчення роботи функціонального елемента регламентується *керуючими сигналами* S_t . На вхід системи подається *інформаційний аналоговий сигнал* I_a , який, після проходження через відповідні функціональні блоки, перетворюється в *інформаційний цифровий сигнал* I_d і поступає в **ЦОП**. В радіальній інформаційно-вимірювальній системі обмін даними здійснюється безпосередньо між функціональними елементами.

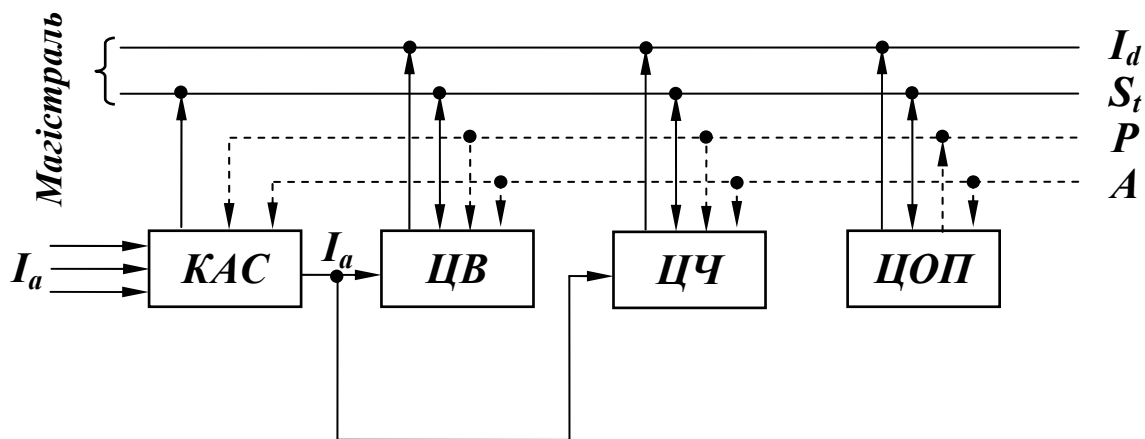


Рисунок 1.3 - Блок-схема магістральної інформаційно-вимірювальної

Для систем з великим числом елементів застосовується магістральна система обміну даними (рисунок 1.3), в якій сигнали передають по провідниках, що називаються *магістральними шинами* [1]. Ці провідники (сигнальні лінії) пов'язують між собою функціональні елементи системи і забезпечують обмін *однорідними сигналами* між ними.

З метою визначення до якого з функціональних елементів відносяться сигнали, що передаються процесором **ЦОП** по *програмних шинах* P , або який з пристроїв повинен передати процесору **ЦОП** результати вимірювань по *інформаційних шинах* I_d , застосовують *адресні сигнали* A (шини). При реалізації інформаційно-вимірювальних систем на основі одних і тих же функціональних елементів (блоків) з метою *забезпечення інформаційної, енергетичної та конструктивної сумісності* цих елементів їх відповідні зв'язки *уніфікують*. Тільки за умови уніфікації зв'язків до одного і того ж виходу функціонального елемента можна підключати інші блоки, наприклад, до цифрового вольтметра **ЦВ** підключати за вибором пристрій друкування, комутатор сигналів або обчислювальний пристрій.

1.4.1 Зміст понять інформаційної, енергетичної та конструктивної сумісності функціональних елементів інформаційно-вимірювальних систем

Інформаційна сумісність визначається інформаційними параметрами електричних сигналів, які передають інформацію. Ці сигнали діляться на два класи: *аналогові (неперервні)*, які можуть набувати будь-

яких значень в заданому інтервалі, та імпульсні (дискретні), що мають скінченну множину значень.

За характером інформації, що міститься в інтерфейсі, розрізняють такі види електричних сигналів:

- вимірювальної інформації (I – сигнали);
- керуючі (S_t – сигнали);
- програмні (P – сигнали);
- адресні (A – сигнали).

Наявність і дія керуючих сигналів обумовлює передачу інформаційних програмних і адресних сигналів.

Інформаційна сумісність забезпечується при таких умовах:

- функціонування, які визначають клас, вид і кількість сигналів, систему їх кодування та просторово-часову діаграму, назву і дію сигналів;
- електричних, для яких при імпульсному характері сигналів вказуються значення напруг для сигналів 0 та 1 , їх просторово-часова діаграма і максимальна відстань передачі, а при аналоговому характері – діапазон напруг, повні опори ланцюгів та допустимий час установлення сигналів;
- конструктивних, що визначають тип з'єднувального елемента, розташування з'єднувальних елементів у відповідності з видами сигналів та самими сигналами, будову з'єднань у функціональному блоці та вид електричних провідних з'єднань між функціональними блоками.

Енергетична сумісність визначається системами живлення функціональних блоків, якими можуть бути лінії промислової мережі, лінії батарейних джерел та (або) лінії робочої напруги.

Умови, які забезпечують *енергетичну сумісність*, діляться на енергетичні і конструктивні:

енергетичні – вказують на спосіб живлення електроенергією, значення напруг та їх допустимі відхилення від номіналів і допустиме навантаження за силою струму;

конструктивні – забезпечують інформаційну сумісність.

Конструктивна сумісність – це умови, які необхідні для з'єднання функціональних блоків один з одним та (або) з системою таким чином, щоб система або її частина були б єдиним конструктивним цілим.

Література

1. Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче. Учеб. пособие для энергомашиностроит. спец. вузов /В.Н.Афанасьев, А.А.Афонин, С.И.Исаев и др.; Под ред. В.И.Крутова, Б.В.Шитова. - М.; Высш. шк., 1988. - 216 с.

2. Куликовский К.Л., Купер В.Я. Методы и средства измерений. Учеб. пособие для вузов. -М.: Энергоатомиздат, 1986. -448 с.

3. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. -М.: Высш. шк., 1982. -256 с.

4. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). - М.: Наука, 1978. -832 с.

Лабораторна робота №1

ВИВЧЕННЯ КОНСТРУКЦІЙ ТА ПРИНЦИПУ ДІЇ ПРИЛАДІВ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ

Мета роботи: Вивчення принципу дії та конструктивних схем приладів для вимірювання температури твердих, рідких та газоподібних тіл.

Вступ

Визначення джерел тепловиділення, дослідження температурних полів, які виникають в тих чи інших технічних об'єктах (наприклад, в металорізальних верстатах), є важливим завданням при установленні теплового режиму цих об'єктів. Ці дослідження тісно пов'язані з вимірюванням температури на різних ділянках технічних об'єктів (металорізальні верстати, інструменти, паротурбінні установки, гідравлічні системи технологічних машин тощо).

Для вимірювання температури використовуються різні способи та прилади. Всю різноманітність способів вимірювання температури можна в загальному випадку привести до двох: контактний та безконтактний.

При контактному способі вимірювання температури термочутливий елемент безпосередньо знаходиться в кондуктивному та (або) конвективному зіткненні з об'єктом вимірювання, а при безконтактному способі температура об'єкта визначається за інтенсивністю його випромінювання в суцільному спектрі або в окремому діапазоні довжини хвиль електромагнітного поля.

Область застосування контактних приладів для вимірювання температури (термометрів) обмежена температурним діапазоном від -200°C до $+2500^{\circ}\text{C}$. За допомогою термометрів важко, а то і неможливо, вимірювати температуру дуже великих або малих об'єктів, а також таких, які швидко рухаються. Ці обмеження можливостей термометрів обумовлені їх інерційністю та жаротривкістю матеріалів, з яких виготовлені деталі термометрів. В цих випадках використовують безконтактні прилади для вимірювання температури (*пірометри*). Пірометри реєструють температуру об'єктів дистанційно, вони швидкодійні і можуть вимірювати температуру в діапазоні від -100°C до $+8000^{\circ}\text{C}$.

Принцип дії *контактних термометрів* ґрунтується на двох різних фізичних ефектах: *термомеханічному* та *термоелектричному*.

Термомеханічним ефектом називається залежність розширення твердих тіл, рідин та газів від температури. Процес теплового розширення речовин підкоряється закону Гей-Люсака [1] і описується рівнянням:

$$L_2 = L_1[1 + \alpha(t_1 - t_2)] \quad (\text{Л1.1})$$

або

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \alpha L_1 \Delta t, \quad (\text{Л1.2})$$

де L_1 та L_2 - розміри тіла, яке нагрівається, відповідно, при температурах t_1 та t_2 ($\Delta=t_1-t_2$); α - коефіцієнт теплового розширення.

Чутливість *термометра розширення* установлюється залежністю [3]

$$S = \frac{\Delta L}{\Delta t} = L_0(\alpha_1 - \alpha_2), \quad (\text{Л1.3})$$

де L_0 - розмір двох тіл, з яких складається термометр при деякій початковій температурі t_0 ; α_1 та α_2 - відповідно, коефіцієнти теплового розширення складових частин термометра.

Термоелектричний ефект має дві різновидності: залежність електричного опору провідника або напівпровідника від температури та виникнення електрорушійної сили (*термо-ерс*) в мережі, складеної з двох різнорідних провідників або напівпровідників, при нерівності температур спаїв мережі - робочого (або гарячого) та холодного. Таке з'єднання провідників називається *термопарою*. *Термо-ерс*, яка виникає при нагріванні або охолодженні одного із спаїв термопари, змінюється пропорційно різниці температур гарячого і холодного спаїв. При відносно невеликому діапазоні зміни температури справедлива залежність [2]

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)], \quad (\text{Л1.4})$$

де R_t - електричний опір провідника при температурі $t^\circ\text{C}$; R_0 - електричний опір провідника при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$; α - температурний коефіцієнт опору, $1/^\circ\text{C}$. Вимірюючи R_t , можна визначити температуру

$$t = \frac{(R_t - R_0)}{(R_0\alpha)} + t_0 \quad (\text{Л1.5})$$

Принцип дії пірометрів ґрунтується на вимірюванні сумарної енергії або складу випромінювання нагрітих тіл. Пірометри, які вимірюють сумарну (*інтегральну*) енергію випромінювання називаються радіаційними або пірометрами повного випромінювання. Ці прилади міряють не дійсну, а радіаційну температуру тіла. Дійсна температура $T(K)$ знаходиться за формулою [2]

$$T = T_p \sqrt[4]{\frac{1}{\varepsilon}}, \quad (\text{Л1.6})$$

де T_p – радіаційна температура, K ; $\varepsilon < 1$ - інтегральний коефіцієнт випромінювання (чорноти). Градування пірометрів виконують за абсолютно чорним тілом, для якого $\varepsilon=1$.

Пірометри, принцип дії яких ґрунтується на вимірюванні складу випромінювання, діляться на *яскравісні (оптичні)* та *колірні (спектрального випромінювання)*. Яскравісні пірометри вимірюють яскравісну монохроматичну температуру T_λ . Дійсна температура $T(K)$ визначається співвідношенням [2]

$$T = \left[\frac{1}{T_{\text{я}}} + \frac{\lambda \ln\left(\frac{1}{\varepsilon_{\lambda}}\right)}{C_2} \right]^{-1}, \quad (\text{Л1.7})$$

де $T_{\text{я}}$ - яскравісна температура, K ; λ - довжина хвилі випромінювання, яка реєструється, m ; $\varepsilon_{\lambda} < 1$ - монохроматичний (спектральний) коефіцієнт випромінювання, $C_2 = hc_0/k = 1.438 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot K$ - стала випромінювання ($h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot c$ - стала Планка; $c_0 = 2.997 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ - швидкість світла в вакуумі; $k = 1,380 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ - стала Больцмана).

В колірних пірометрах інтенсивність монохроматичного випромінювання тіла вимірюють при будь-якій температурі для двох ділянок довжин хвиль, наприклад, червоної та синьої ділянок видимої частини спектру. Відношення інтенсивностей цих ділянок залежить від температури (закон зміщення Віна [3]). Дійсну температуру $T(K)$ знаходять за формулою

$$T = \left\{ \frac{\frac{1}{T_k} + \lambda_1 \lambda_2 \ln\left(\frac{\varepsilon_{\lambda 1}}{\varepsilon_{\lambda 2}}\right)}{[C_2(\lambda_1 - \lambda_2)]} \right\} \quad (\text{Л1.8})$$

де T_k - колірна температура, K ; λ_1 та λ_2 - довжини хвиль різних монохроматичних випромінювань, які відповідають двом яскравісним температурам, m ; $\varepsilon_{\lambda 1}$ та $\varepsilon_{\lambda 2}$ монохроматичні коефіцієнти випромінювання двох ділянок тіла.

1 Контактні термометри



Класифікація контактних термометрів представлена у вигляді структурної схеми на рисунку Л1.1

1.1 Дилатометричні термометри

Принципова схема дилатометра зображена на рисунку Л1.2.

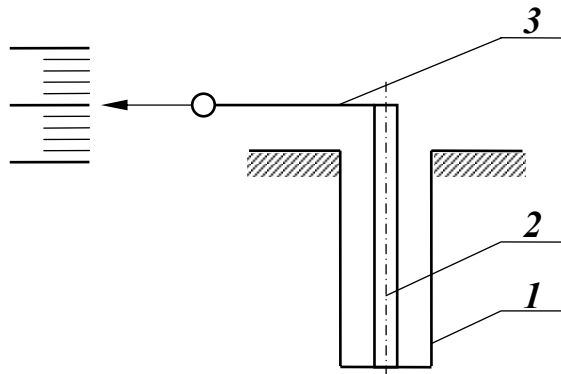


Рисунок Л1.2 – Принципова схема дилатометра

Термометр виконується в вигляді металевої трубки **1** з великим коефіцієнтом лінійного розширення та стержня **2** (наприклад, фарфорового) з малим коефіцієнтом розширення. Стержень **2** розміщується по осі трубки **1** і одним кінцем жорстко з'єднується з вільним її торцем. Другий кінець трубки **1** кріпиться до корпусу приладу, а вільний кінець стержня **2** з'єднується з відліковим пристроєм **3** (наприклад, важеле-зубчастим).

Градуювання термометра проводиться при початковій температурі $t_0=0^{\circ}\text{C}$, тоді при відомих коефіцієнтах лінійного розширення трубки α_1 та стержня α_2 , вимірювана температура $t(^{\circ}\text{C})$ визначається за формулою [1]

$$t = \frac{1}{\Delta\alpha} \left(\frac{\Delta l}{\Delta l_0} - 1 \right), \quad (\text{Л1.9})$$

де $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2, (^{\circ}\text{C})^{-1}$; $\Delta l = l_1 - l_2$ (l_1 та l_2 - довжини трубки **1** та стержня **2** при температурі t), м ; $\Delta l_0 = l_{01} - l_{02}$ (l_{01} та l_{02} - довжини трубки **1** та стержня **2** при (0°C) , м).

Дилатометричні термометри дешеві, надійні, швидкодійні, а також можуть створювати великі перестановні зусилля. Ваді цих приладів - мала точність (похибка $\pm 5\%$) та велика інерційність. Основна область застосування - температурні вимикачі і перемикачі (побутові прилади, машини для випробовування на повзучість та довготривалу міцність [1] тощо). Дилатометричні прилади (дилатометри) можуть працювати в діапазоні температур $0...1000^{\circ}\text{C}$.

1.2 Біметалеві термометри

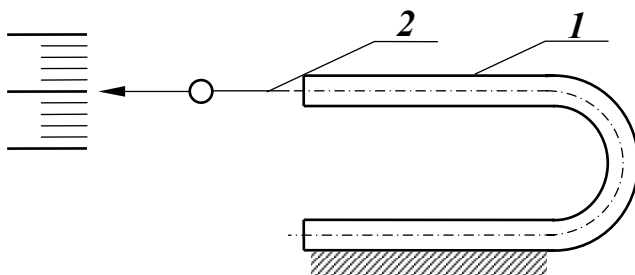


Рисунок Л1.3 – Принципова схема біметалевого термометра

Біметалевий термометр (рисунок Л1.3) складається з двошарової металевої стрічки **1**, утвореної з металів, які мають різний коефіцієнт лінійного розширення. Один кінець стрічки **1** закріплюється нерухомо, а вільний з'єднується з відліковим пристроєм **2**.

При зміні температури на величину $\Delta t = t_1 - t_0$ (t_0 , t_1 - відповідно, початкова і кінцева температури) стрічка l деформується (деформація згину) на величину Δx , пропорційну Δt . Приймаючи $t_0 = 0^\circ\text{C}$, біметалеві термометри градуують у відповідності з залежністю (для схеми, зображеної на рисунку Л1.3)

$$\Delta x = \left[\frac{l^2}{2\delta} \right] \Delta \alpha_1, \quad (\text{Л1.10})$$

де l - довжина біметалевої стрічки l , м; δ - товщина стрічки l , м; $\Delta \alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ (α_1 та α_2 коефіцієнти лінійного теплового розширення компонентів біметалу $1/^\circ\text{C}$).

Для ефективної дії біметалевих приладів для вимірювання температури необхідно, щоб $\alpha_1 \geq 10\alpha_2$ [1].

Біметалеві термометри надійні, дешеві, дають великі перестановні зусилля та працездатні в діапазоні температур $0 \dots 500^\circ\text{C}$. Недоліки приладів - низька точність (похибка $\pm 5\%$) та велика інерційність. Найбільш широко застосовуються біметалеві термометри для оціночного контролю температури (побутові термометри) та як температурні перемикачі і вимикачі. Найбільш розповсюджений матеріал для виготовлення біметалевих термометрів - біметалеві стрічки з сплавів латуні та інвару (залізонікелевий сплав).

1.3 Рідинні скляні термометри

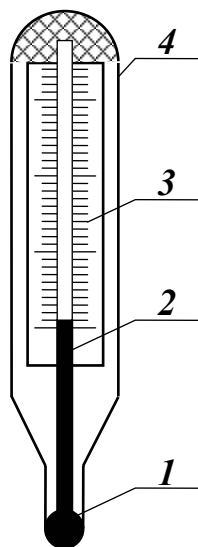


Рисунок Л1.4 – Рідинний скляний термометр

За призначенням рідинні скляні термометри ділять на лабораторні, технічні, медичні та метеорологічні. Основний елемент термометрів (рисунок Л1.4) скляний балон 1 з капіляром 2 , заповнений термометричною рідиною. Шкала 3 може бути вложена в оболонку 4 , або нанесена на її зовнішню поверхню (паличні термометри). Термометри з вкладеною шкалою випускаються прямого виконання (див. рисунок Л1.4) та кутового (термобалон 1 зігнутий під кутом 90° відносно шкали 3). Скляні рідинні термометри розраховані або на часткове занурення в середовище, температура якого вимірюється (термометри неповного занурення), або на занурення до відлікової температури (термометри повного занурення). На термометрах повного занурення є вказання про глибину занурення та температуру градуювання.

Як термометричну рідину в скляних термометрах використовують ртуть за ГОСТ 4658-73, толуол, спирт, гас за ГОСТ 4753-68, поліетилсілоксан за ГОСТ 13004-67, петролійний ефір та інші. Термометрична рідина не ртутних термометрів підфарбовується фарбниками, які не знебарвлюються в процесі експлуатації.

Можливість вимірювання температури рідинним термометром витікає з різниці в коефіцієнтах об'ємного розширення скляного балона з капіляром та термометричної рідини. Приймаючи початкову температуру $t_0=0^{\circ}\text{C}$, скляні термометри градуують у відповідності з залежністю [1]

$$t_1 = \Delta V \left(\frac{1}{V_{P0} \beta_P} - \frac{1}{V_{C0} \beta_C} \right), \quad (\text{Л1.11})$$

де t_1 - вимірювана температура, $^{\circ}\text{C}$; $\Delta V = \Delta V_P - \Delta V_C$ - сумарна зміна об'ємів рідини та скла ($\Delta V_P = V_{P1} - V_{P0}$; $\Delta V_C = V_{C1} - V_{C0}$; V_{P1} та V_{C1} відповідно об'єми рідини та скла при температурі t_1), м^3 ; V_{P0} та V_{C0} - початкові об'єми рідини та скла при температурі 0°C , м^3 ; β_P та β_C - коефіцієнти теплового об'ємного розширення рідини та скла, $1/^{\circ}\text{C}$. Коефіцієнт об'ємного розширення скла $\beta_C \approx 3\alpha_C$ ($\alpha_C = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ - коефіцієнт лінійного розширення скла).

Скляні термометри виготовляють: лабораторні ртутні - за ГОСТ 215-73; технічні - за ГОСТ 2823-73; не ртутні - за ГОСТ 9177-74; для випробовувань нафтопродуктів - за ГОСТ 400-80Е. Діапазон вимірювання ртутних термометрів $-30...+600^{\circ}\text{C}$, не ртутних від -200°C до $+200^{\circ}\text{C}$ при допустимій похибці не більше ціни поділки (1%). Скляні рідинні термометри дешеві, але мають невелику механічну міцність та інерційність.

Якщо термометри неповного занурення застосовують при температурі навколишнього середовища відмінній від 20°C , то вимірювану температуру визначають з урахуванням поправки [4]

$$\Delta t = 0,00016K(20 - t_n), \quad (\text{Л1.12})$$

де K - коефіцієнт, який залежить від типу термометричної рідини ($K=1$ - ртуть; $K=6,5$ - спирт; $K=7,5$ - толуол; $K=5,6$ - гас; $K=9,3$ - ефір); t_n - температура навколишнього середовища, $^{\circ}\text{C}$. Дійсна температура

$$t_0 = t_m + \Delta t, \quad (\text{Л1.13})$$

де t_m - значення температури за термометром, $^{\circ}\text{C}$.

Приклад позначення технічного термометра прямого виконання №5 з ціною поділки 2°C , з довжиною верхньої частини 160 мм та нижньої частини 66 мм :

Термометр П 52 160 66 ГОСТ2823-73.

1 4 Манометричні рідинні та конденсаційні термометри

Манометричний термометр (рисунок Л1.5) складається з термобалона *1*, який занурюється в середовище температура якого вимірюється, з'єднувального металевого капіляра *2*, пружного чутливого елемента *3* в вигляді трубки Бурдона та відлікового механізму *4*. Термобалон *1*, капіляр *2*, чутливий елемент *3* заповнюються термометричною рідиною (наприклад, спиртом). Оскільки коефіцієнт теплового об'ємного розширення термометричної рідини більший ніж коефіцієнти термобалона *1*, капіляра *2* та чутливого елемента *3*, то при зміні температури в рідині підвищується тиск, який деформує чутливий елемент *3* пропорційно вимірюваній температурі.

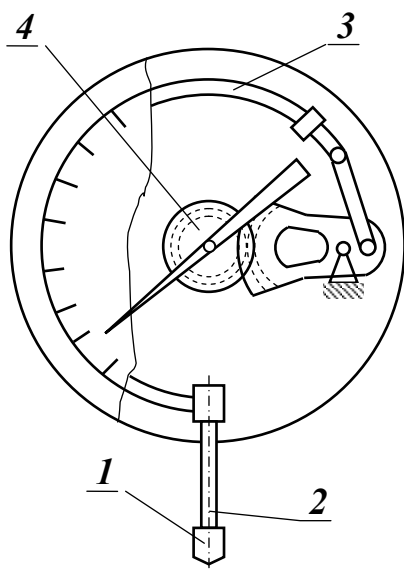


Рисунок Л1.5 – Принципова схема манометричного термометра

Манометричні термометри дешеві, надійні, прості в виготовленні, не вимагають сторонніх джерел енергії, створюють великі перестановні зусилля, дозволяють вимірювати температуру на відстані до **50 м** від її джерела та можуть працювати в діапазоні температур від **-30°C** до **+600°C** при похибці вимірювання $\pm 1\%$. Недоліки манометричних термометрів - це залежність показів від температури з'єднувального капіляра *2* та деяка інерційність.

Манометричні термометри широко застосовуються як промислові прилади для дистанційного вимірювання температури мастила в баках гідросистем, а також як

термореле, які сигналізують про відхилення температури від заданого діапазону.

Промисловість країн СНД виготовляє манометричні термометри таких типів: ТПП4-111 (ТУ25.02.1103-72); ТПГ-СК та ТПП-СК (ТУ25.02.1213-72); ТКП-60СГ (ТУ25.02.683-75); ТПП-М (ТУ25.03.1566-74); вібростійкі ТПП2-В та ТПП2-В-Т (ТУ.25.02.1617-73).

Конденсаційні манометричні термометри конструктивно ідентичні рідинному манометричному, а відмінність в тому, що термобалон *1* (див. рисунок Л1.5) частково заповнюється рідиною з низькою температурою кипіння (наприклад, фреон). Мірою температури є тиск насиченої пари над рідиною, який рухає чутливий елемент. Конденсаційні манометричні термометри мають всі переваги рідинних, але не мають їх недоліків. При виготовленні конденсаційних термометрів пред'являються підвищені

вимоги до герметичності та точності виконання окремих ланок, а також цей тип приладів має нерівномірну шкалу, що обумовлюється нелінійною статичною характеристикою.

1.5 Газові термометри

Принцип дії газових термометрів ґрунтується на залежності тиску або об'єму газу від температури. Принципова схема (рисунок Л1.6) газового термометра складається з термобалона **1**, заповненого гелієм, воднем або азотом, з'єднаного за допомогою капіляра **2** з манометром **3** (наприклад, *U*-подібного рідинного). За шкалою **4** відліковують напір h , використовуючи який за рівнянням стану газу вираховують температуру.

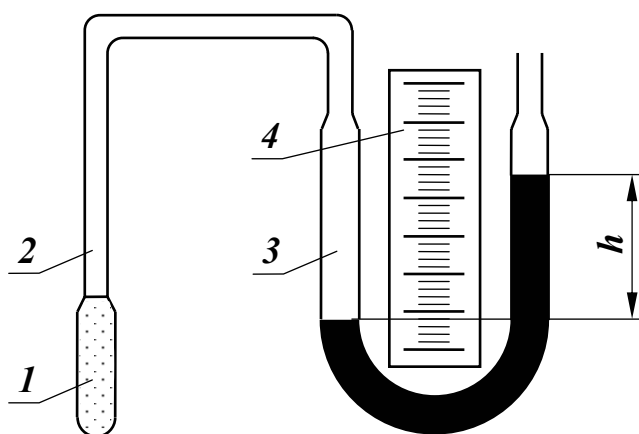


Рисунок Л1.6 – Принципова схема газового термометра

мічною шкалою, одиницею температури якої є *Кельвін (K)*.

Найкращим заповнювачем термобалона **1** є гелій, який за своїми властивостями близький до ідеального газу. Недоліки газових термометрів - це мала механічна міцність та велика трудомісткість процесу вимірювання температури. Застосовують газові термометри для перевірних робіт і вимірювання температури за термодина-

1.6 Термометри опору

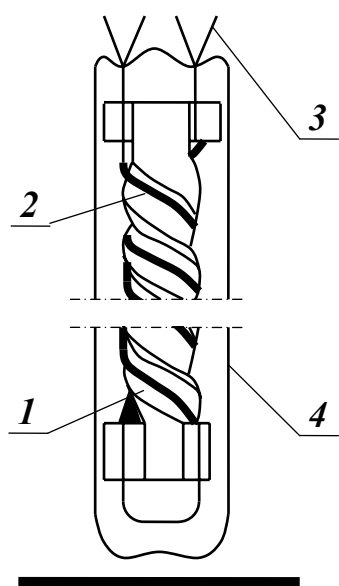


Рисунок Л1.7 - Конструктивна схема термометра опору

Основний елемент термометрів опору - терморезистор. Принцип дії термометра ґрунтується на залежності електричного опору терморезистора від температури (див. формули (Л1.4) та (Л1.5)). Найчастіше для виготовлення терморезисторів застосовують чисті метали (*Pt, Cu, Ni* та інш.), які мають достатньо високе значення температурного коефіцієнта електричного опору, а також добру відновлюваність термометричних властивостей. Для вимірювання низьких температур (*1,3...400 K*) використовують термометри опору з чутливим елементом з напівпровідників (термісторів). В порівнянні з металами напівпровідники мають на порядок вищий температурний коефіцієнт опору, а також великий внутрішній опір. Ці

особливості дозволяють створювати на основі термісторів дешеві, малогабаритні, механічно міцні та довговічні термометри опору. Недоліки напівпровідникових термометрів опору - нелінійність та низька відновлюваність градуївної характеристики, що потребує індивідуального їх градуювання.

Найбільш точним приладом для вимірювання температури в діапазоні від -260 до $+750^{\circ}\text{C}$, а в окремих випадках до $+1100^{\circ}\text{C}$, є платинові термометри опору. Схема лабораторного платинового термометра конструкції П.Г.Стрелкова показана на рисунку Л1.7.

Термометр складається з каркаса **1** гелікоїдальної форми, виготовленого з плавленого кварцу. Платиновий дріт **2** діаметром $0,05...0,1\text{ мм}$ у вигляді спіралі кріпиться на каркасі **1**. До кінців спіралі **2** приварюється два виводи **3** з платинового дроту діаметром $0,3\text{ мм}$. Ці виводи **3** та чутливий елемент розміщуються в захисній кварцевій гільзі **4** діаметром $5...6\text{ мм}$, яка може мати довжину від 50 мм до 100 мм . Гільза **4** заповнюється гелієм або іншим інертним газом при тискові $0,02\text{ МПа}$.

Існує багато схем вмикання термометрів опору, одна з яких зображена на рисунку Л1.8, де позначено: R_t - термометр опору; $R_1...R_3$ - плечі моста опору; R_E - реостат; R_v - зрівнювальний резистор; G - гальванометр (міліамперметр); E - стабілізоване джерело струму.

Градуують термометр при температурі, що приймається за нуль, наприклад, 0°C . При цьому за допомогою зрівнювального резистора R_v вирівнюють плечі моста опорів, про що свідчить відсутність струму в діагоналі моста (прилад G показує нуль). Рівновага моста порушується при зміні температури і прилад G , шкала якого попередньо проградуїрована в

одинацях температури, буде показувати дійсну температуру.

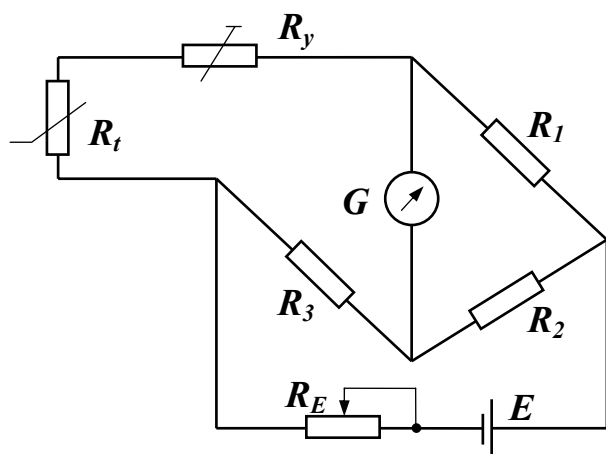


Рисунок Л1.8 – Схема вмикання термометра опору чутливого елемента.

Величина струму в вимірювальному ланцюгу встановлюється реостатом R_E . З метою запобігання нагріванню чутливого елемента величина струму не повинна перевищувати 2 мА . В інших схемах вмикання термометрів опору можуть вимірюватись падіння напруги на чутливому елементі при сталому значенні величини струму або зміна опору

При особливо точних вимірюваннях температури застосовують спеціальні компенсаційні схеми вмикання термометрів опору, які практично

усувають вплив зміни опору з'єднувальних проводів, нелінійності перетворення моста, похибки гальванометра та джерела струму тощо.

1.7 Термопари

Термопари застосовуються для вимірювання температури в діапазоні від **-200** до **+2500°C**. Ці прилади досить точні і широко розповсюджені в різних автоматизованих системах вимірювання температури. Виготовляють термопари з таких комбінацій сплавів [4]:

а) хромель (**84%Ni+9,8%Cr+10%Fe+0,2Mn**) - копелеві (**56%Cu+44%Ni**) - термопари ТКХ;

б) хромель-алюмелеві (**94%Ni+2%Al+2,5%Mn+1%Si+0,5% домішки**) - термопари ТХА;

в) платинородій (**90%Pt+10%Rh** (- *платинові*) **100%Pt**) - термопари ПП.

Термопари першого типу ТКХ мають найбільшу *термо-ерс* в порівнянні з іншими, але у них відносно малий термін служби при температурі плюс **500...600°C** і використанні в повітряному середовищі. Межа вимірювання температури термопарами другого типу (ТХА) **+1000°C**, але у них менша *термо-ерс*.

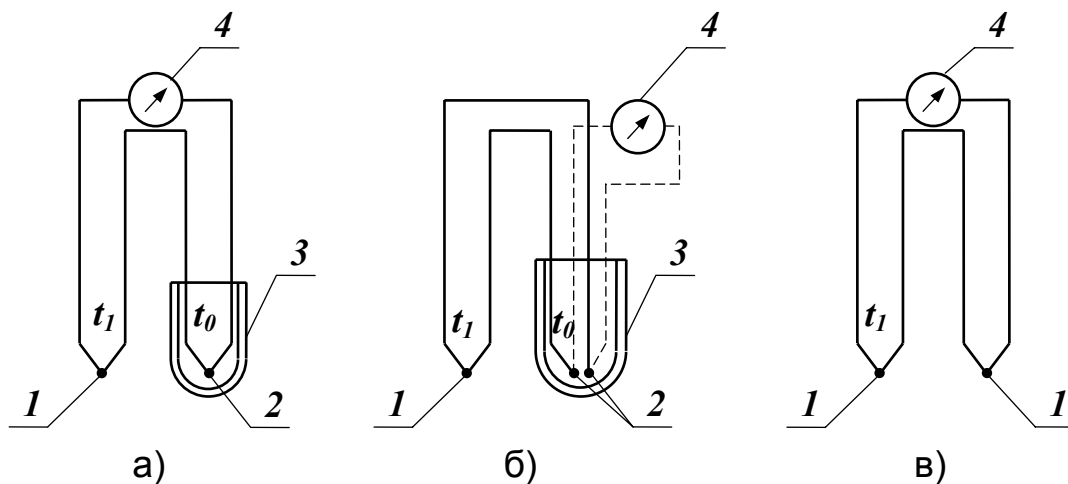
Термопари третього типу (ПП) мають найбільшу точність, застосовуються для вимірювання температури в окислювальних та нейтральних середовищах і можуть працювати в діапазоні температур **+300...1600°C**. Точність еталонних термопар ПП за відхиленням *термо-ерс* – **$0,01+2,5 \cdot 10^{-5}/t - 300/mB$** [4].

При виготовленні термопар використовують термоелектричний дріт діаметром **0,5 мм**. Дріт меншого діаметра має велику неоднорідність матеріалу, що не забезпечує відновлюваності стандартної градуювальної кривої.

Робочий спай термопари утворюють зварюванням, спаюванням або скручуванням. Найкраще кінці дроту зварювати, що дає найменші похибки при вимірюванні температури. Холодний спай термопари виготовляють за допомогою паяння оловом. Перед градуюванням термопару відпалюють при температурі, що перевищує робочу.

Для ізоляції термопар застосовують фарфорові та керамічні трубки, а також панчохи із склотканини.

Вимірювальний прилад в ланцюг термопари вмикають за однією із схем (рисунок Л1.9, а, б, в)



1 - робочий спай; 2 - холодний спай; 3 - посудина з охолоджувачем; 4 - вимірювальний прилад
Рисунок Л1.9 - Схеми вмикання термопар

При вимірюваннях за схемою б) холодний спай охолоджують льодом, що тоне. Цей спай з'єднують з вимірювальним приладом 4 мідним дротом.

У випадку вимірювання різниці температур можна застосовувати диференціальну термопару, в якій обидва спаї є робочими, але при умові, що одна з температур відома, щоб в процес вимірювання не була внесена похибка від нелінійності градуувальної характеристики. Термопары



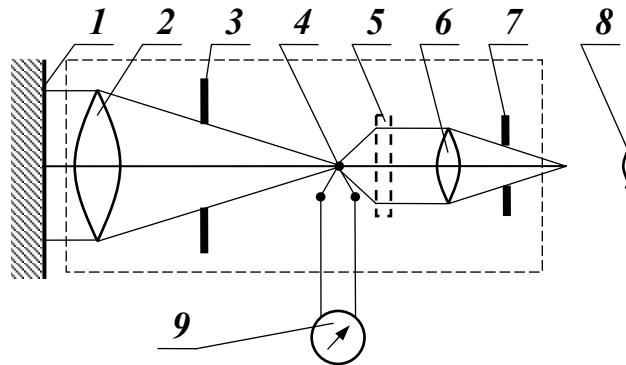
Рисунок Л1.10 - Класифікація пірометрів
дозволяють вимірювати температуру з похибкою $\pm 0,5^\circ\text{C}$.

2 Пірометри

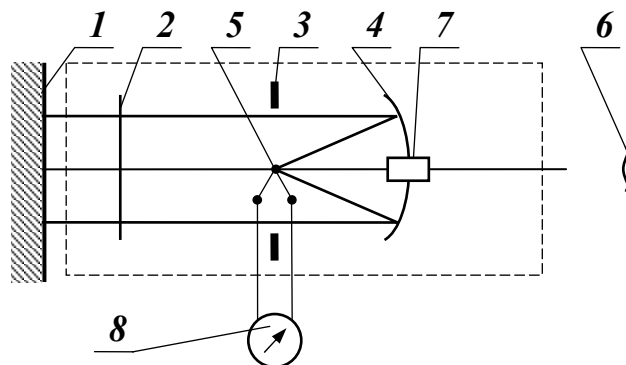
2.1 Пірометри повного випромінювання (радіаційні)

Застосовують в основному два види пірометрів цього типу - з оптичними системами заломлювання та відбивання (рисунок Л1.11)

Пірометри з оптичною системою заломлювання дешеві, прості та надійні в експлуатації. На об'єкт вимірювання пірометр наводять за допомогою окуляра з димчастим фільтром. Поліетиленова плівка добре пропускає інфрачервоне випромінювання і захищає прилад від забруднення та потоків повітря.



а) пірометр з оптичною системою заломлювання:
1 – об'єкт вимірювання; 2 – об'єктив; 3 – діафрагма;
4 – приймач-випромінювання; 5 – димчастий фільтр; 6 – окуляр; 7 – діафрагма; 8 – оператор;



б) пірометр з оптичною системою відбивання:
1 – об'єктив випромінювання; 2 – фільтр; 3 – діафрагма;
4 – параболічне дзеркало; 5 – приймач випромінювання;
6 – оператор; 7 – окуляр;

Рисунок Л1.11 – Схеми пірометрів повного випромінювання

Основні недоліки пірометра з системою заломлювання - скляна оптична система та можливість застосування тільки для вимірювання високих температур. Пірометр може вимірювати температуру в діапазоні $+100...2000^{\circ}\text{C}$ з похибкою $\pm 1\%$. Інерційність приладу $0,005...5\text{ c}$.

Пірометри з оптичною системою відбивання можуть вимірювати температуру в діапазоні від -100°C до $+2000^{\circ}\text{C}$ з похибкою $+1\%$ але ці прилади в порівнянні з розглянутими мають більшу вартість. Застосовують радіаційні пірометри в металургійному, целюлозопаперовому, скляному та інших виробництвах.

Приймачами випромінювання в цих приладах можуть бути: термобатарей – це з'єднані послідовно термопари з тонкої фольги або тонкого дроту (до 20 термопар), що дозволяє фокусувати випромінювання на вузькій ділянці поверхні:

- *болометри* – термометри опору, виготовлені з фольги провідників, або термістори;

- *теплові швидкодіючі індикатори* – виготовляються в вигляді тонкошарової термопари або болометра;

- *пірокристали* – речовини, в яких при зміні температури виникає ефект спонтанної поляризації (титанат барія, ніобат барія тощо).

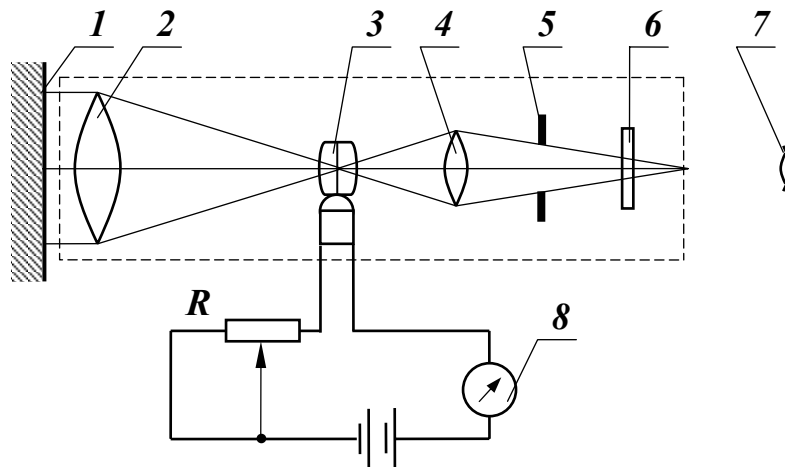
2.2 Яскравісні пірометри

В промисловості та при проведенні досліджень застосовують три види яскравісних пірометрів: з ниткою, що зникає (рисунк Л1.12,а); з оптичним клином (рисунк Л1.12,б) і фотоелектричні (рисунк Л1.12,в).

При роботі з пірометром, показаним на рисунку Л1.11,а, оператор 7 через окуляр 4, діафрагму 5 та фільтр 6 бачить зображення нитки лампи 3 на фоні об'єкта вимірювання 1. Спостереження ведеться в монохроматичному світлі, що створюється фільтром 6 з червоного скла (довжина хвилі $\lambda=0,65 \text{ мкм}$). За допомогою реостата 2 сила струму, що проходить через лампу 3, регулюється таким чином, поки спектральні інтенсивності випромінювання лампи та об'єкта не зрівнюються. В цей момент зображення нитки на фоні об'єкта 1 зникає і за міліамперметром 8, шкала якого попередньо проградуєвана в одиницях температури, реєструють температуру об'єкта 1.

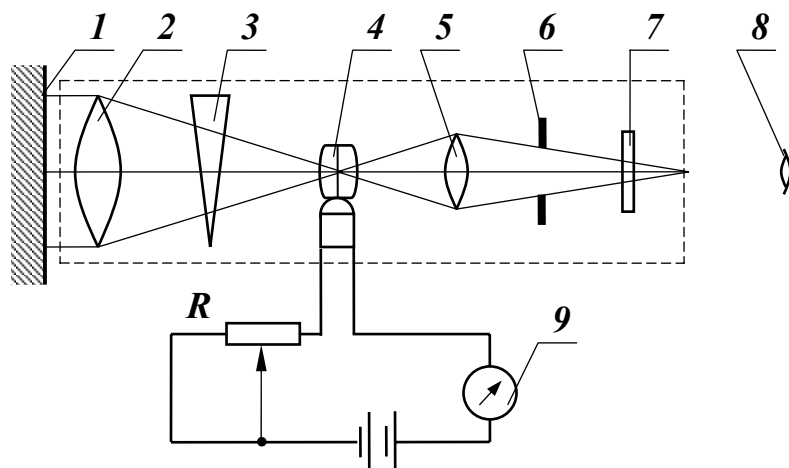
Пірометри з ниткою, що зникає, дешеві та надійні, можуть вимірювати температуру в діапазоні $700...3000^{\circ}\text{C}$ з похибкою $\pm(0,5...1)\%$ при інерційності 30с. Недоліки цих приладів - залежність показань від коефіцієнта чорноти.

Пірометри з оптичним клином (колова форма) є модифікацією розглянутих приладів. На відміну від пірометрів з ниткою, що зникає, яскравісну температуру нитки лампи 4 підтримують постійною, а зрівнювання яскравостей здійснюється пересуванням оптичного клина 3, при цьому від об'єкта вимірювання 1 надходить менше або більше світла.



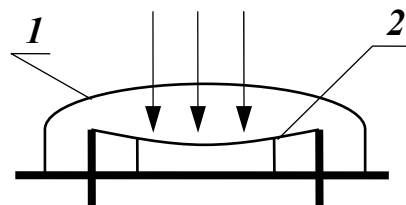
а) пірометр з ниткою, що зникає:

1 - об'єкт вимірювання; 2 - об'єктив; 3 - лампа; 4 - окуляр; 5 - діафрагма; 6 - фільтр; 7 - оператор; 8 - міліамперметр.



б) пірометр з оптичним клином:

1 - об'єкт вимірювання; 2 - об'єктив; 3 - оптичний клин колової форми; 4 - лампа; 5 - окуляр; 6 - діафрагма; 7 - фільтр; 8 - оператор; 9 - міліамперметр.



в) приймач фотоелектричного пірометра:

1 - світлофільтр; 2 - фотодіод або фоторезистор.

Рисунок Л1.12 – Схеми яскравісних пірометрів

Положення клина реєструють за шкалою, поділки якої проградуєвані в одиницях температури. Діапазон вимірювання цих пірометрів 700...6000°C при похибці **(0.5...1)%**. Застосовують яскравісні пірометри при виробництві сталі, скла, керамічних матеріалів тощо.

В фотоелектричних пірометрах (див. рисунок Л1.12,в) приймачем випромінювання є фотодіоди або фоторезистори з яскраво вираженою спектральною чутливістю. Виділення випромінювання в вузькому діапазоні довжин хвиль здійснюється за допомогою світлофільтрів або призм.

Цей тип пірометрів має малу інерційність - до **10^{-3} с**. Їх можна застосовувати для реєстрації температури швидкоплинних теплових процесів, а також для вимірювання температури малих об'єктів.

Відповідним вибором спектрального діапазону, можна створити умови, аналогічні сприйманню випромінювання чорного тіла, а також обійти смуги та лінії поглинання водяної пари і двоокису вуглецю, які постійно присутні в середовищі між об'єктом вимірювання і пірометром.

2.3 Колірні пірометри

Колірні пірометри діляться на пірометри порівняння (рисунок Л1.13,а) та спектрального відношення (рисунок Л1.13,б).

В пірометрі порівняння випромінювання від об'єкта **1** через об'єкти **2**, нейтральний оптичний клин **3** та подвійний світлофільтр **4** направляється у фотометричний кубик **5**, в який також через матове скло **11**, подвійний червонозелений світлофільтр **10** та допоміжну лінзу **9** надходить випромінювання від лампи розжарювання **12**. Подвійний світлофільтр **4** виконаний в вигляді двох оптичних клинів - червоного та зеленого. Відносним переміщенням клинів світлофільтра **4** можна міняти співвідношення між інтенсивностями червоного та зеленого кольорів.

В окуляр **6** оператор **7** бачить дві ділянки, що відповідають випромінюванню від об'єкта **1** та лампи **12**. Ці ділянки забарвлені сумішшю зеленого та червоного кольорів з різним співвідношенням їх інтенсивностей. Взаємним зміщенням оптичних клинів світлофільтра **4** зрівнюють співвідношення інтенсивностей червоного та зеленого кольорів випромінювання об'єкта **1** та лампи **12**. За допомогою нейтрального оптичного клина **3** зрівноважують яскравості випромінювання лампи **12** та об'єкта **1**. Після завершення вказаних дій за положенням нейтрального клина **3** визначають яскравісну температуру, а положення одного з клинів подвійного світлофільтра **4** показує колірну температуру об'єкта **1**. Інтенсивність випромінювання лампи **12** регулюють реостатом **2**.

Пірометр порівняння дозволяє одночасно вимірювати колірну та яскравісну температури в діапазоні **1000...2000°C** при похибці **$\pm(1...1,5)\%$** та інерційності **30 с**. Недоліками приладу є велика вартість, ручне

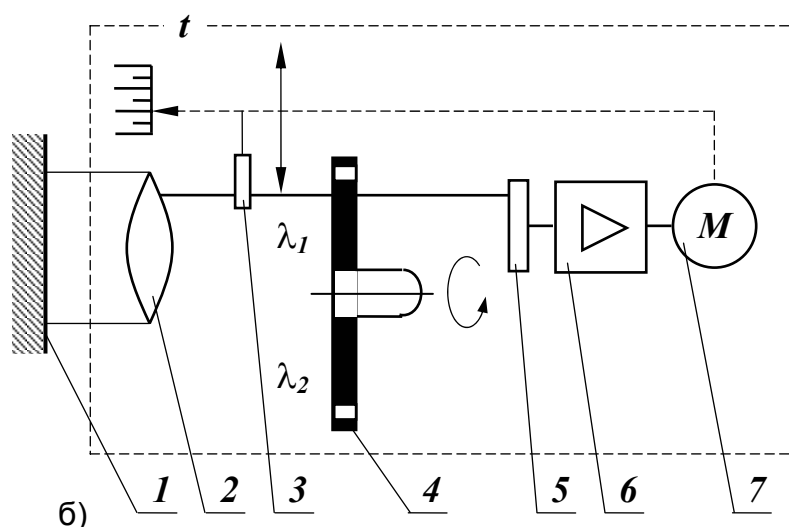
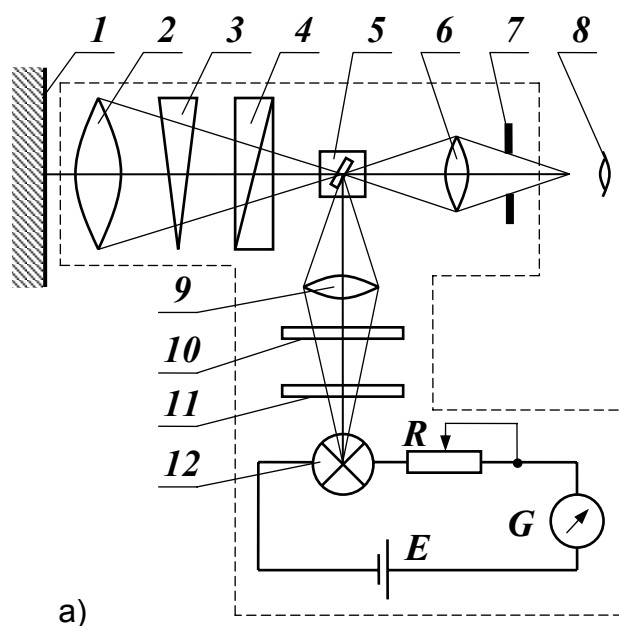


Рисунок Л1.13 – Схеми колірних пірометрів

зрівноважування і вимога до оператора - хороша здатність відрізняти кольори.

Останніх двох недоліків немає пірометр спектрального відношення (рисунок Л1.13), який працює в автоматичному режимі. В пірометрах цього типу вводиться модуляція світлового потоку, який від об'єкта 1 через об'єктив та зрівноважувальний фільтр 3 попадає на обтюратор 4 (диск, що обертається) оснащений двома світлофільтрами, що пропускають випромінювання тільки двох довжин хвиль λ_1 та λ_2 . Через обтюратор 4 випромінювання освітлює фотоеlement 5. Змінна складова вихідного сигналу фотоеlementa 5 підсилюється підсилювачем 6 і подається на реверсивний двигун, який переміщує зрівноважувальний фільтр 3 до тих

пiр, поки не зрiвнюються iнтенсивностi випромiнювання на обох довжинах хвиль λ_1 та λ_2 . За положенням ланки, що показує розташування фiльтра 3 вiдносно шкали, проградуйованої в одиницях температури, вiдраховується температура об'єкта 1.

Пiрометром спектрального вiдношення можна вимiрювати температуру в автоматичному режимi в межах $+2500...8000^\circ\text{C}$ при похибцi $\pm(1...1,5)\%$ i iнерцiйностi 5 с. Покази приладу не залежать вiд випромiнювальної здатностi об'єкта вимiрювання, а також присутностi в просторi мiж пiрометром i об'єктом пилу, диму та випаровувань. Застосовують колiрнi пiрометри при виплавцi сталi, дослiдженнях високотемпературних процесiв тощо.

Промисловiсть країн СНД випускає яскравiснi пiрометри ОМП-054, ВМП-015М, ЛМП-165 "Промiнь", радiацiйний ПИРС-019, колiрнi типу "Веселка", фотоелектричнi ФЕП-4, ФЕМП-021 та iнш. [2].

3 Прилади та наочнi посiбники, необхiднi для виконання роботи

3.1 Термометри та пiрометри рiзних типiв.

3.2 Плакати "Прилади для вимiрювання температури".

4 Порядок виконання роботи

4.1 Уважно ознайомитись з другим роздiлом лабораторної роботи.

4.2 Отримати у викладача зразки приладiв для вимiрювання температури i, уважно вивчивши їх будову, визначити їх тип.

4.3 Скласти паспорт – технiчну характеристику на отриманi зразки приладiв для вимiрювання температури.

4.4 Підготувати звіт до лабораторної роботи.

5 Звіт з лабораторної роботи

5.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згiдно з вимогами до текстової конструкторської документації ГОСТ 2.105-95.

5.2 В звiтi вiдображається мета лабораторної роботи, основнi теоретичнi вiдомостi, якi повиннi супроводжуватись необхiдними схемами та рисунками.

5.3 Зобразити принциповi схеми отриманих зразкiв приладiв для вимiрювання температури та привести детальний опис їх будови i принципу дiї.

5.4 Висновки з лабораторної роботи повиннi мiстити порiвняльну характеристику приладiв, їх переваги, недолiки та область застосування.

6 Контрольнi запитання для самоперевiрки

6.1 Якi ефекти використовуються для побудови контактних термометрiв?

6.2 Дайте визначення термомеханічному та термоелектричному ефектам.

6.3 Як визначається чутливість контактного термометра розширення?

6.4 Яка різниця між манометричними рідинним та конденсаційним термометрами?

6.5 Опишіть принцип дії газового термометра. Де застосовують ці термометри?

6.6 Що називається термопарою?

6.7 Чим відрізняється звичайна термопара від диференціальної?

6.8 Чому в термометрі опору струм живлення не повинен перевищувати **2 мА**?

6.9 Яка різниця в принципах вимірювання температури пірометрами повного випромінювання, яскравісними та колірними?

6.10 Що є основою фотоелектричних пірометрів?

6.11 Які термометричні рідини застосовуються для заповнення скляних рідинних термометрів?

Література

1.Хофман Д. Техника измерений и обеспечение качества: Справочная книга /Пер. с нем. под ред. Л.У.Закса, С.С.Кивилиса, - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 472 с.

2.Испытательная техника: Справочник: В 2-х кн. /Под ред. В.В.Клюева, - М.: Машиностроение, Кн.2, 1982. -560 с.

3.Теплопередача: Учебник для вузов /В.П.Исаченко, В.А.Осипова, А.С.Сукомел. - 4-е изд. перераб. и доп. - М.: Энергоиздат, 1981 -416 с.

4. Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче: Учеб. пособие для знергомашиностроит. спец, вузов /В.Н.Афанасьев, А.А.Афонин, С.И.Исаев и др.; Под ред. В.И.Крутова, Б.В.Шитова. - М.: Высш. шк., 1988. - 216 с.

Лабораторна робота №2

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ МАТЕРІАЛІВ МЕТОДОМ ПЛАСТИНИ

Мета роботи: визначити методом плоского шару теплопровідність матеріалу з низькою тепловою провідністю та залежність теплопровідності від температури.

1 Основні теоретичні відомості

Тіла в теорії теплообміну розглядаються як суцільне середовище з заданими макроскопічними теплофізичними властивостями. Ці властивості характеризуються коефіцієнтами: теплопровідності λ , температуропровідності $\alpha = \lambda / (\rho c)$, питомої теплоємності c та густини ρ . Теплофізичні параметри, що входять в умови однозначності диференціального рівняння теплопровідності, повинні бути завчасно відомими як при аналітичному розв'язанні задач теплообміну, так і при узагальненні результатів експериментальних досліджень. В залежності від природи тіла та його термодинамічних параметрів теплофізичні властивості змінюються в широких межах. З цієї причини експериментальні методи практично є єдиним способом отримання теплофізичних характеристик речовини. Умовно експериментальні методи діляться на стаціонарні та нестаціонарні.

1.1 Методи стаціонарної теплопровідності

Ці методи ґрунтуються на властивостях стаціонарного температурного поля, яке при відсутності внутрішніх джерел теплоти описується диференціальним рівнянням [1]

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0, \quad (12.1)$$

де другі похідні від температури характеризують зміну температури в

просторі при сталому її значенні в часі ($\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$). Відомі експериментальні методи стаціонарної теплопровідності розроблені на основі частинних розв'язків рівняння (12.1) з певними умовами однозначності. .

Величина теплового потоку Q (Bm) через ізотермічну поверхню $A(m^2)$ (поверхня рівних температур) визначається законом Фур'є [1]

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dA \cdot d\tau, \quad (12.2)$$

де λ - коефіцієнт теплопровідності, $Bm/(m \cdot K)$; $\frac{\partial t}{\partial n}$ - градієнт температури в напрямі нормалі n до ізотермічної поверхні, K/m .

Якщо при розв'язанні задачі теплопровідності її вдається звести до одновимірного температурного поля плоскої, циліндричної або сферичної стінки при граничних умовах першого роду, то коефіцієнт теплопровідності такої стінки можна визначити із співвідношення [1, 2]

$$\lambda = K_{\phi} Q / (t_1 - t_2), \quad (\text{Л2.3})$$

де K_{ϕ} - коефіцієнт форми досліджуваного зразка речовини, м^{-1} ; t_1, t_2 - відповідно, температури зовнішньої та внутрішньої поверхонь стінки, K .

Коефіцієнти форми для необмежених, плоскої ($K_{\phi n}$), циліндричної ($K_{\phi u}$), та сферичної ($K_{\phi c}$), стінок (шарів) можна знайти за формулами співвідношень [2], відповідно:

$$K_{\phi n} = \delta / A, \quad (\text{Л2.4})$$

$$K_{\phi u} = \ln(d_2 / d_1) (2\pi l)^{-1}, \quad (\text{Л2.5})$$

$$K_{\phi c} = (1/d_1 - 1/d_2) (2\pi)^{-1}, \quad (\text{Л2.6})$$

де δ - товщина плоскої стінки, м ; A - площа поверхні плоскої стінки, нормальна до напрямку теплового потоку, м^2 ; d_1 та d_2 - відповідно, внутрішній та зовнішній діаметри циліндричної і сферичної стінок, м ; l - довжина циліндричної стінки, м . Таким чином, щоб визначити коефіцієнт теплопровідності досліджуваного матеріалу, достатньо в стаціонарному режимі виміряти потужність теплового потоку та температурний напір $\Delta t = t_1 - t_2$.

Залежність (Л2.3) можна використовувати для знаходження коефіцієнтів теплопровідності рідини та газів при умові, що теплота переноситься тільки за рахунок теплопровідності. Якщо коефіцієнт теплопровідності змінюється при зміні температури, то формула (Л2.3) застосовується для визначення середнього значення коефіцієнта теплопровідності при умові малого перепаду температур.

Недоліки методів стаціонарної теплопровідності пов'язані зі складністю створення одновимірного температурного поля в досліджуваних зразках з урахуванням теплових втрат, а також з великими затратами часу на проведення дослідів, що обумовлені тривалістю процесу виходу експериментальної установки на стаціонарні теплові режими.

Для дослідження теплофізичних властивостей речовин застосовуються методи необмеженого плоского шару, необмеженого циліндричного шару та сферичного шару. Метод необмеженого плоского шару використовується для знаходження коефіцієнтів теплопровідності матеріалів з низькою теплопровідністю ($\lambda \leq 2,3 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$). За цим методом зразок з теплопровідного матеріалу виготовляється у вигляді тонкої круглої або квадратної пластини. Для створення перепаду температур одна

поверхня пластинки нагрівається а друга охолоджується за допомогою пристроїв, які мають плоскі поверхні, між якими затискається досліджуваний зразок.

З метою забезпечення одновимірного температурного поля товщина пластинки $\delta \leq (1/7 \dots 1/10)d$, де - d - діаметр круглої або сторона квадратної пластин. Бокові теплові втрати зразка зменшуються тепловою ізоляцією бокових поверхонь або захисними електричними нагрівачами.

Недоліки методу необмеженого плоского шару пов'язані з труднощами ліквідації термічного опору, що виникає в місцях контакту зразка з поверхнями нагрівача та холодильника. Похибка у визначенні коефіцієнта теплопровідності за рахунок цього контактного опору при товщині зразка **1,5...3,0 мм** може досягати **10... 20%** і має тенденцію до росту при збільшенні теплопровідності досліджуваного матеріалу. Для зменшення термічного контактного опору поверхні зразка та теплообмінників піддають тонкій обробці і, з метою створення гарного контакту, сильно стискають.

В залежності від матеріалу зразка і типу нагрівача температура гарячої поверхні зразка може досягти **+2000°C**, а холодної **+100°C** (охолодження водою).

Іноді метод необмеженого плоского шару застосовують для визначення коефіцієнта теплопровідності провідників тепла (металів та інш.).

При дослідженні теплопровідності рідин та газів широко застосовують метод необмеженого циліндричного шару, іноді цей метод ще називають методом нагрітої нитки. Принципова схема приладу, що реалізує названий метод, така: в тонкому кварцевому капілярі коаксіально розміщується нагрівач в вигляді тонкого дроту (нитка), як правило, з платини. Простір між стінками капіляра і ниткою заповнюється досліджуваною рідиною або газом. Для зменшення похибок нитка завжди повинна бути натягнута і мати строго концентричне положення. Малі діаметральні розміри капіляра практично усувають конвективну передачу теплоти. Платиновий дріт одночасно використовується як нагрівач та термометр опору. Температура зовнішньої поверхні капіляра вимірюється термометром опору. Експериментально встановлено, що вільна конвекція практично відсутня, якщо $C_r \cdot P_r \leq 700 \dots 800$, де C_r, P_r – відповідно, критерії Грасгофа та Прандтля [2].

Коефіцієнт теплопровідності при застосуванні методу необмеженого циліндричного шару знаходиться за залежністю [2]

$$\lambda = K_{\phi\kappa} Q / (\Delta t - Q K'_{\phi\kappa} \lambda_K), \quad (12.7)$$

де $\Delta t = t_1 - t_2$ - перепад температури (напір) між зовнішнім та внутрішнім термометрами опору, K ; $K_{\text{фц}}$, $K_{\text{фц}}'$ - коефіцієнти форми, відповідно, циліндричного шару досліджуваної речовини та циліндричної стінки капіляра, м^{-1} ; λ_K - коефіцієнт теплопровідності кварцу.

Якщо описаний метод використовують для дослідження теплопровідності твердих речовин, то зразок виготовляють в вигляді труби, яка може нагріватись із зовні або із середини.

Коефіцієнти теплопровідності сипучих матеріалів визначають за допомогою методу сферичного шару, при якому зразку надається форма сферичної стінки. Цей метод дозволяє отримати одновимірне температурне поле без захисних пристроїв, але його ефективне застосування пов'язане з труднощами рівномірного заповнення простору між двома концентричними сферичними поверхнями досліджуваної речовини.

2 Принципові схеми. Описання експериментальної установки

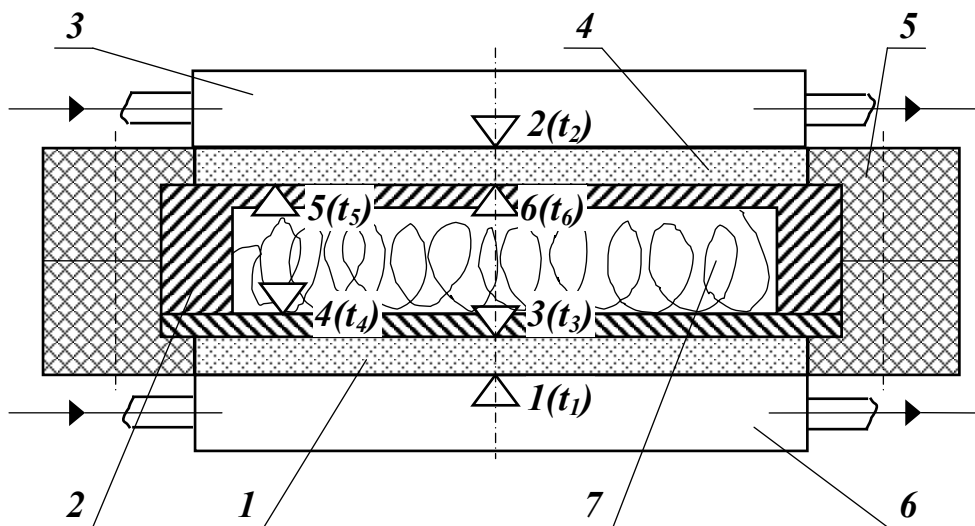


Рисунок Л2.1 - Робоча ділянка експериментальної установки

Робоча ділянка експериментальної установки рисунок Л2.1 складається з двох зразків **1**, **4**, виготовлених в формі дисків товщиною $\delta = (5,0 \pm 0,015) \text{ мм}$ і діаметром $d = 140 \pm 0,5 \text{ мм}$. Зразки розміщуються між нагрівачем **2** та двома холодильниками **3**, **6**. Необхідна щільність контакту досліджуваних зразків з відповідними гарячими та холодними поверхнями забезпечується за допомогою болтового з'єднання, а також високою чистотою обробки поверхонь, що дотикаються.

Нагрівач **2** з електричним опором $R = 41,7 \text{ Ом}$ виконаний з двох з'єднаних латунних дисків, один з яких служить за кришку, а інший у формі короткого циліндра вміщує нагрівальний елемент **7**, покладений на деталь (на рисунку Л2.1 не показана), виготовлену з листового азбесту. Ця деталь служить ізолятором. Для зменшення радіальних теплових втрат

нагрівач фіксується по центру теплоізоляційного кожуха 5, який заповнюється азбоцементом ($\lambda=0,092 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$). Кожух висотою $h_k=22 \text{ мм}$ складається з двох симетричних порожнистих циліндрів $d_k=140 \text{ мм}$.

В стаціонарному тепловому режимі теплота, що виділяється в нагрівачі 2 за винятком радіальних теплових втрат проходить через досліджувані зразки 1 і 4, а потім відводиться водою, що тече через порожнини двох холодильників 3 і 6. Кожний з холодильників 3 і 6 має вигляд коробки з нержавіючої сталі. Складається коробка з корпусу та кришки. Корпус виконано у вигляді диску зі спіральними канавками для циркуляції води.

3 Прилади, необхідні для виконання роботи

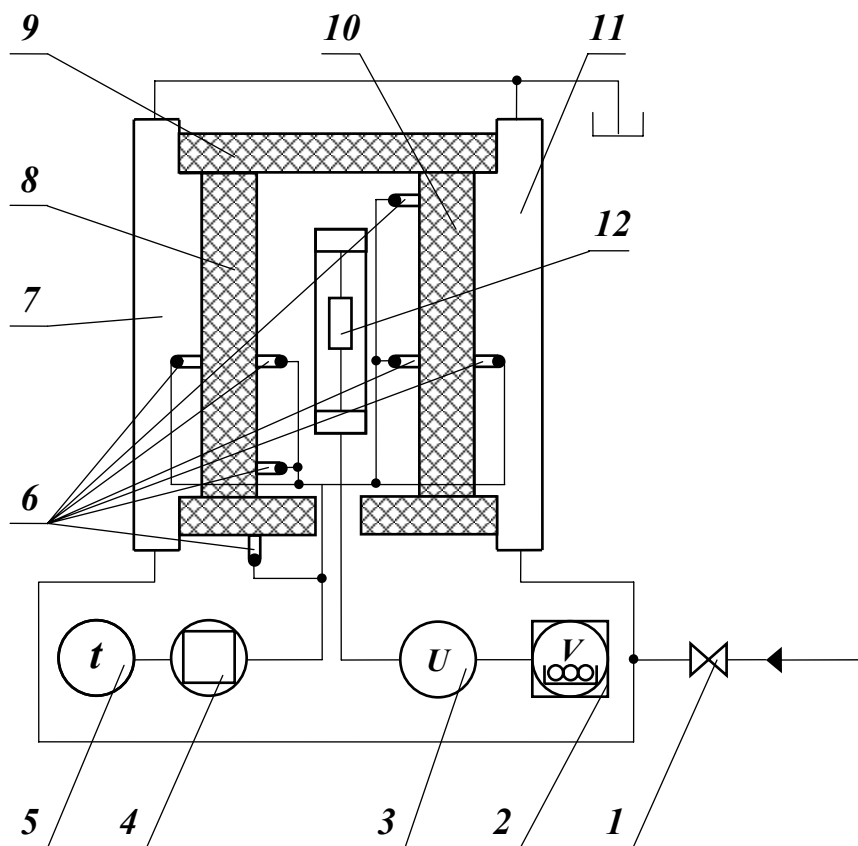


Рисунок Л2.2 - Електрична схема вимірювання температури зразків і деталей установки

Електрична схема в однопровідному зображенні для вимірювання температури зразків і деталей установки та напруги живлення нагрівача приведена на рисунку Л2.2.

Для проведення експериментів використовують такі прилади та пристрої:

- комбінований цифровий прилад **Щ-43ІЗ** (поз. 2) – вимірює напругу, що подається на нагрівач 12;
- автотрансформатор **ЛАТР-2М** (поз. 3) – змінює напругу, що подається на нагрівач 12;

- термомпари (поз. 6) – вимірюють температуру поверхонь зразків 8 та 10 (дві закріплені в центрах поверхонь холодильників 7 та 11, чотири інші розташовані на торцевих поверхнях нагрівача 12, а також одна термомпара встановлена в центрі бокової поверхні ізоляційного кожуха 9). Точки приєднання термомпар 6 (рисунок Л2.2) позначені на рисунку Л2.1 – символами $\nabla 1... \nabla 6$;

- мілівольтметр *МВУ6-4ІА* (поз. 5) - вимірює електрорушійну силу (е.р.с.) термомпар;

- вентиль (поз. 1) – керує подачею води в холодильники 7 та 11.

5 Порядок виконання роботи

5.1 Ознайомитись з теоретичними відомостями та іншими розділами методичних вказівок.

5.2 Ознайомитись з принципом роботи робочої ділянки експериментальної установки та вимірювальних приладів.

5.3 Перевіривши заземлення, увімкнути установку, при цьому повинна загорітись сигнальна лампочка “мережа”.

5.4 Увімкнути цифровий прилад *Щ-43ІЗ* і перевірити температуру, яку показують термомпари. Якщо термомпари не пошкоджені, то вони зареєструють температуру навколишнього середовища.

5.5 Відкрити кран подачі води, яка охолоджує зразки і впевнитись, що вона заповнила холодильники.

5.6 Увімкнути електронагрівач та ручкою автотрансформатора *ЛАТР-2М* плавно установити напругу $U=35В$ (реєструється приладом *Щ-43ІЗ*).

5.7 Через 15 хвилин після вмикання нагрівання виміряти температуру не менше 3...4 разів через кожні 5 хв. Впевнившись, що покази всіх датчиків залишаються сталими протягом декількох вимірювань, закінчити перший режим досліджень.

5.8 Провести вимірювання на двох інших режимах при $U=50В$ та $U=60В$. Вимірювання на цих режимах необхідно починати через 15 хв. після установлення відповідної напруги. Проводити ці вимірювання не менше 15...20 хв.

5.9 Вимкнути напругу і подачу води.

5.10 Отриманні значення температури зразків та кожуха записати в таблицю Л2.1

Таблиця Л2.1

№ режима	Напруга живлення нагрівача, <i>В</i>	Температура, °C						
		1 – го зразка			2 – го зразка			Кожуха
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7

Тут t_1 та t_2 – температура зразків зі сторони холодильників.

5.11 Провести обробку результатів за методикою, що приведена в розділі 6.

5.12 Визначити матеріали зразків, зіставивши розрахункове значення коефіцієнта теплопровідності зразків з даними, наведеними в додатку Л2. А.

5.13 Оцінити похибку вимірювань, використовуючи метрологічні характеристики вимірювальних приладів (додаток Л2.Б).

5.14 Підготувати звіт з лабораторної роботи.

6 Обробка результатів експериментів та оцінювання похибки вимірювань

6.1 Методика обробки результатів експериментів

Середнє значення коефіцієнтів теплопровідності досліджуваного зразка для трьох режимів нагрівання розраховується за формулою [2]

$$\lambda = K_{\phi n} (Q_n - Q_v) / (t_r - t_x), \quad (\text{Л2.8})$$

де $K_{\phi n} = \delta / 2A$ – коефіцієнт форми зразка, m ; δ – товщина зразка, m ; $A = \pi d^2$ – площа поверхні зразка, m^2 ; Q_n – потужність теплового потоку від нагрівача,

Wm ; Q_v – радіальні теплові втрати, Wm ; $t_r = \sum_{i=3}^6 \frac{t_i}{4}$ – середня температура поверхні зразка з боку нагрівача, K ; $t_x = (t_1 + t_2) / 2$ – середня температура поверхні зразків з боку холодильників, K .

Формула (Л2.8) отримана із співвідношення (Л2.3) для плоского шару робочої ділянки (див. рисунок Л2.1) експериментальної установки для визначення коефіцієнтів теплопровідності твердих речовин.

Радіальні теплові втрати визначаються за залежністю [2].

$$Q_B = \alpha_k (\bar{t}_k - t_c) A_k + \frac{1}{3} (t_\delta - t_x), \quad (\text{Л2.9})$$

де α_k – коефіцієнт тепловіддачі з боку торцевої поверхні кожуха, $Wm / (m^2 \cdot K)$; $t_\delta = 0,13t_r + 0,09t_c + 0,73t_x$ – температура болтів кріплення, K ; $A_k = \pi [h_k d_k + (d_k^2 - d^2) / 2] = 0,039$ – площа зовнішньої торцевої поверхні кожуха, m^2 . t_c – температура навколишнього середовища, K . $\bar{t}_k$ – середня температура кожуха, K ; d_k – зовнішній діаметр кожуха, m . Коефіцієнт тепловіддачі α_k та розрахункова різниця температур $(\bar{t}_k - t_c)$ – обчислюється за формулами [2]:

$$\alpha_k \approx 3,31 + 0,0024(t_p - t_r); \quad (\text{Л2.10})$$

$$\bar{t}_x - t_c \approx 1,08(t_p - t_c) + 0,08(t_p - t_x), \quad (\text{Л2.11})$$

де $t_p - t_c = 0,30(t_r - t_c) - 0,06(t_c - t_x)$. Формули (Л2.9) та (Л2.10) отримані на основі аналізу аналітичного розв'язання задачі стаціонарного двовимірного температурного поля ізоляційного кожуха, K ; $t_p = t_c + 0,30(t_r - t_c) - 0,06(t_c - t_x)$ – розрахункова температура кожуха, K .

Розрахувавши значення коефіцієнтів теплопровідності λ для трьох режимів, побудувати графік залежності

$$\lambda = \lambda_0 + b\bar{t}, \quad (\text{Л2.12})$$

де $\bar{t} = 0,5(t_r + t_x)$ – середня температура зразка, K ; λ_0 – коефіцієнт теплопровідності зразка при температурі 0°C , $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{K}^2)$; b – коефіцієнт, що враховує фізичні властивості матеріалу зразка, $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{K}^2$.

6.2 Оцінювання похибки вимірювань

Середньоквадратична похибка визначення коефіцієнта теплопровідності визначається за формулою (2)

$$\delta_I = \pm 100 \cdot \left[\frac{(\Delta Q_n)^2 + (\Delta Q_b)^2}{(Q_n - Q_b)^2} + \left(\frac{\Delta \delta}{\delta} \right)^2 + 2 \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t_r - t_x} \right)^2 \right]^{0,5}, \quad (\text{Л2.13})$$

де $\Delta Q_n / Q_n = 2\Delta U / U + \Delta R / R$ – відносна похибка вимірювання теплового потоку; $\Delta t = (\Delta t_n^2 + \Delta t_m^2)^{0,5}$ – абсолютна похибка визначення температури; Δt_n , Δt_m – відповідно, абсолютні похибки вимірювання температури та тарування термопар.

Максимальні похибки вимірювання ΔU , Δt_n визначаються класом вимірювальних приладів. Найбільшу похибку тарування термопар можна прийняти рівною $\Delta t_m = \pm 0,5\text{K}$ [2]. Похибками визначення радіальних теплових втрат Q_b і електричного опору нагрівача при знаходженні похибки вимірювання коефіцієнта теплопровідності можна знехтувати.

7 Звіт з лабораторної роботи

7.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згідно з вимогами до текстової документації ГОСТ 2.105-95.

7.2 В звіті відобразити мету роботи та основні теоретичні відомості, описати схему дії експериментальної установки, супроводжуючи описання необхідними ілюстраціями.

7.3 Привести таблицю даних вимірювань, розрахунки експериментальних залежностей та побудувати графік залежності коефіцієнта теплопровідності досліджуваного зразку матеріалу від температури.

7.4 Грунтуючись на даних додатка Л2.А, визначити матеріал зразків.

7.5 В висновках з лабораторної роботи привести оцінку похибки вимірювань коефіцієнта теплопровідності.

8 Контрольні запитання для самоперевірки

8.1 Які методи стаціонарної теплопровідності застосовуються для визначення коефіцієнтів теплопровідності твердих, рідких, сипучих та газоподібних тіл?

8.2 Які параметри визначають величину коефіцієнта форми в рівнянні, що установлює залежність коефіцієнта теплопровідності від потужності теплового потоку та температурного напору?

8.3 Чому при визначенні коефіцієнта теплопровідності методом, що використовується в даній лабораторній роботі, поверхні зразків повинні мати високу чистоту ?

8.4 Які, і за допомогою яких приладів проводяться вимірювання при виконанні роботи?

8.5 Які основні причини можливих похибок в даному експерименті?

Література

1. Теплопередача : Учебник для вузов/ В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981.– 416 с.

2. Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче: Учеб. пособие для энергомашиностроительных спец. вузов/ В.Н. Афанасьев, А.А. Афонин, С.И. Исаев и др.: Под ред. В.И. Крутова, Е.В. Шишова. – М.: Высш. шк., 1988. – 216 с.

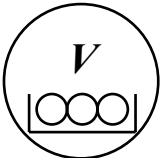
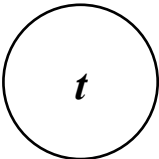
Додаток Л2.А (довідковий)

Значення коефіцієнтів λ_0 та b для різних матеріалів

Матеріал	λ_0 Вт/(м·К)	$b \cdot 10^4$ Вт/(м·К ²)
1. Азбест ($\rho=500$ кг/м ³)	0,107	1,9
2. Азбестовий картон	0,157	1,4
3. Азбослюда	0,134	1,51
4. Азбоцементит	0,088	1,28
5. Вермикуліт	0,072	2,9
6. Повсть шерстяна	0,047	20
7. Вулканіт ($\rho=450$ кг/м ³)	0,092	1,74
8. Сталь аустенітного класу	13,8	155

Додаток Л2.Б (довідковий)

Метрологічні характеристики вимірювальних приладів

Найменування	Умовне позначення на схемах	Клас точності	Межі вимірювання
Прилад цифровий комбінований Щ – 4313		1,0	5мВ...500В
Мілівольтметр вузько- профільний показуючий МВУ6 – 41А з пристроєм КТ-3		1,0	0...200°С

Лабораторна робота №3

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ ПО ДОВЖИНІ ТЕПЛОПРОВІДНОГО СТЕРЖНЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЙОГО СЕРЕДНЬОГО КОЕФІЦІЄНТА ТЕПЛОВІДДАЧІ

Мета роботи: 1) визначити розподіл температури по довжині теплопровідного стержня для стаціонарних процесів теплопровідності і конвективної тепловіддачі; 2) за знайденим експериментально середнім темпом охолодження стержня розрахувати коефіцієнт його тепловіддачі при температурі навколишнього середовища, що має місце при проведенні досліджень.

1 Теоретичні відомості

Розглянемо стаціонарний процес теплообміну нагрітого довгого теплопровідного стержня з будь-якою формою поперечного перерізу (рисунок ЛЗ.1) і із защемленим одним кінцем та вільним іншим.

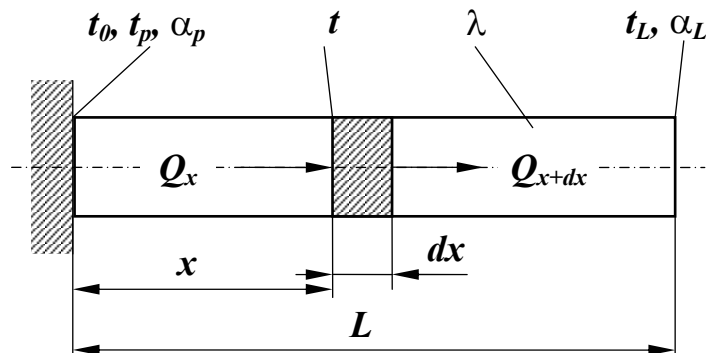


Рисунок ЛЗ.1 - Схема для розрахунку розподілу температури по довжині довгого теплопровідного стержня

Защемлений кінець має температуру $t_0 = \text{const}$. Коефіцієнт тепловіддачі бокової поверхні стержня $\alpha_p = \text{const}$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стержня $\lambda = \text{const}$. Геометричні параметри стержня задані його площею поперечного перерізу A та параметром U , температура навколишнього середовища $t_p = \text{const}$ і кінця стержня $t_L = \text{const}$.

Виділимо на відстані x від защемленого кінця стержня елементарну ділянку dx і розглянемо зміну теплового потоку dQ_x , який проходить через поперечний переріз A стержня на відстані x :

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx}, \quad (\text{ЛЗ.1})$$

де Q_x – тепловий потік, який входить в елемент dx ; Q_{x+dx} – тепловий потік, що виходить з елемента dx .

Оскільки за прийнятими умовами процеси теплопровідності і конвективної тепловіддачі стаціонарні, то зручно оперувати не значеннями температури, а температурними напорами:

$$\Delta t_0 = t_0 - t_p; \quad (\text{ЛЗ.2})$$

$$\Delta t = t - t_p; \quad (\text{ЛЗ.3})$$

де Δt_0 – температурний напір на защемленому кінці стержня, $t_0 = \text{const}$; Δt – поточний температурний напір, $\Delta t = \text{var}$; t – поточна температура стержня, яка при стаціонарному процесі теплопровідності однакова в усьому поперечному перерізі і змінюється тільки по довжині стержня. Зміну температурного напору $\Delta t'$ на ділянці dx можна за відомими правилами математики подати так:

$$\Delta t' = \Delta t + \frac{d(\Delta t)}{dx} dx. \quad (\text{ЛЗ.4})$$

За законом Фур'є теплові потоки:

$$Q_X = -\lambda \frac{d(\Delta t)}{dx} A; \quad (\text{ЛЗ.5})$$

$$\begin{aligned} Q_{X+dx} &= -\lambda \frac{d(\Delta t')}{dx} A = -\lambda \frac{d}{dx} \left[\Delta t + \frac{d(\Delta t)}{dx} dx \right] A = \\ &= -\lambda \frac{d(\Delta t)}{dx} A - \lambda \frac{d^2(\Delta t)}{dx^2} dx A. \end{aligned} \quad (\text{ЛЗ.6})$$

Підставивши (ЛЗ.5) та (ЛЗ.6) в (ЛЗ.1), знайдемо

$$dQ_X = -\lambda \frac{d^2(\Delta t)}{dx^2} dx A. \quad (\text{ЛЗ.7})$$

Стержень в стаціонарному режимі обмінюється теплотою з навколишнім середовищем, тоді за законом Ньютона – Ріхмана:

$$dQ_X = \alpha_p \Delta t U dx. \quad (\text{ЛЗ.8})$$

Порівнюючи (ЛЗ.7) та (ЛЗ.8), отримаємо однорідне диференціальне рівняння другого порядку, яке описує розподіл температури по довжині стержня

$$\frac{d^2(\Delta t)}{dx^2} - m^2 \Delta t = 0, \quad (\text{ЛЗ.9})$$

де $m = \sqrt{\frac{\alpha_p U}{\lambda A}}$ - темп охолодження стержня.

Загальний розв'язок рівняння (ЛЗ.9) [1, 2]:

$$\Delta t = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}, \quad (\text{ЛЗ.10})$$

де C_1 та C_2 – сталі інтегрування.

Оскільки, стержень має скінченну довжину, то умови однозначності розв'язку (ЛЗ.10) можна записати так [2]:

$$\begin{aligned} \text{при } x=0 - \Delta t = \Delta t_0; \text{ при } x=L \quad -\lambda \left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=L} = \alpha_L \Delta t_L \quad \text{або,} \\ \left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=L} = -\frac{\alpha_L}{\lambda} \Delta t_L; \end{aligned} \quad (\text{ЛЗ.11})$$

де Δt_L – температурний напір на кінці стержня; α_L – коефіцієнт тепловіддачі з торцевої поверхні стержня.

При $x=L$ кількість теплоти, що підведена до торця стержня за рахунок теплопровідності, дорівнює кількості теплоти, що віддається поверхнею торця в навколишнє середовище.

Використовуючи умови (ЛЗ.11) та рівняння (ЛЗ.10), знайдемо сталі інтегрування C_1 та C_2 :

$$\begin{aligned} \text{при } x=0 - \Delta t = C_1 + C_2; \text{ при } x=L \quad \left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=L} = C_1 m e^{mL} - C_2 m e^{-mL} = -\frac{\alpha_L}{\lambda} \Delta t_L \\ \text{та } \Delta t_L = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}, \text{ звідки:} \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{\Delta t_0 \left(m - \frac{\alpha_L}{\lambda} \right)}{e^{2mL} \left(m + \frac{\alpha_L}{\lambda} \right) + m - \frac{\alpha_L}{\lambda}}; \quad C_2 = \frac{\Delta t_0 e^{2mL} \left(m + \frac{\alpha_L}{\lambda} \right)}{e^{2mL} \left(m + \frac{\alpha_L}{\lambda} \right) + m - \frac{\alpha_L}{\lambda}}. \quad (\text{ЛЗ.12})$$

Підставляючи C_1 та C_2 в (ЛЗ.10) отримуємо. після нескладних перетворень, закон зміни температури по довжині стержня скінченної довжини для стаціонарних процесів теплопровідності і тепловіддачі

$$\Delta t = \Delta t_0 \frac{ch[m(L-x)] + \frac{dL}{m\lambda} sh[m(L-x)]}{ch(mL) - \frac{\alpha_L}{m\lambda} sh(mL)}, \quad (\text{ЛЗ.13})$$

де враховано, що $0,5(e^{mx} + e^{-mx}) = ch(mx)$ – гіперболічний косинус та $0,5(e^{mx} - e^{-mx}) = sh(mx)$ – гіперболічний синус.

Якщо коефіцієнт теплопровідності λ матеріалу (мідь, алюміній чи їх сплави) стержня великий, а діаметр d стержня достатньо малий, то можна

вважати, що $\frac{\alpha_L}{\lambda} \rightarrow 0$ і тепловіддачею з торця стержня можна знехтувати [2]. В цьому випадку умови однозначності розв'язку (ЛЗ.10) можна записати:

$$\begin{aligned} \text{при } x=0 \quad \Delta t &= \Delta t_0; \\ \text{при } x=L \quad \left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=L} &= 0 \end{aligned} \quad (ЛЗ.14)$$

За цих умов у залежності (ЛЗ.13) другі члени чисельника та знаменника перетворюються на нуль і вираз (ЛЗ.13) набуває вигляду:

$$\Delta t = \Delta t_0 \frac{ch[m(L-x)]}{ch(mL)}, \quad (ЛЗ.15)$$

або в безрозмірній формі

$$\theta = \frac{ch[m(L-x)]}{ch(mL)}, \quad (ЛЗ.16)$$

$$\text{де } \theta = \frac{\Delta t}{\Delta t_0}.$$

При $x=L$ $\theta_L = [ch(mL)]^{-1}$, оскільки $ch[m(L-L)] = ch0 = 1$ [1]. Для стаціонарного режиму теплопередачі кількість теплоти Q_p , яка віддається поверхнею стержня в навколишній простір, є рівною кількості теплоти, що підводиться до основи стержня за рахунок теплопровідності:

$$Q_p = -\lambda A \left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=0}, \quad (ЛЗ.17)$$

Взявши похідну $\frac{d(\Delta t)}{dx}$ від виразу (ЛЗ.15), знайдемо

$$\left[\frac{d(\Delta t)}{dx} \right]_{x=0} = -\Delta t_0 m \frac{sh(mL)}{ch(mL)} = -\Delta t_0 m th(mL), \quad (ЛЗ.18)$$

Звідки

$$Q_p = \lambda A m \Delta t_0 th(mL). \quad (ЛЗ.19)$$

Для другого стержня $A = \frac{\pi d^2}{4}$, тоді

$$Q_p = 0,785 d^2 \lambda m \Delta t_0 th(mL). \quad (ЛЗ.20)$$

2 Описання експериментальної установки

Принципова схема експериментальної установки зображена на рисунку ЛЗ.2. Робочим елементом установки є мідний стержень **10** діаметром $d = 6 \pm 0,05 \text{ мм}$ та довжиною $L = 500 \pm 1,0 \text{ мм}$, защемлений кінець якого установлено в отворі нагрівача **6** (використано нагрівальний елемент від побутового електропаяльника), закріпленого в теплоізоляційному корпусі **5**. Нагрівач **6** живиться від електромережі змінного однофазного

струму з напругою **220В**. В ланцюг нагрівача увімкнені однофазні вольтметри та амперметр **3**. До електромережі нагрівач **6** приєднується штепсельною вилкою **1** і вмикається вимикачем **2**.

В мідний стержень **1** зачekanені по гвинтовій лінії на відстані **125мм** одна від одної робочі спаї п'яти хромель–копелевих термопар (**ТХК**) **7** (точки **0...4**). Термопара, що установлена в т. **0** на краю заземлення стержня **1**, призначена для вимірювання початкової температури. Через багатопозиційний перемикач **8** термопари **7** по черзі з'єднуються з мілівольтметром **9** типу **МВУ6-41А**, шкала якого проградуєвана в $^{\circ}\text{C}$. Мілівольтметр обладнано пристроєм **КТ-3**, який автоматично компенсує зміну термо - *е.р.с.*, обумовлену відхиленням температури холодного спаю, що дорівнює 0°C . Температура

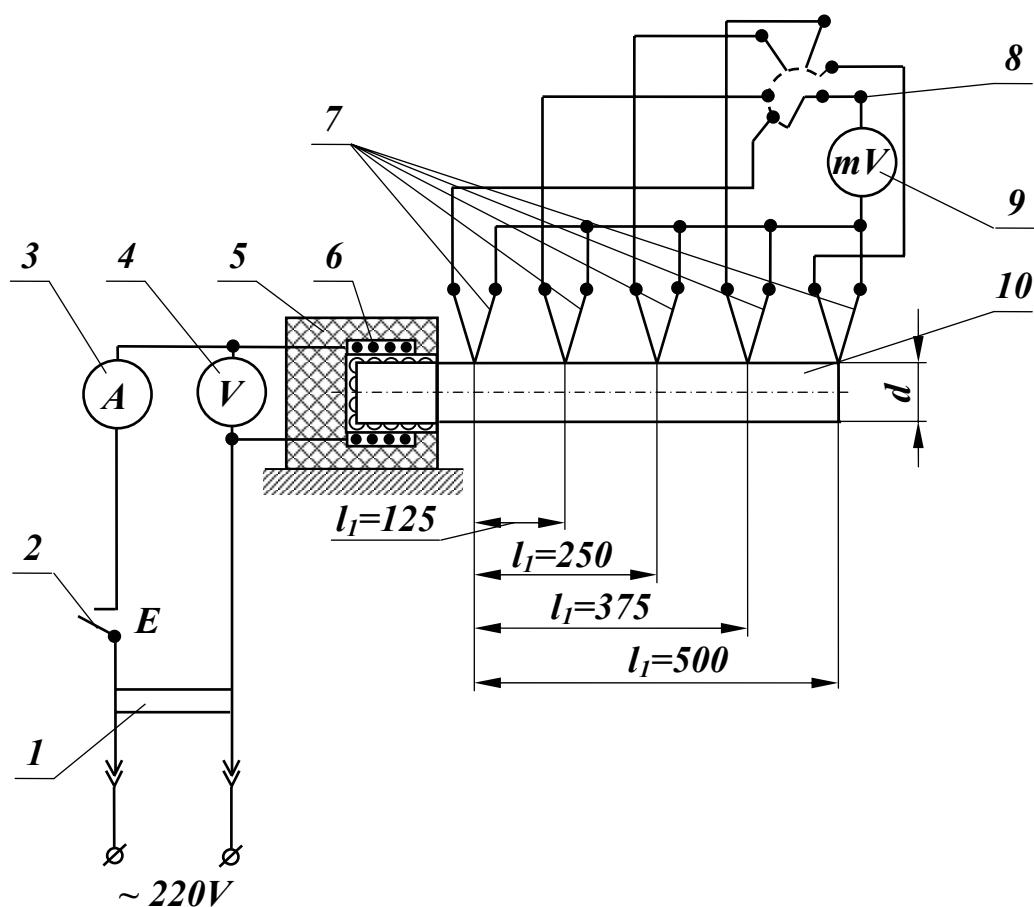


Рисунок Л3.2 – Схема установки для дослідження розподілу температури по довжині теплопровідного стержня

навколишнього середовища вимірюється ртутним термометром **ТР-IV**.

3 Порядок виконання роботи

3.1 Штепсельною вилкою **1** приєднати установку до електромережі змінного струму напругою **$U=220V$** .

3.2 Увімкнути установку вимикачем **2**, при цьому амперметр **3** та вольтметр **4** показуватимуть силу струму і напругу електромережі.

3.3 Через **15...20** хвилин, підключаючи по черзі термопари **7** за допомогою багатопозиційного перемикача **8** до мілівольтметра **9**, впевнитись за його показаннями, що установився стаціонарний режим роботи установки. При стаціонарному режимі показання термопар будуть практично одні і ті ж.

3.4 Ртутним термометром виміряти температуру в навколишньому середовищі.

3.5 Результати вимірювань записати в таблицю ЛЗ.1

Таблиця ЛЗ.1

Температура середовища, $t_0, ^\circ C$	Показання термопар, $^\circ C$, в точках				
	0	1	2	3	4

3.6 Після проведення досліду вимкнути установку вимикачем **2** і витягти штепсельну вилку **1** із розетки.

3.7 Провести обробку результатів експерименту за методикою, викладеною в розділі 4.

3.8 Побудувати експериментальний графік розподілу температури по довжині стержня.

3.9 Визначивши середнє значення темпу охолодження **m** , розрахувати середній коефіцієнт тепловіддачі при виміряній температурі навколишнього середовища.

3.10 Оцінити похибку вимірювань, використовуючи метрологічні характеристики вимірювальних приладів (див. додаток Л2.Б).

3.11 Підготувати звіт з лабораторної роботи.

4 Обробка результатів та оцінювання похибки вимірювань

4.1 Методика обробки результатів вимірювань

4.1.1 Користуючись даними, записаними в таблиці ЛЗ.1, розрахувати відносні температури в т. **0...4** (див. рисунок ЛЗ.2) за формулою

$$\theta_i \frac{\Delta t_i}{\Delta t_0}, \quad (\text{ЛЗ.21})$$

де $i = 0; 1; 2; 3; 4$.

4.1.2 Побудувати графік залежності $\theta = f(x)$, прийнявши до уваги, що координатам т. $0...4$ відповідають поточні температури при:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0, & \theta_i &= \theta_0; \\ x_1 &= l_1 = 125 \text{ мм}, & \theta_i &= \theta_1; \\ x_2 &= l_2 = 250 \text{ мм}, & \theta_i &= \theta_2; \\ x_3 &= l_3 = 375 \text{ мм}, & \theta_i &= \theta_3; \\ x_4 &= l_4 = 500 \text{ мм}, & \theta_i &= \theta_4. \end{aligned}$$

4.1.3 За знайденою за формулою (ЛЗ.21) відносною температурою стержня в т.4, розраховувати експериментальне значення темпу охолодження за залежністю (ЛЗ.16) при $x = L$:

$$m = \operatorname{arch}\left(\frac{1}{\theta_4}\right) / L = \ln\left(\frac{1}{\theta_4} + \sqrt{\frac{1}{\theta_4^2} - 1}\right) / L, \quad (\text{ЛЗ.22})$$

де враховано, що
$$\operatorname{arch}\left(\frac{1}{\theta_4}\right) = \ln\left(\frac{1}{\theta_4} + \sqrt{\frac{1}{\theta_4^2} - 1}\right) [5].$$

4.1.4 Визначити коефіцієнт тепловіддачі стержня при вимірній температурі навколишнього середовища за формулою

$$\alpha_p = \frac{m^2 \lambda A}{U} = 0,25 m^2 \lambda d, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C}), \quad (\text{ЛЗ.23})$$

де $\lambda = 389,6 \text{ Вт}/(\text{м } ^\circ\text{C})$ – коефіцієнт теплопровідності міді [3]; $A = \pi d^2 / 4$ – площа поперечного перерізу стержня, м^2 ; $U = \pi d$ – периметр стержня, м .

4.1.5 За формулою (ЛЗ.20) розрахувати кількість теплоти Q_p , що віддається поверхнею стержня в навколишній простір.

4.2 Оцінювання похибки вимірювань

Середньоквадратичну похибку непрямого вимірювання коефіцієнта тепловіддачі α_p можна розрахувати за формулою

$$\delta_{\alpha} = \pm 100 \left[\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{ЛЗ.24})$$

де $\frac{\Delta m}{m} = \left\{ \left(\frac{\Delta l}{L} \right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta t)}{t} \right)^2 \right\}^{1/2}$ - відносна похибка визначення темпу

охолодження; $\frac{\Delta d}{d}$ - відносна похибка вимірювання діаметра

теплопровідного стержня, яка визначається допуском $\Delta d = \pm 0,05 \text{ мм}$; $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ - відносна похибка вимірювання коефіцієнта теплопровідності міді, що обумовлюється точністю табличних даних, можна прийняти $\Delta \lambda = \pm 0,6 \text{ Вт/(м } ^\circ\text{C)}$ [3].

При розрахунку відносної похибки темпу охолодження прийняти $\Delta l = \pm 1 \text{ мм}$, а відносну похибку вимірювання температури визначити за формулою:

$$\frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta \bar{t}} = \left\{ \frac{[\Delta(\Delta t_B)]^2 + [\Delta(\Delta t_T)]^2}{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (t_i - t_p)} \right\}^{1/2}, \quad (\text{ЛЗ.25})$$

де $\Delta(\Delta t_B)$ - абсолютна похибка вимірювання температури, яка визначається класом $K=1,0$ мілівольтметра **МВУ6-41А** [4];

$\Delta(\Delta t_B) = Kx_N / 100 = \pm 1,0 \cdot 200 / 100 = \pm 2 \text{ } ^\circ\text{C}$ (тут $x_N = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$ межа вимірювання температури мілівольтметром); $\Delta(\Delta t_T)$ - абсолютна похибка тарування термопар **ТХК**, яку, за рекомендаціями роботи [4], можна прийняти рівною

$\pm 0,5 \text{ } ^\circ\text{C}$; $\Delta \bar{t} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (t_i - t_p)$ - середній температурний напір в умовах дослідів.

5 Звіт з лабораторної роботи

5.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згідно з вимогами ДЕСТУ 3008-95.

5.2 В звіті відобразити мету роботи, основні теоретичні відомості, описати схему та принцип роботи дослідної установки, супроводжуючи описання необхідними ілюстраціями.

5.3 Привести таблицю даних вимірювань (див. таблицю ЛЗ.1), графік залежності $\theta = f(l)$ (див. п. 3.8), визначити коефіцієнт α_p та m (див. формули (ЛЗ.23) та (ЛЗ.22)) і середньоквадратичну похибку непрямого вимірювання коефіцієнта α_p .

5.4 Зробити висновки за змістом отриманих результатів при виконанні лабораторної роботи.

6 Контрольні запитання для самоперевірки

6.1 Які потрібні умови, щоб процеси теплопровідності і конвекції були стаціонарними? В чому полягає відмінність між умовами стаціонарності процесів теплопровідності і конвекції?

6.2 Що розуміють під поняттям “температурний напір”?

6.3 Які процеси описують закони Фур’є та Ньютона-Ріхмана?

6.4 Що розуміють під поняттям “темп охолодження стержня” і які параметри визначають його значення? Яка розмірність в системі СІ параметра під назвою “темп охолодження”?

6.5 За яким законом змінюється температура по довжині довгого стержня в стаціонарних умовах теплопровідності і природної конвекції?

6.6 Якими способами можна збільшити коефіцієнти тепловіддачі довгого стержня?

6.7 Опишіть принцип дії установки для дослідження розподілу температури по довжині довгого теплопровідного стержня. Які прилади застосовуються для вимірювання температури в цій установці?

6.8 Яким пристроєм в дослідній установці компенсується зміна термо *е.р.с.*, що обумовлена відхиленням температури холодного спаю від $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

6.9 Відхиленням значень яких параметрів дослідної установки визначають середньоквадратичну похибку непрямого вимірювання коефіцієнта тепловіддачі стержня?

Література

1. Аленицын А.Г., Бутиков Е.И., Кондратьев А.С. Краткий физико-математический справочник. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.-368с.

2. Теплопередача. Учебник для вузов / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел,- 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат.,1981.-416с.

3. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике.-М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976.-256с.

4. Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче: Учеб. пособие для энергомашиностроит. спец. вузов / В.Н. Афанасьев, А.А. Афонин и др.; Под. ред. В.И. Крутова, Б.В.Шишова.-М.: Высш. шк.,1988.-216с.

5. Основные математические формулы / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович; Под. ред. Ю.С. Богданова.-Мн.: Высш. шк., 1980.-336с.

ДОСЛІДЖЕННЯ НА ЕОМ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУРИ ПРИ ПОЛІРУВАННІ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ

Мета роботи – розрахувати за допомогою ЕОМ методом скінченних різниць температурне поле, яке виникає при поліруванні прямокутної пластини в умовах стаціонарного процесу теплопровідності.

1 Теоретичні відомості

При розв'язуванні задач технологічної теплофізики широко використовуються чисельні методи, які за своєю суттю є наближеними методами інтегрування диференціальних рівнянь. В порівнянні з аналітичними методами розв'язання диференціальних рівнянь чисельні методи враховують значно більше особливостей *конкретного* технологічного процесу, оскільки при їх використанні не виникає чисто математичних труднощів, пов'язаних із застосуванням аналітичних способів розв'язання.

Результат чисельного розв'язання диференціального рівняння є справедливим лише для *конкретних умов процесу* (конкретні конфігурація тіла, його розміри, режим процесу та т.п.) і не дозволяє безпосередньо виявити узагальнені закономірності впливу на хід процесу того чи іншого параметра. Це є недоліком чисельних методів.

При розв'язанні задач теплопровідності застосовують в основному чисельні методи скінченних різниць і скінченних елементів [1,2].

Відносно прості задачі теплопровідності зручно розв'язувати методом скінченних різниць, який гарантується на заміні частинних похідних, що

входять в рівняння теплопровідності $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$ (тут: t – температура; τ – час;
 $a = \lambda / (c\rho)$ – коефіцієнт температуропровідності тіла; λ – коефіцієнт

теплопровідності тіла; c – питома теплоємність тіла;
 $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа в декартовій системі координат x, y, z) наближеними значеннями в деяких точках, які називаються *вузлами*. Вузли є *центрами елементів скінченних розмірів*, на які розподіляється тверде тіло, що бере участь в теплообміні теплопровідністю. Між собою вузли з'єднуються теплопровідними стержнями, через які відбувається теплопередача. Температура тіла змінюється від вузла до вузла стрибком – дискретно. Час проходження процесу теплообміну також розбивається на малі скінченні проміжки $\Delta \tau$. Особливості методу скінченних різниць пояснимо на такому прикладі. Нехай в прямокутній пластині розмірами $L \times B \times H$ (рисунок Л4.1) відбувається процес теплообміну теплопровідністю. Розділимо пластину на

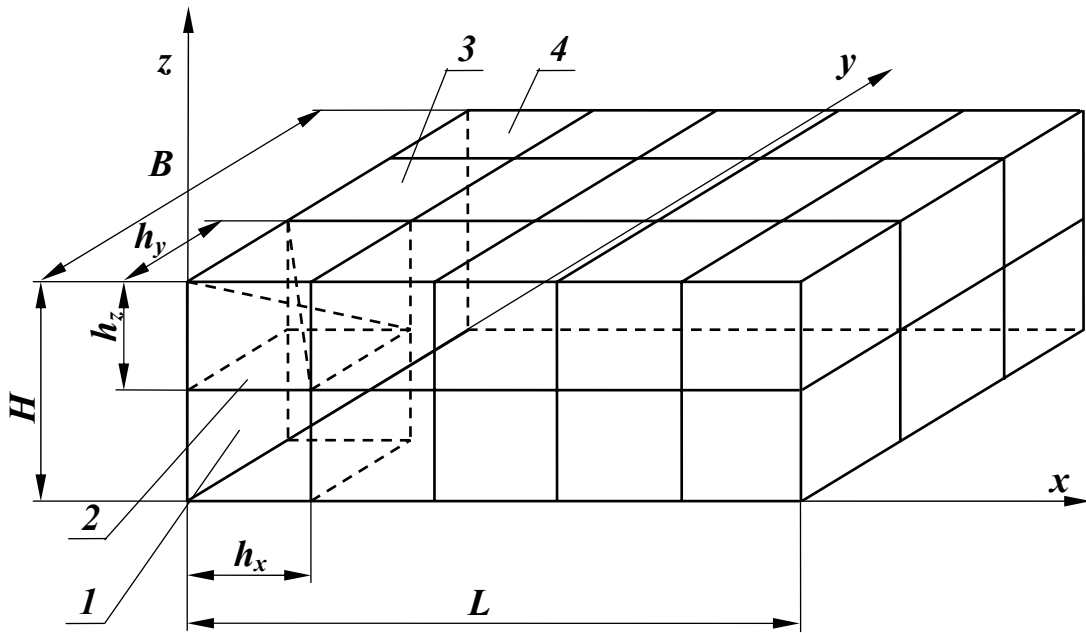


Рисунок Л4.1 – Схема розділення пластини на малі об'єми dv

малі об'єми $dv = h_x \cdot h_y \cdot h_z$ (паралелепіеди) та пронумеруємо їх цифрами $1, 2, \dots, n$. Число елементів пластини в напрямку координат x, y, z , відповідно, буде:

$m = L/h_x$; $n = B/h_y$; $g = H/h_z$. Центрами елементів (вузлами) будуть точки перетину діагоналей паралелепіпеда dv . Кожній вузловій точці присвоїмо індекси, які визначають напрямок теплопровідних стержнів, що з'єднують вузли: за напрямком x – індекс i ; за напрямком y – індекс j ; за напрямком z – індекс p . Проміжкам часу присвоїмо індекс k .

Помістимо яку небудь точку в центр координат x, y, z і приймемо, що при передачі теплоти, наприклад, по стержню, орієнтованому в напрямку x ,

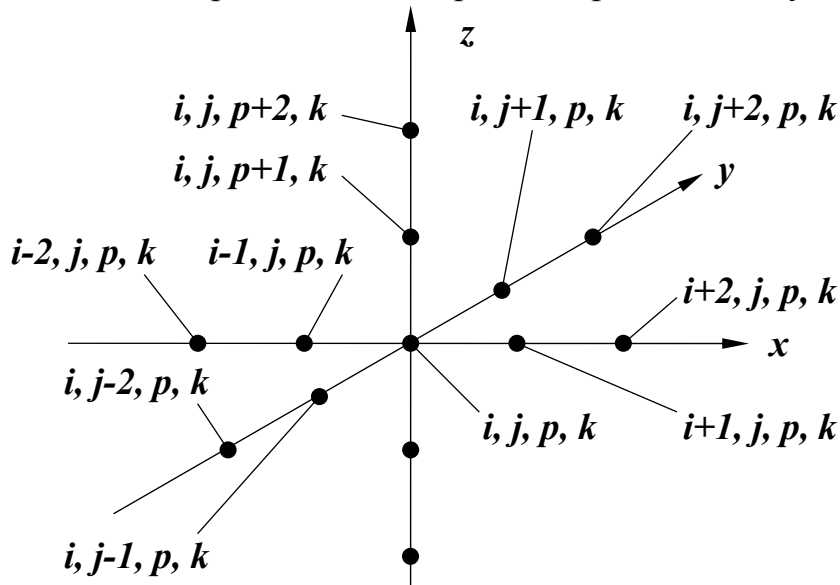


Рисунок Л4.2 – Схема присвоєння індексів вузлам елементів dv

змінюється тільки індекс i , а інші є незмінними (рисунок Л4.2).

Закон зміни температури вузла також залежить від орієнтації теплопровідних стержнів, наприклад, для: вузла, розташованого в центрі системи координат, $t(x, y, z, \tau) = t_{i,j,p,k}$; вузла, який належить стержню, орієнтованому в напрямку плюс x - $t_{i+1,j,p,k}$ та мінус x - $t_{i-1,j,p,k}$; вузла, що розташований в першому (позитивному) октанті - $t_{i+1,j+1,p+1,k}$. Послідовність зміни температури в часі відображається зміною індексу k , наприклад, температура центральної вузлової точки через проміжок часу: $\Delta\tau$ - $t_{i,j,p,k+1}$, $2\Delta\tau$ - $t_{i,j,p,k+2}$ та т.д.

Припустимо, що зміна температури пластини відбувається тільки в напрямку осей x, y , $\left(\frac{\partial t}{\partial z} = 0\right)$ і внутрішні джерела теплоти відсутні, тоді нестационарний процес теплопровідності можна описати диференціальним рівнянням Фур'є для двовимірного (плоского) температурного поля

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad (\text{Л4.1})$$

де $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ - локальна швидкість зміни температури пластини в часі;

$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ - похідні, які характеризують зміну температури пластини в напрямках координат x та y .

Аналітичне розв'язання рівняння (Л4.1) пов'язано із суттєвими математичними труднощами. При застосуванні методу скінченних різниць рівняння (Л4.1) можна замінити на замкнену систему алгебраїчних рівнянь, складених для всіх вузових точок пластини. Методику цієї заміни розглянемо для точок: $i, j, k; i-1, j, k; i+1, j, k; i, j-1, k; i, j+1, k$. Припустимо, що температури точок $i-1, j, k; i+1, j, k; i, j-1, k$ та $i, j+1, k$ задані в умовах однозначності. Користуючись методом скінченних різниць знайдемо температуру вузлової точки з координатами i, j в момент часу $k+1$, тобто $t_{i,j,k+1}$.

Замінімо похідні $\frac{\partial t}{\partial x}$ та $\frac{\partial t}{\partial y}$ різницеvими відношеннями, скориставшись рисунком Л4.1:

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_+ = \frac{t_{i+1,j,k} - t_{i,j,k}}{h_x} \quad (\text{Л4.2})$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_- = \frac{t_{i,j,k} - t_{i-1,j,k}}{h_x} \quad (\text{Л4.3})$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} \approx \left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_+ = \frac{t_{i,j+1,k} - t_{i,j,k}}{h_y} \quad (\text{Л4.4})$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} \approx \left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_- = \frac{t_{i,j,k} - t_{i,j-1,k}}{h_x} \quad (\text{Л4.5})$$

де $\left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_+$; $\left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_+$; та $\left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_-$; $\left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_-$ - відповідно, називають різницевиими відношеннями „вперед” (+) та „назад” (-) [1, 3].

Другі похідні $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ та $\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ замінімо різницевиими відношеннями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} &\approx \frac{1}{h_x} \left[\left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_+ - \left(\frac{\Delta t}{h_x} \right)_- \right] = \\ &= \frac{1}{h_x^2} (t_{i+1,j,k} + t_{i-1,j,k} - 2t_{i,j,k}) ; \end{aligned} \quad (\text{Л4.6})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} &\approx \frac{1}{h_y} \left[\left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_+ - \left(\frac{\Delta t}{h_y} \right)_- \right] = \\ &= \frac{1}{h_y^2} (t_{i,j+1,k} + t_{i,j-1,k} - 2t_{i,j,k}) . \end{aligned} \quad (\text{Л4.7})$$

$\frac{\partial t}{\partial \tau}$

Похідну $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ можна наближено описати тільки одним рівнянням, наприклад, для точки з координатами i, j :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \approx \frac{t_{i,j,k+1} - t_{i,j,k}}{\Delta \tau} . \quad (\text{Л4.8})$$

Підставляючи (Л4.6), (Л4.7) та (Л4.8) в рівняння (Л4.1), отримаємо

$$\begin{aligned} t_{i,j,k+1} - t_{i,j,k} &= \frac{a\Delta\tau}{h_x^2} (t_{i+1,j,k} + t_{i-1,j,k}) + \\ &+ \frac{a\Delta\tau}{h_y^2} (t_{i,j+1,k} + t_{i,j-1,k}) - 2t_{i,j,k} \left(\frac{a\Delta\tau}{h_x^2} + \frac{a\Delta\tau}{h_y^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{Л4.9})$$

або

$$\begin{aligned} t_{i,j,k+1} - t_{i,j,k} &= F_{ox} (t_{i+1,j,k} + t_{i-1,j,k}) + F_{oy} (t_{i,j+1,k} + t_{i,j-1,k}) + \\ &+ [1 - 2(F_{ox} + F_{oy})] \cdot t_{i,j,k} , \end{aligned} \quad (\text{Л4.10})$$

де $F_{ox} = a\Delta\tau / h_x^2$, $F_{oy} = a\Delta\tau / h_y^2$ - критерії Фур'є [1, 2] для напрямків x та y .

Рівняння типу (Л4.10) складаються для кожної вузлової точки, включаючи вузли, що розташовані поблизу межових поверхонь. Для

кожного із m вузлів може бути написано n таких рівнянь в тому числі і для початкових проміжків часу. Оскільки межові і початкові умови задані, то отримаємо систему зв'язаних між собою $m \cdot n$ рівнянь типу (Л4.10) з таким же числом невідомих. Оскільки таких рівнянь багато, то цю систему доцільно розв'язувати на ЕОМ, в результаті чого матимемо значення температури в кожному вузлі пластини в заданий момент часу. Щоб розрахунок був стійким і якомога точнішим необхідно виконати умову $F_{ox}+F_{oy} \leq 0,5$ [1, 3]. При порушенні цієї умови стійкість розв'язку рівняння типу (Л4.10) втрачається і розрахунок температур буде неправильним. Якщо вибрати, щоб $F_{ox}+F_{oy}=0,5$, а $h_x=h_y=h$, тоді рівняння (Л4.10) набуде вигляду

$$t_{i,j,k+1} = 0,25 \cdot (t_{i+1,j,k} + t_{i-1,j,k} + t_{i,j+1,k} + t_{i,j-1,k}) \quad (\text{Л4.11})$$

Вираз (Л4.11) показує, щоб визначити в будь-якій точці тіла температуру в заданий момент часу, достатньо знати температуру сусідніх

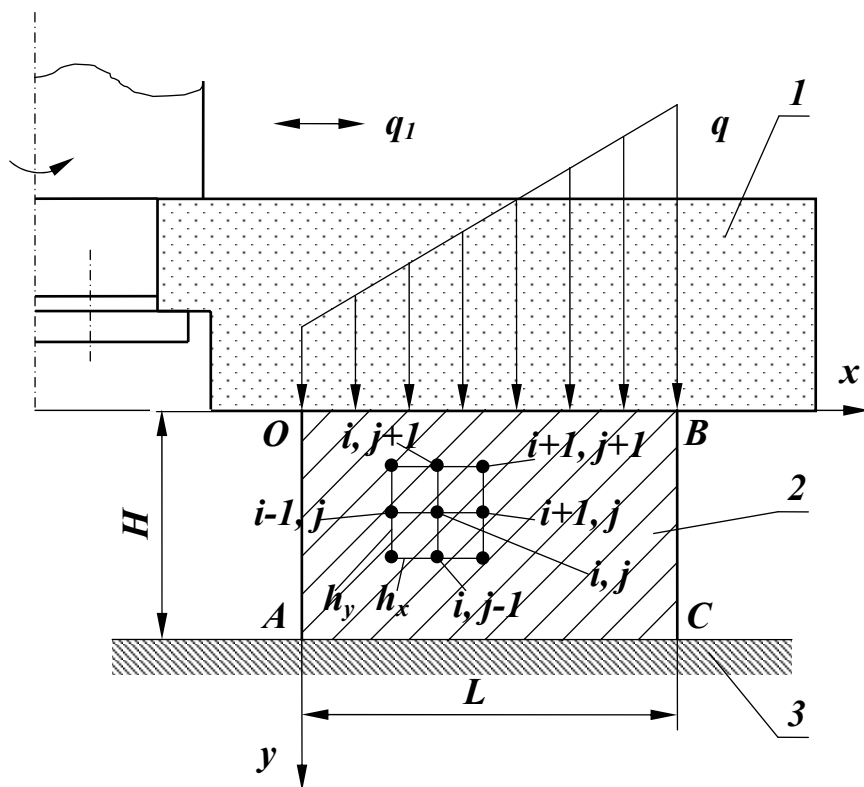


Рисунок Л4.3 – Схема процесу полірування пластини 2

точок тіла в попередній момент часу.

Застосування методу скінченних різниць для розрахунку розподілу температури при поліруванні плоскої пластини має свої особливості, основні з яких такі [1]:

- контакт полірувального круга 1 (рисунок Л4.3) з пластиною 2 є неперервним і зберігається по всій довжині пластини L ;
- полірувальний круг 1 обертається навколо своєї осі з великою швидкістю і осцилює з малою амплітудою в напрямку x ;

- процес полірування достатньо тривалий, що дозволяє вважати теплообмін в системі полірувальний круг **1** – пластина **2** – магнітний стіл **3** стаціонарним;

- тепловиділення на площадці контакту $L \times B$ (B – розмір пластини **2**, перпендикулярний до площини рисунка Л4.3), внаслідок різниці між швидкостями точок, розташованих на різних колах торця круга **1**, можна вважати розподіленням за лінійним законом вздовж осі Ox і рівномірно по товщині B ;

- надлишкова температура площини AC пластини **2** рівна температурі магнітного стола **3**, тобто $\Delta t_{AC} = \Delta t_2 - \Delta t_3 = 0$ (тут $\Delta t_2 = t_2 - t_p$ – надлишкова температура пластини; $\Delta t_3 = t_3 - t_p$ – надлишкова температура магнітного стола **3**; t_p – температура навколишнього середовища);

- всі поверхні пластини **2**, окрім площин OB та AC , можна вважати адіабатними;

- внаслідок адіабатності бокових площин пластини **2** (OA , BC та $OABC$ і паралельна цій площині задня бокова площина) та принципу відбиття джерел теплоти [1] тепловий процес в тривимірній пластині **2** є двовимірним (плоским).

Враховуючи перераховані особливості процес теплопровідності в пластині **2** можна описати рівнянням Лапласа при $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$:

$$\frac{\partial^2(\Delta t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta t)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{Л4.12})$$

де Δt – надлишкова температура точок площини OXY (див. рисунок Л4.3). Для представлення рівняння (Л4.12) в скінченно-різцевій формі поверхню пластини в межах $0 \leq x \leq L$ та $0 \leq y \leq H$ потрібно розділити на площадки розміром $h_x \times h_y$. Вузловим точкам цих площадок, починаючи з точки O (див. рисунок Л4.3), присвоїмо номери: по осі Ox – $1, 2, \dots, i-1, i, i+1, \dots, m+1$; по осі Oy – $1, 2, \dots, j-1, j, j+1, \dots, p+1$ (тут $m = L/h_x$ та $p = H/h_y$ – число елементів, на які розділені розміри L та H). Декілька умовних точок вузлів показані на рисунку Л4.3.

Використовуючи залежності (Л4.6) та (Л4.7), запишемо рівняння (Л4.12) в скінченно-різницевої формі:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_x^2} (\Delta t_{i+1,j} + \Delta t_{i-1,j} - 2\Delta t_{i,j}) + \\ & + \frac{1}{h_y^2} (\Delta t_{i,j+1} + \Delta t_{i,j-1} - 2\Delta t_{i,j}) = 0. \end{aligned} \quad (\text{Л4.13})$$

Приймаючи $h_x = h_y = h$, приведемо вираз (Л4.13) до вигляду

$$\Delta t_{i,j} = 0,25 (\Delta t_{i+1,j} + \Delta t_{i-1,j} + \Delta t_{i,j+1} + \Delta t_{i,j-1}). \quad (\text{Л4.14})$$

Для однозначності розв'язку цього рівняння його потрібно доповнити крайовими умовами, які також необхідно представити в скінченно-різницевій формі.

Для площини **АС** крайові умови це граничні умови першого роду [1, 3], оскільки тут для всіх точок надлишкова температура $\Delta t = 0$, тобто

$$\begin{aligned} \Delta t_{1,p+1}, &= \dots = \Delta t_{i-1,p+1} = \Delta t_{i,p+1} = \\ &= \Delta t_{i+1,p+1} = \dots = \Delta t_{m+1,p+1} = 0. \end{aligned} \quad (\text{Л4.15})$$

На верхній площині **ОВ** пластини **2** ($y=0$) можна задавати граничні умови другого роду. За умовою задачі густина теплового потоку на ділянці $0 \leq x \leq L$ описується лінійною залежністю

$$q(x) = q_1 + \frac{q_{m+1} - q_1}{L} \cdot x \quad (\text{Л4.16})$$

або

$$q(i) = q_1 + \frac{q_{m+1} - q_1}{m} \cdot (i - 1) \quad (\text{Л4.17})$$

За законом Фур'є

$$q(x) = -\lambda \left(\frac{\partial(\Delta t)}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (\text{Л4.18})$$

Замінюючи градієнт температури $\left[\frac{\partial(\Delta t)}{\partial y} \right]_{y=0}$ різницеvim відношенням згідно з (Л4.4), запишемо залежність (Л4.18) у формі

$$q(i) = -\lambda \frac{\Delta t_{i,j+1} - \Delta t_{i,j}}{h} = \frac{\Delta t_{i,2} - \Delta t_{i,1}}{h} \quad (\text{Л4.19})$$

де враховано, що на площині **ОВ** $j=1$.

Прирівнюючи вирази (Л4.17) та (Л4.19), знайдемо, що

$$\Delta t_{i,1} = \Delta t_{i,2} + \frac{h}{\lambda} \left[q_1 + \frac{q_{m+1}}{m} (i - 1) \right] \quad (\text{Л4.20})$$

Залежність (Л4.20) описує в скінченно-різницеvй формі граничні умови другого роду на площині **ОВ**.

Для бокових граней **ОА** та **ВС** граничні умови $\left[\frac{\partial(\Delta t)}{\partial x} \right]_{x=0} = 0$. Використовуючи формулу (Л4.2), запишемо для:

$$\text{грані } \mathbf{ОА} - \Delta t_{1,j} = \Delta t_{2,j}; \quad (\text{Л4.21})$$

$$\text{грані } \mathbf{ВС} - \Delta t_{m+1,j} = \Delta t_{m,j} \quad (\text{Л4.22})$$

Наступним кроком розв'язання цієї задачі є складання скінченно-різницевих рівнянь теплопровідності для всіх вузлових точок пластини 2. Для точок, що розташовані на площині OB , це будуть рівняння типу (Л4.20) при $1 \leq i \leq m+1$, а для точок площини AC – типу (Л4.15) також при $1 \leq i \leq m+1$. Температури точок площин OA та BC при $2 \leq j \leq p$ необхідно визначити за залежностями, відповідно, (Л4.21) та (Л4.22). Температури точок пластини 2, розташованих всередині контуру пластини 2, тобто при $2 \leq i \leq m$ та $2 \leq j \leq p$, потрібно розраховувати за рівняннями типу (Л4.14).

Таким чином, щоб знайти температури $\Delta t_{1,1}, \dots, \Delta t_{m+1,p+1}$, які описують температурне поле в пластині 2, необхідно скласти замкнену систему з $(m+1) \cdot (p+1)$ алгебраїчних рівнянь, обрахунок якої доцільно виконувати на ЕОМ, оскільки при розділенні тіла на достатньо малі об'єми $dv = h_x \cdot h_y \cdot h_z$ алгебраїчних рівнянь буде багато.

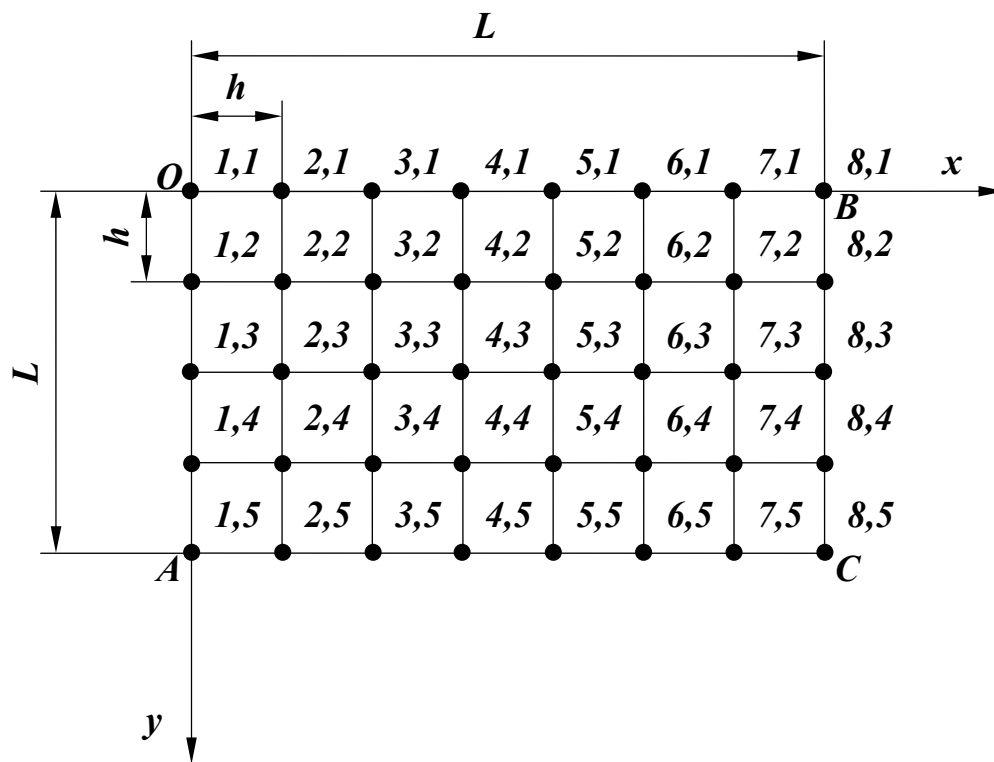


Рисунок Л4.4 – Схема розділення площини $OACB$ пластини 2 на елементи $h \times h$

Викладену методику розрахунку методом скінченних різниць стаціонарного температурного поля в прямокутній пластині конкретизуємо на такому прикладі. Нехай площина $OACB$ пластини 2 розділена на елементи $h \times h$: по осі Ox на $m = L/h = 7$, а по осі Oy на $p = H/h = 4$, починаючи з т. O (див. рисунок Л4.3). Кожній вузловій точці (рисунок Л4.4) присвоєні відповідні номери $i=1,2,3,4,5,6,7,8$ та $j=1,2,3,4,5$, які нанесені на рисунок Л4.4.

Густина теплового потоку на площині **OB** розподілена за лінійним законом таким чином: в т. **O** – $q(i)=q_1$; в т. **B** – $q(i)=q_{m+1}=nq_1$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу пластини $2\lambda=const$.

Граничні умови для точок пластини 2, розташованих на площині **AC** визначимо за залежністю (Л4.15):

$$\begin{aligned}\Delta t_{1,5} &= \Delta t_{2,5} = \Delta t_{3,5} = \Delta t_{4,5} = \Delta t_{5,5} = \\ &= \Delta t_{6,5} = \Delta t_{7,5} = \Delta t_{8,5} = 0.\end{aligned}\quad (Л4.23)$$

Температури точок вузлів, розташованих на гранях **OA** та **BC**, знайдемо за формулами (Л4.21) та (Л4.22):

$$\text{грань } OA - \Delta t_{1,2} = \Delta t_{2,2}; \Delta t_{1,3} = \Delta t_{2,3}; \Delta t_{1,4} = \Delta t_{2,4}; \quad (Л4.24)$$

$$\text{грань } BC - \Delta t_{8,2} = \Delta t_{7,2}; \Delta t_{8,3} = \Delta t_{7,3}; \Delta t_{8,4} = \Delta t_{7,4}. \quad (Л4.25)$$

Температури точок, розташованих на площині **OB**, розраховуємо, розв'язавши систему алгебраїчних рівнянь, складену на основі виразу (Л4.20):

$$\left\{ \begin{aligned}\Delta t_{1,1} &= \Delta t_{1,2} + \frac{h}{\lambda} \cdot q_1; \\ \Delta t_{2,1} &= \Delta t_{2,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{3,1} &= \Delta t_{3,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 2 \cdot \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{4,1} &= \Delta t_{4,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 3 \cdot \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{5,1} &= \Delta t_{5,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 4 \cdot \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{6,1} &= \Delta t_{6,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 5 \cdot \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{7,1} &= \Delta t_{7,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 6 \cdot \frac{n-1}{m} \right); \\ \Delta t_{8,1} &= \Delta t_{8,2} + \frac{hq_1}{\lambda} \left(1 + 7 \cdot \frac{n-1}{m} \right).\end{aligned}\right. \quad (Л4.26)$$

Для розрахунку температур точок, розташованих в середині контуру **OACB**, при $2 \leq i \leq 7$ та $2 \leq j \leq 4$, складемо на основі формули (Л4.14) систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases}
\Delta t_{2,2} = 0,25(\Delta t_{3,2} + \Delta t_{1,2} + \Delta t_{2,3} + \Delta t_{2,1}) & i = 2, j = 2; \\
\Delta t_{3,2} = 0,25(\Delta t_{4,2} + \Delta t_{2,2} + \Delta t_{3,3} + \Delta t_{3,1}) & i = 3, j = 2; \\
\Delta t_{4,2} = 0,25(\Delta t_{5,2} + \Delta t_{3,2} + \Delta t_{4,3} + \Delta t_{4,1}) & i = 4, j = 2; \\
\Delta t_{5,2} = 0,25(\Delta t_{6,2} + \Delta t_{4,2} + \Delta t_{5,3} + \Delta t_{5,1}) & i = 5, j = 2; \\
\Delta t_{6,2} = 0,25(\Delta t_{7,2} + \Delta t_{5,2} + \Delta t_{6,3} + \Delta t_{6,1}) & i = 6, j = 2; \\
\Delta t_{7,2} = 0,25(\Delta t_{8,2} + \Delta t_{6,2} + \Delta t_{7,3} + \Delta t_{7,1}) & i = 7, j = 2; \\
\Delta t_{2,3} = 0,25(\Delta t_{3,3} + \Delta t_{1,3} + \Delta t_{2,4} + \Delta t_{2,2}) & i = 2, j = 3; \\
\Delta t_{3,3} = 0,25(\Delta t_{4,3} + \Delta t_{2,3} + \Delta t_{3,4} + \Delta t_{3,2}) & i = 3, j = 3; \\
\Delta t_{4,3} = 0,25(\Delta t_{5,3} + \Delta t_{3,3} + \Delta t_{4,4} + \Delta t_{4,2}) & i = 4, j = 3; \\
\Delta t_{5,3} = 0,25(\Delta t_{6,3} + \Delta t_{4,3} + \Delta t_{5,4} + \Delta t_{5,2}) & i = 5, j = 3; \\
\Delta t_{6,3} = 0,25(\Delta t_{7,3} + \Delta t_{5,3} + \Delta t_{6,4} + \Delta t_{6,2}) & i = 5, j = 3; \\
\Delta t_{7,3} = 0,25(\Delta t_{8,3} + \Delta t_{6,3} + \Delta t_{7,4} + \Delta t_{7,2}) & i = 7, j = 3; \\
\Delta t_{2,4} = 0,25(\Delta t_{3,4} + \Delta t_{1,4} + \Delta t_{2,5} + \Delta t_{2,3}) & i = 2, j = 4; \\
\Delta t_{3,4} = 0,25(\Delta t_{4,4} + \Delta t_{2,4} + \Delta t_{3,5} + \Delta t_{3,3}) & i = 3, j = 4; \\
\Delta t_{4,4} = 0,25(\Delta t_{5,4} + \Delta t_{3,4} + \Delta t_{4,5} + \Delta t_{4,3}) & i = 4, j = 4; \\
\Delta t_{5,4} = 0,25(\Delta t_{6,4} + \Delta t_{4,4} + \Delta t_{5,5} + \Delta t_{5,3}) & i = 5, j = 4; \\
\Delta t_{6,4} = 0,25(\Delta t_{7,4} + \Delta t_{5,4} + \Delta t_{6,5} + \Delta t_{6,3}) & i = 6, j = 4; \\
\Delta t_{7,4} = 0,25(\Delta t_{8,4} + \Delta t_{6,4} + \Delta t_{7,5} + \Delta t_{7,3}) & i = 7, j = 4.
\end{cases} \quad (Л4.27)$$

Граничні умови (Л4.23), (Л4.24), (Л4.25), (Л4.26) та система рівнянь (Л4.27) повністю математично описують в скінченно-різницевих відношення стаціонарний процес теплопровідності в прямокутній пластині 2. З викладеного видно, що навіть при розділені пластини на 28 елементів необхідно виконати достатньо великий обсяг розрахунків (система містить $(m+1)(p+1)=(7+1)(4+1)=40$ рівнянь), що, як зазначалось, доцільно робити за допомогою обчислювальної техніки.

2 Опис файла для розрахунку методом скінченних різниць стаціонарного температурного поля, яке виникає при поліруванні прямокутної пластини

Розрахунок температурного поля здійснюється за допомогою програми „*Mathcad*”. У файлі „Пластина” (додаток Л4.А) задається введення початкових даних, здійснення необхідних розрахунків та виведення результатів розрахунку в табличній та графічній формах.

Файл „Пластина” складається з таких блоків.

А. Введення початкових даних. В цьому блоці задаються змінні величини: - L – довжина пластини; - H – ширина пластини; - q_l – початкова густина теплового потоку; -

λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу пластини; h – розмір елементарної комірки на які розділена пластина; n – коефіцієнт збільшення густини теплового потоку при переході від центра полірувального круга 1 (див. рисунок Л4.3) до краю пластини 2.

Б. Допоміжні обчислення. В цьому блоці здійснюються обчислення допоміжних величин: p – числа комірок на ширині пластини та m – числа комірок на довжині пластини.

В. Задання матриць коефіцієнтів системи рівнянь (Л4.14), (Л4.20), (Л4.21) та (Л4.22). Цей блок є мікропрограмою, яка формує дві матриці: D розміром $p \times m$ рядків на $p \times m$ стовпців, яка заповнюється коефіцієнтами змінних, та V розміром $p \times m$ рядків на один стовпець, заповнену вільними коефіцієнтами. Вказані матриці необхідні для функції розв'язування системи лінійних рівнянь.

Г. Знаходження матриці розв'язання системи рівнянь. Цей блок є викликом вбудованої функції *Mathcad-Solve*, яка знаходить розв'язок системи лінійних рівнянь у вигляді матриці розміром $p \times m$ рядків на один стовпець (T).

Д. Перетворення матриці розв'язування. Блок є мікропрограмою, яка за допомогою функції *Mathcad-submatrix* (виділення підматриці) та *augment* (злиття матриць за рядками), перетворює матрицю T в матрицю T_1 розміром p рядків на m стовпців. Ця матриця більш зручна для зображення результатів розрахунку, оскільки пластина була розділена на m елементарних комірок по горизонталі (осі Ox) та на p комірок по вертикалі (осі Oy).

Е. Графічне зображення результатів. Блок графічно відображає матрицю T_1 у вигляді поверхні температур вузлових точок пластини в тривимірному просторі.

Ж. Табличне зображення результатів. Цей блок виводить на дисплей і друк матрицю T_1 у вигляді таблиці розміром p рядків на m стовпців.

3 Порядок виконання роботи

3.1 Підготувати комп'ютер (ЕОМ) до роботи та відкрити програму (Файл „Пластина”) розрахунку температурного поля пластини.

3.2 Ввести в програму початкові дані за одним із варіантів, приведеним в таблиці Л4.1 (варіант завдання видає викладач), звернувши увагу на те, що розмірності L , H , B та h повинні бути в метрах.

Таблиця Л4.1 – Варіанти початкових даних для розрахунку температурного поля пластини

Варіант завдання	Геометричні розміри пластини			Матеріал пластини, марка	Коефіцієнт теплопровідності матеріалу λ , Вт/(м ² ·°C)	Густина теплового потоку в т. О пластини, q_b Вт/м ²	Коефіцієнт кратності n для густини теплового потоку q_{m+1}	Крок сітки h , мм
	L, мм	H, мм	B, мм					
1	25	10	25	40X	33,9	$2 \cdot 10^4$	3	1,0
2	30	15	30	20XH3A	33,5	$8 \cdot 10^4$	3	1,1
3	40	20	45	20X18H9T	22,6	$5 \cdot 10^4$	4	0,9
4	45	10	40	У12	34,7	$6 \cdot 10^4$	3	1,0
5	50	15	50	30XГC	36,0	$4 \cdot 10^4$	3	1,3

3.3 Запустити програму та роздрукувати результати розрахунку температур вузлів пластини в табличній та графічній формах.

3.4 Закрити програму розрахунку і вимкнути комп'ютер.

3.5 Підготувати звіт з лабораторної роботи згідно з вимогами розділу 4.

4 Звіт з лабораторної роботи

4.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згідно з вимогами до текстової документації ГОСТ 2.105-95.

4.2 В звіті відобразити мету роботи та основні теоретичні відомості.

4.3 Привести результати розрахунку стаціонарного температурного поля в прямокутній пластині, що виникає при її поліруванні, в табличній та графічній формах.

4.4 Провести аналіз отриманих результатів і зробити висновки.

5 Контрольні запитання для самоперевірки

5.1 Які переваги і недоліки мають чисельні методи розрахунку теплофізичних процесів в порівнянні з аналітичним?

5.2 Які чисельні методи найбільш широко застосовуються при розв'язанні задач теплопровідності?

5.3 В чому полягає суть методу скінченних різниць?

5.4 Що розуміють під поняттями „різницею відношення „вперед” та „назад””?

5.5 Чому на критерій Фур'є (чи суму критеріїв Фур'є за різними напрямками) при використанні різницевої рівняння накладається умова $F_{ox} \leq 0,5$ (або $F_{ox} + F_{oy} + F_{oz} \leq 0,5$)?

5.6 Які особливості має застосування методу скінченних різниць при розрахунку температурного поля, що виникає при поліруванні плоскої пластини?

5.7 Наведіть з поясненнями короткий опис програми (файл „Пластина”) розрахунку методом скінченних різниць стаціонарного температурного поля в плоскій пластині, що виникає при її поліруванні.

5.8 Виділіть за допомогою таблиці результатів розрахунку ізотермічні поверхні в пластині.

Література

1. Резников А.Н., Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах. Учебн. для вузов по спец. „Технология машиностроения”, „Металлорежущие станки и инструменты”. – М.: Машиностроение, 1990.-288с.

2. Теплопередача. Учебник для вузов/ В.П.Исаченко, В.А.Осипова, А.С.Сукомел, – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981.-416с.

3. Обертюх Р.Р. Теплопередача: Навч. посібник. – Вінниця, ВДТУ, 1999-98с.

Додаток Л.4.А

файл „Пластина.mcd”

А. Блок введення початкових даних

Довжина пластини $L:=$; ширина пластини $H:=$; коефіцієнт теплопровідності матеріалу $\lambda:=$; початкова величина теплового потоку $q_1:=$; розмір елементарної комірки $h:=$; коефіцієнт $n:=$

Б. Блок розрахунку допоміжних величин

$m := \text{round}\left(\frac{L}{h}\right) + 1$ - число комірок по довжині пластини; $p := \text{round}\left(\frac{H}{h}\right) + 1$ - число комірок по ширині пластини;

В. Блок задання двох матриць:

матриці коефіцієнтів змінних розміром $p \cdot m$ на $p \cdot m$ (D); матриці вільних коефіцієнтів розміром $p \cdot m$ на 1 (V)

$D :=$ <pre> for k ∈ 0..(m · p - 1) for r ∈ 0..(m · p - 1) r ← 0 for i ∈ 0..(m - 1) for j ∈ 0..(p - 1) if j = 0 X_{i·p+j, i·p+j} ← -1 X_{i·p+j, i·p+j+1} ← 1 continue if j = (p - 1) X_{i·p+j, i·p+j} ← -1 continue if i = 0 X_{i·p+j, i·p+j} ← -1 X_{i·p+j, i·p+j+p} ← 1 continue if i = (m - 1) X_{i·p+j, i·p+j} ← -1 X_{i·p+j, i·p+j-p} ← 1 continue X_{i·p+j, i·p+j} ← -4 X_{i·p+j, i·p+j+1} ← 1 X_{i·p+j, i·p+j-1} ← 1 X_{i·p+j, i·p+j+p} ← 1 X_{i·p+j, i·p+j-p} ← 1 end for end for end for </pre>	$V :=$ <pre> for k ∈ 0..(m · p - 1) Y_{k,0} ← 0 for i ∈ 0..(m - 1) Y_{i·p,0} ← -$\left(\frac{h}{\lambda} \cdot q_1\right) \cdot \left(1 + \frac{n-1}{m-1} \cdot i\right)$ end for end for </pre>
--	---

Г. Блок (вбудована функція) розв'язування системи лінійних рівнянь. Результат отримується у вигляді матриці розміром $p \cdot m$ на 1 (T)

$T := \text{lsolve}(D, V)$

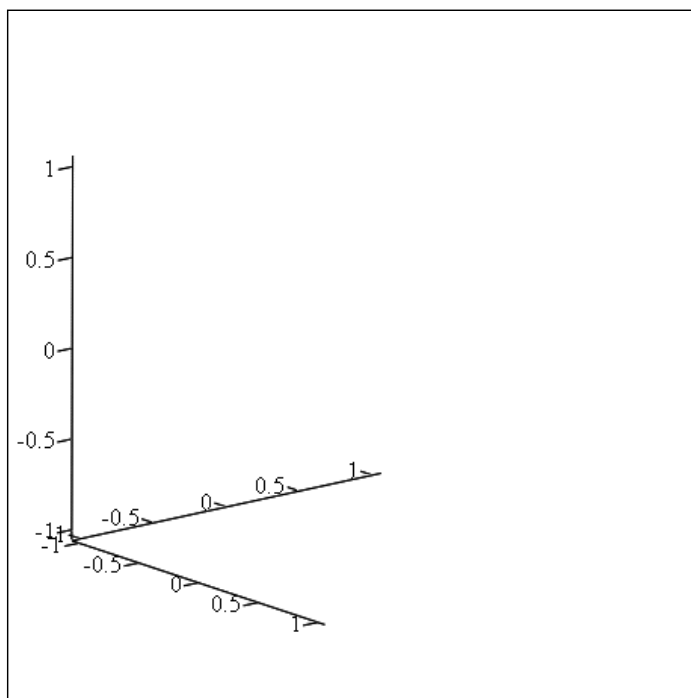
Д. Блок перетворення матриці розв'язування (T) в матрицю розміром p на m (T1), більш зручну для зображення результатів

```

T1 :=
| X1 ← submatrix(T, 0, p - 1, 0, 0)
| for i ∈ 1.. m - 1
|   | Y1 ← submatrix(T, i · p, i · p + p - 1, 0, 0)
|   | Y2 ← X1
|   | X1 ← augment(Y2, Y1)
| X1

```

Е. Блок зображення отриманих результатів (T1) в графічній формі (функція двох змінних, як деяка поверхня)



T1

Ж. Блок зображення матриці результатів T1 у вигляді таблиці розміром m рядків на p стовпців

$T1 = \begin{bmatrix} \dots \end{bmatrix}$

РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ТОКАРНОГО РІЗЦЯ ЗА ДОПОМОГОЮ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Мета роботи: 1) познайомитись з основами теорії планування та методами проведення експериментів; 2) експериментально дослідити залежність температурних деформацій різця від режимів різання на основі багатофакторного експерименту.

1 Основні положення теорії планування експериментів

1.1 Загальні відомості про планування експериментів

Планування експериментів дозволяє суттєво скоротити терміни та затрати на проведення експериментальних досліджень і підвищити достовірність висновків за результатами досліджень, що в сукупності інтенсифікує працю експериментатора та поліпшує її якість. Основна мета експеримента – це вибір з множини планів проведення експериментів найбільш раціонального.

В теорії планування експериментів [1, 2, 3] розглядаються і розв'язуються такі основні питання:

- як організувати експеримент з точки зору затрат часу та матеріальних витрат або точності результатів, щоб найкраще розв'язати поставлену задачу;
- як найкраще обробляти результати експериментів, щоб отримати максимум інформації про об'єкт дослідження;
- які обґрунтовані висновки можна на основі результатів експериментів зробити про об'єкт досліджень.

Оскільки, як правило, результати експериментів розглядаються як випадкові величини або процеси, то основою теорії планування експериментів є математична статистика. Інформація про досліджуваний об'єкт може отримуватись шляхом пасивного спостереження (пасивний експеримент) за функціонуванням об'єкта досліджень в нормальних умовах або в результаті штучного впливу на об'єкт за завчасно запланованою програмою (активний експеримент).

Активний експеримент дозволяє швидко знаходити оптимальні режими роботи об'єкта та закономірності його функціонування, але зазвичай його важко реалізувати і крім того вмішування в хід нормальної роботи об'єкта досліджень може привести до небажаних наслідків. В деяких умовах, наприклад, при астрономічних спостереженнях, проведення активного експерименту взагалі неможливо. Основна перевага активного експерименту перед пасивним та, що його можна провести за найбільш доцільно складеними планами.

Об'єкт досліджень в найбільш загальному вигляді можна представити структурною схемою (рисунок Л5.1) [1], на якій зображені такі групи параметрів:

- керуючі (вхідні) x_j ($j=1, 2, \dots, k$);
- вихідні y_i (параметри стану) ($i=1, 2, 3, \dots, v$);
- збуджуючі w_r ($r=1, 2, \dots, p$).

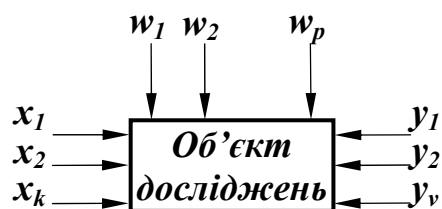


Рисунок Л5.1 – Структурна схема об'єкта досліджень

Керуючі параметри x_j – це незалежні змінні, які можна, з метою керування вихідними параметрами y_i , змінювати за заданою програмою. Вихідні параметри y_i характеризують стан об'єкта досліджень. Збуджуючі параметри w_r проявляють себе як випадкові величини і в загальному випадку є неконтрольованими, що приводить до неоднозначності залежності $y_i = f(x_j)$.

В техніці і прикладній науці представлення об'єкта у вигляді структури, зображеної на рисунку Л5.1, отримало назву „чорного ящика” – системи, структура якої прихована від спостерігача. Міркування про функціонування цієї системи може бути створено тільки на основі аналізу зовнішнього впливу і відповідної реакції на нього системи. Звідси випливає, що основним завданням експерименту є установлення взаємозв'язків між вхідними x_j та вихідними y_i параметрами об'єкта досліджень та подання їх в кількісній формі у вигляді *математичної моделі*, яка є сукупністю рівнянь, умов та алгоритмічних правил, які є *математичним відображенням найбільш суттєвих взаємозв'язків між параметрами об'єкта*. Математична модель дозволяє отримати інформацію про процеси, що відбуваються в об'єкті, аналізувати та проектувати ці процеси з метою керування об'єктом та пошуку найбільш оптимальних умов його функціонування.

Вхідні параметри, які впливають на об'єкт і можуть бути виміряні, називають *факторами* (температура навколишнього середовища, напруга живлення та т.п.). Кожний фактор має свою область визначення, яку *необхідно встановити до проведення експерименту*. Ця область може бути неперервною або дискретною. Зазвичай якщо область визначення неперервна, то її штучно дискретизують [1]. Слід зазначити, що при плануванні активного експерименту фактори повинні бути незалежними і керованими.

Ступінь впливу вхідних x_j та збуджуючих (дестабілізуючих) w_r факторів на вихідні y_i оцінюється за допомогою методів дисперсійного аналізу [1,2,3]. В залежності від числа факторів, вплив яких враховується одночасно, розрізняють однофакторний та багатофакторний дисперсійний аналіз [1, 2, 3].

Важливим моментом при плануванні експерименту є вибір виду *регресивної моделі, тобто виду функції, яка спрощує експериментальні дані*. Найчастіше як регресивну модель використовують степеневі поліноми, порядок яких залежить від числа факторів варіювання незалежними змінними [1, 2, 3]:

$$y=a_0+a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_jx_1x_2+a_{j+1}x_1x_3+\dots+a_kx_1x_2x_3+\dots, \quad (Л5.1)$$

де $a_1, a_2, \dots, a_k$ – параметри моделі, які оцінюють різними методами [1, 2, 3], наприклад методом найменших квадратів (див. розділ 1 лабораторного практикуму).

Активний експеримент дозволяє вимірювати незалежні змінні на різних рівнях, число n яких в загальному випадку може бути яким завгодно і визначає кількість різних можливих дослідів [1, 2] або станів об'єкта досліджень

$$N=n^k, \quad (Л5.2)$$

де k – число факторів. Реальні об'єкти досліджень є дуже складними, наприклад система з $k=5$ при $n=5$ рівнів варіювання змінними x_j має $N=5^5=3125$ станів. При такій кількості можливих станів об'єкта досліджень виникає питання, які досліді і скільки їх треба включати в експеримент, а від яких відмовитись? Для розв'язання цієї задачі застосовується планування активного експерименту, де враховуються всі суттєві фактори, що впливають на об'єкт досліджень, і відкидаються несуттєві за допомогою методів відсіювання [4, 5].

Активний експеримент ділиться на *повний факторний (ПФЕ)* та *дрібний факторний (ДФЕ)* експерименти [1, 2, 3]. Якщо в **ПФЕ** використовується лінійна регресивна модель вигляду (Л5.1), то число дослідів N перевищує число коефіцієнтів a_j моделі, причому це перевищення тим більше, чим більше факторів. Щоб скоротити число необхідних дослідів при збереженні основного обсягу інформації застосовують **ДФЕ**.

Планування **ПФЕ** передбачає одночасну зміну великого числа факторів, що є за суттю розв'язанням типових задач математичної статистики, а саме: вибір оптимальної стратегії експерименту в умовах невизначеності; обробка результатів вимірювання; перевірка гіпотез; прийняття рішень. Успішний розв'язок поставленої задачі залежить від вдалого вибору факторів, які повинні бути: керованими, тобто щоб експериментатор міг підтримувати значення факторів постійним протягом всього досліду; операціональними, при цьому вказується послідовність дій за допомогою яких устанавлюється конкретне значення факторів, що забезпечує їх однозначне розуміння; однозначними, оскільки важко керувати факторами, які є функцією інших факторів; сумісними, що означає здійснимість та безпечність всіх комбінацій факторів;

незалежними, що дає можливість установки фактора на будь-якому рівні незалежно від рівня інших факторів.

Як відмічалось раніше, кожний фактор має свою область визначення, яку ще називають експериментальною областю факторного простору [1]. Вибір цієї області пов'язаний з детальним аналізом апріорної інформації, для отримання якої використовуються графіки однофакторних експериментів з даним об'єктом, які були здійсненні в попередніх дослідженнях, або дані з цієї проблеми, описані в літературі.

На основі апріорної інформації в області визначення потрібно знайти локальну підобласть для планування експерименту. Процедура вибору цієї підобласті відбувається в два етапи: вибір основного рівня та вибір інтервалів варіювання факторів.

Умовам вибору, визначеним із аналізу апріорної інформації, відповідає комбінація або декілька комбінацій рівнів факторів, кожна з яких є точкою в багатовимірному факторному просторі.

Ця точка називається основним (нульовим) рівнем і розглядається як вихідна точка для побудови плану експерименту, а створення плану зводиться до вибору експериментальних точок, симетричних відносно нульового рівня. Після вибору основного рівня вибирають *інтервал вимірювання факторів, яким називають деяке число (своє для кожного фактора), додавання якого до основного рівня дає верхній рівень фактора, а віднімання – нижній*. Іншими словами, інтервал варіювання – це відстань на координатній осі між основним та верхнім (або нижнім) рівнями.

З метою спрощення запису умов експерименту та обробки експериментальних даних, масштаби по координатних осях вибираються так, щоб верхній рівень відповідав плюс 1, нижній мінус 1, а основний нулю. Якщо область визначення факторів неперервна, то цей вибір можна зробити за допомогою перетворення [1]

$$x_j = \frac{(\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0})}{I_j}, \quad (Л5.3)$$

де x_j – кодоване значення фактора; $\tilde{x}_j$ – натуральне значення фактора; $\tilde{x}_{j0}$ – натуральне значення основного рівня; I_j – інтервал варіювання факторів; j – номер фактора.

Фактори діляться на якісні та кількісні [1]. До якісних факторів відносяться, наприклад, різні речовини, технологічні способи, апарати, виконавці та т.п. Кількісним факторам відповідає повна числова шкала, наприклад, координати якогось виробу тощо. Для якісних факторів можна побудувати умовну порядкову шкалу, *яка кодує числами натурального ряду рівні якісних факторів*, наприклад, вивчається вплив положення деталі у високотемпературній печі для термообробки на режим нагрівання

деталі. Дно печі можна розділити на квадрати і вважати номери квадратів рівнями якісного фактора, які визначають положення деталі. Слід зазначити, що в ряді випадків межа між поняттями якісного і кількісного факторів дуже умовна. Для якісних факторів, що мають два рівні, один позначається плюсом 1, а другий – мінус 1. В цьому випадку порядок рівнів значення не має. Вибір інтервалу варіювання факторів важка задача, оскільки вона пов'язана із неформалізованим етапом планування експерименту. Інтервал варіювання не може бути менше похибки, з якою експериментатор фіксує рівень фактора, оскільки в протилежному випадку верхній та нижній рівні не можна буде розрізнити, а при дуже великому інтервалі верхній або нижній рівні можуть вийти за межі області визначення фактора. Навіть в середині цих обмежень є ще значна невизначеність, яку усувають шляхом інтуїтивних рішень. Априорна інформація, на основі якої устанавлюється інтервал варіювання зазвичай орієнтовна, а інколи і помилкова, але це єдина основа, на якій можна починати планування експерименту, тому в ході експерименту цю інформацію часто доводиться коректувати.

1.2 Методика планування ПФЕ

Планування **ПФЕ** розглянемо на основі регресивної моделі типу (Л5.1). В цьому випадку достатньо використати тільки два рівні факторів. Якщо число факторів k відомо, то формула (Л5.2) для визначення числа дослідів N набуде вигляду

$$N=2^k, \quad (\text{Л5.4})$$

де $n=2$ – число рівнів факторів.

Умови експерименту можна записати у вигляді *матриці планування експерименту*, де рядки відповідають різним дослідом, а стовпці – значенням факторів. Кожний стовпчик в матриці називають вектор стовпчиком, а кожний рядок – вектор-рядком.

Припустимо, що число рівнів факторів $n=2$ і число факторів $k=2$, тоді число дослідів **ПФЕ** $N=2^2=4$. Матриця планування такого **ПФЕ** для лінійної поліноміальної моделі $y=a_0+a_1x_1+a_2x_2$ зображена у вигляді таблиці Л5.1.

Таблиця Л5.1

№ досліду	Кодоване значення фактора		
	x_1	x_2	y
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

При $k=2$ всі можливі комбінації рівнів факторів легко знаходяться прямим перебором, але з ростом числа факторів виникає необхідність переходу від матриць меншої розмірності до матриць більшої розмірності. Для розв'язання цієї задачі на практиці використовують зазвичай три прийоми [1].

Прийом перший. Якщо при проведенні **ПФЕ** добавляється новий фактор, то кожна комбінація рівнів вихідного плану експерименту буде зустрічатись двічі: в сполученні з нижнім та верхнім рівнями нового фактора. Враховуючи це, доцільно записати вихідний план для одного рівня нового фактора, а потім повторити для другого рівня, наприклад, при переході від **ПФЕ** 2^2 до **ПФЕ** 2^3 (таблиця Л5.2).

Таблиця Л5.2

№ досліджу	Кодоване значення фактора			
	x_1	x_2	x_3	y
1	-1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	-1	y_2
3	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	-1	y_4
5	-1	-1	+1	y_5
6	+1	-1	+1	y_6
7	-1	+1	+1	y_7
8	+1	+1	+1	y_8

Цим прийомом можна будувати матриці планування **ПФЕ** будь-якої розмірності.

Прийом другий. При використанні цього прийому застосовується правило перемножування стовпчиків матриці [1]. При перемножуванні по рядках двох стовпчиків добуток одиниць з однойменними знаками дає плюс 1, а з різнойменними – мінус 1. Застосуванням цього правила для розглядуваного випадку (див. таблицю Л5.1) отримаємо вектор-стовпчик $x_1 \cdot x_2$ у вихідному плані, потім повторимо ще раз вихідний план і в стовпця добутоків знаки поміняємо на протилежні. Цим прийомом також можна будувати матриці будь-якої розмірності, але цей прийом складніший першого.

Прийом третій. Цей прийом ґрунтується на правилі чергування знаків: в першому стовпці знаки змінюються по черговому, в другому – через два, в третьому – через чотири, в четвертому – через вісім і т. д. за степенями двійки.

В загальному випадку матриця планування експерименту має такі властивості:

а) симетричність відносно центра експерименту – алгебраїчна сума

елементів вектор-стовпця кожного фактора дорівнює нулю ($\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0$, де j – номер фактора; i – номер дослідів; N – число дослідів);

б) умова нормування – сума квадратів елементів кожного стовпця

дорівнює числу дослідів ($\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N$);

в) ортогональність – сума почленних добутків будь-яких двох

вектор-стовпчиків матриці дорівнює нулю ($\sum_{i=1}^N x_{ji} \cdot x_{ni} = 0, j \neq n$);

г) ротатабельність – точки в матриці планування підбираються так, що точність передбачування значень вихідного параметра на основі математичної моделі однакова на рівних відстанях від центра експерименту і не залежить від напрямку.

Властивості а) та б) відносяться до особливостей побудови окремих стовпців матриці планування експерименту, а в) та г) – до особливостей сукупності стовпців матриці. Правильно складена матриця планування експерименту повинна мати всі розглянуті властивості.

Після того, як складена матриця планування експерименту і проведено N дослідів, оцінюють коефіцієнти лінійної моделі, наприклад, $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ (див. таблицю Л5.1). Підставляючи в рівняння моделі відомі значення факторів x_{ji} та результати дослідів y_i , отримаємо систему лінійних умовних рівнянь, розв'язування якої методом найменших квадратів дає шукані оцінки параметрів моделі:

$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} y_i}{N} \quad (\text{Л5.5})$$

Використовуючи формулу (Л5.5), та матрицю (таблиця Л5.1) вираховуємо коефіцієнти a_1 та a_2 :

$$\begin{cases} a_1 = [(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4]/4; \\ a_2 = [(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4]/4. \end{cases} \quad (\text{Л5.6})$$

Щоб визначити коефіцієнт a_0 , потрібно знайти середнє значення

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = a_0 + a_1 \bar{x}_1 + a_2 \bar{x}_2, \quad (\text{Л5.7})$$

де $\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{1i}$; $\bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}$. Внаслідок властивості симетрії матриці $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$, звідки $\bar{y} = a_0$. Якщо в матрицю планування експерименту ввести фіктивну зміну x_0 , яка в усіх дослідах набуває значення плюс 1, то всі коефіцієнти моделі можна розраховувати за формулою (Л5.5), а регресивна модель матиме вигляд:

$$y = a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2, \quad (\text{Л5.8})$$

а j в усіх вище приведених формулах набуває значень від 0 до k .

Коефіцієнти a_j при незалежних змінних вказують на силу впливу факторів. Вплив тим більший, чим більше числове значення коефіцієнта a_j . Якщо знак a_j плюс, то зі збільшенням значення фактора вихідна величина зростає, а якщо a_j має знак мінус, то зменшується.

Зазвичай на першому етапі планування експерименту намагаються отримати лінійну регресивну математичну модель, але це зовсім не гарантує, що у вибраних інтервалах варіювання факторів процес описується лінійною моделлю.

При експериментальних дослідженнях часто зустрічається випадок, коли ефект одного фактора залежить від рівня, на якому знаходиться інший фактор, а це робить регресивну модель нелінійною [1,3]. Такий випадок називається ефектом взаємодії двох факторів і **ПФЕ** дозволяє оцінити цей ефект.

Щоб оцінити ефект взаємодії, користуючись правилом перемножування стовпців матриці планування експерименту, отримують добуток двох факторів, а з новим вектор-стовпцем можна здійснити всі дії, як із вектор-стовпцем будь-якого фактора, тобто при додаванні стовпців, які враховують ефект взаємодії, властивості матриці планування експерименту зберігаються. Приклад матриці планування **ПФЕ** 2^2 з врахуванням ефекту взаємодії представлений в таблиці Л5.3.

Таблиця Л5.3

№ досліду	Кодоване значення фактора				
	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Регресивна математична модель **ПФЕ** 2^2 , що відповідає матриці, представлений в таблиці Л5.3, має вигляд

$$y = a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2, \quad (\text{Л5.9})$$

де коефіцієнт $a_{12} = [(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4]/4$ визначається за загальними правилами. Слід відмітити, що в матриці (див. таблицю Л5.3) стовпці x_1 та x_2 задають планування експеримента і визначають умови дослідів, а стовпці x_0 та $x_1 x_2$ використовуються тільки для розрахунків.

Якщо число факторів зростає, то швидко збільшується число можливих взаємодій, що визиває появу ефектів взаємодії факторів другого порядку, які визначаються добутком трьох стовпчиків $x_1 x_2 x_3$ та більше. Добутки $x_1 x_2$, $x_1 x_3$, $x_2 x_3, \dots$ називають ефектом взаємодії першого порядку, або парними ефектами, а добутки $x_1 x_2 x_3$, $x_2 x_3 x_4, \dots$ – потрійними та т.д. [1]. Повне число всіх можливих коефіцієнтів a_j , включаючи і a_0 , лінійні ефекти та взаємодії всіх порядків, дорівнює числу дослідів **ПФЕ**. Властивість ортогональності матриці планування експерименту дозволяє отримувати незалежні один від одного оцінки коефіцієнтів a_j . Це означає, що значення будь-якого коефіцієнта не залежить від значень інших. Ці твердження справедливі лише у випадку, якщо регресивна модель включає тільки лінійні ефекти та ефекти взаємодії, але в реальних процесах та умовах дослідів коефіцієнти при квадратах (кубах і т.д.) факторів можуть мати суттєве значення, наприклад, для **ПФЕ** 2^2 при суттєвих квадратах факторів x_1 та x_2 регресивну математичну модель можна записати так [1]:

$$y = a x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2. \quad (\text{Л5.10})$$

Намагання в матриці планування цієї моделі побудувати вектор-стовпці для x_1^2 та x_2^2 приводить до отримання одиничних стовпців, які збігаються один з одним та стовпцем x_0 . Ці стовпці не можна розрізнити, що не дає можливості визначити за рахунок чого знаходиться значення коефіцієнта a_0 . Така оцінка a_0 називається змішаною [1, 2]. Вона містить в собі значення вільного члена a_0 та внески квадратичних членів рівняння регресії. Символічно це можна записати так [1]:

$$a \rightarrow \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_{jj}, \quad (\text{Л5.11})$$

де a – розрахований коефіцієнт; β_0 – невідоме істинне значення вільного члена; β_{jj} – невідоме істинне значення квадратичних коефіцієнтів. Якщо віднести ці твердження до квадратичної моделі (див. (Л5.10)), то система змішування матиме вигляд:

$$a \rightarrow \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_{jj}; \quad a_1 \rightarrow \beta_1; \quad a_2 \rightarrow \beta_2; \quad a_{12} \rightarrow \beta_{21}, \quad (\text{Л5.12})$$

висновок з якої такий – оцінки всіх коефіцієнтів, крім a_0 , не змішані, а **ПФЕ** при варіюванні факторів на двох рівнях дозволяє оцінити лінійні ефекти та ефекти взаємодії.

1.3 Методика планування ДФЕ

При проведенні **ПФЕ** число коефіцієнтів лінійної моделі менше числа дослідів, причому чим більше факторів, тим менше число коефіцієнтів. Якщо регресивна математична модель лінійна що, як правило, постулюється при початку проведення експерименту, то число необхідних дослідів можна скоротити, застосовуючи **ДФЕ**. Це скорочення здійснюється шляхом ігнорування факторів, які обумовлюються парними взаємодіями, через їх малозначність, тоді, наприклад, для оцінювання впливу **ПФЕ** 2^3 , можна скористатись тільки його половиною, яка називається „напівреплікою” [1, 2], і замість необхідних восьми дослідів поставити тільки чотири. Умовні позначення дрібних реплік в залежності від числа факторів наведені в таблиці Л5.4 [1, 2].

Таблиця Л5.4

Число факторів	Дрібна репліка від ПФЕ 2^k	Умовне позначення	Число дослідів для	
			ДФЕ	ПФЕ
3	1/2 - репліка від 2^3	2^{3-1}	4	8
4	1/2 - репліка від 2^4	2^{4-1}	8	16
5	1/4 - репліка від 2^5	2^{5-2}	8	32
6	1/8 - репліка від 2^6	2^{6-3}	8	64
7	1/16 - репліка від 2^7	2^{7-4}	8	128
5	1/2 - репліка від 2^5	2^{5-1}	16	32
6	1/4 - репліка від 2^6	2^{6-2}	16	64
7	1/8 - репліка від 2^7	2^{7-3}	16	128
8	1/16 - репліка від 2^8	2^{8-4}	16	256

В загальному випадку для позначення дрібних реплік, с лінійних ефектів яких прирівненні до ефектів взаємодії, користуються умовним позначенням 2^{k-c} , наприклад, при побудові напівреплік 2^{3-1} від **ПФЕ** 2^3 є тільки дві можливості: прирівняти x_1x_2 до x_3 або мінус x_1x_2 до x_3 . Якщо знаходиться добуток трьох стовпців однієї половини матриці планування **ПФЕ**, то виконується співвідношення $I = x_1x_2x_3$, а для другої половини мінус $I = x_1x_2x_3$.

Символічне позначення добутку стовпців „плюс I” або „мінус I”, називається *визначальним контрастом*, який допомагає визначати змішані ефекти (див. підрозділ 1.2). Щоб визначити, який ефект є змішаним з даним, обидві частини визначального контрасту потрібно помножити на стовпчик, що відповідає даному ефекту, наприклад, якщо $I = x_1x_2x_3$, то для x_1 матимемо: $x_1 = x_1^2x_2x_3 = x_2x_3$, оскільки завжди $x_i^2 = I$. Аналогічно для: $x_2 = x_1x_2^2x_3 = x_1x_3$ та $x_3 = x_1x_2x_3^2 = x_1x_2$.

Співвідношення, які показують з яким із ефектів є змішаним даний ефект, називаються *генеруючими співвідношеннями*.

Напіврепліки, в яких основні ефекти змішані з двофакторними взаємодіями, називаються планами з *розв'язувальною здатністю III*. Розв'язувальна здатність рівна найбільшому числу факторів у визначальному контрасті, наприклад, при виборі напіврепліки 2^{4-1} є вісім можливих розв'язків [1]:

$$\begin{array}{llll} 1) x_4=x_1x_2; & 3) x_4=x_2x_3; & 5) x_4=x_1x_3; & 7) x_4=x_1x_2x_3; \\ 2) x_4=-x_1x_2; & 4) x_4=-x_2x_3; & 6) x_4=-x_1x_3; & 8) x_4=-x_1x_2x_3. \end{array}$$

Розв'язувальна здатність цих напівреплік різна: репліки 1...6 мають у визначальному контрасті по три фактори, а репліки 7, 8 по чотири, причому ці репліки мають максимальну розв'язувальну здатність і називаються головними. Потрібно зауважити, що розв'язувальна здатність буде максимальною, якщо лінійні ефекти змішані з ефектами взаємодії найбільшого можливого порядку.

Зазвичай при відсутності апіорної інформації про ефекти взаємодії намагаються вибрати репліку з найбільшою розв'язувальною здатністю, оскільки потрібні взаємодії, як правило, менш суттєві, ніж парні. Репліки в яких немає ні одного основного ефекту, змішаного з іншим основним ефектом або парною взаємодією (всі парні взаємодії змішані одна з одною), називаються планами з *розв'язувальною здатністю IV* [1, 2]. Ці репліки визначаються за найбільшим числом факторів у визначальному контрасті.

2 Планування експерименту з вивчення температурних деформацій токарного різця

Для визначення температурних деформацій токарного різця в залежності від режимів різання професором О.П.Соколовським запропонована формула:

$$\Delta l = B \cdot t^{\alpha} \cdot S^{\beta} \cdot V^{\gamma}, \quad (\text{Л5.13})$$

де Δl – абсолютна температурна деформація різця; $B = C \cdot L \cdot \sigma_s / A$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості оброблюваного матеріалу (тут: C – коефіцієнт пропорційності; L – виліт різця, мм; σ_s – межа міцності матеріалу, МПа; A – площа перерізу різця, мм²); t – глибина різання, мм; V – швидкість різання, м/хв; S – поздовжня подача, мм/об; α, β, γ – експериментальні коефіцієнти.

Прологарифмувавши вираз (Л5.13), отримаємо

$$\ln(\Delta l) = \ln B + \alpha \ln t + \beta \ln S + \gamma \ln V. \quad (\text{Л5.14})$$

Ввівши позначення: $y = \ln(\Delta l)$; $a_0 = \ln B$; $\alpha = a_1$; $x_1 = \ln t$; $\beta = a_2$; $x_2 = \ln S$; $\gamma = a_3$; $x_3 = \ln V$, перепишемо (Л5.14) у вигляді

$$y = a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3, \quad (\text{Л5.15})$$

де $x_0 = +1$ – фіктивна змінна.

Рівняння (Л5.15) є регресивною математичною моделлю **ПФЕ** 2^3 і планування експерименту проводимо на основі **ДФЕ** 2^{3-1} , для реалізації якого достатньо зробити чотири досліди.

За правилами, викладеними в підрозділах 1.1 та 1.2, складемо матрицю планування ДФЕ 2^{3-1} (таблиця Л5.5).

Таблиця Л5.5

Номер досліду	Кодоване значення фактора				y
	x_0	x_1	x_2	x_3	
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Верхньому рівню варіювання факторів V_{max} , S_{max} , t_{max} , в таблиці Л5.5 відповідає плюс 1, а нижньому рівню V_{min} , S_{min} , t_{min} – мінус 1. Вибравши за основний рівень варіювання факторів $\ln V$, $\ln S$ та $\ln t$ їх середні арифметичні значення: $\overline{\ln V} = (\ln V_{max} + \ln V_{min})/2$; $\overline{\ln S} = (\ln S_{max} + \ln S_{min})/2$; $\overline{\ln t} = (\ln t_{max} + \ln t_{min})/2$, за залежністю (Л5.3) визначимо кодовані значення факторів:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{\ln t - (\ln t_{max} + \ln t_{min})/2}{\ln t_{max} - \ln t_{min}} = \frac{2(\ln t - \ln t_{max})}{\ln t_{max} - \ln t_{min}} + 1; \\
 x_2 &= \frac{\ln S - (\ln S_{max} + \ln S_{min})/2}{\ln S_{max} - \ln S_{min}} = \frac{2(\ln S - \ln S_{max})}{\ln S_{max} - \ln S_{min}} + 1; \\
 x_3 &= \frac{\ln V - (\ln V_{max} + \ln V_{min})/2}{\ln V_{max} - \ln V_{min}} = \frac{2(\ln V - \ln V_{max})}{\ln V_{max} - \ln V_{min}} + 1,
 \end{aligned}
 \tag{Л5.16}$$

де $\ln t$, $\ln S$, $\ln V$ – натуральні значення факторів; $\ln t_{max} - \ln t_{min}$, $\ln S_{max} - \ln S_{min}$, $\ln V_{max} - \ln V_{min}$ – інтервали варіювання.

Розв'язуючи матрицю планування експерименту (див. таблицю Л5.5), розраховуємо параметри моделі (Л5.15) за формулами:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0,25(y_1 + y_2 + y_3 + y_4); \quad a_1 = 0,25(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4); \\
 a_2 &= 0,25(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4); \quad a_3 = 0,25(y_1 - y_2 - y_3 + y_4),
 \end{aligned}
 \tag{Л5.17}$$

де $y_j = \ln(\Delta l_j)$; $j=1,2,3,4$ – номери дослідів.

Знайдені за (Л5.17) числові значення параметрів a_j підставляємо в рівняння регресії (Л5.15), яке шляхом потенціювання, після попереднього вираження за допомогою формул (Л5.16) x_1 , x_2 , x_3 через t , S та V , перетворюється в показову функцію типу (Л5.13), але вже з числовим значенням степенів $\alpha = a_1$, $\beta = a_2$ та $\gamma = a_3$. Розраховані за допомогою цієї конкретизованої функції теплові деформації різця порівнюються із визначеними з дослідів.

Якщо мають місце значні розходження між знайденими з досліду і розрахованими таким чином деформаціями різця, то необхідно виконати додаткові експерименти, планування яких слід здійснити за другою напівреплікою **ПФЕ 2³**. Матриця планування **ДФЕ 2³⁻¹** за другою напівреплікою приведена в таблиці Л5.6 (досліди 5, 6, 7 та 8).

Таблиця Л5.6

Номер дослідів	Кодоване значення фактора				у
	x_0	x_1	x_2	x_3	
5	+1	-1	-1	-1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	y_7
8	+1	+1	+1	-1	y_8

Після проведення серії додаткових дослідів слід знову розраховувати за наведеною схемою параметри моделі (Л5.15) і об'єднати результати обох серій дослідів, визначивши параметри a_j як середні арифметичні значення, на основі яких і залежності (Л5.13) розрахувати температурні деформації різця.

Похибку вимірювань при проведенні дослідів і значущість кожного параметра рівняння регресії (Л5.15) можна здійснити методами математичної статистики [1, 2] (див. розділ 1 лабораторного практикуму).

3 Описання експериментальної установки

Як експериментальна установка використовується токарний гвинторізний верстат 1К62 (або будь-якого типу і моделі). В різцетримачі 1 верстата закріплено різець 2 та безззорний поворотний індикаторний

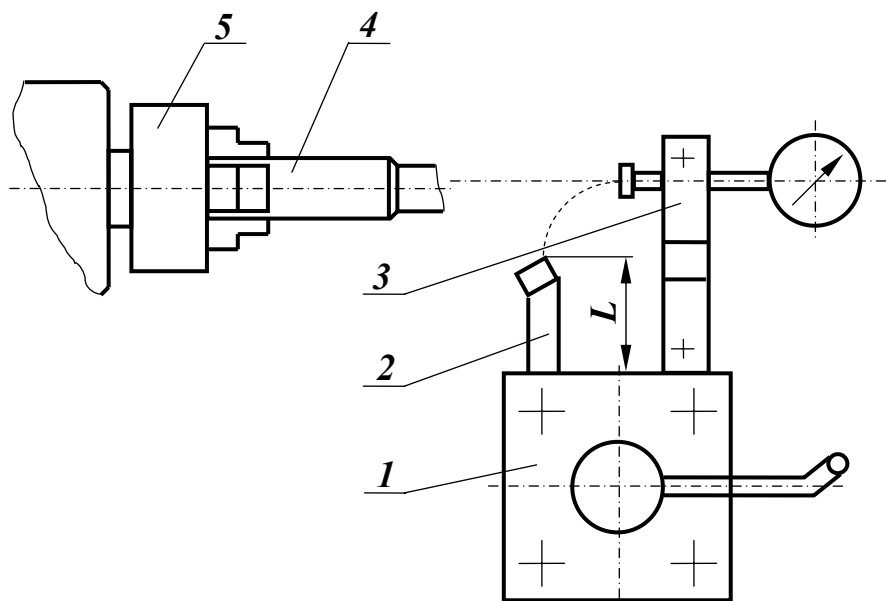


Рисунок Л5.2 – Схема експериментальної установки пристрій 3 (рисунок Л5.2). Заготовка 4 закріплена в патроні 5 верстата.

Конструктивна схема безззорного індикаторного поворотного пристрою зображена на рисунку Л5.3. Пристрій складається із державки 1, яка закріплюється в різцетримачі верстата, поворотного стержня 4, в якому встановлено індикатор 5 годинникового типу з ціною поділки шкали в **10мкм**, оснащений вимірювальним плоским наконечником 6.

Індикатор 5 кріпиться за допомогою клемового з'єднання, утвореного на одному з кінців поворотного стержня 4. Клема затягується гвинтом 9. Стержень 4 шарнірно посередністю осі 7 з'єднується з державкою 1. Кут повороту стержня 4 регулюється гвинтами 3, положення яких фіксується контргайками 10. Гвинти 3 встановлені в кутнику 2, який гвинтами 8 жорстко закріплений в державці 1.

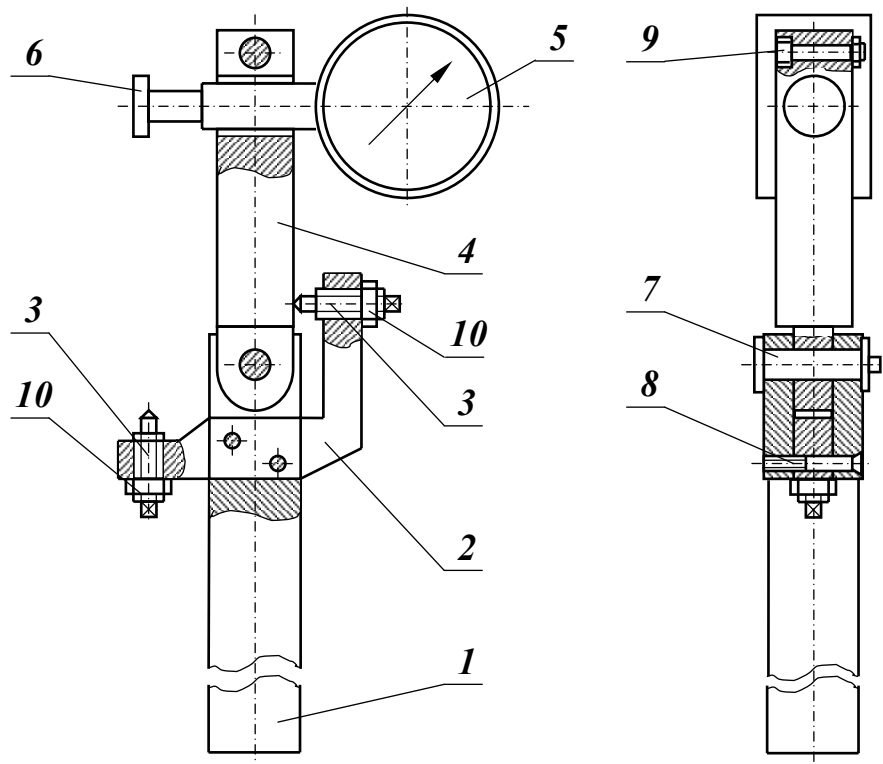


Рисунок Л5.3 – Конструктивна схема безззорного індикаторного поворотного пристрою

4 Порядок виконання лабораторної роботи

4.1 Отримати у викладача (або лаборанта) заготовку і дані про марку її матеріалу та виміряти штангенциркулем її початковий діаметр d .

4.2 Закріпити заготовку в патроні верстата, а в різцетримачі різець та безззорний індикаторний пристрій.

4.3 Виставити в поворотному стержні 5 (див. рисунок Л5.3) індикатор 6 в положення зручне для спостереження, і закріпити його гвинтом 10.

4.4 Виміряти виліт різця L штангенциркулем, поворотом стержня 5 підвести вимірювальний наконечник 7 індикатора 6 до вершини різця 2 (див. рисунок Л5.2),

зафіксувати гвинтом 11 положення стержня 5, виставити індикатор 6 на нуль і відвести стержень 5 в початкове положення.

4.5 Налаштувати на заданий режим обробки верстат (таблиця Л5.7, режим обробки задає викладач), підвести різець 2 до заготовки 4 (див. рисунок Л5.3) і точити її 1 хвилину, потім виключити поздовжню подачу, швидко відвести різець 2 від заготовки 4 і підвести до його вершини вимірювальний наконечник 7 індикатора 6 (див. рисунок Л5.3).

Таблиця Л5.7 – Режими обробки заготовки

Номер режиму	Параметри режиму обробки					Час точіння
	t , мм	S , мм	n , хв ⁻¹	$V = \frac{\pi dn}{1000}$, м/хв	d , мм	
1						1
2						2
3						5
4						7

4.6 Зафіксувавши показання індикатора 6, дати різцю 2 (див. рисунок Л5.2) охолонути до температури навколишнього середовища (при цьому індикатор 6 показуватиме нуль) і визначити величину скорочення виліту різця 2, вимірявши також час його охолодження.

4.7 Змінюючи згідно з таблицею Л5.7 режими обробки, повторити вимірювання за п.4.5 та п.4.6 і результати вимірювань занести в таблицю Л5.8.

Таблиця Л5.8

Температурна деформація різця Δl , мкм	Час роботи різця τ_p , хв				Час охолодження різця τ_0 , хв			
	1	2	5	7				
При нагріванні (роботі) Δl_n								
При охолодженні Δl_0								

4.8 Побудувати за результатами таблиці Л5.8 графіки залежностей $\Delta l_n = f(\tau_p)$ та $\Delta l_0 = f(\tau_0)$ (тут: Δl_n – подовження різця при нагріванні; Δl_0 – укорочення різця при охолодженні).

4.9 За графіками $\Delta l_n = f(\tau_p)$ та $\Delta l_0 = f(\tau_0)$ визначити час, що відповідає початку стаціонарного теплового режиму (теплова рівновага) при нагріванні і охолодженні різця.

4.10 За залежностями (Л5.17), використовуючи данні таблиці Л5.8 (деформацію різця для кожного режиму знайти як середнє арифметичне $\overline{\Delta l} = 0,5(\Delta l_n + \Delta l_0)$), розрахувати параметри a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , (див. (Л5.15)) і,

використовуючи рівняння (Л5.16), установити експериментальну залежність теплової деформації різця від параметрів режиму обробки (див. (Л5.13)).

4.11 Вимірявши штангенциркулем розміри перерізу різця по його державці, визначити площу його перерізу $A=a \cdot b$ (тут a – ширина різця, b – висота різця) і розрахувати значення коефіцієнта C . При розрахунку коефіцієнта C врахувати, що $a_0=\ln B$, а σ_s (межа міцності матеріалу заготовки) визначити за довідником [4].

5 Звіт з лабораторної роботи

5.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згідно з вимогами до текстової документації ГОСТ 2.105-95.

5.2 В звіті відобразити мету роботи та основні теоретичні відомості, описати схему експериментальної установки і методику проведення експериментів, супроводжуючи описання необхідними ілюстраціями.

5.3 Навести матрицю планування експериментів, таблицю Л5.8 результатів вимірювання, графічні залежності $\Delta l_n=f(\tau_p)$ та $\Delta l_0=f(\tau_0)$, розрахувати параметри $a_j(j=0,1,2,3)$, коефіцієнт C та визначити експериментальну залежність теплової деформації різця від режиму обробки: $\Delta l=f(S,t,V)$.

5.4 Зробити висновки за отриманими результатами експериментів.

6 Контрольні запитання для самоперевірки

6.1 Яка мета планування експерименту?

6.2 Які основні завдання розв'язуються в теорії планування експериментів?

6.3 Яка різниця між пасивним і активним експериментами?

6.4 Зобразіть структурну схему об'єкта досліджень в найбільш загальному вигляді і наведіть характеристики її параметрів.

6.5 Що розуміють під математичною регресивною моделлю експерименту?

6.6 Яка залежність пов'язує між собою число дослідів, число факторів та кількість рівнів варіювання факторів?

6.7 Що розуміють під аббревіатурами **ПФЕ** та **ДФЕ**?

6.8 За якою залежністю здійснюють кодування факторів?

6.9 Наведіть класифікацію факторів.

6.10 Наведіть матрицю планування **ПФЕ** 2^2 для лінійної регресивної моделі.

6.11 Які прийоми в теорії планування експериментів застосовуються для переходу від матриць меншої розмірності до матриць більшої розмірності?

6.12 Які методи використовуються для знаходження параметрів регресивної моделі?

6.13 Що розуміють під поняттям „ефект взаємодії факторів”?

6.14 Що розуміють під поняттям репліки **ПФЕ**?

6.15 Що розуміють під „генеруючим співвідношенням”?

6.16 Наведіть і поясніть залежність О. П. Соколовського для розрахунку теплових деформацій різця.

6.17 Яким методом залежність О. П. Соколовського можна перетворити в лінійну регресивну модель?

6.18 Наведіть і поясніть залежності для кодування факторів регресивної моделі, отриманої з формули О.П.Соколовського.

6.19 Опишіть і поясніть принцип дії експериментальної установки для визначення температурних деформацій різця.

6.20 Коротко сформулюйте алгоритм виконання лабораторної роботи.

Література

1. Куликовский К.Л., Купер В.Я. Методы и средства измерений. Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 448 с.

2. Новицкий П.В. Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1991. – 304 с.

3. Налимов В.В., Голикова Г.И. Логические основания планирования эксперимента. – М.: Металлургия, 1976. – 281 с.

4. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т1. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроения, 1982. – 728 с.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ ПРИ РОБОТІ ЧЕРВ'ЯЧНОГО РЕДУКТОРА

Мета роботи: експериментально визначити коефіцієнти теплопередачі при роботі черв'ячного редуктора для випадків охолодження редуктора за рахунок тепловіддачі поверхні його корпусу та при обдуві частини корпусу вентилятором.

1 Короткі теоретичні відомості з теорії конвективного теплообміну

Конвекцією називають процес переносу теплоти при переміщенні рідини або газу із області з однією температурою в область з іншою температурою. Конвекцію ділять на природну та примусову. Природна конвекція виникає через нерівномірне розподілення густини в полі масових сил (наприклад сил тяжіння) нерівномірно нагрітої рідини (або газу). В такій рідині виникає під'ємна сила, яка приводить рідину (газ) в рух. *Примусова конвекція* обумовлюється переміщенням нерівномірно нагрітої рідини зовнішніми поверхневими силами (силами тиску), які створюються, наприклад, дією гідронасоса чи вентилятора. Конвекція завжди супроводжується *молекулярним переносом теплоти – теплопровідністю* і цей спільний процес називають *конвективним теплообміном*.

Теплообмін між поверхнею твердого тіла та рідиною (або газом) називається *теповіддачею*. Теплообмін між текучими середовищами, розділеними твердою стінкою, називається *теплопередачею*.

В більшості випадків рідини або газу розглядаються як суцільні середовища, які можуть бути однофазними та багатфазними. Фізичні властивості однофазних середовищ змінюються в просторі неперервно, а в багатфазних на межах розділення фаз стрибкоподібно, що обумовлює різне проходження в них процесу теплообміну. Процес конвективного теплообміну в більшості механізмів (редуктори, теплообмінні апарати тощо), як правило, відбувається між твердою стінкою і рідиною, яка її омиває тому його інтенсивність визначається як гідродинамічними умовами обтікання, так і теплофізичними властивостями рідини.

Розрахунок стаціонарного процесу конвективного теплообміну виконують за законом Ньютона-Ріхмана:

$$Q = \alpha A (T_p - T_c) = \alpha A \Delta T, \quad (Л6.1)$$

де Q – тепловий потік, $Вт$; α – коефіцієнт тепловіддачі, $Вт/(м^2 \cdot К)$; $\Delta T = T_p - T_c$ ($T_p > T_c$) або ($T_c > T_p$) – температурний напір, $К$; T_c – температура стінки, $К$; A – площа поверхні, на якій відбувається теплообмін, $м^2$.

Величина

$$q = \frac{dQ}{dA} = \alpha \Delta t \quad (\text{Л6.2})$$

називається густиною теплового потоку, Вт/м^2 , – характеризує інтенсивність і напрям (q - вектор) теплообміну. Коефіцієнт тепловіддачі α є складною функцією багатьох факторів: фізичних властивостей рідини, швидкості її руху, температур рідини і поверхні тіла, розмірів тіла тощо.

Сучасні методи розрахунку конвективного теплообміну ґрунтуються на теорії приграничних, гідродинамічного і теплового шарів, [1, 2, 3], які, незважаючи на малу товщину в порівнянні з характерними розмірами тіла, відіграють основну роль в процесах гідродинамічної і теплової взаємодії потоку рідини з поверхнею теплообміну.

Інтенсивність конвективної тепловіддачі залежить від режиму течії рідини в приграничному шарі. Режим течії може бути *ламіна́рним*, коли лінії потоку паралельні поверхні тепловіддачі і шари рідини між собою не перемішуються, та *турбулентними* – швидкість рідини в кожній точці потоку пульсує біля деякого середнього за часом значення і шари рідини інтенсивно перемішуються в поперечному напрямку. При ламинарному режимі руху рідини інтенсивність тепловіддачі невелика, мало залежить від швидкості руху рідини і сильно змінюється при зміні її теплофізичних властивостей.

Безпосередньо біля стінки поверхні існує в приграничному шарі в'язкий підшар (результат малої швидкості руху і адсорбції частинок рідини на твердій поверхні стінки), де теплопередача здійснюється тільки за рахунок теплопровідності рідини. Для в'язкого підшару справедливий закон Фур'є:

$$q = -\lambda_p \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (\text{Л6.3})$$

де λ_p – коефіцієнт теплопровідності, $\text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$; $\frac{\partial T}{\partial n}$ – градієнт температури у в'язкому підшарі, К/м ; n – координата, яка відраховується за нормаллю, що проходить через підшар, до ізотермічної поверхні, m . Враховуючи, що товщина в'язкого підшару дуже мала, можна прийняти

$$\frac{\partial T}{\partial n} \approx -\frac{(T_p - T_c)}{\delta_t}, \quad (\text{Л6.4})$$

де δ_t – товщина в'язкого підшару, яку можна в першому наближенні вважати рівною товщині приграничного теплового шару [1]. Прирівнявши (Л6.2) та (Л6.3) із врахуванням (Л6.4), знайдемо, що для приграничного теплового шару

$$\alpha \approx \frac{\lambda_p}{\delta_t} \quad (Л6.5)$$

Аналізуючи (Л6.5), можна зробити висновок: для інтенсифікації тепловіддачі необхідно використовувати рідини з високою теплопровідністю і приймати заходи для зменшення товщини приграничного шару.

Інтенсивність теплообміну при турбулентному режимі руху рідини вища ніж при ламінарному внаслідок інтенсивного перемішування шарів, що обумовлює інтенсивний обмін кількістю руху і теплотою між ними.

Математичне описання конвективного теплообміну складне і в загальному випадку містить диференціальні рівняння енергії, руху і суцільності (нерозривності) потоку [1, 2, 3]. Конкретний розв'язок цієї системи рівнянь можливий при відомих умовах однозначності (крайові умови), які вміщують геометричні, фізичні, часові і граничні умови [1, 2, 3]. Аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь, що описують конвективний теплообмін, пов'язаний із значними математичними труднощами, а в загальному вигляді практично неможливий. Найчастіше задачі конвективного теплообміну розв'язуються чисельними або експериментальними методами. Ці методи дозволяють знайти значення одного конкретного параметра при фіксованих значеннях аргументів. Якщо число аргументів велике, то не тільки дуже великим є обсяг розрахунків або експериментів, але дуже важко підібрати емпіричну залежність, яка правильно відображала б вплив всіх аргументів, тобто узагальнити результати чисельних розв'язків або експериментів.

В якійсь мірі ці труднощі долаються в теорії подібності, яка оперує узагальненими змінними – критеріями (числами) подібності, що представляють собою безрозмірні комплекси фізичних величин, які відображають спільний вплив на процес конвективної тепловіддачі сукупності фізичних величин.

Критерії подібності дозволяють:

- скоротити число аргументів (факторів) задачі, що зменшує число необхідних експериментів і спрощує обробку їх результатів (або чисельних розв'язків);
- узагальнити дані експерименту на подібні між собою випадки;
- моделювати процеси, які відбуваються в натурних установах.

Структура критеріїв, зазвичай, знаходиться з аналізу диференціальних рівнянь конвективного теплообміну (метод теорії подібності), або на основі аналізу розмірностей фізичних величин, суттєвих для цього явища (метод розмірностей) [1, 2]. За фізичним змістом

критерії подібності виражають співвідношення між фізичними ефектами (силами, тепловими потоками тощо), які є суттєвими для процесу. Можливі також комбінації критеріїв, які теж є критеріями подібності, що можуть при необхідності замінити будь-який критерій, який входить в комбінацію. Використання критеріїв визначається з практичних міркувань. Критерії названі на честь учених, які зробили значний внесок в розвиток відповідної галузі науки, і позначаються двома першими латинськими літерами за іменем ученого.

Критерії подібності, що складаються з фізичних величин, заданих в умовах однозначності, називаються *визначальними*, а критерії, які містять невідомі величини, - *невизначальними* (або такими, що визначаються). Залежності між критеріями подібності називаються *критеріальними рівняннями* [1, 2, 3].

Наведемо, з поясненням фізичного змісту, основні критерії подібності, що використовуються при дослідженнях і розрахунках конвективного теплообміну [1, 2, 3].

Критерій Нусельта

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_p}, \quad (Л6.6)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі; l – характерний розмір тіла; λ_p – коефіцієнт теплопровідності рідини.

Цей критерій є безрозмірним градієнтом температури на поверхні тіла і характеризує співвідношення між потоком теплоти від рідини до поверхні тіла (тепловіддача) і потоком теплоти, що переноситься теплопровідністю рідини біля стінки тіла. *Критерій Нусельта* – не визначальний, оскільки містить коефіцієнт тепловіддачі α .

Критерій Біо

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda_T} = \frac{l/\lambda_T}{1/\alpha}, \quad (Л6.7)$$

де λ_T – коефіцієнт теплопровідності твердого тіла; $R_T = l/\lambda_T$ – термічний опір тіла; $R_{T,T} = 1/\alpha$ – термічний опір тепловіддачі. *Критерій Біо* за формою запису схожий на *критерій Нусельта*, але за фізичним змістом характеризує співвідношення між R_T та $R_{T,T}$.

Критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{wl}{\nu}, \quad (Л6.8)$$

де w – швидкість потоку рідини; ν – кінематична в'язкість рідини. Критерій установлює співвідношення між інерційними силами та силами внутрішнього тертя в рідині (силами в'язкості) і визначає режим течії. Критичне значення критерію Re визначає перехід від ламінарної течії рідини до турбулентної і чим менше значення Re , тим більший вплив сил в'язкості і тим більш стійка в'язка (ламінарна) течія рідини. Інтенсивність конвективного теплообміну суттєво залежить від режиму течії, тому критерій Рейнольдса є одним із основних визначальних критеріїв в теорії теплообміну.

Критерій Пекле

$$Pe = \frac{wl}{a} = \frac{c_p \rho w \Delta t}{\lambda_p \Delta t / l} = \frac{q_{конв}}{q_{тепл}}, \quad (Л6.9)$$

де $a = \lambda_p / (c_p \rho)$ – коефіцієнт температуропровідності рідини (тут: c_p – питома теплоємність рідини, Дж/кг·К; ρ – густина рідини, кг/м³); Δt – температурний напір в рідині; $q_{конв} = c_p \rho w \Delta t$ – густина теплового потоку, що переноситься рухомою рідиною (конвективний потік); $q_{тепл} = \lambda_p \Delta t / l$ – густина теплового потоку, що переноситься теплопровідністю рідини (молекулярна теплопередача). Критерій Пекле характеризує співвідношення між $q_{конв}$ та $q_{тепл}$.

Критерій Ейлера

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2}, \quad (Л6.10)$$

де $\Delta p = p - p_0$ – перепад тиску; p – тиск біля поверхні тіла теплообміну; p_0 – тиск далеко від тіла, зазвичай $p_0 = const$. Критерій Ейлера установлює співвідношення між силами тиску та інерції рухомого потоку рідини (або газу). Цей критерій є невизначальним, оскільки вміщує невідому величину Δp .

Критерій Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{Pe}{Re}, \quad (Л6.11)$$

Критерій Прандтля характеризує сукупне співвідношення між силами інерції та в'язкості і конвективним та кондуктивним потоками теплоти. Оскільки критерій Pr містить тільки фізичні параметри середовища, то він сам є фізичним параметром середовища і визначає міру подібності полів швидкості і температури [1, 2]. Для газів критерій Прандтля близький до одиниці і визначається їх атомністю, для крапельних рідин при помірних температурах $Pr \ll 1$ ($a \gg \nu$).

Критерій Грасгофа

$$Gr = \frac{gl^3 \beta \Delta t}{\nu^2}, \quad (Л6.12)$$

де β – коефіцієнт об'ємного теплового розширення рідини, K^{-1} . Критерій Gr установлює співвідношення між піднімальною силою в рідині, яка виникає внаслідок різниці густин через наявність температурного напору Δt , та силою в'язкості.

Якщо представити $\Delta t \cdot \beta = (\rho_0 - \rho) / \rho_0 = \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$ як параметричний критерій, що характеризує змінне поле густини рідини, то критерій Gr можна записати в більш загальній формі, яка носить назву **критерію Архімеда**

$$Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho_0}, \quad (Л6.13)$$

Критерій Фруда

$$Fr = \frac{gl}{w^2}, \quad (Л6.14)$$

характеризує відношення між силами тяжіння та інерції в рідині. Цей критерій є суттєвим, коли при конвективному теплообміні переважають гравітаційні ефекти.

Критерій Галілея

$$Ga = \frac{gl^3}{\nu^2} = Re^2 \cdot Fr = Ar \cdot \frac{\rho_0}{\Delta \rho}, \quad (Л6.15)$$

характеризує відношення між масовими силами і силами інерції в рідині.

Критерій Стантона

$$St = \frac{\alpha}{(c_p \rho w)} = \frac{Nu}{(Re \cdot Pr)}, \quad (Л6.16)$$

установлює співвідношення між потоком теплоти від рідини до поверхні тіла та конвективним потоком теплоти, що переноситься рухомою рідиною.

Критерій Маха

$$M = \frac{w}{w_{зв}}, \quad (Л6.17)$$

де $w_{зв} = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$ – швидкість звуку в рідині; k – об'ємний модуль пружності рідини. Критерій Маха характеризує стисливість рідини в потоці при високих швидкостях руху рідини $w > 0,25 w_{зв}$.

Критерій Фур'є

$$F_0 = \frac{a\tau}{l^2}, \quad (Л6.18)$$

безрозмірний час – характеризує нестационарні теплові процеси (тут τ – час дії джерела теплоти або її розповсюдження).

Критерій Релея

$$Ra = \frac{gl^3\beta\Delta t}{\nu a} = Gr \cdot Pr \quad (Л6.19)$$

використовується при вивченні вільної конвекції і характеризує взаємозв'язок між піднімальною силою, кондуктивним та конвективним потоками теплоти в рідині.

Через критерій Релея представляють критеріальне рівняння, яке описує вільну (природну) конвекцію:

$$Nu_{\Pi} = C_{\Pi} \cdot Ra^{n_{\Pi}} = c(Gr \cdot Pr)^n, \quad (Л6.20)$$

де $C_{\Pi} = const$ та $n_{\Pi} = const$ – коефіцієнти, які залежать від діапазону зміни критерію Ra .

Для вимушеної конвекції зазвичай критеріальне рівняння представляють у формі [2, 4]

$$Nu_o = c_B \cdot Re_o^{m_B} \cdot Pr_o^{n_B} \cdot Gr^{p_B} \cdot \left(\frac{Pr_o}{Pr_H} \right)^{0,25}, \quad (Л6.21)$$

де індекс „ o ” означає охолодження тіла рідиною, а індекс „ h ” – нагрівання; $c_B = const$; $m_B = const$; $n_B = const$; $p_B = const$ – експериментальні коефіцієнти, які визначаються умовами процесу вимушеної конвекції.

Критеріальні рівняння (Л6.20) та (Л6.21) отримуються на основі експерименту, тому при їх використанні необхідно враховувати:

- діапазон застосовуваності рівняння, який характеризується значеннями визначальних критеріїв подібності;
- температуру, що береться за визначальну, за якою знаходяться фізичні параметри, які входять в критерії подібності;
- який розмір системи приймається за характерний при розрахунку відповідних критеріїв подібності.

2 Описання експериментальної установки та методи визначення коефіцієнтів теплопередачі

Принципова схема експериментальної установки зображена на рисунку Л6.1.

Установка складається з черв'ячного редуктора 3, вал-черв'як 3.1 якого через муфту 2 з'єднаний з електродвигуном 1. На іншому вихідному

кінці вала-черв'яка 3.1 установлене робоче колесо 3.3 вентилятора. В отвір жезлового маслопоказчика редуктора через пробку з неметалевого матеріалу установлений рідинний термометр 4 для вимірювання

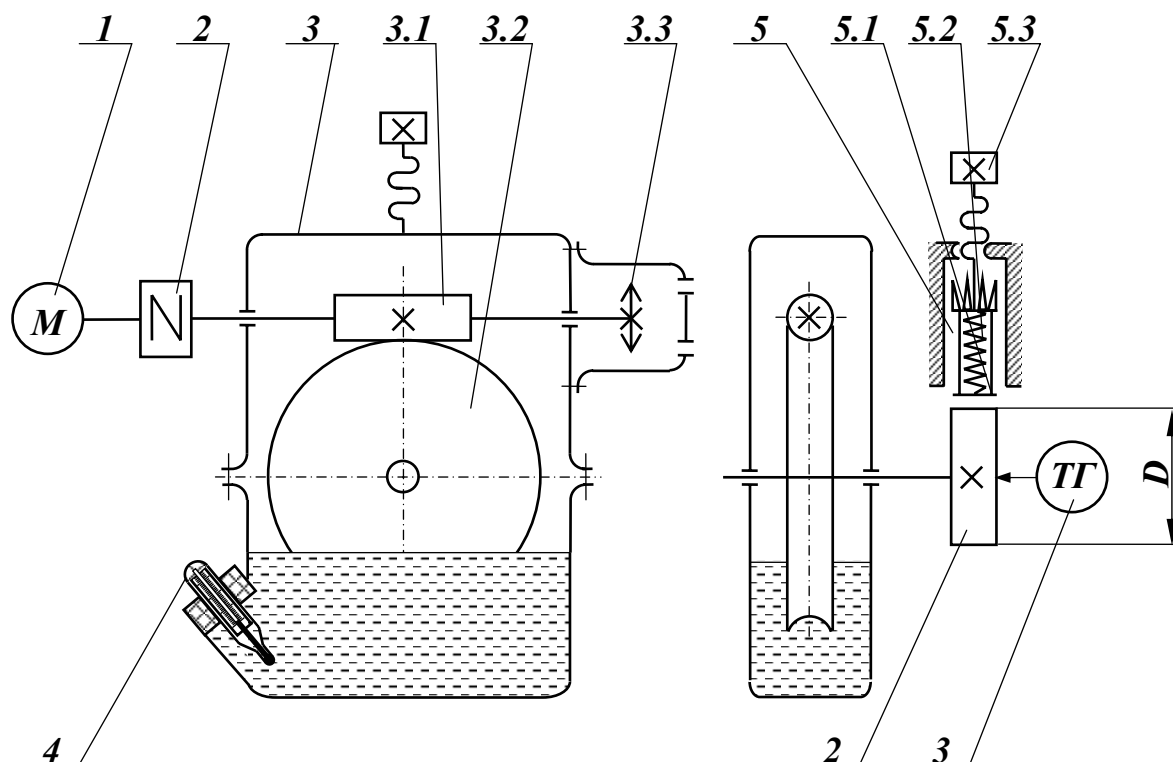


Рисунок Л6.1 – Принципова схема експериментальної установки

температури мастила. На валу черв'ячного колеса 3.2 установлено маховик 6 з гальмівним пристроєм 5, який складається з фрикційної колодки 5.1, навантаженої пружиною 5.2, деформацію якої можна регулювати гвинтом 5.3. Частота обертання вала черв'ячного колеса вимірюється тахогенератором 7. Пружина 5.2 гальмівного пристрою протарована і установлена залежність сили пружини $F_{пр}$ від величини її деформації δ (таблиця Л6.1).

Таблиця Л6.1 – Залежність сили пружини 5.2 від деформації δ .

$\delta, \text{мм}$							
$F_{пр}, \text{Н}$							

Величина деформації пружини 5.2 відраховується за шкалою регулювального гвинта 5.3 (на схемі, рисунок Л6.1, не показана).

Температура навколишнього середовища вимірюється лабораторним ртутним термометром типу ТР-IV. Термометр 4 такого ж типу.

2.1 Методика визначення коефіцієнтів теплопередачі

Середнє значення коефіцієнта теплопередачі при роботі черв'ячного редуктора визначається при стаціонарному режимі теплообміну, який

досягається через деякий час τ_{cm} роботи експериментальної установки при постійному навантаженні вала черв'ячного колеса (див. рисунок Л6.1). Це навантаження має дві складові: інерційну і від моменту тертя, який створюється гальмівним пристроєм установки. При проведенні досліджень момент тертя можна змінювати регулюванням сили пружини гальмівного пристрою, яке навантажує фрикційну колодку.

Тепловий потік Q , який формується при стаціонарному режимі теплообміну, можна записати у вигляді для випадків:

1) охолодження редуктора за рахунок тепловіддачі поверхні його корпусу [5, 6]

$$Q = P_1 - P_2 = k_1 A (1 + \psi) \cdot (\bar{t}_M - t_p), \quad (Л6.22)$$

2) охолодження редуктора при додатковому обдуві вентилятором частини поверхні його корпусу [5,6]

$$Q = P_1 - P_2 = [k'_1 A (1 + \psi) + k_2 A_B] \cdot (\bar{t}_{M_1} - t_p), \quad (Л6.23)$$

де P_1 – потужність на валу-черв'яку, $Вт$; P_2 – потужність на валу черв'ячного колеса, $Вт$; k_1 – коефіцієнт теплопередачі від мастильної ванни редуктора до навколишнього середовища, $Вт/(м^2 \cdot ^\circ C)$; A – площа зовнішньої поверхні корпусу редуктора, $м^2$; $\psi \approx 0,3$ [5, 6] – коефіцієнт, що враховує теплопередачу від корпусу редуктора в металеву раму експериментальної установки; $\bar{t}_M, \bar{t}_{M_1}$ – середні температури мастила в картері редуктора при стаціонарному режимі теплопередачі, $^\circ C$; t_p – температура навколишнього середовища, $^\circ C$; k_2 – коефіцієнт теплопередачі частини корпусу редуктора, що обдувається вентилятором, $Вт/(м^2 \cdot ^\circ C)$; A_B – площа частини поверхні корпусу редуктора, яка охолоджується потоком повітря від вентилятора, $м^2$; k'_1 – коефіцієнт теплопередачі частини корпусу редуктора, що не охолоджується вентилятором.

Потужність P_2 на валу черв'ячного колеса при стаціонарному режимі теплопередачі можна орієнтовно визначити таким чином:

$$P_2 = M_f \cdot \omega_2 + \frac{I_M \omega_2}{2\bar{\tau}_{cm}} = 0.5 \omega_2 \cdot D (F_{np} \cdot f + 0.125 \cdot m_M \cdot D \omega_2 \cdot \bar{\tau}_{cm}^{-1}) \quad (Л6.24)$$

де $M_f = 0,5 \cdot F_f D = 0,5 \cdot F_{np} \cdot f \cdot D$ – момент тертя, що створюється на маховику 6 гальмівним пристроєм експериментальної установки (див. рисунок Л6.1), $Н \cdot м$; ω_2 – кутова швидкість на валу черв'ячного колеса, $с^{-1}$; F_{np} – сила пружини 5.2 гальмівного пристрою, $Н$; f – коефіцієнт тертя між поверхнями маховика 6 і фрикційної колодки 5.1; $I_M = 0,125 m_M D^2$ – момент інерції маховика 6, $кг \cdot м^2$; $\bar{\tau}$ – середня тривалість роботи експериментальної установки від моменту вмикання до виходу теплового процесу на стаціонарний режим теплопередачі, $с$; m_M, D – відповідно, маса ($кг$) та

діаметр (m) маховика. Потужність P_1 на валу-черв'яку розраховується за відомою формулою [5, 6]

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = 0.5\omega_2 \cdot D \cdot \eta_3^{-1} (F_{np} \cdot f + 0.125m_M \cdot D\omega_2 \cdot \bar{\tau}_{cm}^{-1}) \quad (Л6.25)$$

де $\eta_3 = \eta_M \cdot \eta_{ч.н} \cdot \eta_n^2 \cdot \eta_z$ – (Л6.26) – загальний к.к.д. експериментальної установки; η_M – к.к.д. муфти; $\eta_{ч.н}$ – к.к.д. черв'ячної передачі; η_n – к.к.д. пари підшипників; η_z – к.к.д. (втрати) гальмівного пристрою (режим роботи – сухе тертя ковзання).

Підставляючи з (Л6.24) та (Л6.25) в (Л6.22) значення P_2 та P_1 , визначимо з отриманого виразу

$$k_1 = \frac{0.5\omega_2 D (F_{np} \cdot f + 0.125m_M \cdot D\omega_2 \bar{\tau}_{cm}^{-1}) \cdot (\eta_3^{-1} - 1)}{A \cdot (1 + \psi) \cdot (\bar{t}_M - t_p)} \quad (Л6.27)$$

для випадку охолодження редуктора установки за рахунок тепловіддачі поверхні його корпусу. Для випадку додаткового охолодження корпусу редуктора вентилятором, установленим на валу-черв'яку, доцільно розраховувати еквівалентний коефіцієнт теплопередачі $k_{екв}$, наприклад, за такими міркуваннями:

$$k'_1 \cdot A(1 + \psi) + k_2 \cdot A_B = k_{екв} \cdot A, \quad (Л6.28)$$

звідки

$$k_{екв} = k'_1 \cdot A(1 + \psi) + k_2 \cdot \gamma = k'_1 [(1 + \psi) + f(\omega_1) \cdot \gamma], \quad (Л6.29)$$

де $f(\omega_1) = \frac{k_2}{k'_1}$ – залежить від частоти обертання ω_1 вала-черв'яка; $\gamma = \frac{A_B}{A}$ – частина поверхні корпусу, що охолоджується вентилятором. За однакових кліматичних умов проведення дослідів по визначенню коефіцієнтів теплопередачі при охолодженні корпусу редуктора за рахунок природної тепловіддачі його поверхні і при обдуві вентилятором частини поверхні, можна припустити, що коефіцієнти теплопередачі k_1 та k'_1 , які враховують природне охолодження корпусу, приблизно рівні між собою ($k_1 \approx k'_1$).

Зважаючи на те, що тепловий потік, який виникає при роботі експериментальної установки, однаковий при різних схемах охолодження корпусу редуктора, еквівалентний коефіцієнт теплопередачі можна визначити за простою залежністю:

$$k_{екв} = \frac{Q}{A(\bar{t}_{M1} - t_p)} = \frac{0.5\omega_2 D (F_{np} \cdot f + 0.125m_M \cdot D\omega_2 \bar{\tau}_{cm}^{-1}) \cdot (\eta_3^{-1} - 1)}{A(\bar{t}_M - t_p)} \quad (Л6.30)$$

Розділивши (Л6.30) на (Л6.27), установимо, що співвідношення між коефіцієнтами теплопередачі при примусовому і природному охолодженні редуктора установки пропорційне температурним напорам:

$$\frac{k_{екв}}{k_I} = \frac{\Delta t}{\Delta t_I (1 + \psi)}, \quad (Л6.31)$$

де $\Delta t = \bar{t}_M - t_p$, $\Delta t_I = \bar{t}_{M_I} - t_p$ - відповідно температурні напори при природному і примусовому охолодженні редуктора.

Із залежності (Л6.29) можна визначити співвідношення $f(\omega_I)$, яке характеризує ефективність охолодження редуктора вентилятором:

$$f(\omega_I) = \left[\frac{k_{екв}}{k'_I} - (1 + \psi) \right] \cdot \gamma^{-1}, \quad (Л6.32)$$

При врахуванні в (Л6.32) припущення $k_I \approx k'_I$, матимемо:

$$f(\omega_I) = \left[\frac{\Delta t}{\Delta t_I} \cdot (1 + \psi)^{-1} - (1 + \psi) \right] \cdot \gamma^{-1}, \quad (Л6.33)$$

та при $\psi=0,3$ –

$$f(\omega_I) = 1,3(0,59 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t_I} - 1) \cdot \gamma^{-1}, \quad (Л6.34)$$

Простий аналіз (Л6.34) показує, що охолодження частини корпусу редуктора вентилятором буде ефективним при умові $\frac{\Delta t}{\Delta t_I} < 0,59$ (співвідношення $f(\omega_I)$ - позитивне).

Маховик 6 експериментальної установки (див. рисунок Л6.1) виготовлено із сталі Ст.3, середня густина якої $\rho=7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Діаметр маховика $D=200$ мм, ширина $b=40$ мм і маса $m=39,19$ кг. Фрикційна колодка 5.1 гальмівного пристрою виготовлена із тектоліту марки ПТК із середнім коефіцієнтом сухого тертя по сталі $f=0,3$ [7] (обід маховика і контактуюча з ним поверхня колодки поліровані). Максимальна сила пружини 5.2 гальмівного пристрою $F_{np}=1000\text{Н}$. Припускаючи, що в умовах експлуатації експериментальної установки середні значення к.к.д., що входять в залежність (Л6.26), мало відрізняються від орієнтовних наведених в технічній літературі [8], можна спростити залежність (Л6.27) та (Л6.30) для k_I та $k_{екв}$. Виберемо [8]: $\eta_M=0,99$; $\eta_{ч.н}=0,8$; $\eta_n=0,99$; $\eta_z=0,7$, тоді $\eta_z=0,99^3 \cdot 0,8 \cdot 0,7=0,54$. Врахувавши в (Л6.27) та (Л6.30) числові значення D, f, m_M, η_z і $\psi=0,3$, отримаємо для розрахунку k_I та $k_{екв}$ формули у вигляді:

$$k_1 = 0.065 \cdot \omega_2 \cdot \frac{(0.3 \cdot F_{np} + 0.98 \omega_2 \bar{\tau}_{cm}^{-1})}{A(\bar{t}_M - t_p)}, \quad (\text{Л6.35})$$

$$k_1 = 0.085 \cdot \omega_2 \cdot \frac{(0.3 \cdot F_{np} + 0.98 \omega_2 \bar{\tau}_{cm}^{-1})}{A(\bar{t}_{M1} - t_p)}, \quad (\text{Л6.36})$$

Залежності (Л6.35) та (Л6.36) можна використати для дослідження зміни коефіцієнтів теплопередачі при варіюванні навантаження (F_{np}) маховика гальмівного пристрою.

3 Порядок виконання роботи

3.1 Після попередньої співбесіди з викладачем по змісту лабораторної роботи, установити за його вказанням регулювальним гвинтом 5.3 (див. рисунок Л6.1) задане за таблицею Л6.1 значення сили пружини 5.2.

3.2 Увімкнути установку і виміряти тахогенератором частоту обертання n_2 ($\omega_2 = 30n_2/\pi$) маховика 6.

3.3 Виміряти послідовно через **5хв**, **10хв**, **15хв** і **20хв** роботи установки температуру мастила t_M в картері редуктора термометром 4 (див. рисунок Л6.1) та зафіксувати лабораторним термометром температуру навколишнього середовища t_p . Якщо за останні два вимірювання (через **15хв** та **20хв**) температура мастила не змінилась більше ніж на плюс **1%**, то вимкнути установку і, після зупинки маховика 6, гвинтом 5.3 зняти навантаження пружиною 5.2 з фрикційної колодки 5.1 гальмівного пристрою.

3.4 У випадку зміни температури мастила більше ніж на плюс **1%**, дати установці попрацювати ще **п'ять хвилин**, знову виміряти температуру і повторити п. 3.3.

3.5 Занести в рядок 1 таблиці Л6.2 дані вимірювань.

Таблиця Л6.2

№ дослідку	n_2 , хв^{-1}	ω_2 , с^{-1}	ТЕМПЕРАТУРА МАСТИЛА t_M , °C					F_{np} , Н	t_p , °C
			$\tau_1=5\text{хв}$	$\tau_2=10\text{хв}$	$\tau_3=15\text{хв}$	$\tau_4=20\text{хв}$	$\tau_5=25\text{хв}$		

3.6 Розрахувати середню температуру мастила в картері редуктора за формулою

$$\bar{t}_M = \frac{t_{Mi} \cdot \tau_i + t_{Mj} \cdot \tau_j}{\tau_i + \tau_j}, \quad (\text{Л6.37})$$

де t_{Mi} , t_{Mj} – температура мастила, виміряна в момент часу τ_i та τ_j ($\tau_j > \tau_i$) за умови, що $t_{Mj} \leq 1,01 t_{Mi}$.

3.7 При виконанні умови, викладеної в п. 3.6, розрахувати середній час виходу теплового процесу в експериментальній установці на стаціонарний режим за формулою

$$\bar{\tau}_{cm} = 0,5(\tau_i + \tau_j), \quad (\text{Л6.38})$$

3.8 Після охолодження експериментальної установки до температури навколишнього середовища, за допомогою лаборанта зняти робоче колесо 3.3 вентилятора (див. рисунок Л6.1) і повторити вимірювання та розрахунки, описані в п. 3.1... п. 3.7. Дані вимірювання занести в строчку 2 таблиці Л6.2.

3.9 Попередньо розрахувавши за формулою [6] $A \approx 20 \cdot a_w^{1,7}$, м^2 , (a_w – міжосьова відстань черв'ячної передачі, м) поверхню тепловіддачі

корпуса редуктора і прийнявши $\gamma \frac{A_B}{A} \approx 0,3$ [8], за формулами (Л6.35) та (Л6.36) визначити коефіцієнти теплопередачі в установці при природному охолодженні k_1 та примусову $k_{екв}$.

3.10 Визначити за формулою (Л6.34) співвідношення $f(\omega_1) \approx k_2/k_1$ і розрахувати $k_2 = f(\omega_1)k_1$ – коефіцієнт теплопередачі частини поверхні корпусу редуктора, що обдувається вентилятором.

3.11 Порівняти знайдені значення k_1 та k_2 із їх середніми значеннями, приведеними в технічній літературі [5, 6, 8].

3.12 Підготувати звіт з лабораторної роботи.

4 Звіт з лабораторної роботи

4.1 Звіт з лабораторної роботи оформляється згідно з вимогами ДЕСТУ 3008-95.

4.2 В звіті відобразити мету роботи, основні теоретичні відомості, описати схему та принцип роботи дослідної установки.

4.3 Привести таблицю вимірювань (див. таблицю Л6.2), розрахунки k_1 , $k_{екв}$, $f(\omega_1)$, k_2 та результати порівняння знайдених значень цих величин з приведеними в технічній літературі.

4.4 Зробити висновки за змістом отриманих при виконанні лабораторної роботи результатів.

5 Контрольні запитання для самоперевірки

5.1 Наведіть визначення конвекції. На які види поділяють конвекцію?

5.2 Що розуміють під поняттями „теповіддача” та „теплопередача”?

5.3 Який закон покладено в основу розрахунку стаціонарного процесу конвективного теплообміну?

5.4 Що характеризує густина теплового потоку? Куди направлений вектор густини теплового потоку $\vec{q}$?

5.5 Яка різниця між режимами течії рідини: ламінарним та турбулентним? Який критерій визначає режим течії рідини?

5.6 Що розуміють під поняттями „гідродинамічний та тепловий приграничні шари”?

5.7 Який вид теплопередачі характеризує теплообмін в приграничному тепловому шарі?

5.8 За якою формулою можна визначити градієнт температури в приграничному тепловому шарі?

5.9 Функцією яких основних факторів є коефіцієнт тепловіддачі поверхні твердого тіла?

5.10 Які диференціальні рівняння і умови містить математичне описання процесу конвективного теплообміну?

5.11 Якими змінними оперує теорія подібності процесів конвективного теплообміну?

5.12 Яка різниця між „визначальними” і „невизначальними” критеріями подібності?

5.13 Що розуміють під терміном „критеріальне рівняння”?

5.14 Запишіть формули, наведіть визначення та коротку характеристику основних критеріїв гідродинамічної і теплової подібності.

5.15 Які обмеження накладаються на область застосування критеріальних рівнянь, що описують процеси конвективного теплообміну?

5.16 Наведіть схему і опишіть принцип дії експериментальної установки для визначення коефіцієнтів теплопередачі при природному і примусовому охолодженні корпуса редуктора установки.

5.17 Наведіть формули для розрахунку потужності на вихідному валу експериментальної установки. Поясніть суть цієї формули.

5.18 Наведіть і поясніть формули для розрахунку коефіцієнтів теплопередачі при природному і примусовому охолодженні корпуса редуктора експериментальної установки. Як ці коефіцієнти між собою пов'язані?

5.19 За якої умови і чому примусове охолодження частини корпуса експериментальної установки буде ефективним?

5.20 Опишіть послідовність проведення експериментів із визначення коефіцієнтів теплопередачі.

Література

1. Теплопередача. Учебник для вузов/ В.П.Исаченко, В.А.Осипова, А.С.Сукомел, – 4-е изд., перераб.и доп. – М.: Энергоиздат, 1981.-416 с.

2. Лабораторный практикум по термодинамике и теплопередаче. Учеб. пособие для энергомашиностроит. спец. вузов/ В.Н.Афанасьев, А.А.Афонин, С.И.Исаев и др.; Под ред. В.И.Крутова, Е.В.Шишова. – М.: Высш. шк., 1988.-216 с.

3. Обертюх Р.Р. Теплопередача. Навч. посібник. – Вінниця: ВДТУ, 1999.-98 с.

4. Резников А.Н.,Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах. Учебник для вузов по специальностям „Технология машиностроения” и „Металлорежущие станки и инструменты”. – М.: Машиностроение, 1990.-228 с.

5. Решетов Д.Н. Детали машин. Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1989.-496 с.

6. Иосилевич Г.Б. Детали машин. Учебник для студ. машиностроит. спец. вузов. – М.: Машиностроение, 1988.-368 с.

7. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. – 7-е изд. стереотипн. – М.: Наука, 1976.-256 с.

8. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин. Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985.-416 с.

Навчальне видання

**Роман Романович Обертюх
Юрій Володимирович Булига**

Теоретичні основи теплотехніки

Лабораторний практикум

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор В.О. Дружиніна
Коректор З.В. Поліщук

Видавництво ВНТУ „УНІВЕРСУМ-Вінниця”
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку
Формат 29,7 x 42 $\frac{1}{4}$
Друк різнографічний
Тираж прим.

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк.

Зам. №

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Р.Р. Обертюх,

Ю.В. Булига

Теоретичні основи теплотехніки

Лабораторний практикум

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Р.Р. Обертюх, Ю.В. Булига

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ТЕПЛОТЕХНІКИ

Затверджено Вченою радою Вінницького національного технічного університету як лабораторний практикум для студентів спеціальностей 7.090202 – „Технологія машинобудування” і 7.090203 – „Металорізальні верстати та системи”. Протокол № 5 від 25 грудня 2003 р.

Вінниця ВНТУ 2004