

О. Б. Мокін, Б. І. Мокін

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ
РУХУ БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ
ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ
ПОВЕРХНЯМИ
ЗІ СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ**



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

О. Б. Мокін, Б. І. Мокін

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ
БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ
ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ
ПОВЕРХНЯМИ ЗІ СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2013

УДК 681.5.015+62-83:629.4

ББК 32.965+31.291:39.232

М74

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України (протокол №4 від 29.11.2012 р.).

Рецензенти:

В. Я. Данилов, доктор технічних наук, професор

О. І. Стасюк, доктор технічних наук, професор

Мокін, О. Б.

М74 Моделювання та оптимізація руху багатомасових електричних транспортних засобів поверхнями зі складним рельєфом : монографія / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 192 с.

ISBN 978-966-641-527-4

В монографії представлена методологія вирішення наукової проблеми ідентифікації моделей багатомасових електричних транспортних засобів під час руху поверхнями зі складним рельєфом, оптимальних за критерієм мінімуму витрат електроенергії, в умовах дії обмежень, обумовлених вимогами безпеки експлуатації та придатності для розв'язання інженерних задач енергозбереження під час експлуатації електричного транспорту. Розрахована на інженерів та науковців, які займаються моделюванням та оптимізацією руху електричних транспортних засобів, а також може бути корисною студентам та аспірантам ВНЗ, які спеціалізуються на розв'язанні цих науково-прикладних задач.

УДК 681.5.015+62-83:629.4

ББК 32.965+31.291:39.232

ISBN 978-966-641-527-4

© О. Мокін, Б. Мокін, 2013

ЗМІСТ

ВСТУП	7
Глава 1 ОГЛЯД НАУКОВИХ ПРАЦЬ З ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ (БЕТЗ), ТА ФОРМУЛЮВАННЯ ПРОБЛЕМИ І ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ	10
1.1 Огляд наукових праць з синтезу математичних моделей оптимального руху БЕТЗ.....	10
1.2 Формулювання наукової проблеми, що розглядається, та наукових задач, розв'язання яких є необхідним для вирішення цієї проблеми	15
1.3 Висновки до глави 1.....	17
Глава 2 БАЗОВІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ БЕТЗ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ	19
2.1 Математичні моделі БЕТЗ на основі законів ньютонівської динаміки.....	19
2.2 Особливості представлення тягових сил та сил опору в математичних моделях прямолінійного руху БЕТЗ	25
2.3 Особливості моделювання сил, що діють на БЕТЗ на спусках і на підйомах.....	28
2.4 Особливості моделювання руху БЕТЗ з урахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості.....	32
2.5 Висновки до глави 2.....	35
Глава 3 ДЕКОМПОЗИЦІЯ ПРОБЛЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БЕТЗ ПОВЕРХНЯМИ ЗІ СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ ТА СТРУКТУРА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДОЛОГІЇ ЇЇ ВИРІШЕННЯ	36
3.1 Декомпозиція проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом.....	36
3.2 Структура інформаційної технології реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей	

оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом.....	40
3.3 Система відносних одиниць для задач ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ.....	43
3.4 Особливості реалізації структури інформаційної технології методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом	50
3.5 Висновки до глави 3.....	54
Глава 4 МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ БАЗОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ БЕТЗ	55
4.1 Спрощений Фур'є-інтегральний метод ідентифікації нелінійних динамічних систем, які можна представити послідовним з'єднанням лінійної інерційної частини системи і безінерційної аналітичної нелінійності, придатний для розв'язання задачі ідентифікації базової математичної моделі БЕТЗ	55
4.1.1 Вихідні умови та постановка задачі.....	55
4.1.2 Ідентифікація нелінійної статичної характеристики БЕТЗ	56
4.1.3 Ідентифікація лінійної інерційної частини нелінійної динамічної системи класу БЕТЗ.....	61
4.2 Метод інтегрально-гармонічної ідентифікації базових моделей динаміки БЕТЗ з нелінійністю, охопленою зворотним зв'язком	65
4.3 Метод визначення структури базових математичних моделей БЕТЗ з різнопрофільними вагонами, що рухаються прямолінійною горизонтальною колією	71
4.4 Метод визначення параметрів базової математичної моделі динаміки БЕТЗ з однопрофільними вагонами	79
4.5 Узагальнення Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем	82
4.6 Висновки до глави 4.....	94

Глава 5 ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ СИНТЕЗУ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БЕТЗ НА ПРЯМОЛІНІЙНИХ ВІДРІЗКАХ КОЛІЇ, ПРОКЛАДЕНІЙ НА ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ, ТА НА СПУСКАХ І ПІДЙОМАХ	96
5.1 Прямий варіаційний метод синтезу математичних моделей оптимального руху трамвая – найпростішої нелінійної динамічної системи в класі БЕТЗ – в номінальному режимі, в режимі перевантаження та недовантаження за критерієм мінімуму витрат електроенергії	96
5.2 Варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на прямолінійному горизонтальному відрізку колії.....	105
5.2.1 Синтез математичних моделей оптимального руху на прямолінійному горизонтальному відрізку колії завантажених БЕТЗ.....	106
5.2.2 Синтез математичних моделей оптимального руху на прямолінійному горизонтальному відрізку колії незавантажених БЕТЗ.....	112
5.3 Варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на спусках та підйомах.....	117
5.3.1 Синтез математичних моделей оптимального руху завантажених БЕТЗ на спусках	118
5.3.2 Синтез математичних моделей оптимального руху завантажених БЕТЗ на підйомах	121
5.3.3 Синтез математичних моделей оптимального руху незавантажених БЕТЗ на спусках та підйомах	124
5.4 Синтез математичних моделей оптимального руху БЕТЗ прямолінійними відрізками колії в умовах обмеження на швидкість та на час руху між двома зупинками	126
5.5 Синтез математичних моделей оптимального руху БЕТЗ горизонтальним прямолінійним відрізком колії в	

умовах обмеження на швидкість та можливості корекції графіка руху	135
5.6 Висновки до глави 5.....	138
Глава 6 СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УМОВ БЕЗПЕЧНОГО РУХУ БЕТЗ НА ЗАКРУГЛЕННЯХ КОЛІЇ, ЯКІ ОДНОЧАСНО Є ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ, НЕОБХІДНИМИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ НА ВІДРІЗКАХ КОЛІЇ, ЩО СТИКУЮТЬСЯ ІЗ ЗАКРУГЛЕННЯМИ	140
6.1 Синтез математичних моделей умов безпечного руху БЕТЗ на закругленнях колії у горизонтальній площині, які одночасно є граничними умовами, необхідними для розв'язання задач ідентифікації моделей оптимального руху на прямолінійних відрізках колії, що стикаються з цими закругленнями.....	140
6.2 Математичні моделі умов несходження з рейок БЕТЗ під час руху на спуск по закругленню колії у вертикальній площині.....	147
6.3 Математичні моделі умов неруйнування закруглень колії у вертикальній площині під час руху по них БЕТЗ на підйом	151
6.4 Оцінка впливу підвищення зовнішньої рейки на закругленні залізничної колії на критичну швидкість, з якою БЕТЗ ще може проходити це закруглення, не сходячи з рейок.....	155
6.5 Висновки до глави 6.....	160
ЛІТЕРАТУРА.....	162
Додаток А Визначення радіуса закруглення ділянки залізничної колії поблизу м. Гнівань з використанням ГІС-пакета «Панорама»	179
Додаток Б Комп'ютерна програма «МІГІ»	182
Додаток В Комп'ютерна програма «Ідент-ОВ»	185
Додаток Г Комп'ютерна програма «Ідент-РВ».....	189

ВСТУП

Ще з радянських часів Україні дісталась у спадщину розгалужена мережа електрифікованих залізничних транспортних магістралей, якими курсують сотні пасажирських і вантажних потягів з електричною тягою, та велика кількість міст, в яких одним із основних видів пасажирського транспорту є трамваї та електропотяги метрополітенів. При цьому досить значна кількість електроенергії споживається цими електричними транспортними засобами під час руху зайво, у зв'язку з тим, що їх рух організовано не оптимально з позицій критерію мінімуму витрат електроенергії. Різними дослідниками, включаючи і авторів цієї монографії, знайдені математичні моделі оптимального руху електричних транспортних засобів, під якими розуміють математичні моделі, якими визначаються закони зміни швидкостей електричних транспортних засобів під час руху від однієї зупинки до наступної, та математичні моделі, якими визначаються закони зміни струмів якорів тягових електродвигунів електроприводів електричних транспортних засобів, що забезпечують досягнення цих швидкостей, при синтезі яких використано критерій мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів. Але, по-перше, в основному це зроблено для руху горизонтальними ділянками залізничної колії, а по-друге, це зроблено, виходячи не з критерію мінімуму витрат електроенергії електроприводом транспортного засобу, а виходячи з більш зручного для аналітичних перетворень критерію мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів. У той же час на практиці усім електричним транспортним засобам доводиться рухатись поверхнями зі складним рельєфом, адже навіть на горизонтальних поверхнях їм доводиться здійснювати багато поворотів, модель руху на яких ніяк не підпорядковується законам руху по прямій. Крім того, з позицій енергозбереження більш важливою є оцінка загальних витрат електроенергії, а не оцінка лише їх втрат у якірних колах тягових електродвигунів. Недостатньо дослідженими є також моделі руху електричних транспортних засобів в умовах реальних обмежень на швидкість, а інколи і на прискорення та ривок, оскільки навіть у тих роботах, в яких дослідники враховують обмеження на швидкість руху, ідентифікація моделей оптимального руху здійснюється без урахування необхідності виконання програми роботи в задані часові терміни.

Тож для ефективного розв'язання важливої для держави інженерної проблеми енергозбереження на електротранспорті попередньо потрібно розв'язати наукову проблему створення методології ідентифікації моделей оптимального руху багатомасових електричних транспортних засобів (БЕТЗ) поверхнями зі складним рельєфом. Адже, лише реалізуючи під час руху електричного транспортного засобу за допомогою автоматизованої системи керування оптимальні за критерієм мінімуму витрат електроенергії математичні моделі, можна досягти вагомих результатів в енергозбереженні у цій галузі.

Розв'язанню саме цієї важливої наукової проблеми створення методології вирішення проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом і розглядається в монографії. Причому терміном «ідентифікація» в цій роботі будемо визначати увесь процес побудови математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, починаючи від вибору альтернатив під час розгляду базових математичних моделей і визначення їх оптимальної структури, продовжуючи синтезом моделей оптимального руху за відповідним критерієм оптимізації і закінчуючи розрахунком їх параметрів за побудованими алгоритмами.

Основний зміст монографії складають результати досліджень, які проводились протягом 2007–2012 років. Вибраний напрямок дослідження було започатковано виконанням у Вінницькому національному технічному університеті держбюджетної науково-дослідної роботи № 84-Д-291 (№ держреєстрації 0107U002096) на тему «Розробка моделей та методів оптимізації режимів руху транспортних засобів по магістралях зі складним рельєфом», затвердженої Міністерством освіти і науки України на 2007–2009 роки, у якій д. т. н., професор Б. І. Мокін був науковим керівником, а д. т. н., доцент О. Б. Мокін відповідальним виконавцем.

Метою дослідження, результати якого викладені в цій монографії, є створення методології вирішення наукової проблеми ідентифікації моделей БЕТЗ під час руху поверхнями зі складним рельєфом, оптимальних за критерієм мінімуму витрат електроенергії, в умовах її обмежень, обумовлених вимогами безпеки експлуатації та придатності для розв'язання інженерних задач енергозбереження під час експлуатації електричного транспорту.

Викладена в монографії методологія вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом доповнює загальну теорію ідентифікації динамічних систем вагомим розділом, в якому вирішуються проблеми ідентифікації моделей оптимального руху такого важливого класу динамічних систем, яким є нелінійні розподілені динамічні системи класу БЕТЗ, методології аналітичного вирішення якої з можливістю узагальнення отриманих результатів на будь-які динамічні системи із визначеного класу в рамках синтезу моделей їх руху поверхнями зі складним рельєфом, оптимальних за критерієм мінімуму витрат електроенергії тяговими електроприводами, як показав аналіз вітчизняних і зарубіжних наукових літературних джерел, раніше не існувало в завершеному вигляді в теорії ідентифікації взагалі.

Текст монографії написав О. Б. Мокін. Щодо вкладу Б. І. Мокіна в монографію, то йому належить постановка деяких наукових задач в рамках розробленої методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, перевірка правильності отриманих О. Б. Мокіним результатів та загальна редакторська правка написаного О. Б. Мокіним тексту.

Глава 1

ОГЛЯД НАУКОВИХ ПРАЦЬ З ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ (БЕТЗ), ТА ФОРМУЛЮВАННЯ ПРОБЛЕМИ І ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Огляд наукових праць з синтезу математичних моделей оптимального руху БЕТЗ

Як показав бібліографічний пошук, синтез математичних моделей оптимального руху БЕТЗ, під якими будемо розуміти математичну модель, якою визначається закон зміни швидкості руху БЕТЗ від однієї зупинки до наступної, та математичну модель, якою визначається закон зміни струму якоря тягових електродвигунів електропривода БЕТЗ, при синтезі яких використано критерій мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів або критерій мінімуму витрат електроенергії електроприводом, висвітлюється у великій кількості робіт. І ефективність експлуатації БЕТЗ підвищується не за рахунок впровадження у практику результатів моделювання та оптимізації їх руху, а, в основному, за рахунок конструктивного вдосконалення основних вузлів та заміни застарілих елементів електропривода на більш енергоощадні, наприклад, заміна реостатно-контакторної системи керування (РКСК) на транзисторну на базі транзисторів типу IGBT та заміну тягових електродвигунів постійного струму на асинхронні, що характерно для рудних електровозів, теорія оптимального управління якими розвивається у низці наукових робіт, наприклад [1–6].

Проте є декілька помітних робіт, на яких і зупинимось детальніше. Першою розглянемо кандидатську дисертаційну роботу [7], захищену у Російській Федерації (м. Красноярськ), що є узагальненим результатом наукових робіт науковця [8–15], на які варто звернути увагу. В цій роботі представлено синтез апаратно-програмного комплексу, що реалізує закон оптимального управління електрорухомим складом міського електричного транспорту з РКСК за рахунок оптимального за критерієм мінімуму втрат електроенергії вибору ступенів контролера в режимах пуску, розгону та руху. До ключових недоліків цієї роботи слід віднести, по-перше, те, що вона охоплює лише міський електричний транспорт; по-друге, питома вага електричного транспорту з РКСК, незважаючи на те, що він поки що широко розповсюджений,

кожного року досить стрімко зменшується, оскільки електротранспортні підприємства за можливості в першу чергу витрачають кошти не на модернізацію самої ПКСК, як пропонується у роботі [7], а на заміну її транзисторною на базі транзисторів типу IGBT, що прийшли на заміну тиристорним системам керуванням, які так і не встигли отримати широкого застосування у системах керування електричними транспортними засобами (окрім одноопераційних швидкодійних тиристорів SCRI) [16]; по-третє, виникають питання щодо ступеня оптимальності отриманих результатів, адже в процесі їх отримання автором роботи [7] використовувалась далеко не найкраща модель кривої намагнічування, що доведено у роботах [17, 18]; і по-четверте, при синтезі оптимальних моделей використовується не критерій мінімуму загальних витрат електроенергії електроприводом, а критерій мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів, що не дозволяє досягти глобального мінімуму.

Другою розглянемо докторську дисертаційну роботу [19], захищену у Російській Федерації (м. Новочеркаськ). У цій роботі, яка є найближчою за розв'язуваною науковою проблемою до теми нашого дослідження, розроблена математична модель механічної частини електровоза та математична модель електричної тяги, яка враховує взаємовплив процесів у механічній та електричній частинах асинхронного тягового електропривода і дозволяє аналізувати процеси рушання з місця. Але основні акценти у цій дисертації розставлені на дослідженні перерозподілу тиску колісних пар на рейки в динамічних режимах, впливу торкання рейок бічною поверхнею коліс та впливу різниці навантажень на колеса під час руху криволінійними траєкторіями. У цій дисертації задачі побудови моделей оптимального руху електропотяга поверхнями зі складним рельєфом в нашій постановці не розв'язуються, а проблема їх ідентифікації навіть не ставиться.

Заслуговує на увагу розроблений колективом російських вчених з міста Брянська програмний комплекс «Універсальний механізм» [20], який узагальнює низку наукових робіт [21–34] цього колективу і дозволяє здійснювати шляхом чисельного розв'язання системи диференціально-алгебраїчних рівнянь комп'ютерне моделювання динаміки технічних систем, які можуть бути представлені об'єднаннями абсолютно твердих тіл, тобто цей програмний комплекс дозволяє здійснити комп'ютерне моделювання динаміки у тому числі і електропотягів, якщо побудовано їх математичні моделі і здійснено їх ідентифікацію.

Тож цей програмний комплекс може бути використаним надалі і нами на етапі визначення окремих параметрів базових математичних моделей БЕТЗ, придатних для вирішення наукової проблеми ідентифікації моделей оптимального руху цього класу динамічних систем, і включеним в якості одного з модулів в структуру запропонованої інформаційної технології реалізації розробленої нами методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом.

Під час аналізу наукових робіт, пов'язаних з вирішенням проблеми ідентифікації моделей оптимального руху електричних транспортних засобів, увагу авторів привернула монографія «Моделі і методи оптимізації у транспортних системах» [35], яка своєю назвою наводила на думку, що є близькою до задач, що розв'язуються в нашій роботі. Але в результаті ознайомлення зі змістом цієї монографії стало зрозумілим, що її автор ставив перед собою зовсім інші задачі, які зводяться до алгоритмів лінійного програмування та теорії масового обслуговування. Тож отримані в ній результати не можуть бути включеними до структури методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом. Але, слід зазначити, що деякі із результатів, наведених у цій монографії, можуть бути використаними у майбутньому при адаптації розробленої нами методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху електричних транспортних засобів до обмежень, які визначаються умовами оптимізації транспортних перевезень множиною транспортних засобів, прив'язаних до заданої транспортної мережі, та необхідністю введення для реалізації оптимальних планів перевезень цими транспортними засобами гнучких графіків їх руху.

Важливою групою наукових робіт, пов'язаних з проблемою, що розв'язується в нашій монографії, є роботи, що стосуються нової розробки компанії Siemens – високошвидкісного електропотяга Velaro [36–41]. Але Siemens, як і інші потужні компанії світового рівня, вміє захищати свої наукові результати, не виставляючи їх у відкритий доступ та презентуючи лише досягнуті основні кінцеві робочі параметри та характеристики розроблених систем без посилення на те, за допомогою яких моделей і методів вони отримані. Тому щодо електропотяга Velaro з огляду на його характеристики можна висловити лише певні припущення. І першою характеристикою, яка кидається у вічі, є насамперед надзвичайно висока вартість цього електропотяга. Навіть

Російська Федерація змогла дозволити собі підписати договір на придбання лише восьми потягів Velaro (Velaro RUS) для організації швидкісного сполучення між Москвою та Санкт-Петербургом [38]. Тож, чи зможе дозволити собі Україна придбати хоча б декілька швидкісних потягів Velaro та створити умови для їх оптимального режиму руху, покаже час. Що ж до встановлених параметрів руху цього електропотяга, то, виходячи з тієї інформації, яку вдалося отримати з Інтернету, вони досягнуті шляхом чисельних розрахунків з широким використанням експериментальних результатів аеродинамічних досліджень різномасштабних макетів в аеродинамічній трубі та критеріальних співвідношень теорії подібності.

Слід зауважити, що в Україні існує свій власний потужний виробник транспортних засобів ПАТ «Крюківській вагонобудівний завод» (м. Кременчук), електропоїзд «ЕКр1» якого (див. ілюстрацію на обкладинці монографії) на початку 2013 року успішно пройшов випробування та, за інформацією офіційного сайту ПАТ «КВБЗ» www.kvsz.com, отримав дозвіл на експлуатацію від міжвідомчої комісії Укрзалізниці.

Є підстави вважати [42], що при проектуванні та дослідженні характеристик електропотягів Velaro фірми Siemens використовується програмний пакет SIMPACK (Multi-Body Simulation Software) [43–46], за допомогою якого здійснюється тривимірне моделювання динаміки БЕТЗ, заданої диференціально-алгебраїчними моделями, шляхом їх чисельного розв'язання методами послідовних наближень, що унеможливорює безпосереднє використання цього пакета для отримання моделей оптимального руху цих транспортних засобів поверхнями зі складним рельєфом в аналітичній формі, а тому унеможливорює і синтез систем автоматичного керування цими транспортними засобами за допомогою математичного апарату теорії оптимального керування. Тому під час руху між двома сусідніми зупинками в цих електропотягах реалізується жорстке програмне керування, в задачі якого не входить економія витрат електроенергії тяговим електроприводом. Теж саме можна сказати і про програмний комплекс для моделювання Adams (Multibody Dynamics Simulation) [47].

Цікаві методи дослідження складних динамічних систем представлені у роботах [48–50], але вони мають специфічне застосування.

Однією із основоположних робіт, в якій розглядається методологія отримання моделей оптимального руху електротранспортних засобів є

робота [51]. Особливу зацікавленість для нас в ній викликають моделі оптимального руху електротранспорту поверхнею зі складним рельєфом. Але, по-перше у цій роботі в якості критерію оптимізації використано мінімум втрат електроенергії в тягових електродвигунах, що не забезпечує мінімізації повних витрат електроенергії в тяговому електроприводі електровоза, а по-друге, той підхід, який вибраний у цій роботі, на практиці не приводить до конкретного результату, оскільки намагання описати складний рельєф поверхні, на якій прокладе-на колія по якій рухається транспортний засіб з тяговими електроприводами постійного струму послідовного збудження, за допомогою функцій часу приводить до накопичення помилок як за рахунок суб'єктивізму при виборі структури функцій часу і їх залежності від режимів руху транспортних засобів, так і при кількарізному диференціюванні цих неточно заданих функцій. Тож отримані цим шляхом моделі руху електричного транспортного засобу статусу оптимальних не відповідають.

Ще один пласт досліджень у напрямку синтезу моделей оптимального руху електричних транспортних засобів представляють роботи [17, 18, 52–61], на основі яких одним із авторів цієї монографії під науковим керівництвом другого була написана і успішно захищена в науковій спеціалізованій раді при НТУУ «Київський політехнічний інститут» кандидатська дисертація. Основним недоліком цих робіт з позицій поставлених в нашій монографії задач, як і усіх попередньо згаданих, є те, що при синтезі моделей оптимального руху електричних транспортних засобів використано критерій мінімуму втрат в якірних колах тягових електродвигунів. Крім того, розв'язки отримані лише для оптимального руху колією, прокладеною на горизонтальній площині. Однак суттєвою перевагою цих робіт у порівнянні з іншими відомими роботами у цьому напрямку досліджень є те, що моделі оптимального руху побудовані з використанням найбільш точної математичної моделі кривої намагнічування, побудованої у вищезгаданій дисертаційній роботі. І саме під час захисту кандидатської дисертації її автор від членів спецради отримав пораду надалі перейти до синтезу моделей оптимального руху електричних транспортних засобів не за загальноприйнятим на той час критерієм втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів, а за критерієм загальних витрат електроенергії електроприводом, що на думку членів спецради суттє-

во підвищить ступінь оптимальності синтезованих моделей і приведе до більш значимих результатів в напрямку енергозбереження.

Завершуючи цей короткий аналіз, звертаємо увагу читачів нашої монографії на те, що, віддаючи належне досягненням академіка В. Лазаряна – колишнього ректора Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна – та його науковій школі, у нашій монографії ми не часто посилаємось на наукові праці цієї школи лише тому, що, здійснивши великий вклад в дослідження багатьох питань, пов'язаних з рухом БЕТЗ, їх стійкістю і коливаннями в них та демпфіруванням цих коливань, у цій науковій школі зовсім не приділяли уваги питанням ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом ні за критерієм мінімуму втрат, ні, тим паче, за критерієм мінімуму витрат електроенергії тяговим електроприводом – а саме ці питання і досліджуються у нашій монографії – тобто ми не конкуруємо з результатами, отриманими науковцями школи академіка В. Лазаряна, а доповнюємо їх.

1.2 Формулювання наукової проблеми, що розглядається, та наукових задач, розв'язання яких є необхідним для вирішення цієї проблеми

Спираючись на ті аспекти, які викладені у вступі та у попередньому підрозділі цієї глави, наукову проблему, яка розглядається в монографії, можна сформулювати так: проблема ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом.

А основним науковим результатом дослідження, представленого у нашій монографії, є створення методології вирішення проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, яка, по-перше, реалізує ідею декомпозиції проблеми ідентифікації за характерними складовими рельєфу, такими, як прямолінійні відрізки, спуски і підйоми та закруглення у горизонтальній і вертикальній площинах; по-друге, визначає умови припасування результатів розв'язання декомпозиційних задач в межах єдиної методології з урахуванням обмежень безпеки руху; по-третє, оптимальні моделі визначає не за критерієм мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів електричних транспортних засобів, як це роблять інші дослідники, виходячи зі зручності використання такого критерію, а за критерієм мінімуму витрат електроенергії

тяговим електроприводом, що дозволяє, рухаючись за траєкторіями, визначеними цими моделями, мінімізувати не лише втрати електроенергії в якірних колах, але мінімізувати і споживання електроенергії тяговим електроприводом електричного транспортного засобу в цілому.

При цьому в поняття методології в цій монографії вкладається той зміст, який закладений в нього у «Великому тлумачному словнику сучасної української мови» [62], де «Методологія – це сукупність методів дослідження, що застосовуються в будь-якій науці відповідно до специфіки об'єкта її пізнання», а також у підручнику «Філософія управління» [63], написаному авторським колективом, очолюваним академіком НАНУ та НАПНУ і одночасно Президентом НАПНУ, доктором філософських наук, професором В. Г. Кременем, де «Методологія – це сукупність методів і прийомів дослідження, використовуваних у якій-небудь галузі науки».

А для побудови визначеної вище методології вирішення наукової проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, довелось розв'язати такі наукові задачі:

1. Визначити, які із результатів, отриманих різними дослідниками в напрямку розробки методів ідентифікації колійних БЕТЗ, можуть бути використаними при створенні методології вирішення наукової проблеми ідентифікації моделей оптимального руху поверхнями зі складним рельєфом для цього класу динамічних систем.

2. Показати, чому математичні моделі БЕТЗ, побудовані на основі законів ньютонівської динаміки з урахуванням особливостей представлення тягових сил та сил опору, не можуть бути використаними безпосередньо при розв'язанні проблеми ідентифікації моделей оптимального руху поверхнями зі складним рельєфом для цього класу динамічних систем.

3. Здійснити декомпозицію проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом за характерними складовими рельєфу, такими, як прямолінійні відрізки, спуски і підйоми та закруглення у горизонтальній і вертикальній площинах та визначити умови припасування результатів розв'язання декомпозиційних задач в межах єдиної методології.

4. Розробити методи визначення структур базових математичних моделей БЕТЗ, придатних для розв'язання проблеми ідентифікації оптимального руху.

5. Запропонувати методи синтезу математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на прямолінійних відрізках колії, прокладеній на горизонтальній площині, за критерієм мінімуму витрат електроенергії.

6. Запропонувати методи синтезу математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на спусках і підйомах за критерієм мінімуму витрат електроенергії.

7. В рамках побудови єдиної методології розв'язання проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ синтезувати моделі оцінок обмежень, які слід накладати під час руху на закругленнях колії.

8. Запропонувати структуру інформаційної технології для реалізації розробленої методології ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом і визначити функції кожної структурної складової цієї технології.

1.3 Висновки до глави 1

У першій главі монографії в результаті аналізу наукових робіт, пов'язаних з проблемою ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ:

1) встановлено, що всі проаналізовані роботи, окрім робіт, виконаних авторами цієї монографії, стосуються методів та алгоритмів ідентифікації математичних моделей, оптимальних за критерієм мінімуму витрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів, використання яких в процесі організації руху електричних транспортних засобів не приводить до глобальної мінімізації спожитої електроенергії;

2) звернено увагу на те, що синтез моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом в аналітичній формі на базі відомих методів практично здійснити неможливо, оскільки безпосередні складові рельєфу в моментах навантаження в базових моделях задаються в кінцевому результаті функціями часу, масштаб якого залежить від швидкостей проходження електричним транспортним засобом цих складових, тобто базова координата є залежною від тієї, що синтезується, а тому різні дослідниками ці функції будуть задава-

тись неадекватно, що приводитиме до різних результатів при розв'язанні однієї і тієї ж задачі, похибки в яких будуть зростати ще й тому, що ці суб'єктивно задані функції під час розв'язання конкретної задачі ідентифікації моделей оптимального руху з застосуванням відомого підходу згідно з його алгоритмом потрібно буде ще й декілька разів диференціювати;

3) сформульовано наукову проблему, вирішення якої розглядається в цій монографії, у вигляді наукової проблеми ідентифікації математичних моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом за методологією, яка, по-перше, реалізовуватиме ідею декомпозиції проблеми ідентифікації за характерними складовими рельєфу, такими, як прямолінійні відрізки, спуски і підйоми та закруглення у горизонтальній і вертикальній площинах; по-друге, визначатиме умови припасування результатів розв'язання декомпозиційних задач в межах єдиної методології з урахуванням обмежень безпеки руху; по-третє, оптимальні моделі визначатиме не за критерієм мінімуму витрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів електричних транспортних засобів, як це роблять інші дослідники, виходячи зі зручності використання такого критерію, а за критерієм мінімуму витрат електроенергії тяговим електроприводом, що дозволить, рухаючись за траєкторіями, визначеними цими моделями, мінімізувати не лише втрати електроенергії в якірних колах, але мінімізувати і споживання електроенергії тяговим електроприводом електричного транспортного засобу в цілому;

4) визначено 8 наукових задач, які необхідно розв'язати для того, щоб вибудувати методологію вирішення сформульованої наукової проблеми.

Розв'язання цих наукових задач в контексті створення сформульованої методології розглядаються у всіх наступних главах монографії.

Глава 2

БАЗОВІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ БЕТЗ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

У цій главі монографії показано, чому математичні моделі БЕТЗ, побудовані на основі законів ньютонівської динаміки з урахуванням особливостей представлення тягових сил та сил опору, не можуть бути використаними безпосередньо для аналітичного розв'язання проблеми ідентифікації моделей оптимального руху цього класу динамічних систем поверхнями зі складним рельєфом.

2.1 Математичні моделі БЕТЗ на основі законів ньютонівської динаміки

Відомо, що при розв'язанні задач ідентифікації моделей оптимального руху електропотягів за будь-яким енергетичним критерієм необхідно враховувати рівняння динаміки електропотяга, яке для руху одного вагона (наприклад, трамвая) по горизонтальній прямолінійній ділянці залізничної колії можна записати у вигляді [64]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_T - M_\Gamma, \quad (2.1)$$

де ω – кутова швидкість обертання ротора тягового електродвигуна; J – момент інерції вагона, приведений до осі ротора тягового електродвигуна; M_T – тяговий обертальний момент, створюваний цим електродвигуном; M_Γ – гальмівний момент, створюваний навантаженням на вал електродвигуна.

Але навіть при здійсненні руху по горизонтальній прямолінійній ділянці залізничної колії електропотяга з кількох вагонів рівняння (2.1) при розв'язанні задачі оптимізації режиму роботи електропривода за визначеним вище критерієм використаним бути не може, оскільки не існує способу приведення до валу ротора тягового електродвигуна моментів інерції зчеплених з електровозом вагонів.

Виходячи з цього, більш корисно застосовувати в задачах ідентифікації моделей оптимального руху електропотягів аналог рівняння

(2.1) у класичній формі другого закону Ньютона [65], яке для одного вагона масою m матиме вигляд:

$$m \frac{dV}{dt} = F_T - F_{\Gamma}, \quad (2.2)$$

де V – лінійна швидкість руху вагона; F_T – сила тяги, що діє на вагон, а F_{Γ} – гальмівна сила.

Очевидно, що при русі по горизонтальній прямолінійній ділянці залізничної колії потяга із кількох вагонів рівняння (2.2) легко узагальнюється до вигляду

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{dV}{dt} = F_T - \sum_{i=1}^n F_{\Gamma i}, \quad (2.3)$$

де m_i – маса i -го вагона, n – кількість вагонів з електровозом включено, а $F_{\Gamma i}$ – гальмівна сила, створювана кожним вагоном потяга.

Саме у вигляді (2.3) рівняння динаміки електропотяга і найчастіше використовується при розв'язанні задач ідентифікації його моделей оптимального руху.

Але для залізничних колій характерним є те, що між їх горизонтальними прямолінійними відрізками лежать закруглення, як це показано, наприклад, на рис. 2.1, де між горизонтальними відрізками Aa , c_1c_2 , bB лежать закруглення з дугами ac_1 , c_2b радіусів R_1 та R_2 .

І при виїзді хоча б одного вагона потяга з прямолінійного відрізка колії на закруглення скалярне рівняння динаміки руху уже не буде справедливим, оскільки з'являється відцентрова складова прискорення, яка відхиляє напрям дії як тягової, так і гальмівних сил від напрямку вектора швидкості кожного вагона [65].

Більш складними у цьому випадку стають і залежності, за допомогою яких здійснюється обчислення цих сил.

Побудові математичних моделей динаміки багатовагонних електропотягів, що рухаються по горизонтальних ділянках залізничної колії, які містять не лише прямолінійні відрізки, але і закруглення, приділяється увага в цьому підрозділі монографії. Процес побудови математичних моделей БЕТЗ розпочнемо з вибору системи координат на горизонтальній площині, на якій прокладена залізнична колія.

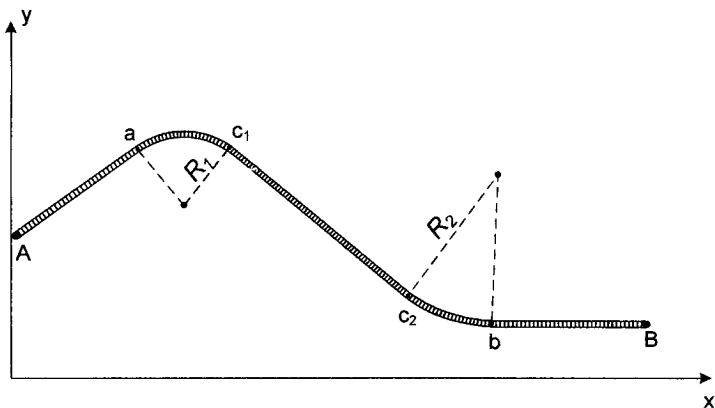


Рисунок 2.1 – Вигляд відрізка залізничної колії, що з’єднує пункти А і В, в проекції на горизонтальну площину (x, y)

В класичній механіці [65] для аналізу динаміки рухомих об’єктів, як правило, застосовують одночасно дві системи координат – рухому, прив’язану до центра маси рухомого об’єкта, в координатах якої виражають рух точок цього об’єкта відносно її координатних осей, і нерухому, в координатах якої виражають рух центра маси цього об’єкта, або, що одне і те ж саме, рух координатних осей рухомої системи відносно координатних осей нерухомої.

Такий підхід є абсолютно необхідним і єдино можливим при розгляді динаміки об’єкта в просторі трьох змінних і виправданим в багатьох задачах при розгляді динаміки об’єкта на площині, тобто в просторі двох змінних, оскільки дає можливість адекватно передати механіку руху об’єкта. Але двосистемнокоординатні моделі динаміки БЕТЗ, які відносяться до класу нелінійних розподілених динамічних систем, є незручними для розв’язання задач ідентифікації моделей оптимального руху, оскільки аналітичні методи оптимізації пристосовані до задавання обмежень руху об’єкта, що оптимізується, в одній системі координат.

Тож для адаптації моделей БЕТЗ до вимог методології оптимізації будемо будувати ці моделі в одній системі координат (рис. 2.2), вісь абсцис в якій проходить через сусідні пункти зупинки, а вісь ординат проходить через пункт початку руху.

Цілком очевидно, що для електропотягів, які рухаються від пункту зупинки B до пункту A , при цьому підході вісь ординат буде проходити через пункт B , а вісь абсцис матиме напрямок, протилежний вказаному на рис. 2.2.

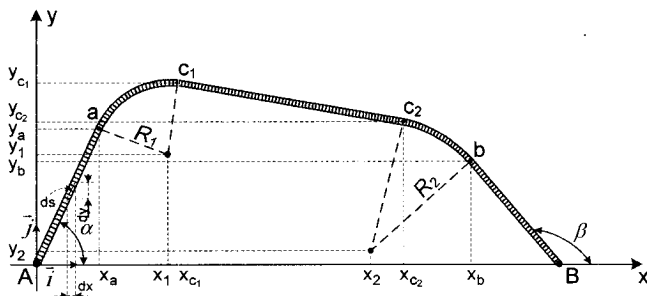


Рисунок 2.2 – Система координат (x, y) , накладена на відрізок залізничної колії між пунктами зупинки A та B за умови, що електропотяг рухається від пункту A до пункту B

При виконанні поставленої умови кожену точку середньої лінії пари рейок залізничної колії можна задати парою координат x, y , пов'язаних між собою такою, складеною з відрізків прямих і дуг кіл, залежністю:

$$y = \begin{cases} k_a x, & x \in [x_A, x_a]; \\ y_1 + \sqrt{R_1^2 - (x - x_1)^2}, & x \in [x_a, x_{c_1}]; \\ k_{c_1} (x - x_{c_1}) + y_{c_1}, & x \in [x_{c_1}, x_{c_2}]; \\ y_2 + \sqrt{R_2^2 - (x - x_2)^2}, & x \in [x_{c_2}, x_b]; \\ k_b (x - x_b) + y_b, & x \in [x_b, x_B], \end{cases} \quad (2.4)$$

в якій

$$\begin{cases} k_a = \operatorname{tg} \alpha; \\ k_b = \operatorname{tg} \beta, \end{cases} \quad (2.5)$$

а зміст усіх інших складових легко читається з рис. 2.2.

Зв'язавши між собою координати x, y кожної точки середньої лінії залізничної колії, тепер можна для l -го вагона масою m_l електро-

потяга, який разом з електровозом налічує n вагонів, задати векторний аналог рівняння (2.2) у вигляді

$$m_l \frac{d\vec{V}_l}{dt} = \vec{F}_{Tl}(x, y) - \vec{F}_{Gl}(x, y), \quad l = \overline{1, n}, \quad (2.6)$$

а динаміку усього електропотяга описати системою рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \frac{d\vec{V}_1}{dt} = \vec{F}_{T1}(x, y) - \vec{F}_{G1}(x, y); \\ m_2 \frac{d\vec{V}_2}{dt} = \vec{F}_{T2}(x, y) - \vec{F}_{G2}(x, y); \\ \dots \dots \dots ; \\ m_l \frac{d\vec{V}_l}{dt} = \vec{F}_{Tl}(x, y) - \vec{F}_{Gl}(x, y); \\ \dots \dots \dots ; \\ m_n \frac{d\vec{V}_n}{dt} = \vec{F}_{Tn}(x, y) - \vec{F}_{Gn}(x, y), \end{array} \right. \quad (2.7)$$

в якій перше рівняння описує динаміку електровоза електропотяга, а останнє рівняння описує динаміку останнього вагона, що передбачає нумерацію вагонів з «голови» потяга [66].

Оскільки вектори прискорень і вектори сил на координатній площині (x, y) з ортами координатних осей (\vec{i}, \vec{j}) на кожному прямолінійному відрізку чи закругленні залізничної колії для кожного l -го вагона електропотяга можна задати їх проєкціями на координатні осі у вигляді

$$\frac{d\vec{V}_l}{dt} = \vec{i} \frac{dV_l^x}{dt} + \vec{j} \frac{dV_l^y}{dt}, \quad l = \overline{1, n}; \quad (2.8)$$

$$\vec{F}_{Tl}(x, y) = \vec{i} F_{Tl}^x(x, y) + \vec{j} F_{Tl}^y(x, y), \quad l = \overline{1, n}; \quad (2.9)$$

$$\vec{F}_{Gl}(x, y) = \vec{i} F_{Gl}^x(x, y) + \vec{j} F_{Gl}^y(x, y), \quad l = \overline{1, n}, \quad (2.10)$$

то системі n векторних рівнянь (2.7) можна поставити у відповідність дві n -вимірні системи скалярних рівнянь, що мають вигляд

$$m_l \frac{dV_l^x}{dt} = F_{Tl}^x(x, y) - F_{\Gamma l}^x(x, y), \quad l = \overline{1, n}; \quad (2.11)$$

$$m_l \frac{dV_l^y}{dt} = F_{Tl}^y(x, y) - F_{\Gamma l}^y(x, y), \quad l = \overline{1, n}. \quad (2.12)$$

Очевидно, що перша з цих скалярних систем – система (2.11) – описує динаміку руху електропотяга вздовж осі x , а друга – система (2.12) – вздовж осі y [66].

Але перш ніж переходити до розв'язку систем рівнянь (2.11), (2.12) при заданих силах необхідно задати залежність координат x , y від часу t , оскільки без наявності такої залежності не вдасться виразити сили як функції часу в цих системах рівнянь.

Задамо функцію $x(t)$ для довільного вагона у вигляді

$$x(t) = x_0 f(t), \quad (2.13)$$

де

$$f(t) = 1 + p_1 t + p_2 t^2 + p_3 t^3. \quad (2.14)$$

Як загально відомо з механіки: швидкість – це похідна від шляху, прискорення – похідна від швидкості, а ривок – похідна від прискорення. На ривок в усіх транспортних засобах, що перевозять людей, накладається обмеження. А щоб задати обмеження на $x(t)$, необхідно, щоб існувала третя похідна від $f(t)$ при представленні $x(t)$ у вигляді (2.13). Із цього випливає, що при заданні $f(t)$ у вигляді полінома, цей поліном повинен бути не нижче 3-го порядку, як і взято у (2.14). Задавати ж більш високий порядок полінома $f(t)$ за третій немає сенсу, оскільки більш високий порядок $f(t)$ ускладнюючи обчислювальні процедури не вноситиме нічого нового у фізику процесу, що характеризується пройденим шляхом, швидкістю на маршруті, прискоренням при переході від одного значення швидкості руху до іншого та ривком, що характеризує швидкість наростання прискорення.

Цілком очевидно, що для того, щоб задати координату y як функцію часу на кожному відрізку залізничної колії, необхідно значення $x(t)$ у вигляді (2.13) з урахуванням (2.14) підставити у модель (2.4).

Для того, щоб отримані моделі використовувати як обмеження під час розв'язання задач оптимізації, необхідно розкрити структуру та побудувати моделі усіх сил, які діють на кожний вагон потяга. Процес побудови моделей сил в необхідній формі представлений у наступному підрозділі.

2.2 Особливості представлення тягових сил та сил опору в математичних моделях прямолінійного руху БЕТЗ

Побудову математичних моделей сил, що діють на вагон, розпочнемо з загальних викладок. Очевидно, що для електровоза буде справедливою математична модель

$$\begin{cases} m_1 \frac{dV_1^x}{dt} = F_{T1}^x(x, y) - F_{T1}^x(x, y); \\ m_1 \frac{dV_1^y}{dt} = F_{T1}^y(x, y) - F_{T1}^y(x, y), \end{cases} \quad (2.15)$$

яку отримаємо з (2.11), (2.12) при $l = 1$.

Задамося запитанням – на що витрачається сила тяги \vec{F}_{T1} електровоза? Або, іншими словами, з чого складається гальмівна сила \vec{F}_{T1} для електровоза?

Відповідь очевидна – сила \vec{F}_{T1} складається з гальмівної сили \vec{F}_{T1}^* , створюваної безпосередньо самим електровозом, та тягової сили \vec{F}_{T2} для другого вагона. Тобто маємо

$$\vec{F}_{T1} = \vec{F}_{T1}^* + \vec{F}_{T2} \quad (2.16)$$

або, що еквівалентно, –

$$\begin{cases} F_{T1}^x = F_{T1}^{*x} + F_{T2}^x; \\ F_{T1}^y = F_{T1}^{*y} + F_{T2}^y. \end{cases} \quad (2.17)$$

У такий же спосіб отримаємо, що

$$\begin{cases} F_{l2}^x = F_{l2}^{*x} + F_{T3}^x; \\ F_{l2}^y = F_{l2}^{*y} + F_{T3}^y. \end{cases} \quad (2.18)$$

Узагальнюючи, маємо

$$\begin{cases} F_{l1}^x = F_{l1}^{*x} + F_{T(l+1)}^x; \\ F_{l1}^y = F_{l1}^{*y} + F_{T(l+1)}^y, \quad l = \overline{1, n-1}, \end{cases} \quad (2.19)$$

але для останнього, n -го, вагона –

$$\begin{cases} F_{ln}^x = F_{ln}^{*x}; \\ F_{ln}^y = F_{ln}^{*y}. \end{cases} \quad (2.20)$$

З урахуванням співвідношень (2.19), (2.20) математичні моделі (2.11), (2.12) можна переписати так

$$m_l \frac{dV_l^x}{dt} = F_{Tl}^x(x, y) - F_{l1}^{*x}(x, y) - F_{T(l+1)}^x(x, y), \quad l = \overline{1, n-1}; \quad (2.21)$$

$$m_l \frac{dV_l^y}{dt} = F_{Tl}^y(x, y) - F_{l1}^{*y}(x, y) - F_{T(l+1)}^y(x, y), \quad l = \overline{1, n-1}, \quad (2.22)$$

$$\begin{cases} m_n \frac{dV_n^x}{dt} = F_{Tn}^x(x, y) - F_{ln}^{*x}(x, y); \\ m_n \frac{dV_n^y}{dt} = F_{Tn}^y(x, y) - F_{ln}^{*y}(x, y). \end{cases} \quad (2.23)$$

З рис. 2.2 видно, що для прямолінійних ділянок залізничної колії будуть справедливими вирази:

$$\frac{dV_1^x}{dt} = \frac{dV_2^x}{dt} = \dots = \frac{dV_l^x}{dt} = \dots = \frac{dV_n^x}{dt}; \quad (2.24)$$

$$\frac{dV_1^y}{dt} = \frac{dV_2^y}{dt} = \dots = \frac{dV_l^y}{dt} = \dots = \frac{dV_n^y}{dt}, \quad (2.25)$$

які не виконуються в загальному випадку для закруглень.

Конкретизуємо сили, що входять у праву частину математичних моделей (2.21), (2.22), (2.23).

Відомо [67], що обертальний момент $M_{об}$ на валу тягового електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням, якими комплектуються електроприводи електровозів, можна визначити зі співвідношення

$$M_{об} = k_M \cdot I_{Я} \cdot \Phi(I_{Я}), \quad (2.26)$$

в якому $I_{Я}$ – струм якоря, що протікає і в обмотці збудження; $\Phi(I_{Я})$ – магнітний потік обмотки збудження, який є функцією струму і визначається з кривої намагнічування, а k_M – коефіцієнт моменту, що визначається через конструктивні параметри електродвигуна та редуکتора.

Але очевидно, що для цього ж моменту $M_{об}$ справедливим є й інше

$$M_{об} = F_{T1} \cdot r_k. \quad (2.27)$$

Геометрична інтерпретація зв'язку між силою тяги F_{T1} , яка діє на електровоз, обертальним моментом $M_{об}$, створюваним електродвигуном електропривода, та радіусом r_k колеса електровоза показана на рис. 2.3.

З виразів (2.26) та (2.27) випливає, що

$$F_{T1} = \frac{k_M}{r_k} \cdot I_{Я} \cdot \Phi(I_{Я}), \quad (2.28)$$

а з рис. 2.2 легко бачити, що

$$F_{T1}^x = \frac{k_M}{r_k} \cdot I_{Я} \cdot \Phi(I_{Я}) \cdot \cos(\alpha(x, y)), \quad (2.29)$$

$$F_{T1}^y = \frac{k_M}{r_k} \cdot I_{Я} \cdot \Phi(I_{Я}) \cdot \sin(\alpha(x, y)), \quad (2.30)$$

де під $\alpha(x, y)$ мається на увазі кут нахилу дотичної до графіка залізничної колії в площині її прокладення в точці з координатами (x, y) (див. рис. 2.2).

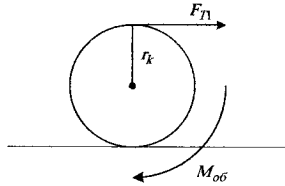


Рисунок 2.3 – Геометрична інтерпретація зв'язку між силою тяги F_{T1} , яка діє на електровоз, обертальним моментом $M_{об}$, створюваним електродвигуном електропривода, та радіусом r_k колеса електровоза

Цілком очевидно, що якщо на електровозі в системі електропривода встановлено 2, 4, 6 чи 8 електродвигунів, то праві частини виразів (2.29), (2.30) слід збільшити відповідно у 2, 4, 6 або 8 разів.

Тепер визначимось із силою $F_{T1}^{(*)}$ та її проєкціями на осі x , y .

2.3 Особливості моделювання сил, що діють на БЕТЗ на спусках і на підйомах

З механіки [65] відомо, що основною гальмівною силою, створюваною вагоном під час прямолінійного руху по горизонтальній площині, є сила тертя кочення F_{ml} , яка визначається як

$$F_{ml} = k \cdot P_l = F_{T1}(x, y), \quad (2.31)$$

де P_l – вага l -го вагона, а k – коефіцієнт пропорційності, значення якого залежить від того, з якого матеріалу виготовлено колесо і з якого матеріалу виготовлена поверхня, по якій це колесо котиться.

Якщо ж площина, на якій прокладена залізнична колія, має нахил (рис. 2.4б, рис. 2.4в), то гальмівна сила $F_T(x, y)$ дорівнюватиме:

1) для випадку нахилу (рис. 2.4б) –

$$F_{\Gamma}(x, y) = k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) - P_l \cdot \sin \gamma(x, y); \quad (2.32)$$

2) для випадку підйому (рис. 2.4в) –

$$F_{\Gamma}(x, y) = k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) + P_l \cdot \sin \gamma(x, y), \quad (2.33)$$

де $\gamma(x, y)$ – кут між силою ваги P_l вагона та нормаллю до площини прокладки залізничної колії в точці з координатами (x, y) , до якої прикладена сила ваги.

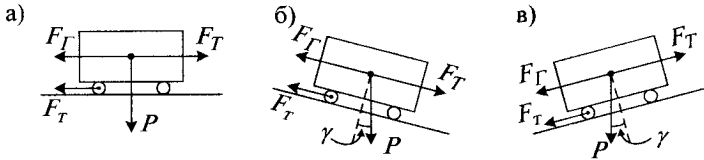


Рисунок 2.4 – Сили, що діють на вагон

Очевидно, що проекції гальмівної сили $F_{\Gamma}(x, y)$ на координатні осі x, y матимуть вигляд

$$F_{\Gamma l}^x(x, y) = k \cdot P_l \cdot \cos \alpha(x, y); \quad (2.34)$$

$$F_{\Gamma l}^y(x, y) = k \cdot P_l \cdot \sin \alpha(x, y) - \quad (2.35)$$

при русі на горизонтальній площині, або

$$F_{\Gamma l}^x(x, y) = (k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) - P_l \cdot \sin \gamma(x, y)) \cdot \cos \alpha(x, y); \quad (2.36)$$

$$F_{\Gamma l}^y(x, y) = (k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) - P_l \cdot \sin \gamma(x, y)) \cdot \sin \alpha(x, y) - \quad (2.37)$$

при русі з нахилом, або

$$F_{\Gamma l}^x(x, y) = (k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) + P_l \cdot \sin \gamma(x, y)) \cdot \cos \alpha(x, y); \quad (2.38)$$

$$F_{\Gamma l}^y(x, y) = (k \cdot P_l \cdot \cos \gamma(x, y) + P_l \cdot \sin \gamma(x, y)) \cdot \sin \alpha(x, y) - \quad (2.39)$$

при русі на підйом.

Але оскільки потяг рухається, долаючи також опір повітряної маси, яка рухається зі швидкістю $\vec{V}_{\Pi} = \vec{i} \cdot V_{\Pi}^x + \vec{j} \cdot V_{\Pi}^y$ під кутом $\varphi(x, y)$ до координатної осі x в діапазоні від $\varphi = 0^\circ$ до $\varphi = 360^\circ$, то при визна-

ченні гальмівної сили, що діє на вагон, потрібно врахувати і цю складову, яку позначимо $F_{Г1}^n$.

Модифікуючи відомі з механіки положення, що опір повітряного потоку, який набігає на поверхню $S_{Л}$, пропорційний квадрату швидкості цього повітряного потоку, а опір повітряного потоку, ковзного поверхні $S_{Б}$, пропорційний швидкості цього повітряного потоку, для електровоза отримаємо:

$$F_{Г1}^{IIx}(x, y) = k_1 S_{Л1} \cos \alpha(x, y) \cdot (V_1 \cos \alpha(x, y) - V_n \cos \varphi(x, y))^2 + k_2 S_{Б1} \cos \alpha(x, y) \cdot (V_1 \cos \alpha(x, y) - V_n \cos \varphi(x, y)); \quad (2.40)$$

$$F_{Г1}^{IIy}(x, y) = k_1 S_{Л1} \sin \alpha(x, y) \cdot (V_1 \sin \alpha(x, y) - V_n \sin \varphi(x, y))^2 + k_2 S_{Б1} \sin \alpha(x, y) \cdot (V_1 \sin \alpha(x, y) - V_n \sin \varphi(x, y)), \quad (2.41)$$

де $S_{Л1}$, $S_{Б1}$ – площі відповідно лобової та бічної поверхонь електровоза.

На рис. 2.5 показана графічна інтерпретація взаємовпливу швидкості електровоза потяга \vec{V}_1 зі швидкістю повітряного потоку \vec{V}_Π для двох векторних напрямків дії \vec{V}_Π^{**} та \vec{V}_Π^{**} .

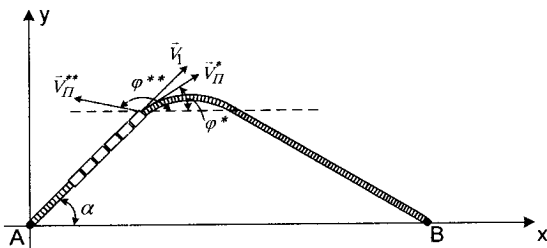


Рисунок 2.5 – Графічна інтерпретація взаємовпливу швидкості електровоза потяга \vec{V}_1 зі швидкістю повітряного потоку \vec{V}_Π для двох векторних напрямків дії \vec{V}_Π^{**} та \vec{V}_Π^{**}

Очевидно, що квадратні члени в рівняннях (2.38), (2.41) присутні лише в моделях електровоза, який лобовою поверхнею врізається в повітряний потік, а в моделях приєднаних до електровоза вагонів, що

рухаються в повітряному коридорі, створеному електровозом, взаємодія з повітряним потоком яких здійснюється лише бічною поверхнею у ковзному режимі, зберігаються лише лінійні по відношенню до швидкостей члени.

Узагальнюючи сказане вище, можна стверджувати, що під час руху потяга прямолінійними ділянками залізничної колії модель гальмівної сили, що діє на кожний вагон, можна записати у вигляді

$$F_{II}^{*x}(x, y) = F_{II}^x(x, y) + F_{II}^{IIx}(x, y); \quad (2.42)$$

$$F_{II}^{*y}(x, y) = F_{II}^y(x, y) + F_{II}^{IIy}(x, y), \quad (2.43)$$

де складові визначаються виразами (2.34), (2.35) або (2.36), (2.37) чи (2.38), (2.39) і (2.40), (2.41).

Але на закругленнях колії потрібно враховувати ще одну складову гальмівної сили, обумовлену відцентровим прискоренням \ddot{y}_i кожного вагона, яке породжує відцентрову силу [65]

$$F_{II}(x, y) = m_l \cdot \frac{V_l^2}{R}, \quad (2.44)$$

де R – радіус закруглення.

Власне гальмуючий ефект створює не сама ця сила тертя F_{II} , а сила тертя $F_{m/II}$ гребенів вагонних коліс, що стикаються з бічними поверхнями рейок, котра створюється силою $(-F_{II})$, яка урівноважує відцентрову силу F_{II} на стикі гребеня колеса з бічною стінкою рейки.

Тож як і сила тертя кочення F_{ml} у виразі (2.31) визначається через силу ваги P , так і силу тертя гребеня колеса l -го вагона і рейки $F_{m/II}(x, y)$ можна визначити через відцентрову силу за допомогою виразу

$$F_{m/II} = k_{II} \cdot F_{II}, \quad (2.45)$$

або

$$F_{m/II} = k_{II} \cdot m_l \cdot \frac{V_l^2}{R}. \quad (2.46)$$

В проекціях на осі x , y моделі цієї сили можна записати у вигляді:

$$F_{m\mathcal{D}}^x(x, y) = k_{\mathcal{D}} \cdot m_l \cdot \frac{V_l^2}{R} \cdot \cos \psi(x, y); \quad (2.47)$$

$$F_{m\mathcal{D}}^y(x, y) = k_{\mathcal{D}} \cdot m_l \cdot \frac{V_l^2}{R} \cdot \sin \psi(x, y), \quad (2.48)$$

де $\psi(x, y)$ – це кут між радіусом R , проведеним в точку (x, y) , та позитивним напрямком осі x (рис. 2.6).

На рис. 2.6 наведена графічна інтерпретація складових сили тертя, обумовленої відцентровою силою.

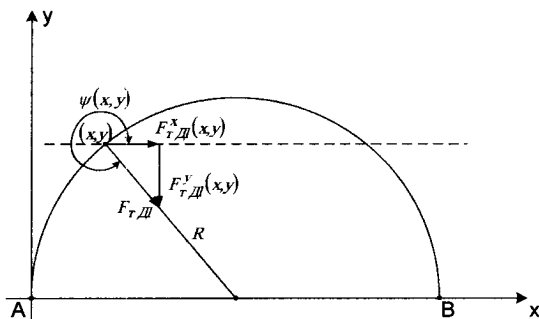


Рисунок 2.6 – Графічна інтерпретація складових сили тертя, обумовленої відцентровою силою

Отже моделі проекцій гальмівної сили, що діє на l -й вагон, для руху по закругленнях матимуть вигляд [68]:

$$F_{\Gamma l}^{*x}(x, y) = F_{\Gamma l}^x(x, y) + F_{\Gamma l}^{\Pi x}(x, y) + F_{m\mathcal{D}}^x(x, y); \quad (2.49)$$

$$F_{\Gamma l}^{*y}(x, y) = F_{\Gamma l}^y(x, y) + F_{\Gamma l}^{\Pi y}(x, y) + F_{m\mathcal{D}}^y(x, y). \quad (2.50)$$

2.4 Особливості моделювання руху БЕТЗ з урахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості

Оптимізаційні задачі для транспортних засобів, що рухаються протягом значимих відрізків часу, завжди доводиться розв'язувати в умовах залежності траєкторії руху від рельєфу місцевості. На рис. 2.7 показана одна із можливих траєкторій такого руху від точки A , з якої транспортний засіб розпочинає рух в момент часу t_A , до точки B , в

яку цей засіб прибуває за графіком у момент часу t_B . На рис. 2.7 показані також проєкції траєкторії руху на координатні площини xOy та xOz . З рис. 2.7 видно, що від точки A до точки C маємо спуск по прямій лінії, від точки C до точки D маємо закруглення колії в горизонтальній площині, від точки D до точки M – підйом по прямій лінії, від точки M до точки N знову маємо закруглення колії в горизонтальній площині, а від точки N до точки B продовжуємо рух в горизонтальній площині, але по прямій.

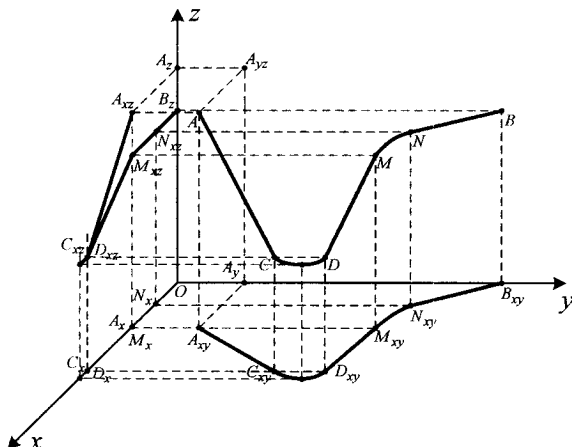


Рисунок 2.7 – Приклад траєкторії руху транспортного засобу по колії на місцевості зі складним рельєфом

У низці робіт, наприклад [51, 64, 69], розкрито підхід до розв'язання цього класу оптимізаційних задач з використанням математичної моделі руху транспортного засобу у формі другого закону Ньютона, тобто у формі

$$m \frac{d^2 l(t)}{dt^2} = F_T(t) - F_T(l, t), \quad (2.51)$$

де m – маса транспортного засобу; $l(t)$ – довжина шляху, пройденого транспортним засобом від початку руху, яка залежить від часу t , а $F_T(t)$, $F_T(l, t)$ – сила тяги транспортного засобу та гальмівна сила, що діє на транспортний засіб під час руху.

Однак, як з'ясувалось при намаганні використати цей підхід для розв'язання конкретної оптимізаційної задачі, він не є дієвим, оскільки, по-перше, гальмівна сила не є константою навіть під час руху горизонтальною площиною, адже лобовий і дотичний опір повітря залежать від швидкості $v(t)$ руху транспортного засобу, тобто

$$F_T(l, t) = \mu_0(l, t) + \mu_1(l, t) \cdot v(l, t) + \mu_2(l, t) \cdot (v(l, t))^2, \quad (2.52)$$

по-друге, значення гальмівної сили залежать також і від того, рухається транспортний засіб по горизонтальній площині чи долає підйом або спуск, а по-третє, пройдений шлях при наявності підйомів, спусків і поворотів стає функцією декартових координат x, y, z (див. рис. 2.7), що при апроксимації їх функціями часу виду

$$\begin{cases} x(t) = x_a f_x(t); \\ y(t) = y_a f_y(t); \\ z(t) = z_a f_z(t) \end{cases} \quad (2.53)$$

приводить до появи у виразах, якими моделюється пройдений шлях, нелінійної залежності від їхніх похідних, оскільки

$$dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} = \sqrt{\left(x_a \frac{df_x}{dt}\right)^2 + \left(y_a \frac{df_y}{dt}\right)^2 + \left(z_a \frac{df_z}{dt}\right)^2} dt; \quad (2.54)$$

$$l(t) = \int_{t_A}^t \sqrt{\left(x_a \frac{df_x}{d\tau}\right)^2 + \left(y_a \frac{df_y}{d\tau}\right)^2 + \left(z_a \frac{df_z}{d\tau}\right)^2} d\tau; \quad (2.55)$$

$$\frac{d^2 l}{dt^2} = \frac{x_a^2 \frac{df_x}{dt} \cdot \frac{d^2 f_x}{dt^2} + y_a^2 \frac{df_y}{dt} \cdot \frac{d^2 f_y}{dt^2} + z_a^2 \frac{df_z}{dt} \cdot \frac{d^2 f_z}{dt^2}}{\sqrt{\left(x_a \frac{df_x}{dt}\right)^2 + \left(y_a \frac{df_y}{dt}\right)^2 + \left(z_a \frac{df_z}{dt}\right)^2}}. \quad (2.56)$$

Цілком очевидно, що оптимізацію руху за критерієм мінімуму витрат електроенергії E електровозом, на електропривод якого подається з контактної мережі напруга $u(t)$, яка створює струм $i(t)$, тобто за критерієм мінімуму виразу

$$E = \int_{t_A}^{t_B} u(t)i(t)dt, \quad (2.57)$$

запропонованим в роботі [70], за умови виконання програми руху між зупинками в точках A і B (див. рис. 2.7)

$$I_{AB} = \int_{t_A}^{t_B} v(x, y, z, t)dt \quad (2.58)$$

та обмеження (2.51), в якому використовуються співвідношення (2.52)–(2.56), неможливо здійснити так, щоб можна було побудувати аналітичну математичну модель для струму $i(t)$ електропривода електровоза, який забезпечує мінімум критерію (2.57) при виконанні програми (2.58). Особливо це стосується задачі побудови єдиної аналітичної моделі для цього струму з використанням моделей динаміки електропотяга у вигляді (2.21), (2.22), (2.23). Тож у наступній главі монографії представлено пошук такого підходу, який дозволить отримати оптимальні моделі в аналітичній формі.

2.5 Висновки до глави 2

У другій главі монографії:

- 1) запропонована така прив'язка системи координат на площині, яка дає можливість побудувати математичну модель середньої лінії залізничної колії у вигляді, найбільш зручному для подальшого аналізу динаміки багатовагонного потяга;
- 2) побудована математична модель багатовагонного, а звідси і багатомасового електричного потяга у вигляді системи $2n$ диференціальних рівнянь 1-го порядку, придатних для аналізу його динаміки;
- 3) вибрана та обґрунтована параметрична модель, що характеризує зміну координат центра мас кожного вагона у часі;
- 4) побудовано математичні моделі основних сил, які діють на кожний зв'язаний об'єкт БЕТЗ;
- 5) показано, чому неможливо використати отримані базові математичні моделі БЕТЗ для синтезу моделей їх оптимального руху по верхньому зі складним рельєфом в аналітичній формі.

Глава 3

ДЕКОМПОЗИЦІЯ ПРОБЛЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БЕТЗ ПОВЕРХНЯМИ ЗІ СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ ТА СТРУКТУРА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕТОДОЛОГІЇ ЇЇ ВИРІШЕННЯ

У третій главі монографії здійснено декомпозицію проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, запропоновано структуру інформаційної технології для реалізації методології вирішення цієї проблеми і введено систему відносних одиниць для отримання результатів ідентифікації в узагальненому вигляді.

3.1 Декомпозиція проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом

У попередній главі були з'ясовані особливості моделювання руху БЕТЗ з урахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості і доведена неможливість використання отриманих базових математичних моделей БЕТЗ для аналітичного синтезу моделей їх оптимального руху поверхнями зі складним рельєфом.

У цій главі показано, як обійти вище вказані труднощі, застосовуючи декомпозицію проблеми за структурними складовими рельєфу місцевості, на якій прокладена залізнична колія.

З методик прокладення залізничної колії на поверхні зі складним рельєфом відомо [71–74], що колійники зобов'язані прокладати закруглення колії на горизонтальних ділянках земної поверхні, а спуски і підйоми виконувати прямолінійними, зв'язуючи їх з горизонтальними ділянками закругленнями у вертикальній площині. А правила експлуатації колійних транспортних засобів вимагають закруглення колії (і в горизонтальній площині, і у вертикальній) проходити зі сталою швидкістю, яка забезпечує значення бічного прискорення під час руху по закругленню в горизонтальній площині в межах, допустимих нормативними документами. Тож, спираючись на ці методики і правила, можна стверджувати, що доцільною є декомпозиція задачі ідентифікації моделей оптимального руху колійного транспортного засобу по

поверхні зі складним рельєфом на сукупність підзадач ідентифікації моделей оптимального руху цього засобу на прямолінійних горизонтальних ділянках (відрізок NB на рис. 2.7), на закругленнях у горизонтальній площині (дуга CD на рис. 2.7), на закругленнях у вертикальній площині (дуга MN на рис. 2.7), на прямолінійних підйомах (відрізок DM на рис. 2.7) та прямолінійних спусках (відрізок AC на рис. 2.7), накладаючи при цьому умови однаковості тих значень параметрів руху в точках стику означених відрізків і дуг, які забезпечують не лише гладкість траєкторії руху від стартової (точка A на рис. 2.7) до кінцевої (точка B на рис. 2.7) станцій, але і гладкість кривих, які віддзеркалюють графік швидкості руху транспортного засобу від точки A до точки B , оскільки відчутні лінійні розміри транспортного засобу та наявність як мінімум двох пар коліс унеможливають появу точок злому на неперервній траєкторії його руху, а відчутна маса унеможливає стрибкоподібну зміну його швидкості.

Відомо [75–77], що гладкою називається неперервна функція з неперервною першою похідною. Тож траєкторія руху транспортного засобу буде гладкою функцією лише у тому випадку, коли її перша похідна, тобто швидкість руху, буде неперервною функцією. У свою чергу, швидкість руху транспортного засобу буде гладкою функцією лише тоді, коли її перша похідна, тобто прискорення, теж буде неперервною функцією.

Тож, для наведеної на рис. 2.7 траєкторії руху від точки A до точки B умовою її гладкості буде виконання співвідношень

$$\begin{cases} v_{AC}(C) = v_{CD}(C); \\ v_{CD}(D) = v_{DM}(D); \\ v_{DM}(M) = v_{MN}(M); \\ v_{MN}(N) = v_{NB}(N), \end{cases} \quad (2.59)$$

в яких подвійний нижній індекс біля символу швидкості вказує на те, якою ділянкою траєкторії транспортний засіб наближається до точки, вказаної в дужках, а умовою гладкості швидкості руху транспортного засобу по цій траєкторії буде виконання співвідношень

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{AC}}{dt}(C) = \frac{dv_{CD}}{dt}(C); \\ \frac{dv_{CD}}{dt}(D) = \frac{dv_{DM}}{dt}(D); \\ \frac{dv_{DM}}{dt}(M) = \frac{dv_{MN}}{dt}(M); \\ \frac{dv_{MN}}{dt}(N) = \frac{dv_{NB}}{dt}(N), \end{array} \right. \quad (2.60)$$

в яких мають місце ті ж самі символічні позначення, але по відношенню до похідних швидкості.

Оскільки для однозначності визначення траєкторії руху необхідно задавати її значення на границях ділянки руху, то співвідношення (2.59), (2.60) необхідно доповнити співвідношеннями

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{AC}(A) = v_A; \\ v_{NB}(B) = v_B \end{array} \right. \quad (2.61)$$

— для швидкостей, в яких v_A, v_B їх конкретизовані числові значення; та співвідношеннями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_{AC}}{dt}(A) = v'_A; \\ \frac{dv_{NB}}{dt}(B) = v'_B \end{array} \right. \quad (2.62)$$

— для прискорень, в яких v'_A, v'_B також їх конкретизовані числові значення.

Для уніфікації подальших розмірковувань конкретизуємо місця розміщення точок A та B . Для наземних залізничних електропотягів ці точки зручно розмішувати в місцях встановлення semaforів, причому точку A розмішуватимемо на вихідному semaфорі startової станції і відлік часу t_A розпочинатимемо в момент проходження semaфору хвостом останнього вагона електропотяга, а точку B розмішуватимемо на вхідному semaфорі кінцевої станції і відлік часу t_B розпочинатимемо в момент досягнення semaфора лобовою частиною тягового електровоза. Що ж до підземних електропотягів метрополітенів та на-

земних міських трамваїв, то точку A для них будемо прив'язувати до вихідного зрізу стартової посадочної платформи і відлік часу t_A розпочинатимемо з моменту проходження вихідного зрізу стартової посадочної платформи хвостом останнього вагона, а точку B будемо прив'язувати до вхідного зрізу кінцевої посадочної платформи і відлік часу t_B розпочинатимемо з моменту досягнення вхідного зрізу кінцевої посадочної платформи лобовою частиною першого вагона.

З викладеного вище випливає, що проблему ідентифікації моделей оптимального руху електропотяга від стартової станції до кінцевої, сформульовану для досить загального випадку траєкторії руху, представленою на рис. 2.7, доцільно вирішувати шляхом розв'язання задачі ідентифікації моделей оптимального руху на окремих ділянках колії (AC, CD, DM, MN, NB) за умови виконання обмежень (2.59)–(2.62) [78].

І починати розв'язання цієї задачі потрібно з оптимізації руху на закругленнях (CD, MN), виходячи з того, що основним критерієм оптимальності під час руху БЕТЗ по закругленню колії, є запас несходження, який забезпечується неперевищенням швидкістю руху цього транспортного засобу допустимого значення, визначеного із умов сходження з колії вагона з розміщенням найвище нечітко визначеним центром маси. Тож на цьому етапі з урахуванням ще й того, що закруглення БЕТЗ проходять з постійною швидкістю, визначаються конкретні значення обмежень (2.59), (2.60), причому цілком очевидно, що швидкості в визначених точках будуть константами, а прискорення – нульовими.

Другим етапом вирішення сформульованої проблеми є розв'язання задачі визначення обмежень (2.61), (2.62). При цьому необхідно враховувати те, що швидкість і прискорення БЕТЗ на семафорі стартової станції задаються її технологічними службами, а швидкість і прискорення цього ж транспортного засобу на семафорі кінцевої станції знаходяться із рівнянь динаміки за умови його зупинки на визначеному відрізьку посадочної платформи.

На третьому етапі розв'язується задача ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ по прямолінійному відрізьку колії (NB), прокладеному на горизонтальній площині. При цьому замість обмежень (2.51), (2.52), (2.58) уже можна використовувати більш прості:

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F_T(t) - F_G(v, t); \quad (2.63)$$

$$F_G(v, t) = \mu_0 + \mu_1 v(t) + \mu_2 (v(t))^2; \quad (2.64)$$

$$l_{NB} = \int_{t_N}^{t_B} v(t) dt. \quad (2.65)$$

На четвертому етапі розв'язується задача ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ під час його спуску (прямолінійний відрізок колії AC) та під час його підйому (прямолінійний відрізок колії DM).

При цьому стосовно тягової та гальмівної сил в моделях (2.63), (2.64) потрібно врахувати усі ті особливості, які розкриті щодо них у роботі [68], а обмеження (2.65) сформувані у вигляді

$$l_{AC} = \int_{t_A}^{t_C} v(x_A, x_C, y_A, y_C, z_A, z_C, t) dt; \quad (2.66)$$

$$l_{DM} = \int_{t_D}^{t_M} v(x_D, x_M, y_D, y_M, z_D, z_M, t) dt, \quad (2.67)$$

де декартові координати кінцевих точок задають довжину відповідного відрізка колії у просторі.

3.2 Структура інформаційної технології реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом

В роботах [66, 68, 70, 78–96] запропоновано математичні моделі оптимального руху БЕТЗ по різних відрізках колії, прокладеної на поверхні зі складним рельєфом, і розроблено математичні методи ідентифікації цих моделей. Ці моделі і методи враховують усі основні характерні особливості руху БЕТЗ – і необхідність їх руху від зупинки до зупинки за детермінованим часовим графіком, і складний рельєф поверхні, на якій прокладена колія, і обмеження, що накладаються на швидкість руху (у тому числі під час руху по закругленнях колії та на

спусках і підйомах), і необхідність долати відстані між зупинками з мінімальними витратами електроенергії. Однак практична реалізація усієї цієї сукупності математичних моделей, методів ідентифікації і алгоритмів оптимізації в межах єдиної методології неможлива без формування на її основі відповідної бази знань і створення адекватної цієї бази інформаційної технології, оскільки і кількість вагонів у кожному БЕТЗ від зупинки до зупинки може бути різною, і завантаження кожного вагона може бути різним, і просторові характеристики вантажів, а тому і вплив навколишнього середовища на одному і тому ж відрізьку колії за різних погодних умов може бути різним, що суттєво впливає як на рівняння динаміки процесів, так і на їх обмеження – усе це не дозволяє раз і назавжди визначити для кожного БЕТЗ параметри руху, а вимагає здійснювати їх перерахунок навіть впродовж одного маршруту по кілька разів.

В цьому підрозділі запропонована структура інформаційної технології, яка враховує усі вище перераховані особливості руху БЕТЗ [97].

Для того, щоб здійснювати моделювання процесів, що протікають в різних структурних складових БЕТЗ, та здійснювати керування цими процесами за оптимальними моделями потрібно мати попередню інформацію хоча б про деякі параметри цих процесів [98–101] з числа тих, що можна виміряти за допомогою вимірювальних приладів, якими вже оснащені ці транспортні засоби чи будуть оснащені за пропозиціями нашої наукової роботи, а також з числа тих, які можна задати, скориставшись спеціалізованими довідниками. Інформацію від спеціалізованих довідників будемо задавати у вигляді інформаційної бази (ІБД) даних, що формує інформаційний вектор \vec{I} , розмірність якого визначатиметься кількістю враховуваних параметрів. Перелік вимірювальних приладів, якими оснащено БЕТЗ, що використовуються для отримання потрібної інформації, складатиме елементну базу даних (ЕБД), на виході якої маємо інформаційний вектор \vec{E} , а на вході вектор вимірювань параметрів руху БЕТЗ \vec{I}_{ETZ}^E та вектор \vec{I}_{3C}^E вимірювань параметрів середовища, зовнішнього відносно БЕТЗ. Сукупність інформаційної та елементної баз даних визначатиме загальну базу даних (БД), на виході якої маємо інформаційний вектор \vec{D} (рис. 3.1), тобто

$$\vec{D} = \vec{I} + \vec{E}. \quad (2.68)$$

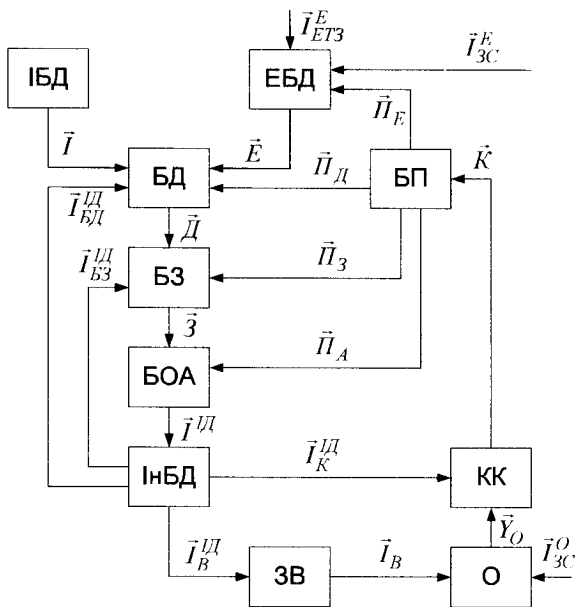


Рисунок 3.1 – Структура інформаційної технології для реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом

Сукупність структур математичних моделей, критеріїв оптимальності та початкових умов, очевидно, складе для нашої задачі базу знань (БЗ), на виході якої маємо вектор знань \bar{Z} , а сукупність алгоритмів ідентифікації моделей оптимального руху – базу обчислювальних алгоритмів (БОА), на виході якої маємо вектор інтелектуалізованих даних \bar{I}^{II} , сукупність значень якого складає інтелектуалізовану базу даних (ІнБД). Саме цей вектор потрібно буде використовувати і для корекції у часі загальної бази даних БД та бази знань БЗ (складові $\bar{I}_{БД}^{II}$, $\bar{I}_{БЗ}^{III}$), і для візуалізації (\bar{I}_B^{II}), і для корекції ($\bar{I}_{К}^{II}$) вектора команд \bar{K} , що формуються керуючим комплексом КК. Тобто

$$\bar{I}^{II} = \bar{I}_{БД}^{II} \cup \bar{I}_{БЗ}^{III} \cup \bar{I}_B^{II} \cup \bar{I}_{К}^{II}, \quad (2.69)$$

причому складові цього вектора можуть мати спільні проєкції.

Оскільки під час руху по місцевості зі складним рельєфом, при переформатуванні рухомого складу БЕТЗ та при їх перезавантаженні на певних станціях необхідно оновлювати математичні моделі, що описують рух, то необхідно мати базу процедури (БП), вихідні координати якої $\vec{P}_E, \vec{P}_D, \vec{P}_3, \vec{P}_A$ включатимуть в задані моменти часу, які є координатами вектора \vec{T} , процедуру пошуку нових значень вектора \vec{I}^{III} ІнБД. Тож вектор \vec{I}^{III} є вектор-функцією \vec{f}^* векторів $\vec{T}, \vec{3}, \vec{D}, \vec{P}_E, \vec{P}_D, \vec{P}_3, \vec{P}_A$, тобто

$$\vec{I}^{III} = \vec{f}^*(\vec{T}, \vec{3}, \vec{D}, \vec{P}_E, \vec{P}_D, \vec{P}_3, \vec{P}_A). \quad (2.70)$$

У свою чергу вектор \vec{K} , що формується керуючим комплексом КК, є вектор-функцією \vec{k}^* векторів корекції команд \vec{I}_K^{III} та дій оператора \vec{Y}_O , тобто

$$\vec{K} = \vec{k}^*(\vec{I}_K^{III}, \vec{Y}_O), \quad (2.71)$$

в якій вектор дій оператора \vec{Y}_O теж є вектор-функцією \vec{y}^* векторів \vec{I}_B та \vec{I}_{3C}^O , тобто

$$\vec{Y}_O = \vec{y}^*(\vec{I}_B, \vec{I}_{3C}^O), \quad (2.72)$$

перший із яких задає візуалізоване за допомогою засобів візуалізації ЗВ значення вектора \vec{I}_B^{III} , а другий задає значення параметрів навколишнього середовища, що сприймаються оператором за допомогою зору і слуху.

Все викладене вище дає право задати структуру інформаційної технології реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей та оптимізації режимів БЕТЗ, що рухаються колією, прокладеною на місцевості зі складним рельєфом, у вигляді, представленому на рис. 3.1.

3.3 Система відносних одиниць для задач ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ

У підрозділі 2.4 показано, чому відомі методи синтезу моделей оптимального руху БЕТЗ з навантаженням, яке залежить від рельєфу

місцевості, на якій прокладено залізничну колію, не можуть бути застосованими для аналітичного розв'язання конкретних практичних задач, а у підрозділі 3.1 запропоновано підхід до моделювання таких транспортних засобів, придатний для розв'язання практичних задач синтезу моделей їх оптимального руху поверхнями зі складним рельєфом. Суть цього підходу полягає в декомпозиції проблеми ідентифікації моделей оптимального руху вздовж усієї траєкторії на сукупність задач ідентифікації моделей оптимального руху на відрізках, обмежених точками зміни рельєфу місцевості, в яких накладені умови гладкості як для траєкторії руху транспортного засобу, так і для кривої, яка є графіком швидкості руху цієї траєкторією, з наступним припасуванням результатів, отриманих при розв'язанні кожної із задач ідентифікації на відрізках. Цілком очевидно, що найпростішим алгоритм припасування цих результатів буде у тому випадку, коли можна із задач ідентифікації буде розв'язуватись з застосуванням відносних одиниць.

В даному підрозділі монографії представлена система відносних одиниць для задачі ідентифікації математичних моделей оптимального руху транспортного засобу з електричною тягою на прямолінійному відрізку залізничної колії, прокладеному на горизонтальній площині (див. відрізок NB на рис. 2.7), за критерієм мінімуму витрат електроенергії E у ват-секундах ($Bm \cdot c$) електровозом, на електропривод якого подається з контактної мережі напруга $U(t)$ у вольтах (B), що створює струм $I(t)$ в амперах (A) в кожній із n паралельних якірних гілок цього електропривода, тобто за критерієм мінімуму виразу

$$E = \int_{t_A}^{t_B} U(t) n I(t) dt. \quad (2.73)$$

Як і у підрозділі 3.1, розглядатимемо як перше обмеження базову математичну модель динаміки руху БЕТЗ у вигляді

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T(t) - F_T(V, t), \quad (2.74)$$

де m – його загальна маса в кілограмах ($кг$), $V(t)$ – лінійна швидкість руху, яка є функцією часу, в метрах за секунду ($м/с$), $F_T(t)$ – сила тяги електровоза в ньютонках ($Н$), а $F_G(V, t)$ – гальмівна сила, теж в ньютонках, яку, як показано у підрозділі 3.1, можна представити у вигляді

$$F_G(V, t) = \mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2. \quad (2.75)$$

А як друге обмеження розглядатимемо програму руху транспортного засобу від точки N до точки B в метрах ($м$) у вигляді

$$l_{NB} = \int_{t_N}^{t_B} V(t) dt, \quad (2.76)$$

де t_N, t_B – моменти часу в секундах ($с$), в які відповідно хвостовий вагон і електровоз БЕТЗ досягнуть точок N і B .

Цілком очевидно, що доповнити ці обмеження потрібно ще й граничними умовами, що випливають із співвідношень (2.60)–(2.63), тобто співвідношеннями:

$$V(N) = V_N; \quad (2.77)$$

$$\frac{dV}{dt}(N) = V'_N; \quad (2.78)$$

$$V(B) = V_B; \quad (2.79)$$

$$\frac{dV}{dt}(B) = V'_B, \quad (2.80)$$

в яких V_N, V_B, V'_N, V'_B – задані числові значення швидкості ($м/с$) і прискорення ($м/с^2$) в граничних точках.

Співвідношення (2.74)–(2.80) задають вихідні передумови.

Як уже відмічалось, для того, щоб результати ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ на різних відрізках колії можна було припасувати, а також для того, щоб ці результати можна було узагальнити на БЕТЗ будь-якої маси, доцільно при розв'язанні цієї задачі, як і інших задач ідентифікації моделей оптимального руху, викорис-

товувати відносні величини, які формуватимемо діленням розмірної величини на базову [83, 102].

Як базову величину для струму I в амперах, що споживається якорями двигунів електропривода, виберемо сумарний номінальний струм I_0 тих n якорних гілок цього електропривода, які включені паралельно під напругу контактної мережі, тобто

$$I_0 = nI_n. \quad (2.81)$$

Для напруги U контактної електромережі як базову величину U_0 виберемо номінальну напругу U_n мережі в вольтах.

Для тягової сили F_T як базову величину F_0 виберемо номінальну тягову силу F_T^H в ньютонках, яка створюється номінальними струмами якорів тягових двигунів електропривода.

Для лінійної швидкості V БЕТЗ як базову величину V_0 виберемо номінальну лінійну швидкість V_n в метрах за секунду, яка створюється номінальною тяговою силою.

Як базову величину t_0 для часу t виберемо механічну сталу T_M БЕТЗ в секундах, формула визначення якої випливає з рівняння (2.74) і має вигляд

$$T_M = \frac{mV_n}{F_T^H}, \quad (2.82)$$

звідки базове значення для сили тяги можна записати у вигляді

$$F_0 = F_T^H = \frac{mV_n}{T_M}. \quad (2.83)$$

Як базову величину для енергії E виберемо величину E_0 у вольтампер-секундах, яка визначається з виразу

$$E_0 = U_0 I_0 t_0 = U_n n I_n T_M. \quad (2.84)$$

Для представлення критеріального рівняння (2.73) у відносних величинах розділимо обидві його частини на E_0 з урахуванням (2.84). Отримаємо

$$\frac{E}{E_0} = \int_{\frac{t_N}{T_M}}^{\frac{t_B}{T_M}} \frac{U}{U_H} \frac{nI}{nI_H} \frac{dt}{T_M}, \quad (2.85)$$

або

$$e = \int_{\tau_N}^{\tau_B} i d\tau, \quad (2.86)$$

де

$$e = \frac{E}{E_0}, \quad i = \frac{I}{I_H}, \quad \tau = \frac{t}{T_M}, \quad (2.87)$$

– відповідно енергія, струм і час у відносних одиницях, а відношення

$$\frac{U}{U_H} = 1, \quad (2.88)$$

завдяки якому критеріальне співвідношення (2.85) записане у формі (2.86), обумовлене припущенням, що контактна електромережа БЕТЗ є настільки потужною, що приєднання до неї системи електропривода цього транспортного засобу не викликає падіння напруги в ній, або вплив системи електропривода цього транспортного засобу на контактну мережу нівелюється компенсаційною системою, наприклад, німецькою системою стабілізації напруги контактної мережі на базі інерційного накопичувача енергії [103, 104].

Для представлення у відносній формі рівняння динаміки БЕТЗ (2.74) розділимо обидві його частини на F_0 з урахуванням (2.83). Отримаємо

$$\frac{dv}{d\tau} = f_T - f_\Gamma, \quad (2.89)$$

де

$$v = \frac{V}{V_H}, \quad f_T = \frac{F_T}{F_T^H}, \quad f_\Gamma = \frac{F_\Gamma}{F_\Gamma^H} \quad (2.90)$$

– відповідно лінійна швидкість руху БЕТЗ, його сила тяги та гальмівна сила у відносних одиницях.

Для представлення у відносній формі граничних умов стосовно швидкостей руху розділимо обидві частини рівнянь (2.77), (2.79) на V_B , яке дорівнює V_N . Отримаємо

$$v(N) = v_N; \quad (2.91)$$

$$v(B) = v_B. \quad (2.92)$$

Для представлення у відносній формі граничних умов стосовно прискорень розділимо обидві частини рівнянь (2.78), (2.80) на відношення $\frac{V_N}{T_M}$. Отримаємо

$$\frac{dv}{d\tau}(N) = v'_N; \quad (2.93)$$

$$\frac{dv}{d\tau}(B) = v'_B, \quad (2.94)$$

де

$$v'_N = \frac{V'_N T_M}{V_N}; \quad (2.95)$$

$$v'_B = \frac{V'_B T_M}{V_N}. \quad (2.96)$$

Тепер повернемося до виразів (2.89), (2.90).

Як відомо [105], в електроприводах БЕТЗ використовуються електродвигуни постійного струму з послідовним збудженням, обертальний момент M_O в яких є пропорційним добутку струму якоря I та магнітного потоку $\Phi(I)$, що є функцією від цього струму, оскільки магнітний потік створюється саме цим струмом в полюсах індуктора, тобто

$$M_O = k_M I \Phi(I), \quad (2.97)$$

де k_M – коефіцієнт, що залежить від конструктивних параметрів електродвигуна і є паспортною величиною.

Якщо R – це радіус колеса БЕТЗ, то його сила тяги матиме вигляд

$$F_T = \frac{nM_O}{R} = \frac{k_M}{R} nI \Phi(I) = k_F nI \Phi(I). \quad (2.98)$$

Цілком очевидно, що, виходячи з виразу (2.98), базове значення сили тяги можна записати у вигляді

$$F_G = F_T^H = k_F n I_H \Phi(I_H). \quad (2.99)$$

Із виразів (2.90), (2.98) і (2.99) маємо

$$f_T = i\phi(i), \quad (2.100)$$

де відносний магнітний потік ϕ визначається з кривої намагнічування за співвідношенням

$$\phi(i) = \frac{\Phi(I)}{\Phi(I_H)}. \quad (2.101)$$

А з виразів (2.75), (2.83), (2.90) гальмівну силу у відносній формі отримаємо у вигляді –

$$f_T = f_0 + f_1 v + f_2 v^2, \quad (2.102)$$

де

$$f_0 = \frac{\mu_0}{F_T^H}, \quad f_1 = \frac{\mu_1 T_M}{m}, \quad f_2 = \frac{\mu_2 T_M V_H}{m}. \quad (2.103)$$

Підставляючи вирази (2.100) і (2.102) у (2.89), отримаємо

$$\frac{dv}{d\tau} = i\phi(i) - f_0 - f_1 v - f_2 v^2. \quad (2.104)$$

Залишилось перетворити у відносні одиниці лише програму руху БЕТЗ по відріжку колії NB . Для цього розділимо обидві частини рівняння (2.76) на добуток $V_H \cdot T_M$. В результаті отримаємо

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_B} v d\tau, \quad (2.105)$$

де

$$s_{NB} = \frac{l_{NB}}{V_H T_M} \quad (2.106)$$

– відносна довжина відрізка колії від точки N до точки B .

На цьому закінчено побудову системи відносних одиниць для задачі ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ по прямолінійному відріжку колії. Надалі при розв'язанні задач ідентифікації моде-

лей оптимального руху БЕТЗ по інших відрізках, тобто на спусках і підйомах, а також на закругленнях в горизонтальній і вертикальній площинах, у випадку, якщо в якісь моделі потрібно буде ввести додатково відносні значення інших величин, будемо їх вводити і визначати, уже не повторюючи все сказане і введене для тих величин у цих моделях, що введені у цьому підрозділі.

3.4 Особливості реалізації структури інформаційної технології методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом

Відомо [71–74], що залізничну колію прокладають таким чином, щоб уникнути крутих спусків та підйомів, що значно спрощує задачу побудови базових математичних моделей динаміки БЕТЗ, придатних для синтезу моделей їх оптимального руху. Але, оскільки при вирішенні проблеми ідентифікації маємо справу з такими динамічними системами, які рухаються не лише у часі, але і у просторі, то інформаційна технологія вирішення цієї проблеми набуває ознак геоінформаційної.

А однією з головних цілей застосування геоінформаційної технології при її використанні для реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ є обчислення відстаней прямолінійних відрізків шляху та параметрів закруглень, якими буде рухатись БЕТЗ.

Довжини прямолінійних відрізків залізничної колії слід визначати з урахуванням форми Землі (земний еліпсоїд, сфероїд; в Україні з 1946 року використовується еліпсоїд Красовського [106–109]), оскільки прямолінійні відрізки досить довгі. Або можна просто порахувати сумарну довжину рейок на ділянці, що розглядається (чи скористатись даними електротранспортних підприємств – дані про довжини залізничних ліній знаходяться, як правило, у актуальному стані).

І якщо відстані прямолінійних відрізків залізничної колії на карті визначити досить просто [106, 107], то з закругленнями існує певна складність, яка полягає у визначенні їх радіусів. Слід зауважити, що врахування форми Землі в цьому випадку є недоцільним, оскільки це суттєво ускладнює розрахунки, в той час як довжини закруглень максимально складають лише декілька кілометрів. Як вказано у роботі

[108]: «При небольших размерах (до 20 км) проектируемых участков местности последние можно изображать на плоскости...», а у роботі [106] зазначено: «...незначні ділянки земної поверхні (радіусом 5–15 км) можна приймати за площину». Отже у подальших розрахунках будемо вважати, що всі точки закруглення лежать у одній площині.

Розглянемо особливості розрахунку радіуса закруглення. Для цього оберемо спочатку систему координат, в якій будуть виконуватись обчислення. Найзручніше використовувати плоскі прямокутні координати [107], оскільки вони не потребують додаткових обчислень.

Закруглення колії конструктивно виконуються таким чином, що вони описують частину увяного кола. Існує багато способів аналітичного визначення радіусів кіл [110–113]. Як правило, вони зводяться до пошуку спочатку рівняння кола у вигляді

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2, \quad (2.107)$$

де R – радіус кола, а (a, b) – прямокутні координати його центра, з якого потім і визначають радіус кола, підставивши замість (x, y) значення координат будь-якої точки закруглення.

Отже, спочатку потрібно знайти рівняння кола, з частиною якого збігається закруглення колії. Найбільш зручним буде скористатись методом визначення рівняння кола за трьома точками, тобто, знаючи прямокутні координати трьох точок, що лежать на шуканому колі, можна однозначно записати рівняння цього кола, а також визначити його радіус. Покажемо, як це зробити.

Нехай задано координати трьох точок, які належать шуканому колу:

$$A(x_A, y_A), B(x_B, y_B), C(x_C, y_C). \quad (2.108)$$

Підставивши значення координат (2.108) у рівняння кола (2.107), отримаємо систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} (x_A - a)^2 + (y_A - b)^2 = R^2; \\ (x_B - a)^2 + (y_B - b)^2 = R^2; \\ (x_C - a)^2 + (y_C - b)^2 = R^2 \end{cases} \quad (2.109)$$

з трьома невідомими a, b, R .

Розв'язавши систему (2.109) і отримаємо шуканий радіус закруглення R у метрах.

У додатку А наведено приклад розрахунку радіуса закруглення реальної ділянки залізничної колії – ділянки поблизу м. Гнівань (Вінницька область, Тиврівський район), закруглення якої наочно ілюструє супутникова фотографія системи Google Maps, наведена на рис. 3.2. Для визначення трьох точок одного з закруглень обраної ділянки, було використано пакет програм для роботи з геоінформаційними системами «Карта 2010» (КБ «Панорама», РФ), який спрощено називають (загальноприйнято) ГІС-пакет «Панорама» [114].



Рисунок 3.2 – Супутникова фотографія системи Google Maps ділянки залізничної колії поблизу м. Гнівань (Тиврівський район Вінницької області)

Розрахунки виведені у додаток, тому що метою дослідження, результати якого представлені у нашій монографії, є створення методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ, а не створення інформаційної технології для реалізації цієї методології, що у подальшому стане предметом ще одного дослідження, результати якого будуть представлені уже в іншій монографії. Саме з цієї причини не будемо зупинятись на інших важливих питаннях розробки інформаційної технології для реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ, навіть таких, як визначення вимог до бортового комп'ютера чи системи зв'язку з комп'ютером, встановленим на станції, що реалізовуватимуть запропоновану інформа-

ційну технологію вирішення проблеми ідентифікації, та шляхів реалізації інформаційно-вимірювальної системи для визначення кутової швидкості руху центра мас електровоза на закругленнях колії.

Слід зазначити, що радіус закруглення можна визначити як заздалегідь (за даними карти), так і під час руху БЕТЗ. Для останнього варіанта потрібно обладнати БЕТЗ комп'ютером з GPS-приймачем [115–117], який буде відслідковувати зміну відношення приростів координат [107] руху цього транспортного засобу. Зрозуміло, що на прямолінійному відрізьку залізничної колії значення цього відношення буде незмінним:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = const. \quad (2.110)$$

Але як тільки електропотяг вийде на закруглення, значення відношення приростів координат відхилиться від значення, що задається виразом (2.110), і тоді комп'ютер, використовуючи дані GPS-приймача, зафіксує координати трьох точок закруглення та обчислить його радіус.

Тож перед тим, як реалізувати на певній ділянці залізничної колії рух БЕТЗ згідно з моделями оптимального руху, потрібно спочатку визначити радіуси усіх закруглень на цій ділянці. Для цього потрібно або скористатись якомога більш точною картою місцевості з точними координатами залізничної колії, або проїхати один раз цією ділянкою колії та за допомогою бортового комп'ютера з GPS-приймачем визначити довжини прямолінійних відрізків та радіуси усіх закруглень. Зауважимо, що коли мова йде про визначення координат за допомогою GPS, потрібно розуміти не системи GPS загального застосування із похибкою у десятки метрів, а спеціальні засоби навігації, які забезпечують точність вимірювань координат хоча б 0,5–1,5 метри [116]. Детальну інформацію про методи GPS-визначень у реальному часі та їх точність наведено у роботі [117].

Для аналізу профілю колії БЕТЗ можна застосувати також інерціальні навігаційні системи (ІНС) [118]. Головна перевага ІНС: автономність, тобто незалежність від зовнішніх орієнтирів та сигналів. Сучасні ІНС дають змогу збільшити точність вимірювань за рахунок можливості підключення до супутникової навігації (ГЛОНАСС, GPS), причому остання використовується як ефективний засіб корекції ІНС [119]. Головні недоліки: великі габарити (маса до 40 кг) та велика вартість (до 70 тис. дол.) [120].

Завершуючи цей підрозділ, вкажемо на ще один спосіб визначення кутів нахилу, довжин та радіусів закруглень залізничних ліній, а саме – можна піти шляхом класифікації та упорядкування у потрібному напрямку тих даних, які вже є у електротранспортних підприємств, оскільки під час будівництва ліній збираються геодезичні дані, з яких можна визначити дані про кути нахилу колії, радіуси закруглень тощо. Однак недоліком цього способу є те, що залізничні лінії почали будуватись ще у XIX сторіччі [121–126], а тому певні дані могли застаріти, або взагалі не збереглись.

3.5 Висновки до глави 3

У третій главі монографії:

1) запропоновано підхід до вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом, придатний для розв'язання практичних задач ідентифікації моделей оптимального руху, оснований на декомпозиції проблеми ідентифікації моделей оптимального руху вздовж усієї траєкторії на сукупність задач ідентифікації моделей оптимального руху на відрізках, обмежених точками зміни рельєфу, в рамках єдиної методології, і визначено умови припасування результатів розв'язання суміжних задач в структурі цієї методології;

2) запропоновано структуру замкнутої на оператора інформаційної технології реалізації методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом з використанням інформаційної та елементної баз даних, бази знань, бази обчислювальних алгоритмів, інтелектуалізованої бази даних, бази процедури та керувального комплексу і побудовано векторні математичні моделі складових структури запропонованої інформаційної технології, а також з'ясовано геоінформаційний характер та інші особливості побудови цієї інформаційної технології;

3) введено систему відносних одиниць з одночасною постановкою задач ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ по прямолінійному відрізку колії, прокладеної на горизонтальній площині, за критерієм мінімуму витрат електроенергії електроприводом БЕТЗ і визначені умови введення у відносній формі інших величин при розв'язанні задач ідентифікації моделей оптимального руху по інших відрізках колії, таких як спуски, підйоми і закруглення в горизонтальній і вертикальній площинах.

Глава 4

МЕТОДИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ БАЗОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ БЕТЗ

У четвертій главі монографії розроблені методи ідентифікації базових математичних моделей динаміки БЕТЗ, у тому числі методи визначення структури цих моделей та методи визначення їх параметрів, а також визначені умови застосування кожного із розроблених методів в конкретних задачах ідентифікації.

4.1 Спрощений Фур'є-інтегральний метод ідентифікації нелінійних динамічних систем, які можна представити послідовним з'єднанням лінійної інерційної частини системи і безінерційної аналітичної нелінійності, придатний для розв'язання задачі ідентифікації базової математичної моделі БЕТЗ

4.1.1 Вихідні умови та постановка задачі

Спираючись на викладки підрозділів 2.2 і 3.3, можна стверджувати, що нелінійним динамічним системам класу БЕТЗ з вхідним впливом $i(t)$ та реакцією на нього $v(t)$, динаміка лінійної частини яких характеризується імпульсною перехідною характеристикою $g(t)$, притаманна статична характеристика $v = v(v^*)$, яка має нелінійний характер (рис. 4.1), оскільки опір повітря з ростом швидкості зростає спочатку лінійно, потім квадратично, а потім пропорційно наступним степеням швидкості.

Саме таку задачу поставлено в цьому підрозділі.

І почнемо її розв'язання з висунення двох вихідних передумов, згідно з першою з яких пропонується ідентифікувати статичну характеристику $v = v(v^*)$ БЕТЗ степеневим поліномом третього порядку, тобто

$$v = c_1 v^* + c_2 (v^*)^2 + c_3 (v^*)^3. \quad (3.1)$$

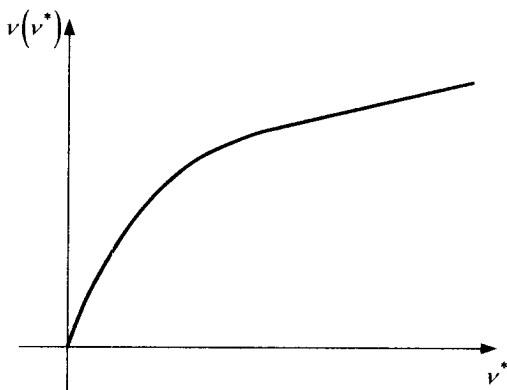


Рисунок 4.1 – Нелінійна статична характеристика динамічної системи

Тож, щоб ідентифікувати таку динамічну систему, необхідно визначити обидві ці характеристики і $g(t)$, і $v = v(v^*)$.

А як другу вихідну передумову використаємо відомий підхід [76, 127, 128], оснований на тому, що структуру нелінійної динамічної системи можна представити у вигляді послідовного з'єднання її інерційної лінійної частини з імпульсною перехідною характеристикою $g(t)$ і проміжним вихідним сигналом $v^*(t)$ та нелінійної безінерційної ланки з характеристикою $v = v(v^*)$ (рис. 4.2).

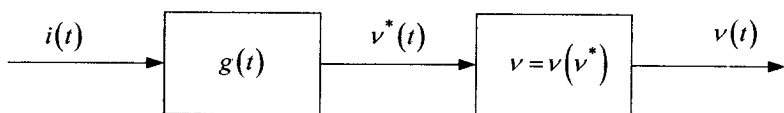


Рисунок 4.2 – Структура нелінійної динамічної системи класу БЕТЗ з виділенням інерційної лінійної частини та безінерційної нелінійної частини

4.1.2 Ідентифікація нелінійної статичної характеристики БЕТЗ

Як відомо [76, 127, 128], вихідний сигнал $v^*(t)$ лінійної частини динамічної системи можна знайти за допомогою інтеграла згортки

$$v^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i(t-\tau)g(\tau)d\tau, \quad (3.2)$$

який за умови фізичної реалізованості об'єкта

$$g(t) = \begin{cases} g(t), & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

набуває вигляду

$$v^*(t) = \int_0^{\infty} i(t-\tau)g(\tau)d\tau. \quad (3.4)$$

Згідно з викладками, представленими у роботах [128, 134], вхідний сигнал динамічної системи можна задати у вигляді ряду Фур'є

$$i(t) = \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (3.5)$$

де $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, а

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{T} \int_0^T i(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cos(k\omega_1 t) dt - j \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \sin(k\omega_1 t) dt, \\ k &= -n, -(n-1), \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Одразу ж відзначимо, що при формуванні якогось сигналу фізичної системи з обмеженим запасом енергії, він завжди може бути апроксимований з заданою точністю відрізком ряду Фур'є.

Підставляючи значення $i(t)$ з виразу (3.5) у вираз (3.4), отримаємо

$$v^*(t) = \int_0^{\infty} \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1(t-\tau)} g(\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

або

$$v^*(t) = \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1 t} \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-jk\omega_1 \tau} d\tau. \quad (3.8)$$

Якщо згадати, що передаточна функція лінійної частини динамічного об'єкта – це

$$W(p) = \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-p\tau} d\tau, \quad (3.9)$$

а її АФЧХ [127] – це

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega}, \quad (3.10)$$

то рівняння (3.8) нескладно привести до вигляду

$$v^*(t) = \sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t}. \quad (3.11)$$

Підставляючи значення $v^*(t)$ з виразу (3.11) у вираз (3.1) матимемо

$$v(t) = c_1 \sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} + c_2 \left(\sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} \right)^2 + c_3 \left(\sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} \right)^3. \quad (3.12)$$

У випадку якщо вхідний сигнал $i(t)$ є синусоїдою з частотою ω_1 , тобто

$$i(t) = A \sin \omega_1 t = A \left(\frac{e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}}{2j} \right) = \frac{A}{2j} e^{j\omega_1 t} + \frac{A}{-2j} e^{-j\omega_1 t}, \quad (3.13)$$

рівняння (3.12) перетвориться на рівняння

$$v(t) = c_1 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right) + c_2 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right)^2 + c_3 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right)^3, \quad (3.14)$$

у якому

$$a_1 = \frac{A}{2j}, \quad a_{-1} = -\frac{A}{2j}. \quad (3.15)$$

З рівняння (3.14), підносячи до степеня і групуючи члени з однаковими гармонічними складовими, отримаємо

$$\begin{aligned}
 v(t) = & 2c_2 a_{-1} a_1 W(j\omega_1)W(-j\omega_1) + \\
 & + (c_1 a_{-1} + 3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(-j\omega_1)e^{-j\omega_1 t} + \\
 & + (c_1 a_1 + 3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} + \\
 & + c_2 a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1)e^{-j2\omega_1 t} + c_2 a_1^2 W^2(j\omega_1)e^{j2\omega_1 t} + \\
 & + c_3 a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1)e^{-j3\omega_1 t} + c_3 a_1^3 W^3(j\omega_1)e^{j3\omega_1 t}. \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

Тепер розкладемо у відрізок ряду Фур'є на тому ж проміжку часу T вихідний сигнал $v(t)$, який є реакцією динамічного об'єкта на вхідну синусоїду, тобто представимо його у вигляді

$$v(t) = \sum_{k=-m}^m b_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (3.17)$$

де $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, а

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cos(k\omega_1 t) dt - j \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \sin(k\omega_1 t) dt, \\
 &k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3. \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

Оскільки у правій частині рівняння (3.16) маємо лише сталу складову і гармоніки з частотами $-3\omega_1$, $-2\omega_1$, $-\omega_1$, ω_1 , $2\omega_1$, $3\omega_1$, то ряд (3.17) для реакції $v(t)$ об'єкта на синусоїду частоти ω_1 теж буде мати лише ці складові – саме тому значення k при визначенні коефіцієнтів Фур'є b_k задані лише в межах від -3 до 3 .

Підставляючи значення $v(t)$ з виразу (3.17) при $m=3$ у рівняння (3.16), отримаємо тотожність, яка виконуватиметься лише тоді, коли коефіцієнти Фур'є при однакових гармоніках в правій і лівій частинах цієї тотожності будуть рівними.

Завдяки цьому отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} b_0 = 2c_2 a_{-1} a_1 W(j\omega_1)W(-j\omega_1); \\ b_{-1} = (c_1 a_{-1} + 3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(-j\omega_1); \\ b_1 = (c_1 a_1 + 3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(j\omega_1); \\ b_{-2} = c_2 a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1); \\ b_2 = c_2 a_1^2 W^2(j\omega_1); \\ b_{-3} = c_3 a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1); \\ b_3 = c_3 a_1^3 W^3(j\omega_1). \end{cases} \quad (3.19)$$

З шостого та сьомого рівнянь цієї системи знайдемо, що

$$c_3 = \frac{b_{-3} + b_3}{a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1) + a_1^3 W^3(j\omega_1)}, \quad (3.20)$$

з четвертого та п'ятого рівнянь отримаємо

$$c_2 = \frac{b_{-2} + b_2}{a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1) + a_1^2 W^2(j\omega_1)}, \quad (3.21)$$

а з другого та третього –

$$c_1 = \frac{b_{-1} - f_{-1}(a_{-1}, a_1, c_3, W) + b_1 - f_1(a_{-1}, a_1, c_3, W)}{a_{-1} W(-j\omega_1) + a_1 W(j\omega_1)}, \quad (3.22)$$

де

$$\begin{cases} f_{-1}(a_{-1}, a_1, c_3, W) = (3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(-j\omega_1); \\ f_1(a_{-1}, a_1, c_3, W) = (3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1)W(-j\omega_1))W(j\omega_1). \end{cases} \quad (3.23)$$

Як бачимо, перше рівняння системи (3.19) є надлишковим – його можна використати як критерій правильності розв'язання задачі.

Ще одним критерієм правильності розв'язання задачі може служити поява суттєво відмінних від нуля значень коефіцієнтів Фур'є з номерами $k > 3$ та $k < -3$ у вихідному сигналі $v(t)$ при його розкладенні в ряд (3.17) за умови, що на вхід динамічної системи надходить лише синусоїда однієї частоти ω_1 . Це означатиме, що реальна статич-

на характеристика $v = v(v^*)$ динамічної системи повинна апроксимуватись степеневим поліномом з порядком вище 3-го. При наявності гармонік з частотою $j4\omega_1$ та $-j4\omega_1$ в сигналі $v(t)$ для апроксимації характеристики $v = v(v^*)$ поліном потрібно брати 4-го порядку, а при наявності гармонік з частотою $j5\omega_1$ та $-j5\omega_1$ цей поліном повинен мати 5-ий порядок, і далі за зростанням.

Слід зазначити, що підвищення порядку полінома для апроксимації характеристики $v = v(v^*)$ не надто ускладнює отримання виразів для розрахунку коефіцієнтів цього полінома за умови використання на вході об'єкта синусоїди лише однієї частоти, оскільки для отримання співвідношень виду (3.19) і в цьому випадку в виразі виду (3.14) степені розкриваються за формулою бінома Ньютона. І саме тому, що при виведенні розрахункових співвідношень цього варіанта Фур'є-інтегрального методу ідентифікації використано для апроксимації вхідного сигналу найпростіший відрізок ряду Фур'є у вигляді синусоїди лише однієї частоти, ми і назвали цей варіант Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем спрощеним Фур'є-інтегральним методом ідентифікації.

Із співвідношень (3.20), (3.21), (3.22) випливає, що ідентифікувати статичну характеристику $v = v(v^*)$ динамічного об'єкта класу, що розглядається, можна лише за умови, що є відомими значення АФЧХ $W(j\omega)$ лінійної інерційної частини цього об'єкта на частотах ω_1 та $-\omega_1$, тобто відомими є $W(j\omega_1)$ та $W(-j\omega_1)$. Тож в наступному підрозділі цієї глави монографії піде мова про те, як знайти ці значення.

4.1.3 Ідентифікація лінійної інерційної частини нелінійної динамічної системи класу БЕТЗ

З фізики будь-якої динамічної системи випливає, що до тих пір, поки її масовий чи енергетичний об'єм не наповниться масою чи енергією, які надходять разом із вхідним впливом, принаймні, наполовину, доти процеси в цій системі наростають лінійно за винятком близької до нуля зони нечутливості або люфту.

Тож, якщо сформувати вхідний вплив на динамічну систему так, щоб його рівень відповідав усталеному рівню реакції цієї системи на прикладений вхідний вплив (рис. 4.3), то можна стверджувати, що в діапазоні значень вихідної координати $v(t)$ від $0,1v_{уст}$ до $0,5v_{уст}$ система вестиме себе як лінійна.

І якщо вхідний вплив подається стрибком від 0 до $i_{уст}$, то у вказаному діапазоні значень $v(t)$ вихідна координата буде збігатися з перехідною характеристикою $h(t)$ лінійної частини цієї системи, яка для динамічної системи з одним об'ємом концентрації енергії чи маси має вигляд

$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right), \quad (3.24)$$

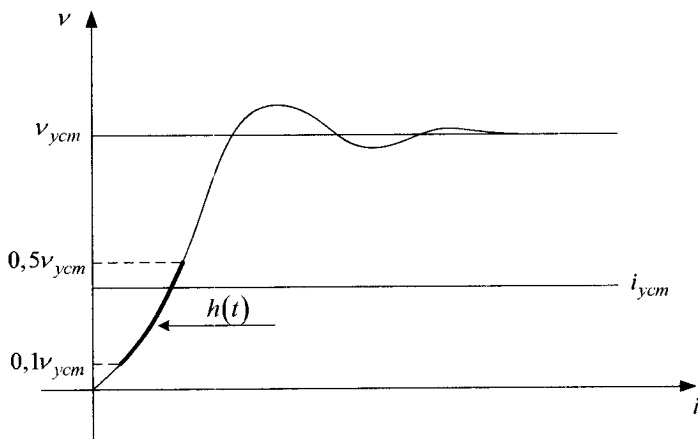


Рисунок 4.3 – Графік перехідного процесу в динамічній системі після подачі на її вхід східчастого впливу на рівні його усталеного значення для системи з двома об'ємами концентрації енергії чи маси –

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \quad (3.25)$$

або

$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \cos \beta t \right), \quad (3.26)$$

а для системи з трьома об'ємами концентрації енергії чи маси –

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2}} - \lambda_3 e^{-\frac{t}{T_3}} \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1, \quad (3.27)$$

або

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \cos \beta t \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1. \quad (3.28)$$

Для більшої кількості об'ємів концентрації енергії чи маси ряд апроксимативних функцій для $h(t)$ можна продовжити, користуючись тим самим принципом.

Очевидно, що для усіх наведених вище виразів для $h(t)$ параметр K можна знайти з виразу

$$K = \frac{v_{ycm}}{i_{ycm}}. \quad (3.29)$$

Тож для апроксимації $h(t)$ у вигляді (3.24) потрібно з кривої $v(t)$ (див. рис. 4.3) скористатись лише однією точкою в діапазоні $0,1v_{ycm} \leq v(t) \leq 0,5v_{ycm}$ для визначення параметра T_1 . Очевидно, що його можна знайти з рівняння

$$h(t_1) = K \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_1}} \right). \quad (3.30)$$

Для апроксимації $h(t)$ у вигляді (3.26) для визначення параметрів T_1 та β потрібно скористатись уже двома точками з вказаного вище діапазону. Для них система рівнянь матиме вигляд

$$\begin{cases} h(t_1) = K \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_1} \cos \beta t_1} \right); \\ h(t_2) = K \left(1 - e^{-\frac{t_2}{T_1} \cos \beta t_2} \right). \end{cases} \quad (3.31)$$

У такий же спосіб можна розрахувати параметри усіх інших апроксимацій характеристики $h(t)$.

Після цього необхідно, скориставшись кількома (наприклад, M) точками вище вказаного діапазону з індексом l , розрахувати для усіх знайдених апроксимацій $h_i(t)$, $i = \overline{1, r}$ середній квадрат Δ_i похибки апроксимації за виразом

$$\Delta_i = \sum_{l=1}^M (v_l^* - h(t_l))^2, \quad i = \overline{1, r}, \quad (3.32)$$

де v_l^* – значення перехідної характеристики, взяте з експериментального графіка (див. рис. 4.3), а $h(t_l)$ – значення цієї характеристики, вираховане за апроксимуючим виразом.

Те з чисел $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_r$, яке буде найменшим, і визначатиме найкращу апроксимацію перехідної характеристики $h(t)$ лінійної частини динамічного об'єкта за критерієм мінімуму суми квадратів похибок на «свіжих» точках.

Знаючи перехідну характеристику $h(t)$ лінійної частини об'єкта, легко знайти її передаточну функцію $W(p)$, адже [75, 76, 102, 127]

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt}, \quad (3.33)$$

а для отримання $W(p)$ за відомою $g(t)$ потрібно скористатись виразом (3.9).

У свою чергу значення $W(j\omega_1)$ та $W(-j\omega_1)$, які потрібні для ідентифікації нелінійної статичної характеристики $v = v(v^*)$, отримаємо прямою підстановкою у вираз для передаточної функції $W(p)$, отри-

маний за перетворенням (3.9), замість оператора p значень $j\omega_1$ та $-j\omega_1$.

Звичайно, якщо після кількох однотипних експериментів з поданням на вхід динамічної системи однакового рівня вхідного впливу східчастого характеру отримаємо експериментальні криві $v(t)$, які не збігатимуться у діапазоні $0, 1v_{yct} \leq v(t) \leq 0, 5v_{yct}$, то параметри апроксимацій $h(t)$ у вигляді (3.24)–(3.28) слід обчислювати, користуючись стандартною процедурою методу найменших квадратів [76, 102].

4.2 Метод інтегрально-гармонічної ідентифікації базових моделей динаміки БЕТЗ з нелінійністю, охопленою зворотним зв'язком

У підрозділі 4.1 монографії запропоновано розроблений в роботах [79, 87] спрощений варіант Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем, які можуть бути представлені у вигляді послідовного з'єднання лінійної інерційної частини та безінерційної нелінійності.

У главі 2 монографії, у якій представлені результати, отримані в роботах [78, 83], показано, що базову математичну модель БЕТЗ під час прямолінійного руху в горизонтальній площині можна представити у вигляді

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F_T(t) - F_T(V, t) = k_F n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t) - \mu_2 (V(t))^2, \quad (3.34)$$

де m – маса БЕТЗ з вантажем; $F_T(t)$, $F_T(V, t)$ – сила тяги транспортно-го засобу та гальмівна сила, що діє на транспортний засіб під час руху; $V(t)$ – лінійна швидкість руху транспортного засобу; $I(t)$ – струм в кожній з n паралельних якірних гілок електропривода; $\Phi(I)$ – магнітний потік тягового електродвигуна, що є функцією від цього струму; k_F – коефіцієнт, який обраховується через паспортні дані електродвигуна та радіус колеса електровоза; μ_0 – складова гальмівної сили, яка, як показано в роботі [68], залежить від ваги БЕТЗ та коефіцієнта тертя кочення колеса по залізничній рейці; μ_1 – параметр моделі, який враховує залежність гальмівної сили від лінійної швидкості руху БЕТЗ; μ_2 – параметр моделі, який враховує залежність гальмівної сили від квадрату лінійної швидкості цього транспортного засобу.

Якщо позначити символом D оператор диференціювання, а символом $\frac{1}{D}$ оператор інтегрування, то легко бачити, що математичній моделі (3.34) відповідає математична модель

$$V(t) = \frac{1}{mD} k_F n I \Phi(I) - \frac{1}{mD} \left(\mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2 \right) = V^* - V^{**}, \quad (3.35)$$

яка дозволяє структуру нелінійної динамічної системи, що розглядається, представити у вигляді, показаному на рис. 4.4.

З рис. 4.4 видно, що в структуру БЕТЗ як нелінійної динамічної системи одна безінерційна нелінійність входить в прямий канал проходження вхідного сигналу послідовно з лінійною частиною, а друга – в канал зворотного зв'язку. Тож, як буде показано в наступному підрозділі цієї глави, ідентифікацію математичної моделі такої системи методом, запропонованим у попередньому підрозділі, здійснити з високим рівнем адекватності у загальному випадку неможливо. Але можна трансформувати спрощений Фур'є-інтегральний метод ідентифікації так, що і для структури, наведеної на рис. 4.1, він залишатиметься дієвим.

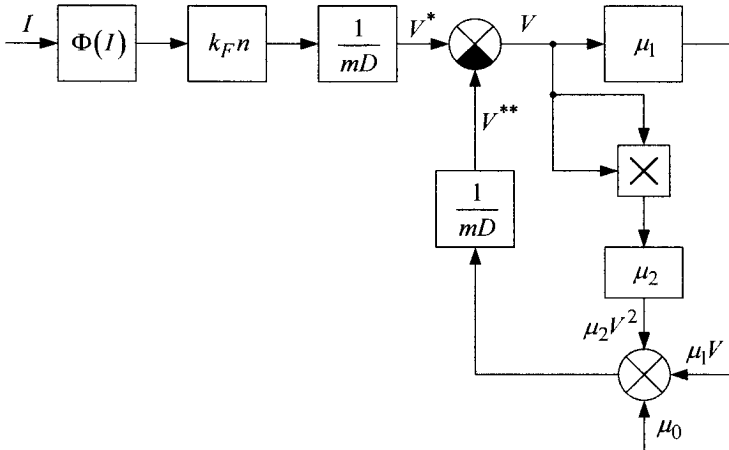


Рисунок 4.4 – Структура БЕТЗ як нелінійної динамічної системи, охопленої зворотним зв'язком

Така трансформація буде здійснена у цьому підрозділі, в якому запропоновано метод ідентифікації БЕТЗ як нелінійної динамічної системи, що має структуру, показану на рис. 4.4.

Для отримання математичних виразів, за допомогою яких можна визначити конкретні значення параметрів математичної моделі (3.34), виставимо як основну вихідну умову те, що ідентифікується завантажений БЕТЗ. А це, як показано в роботі [129], дає право задавати математичну модель магнітного потоку $\Phi(I)$ тягового електродвигуна у вигляді

$$\Phi(I) = a_1 + b_1 I. \quad (3.36)$$

Припустимо, що БЕТЗ рухається прямолінійно в горизонтальній площині з лінійною швидкістю V_0 , якій відповідає в якірних колах електродвигунів тягового електропривода струм I_0 . Накладемо на цей струм синусоїдальну гармоніку з амплітудою I_1 та круговою частотою $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, де T – вибраний відрізок часу, тобто сформуємо в якірних колах тягових електродвигунів струм

$$I = I_0 + I_1 \sin \omega_1 t. \quad (3.37)$$

Для визначення лінійної швидкості в момент часу t^* , яка відповідатиме струму (3.37), підставимо (3.37) в (3.36), а результат підставимо разом з (3.37) підставимо в (3.35). Після відповідних перетворень, інтегрування та перенесень отримаємо:

$$\begin{aligned} V(t^*) + \frac{\mu_0 t^*}{m} + \frac{1}{m} \int_0^{t^*} \left(\mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2 \right) dt = \\ = \frac{k_F n}{m} \left(a_1 I_0 + b_1 I_0^2 + \frac{b_1 I_1^2}{2} \right) t^* - \frac{k_F n}{m \omega_1} (a_1 I_1 + 2b_1 I_0 I_1) \cos \omega_1 t^* - \\ - \frac{k_F n b_1 I_1^2}{4m \omega_1} \sin 2\omega_1 t^*. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Нехай множина значень t^* має такий вигляд:

$$t^* \in \left[\frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T \right]. \quad (3.39)$$

Виберемо конкретне значення параметра дискретності часу у розмірі Δt . У цьому випадку множина кількості дискрет швидкості матиме вигляд

$$\frac{t^*}{\Delta t} \in [l, 2l, 3l, 4l], \quad (3.40)$$

де

$$l = \frac{T}{4\Delta t}. \quad (3.41)$$

Здійснюючи дискретизацію швидкості руху БЕТЗ на проміжку часу від умовного нуля до t^* з кроком Δt та враховуючи множини (3.39) і (3.40), із рівняння (3.38) отримаємо систему чотирьох рівнянь

$$\left\{ \begin{aligned} & V\left(\frac{T}{4}\right) + \frac{\mu_0 T}{4m} + \frac{\mu_1}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{l-1} V(t_i) + \frac{\mu_2}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{l-1} (V(t_i))^2 = \\ & = \frac{k_F n T}{4m} \left(a_1 I_0 + b_1 I_0^2 + \frac{b_1 I_1^2}{2} \right); \\ & V\left(\frac{T}{2}\right) + \frac{\mu_0 T}{2m} + \frac{\mu_1}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{2l-1} V(t_i) + \frac{\mu_2}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{2l-1} (V(t_i))^2 = \\ & = \frac{k_F n T}{2m} \left(a_1 I_0 + b_1 I_0^2 + \frac{b_1 I_1^2}{2} \right) + \frac{k_F n}{m \omega_1} (a_1 I_1 + 2b_1 I_0 I_1); \\ & V\left(\frac{3T}{4}\right) + \frac{3\mu_0 T}{4m} + \frac{\mu_1}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{3l-1} V(t_i) + \frac{\mu_2}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{3l-1} (V(t_i))^2 = \\ & = \frac{3k_F n T}{4m} \left(a_1 I_0 + b_1 I_0^2 + \frac{b_1 I_1^2}{2} \right); \\ & V(T) + \frac{\mu_0 T}{m} + \frac{\mu_1}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{4l-1} V(t_i) + \frac{\mu_2}{m} \Delta t \sum_{i=0}^{4l-1} (V(t_i))^2 = \\ & = \frac{k_F n T}{m} \left(a_1 I_0 + b_1 I_0^2 + \frac{b_1 I_1^2}{2} \right) - \frac{k_F n}{m \omega_1} (a_1 I_1 + 2b_1 I_0 I_1) \end{aligned} \right. \quad (3.42)$$

з чотирма невідомими m , μ_0 , μ_1 , μ_2 , розв'язуючи яку відносно них, знайдемо конкретні значення m^* , μ_0^* , μ_1^* , μ_2^* параметрів математичної моделі (3.34) БЕТЗ, тобто здійснимо його ідентифікацію.

Оскільки розрахункові співвідношення запропонованого методу ідентифікації нелінійних динамічних систем, що містять нелінійність не лише в каналі прямого перетворення вхідного сигналу, але і в контурі зворотного зв'язку, виведені з використання гармонічного вхідного сигналу та операції інтегрування, то назвемо його методом інтегрально-гармонічної ідентифікації (МІГІ).

Розпишемо алгоритм МІГІ як послідовність операцій, які потрібно виконати для ідентифікації базової математичної моделі БЕТЗ [80]:

1. Вводимо в бортовий комп'ютер БЕТЗ значення параметрів k_F, n його системи тягового електропривода та систему рівнянь (3.42) у загальному вигляді.

2. До початку руху БЕТЗ зі сталою лінійною швидкістю прямолінійним відрізком колії, якій відповідає значення струму якоря тягових електродвигунів I_0 , визначаємо той момент часу t_* , в якому через якийсь час будемо задавати точку відносного нуля на осі часу, тобто вважатимемо, що

$$t_* = 0, \quad (3.43)$$

а також задаємо значення кроку Δt дискретизації графіка швидкості у часі та тривалість T періоду та амплітуду I_1 гармоніки струму, яку в момент часу t_* накладаємо на струм I_0 згідно з виразом (3.37), і заносимо усі ці параметри в бортовий комп'ютер БЕТЗ.

3. Здійснюємо розрахунки множин (3.39), (3.40), кругової частоти ω_1 та усіх тих коефіцієнтів системи рівнянь (3.42), які не потребують знання сум дискрет швидкості та сум квадратів цих дискрет, а також формуємо у бортовому комп'ютері сигнал за виразом (3.37).

4. Під час руху БЕТЗ зі сталою лінійною швидкістю прямолінійним відрізком колії, якій відповідає значення струму якоря тягових електродвигунів I_0 , в момент часу t_* , якому присвоюємо значення згідно з виразом (3.43), за допомогою транзисторного регулятора струму якоря тягових електродвигунів та бортового комп'ютера формуємо цей струм згідно з математичною моделлю (3.37). Одночасно за допомогою бортового тахометра та аналого-цифрового перетворювача формуємо дискрети лінійної швидкості $V_i, i = 0, 1, 2, \dots, 4l$, які подаємо в бортовий комп'ютер, що формує з них суми і суми квадратів на від-

різку від 0 до $\frac{T}{4}$, потім на відрізку від 0 до $\frac{T}{2}$, потім від 0 до $\frac{3T}{4}$, потім від 0 до T .

5. Бортовий комп'ютер, використовуючи всі необхідні цифрові дані, які тепер у його пам'яті уже є, конкретизує систему рівнянь (3.42).

6. Розв'язуючи систему рівнянь (3.42), бортовий комп'ютер знаходить конкретні значення параметрів m^* , μ_0^* , μ_1^* , μ_2^* , роблячи цим самим математичну модель (3.34) придатною для подальшого використання в методології вирішення проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ поверхнями зі складним рельєфом.

Наведений вище алгоритм МІГІ реалізовано у вигляді комп'ютерної програми «МІГІ» (див. додаток Б).

Два важливих зауваження:

1. Легко бачити, що домноженням обох частин усіх чотирьох рівнянь в системі (3.42) на параметр m вона зводиться до системи чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь з чотирма невідомими, розв'язання якої не вимагає ні значних витрат часу, ні значних об'ємів пам'яті, а тому завжди може бути реалізованим в бортовому комп'ютері, яким комплектується кожний сучасний БЕТЗ.

2. Якщо БЕТЗ укомплектований не транзисторним регулятором струму, а транзисторним регулятором напруги U , як це має місце в БЕТЗ попередніх випусків, яка підводиться до якорів двох послідовно з'єднаних тягових електродвигунів, то це дещо ускладнює задачу формування гармонічного закону зміни струму (3.37), але не суттєво. У цьому випадку у зв'язку з малими значеннями індуктивностей обмоток якорів двох послідовно з'єднаних тягових електродвигунів з активними опорами обмоток R_1 , R_2 та обмоточно-полюсними коефіцієнтами $k_{\omega 1}$, $k_{\omega 2}$, які легко обраховуються за паспортними даними цих електродвигунів, справедливою є залежність:

$$I = \frac{1}{R_1 + R_2} (U - (k_{\omega 1} + k_{\omega 2})\omega), \quad (3.44)$$

у якій ω – кутова швидкість обертання якорів електричних двигунів.

Порівнюючи вирази (3.44) і (3.37), бачимо, що у випадку, якщо транзисторний регулятор напруги формує закон її зміни у вигляді

$$U = U_0 + U_1 \sin \omega_1 t, \quad (3.45)$$

то I_0 для цієї задачі ідентифікації необхідно формувати за виразом

$$I_0 = \frac{U_0 - (k_{\omega 1} + k_{\omega 2})\omega}{R_1 + R_2} = \frac{U_0 R - (k_{\omega 1} + k_{\omega 2})V}{(R_1 + R_2)R}, \quad (3.46)$$

де R – радіус колеса БЕТЗ, а I_1 – за виразом

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}. \quad (3.47)$$

4.3 Метод визначення структури базових математичних моделей БЕТЗ з різнопрофільними вагонами, що рухаються прямолінійною горизонтальною колією

У роботах [66, 68], які використані при написанні глави 2 монографії, показано, що динаміку БЕТЗ під час руху по прямолінійному відрізьку залізничної колії, прокладеній на горизонтальній площині, можна описати математичною моделлю (3.34).

Але математична модель (3.34) не викликає сумніву до тих пір, поки вона застосовується для моделювання руху БЕТЗ, складеного із однопрофільних вагонів, наприклад, як це має місце при формуванні багатовагонних трамваїв та пасажирських електропотягів. У випадку ж моделювання руху вантажного електропотяга, складеного з вагонів, що суттєво відрізняються один від одного своїм профілем, адекватність базової математичної моделі (3.34) параметрам руху такого електропотяга стає далеко не очевидною, адже вже не можна стверджувати, що сила бокового опору повітряних мас, що вступають у контакт з кожним із таких вагонів, пропорційна швидкості, а сила лобового опору пропорційна її квадрату. Принаймні, деякі з цих різнопрофільних вагонів будуть вносити і складові, пропорційні кубу швидкості, як це має місце, наприклад, для вітрового колеса вітроподвигуна.

Більше того, логічно припустити, що динаміку одного й того ж електропотяга з різнопрофільними вагонами в залежності від швидкості руху можна описати моделлю

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_f n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t) - \mu_2 (V(t))^2 - \mu_3 (V(t))^3, \quad (3.48)$$

в якій на малих швидкостях виконується умова

$$\mu_0 \neq 0, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0, \quad (3.49)$$

на середніх швидкостях – умова

$$\mu_0 \neq 0, \mu_1 \neq 0, \mu_2 = \mu_3 = 0, \quad (3.50)$$

на швидкостях, вищих за середні, – умова

$$\mu_0 \neq 0, \mu_1 \neq 0, \mu_2 \neq 0, \mu_3 = 0, \quad (3.51)$$

а на максимальних швидкостях – умова

$$\mu_0 \neq 0, \mu_1 \neq 0, \mu_2 \neq 0, \mu_3 \neq 0. \quad (3.52)$$

Як бачимо, умови (3.49)–(3.52) задають різні структури базової математичної моделі динаміки БЕТЗ з різнопрофільними вагонами [93]. Тому доцільною є розробка методу визначення структури базової математичної моделі динаміки БЕТЗ з різнопрофільними вагонами, в процесі побудови якого потрібна буде ще одна вихідна передумова, суть якої полягає в тому, що, як показано в роботі [129], крива намагнічування $\Phi(I)$ тягового електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням найбільш точно і просто у відносних одиницях представляється моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{cn}); \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (3.53)$$

яка є сукупністю параболи і прямої, що стикаються при значенні аргумента i_{cn} . Оскільки справедливою є нерівність $i_{cn} < i_n$ або, що одне і те ж саме, $i_{cn} < 1$, то можна стверджувати, що у випадку повної завантаженості БЕТЗ електродвигуни його електропривода працюють на прямолінійній частині характеристики намагнічування, а у випадку руху порожняком – на параболічній.

Ввівши оператори диференціювання D та інтегрування $\frac{1}{D}$, математичну модель (3.48) можна представити у вигляді

$$V(t) = \frac{1}{mD} k_F n I \Phi(I) - \frac{1}{mD} \left(\mu_0 + \mu_1 V(t) + \mu_2 (V(t))^2 + \mu_3 (V(t))^3 \right). \quad (3.54)$$

З урахуванням моделі кривої намагнічування (3.53) математичній моделі (3.54) для завантаженого БЕТЗ відповідатимуть в залежності від умов (3.49)–(3.52) структурні схеми, показані на рис. 4.5.

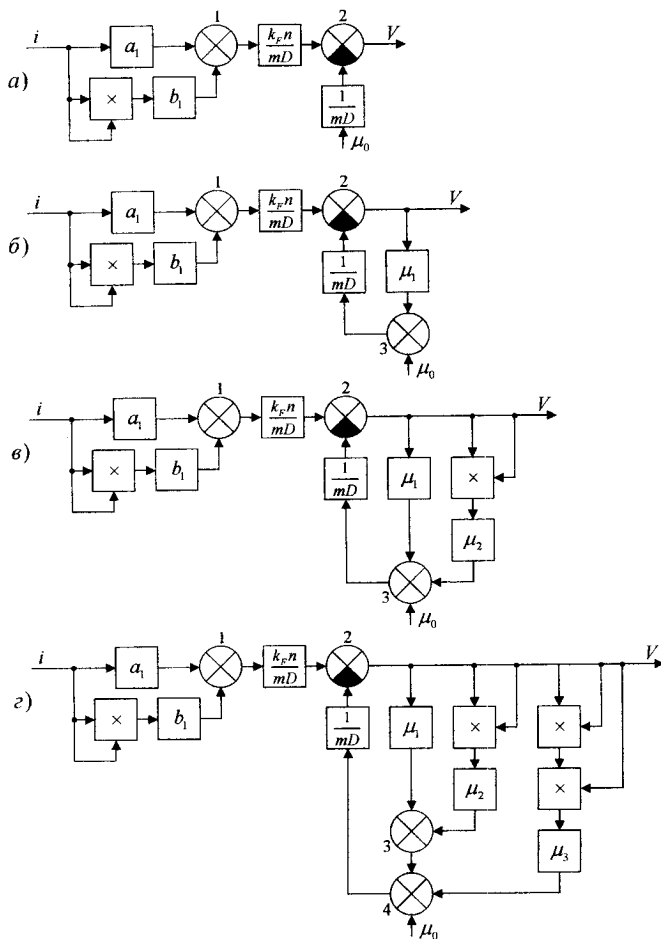


Рисунок 4.5 – Структурні схеми математичних моделей динаміки завантаженого БЕТЗ, що рухається прямолінійною горизонтальною колією: варіант (а) – для умови (3.49), (б) – для (3.50), (в) – для (3.51), (г) – для (3.52)

У підрозділі 4.1 цієї глави, написаному з використанням робіт [79, 87], показано, що при послідовному з'єднанні лінійної частини динамічної системи з безінерційною нелінійністю степеня n при подачі на вхід цієї системи гармонічного сигналу

$$A \sin \omega t, \quad (3.55)$$

де $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а T – період спостереження, вищою гармонікою у вихідному сигналі системи буде гармоніка порядку n , тобто з частотою $(n\omega)$.

Оскільки в струмовій частині усіх структурних схем, наведених на рис. 4.5, яка послідовно з'єднана з швидкісною частиною цих структурних схем в суматорі 2, має місце нелінійність другого степеня (квадратор), то при подачі на вхід струмової частини сигналу (3.55), на виході суматора 1 усіх структурних схем, наведених на рис. 4.5, згідно з правилами перетворення тригонометричних функцій [134] будемо мати сигнал

$$\frac{A^2 b_1}{2} + A a_1 \sin \omega t - \frac{A^2 b_1}{2} \cos 2\omega t. \quad (3.56)$$

Оскільки інтегратор $\frac{1}{mD}$ гармоніки $\{\sin \omega t, \cos 2\omega t\}$ перетворює у масштабовані гармоніки тих же частот $\left\{ \frac{1}{\omega} \cos \omega t, \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right\}$, які проходять через суматор 2 в швидкісну частину структурних схем, а постійну складову $\frac{A^2 b_1}{2}$ цей інтегратор перетворює у лінійно-наростаючу функцію $\frac{A^2 b_1}{2m} t$, яка у суматорі 2 компенсується такою ж лінійно-наростаючою функцією $\frac{\mu_0}{m} t$, то можна стверджувати, що для структурної схеми на рис. 4.5а характерною є поява першої і другої гармонік $\{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}$ на виході цієї структури при подачі на її вхід гармоніки $\{\sin \omega t\}$, тобто структура, що показана на рис. 4.5а, здійснює перетворення

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}. \quad (3.57)$$

Особливістю структури, показаної на рис. 4.5б, є те, що перша і друга гармоніки $\{\cos \omega t, \sin 2\omega t\}$, які стоять в правій частині перетворення (3.57), після їх появи у швидкісній частині структурної схеми по контуру негативного зворотного зв'язку цієї частини інтегратором, який знаходиться у цьому контурі, перетворюються на гармоніки $\{\sin \omega t, \cos 2\omega t\}$, тож в цілому ця структура здійснює перетворення

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t\}. \quad (3.58)$$

В структурі, показаній на рис. 4.5в, в контурі негативного зворотного зв'язку швидкісної частини структурної схеми, з'являється квадрат, який подвоює кожен гармоніку, що надходить на його вхід, а інтегратор у контурі зворотного зв'язку знову ж таки кожний косинус міняє на синус того ж аргумента і навпаки. Тож в цілому ця структура здійснює перетворення

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t\}. \quad (3.59)$$

А в останній структурі, показаній на рис. 4.5г, в контурі негативного зворотного зв'язку швидкісної частини окрім квадратора з'являється ще й блок піднесення до кубу, який потроє кожен гармоніку, що надходить на його вхід. Тож з урахуванням ще й функції інтегратора у контурі зворотного зв'язку, ця структура здійснює перетворення

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \cos 6\omega t, \sin 6\omega t\}. \quad (3.60)$$

Порівнюючи між собою перетворення (3.57)–(3.60), помічаємо, що перетворення (3.57) містить у собі лише косинусоїдальну гармоніку базової частоти і синусоїдальну гармоніку подвійної частоти, перетворення (3.58) має і косинусоїдальну і синусоїдальну гармоніки базової частоти і косинусоїдальну та синусоїдальну гармоніки подвійної частоти, перетворення (3.59) додатково до того, що дає перетворення (3.58), містить четверту як косинусоїдальну, так і синусоїдальну гармоніки, а у перетворенні (3.60) додатково до того, що дає перетворення (3.59), з'являються третя і шоста як косинусоїдальна, так і синусоїдальна гармоніки.

Тепер маємо усе необхідне для побудови алгоритму методу визначення структури базової математичної моделі динаміки БЕТЗ з різнопрофільними вагонами, що рухається прямолінійною горизонтальною колією.

Цей алгоритм буде містити такі кроки:

1). Вибираємо відрізок колії, на якому БЕТЗ рухається з постійною швидкістю v_0 і фіксуємо значення струму i_0 якірного кола тягового електропривода.

2). Задаємо значенням періоду часу спостереження T , для якого визначаємо базову частоту ω .

3). Накладаємо на періоді T на струм i_0 синусоїдальний сигнал (3.55) та фіксуємо протягом цього ж періоду швидкість $v(t)$ БЕТЗ.

4). Центруємо сигнал швидкості шляхом віднімання від нього значення базової швидкості v_0 , тобто визначаємо сигнал

$$\tilde{v}(t) = v(t) - v_0. \quad (3.61)$$

5). Розкладаємо сигнал $\tilde{v}(t)$ в ряд Фур'є на періоді T .

6). Використовуючи як еталони множини, що складають праві частини співвідношень (3.57), (3.58), (3.59), (3.60), аналізуємо на відповідність їм гармоніки ряду Фур'є, у який розкладено сигнал $\tilde{v}(t)$.

Якщо гармонічний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (3.57), то структура базової математичної моделі динаміки БЕТЗ згідно з умовами (3.49) матиме вигляд

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_F n I \Phi(I) - \mu_0. \quad (3.62)$$

Якщо гармонічний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (3.58), то структура базової математичної моделі динаміки БЕТЗ згідно з умовами (3.50) матиме вигляд

$$m \frac{dV(t)}{dt} = k_F n I \Phi(I) - \mu_0 - \mu_1 V(t). \quad (3.63)$$

Якщо гармонічний спектр сигналу $\tilde{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (3.59), то структура базової математичної моделі динаміки БЕТЗ згідно з умовами (3.51) матиме вигляд (3.34).

Якщо гармонічний спектр сигналу $\bar{v}(t)$ містить лише гармоніки правої частини перетворення (3.60), то структура базової математичної моделі динаміки БЕТЗ згідно з умовами (3.52) матиме вигляд (3.48).

Звертаємо увагу на те, що хоча наведений алгоритм побудовано для визначення структури базової математичної моделі динаміки завантаженого БЕТЗ з різнопрофільними вагонами, що рухаються горизонтальною прямолінійною колією, він залишатиметься справедливим і при визначенні структури базової математичної моделі порожнього БЕТЗ за умови, що замість правих частин перетворень (3.57)–(3.60) будуть використовуватись відповідно перетворення (3.64)–(3.67), які наведені нижче і які отримані шляхом аналогічних міркувань, але по відношенню до структурних схем рис. 4.6:

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t\}, \quad (3.64)$$

як аналог перетворення (3.57), який відповідає структурі рис. 4.6а та підтверджує адекватність математичної моделі (3.62);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin 3\omega t\}, \quad (3.65)$$

як аналог перетворення (3.58), який відповідає структурі рис. 4.6б та підтверджує адекватність математичної моделі (3.63);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \cos 6\omega t, \sin 6\omega t\}, \quad (3.66)$$

як аналог перетворення (3.59), який відповідає структурі рис. 4.6в та підтверджує адекватність математичної моделі (3.34);

$$\{\sin \omega t\} \Rightarrow \{\cos \omega t, \sin \omega t, \cos 2\omega t, \sin 2\omega t, \cos 3\omega t, \sin 3\omega t, \cos 4\omega t, \sin 4\omega t, \cos 6\omega t, \sin 6\omega t, \cos 9\omega t, \sin 9\omega t\}, \quad (3.67)$$

як аналог перетворення (3.60), який відповідає структурі рис. 4.6г та підтверджує адекватність математичної моделі (3.48).

Наведений вище метод реалізовано у вигляді комп'ютерної програми «Ідент-ОВ» (див. додаток В).

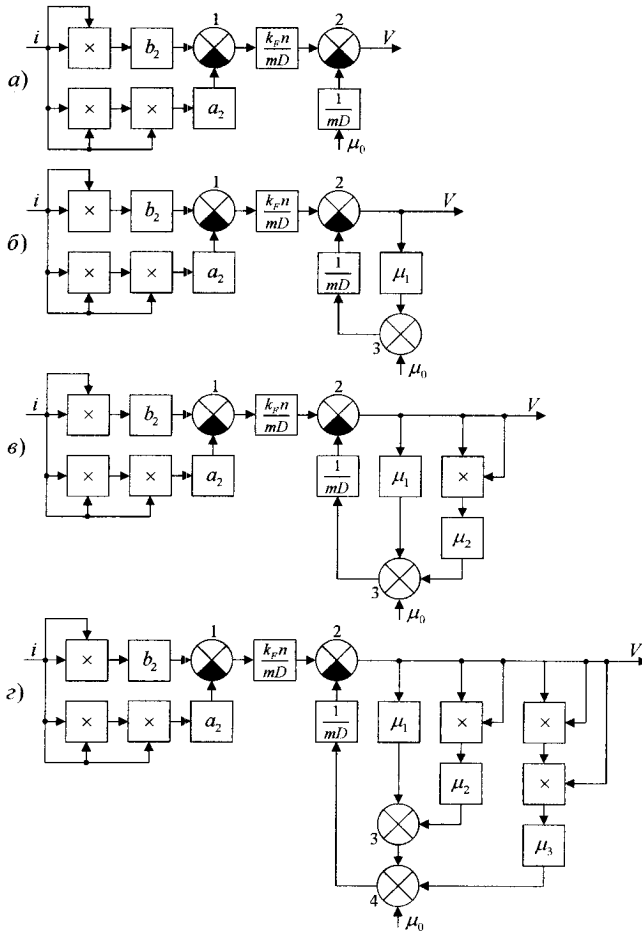


Рисунок 4.6 – Структурні схеми базових математичних моделей динаміки незавантаженого БЕЗ, що рухається прямолінійною горизонтальною колією: варіант (а) – для умови (3.49), (б) – для (3.50), (в) – для (3.51), (г) – для (3.52)

Завершимо цей підрозділ трьома важливими зауваженнями, суть першого із яких полягає у тому, що лише під час руху на малих швидкостях, коли для БЕЗ справедливими є структури, наведені на рис. 4.5а та рис. 4.6а, ідентифікацію базової моделі динаміки БЕЗ, що

матиме вигляд (3.62) доцільно здійснювати спрощеним варіантом Фур'є-інтегрального методу. В усіх же інших випадках задача ідентифікації розв'язується простіше, якщо застосовувати або уже викладений вище метод МІП – у випадку різнопрофільних вагонів, або викладений нижче більш простий метод ідентифікації за даними лінійно-розгонного експерименту, який забезпечує достатню адекватність моделі у випадку однопрофільних вагонів. Суть другого зауваження полягає у тому, що поява 2-ї, 4-ї і 6-ї гармонік у виведених критеріях (4.57)–(4.60) та додатково ще й 3-ї і 9-ї гармонік у критеріях (4.64)–(4.67) обумовлена тим, що крім нелінійного характеру залежності швидкості, обмеженого третім порядком поліному (4.1), маємо для тягового моменту двигуна постійного струму послідовного збудження ще і квадратичну (для завантаженого електропотяга) або кубічну (для незавантаженого) нелінійність в каналі проходження струму якоря, що легко бачити з виразів (4.48) та (4.53). А як третє зауваження звертаємо увагу на те, що суть спрощеного варіанта Фур'є-інтегрального методу викладено без врахування нелінійності в каналі проходження струму якоря тягового електропривода, що є цілком справедливим для тягового електропривода з електродвигунами незалежного збудження, тяговий момент кожного із яких є пропорційним струму якоря.

4.4 Метод визначення параметрів базової математичної моделі динаміки БЕТЗ з однопрофільними вагонами

Для використання базової математичної моделі (3.34) в задачі ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ необхідно визначити її параметри m , μ_0 , μ_1 , μ_2 , які є невідомими і для кожного БЕТЗ різними, оскільки залежать від кількості та типу вагонів і якості визначення маси вантажу в кожному з них. У цьому підрозділі монографії представлено метод визначення таких параметрів моделі (3.34), який названо методом ідентифікації за даними лінійно-розгонного експерименту.

Для побудови алгоритму методу розіб'ємо невеликий відрізок часу від початку руху БЕТЗ на 5 інтервалів (t_1, t_2) , (t_2, t_3) , (t_3, t_4) , (t_4, t_5) , (t_5, t_6) та сформуємо графік лінійної швидкості $V(t)$ руху цього транспортного засобу на заданих інтервалах у вигляді, показаному на рис. 4.7.

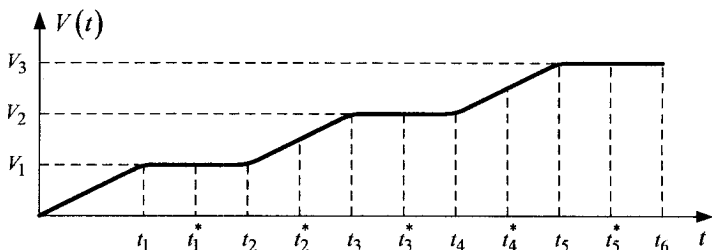


Рисунок 4.7 – Графік лінійної швидкості $V(t)$ БЕТЗ на початковому відрізку його руху

Особливістю цього графіка є те, що на інтервалах (t_1, t_2) , (t_3, t_4) , (t_5, t_6) БЕТЗ рухається зі сталими швидкостями, відповідно V_1 , V_2 , V_3 , а на інтервалах (t_2, t_3) , (t_4, t_5) зі сталими прискореннями, відповідно

$$V_2' = \frac{V_2 - V_1}{t_3 - t_2}; \quad (3.68)$$

$$V_4' = \frac{V_3 - V_2}{t_5 - t_4}. \quad (3.69)$$

Цілком очевидно, що реалізація цього графіка швидкості буде здійснюватись шляхом відповідних змін струму $I(t)$ якоря тягових електродвигунів, який, як і лінійну швидкість руху, машиніст БЕТЗ має можливість контролювати і змінювати безперервно, оскільки на його панелі приладів вмонтовані і прилад для вимірювання струму, і прилад для вимірювання лінійної швидкості руху, а на панелі керування вмонтовано пристрій для зміни струму.

Зафіксуємо моменти часу t_1^* , t_3^* , t_5^* і значення лінійної швидкості $V_1 = V(t_1^*)$, $V_2 = V(t_3^*)$, $V_3 = V(t_5^*)$ та струму якоря $I_1 = I(t_1^*)$, $I_2 = I(t_3^*)$, $I_3 = I(t_5^*)$ БЕТЗ у ці моменти часу.

Підставляючи ці значення у рівняння (3.34), отримаємо систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} \mu_0 + \mu_1 V_1 + \mu_2 V_1^2 = k_F n I_1 \Phi(I_1); \\ \mu_0 + \mu_1 V_2 + \mu_2 V_2^2 = k_F n I_2 \Phi(I_2); \\ \mu_0 + \mu_1 V_3 + \mu_2 V_3^2 = k_F n I_3 \Phi(I_3) \end{cases} \quad (3.70)$$

з трьома невідомими μ_0 , μ_1 , μ_2 , значення яких, як відомо з курсу математики [134], легко знаходяться за відомими формулами

$$\mu_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}; \quad \mu_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \mu_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad (3.71)$$

в яких

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & V_1 & V_1^2 \\ 1 & V_2 & V_2^2 \\ 1 & V_3 & V_3^2 \end{vmatrix} \quad (3.72)$$

– визначник системи рівнянь (3.70), а Δ_0 , Δ_1 , Δ_2 – визначники, які отримасмо з визначника (3.72) шляхом почергової заміни стовпчика коефіцієнтів при відповідній змінній μ_0 , μ_1 , μ_2 в системі рівнянь (3.70) стовпчиком правих частин рівнянь цієї системи.

Підставляючи розраховані за співвідношеннями (3.71) значення коефіцієнтів μ_0 , μ_1 , μ_2 в праву частину рівняння (3.34), отримасмо математичну модель динаміки БЕТЗ з повністю визначеною правою частиною. Але для повної ідентифікації цієї моделі необхідно ще визначити параметр m , що входить у її ліву частину.

Для цього зафіксуємо моменти часу t_2^* , t_4^* , а також значення лінійної швидкості $V(t_2^*)$, $V(t_4^*)$ та струму якоря тягових електродвигунів $I(t_2^*)$, $I(t_4^*)$ у ці моменти часу. Підставляючи почергово отримані експериментально значення t_2^* , t_4^* , $V(t_2^*)$, $V(t_4^*)$, $I(t_2^*)$, $I(t_4^*)$, а також обчислені за формулами (3.68), (3.69) значення сталих прискорень V_2' , V_4' у рівняння (3.34), матимемо

$$m = \frac{1}{V_2'} \left(k_F n I(t_2^*) \Phi(I(t_2^*)) - \mu_0 - \mu_1 V(t_2^*) - \mu_2 (V(t_2^*))^2 \right); \quad (3.73)$$

$$m^* = \frac{1}{V_4} \left(k_F n I(t_4^*) \Phi(I(t_4^*)) - \mu_0 - \mu_1 V(t_4^*) - \mu_2 (V(t_4^*))^2 \right). \quad (3.74)$$

Одне з отриманих рівнянь (3.73), (3.74), наприклад (3.73), слугуватиме розрахунковим для визначення параметра m , а друге – зовнішнім критерієм точності розрахунку, яку визначатимемо через відносну похибку

$$\bar{m} = \frac{m - m^*}{m}. \quad (3.75)$$

Очевидно, що чим ближчою до нуля буде відносна похибка (3.75), тим вищою буде точність визначення параметра m , а разом з ним і вищою ступінь адекватності математичної моделі (3.34) динаміці БЕТЗ.

Наведений вище метод реалізовано у вигляді комп'ютерної програми «Ідент-РВ» (див. додаток Г).

Звертаємо увагу на те, що для ідентифікації параметрів математичної моделі (3.34) немає сенсу застосовувати метод найменших квадратів, використання якого вимагає додаткової кількості експериментальних даних, оскільки будь-який БЕТЗ за рахунок своєї значної маси є потужним фільтром завад, який в експериментальному графіку його лінійної швидкості відтворює її тренд.

І саме з цієї причини недоцільно розглядати базові математичні моделі динаміки БЕТЗ в стохастичному варіанті.

4.5 Узагальнення Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем

У підрозділі 4.1 цієї монографії наведено спрощений варіант Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем, які можна представити послідовним з'єднанням лінійної частини системи з аналітичною нелінійністю і на вхід яких можна подати синусоїду однієї заданої частоти. Покажемо, як можна узагальнити цей метод на випадок подачі на вхід нелінійної динамічної системи сигналу довільної форми, що позбавляє від необхідності формувати його у вигляді синусоїди однієї заданої частоти.

В якості вихідних передумов узагальненого Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійної динамічної системи, як і у роботах [130, 131], взято, по-перше, умову, висунуту в роботі [132], про те, що нелінійна динамічна система, яка розглядається, може бути представлена у вигляді послідовного з'єднання двох структурних ланок, як показано на рис. 4.2, одна із ланок якого характеризує інерційні властивості і описується ваговою функцією $g(t)$, а друга, безінерційна, характеризує нелінійні властивості, зв'язуючи свій вхід з виходом Z степеним багаточленом

$$Z = f_k(y) = v_1 y + v_2 y^2 + \dots + v_k y^k. \quad (4.76)$$

Ця передумова, як показано в роботі [132], дозволяє зв'язати вхідний $x(t)$ сигнал системи з вихідним $z(t)$ інтегральним рівнянням Вольтера

$$z(t) = \sum_{i=1}^k v_i \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau_1) \dots x(t - \tau_i) \cdot g(\tau_1, \dots, \tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_i. \quad (4.77)$$

Другою вихідною передумовою є можливість представлення сигналів $x(t)$, $z(t)$ зрізаними рядами Фур'є:

$$x(t) = \sum_{n=-N}^N c_n \cdot e^{jn\omega_1 t}; \quad (4.78)$$

$$z(t) = \sum_{n=-M}^M q_n \cdot e^{jn\omega_1 t}, \quad (4.79)$$

де $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ – частота першої гармоніки; T – її період;

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-jn\omega_1 t} dt; \quad (4.80)$$

$$q_n = \frac{1}{T} \int_0^T z(t) \cdot e^{-jn\omega_1 t} dt - \quad (4.81)$$

коефіцієнти Фур'є функції $x(t)$ та функції $z(t)$.

Для отримання розрахункових співвідношень, придатних для якісного аналізу, конкретизуємо кількість членів N ряду (4.78) та значення показника степеня k багаточлена (4.76).

Нехай $N = 1$, а $k = 3$, тобто нехай

$$x(t) = \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t}; \quad (4.82)$$

$$Z = f_3(y) = v_1 y + v_2 y^2 + v_3 y^3. \quad (4.83)$$

Підставляючи вирази (4.82) і (4.83) в інтегральне рівняння (4.77), отримаємо

$$\begin{aligned} z(t) = & v_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_1)} \cdot g(\tau_1) d\tau_1 + \\ & + v_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_1)} \cdot \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_2)} \cdot g(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\ & + v_3 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_1)} \cdot \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_2)} \times \\ & \times \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1(t-\tau_3)} \cdot g(\tau_1, \tau_2, \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Нехай вагова характеристика $g(t)$ є сепарабельною, тобто для неї виконується умова

$$g(\tau_1, \tau_1, \dots, \tau_k) = g(\tau_1) \cdot g(\tau_2) \cdot \dots \cdot g(\tau_k). \quad (4.85)$$

Для цього випадку рівняння (4.84) набуває вигляду

$$z(t) = v_1 \cdot \sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_1} d\tau_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + \nu_2 \cdot \left(\sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_1} d\tau_1 \right) \times \\
& \quad \times \left(\sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_2) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_2} d\tau_2 \right) + \\
& + \nu_3 \cdot \left(\sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_1) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_1} d\tau_1 \right) \times \\
& \quad \times \left(\sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_2) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_2} d\tau_2 \right) \times \\
& \quad \times \left(\sum_{n=-1}^1 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau_3) \cdot e^{-jn\omega_1 \tau_3} d\tau_3 \right). \tag{4.86}
\end{aligned}$$

Слід згадати, що інтеграли в рівнянні (4.86) є значеннями амплітудно-фазової частотної характеристики (АФЧХ) $W(j\omega)$ в точках $\omega = n\omega_1$, оскільки АФЧХ $W(j\omega)$, як відомо, є перетворенням Фур'є вагової характеристики $g(t)$, тобто

$$W(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \cdot e^{-j\omega t} dt. \tag{4.87}$$

З урахуванням викладеного вище рівняння (4.86) можна переписати так:

$$\begin{aligned}
z(t) = & \varphi_{-3}(\nu_3, c_{-1}, W(-j\omega_1)) \cdot e^{-j3\omega_1 t} + \\
& + \varphi_{-2}(\nu_3, \nu_2, c_{-1}, c_0, W(-j\omega_1), W(0)) \cdot e^{-j2\omega_1 t} + \\
& + \varphi_{-1}(\nu_3, \nu_2, \nu_1, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) \cdot e^{-j\omega_1 t} + \\
& + \varphi_0(\nu_3, \nu_2, \nu_1, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) + \\
& + \varphi_1(\nu_1, \nu_2, \nu_3, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) \cdot e^{j\omega_1 t} + \\
& + \varphi_2(\nu_2, \nu_3, c_0, c_1, W(0), W(j\omega_1)) \cdot e^{j2\omega_1 t} +
\end{aligned}$$

$$+\varphi_3(v_3, c_1, W(j\omega_1)) \cdot e^{j3\omega_1 t}. \quad (4.88)$$

Із виразу (4.88) видно, що сигнал $z(t)$, окрім першої гармоніки та постійної складової, обумовлених заданим зрізаним рядом (4.82) сигналом $x(t)$, містить в собі ще й другу та третю гармоніки, обумовлені нелінійністю (4.83).

Тому, маючи реалізацію на відрізку T вихідного сигналу $z(t)$, задамо його зрізаним рядом Фур'є, який містить постійну складову та три перші гармоніки, тобто

$$\begin{aligned} z(t) = & q_{-3} \cdot e^{-j3\omega_1 t} + q_{-2} \cdot e^{-j2\omega_1 t} + q_{-1} \cdot e^{-j\omega_1 t} + \\ & + q_0 + q_1 \cdot e^{j\omega_1 t} + q_2 \cdot e^{j2\omega_1 t} + q_3 \cdot e^{j3\omega_1 t}, \end{aligned} \quad (4.89)$$

де коефіцієнти Фур'є $q_n, n = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$ обчислюються за формулою (4.81).

Підставляючи зрізаний ряд (4.89) в рівняння (4.88) замість $z(t)$, матимемо тотожність, яка виконується тоді й тільки тоді, коли коефіцієнти при однакових гармоніках в лівій та правій частинах рівнянь (4.88) (з урахуванням (4.89)) однакові, тобто коли

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{-3}(v_3, c_{-1}, W(-j\omega_1)) = q_{-3}; \\ \varphi_{-2}(v_3, v_2, c_{-1}, c_0, W(-j\omega_1), W(0)) = q_{-2}; \\ \varphi_{-1}(v_3, v_2, v_1, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) = q_{-1}; \\ \varphi_0(v_3, v_2, v_1, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) = q_0; \\ \varphi_1(v_1, v_2, v_3, c_{-1}, c_0, c_1, W(-j\omega_1), W(0), W(j\omega_1)) = q_1; \\ \varphi_2(v_2, v_3, c_0, c_1, W(0), W(j\omega_1)) = q_2; \\ \varphi_3(v_3, c_1, W(j\omega_1)) = q_3. \end{array} \right. \quad (4.90)$$

Конкретизуючи функції $\varphi_{-3}(\cdot)$, $\varphi_{-2}(\cdot)$, $\varphi_{-1}(\cdot)$, $\varphi_0(\cdot)$, $\varphi_1(\cdot)$, $\varphi_2(\cdot)$, $\varphi_3(\cdot)$ шляхом виконання усіх алгебраїчних операцій у правій частині виразу (4.86), замість невизначеної системи рівнянь (4.90) отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases}
v_3 \cdot c_{-1}^3 \cdot W^3(-j\omega_1) = q_{-3}; \\
v_2 \cdot c_{-1}^2 \cdot W^2(-j\omega_1) + 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1}^2 \cdot c_0 \cdot W^2(-j\omega_1) \cdot W(0) = q_{-2}; \\
v_1 \cdot c_{-1} \cdot W(-j\omega_1) + 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_0 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(0) + \\
+ 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1}^2 \cdot c_1 \cdot W^2(-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) + \\
+ 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1} \cdot c_0^2 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W^2(0) = q_{-1}; \\
v_1 \cdot c_0 \cdot W(0) + 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_1 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) + \\
v_2 \cdot c_0^2 \cdot W^2(0) + 6 \cdot v_3 \cdot c_{-1} \cdot c_0 \cdot c_1 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(0) \cdot W(j\omega_1) + \\
+ v_3 \cdot c_0^3 \cdot W^3(0) = q_0; \\
v_1 \cdot c_1 \cdot W(j\omega_1) + 2 \cdot v_2 \cdot c_0 \cdot c_1 \cdot W(0) \cdot W(j\omega_1) + \\
+ 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1} \cdot c_1^2 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W^2(j\omega_1) + \\
+ 3 \cdot v_3 \cdot c_0^2 \cdot c_1 \cdot W^2(0) \cdot W(j\omega_1) = q_1; \\
v_2 \cdot c_1^2 \cdot W^2(j\omega_1) + 3 \cdot v_3 \cdot c_0 \cdot c_1^2 \cdot W(0) \cdot W^2(j\omega_1) = q_2; \\
v_3 \cdot c_1^3 \cdot W^3(j\omega_1) = q_3,
\end{cases} \quad (4.91)$$

яка може використовуватись для здійснення конкретних обчислень як в задачі ідентифікації нелінійної системи, так і в задачі відновлення її вхідного сигналу.

Якщо вхідний сигнал $x(t)$ містить лише першу гармоніку, то система рівнянь (4.91) суттєво спрощується, оскільки з цих рівнянь зникають усі члени, що містять у собі c_0 . Отже в цьому випадку матимемо систему рівнянь

$$\begin{cases}
v_3 \cdot c_{-1}^3 \cdot W^3(-j\omega_1) = q_{-3}; \\
v_2 \cdot c_{-1}^2 \cdot W^2(-j\omega_1) = q_{-2}; \\
v_1 \cdot c_{-1} \cdot W(-j\omega_1) + 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1}^2 \cdot c_1 \cdot W^2(-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) = q_{-1}; \\
2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_1 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) = q_0; \\
v_1 \cdot c_1 \cdot W(j\omega_1) + 3 \cdot v_3 \cdot c_{-1} \cdot c_1^2 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W^2(j\omega_1) = q_1; \\
v_2 \cdot c_1^2 \cdot W^2(j\omega_1) = q_2; \\
v_3 \cdot c_1^3 \cdot W^3(j\omega_1) = q_3,
\end{cases} \quad (4.92)$$

яка є тотожною системою рівнянь (4.19), отриманій нами раніше при побудові спрощеного варіанта Фур'є-інтегрального методу ідентифікації, що підтверджує правильність здійснених математичних перетворень в обох випадках.

Тепер розглянемо інший приклад.

Нехай $N = 2$, а $k = 2$, тобто нехай

$$x(t) = \sum_{n=-2}^2 c_n \cdot e^{jn\omega_1 t}; \quad (4.93)$$

$$Z = f_2(y) = v_1 y + v_2 y^2. \quad (4.94)$$

Підставляючи вирази (4.93), (4.94) в інтегральне рівняння (4.77) і виконуючи всю ту послідовність дій, що і в першому прикладі, отримуємо таку систему рівнянь, яка зв'язує коефіцієнти Фур'є вхідного та вихідного сигналів нелінійної динамічної системи із значеннями її АФЧХ на відповідних гармоніках сигналів частотах:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 \cdot c_{-2}^2 \cdot W^2(-j2\omega_1) = q_{-4}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_{-2} \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(-j2\omega_1) = q_{-3}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_0 \cdot c_{-2} \cdot W(0) \cdot W(-j2\omega_1) + v_2 \cdot c_{-1}^2 \cdot W^2(-j\omega_1) + \\ + v_1 \cdot c_{-2} \cdot W(-j2\omega_1) = q_{-2}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_1 \cdot c_{-2} \cdot W(j\omega_1) \cdot W(-j2\omega_1) + 2 \cdot v_2 \cdot c_0 \cdot c_{-1} \times \\ \times W(0) \cdot W(-j\omega_1) + v_1 \cdot c_{-1} \cdot W(-j\omega_1) = q_{-1}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-2} \cdot c_2 \cdot W(-j2\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) + 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_1 \times \\ \times W(-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) + v_2 \cdot c_0^2 \cdot W^2(0) + v_1 \cdot c_0 \cdot W(0) = q_0; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_2 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) + 2 \cdot v_2 \cdot c_0 \cdot c_1 \times \\ \times W(0) \cdot W(j\omega_1) + v_1 \cdot c_1 \cdot W(j\omega_1) = q_1; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_0 \cdot c_2 \cdot W(0) \cdot W(j2\omega_1) + v_2 \cdot c_1^2 \cdot W^2(j\omega_1) + \\ + v_1 \cdot c_2 \cdot W(j2\omega_1) = q_2; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot W(j\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) = q_3; \\ v_2 \cdot c_2^2 \cdot W^2(j2\omega_1) = q_4. \end{array} \right. \quad (4.95)$$

Зрозуміло, що система рівнянь (4.95) суттєво спрощується, якщо вхідний сигнал $x(t)$ не містить постійної складової, тобто якщо $c_0 = 0$.

В цьому випадку матимемо

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 \cdot c_{-2}^2 \cdot W^2(-j2\omega_1) = q_{-4}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_{-2} \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(-j2\omega_1) = q_{-3}; \\ v_1 \cdot c_{-2} \cdot W(-j2\omega_1) + v_2 \cdot c_{-1}^2 \cdot W^2(-j\omega_1) = q_{-2}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_1 \cdot c_{-2} \cdot W(j\omega_1) \cdot W(-j2\omega_1) + v_1 \cdot c_{-1} \cdot W(-j\omega_1) = q_{-1}; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-2} \cdot c_2 \cdot W(-j2\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) + \\ + 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_1 W \cdot (-j\omega_1) \cdot W(j\omega_1) = q_0; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_{-1} \cdot c_2 \cdot W(-j\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) + v_1 \cdot c_1 \cdot W(j\omega_1) = q_1; \\ v_1 \cdot c_2 \cdot W(j2\omega_1) + v_2 \cdot c_1^2 \cdot W^2(j\omega_1) = q_2; \\ 2 \cdot v_2 \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot W(j\omega_1) \cdot W(j2\omega_1) = q_3; \\ v_2 \cdot c_2^2 \cdot W^2(j2\omega_1) = q_4. \end{array} \right. \quad (4.96)$$

При наявності у вхідному сигналі $x(t)$ N гармонік та порядку k багаточлена $f_k(y)$, який описує нелінійність системи, кількість гармонік M у її вихідному сигналі $z(t)$ дорівнює $(k \cdot N)$, тобто справедлива залежність

$$M = k \cdot N. \quad (4.97)$$

Підставляючи зрізаний ряд (ототожнюючи c_n та γ_n) (4.78) у рівняння (4.77) та здійснюючи перетворення за методикою, викладеною у роботі [133], отримаємо

$$\begin{aligned} z(t) = & v_1 \cdot \sum_{n=-N}^N \gamma_n \cdot W(jn\omega_1) \cdot e^{jn\omega_1 t} + \\ & + v_2 \cdot \left(\sum_{n=-N}^N \gamma_n \cdot W(jn\omega_1) \cdot e^{jn\omega_1 t} \right)^2 + \dots + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +v_i \cdot \left(\sum_{n=-N}^N \gamma_n \cdot W(jn\omega_1) \cdot e^{jn\omega_1 t} \right)^i + \dots + \\
& +v_k \cdot \left(\sum_{n=-N}^N \gamma_n \cdot W(jn\omega_1) \cdot e^{jn\omega_1 t} \right)^k
\end{aligned} \tag{4.98}$$

або

$$z(t) = \sum_{i=1}^k v_i \cdot \left(\sum_{n=-N}^N \gamma_n \cdot W(jn\omega_1) \cdot e^{jn\omega_1 t} \right)^i. \tag{4.99}$$

Оскільки у виразі (4.99) у степінь i треба піднести суми з багатьма членами, кількість яких може бути будь-якою, для подальшого спрощення цього виразу треба спочатку вивести формулу для піднесення до довільного степеня суми членів довільної кількості.

Нехай треба знайти чому дорівнює

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_{\dot{q}} + \dots + a_R)^i = \left(\sum_{\dot{q}=1}^R a_{\dot{q}} \right)^i. \tag{4.100}$$

Перепишемо (4.100) у вигляді $(a_1 + (a_2 + \dots + a_R))^i$ і використаємо формулу суми членів бінома Ньютона [134]. Отримаємо

$$(a_1 + (a_2 + \dots + a_R))^i = \sum_{\lambda=0}^i c_i^\lambda \cdot a_1^{i-\lambda} \cdot (a_2 + \dots + a_R)^\lambda, \tag{4.101}$$

де

$$c_i^\lambda = \frac{i!}{\lambda! \cdot (i-\lambda)!}. \tag{4.102}$$

В свою чергу, з тих же причин

$$(a_2 + (a_3 + \dots + a_R))^\lambda = \sum_{p=0}^\lambda c_\lambda^p \cdot a_2^{\lambda-p} \cdot (a_3 + \dots + a_R)^p. \tag{4.103}$$

Продовжуючи цей процес, дійдемо до члена

$$(a_{R-1} + a_R)^\psi = \sum_{\theta=0}^{\psi} c_{\psi}^{\theta} \cdot a_{R-1}^{\psi-\theta} \cdot a_R^{\theta}. \quad (4.104)$$

Підставляючи отримані результати у зворотному напрямку, матимемо

$$\left(\sum_{\dot{q}=1}^R a_{\dot{q}} \right)^i = \sum_{\lambda=0}^i c_i^{\lambda} \cdot a_1^{i-\lambda} \cdot \left(\sum_{p=0}^{\lambda} c_{\lambda}^p \cdot a_2^{\lambda-p} \cdot \left(\dots \left(\sum_{\theta=0}^{\psi} c_{\psi}^{\theta} \cdot a_{R-1}^{\psi-\theta} \cdot a_R^{\theta} \right) \right) \dots \right). \quad (4.105)$$

Зрозуміло, що кількість сум у виразі (4.105) дорівнює $(R-1)$, а дужок в кінці $(R-2)$. Для наочності розкриємо формулу (4.105) для $d=3$ і $R=5$. Отримаємо

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5)^3 = \sum_{\lambda=0}^3 c_3^{\lambda} \cdot a_1^{3-\lambda} \times \\ \times \left(\sum_{p=0}^{\lambda} c_{\lambda}^p \cdot a_2^{\lambda-p} \cdot \left(\sum_{\psi=0}^p c_p^{\psi} \cdot a_3^{p-\psi} \cdot \left(\sum_{\theta=0}^{\psi} c_{\psi}^{\theta} \cdot a_4^{\psi-\theta} \cdot a_5^{\theta} \right) \right) \right). \quad (4.106)$$

Як бачимо, кількість сум у виразі (4.106) дорівнює $(R-1)$, тобто 4, а кількість дужок в кінці $(R-2)$, тобто 3.

Застосовуючи формулу (4.105) до виразу (4.99), отримаємо [135, 136]

$$z(t) = \sum_{i=1}^k \nu_i \cdot \left(\sum_{\lambda=0}^i c_i^{\lambda} \cdot \left[\gamma_{-N} \cdot W(-jN\omega_1) \cdot e^{-jN\omega_1 t} \right]^{i-\lambda} \times \right. \\ \times \left(\sum_{p=0}^{\lambda} c_{\lambda}^p \cdot \left[\gamma_{-(N-1)} \cdot W(-j(N-1)\omega_1) \cdot e^{-j(N-1)\omega_1 t} \right]^{\lambda-p} \times \right. \\ \times \left(\dots \left(\sum_{\theta=0}^{\psi} c_{\psi}^{\theta} \cdot \left[\gamma_{N-1} \cdot W(j(N-1)\omega_1) \cdot e^{j(N-1)\omega_1 t} \right]^{\psi-\theta} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[\gamma_N \cdot W(jN\omega_1) \cdot e^{jN\omega_1 t} \right]^{\theta} \right) \dots \right). \quad (4.107)$$

Зрозуміло, що кількість сум у круглих дужках дорівнює $2N$, а кількість круглих дужок в кінці виразу $(2N-1)$.

Розглядаючи системи рівнянь (4.91), (4.92) та (4.95), (4.96), можна стверджувати таке:

1. Якщо навіть вхідний сигнал $x(t)$ не містить в собі постійної складової, тобто $c_0 = 0$, то у випадку, якщо нелінійна характеристика системи $f_k(y)$ має парні степені (в нашому випадку – член $v_2 \cdot y^2$), у вихідному сигналі системи $z(t)$ з'являється постійна складова.

2. Співвідношення (4.99) дозволяє за двома відомими параметрами визначити третій. Наприклад, якщо відома кількість гармонік у вхідному та вихідному сигналах нелінійної системи, то з рівності (4.99) однозначно визначається порядок нелінійності цієї системи, а якщо відома кількість гармонік у вихідному сигналі нелінійної системи і порядок її нелінійності, то однозначно визначається за тим же співвідношенням (4.99) кількість гармонік в її вхідному сигналі. В першому випадку стає відомим один із ключових параметрів математичної моделі нелінійної системи в задачі її ідентифікації, а в другому – один із ключових параметрів в задачі відновлення сигналу на її вході за відомим вихідним сигналом.

3. Системи рівнянь (4.91), (4.92) та (4.95), (4.96) в задачі ідентифікації динаміки нелінійної системи при заданій нелінійності $f_k(y)$ дозволяють визначити параметри потрібних математичних моделей за допомогою рекурентної процедури, просуваючись від крайніх рівнянь систем (4.91), (4.92) або (4.95), (4.96) до її середини.

Оскільки число рівнянь в системах (4.91), (4.92) або (4.95), (4.96) є більшим числа невідомих параметрів математичних моделей, що синтезуються, то частину з них доцільно використовувати для визначення цих невідомих параметрів, а інші – в якості критеріїв правильності розв'язання задачі.

При розв'язанні задачі ідентифікації лінійної частини нелінійної динамічної системи, тобто задачі обчислення значень АФЧХ $W(-j2\omega_1)$, $W(-j\omega_1)$, $W(0)$, $W(j\omega_1)$, $W(j2\omega_1)$, за допомогою яких зовсім просто визначається передаточна функція системи $W(p)$, з використанням системи рівнянь (4.95), спочатку за відомими значеннями $v_2, q_4, q_{-4}, c_2, c_{-2}$ з крайніх рівнянь обчислюються значення АФЧХ $W(j2\omega_1), W(-j2\omega_1)$. Потім з рівнянь для q_{-3} та q_3 обчислюються значення АФЧХ $W(j\omega_1), W(-j\omega_1)$. А ще з одного рівняння для q_{-2} або q_2, q_{-1} або q_1 чи q_0 обчислюється значення АФЧХ $W(0)$.

Підстановкою визначених значень $W(-j2\omega_1)$, $W(-j\omega_1)$, $W(0)$, $W(j\omega_1)$, $W(j2\omega_1)$ у рівняння, що не використовувались для їх визначення, перевіркою на тотожність встановлюється ступінь правильності розв'язання задачі ідентифікації лінійної частини нелінійної динамічної системи.

Слід звернути увагу на те, що рекурентні процедури обчислення значень параметрів потрібних математичних моделей знімають проблему некоректності самої задачі ідентифікації нелінійних систем.

4. Проте, якщо при відомих вхідному сигналі $x(t)$ та вихідному сигналі $z(t)$, необхідно знайти не лише модель лінійної частини нелінійної динамічної системи у вигляді передаточної функції $W(p)$, але і її нелінійну характеристику у вигляді багаточлена $f_k(y)$, то доведеться розв'язувати пари рівнянь (4.91), (4.92) чи (4.95), (4.96) не рекурентною процедурою, а як систему.

І знову ж таки маємо кількість рівнянь більшу, ніж потрібно для визначення параметрів моделі.

Наприклад, для пошуку семи значень параметрів повної моделі нелінійної системи – v_1 , v_2 , $W(-j2\omega_1)$, $W(-j\omega_1)$, $W(0)$, $W(j\omega_1)$, $W(j2\omega_1)$ – маємо систему з дев'яти рівнянь (4.95). Тому систему з семи із цих рівнянь (найзручніше – систему рівнянь з q_{-4} , q_{-3} , q_{-2} , q_0 , q_2 , q_3 , q_4) слід використовувати для обчислення параметрів повної моделі нелінійної системи, а рівняння з q_{-1} і q_1 – для перевірки правильності розв'язання задачі.

І ці два додаткові рівняння роблять задачу акселерантною за Ципкіним [137] і теж знімають проблему некоректності самої задачі.

Процес розкриття дужок і формування сум в співвідношенні (4.107) можна алгоритмізувати [138], тобто за допомогою комп'ютера це співвідношення можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} z(t) = & \varphi_{-kN}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{-jkN\omega_1 t} + \\ & + \varphi_{-(kN-1)}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{-j(kN-1)\omega_1 t} + \dots \\ & \dots + \varphi_{-1}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{-j\omega_1 t} + \varphi_0(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) + \\ & + \varphi_1(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{j\omega_1 t} + \dots + \\ & + \varphi_{kN-1}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{j(kN-1)\omega_1 t} + \end{aligned}$$

$$+ \varphi_{kN}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) \cdot e^{jkN\omega t}. \quad (4.108)$$

Розклавши вихідний сигнал $z(t)$ нелінійної системи у зрізаний ряд (4.79), підставивши цей ряд у співвідношення (4.108) та прирівнявши коефіцієнти Фур'є при гармоніках однакової частоти зліва і справа від знака рівності, отримаємо систему $(2N + 1)$ рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{-kN}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) = q_{-kN}; \\ \varphi_{-(kN-1)}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) = q_{-(kN-1)}; \\ \dots\dots\dots; \\ \varphi_0(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) = q_0; \\ \dots\dots\dots; \\ \varphi_{kN-1}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) = q_{kN-1}; \\ \varphi_{kN}(v_{(\cdot)}, \gamma_{(\cdot)}, W(\cdot)) = q_{kN}, \end{array} \right. \quad (4.109)$$

яка пов'язує множину коефіцієнтів Фур'є $q_{(\cdot)}$ вихідного сигналу $z(t)$ нелінійної системи з множиною коефіцієнтів Фур'є $\gamma_{(\cdot)}$ її вхідного сигналу $x(t)$, множиною значень $W(\cdot)$ АФЧХ цієї системи на відповідних гармоніках частотах та множиною $v_{(\cdot)}$ параметрів нелінійної характеристики.

За допомогою рівнянь (4.109) при відомих коефіцієнтах Фур'є сигналів $x(t)$, $z(t)$ і розв'язується задача ідентифікації нелінійної динамічної системи при довільній формі вхідних сигналів, з єдиною вимогою до цих сигналів – аби їх можна було розкласти у зрізаний ряд Фур'є.

4.6 Висновки до глави 4

У четвертій главі монографії:

1) запропоновано метод ідентифікації базових математичних моделей динаміки БЕТЗ, які можна представити послідовним з'єднанням лінійної інерційної частини і аналітичної нелінійності, алгоритм якого передбачає подачу на вхід динамічної системи спочатку східчастого сигналу, а потім синусоїди однієї частоти, і для лінійної інерційної частини динамічної системи за цим методом ідентифікується перехідна характеристика з наступним переходом до імпульсної

перехідної характеристики та передаточної функції і амплітудно-фазо-частотної характеристики, а нелінійна безінерційна статична характеристика динамічної системи ідентифікується степеневим поліномом – розрахункові співвідношення запропонованого методу виведені з використанням ідеології Фур'є-інтегрального методу ідентифікації, розробленого у 80-ті роки минулого століття професором Б. І. Мокінім для лінійних динамічних систем;

2) шляхом перетворення структури БЕТЗ в структуру нелінійної динамічної системи з нелінійністю, охопленою зворотним зв'язком, і застосування до отриманої структури ідеології Фур'є-інтегрального методу ідентифікації розроблено метод визначення структури базової математичної моделі динаміки БЕТЗ, який дозволяє однозначно визначити порядок степеневого багаточлена, що використовується в якості моделі нелінійної характеристики цієї динамічної системи, і однозначно визначити яким методом, із числа представлених в цьому розділі монографії, розв'язувати задачу ідентифікації базової математичної моделі визначеної структури;

3) запропоновано новий метод ідентифікації нелінійних динамічних систем, в яких нелінійність знаходиться не лише в прямому каналі проходження вхідного сигналу, але і в контурі зворотного зв'язку, який названо методом інтегрально-гармонічної ідентифікації, оскільки в ньому використовується гармонічний сигнал на вході системи і операція інтегрування, та побудовано алгоритм методу інтегрально-гармонічної ідентифікації для розв'язання задачі ідентифікації БЕТЗ у тому числі і для випадку, коли в системі тягового електропривода транспортного засобу використовується не регулятор струму якоря тягових електродвигунів, а регулятор напруги, прикладеної до якорів цих електродвигунів;

4) запропоновано метод ідентифікації параметрів математичної моделі БЕТЗ з однопрофільними вагонами, що рухаються по лінійному відрізку горизонтальної колії, який для реалізації потребує здійснення лише п'яти замірів струму якоря тягових електродвигунів БЕТЗ та п'яти замірів лінійної швидкості його руху, і який названо методом ідентифікації за даними лінійно-розгонного експерименту.

5) здійснено узагальнення Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем на випадок, коли їхні вхідні сигнали мають довільну форму, але можуть бути розкладеними в зрізані ряди Фур'є.

Глава 5
ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ СИНТЕЗУ МАТЕМАТИЧНИХ
МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ БЕТЗ
НА ПРЯМОЛІНІЙНИХ ВІДРІЗКАХ КОЛІЇ, ПРОКЛАДЕНІЙ
НА ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ,
ТА НА СПУСКАХ І ПІДЙОМАХ

У п'ятій главі представлені розроблені авторами як прямі варіаційні методи синтезу, так і варіаційні методи синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ за критерієм мінімуму витрат електроенергії на прямолінійних відрізках колії, прокладеній на горизонтальній площині, та на спусках і підйомах, у тому числі і за наявності обмежень на швидкість руху в умовах дотримання його графіка та можливості корекції цього графіка.

5.1 Прямий варіаційний метод синтезу математичних моделей
оптимального руху трамвая – найпростішої нелінійної динамічної
системи в класі БЕТЗ – в номінальному режимі,
в режимі перевантаження та недовантаження
за критерієм мінімуму витрат електроенергії

У підрозділі 3.1 монографії викладено підхід, оснований на декомпозиції проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ вздовж усієї траєкторії на сукупність задач ідентифікації моделей оптимального руху цих транспортних засобів на відрізках, обмежених точками зміни рельєфу місцевості, в яких накладені умови гладкості як для траєкторії руху транспортного засобу, так і для кривої, яка є графіком швидкості руху цієї траєкторією.

У підрозділі 3.3 поставлена задача ідентифікації моделей оптимального руху транспортного засобу з електричною тягою на прямолінійному відрізку залізничної колії, прокладеному на горизонтальній площині (відрізок NB на рис. 2.7), за критерієм мінімуму витрат електроенергії, який, як і усі інші вихідні передумови, зведено до відносних величин. Тож у цій главі монографії покажемо як розв'язувати таку задачу.

Синтез моделей оптимального руху БЕТЗ прямолінійним відрізком горизонтально прокладеної колії за критерієм мінімуму витрат

електроенергії тяговим електроприводом почнемо з розв'язання задачі синтезу моделей оптимального руху одновагонного трамвая, який є найпростішою динамічною системою у визначеному класі.

У роботі [64] варіаційна задача синтезу моделей оптимального руху трамвая за критерієм мінімуму втрат електроенергії доведена до рівняння

$$\frac{2i}{\phi + i \frac{\partial \phi}{\partial i}} = \lambda_0 \tau + C, \quad (4.1)$$

в якому $\phi = \phi(i)$ – магнітний потік, виражений у відносних одиницях, що перетинає обмотку якоря і для електродвигуна послідовного збудження є функцією якірного струму i , що одночасно є і струмом збудження.

У роботі [54] отримано математичні моделі для відносного струму якоря i та відносної кутової швидкості ν обертання ротора електродвигуна з використанням математичної моделі кривої намагнічування (4.53), оптимальні за критерієм мінімуму втрат електроенергії в якірному колі при реостатному управлінні електроприводом. Але останнім часом у трамвайних парках міст України почали з'являться трамваї з електроприводами, регулювання режимів яких здійснюється за допомогою силових транзисторів, що працюють у імпульсному режимі.

У якірних колах таких електроприводів відсутні силові реостати, тож їх оптимізація з використанням критерію мінімуму втрат електроенергії в якірних колах втрачає сенс і стає доцільним використанням критерію мінімуму витрат електроенергії електроприводом –

$$e = \int_0^{\tau_k} u i d\tau, \quad (4.2)$$

де u – відносне значення напруги на шинах контактної мережі, – який (критерій) за умови, що контактна мережа є потужною і за базове значення напруги береться напруга контактної мережі U_{km} , може бути зведений до виразу

$$e = \int_0^{\tau_k} i d\tau. \quad (4.3)$$

Нехай на трамваї, що рухається по горизонтальній площині, встановлено електропривод з транзисторним регулюванням, динаміка електромеханічної частини якого описується рівнянням

$$i\phi = \dot{v} + \mu, \quad (4.4)$$

де μ – це відносний момент навантаження, який на горизонтальних ділянках трамвайної колії є величиною сталою і буде дорівнювати μ_0 . Значимо, що виведення цього рівняння здійснено у роботі [64].

Оскільки на зупинках трамвай зупиняється, то граничними умовами для диференціального рівняння (4.4) будуть умови

$$\begin{cases} v(0) = 0; \\ v(\tau_k) = 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Нехай трамвай навантажений номінально або перевантажений. Як показано у роботі [54], у цьому випадку виконується умова

$$i \geq i_{cn}, \quad (4.6)$$

тому в якості математичної моделі кривої намагнічування можна використовувати лише її прямолінійну гілку, тобто

$$\phi(i) = a_1 + b_1 i. \quad (4.7)$$

Очевидно, що під час руху трамвая від однієї зупинки до наступної, яка знаходиться на відстані l_k , його електропривод відпрацьовує програму

$$l_k = \int_0^{\tau_k} v \, d\tau. \quad (4.8)$$

Знайдемо такі математичні моделі для законів зміни відносної кутової швидкості v обертання ротора тягового електродвигуна трамвая та відносного струму i в якірному колі цього електродвигуна, які забезпечують виконання програми (4.8), задовольняють умови (4.4)–(4.7) і доставляють мінімум критерію (4.3).

Використовуючи методику, викладену у роботі [64], побудуємо функцію Лагранжа для поставленої задачі. Вона матиме вигляд

$$L = i + \lambda_0 (i - v) + \lambda_1 (-i\phi + \dot{v} + \mu). \quad (4.9)$$

Використовуючи функцію Лагранжа (4.9), запишемо систему рівнянь Ейлера, які матимуть вигляд

$$\begin{cases} L_i - \frac{d}{d\tau} L_{\dot{i}} = 0; \\ L_v - \frac{d}{d\tau} L_{\dot{v}} = 0; \\ L_l - \frac{d}{d\tau} L_{\dot{l}} = 0, \end{cases} \quad (4.10)$$

або

$$\begin{cases} 1 - \lambda_1 \left(\phi + i \frac{\partial \phi}{\partial i} \right) = 0; \\ -\lambda_0 - \frac{d}{d\tau} \lambda_1 = 0; \\ -\frac{d\lambda_0}{d\tau} = 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

З третього рівняння системи (4.11) маємо

$$\lambda_0(\tau) = -\lambda_0 = \text{const}. \quad (4.12)$$

Підставляючи значення $\lambda_0(\tau)$ з (4.12) у друге рівняння системи (4.11), отримаємо

$$\frac{d\lambda_1}{d\tau} = \lambda_0. \quad (4.13)$$

Інтегруючи (4.13), будемо мати

$$\lambda_1(\tau) = \lambda_0\tau + C_1. \quad (4.14)$$

Підставляючи значення $\lambda_1(\tau)$ з виразу (4.14) у перше рівняння системи (4.11), отримаємо

$$1 - (\lambda_0\tau + C_1) \cdot \left(\phi + i \frac{\partial \phi}{\partial i} \right) = 0 \quad (4.15)$$

або

$$\frac{1}{\phi + i \frac{\partial \phi}{\partial i}} = \lambda_0\tau + C_1. \quad (4.16)$$

Порівнюючи вирази (4.1) та (4.16), бачимо, що вони мають подібну структуру, але в чисельнику лівої частини суттєво відрізняються.

Тож, зрозуміло, що і математичні моделі оптимального струму та оптимальної кутової швидкості теж будуть відрізнятися.

Перейдемо до синтезу цих моделей.

Підставляючи значення $\phi(i)$ з виразу (4.7) у співвідношення (4.16), після простих перетворень отримаємо

$$\frac{1}{a_1 + 2b_1 i} = \lambda_0 \tau + C_1 \quad (4.17)$$

або

$$i = \frac{1}{2b_1(\lambda_0 \tau + C_1)} - \frac{a_1}{2b_1}. \quad (4.18)$$

У виразі (4.18) маємо два невідомих параметри λ_0 та C_1 , тобто математичну модель для оптимального струму

$$i = f(\tau, \lambda_0, C_1) \quad (4.19)$$

отримано у вигляді функції часу з двома невідомими параметрами λ_0 та C_1 . Як їх визначити, покажемо пізніше, а зараз перейдемо до синтезу математичної моделі для закону зміни кутової швидкості в оптимальному режимі функціонування електропривода.

Підставляючи значення i з виразу (4.18) у вираз (4.7), а результат цієї підстановки разом з виразом (4.18) – у співвідношення (4.4), отримаємо

$$\dot{v} = \left(\frac{1}{2b_1(\lambda_0 \tau + C_1)} - \frac{a_1}{2b_1} \right) \cdot \left(a_1 + b_1 \left(\frac{1}{2b_1(\lambda_0 \tau + C_1)} - \frac{a_1}{2b_1} \right) \right) - \mu_0. \quad (4.20)$$

Інтегруючи це рівняння, після перетворень отримаємо [88]

$$v = -\frac{1}{4b_1 \lambda_0 (\lambda_0 \tau + C_1)} - \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \tau + C_2. \quad (4.21)$$

Маємо математичну модель оптимального руху для швидкості у вигляді функції часу з трьома невідомими параметрами λ_0 , C_1 , C_2 , для визначення яких потрібно скласти систему трьох рівнянь з цими параметрами в якості невідомих.

Два із потрібних трьох рівнянь отримаємо, використовуючи граничні умови (4.5).

Підставляючи функцію v з виразу (4.21) у систему (4.5), отримаємо

$$-\frac{1}{4b_1\lambda_0 C_1} + C_2 = 0; \quad (4.22)$$

$$-\frac{1}{4b_1\lambda_0(\lambda_0\tau_k + C_1)} - \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \tau_k + C_2 = 0. \quad (4.23)$$

Третє необхідне рівняння отримаємо, підставивши функцію v з виразу (4.21) у програму роботи електропривода (4.8):

$$-\int_0^{\tau_k} \frac{d\tau}{4b_1\lambda_0(\lambda_0\tau + C_1)} - \int_0^{\tau_k} \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \tau d\tau + \int_0^{\tau_k} C_2 d\tau = l_k. \quad (4.24)$$

Взявши інтеграли виразу (4.24) та здійснивши необхідні перетворення, отримаємо

$$\frac{1}{4b_1\lambda_0^2} \ln \frac{C_1}{\lambda_0\tau_k + C_1} - \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \frac{\tau_k^2}{2} + C_2\tau_k = l_k. \quad (4.25)$$

З рівняння (4.22) випливає, що

$$C_2 = \frac{1}{4b_1\lambda_0 C_1}. \quad (4.26)$$

Підставляючи значення C_2 з виразу (4.26) у рівняння (4.23) і (4.25), отримаємо систему вже двох рівнянь

$$\begin{cases} \frac{1}{4b_1\lambda_0(\lambda_0\tau_k + C_1)} - \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \tau_k + \frac{1}{4b_1\lambda_0 C_1} = 0; \\ \frac{1}{4b_1\lambda_0^2} \ln \frac{C_1}{\lambda_0\tau_k + C_1} - \left(\frac{a_1^2}{4b_1} + \mu_0 \right) \frac{\tau_k^2}{2} + \frac{\tau_k}{4b_1\lambda_0 C_1} = l_k \end{cases} \quad (4.27)$$

з двома невідомими λ_0 , C_1 , розв'язуючи яку знайдемо їх чисельні значення.

Підставляючи визначені з системи (4.27) значення λ_0 , C_1 у вираз (4.26), отримаємо чисельне значення і C_2 . А підстановкою визначених чисельних значень λ_0 , C_1 , C_2 у вирази (4.18) та (4.21) завершимо син-

тез моделей для v та i , реалізація яких в електроприводі трамвая мінімізує витрати електроенергії в ньому під час руху трамвая від однієї зупинки на маршруті до наступної протягом заданого часу τ_k .

Нехай тепер трамвай недовантажений до номінального рівня. У цьому випадку виконується умова

$$i < i_{en}, \quad (4.28)$$

яка дозволяє при розв'язанні задачі розглядати лише параболічну гілку кривої намагнічування (3.53), тобто вважати, що у всьому діапазоні змін i

$$\phi(i) = -a_2 i^2 + b_2 i. \quad (4.29)$$

Функція Лагранжа, рівняння Ейлера та деякі інші проміжні вирази переписувати не будемо, оскільки вони ідентичні виразам (4.9)–(4.14).

Підставляючи значення λ_1 з виразу (4.14) та значення ϕ з виразу (4.29) у перше рівняння системи (4.11), отримуємо [139]

$$-a_2 i^2 + b_2 i + (-a_2 i^2 + b_2 i) \cdot (-2a_2 i + b_2) = \frac{1}{\lambda_0 \tau + C_1} \quad (4.30)$$

або

$$i^3 - \frac{1+3b_2}{2a_2} i^2 + \frac{b_2+b_2^2}{2a_2^2} i - \frac{1}{2a_2^2(\lambda_0 \tau + C_1)} = 0. \quad (4.31)$$

Кубічне рівняння (4.31), оскільки воно має три невідомі параметри τ , λ_0 та C_1 , не можна розв'язати ані точно, ані наближено. Тож оптимальний струм не можна знайти його прямим розв'язком. Але цю математичну перешкоду можна обійти у такий спосіб: припустимо, що є відомими значення струму i при $\tau = 0$ та $\tau = \tau_k$, тобто значення струму при русанні трамвая з місця i_0 та при його наступній зупинці i_k . Підставляючи $\tau = 0$ та $i = i_0$ у рівняння (4.31), отримуємо рівняння з одним невідомим C_1 , з якого знайдемо, що

$$C_1 = \frac{1}{2a_2^2 \left(i_0^3 - \frac{1+3b_2}{2a_2} i_0^2 + \frac{b_2+b_2^2}{2a_2^2} i_0 \right)}. \quad (4.32)$$

А підставляючи $\tau = \tau_k$, i_k та значення C_1 , визначене за допомогою виразу (4.32), у рівняння (4.31), отримаємо рівняння з одним невідомим λ_0 , з якого знайдемо, що

$$\lambda_0 = \frac{1}{2a_2^2 \tau_k \left(i_k^3 - \frac{1+3b_2}{2a_2} i_k^2 + \frac{b_2 + b_2^2}{2a_2^2} i_k \right)} - C_1. \quad (4.33)$$

Підставивши отримані значення C_1 та λ_0 у рівняння (4.31), отримаємо кубічне рівняння відносно струму i з одним параметром τ .

Тепер сформуємо ряд значень параметра τ на проміжку $[0, \tau_k]$, тобто задамо послідовність

$$0 < \tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \dots < \tau_{k-1} < \tau_k. \quad (4.34)$$

Підставляючи конкретне значення відносного часу τ з послідовності (4.34) у рівняння (4.31), в яке перед цим уже були підставлені значення C_1 та λ_0 , отримаємо повністю визначене кубічне рівняння, яке може бути розв'язане будь-яким з відомих ітераційних методів розв'язання нелінійних рівнянь. Тож для усієї послідовності (4.34) значень τ знайдемо послідовність значень струму

$$i(0), i(\tau_1), i(\tau_2), i(\tau_3), \dots, i(\tau_k), \quad (4.35)$$

яку можна апроксимувати за стандартною процедурою степеневим поліномом

$$i = \beta_n \tau^n + \beta_{n-1} \tau^{n-1} + \dots + \beta_1 \tau + \beta_0. \quad (4.36)$$

Цей поліном і буде задавати математичну модель оптимального струму якоря тягового електродвигуна при русі трамвая по горизонтальному відрізку трамвайної колії від однієї зупинки до наступної, тобто модель координати, під впливом якої здійснюється оптимальний рух трамвая.

А для отримання математичної моделі вихідної координати оптимального руху трамвая, тобто моделі оптимальної кутової швидкості обертання ротора тягового електродвигуна трамвая, підставимо математичну модель оптимального струму (4.36) у рівняння

$$\dot{\nu} = i\phi - \mu, \quad (4.37)$$

яке впливає з обмеження (4.7), та проінтегруємо його. Після інтегрування отримаємо вираз

$$v(\tau) = f(\tau) + C_2, \quad (4.38)$$

в якому $f(\tau)$ – теж буде поліномом, але порядку $(3n+1)$, що обумовлено перемноженням струму на магнітний потік, залежний від струму, та властивістю інтегрування степеневих функцій.

Значення сталої інтегрування C_2 легко визначити, скориставшись першою граничною умовою з наведених у системі (4.5). При цьому друга гранична умова системи (4.5) може бути використана як критерій правильності розв'язання задачі.

Отже, залишилось нез'ясованим лише одне: як визначати i_0 та i_k , що використовуються при обчисленні значень λ_0 та C_1 .

Для того, щоб ротор тягового електродвигуна почав обертатись, необхідно, щоб струм якоря був таким, який забезпечує виконання нерівності

$$i\phi(i) > \mu, \quad (4.39)$$

що впливає з рівняння динаміки (4.7). Тож ідеальною умовою буде дотримання рівності

$$i_0\phi(i_0) = \mu, \quad (4.40)$$

що приводить до рівняння

$$i(-a_2i_0^2 + b_2i_0) = \mu \quad (4.41)$$

або

$$-a_2i_0^3 + b_2i_0^2 = \mu, \quad (4.42)$$

розв'язання якого при заданих a_2 , b_2 та μ не складає труднощів при використанні будь-якого чисельного методу розв'язання нелінійних рівнянь.

Що ж стосується розрахунку i_k в момент часу τ_k , то в ідеалі його можна взяти таким самим, тобто

$$i_0 = i_k. \quad (4.43)$$

Але якщо трамвайні гальма спрацьовують на наступній зупинці при тяговому моменті $\mu_T = i\phi$, більшому моменту навантаження μ , наприклад, при $\mu_T = 1,2\mu$, то замість рівності (4.40) слід використовувати рівність

$$i_k \phi(i_k) = 1,2\mu. \quad (4.44)$$

Подальша процедура розрахунку i_k аналогічна наведеній вище.

5.2 Варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на прямолінійному горизонтальному відрізку колії

У попередньому підрозділі цієї глави монографії показано, як синтезувати математичні моделі оптимального руху на прямолінійному горизонтальному відрізку залізничної колії за критерієм мінімуму витрат електроенергії найпростішої в класі БЕТЗ динамічної системи – одновагонного трамвая.

У цьому підрозділі розглянемо задачу ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ на прямолінійному відрізку залізничної колії, прокладеному на горизонтальній площині (відрізок NB на рис. 2.7), за критерієм мінімуму витрат електроенергії в загальному вигляді, тобто коли задача набуває такого формулювання: синтезувати оптимальні за критерієм мінімуму витрат відносної енергії

$$e = \int_{\tau_N}^{\tau_B} i d\tau \quad (4.45)$$

математичні моделі для відносної лінійної швидкості руху v БЕТЗ та відносного струму i якірних кіл його тягового електропривода на відносному прямолінійному горизонтальному відрізку колії s_{NB} , по якому цей транспортний засіб, динаміка якого описується у відносних величинах моделлю

$$\frac{dv}{d\tau} = i\phi(i) - f_0 - f_1 v - f_2 v^2 \quad (4.46)$$

з відносними граничними умовами

$$v(N) = v_N; \quad (4.47)$$

$$v(B) = v_B; \quad (4.48)$$

$$\frac{dv}{d\tau}(N) = v'_N; \quad (4.49)$$

$$\frac{dv}{d\tau}(B) = v'_B, \quad (4.50)$$

рухається за програмою

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_B} v d\tau. \quad (4.51)$$

Як виражаються усі відносні одиниці в співвідношеннях (4.45)–(4.51) через іменовані та базові показано в підрозділі 3.3 [83].

5.2.1 Синтез математичних моделей оптимального руху на прямолінійному горизонтальному відрізьку колії завантажених БЕТЗ

У роботі [129] показано, що крива намагнічування $\Phi(I)$ тягового електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням найбільш точно і просто у відносних одиницях представляється моделлю (3.53).

Для випадку повної завантаженості БЕТЗ, який розглядається у цьому підрозділі, в моделі (4.46) надалі будемо використовувати $\phi(i)$ у вигляді

$$\phi(i) = a_1 + b_1 i. \quad (4.52)$$

Перейдемо безпосередньо до розв'язання задачі ідентифікації моделей оптимального руху, тобто до синтезу математичних моделей для $i(\tau)$, $v(\tau)$. Виходячи з основ варіаційного числення [51, 102, 140] та співвідношень (4.45), (4.46), (4.51), функція Лагранжа для цієї задачі матиме вигляд

$$L = i + \lambda_0 (s' - v) + \lambda_1 (v' - i\phi(i) + f_0 + f_1 v + f_2 v^2), \quad (4.53)$$

а рівняння Ейлера –

$$L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} = 0; \quad (4.54)$$

$$L_s - \frac{d}{d\tau} L_{s'} = 0; \quad (4.55)$$

$$L_v - \frac{d}{d\tau} L_{v'} = 0. \quad (4.56)$$

Підставляючи функцію Лагранжа (4.53) в рівняння (4.54)–(4.56) і знаходячи відповідні частинні похідні та виконуючи диференціювання по відносному часу, матимемо:

$$1 - \lambda_1 \left(\phi(i) + i \frac{d\phi}{di} \right) = 0; \quad (4.57)$$

$$-\frac{d\lambda_0}{d\tau} = 0; \quad (4.58)$$

$$-\lambda_0 + \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v) - \frac{d\lambda_1}{d\tau} = 0. \quad (4.59)$$

Із рівняння (4.58) знайдемо, що

$$\lambda_0 = -C_0. \quad (4.60)$$

Підставляючи значення множника Лагранжа λ_0 із (4.60) у рівняння (4.59), приведемо це рівняння до вигляду

$$\frac{d\lambda_1}{C_0 + \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v)} = d\tau. \quad (4.61)$$

Інтегруючи рівняння (4.61), матимемо

$$\frac{1}{f_1 + 2f_2 v} \ln(C_0 + \lambda_1 (f_1 + 2f_2 v)) = \tau + C_1 \quad (4.62)$$

або

$$\lambda_1 = \frac{1}{f_1 + 2f_2v} \left(e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0 \right). \quad (4.63)$$

Підставляючи значення λ_1 з виразу (4.63) в рівняння (4.57), отримаємо

$$\phi(i) + i \frac{d\phi}{di} = \frac{f_1 + 2f_2v}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0}. \quad (4.64)$$

А підстановка значення $\phi(i)$ з виразу (4.52) у (4.64) приводить до співвідношення

$$a_1 + 2b_1i = \frac{f_1 + 2f_2v}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0}, \quad (4.65)$$

з якого

$$i = \frac{1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2v}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0} - a_1 \right). \quad (4.66)$$

У виразі (4.66) a_1, b_1, f_1, f_2 – попередньо визначені коефіцієнти, а C_0, C_1 – невідомі параметри математичної моделі оптимального струму, які визначатимуться в процесі подальшого розв’язання задачі ідентифікації. Із цього виразу випливає також, що оптимальний струм якірних кіл електропривода транспортного засобу трансцендентно [141] залежить від лінійної швидкості його руху, тож тепер перейдемо до побудови математичної моделі для неї.

У роботі [51] для побудови моделей оптимального руху БЕТЗ з навантаженням, що залежить від їхньої лінійної швидкості, пропонується занурюватись у гільбертовий простір і використовувати ортогональні системи функцій з орієнтацією на системи ортогональних поліномів типу Лагерра [142, 143]

$$L_k(\tau) = \frac{1}{k!} e^\tau \frac{d^k}{d\tau^k} \left(\tau^k e^{-\tau} \right) = \sum_{i=0}^k (-1)^i \frac{k!}{(k-i)!i!} \tau^i, \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (4.67)$$

тобто пропонується задавати лінійну швидкість v БЕТЗ на часовому відрізку в даному випадку $[\tau_N, \tau_B]$, за який транспортний засіб долає відрізок шляху у нашому випадку NB (див. рис. 2.7), у вигляді

$$v(\tau) = \sum_{k=0}^n g_k L_k(\tau), \quad (4.68)$$

де

$$g_k = \int_{\tau_N}^{\tau_B} v(\tau) L_k(\tau) d\tau, \quad k = 0, 1, \dots, n. \quad (4.69)$$

Оскільки функція $v(\tau)$ є невідомою, то коефіцієнти g_k , які називають коефіцієнтами Фур'є цієї функції, у виразі (4.68) в задачі ідентифікації потрібно знаходити не з виразу (4.69), а з системи рівнянь, складеної відносно них як невідомих величин. Її складання розпочнемо з відповіді на питання, що це за рівняння, і скільки їх у системі повинно бути.

Спочатку встановимо, скільки рівнянь повинно бути в системі визначення коефіцієнтів Фур'є для виразу (4.68). Очевидно, що рівнянь у системі повинно бути стільки, скільки коефіцієнтів для виразу (4.68) потрібно визначити. Але потрібно не забувати, що є ще два невідомих коефіцієнти C_0, C_1 , поява яких обумовлена розв'язанням задачі ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ з використанням рівнянь Ейлера. Тож крім рівнянь, в яких як невідомі величини виступають коефіцієнти Фур'є g_k функції $v(\tau)$, необхідно мати ще два рівняння додатково, в яких як невідомі виступають ще й коефіцієнти C_0, C_1 .

Оскільки БЕТЗ мають значну масу, то можна стверджувати, що їх лінійна швидкість $v(\tau)$ не може змінюватись у часі стрибкоподібно, а є гладкою функцією, тобто є функцією неперервною з неперервною першою похідною. Це дає право використовувати в математичній моделі лінійної швидкості (4.68) лише кілька ортогональних поліномів Лагерра, перші п'ять з яких згідно з виразом (4.67) мають вигляд

$$\begin{cases} L_0(\tau) = 1; \\ L_1(\tau) = 1 - \tau; \\ L_2(\tau) = 1 - 2\tau + \frac{\tau^2}{2}; \\ L_3(\tau) = 1 - 3\tau + \frac{3}{2}\tau^2 - \frac{1}{6}\tau^3; \\ L_4(\tau) = 1 - 4\tau + 3\tau^2 - \frac{2}{3}\tau^3 + \frac{1}{24}\tau^4, \end{cases} \quad (4.70)$$

яким відповідають п'ять коефіцієнтів Фур'є g_0, g_1, g_2, g_3, g_4 . Для їх визначення потрібно мати систему з 5 рівнянь, в яких вони виступають невідомими.

І ці шукані 5 рівнянь знаходяться дуже просто – підстановкою виразу (4.70) в рівняння граничних умов (4.47)–(4.50) та рівняння програми руху (4.51), в результаті чого матимемо:

$$v_N = \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N); \quad (4.71)$$

$$v_B = \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B); \quad (4.72)$$

$$v'_N = \sum_{k=0}^4 g_k L'_k(\tau_N); \quad (4.73)$$

$$v'_B = \sum_{k=0}^4 g_k L'_k(\tau_B); \quad (4.74)$$

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_B} \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau) \right) d\tau. \quad (4.75)$$

Вирази (4.71)–(4.75) – це система п'яти лінійних рівнянь з п'ятьма невідомими, яка легко розв'язується, наприклад, методом Гауса, тож до наступного етапу розв'язання поставленої задачі переходимо вже

маючи математичну модель лінійної швидкості у вигляді (4.68), в яку підставляємо отримані в результаті розв'язання системи рівнянь (4.71)–(4.75) числові значення коефіцієнтів Фур'є, множину яких позначимо

$$\{g_0^*, g_1^*, g_2^*, g_3^*, g_4^*\}. \quad (4.76)$$

Тепер перейдемо до заключного етапу розв'язання задачі ідентифікації – визначенню числових значень коефіцієнтів C_0, C_1 , для чого необхідно мати два рівняння, в яких ці коефіцієнти виступатимуть як невідомі. Ці рівняння сконструюємо використовуючи вирази (4.46), (4.49), (4.50), (4.66), (4.68) і (4.76). Підставляючи (4.66), (4.68) і (4.76) у (4.46), а результат підстановки – у (4.49) та (4.50), отримаємо [82]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} - a_1 \right)^2 + \\ & + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} - a_1 \right) - f_0 - \\ & - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 - v'_N = 0; \quad (4.77) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0} - a_1 \right)^2 +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} - a_1 \right) - f_0 - \\
& - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 - v'_B = 0 \quad (4.78)
\end{aligned}$$

– систему двох рівнянь з двома невідомими C_0, C_1 , розв'язуючи яку одним із стандартних методів послідовних наближень, знайдемо множину числових значень цих невідомих

$$\{C_0^*, C_1^*\}. \quad (4.79)$$

Підставляючи множини (4.76) та (4.79) у вирази (4.68) і (4.66), отримаємо математичні моделі для $v(\tau), i(\tau)$, чим і завершується розв'язання задачі ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ на прямолінійному відрізку колії, прокладеній на горизонтальній площині.

5.2.2 Синтез математичних моделей оптимального руху на прямолінійному горизонтальному відрізку колії незавантажених БЕТЗ

Тепер розглянемо рух незавантаженого БЕТЗ на прямолінійному відрізку колії, тобто у моделі (4.46) надалі будемо використовувати $\phi(i)$ у вигляді

$$\phi(i) = -a_2 i^2 + b_2 i, \quad i \in [0, i_{cn}]. \quad (4.80)$$

Співвідношення та розрахунки (4.45)–(4.64) для задачі цього підрозділу монографії мають такий же вигляд (окрім виразу (4.52) для кривої намагнічування, замість якого введений вираз (4.80)).

Отже, тепер підставимо у співвідношення (4.64) замість виразу (4.52) вираз (4.80). В результаті цієї підстановки отримаємо:

$$-3a_2i^2 + 2b_2i = \frac{f_1 + 2f_2v}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0} \quad (4.81)$$

або

$$i^2 - \frac{2b_2}{3a_2}i + \frac{f_1 + 2f_2v}{3a_2(e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0)} = 0, \quad (4.82)$$

з якого —

$$i_{(1)} = \frac{b_2}{3a_2} + \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{f_1 + 2f_2v}{3a_2(e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0)}}; \quad (4.83)$$

$$i_{(2)} = \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{f_1 + 2f_2v}{3a_2(e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2v)} - C_0)}}. \quad (4.84)$$

Пряма підстановка виразів (4.83) і (4.84) у критерій (4.45) показує, що мінімум цього критерію досягатиметься лише при значеннях i , які визначаються з виразу (4.84), тож в подальшому під оптимальним струмом i будемо розуміти $i_{(2)}$, опускаючи при написанні нижній індекс.

У виразі (4.84) a_2 , b_2 , f_1 , f_2 є попередньо визначеними числовими коефіцієнтами, а C_0 , C_1 — це невідомі параметри математичної моделі оптимального струму, які визначатимуться в процесі подальшого розв'язання задачі ідентифікації. Отже, як і у попередньому підрозділі, оптимальний струм якірних кіл електропривода транспортного засобу трансцендентно залежить від лінійної швидкості його руху, тож тепер перейдемо до побудови математичної моделі для неї.

Як і у підрозділі 5.1, використаємо ортогональні системи функцій з орієнтацією на системи ортогональних поліномів типу Лагерра (4.67), тобто представимо лінійну швидкість v БЕТЗ на часовому відрізьку $[\tau_N, \tau_B]$, за який транспортний засіб долає відрізок шляху NB (рис. 2.7), за допомогою виразів (4.68) та (4.69).

Аналогічно до попереднього підрозділу коефіцієнти Фур'є (4.76) слід шукати з виразів (4.71)–(4.75), а для визначення числових значень коефіцієнтів C_0, C_1 потрібні ще два рівняння. Підставимо (4.84), (4.68) і (4.76) у (4.46), а результат підстановки у (4.49) та (4.50), після чого отримаємо [81]:

$$\begin{aligned}
 & a_2 \cdot \left[\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0}} \right]^3 - \\
 & - b_2 \cdot \left[\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0}} \right]^2 + \\
 & + f_0 + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + v'_N = 0; \quad (4.85)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & a_2 \cdot \left[\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0}} \right]^3 - \\
 & - b_2 \cdot \left[\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0}} \right]^2 +
 \end{aligned}$$

$$+f_0 + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + v'_B = 0. \quad (4.86)$$

Розглянемо випадок, коли до виразу (4.68) входять не п'ять ортогональних поліномів типу Лагерра, а шість [79]:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_0(\tau) = 1; \\ L_1(\tau) = 1 - \tau; \\ L_2(\tau) = 1 - 2\tau + \frac{\tau^2}{2}; \\ L_3(\tau) = 1 - 3\tau + \frac{3}{2}\tau^2 - \frac{1}{6}\tau^3; \\ L_4(\tau) = 1 - 4\tau + 3\tau^2 - \frac{2}{3}\tau^3 + \frac{1}{24}\tau^4; \\ L_5(\tau) = 1 - 5\tau + 5\tau^2 - \frac{5}{3}\tau^3 + \frac{5}{24}\tau^4 - \frac{1}{120}\tau^5, \end{array} \right. \quad (4.87)$$

яким відповідають шість коефіцієнтів Фур'є $g_0, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5$. Для їх визначення потрібно мати систему з шести рівнянь, в яких вони виступатимуть невідомими. Але у рівнянні струму (4.84) присутні ще дві невідомі величини – C_0, C_1 . Тож і для їх визначення кількість рівнянь у системі необхідно збільшити до восьми.

Із цих потрібних восьми рівнянь перші три визначаються підстановкою виразу (4.68) у рівняння граничних умов (4.47), (4.48) та у рівняння програми руху (4.51), в результаті чого матимемо

$$v_N = \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau_N); \quad (4.88)$$

$$v_B = \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau_B); \quad (4.89)$$

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_B} \left(\sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau) \right) d\tau. \quad (4.90)$$

Вважаючи коефіцієнти Фур'є g_0, g_1, g_2 параметрами, розв'яжемо методом Крамера систему трьох лінійних алгебраїчних рівнянь (4.88)–(4.90) відносно g_3, g_4, g_5 . В результаті цього отримаємо значення g_3, g_4, g_5 у вигляді функцій від g_0, g_1, g_2 , тобто

$$\begin{cases} g_3 = \phi_3(g_0, g_1, g_2), \\ g_4 = \phi_4(g_0, g_1, g_2), \\ g_5 = \phi_5(g_0, g_1, g_2). \end{cases} \quad (4.91)$$

А підставляючи (4.68) (при $n = 5$) у вираз (4.84), матимемо

$$i = \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau)}{3a_2(e^{(\tau+C_1)} (f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau)) - C_0)}}. \quad (4.92)$$

Після цього вираз (4.92) підставимо у критеріальний функціонал (4.45), внаслідок чого отримаємо

$$e = \int_{\tau_N}^{\tau_B} \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau)}{3a_2(e^{(\tau+C_1)} (f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^5 g_k L_k(\tau)) - C_0)}} \right) d\tau. \quad (4.93)$$

Тепер у вираз (4.93) підставимо функції (4.91), що перетворить вираз (4.93) на

$$e(g_0, g_1, g_2, C_0, C_1) = \int_{\tau_N}^{\tau_B} \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{f_1 + 2f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) + \sum_{k=3}^5 \phi_k(g_0, g_1, g_2) L_k(\tau) \right)}{3a_2(e^{(\tau+C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) + \sum_{k=3}^5 \phi_k(g_0, g_1, g_2) L_k(\tau) \right) \right) - C_0)}} \right) d\tau, \quad (4.94)$$

тобто на функцію п'яти змінних g_0, g_1, g_2, C_0, C_1 , при значеннях яких вона досягає екстремуму (в даному випадку мінімуму). Для знаходження цих значень складемо та розв'яжемо систему п'яти рівнянь відносно цих змінних, беручи частинні похідні від цієї функції за кожною зі змінних та прирівнюючи їх нулю. У загальному вигляді ця система матиме вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial g_0} = 0; \\ \frac{\partial e}{\partial g_1} = 0; \\ \frac{\partial e}{\partial g_2} = 0; \\ \frac{\partial e}{\partial C_0} = 0; \\ \frac{\partial e}{\partial C_1} = 0. \end{cases} \quad (4.95)$$

Звертаємо увагу на те, що кожне з рівнянь системи (4.95) є інтегральним, і що пакети прикладних програм (такі як ППП Mathcad) містять в собі вбудовані підпрограми для розв'язання системи інтегральних рівнянь. Тож, розв'язуючи за допомогою такого пакета програм систему інтегральних рівнянь (4.95), отримаємо числові значення параметрів $g_0^*, g_1^*, g_2^*, C_0^*, C_1^*$, підставляючи які спочатку у вирази (4.91), а потім разом із результатом підстановки – у вирази (4.68), (4.84), отримаємо шукані математичні моделі для $v(\tau), i(\tau)$, які і є моделями оптимального руху БЕТЗ на вказаному відрізку колії.

5.3 Варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на спусках та підйомах

У підрозділі 3.1 цієї монографії показано, що для розв'язання проблеми ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ колією, прокладеною на місцевості зі складним рельєфом, необхідно спочатку колію розбити на відрізки горизонтального прямолінійного руху, руху

на спусках і підйомах та руху на закругленнях колії, а потім розв'язувати задачу ідентифікації моделей оптимального руху на кожному відрізку окремо, з'єднуючи ці розв'язки між собою граничними умовами.

У підрозділі 5.2 отримано математичні моделі оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху як завантаженого, так і незавантаженого БЕТЗ горизонтальним прямолінійним відрізком колії у вигляді математичних моделей відносного струму якоря електродвигунів тягового електропривода електровоза та відносної лінійної швидкості руху БЕТЗ, методику визначення поліномів Лагерра $L_k(\tau)$ та усіх коефіцієнтів в яких наведено у підрозділі 5.2, а співвідношення переходу від відносних одиниць до іменованих – у підрозділі 3.3.

В даному підрозділі буде показано, яких змін набуває варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального руху БЕТЗ на спусках та підйомах, тобто на відрізках колії відповідно AC та DM у позначеннях рисунку 2.7.

5.3.1 Синтез математичних моделей оптимального руху завантажених БЕТЗ на спусках

Спочатку розглянемо спуск завантаженого БЕТЗ по відрізку AC (див. рис. 2.7).

З рис. 2.4 видно, що при наявності в складі БЕТЗ електровоза та $(n-1)$ вагонів гальмівна сила F_T усього транспортного засобу на малих лінійних швидкостях V після того, як останній його вагон піде на спуск, складатиме

$$F_T = k \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma - \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma, \quad (4.96)$$

де P_i – вага i -го вагона; γ – кут нахилу площини спуску до горизонтальної площини, який дорівнює куту між силою ваги та перпендикуляром до площини спуску; k – коефіцієнт тертя кочення сталюого колеса по сталій рейці.

Зі зростанням лінійної швидкості БЕТЗ у гальмівній силі, як показано в роботі [68], з'являються складові, пропорційні лінійній швид-

кості та її квадрату, тобто більш загальна модель гальмівної сили матиме вигляд

$$F_T = k \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma - \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma + k^* \left(\sum_{i=1}^n S_{Bi} \right) V + k^{**} S_{J1} V^2, \quad (4.97)$$

де S_{Bi} – площа бічної поверхні i -го вагона; S_{J1} – площа лобової поверхні електровоза; k^* , k^{**} – розмірні коефіцієнти пропорційності відповідно між силою та добутком площі на швидкість і добутком площі на квадрат швидкості.

З урахуванням виразу (4.97) та результатів, отриманих у роботах [68, 83], базову математичну модель динаміки руху БЕТЗ на спуску можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \frac{dV}{dt} = F_{T1} - k \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma + \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma - \\ - k^* \left(\sum_{i=1}^n S_{Bi} \right) V - k^{**} S_{J1} V^2 \end{aligned} \quad (4.98)$$

або (у відносних одиницях) –

$$\frac{dv}{d\tau} = i\phi(i) - (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) - f_1 v - f_2 v^2, \quad (4.99)$$

де

$$f_0 = \frac{k \left(\sum_{i=1}^n P_i \right)}{F_T^n}, \quad f_{00} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n P_i \right)}{F_T^n}, \quad (4.100)$$

а усі інші коефіцієнти і змінні мають той же зміст, що і відповідні коефіцієнти та змінні, наведені у підрозділі 5.2.

Порівнюючи рівняння (4.99) з рівнянням (4.46), бачимо, що вони відрізняються лише тим, що у рівнянні (4.99) у правій частині стоїть член $(f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma)$ замість f_0 , а структура обох рівнянь є однаковою. А це означає, що і структури моделей оптимального струму та

оптимальної швидкості теж будуть однаковими, але коефіцієнти C_0 , C_1 моделі оптимального струму залежатимуть не лише від коефіцієнта f_0 , але і від коефіцієнта f_{00} та кута γ і знака між складовими з f_0 та f_{00} , оскільки вони визначатимуться не з системи рівнянь (4.77), (4.78), а з аналогічної, але трансформованої системи рівнянь [90]:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} - a_1 \right)^2 + \\
 & + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} - a_1 \right) - \\
 & - (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) - \\
 & - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 - v'_N = 0; \tag{4.101}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} - a_1 \right)^2 + \\
 & + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0} - a_1 \right) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) - \\
& - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 - v_B' = 0.
\end{aligned} \tag{4.102}$$

Тож для визначення моделі оптимального струму тягового електропривода під час руху БЕТЗ на спуску з заданою лінійною швидкістю, яка є функцією граничних умов, необхідно знайдені із системи рівнянь (4.101), (4.102) значення коефіцієнтів

$$C_0 = C_0(f_{00}, \gamma, -), \quad C_1 = C_1(f_{00}, \gamma, -) \tag{4.103}$$

підставити у вираз (4.66).

Дамо фізичну інтерпретацію отриманого результату. Внаслідок нахилу площини спуску на кут γ зменшується сила тертя кочення, яка є пропорційною силі ваги і нормальною до площини кочення, і одночасно за рахунок тангенціальної складової сили ваги з'являється додаткова сила тяги. Тож для підтримання заданої лінійної швидкості на спуску необхідно зменшувати силу тяги, створювану тяговим електроприводом електровоза, що досягається заміною коефіцієнтів C_0, C_1 в моделі струму (4.66) їх значеннями з множини (4.103).

5.3.2 Синтез математичних моделей оптимального руху завантажених БЕТЗ на підйомах

Тепер розглянемо рух завантаженого БЕТЗ на підйом відрізком DM (див. рис. 2.7).

З рис. 2.4 видно, що при наявності в складі БЕТЗ електровоза та $(n-1)$ вагонів гальмівна сила F_T усього транспортного засобу на малих лінійних швидкостях V після того, як останній його вагон піде на підйом, складатиме

$$F_T = k \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \cos \gamma + \left(\sum_{i=1}^n P_i \right) \sin \gamma. \tag{4.104}$$

Тож за аналогією з викладеним вище математичну модель динаміки руху БЕТЗ під час руху на підйом можна записати у вигляді

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i\right) \frac{dV}{dt} = F_{T1} - k \left(\sum_{i=1}^n P_i\right) \cos \gamma - \left(\sum_{i=1}^n P_i\right) \sin \gamma - k^* \left(\sum_{i=1}^n S_{Bi}\right) V - k^{**} S_{J1} V^2 \quad (4.105)$$

або (у відносних одиницях) –

$$\frac{dv}{d\tau} = i\phi(i) - (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) - f_1 v - f_2 v^2. \quad (4.106)$$

А це означає, що і модель оптимального струму тягового електропривода під час руху завантаженого БЕТЗ на підйом буде за структурою такою ж самою, як і під час руху по горизонтальній площині, проте коефіцієнти C_0 , C_1 моделі оптимального струму, як і для спуску, залежатимуть не лише від коефіцієнта f_0 , але і від коефіцієнта f_{00} та кута γ і знака між складовими з f_0 та f_{00} , оскільки вони визначаються не з системи рівнянь (4.77), (4.78), а з аналогічної, але трансформованої системи рівнянь

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} - a_1 \right) + \\ & + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} - a_1 \right) - \\ & - (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) - \\ & - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 - v'_N = 0; \end{aligned} \quad (4.107)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0}} - a_1 \right)^2 + \\
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0}} - a_1 \right) - \\
& - (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) - f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) - \\
& - f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 - v'_B = 0. \tag{4.108}
\end{aligned}$$

Тож для визначення оптимального струму тягового електропривода під час руху БЕТЗ на підйом з заданою лінійною швидкістю, яка є функцією граничних умов, необхідно знайдені з системи рівнянь (4.107), (4.108) значення коефіцієнтів

$$C_0 = C_0(f_{00}, \gamma, +); \quad C_1 = C_1(f_{00}, \gamma, +) \tag{4.109}$$

підставити у вираз (4.66).

Дамо фізичну інтерпретацію і цьому результату. Внаслідок нахилу площини підйому на кут γ сила тертя кочення, яка є пропорційною силі ваги і нормальною до площини кочення, під час підйому, як і під час спуску, зменшується, але одночасно за рахунок тангенціальної складової сили ваги з'являється додаткова гальмівна сила. Тож для підтримання заданої лінійної швидкості під час руху на підйом необхідно збільшувати силу тяги, створювану тяговим електроприводом електровоза, що досягається заміною коефіцієнтів C_0 , C_1 в моделі струму (4.66) їх значенням з множини (4.109).

5.3.3 Синтез математичних моделей оптимального руху незавантажених БЕТЗ на спусках та підйомах

У підрозділі 5.2 отримано математичні моделі оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху незавантаженого БЕТЗ горизонтальним прямолінійним відрізком колії у вигляді моделі відносного струму якоря (4.84) електродвигунів тягового електропривода електровоза та моделі відносної лінійної швидкості (4.88) руху транспортного засобу.

В цьому підрозділі буде показано, яких змін набудуть математичні моделі (4.84) і (4.88) у випадку ідентифікації оптимального руху незавантаженого БЕТЗ на спуску та підйомі, тобто на відрізках колії відповідно AC та DM (див. рис. 2.7). Зауважимо, що структура математичної моделі (4.88) для лінійної швидкості незавантаженого БЕТЗ і для цього випадку руху не зміниться, тож на визначенні її параметрів зупинятись тут не будемо.

Спочатку розглянемо спуск незавантаженого БЕТЗ по відрізку AC (див. рис. 2.7).

Очевидно, що і у цьому випадку, як і у випадку спуску завантаженого БЕТЗ, при наявності у складі БЕТЗ електровоза та $(n-1)$ вагонів гальмівна сила F_T усього транспортного засобу (якщо не враховувати опір повітряних мас, який залежить від лінійної швидкості V), після того як останній його вагон піде на спуск, буде визначатись виразом (4.96), а у випадку врахування в ній складових, обумовлених опором повітряних мас, – виразом (4.97).

І у цьому випадку базова математична модель динаміки БЕТЗ буде визначатись виразами (4.98)–(4.100).

А це означає, що, як показано в роботі [92], для структур моделей оптимального струму (4.84) та оптимальної швидкості (4.88) коефіцієнти C_0, C_1 потрібно визначати з системи рівнянь:

$$a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 -$$

$$\begin{aligned}
& -b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0 \right)} \right)^2 + \\
& + (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + v'_N = 0; \quad (4.110)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0 \right)} \right)^3 - \\
& - b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0 \right)} \right)^2 + \\
& + (f_0 \cos \gamma - f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + v'_B = 0. \quad (4.111)
\end{aligned}$$

Тепер розглянемо рух незавантаженого БЕТЗ на підйом по відрізу DM (див. рис. 2.7).

Очевидно, що і у цьому випадку, як і у випадку підйому завантаженого БЕТЗ, при наявності у складі БЕТЗ електровоза та $(n-1)$ вагонів гальмівна сила F_f усього транспортного засобу (якщо не враховувати опір повітряних мас, який залежить від лінійної швидкості V), після того як останній його вагон піде на підйом, буде визначатись виразом (4.104), а базова модель динаміки у випадку врахування в ній складових, обумовлених опором повітряних мас, виразами (4.105), (4.106).

А це означає, що модель оптимального струму тягового електропривода під час руху незавантаженого БЕТЗ на підйом буде за структурою такою ж самою, як і під час руху по горизонтальній площині, проте коефіцієнти C_0 , C_1 моделі оптимального струму потрібно визначати вже з системи рівнянь:

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0 \right)} \right)^3 - \\
& - b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)} - C_0 \right)} \right)^2 + \\
& + (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + v'_N = 0; \quad (4.112)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0 \right)} \right)^3 - \\
& - b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)} - C_0 \right)} \right)^2 + \\
& + (f_0 \cos \gamma + f_{00} \sin \gamma) + f_1 \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left(\sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + v'_B = 0. \quad (4.113)
\end{aligned}$$

5.4 Синтез математичних моделей оптимального руху БЕТЗ прямолінійними відрізками колії в умовах обмеження на швидкість та на час руху між двома зупинками

Використовуючи результати роботи [91], покажемо, яких змін набудуть математичні моделі оптимального руху, синтезовані у попередніх підрозділах цієї глави, та обчислювальні алгоритми для визна-

чення їх параметрів, якщо за умови дотримання графіка руху на швидкість руху БЕТЗ на відрізку колії довжиною s_{NB} накласти обмеження

$$v(\tau) \leq v_m. \quad (4.114)$$

Спочатку на рис. 5.1 дамо графічну інтерпретацію обмеження (4.114) і встановимо наслідки, які з цього виникають.

Звертаємо увагу на те, що ненульові значення швидкості в точках початку і кінця відрізка довжиною s_{NB} свідчать про те, що БЕТЗ в'їжджає на цей відрізок з закруглення колії і виїжджає з цього відрізка теж на закруглення колії, які він проходить зі сталою швидкістю.

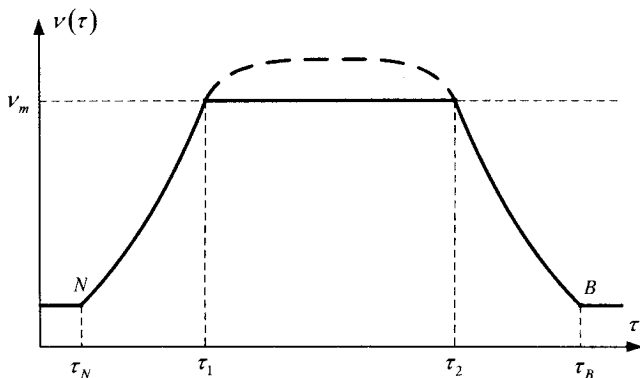


Рисунок 5.1 – Графічна інтерпретація обмеження на швидкість руху БЕТЗ відрізком колії довжиною s_{NB}

Загальновідомо, що графік руху рейкових БЕТЗ, принаймні, пасажирських, формується так, щоб вони у визначені точки прибували в точно визначені моменти часу. Це означає, що у точках N і B колії БЕТЗ, що розглядається, зобов'язаний бути в моменти часу τ_N і τ_B . Але щоб прибути в момент τ_B в точку B БЕТЗ повинен пройти відстань s_{NB} , що згідно з рівнянням (4.51) можливо лише у тому випадку, коли БЕТЗ проходить цю відстань, дотримуючись швидкості, заданої моделлю (4.68), коефіцієнти в якій визначені з системи рівнянь (4.47)–(4.51) після підстановки у ці рівняння швидкості згідно з виразом (4.68). Проте у цьому випадку графік швидкості матиме вигляд штрихової лінії (див. рис. 5.1). У випадку ж якщо графік швидкості

матиме обмеження у вигляді нерівності (4.114) (неперервна лінія на рис. 5.1), тоді згідно з виразом (4.51) інтеграл від швидкості, який дорівнює площі під кривою її графіка, буде меншим відстані s_{NB} , тобто в момент часу τ_B БЕТЗ ще не досягне точки B . Тож необхідно визначити, які умови повинна задовольняти математична модель оптимальної швидкості, щоб, незважаючи на обмеження (4.114), інтеграл від неї в межах від τ_N до τ_B дорівнював відстані s_{NB} .

З рис. 5.2 видно, що для компенсації площі під кривою оптимальної швидкості, яка «зрізається» обмеженням (4.114), необхідне більш стрімке наростання швидкості в околі граничної точки N і більш стрімкий спад в околі граничної точки B . А цього можна досягти лише знявши граничні умови за прискоренням, тобто відмовившись від рівнянь (4.49) та (4.50), на основі яких були отримані для завантаженого БЕТЗ рівняння (4.77) і (4.78), а для порожнього – рівняння (4.85), (4.86).

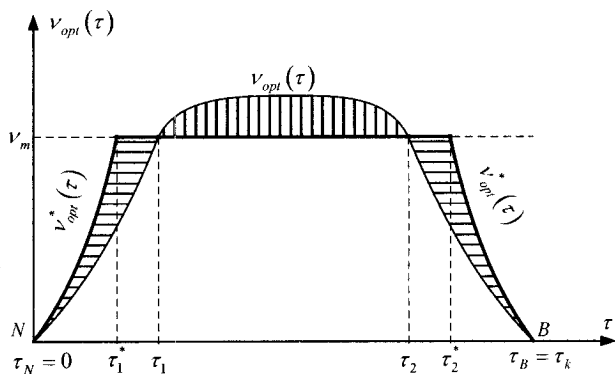


Рисунок 5.2 – Графічна інтерпретація необхідності деформації графіка оптимальної швидкості руху БЕТЗ в умовах обмеження на швидкість і час руху між зупинками

Одночасно зняття граничних умов за прискоренням дозволяє, використовуючи рівняння динаміки (4.46), замість двох рівнянь (4.77), (4.78) чи (4.85), (4.86) скласти по чотири рівняння, подібних до (4.77), (4.78) чи (4.85), (4.86), але з заміною чисел v'_N , v'_B похідними від швидкості, заданої моделлю (4.68), і розглядом не лише моментів часу τ_N , τ_B , але і моментів часу τ_1 , τ_2 . Ще два рівняння будемо мати з

граничних умов (4.47), (4.48). А сьомим рівнянням буде рівняння, в яке трансформується програма руху (4.51) за наявності обмеження (4.114), тобто рівняння

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_1} v(\tau) d\tau + v_m(\tau_2 - \tau_1) + \int_{\tau_2}^{\tau_B} v(\tau) d\tau. \quad (4.115)$$

Але, маючи лише сім рівнянь, можемо визначити лише сім параметрів математичних моделей оптимальної швидкості та оптимального струму, якими є моменти часу τ_1 , τ_2 , сталі інтегрування C_0 , C_1 та коефіцієнти Фур'є g_k , яких в заданих умовах можна визначити лише три.

Переводячи усе сказане вище на мову формул і виходячи з умов (4.68) та (4.114) і постулатів варіаційного числення [64] відносно оптимального руху при наявності обмежень за швидкістю, можна стверджувати, що як у випадку завантаженого БЕТЗ, так і у випадку незавантаженого, математична модель оптимальної за критерієм (4.45) швидкості руху цього транспортного засобу по прямолінійному горизонтальному відрізьку колії довжиною s_{NB} матиме вигляд:

$$v(\tau) = \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau), \quad \tau \in [\tau_N, \tau_1] \cup [\tau_2, \tau_B]; \quad (4.116)$$

$$v(\tau) = v_m, \quad \tau \in [\tau_1, \tau_2], \quad (4.117)$$

а математична модель оптимального за тим же критерієм (4.45) струму якоря тягових електродвигунів матиме вигляд

$$i(\tau) = \frac{1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right)} - C_0} - a_1 \right), \quad (4.118)$$

$$\tau \in [\tau_N, \tau_1] \cup [\tau_2, \tau_B];$$

$$i(\tau) = \frac{1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 v_m}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2 v_m)} - C_0} - a_1 \right), \quad \tau \in [\tau_1, \tau_2] \quad (4.119)$$

– для завантаженого БЕТЗ та

$$i(\tau) = \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau)}{e^{(\tau+C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right)} - C_0} \right)}, \quad (4.120)$$

$$\tau \in [\tau_N, \tau_1] \cup [\tau_2, \tau_B];$$

$$i(\tau) = \frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 v_m}{e^{(\tau+C_1)(f_1+2f_2 v_m)} - C_0} \right)}, \quad \tau \in [\tau_1, \tau_2] \quad (4.121)$$

– для незавантаженого.

Для знаходження параметрів $g_0, g_1, g_2, C_0, C_1, \tau_1, \tau_2$ наведених вище математичних моделей (від заданої виразом (4.116) до заданої виразом (4.121)), перших три з семи рівнянь системи будуть однаковими за структурою, а саме:

$$v(\tau_N) = \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N); \quad (4.122)$$

$$v(\tau_B) = \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B); \quad (4.123)$$

$$s_{NB} = \int_{\tau_N}^{\tau_1} \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) d\tau + v_m(\tau_2 - \tau_1) + \int_{\tau_2}^{\tau_B} \sum_{k=0}^2 g_k(\tau) L_k(\tau) d\tau. \quad (4.124)$$

Інші ж чотири рівняння цієї системи для завантаженого БЕТЗ і незавантаженого матимуть різний вигляд, а саме:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0}} - a_1 \right)^2 + \\
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0}} - a_1 \right) - \\
& - f_0 - f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) - f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 - \\
& - \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_N} = 0; \tag{4.125}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0}} - a_1 \right)^2 + \\
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0}} - a_1 \right) - \\
& - f_0 - f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) - f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 - \\
& - \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_B} = 0; \tag{4.126}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1)}{e^{(\tau_1 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)} - C_0} - a_1 \right)^2 + \\
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1)}{e^{(\tau_1 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)} - C_0} - a_1 \right) - \\
& - f_0 - f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) - f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)^2 - \\
& - \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_1} = 0; \tag{4.127}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2)}{e^{(\tau_2 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)} - C_0} - a_1 \right)^2 + \\
& + \frac{a_1}{2b_1} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2)}{e^{(\tau_2 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)} - C_0} - a_1 \right) - \\
& - f_0 - f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) - f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)^2 - \\
& - \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_2} = 0 \tag{4.128}
\end{aligned}$$

— для завантаженого і

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N+C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} \right)} \right)^3 - \\
& -b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N)}{e^{(\tau_N+C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right) - C_0} \right)} \right)^2 + \\
& + f_0 + f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) + f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_N) \right)^2 + \\
& + \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_N} = 0; \tag{4.129}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B+C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0} \right)} \right)^3 - \\
& -b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B)}{e^{(\tau_B+C_1)} \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right) - C_0} \right)} \right)^2 + \\
& + f_0 + f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) + f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_B) \right)^2 + \\
& + \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_B} = 0; \tag{4.130}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1)}{e^{(\tau_1 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\
& - b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1)}{e^{(\tau_1 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\
& + f_0 + f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) + f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_1) \right)^2 + \\
& + \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_1} = 0; \tag{4.131}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2)}{e^{(\tau_2 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)} - C_0} \right)} \right)^3 - \\
& - b_2 \left(\frac{b_2}{3a_2} - \sqrt{\frac{b_2^2}{9a_2^2} - \frac{1}{3a_2} \left(\frac{f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2)}{e^{(\tau_2 + C_1) \left(f_1 + 2f_2 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)} - C_0} \right)} \right)^2 + \\
& + f_0 + f_1 \sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) + f_2 \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau_2) \right)^2 + \\
& + \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=0}^2 g_k L_k(\tau) \right) \Big|_{\tau=\tau_2} = 0 \tag{4.132}
\end{aligned}$$

– для незавантаженого.

Розв'язуючи цю систему з семи рівнянь відносно параметрів g_0 , g_1 , g_2 , C_0 , C_1 , τ_1 , τ_2 за допомогою пакетів прикладних програм (наприклад, ППП Mathcad), отримаємо конкретні числові значення цих параметрів, підстановкою яких у вирази (4.116)–(4.121) завершується побудова математичних моделей оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху БЕТЗ прямолінійним горизонтальним відрізком колії заданої довжини в умовах обмеження на швидкість. Звичайно, про ці моделі уже слід говорити, що вони є не оптимальними, а квазіоптимальними.

5.5 Синтез математичних моделей оптимального руху БЕТЗ горизонтальним прямолінійним відрізком колії в умовах обмеження на швидкість та можливості корекції графіка руху

У попередньому підрозділі цієї глави запропоновано алгоритми синтезу моделей квазіоптимального руху БЕТЗ, як завантаженого, так і порожнього, горизонтальним прямолінійним відрізком колії за критерієм мінімуму витрат електроенергії в умовах обмеження на швидкість і на час руху між двома зупинками для дотримання графіка руху. Але дотримання цих обох умов є необхідним лише для пасажирських БЕТЗ, а щодо вантажних, то для них обов'язковою є лише умова обмеження на швидкість, у той час як заради досягнення економії електроенергії, аби не переходити на квазіоптимальні моделі руху, дотриманням його графіка в багатьох випадках можна і знехтувати, тобто можна знехтувати обмеженням на час руху.

Тож є сенс розробити методику синтезу моделей оптимального руху між двома зупинками по горизонтальній прямолінійній ділянці колії БЕТЗ, як завантаженого так і порожнього, за критерієм мінімуму витрат електроенергії в умовах обмеження на швидкість та за умови, що час прибуття на кінцеву зупинку цього транспортного засобу можна змінити.

Нагадаємо, що обов'язковою умовою у цій задачі оптимізації, розв'язаній в роботах [81, 82, 91], було подолання БЕТЗ за відносний час τ_k відносної відстані s між двома зупинками, яка пов'язана з відносною швидкістю руху співвідношенням (4.51), яке в умовах обмеження на оптимальну швидкість перетворюється на співвідношення

$$s = \int_0^{\tau_1^*} v_{opt}^*(\tau) d\tau + v_m(\tau_2^* - \tau_1^*) + \int_{\tau_2^*}^{\tau_k} v_{opt}^*(\tau) d\tau, \quad (4.133)$$

обумовлене необхідністю взаємної компенсації заштрихованих на рис. 5.2 площ.

У цьому випадку, як виявилось, синтез моделей оптимального руху є можливим лише за умови зняття обмеження на прискорення в кінцевих точках руху. Однак не завжди це обмеження на прискорення в кінцевих точках руху дозволяється зняти. Саме для такого випадку, як буде показано далі, задачу ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ в умовах обмеження на швидкість теж можна розв'язати, але за умови зняття обмеження на час руху, оскільки одночасно ці два обмеження в даній задачі виконаними бути не можуть.

Як показано на рис. 5.2, для того, щоб час руху БЕТЗ від однієї зупинки до наступної в умовах обмеження на швидкість не змінився, необхідно, щоб верхня заштрихована площа дорівнювала сумі бокових заштрихованих площ, тобто необхідно, щоб виконувалась рівність

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{opt}(\tau) - v_0) d\tau = \int_0^{\tau_1^*} (v_{opt}^*(\tau) - v_{opt}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_1^*}^{\tau_1} (v_m - v_{opt}(\tau)) d\tau + \\ + \int_{\tau_2}^{\tau_2^*} (v_m - v_{opt}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_2^*}^{\tau_k} (v_{opt}^*(\tau) - v_{opt}(\tau)) d\tau. \quad (4.134)$$

Проте, як видно з рис. 5.3, ліву частину рівності (4.134) можна урівноважити і в інший спосіб – рухаючись спочатку від нуля до точки τ_1 зі швидкістю $v_{opt}(\tau)$, потім на відрізьку $[\tau_1, \tau_2^*]$ – зі швидкістю v_m , а на відрізьку $[\tau_2^*, \tau_k^*]$ знову зі швидкістю $v_{opt}(\tau)$, але так, щоб виконувалась рівність

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{opt}(\tau) - v_m) d\tau = v_m(\tau_2^* - \tau_2). \quad (4.135)$$

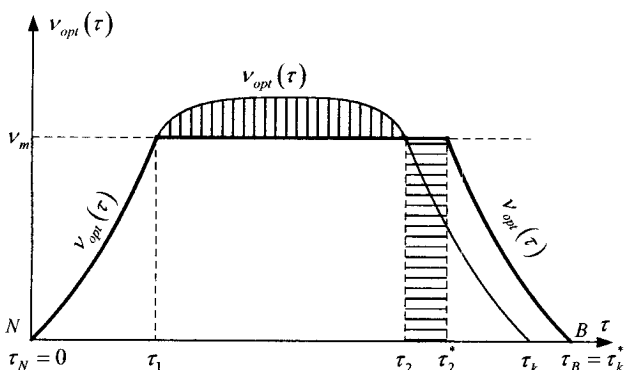


Рисунок 5.3 – Графік швидкості оптимального руху БЕТЗ відрізком колії довжиною s_{NB} в умовах обмеження на швидкість та можливості корекції графіка руху

У цьому випадку, як легко бачити з того ж таки рис. 5.3, математична модель оптимальної швидкості матиме вигляд

$$v_{opt}(\tau) = \begin{cases} v_{opt}(\tau), \tau \in [0, \tau_1], \\ v_m, \tau \in (\tau_1, \tau_2^*), \\ v_{opt}(\tau), \tau \in [\tau_2^*, \tau_k^*], \end{cases} \quad (4.136)$$

а також виконуватиметься рівність

$$\tau_k^* - \tau_k = \tau_2^* - \tau_2. \quad (4.137)$$

Звернувши увагу на те, що рівняння (4.135) легко перетворюється на рівняння

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau = v_m(\tau_2^* - \tau_1), \quad (4.138)$$

з рівняння (4.138) знайдемо, що

$$\tau_2^* = \frac{1}{v_m} \int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau + \tau_1. \quad (4.139)$$

А підставляючи співвідношення (4.139) в рівняння (4.137), матимемо [144]

$$\tau_k^* = \tau_k - \tau_2 + \frac{1}{v_m} \int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau + \tau_1. \quad (4.140)$$

Таким чином, якщо від однієї зупинки до наступної БЕТЗ буде рухатись з оптимальною швидкістю, визначеною математичною моделлю (4.136), то на кінцеву зупинку він прибуде не в момент часу τ_k , а в момент часу τ_k^* , значення якого знаходиться за допомогою співвідношення (4.140).

Тож, якщо є можливість змінити графік руху БЕТЗ, його рух від однієї зупинки до наступної можна здійснювати зі швидкістю, оптимальною за критерієм мінімуму витрат електроенергії, і без зняття обмеження на прискорення в кінцевих точках.

5.6 Висновки до глави 5

У п'ятій главі монографії:

1) запропоновано прямий варіаційний метод синтезу математичних моделей оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху по прямолінійному горизонтальному відрізьку колії трамвая, як найпростішої нелінійної динамічної системи в класі БЕТЗ, під час його руху в номінальному режимі, в режимі перевантаження та недовантаження, з розрахунковими співвідношеннями, що базуються на варіаційному принципі оптимізації динамічних систем, запропонованої авторами монографії раніше математичній моделі кривої намагнічування тягового електричного двигуна електропривода трамвая та використанні в якості критерію оптимізації мінімуму загальних витрат електроенергії електроприводом замість загальноживаного дослідниками у цьому науковому напрямку критерію мінімізації втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів;

2) розроблено варіаційний метод синтезу у гільбертовому просторі математичних моделей оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху БЕТЗ на прямолінійному горизонтальному відрізьку колії та на спусках і підйомах, в основу якого покладена ідеологія методу Рітца та запропонована авторами цієї монографії методика синтезу;

3) показано як побудувати математичну модель для лінійної швидкості руху як завантаженого БЕТЗ, так і незавантаженого по прямолінійній ділянці колії, прокладеній на горизонтальній площині, у ви-

падку, коли задаються не лише програма руху на цій ділянці та значення лінійної швидкості у граничних точках траєкторії руху, але і значення прискорення у цих же граничних точках;

4) досліджено особливості оптимізації руху як завантаженого, так і незавантаженого БЕТЗ на спусках і підйомах і показано, що структури математичних моделей оптимального струму тягового електропривода електровоза під час руху на спусках і підйомах не змінюються у порівнянні зі структурами математичних моделей струму, що забезпечує оптимальний рух як завантаженого, так і незавантаженого БЕТЗ відрізком прямолінійної горизонтальної колії, але суттєвої зміни знають коефіцієнти цих структур, для визначення яких побудовано відповідні обчислювальні алгоритми;

5) побудовано математичні моделі оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху як завантаженого, так і незавантаженого БЕТЗ прямолінійним горизонтальним відрізком колії заданої довжини в умовах обмеження на швидкість і отримано розрахункові співвідношення для визначення числових значень параметрів синтезованих оптимальних моделей та запропоновано шляхи їх використання при проведенні обчислень;

6) показано, що задача синтезу моделі оптимального руху БЕТЗ від однієї зупинки до наступної за критерієм мінімуму витрат електроенергії з одночасним накладенням обмежень на швидкість руху, прискорення в кінцевих точках і час руху розв'язаною бути не може, і що для її розв'язання зі збереженням обмеження на швидкість потрібно знімати обмеження або на прискорення в кінцевих точках, або на час руху між сусідніми зупинками;

7) виведено розрахункові співвідношення і запропоновано алгоритм розв'язання задачі синтезу моделі квазіоптимального руху БЕТЗ від однієї зупинки до наступної за умови обмеження на швидкість і дотримання часу прибуття цього транспортного засобу на кінцеву зупинку;

8) виведено розрахункові співвідношення і запропоновано алгоритм розв'язання задачі синтезу моделі оптимального руху БЕТЗ від однієї зупинки до наступної за умови обмеження на швидкість і можливості корекції графіка руху між сусідніми зупинками.

Глава 6

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УМОВ БЕЗПЕЧНОГО РУХУ БЕТЗ НА ЗАКРУГЛЕННЯХ КОЛІЇ, ЯКІ ОДНОЧАСНО Є ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ, НЕОБХІДНИМИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОПТИМАЛЬНОГО РУХУ НА ВІДРІЗКАХ КОЛІЇ, ЩО СТИКУЮТЬСЯ ІЗ ЗАКРУГЛЕННЯМИ

6.1 Синтез математичних моделей умов безпечного руху БЕТЗ на закругленнях колії у горизонтальній площині, які одночасно є граничними умовами, необхідними для розв'язання задач ідентифікації моделей оптимального руху на прямолінійних відрізках колії, що стикаються з цими закругленнями

У главі 2 побудовано базові моделі динаміки багатовагонних електропотягів, придатні для розв'язання задач ідентифікації моделей їх оптимального руху, та розкрито зміст сил, що діють на кожний вагон електропотяга під час руху та входять до складу правих частин згаданих вище моделей.

Оскільки запропоновані моделі описують динаміку вагонів електропотяга на площині, то вони не можуть бути використаними для оцінювання значень параметрів руху, за яких може відбутись перевертання вагона під дією сил, що створюють обертальний момент навколо його горизонтальної осі та діють у площині, ортогональній до площини, на якій задано траєкторію руху.

Тож приступати до розв'язання задач ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ горизонтальною поверхнею необхідно з визначення критичних значень обмежень на параметри руху на площині його траєкторії, неперевищення яких гарантує безаварійний рух електропотяга по закругленню за рахунок неперевищення критичних значень обертальними моментами вагонів, що виникають під час руху по закругленню у горизонтальній площині, але діють у вертикальній площині [145–147].

Нехай схематичний поперечний переріз вагона, що рухається у напрямку від нас по закругленню радіуса R (OO_1) з центром в точці O , для якого синтезується модель обмеження на швидкість на закругленні колії, має вигляд, наведений на рис. 6.1.

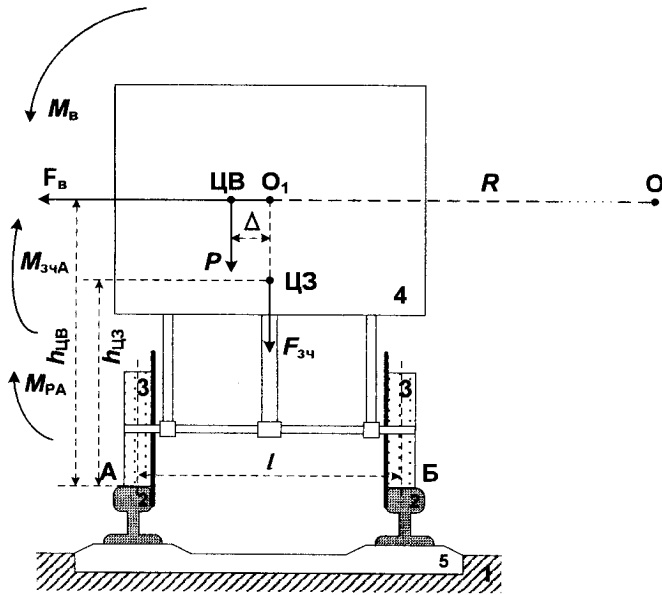


Рисунок 6.1 – Схематичний поперечний переріз вагона, що рухається у напрямку від нас по закругленню радіуса R (OO_1) з центром в точці O

На рис. 6.1: 1 – насип; 2 – рейка; 3 – колесо; 4 – кузов вагона; 5 – шпала; ЦВ – центр маси m вагона з вантажем; l – відстань між точками А і Б дотику коліс до рейок; ЦЗ – центр зчеплення вагона з іншим вагоном; Δ – зміщення центра маси вагона з вантажем відносно центра зчеплення; F_B – відцентрова сила, прикладена до центра маси вагона з вантажем (з деталізацією формування відцентрової сили та з розподілом сил у точці контакту гребеня колеса з бічною поверхнею головки рейки можна ознайомитись у роботах [148–150], тому в нашій роботі детально зупинятися на цьому не будемо); $h_{ЦВ}$ – плече сили F_B ; M_B – момент сили F_B відносно точки А дотику колеса з рейкою; P – сила ваги вагона разом з вантажем; $F_{3ч}$ – сила, що прикладається до досліджуваного вагона з боку зчепленого з ним сусіднього вагона;

M_{PA} – момент сили P відносно точки A дотику колеса з рейкою;

$M_{зчA}$ – момент сили $F_{зч}$ відносно точки A дотику колеса з рейкою.

З рис. 6.1 зрозуміло, що для безпечного руху вагона, тобто такого руху, коли усі колеса мають точки дотику з рейками, необхідно, щоб виконувалась нерівність

$$M_{PA} + M_{зчA} > M_B. \quad (5.1)$$

Очевидно, що у випадку справедливості рівності

$$M_{PA} + M_{зчA} = M_B, \quad (5.2)$$

вагон виходить на межу стійкості, а коли наступить

$$M_{PA} + M_{зчA} < M_B, \quad (5.3)$$

вагон почне перекидатись.

Тож, використовуючи вираз (5.2), можемо визначити те значення лінійної швидкості V руху вагона по закругленню (позначимо його $V_{кр}$), неперевищення якого гарантує утримання вагона на залізничній колії.

З курсу механіки [65] відомо, що в позначеннях рис. 6.1 для моментів, що входять в рівність (5.2), справедливими є вирази

$$\begin{cases} M_{PA} = P \cdot \left(\frac{l}{2} - \Delta \right); \\ M_{зчA} = F_{зч} \cdot \frac{l}{2}; \\ M_B = F_B \cdot h_{ЦВ} = \frac{m(V + \omega(R + \Delta))^2}{R + \Delta} \cdot h_{ЦВ}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Оскільки кожен i -й вагон, крім останнього вагона та електровоза, має зчеплення з двома іншими, тобто з вагонами $(i-1)$ та $(i+1)$, то в рівності (5.2) потрібно враховувати, що до кожного i -го вагона прикладаються дві сили зчеплення $F_{зчA}^{(i-1)}$ та $F_{зчA}^{(i+1)}$. Тож лише для електровоза і останнього вагона ця рівність є справедливою у вигляді (5.2). З

урахуванням цього зауваження для будь-якого i -го вагона, який не є останнім, рівність (5.2) потрібно записати у вигляді

$$M_{\text{рА}}^{(i)} + M_{\text{зчА}}^{(i-1)} + M_{\text{зчА}}^{(i+1)} = M_{\text{в}}^{(i)}. \quad (5.5)$$

Підставляючи значення моментів з виразу (5.4) у рівність (5.5), отримаємо

$$P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{\text{зчА}}^{(i-1)} \cdot \frac{l}{2} + F_{\text{зчА}}^{(i+1)} \cdot \frac{l}{2} = \frac{m \left(V_{\text{кр}}^{(i)} + \omega(R + \Delta_i) \right)^2}{R + \Delta_i} \cdot h_{\text{ЦВ}}. \quad (5.6)$$

З рівняння (5.6) знайдемо [84–86], що

$$V_{\text{кр}}^{(i)} = -\omega(R + \Delta_i) + \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m \cdot h_{\text{ЦВ}}} \cdot \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{\text{зчА}}^{(i-1)} \cdot \frac{l}{2} + F_{\text{зчА}}^{(i+1)} \cdot \frac{l}{2} \right)},$$

$$i = 2, 3, \dots, n-1. \quad (5.7)$$

Очевидно, що якщо

$$\begin{cases} F_{\text{зчА}}^{(0)} = 0; \\ F_{\text{зчА}}^{(n+1)} = 0, \end{cases} \quad (5.8)$$

то вираз (5.7) буде справедливим і для електровоза, який будемо вважати першим вагоном, і для останнього n -го вагона. З урахуванням цього зауваження в моделі (5.7) для критичної швидкості вагона $V_{\text{кр}}$ можна покласти $i = \overline{1, n}$.

Легко бачити, що для безпечного руху БЕТЗ по закругленню у горизонтальній площині необхідним є виконання обмеження

$$V \leq V_{\text{кр}}, \quad (5.9)$$

де $V_{\text{кр}}$ визначається з виразу (5.7) і береться рівним найменшому отриманому значенню.

Тепер перейдемо до розробки методу визначення граничних умов для задачі ідентифікації моделей оптимального руху по горизонталь-

ній площині БЕТЗ колією, що має закруглення, під час руху від одного закруглення до наступного.

Використання моделей (5.7) є першою вихідною передумовою для розроблюваного методу. Як другу вихідну передумови використаємо експлуатаційну вимогу проходження електропотягами закруглень з незмінною лінійною швидкістю.

Як показано вище, математичні моделі (5.7) отримані, виходячи з рівності моментів $M_{PA}^{(i)}$, $M_{зчA}^{(i-1)}$, $M_{зчA}^{(i+1)}$, $M_{гA}^{(i)}$, створюваних відносно точки А дотику рейки та колеса i -го вагона силою ваги цього вагона $P^{(i)}$ та силами зчеплення його з сусідніми вагонами $F_{зч}^{(i-1)}$, $F_{зч}^{(i+1)}$ з одного боку та відцентровою силою $F_{г}^{(i)}$ з протилежного, тобто з рівності (5.5).

Цілком очевидно, що у випадку, коли лінійна швидкість $V^{(i)}$ цього вагона стане більшою її критичного значення $V_{кр}^{(i)}$, яке визначається із співвідношення (5.7), то момент, створюваний відцентровою силою, стане більшим суми протидіючих йому моментів, тобто рівність (5.5) стане нерівністю, і під дією результуючого моменту цієї нерівності i -й вагон почне перевертатись та зійде з рейок. Тож для його несходження з рейок повинна виконуватись нерівність (5.9), а точніше нерівність

$$V^{(i)} \leq V_{кр}^{(i)}. \quad (5.10)$$

Позначимо $\lambda^{(i)}$ «запас несходження» i -го вагона з колії та визначимо його числове значення у такий спосіб:

$$\lambda^{(i)} = \frac{V_{кр}^{(i)} - V^{(i)}}{V_{кр}^{(i)}}, \quad (5.11)$$

звідки

$$V^{(i)} = (1 - \lambda^{(i)}) V_{кр}^{(i)}. \quad (5.12)$$

Оскільки на закругленні в кожній фіксованій точці колії

$$V^{(1)} = V^{(2)} = \dots = V^{(i)} = \dots = V^{(n)} = const, \quad (5.13)$$

а згідно з виразом (5.7) при різних масах вантажу у вагонах та різних значеннях висоти центрів ваги

$$V_{кр}^{(1)} \neq V_{кр}^{(2)} \neq \dots \neq V_{кр}^{(i)} \neq \dots \neq V_{кр}^{(n)}, \quad (5.14)$$

то і для кожного вагона в загальному випадку при виконанні нерівності (5.10) згідно з рівнянням (5.11) матимемо різні значення «запасу несходження» λ , тобто матимемо

$$\lambda^{(1)} \neq \lambda^{(2)} \neq \dots \neq \lambda^{(i)} \neq \dots \neq \lambda^{(n)}. \quad (5.15)$$

Очевидно, що як чисельне значення «запасу несходження» для електропотяга в цілому необхідно брати мінімальне значення з множини (5.15), тобто

$$\lambda = \min \{ \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \dots, \lambda^{(i)}, \dots, \lambda^{(n)} \} = \lambda^{(1)} \cap \lambda^{(2)} \cap \dots \cap \lambda^{(i)} \cap \dots \cap \lambda^{(n)}. \quad (5.16)$$

Але на практиці вибір з множини (5.10) може звестись до вибору лише одного з трьох значень λ , а саме значення $\lambda^{(1)}$ для електровоза, значення $\lambda^{(n)}$ для хвостового вагона та значення $\lambda_{чгс}^{(нв)}$ для вагона з найвище піднятим над колесами центром ваги. Адаже для вагона з найвище піднятим над колесами центром ваги знаменник під коренем у виразі (5.7) за рівної масової завантаженості матиме найбільше значення, а для електровоза вираз (5.7) перетворюється у вираз

$$V_{кр}^{(1)} = -\omega(R + A) + \sqrt{\frac{R + A}{m_1 h_{чгс1}} \left(P^{(1)} \left(\frac{l}{2} - A \right) + F_{зч}^{(2)} \frac{l}{2} - F_n \frac{l}{2} \right)}, \quad (5.17)$$

в якому l_1 – висота електровоза, а F_n – сила, створювана різницею тисків повітря на його бічну поверхню під час руху по закругленню колії, а для останнього (хвостового) вагона вираз (5.7) матиме вигляд

$$V_{кр}^{(n)} = -\omega(R + A_n) + \sqrt{\frac{R + A_n}{m_n h_{чгсn}} \left(P^{(n)} \left(\frac{l}{2} - A_n \right) + F_{зч}^{(n-1)} \frac{l}{2} \right)}, \quad (5.18)$$

оскільки хвостовий вагон має зчеплення, як і електровоз, лише з одного боку.

Як бачимо, і у виразі (5.17), і у виразі (5.18) чисельник під коренем суттєво зменшується у порівнянні з чисельником для будь-якого іншого вагона електропотяга, що приводить і до зменшення критичного значення швидкості та до зменшення, згідно з виразом (5.11), «запасу несходження».

А тепер перейдемо до алгоритму методу визначення граничних умов для швидкості електропотяга за умовами його руху закругленням колії з заданим рівнем «запасу несходження» [95].

Першим кроком у цьому методі буде визначення критичних значень $V_{кр}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n$ швидкості руху закругленням кожного вагона електропотяга за його відомими силовими, масовими і геометричними параметрами з використанням виразів (5.7), (5.17), (5.18).

Другим кроком буде встановлення вагона з найменшим критичним значенням $V_{кр}^{\min}$ швидкості руху по закругленню колії.

На третьому кроці, порадившись з диспетчерами та експлуатаційниками, виберемо мінімальне значення λ_{\min} «запасу несходження».

На четвертому кроці, підставляючи значення $V_{кр}^{\min}$ та λ_{\min} у вираз (5.12), знайдемо те значення $V_{зак}$ швидкості електропотяга, дотримуючись якого потрібно долати дане закруглення колії. Це значення –

$$V_{зак} = (1 - \lambda_{\min}) V_{кр}^{\min} \quad (5.19)$$

і буде граничним $V_{зп}$ для швидкості при розв'язанні задачі ідентифікації моделей оптимального руху електропотяга відрізком колії, який передує закругленню. А оскільки лінійна швидкість руху закругленням є незмінною, то його лінійне прискорення на закругленні є нульовим.

Тож на завершальному п'ятому кроці алгоритму запропонованого методу потрібно задати граничні умови для розв'язання задачі ідентифікації моделей оптимального руху електропотяга відрізком колії, що передує закругленню, у вигляді

$$\begin{cases} V_{zp} = V_{зак}; \\ V'_{zp} = 0. \end{cases} \quad (5.20)$$

6.2 Математичні моделі умов несходження з рейок БЕТЗ під час руху на спуск по закругленню колії у вертикальній площині

Визначимо умови несходження з колії БЕТЗ під час його руху по закругленню цієї колії у вертикальній площині при переході від горизонтального руху до руху по похилій площині на спуск (рис. 6.2) [89].

На рис. 6.2 нанесені лише ті сили, які діють на вагон БЕТЗ у вертикальній площині xOz , тобто сила ваги \vec{P} та її нормальна \vec{P}_n і дотична \vec{P}_o складові, а також відцентрова сила \vec{F}_c та сила реакції рейок \vec{F}_p . На рис. 6.2 показано також вектор дотичної складової лінійної швидкості вагона \vec{V} , кут нахилу похилої площини до горизонтальної γ , центр ваги вагона C , центр закруглення колії O_1 та абсциси x_n , x_k точок початку Π_2 та кінця K_3 закруглення.

Запишемо рівняння балансу сил, які діють на вагон по лінії нормалі, що проходить через центр ваги. З рис. 6.2 видно, що

$$P_n - F_c = F_p \quad (5.21)$$

або

$$P \cos \gamma - \frac{mV_n^2}{R+h} = F_p, \quad (5.22)$$

або

$$P \cos \gamma - \frac{m(V + \omega(R+h))^2}{R+h} = F_p, \quad (5.23)$$

де V_n – модуль повної лінійної швидкості вагона, що має масу m ; ω – кутова швидкість обертання центра ваги C вагона навколо центра O_1 закруглення радіуса R .

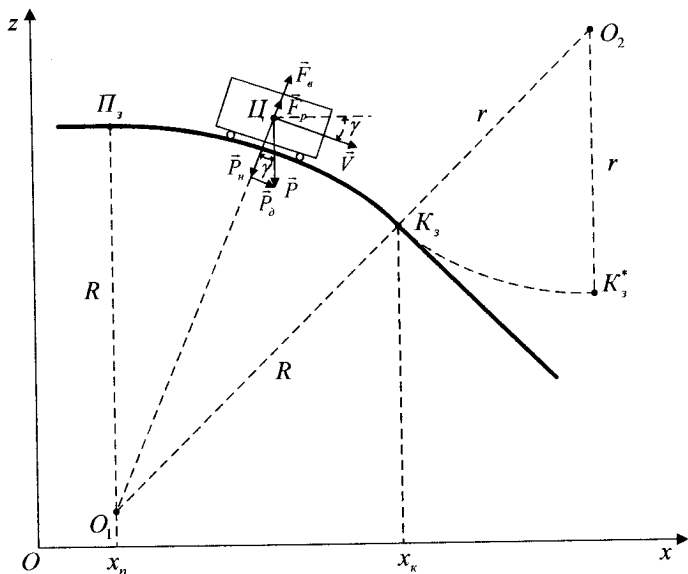


Рисунок 6.2 – Сили, що діють на вагон БЕТЗ під час руху по закругленню колії радіуса R у вертикальній площині при переході від горизонтального руху до руху на спуск

Введемо поняття допустимої сили реакції рейок $F_{дон}$, як сили, зменшення якої може призвести до відриву вагона від колії, і визначимо граничне значення лінійної швидкості вагона БЕТЗ, за якого сила реакції колії буде більшою допустимого значення, тобто за якого

$$F_p > F_{дон}. \quad (5.24)$$

У виразах (5.22), (5.23) формулу для відцентрової сили F_c взято з роботи [151].

Цілком очевидно, що умова

$$F_p = F_{дон} \quad (5.25)$$

задаватиме рівняння границі між вище вказаними станами коліс вагона.

Підставляючи значення F_p з виразу (5.23) в рівняння (5.25), отримаємо

$$P \cos \gamma - \frac{m(V + \omega(R + h))^2}{R + h} = F_{\text{дон}} \quad (5.26)$$

або

$$V^2 + 2\omega(R + h)V + \omega^2(R + h)^2 - \frac{(P \cos \gamma - F_{\text{дон}})(R + h)}{m} = 0. \quad (5.27)$$

Додатний корінь квадратного рівняння (5.27) матиме вигляд

$$V_{zp} = -\omega(R + h) + \sqrt{\frac{(P \cos \gamma - F_{\text{дон}})(R + h)}{m}}. \quad (5.28)$$

З рис. 6.2 видно, що під час руху вагона від точки початку закруглення колії Π_3 до точки кінця цього закруглення K_3 кут γ збільшується від нуля до γ_{K_3} . Тож згідно з виразом (5.28) граничне значення дотичної складової V_{zp} лінійної швидкості вагона буде зменшуватись від значення

$$V_{zp} = -\omega(R + h) + \sqrt{\frac{(P - F_{\text{дон}})(R + h)}{m}} \quad (5.29)$$

до значення

$$V_{zp \text{ min}} = -\omega(R + h) + \sqrt{\frac{(P \cos \gamma_{K_3} - F_{\text{дон}})(R + h)}{m}} \quad (5.30)$$

в точці K_3 . І якщо потрібно проходити це закруглення з постійним значенням дотичної складової лінійної швидкості, то необхідно задавати в усіх точках закруглення, починаючи з точки Π_3 , саме те її значення, яке визначається виразом (5.30).

Визначимо запас несходження вагона з колії у вигляді

$$z_{нс} = \frac{V_{сп} - V_{сп \min}}{V_{сп \min}}. \quad (5.31)$$

Згідно з виразом (5.31) для випадку, наведеного на рис. 6.2, в разі проходження закруглення зі швидкістю з виразу (5.30), лише в точці K_3 запас несходження буде дорівнювати нулю, а в усіх інших точках закруглення він буде більшим нуля.

Аналізуючи вираз (5.28), можна прийти до висновку, що закруглення колії можна проходити і зі змінною лінійною швидкістю, зменшуючи її по мірі збільшення кута γ . Але при цьому потрібно врахувати таке: при зменшенні швидкості БЕТЗ на закругленні i -й вагон буде нашттовхуватись на вагон $(i-1)$ у вузлі зчеплення $Ч_{i-1}$, а вагон $(i+1)$ у вузлі зчеплення $Ч_i$ буде нашттовхуватись на i -й вагон (рис. 6.3). У цьому випадку відносно осі, що проходить через вузол зчеплення $Ч_{i-1}$ на i -й вагон будуть діяти два обертальних моменти, створювані дотичними складовими сил ваги i -го вагона $\bar{P}_{Дi}$ та $\bar{P}_{Д(i+1)}$ вагона $(i+1)$. Плечима цих сил будуть відрізки перпендикулярів, проведених в точці $Ч_{i-1}$ до напрямків дії сил, тобто відповідно відрізки $A_{i-1}Ч_{i-1}$ (довжиною l_i) та $A_iЧ_{i-1}$ (довжиною l_{i+1}). Сумарний обертальний момент цих сил M_{Σ} становитиме

$$M_{\Sigma} = P_{Дi}l_i + P_{Д(i+1)}l_i. \quad (5.32)$$

Очевидно, що під дією цього сумарного обертального моменту колеса i -го вагона отримають додаткову складову, направлену на відрив коліс вагона від рейок, що зменшуватиме запас несходження цього вагона з колії.

Тож для того, щоб уникнути появи додаткового фактора зменшення запасу несходження вагона з рейок доцільно створювати йому умови руху по закругленню у вертикальній площині з постійною лінійною швидкістю, не більшою за визначену з виразу (5.30).

У практиці прокладення колій для БЕТЗ часто зустрічаються випадки, коли закруглення $П_3K_3$ радіуса R у вертикальній площині під час руху на спуск одразу переходить у нове закруглення $K_3K_3^*$ радіуса r з виходом знову на горизонтальну площину (на рис. 6.2 це закруг-

лення позначене штриховою лінією). Оскільки кут γ під час руху цим закругленням зменшується від γ_{K_3} до нуля, то це закруглення можна проходити з наростаючою швидкістю, але не більшою

$$V_{zp} = -\omega(r-h) + \sqrt{\frac{(P - F_{дон})(r-h)}{m}}. \quad (5.33)$$

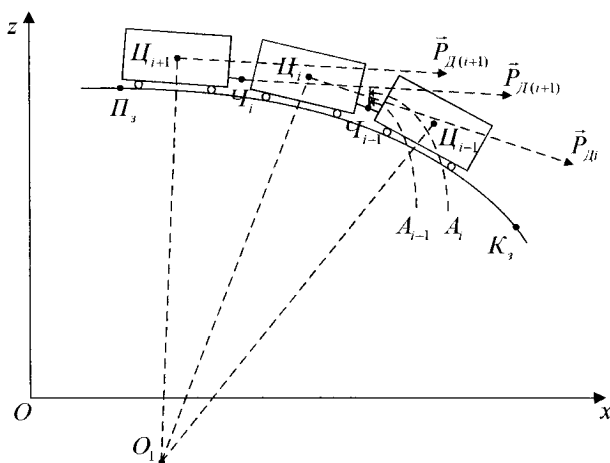


Рисунок 6.3 – Сили, що створюють обертальні моменти відносно осі, що проходить через точку C_{i-1} зчеплення i -го вагона з вагоном $(i+1)$

Цілком очевидно, що при такому прискореному русі обертальних моментів, подібних до визначених виразом (5.32), виникати не буде, тож такий рух не зменшуватиме запас несходження у порівнянні з його значенням, визначеним виразом (5.31).

6.3 Математичні моделі умов неруйнування закруглень колії у вертикальній площині під час руху по них БЕТЗ на підйом

Визначимо умови неруйнування закруглення колії у вертикальній площині під час руху по цьому закругленню БЕТЗ на підйом.

На рис. 6.4 нанесені лише ті сили, які діють на вагон БЕТЗ у вертикальній площині xOz , тобто сила ваги \vec{P} та її нормальна \vec{P}_n і доти-

чна \vec{P}_0 складові, а також відцентрова сила \vec{F}_g і сила реакції рейок \vec{F}_p . На рис. 6.4 вказаний також вектор дотичної складової лінійної швидкості вагона \vec{V} , кут нахилу похилої площини до горизонтальної γ , центр ваги вагона Π , центр закруглення колії O_1 та абсиси x_n , x_k точок початку Π_3 та кінця K_3 закруглення.

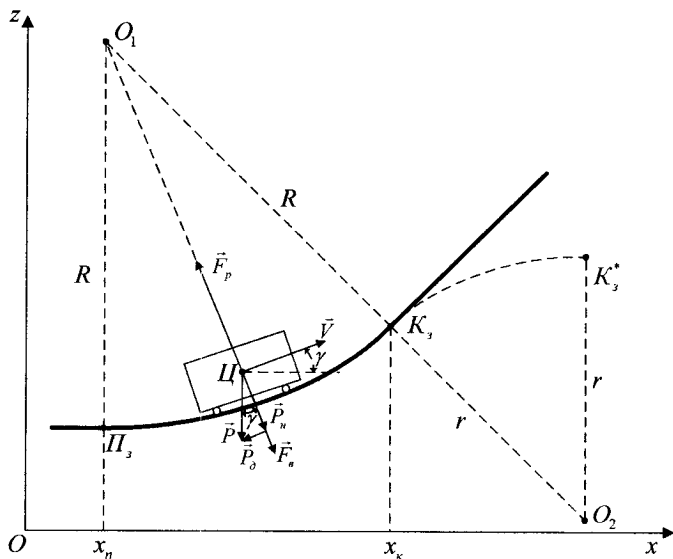


Рисунок 6.4 – Сили, що діють на вагон БЕТЗ під час руху по закругленню колії радіуса R у вертикальній площині при переході від горизонтального руху до руху по похилій площині на підйом

Запишемо рівняння балансу сил, які діють на вагон по лінії нормалі, що проходить через центр ваги. З рис. 6.4 видно, що

$$P_n + F_g = F_p \quad (5.34)$$

або

$$P \cos \gamma + \frac{mV_n^2}{R-h} = F_p, \quad (5.35)$$

або

$$P \cos \gamma + \frac{m(V + \omega(R-h))^2}{R-h} = F_p, \quad (5.36)$$

де V_n – модуль повної лінійної швидкості вагона, що має масу m ; ω – кутова швидкість обертання центра ваги C вагона навколо центра O_1 закруглення радіуса R .

Введемо поняття допустимої сили реакції колії $F_{\text{дон}}$, як сили, перевищення якої приводить до руйнування колії, і визначимо граничне значення лінійної швидкості вагона БЕТЗ, за якого сила реакції колії не перевищуватиме допустиме значення, тобто за якого

$$F_p < F_{\text{дон}}. \quad (5.37)$$

У виразах (5.35), (5.36) формулу для відцентрової сили $F_{\text{в}}$ взято з роботи [151].

Цілком очевидно, що умова

$$F_p = F_{\text{дон}} \quad (5.38)$$

задаватиме границю між вище вказаними силами.

Підставляючи значення F_p з виразу (5.38) в рівняння (5.36), отримаємо

$$P \cos \gamma + \frac{m(V + \omega(R-h))^2}{R-h} = F_{\text{дон}} \quad (5.39)$$

або

$$V^2 + 2\omega(R-h) \cdot V + \omega^2(R-h)^2 + \frac{(P \cos \gamma - F_{\text{дон}})(R-h)}{m} = 0. \quad (5.40)$$

Додатний корінь квадратного рівняння (5.40) матиме вигляд

$$V_{cp} = -\omega(R-h) + \sqrt{\frac{(F_{\text{дон}} - P \cos \gamma)(R-h)}{m}}. \quad (5.41)$$

З рис. 6.4 видно, що під час руху вагона від точки початку закруглення колії Π_3 до точки кінця цього закруглення K_3 кут γ збільшується від нуля до γ_{K_3} . Тож згідно з виразом (5.41) граничне значення дотичної складової V_{cp} лінійної швидкості вагона буде збільшуватись від значення

$$V_{cp \min} = -\omega(R-h) + \sqrt{\frac{(F_{\text{дон}} - P)(R-h)}{m}} \quad (5.42)$$

до значення

$$V_{cp}^{K_3} = -\omega(R-h) + \sqrt{\frac{(F_{\text{дон}} - P \cos \gamma_{K_3})(R-h)}{m}} \quad (5.43)$$

в точці K_3 . І якщо потрібно проходити це закруглення з постійним значенням дотичної складової лінійної швидкості, то необхідно задавати в усіх точках закруглення, починаючи з точки Π_3 , саме те її значення, яке визначається виразом (5.42).

Визначимо запас неруйнування закруглення $\Pi_3 K_3$ колії під час руху по ньому БЕТЗ у вигляді

$$Z_{np} = \frac{F_{\text{дон}} - F_p}{F_{\text{дон}}} \quad (5.44)$$

Згідно з виразом (5.44) для випадку, показаного на рис. 6.4, в разі проходження закруглення зі швидкістю, що визначається виразом (5.42), лише в точці Π_3 запас неруйнування колії буде дорівнювати нулю, а в усіх інших точках закруглення він буде більшим нуля.

Аналізуючи вирази (5.41)–(5.43), можна прийти до висновку, що закруглення колії можна проходити і зі змінною лінійною швидкістю, збільшуючи її по мірі збільшення кута γ , але не перевищуючи значення, яке задається виразом (5.43).

У практиці прокладення колій для БЕТЗ часто зустрічаються випадки, коли закруглення $\Pi_3 K_3$ радіуса R у вертикальній площині під час руху на підйом одразу переходить у нове закруглення $K_3 K_7^*$ раді-

уса r з виходом знову на горизонтальну площину – на рис. 6.4 це закруглення позначене штриховою лінією. Оскільки кут γ під час руху цим закругленням зменшується від γ_K , до нуля, то це закруглення можна проходити або з тією ж граничною швидкістю, що задається виразом (5.42) (якщо рух по обом закругленням здійснюється з постійною лінійною швидкістю), або зі швидкістю спадною від значення виразу (5.43) до значення виразу (5.42) (якщо на першому закругленні рух здійснювався з лінійною швидкістю, що збільшувалась).

Зуваження: в усіх формулах, пов'язаних з відцентровою силою, що виникає під час руху БЕТЗ по закругленню колії у горизонтальній площині, параметр Δ може бути опущений без втрати точності, оскільки він є меншим в сотні разів від параметра R , з яким додається. Аналогічно в усіх формулах, пов'язаних з відцентровою силою, що виникає під час руху БЕТЗ по закругленню колії у вертикальній площині, параметр h може бути опущений без втрати точності, оскільки він теж є меншим в сотні разів від параметра R , з яким додається чи від якого віднімається. У своїх статтях, пов'язаних з цією темою, ми з вищевказаних причин опускали ці параметри, але у монографії вирішили не опускати, аби усі викладки були математично строгими.

6.4 Оцінка впливу підвищення зовнішньої рейки на закругленні залізничної колії на критичну швидкість, з якою БЕТЗ ще може проходити це закруглення, не сходячи з рейок

Як показано у першому підрозділі цієї глави, значення критичної швидкості $V_{кр}^{(i)}$ i -го вагона БЕТЗ на закругленні радіуса R , перевищення якої приводить до сходження цього вагона з рейок, може бути знайдено з виразу (5.7), який для зручності повторимо

$$V_{кр}^{(i)} = -\omega(R + \Delta_i) + \sqrt{\frac{R + \Delta_i}{m \cdot h_{ЦВ}} \cdot \left(P^{(i)} \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) + F_{3чА}^{(i-1)} \cdot \frac{l}{2} + F_{3чА}^{(i+1)} \cdot \frac{l}{2} \right)},$$

$$i = 2, 3, \dots, n-1. \quad (6.7^*)$$

Поставимо задачу – визначити, як зміниться математична модель (5.7), якщо зовнішня рейка закруглення за методикою, викладеною у

роботі [152], буде підвищена над площиною, на якій встановлена внутрішня рейка, на кут γ , тобто знайдемо вираз для $V_{кпу}^{(i)}$ для випадку руху вагона так, як показано на рис. 6.5.

Оскільки, як видно з рисунка 6.5, рівняння балансу обертальних моментів, котрі діють на вагон у вертикальній площині, що проходить через точку А, для цього випадку набуває вигляду

$$\begin{aligned}
 P^{(i)}\left(\frac{l}{2} - A\right) \cos \gamma + P^{(i)} h_{II B}^{(i)} \sin \gamma + F_{34}^{(i-1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{34}^{(i-1)} h_{II B} \sin \gamma + \\
 + F_{34}^{(i+1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{34}^{(i+1)} h_{II B} \sin \gamma = \frac{m_i (V + \omega (R + \frac{A}{\cos \gamma}))^2}{R + \frac{A}{\cos \gamma}} h_{II B}^{(i)} \cos \gamma - \\
 - \frac{m_i (V + \omega (R + \frac{A}{\cos \gamma}))^2}{R + \frac{A}{\cos \gamma}} \left(\frac{l}{2} - A\right) \sin \gamma, \quad (6.45)
 \end{aligned}$$

то з цього рівняння випливає, що

$$V_{кпу}^{(i)} = -\omega_i \left(R + \frac{A}{\cos \gamma} \right) + \sqrt{\frac{R + \frac{A}{\cos \gamma}}{m_i \left(h_{II B}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - A \right) \sin \gamma \right)}} f(*), \quad (6.46)$$

де

$$\begin{aligned}
 f(*) = P^{(i)}\left(\frac{l}{2} - A\right) \cos \gamma + P^{(i)} h_{II B}^{(i)} \sin \gamma + F_{34}^{(i-1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + \\
 + F_{34}^{(i-1)} h_{II B} \sin \gamma + F_{34}^{(i+1)} \frac{l}{2} \cos \gamma + F_{34}^{(i+1)} h_{II B} \sin \gamma. \quad (6.47)
 \end{aligned}$$

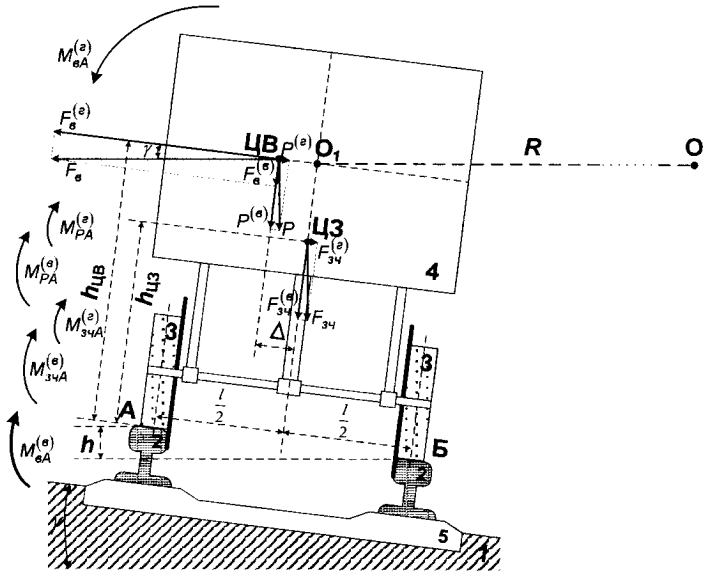


Рисунок 6.5 – Схематичний поперечний переріз вагона, що рухається у напрямку від нас по закругленню радіуса R (OO_1) з центром в точці O за наявності підвищення зовнішньої рейки

Звертаємо увагу на те, що у виразі для f^* , який входить до структури моделі (6.45), сили $F_{34}^{(i-1)}$, $F_{34}^{(i+1)}$ зчеплення $(i-1)$ -го та $(i+1)$ -го вагонів з i -м вагоном мають структуру:

$$F_{34}^{(i-1)} = P^{(i-1)} - F_{pkn}^{(i-1)}; \quad F_{34}^{(i+1)} = P^{(i+1)} - F_{pkn}^{(i+1)}, \quad (6.48)$$

де $P^{(i-1)}$, $P^{(i+1)}$ – сили ваги $(i-1)$ -го та $(i+1)$ -го вагонів, а $F_{pkn}^{(i-1)}$, $F_{pkn}^{(i+1)}$ – сили, що створюються ресорними комплектами пружин цих вагонів при розміщенні пружин між боковою рамою кожної колісної пари та надресорною балкою, що кріпиться шарнірно з вагоном.

Враховуючи те, що для реальних колій в Україні значення R не виходять з діапазону від кількох сотень метрів до кількох тисяч, а максимальне значення підвищення зовнішньої рейки h не перевищує

150 мм, що при стандартизованих нормативних значеннях $l = 1520$ мм обмежує $\cos \gamma$ значеннями, не меншими за 0,996, відношеннями $\frac{\Delta_i}{\cos \gamma}$ у виразі (6.46) можна знехтувати без внесення похибок, більших за десяти частини відсотка, і представити його у вигляді:

$$V_{\text{крг}}^{(i)} \approx -\omega_i R + \sqrt{\frac{R}{m_i \left(h_{\text{ЛБ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*). \quad (6.49)$$

А якщо врахувати ще й те, що згідно з положеннями роботи [153]

$$\omega R \approx \left(\frac{V}{2\pi R} \right) R = \frac{V}{6,28}, \quad (6.50)$$

то з виразів (6.49) та (6.50) випливає, що

$$V_{\text{крг}}^{(i)} \approx 0,86 \cdot \sqrt{\frac{R}{m_i \left(h_{\text{ЛБ}}^{(i)} \cos \gamma - \left(\frac{l}{2} - \Delta_i \right) \sin \gamma \right)}} f(*). \quad (6.51)$$

Звертаємо увагу на те, що, записуючи вирази для обертальних моментів відносно точки А, розміщеної на зовнішній рейці колії, ми не повинні враховувати силу $F_{\text{ркн}}^{(i)}$, що створюється ресорними комплектами пружин цього вагона, оскільки вона урівноважується відповідною силою реакції рейки, але повинні враховувати сили $F_{\text{ркн}}^{(i-1)}$, $F_{\text{ркн}}^{(i+1)}$, що створюються ресорними комплектами пружин зчеплених вагонів, оскільки вони прикладаються не до точки А на зовнішній рейці колії, а до центрів зчеплення цих вагонів з i -м.

Нагадаємо також, що в усіх нормативних відомчих методиках визначення впливу підвищення зовнішньої рейки на h , включаючи [152] і [154], допустимі значення лінійної швидкості $V_{\text{крн}}^{(i)}$ i -го вагона визначаються, виходячи з рівності нулю поперечного прискорення, створюваного різницею горизонтальних складових відцентрової сили $F_g^{(i)}$ та сили ваги $P^{(i)}$, тобто виходячи з виразу

$$\frac{m_i \left(V_{крв}^{(i)} \right)^2}{R} \cos \gamma = P^{(i)} \sin \gamma, \quad (6.52)$$

який, виходячи з того, що

$$\cos \gamma \approx 1; \quad \sin \gamma = \frac{h}{l}; \quad P^{(i)} = m_i g, \quad (6.53)$$

приводять до вигляду

$$\frac{\left(V_{крв}^{(i)} \right)^2}{R} = \frac{gh}{l}, \quad (6.54)$$

де g – прискорення вільного падіння тіла.

Із виразів (6.52)–(6.54) випливає, що

$$V_{крв}^{(i)} = \sqrt{\frac{ghR}{l}} = \sqrt{\frac{R}{m_i} P^{(i)} \sin \gamma}. \quad (6.55)$$

Порівнюючи вирази (6.49), (6.51) з виразом (6.55), бачимо, що значення критичної лінійної швидкості, отримані з їх використанням, суттєво відрізнятимуться. І в цьому немає нічого дивного, оскільки вони виведені за різними критеріями і з врахуванням різної кількості факторів, а саме – відомча модель (6.55) для критичної лінійної швидкості виведена з використанням критерію максимального комфорту для пасажирів і однаковості тиску вагона на обидві рейки, що досягається згідно з виразом (6.54) нульовим значенням поперечного прискорення вагона, а наші моделі (6.49), (6.51) виведені з використанням критерію (5.10), дотримання якого забезпечує несходження вагона з рейок. Наша модель (6.51) враховує також кутову швидкість обертання центра маси вагона навколо центра закруглення колії, що зовсім не враховується у відомчих методиках визначення допустимої лінійної швидкості вагона на закругленні колії.

Порівнюючи вирази (6.49), (6.51) з виразом (6.55), також легко бачити, що значення допустимої лінійної швидкості вагона, визначені за нашими моделями, будуть більшими за значення цієї швидкості, визначеної за відомчою методикою, оскільки у відомчій методиці не

враховуються сили зчеплення вагона з сусідніми, котрі починають протидіяти відцентровій силі лише після вибрання люфту в зчіплюючих пристроях.

Визначаючи місце наших моделей серед інших моделей, що були отримані іншими авторами і уже увійшли у відомчі методики оцінки впливу підвищення зовнішньої рейки, можна стверджувати, що їх використання є доцільним при визначенні швидкостей руху вантажних потягів, для яких можна заради збільшення швидкостей проходження потягами закруглень допустити перевищення поперечним прискоренням його нормативних $0,7 \text{ м/сек}^2$.

Слід зазначити, що в деяких роботах, які були опубліковані після 1999 року, тобто року, в якому було введено в дію відомчу методику [152], наприклад, в роботі [155], їх авторами також пропонуються де-що інші моделі для визначення критичних значень швидкості проходження закруглень, але усі ці моделі не вносять нового змісту у відомчу методику, а лише доповнюють її, у той час як на основі наших моделей, придатних для планування руху по закругленнях вантажних потягів, у цю методику можна привнести і новий зміст.

6.5 Висновки до глави 6

У шостій главі монографії здійснено синтез математичних моделей умов безпечного руху БЕТЗ на закругленнях колії, які одночасно є граничними умовами, необхідними для розв'язання задач ідентифікації моделей оптимального руху на відрізках колії, що стикаються з закругленнями. В рамках цього синтезу:

1) побудовано модель обмеження на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії, яка враховує вплив: відцентрової сили, що діє на центр маси вагона з вантажем, сили ваги, що прикладена до цього ж центра, та сил ваги сусідніх вагонів, дія яких передається через вузли зчеплення вагонів між собою;

2) введено поняття «запасу несходження» та запропоновано використовувати його як критерій оптимальності під час руху БЕТЗ по закругленню колії і виведено основні математичні співвідношення, за допомогою яких здійснюються розрахунки, пов'язані з використанням введеного критерію «запасу несходження», а також запропоновано метод визначення граничних умов по швидкості і прискоренню з ви-

користанням «запасу несходження» під час руху по закругленню колії для задачі ідентифікації моделей оптимального руху БЕТЗ відрізком колії, який передує цьому закругленню;

3) побудовано математичні моделі умов несходження з рейок БЕТЗ під час руху на спуск по закругленню колії у вертикальній площині у формі залежності граничного значення лінійної швидкості від кута нахилу похилої площини до горизонтальної та у вигляді «запасу несходження» та досліджено вплив лінійної швидкості вагона, що рухається по закругленню колії у вертикальній площині, на «запас несходження» з рейок БЕТЗ під час руху по цьому закругленню;

4) побудовано математичні моделі умов неруйнування закруглення колії у вертикальній площині під час руху по ньому БЕТЗ на підйом у формі залежності граничного значення лінійної швидкості від кута нахилу похилої площини до горизонтальної та у вигляді «запасу неруйнування»;

5) за критерієм безпеки руху синтезовано математичну модель для визначення критичного значення лінійної швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки, при перевищенні якого вагон зійде з рейок;

6) показано, як змінюється критичне значення лінійної швидкості вагона при врахуванні кутової швидкості обертання його центра маси навколо центра закруглення, що не враховано в моделях, які використовуються у відомчих нормативних методиках;

7) здійснено порівняння синтезованих моделей для визначення критичного значення лінійної швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки з тими моделями, що використовуються у відомчих методиках організації руху залізничного транспорту на закругленнях;

8) визначено місце синтезованих моделей на множині усіх моделей визначення критичних значень швидкості руху вагона по закругленню колії з підвищенням зовнішньої рейки, запропонованих іншими авторами і уже внесених для використання до відомчих нормативних методик та інструкцій або запропонованих до внесення.

ЛІТЕРАТУРА

1. О реализации закона оптимального управления тяговым электротехническим комплексом / [О. Н. Синчук, Д. А. Шокарев, Е. И. Скапа и др.] // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2011. – № 3 (79). – С. 140–141.
2. Синчук О. Н. Импульсные системы управления и защиты на рудничном электровозном транспорте / О. Н. Синчук, В. В. Чумак, О. В. Ершов. – К. : АДЭФ-Украина, 1998. – 277 с.
3. Импульсная система управления рудничными аккумуляторными электровозами / О. Н. Синчук, И. А. Луценко, Е. В. Афанасьев, Н. В. Виноградов // Горный журнал. – 1991. – № 2. – С. 42–43.
4. Тяговый электропривод рудничного аккумуляторного электровоза / О. Н. Синчук, И. О. Синчук, А. А. Чернышов, Д. Л. Сушко // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2002. – Т. 1, Вип. 12. – С. 204–205.
5. Энергозберігаюче керування електротехнічними та енергетичними комплексами і системами : монографія / [О. М. Синчук, Н. А. Федорченко, Л. Б. Литвинський, К. І. Федорченко та ін.]. – Кременчук : ПП Щербатих О.В., 2010. – 340 с.
6. Синчук О. Н. Стратегия мобильных систем мониторинга и энергетической диагностики электроприводов в промышленности / О. Н. Синчук, А. П. Черный, Ю. Г. Осадчук // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Зб. наук. пр. – Кременчук, 2007. – Вип. 1, №1. – С. 36–42.
7. Колбасинский Д. В. Микропроцессорная система управления процессом разгона и движения электроподвижного состава городского электрического транспорта : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.05 / Колбасинский Дмитрий Владимирович. – Красноярск, 2006. – 140 с.
8. Колбасинский Д. В. Комплекс технических средств для автоматизации испытаний тяговых электроприводов / Д. В. Колбасинский, В. И. Пантелеев // Транспортные средства Сибири. – Красноярск, 1996. – С. 178–186.

9. Колбасинский Д. В. Энергоресурсосбережение на городском электрическом транспорте / Д. В. Колбасинский, Ю. П. Попов, Л. С. Синенко // Развитие теплоэнергетического комплекса города. – Красноярск, 2001. – С.74–78.

10. Колбасинский Д. В. Энергоресурсосбережение на городском электрическом транспорте / Д. В. Колбасинский, Ю. П. Попов, А. Ю. Южанников // Электрика. – 2002. – № 6. – С. 31–33.

11. Колбасинский Д. В. Системный подход к энергосбережению и автоматизация в отрасли городского электрического транспорта / Д. В. Колбасинский // Энергосбережение и энергетическая безопасность регионов России : материалы докладов. – Томск : Изд. ЦНТИ, 2002. – С. 147–152.

12. Колбасинский Д. В. Энергосбережение на городском электрическом транспорте / Д. В. Колбасинский // Вестник городского электрического транспорта России. – 2002. – № 6(51). – С. 3–7.

13. Колбасинский Д. В. Оптимизация по энергопотреблению городского электрического транспорта с реостатно-контакторной системой управления / Д. В. Колбасинский // Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири. – Иркутск : ИрГТУ, 2003. – С. 154–158.

14. Ереско С. П. Способ управления пуском подвижного состава постоянного тока с реостатно-контакторной системой управления / С. П. Ереско, Д. В. Колбасинский // Механики – XXI веку : сборник докладов V Межрегиональной научно-технической конференции с международным участием. – Братск : ГОУ ВПО «БрГУ», 2006. – С. 159–160.

15. Ереско С. П. Оптимизации режима работы постоянного тока с реостатно-контакторной системой управления по энергопотреблению / С. П. Ереско, Д. В. Колбасинский // Механики – XXI веку : сборник докладов V Межрегиональной научно-технической конференции с международным участием. – Братск : ГОУ ВПО «БрГУ», 2006. – С. 164–166.

16. Комбинаторика преобразователей напряжения современных тяговых электроприводов рудничных электровозов / [О. Н. Синчук,

Н. Н. Юрченко, А. А. Чернышев, И. О. Синчук и др.]. – К. : Институт электродинамики НАН Украины, 2006. – 250 с. – ISBN 966-02-4067-8.

17. Мокін Б. І. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 1. – С. 45–47.

18. Мокін О. Б. Порівняльний аналіз математичних моделей кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – № 2. – С. 52–58.

19. Колпахчян П. Г. Методология комплексного моделирования и способы управления асинхронным тяговым приводом магистральных электровозов : дис. ... докт. техн. наук : 05.09.03 / П. Г. Колпахчян. – Новочеркасск, 2006. – 398 с.

20. Универсальный механизм [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.umlab.ru/index_rus.htm.

21. Погорелов Д. Ю. О численных методах моделирования движения систем твердых тел / Д. Ю. Погорелов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – № 4. – 1995. – С. 501–506.

22. Pogorelov D. Some developments in computational techniques in modeling advanced mechanical systems. / D. Pogorelov, D.H. van Campen (ed.) // Interaction between Dynamics and Control in Advanced Mechanical Systems. Proc. IUTAM Symp. Eindhoven. – Dordrecht : Kluwer Acad. Publ., 1999. – P. 313–320.

23. Pogorelov D. Yu. Differential-algebraic equations in multibody system modeling / D. Yu. Pogorelov // Numerical algorithms. – V. 19, No. 1–4. – 1998. – P. 183–194.

24. Pogorelov D. Yu. On numerical methods of modelling large multibody systems / D. Yu. Pogorelov // Mechanism and machine theory. – No. 34. – 1999. – P. 791–800.

25. Kovalev R. Optimizing Multibody Systems: Some Implementations and Results / R. Kovalev, In Werner Schiehlen and Michael Valasek (eds.). – Prague, 2002. – P. 107–112. (Preprints / NATO

Advanced Study Institute on Virtual Nonlinear Multibody Systems, Czech Technical University in Prague).

26. Yazykov V. N. Some Results of Wheel-Rail Contact Modelling / V. N. Yazykov, In Werner Schiehlen and Michael Valasek (eds.). – Prague, 2002. – P. 236–241. (Preprints / NATO Advanced Study Institute on Virtual Nonlinear Multibody Systems, Czech Technical University in Prague).

27. Kovalev R. Railway Vehicle Dynamics: Some Aspects of Wheel-Rail Contact Modeling and Optimization of Running Gears / R. Kovalev, V. N. Yazykov, G. S. Mikhalchenko, D. Yu. Pogorelov // Mechanics Based Design of Structures and Machines. – V. 31, No. 3. – 2003. – P. 315–334.

28. Михальченко Г. С. Совершенствование динамических качеств подвижного состава железных дорог средствами компьютерного моделирования / Г. С. Михальченко, Д. Ю. Погорелов, В. А. Симонов // Тяжелое машиностроение. – № 12. – 2003. – С. 2–6.

29. Ковалев Р. В. Влияние параметров буксовых адаптеров для тележки типа 18-100 на показатели износа бандажей колесных пар и устойчивость движения грузовых вагонов / Р. В. Ковалев, С. В. Котов, В. А. Симонов, Д. Ю. Погорелов // Вестник БГТУ. – Брянск, 2004. – № 1 (1). – С. 147–155.

30. Ковалев Р. В. Моделирование электромеханической системы тепловозов / Р. В. Ковалев, Г. А. Федяева, В. Н. Федяев // Сборник трудов ДИИТа. – Днепропетровск, 2007. – № 14. – С. 123–127.

31. Федяева Г. А. Оценка динамических нагрузок тягового привода на электромеханических моделях перспективных тепловозов / Г. А. Федяев, Д. Ю. Погорелов // Тяжелое машиностроение. – 2007. – № 10. – С. 30–35.

32. Freight car models and their computer-aided dynamic analysis / Kovalev R., Lysikov N., Mikheev G., Pogorelov D. [etc.] // Multibody System Dynamics. – 2009. – V. 22, No. 4. – P. 399–423.

33. Совершенствование системы управления тяговым электроприводом грузового локомотива / Р. В. Ковалев, С. Ю. Матюшков, А. А. Пугачев [и др.] // Известия Тульского государственного университета. – 2010. – Вып. 3. – С. 109–114.

34. Моделирование динамики колесных и гусеничных роботов в реальном времени с использованием программного комплекса «Универсальный механизм» / Д. Ю. Погорелов, Г. В. Михеев, Р. В. Ковалев, Д. Г. Агапов // Труды XXI Международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника 2010». – С.-Пб. : Политехника-сервис, 2010. – С. 180–186.

35. Прокудін Г. С. Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах / Г. С. Прокудін. – К. : НТУ, 2006. – 224 с. – ISBN 966-632-062-2.

36. Brockmeyer A. Vom ICE S zum Velaro. 10 Jahre Betriebserfahrung mit Hochgeschwindigkeits-Triebwagen / A. Brockmeyer, Th. Gerhard, E. Lübben // Elektrische Bahnen. – München, 2007. – No. 6. – S. 362–368.

37. От опытного поезда ICE S к серийному Velaro // Железные дороги мира. – 2008. – № 3. – С. 40–47.

38. Высокоскоростной поезд Velaro для России / [А. Липп, Д. Йон, Р. Манглер и др.] // Железные дороги мира. – 2009. – № 1. – С. 36–50.

39. Steuger M. Velaro D takes shape / M. Steuger, S. Schelhaus, E. Lübben // Railway Gazette International. – 2010. – No. 5. – P. 32–35.

40. Steuger M. Velaro – kundenorientierte Weiterentwicklung eines Hochgeschwindigkeitszuges / M. Steuger // ZEVrail. – 2009. – No. 10. – S. 414–425.

41. Velaro D для Германии // Железные дороги мира. – 2010. – № 8. – С. 30–37.

42. Gansekow R. Using SIMPACK at Siemens TS Trains [Электронный ресурс] / Roger Gansekow // TS TR EN 02. – 2004. – 32 p. – Режим доступа: http://www.simpack.com/fileadmin/simpack/doc/usermeeting04/um04_siemens_gans.pdf.

43. SIMPACK Multi-Body Simulation Software [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.simpack.com>.

44. General Overview of SIMPACK Applications [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.simpack.com/fileadmin/simpack/doc/papers/Overview_General_SIMPACK_Industrial_Sectors_23-09-09.pdf.

45. Stribersky A. Structural Dynamics of Rail Vehicle Systems: A Virtual Systems Approach / A. Stribersky, F. Moser, W. Rulka // Developments in Engineering Computational Technology. – Civil-Comp Press, Edinburgh, UK. – P. 29–36.

46. SIMPACK Wheel/Rail [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.simpack.com/fileadmin/simpack/doc/brochures/Brochure_Wheel-Rail_en.pdf.

47. Adams for Multibody Dynamics [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Adams.aspx>.

48. Данилов В. Я. До реалізації інструментарію дослідження хаотичної та регулярної поведінки динамічних систем і реконструкції оператора еволюції динамічних систем / В. Я. Данилов, А. Ю. Зінченко // Наукові праці ЧДУ ім. Петра Могили. Серія: комп'ютерні технології. – 2010. – Том. 130, вип. 143. – С. 30–38.

49. Лежнюк П. Д. Принцип найменшої дії в задачах технічної електродинаміки / П. Д. Лежнюк, В. І. Нагул, В. В. Нетребський // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2010. – № 1(19). – С. 110–118.

50. Лежнюк П. Д. Принцип найменшої дії в задачах оптимізації електроенергетичних систем / П. Д. Лежнюк, В. В. Кулик, В. В. Нетребський // Технічна електродинаміка. – 2006. – № 3. – С. 35–41.

51. Петров Ю. П. Оптимальное управление движением транспортных средств / Ю. П. Петров. – Л. : Энергия, 1969. – 96 с.

52. Мокін Б. І. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 2. – С. 57–61.

53. Мокін Б. І. Експериментальна ідентифікація математичної моделі динаміки електропривода трамвая / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 3. – С. 46–49.

54. Мокін Б. І. Друга ітерація алгоритму побудови математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 5. – С. 43–49.

55. Мокін Б. І. Оптимізація електропривода трамвая при незмінному моменті навантаження / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Матеріали 11-ої міжнародної конференції з автоматичного управління «Автоматика–2004» (м. Київ). Т. 3. – 2004. – С. 20.

56. Мокін Б. І. Оптимізація електропривода трамвая в режимах сталого недовантаження та перевантаження / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2004. – № 6. – С. 28–33.

57. Мокін Б. І. Створення передумов для практичної реалізації математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – № 1. – С. 39–42.

58. Мокін О. Б. До питання моделювання характеристики намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – № 3. – С. 54–57.

59. Мокін Б. І. Математичні моделі характеристики намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням та їх порівняльний аналіз / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Електромеханічні системи, методи моделювання та оптимізації» (м. Кременчук). Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Випуск 3/2005 (32). – С. 193–196.

60. Мокін Б. І. Особливості практичної реалізації оптимізації електропривода трамвая в режимі сталого навантаження / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Матеріали міжнародної конференції «Проблеми автоматизованого електроприводу: теорія і практика» (м. Алушта). Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2005. – № 45. – С. 95–96.

61. Мокін О. Б. Експериментальне визначення еквівалентного статичного моменту навантаження та еквівалентного моменту інерції махових мас електропривода трамвая, приведеного до умовної осі / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – № 6. – С. 157–159.

62. Великий тлумачний словник сучасної української мови / Уклад. і голов. ред. В. Т. Бусел. – К.; Ірпінь : Перун, 2007. – 1736 с.

63. Кремень В. Г. Філософія управління : підручник. 2-ге вид., доповнене і перероблене / В. Г. Кремень, С. М. Пазиніч, О. С. Пономарьов. – Харків : НТУ «ХІП», 2008. – 524 с.

64. Петров Ю. П. Вариационные методы оптимального управления / Ю. П. Петров. – Л. : Энергия. Ленингр. отделение, 1965. – 220 с.

65. Стрелков С. П. Механика / С. П. Стрелков. – М. : Наука, 1965. – 528 с.

66. Мокін Б. І. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 1) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – № 6. – С. 55–58.

67. Андреев В. П. Основы электропривода / В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1963. – 772 с.

68. Мокін Б. І. Математичні моделі багатомасових розподілених динамічних систем для задач оптимізації (частина 2) / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 1. – С. 28–33.

69. Петров Ю. П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву / Ю. П. Петров. – Л. : Энергия. Ленингр. отделение, 1971. – 144 с.

70. Мокін Б. І. Математичні моделі руху транспортних засобів, оптимальні за критерієм мінімуму витрат енергії, з урахуванням рельєфу / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2007. – № 3. – С. 28–33.

71. ДБН В.2.3-19-2008. Споруди транспорту. Залізничі колії 1520 мм. Норми проектування. – К. : Мінрегіонбуд України, 2008. – 126 с.

72. Кантор И. И. Изыскания и проектирование железных дорог / И. И. Кантор. – М. : Академкнига, 2003. – 288 с. – ISBN 5-94628-053-8.

73. Электрические железные дороги : учебник / Под ред. проф. В. П. Феоктистова, проф. Ю. Е. Просвинова; Моск. ун-т путей сообщения; Самарская гос. акад. путей сообщения. – Самара : СамГАПС, 2006. – 312 с. – ISBN 5-98941-032-8; ISBN 5-7876-0020-7.

74. Общий курс железных дорог : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Ю. И. Ефименко, М. М. Уздин, В. И. Ковалев и др. ; под ред. Ю. И. Ефименко. – М. : Академия, 2005. – 256 с. – ISBN 5-7695-2046-9.

75. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів : навчальний посібник / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 300 с.

76. Мокін Б. І. Математичні методи ідентифікації динамічних систем: навчальний посібник / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 260 с.

77. Овчинников П. Ф. Высшая математика : учеб. пособие / П. Ф. Овчинников, Б. М. Лисицын, В. М. Михайленко. – К. : Высшая школа, 1989. – 679 с.

78. Мокін О. Б. Особливості моделювання руху електричних транспортних засобів з врахуванням залежності навантаження від рельєфу місцевості [Електронний ресурс] / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Наукові праці ВНТУ. – 2010. – № 1. – С. 1–6. – Режим доступу до журн.: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2010_1/2010-1.files/uk/10abmlor_ua.pdf.

79. Мокін О. Б. Оптимізація режиму руху порожнього електричного транспортного засобу на прямолінійному горизонтальному відрізку колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2010. – № 28. – С. 266–269.

80. Мокін О. Б. Метод інтегрально-гармонійної ідентифікації засобів електротранспорту як нелінійних динамічних систем з нелінійністю, охопленою зворотнім зв'язком / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Ін-

формаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2010. – № 1. – С. 28–33.

81. Мокін О. Б. Оптимізація руху порожнього електричного транспортного засобу по прямолінійній горизонтальній колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 3. – С. 28–33.

82. Мокін О. Б. Оптимізація режиму руху завантаженого електричного транспортного засобу на прямолінійному відрізку колії, прокладеній на горизонтальній площині / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. – №3/2010 (62), частина 2. – С.162–165.

83. Мокін О. Б. Відносні моделі руху електричного транспортного засобу по горизонтальному прямолінійному відрізку колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 2. – С. 20–24.

84. Мокін Б. І. Обмеження на швидкість руху електропотяга по закругленню колії / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія й практика : тематичний випуск науково-технічного журналу «ЕКОІНФОРМ». – Львів : ЕКОІнформ, 2009. – С. 138–139.

85. Мокін Б. І. До питання визначення сил в задачі моделювання руху електропотяга на закругленнях колії в умовах обмеження на лінійну швидкість / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 6. – С. 52–53.

86. Мокін Б. І. Модель обмеження на лінійну швидкість вагона електропотяга під час його руху по закругленню колії / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 3. – С. 27–29.

87. Мокін Б. І. Метод ідентифікації нелінійних динамічних об'єктів з екстремальними статичними характеристиками [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2009. – № 2. – С. 1–8. – Режим доступу до журн.: http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-2/2009-2.files/uk/09bimesc_ua.pdf.

95. Мокін О. Б. Метод визначення граничних умов для задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу колією, що має закруглення / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 4. – С. 17–20.

96. Мокін Б. І. Фур'є-інтегральна ідентифікація нелінійних динамічних об'єктів / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Матеріали 16-ї міжнародної конференції з автоматичного управління «Автоматика–2009». – Чернівці : Книги-XXI, 2009. – С. 82–83.

97. Мокін О. Б. Структура інформаційної технології ідентифікації моделей та оптимізації режимів роботи електричних транспортних засобів в умовах обмежень на час і швидкість руху та витрати електроенергії / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 1. – С. 63–66.

98. Методы организации компьютерных систем коммерческого управления электрическими объектами / А. И. Стасюк, Б. С. Стогний, М. Ф. Сопель, И. А. Стасюк // Моделювання та інформаційні технології : зб. наукових праць / НАН України; Інститут проблем моделювання в енергетиці. – К., 2002. – Випуск 15. – С. 3–15.

99. Организация многофункциональных компьютерных систем управления технологическими процессами транспорта / А. И. Стасюк, Г. И. Загарний, Н. О. Ковзель и др. // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 2003. – № 5.

100. Принципы организации параллельных многофункциональных контроллеров динамического управления технологическими процессами транспорта / А. И. Стасюк, Н. В. Семенова, Н. О. Ковзель // Зб. наукових праць : Випуск 19 / НАН України ; Інститут проблем моделювання в енергетиці. – К., 2003. – С. 1–9.

101. Стасюк А. И. Математические модели оптимизации электропотребления по дифференцированным коммерческим тарифам / А. И. Стасюк // Моделювання : зб. наук. праць XXII науково-технічної конференції / Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Пухова. – К., 2003. – С. 147–150.

102. Мокін Б. І. Оптимізація електроприводів : навчальний посібник / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 250 с.

103. Habel D. Schwungmassen – Energiespeicher für Stadtbahnnetze / D. Habel, S. Kähler, T. Lösel // Elektrische Bahnen. – 2003. – No. 101. – S. 310–314.

104. Хабель Д. Инерционный накопитель энергии для тяговой сети / Д. Хабель, С. Келер, Т. Лэсель // Железные дороги мира. – 2004. – № 2.

105. Безрученко В. М. Тягові електричні машини електрорухомого складу : навчальний посібник / В. М. Безрученко, В. К. Варченко, В. В. Чумак. – Д. : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2003. – 252 с.

106. Савчук С. Г. Вища геодезія : підручник / Савчук С. Г. – Житомир, 2005. – 315 с.

107. Поклад Г. Г. Геодезия : учебное пособие для вузов / Г. Г. Поклад, С. П. Гриднев. – М. : Академический Проспект, 2007. – 592 с. – ISBN 5-8291-0781-3.

108. Федотов Г. А. Инженерная геодезия : учебник / Г. А. Федотов. – 2-е изд., исправл. – М. : Высш. шк., 2004. – 463 с. – ISBN 5-06-004156-5.

109. Яковлев Н. В. Высшая геодезия : учебник для вузов / Н. В. Яковлев. – М. : Недра, 1989. – 445 с.

110. Кудрявцев В. А. Краткий курс высшей математики / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. – 5-е изд. – М.: Наука, 1978. – 624 с.

111. Математическая энциклопедия в пяти томах / гл. ред. И. В. Виноградов. – М. : Советская энциклопедия. – 1983.

112. Маркушевич А. И. Замечательные кривые, выпуск 4 / А. И. Маркушевич. – М. : Гостехиздат, 1952. – 32 с.

113. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1978. – 832 с.

114. Геоинформационная система «КАРТА 2000» («Панорама 7.х» 1991–2004). Руководство пользователя («Mapguide») / Под ред. О. В. Беленкова. – РФ, Ногинск : КБ Панорама, 2004. – 112 с.

115. Zogg Jean-Marie. GPS. Essentials of Satellite Navigation. Compendium [Электронный ресурс] / Jean-Marie Zogg. – Режим дост.: [http://www.zogg-jm.ch/Dateien/GPS_Compndium\(GPS-X-02007\).pdf](http://www.zogg-jm.ch/Dateien/GPS_Compndium(GPS-X-02007).pdf).

116. Леонтьев Б. К. GPS: Все, что Вы хотели знать, но боялись спросить. Неофициальное пособие по глобальной системе местоопределения / Б. К. Леонтьев. – М. : Бук-Пресс, 2006. – 352 с.

117. Одуан К. Измерение времени. Основы GPS / К. Одуан, Б. Гино. – М. : Техносфера, 2002. – 400 с.

118. Кузовков Н. Т. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н. Т. Кузовков, О. С. Салычев. – М. : Машиностроение, 1982. – 216 с.

119. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под. ред. Б. С. Алешина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424 с. – ISBN 5-9221-0735-6.

120. Салычев О. С. MEMS/GPS – малогабаритная интегрированная навигационная система / О. С. Салычев // Геопрофи. – 2003. – № 3. – С. 16–17.

121. Історія створення Південно-Західної залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.southwest.history&lng=uk>.

122. Історія створення Донецької залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.don.donhist&lng=uk>.

123. Історія створення Львівської залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.lviv.history&lng=uk>.

124. Історія створення Одеської залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.odessa.history&lng=uk>.

125. Історія створення Придніпровської залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.prdnipro.history&lng=uk>.

126. Історія створення Південної залізниці. Офіційний веб-сайт Укрзалізниці [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://uz.gov.ua/?m=all.road.south.history&lng=uk>.

127. Куропаткин П. В. Теория автоматического управления / П. В. Куропаткин. – М. : Высшая школа, 1973. – 528 с.

128. Василенко Г. И. Восстановление изображений / Г. И. Василенко, А. М. Тараторин. – М. : Радио и связь, 1986. – 304 с.

129. Мокін Б. І. Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму : монографія / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 92 с.

130. Мокин Б. И. Математические модели контроля и управления в энергетике / Б. И. Мокин, Ю. Корбич. – К. : Техніка ; Зелена Гурпа : Изд-во высш. инж. шк., 1990. – 192 с.

131. Мокин Б. И. Восстановление входных сигналов измерительных систем с нелинейными характеристиками преобразования / Б. И. Мокин // Методы теории идентификации в задачах измерительной техники и метрологии : тез. докладов 3-го Всесоюзного симпозиума. – Новосибирск : Сиб. НИИМ, 1982. – С. 207–209.

132. Ван-Трис Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления / Г. Ван-Трис. – М. : Мир, 1964. – 167 с.

133. Мокін Б. І. Фур'є-інтегральний метод в задачах ідентифікації та відновлення вхідних сигналів нелінійних динамічних систем / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2000. – № 3. – С. 107–112.

134. Бронштейн И. Н. Справочник по математике (для инженеров и учащихся втузов) / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1967. – 608 с.

135. Мокін Б. І. Узагальнення Фур'є-інтегрального методу ідентифікації та відновлення вхідних сигналів нелінійних динамічних сис-

тем / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2000. – № 4. – С. 104–107.

136. Mokin O. B. Renewal of input signals of nonlinear measuring converters by Fourier-integral method / O. B. Mokin, B. I. Mokin // Proceedings of XVII IMEKO World Congress (Metrology in the 3rd Millennium). – Dubrovnik, Croatia. – 2003. – P. 468–471.

137. Цыпкин Я. З. Основы информационной теории идентификации / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1984. – 320 с.

138. Мокін О. Б. Особливості комп'ютерної реалізації Фур'є-інтегрального методу ідентифікації нелінійних динамічних систем / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2001. – № 6. – С. 108–111.

139. Мокін Б. І. Мінімізація витрат електроенергії електроприводом трамвая при його сталому недовантаженні / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – 2008. – № 30. – С. 483–485.

140. Fomin S. V. Calculus of Variations / S. V. Fomin, I. M. Gelfand. – New York : Dover Publications, 2000. – 240 p.

141. Стасюк А. И. Матричные вычислители трансцендентных функциональных зависимостей / А. И. Стасюк. – К. : ИЭД, 1983. – 53 с.

142. Jackson Dunham. Fourier Series and Orthogonal Polynomials / Dunham Jackson. – New York : Dover Publications, 2004. – 256 p. – ISBN 0-486-43808-2.

143. Арфкен Г. Математические методы в физике / Г. Арфкен. – М. : Атомиздат, 1970. – 712 с.

144. Мокін О. Б. Оптимізація руху електричного транспортного засобу по горизонтальній прямолінійній ділянці колії в умовах обмеження на швидкість та можливості корекції графіку / О. Б. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 4. – С. 94–97.

145. Вершинский С. В. Динамика вагона : учеб. для вузов ж/д трансп. / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов. – М. : Транспорт, 1991. – 360 с.

146. Конструкция и динамика электровозов / В. Н. Иванов и др. – М. : Транспорт, 1968. – 320 с.

147. Лисенков В. М. Безопасность технических средств в системах управления движением поездов / В. М. Лисенков. – М. : Транспорт, 1992. – 192 с.

148. Воронько А. Н. Анализ критериев устойчивости железнодорожных экипажей от схода с рельсов / А. Н. Воронько, С. Ю. Сапронова, В. П. Ткаченко // Вестник ВНУ им. В. Даля. – 2006. – №8 (102), ч. 1. – С. 115–120.

149. Дегтярева Л. Н. Математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов / Л. Н. Дегтярева, Ю. И. Осенин // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – Вип. 28. – 2009. – С. 21–24.

150. Мямлин С. В. Моделирование динамики рельсовых экипажей : монография / С. В. Мямлин. – Д. : Новая идеология, 2002. – 240 с. – ISBN 966-8050-04-05.

151. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. – К. : Техніка, 2002. – 512 с.

152. Інструкція по устрою та утриманню колії залізниць України. / Е. І. Даниленко, А. М. Орловський, А. П. Татуревич та ін. – К. : Транспорт України. – 1999. – 248 с.

153. Фейнман Ричард. Фейнмановские лекции по физике : в 10 т. Т. 1–2 / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М. : Мир, 1976. – 439 с.

154. Правила визначення підвищення зовнішньої рейки і встановлення допустимих швидкостей в кривих ділянках колії (ЦП/0056) : затв. наказом Укрзалізниці від 27.04.99 / А. М. Орловський, О. М. Патласов, В. В. Циганенко та ін. – Дніпропетровськ : Арт-Прес. – 1999. – 44 с.

155. Курган Д. Н. Определение допускаемой скорости движения в кривой реального очертания / Д. Н. Курган // Транспорт : сб. науч. тр. – Днепропетровск, 2001. – Вып. 8. – С. 119–123.

Додаток А

Визначення радіуса закруглення ділянки залізничної колії поблизу м. Гнівань з використанням ГІС-пакета «Панорама»

Для визначення плоских прямокутних координат трьох точок обраного закруглення скористаємось ГІС-пакетом «Панорама». Вигляд наведеної на рис. 3.2 ділянки залізничної колії у ГІС-пакеті «Панорама» представлено на рис. А.1.

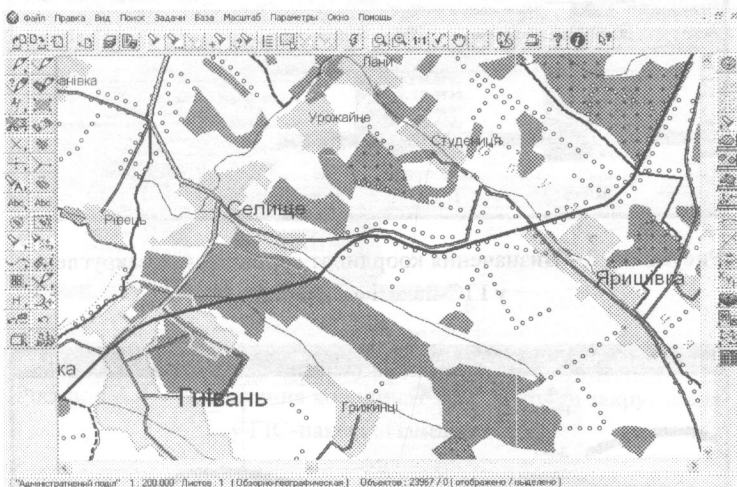


Рисунок А.1 – Вигляд ділянки залізничної колії поблизу м. Гнівань у ГІС-пакеті «Панорама»

З рис. А.2 видно, що прямокутні координати точки *A* приблизно дорівнюють:

$$x_A = 5622268 \text{ (м)}, \quad y_A = 2837416 \text{ (м)}. \quad (\text{A.1})$$

З рис. А.3 видно, що прямокутні координати точки *B* дорівнюють:

$$x_B = 5622889 \text{ (м)}, \quad y_B = 2838422 \text{ (м)}. \quad (\text{A.2})$$

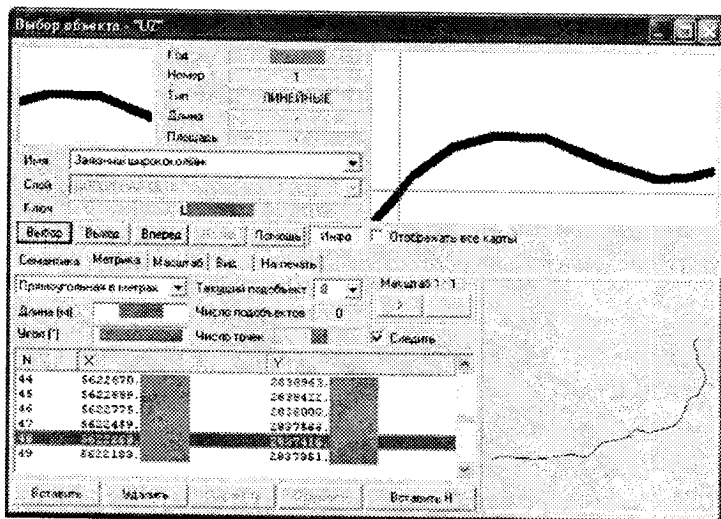


Рисунок А.2 – Визначення координат першої точки закруглення у ГІС-пакеті «Панорама»

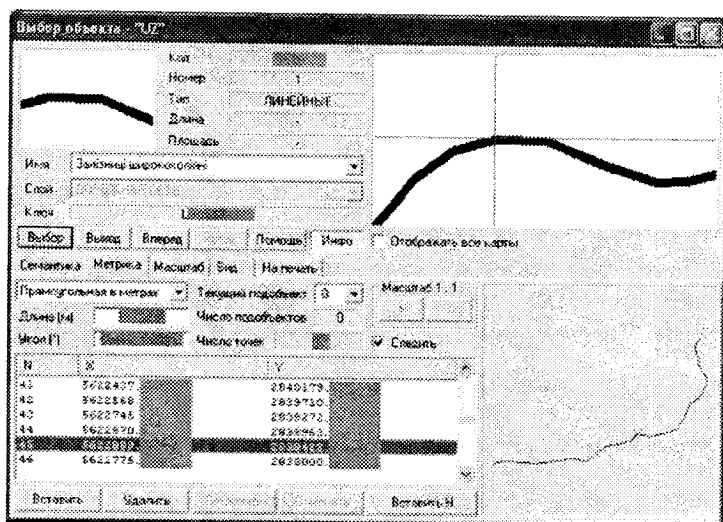


Рисунок А.3 – Визначення координат другої точки закруглення у ГІС-пакеті «Панорама»

З рис. А.4 видно, що прямокутні координати точки C дорівнюють:

$$x_C = 5622745 \text{ (м)}, \quad y_C = 2839272 \text{ (м)}. \quad (\text{A.3})$$

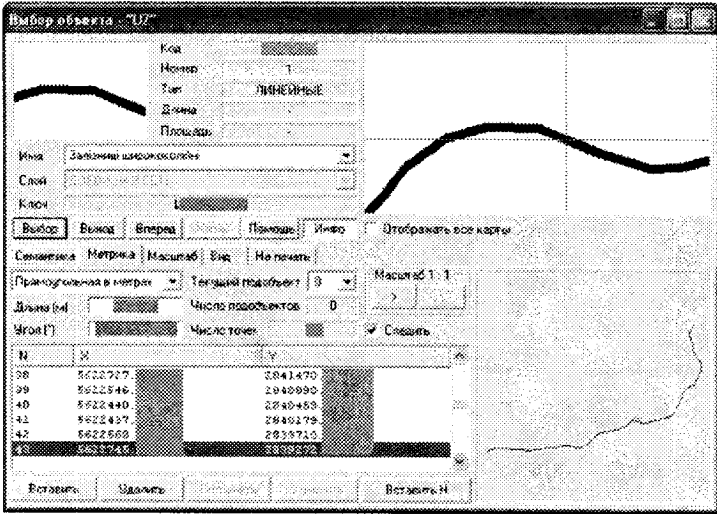


Рисунок А.4 – Визначення координат третьої точки закруглення у ГІС-пакеті «Панорама»

Підставивши координати (А.1), (А.2) та (А.3) у систему рівнянь (3.51), отримаємо

$$\begin{cases} (5622268 - a)^2 + (2837416 - b)^2 = R^2; \\ (5622889 - a)^2 + (2838422 - b)^2 = R^2; \\ (5622745 - a)^2 + (2839272 - b)^2 = R^2. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Розв'язавши систему рівнянь (А.4), знайдемо шуканий радіус R та прямокутні координати центра закруглення (a, b) :

$$R = 1451 \text{ (м)}; \quad a = 5621450 \text{ (м)}; \quad b = 2838615 \text{ (м)}.$$

Додаток Б Комп'ютерна програма «МІГ»

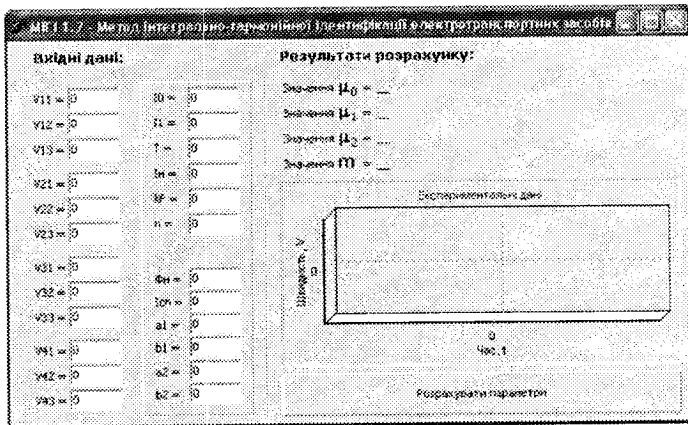


Рисунок Б.1 – Головне вікно програми «МІГ» версії 1.2

Лістинг основного коду програми:

```
function DetCalc(a: Coeffs): Double;
var
  i, j, k: Integer;
  D: Double;
begin
  for i := 1 to Pred(Num) do
    begin
      if Abs(a[i,i]) < 10E-6 then
        begin
          DetCalc:=0;
          Exit;
        end;
      for j := Succ(i) to Num do
        begin
          D:=a[j,i]/a[i,i];
          for k := i to Num do
            a[j,k]:=a[j,k]-D*a[i,k];
          end;
        end;
    end;
  D:=1;
  for i := 1 to Num do
    D:=D*a[i,i];
    DetCalc:=D;
  end;
end;
```

```

function Vsum(kT: Integer): Double;
var
  Vtek: Double;
  i: Integer;
begin
  Vtek:=0;
  for i := 0 to 1*kT-1 do
    begin
      Vtek:=Vtek+V[i];
    end;
  Vsum:=Vtek;
end;

function Vsum2(kT: Integer): Double;
var
  Vtek: Double;
  i: Integer;
begin
  Vtek:=0;
  for i := 0 to 1*kT-1 do
    begin
      Vtek:=Vtek+V[i]*V[i];
    end;
  Vsum2:=Vtek;
end;

function Minus1(kT: Integer): Integer;
var
  Vtek: Integer;
  i: Integer;
begin
  Vtek:=-1;
  for i := 2 to kT do
    begin
      Vtek:=Vtek*(-1);
    end;
  Minus1:=Vtek;
end;

procedure TForm1.btn1Click(Sender: TObject);
var
  MyComponent: TComponent;
  Det: Double;
  i, Obnui: Integer;
  s: string;

begin
  for i := 1 to Num do
    begin
      a[i,1]:=i*T/Num;
    end;
  end;
end;

```

```

a[i,2]:=dT*Vsum(i);
a[i,3]:=dT*Vsum2(i);
a[i,4]:=V[i*3-1];
Obnul:=(i+1) mod 2;
a[i,5]:=i/Num*kF*n*T*(a1*I0+b1*I0*I0+b1*I1*I1/2)+Obnul*Minus1(i+1)
*kF*n/wl*(a1*I1+2*b1*I0*I1);
end;

MatrixCreator(Succ(Num), b);
Determinant:= DetCalc(b);
if abs(Determinant) < 10E-6 then Form2.ShowModal
else
  for i := 1 to Num do
    begin
      MatrixCreator(i, b);
      Det:=DetCalc(b);
      MyComponent:=Form1.FindComponent('lbl'+IntToStr((i-
1)*4+12));
      myu[i-1]:=Det/Determinant;
      Str(myu[i-1]:0:3,s);
      TLabel(MyComponent).Caption:=s;
    end;
  end;
end.

```


Додаток В

Комп'ютерна програма «Ідент-ОВ»

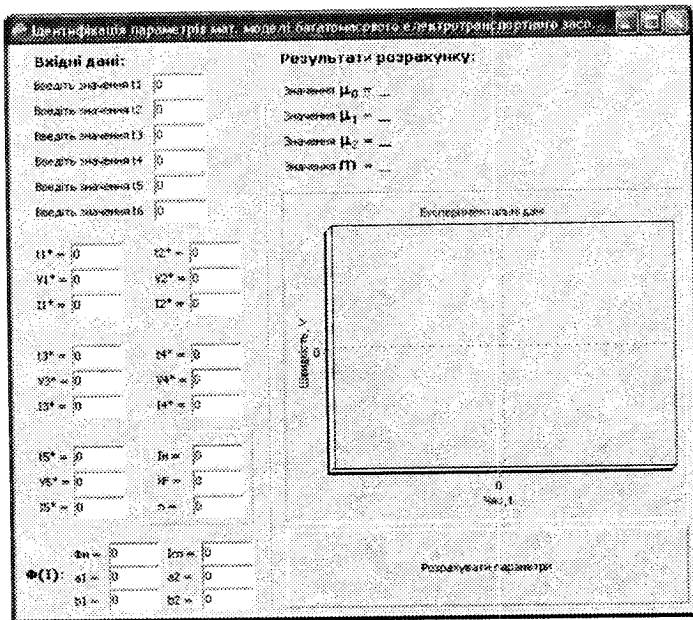


Рисунок В.1 – Головне вікно програми «Ідент-ОВ»

Лістинг основного коду програми:

```

const
    Num = 3;

type
    Coeffs = array [1..Num,1..Num] of Double;
    AllCoeffs = array [1..Num,1..Succ(Num)] of Double;

var
    Form1: TForm1;
    t, V: array [1..6] of Double;
    tz, Vz, Iz: array [1..5] of Double;
    myu: array [0..Pred(Num)] of Double;
    Inom, kF, n, a1, b1, a2, b2, isp, Fnom, V2sh, m: Double;
    a: AllCoeffs;
    b: Coeffs;
    Determinant: Double;
    
```

```

procedure Init_Proc;
var
  i: Integer;
  s: string;
  MyComponent: TComponent;

begin
  Form1.Chart1.Series[0].Clear;
  Form1.Chart1.Series[0].AddXY(0,0);

  for i:=1 to 6 do
    begin
      MyComponent := Form1.FindComponent('Edit'+IntToStr(i));
      s:=TEdit(MyComponent).Text;
      t[i]:=StrToFloat(s);
    end;

  for i:=1 to 3 do
    begin
      MyComponent := Form1.FindComponent('Edit'+IntToStr((i-
1)*6+8));
      s:=TEdit(MyComponent).Text;
      V[i*2-1]:=StrToFloat(s)/3.6;
      V[i*2]:=V[i*2-1];
    end;

  for i:=1 to 6 do
    begin
      Form1.Chart1.Series[0].AddXY(t[i],V[i]);
    end;

  for i:=1 to 5 do
    begin
      MyComponent := Form1.FindComponent('Edit'+IntToStr((i-
1)*3+7));
      s:=TEdit(MyComponent).Text;
      tz[i]:=StrToFloat(s);
      MyComponent := Form1.FindComponent('Edit'+IntToStr((i-
1)*3+8));
      s:=TEdit(MyComponent).Text;
      Vz[i]:=StrToFloat(s)/3.6;
      MyComponent := Form1.FindComponent('Edit'+IntToStr((i-
1)*3+9));
      s:=TEdit(MyComponent).Text;
      Iz[i]:=StrToFloat(s);
    end;

  Inom:=StrToFloat(Form1.Edit22.Text);
  kF:=StrToFloat(Form1.Edit23.Text);
  n:=StrToFloat(Form1.Edit24.Text);

  a1:=StrToFloat(Form1.Edit25.Text);

```

```

b1:=StrToFloat(Form1.Edit26.Text);
a2:=StrToFloat(Form1.Edit27.Text);
b2:=StrToFloat(Form1.Edit28.Text);
isp:=StrToFloat(Form1.Edit29.Text);
Fnom:=StrToFloat(Form1.Edit30.Text);
end;

procedure MatrixCreator(Column: Integer; Var b: Coeffs);
var i, j: Integer;
begin
  for i := 1 to Num do
    for j := 1 to Num do
      if j <> Column then b[i,j]:=a[i,j]
        else b[i,j]:=a[i,Succ(Num)];
    end;
  end;
end;

function DetCalc(a: Coeffs): Double;
var
  i, j, k: Integer;
  D: Double;
begin
  for i := 1 to Pred(Num) do
    begin
      if Abs(a[i,i]) < 10E-6 then
        begin
          DetCalc:=0;
          Exit;
        end;
      for j := Succ(i) to Num do
        begin
          D:=a[j,i]/a[i,i];
          for k := i to Num do
            a[j,k]:=a[j,k]-D*a[i,k];
          end;
        end;
      end;
    D:=1;
  for i := 1 to Num do
    D:=D*a[i,i];
  DetCalc:=D;
end;

function MagnPotik(Itek: Double): Double;
var
  F: Double;
  Ividn: Double;
begin
  Ividn:=Itek/Inom;
  if Ividn > isp then F:=a1+b1*Ividn
    else F:=-a2*Ividn*Ividn+b2*Ividn;
  MagnPotik:=F*Fnom;
end;

```

```

procedure TForm1.btn1Click(Sender: TObject);
var
  MyComponent: TComponent;
  Det: Double;
  i: Integer;
  s: string;

begin
  for i := 1 to Num do
    begin
      a[i,1]:=1;
      a[i,2]:=-Vz[(i-1)*2+1];
      a[i,3]:=-Sqr(Vz[(i-1)*2+1]);
      a[i,4]:=kF*n*Iz[(i-1)*2+1]*MagnPotik(Iz[(i-1)*2+1]);
    end;

    MatrixCreator(Succ(Num), b);
    Determinant:= DetCalc(b);
    if abs(Determinant) < 10E-6 then Form2.ShowModal
    else
      for i := 1 to Num do
        begin
          MatrixCreator(i, b);
          Det:=DetCalc(b);
          MyComponent:=Form1.FindComponent('lbl'+IntToStr((i-
1)*4+12));
          myu[i-1]:=Det/Determinant;
          Str(myu[i-1]:0:3,s);
          TEdit(MyComponent).Text:=s;
        end;

        V2sh:=(Vz[3]-Vz[1])/(t[3]-t[2]);
        m:=1/V2sh*(kF*n*Iz[2]*MagnPotik(Iz[2])-myu[0]-myu[1]*Vz[2]-
myu[2]*Sqr(Vz[2]));
        Str(m:0:5,s);
        Form1.lbl24.Caption:=s;
      end;

    end.

```

Додаток Г Комп'ютерна програма «Ідент-РВ»

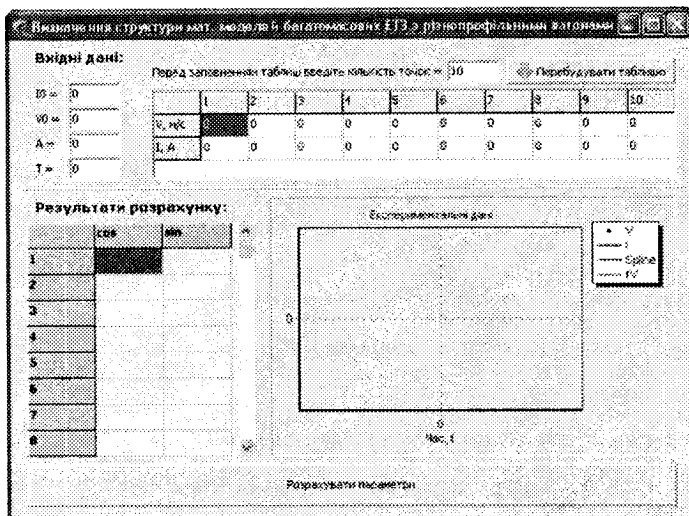


Рисунок Г.1 – Головне вікно програми «Ідент-РВ»

Лістинг основного коду програми:

```
function Fourie(x: Double; col: Integer): Double;
var
    tek: Double;
    i: Integer;
begin
    tek:=n[0]/2;
    for i:=1 to col do
        tek:=tek+n[i]*cos(i*w1*x)+m[i]*sin(i*w1*x);
    Fourie:=tek;
end;

procedure Coeffs;
var
    i, j: Integer;
    ss: String;
begin
    n[0]:=0;
    m[0]:=0;
    for i:=1 to NumMainPoints do
        n[0]:=n[0]+MainY[i]*SpKrok;
```

```

n[0]:=n[0]*2/T;
Str(n[0]:0:4,ss);
Form1.StringGrid2.Cells[1,1]:=ss;
Form1.StringGrid2.Cells[2,1]:=FloatToStr(0);
for i:=1 to HarmNum do
begin
n[i]:=0;
m[i]:=0;
for j:=1 to NumMainPoints do
begin
n[i]:=n[i]+MainY[j]*cos(i*w1*MainX[j])*SpKrok;
m[i]:=m[i]+MainY[j]*sin(i*w1*MainX[j])*SpKrok;
end;
n[i]:=n[i]*2/T;
m[i]:=m[i]*2/T;
Str(n[i]:0:4,ss);
Form1.StringGrid2.Cells[1,i]:=ss;
Str(m[i]:0:4,ss);
Form1.StringGrid2.Cells[2,i]:=ss;
end;
end;

procedure TForm1.btn1Click(Sender: TObject);
var
i, j, k, PochSp, EndSp, NumTek, NumSTek: Integer;
begin
SNum:=Num div 2;
SNumOst:=SNum mod 2;
NN:=4;
for i:=1 to SNum do
begin
PochSp:=(i-1)*2;
EndSp:=PochSp+3;
if (i = SNum) and (SNumOst = 0) then
begin
EndSp:=PochSp+2;
NN:=3;
end;
for j:=PochSp to EndSp do
begin
XX[j-PochSp+1]:=Tx[j];
YY[j-PochSp+1]:=Vy[j];
end;
Spline(NN, XX, YY, BB, CC, DD);
for k:=0 to NumSpXY do
begin
SpX[i][k]:=Tx[PochSp]+k*SpKrok;
SpY[i][k]:=Seval(NN, SpX[i][k], XX, YY, BB, CC, DD);
end;
end;

for i:=0 to NumPointXY do

```

```

begin
  MainX[i]:=SpX[1][i];
  MainY[i]:=SpY[1][i];
end;

i:=1;
while i < Num do
  begin
    NumSTek:=i div 2+1;
    for j:=0 to NumPointXY do
      begin
        NumTek:=i*NumPointXY+j;
        MainX[NumTek]:=SpX[NumSTek][NumPointXY+j];
        MainY[NumTek]:=SpY[NumSTek][NumPointXY+j];
      end;
      i:=i+2;
    end;

    i:=2;
    while i < Num-1 do
      begin
        NumSTek:=i div 2;
        for j:=0 to NumPointXY do
          begin
            NumTek:=i*NumPointXY+j;

MainX[NumTek]:= (SpX[NumSTek][2*NumPointXY+j]+SpX[NumSTek+1][j])/2;

MainY[NumTek]:= (SpY[NumSTek][2*NumPointXY+j]+SpY[NumSTek+1][j])/2;
          end;
          i:=i+2;
        end;

        NumTek:=(Num-1)*NumPointXY;
        NumSTek:=NumPointXY*(1+(Num mod 2));
        for i:=1 to NumPointXY do
          begin
            MainX[NumTek+i]:=SpX[SNum][NumSTek+i];
            MainY[NumTek+i]:=SpY[Snum][NumSTek+i];
          end;

          for i:=0 to NumMainPoints do
            Form1.Chart1.Series[2].AddXY(MainX[i], MainY[i]);
          Coeffs;
          for i:=0 to NumMainPoints do
            Form1.Chart1.Series[3].AddXY(MainX[i],
Fourie(MainX[i], HarmNum));
          end;

        end.

```

Наукове видання

**Мокін Олександр Борисович
Мокін Борис Іванович**

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ
БАГАТОМАСОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ
ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПОВЕРХНЯМИ ЗІ
СКЛАДНИМ РЕЛЬЄФОМ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено О. Мокіним

Підписано до друку 23.04.2013 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. др. арк. 11,09
Наклад 300 (1-й запуск 1–75) Зам № 2013-091

Вінницький національний технічний університет,
КІВІЦ ВНТУ,

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.

Тел. (0432) 59-85-32.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано ФОП Барановська Т. П.
21021, м. Вінниця, вул. Порики, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 4377 від 31.07.2012 р.