

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, О. М. Кривоніс

Системний аналіз процесу переміщення вантажів у вертикальній площині

Монографія

Вінниця,
ВНТУ
2022

УДК 621.86:519.87

М74

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 2 від «29» вересня 2022 р.)

Рецензенти:

В. М. Кутін, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

В. К. Титюк, доктор технічних наук, професор (КНУ)

Мокін, Б. І.

М74 Системний аналіз процесу переміщення вантажів у вертикальній площині: монографія / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, О. М. Кривоніс – Вінниця: ВНТУ, 2022. – 96 с.

ISBN 978-966-641-914-2

У монографії представлені результати дослідження процесу переміщення вантажів у вертикальній площині, виконані зі застосуванням ідеології системного підходу, завдяки якій при моделюванні враховані усі фактори, що його формують, та з використанням усіх п'яти етапів методу системного аналізу на шляху до синтезу системи оптимального керування цим процесом.

Розрахована на інженерів, науковців та студентів ЗВО, яким під час розв'язання поставлених їм задач по математичному моделюванню процесу переміщення вантажів у вертикальній площині та синтезу системи оптимального керування цим процесом необхідно здійснити його системний аналіз.

УДК 621.86:519.87

ISBN 978-966-641-914-2

© Б. Мокін, О. Мокін, О. Кривоніс, 2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД РЕЗУЛЬТАТІВ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖІВ У ВЕРТИКАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ, ОТРИМАНИХ ІНШИМИ ДОСЛІДНИКАМИ.....	9
1.1. Огляд публікацій, присвячених особливостям функціонування агрегатів і машин, що реалізують ППВВП	9
1.2. Огляд публікацій, присвячених математичному моделюванню ППВВП.....	12
1.3 Вибір методу дослідження, придатного для подолання недоліків, виявлених в процесі огляду публікацій	19
РОЗДІЛ 2 ФОРМУВАННЯ МЕТИ ДОСЛІДЖЕННЯ, ЗАДАЧ І КРИТЕРІЇВ ОЦІНКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ПЕРШОМУ ЕТАПІ МЕТОДУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА ВИДІЛЕННЯ ППВВП ЯК ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ З НАВКОЛИШНЬОГО ЗОВНІШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА І ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК ЇХ ВЗАЄМОДІЇ НА ЙОГО ДРУГОМУ ЕТАПІ	21
2.1 Формування мети та постановка задач дослідження ППВВП на першому етапі системного аналізу.....	21
2.2. Формування критерію оцінки результатів системного дослідження ППВВП.....	22
2.3 Виділення ППВВП як об'єкта дослідження із навколишнього зовнішнього середовища і визначення точок їх взаємодії на другому етапі системного аналізу	26
РОЗДІЛ 3 СИНТЕЗ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ППВВП НА ТРЕТЬОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	29
3.1 Аналіз загальноприйнятої математичної моделі динаміки агрегата, що реалізує ППВВП	29
3.2 Синтез математичних моделей з параметрами, змінними у часі, придатних для аналізу ППВВП у першому наближенні.....	30

3.3 Метод ідентифікації математичної моделі ППВВП з параметрами, змінними у часі	35
3.4 Синтез математичних моделей з параметрами, змінними у часі та у просторі, придатних для системного аналізу ППВВП, та їх ідентифікація.....	52
РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ППВВП З ВИКОРИСТАННЯМ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА ЧЕТВЕРТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	61
4.1 Моделювання ППВВП з використанням математичної моделі з параметрами, змінними в часі.....	61
4.2 Моделювання ППВВП з використанням математичної моделі з параметрами, змінними в часі та у просторі.....	65
4.3 Аналіз результатів моделювання та постановка задачі оптимізації.....	68
РОЗДІЛ 5 СИНТЕЗ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАКОНУ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ АГРЕГАТОМ, ЩО РЕАЛІЗУЄ ППВВП, НА П'ЯТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ.....	73
5.1 Синтез закону оптимального керування агрегатом, що реалізує ППВВП.....	73
5.2 Аналіз ефективності синтезованого закону оптимального керування.....	76
ВИСНОВКИ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ППВВП	82
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	87

ВСТУП

Процеси переміщення вантажів у вертикальній площині, для означення яких ми надалі будемо використовувати аббревіатуру **ППВВП**, які реалізуються широким спектром відповідних агрегатів і машин, до яких можна віднести і найпростіші – талі та лебідки, і більш складні – будівельні баштові, козлові та порталні крани, і скіпові агрегати та ліфтові машини, широко розповсюджені і у будівельній галузі, і на промислових підприємствах, і в гірничодобувній галузі, і на підприємствах автомобільного, залізничного та авіаційного транспорту і навіть у побутовій діяльності інфраструктури життєзабезпечення місць колективного чи індивідуального проживання людей, адже без їх використання неможливо ні підійняти руду чи вугілля з надр землі на поверхню, ні спустити в шахту шахтарів та обслуговуючий їх персонал, ні завантажити для доставки різними видами транспорту уже вироблений продукт на місце його споживання, ні підняти мешканців висотного будинку до квартир їх проживання на верхніх поверхах. А під час транспортувань вантажів, як правило, виникає потреба в ППВВП при зміні виду транспорту, адже не лише для завантаження багатотонного автомобіля, вантажного морського судна, залізничного потяга, чи літака, але і для перезавантаження на інші види транспорту доставлених ними у якісь пункти призначення вантажів теж виникає потреба в переміщенні у вертикальній площині як угору, так і донизу цих вантажів, у тому числі багатотонних, з використанням різноманітних агрегатів і машин, створених для реалізації ППВВП. А звідси висновок, що характеристики ППВВП, такі наприклад, як час, що витрачається на піднімання чи опускання вантажу, можуть суттєво впливати, як на кількість виготовленої певним підприємством продукції за певний період часу, наприклад квартал, так і на вартість її виготовлення з рудної сировини чи напівфабрикатів, а отже в кінцевому розрахунку і на її оптову та роздрібну ціни. Ну і не останню роль відіграє під час ППВВП така його характеристика, якою є зменшення кількості пошкоджень як вантажу, так і майданчиків, на які ці вантажі встановлюються, що залежить від плавності переміщень вантажу, обумовленої засобами погашення повздовжніх коливань в тросах, на яких підвішуються вантажі в агрегатах і машинах, що реалізують ППВВП.

Із літературних джерел, огляд яких нами буде здійснено у наступному розділі, відомо, що характерною особливістю агрегатів і машин, які реалізують ППВВП, в яких виділяють три періоди: розгону, усталеного руху та гальмування, є наявність жорстко зв'язаних з валами, напряду чи через редуктор, тягових електродвигунів барабанів, на які намотуються чи з яких змотуються троси, до яких підвішуються вантажі чи порожні або завантажені скіпи чи ліфти, котрі необхідно підняти або опустити. І у цих літературних джерелах їх автори зовсім не звертають увагу на те, що під час ППВВП має місце зміна в часі параметрів системи електропривода агрегата чи машини, які реалізують ППВВП, навіть при сталих значеннях кутової швидкості ω обертання вала тягового електродвигуна системи електропривода, а у більшості із цих літературних джерел не акцентується увага і на тому, що в тросі, на якому підвішений вантаж, виникають повздовжні коливання, завдяки яким при відриві вантажу від площини, на якій він стоїть, чи в момент дотику вантажу до площини, на яку він опускається, і цей вантаж, і ця площина, як встановлено в дослідженнях авторів цієї монографії, отримують серії ударів різної інтенсивності, від яких можлива не лише втрата вантажем своїх товарних характеристик, але і руйнування місця розміщення вантажу.

І навіть у дослідженнях, виконаних різними авторами в попередні роки, в яких приділено певну увагу і питанням нейтралізації пружних коливань в тросі при підніманні або опусканні вантажу під час ППВВП, не враховується змінний момент інерції барабана, на який намотується і з якого розмотується трос, до якого підвішений вантаж, а пропонується використання графіка зміни кутової швидкості обертання вала тягового електродвигуна, закону зміни струму якоря тягового електродвигуна постійного струму, електромагнітний момент M_{ed} якого створюється цим струмом, і закону зміни частоти струму тягового асинхронного електродвигуна, електромагнітний момент якого залежить від цієї частоти, формувати з використанням класичного рівняння динаміки електропривода, в якому не враховується змінність в часі t приведенного моменту інерції J махових мас системи електропривода та змінність у часі моменту навантаження M_w , тобто, пропонується аналізувати ППВВП з використанням рівняння динаміки електропривода у вигляді

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{ed} - M_w = \Delta M \quad (B.1)$$

Але, як показали дослідження, виконані авторами цієї монографії, припущення інших дослідників, що при сталій кутовій швидкості обертання ротора тягового електродвигуна агрегата, який реалізує ППВВП, лінійна швидкість

$$v = \omega R \quad (B.2)$$

підіймання або опускання вантажу також буде сталою, є хибним, оскільки навіть у цих випадках лінійні швидкості підіймання або опускання вантажів не є сталими величинами, а змінюються у часі, оскільки радіус R барабана, на який намотується трос, до якого прикріплено вантаж, не є сталою величиною, а внаслідок цього намотування чи розмотування троса є функцією часу t , тобто є змінною величиною $R(t)$, значення якої змінюється з плином часу як в процесі підіймання так і в процесі опускання вантажу.

А що ж до недоліку ППВВП, обумовленого наявністю повздовжніх коливань, що виникають в тросі, до якого підвішений вантаж, то його подолання практики вбачають лише винятково у зменшенні швидкості переміщення вантажів під час ППВВП з наближенням до площадок їх складування та у керуванні в ручному режимі.

А тому тема дослідження, яку поставили перед собою автори даної монографії, і яка охоплює *синтез математичних моделей* ППВВП, що враховують і змінні параметри агрегатів і машин, що реалізують ППВВП, і пружність внутрішніх зв'язків, що мають місце в цих агрегатах і машинах, а також *розробку законів оптимізації ППВВП і реалізацію систем оптимального керування електроприводами*, які реалізують ці закони та моделі, завдяки чому можна буде підвищити швидкість переміщення вантажів під час ППВВП без нанесення їм і площадкам їх складування механічних пошкоджень, є актуальною науково-практичною задачею, результати розв'язання якої і викладені на сторінках даної монографії.

Це дослідження було реалізоване у ході виконання науководослідної роботи: «Синтез законів оптимального керування процесами в об'єктах з параметрами, змінними у часі і просторі та оцінка їх ефективності» в рамках наукової школи «Синтез математичних моделей складних процесів для їх системного аналізу та розроблення систем автоматичного і автоматизованого контролю та керування цими процесами», створеної Заслуженим діячем науки і техніки України, академіком Національної академії педагогічних наук України, доктором технічних наук, професором Б. І. Мокіним, в процесі реалізації програм досліджень спочатку на кафедрі

відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів (ВЕТЕСК), а потім і на кафедрі електромеханічних систем автоматизації в промисловості і на транспорті (ЕМСАПТ) Вінницького національного технічного університету (ВНТУ), які нині об'єднані в кафедрі комп'ютеризованих електромеханічних систем і комплексів (КЕМСК), а також на кафедрі системного аналізу та інформаційних технологій (САІТ) ВНТУ та у відділенні вищої освіти Національній академії педагогічних наук України.

Значна частина результатів, викладених у цій монографії, вперше побачила світ у вигляді статей в наукових журналах, опублікованих її авторами, і вперше була узагальнена на сторінках дисертації на здобуття наукового ступеня доктора філософії аспіранта О. М. Кривоноса за спеціальністю 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, яку він захистив у 2021 році та яку написав під час навчання в аспірантурі під науковим керівництвом професора Б. І. Мокіна на етапі синтезу математичних моделей ППВВП на кафедрах ВЕТЕСК і ЕМСАПТ та під науковим керівництвом професора О. Б. Мокіна на етапі синтезу систем оптимального керування ППВВП на кафедрі САІТ, що і обумовило наявність у монографії трьох співавторів.

РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД РЕЗУЛЬТАТІВ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСУ ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖІВ У ВЕРТИКАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ, ОТРИМАНИХ ІНШИМИ ДОСЛІДНИКАМИ

1.1. Огляд публікацій, присвячених особливостям функціонування агрегатів і машин, що реалізують ППВВП

Як ми уже відзначали у вступі, застосування ППВВП у будь-якій галузі життєзабезпечення людства вимагає постановки нових, ще не вирішених задач та вдосконалення уже знайдених рішень, зокрема законів керування режимами роботи агрегатів і машин, що реалізують ППВВП, та розрахунків параметрів електромеханічних систем, що функціонують за цими законами.

Як ми уже також відзначали у вступі та як акцентовано в роботах [12], [19], під час роботи агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, мають місце три періоди: *пуск*, під час якого трос, до якого підвішено вантаж, ліфт чи скіп, намотується на барабан чи змотується з нього; *усталений рух*, в процесі якого тяговий електропривод (ТЕД) працює зі сталою кутовою швидкістю обертання вала електродвигуна (ЕД); *гальмування*, під час якого ТЕД зменшує свою кутову швидкість від сталої до нуля для зупинки ППВВП. А увесь цикл роботи ТЕД агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, характеризується, як показано в роботах [19], [27], [50], [60] та на рисунку 1.1, як повторно-короткочасний зі значною зміною кількості чергувань вказаних вище періодів їх роботи.

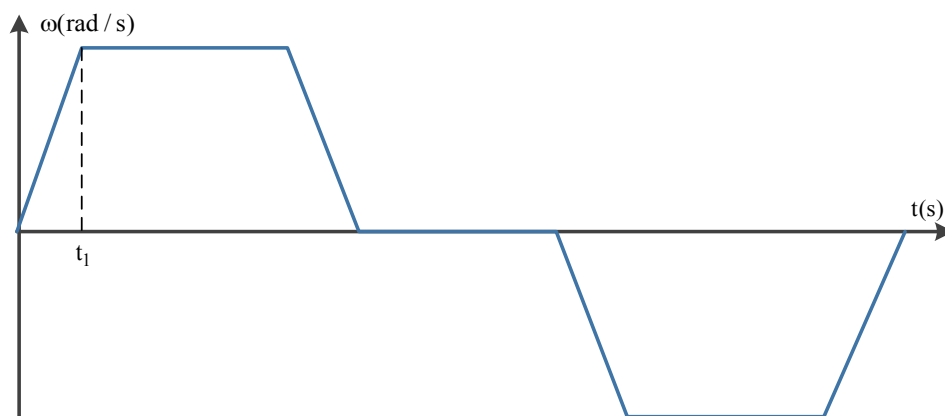


Рисунок 1.1. Графік робочого циклу тягового електродвигуна агрегата, що реалізує ППВВП, у процесі підйому або опускання вантажу

Автори роботи [41] стверджують, що причиною до 80% пошкоджень в агрегатах чи машинах, що реалізують ППВВП, є виникнення динамічних навантажень, що мають місце в період пуску ТЕД на стадії відривання вантажу від поверхні, який супроводжується вибиранням зазору в механічній передачі при наявності попередньо сформованої слабину в канаті чи тросі, оскільки момент відривання вантажу від поверхні у цьому випадку завжди супроводжується виникненням перехідного некерованого процесу коливального характеру та можливим виникненням ривків при перевищенні допустимої швидкості обертання ротора ТЕД в даний момент для даної маси вантажу. Виникнення ж ривків в ППВВП завжди приводить до збільшення інтенсивності накопичення втомних пошкоджень в деталях агрегатів і машин, що реалізують ППВВП.

А як показано в роботі [62], основним завданням усталеного руху є стабілізація вибраної лінійної швидкості ППВВП, якої можна досягти у першу чергу зменшенням амплітуди маятникових коливань, які виникли в період пуску, у тому числі і за рахунок зовнішніх динамічних навантажень, наявність яких як збільшує на 20% тривалість робочого циклу, так і підвищує ступінь ризику виникнення аварійних ситуацій в агрегатах і машинах, що реалізують ППВВП.

Що ж до основного завдання періоду гальмування ППВВП, то, як показано в роботі [69], ним є точність і швидкість доставки вантажу у задану точку простору, яка суттєво залежить від реалізації ТЕД закону формування відповідної швидкості, який повинен враховувати суперечливу суть цих параметрів режиму функціонування, оскільки в разі підвищення швидкості важче гасити маятникові коливання, які впливають на точність.

Нижче ми пропонуємо огляд рішень, запропонованих іншими авторами для розв'язання задач, вказаних вище, та уже опублікованих, і наші оцінки ефективності цих рішень.

Автор роботи [22] у запропонованій ним методиці визначення максимальних навантажень у тросі бере за основу формулу пружного удару та стверджує шляхом порівняння результатів двох теоретичних розрахунків з використанням двомасової динамічної моделі, що завдяки даній методиці можна допустити більші навантаження у тросі. Але ця методика не враховує рух маси, приведеної до вала ЕД тягового електропривода, і вимагає виконання умови, що вантаж відривається з постійною швидкістю з місця посадки, що не має під собою реального підґрунтя. Як і не сприяє реалізації у цій методиці ігнорування розподіленості у просторі об'єкта виникнення

повздожніх коливань, адже система диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, що використана для моделювання ППВВП, не є еквівалентною диференціальним рівнянням в частинних похідних, якими необхідно моделювати процеси в об'єктах з розподіленими у просторі параметрами. І хоча в роботах [30], [41] вантажопідіймальний механізм подано тримасовою електромеханічною системою, а в роботі [6] навіть чотиримасовою, результатам, отриманим в них, притаманні ті ж самі недоліки, що і роботі [22], обумовлені, знову ж таки, тим, що система диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, що використана для моделювання ППВВП, не є еквівалентною диференціальним рівнянням в частинних похідних, якими необхідно моделювати процеси в об'єктах з розподіленими у просторі параметрами

Автори робіт [7], [8], [18], [34], [39], [67], [68] досягли більшої точності результатів аналізу ППВВП, оскільки застосували динамічні моделі агрегатів, які реалізують ППВВП, як об'єктів з розподіленими у просторі параметрами, але вони теж не враховують у своїх моделях і розрахунках розподіленість параметрів ще й у часі, що обумовлена зміною маси барабана, на який намотується чи з якого розмотується трос під час ППВВП, та зміною маси відрізка троса, що залишається не намотаним на барабан, внаслідок чого не можна вважати сталою лінійну швидкість руху троса при сталій кутовій швидкості обертання вала електродвигуна ТЕД.

Слід зазначити, що авторами багатьох публікацій, наприклад, [26], [30], [36], [48], [54], [55], [56], [58], [64], [65], [73], [76], запропоновано для усунення коливань, які виникають у тросі при підйманні вантажу, використовувати різноманітні керовані або некеровані гасники (демпфери), вплив яких спрямований на зменшення динамічних навантажень, конструкції яких, як і місця встановлення запропоновані цими авторами. Але, слід також зазначити, що практична реалізація запропонованих конструкцій потребує внесення конструктивних змін у структуру агрегатів і машин, що реалізують ППВВП, що не завжди є можливим чи малозатратним. Важливо також зазначити, що запропоновані методи демпфірування коливань, у зв'язку з низькою швидкодією, не дозволяють усунути перші коливання вантажу в момент відриву від основи, а, відповідно, й не дозволяють суттєво скоригувати їх вплив на максимальне навантаження в момент пуску та можливі аварійні наслідки, про які мова уже йшла вище.

Окремо слід відзначити авторів робіт [27], [28], [29], які запропонували алгоритми і структури систем керування ТЕД агрегатів і машин, що

реалізують ППВВП, до недоліків яких слід віднести неврахування коливальної складової в моменти пуску та гальмування.

Цілком очевидно, що цей огляд не буде повним без перегляду патентних робіт за заявками на винаходи та на корисні моделі на дану тематику, про які йде мова, зокрема у монографії [78]. Ми з їх переліку відзначимо роботи [29], [31], [33], [40], [56], [66], [70], [71], [72], [74], [79], [80], [81], [83], в деяких із яких пропонується досягати зменшення динамічного навантаження у тросі у зв'язку з коригуванням швидкості прикладення сили до вантажу, що піднімається чи опускається, за рахунок додаткової гідравлічної системи; в деяких пропонуються пристрої для забезпечення захисту тягових електродвигунів від роботи в аварійному режимі або режимі перевантаження, який супроводжується підвищенням нагрівом його обмоток; в деяких пропонується використати тензометричний датчик маси вантажу, показання якого підвищують точність визначення оптимального прискорення та швидкості підймання чи опускання вантажу; в деяких запропонована модифікація механізму підймання чи опускання вантажу на основі ступеневого регулювання швидкості, яка дозволяє досягти необхідної швидкості для періодів пуску, гальмування та руху з усталеною швидкістю; в деяких пропонуються суттєві конструктивні зміни в структуру агрегатів і машин, що реалізують ППВВП. Але авторам цього огляду не вдалося знайти приклади реалізації запропонованих у цих патентних розробках ідей ані в тих агрегатах і машинах, що вже знаходяться в експлуатації, ані в тих, що ще знаходяться на стадії проектування, конструювання чи виготовлення.

1.2. Огляд публікацій, присвячених математичному моделюванню ППВВП

Під час виконання цього дослідження нами проведено огляд значної кількості робіт, присвячених математичному моделюванню ППВВП, із яких для аналізу на сторінках цієї монографії ми вибрали роботи [21], [27], [35], [42], [62], [78], як такі, що в найбільшій мірі корелюються зі змістом цих наших досліджень.

І почнемо ми з аналізу роботи [27], авторами якої обрано відображення моделі тягового електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, на основі структури, представленої на рисунку 1.2, складовими якої є двомасова механічна система (ДМС) у вигляді двох інтегральних ланок, тяговий асинхронний електродвигун (АД) у вигляді інтегральної ланки, безінер-

ційне джерело створення моменту (БІМ), регулятор пружного моменту (РПМ) та регулятор швидкості (РШ), який в собі містить ще й перетворювач частоти (ПЧ)

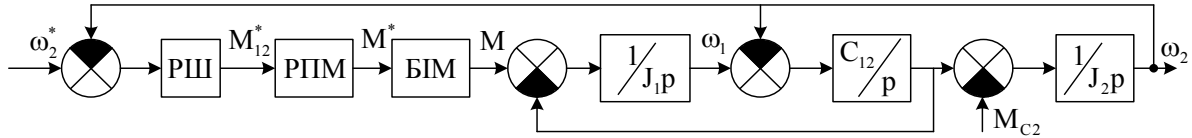


Рисунок 1.2 – Структурна схема системи тягового електропривода агрегата, що реалізує ППВВП

А в якості математичної моделі, яка реалізується регулятором РПМ у цій роботі використано залежність

$$M = M_{12} + \frac{J_1}{J_2}(M_{12} - M_C) - J_1 \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) (\omega_1 - \omega_2) - \frac{J_1}{T_1 T_2 C_{12}} (M_{12} - M_{12}^*), \quad (1.1)$$

в якій T_1, T_2 – сталі часу регулятора; $\omega_1, \omega_2, J_1, J_2$ – кутові швидкості і моменти інерції першої і другої мас; M_{12} – момент сили пружності; а M – електромагнітний момент тягового електричного двигуна.

Швидкість обертання ротора ТЕД, в період вибору зазору, в роботі [27] визначається виразом

$$\omega_1 = M_{12}^* \frac{1}{(T_1 + T_2) C_{12}}. \quad (1.2)$$

із якого легко бачити, що ця швидкість являє собою пропорційну залежність між ω_1 та M_{12}^* у роботі.

Розрахунок кутової швидкості $\omega_{1\max}$, при якій забезпечується обмеження пружного моменту на рівні $M_{12\max}$ максимально допустимої сили натягу троса, приведеної до вала ТЕД, у цій роботі запропоновано обчислювати за виразом

$$\omega_{1\max} = \sqrt{\frac{C_{12}}{J_1} \Delta \phi_{1\max}^2 + \frac{2}{J_1} M_{T\max} \frac{M_{12\max}}{C_{12}}}. \quad (1.3)$$

використання якого, як бачимо, не дозволяє забезпечити лінійність в процесі відриву вантажу від поверхні при виборі зазора, а тому і не позбавляє від виникнення пружних коливань в тросі, до якого підвішений вантаж.

А у роботі [21] для обмеження ривка запропоновано на початковому етапі роботи тягового електропривода, структурна схема якого зображена на рисунку 1.3, реалізовувати як системи позиційної з нульовим заданням, в якій за допомогою контролера, використовуючи показання датчика положення і реверсний лічильник, розраховувати допустимий рівень ривка і прискорення.

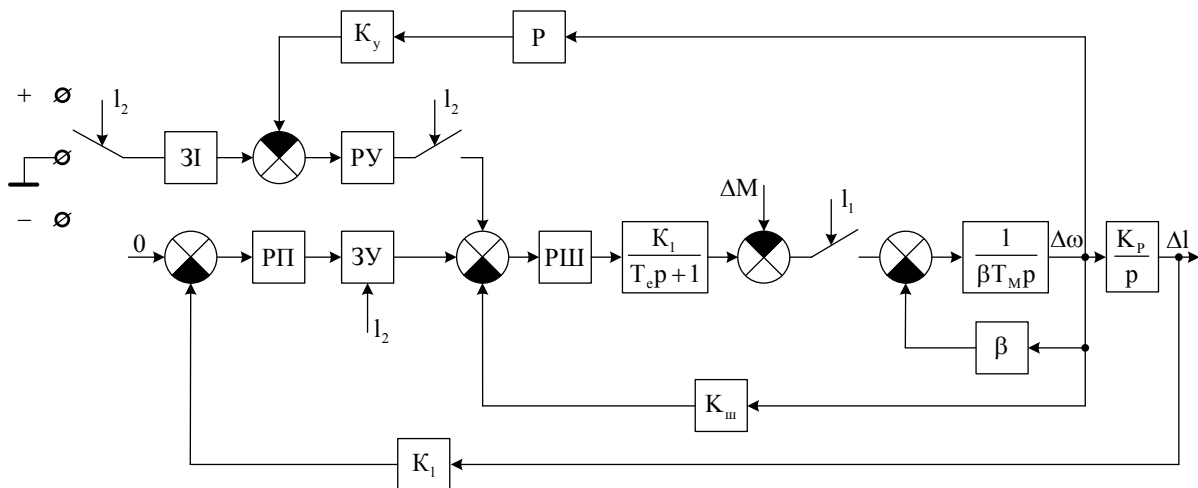


Рисунок 1.3 – Структурна схема тягового електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з обмеженням ривка

Передаточну функцію регулятора положення W_{pn} в період компенсації електроприводом впливу моменту навантаження пропонується визначати за виразом

$$W_{pn}(p) = K_{pn} \approx \frac{K_c}{8TK_p K_L}, \quad (1.4)$$

а передаточну функцію регулятора прискорення в період розгону двигуна за виразом

$$W_{KU}(p) = \frac{1/K_U}{T_U p + 1}, \quad (1.5)$$

де K_U, K_C, K_L – коефіцієнти зворотного зв'язку за прискоренням, швидкістю та положенням відповідно; K_p – коефіцієнт передачі редуктора, а T_U – стала часу контуру прискорення.

Також наведено отримані передаточні функції (1.6) та (1.7) для розглянутих періодів роботи, в яких виконаний зв'язок ривка з моментом навантаження пропонується здійснювати з використанням передаточної функції

$$W_{p1}(p) = \frac{p^2}{T_M p(T_E p + 1) + T_M'}, \quad (1.6)$$

а зв'язок ривка з заданим сигналом прискорення з використанням передаточної функції

$$W_{p2}(p) = \frac{p(2Tp + 1) / K_U}{2Tp + 1 + (T_U p + 1)(2Tp + \alpha)}, \quad (1.7)$$

де T_E – електрична стала часу АД; T_M, T_M' – реальне та розрахункове значення електромеханічної сталої часу; T_U – стала часу регулятора, а $\alpha = T_M / T_M'$.

Аналізуючи вирази (1.4) – (1.7), бачимо, що вони аж ніяк не враховують ні змінність параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, у просторі, ні їх змінність у часі, тож результати моделювання з їх використанням ніяк не можуть бути адекватними реальним процесам.

Більш адекватними проблемі демпфірування коливань вантажу на пружному підвісі є результати моделювання, отримані в роботах [62], [78], [35], де наведено спосіб розгону (гальмування) вантажу в режимі повного гасіння залишкових коливань, які виникають після розгону.

Для аналітичного виведення нелінійних часових залежностей прискорення, швидкості і переміщення точки підвішування вантажу у цих роботах обрано математичну модель плоского маятника

$$\ddot{q} + \frac{\ddot{x}}{L} + \left(2 \cdot \frac{b}{m}\right) \dot{q} + g \cdot \frac{q}{L} = 0, \quad (1.8)$$

для реалізації якої використано принцип перерахунку аналітичної часової залежності кута відхилення вантажного троса від вертикалі у вигляді

$$q(t) = A + A \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.9)$$

після підстановки якої у вираз (1.8) ця модель набула вигляду

$$\ddot{x}(t) = -g \left(A - A \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t \right) \right) - \frac{A \cdot L \cdot \omega^2 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t \right) - 2 \cdot A \cdot L \cdot b \cdot \omega \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t \right)}{m}, \quad (1.10)$$

де \ddot{q} – друга похідна кута відхилення вантажного троса від гравітаційної вертикалі; m – маса вантажу; L – довжина вантажного троса від рухомої точки підвішування на вантажній люльці; b – приведений до кутової координати коефіцієнт в'язкого тертя; g – прискорення вільного падіння; A – амплітуда кута нахилу вантажного троса під час переміщення вантажу; $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ – циклічна частота синусоїди, а T – час розгону вантажу.

Для моделювання реакції динамічної системи агрегата, що реалізує ППВВП, за наведеною математичною моделлю та оцінки впливу керування запропонована імітаційна математична модель, структурна схема якої приведена на рисунку 1.4

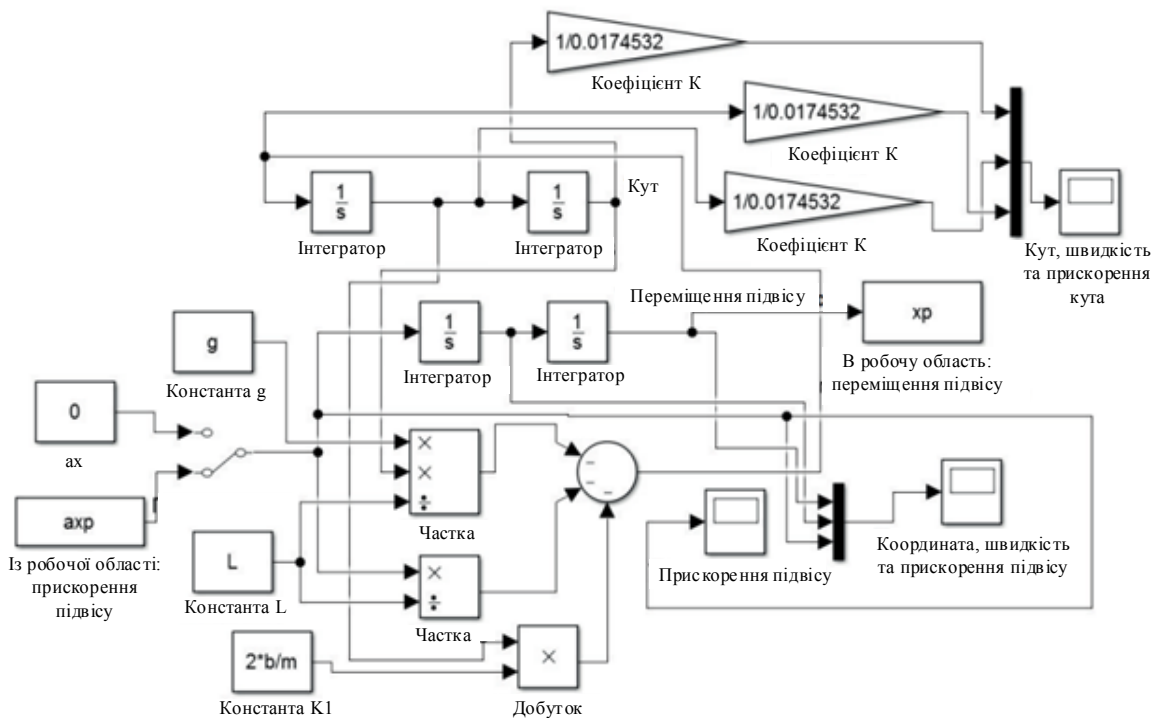


Рисунок 1.4 – Імітаційна математична модель для моделювання режимів роботи агрегата, що реалізує ППВВП, на основі диференціального рівняння (1.10)

А на рисунку 1.5 наведені результати моделювання з використанням запропонованої імітаційної моделі у вигляді часових залежностей переміщення, швидкості і прискорення точки підвішування та кута нахилу троса.

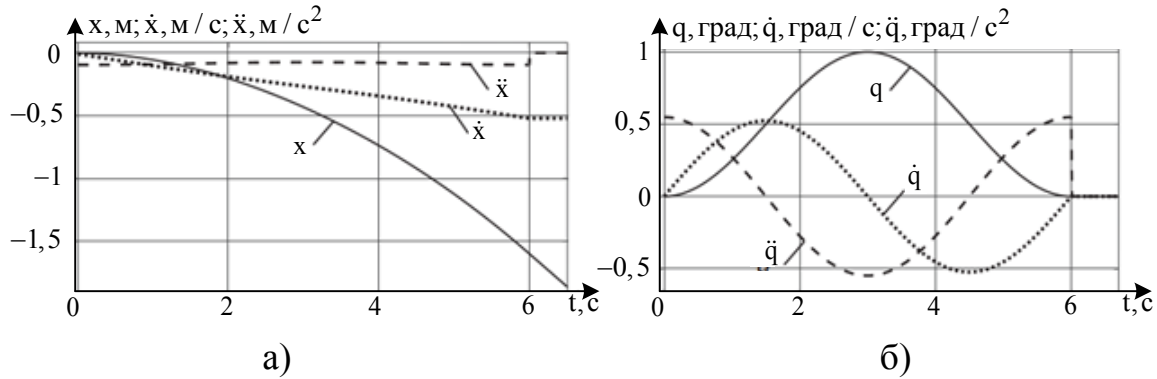


Рисунок 1.5 – Приклад часових залежностей переміщення, швидкості та прискорення точки підвісу (а), а також відповідні їм переміщення, швидкість і прискорення кута нахилу троса (б)

Із наведених на рисунку 1.5 результатів моделювання легко бачити, що має місце повне затухання поздовжніх коливань вантажного троса в кінці як розгону так і гальмування, що свідчить про те, що теоретично навіть таке спрощене моделювання зміни параметрів структури у просторі дозволяє покращити перехідні процеси в системі та зменшити вплив коливань на ППВВП, що дозволяє сподіватися на те, що якщо врахувати ще й зміни параметрів цієї системи у часі, то можна буде досягти затухання поздовжніх коливань ще до досягнення кінця розгону чи гальмування ТЕД і уникнути навіть малоамплітудних ударів вантажів об поверхню, на яку їх опускають.

А автори роботи [62] запропонували для моделювання процесів в агрегаті, що реалізує ППВВП, використати в якості базової систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + m_2 \cdot \ddot{x}_2 = F - W \cdot g \cdot \sin \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l}(x_2 - x_1) = 0 \end{cases}, \quad (1.11)$$

в якій m_1, m_2, x_1, x_2 – приведені маси та координати центрів мас відповідно агрегата разом з ТЕД та вантажу; W, F – приведені сили опору та тяги чи гальмування, які діють на агрегат а l – довжина троса.

А завдяки математичним перетворенням базова система рівнянь (1.11) авторами була приведена до вигляду

$$E(2 \cdot T_3 + \Delta T) = \frac{m_2 \cdot v_1^2}{2 \cdot T_3^2 \cdot \Omega_0^2} (2 - 2 \cdot \cos(T_3 \cdot \Omega_0) - 2 \cdot \cos(\Delta T \cdot \Omega_0) + 2 \cdot \cos((T_3 + \Delta T)\Omega_0) - \cos((2 \cdot T_3 + \Delta T)\Omega_0)), \quad (1.12)$$

де $E(2T_3 + \Delta T)$ – енергія коливань вантажу на пружному підвісі в момент закінчення розгону ТЕД; v_1 – проміжна лінійна швидкість руху троса; T_3 – час розгону ТЕД до проміжної швидкості; ΔT – час руху ТЕД на проміжній швидкості; Ω_0 – частота власних коливань математичного маятника.

І, як показали автори роботи [62], час руху, за який маятникові коливання вантажу в момент виходу ТЕД на сталу швидкість погаснуть, можна знайти із рівняння

$$E(2 \cdot T_3 + \Delta T) = 0, \quad (1.13)$$

відносно параметра

$$\Delta T = \frac{\pi}{\Omega_0} - T_3, \quad (1.14)$$

після перетворення його лівої частини до вигляду

$$E(2 \cdot T_1 + \Delta T) = \frac{288 \cdot m_2 \cdot v_1^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{2}(T_1 + \Delta T)\Omega_0\right)^2 \cdot \left(T_1 \cdot \Omega_0 \cdot \cos\left(\frac{T_1 \cdot \Omega_0}{2}\right) - 2 \sin\left(\frac{T_1 \cdot \Omega_0}{2}\right)\right)^2}{T_1^6 \cdot \Omega_0^6}. \quad (1.15)$$

На рисунку 1.6 зображено фазовий портрет коливань вантажу на пружному підвісі, побудований авторами роботи [62] з використанням результатів моделювання переміщення вантажу за заданим законом, із якого легко бачити, що невеликі відхилення швидкості руху ТЕД від заданої швидкості викликають незначні залишкові коливання вантажу на пружному підвісі, максимальна амплітуда яких не перевищує 0,7 градуса. І це теж є свідченням того, що навіть наближені моделі, що враховують змінність параметрів системи, що моделюється, у просторі приводять до покращення результатів.

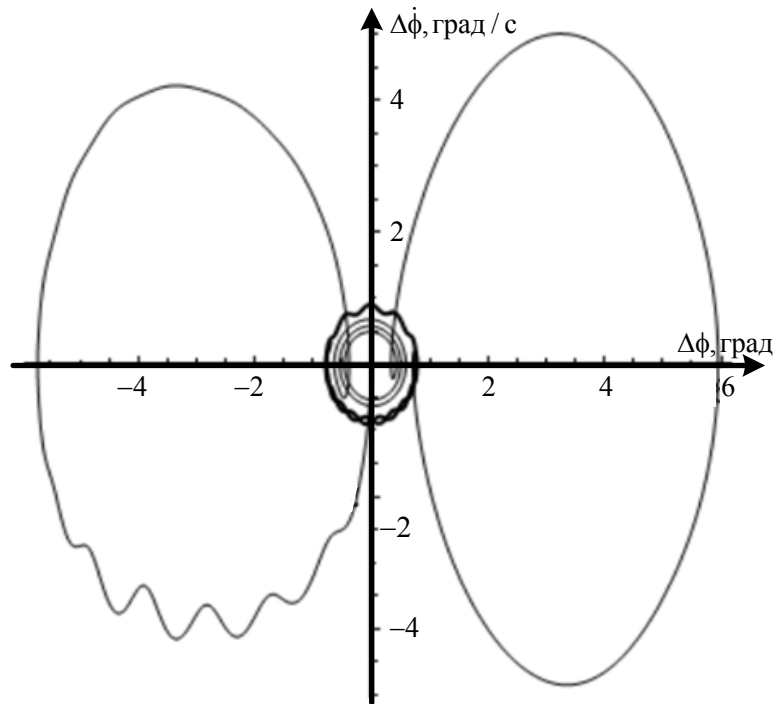


Рисунок 1.6 – Фазовий портрет коливань вантажу на пружному підвісі

Заслуговує на те, щоб бути відміченою у нашому огляді, монографія [35], в якій здійснено аналіз робіт з оптимального керування мостовими кранами з використанням дев'ятиетапної математичної моделі руху агрегата, що реалізує ППВВП, яка враховує динаміку взаємодії вантажу та основи. Ми повторювати аналітичні викладки, приведені у цій монографії, не будемо, і відсилаємо читачів, що бажають з ними ознайомитися, до першоджерела. А в світлі направленості нашого аналізу лише відзначимо, що і у цій монографії у використаних моделях не врахована змінність параметрів динамічної системи, що моделюється, у часі.

1.3 Вибір методу дослідження, придатного для подолання недоліків, виявлених в процесі огляду публікацій

За результатами нашого аналізу робіт, опублікованих іншими авторами, присвячених нейтралізації пружних коливань в агрегатах, що реалізують ППВВП, при підйманні чи опусканні вантажу, встановлено, що в жодній із них не враховується змінний момент інерції барабана, на який намотується і з якого змотується трос, до якого підвішений вантаж. А припущення, що при сталій кутовій швидкості обертання ротора тягового електродви-

гуна агрегата, що реалізує ППВВП, лінійна швидкість підймання чи опускання вантажу також буде сталою (що використовується у всіх проаналізованих роботах), є хибним. Лінійна швидкість, як показано нами у вступній частині цієї монографії, буде або зростати, або спадати, тому усі запропоновані іншими авторами системи стабілізації кутової швидкості ТЕД цих агрегатів не забезпечують стабільності лінійних швидкостей підймання чи опускання вантажів. А тому повздовжні коливання в тросах цих агрегатів через їх модельну замаскованість системами стабілізації кутової швидкості ТЕД при досягненні вантажами площадок їх складування не гасяться, а зменшення їх амплітуди нині на практиці досягається лише зменшенням лінійних швидкостей, що негативно впливає на продуктивність цих агрегатів.

Отже, для подолання вище вказаних недоліків подальші дослідження ППВВП потрібно спрямувати в напрямку не лише врахування зміни параметрів агрегатів, що їх забезпечують, у просторі, але і в напрямку врахування зміни цих параметрів і у часі. А це можливо лише за умови використання під час проведення досліджень ідеології системного підходу та методу системного аналізу як способу реалізації системного підходу, який, як відомо [51], передбачає у своїй технології не лише врахування усіх значних впливів на систему, але і виконання завдань у 5 етапів. На першому з них визначається мета і задачі дослідження та критерій оцінки отриманих результатів; на другому етапі об'єкт дослідження виділяється із навколишнього зовнішнього середовища і визначаються точки їх взаємодії; на третьому етапі створюються математичні моделі процесів, що мають місце в об'єкті дослідження, та математичні моделі як впливів навколишнього зовнішнього середовища на об'єкт дослідження, так і впливів об'єкта дослідження на навколишнє зовнішнє середовище; на четвертому етапі здійснюється комп'ютерне дослідження процесів в об'єкті дослідження та дослідження взаємних впливів цього об'єкта на навколишнє зовнішнє середовище і навпаки з використанням побудованих на четвертому етапі математичних моделей, яке завершується висновками стосовно того, що робити далі – чи синтезувати більш адекватні процесам і впливам математичні моделі, чи поліпшувати самі процеси і впливи; а на п'ятому етапі здійснюється оптимізація результатів, отриманих на четвертому етапі та оцінених за вибраними на першому етапі критеріями, після якої може бути або повернення до четвертого етапу з використанням оптимізованих математичних моделей, або синтез систем чи алгоритмів оптимального керування процесами для поліпшення вихідних характеристик об'єкта дослідження.

РОЗДІЛ 2 ФОРМУВАННЯ МЕТИ ДОСЛІДЖЕННЯ, ЗАДАЧ І КРИТЕРІЇВ ОЦІНКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ПЕРШОМУ ЕТАПІ МЕТОДУ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТА ВИДІЛЕННЯ ППВВП ЯК ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ ІЗ НАВКОЛИШНЬОГО ЗОВНІШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА І ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК ЇХ ВЗАЄМОДІЇ НА ЙОГО ДРУГОМУ ЕТАПІ

2.1 Формування мети та постановка задач дослідження ППВВП на першому етапі системного аналізу

Як ми уже відзначили у попередньому підрозділі нашої монографії на першому етапі системного аналізу, як методу дослідження, необхідно визначити мету дослідження, поставити задачі для досягнення цієї мети і вибрати критерії для оцінки результатів, що будуть отримані в процесі реалізації цих досліджень. Цілком очевидно, що це можна зробити лише після того, як ми апріорі вибрали об'єкт дослідження і здійснили огляд результатів, опублікованих іншими дослідниками цього ж об'єкта.

З об'єктом дослідження ми визначилися ще у вступній частині монографії – це процес переміщення вантажів у вертикальній площині (ППВВП), що реалізується електромеханічними системами відповідного профілю, починаючи від найпростіших агрегатів у вигляді талів та лебідок і закінчуючи складними машинами у вигляді підйомних кранів баштового, козлового чи порталного типів та шахтних скипів і пасажирських ліфтів.

У першому розділі монографії ми уже здійснили аналіз досліджень ППВВП, здійснених і опублікованих іншими дослідниками, на основі якого вибрали метод системного аналізу для нашого дослідження ППВВП. А тому уже маємо підґрунтя для визначення мети нашого дослідження і постановки задач, в результаті розв'язання яких цю мету буде досягнуто.

Отже, мета нашого дослідження полягає у поліпшенні таких характеристик ППВВП як точність та швидкодія за рахунок розробки і впровадження таких законів керування електромеханічними системами агрегатів і машин, що реалізують ППВВП, в яких буде враховано змінність у часі параметрів тягових електродвигунів (ТЕД), через яку стабілізація кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД не забезпечує стабільність лінійної швидкості переміщення вантажу, та змінність у просторі параметрів тросів, на які підвішуються вантажі, через яку зв'язки між ТЕД та тросами стають пружними і генерують повздовжні коливання в тросах, які прояв-

ляються і в траєкторіях руху вантажів у вертикальній площині, впливаючи на швидкість їх переміщення та виникнення пошкоджень від коливальних зіткнень з поверхнями складування.

Для досягнення поставленої мети нам необхідно буде розв'язати такі задачі:

- вибрати та обґрунтувати критерій оцінки результатів розв'язання поставлених задач на ступінь їх відповідності задекларованій меті дослідження;
- виділити ППВВП як об'єкт дослідження з навколишнього зовнішнього середовища та визначитися з внутрішньою структурою цього об'єкта і точками його взаємодії з навколишнім середовищем;
- синтезувати математичну модель ППВВП із врахуванням змінності у часі параметрів системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, та розробити метод ідентифікації цієї моделі;
- доповнити математичну модель ППВВП, в якій уже врахована змінність у часі параметрів системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, математичною складовою, яка враховуватиме в доповнення до змінності окремих її параметрів у часі ще й змінність інших параметрів у просторі;
- шляхом комп'ютерного моделювання ППВВП з використанням синтезованих моделей здійснити дослідження режимів роботи агрегатів, що реалізують ППВВП, як об'єктів із класу динамічних з параметрами, змінними лише в часі та змінними одночасно як у часі так і у просторі;
- з використанням синтезованих математичних моделей ППВВП розробити закон керування агрегатами, що реалізують ППВВП, оптимальний за вибраним критерієм;
- визначити структуру регулятора, придатного для втілення в практику синтезованого закону оптимального керування агрегатами, що реалізують ППВВП.

2.2. Формування критерію оцінки результатів системного дослідження ППВВП

Із рисунка 1.1 легко бачити, що на пусковому відрізку часу кутова швидкість тягового електродвигуна агрегата, що реалізує ППВВП, змінюватиметься за лінійним законом

$$\omega(t) = \frac{\omega_y}{t_1} t \quad (2.1)$$

Але ж, як уже нами показано у вступній частині монографії та у першому розділі, через наявність у цього агрегата троса, до якого підвищується вантаж, та наявність барабана, на який цей трос намотується при підйманні вантажу, реальна кутова швидкість $\omega^*(t)$ обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата на пусковому відрізку часу $[0, t_1]$ описуватиметься у загальному вигляді виразом

$$\omega^*(t) = \phi(t, M_p, M_w(t_1, t)), \quad (2.2)$$

в якому залишено окрім незалежної змінної t , ще й момент навантаження $M_w(t_1, t)$ та пусковий момент M_p тому, що від першого з них залежить характер змін кутової швидкості вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, а на другий з них є можливість впливати, особливо у випадку використання в якості ТЕД асинхронного електродвигуна з частотним регулюванням кутової швидкості обертання вала його ротора, що є досить розповсюдженим у практиці реалізації ППВВП. Для пояснення суті цього впливу нагадаємо, що, як відомо із теорії електричних машин змінного струму, типові механічні характеристики асинхронних електродвигунів з короткозамкнутим ротором, що зв'язують кутову швидкість обертання вала ротора з моментом, який створюється на цьому валу, являють собою сімейство залежностей $\omega = \omega(M)$, кожна крива графіка яких бере початок на осі кутової швидкості зі значення синхронної швидкості

$$\omega_c = 2\pi f_c, \quad (2.3)$$

де f_c – частота змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна, а закінчується значенням пускового моменту M_p на осі моментів, яке відповідає даному значенню f_c . Використовуючи це сімейство та вираз (2.3), ми можемо побудувати залежність пускового моменту M_p від синхронної частоти f_c змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна ТЕД агрегата, що реалізує ППВВП, тобто побудувати залежність $M_p = M_p(f_c)$, графік якої у відносних одиницях, тобто у вигляді $M = M(f)$, де

$$M = \frac{M_p}{M_{max}}, \quad f = \frac{f_c}{50} \quad (2.4)$$

для асинхронного електродвигуна КМ АИР250М, побудований з використанням його паспортних характеристик, зображених на рисунку 2.1.

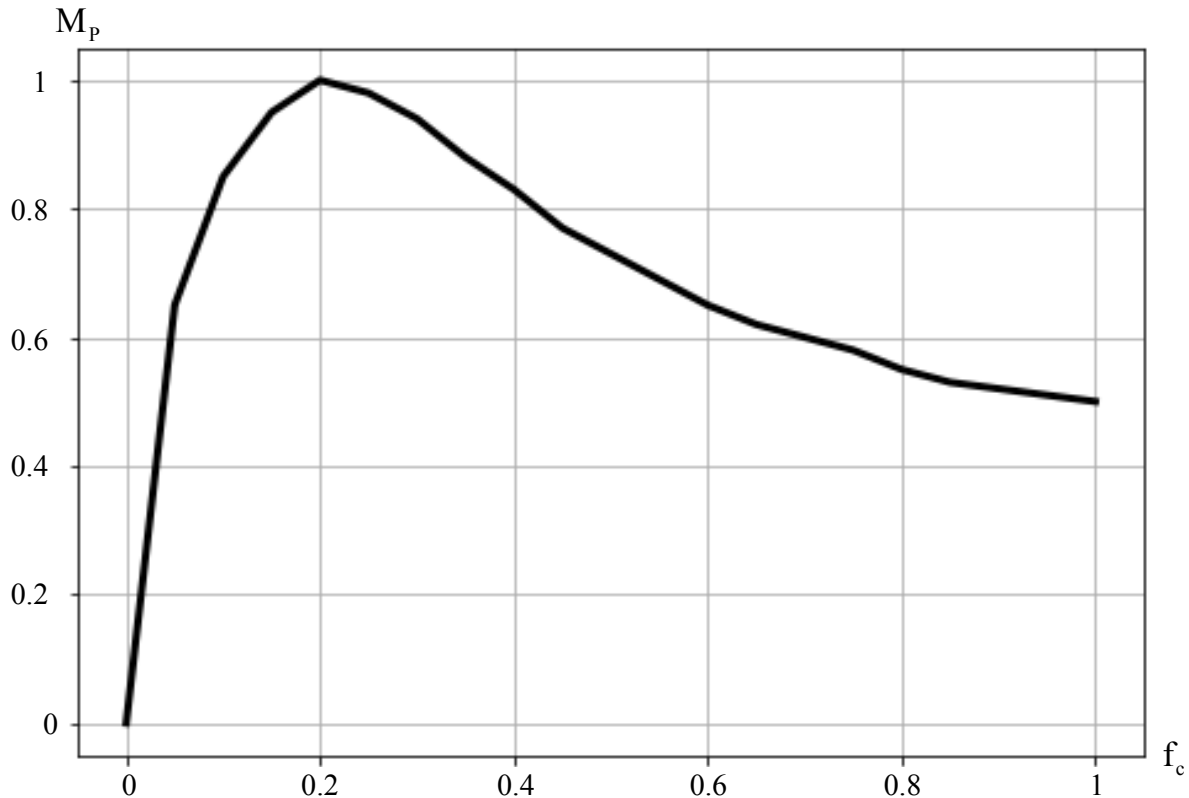


Рисунок 2.1 – Графік залежності у відносних одиницях пускового моменту M_p від синхронної частоти f_c змінного струму джерела живлення статора асинхронного електродвигуна

Дивлячись на графік залежності $M_p = M_p(f_c)$, легко бачити, що ця залежність в робочому діапазоні частот і моментів може бути апроксимована виразом

$$M_p = af_c^{\frac{1}{2}} + bf_c - cf_c^2 \quad (2.5)$$

коефіцієнти a, b, c якого найбільш доцільно, для кожного конкретного асинхронного електродвигуна, паспортні характеристики якого відрізнятимуться від тих, що використані при побудові графіка на рисунку 2.1, визначати методом найменших квадратів.

Підставляючи у вираз (2.2) пусковий момент, визначений за виразом (2.5), отримуємо кутову швидкість у загальному вигляді у формі функції, залежної уже лише від однієї незалежної змінної t та від параметру f_c , тобто у вигляді параметричної функції

$$\omega^*(t, f_c) = \phi^*(t, f_c, M_w(t_1, t)), \quad (2.6)$$

змінюючи числові значення параметру f_c в якій, ми можемо отримувати різні часові траєкторії кутової швидкості ω^* .

А тепер сформуємо функціонал J_{cr} у вигляді інтеграла від квадрата різниці ідеальної лінійної, заданої виразом (2.1), та реальної, заданої виразом (2.6), кутових швидкостей обертання вала ротора ТЕД агрегата, що реалізує ППВВП, тобто у вигляді

$$J_{cr} = \int_0^{t_1} (\omega(t) - \omega^*(t, f_c, M_w(t_1, t)))^2 dt \quad (2.7)$$

Очевидно, що чим менше будуть відрізнятися числові значення реальної кутової швидкості, заданої виразом (2.6), яка у загальному випадку матиме коливальний характер, від ідеальної кутової швидкості, заданої лінійним законом (2.1), що визначаються в одні і ті ж моменти часу на відрізьку $[0, t_1]$, тим меншою буде амплітуда коливань і меншим буде числове значення функціонала (2.7). А тому функціонал (2.7) є придатним для використання і як критерій оцінки якості ППВВП за такою його характеристикою як точність приземлення на поверхню складування без нанесення пошкоджень як вантажу так і майданчика складування, і як критерій оптимізації при синтезі системи оптимального керування тяговим електроприводом агрегата, що реалізує ППВВП, яка мінімізуватиме відхилення кривої наростання реальної кутової швидкості від кутової швидкості, що наростає лінійно.

А в якості обмеження доцільно використати функціонал

$$J_{ob} = \int_0^{t_1} \omega^*(t, f_c, M(t_1, t)) dt, \quad (2.8)$$

яким визначається висота підйому вантажу, виражена в радіанах, за час t_1 , який в разі відпущення верхньої границі перетворюється у функцію

$$\psi(t) = \int_0^t \omega^*(\theta, f_c, M(\theta_1, \theta)) d\theta. \quad (2.9)$$

Вибравши функціонал (2.7) в якості критерію оптимізації, а функціонал (2.8) в якості обмеження, ми задачу синтезу системи оптимального керування тяговим електроприводом агрегата, що реалізує ППВВП, яка мінімізуватиме відхилення кривої наростання реальної кутової швидкості від кутової швидкості, що наростає лінійно, зводимо до ізопериметричної задачі оптимізації, алгоритм розв'язання якої викладено, наприклад, в роботі [10], згідно з яким потрібно знайти таку функцію $f_c = f_c(t)$, яка доставлятиме мінімум функціоналу (2.7) за наявності обмеження (2.8).

А фізична інтерпретація цієї задачі полягає у тому, що потрібно знайти такий закон зміни в часі частоти струму джерела живлення обмотки статора асинхронного електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, який доставлятиме мінімум амплітуді коливальної складової в процесі наростання кутової швидкості обертання ротора цього електродвигуна після його пуску і до досягнення цієї кутовою швидкістю усталеного значення по закінченні пускового відрізка часу.

2.3 Виділення ППВВП як об'єкта дослідження із навколишнього зовнішнього середовища і визначення точок їх взаємодії на другому етапі системного аналізу

Як показано в роботі [51], будь-який об'єкт дослідження можна представити у вигляді **чорного ящика**, зображеного на рисунку 2.2, який контактує з **навколишнім середовищем** у 5 точках, а саме: у точці **1** живлення, в якій до об'єкта дослідження з навколишнього середовища надходить енергія або маса q ; у точці **2** входу, в якій навколишнє середовище протягом часу t здійснює цілеспрямований керуючий вплив u на об'єкт дослідження; у точці **3** виходу, в якій об'єкт дослідження протягом цього ж часу здійснює цілеспрямований вихідний вплив y на навколишнє середовище; у точці **4** прикладення основного збурення x , в якій навколишнє середовище протягом часу t здійснює основний прогнозований чи навіть програмований вплив на процес в об'єкті дослідження; у точці **5** прикладення узагальненої завади ξ , в якій навколишнє середовище намагається протягом цього ж часу додатково до основного, але неконтрольовано, збурити процес в об'єкті дослідження.

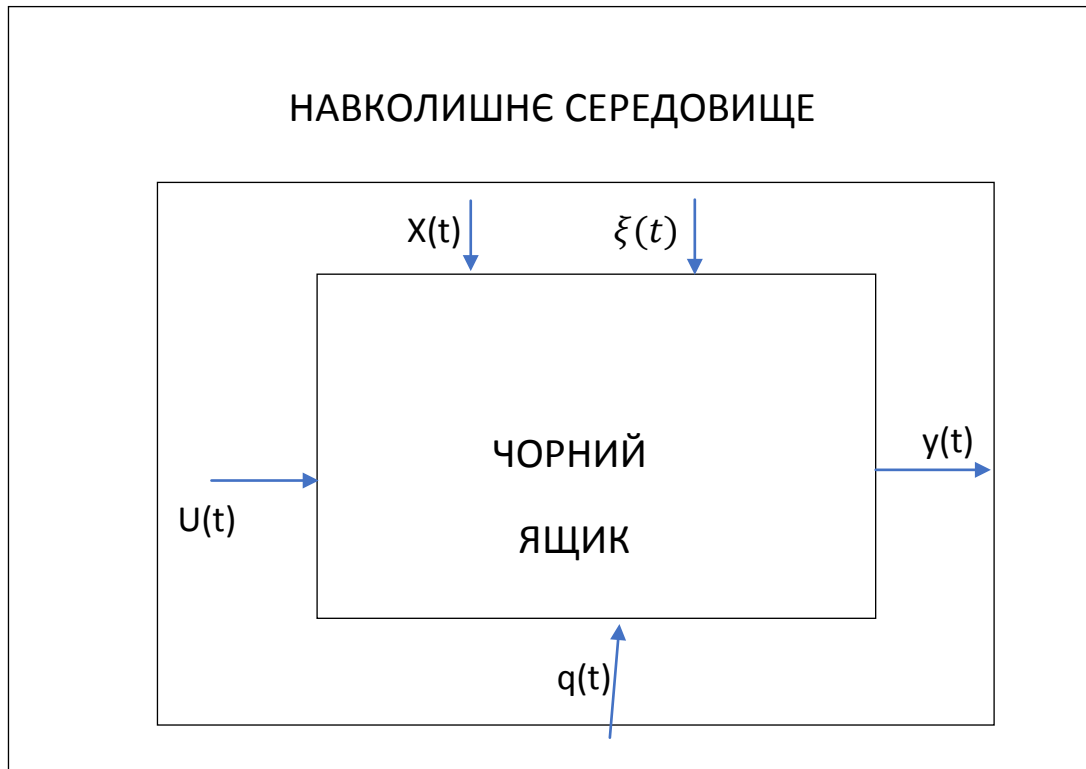


Рисунок 2.2. Графічна інтерпретація виділення об'єкта дослідження з навколишнього середовища

Виходячи з викладеної ідеології виокремлення об'єкта дослідження з навколишнього середовища та її графічної інтерпретації, зображеної на рисунку 2.2, визначимо відповідні точки взаємодії ППВВП як об'єкта дослідження з його навколишнім зовнішнім середовищем.

Енергія, що подається до агрегата, що реалізує ППВВП, є електричною і поступає вона з електричної мережі до обмотки статора тягового асинхронного електродвигуна системи електропривода агрегата, тож точкою 1 у нашого об'єкта дослідження є точка введення електричної енергії змінного струму в обмотку статора асинхронного ТЕД.

Сигнал керування агрегатом, що реалізує ППВВП, формується або оператором або комп'ютерною програмою, яка в оптимізованому варіанті надсилає його на вхід регулятора частоти струму, що підводиться до статора асинхронного двигуна системи електропривода агрегата, тож точкою 2 у нашого об'єкта дослідження є точка подачі сформованого за відповідним законом сигналу на вхід регулятора частоти струму.

Вихідним сигналом агрегата, що реалізує ППВВП, є лінійне переміщення у вертикальній площині нижньої точки вантажу, тож точка 3 у на-

шого об'єкта дослідження розміщена у тій точці вантажу чи контейнера, в якому він переміщується у вертикальній площині, яка першою дотикається до поверхні складування цього вантажу після завершення ППВВП.

Основне збурення в ППВВП вносить сам вантаж, тож точкою 4 у нашого об'єкта дослідження є точка підвісу вантажу до нижнього кінця троса, яким вантаж піднімається з поверхні попереднього розміщення чи опускається на цю поверхню.

Ну і, нарешті, додаткові збурення, причому внутрішнього характеру, у нашому об'єкті дослідження виникають внаслідок зміни довжини, а відповідно і ваги, відрізка троса між вантажем та точкою дотику до барабана його намотування в агрегаті під час ППВВП, а також зміни радіуса барабана намотування троса внаслідок зміни кількості шарів намотування на цьому барабані під час ППВВП, тож точкою 5 у нашого об'єкта дослідження є перша точка дотику троса з барабаном, на який цей трос намотується, або з якого цей трос розмотується, внаслідок чого змінюються в часі упродовж ППВВП і приведений момент інерції махових мас агрегата, що реалізує ППВВП, і вага вантажу, доповненого змінною вагою відрізка троса між точкою підвісу вантажу і точкою дотику троса до барабана, на який цей трос намотується чи з якого розмотується.

Отже ми виокремили наш об'єкт дослідження, яким є ППВВП, із навколишнього зовнішнього середовища і визначили усі точки їх взаємодії, а тому можемо переходити до третього етапу реалізації системного аналізу, як методу дослідження складних об'єктів дослідження, на якому здійснюється синтез та ідентифікація математичних моделей процесів, що мають місце в об'єкті дослідження, та формування математичних моделей сигналів, якими обмінюється об'єкт дослідження з навколишнім зовнішнім середовищем.

РОЗДІЛ 3 СИНТЕЗ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ППВВП НА ТРЕТЬОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

3.1 Аналіз загальноприйнятої математичної моделі динаміки агрегата, що реалізує ППВВП

Почнемо з нагадування про те, що при намотуванні троса на барабан, жорстко зв'язаний з валом тягового електродвигуна, або змотуванні троса з цього барабана змінюються в часі приведені момент інерції тягового електродвигуна та момент навантаження на тяговий електродвигун, тому для аналізу динаміки електроприводів цього класу замість звичного рівняння, приведеного, наприклад у роботі [60], що має вигляд

$$J \frac{d\omega}{dt} = M(t) - M_w, \quad (3.1)$$

де, нагадаємо, ω – кругова швидкість обертання вала ротора тягового електродвигуна, J – приведені до цього вала момент інерції махових мас, $M(t)$ – тяговий момент, створюваний в часі t цим електродвигуном, а M_w – момент навантаження, створюваний підвішеним на тросі вантажем, для якого потрібно, щоб виконувалася умова

$$\Delta M = \text{Const} \quad (3.2)$$

на етапах розгону і гальмування та умова

$$\Delta M = 0 \quad (3.3)$$

на етапі руху зі сталою кутовою швидкістю обертання вала ротора ТЕД, а також умова

$$J = \text{Const} \quad (3.4)$$

на усіх етапах циклу реалізації ППВВП, необхідно використовувати інше рівняння динаміки, а саме -

$$\frac{d(J\omega)}{dt} = M(t) - M_w(t), \quad (3.5)$$

яке після розкриття похідної від добутку двох функцій набуває вигляду

$$\frac{d(J\omega)}{dt} = J(t) \frac{d\omega}{dt} + \omega(t) \frac{dJ}{dt} = M_{ed} - M_w(t) = \Delta M(t) \quad (3.6)$$

і враховує як змінність в часі моменту інерції $J(t)$, так і змінність в часі моменту навантаження $M_w(t)$.

Тож саме це рівняння (3.6) необхідно використовувати як базову математичну модель динаміки системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, як при системному аналізі ППВВП, так і при синтезі закону оптимального керування цим процесом.

Але для того, щоб базову математичну модель (3.6) можна було використовувати для розв'язання задач аналізу ППВВП та оптимізації законів керування цими процесами, в ній необхідно конкретизувати усі складові: $J(t)$, $\frac{dJ}{dt}$, $M(t)$, $M_w(t)$. Цю конкретизацію ми і розглянемо в наступних підрозділах цього розділу, в яких шляхом розв'язання задач синтезу приведемо математичні моделі ППВВП до вигляду, придатного як для системного аналізу цих процесів, так і до розроблення законів оптимального керування електроприводами агрегатів, що реалізують ці процеси.

3.2 Синтез математичних моделей з параметрами, змінними у часі, придатних для аналізу ППВВП у першому наближенні

Приступимо до розв'язання задачі, винесеної у заголовок цього підрозділу, відштовхнувшись від типового графіка робочого циклу тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, зображеного на рисунку 1.1. Із цього рисунка ми бачимо, що на відрізку часу $[0, t_1]$ від моменту пуску ТЕД до виходу у момент t_1 на сталу кругову швидкість ω_s обертання вала його ротора, трос, на якому підвішений вантаж, намотується на барабан чи змотується з нього зі сталим кутовим прискоренням, тобто маємо

$$\frac{d\omega}{dt} = \text{const} . \quad (3.7)$$

А це означає, що зі сталим прискоренням у часі буде змінюватися і момент інерції $J(t)$ махових мас, приведений до вала ротора тягового електродвигуна, який при намотуванні троса на барабан буде збільшуватися завдяки збільшенню маси барабана з тросовою намоткою, а при змотуванні троса з барабана буде зменшуватися, завдяки зменшенню цієї маси, тобто матимемо тотожність

$$\frac{d^2 J}{dt^2} = \text{const}, \quad (3.8)$$

яка буде справедливою, якщо

$$J(t) = J_0 + c_1 t + \frac{c_2}{2} t^2, \quad (3.9)$$

тобто, коли трос на барабан намотується, або якщо

$$J(t) = J_0 - c_1 t - \frac{c_2}{2} t^2, \quad (3.10)$$

тобто, коли трос з барабана змотується.

Аналогічно, на цьому ж відрізку часу $[0, t_1]$ зі сталим прискоренням у часі

$$\frac{d^2 M_w}{dt^2} = \text{const} \quad (3.11)$$

буде змінюватися і момент навантаження $M_w(t)$ на валу ротора тягового електродвигуна, який **при намотуванні троса на барабан**, за рахунок зменшення маси відрізка троса між точкою підвісу вантажу та точкою намотки на барабан, буде зменшуватися, описуючись функцією

$$M_w(t) = M_{w0} - \alpha_1 t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, \quad (3.12)$$

а **при змотуванні троса з барабана**, за рахунок збільшення маси відрізка троса між точкою підвісу вантажу та точкою намотки на барабан, буде збільшуватися, описуючись функцією

$$M_w(t) = M_{w0} + \alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, \quad (3.13)$$

в чому легко переконатися подвійним диференціюванням функцій (3.12) та (3.13).

А в результаті підстановки виразів (3.9) і (3.12) у рівняння (3.6) отримаємо диференціальне рівняння

$$\begin{aligned} \left(J_0 + c_1 t + \frac{c_2}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} + (c_1 + c_2 t) \omega = \\ = M(t) - M_{w0} + \alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2, \end{aligned} \quad (3.14)$$

яке являтиме собою математичну модель процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[0, t_1]$ **при намотуванні троса на барабан**, тобто при підйманні вантажу.

Аналогічно, підставляючи вирази (3.10) і (3.13) в базове рівняння (3.6), отримаємо диференціальне рівняння

$$\begin{aligned} \left(J_0 - c_1 t - \frac{c_2}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} - (c_1 + c_2 t) \omega = \\ = M(t) - M_{w0} - \alpha_1 t - \frac{\alpha_2}{2} t^2, \end{aligned} \quad (3.15)$$

яке являтиме собою математичну модель процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[0, t_1]$ **при змотуванні троса з барабана**, тобто при опусканні вантажу.

Тепер розглянемо відрізок часу $[t_1, t_2]$ на графіку робочого циклу, зображеному на рисунку 1.1, на якому тяговий електродвигун агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, працює зі сталою кутовою швидкістю ω_s обертання вала ротора, тобто, маємо

$$\omega_s = \text{const} \quad (3.16)$$

Цілком очевидно, що у цьому випадку зі сталою кутовою швидкістю у часі буде змінюватися і приведений момент інерції $J(t)$ тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, внаслідок чого на цьому відрізку часу виконуватиметься тотожність

$$\frac{dJ}{dt} = \text{const}, \quad (3.17)$$

І оскільки при намотуванні троса на барабан приведений момент інерції $J(t)$ тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, буде збільшуватися, то у цьому випадку він описуватиметься функцією

$$J(t) = J_1 + c_1(t - t_1) \quad (3.18)$$

А оскільки при змотуванні троса з барабана приведений момент інерції $J(t)$ тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, буде зменшуватися, то у цьому випадку він описуватиметься функцією

$$J(t) = J_1 - c_1(t - t_1) \quad (3.19)$$

Диференціюючи функції (3.18) та (3.19), легко переконатися, що вони задовольняють умову (3.17), що підтверджує правильність їх вибору.

Цілком очевидно, що на відрізку часу $[t_1, t_2]$ зі сталою кутовою швидкістю обертання ротора ТЕД агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, у часі буде змінюватися і момент навантаження $M_w(t)$ на валу цього ротора, через що на цьому відрізку часу виконуватиметься тотожність

$$\frac{dM_w}{dt} = \text{const}, \quad (3.20)$$

І оскільки при намотуванні троса на барабан момент навантаження $M_w(t)$ на валу ротора тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, буде зменшуватися, то у цьому випадку він описуватиметься функцією

$$M_w(t) = M_{w1} - \alpha_1(t - t_1) \quad (3.21)$$

А оскільки при змотуванні троса з барабана момент навантаження $M_w(t)$ на валу ротора тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, буде збільшуватися, то у цьому випадку він описуватиметься функцією

$$M_w(t) = M_{w1} + \alpha_1(t - t_1) \quad (3.22)$$

Диференціюючи функції (3.21) та (3.22), легко переконатися, що вони задовольняють умову (3.20), що підтверджує правильність їх вибору.

Підставляючи вирази (3.18) і (3.21) в базове рівняння (3.6), отримаємо диференціальне рівняння

$$(J_1 + c_1(t - t_1)) \frac{d\omega}{dt} + c_1\omega = M(t) - M_{w1} + \alpha_1(t - t_1), \quad (3.23)$$

яке з врахуванням умови (3.16) набуває вигляду алгебраїчного рівняння

$$c_1\omega = M(t) - M_{w1} + \alpha_1(t - t_1), \quad (3.24)$$

яке і являтиме собою математичну модель процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[t_1, t_2]$ при намотуванні троса на барабан, тобто при підйманні вантажу.

А підставляючи вирази (3.19) і (3.22) в базове рівняння (3.6), отримаємо диференціальне рівняння

$$(J_1 - c_1(t - t_1)) \frac{d\omega}{dt} - c_1\omega = M(t) - M_{w1} - \alpha_1(t - t_1), \quad (3.25)$$

яке з врахуванням умови (3.16) набуває вигляду алгебраїчного рівняння

$$-c_1\omega = M(t) - M_{w1} - \alpha_1(t - t_1), \quad (3.26)$$

яке і являтиме собою математичну модель процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[t_1, t_2]$ при змотуванні троса з барабана, тобто при опусканні вантажу.

А далі розглянемо відрізок часу $[t_2, t_k]$ на графіку робочого циклу, зображеному на рисунку 1.1, на якому кутова швидкість обертання вала ротора ТЕД агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, зменшується від ω_s до нуля для зупинки процесу підймання чи опускання вантажу. Цілком очевидно, що на цьому відрізку будуть справедливими усі співвідношення для моментів інерції та моментів навантаження, отримані нами для пускового відрізка часу $[0, t_1]$, але в дзеркальному відображенні. А тому і математичні моделі процесів підймання вантажу та його опускання будуть відрізнятися на цьому відрізку часу від математичних моделей (3.14) та (3.15), в загальному вигляді, лише індексами при початкових значеннях моменту інерції і моменту навантаження та точками початку відліку часу.

Тобто, для процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[t_2, t_k]$ при намотуванні троса на барабан, що має місце при підйманні вантажу, ця математична модель матиме вигляд

$$\begin{aligned} & \left(J_0 + c_1(t - t_2) + \frac{c_2}{2}(t - t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} + \\ & + (c_1 + c_2(t - t_2))\omega = M(t) - M_{w2} + \\ & + \alpha_1(t - t_2) + \frac{\alpha_2}{2}(t - t_2)^2, \end{aligned} \quad (3.27)$$

а для процесу в електромеханічній системі агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку $[t_2, t_k]$ при змотуванні троса з барабана, що має місце при опусканні вантажу, ця математична модель матиме вигляд

$$\begin{aligned} & \left(J_0 - c_1(t-t_2) - \frac{c_2}{2}(t-t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} - \\ & - (c_1 + c_2(t-t_2))\omega = M(t) - M_{w_2} - \\ & - \alpha_1(t-t_2) - \frac{\alpha_2}{2}(t-t_2)^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Завершимо ми викладення цього підрозділу зауваженням, що при формуванні його змісту ми використали у тому числі і авторські результати, опубліковані нами в роботі [12].

3.3 Метод ідентифікації математичної моделі ППВВП з параметрами, змінними у часі

Ідентифікацію математичних моделей ППВВП з параметрами, змінними в часі, розпочнемо з ідентифікації цих моделей у формі (3.24) і (3.26) на відрізках часу $[t_1, t_2]$ і $[t_5, t_6]$, на яких кутова швидкість обертання ротора тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, є величиною сталою, внаслідок чого похідна від неї дорівнює нулю, а тому базова математична модель (3.6) трансформується у рівняння (3.24) при підйманні вантажу та у рівняння (3.26) – при його опусканні за умови, що процес опускання теж віднесено до відрізка часу $[t_1, t_2]$.

А далі визначимо умови, за яких доцільним є моделювання моменту навантаження $M_w(t)$, створюваного вантажем, який піднімається чи опускається агрегатом чи машиною, що реалізує ППВВП, та приведеного до вала ротора ТЕД моменту інерції $J(t)$ махових мас з використанням виразів (3.9), (3.12) і породжуваних ними виразів:

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1(t-t_1), \quad (3.29)$$

$$M_w(t) = M_w(t_2) - \alpha_1(t-t_2) - \frac{\alpha_2}{2}(t-t_2)^2, \quad (3.30)$$

$$J(t) = J(t_1) + c_1(t-t_1), \quad (3.31)$$

$$J(t) = J(t_2) + c_1(t-t_2) + \frac{c_2}{2}(t-t_2)^2, \quad (3.32)$$

– при підніманні вантажу,

та виразів (3.10), (3.13) і породжуваних ними виразів:

$$M_w(t) = M_w(t_5) + \alpha_1(t - t_5), \quad (3.33)$$

$$M_w(t) = M_w(t_4) + \alpha_1(t - t_4) + \frac{\alpha_2}{2}(t - t_4)^2, \quad (3.34)$$

$$M_w(t) = M_w(t_6) + \alpha_1(t - t_6) + \frac{\alpha_2}{2}(t - t_6)^2, \quad (3.35)$$

$$J(t) = J(t_5) - c_1(t - t_5), \quad (3.36)$$

$$J(t) = J(t_4) - c_1(t - t_4) - \frac{c_2}{2}(t - t_4)^2, \quad (3.37)$$

$$J(t) = J(t_6) - c_1(t - t_6) - \frac{c_2}{2}(t - t_6)^2, \quad (3.38)$$

– при опусканні вантажу.

Нагадаємо, що момент навантаження має дві складові, перша із яких створюється силою ваги P_w вантажу масою m_w , а друга силою ваги P_T , створюваною відрізком троса масою m_T , що міститься між вантажем та барабаном, на який намотується трос при підйманні вантажу, або з якого трос розмотується при опусканні вантажу, а тому справедливими є відомі ще зі шкільного курсу фізики співвідношення:

$$M_w = P_w R_K = m_w g R_K, \quad M_T = P_T R_K = m_T g R_K, \quad (3.39)$$

в яких g - прискорення вільного падіння, а R_K – радіус барабана.

І, оскільки сумарна сила ваги за рахунок зміни маси відрізка троса, обумовленої скороченням цього відрізка при намотуванні троса на барабан або його збільшенням при розмотуванні троса з барабана, теж змінюється, то відповідно змінюється і навантажувальний момент. І якщо кутова швидкість обертання вала барабана є сталою в часі, то і зміна маси відрізка троса між вантажем і барабаном та зміна сумарної сили ваги і сумарного навантажувального моменту, нею створюваного, отримують лінійний приріст в часі при опусканні вантажу або лінійне зменшення в часі при підйманні вантажу, що приводить до появи лінійних членів у виразах (3.29) та (3.33).

Що ж до відрізків часу на графіку, наведеному на рисунку 1.1, на яких вантаж підіймається чи опускається зі сталим додатним або

від'ємним кутовим прискоренням, то у цьому випадку моделювати зміну в часі навантажувального моменту уже потрібно з використанням виразів (3.30) та (3.34), (3.35), в яких сталі кутові прискорення обумовлюватиме появу квадратичних членів.

А щодо виразів (3.9), (3.10), (3.32), (3.37), (3.38), якими пропонується моделювати момент інерції махових мас, приведений до вала ротора ТЕД системи електропривода агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, з урахуванням змінної маси барабана, обумовленої намотуванням на нього троса чи його розмотуванням, то легко бачити, що формально лінійні члени в цих виразах зумовлені зміною маси та радіуса барабана при сталій кутовій швидкості обертання вала цього барабана, а квадратичні – зміною маси та радіуса барабана при намотуванні чи розмотуванні з нього троса при сталому кутовому прискоренні.

Цілком очевидно, що моделювати процес підймання чи опускання вантажу агрегатом чи машиною, що реалізує ППВВП, з використанням математичних моделей (3.14), (3.15), (3.24), (3.26), (3.27), (3.28) можна лише після ідентифікації математичних моделей (3.9), (3.10), (3.12), (3.13), (3.29)–(3.38), якими описуються зміни в часі навантажувального моменту та приведенного моменту інерції махових мас. Але, у свою чергу, ідентифікувати моделі (3.9), (3.10), (3.12), (3.13), (3.29)–(3.38) можна, лише використовуючи параметри конкретного агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, та його системи електропривода. Однак для побудови алгоритму ідентифікації математичної моделі, придатного для розрахунку числових значень її параметрів при довільному виборі складових системи тягового електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, необхідно задавати усі паспортні дані в загальному вигляді без їх чисельної конкретизації.

Тож нехай функціонування агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, характеризується такими параметрами: максимальна висота підймання вантажу дорівнює h , діаметр троса, до якого підвішується вантаж, D_T , маса його погонного метра дорівнює m_{MT} , діаметр барабана, на який намотується трос під час підймання вантажу, D_K , маса барабана дорівнює m_K , передатне число редуктора, яким тягове зусилля від електродвигуна передається на вал барабана, дорівнює z , відстань між осями редуктора, одна з яких з'єднана з валом тягового електродвигуна, а інша з валом

барабана, на який намотується трос, до якого підвішено вантаж, l , кількість паралельно розміщених осей у редукторі дорівнює $k = 5$, відстань між осями l_{ba} , радіус більшої шестерні на осі дорівнює r_{bg} , маса більшої шестерні на осі дорівнює m_{bg} , радіус меншої шестерні на осі дорівнює r_{sg} , маса меншої шестерні на осі дорівнює m_{sg} , а стосовно необхідних для ідентифікації паспортних характеристик тягового асинхронного електродвигуна вкажемо, що: його номінальний момент дорівнює M_N , момент інерції дорівнює J^* , синхронна кутова швидкість обертання ротора дорівнює ω_c , номінальне ковзання дорівнює s_N , критичне ковзання дорівнює s_{kr} , к.к.д. дорівнює η_N , пусковий момент дорівнює $M_p = q_p M_N$, максимальний момент дорівнює $M_{\max} = q_{\max} M_N$, де, залежно від типу електродвигуна, $q_p \in [1, 1 - 2]$, $q_{\max} \in [1, 5 - 2, 5]$.

Зауважимо, що всі величини задаємо в одній і тій же системі одиниць СІ.

Нехай агрегат чи машина, що реалізують ППВВП, піднімає масу m_w на висоту h . Використовуючи наведені вище параметри та відомі з теоретичної механіки [52] і теорії електропривода [77] співвідношення, знайдемо, що момент навантаження M_w^* , створюваний цією масою при її підйманні, віднесений до осі барабана, на який намотується трос, до нижнього кінця якого підвішено вантаж, становитиме

$$M_w^* = P_w \frac{D_K}{2} = m_w g \frac{D_K}{2} \text{ (Нм)}, \quad (3.40)$$

а максимальний момент навантаження M_T^* , створюваний масою опущеного до нижньої точки троса, з якої починається підймання вантажу, становитиме

$$M_T^* = m_{MT} h \cdot g \frac{D_K + D_T}{2} \text{ (Нм)}. \quad (3.41)$$

Зауважимо, що у моделі (3.34) параметр $M_w(t_4)$ необхідно визначати за виразом

$$M_w(t_4) = M_w^* \frac{\eta_N}{z} \text{ (Нм)}, \quad (3.42)$$

оскільки увесь трос намотано на барабан, а у моделі (3.12) за виразом

$$M_{w0} = (M_w^* + M_T^*) \frac{\eta_N}{z} \text{ (Нм)}, \quad (3.43)$$

оскільки нижній кінець троса знаходиться біля майданчика складування вантажу.

В паспортах електричних двигунів, вироблених у попередні роки, кутову швидкість обертання вала ротора задають в оборотах за хвилину n_c , а тому синхронна кутова швидкість ω_c обертання вала ротора тягового електродвигуна у цьому випадку визначатиметься за співвідношенням

$$\omega_c = 2\pi \frac{n_c}{60} \text{ (рад/с)}, \quad (3.44)$$

а номінальна – за співвідношенням

$$\omega_N = \omega_c (1 - s_N) \text{ (рад/с)}. \quad (3.45)$$

Усталена кутова швидкість ω_{Ky} обертання вала барабана, на який намотується трос, у попередньому наближенні може бути заданою як

$$\omega_{Ky} = \frac{\omega_c}{z} \text{ (рад/с)}, \quad (3.46)$$

що надаватиме право у попередньому наближенні усталену лінійну швидкість v_T руху троса задавати як

$$v_T = \omega_{Ky} \frac{D_K}{2} \text{ (м/с)}. \quad (3.47)$$

Тож саме з такою лінійною швидкістю, яка визначається виразом (3.47), трос рухатиметься на відріжку часу $[t_1, t_2]$, зображеному на рисунку 1.1.

Отже, нехай під час ППВВП було встановлено, що кутова швидкість вала ротора тягового електродвигуна після його запуску з вантажем, який знаходився у нижній точці, тобто на майданчику його складування, досягла усталеного значення протягом відрізка часу t_1 , вираженого в секундах, і нехай за цей відрізок часу вантаж піднявся на висоту h_1 , виражену в метрах.

Цілком очевидно, що для зупинки процесу підймання вантажу у момент часу t_3 процес гальмування потрібно запустити в момент часу t_2 за умови, що

$$t_{23} = t_3 - t_2 = t_1 \text{ (с)}, \quad (3.48)$$

а тому за час гальмування трос вкоротиться ще на h_{23} метрів. Тож за відрізок часу

$$t_{03} = t_3 - t_0 \text{ (с)}, \quad (3.49)$$

довжина троса вкоротиться до нуля, адже

$$h - h_1 - h_{12} - h_{23} = 0 \text{ (м)}, \quad (3.50)$$

а тому момент навантаження, віднесений до осі барабана, в моменти часу t_1, t_2, t_3 набуватиме значень:

$$M_w^*(t_1) = M_w^* + m_{MT}(h - h_1)g \frac{D_K + D_T}{2} \text{ (Нм)}, \quad (3.51)$$

$$M_w^*(t_2) = M_w^* + m_{MT}(h - h_1 - h_{12})g \frac{D_K + D_T}{2} \text{ (Нм)}, \quad (3.52)$$

$$M_w^*(t_3) = M_w^* \text{ (Нм)}. \quad (3.53)$$

А віднесений до осі ротора тягового електродвигуна цей момент навантаження, у ці ж моменти часу, набуватиме значень:

$$M_w(t_1) = M_w^*(t_1) \frac{\eta_N}{z} \text{ (Нм)}, \quad (3.54)$$

$$M_w(t_2) = M_w^*(t_2) \frac{\eta_N}{z} \text{ (Нм)}, \quad (3.55)$$

$$M_w(t_3) = M_w^*(t_3) \frac{\eta_N}{z} \text{ (Нм)}. \quad (3.56)$$

Оскільки на відріжку часу $[t_1, t_2]$ трос вкорочується зі сталою лінійною швидкістю v_T , заданою виразом (3.47), то справедливим є вираз

$$t_{12} = \frac{h_{12}}{v_T} \text{ (с)}, \quad (3.57)$$

завдяки якому на цьому відріжку часу з використанням моделі (3.29), яку для зручності посилення перепишемо

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1(t - t_1), \quad (3.58)$$

матимемо

$$M_w(t_2) = M_w(t_1) - \alpha_1 t_{12}. \quad (3.59)$$

А із рівняння (3.59) витікає, що

$$\alpha_1^* = \frac{M_w(t_1) - M_w(t_2)}{t_{12}}. \quad (3.60)$$

Що ж до параметра α_2^* , то для його визначення використаємо вираз (3.12) з прив'язкою до моменту часу t_1 та вирази (3.43), (3.54), (3.60), завдяки яким матимемо:

$$M_w(t_1) = M_{w0} - \alpha_1^* t_1 - \alpha_2 \frac{(t_1)^2}{2}, \quad (3.61)$$

$$\alpha_2^* = 2 \frac{M_{w0} - M_w(t_1) - \alpha_1^* t_1}{(t_1)^2}. \quad (3.62)$$

Отже від формально синтезованих математичних моделей моментів навантаження (3.12), (3.29), (3.30) при підйманні вантажу агрегатом чи машиною, що реалізує ППВВП, ми прийшли до ідентифікованих математичних моделей моментів навантаження, придатних для моделювання ППВВП на етапі підймання вантажу масою m з нульової точки, прив'язаної до майданчика його складування, на висоту h у вигляді

$$M_w(t) = M_{w0} - \alpha_1^* t - \frac{\alpha_2^*}{2} t^2 \quad (3.63)$$

– при розгоні тягового електродвигуна системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, до усталеної кутової швидкості обертання ротора ТЕД на відріжку часу $[0, t_1]$, у вигляді

$$M_w(t) = M_w(t_2) - \alpha_1^*(t - t_2) - \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_2)^2 \quad (3.64)$$

– при гальмуванні тягового електродвигуна системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, від усталеної кутової швидкості обертання ротора ТЕД до її нульового значення на відріжку часу $[t_2, t_3]$ та у вигляді

$$M_w(t) = M_w(t_1) - \alpha_1^*(t - t_1) \quad (3.65)$$

– при підйманні вантажу з усталеною кутовою швидкістю обертання ротора ТЕД агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, на відріжку часу $[t_1, t_2]$.

Що ж до моделювання моментів навантаження при опусканні цього вантажу з висоти h до нульового її значення, то неважко пересвідчитися, що вирази (3.63), (3.64) та (3.65) набудуть вигляду:

$$M_w(t) = M_w(t_3) + \alpha_1^*(t - t_4) + \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_4)^2 \quad (3.66)$$

– при розгоні тягового електродвигуна системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, до усталеної кутової швидкості обертання ротора ТЕД на відріжку часу $[t_4, t_5]$,

$$M_w(t) = M_w(t_6) + \alpha_1^*(t - t_6) + \frac{\alpha_2^*}{2}(t - t_6)^2 \quad (3.67)$$

– при гальмуванні тягового електродвигуна системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, від усталеної кутової швидкості обертання ротора ТЕД до її нульового значення на відріжку часу $[t_6, t_7]$,

$$M_w(t) = M_w(t_5) + \alpha_1^*(t - t_5) \quad (3.68)$$

– при опусканні вантажу тяговим електродвигуном з усталеною кутовою швидкістю обертання ротора ТЕД агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, на відріжку часу $[t_5, t_6]$.

Тепер перейдемо до ідентифікації математичних моделей (3.9), (3.10), (3.18), (3.19), (3.31), (3.32), (3.36), (3.37), (3.38) приведених моментів інерції.

Почнемо з визначення значення базового параметра J , що характеризує момент інерції усіх рухомих мас системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, приведений до вала ротора тягового електродвигуна. Для обчислення значення цього параметра, використаємо взятий з роботи [77] вираз

$$J = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \sum_{l=1}^L m_l \rho_l^2, \quad (3.69)$$

в якому

$$z_i = \frac{\omega}{\omega_i}, \quad (3.70)$$

$$\rho_l = \frac{v_l}{\omega}, \quad (3.71)$$

а J^* – момент інерції тягового електродвигуна, визначений на валу його ротора, значення якого приводиться в паспортних даних цього електродвигуна, ω – кутова швидкість обертання вала ротора електродвигуна, J_i – момент інерції відповідної шестерні редуктора чи барабана, на який намотується трос, до якого підвішено вантаж, відносно його осі, ω_i – кутова швидкість обертання цієї шестерні чи барабана, m_l – маса вантажу, підвішеного до троса, що намотується на барабан, або маса відрізка троса, що намотується на барабан, v_l – поступальна лінійна швидкість руху троса, z_i – передатне число від відповідної шестерні чи барабана до вала тягового електродвигуна.

Момент інерції J_i відповідної шестерні редуктора чи барабана, на який намотується трос, до якого підвішено вантаж, відносно її осі, будемо визначати за рекомендаціями роботи [52], використовуючи вираз

$$J_i = \frac{1}{2} m_i R_i^2, \quad (3.72)$$

в якому m_i – маса цієї шестерні чи барабана, R_i – їх зовнішній радіус, а момент інерції відрізка троса масою m_T , намотаного на барабан радіуса R_K , будемо визначати, використовуючи вираз

$$J_T = \frac{1}{2} m_T \left((R_K + \Delta R_T)^2 - R_K^2 \right), \quad (3.73)$$

де ΔR_T – приріст радіуса барабана за рахунок намотаного троса.

Аналізуючи вирази (3.69)–(3.72), бачимо, що обчислення складових у виразі (3.69), пов'язаних з шестернями редуктора, редуктором і масою вантажу, труднощів не викликають, а тому розглянемо більш детально лише обчислення складових цього виразу, пов'язаних з тросом, що намотується на барабан, чи змотується з нього.

І під час підймання вантажу агрегатом чи машиною, що реалізує ППВВП, масою m_w , і під час опускання цього вантажу трос, на якому підвішено вантаж, буде створювати момент інерції J_T^* , який має дві складових, одна з яких J_{TK}^* буде створюватися тією частиною троса, яка уже намоталася на барабан, і обчислюється за виразом (3.73), а друга J_{TV}^* буде створюватися тією частиною троса, яка продовжує рухатися разом з вантажем поступально, і обчислюється за кінцевою складовою у виразі (3.69). Отже, матимемо

$$J_T^* = J_{TK}^* + J_{TV}^* \quad (3.74)$$

А тепер розглянемо процес підймання вантажу масою m_w агрегатом чи машиною, що реалізують ППВВП, з нульової точки до верхньої кінцевої на висоті h , починаючи з нульового моменту часу. У цьому випадку вираз (3.69) набере вигляду

$$\begin{aligned} J &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + J_w + J_T^* = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + m_w \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 + \\ &+ \beta_T t \frac{(R_K + \gamma_K t)^2 - R_K^2}{2z^2} + (m_T - \beta_T t) \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 = \\ &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + (m_w + m_T) \frac{R_K^2}{z^2} - \frac{\beta_T R_K^2}{z^2} t + \frac{\beta_T \gamma_K R_K}{z^2} t^2 + \frac{\beta_T \gamma_K^2}{2z^2} t^3 \approx \\ &\approx J_0^* - c_1^* t + \frac{c_2^*}{2} t. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Зауважимо, що у кінцевому записі виразу (3.75) ми вилучили кубічний член у зв'язку з тим, що, по-перше, і без нього цей вираз являтиме собою параболу, але квадратичну, а не кубічну, а по-друге, тому, що коефіцієнт при кубічному члені за рахунок γ_K^2 є величиною другого порядку малості порівняно з коефіцієнтом при квадратичному члені, тож неврахування кубічного члена не внесе в підсумковий результат похибки, що перевищуватиме похибку вимірювання тих параметрів цієї моделі, з використанням яких здійснюватиметься її ідентифікація.

А далі розглянемо процес опускання вантажу масою m_w агрегатом чи машиною, що реалізують ППВВП, з верхньої кінцевої точки на висоті h до нульової точки, який теж для спрощення синтезу моделі приведеного

моменту інерції почнемо з нульового моменту часу, тобто, перенісши початок координат у точку t_4 , зробивши її нулем. У цьому випадку вираз (3.69) набере вигляду

$$\begin{aligned}
J &= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + J_w + J_T^* = \\
&= J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + m_w \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 + (m_T - \beta_T t) \frac{(R_K + R_K^* - \gamma_K t)^2 - R_K^2}{2z^2} + \\
&+ \beta_T t \left(\frac{\omega_K R_K}{\omega} \right)^2 = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \frac{m_w R_K^2 + m_T (R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2)}{z^2} + \quad (3.76) \\
&+ \frac{\beta_T R_K^2 - m_T \gamma_K (R_K + R_K^*) - \beta_T (R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2)}{z^2} t + \\
&+ \frac{\beta_T \gamma_K (R_K + R_K^*) + \frac{1}{2} m_T \gamma_K^2}{z^2} t^2 - \frac{\beta_T \gamma_K^2}{2z^2} t^3 \approx J_0^{**} + c_1^{**} t + \frac{c_2^{**}}{2} t^2,
\end{aligned}$$

де приріст радіуса барабана R_K^* обчислюється через діаметр троса $2R_T$ та кількість k шарів його намотування на котушку, тобто,

$$R_K^* = 2kR_T \quad (3.77)$$

І у цьому випадку ми вилучили кубічний член із кінцевого запису у виразі (3.76) з тієї ж причини, суть якої уже розкрили, характеризуючи кінцевий запис для виразу (3.75).

Що ж до граничних значень приведенного моменту інерції махових мас, то вони можуть бути обчисленими з виразів:

$$J_0^* = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + (m_w + m_T) \frac{R_K^2}{z^2}, \quad (3.78)$$

$$J_0^{**} = J^* + \sum_{i=1}^n \frac{1}{z_i^2} J_i + \frac{m_w R_K^2 + m_T (R_K R_K^* + \frac{1}{2} (R_K^*)^2)}{z^2}. \quad (3.79)$$

А тепер розпочнемо ідентифікацію математичної моделі для тягового моменту на валу ТЕД системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП. В якості базової виберемо модель механічної характеристики $\omega = f(M)$ тягового асинхронного електродвигуна у вигляді

$$M = M_p(1 + k_1\omega - k_2\omega^2), \quad (3.80)$$

яка буде описувати механічну характеристику ТЕД в робочому діапазоні її значень тим точніше, чим більшим буде відношення $\frac{M_{\max}}{M_N}$ порівняно з відношенням $\frac{M_p}{M_N}$. В цьому легко переконатися, аналізуючи графік типової механічної характеристики асинхронного електродвигуна, наведеної, наприклад, у роботі [77]. Аналіз цієї характеристики показав, що її базова математична модель (3.80) адекватно відтворює її в робочому діапазоні значень параметрів режиму за умови, що

$$\frac{M_{\max}}{M_N} : \frac{M_p}{M_N} \geq 2, \quad (3.81)$$

що, як правило, для асинхронних електродвигунів виконується.

Підставляючи у математичну модель (3.80) паспортні параметри вибраного електродвигуна, отримаємо систему двох рівнянь для визначення невідомих параметрів k_1, k_2 у вигляді:

$$\begin{cases} M_p(1 + k_1\omega_N - k_2\omega_N^2) = M_N, \\ M_p(1 + k_1\omega_{kr} - k_2\omega_{kr}^2) = M_{\max}, \end{cases} \quad (3.82)$$

яку доцільно привести до вигляду:

$$\begin{cases} M_p(1 + k_1\omega_N - k_2\omega_N^2) = M_N, \\ M_p(1 + k_1\omega_c(1 - s_{kr}) - k_2\omega_c^2(1 - s_{kr})^2) = M_{\max}, \end{cases} \quad (3.83)$$

та, розв'язуючи яку, визначимо, що

$$\begin{cases} k_1 = k_1^*, \\ k_2 = k_2^* \end{cases} \quad (3.84)$$

А далі звертаємо увагу на те, що для того, щоб на відрізку часу $[t_1, t_2]$ вал електродвигуна ТЕД системи електропривода агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, обертався з усталеною кутовою швидкістю ω_y , необхідно, щоб тяговий момент дорівнював навантажувальному, тобто, щоб виконувалася рівність

$$M(t_1) = M_w(t_1), \quad (3.85)$$

із якої, підставляючи в неї паспортні дані та значення відповідних параметрів із виразів (3.54) та (3.84), отримаємо квадратне рівняння

$$M_w(t_1) = M_p(1 + k_1^* \omega_y - k_2^* \omega_y^2), \quad (3.86)$$

розв'язуючи яке та використовуючи лише додатний корінь, знайдемо, що

$$\omega_y = \omega_y^* \text{ (рад/с)}. \quad (3.87)$$

А тепер повернемося до розгляду виразу (3.24), який після підстановки в нього виразів (3.85) та (3.87) набуває вигляду

$$c_1 \omega_y^* = \alpha_1(t_2 - t_1), \quad (3.88)$$

який виконуватиметься і при $t = t_2$, тож для цього моменту часу з рівняння (3.88), з використанням виразів (3.60) та (3.87), матимемо

$$c_1^* = \frac{t_{21}}{\omega_y^*} \alpha_1^*. \quad (3.89)$$

Далі, використовуючи вираз (3.75), ми маємо право записати

$$\begin{cases} J(t_1) = J_0^* - c_1^* t_1 + \frac{c_2^*}{2} t_1^2, \\ J(t_2) = J(t_1) - c_1^* t_{21} + \frac{c_2^*}{2} t_{21}^2, \\ J(t_3) = J(t_2) - c_1^* t_{32} + \frac{c_2^*}{2} t_{32}^2 = J_0^{**} \end{cases} \quad (3.90)$$

А із співвідношень (3.90) шляхом вилучення проміжних значень знайдемо, що

$$J_0^{**} - J_0^* = -c_1^*(t_1 + t_{21} + t_{32}) + \frac{c_2^*}{2}(t_1^2 + t_{21}^2 + t_{32}^2) \quad (3.91)$$

З щойно отриманого виразу (3.91) матимемо

$$c_2^* = \frac{2(J_0^{**} - J_0^* + c_1^*(t_1 + t_{21} + t_{32}))}{t_1^2 + t_{21}^2 + t_{32}^2}, \quad (3.92)$$

Отже, використовуючи формули (3.89) та (3.92), ми можемо визначити числові значення параметрів c_1^* , c_2^* , які позначимо, щоб відрізнити від формульних, як

$$c_1^{**}, c_2^{**} \quad (3.93)$$

Наступний етап побудови алгоритму ідентифікації моделей ППВВП пов'язаний з розв'язанням диференціального рівняння (3.14) на відріжку часу $[0, t_1]$ з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(0) = 0, \\ \omega(t_1) = \omega_y^*, \end{cases} \quad (3.94)$$

та з використанням його еквіваленту, обумовленого попередніми результатами ідентифікації його параметрів, у вигляді

$$\left(J_0^* - c_1^* t + \frac{c_2^*}{2} t^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = M_P (1 + k_1 \omega - k_2 \omega^2) - M_w(t_1), \quad (3.95)$$

що є допустимим у зв'язку з тим, що члени $(c_1 + c_2 t)\omega$, $\alpha_1 t + \frac{\alpha_2}{2} t^2$ є величинами другого порядку малості на вибраному відріжку інтегрування, а тому ними можна знехтувати. Але перед тим, як інтегрувати рівняння (3.95), приведемо його до вигляду

$$\frac{d\omega}{(a_\omega \omega^2 + b_\omega \omega + c_\omega)} = \frac{dt}{(a_t t^2 + b_t t + c_t)}, \quad (3.96)$$

де

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J_0^*, \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_2^* J_0^* - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (3.97)$$

$$\begin{cases} a_\omega = -M_P k_2, \\ b_\omega = M_P k_1, \\ c_\omega = M_P - M_w(t_1), \\ \Delta_\omega = 4a_\omega c_\omega - b_\omega^2 = -4M_P k_2 (M_P - M_w(t_1)) - (M_P k_1)^2 \end{cases} \quad (3.98)$$

Підставляючи у вирази (3.97), (3.98) конкретні значення паспортних даних системи тягового електропривода та визначені з попередніх розрахунків значення усіх параметрів, легко переконатися, що завжди матимемо

$$\begin{cases} \Delta_t > 0, \\ \Delta_\omega < 0, \end{cases} \quad (3.99)$$

а тому, інтегруючи диференціальне рівняння (3.96) з використанням відомих табличних інтегралів, отримаємо його розв'язок на відрізку часу $[0, t_1]$ у вигляді

$$\frac{1}{\sqrt{-\Delta_\omega}} \ln \frac{2a_\omega \omega + b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega \omega + b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}} = \frac{2}{\sqrt{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t t + b_t}{\sqrt{\Delta_t}} + \frac{1}{\sqrt{-\Delta_\omega}} \ln C, \quad (3.100)$$

або

$$\frac{\omega + \frac{b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega}}{\omega + \frac{b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}}{2a_\omega}} = C e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t t + b_t}{\sqrt{\Delta_t}}} \quad (3.101)$$

Підставивши у вираз (3.101) ліву граничну умову, яка задається верхнім рівнянням у виразі (3.94), знайдемо, що стала інтегрування C матиме вигляд числа

$$C = \frac{b_\omega - \sqrt{-\Delta_\omega}}{b_\omega + \sqrt{-\Delta_\omega}} e^{-\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{b_t}{\sqrt{\Delta_t}}}, \quad (3.102)$$

підставляючи яке у вираз (3.101) та спрощуючи цей вираз після підстановки, отримаємо розв'язок диференціального рівняння (3.95), на відрізку часу $[0, t_1]$ у вигляді

$$\omega = \frac{(b_\omega^2 - \Delta_\omega) \left(e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t} - 1} \right)}{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega} \left(1 + e^{\sqrt{\frac{-4\Delta_\omega}{\Delta_t}} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t}} \right) \right)}, \quad (3.103)$$

За критерій адекватності математичної моделі (3.103) процесу наростання кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД системи електропривода агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, на відрізку часу $[0, t_1]$ доцільно використати праву граничну умову, що задана нижнім рівнянням у виразі (3.94).

Що ж до гальмування від усталеного значення кутової швидкості тягового електродвигуна ω_y^* до нуля на відрізку часу $[t_2, t_3]$, то цей процес, за умови його реалізації противключенням ТЕД, теж може бути описаний диференціальним рівнянням, аналогічним рівнянню (3.95), але у вигляді

$$\begin{aligned} \left(J(t_2) - c_1^*(t - t_2) + \frac{c_2^*}{2}(t - t_2)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = \\ = -M(t_2)(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_2) \end{aligned} \quad (3.104)$$

з граничними умовами:

$$\begin{cases} \omega(t_2) = \omega_y^*, \\ \omega(t_3) = 0, \end{cases} \quad (3.105)$$

яке теж приводиться до вигляду (3.96) та до розв'язання у вигляді, аналогічному (3.103), але зі змінами, зумовленими зсувом у часі, тобто, у вигляді

$$\begin{aligned} \omega = \omega_y^* - \\ (b_\omega^2 - \Delta_\omega) \left(e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}} - 1} \right) \\ \frac{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega} \left(1 + e^{\sqrt{\frac{4\Delta_\omega}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t-t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t-t_2)}}} \right) \right)} \end{aligned} \quad (3.106)$$

в якому параметри визначаються уже не виразами (3.97), (3.98), а виразами

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J(t_2), \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_2^* J(t_2) - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (3.107)$$

$$\begin{cases} a_\omega = M(t_2)k_2, \\ b_\omega = -M(t_2)k_1, \\ c_\omega = -M(t_2) - M_w(t_2), \\ \Delta_\omega = 4a_\omega c_\omega - b_\omega^2 = -4M(t_2)k_2(M(t_2) + M_w(t_2)) - (M(t_2)k_1)^2. \end{cases} \quad (3.108)$$

Що ж до ідентифікації процесу опускання вантажу з верхньої точки до нуля по висоті, то після пуску електропривода і аж до досягнення валом його електродвигуна усталеного значення ω_y^* кутової швидкості обертання цей процес на відрізку часу $[t_4, t_5]$ описуватиметься диференціальним рівнянням

$$\left(J(t_3) + c_1^*(t - t_4) + \frac{c_2^*}{2}(t - t_4)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = -M_P(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_3), \quad (3.109)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(t_4) = 0, \\ \omega(t_5) = -\omega_y^{**}, \end{cases} \quad (3.110)$$

А на відрізку часу $[t_5, t_6]$ цей процес, за умови противключення ТЕД агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, для забезпечення тотожності

$$M(t_5) + M_w(t_5) = 0 \quad (3.111)$$

буде описуватись рівнянням

$$c_1\omega_y^{**} = -\alpha_1(t - t_5), \quad (3.112)$$

Ну, а на відрізку часу $[t_6, t_7]$ процес описуватиметься диференціальним рівнянням

$$\left(J(t_6) + c_1^*(t - t_6) + \frac{c_2^*}{2}(t - t_6)^2 \right) \frac{d\omega}{dt} = M_P(1 + k_1\omega - k_2\omega^2) - M_w(t_3) \quad (3.113)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \omega(t_6) = -\omega_y^{**}, \\ \omega(t_7) = 0. \end{cases} \quad (3.114)$$

Легко бачити, що диференціальні рівняння (3.109) та (3.113) теж приводяться до вигляду (3.96), а тому їх розв'язками будуть ті ж вирази (3.103) та (3.106), які уже отримані раніше при ідентифікації процесу підіймання вантажу агрегатом чи машиною, що реалізує ППВВП, але зі змінами знаків на протилежні перед дробами та перед значенням усталеної кутової швидкості. Ідентифікація і цих моделей теж здійснюється аналогічно з використанням виразів (3.97), (3.98) та (3.107), (3.108) з відповідною корекцією знаків у них.

На завершення цього підрозділу зауважимо, що при викладенні матеріалу в ньому ми використали результати, отримані нами в процесі досліджень та опубліковані у нашій роботі [45].

3.4 Синтез математичних моделей з параметрами, змінними у часі та у просторі, придатних для системного аналізу ППВВП, та їх ідентифікація

Наведена в підрозділі 3.3 модель (3.103) синтезована на основі моделі (3.6), яка є розширенням моделі (3.1), а наведений в підрозділі 3.3 метод ідентифікації параметрів неповно описує особливості функціонування такої складної динамічної системи, якою є агрегат чи машина, що реалізує ППВВП, оскільки не враховує повздовжні коливання, що виникають в тросах, на яких підвішуються вантажі для їх переміщення вгору чи вниз. Тож для системного аналізу ППВВП цю модель потрібно вдосконалити шляхом такого її узагальнення, яке надавало б можливість оцінювати не лише залежність параметрів ППВВП в часі, але створювало б можливість оцінювання і повздовжніх коливань, що виникають в тросах, для яких, при відсутності зовнішньої сили, справедливою є модель, що наведена, наприклад, в роботі [50] і має вигляд

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} - nm \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3.115)$$

або

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} - nm \frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.116)$$

де $v(x,t), F(x,t)$ – відповідно, лінійна швидкість руху троса питомою масою $m \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$ і податливістю $n \left(\frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{kg}} \right)$ та сила, що має місце в його перерізі на відстані x від початку відліку просторової координати вздовж троса в момент часу t .

Про створення математичної моделі ППВВП, параметри якої характеризували б не лише властивості моделей (3.6), (3.103), але і моделей (3.115), (3.116), і яка була б спроможна реалізувати системний підхід до аналізу ППВВП, і піде мова далі у цьому підрозділі.

Цілком очевидно, що, коли вантаж опускається на майданчик його встановлення зі значної висоти, то трос уже натягнутий і коливання у ньому уже затухли, а тому найбільшу небезпеку для вантажів, що переміщуються вертикально, та майданчиків, на які ці вантажі встановлюються, створюють повздовжні коливання, що виникають в тросах, при підйманні вантажу і відриві його від майданчика встановлення. Тож далі ми розглянемо саме процес підймання вантажу, граничні умови для якого, як видно з графіка, зображеного на рисунку 1.1, можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} \omega(0) = 0, \\ \omega(t_3) = 0, \end{cases} \quad (3.117)$$

або -

$$\begin{cases} v(0) = 0, \\ v(t_3) = 0, \end{cases} \quad (3.118)$$

де

$$v = \frac{R}{k_p} \omega, \quad (3.119)$$

а k_p та R – відповідно, передатне число редуктора, через який вал тягового електродвигуна зв'язаний з валом барабана, на який намотується трос, та радіус цього барабана.

У підрозділі 3.2, для процесу підймання вантажу з нижньої точки до визначеної висоти на відрізку часу $[0, t_3]$, тобто, після пуску електроприво- да і аж до зупинки вала тягового електродвигуна агрегата чи машини, що реалізує ППВВП, нами уже знайдені розв'язки диференціальних рівнянь (3.95), (3.104), що використані в якості математичних моделей ППВВП, з урахуванням граничних умов (3.94) та (3.105) у вигляді (3.97), (3.98), (3.103) та (3.106)–(3.108).

Аналізуючи математичні моделі (3.95) та (3.104), бачимо, що функці- онально внести в них залежність процесу підймання вантажу від повздовж- них коливань, що виникають в тросі, до якого підвішений вантаж, можна лише через момент навантаження M_w , визначивши його не лише як функ- цію часу $M_w(t)$, але ще й як функцію повздовжньої просторової координати x , тобто, як функцію $M_w(x, t)$. Тож покажемо, як це можна зробити.

Оскільки для використання математичних моделей (3.95), (3.104) в системному аналізі ППВВП на етапі підймання вантажу (з майданчика його попереднього розміщення) потрібно внести в них момент наванта- ження у вигляді функції $M_w(x, t)$, яку можна представити і так –

$$M_w(x, t) = R \cdot F(x, t), \quad (3.120)$$

де R – радіус барабана, на який намотується трос в процесі підймання ван- тажу, а $F(x, t)$ – сила, що виникає в перерізі цього троса в момент часу t на відстані x від початку відліку цієї просторової координати вздовж троса, то для врахування повздовжніх коливань, що виникають в тросі, доповнимо рівняння (3.95), (3.104) рівнянням (3.116), в якому ця сила і фігурує, транс- формували його до вигляду

$$\frac{1}{nm} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2}, \quad (3.121)$$

а потім до вигляду

$$\frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{nm} \left(\frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} + \frac{G_w + G_T(x, t)}{S} \right), \quad (3.122)$$

де G_w – сила ваги вантажу, $G_T(x, t)$ – сила ваги відрізка троса між ванта- жем та барабаном намотування, а S – площа поперечного перерізу троса.

Зауважимо, що у рівнянні (3.122) членом $\frac{G_w + G_T(x,t)}{S}$, згідно з рекомендаціями, викладеними у фундаментальній роботі [67], враховується причина появи примусової складової повздовжніх коливань сили в тросі, зумовленої віднесеною до поперечного перерізу кожного волокна троса силою ваги вантажу та силою ваги відрізка троса між вантажем та барабаном намотування, яка в процесі намотування троса змінюється, тобто, є функцією просторової координати та часу.

Розв'язуючи рівняння (3.122), підставляючи цей розв'язок у співвідношення (3.120), підставляючи яке після цього, у свою чергу, в рівняння (3.95), (3.104) і розв'язуючи останні за цих умов, ми і отримуємо розв'язки цих рівнянь, що враховуватимуть і повздовжні коливання троса.

Розв'язування рівняння (3.122) почнемо з введення для нього початкових умов у вигляді:

$$\begin{cases} F(x,t)|_{t=0} = f_1(x), \\ \left. \frac{\partial F(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = f_2(x), \end{cases} \quad (3.123)$$

та граничних умов у вигляді:

$$\begin{cases} F(x,t)|_{x=0} = G_w, \\ F(x,t)|_{x=l} = G_w + G_T, \end{cases} \quad (3.124)$$

де

$$G_T = mlSg, \quad (3.125)$$

l – довжина відрізка троса між барабаном намотування та майданчиком встановлення вантажу і g – прискорення вільного падіння.

Оскільки граничні умови (3.125) не є однорідними, то для розв'язання рівняння (3.122) не можна використати такий потужний метод розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних, яким є метод Фур'є [32]. Але, як показано у тій же роботі [32], цей метод можна використати, якщо від рівняння (3.122) перейти до його аналогу у вигляді

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g(x,t), \quad (3.126)$$

де $u(x, t)$ – зміщення перерізу троса з просторовою координатою x в момент часу t вздовж вертикальної осі цього троса,

$$a^2 = \frac{1}{nm} = \frac{E}{m}, \quad (3.127)$$

E – модуль пружності матеріалу, з якого виготовлено трос (модуль Юнга), який є величиною, оберненою до податливості n , а $g(x, t)$ – прискорення, що пов'язане з силою ваги вантажу та силою ваги відрізка троса між барабаном намотування і вантажем співвідношенням

$$g(x, t) = \frac{G_w + G_T(x, t)}{m l S}, \quad (3.128)$$

яке, з урахуванням того, що в кожному мить

$$\frac{x}{t} = a = \sqrt{\frac{E}{m}} \Rightarrow t = \frac{x\sqrt{m}}{\sqrt{E}}, \quad (3.129)$$

легко приводиться до вигляду

$$g_1\left(x, \frac{x}{a}\right) = \frac{G_w + G_T^*\left(x, \frac{x}{a}\right)}{m l S}, \quad (3.130)$$

або

$$g_1(at, t) = \frac{G_w + G_T^*(at, t)}{m l S}. \quad (3.131)$$

Оскільки один кінець троса є защемленим на барабані намотування, а інший, на якому підвішено вантаж, є вільним, то, як показано в роботі [67], граничні умови для рівняння (3.126) мають вигляд:

$$\begin{cases} u(x, t)|_{x=0} = 0, \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}|_{x=l} = 0, \end{cases} \quad (3.132)$$

а початкові умови – вигляд:

$$\begin{cases} u(x, t)|_{t=0} = 0, \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}|_{t=0} = 0. \end{cases} \quad (3.133)$$

В роботі [32] показано, що розв'язок рівняння (3.122) з граничними умовами (3.132) та початковими умовами (3.133) має вигляд

$$u(x,t) = \frac{g_{1l}x(2l-x)}{2a^2} - \frac{16g_{1l}l^2}{\pi^3 a^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^3} \left[\sin \frac{(2k+1)\pi x}{2l} \cos \frac{(2k+1)\pi at}{2l} \right], \quad (3.134)$$

де

$$g_{1l} = g_1(x) \Big|_{x=l}. \quad (3.135)$$

Використовуючи співвідношення (3.129), вираз (3.134) можна записати і так:

$$u(t) = \frac{g_{1l}at(2l-at)}{2a^2} - \frac{16g_{1l}l^2}{\pi^3 a^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^3} \left[\sin \frac{(2k+1)\pi at}{2l} \cos \frac{(2k+1)\pi at}{2l} \right]. \quad (3.136)$$

Оскільки, як відомо з теорії сигналів [20], 95% енергії сигналу несуть постійна складова та 5 перших гармонійних складових, то у виразі (3.134) верхню границю доцільно приймати рівною не ∞ , а 5.

Двічі диференціюючи вираз (3.136) за часом, з урахуванням наведеного вище зауваження та формули для синуса подвійного аргументу, отримаємо, що

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -g_{1l} + \frac{2g_{1l}}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left[\sin \frac{(2k+1)\pi at}{l} \right]. \quad (3.137)$$

Помноживши обидві частини рівняння (3.137) на сумарну масу вантажу та відрізка троса між барабаном намотування та точкою підвішування вантажу, отримаємо математичну модель сили, що виникає в перерізі цього троса й викликає повздовжні коливання в ньому, у вигляді

$$\begin{aligned} F(x,t) &= \left(\frac{G_w + G_T(x,t)}{g} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \\ &= \left(\frac{G_w + G_T(x,t)}{g} \right) g_{1l} \left(-1 + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left[\sin \frac{(2k+1)\pi at}{l} \right] \right), \end{aligned} \quad (3.138)$$

у відповідності з якою в момент відриву вантажу від майданчика попереднього встановлення матимемо

$$F(l,0) = -\left(\frac{G_w + G_T(l,0)}{g}\right)g_{11}. \quad (3.139)$$

А підстановкою значення сили, заданого виразом (3.139), у вираз (3.120) ми отримаємо відповідне цьому значенню сили значення моменту навантаження $-M_{w0}$. І розв'язувати рівняння (3.95) уже потрібно, підставляючи в нього замість $-M_w(t_1)$ вираз

$$\begin{aligned} -M_w(t_1,t) &= R\left(\frac{G_w + G_T(l,0)}{g}\right) \cdot g_{11} \left(-1 + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left[\sin\left(\frac{(2k+1)\pi at}{l}\right)\right]\right) + \alpha_1 t_1 + \frac{\alpha_2}{2} t_1^2. \end{aligned} \quad (3.140)$$

Що ж до моменту навантаження $-M_w(t_2)$, то його в рівняння (3.104) з урахуванням виразів (3.138) та (3.120) потрібно підставляти у вигляді

$$\begin{aligned} -M_w(t_2,t) &= R\left(\frac{G_w + G_T(at_2,t_2)}{g}\right) \cdot g_{11} \left(-1 + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left[\sin\left(\frac{(2k+1)\pi at}{l}\right)\right]\right) + \alpha_1(t_2 - t_1). \end{aligned} \quad (3.141)$$

Цілком очевидно, що зміниться і рівняння (3.24), яке, у зв'язку з виникненням повздовжніх коливань у тросі, набуде вигляду

$$\begin{aligned} c_1 \omega_y^* &= \alpha_1(t - t_1) + \\ &+ R\left(\frac{G_w + G_T(at_1,t_1)}{g}\right) g_{11} \left(\frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^5 \frac{1}{2k+1} \left(\sin\left(\frac{(2k+1)\pi at}{l}\right)\right)\right) \end{aligned} \quad (3.142)$$

Далі покажемо, як зміняться розв'язки рівнянь (3.95) та (3.104) у зв'язку з тим, що в цих рівняннях вирази для моменту навантаження набудуть вигляду (3.140) та (3.141).

Легко бачити, що в разі конкретизації значення часу, тобто, задаючи $t = t_i$, $i = 0,1,2,\dots,q$ у виразі (3.140), є можливість за цим виразом отримати конкретні числа $-M_w(t_1,t_i)$, що дозволяє використовувати вираз (3.103)

для отримання значення кутової швидкості у цей момент часу $t = t_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, q$ у вигляді

$$\omega_i = \frac{\left(b_\omega^2 - \Delta_\omega^{(i)} \right) \left(e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} - 1} \right)}{2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega^{(i)}} \left(1 + e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} t_i}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t t_i}} \right) \right)}, \quad (3.143)$$

$i = 0, 1, \dots, q$

де

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J_0^*, \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_{2*}^* J_0^* - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (3.144)$$

$$\begin{cases} a_\omega = -M_p k_2, \\ b_\omega = M_p k_1, \\ c_\omega^{(i)} = M_p - M_w(t_1, t_i), \\ \Delta_\omega^{(i)} = 4a_\omega c_\omega^{(i)} - b_\omega^2 = -4M_p k_2 (M_p - M_w(t_1, t_i)) - (M_p k_1)^2. \end{cases} \quad (3.145)$$

Звертаємо увагу на те, що у цьому випадку нижня нерівність у виразі (3.99) може набувати протилежного характеру, що приводитиме до появи комплексних чисел у виразі (3.143), перетворення з якими у цьому виразі буде приводити до появи у ньому гармонійних складових, які викликають повздовжні коливання.

Аналогічно в разі конкретизації значення часу, тобто, задаючи $t = t_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, q$ у виразі (3.141), за цим виразом будуть отримані конкретні числа $-M_w(t_2, t_i)$, що дозволяє використовувати вираз (3.103) для отримання значення кутової швидкості у цей момент часу $t = t_i$, $i = 0, 1, 2, \dots, q$ у вигляді

$$\omega_i = \omega_y^* - \left(b_\omega^2 - \Delta_\omega^{(i)} \right) \left(e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t_i - t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t_i - t_2)}} - 1} \right) \quad (3.146)$$

$$2a_\omega \left(b_\omega \left(1 - e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t_i - t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t_i - t_2)}}} \right) + \sqrt{-\Delta_\omega^{(i)}} \left(1 + e^{\sqrt{-\frac{4\Delta_\omega^{(i)}}{\Delta_t} \operatorname{arctg} \frac{2a_t \sqrt{\Delta_t} (t_i - t_2)}{\Delta_t + b_t^2 + 2a_t b_t (t_i - t_2)}}} \right) \right),$$

де

$$\begin{cases} a_t = \frac{c_2^*}{2}, \\ b_t = -c_1^*, \\ c_t = J(t_2), \\ \Delta_t = 4a_t c_t - b_t^2 = 2c_2^* J(t_2) - (c_1^*)^2; \end{cases} \quad (3.147)$$

$$\begin{cases} a_\omega = M(t_2)k_2, \\ b_\omega = -M(t_2)k_1, \\ c_\omega^{(i)} = -M(t_2) - M_w(t_2, t_i), \\ \Delta_\omega^{(i)} = 4a_\omega c_\omega^{(i)} - b_\omega^2 = -4M(t_2)k_2 (M(t_2) + M_w(t_2, t_i)) - (M(t_2)k_1)^2. \end{cases} \quad (3.148)$$

Поява коливальних складових у виразі (3.146) і у цьому випадку зумовлена тим, що нижня нерівність у виразі (3.99) може набувати протилежного характеру, що приводить до появи комплексних чисел у виразі (3.146), перетворення з використанням яких буде приводити до появи у ньому синусоїд.

Зрозуміло, що використання виразів (3.143) та (3.146) приводить до формування зубчастої огибаючої на тренді кутової швидкості, обумовленої дискретними змінами не лише часу, але і параметрів $\Delta_\omega^{(i)}$, яка при зменшенні параметра дискретизації часу буде наближатися до гладкої кривої тренду.

Завершимо ми викладення цього підрозділу зауваженням, що при формуванні його змісту ми використали у тому числі і авторські результати, опубліковані нами в роботі [49].

РОЗДІЛ 4 МОДЕЛЮВАННЯ ППВВП З ВИКОРИСТАННЯМ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА ЧЕТВЕРТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

4.1 Моделювання ППВВП з використанням математичної моделі з параметрами, змінними в часі

Як ми уже відзначали раніше, на четвертому етапі системного аналізу, якщо розглядати його як метод дослідження, потрібно, скориставшись математичними моделями ППВВП, синтезованими та ідентифікованими в загальному вигляді на третьому етапі, здійснити конкретний аналіз ППВВП з використанням конкретних числових значень параметрів усіх структурних ланок агрегатів чи машин, що реалізують ці ППВВП, для з'ясування наскільки ефективно ці агрегати чи машини реалізують змодельовані ППВВП та прийняття рішення про їх оптимізацію в разі, якщо аналіз не підтвердить високої ефективності їх роботи по реалізації цих ППВВП. Тож приступимо до реалізації цього етапу, який для розширення рамок аналізу за рахунок використання широкого розмаїття значень параметрів агрегатів чи машин, що реалізують ППВВП, доцільно здійснювати шляхом комп'ютерного моделювання.

І почнемо з того, що відповідно до графіка робочого циклу тягового електродвигуна системи електропривода агрегата чи машини, що реалізують ППВВП, зображеного на рисунку 1.1, із рівняння (3.7) інтегруванням похідної $\frac{d\omega}{dt}$ отримаємо функцію

$$\omega(t) = \omega_0 \pm \varepsilon \cdot t, \quad (4.1)$$

в якій ω_0 – початкове значення кутової швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна, а ε – кутове прискорення, яке береться зі знаком «+» при нарощенні кутової швидкості обертання вала ротора та зі знаком «-» при її зменшенні.

Розглянемо варіант пуску, для якого $\omega_0 = 0$.

Із рівняння (4.1) усталене значення кутової швидкості ω_y , якого вона досягає в момент часу t_1 , у цьому випадку матимемо у вигляді

$$\omega_y = \varepsilon \cdot t_1 \quad (4.2)$$

З урахуванням рівнянь (4.1) та (4.2) на відрізку часу $[t_0, t_1]$, протягом якого на етапі пуску тягового електродвигуна має місце нарощення кутової швидкості обертання вала його ротора, математична модель ППВВП під час підймання вантажу у відповідності з рівнянням (3.14) набуде вигляду

$$\left(J_0 + 2c_1t + \frac{3}{2}c_2t^2\right)\varepsilon = M(t) - M_{w0} - \alpha_1t - \frac{\alpha_2}{2}t^2, \quad (4.3)$$

із якої витікає тотожність

$$\left(J_0 + 2c_1t_1 + \frac{3}{2}c_2t_1^2\right)\varepsilon = M(t_1) - M_{w0} - \alpha_1t_1 - \frac{\alpha_2}{2}t_1^2, \quad (4.3)$$

яку ми використаємо в якості одного із рівнянь для визначення числових значень параметрів c_2, α_2 .

А використовуючи математичну модель ППВВП у вигляді (3.24) на відрізку часу $[t_1, t_2]$ від моменту виходу тягового електродвигуна на сталу кутову швидкість обертання вала ротора до моменту початку гальмування, ми можемо визначити числові значення параметрів c_1, α_1 , оскільки із (3.24) матимемо:

$$c_1 = \frac{1}{\omega_y} (M(t_1) - M_{w1}), \quad (4.4)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{t_2 - t_1} (c_1\omega_y - M(t_2) + M_{w1}) \quad (4.5)$$

Що ж до відрізка гальмування $[t_2, t_3]$ під час підймання вантажу, то математична модель ППВВП у відповідності з рівнянням (3.14) набуде вигляду

$$-\left(J_2 + c_1(t - t_2) + \frac{1}{2}c_2(t - t_2)^2\right)\varepsilon + (c_1 + c_2(t - t_2))(\omega_y - \varepsilon(t - t_2)) = -M(t) - M_{w0} - \alpha_1(t - t_2) - \frac{\alpha_2}{2}(t - t_2)^2, \quad (4.6)$$

із якої витікає тотожність

$$\left(J_2 + c_1(t_3 - t_2) + \frac{1}{2}c_2(t_3 - t_2)^2\right)\varepsilon = M(t_3) + M_{w0} + \alpha_1(t_3 - t_2) + \frac{\alpha_2}{2}(t_3 - t_2)^2, \quad (4.7)$$

яку ми використаємо разом з тотожністю (4.3) в якості другого із рівнянь для визначення числових значень параметрів c_2, α_2 .

Нагадаємо, що для чисельного визначення параметра J_2 потрібно скористатися виразом (3.18), із якого витікає, що

$$J_2 = J_1 + c_1(t_2 - t_1), \quad (4.8)$$

де згідно з виразом (3.9)

$$J_1 = J_0 + c_1 t_1 + \frac{1}{2} c_2 t_1^2 \quad (4.9)$$

Легко бачити, що математична модель ППВВП під час опускання вантажу у відповідності з рівнянням (3.15) на етапі розгону на відріжку $[t_4 t_5]$ набуде вигляду

$$\begin{aligned} - \left(J_3 - 2c_1(t - t_4) - \frac{3}{2}c_2(t - t_4)^2 \right) \varepsilon = M(t) + M_{w0} + \alpha_1(t - t_4) + \\ + \frac{\alpha_2}{2}(t - t_4)^2, \end{aligned} \quad (4.10)$$

а на етапі гальмування на відріжку $[t_6 t_7]$ набуде вигляду

$$\begin{aligned} \left(J_4 - c_1(t - t_6) - \frac{1}{2}c_2(t - t_6)^2 \right) \varepsilon - (c_1 + c_2(t - t_6)) \left(-\omega_y + \varepsilon(t - t_6) \right) = \\ M(t) - M_{w0} - \alpha_1(t - t_6) - \frac{\alpha_2}{2}(t - t_6)^2, \end{aligned} \quad (4.11)$$

Аби переконатися у тому, що квадратичні члени, що задають характер нелінійності усім моделям (4.3), (4.6), (4.10), (4.11), суттєво впливають на форму графіка кутової швидкості, який в ідеалі має форму, зображену на рис. 1.1, здійснимо комп'ютерне імітаційне моделювання за цими моделями, залишивши в них лише базові моменти та квадратичні члени.

В якості тягового електродвигуна агрегата, що реалізує ППВВП, виберемо асинхронний електродвигун АИР250М з параметрами: $P = 90$ кВт; $U = 380$ В; $I_H = 163,6$ А; $M_H = 573$ Нм; $J = 1,1$ кг · м²; $n_c = 1500$ об/хв; $\cos \varphi_H = 0,89$; $\eta_H = 94$ %; $s_H = 1,5$ %; $\frac{M_{\max}}{M_H} = 2,5$, імітаційна модель для якого, що створена нами в ППП Matlab з використанням ПП Simulink, зображена на рисунку 4.1

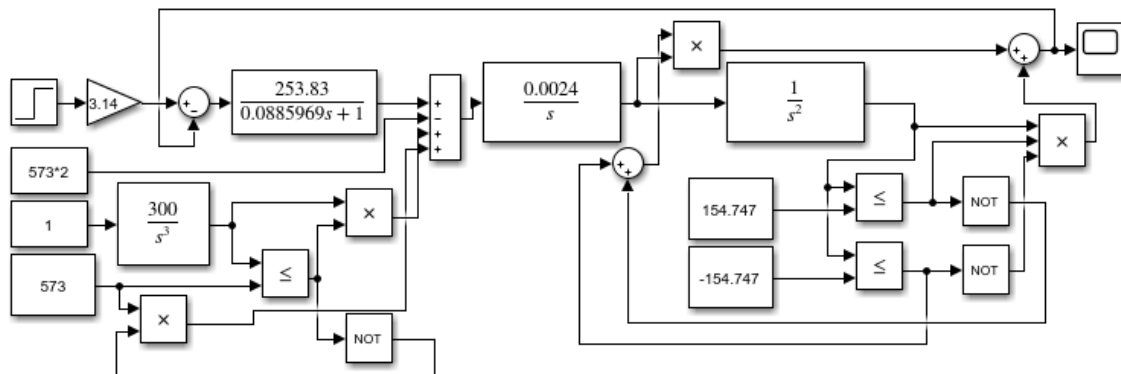


Рисунок 4.1. Імітаційна математична модель тягового асинхронного електродвигуна АИР250М агрегата, що реалізує ППВВП

Результати імітаційного моделювання з використанням даної моделі приведені на рисунку 4.2 у вигляді графіка залежності кутової швидкості обертання вала ротора тягового асинхронного електродвигуна, на якому відображено моделювання ППВВП на етапах підймання, зупинки та опускання вантажу з номінальним навантаженням на вал та в режимі холостого ходу.

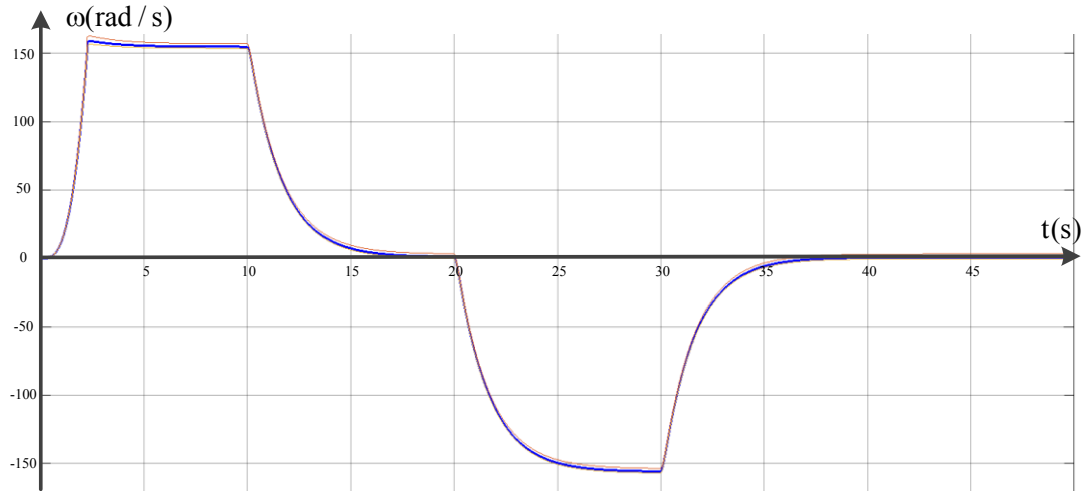


Рисунок 4.2. Графік кутової швидкості обертання вала ротора тягового асинхронного електродвигуна АИР250М системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, отриманий на основі імітації в ПП Simulink за приведеними вище математичними моделями, ідентифікованими з використанням паспортних характеристик цього електродвигуна

Порівнюючи графіки кутової швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, наведені на рисунках 1.1 та 4.2, бачимо, що вони суттєво відрізняються по формі, а тому приходимо до висновку, що для моделювання ППВВП, не завжди можна використовувати рівняння динаміки електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, у вигляді (3.1), оскільки зі зростанням лінійної швидкості вантажу та збільшенням висоти його підйому і змінами маси барабана, на який намотується трос, маса відрізка якого від точки підвісу вантажу до точки контакту з барабаном теж змінюється, мають місце зміни у часі приведення моменту інерції махових мас та моменту навантаження, які не враховуються у рівнянні (3.1), що може привести до значних похибок, наслідком яких може стати руйнування вантажу чи повертання майданчика його складування, а тому більш доцільно при моделюванні цих процесів використовувати рівняння (3.5) у формі (3.6).

4.2 Моделювання ППВВП з використанням математичної моделі з параметрами, змінними в часі та у просторі

У попередньому підрозділі 4.1 продемонстровано результати імітаційного моделювання з використанням математичної моделі ППВВП, параметри якої зазнають змін лише в часі. І саме це моделювання здійснене лише для того, щоб підтвердити, що неврахування змін цих параметрів у часі може привести до суттєвих похибок при оцінюванні реальних характеристик агрегатів, що реалізують ППВВП. Але у цій імітаційній моделі не враховано, що на ці характеристики здійснюють вплив ще й поперздовжні коливання, які виникають в тросі, до якого підвішується вантаж. Тож наступна наша імітаційна модель, якій буде присвячено даний підрозділ, буде вже враховувати як зміни параметрів математичних моделей ППВВП у часі, так і зміни цих параметрів у просторі.

Синтез імітаційної моделі для моделювання процесів у системі електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, як об'єкта з класу динамічних з параметрами, змінними в часі та у просторі, здійснимо на прикладі кранового агрегата з тим же тяговим асинхронним електродвигуном АИР250М, паспортні характеристики якого приведені у попередньому підрозділі, за умови, що цим крановим агрегатом реалізується процес підймання вантажу масою $m_w = 400(\text{kg})$ на висоту $h = 10(\text{m})$.

Розрахунок параметрів за формулами (3.144) і (3.145) та (3.147) і (3.148) математичних моделей (3.143) та (3.146), що використані для імітації, здійснено в ПП Mathcad, а сама імітаційна модель, що синтезована в програмному середовищі Matlab Simulink з використанням числових значень цих параметрів, за допомогою якої промодельовано роботу агрегата, що реалізує ППВВП, за типовою тахограмою для цих агрегатів, наведеною на рисунку 2.1, зображена на рисунках 4.3-4.6, причому на рисунку 4.3 виділена окремо структура імітаційної моделі, якою моделюється динамічний момент, що формується як різниця між моментом тяговим, створюваним тяговим електродвигуном, та моментом навантаження.

Результат моделювання динамічного моменту за допомогою зображеної на рисунку 4.3 імітаційної моделі наведено на рисунку 4.7.

Результати моделювання ППВВП за допомогою зображеної на рисунках 4.3–4.6 імітаційної моделі наведено у наступному підрозділі на рисунках 4.7-4.9, в якому здійснено також аналіз усієї сукупності отриманих результатів та визначено шляхи їх подальшого використання.

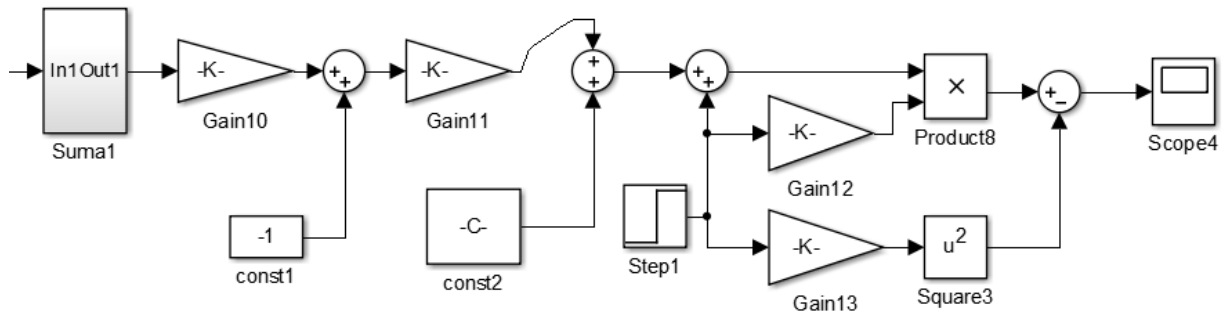
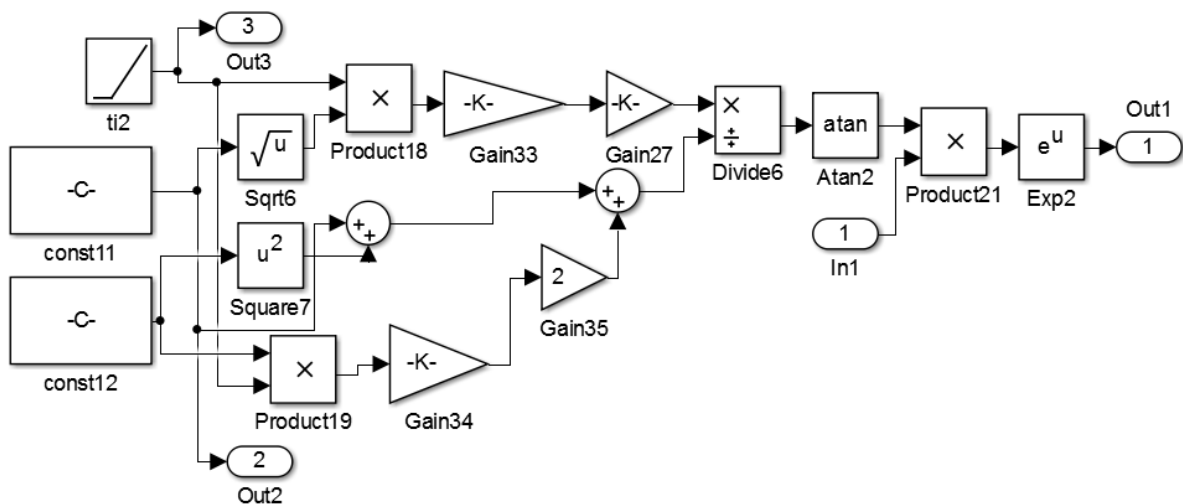


Рисунок 4.3 – Імітаційна модель динамічного моменту на валу ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП



Рисунку 4.4. Перша частина імітаційної моделі до блока «Exp2» системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з урахуванням поздовжніх коливань вантажу при його переміщенні

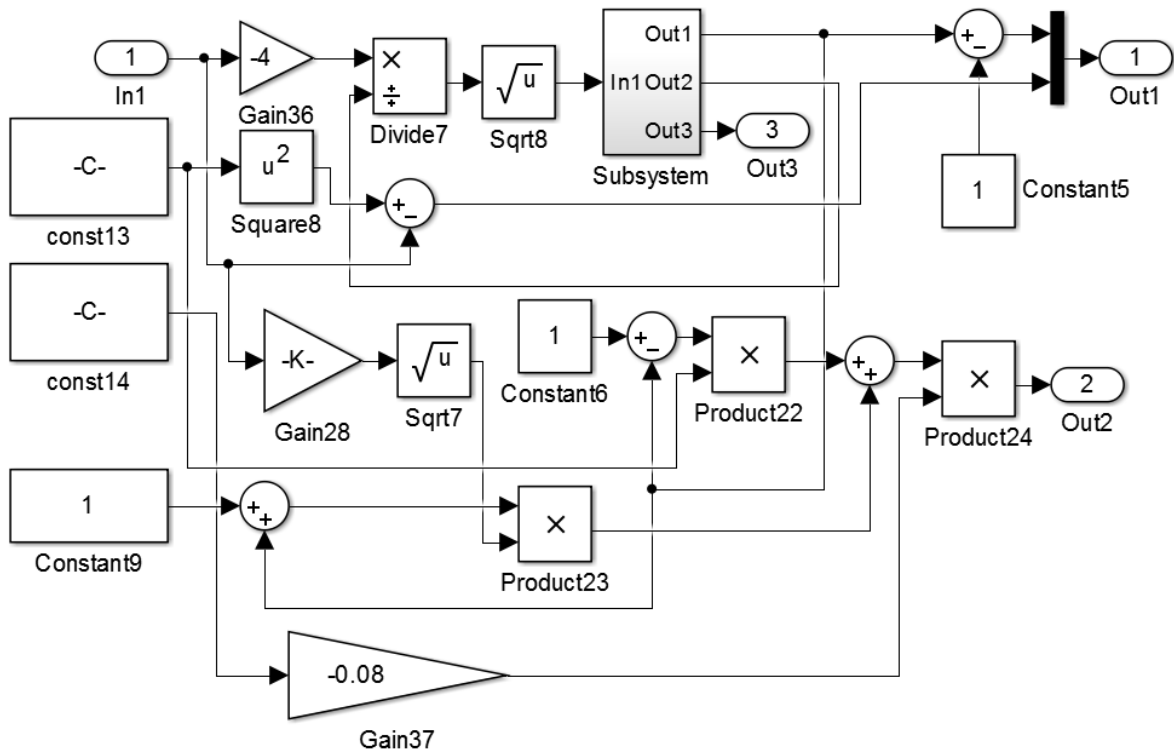


Рисунок 4.5. Друга частина імітаційної моделі до блока «Mux» системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з урахуванням поздовжніх коливань вантажу при його переміщенні

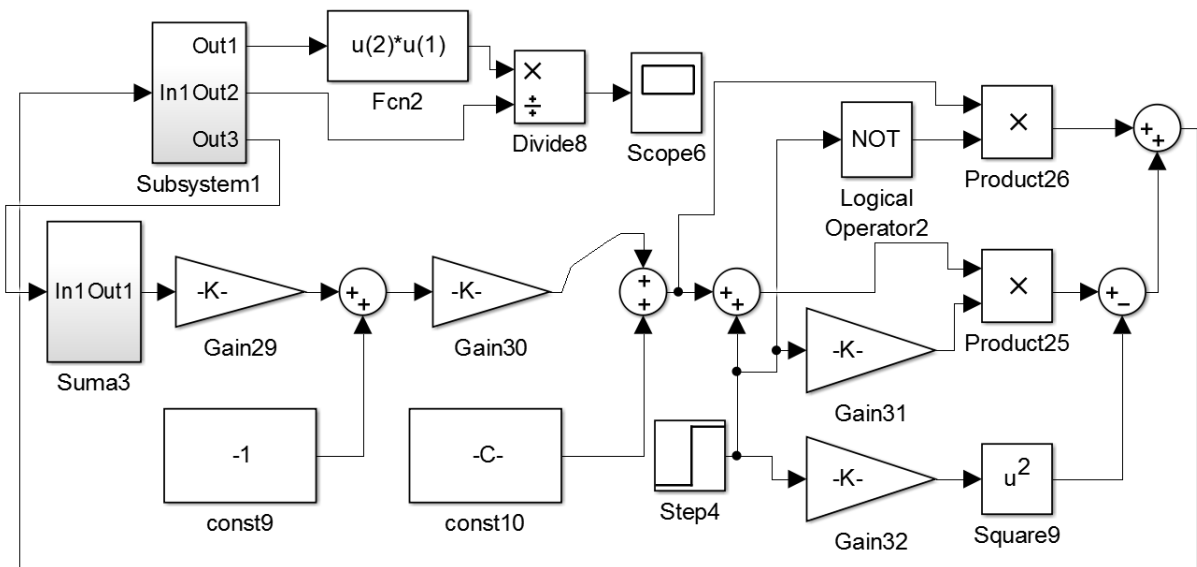


Рисунок 4.6. Загальна згорнута імітаційна модель системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з урахуванням поздовжніх коливань вантажу при його переміщенні

4.3 Аналіз результатів моделювання та постановка задачі оптимізації

Почнемо з аналізу графіка зміни в часі динамічного моменту, наведеного на рисунку 4.7, отриманого за допомогою імітаційної моделі, структура якої зображена на рисунку 4.3. Із цього графіка легко бачити якою суттєвою є залежність цього моменту від змінних у часі та у просторі параметрів агрегата, що реалізує ППВВП. Нагадаємо, що зміна в часі цих параметрів обумовлена зміною в часі приведенного моменту інерції махових мас, викликаною зміною радіуса барабана намотування троса, до якого підвішено вантаж, та змінною масою як тієї частини троса, який намотується на барабан, так і тієї, яка скорочується чи видовжується між барабаном і вантажем в процесі переміщення останнього. А зміна в просторі параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, зумовлена повздовжніми коливаннями, які виникають в тросі в процесі переміщення вантажу після його відриву від майданчика складування, а також при будь-якій зміні кутової швидкості тягового електродвигуна.

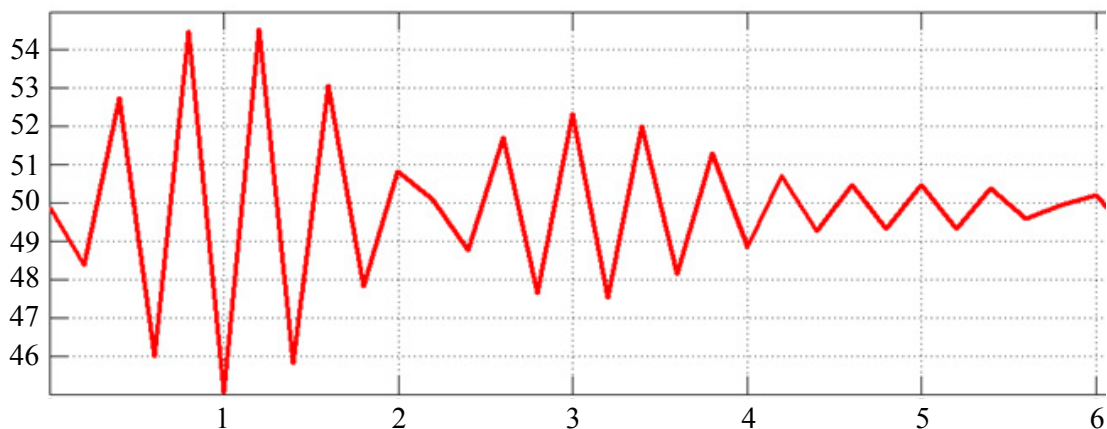


Рисунок 4.7. Графік динамічного моменту агрегата, що реалізує ППВВП, отриманий імітаційним моделюванням його системи електропривода

А на рисунку 4.8 зображено графік наростання кутової швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, після запуску на етапі підймання вантажу, отриманий за допомогою імітаційної моделі, показаної на рисунках 4.4–4.6. Розглядаючи цей графік, ми бачимо, що коливання кутової швидкості мають суттєво меншу амплітуду у порівнянні з амплітудою коливань ди-

намічного моменту, графік якого зображено на рисунку 4.7. І пояснити це можна тим, що, оскільки кутова швидкість є інтегралом від динамічного моменту, унормованим значенням приведенного моменту інерції махових мас, то система електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, відіграє роль фільтра для гармонійних складових динамічного моменту з частотами, вищими за частоту зрізу системи електропривода. Але, навіть незважаючи на цю фільтрацію, на графіку кутової швидкості спостерігаються коливання з амплітудою в межах до 10% від усталеного значення кутової швидкості, викликані змінами параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, у часі та у просторі. Для більш рельєфного відображення цього факту, на цьому ж рисунку 4.8 у нижній його частині зображено верхню частину графіка цієї ж кутової швидкості у збільшеному масштабі в діапазоні її значень, близьких до значення усталеної кутової швидкості.

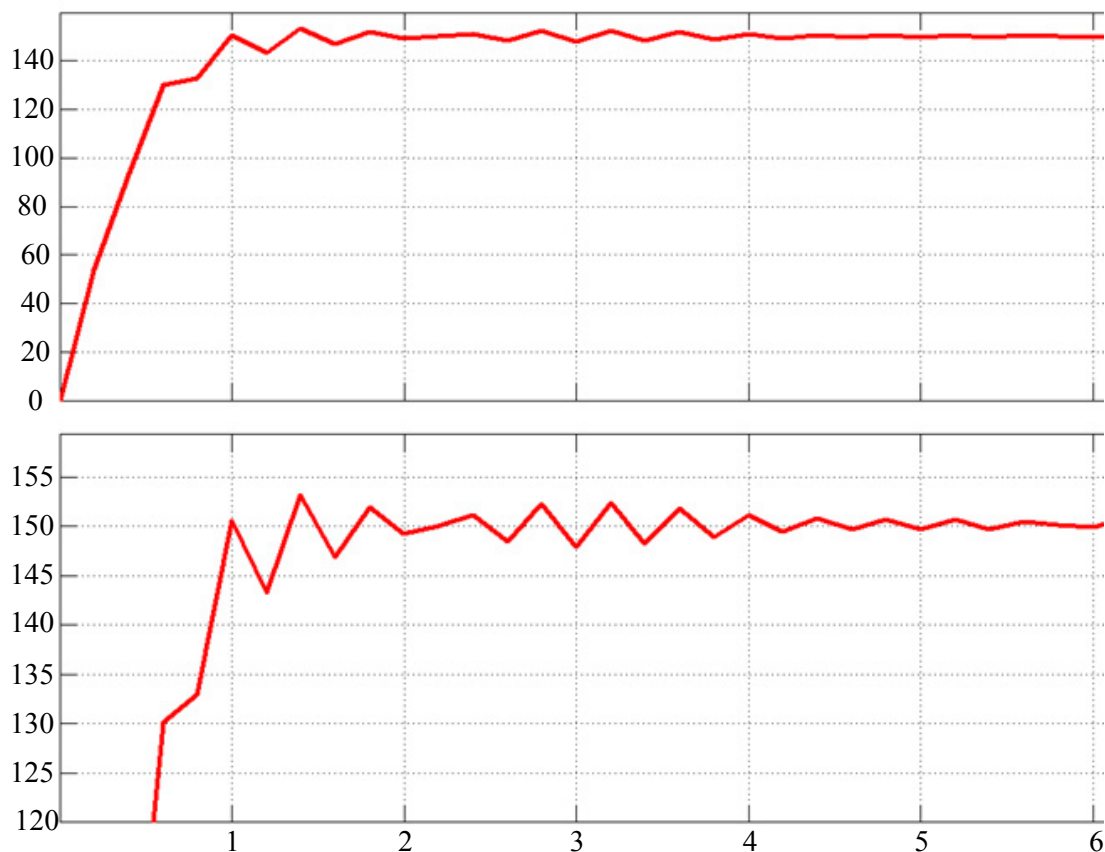


Рисунок 4.8. Графік кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД агрегата, що реалізує ППВВП, на етапі підймання вантажу з урахуванням зміни в часі параметрів системи електропривода і поздовжніх коливань у тросі

А на рисунку 4.9 зображено графік повного циклу імітаційного моделювання кутової швидкості обертання вала тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, яким охоплено і процес зменшення кутової швидкості аж до нуля при підйманні вантажу на завершальному етапі цього циклу. З цього графіка легко бачити, що за рахунок змінних параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, коливання виникають і у завершальній фазі підймання вантажу, що може призвести до небажаних контактів вантажу з елементами конструкції цього агрегата.

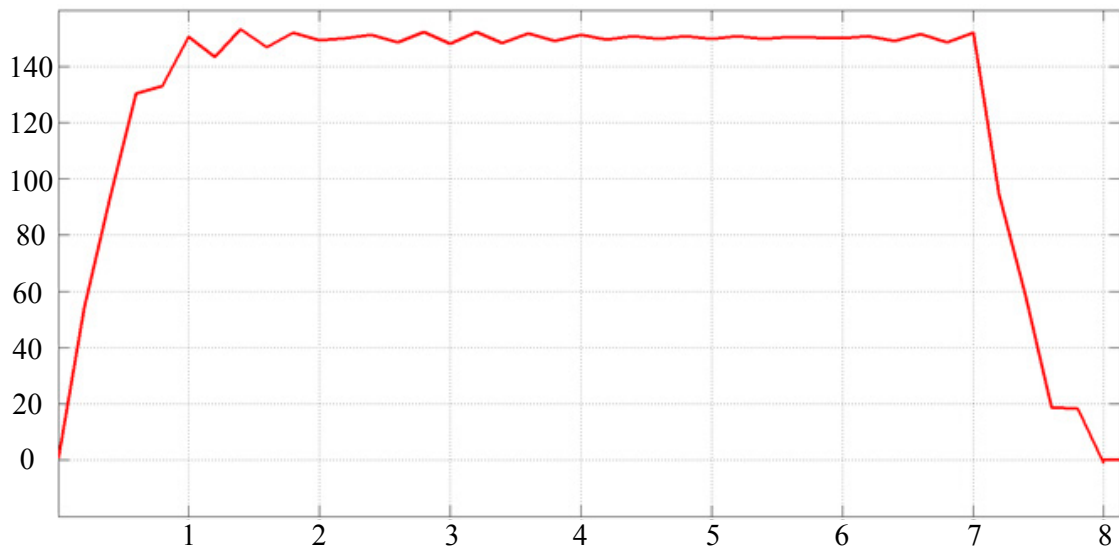


Рисунок 4.9. Графік повного циклу зміни кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД агрегата, що реалізує ППВВП, під час підймання вантажу з урахуванням зміни в часі параметрів системи електропривода і поздовжніх коливань у тросі

А далі звертаємо вагу на те, що при зіставленні графіків процесів в системі електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, які зображені на рисунках 4.7–4.9 та які отримані шляхом імітаційного моделювання з використанням синтезованих у третьому розділі нашої монографії математичних моделей, що враховують змінні в часі і у просторі параметри, з графіками процесів в системі електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з приблизно однаковими характеристиками, які отримані експериментально авторами роботи [38] і наведені у цій роботі на рис. 9.1 (с. 240, 241), на рис. 9.2 (с.245) та на рис. 9.3 (с. 247), ми побачимо, що вони мають однаковий характер і лише незначно відрізняються масштабами, що свідчить про

адекватність синтезованих нами математичних моделей реальним процесам у цьому класі динамічних систем. І в той же час, якщо графіки процесів, що наведені в роботі [38] на рис. 3.2 (с. 68), на рис. 3.3 (с. 73), на рис. 3.4 (с. 75) та на рис. 3.5 (с. 78), які отримані авторами роботи [38] з використанням математичних моделей зі сталими і в часі, і в просторі параметрами за двомасовою структурою об'єкта, з їх же експериментально отриманими графіками, наведеними на згаданих вище рисунках 9.1, 9.2 та 9.3, то легко переконаємося у тому, що вони мають різний характер, а це є ще одним підтвердженням неадекватності математичних моделей зі сталими параметрами реальним процесам у цьому класі динамічних систем.

Підсумовуючи аналіз результатів, отриманих в четвертому розділі нашої монографії, присвяченому імітаційному моделюванню ППВВП, можна стверджувати, що нами:

1. Обґрунтовано необхідність системного підходу до аналізу процесів вертикального переміщення вантажів агрегатами чи машинами, що реалізують ППВВП, для врахування, по-перше, зміни параметрів цих агрегатів у часі, зумовлену змінами приведенного моменту інерції системи електропривода, обумовленими у свою чергу змінами радіуса та маси барабана намотування троса, до якого підвішено вантаж, та змінами в процесі руху моменту навантаження внаслідок змін маси відрізка троса між точкою підвісу вантажу та точкою першого контакту троса з барабаном його намотування, в наслідок впливу яких порушується лінійність відрізків тахограми агрегата, що реалізує ППВВП; а по-друге, для врахування зміни цих параметрів у просторі, через вплив яких в тросі, до якого підвішується вантаж, генеруються повздовжні коливання, що приводять ще й до гармонійної деформації, фактично уже таких, що стали нелінійними, відрізків тахограми агрегата.
2. Шляхом порівняння результатів імітаційного моделювання, виконаного у даному розділі, з результатами експериментального дослідження цього ж класу об'єктів іншими авторами підтверджено адекватність математичних моделей ППВВП, синтезованих нами з використанням структури звичайного диференціального рівняння зі змінними в часі параметрами, яка враховує зміни параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, у часі, зумовлені змінами приведенного моменту інерції системи електропривода, та моменту навантаження, та

з використанням структури диференціального рівняння в частинних похідних, яка враховує зміни параметрів агрегата, що реалізує ППВВП, у просторі, завдяки чому адекватно відображається у синтезованій математичній моделі вплив повздовжніх коливань, що виникають у тросі, на який підвішується вантаж.

3. Доведено ефективність запропонованого нами імітаційного алгоритму практичної реалізації досліджень ППВВП з використанням синтезованих нами математичних моделей процесів вертикального переміщення вантажів агрегатами, що реалізують ППВВП, який дозволяє покроково оцінити цей процес в темпі його протікання.
4. Підтверджено, що ППВВП, які реалізуються агрегатами чи машинами, що нині використовуються для вертикального переміщення вантажів, містять в собі коливання з амплітудою до 10% від усталеного значення, завдяки яким під час розгону тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, від нульової кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД до усталеної ω_y , тобто під час відриву вантажу від майданчика його встановлення, через виникнення повздовжніх коливань в тросі може статися руйнування як вантажу, так і майданчика складування, а тому в доповнення до уже виконаного системного аналізу необхідно ще й синтезувати систему оптимального керування агрегатом, що реалізує ППВВП, яка мінімізуватиме амплітуду повздовжніх коливань, що виникають у тросі, до якого підвішено вантаж.

Завершимо ми викладення матеріалу четвертого розділу монографії зауваженням, що при формуванні його змісту ми використали у тому числі і авторські результати, опубліковані нами в роботах [11], [46],[47],[49].

РОЗДІЛ 5 СИНТЕЗ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ ЗАКОНУ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ АГРЕГАТОМ, ЩО РЕАЛІЗУЄ ППВВП, НА П'ЯТОМУ ЕТАПІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

5.1 Синтез закону оптимального керування агрегатом, що реалізує ППВВП

Як ми уже відзначали раніше, на 5-му заключному етапі системного аналізу як методу наукового дослідження потрібно здійснити або оптимізацію параметрів процесу для усунення його недоліків, виявлених на четвертому етапі системного аналізу, або синтезувати систему оптимального керування об'єктом, в якому має місце даний процес, в задачу якої входило б приведення вихідної координати цього процесу в той діапазон значень, який нас влаштовує з позицій вибраного критерію оцінки.

Виходячи з висловленої вище тези, мета 5-го етапу дослідження у нашій монографії полягатиме у тому, щоб для запобігання руйнуванню як вантажу, так і майданчика його складування, яке може статися внаслідок виникнення повздовжніх коливань в тросі, до якого підвішено вантаж, використавши синтезовані нами на третьому етапі і викладені у третьому розділі монографії математичні моделі ППВВП синтезувати систему оптимального керування тяговим електроприводом агрегата, що реалізує ППВВП, як об'єкта з параметрами, змінними у часі та просторі, за критерієм мінімуму амплітуди повздовжніх коливань, які виникають у тросі, до якого підвішений вантаж, під час розгону тягового електродвигуна від нульової кутової швидкості обертання ротора до усталеної ω_y на етапі відриву вантажу від майданчика його встановлення, тобто за критерієм оптимізації, обґрунтованим на першому етапі дослідження і викладеним у першому розділі нашої монографії.

Для того, щоб було зручно посилатись, перепишемо критерій оптимізації (2.7) у вигляді виразу

$$J_{cr} = \int_0^{t_1} (\omega(t) - \omega^*(t, f_c, M_w(t_1, t)))^2 dt, \quad (5.1)$$

а ізопериметричні обмеження (2.8), (2.9) у вигляді виразів:

$$J_{ob} = \int_0^{t_1} \omega^*(t, f_c, M(t_1, t)) dt, \quad (5.2)$$

$$\psi(t) = \int_0^t \omega^*(\theta, f_c, M(\theta_1, \theta)) d\theta, \quad (5.3)$$

В ЯКИХ

$$\omega(t) = \frac{\omega_y}{t_1} t \quad (5.4)$$

- кутова швидкість обертання ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, на етапі пуску, яка повинна змінюватися, як видно з рисунка 1.1, на якому зображена ідеальна тахограма, за лінійним законом, а

$$\omega^*(t) = \phi(t, M_p, M_w(t_1, t)). \quad (5.5)$$

- реальна кутова швидкість $\omega^*(t)$ обертання ротора цього ж тягового електродвигуна на цьому ж пусковому відрізку часу $[0, t_1]$, яка описується виразом (3.143) з розкриттям параметрів у вигляді (3.144) та (3.145), якими враховуються параметри тягового моменту електродвигуна згідно з його механічною характеристикою, зображеною на рисунку 2.1, у вигляді

$$M_p = af_c^{\frac{1}{2}} + bf_c - cf_c^2, \quad (5.6)$$

де

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \quad (5.7)$$

- синхронна частота змінного струму джерела живлення статора тягового асинхронного електродвигуна, яка при частотному регулюванні використовується як сигнал керування та завдяки якій після підстановки виразу (5.6) у вираз(5.5), останній перетворюється у вираз

$$\omega^*(t) = \omega^*(t, f_c, M_w(t_1, t)), \quad (5.8)$$

що безпосередньо використовується у функціоналі (5.1), яким задається критерій оптимізації.

А вплив на ППВВП повздовжніх коливань, що виникають у тросі, до якого підвішується вантаж. ми враховуємо уведенням і в критеріальний вираз (5.1), і у вирази (5.2) та (5.3), якими задаються обмеження, моменту

навантаження $M_w(t_1, t)$, параметри моделі якого, як ми уже визначили раніше, є змінними як у часі, так і у просторі.

Після вибору функціонала (5.1) за критерій оптимізації, а функціонала (5.2) як обмеження, задача синтезу системи оптимального керування тяговим електроприводом агрегата, що реалізує ППВВП, за допомогою якої досягатиметься мінімум відхилення кривої наростання реальної кутової швидкості обертання вала ротора ТЕД на етапі пуску від кутової швидкості, що наростає за лінійним законом, зводиться до ізопериметричної задачі оптимізації, алгоритм якої можна запозичити, наприклад, з роботи [10], згідно з яким потрібно знайти таку функцію $f_c = f_c(t)$, яка доставляє мінімум функціоналу (5.1) за наявності обмеження (5.2), тобто яка насправді буде екстремаллю для функціонала (5.1).

А фізична інтерпретація цієї задачі полягає у тому, що потрібно знайти такий закон зміни в часі частоти струму джерела живлення обмотки статора тягового асинхронного електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, який доставлятиме мінімум амплітуді коливальної складової в процесі наростання кутової швидкості обертання вала ротора цього електродвигуна після його пуску і до досягнення цією кутовою швидкістю усталеного значення.

Функція Лагранжа для даної задачі матиме вигляд

$$L(t, f_c, M(t_1, t)) = \left(\frac{\omega_y}{t_1} t - \omega^*(t, f_c, M(t_1, t)) \right)^2 + \lambda(t)(\psi'(t) - \omega^*(t, f_c, M(t_1, t))), \quad (5.9)$$

а рівняння Ейлера-Лагранжа –

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\bullet)}{\partial f_c} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\bullet)}{\partial f'_c} \right) = 0, \\ \frac{\partial L(\bullet)}{\partial \psi} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\bullet)}{\partial \psi'} \right) = 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

Підставляючи вираз (5.9) в рівняння (5.10), отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2\left(\frac{\omega_y}{t_1}t - \omega^*(\bullet)\right)\left(-\frac{\partial\omega^*(\bullet)}{\partial f_c}\right) - \lambda(t)\left(\frac{\partial\omega^*(\bullet)}{\partial f_c}\right) = 0, \\ -\frac{d\lambda(t)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (5.11)$$

Цю систему рівнянь (5.11), проінтегрувавши нижнє рівняння та підставивши результат інтегрування у верхнє рівняння, можна подати і так:

$$\begin{cases} \left(\omega^*(\bullet) + \lambda_0 - \frac{\omega_y}{t_1}t\right) = 0, \\ \left(\frac{\partial\omega^*(\bullet)}{\partial f_c}\right) = 0. \end{cases} \quad (5.12)$$

Для розв'язання системи рівнянь (5.12) скористаємося рекурентним алгоритмом, запропонованим у роботі [11], який для нашої системи рівнянь (5.12) матиме вигляд:

$$\begin{cases} \omega^*(t[n], f_c[n], M(t_1, t[n])) = \omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])) - \\ - \gamma_\omega[n] \left(\omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])) + \lambda_0 - \frac{\omega_y}{t_1}t[n-1] \right), \\ f_c[n] = f_c[n-1] - \gamma_f[n] \left(\frac{\partial\omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) \Big|_{\bullet=t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (5.13)$$

5.2 Аналіз ефективності синтезованого закону оптимального керування

Почнемо аналіз із зауваження, що в отриманому законі оптимального керування, який подано у вигляді рівнянь (5.13), для його практичного застосування необхідно брати частинну похідну від виразу (3.143) з урахуванням співвідношень між параметрами цього виразу, заданих, у свою чергу, виразами (3.144) і (3.145), дивлячись на які бачимо, що формула для цієї похідної в разі її безпосереднього обчислення виявиться надзвичайно складною, тож її реалізувати на мікропроцесорі, включеному в структуру системи оптимального керування, теж буде надзвичайно складно. Тому є

сенс подати цю похідну наближено, замінивши її відношенням приросту кутової швидкості до приросту частоти струму джерела живлення системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, тобто подати її у вигляді

$$\left(\frac{\partial \omega^*(\bullet)}{\partial f_c} \right) \Big|_{\bullet=t[n-1], f_c[n-1], M(t_1, t[n-1])} \approx \frac{\omega^*(t[n], f_c[n], M(t_1, t[n])) - \omega^*(t[n-1], f_c[n-1], M[t_1, t[n-1]])}{f_c[n] - f_c[n-1]} \quad (5.14)$$

Цілком очевидно, що чим на меншому відрізку часу

$$\Delta t[n] = t[n] - t[n-1] \quad (5.15)$$

реалізуватиметься наближена рівність (5.14), тим ступінь цього наближення буде вищим, й, відповідно, і вищою буде точність відтворення закону оптимального керування (5.13).

Крім того, при практичній реалізації закону оптимального керування (5.13) потрібно здійснити правильний підбір числових значень вагових коефіцієнтів $\gamma_\omega[n], \gamma_f[n]$, які можуть бути як константами, так і залежними від номера ітерації, але завжди меншими одиниці – на наш погляд їх доцільно задавати константами, оскільки це спрощує як обчислення, так і мікропроцесорну реалізацію закону оптимального керування.

Звертаємо увагу, також, на те, що додає ускладнень при реалізації закону оптимального керування (5.13) навіть при використанні спрощення (5.14) необхідність трансформації комплексних чисел, що з'являються у виразі (3.143) після підстановки в нього виразів (3.144), (3.145), в область дійсних чисел у вигляді періодичних функцій з класу тригонометричних.

Ну і останній аспект, на який потрібно звернути увагу, аналізуючи закон оптимального керування (5.13), полягає у тому, що швидкість його реалізації з прийнятною точністю суттєво залежатиме від того, наскільки вдало вибране числове значення константи γ_0 , від якої, як видно з першого рівняння системи рівнянь (5.12), залежить наскільки близькою буде траєкторія реальної кутової швидкості приводного електродвигуна (5.5) до ідеальної траєкторії у вигляді прямої лінії (5.4), тобто наскільки суттєво шляхом реалізації закону оптимального керування (5.13) «гаситимуться» по вздовжні коливання, що виникають у тросі під час відриву вантажу від майданчика, на якому цей вантаж було встановлено. Легко бачити, що чим

меншим буде числове значення цієї константи, тим меншою буде амплітуда повздовжніх коливань, але при цьому на досягнення оптимальної траєкторії необхідно буде витратити більшу кількість ітерацій.

5.3 Мікропроцесорна система для реалізації закону оптимального керування

Для реалізації синтезованого закону оптимального керування (5.13) з використанням алгоритму

$$\omega^*(t[n], f_c[n], M(t_1, t[n])) = \frac{(f_c[n])^2 - 2 \cdot f_c[n] \cdot f_c[n-1] + (f_c[n-1])^2}{\gamma_f[n]} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_\omega[n]} - 1 \right) - \lambda_0 + \frac{\omega_y}{t_1} t[n-1] \quad (5.16)$$

нами запропоновану структурну схему мікропроцесорної системи автоматичного керування, яка матиме вигляд, приведений на рисунку 5.1

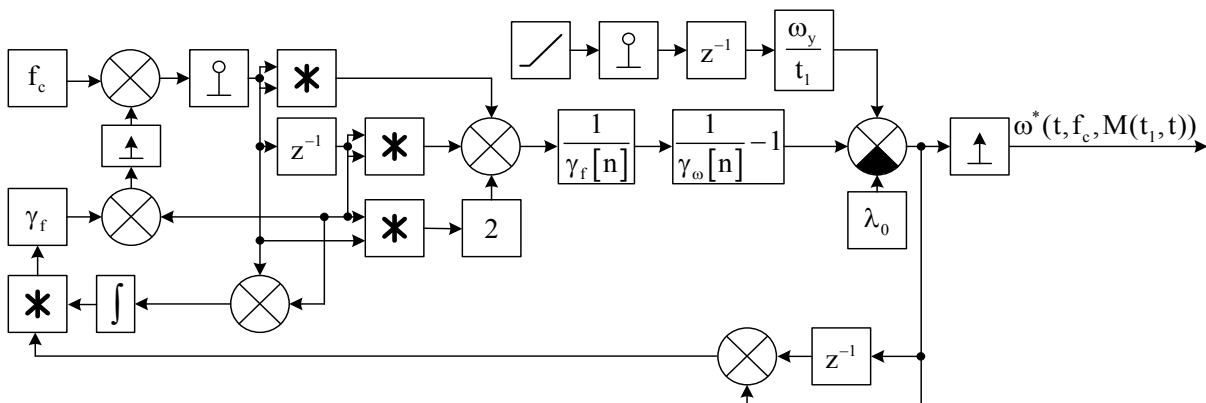


Рисунок 5.1. Структурна схема мікропроцесорної системи автоматичного керування, яка дозволяє реалізувати синтезовані закони оптимального керування

Оскільки в якості тягового електродвигуна агрегата, що реалізує ППВВП, пропонується використовувати асинхронний електродвигун з частотним керуванням та у зв'язку з необхідністю контролю динамічного моменту на валу і кутової швидкості обертання ротора тягового електродвигуна, то в структурній схемі, запропонованій на рисунку 5.1 для реалізації отриманого закону оптимального керування, передбачено включення

перетворювача частоти з автономним інвертором струму, виконаного на основі узагальнення матеріалів робіт [23], [57]. В такій системі з частотно-струмовим керуванням формування сигналу керування здійснюється мікропроцесорною системою, яка формує на вході випрямляча фазного струму статора і на автономному інверторі струм з частотою напруги живлення. Керування ґрунтується на пропорційності магнітного потоку фазного струму статора і абсолютного ковзання та динамічного моменту на валу. На рисунку 5.2 наведена функціональна схема системи з частотно-струмовим керуванням режимів роботи тягового електродвигуна, яка дозволяє реалізувати синтезовані закони оптимального керування за структурою, представленою на рисунку 5.1. Наведена система має два канали регулювання: канал регулювання струму статора з впливом на силовий випрямляч (СВ), що забезпечує задання та стабілізацію магнітного потоку, і канал регулювання частоти з впливом на автономний інвертор струму (АІС), що забезпечує задання та стабілізацію швидкості обертання асинхронного тягового електродвигуна (АД).

Сигнал керування формується пропорційно фазному значенню струму статора АД, але вимагає забезпечення високої точності вимірювання та фільтрації. Силовий випрямляч керується мікроконтролером (МК) за зворотним зв'язком за струмом в режимі стабілізації струму і разом з АІС являє собою джерело струму. В цьому випадку при керуванні силовим випрямлячем з урахуванням зворотного сигналу, який формується на операційному суматорі-підсилювачі (ОСП) з сигналів фільтра струму (ФС) та функціонального перетворювача (ФП), що забезпечують таку вихідну напругу, при якій струм навантаження СВ залишається стабільним. Знімання та оброблення значення фазних струмів статора виконується трансформаторами струму (ТС) та датчиком струму (ДС) відповідно. Автономний інвертор струму керується мікроконтролером з урахуванням зворотного сигналу за швидкістю, який формується на ОСП, з сигналів датчика швидкості (ДШ) та формувача імпульсів (ФІ). Пристрій захисту (ПЗ) забезпечує швидке вимкнення силового комутаційного автомата (СКА) та інформування мікроконтролера про проблему, яка виникла згідно з отриманими сигналами від ДС, ДШ та вузла захисних кіл, датчиків струму й напруги (ЗК і Д), що забезпечує захист силових елементів перетворювача й електропривода в цілому від перенапруг та струмів короткого замикання в колі постійного струму.

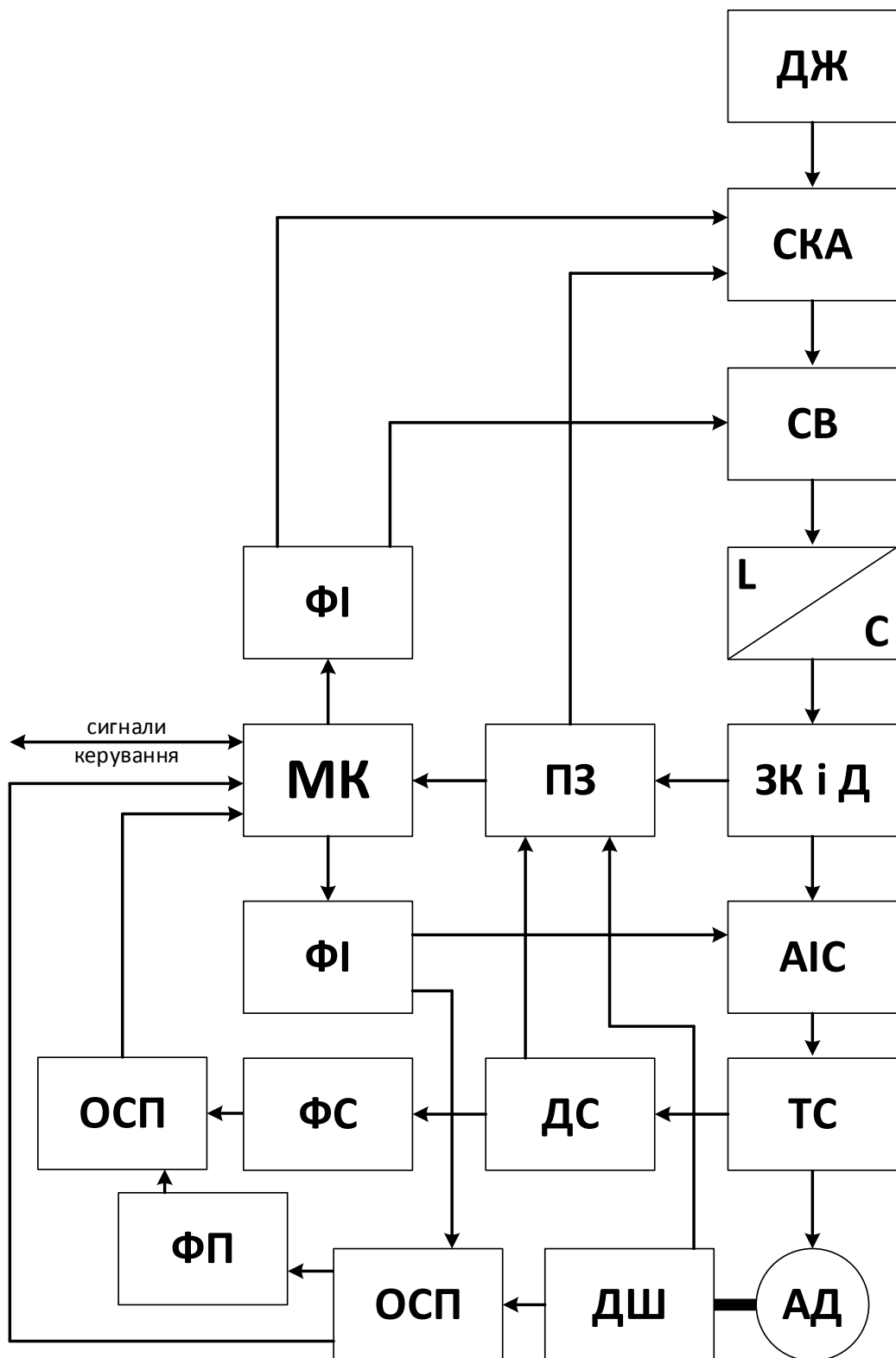


Рисунок 5.2. Функціональна схема системи з частотно-струмовим керуванням тяговим електродвигуном, яка дозволяє реалізувати синтезовані закони оптимального керування

Отже, у 5-му розділі монографії нами:

1. Синтезовано закон оптимального керування агрегатом, що реалізує ППВВП, як динамічним об'єктом з параметрами, змінними в часі та просторі, оскільки у системі тягового електропривода цього агрегата мають місце і зміна характеристик ППВВП у часі, що обумовлена змінами приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження під час переміщення вантажу, і зміна характеристик ППВВП у просторі, що обумовлена виникненням повздовжніх коливань у тросі, на який підвішується вантаж.

2. Використано в якості критерію оптимізації функціонал у вигляді інтеграла від квадрата відхилень реальної кутової швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, від її ідеальної траєкторії.

3. Показано, що у випадку реалізації синтезованого нами закону оптимального керування електроприводом агрегата, що реалізує ППВВП, досягатимуться такі характеристики процесу переміщення вантажів, які унеможливлуватимуть руйнування як вантажів, так і майданчиків їх складування, оскільки процес переміщення вантажу здійснюватиметься без періодичних ударних співдотиків, обумовлених виникненням повздовжніх коливань в тросі, до якого підвішений вантаж.

4. Запропоновано алгоритм практичної реалізації синтезованого закону оптимального керування системою електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, як динамічного об'єкта з параметрами, змінними як у часі, так і у просторі, який без будь-яких ускладнень принципового характеру реалізується стандартними мікропроцесорами, що випускаються серійно

5. Для реалізації запропонованого алгоритму практичної реалізації синтезованого закону оптимального керування системою електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, запропоновано структурну та функціональну схеми системи з частотно-струмовим керуванням тяговим електродвигуном системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП.

Завершимо ми викладення матеріалу п'ятого розділу монографії зауваженням, що при формуванні його змісту ми використали у тому числі і авторські результати, опубліковані нами в роботі [48].

ВИСНОВКИ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ППВВП

Завершимо викладення результатів дослідження у нашій монографії ми підсумковим переліком зробленого. Отже, в процесі дослідження, нами:

1. Здійснено аналіз наукових праць, опублікованих за темою нашого дослідження, в результаті якого встановлено, що: по-перше, автори наукових праць у своїх роботах використовували для аналізу процесів в електромеханічних системах агрегатів, що реалізують ППВВП, класичне рівняння динаміки електропривода, що не відповідає умовам їх експлуатації, оскільки параметри цього класу систем в процесі підймання та опускання вантажів змінюються в часі. По-друге, встановлено, що в жодній із розглянутих робіт, спрямованих на нейтралізацію пружних коливань в тросах при підйманні чи опусканні вантажу, не враховується змінний момент інерції барабана, на який намотується і з якого розмотується трос, до якого підвішений вантаж, та висловлюється припущення, що при сталій швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, лінійна швидкість підймання чи опускання вантажу також буде сталою, не відповідає реаліям експлуатації. Адже ця лінійна швидкість буде або збільшуватись або зменшуватись, а тому усі впроваджені в експлуатацію системи стабілізації кутової швидкості обертання вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, «маскують» нестабільність лінійної швидкості підймання чи опускання вантажів, що при опусканні вантажу часто стає причиною пошкодження або вантажу, або майданчика його складування, оскільки такі системи не здатні «погасити» повздовжні коливання, що виникають в тросах, і, як наслідок, не здатні забезпечити плавну посадку вантажу на майданчик складування.

2. Обґрунтовано необхідність застосування ідеології системного підходу до аналізу процесів вертикального переміщення вантажів агрегатами, що реалізують ППВВП, який враховував би і зміну характеристик цього процесу у часі, зумовлену змінами приведенного моменту інерції махових мас системи електропривода та моменту навантаження під час переміщення вантажу, і вплив поздовжніх коливань, які виникають у тросі, на який підвішується вантаж, оскільки ігнорування цих особливостей процесу вертикального переміщення вантажів може призвести до руйнування як

вантажів, так і майданчиків, на яких ці вантажі встановлюються, внаслідок виникнення їх ударних зіткнень, зумовлених виникненням поздовжніх коливань у тросі, до якого підвішений вантаж. Реалізовувати ідеологію системного підходу до аналізу ППВВП запропоновано застосуванням методу системного аналізу, на першому етапі якого конкретизуються задачі, які потрібно розв'язати для досягнення поставленої мети, і вибирається або формується критерій оцінки якості отриманих результатів та з'ясовується характер обмежень, що накладаються на параметри і змінні; на другому етапі об'єкт дослідження виокремлюється із навколишнього зовнішнього середовища і визначаються точки, лінії або поверхні, в яких вони здійснюють взаємовплив або обмінюються сигналами; на третьому етапі здійснюється синтез та ідентифікація математичних моделей процесів, що протікають в об'єкті дослідження, та математичні моделі сигналів взаємного впливу об'єкта дослідження та його навколишнього зовнішнього середовища; на четвертому етапі з використанням синтезованих математичних моделей здійснюється аналіз процесів в об'єкті дослідження, в результаті якого або з використанням критерію оцінки якості отриманих результатів констатується факт, що все в об'єкті добре, або пропонується здійснити його оптимізацію; ну і на п'ятому етапі здійснюється оптимізація процесу в об'єкті дослідження, що починається з синтезу закону оптимального керування цим процесом і закінчується розробкою алгоритмів і програм та пристроїв, які реалізовуватимуть синтезований закон оптимального керування. Ось в такій послідовності ми і застосовували алгоритм методу системного аналізу в нашому дослідженні ППВВП.

3. З використанням структури звичайного диференціального рівняння зі змінними в часі параметрами, яке зв'язує тяговий момент асинхронного електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з моментом навантаження та приведеним моментом інерції махових мас системи електропривода, здійснено синтез математичної моделі процесу вертикального переміщення вантажу агрегатом, що реалізує ППВВП, яка враховує зміну параметрів математичної моделі цього процесу у часі, зумовлену змінами приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження.

4. Розроблено метод ідентифікації математичної моделі ППВВП, як динамічного об'єкта зі змінними параметрами, до якого віднесено систему тягового електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, зі змінними пара-

метрами, зумовленими змінами в часі приведенного моменту інерції махових мас та змінами в часі моменту навантаження тягового електродвигуна при підйманні чи опусканні вантажу. В процесі розроблення цього методу ідентифікації запропоновано, обґрунтовано та отримано розрахункові співвідношення, за допомогою яких визначаються зміни в часі приведенного моменту інерції махових мас системи тягового електропривода, зумовлені намотуванням і змотуванням троса, до якого підвішений вантаж, на барабан, зв'язаний через редуктор з валом електродвигуна, а також запропоновано, обґрунтовано та отримано розрахункові співвідношення, за допомогою яких визначаються зміни в часі моменту навантаження, обумовлені вкороченням та видовженням троса, до якого підвішений вантаж, в результаті підймання чи опускання цього вантажу. Для оцінки впливу змінних параметрів на кутову швидкість обертання вала ротора тягового електродвигуна здійснено імітаційне моделювання динаміки системи електропривода при розгоні, гальмуванні, усталеній швидкості, холостому ході та реверсі тягового електродвигуна з урахуванням змінних параметрів та використанням математичної моделі, ідентифікованої конкретними паспортними характеристиками тягового електродвигуна, редуктора та троса, у графічному програмному середовищі Simulink пакета прикладних програм MATLAB. В результаті порівняльного аналізу отриманих результатів з ідеальною тахограмою показано, що використання класичного рівняння динаміки системи електропривода, яке містить сталий момент інерції і сталий момент навантаження, приводить до суттєвих похибок, навіть незважаючи на плавне регулювання швидкості з використанням частотних регуляторів для асинхронних електродвигунів.

5. З використанням структури звичайного диференціального рівняння зі змінними в часі параметрами, яке зв'язує тяговий момент асинхронного електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, з моментом навантаження та приведеним моментом інерції махових мас системи електропривода, а також з використанням структури диференціального рівняння в частинних похідних, яким описується процес виникнення поздовжніх коливань в тросі, зумовлених впливом маси вантажу та маси відрізка троса між барабаном його намотування та точкою підвішування вантажу, здійснено синтез системної математичної моделі процесу вертикального переміщення вантажу агрегатом, що реалізує ППВВП, яка враховує і зміну параметрів математичної моделі цього про-

цесу у часі, зумовлену змінами приведенного моменту інерції системи електропривода та моменту навантаження, і вплив поздовжніх коливань, які виникають у тросі, на який підвішується вантаж, та запропоновано додаткові до попередньої математичної моделі, яка враховує лише зміну параметрів у часі, ідентифікаційні співвідношення для числового визначення параметрів моделі, змінних ще й у просторі, та запропоновано алгоритм практичної реалізації синтезованої системної математичної моделі процесу вертикального переміщення вантажу агрегатом, що реалізує ППВВП, який дозволяє покроково оцінити цей процес в темпі його перебігу.

6. З використанням синтезованої системної математичної моделі ППВВП здійснене імітаційне моделювання динаміки системи тягового електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, при розгоні, гальмуванні та усталеній швидкості. Зіставленням результатів, отриманих на імітаційній моделі, з результатами експериментальних досліджень цього ж класу динамічних систем, виконаних іншими авторами, доведена адекватність синтезованих авторами даної роботи математичних моделей і ще раз підтверджено, що використання класичного рівняння динаміки системи електропривода, яке містить сталий момент інерції і сталий момент навантаження, як і розгляд цього класу динамічних об'єктів як багатомасових послідовно з'єднаних ланок з моделюванням кожної з них звичайними диференціальними рівняннями зі сталими коефіцієнтами, приводить до похибок в оцінках процесів, що супроводжують вертикальне підймання і опускання вантажів агрегатами, що реалізують ППВВП.

7. Синтезовано закон оптимального керування системою електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, як об'єкта з параметрами, змінними в часі та просторі, оскільки у цій системі мають місце і зміна приведенного моменту інерції махових мас системи електропривода та моменту навантаження під час переміщення вантажу, і вплив поздовжніх коливань, які виникають у тросі, на який підвішується вантаж. В якості критерію оптимізації використано функціонал у вигляді інтеграла від квадрату відхилень реальної кутової швидкості вала ротора тягового електродвигуна системи електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, від її ідеальної траєкторії. При синтезі закону оптимального керування використано створену нами і опубліковану в попередніх наших роботах, приведених у списку літератури, системну математичну модель процесів вертикального переміщення вантажу агрегатом, що реалізує ППВВП, синтезовану з використанням як

звичайного диференціального рівняння зі змінними в часі параметрами, яке зв'язує приводний момент тягового електродвигуна з моментом навантаження та приведеним моментом інерції системи електропривода, так і диференціального рівняння в частинних похідних, яким описується процес виникнення повздовжніх коливань у тросі, обумовлених впливом маси вантажу та маси відрізка троса між барабаном його намотування та точкою підвісу вантажу.

8. Для реалізації синтезованого закону оптимального керування системою електропривода агрегата, що реалізує ППВВП, завдяки впровадженню якого досягаються такі характеристики процесу вертикального переміщення вантажів, які унеможливають руйнування як самих вантажів, так і майданчиків, на яких ці вантажі встановлюються, оскільки процес переміщення вантажу здійснюватиметься у цьому випадку уже без їх ударних співдотиків, розроблено відповідні алгоритми та структурна і функціональна схема мікропроцесорної системи, що реалізує ці алгоритми.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] F. Debrouwere, M. Vukov, R. Quirynen, M. Diehl, and J. Swevers, “Experimental validation of combined nonlinear optimal control and estimation of an overhead crane”, in *Preprints of the 19th world congress the international federation of automatic control cape town*, South Africa, 2014. [Online]. Available: <https://cdn.syscop.de/publications/Debrouwere2014.pdf>. Accessed on: 16.11.2018.
- [2] Dimensioning of a drive system. Technical guide, no. 7, 2011. [Online]. Available: https://library.e.abb.com/public/a3ef20fdc69ccc9ac12578800040ca95/ABB_Technical_guide_No_7_REVC.pdf. Accessed on: 16.11.2018.
- [3] V. Gañić, Z. Zrnić, and M. Milovančević, “Considerations of various moving load models in structural dynamics of large gantry cranes”, *FME Transactions* vol. 41, no 4, 2013. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/286495033_Considerations_of_various_moving_load_models_in_structural_dynamics_of_large_gantry_cranes. Accessed on: 16.04.2019.
- [4] T. Haniszewski, “Konceptcja projektu stanowiska do badania zjawisk dynamicznych zachodzących podczas unoszenia ładunku”, *Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Zeszyty Naukowe, Transport Politechnika Śląska*, 2015. [Online]. Available: https://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element/baztech-114c4c8b-9294-4d9d-b44b-fd552f80081b/c/Haniszewski_ZN_88_2015.pdf Accessed on: 16.11.2018.
- [5] T. Haniszewski, and D. Gąska, “Overhead traveling crane vibration research using experimental wireless measuring system”, *Transport Problems*, Gliwice, vol. 8, pp. 57-66, 2013.
- [6] Pu Hanjun, Xie Xiaopeng, Liang Guangchi, Yun Xiangyong, and Pan Haining, “Analysis for dynamic characteristics in load-lifting system of the crane”, *Procedia Engineering*, №16, pp. 586–593, 2011.
- [7] Vladić Jovan, Malešev Petar, Nostakov Rastislav, and Brkljač Nikola, “Dynamic Analysis of the load lifting”, *Journal of mechanical engineering*, № 10, pp. 655–661, 2008.

- [8] Juliusz Grabski, and Jarosław Strzałko, “Dynamic analysis of the load hoisting process”, *Journal of theoretical and applied mechanics*, № 4, pp. 853–872, 2003.
- [9] D. Liu, J. Yi, D. Zhao, and W. Wang, “Swing-Free Transporting of Two-Dimensional Overhead Crane Using Sliding Mode Fuzzy Control”, *Proceeding of the American Control Conference*, Boston MA, 2004. [Online]. Available: <https://pdfs.semanticscholar.org/1cf0/84d5f43e488c5e09b0e6851360bd24402ae1.pdf>. Accessed on: 16.04.2017.
- [10] T. Matyja, and A. Śladkowski, “Modelling of the Lift Crane Vibration Caused by the Lifting Loads”, in: *Zdvihaci Zarizeni v Teorii a Praxi 2007. Sbornik prednasek konference s mezinarodni ucasti*, Brno, 2007, pp. 98-105.
- [11] B. Mokin, O. Mokin, and O. Kryvonis, “Adequacy evaluation of the synthesis of mathematical models for one class of linear dynamic systems with parameters, variable in time and in space”, *SR*, no. 5, pp. 35-43, Oct. 2020. <https://doi.org/10.21303/2313-8416.2020.001486>.
- [12] B. I. Mokin, O. B. Mokin, and O. M. Kryvonis, “Synthesis of mathematical models for one class of electromechanical systems with variable parameters”, in: *2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, Kiev, 2017, pp. 334-337.
- [13] O. Mokin, and B. Mokin, “Comparative analysis of magnetization curve models in terms of accuracy and applicability for variational optimization of electromechanical converters”, in: *2015 International Young Scientists Forum on Applied Physics (YSF)*, Dnipropetrovsk, 2015, pp. 1-4.
- [14] J. Szpytko, J. Smoczek, and D. Łakomski, “Adaptive control system of overhead crane's movement mechanisms”. [Online]. Available: <http://www.icc-conf.cz/Conference/ICCC2002/Proceedings/papers/271.pdf>. Accessed on: 16.04.2017.
- [15] В. П. Бабак, А. Я. Білецький, та А. М. Гуржій, *Сигнали і спектри*. Київ, Україна: НАУ, 2005.
- [16] Д. В. Бажутін, “Модельовання пружних коливань конструкцій кранових установок у пакеті COMSOL Multiphysics”, *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*, № 4, с. 1–5, 2013.

- [17] Л. Н. Бондаренко, и С. В. Ракша, “Параметры привода передвижения мостового крана в период пуска с учетом трения качения колеса по рельсу”, *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна*, с. 29–31, 2006.
- [18] Л. Я. Будиков, *Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа*. Луганск: ВУГУ, 1997.
- [19] Будівельна техніка (довідник): Кранове електрообладнання та схеми управління кранами. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://budtehnika.pp.ua/1639-kranove-elektroobladnannya-ta-shemi-upravlnnya-kranami.html>. Дата звернення: Лист. 9, 2018.
- [20] В. А. Вартабедян, *Загальна електротехніка: навч. посіб. 4-те вид.* Київ: Вища школа, 1986.
- [21] Г. М. Вовненко, І. А. Удовіченко, Т. Б. Вовненко, А. Ю. Сухостаєць, та М. С. Фісенко, “Механізм підйому ливарного крана”, *Пат. 87867 Україна, МПК В66С 1/04. Бюл. № 4, 25.02.2014.*
- [22] В. Ф. Гайдамака, *Грузоподъемные машины*. К.: Вища школа, 1989.
- [23] В. В. Грабко, В. Ю. Кучерук, та О. М. Возняк, *Мікропроцесорні процеси керування електроприводами*. Вінниця: ВНТУ, 2009.
- [24] О. В. Григоров, та В. В. Стрижак, “Аналіз пуско-гальмівних процесів кранових механізмів з частотно-регульованим приводом”, *Вісник ХНАДУ*, №57, с. 249-256, 2012.
- [25] С. В. Демідас, “Мінімізація динамічних навантажень в елементах баштового крана на основі оптимізації режиму руху механізму підйому”, дис. канд. техн. наук, Київський національний університет будівництва і архітектури, 2000.
- [26] М.Ю. Дорохов, “Динамічне гасіння коливань мостових кранів із використанням хвильових ланцюгових передач”, автореф. дис. на здоб. ступ. канд. техн. наук, Х., 2007.
- [27] Електродвигун крана. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://ukrbukva.net/page,4,98958-Elektrodivigatel-krana.html>. Дата звернення: Жовт. 15, 2018.
- [28] В. С. Зайцев, и О. В. Харланов, “Адаптивная система управления электроприводом грузоподъемного механизма крана”, *Вісник Приазовського державного технічного університету*, №19, с.215-217, 2009.

- [29] В. С. Зайцев, та О. В. Харланов, “Система управління електроприводом вантажопідйомного механізму крана: Пат. 44047 Україна, МПК В66С 1/28”, *Пат. 44047 Україна, МПК В66С 1/28. Бюл. № 17.* 10.09.2009.
- [30] К.П. Здросис, “Керування спеціальними режимами електромеханічних систем механізмів підйому з асинхронним електроприводом”, автореф. дис. на здоб. ступ. канд. техн. наук, О., 2001.
- [31] В. Д. Ковальський, та І. В. Ковальська, “Механізм підймання вантажу та спосіб експлуатації цього механізму: Пат. 87007 Україна, МПК В66D 1/28, В66В 15/00”, *Пат. 87007 Україна, МПК В66D 1/28, В66В 15/00. Бюл. № 11,* 10.06.2009.
- [32] Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, и М. М. Смирнов, *Уравнения в частных производных математической физики.* Москва: Высшая школа, 1970.
- [33] В. С. Лисенко, Т. Г. Таурит, та О.В. Могилянський, “Регулятор швидкості опускання вантажу вантажопідйомної машини: Пат. 35880 Україна. МПК В66С13/42”, *Пат. 35880 Україна. МПК В66С13/42. Бюл. № 3,* 16.04.2001.
- [34] В.С. Ловейкін, *Динамічна оптимізація підйомних машин.* Х.: ХДА-ДТУ, 2002.
- [35] В. С. Ловейкін, та Ю. О. Ромасевич, *Динамічна оптимізація механізму підйому вантажу мостових кранів: монографія.* Київ: НУБіП України, 2015.
- [36] В. С. Ловейкін, та Ю. О. Ромасевич, “Дослідження коливань у механізмах з асинхронним електроприводом”, *Вісник Тернопільського національного технічного університету, №4(72),* с. 207-214, 2013.
- [37] В.С. Ловейкін, та Ю.О. Ромасевич, “Математичне моделювання роботи механізму підйому вантажу мостового крана”, *Збірник наукових праць «Машинобудування», №13,* с. 15-23, 2014.
- [38] В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич, В. А. Голдун, та В. В. Крушельницький, *Динаміка та оптимальне керування рухом мостових кранів. Монографія.* Київ: ЦП «КОМПРІНТ», 2019.

- [39] В. С. Ловейкін, Ю. В. Човнюк, М. Г. Діктерук, та С. І. Пастушенко, *Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин*. К.-Миколаїв: РВВ МДАУ, 2004.
- [40] В. С. Ловейкін, та Г. В. Шумілов, “Механізм підйому баштового крана: Пат. 53791 Україна, МПК В66С 23/16”, *Пат. 53791 Україна, МПК В66С 23/16. Бюл. № 20, 25.10.2010.*
- [41] К.С. Логвиненко, “Підвищення якості перехідних процесів складних електромеханічних систем кранових механізмів”, автореф дис. на здоб. ступ. канд техн. наук, О., 2003.
- [42] Б. І. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Аналіз основних задач та їх рішень в процесі керування електроприводами кранових механізмів”, на *XLVII науково-технічної конференції підрозділів ВНТУ*, Вінниця, 2018.
- [43] Б. І. Мокін, та О. Б. Мокін, *Моделювання та оптимізація руху багатомасових електричних транспортних засобів поверхнями зі складним рельєфом: монографія*. Вінниця: ВНТУ, 2013.
- [44] Б. І. Мокін, та О. Б. Мокін, *Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації*. Вінниця: ВНТУ, 2013.
- [45] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Метод ідентифікації математичної моделі одного класу лінійних динамічних систем зі змінними параметрами”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 62-75, 2018.
- [46] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Моделювання режимів роботи системи керування електроприводом підйомного крана з врахуванням змін в часі моменту інерції махових мас”, *Наукові Праці ВНТУ*, вип. 1, Квіт. 2020.
- [47] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Моделювання режимів роботи системи керування електроприводом підйомного крана з врахуванням змін в часі моменту інерції махових мас”, на *XIV Міжнародній конференції «Контроль і управління в складних системах (КУСС-2018)»*, Вінниця, 2018, с. 14.
- [48] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Синтез закону оптимального керування одним класом об'єктів з параметрами, змінними у часі та просторі”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 6, с. 38-46, 2020.

- [49] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, та О. М. Кривоніс, “Системний підхід до аналізу процесів переміщення вантажів підйомним краном”, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, № 3, с. 21-31, 2019.
- [50] Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, та О. Б. Мокін, *Математичні методи ідентифікації динамічних систем*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2010.
- [51] Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, *Методологія та організація наукових досліджень*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2015.
- [52] М. А. Павловський, *Теоретична механіка*. Київ: Техніка, 2002.
- [53] Д. А. Паламарчук, “Дослідження руху стрілової системи крана під час пуску за законом оптимізації прискорень”, *Гірничі, будівельні, дорожні меліоративні машини*, Вип. 85, с. 21-27, 2015.
- [54] О. С. Подоляк, “Многофакторний аналіз динамки подьема груза автомобильным краном”, *Машинобудування*, №3, с. 54–63, 2008.
- [55] О. С. Подоляк, “Підвищення техніко-експлуатаційних показників стрілових самохідних кранів застосуванням гідравлічних гасителів коливань”, автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук., Х., 2010.
- [56] О. С. Подоляк, І. І. Ісьєміні, та О. В. Чернишенко, “Саморегульований пристрій для зменшення динамічних навантажень вантажопідйомного механізму”, Пат. 53198 Україна. МПК В66С 1/00. Бюл. № 18, 27.09.2010.
- [57] *Правила будови і безпечної експлуатації вантажопідіймальних кранів*. Х.: Вид-во „Форт”, 2007.
- [58] А. М. Проскурін, та Є. П. Плавельський, *Зниження динамічних навантажень в канатах вантажопідйомних машин. Підйомно-транспортне 312 устаткування. Республ. міжвідом. наук.-техн. зб.* К.: Техніка, 1971.
- [59] Режими роботи механізмів кранів. *Будівельна техніка. Довідник*, 2016. [Електронний ресурс]. Доступно: <http://budtehnika.pp.ua/6798-rezhimi-roboti-mehanzmv-kranv.html>. Дата звернення: Січ. 05, 2018.
- [60] Д. И. Родькин, *Системы динамического нагружения и диагностики электродвигателей при послеремонтных испытаниях*. М.: Недра, 1992.

- [61] Ю. О. Ромасевич, “Анализ и разработка способов учета ограничений на функцию управления движением грузоподъемных кранов”, *Motrol*, № 3, с. 123-129, 2014.
- [62] Ю. О. Ромасевич, “Динамічна оптимізація режимів руху механізмів вантажопідйомних машин як мехатронних системи”, дис. докт. техн. наук., Одеський національний політехнічний університет, 2015.
- [63] О. О. Ручка, та О. О. Ніколаєв, “Векторне управління частотно-регульованого асинхронного електроприводу”, *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*, №4, с. 159-162, 2013.
- [64] В. Ф. Семенюк, “Теоретическое определение места установки гасителей колебаний металлоконструкций козловых кранов”, *Вестник Харьковского государственного политехнического университета*, №48, с. 48-54, 1999.
- [65] В. Ф. Семенюк, та В. М. Лингур, “Влияние параметров пружинно-шарикового буферного устройства на динамические нагрузки мостового крана”, *Збірник наукових праць Української державної академії залізничного транспорту*, с. 59–66, 2014.
- [66] О. С. Симоненко, “Біротативний електропривід механізмів підйому крюкового крана та спосіб його експлуатації”, Пат. 56643 Україна, МПК В66С13/22, Бюл. № 5, 15.05.2003.
- [67] А. Сладковский, Т. Ханишевский, и Т. Матыя, “Динамика мостового крана. Часть 1. Определение характеристик мостового крана”, *Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*, №10, частина 1, с. 150-155, 2010.
- [68] А. Сладковский, Т. Ханишевский, и Т. Матыя, “Динамика мостового крана. Часть 2. Моделирование процесса подъема груза с постоянной скоростью”, *Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*, №10, частина 2, с. 168-177, 2010.
- [69] С. Л. Смоляков, та І. І. Ісьєміні, “Захисна система вантажопідіймальних кранів у кінцевих ділянках шляху”, Пат. 69229 UA, МПК9 F 16 F 5/00, бюл. № 8, 25.04.2012.

- [70] А. І. Соколенко, О. Ю. Шевченко, С. А. Бут, В. А. Піддубний, та В. Г. Резнік, “Пристрій для піднімання та переміщення вантажів”, Пат. 15841 UA, МПК В65В 5/10, бюл. № 7, 17.07.2006.
- [71] А. І. Соколенко, О. Ю. Шевченко, К. В. Васильківський, С. А. Бут, та М. І. Юхно, “Пристрій для піднімання вантажів”, Пат. 36148 UA, МПК В65В5/10, бюл. № 3, 16.04.2001.
- [72] В.П. Токарев, В. В. Токарев, П. М. Кирильченко, В. В. Власов, Є. В. Кукса, та Г. Г. Кабанцев, “Пристрій для захисту піднімального механізму підйомно-транспортного устаткування від перевантаження”, Пат. 19361 UA, МПК В65D 1/54, Н02Н 7/075, Н02Н 9/02, бюл. № 12, 15.12.2006.
- [73] О. И. Толочко, Д. В. Бажутин, и Ф. Ф. Палис, “Гашения горизонтальных упругих колебаний конструкции мостового крана”, *Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Теорія і практика. Тематичний випуск*, Вип. 3(19), с. 336–339, 2012.
- [74] Л. А. Хмара, А. Ф. Шевченко, М. П. Колісник, та І. С. Соколов, “Такова підвіска”, Пат. 28879 UA, МПК В65С1/34, бюл. № 5, 06.10.2000.
- [75] Я. З. Цыпкин, *Адаптация и обучение в автоматических систем*. Москва: Наука, 1968.
- [76] В. Т. Чан, “Способы повышения эффективности гашения колебаний металлоконструкция козловых кранов”, автореф. дисс. на соиск. науч. степени канд. техн. наук, Одесский государственный политехнический университет, 1996.
- [77] М. Г. Чиликин, М. М. Соколов, В. М. Терехов, и А. В. Шинянский, *Основы автоматизированного электропривода*. Москва: Энергия, 1974.
- [78] Ю. С. Швед, и И. А. Орловский, “Экспериментальные исследования и математическое моделирование асинхронного электропривода передвижения мостового крана”, *Електротехніка та електроенергетика*, №1, с. 18-27, 2013.
- [79] Т. В. Шебанова, та І. В. Шебанов, “Механізм підйому мостового крана”, Пат. 62308 UA, МПК В66С 17/00, бюл. № 12, 15.12.2003.

- [80] А. Ф. Шевченко, М. П. Колісник, та А. Л. Червоноштан, “Кранова демпфірувальна підвіска”, Пат. 10333 UA, МПК В66С 1/34, бюл. № 11, 15.11.2005.
- [81] С. І. Шевченко, “Гальмо вантажопідйомного механізму”, Пат. 25150 UA, МПК В66D 5/00”, Бюл. № 11, 25.07.2007.
- [82] Г. В. Шумілов, “Оптимізація режиму зміни вильоту і підйому вантажу баштового крана”, дис. канд. техн. наук, Київський національний університет будівництва і архітектури, 2013.
- [83] О. М. Щеглов, та Р. В. Суглобов, “Механізм підйому вантажопідйомного крана для транспортування довгомірних вантажів”, Пат. 67732 UA, МПК В66С 1/06, бюл. № 5, 12.03.2012.

Наукове видання

Мокін Борис Іванович
Мокін Олександр Борисович
Кривоніс Олександр Михайлович

**Системний аналіз процесу переміщення
вантажів у вертикальній площині**

Монографія

Редактор *Т. Андреева*

Оригінал-макет підготовлено в редакційно-видавничому
відділі ВНТУ

Підписано до друку 19.10.2022 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Ум. др. арк. 5,54.
Наклад 20 пр. Зам. № В2022-08.

Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ,
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua
email: irvc.vntu@gmail.com

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано ФОП Барановська Т. П.,
21021, м. Вінниця, вул. Порики, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 4377 від 31.07.2012 р.