

**Робочий зошит
з лабораторних робіт**

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ ТА КОНСТРУКЦІЙ



**Т. Ф. Архіпова
ВНТУ**

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Т. Ф. Архіпова

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ ТА КОНСТРУКЦІЙ
ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

Вінниця
ВНТУ
2024

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 22.12.2023 р.)

Рецензенти:

В. Ф. Заболотний, доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізики та методики навчання фізики, астрономії Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського.

Л. К. Поліщук, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри галузевого машинобудування Вінницького національного технічного університету.

О. О. Галушак, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри автомобілів та транспортного менеджменту Вінницького національного технічного університету

Архіпова, Т. Ф.

А 87 Механіка матеріалів та конструкцій : Лабораторний практикум / Т. Ф. Архіпова. – Вінниця : ВНТУ, 2024. – 57 с.

ISBN 978-966-641-954-8

Лабораторний практикум призначений для студентів напрямів підготовки 131 «Прикладна механіка», 132 «Матеріалознавство», 133 «Галузеве машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт» закладів вищої освіти денної та заочної форм навчання, що вивчають механіку матеріалів та конструкцій.

У лабораторному практикумі наведено теоретичні положення та лабораторні роботи з курсу «Механіка матеріалів і конструкцій». Розглянуто експериментальну перевірку теоретичних висновків і розрахункових формул, описано конструкцію та роботу випробувальних машин і приладів, наведені питання для самоконтролю а також для модульного тестового контролю.





УДК 620(075): 531

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ТИТУЛЬНА СТОРІНКА.....	6
Лабораторна робота № 1. Визначення прогину балки при косому згині	7
Лабораторна робота № 2. Експериментальна перевірка теорем про взаємність робіт і переміщень	15
Лабораторна робота № 3. Визначення переміщення перерізу рами	20
ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ М1.....	29
Лабораторна робота № 4. Визначення опорного моменту один раз статично невизначуваної балки	32
Лабораторна робота № 5. Визначення опорної реакції один раз статично невизначуваної рами.	40
Лабораторна робота № 6. Визначення критичної сили стиснутого стержня.....	46
ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ М2.....	52
ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	55
ЛІТЕРАТУРА.....	56

Примітка. Перелік експериментальних робіт є суто орієнтовним, викладач має право змінювати тематику робіт відповідно до наявного в кабінеті обладнання та особливостей навчальної програми дисципліни «Механіка матеріалів та конструкцій» відповідного напрямку підготовки бакалаврів вищезазначених спеціальностей.

Зверніть увагу на те, що в зошиті використано позначки, які допоможуть вам орієнтуватися в поданому матеріалі:

-  Треба запам'ятати.
-  Питання для самоконтролю.
-  Головне в розділі.
-  Інтернет-підтримка.

ВСТУП

Сучасні конструкції та їхні деталі настільки складні, що розрахувати їх на міцність, жорсткість і стійкість є досить проблематично, тому завдання лабораторного практикуму полягає в наочному експериментальному підтвердженні теоретичних передумов курсу «Механіка матеріалів і конструкцій», в ознайомленні з деякими методами вивчення складного напружено-деформованого стану та методиками проведення найпростіших експериментів.

! Студент, який не пройшов інструктаж з охорони праці, до занять в лабораторіях кафедри не допускається!

До початку роботи

1. Студент має разом з інженером кафедри впевнитись у:
 - надійності заземлення устаткування;
 - справності електропроводки, кінцевих вимикачів і кнопки «Стоп».
2. Перевірте наявність приладів і матеріалів, необхідних для виконання завдання.
3. Звільніть робоче місце від зайвих предметів. На рухомих частинах машини не має бути важких предметів, які не використовуються під час виконання роботи.
4. Розміщуйте обладнання та прилади на робочому місці так, щоб уникнути їх падіння.
5. Чітко з'ясуйте порядок і правила безпечного проведення експерименту.
6. До виконання роботи приступайте тільки з дозволу викладача або інженера кафедри.

! Забороняється:

- працювати на незаземленій машині або устаткуванні;
- експлуатувати машину з відкритим приводом і відкритими дверима силової шафи;
- працювати без обмеження зони випробування;
- самовільно усувати будь-які несправності в електричній частині машини.

! Вимоги безпеки в екстремальних ситуаціях

У разі травмування або поганого самопочуття повідомте викладача.

Під час проведення експерименту

1. До роботи на випробувальних машинах допускаються особи, які пройшли інструктаж з техніки безпеки.
2. Випробування мають проводитися на справному устаткуванні.

Студент має вміти:

1. Зробити продуманий вибір машин чи скомпонувати відповідне навантаження досліджуваного стенда.
2. Організувати реєстрацію показів приладів (машинний запис, осцилографування, фотографування, ведення журналу запису показів тощо).
3. Вжити заходів, які унеможливають помилки у показах приладів, неточності встановлення зразків, приладів тощо.

Після закінчення робіт необхідно:

1. Відімкнути випробувальні машини й прилади від мережі електричного струму з дозволу викладача.
2. Упорядкувати робочі місця, розмістити обладнання так, як воно було розташоване до початку роботи.

Після цього студенти складають **звіт про виконану роботу у**, до якого входять:

- титульна сторінка, на якій вказують номер лабораторної роботи, назву дисципліни, прізвище та ініціали студента, варіант завдання, факультет і групу, прізвище, ім'я та по батькові;
- назва і мета роботи;
- ескіз установки;
- таблиця показів приладів;
- теоретичне обчислення вказаних величин, відносно похибки проведення дослідження;
- висновки.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ТЕОРЕТИЧНОЇ
МЕХАНІКИ ТА ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ

ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ

робочий зошит з дисципліни
«МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ ТА КОНСТРУКЦІЙ»

Виконав: ст. гр. _____

Перевірив: доцент кафедри ОМТМІГ

Тетяна АРХІПОВА

ВІННИЦЯ – 2024

ТЕМА: Визначення прогину балки при косому згині

МЕТА РОБОТИ: теоретично й експериментально визначити значення повного прогину балки при косому згині.

ОБЛАДНАННЯ: установка для визначення повних прогинів балки.

Загальний вигляд установки для визначення повних прогинів балки і їх напрямків при косому згині показано на рис. 1.1.

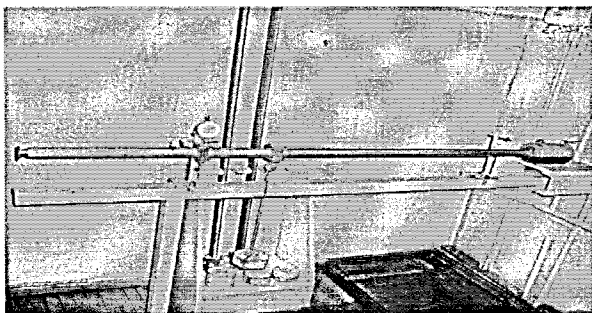
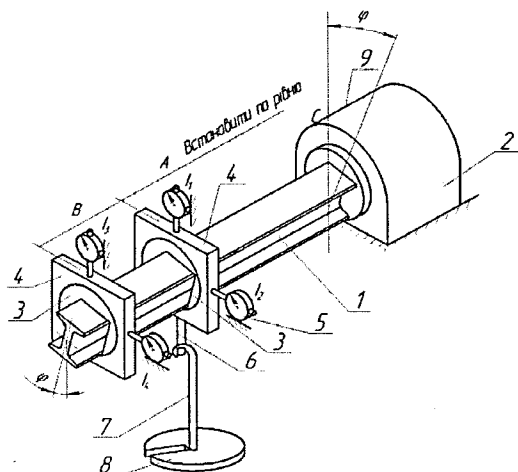


Рисунок 1.1 – Установка для визначення повних прогинів балки



Випробовується балка 1 (рис. 1.2) складного перерізу, яка одним кінцем затиснена в опорі 2 гвинтом 9. По довжині балки в довільному перерізі може бути прикладена зосереджена сила P під будь-яким кутом φ до однієї з головних осей інерції перерізу. Різні положення навантаження по довжині балки досягається за допомогою навантажувального пристрою.

Рисунок 1.2 – Схема установки для визначення повних прогинів балки

Навантажувальний пристрій складається з кільця 3, що ковзає вздовж балки 1 і фіксується гвинтом 5, поворотного квадрата 4, до взаємно перпендикулярних граней якого підводяться рухомі ніжі індикаторів годинникового типу, гака 6, підвісу 7 і гирь 8 (рис. 1.3).

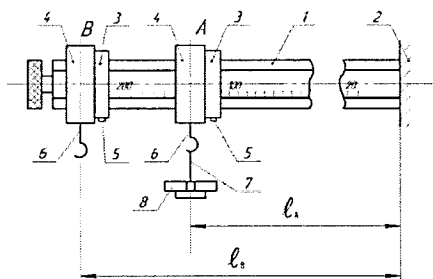


Рисунок 1.3 – Схема установки для визначення повних прогинів балки

Опора 1 (рис. 1.4) має на торці кутову шкалу з ціною поділки 15° . Конструкція опори дозволяє повертати балку 4 відносно вертикальної осі Y і фіксувати її положення за допомогою гвинта 2 під різними кутами φ відносно головних осей інерції перерізу балки Z та Y . Мітка 3 має перебувати навпроти відповідної поділки на шкалі.

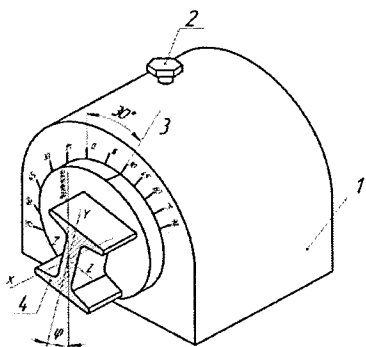


Рисунок 1.4 – Схема кріплення балки

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ



Косим називається такий **вид згину**, при якому площина дії згинального моменту не проходить через жодну з головних осей поперечного перерізу стержня. У цьому випадку завдання з визначення прогинів базується на **принципі незалежності дії сил** і зводиться до визначення прогинів при плоскому згині у двох головних площинах балки з подальшим їх складанням як векторних величин.



Для цього зовнішнє навантаження розкладають на складові частини у двох головних площинах балки і, використовуючи будь-який з відомих методів обчислення прогинів (*метод початкових параметрів* або *метод Мора*), визначають прогини певного перерізу балки в кожній площині.

Досліджувана балка двотаврового перерізу для спрощення показана на рис. 1.5 як балка прямокутного перерізу з розмірами $b = 20 \text{ мм}$ та $h = 30 \text{ мм}$, які відповідають габаритним розмірам двотавра.

Значення повного прогину при косому згині f_T (рис. 1.6) можна визначити теоретично:

$$f_{\rightarrow} = f_T \cdot \sin(\beta - \varphi); \quad (1.3)$$

$$f_{\uparrow} = f_T \cdot \cos(\beta - \varphi). \quad (1.4)$$

Положення нейтральної лінії може бути визначене за формулою

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_z}{J_y} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (1.5)$$

де α – кут між нейтральною лінією і напрямком головної осі Z .

Порівнюючи формули (1.2) і (1.5) відносно геометричного місцезнаходження кутів, запишемо:

$$\operatorname{tga} = -\operatorname{tg}\beta.$$

Отже, нейтральна лінія перпендикулярна до лінії повного прогину f_T .

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Виберіть в табл. 1.1 (відповідно до номера варіанта) свої вихідні дані.

Таблиця 1.1

Номер варіанта	$P,$ H	$\ell_A,$ $см$	$\ell_B,$ $см$	$\varphi,$ $град.$
1	20	60	90	30
2	30	65	100	30
3	20	70	110	45
4	30	75	120	45
5	20	80	100	60
6	30	85	110	60
7	20	70	120	30
8	30	75	130	30

2. Установіть балку з заданим поперечним перерізом (рис. 1.8) в опори так, щоб головна вісь Y балки була нахилена до вертикалі під кутом φ . Мітка 3 має перебувати навпроти відповідної поділки на шкалі опори (див. рис. 1.4).

Експеримент

3. Установіть навантажувальні пристрої в перерізах A і B на відповідних відстанях ℓ_A і ℓ_B .

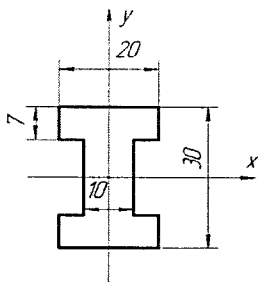


Рисунок 1.8 – Поперечний переріз двогаврової балки

4. Закріпіть квадрат 4 на кільці 3 так, щоб його верхня грань була строго горизонтальною.

5. Закріпіть у центрі вертикальної й горизонтальної граней квадрата 4 стрілочні індикатори I_1 та I_2 у перерізі A та I_3 та I_4 у перерізі B (див. рис. 1.2) для вимірювання переміщень у горизонтальному (f_{\leftrightarrow}^A і f_{\leftrightarrow}^B) і вертикальному (f_{\updownarrow}^A і f_{\updownarrow}^B) напрямках.

6. Установіть стрілки всіх індикаторів на нуль.

7. Завантажте без поштовхів підвіску навантажувального пристрою в перерізі A

гірями на задану величину P .

8. Занесіть покази індикаторів I_1, I_2, I_3 і I_4 ($u_1; u_2; u_3; u_4$) у табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Номер варіанта	Покази індикаторів, <i>Мм</i>								$J_z,$ <i>см⁴</i>	$J_y,$ <i>см⁴</i>	Переміщення, <i>мм</i>			
	u_1	u'_1	u_2	u'_2	u_3	u'_3	u_4	u'_4			f_E^A	f_T^A	f_E^B	f_T^B

9. Зніміть навантаження і повторно завантажте без поштовхів підвіску навантажувального пристрою в перерізі A гірями на задану величину P .

10. Занесіть покази індикаторів I_1, I_2, I_3 і I_4 ($u'_1; u'_2; u'_3; u'_4$) у табл. 1.2.

Опрацювання результатів експерименту

11. Обчисліть і занесіть в табл. 1.2 значення моментів інерції перерізів J_z і J_y (обчислені дані переведіть в M^4):

$$J_z = \frac{20 \cdot 30^3}{12} - 2 \cdot \frac{5 \cdot 16^3}{12} = \underline{\hspace{10cm}} M^4;$$

$$J_y = \frac{16 \cdot 10^3}{12} + 2 \cdot \frac{7 \cdot 20^3}{12} = \underline{\hspace{10cm}} M^4.$$

12. Обчисліть переміщення у вертикальному і горизонтальному напрямках:

$$f_{\uparrow}^A = \frac{u_1 + u_1'}{2} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_{\uparrow}^B = \frac{u_3 + u_3'}{2} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_{\leftrightarrow}^A = \frac{u_2 + u_2'}{2} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_{\leftrightarrow}^B = \frac{u_4 + u_4'}{2} = \underline{\hspace{4cm}}.$$

13. Обчисліть і занесіть в табл. 1.2 експериментальні значення повних переміщень перерізів **A** і **B** за співвідношеннями:

$$f_E^A = \sqrt{(f_{\leftrightarrow}^A)^2 + (f_{\uparrow}^A)^2} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_E^B = \sqrt{(f_{\leftrightarrow}^B)^2 + (f_{\uparrow}^B)^2} = \underline{\hspace{4cm}}.$$

14. Обчисліть теоретичні значення переміщень перерізів **A** і **B** у напрямку осі $Z(f_z^A$ і $f_z^B)$ та у напрямку осі $Y(f_y^A$ і $f_y^B)$ [1]:

$$f_z^A = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_z^B = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_y^A = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$f_y^B = \underline{\hspace{4cm}}.$$

15. Визначіть відносну похибку теоретичних обрахунків:

$$\Delta_A = \frac{|f_T^A - f_E^A|}{f_T^A} \cdot 100\% = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$\Delta_B = \frac{|f_T^B - f_E^B|}{f_T^B} \cdot 100\% = \underline{\hspace{4cm}}.$$

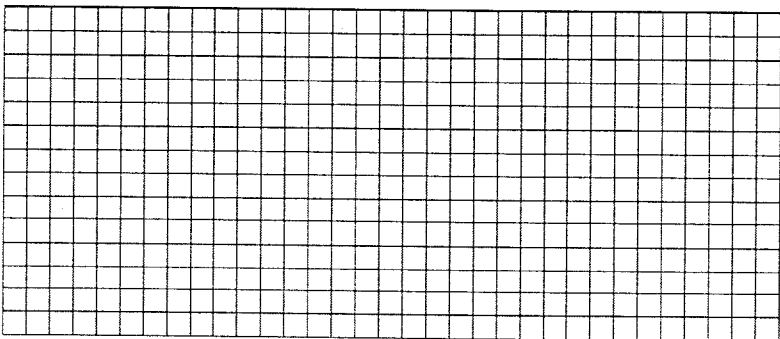
Аналіз експерименту та його результатів

Зробіть висновки за результатами роботи. Проаналізуйте експеримент та його результати.

Сформулюйте висновок про справедливість *теорема про незалежність дії сил* для теоретичного значення деформації балки при косому згині. У чому причини похибки експерименту?

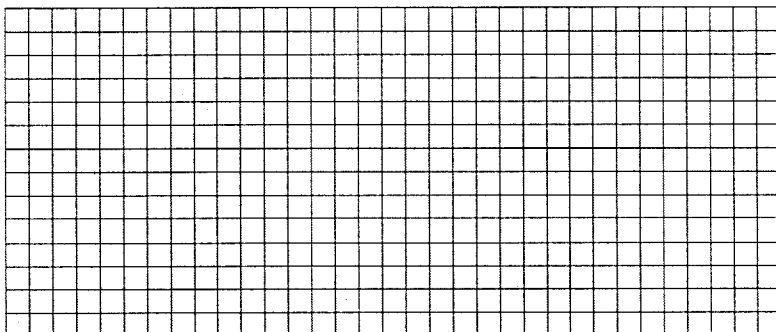
* Завдання «з зірочкою»

Визначити прогин посередині двоопорної шарнірної балки сталого перерізу ($E \cdot J_z = \text{const}$) довжиною l під дією рівномірно розподіленого навантаження інтенсивністю q .



Творче завдання

Зобразити схему деформації перерізу балки при косому згині за умови повороту двотавра на 90° відносно заданого на рис. 1.7.



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ТЕМА: Експериментальна перевірка теорем про взаємність робіт і переміщень

МЕТА РОБОТИ: перевірити дослідним шляхом теореми про взаємність робіт і переміщень.

ОБЛАДНАННЯ: лабораторна установка.

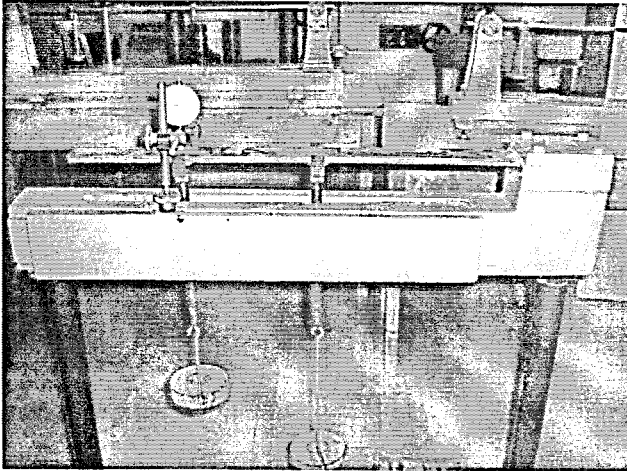



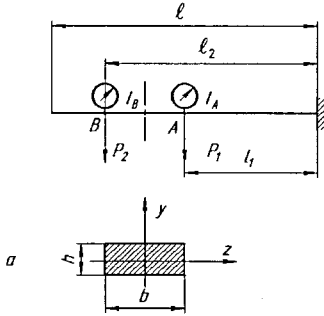
Рисунок 2.1 – Лабораторна установка

Роботу виконують на установці, загальний вигляд якої показано на рис. 2.1. Схема установки зображена на рис. 2.2. Установка складається з консольної балки довжиною ℓ , затисненої з одного боку, двох індикаторів годинникового типу I_A та I_B , які встановлюють у точках A і B для вимірювання переміщень балки у вертикальному напрямку, і двох підвісів з набором вантажів. Навантаження балки виконується зосередженими силами P_1 і P_2 , що їх прикладають на відстані ℓ_1 і ℓ_2 від затиснення. Балка має прямокутний поперечний переріз із розмірами сторін $b = 50$ мм, $h = 9$ мм, матеріал балки – сталь Ст3пс [2].

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

 **Теорема про взаємність робіт** безпосередньо впливає з **принципу незалежності і дії сил** і застосовується до всіх пружних систем, для яких дійсний цей принцип.

Розглянемо консольну балку, схема якої зображена на рис. 2.2, а, до якої прикладена сила P_1 у точці A і сила P_2 у точці B . Визначимо роботу, яку виконують сили P_1 і P_2 при прямому й зворотному порядку прикладання.



Прикладемо спочатку в точці A силу P_1 (рис. 2.2, б). Ця сила виконає роботу $P_1\delta_{A_1}$, де δ_{A_1} – переміщення точки A у напрямку сили P_1 , викликане силою P_1 .

У точці B прикладаємо силу P_2 . Ця сила зробить роботу, що буде мати аналогічний вираз $P_2\delta_{B_2}$. Одночасно з P_2 виконає роботу й сила P_1 , оскільки при прикладанні сили P_2 відбудеться й переміщення точки A .

Робота сили P_1 буде $P_1\delta_{A_2}$, де δ_{A_2} – переміщення точки A у напрямку сили P_1 під дією сили P_2 , що прикладена в точці B .

У підсумку одержимо суму робіт при прямому порядку прикладання сил:

$$P_1\delta_{A_1} + P_2\delta_{B_2} + P_1\delta_{A_2}. \quad (2.1)$$

Тепер спочатку прикладемо силу P_2 (рис. 2.2, в), а потім P_1 . Міркуючи аналогічно, визначаємо:

$$P_2\delta_{B_2} + P_1\delta_{A_1} + P_2\delta_{B_1}. \quad (2.2)$$

Прирівнюючи (2.1) і (2.2), визначаємо:

$$P_1\delta_{A_2} = P_2\delta_{B_1}.$$

Рисунок 2.2 – Схеми навантаження консоль балки

Отриманий результат можна сформулювати так: *робота першої сили на переміщення точки її прикладання під дією другої сили дорівнює роботі другої сили на переміщення точки її прикладання під дією першої сили.*

У цьому полягає *теорема взаємності робіт* (теорема Бетті).

Якщо $P_1 = P_2 = P_0$, то $\delta_{A_2} = \delta_{B_1}$. В цьому випадку *теорему взаємності робіт* трактують як *теорему взаємності переміщень*.

Теорема Максвелла: *переміщення точки A під дією сили, прикладеної в точці B , дорівнює переміщенню точки B під дією тієї ж сили, але прикладеної в точці A .*

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Виберіть в табл. 2.1 (відповідно до номера варіанта) свої вихідні дані.

Таблиця 2.1

Номер варіанта	l_1 , см	l_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н	P_0 , Н
1	30	40	40	20	10
2	40	50	30	20	10
3	30	60	40	10	20
4	40	55	30	10	20
5	30	50	40	15	30
6	40	60	30	15	30
7	25	40	40	10	15
8	25	50	30	20	15

2. Установіть індикатори I_A та I_B на нуль.

Експеримент

3. Виконайте прямий порядок прикладення сил P_1 і P_2 (див. рис. 2.2, б), визначить за індикатором I_A переміщення δ_{A_2} .
4. Виконайте обернений порядок прикладення сил P_1 і P_2 (див. рис. 2.2, в), визначить за індикатором I_B переміщення δ_{B_1} .
5. Дані свого варіанта та результати вимірювань запишіть у таблицю 2.2.

Таблиця 2.2

Номер варіанта	l_1 , см	l_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н	P_0 , Н	δ_{A_2} , м	δ_{B_1} , м

6. Зніміть навантаження P_1 і P_2 , установіть індикатори I_A та I_B на нуль.
7. Навантажте балку силою P_0 в точці A і зніміть покази індикатора I_B переміщення балки δ_{B_1} у перерізі B .
8. Навантажте балку тією ж силою P_0 у точці B і зніміть покази індикатора I_A переміщення балки δ_{A_2} у точці A .

Опрацювання результатів експерименту

9. Обчисліть роботу A

$$A' = P_1 \cdot \delta_{A_2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

10. Обчисліть роботу A''

$$A'' = P_1 \cdot \delta_{A_2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

11. Порівняйте A' і A'' . Обчисліть відносну похибку:

$$\Delta_A = \frac{|A' - A''|}{A_{\text{ср}}} \cdot 100\% = \underline{\hspace{10cm}}$$

де $A_{\text{ср}} = \frac{A' + A''}{2} = \underline{\hspace{10cm}}$

12. Порівняйте результати δ_{B_1} і δ_{A_2} . Обчисліть похибку:

$$\Delta_\delta = \frac{|\delta_{B_1} - \delta_{A_2}|}{\delta_{\text{ср}}} \cdot 100\% = \underline{\hspace{10cm}};$$

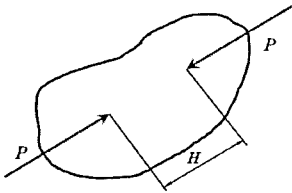
де $\delta_{\text{ср}} = \frac{\delta_{B_1} + \delta_{A_2}}{2} = \underline{\hspace{10cm}}$

Аналіз експерименту та його результатів

1. Проаналізуйте експеримент та його результати. Сформулюйте висновок про справедливість **теорема про взаємність в роботі**, у якому: порівняйте A' і A'' ; вкажіть причини похибки експерименту.

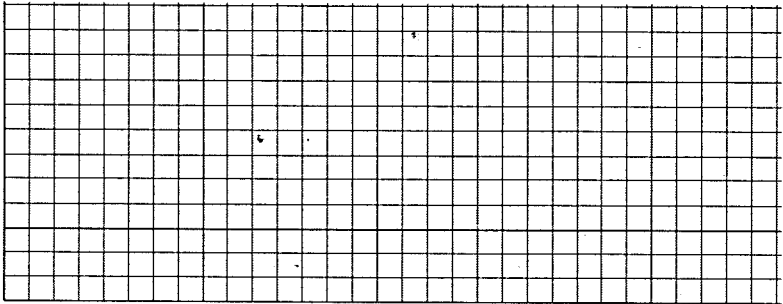
2. Порівняйте δ_{B_1} і δ_{A_2} та зробіть висновок про справедливість **теорема про взаємність в переміщенях**. Також вкажіть причини похибки експерименту.

***Завдання «з зірочкою»**



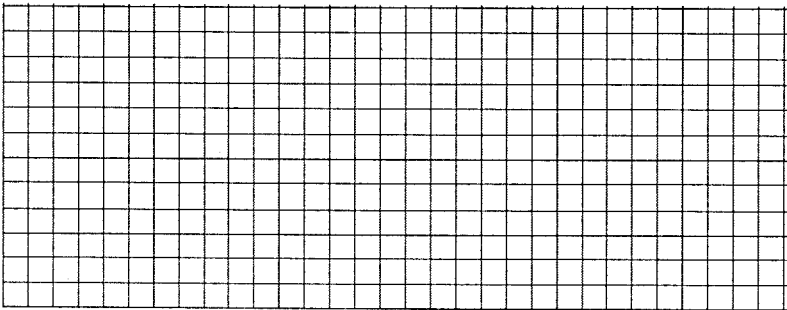
Визначити зміну об'єму пружного тіла довільної форми, яке навантажено двома рівними протилежно спрямованими силами P . Відстань між точками прикладання сили дорівнює H . Пружні константи матеріалу вважати відомими.

Рисунок 2.3 – Схема прикладання навантаження до пружного тіла



Творче завдання

Запропонуйте найпростіші приклади визначення переміщень за допомогою теореми Кастіліано: *Частинна похідна від потенціальної енергії системи за силою дорівнює переміщенню точки прикладання сили в напрямку дії цієї сили.*



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

ТЕМА: Визначення переміщення перерізу рами

МЕТА РОБОТИ: теоретично й експериментально визначити величину переміщення перерізу рами.

ОБЛАДНАННЯ: установка СМ-34.

Для проведення лабораторного дослідження з визначення величини прогинів перерізу рами використовуємо установку СМ-34, показаною на рис. 3.1. Схема цієї установки подана на рис. 3.2.

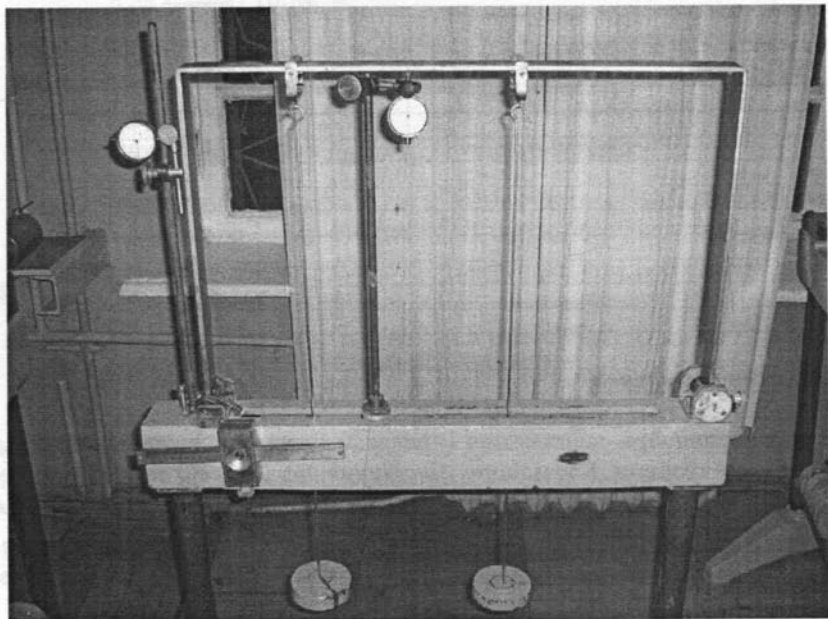


Рисунок 3.1 – Загальний вигляд установки СМ-34 для визначення величини прогинів перерізу рами

Установка складається зі сталеві рами *1* прямокутного поперечного перерізу, яка встановлена на двох шарнірних опорах *2* і *3*. Опора *3* – нерухома, опора *2* – шарнірно-рухома. Навантаження здійснюється за допомогою гирьових підвісів P_1 і P_2 , які можуть переміщуватися вздовж ригеля рами. Вимірювання вертикального переміщення здійснюється індикатором годинникового типу *4*. Вимірювання горизонтального переміщення здійснюється індикатором годинникового типу *5*.

де $E \cdot J$ – жорсткість поперечного перерізу рами;
 ds – довжина довільного елемента рами.

◆ А. К. Верещагін [3] запропонував графоаналітичний спосіб визначення інтеграла Мора, який має назву «*спосіб Верещагіна*».

💡 Згідно з цим способом, *інт еграл Мора дорівнює добуток ку площі епюри від зовнішнього навантаження на ординат у прямолінійної епюри від одиничного навантаження, розміщену під центром ваги епюри заданого зовнішнього навантаження* (див. рис. 3.3).

! Переміщення за способом Верещагіна визначається послідовно на ділянках за формулою:

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i \eta_i}{E \cdot J}$$

де ω_i – площа першої епюри i -ої ділянки;

η_i – ордината другої епюри i -ої ділянки під центром ваги відповідної площі;

n – кількість ділянок епюри.

💡 За способом Верещагіна можна *множити площу будь-якої з них на ординат у іншій під центром ваги першої*. Якщо епюри на ділянці від зовнішнього навантаження й одиничної сили протилежні за знаком, то їхній добуток має знак «мінус».

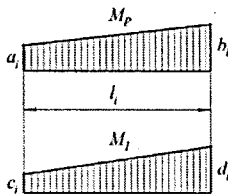


Рисунок 3.4 – Епюри від зовнішнього навантаження й одиничної сили

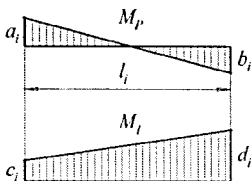
! Обчислення інтеграла Мора істотно спрощується, якщо епюри від зовнішнього навантаження й одиничної сили прямолінійні, тобто мають вигляд трапеції (рис. 3.4). У такому разі, відповідно до способу Верещагіна – Даркова:

$$f = \frac{1}{E \cdot J} \sum_{i=1}^n \frac{\ell_i}{6} (2a_i c_i + 2b_i d_i + a_i d_i + b_i c_i),$$

де a_i, b_i, c_i та d_i – значення моментів з країв

ділянок епюри.

Якщо одна з епюр має вигляд «перекрученої» трапеції (рис. 3.5), попередня формула матиме вигляд:



$$f = \frac{1}{E \cdot J} \sum_{i=1}^n \frac{\ell_i}{6} (2a_i c_i - 2b_i d_i + a_i d_i - b_i c_i).$$

Рисунок 3.5 – Епюри від зовнішнього навантаження й одиничної сили

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Виберіть з табл. 3.1 (відповідно до номера варіанта) свої вихідні дані.

Таблиця 3.1

Номер варіанта	l_1 , см	l_2 , см	a_1 , см	a_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н
1	15	25	20	10	20	20
2	20	30	10	15	15	20
3	25	35	15	20	10	15
4	30	40	15	25	20	15
5	35	45	20	10	15	10
6	40	30	25	15	10	10
7	15	40	10	20	20	20
8	20	50	15	25	15	20

2. Установіть підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 та a_2 .
3. Установіть стоек з індикатором I_1 для визначення переміщення перерізу рами в точці C на відстані l_1 .
4. Установіть стоек з індикатором I_2 для визначення переміщення перерізу рами в точці D на відстані l_2 .
5. Установіть стрілки індикаторів на нуль.

Експеримент

6. Установіть вантажі P_1 та P_2 на відповідні підвіси.
7. Занесіть покази індикаторів I_1 та I_2 (u_1 ; u_2) у табл. 3.2.
8. Зніміть навантаження і повторно встановіть вантажі P_1 та P_2 на відповідні підвіси.
9. Занесіть покази індикаторів I_1 та I_2 (u'_1 ; u'_2) у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Покази індикаторів, мм				Переміщення, мм			
I_1		I_2		f_E^C	f_E^D	f_T^C	f_T^D
u_1	u'_1	u_2	u'_2				

Опрацювання результатів експерименту

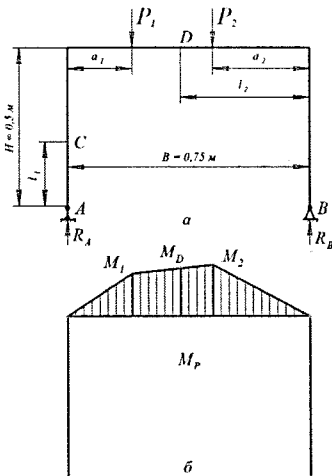


Рисунок 3.6 – Розрахункова схема (а) і епюра від зовнішнього навантаження (б)

10. Розрахункова схема стэнда з навантаженнями P_1 та P_2 наведена на рис. 3.6, а. На рис. 3.6, б показана загальна епора навантаження.

11. Обчисліть і занесіть в табл. 3.2 експериментальні значення перемішень перерізу рами в точках C і D (f_E^C та f_E^D):

$$f_E^C = \frac{u_1 + u_1'}{2} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$f_E^D = \frac{u_2 + u_2'}{2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. Обчисліть і занесіть в табл. 3.2 теоретичні значення перемішень перерізу рами в точках C і D (f_T^C і f_T^D). Для цього потрібно виконати нижченаведену послідовність розрахунків.

$$\sum M_A = 0; \quad -P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot (|B| - a_2) + R_B \cdot |B| = 0;$$

$$R_B = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot (|B| - a_2)}{|B|} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0; \quad P_1 \cdot (|B| - a_1) + P_2 \cdot a_2 - R_A \cdot |B| = 0;$$

$$R_A = \frac{P_1 \cdot (|B| - a_1) + P_2 \cdot a_2}{|B|} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Н}.$$

! Увага! Необхідно виконати перевірку правильності отриманих реакцій шляхом проєктування цих сил на вертикальну вісь OY :

$$P_1 + P_2 = R_A + R_B.$$

Визначіть моменти M_1 , M_2 та M_D :

$$M_1 = R_A \cdot a_1 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$M_2 = R_B \cdot a_2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$M_D = R_B \cdot \ell_2 - P_2 \cdot (\ell_2 - a_2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Побудуйте епюру (вантажну) M_p від дії зовнішнього навантаження (див. рис. 3.6, б).

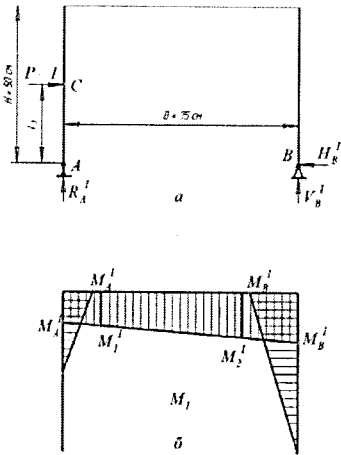


Рисунок 3.7 – Розрахункова схема (а) і епюра від дії одиничної сили, прикладеної в точці С (б)

= _____ М,

$M_2^I = H_B^I \cdot H + R_B^I \cdot a_2 =$

= _____ М,

З рівнянь статки визначить реакції опор (рис. 3.7, а) від дії одиничної сили, прикладеної в точці С.

$\sum M_A = 0; \quad -1 \cdot \ell_1 + V_B^I \cdot |B| = 0;$

$V_B^I = \frac{1 \cdot \ell_1}{|B|} =$ _____ ;

$\sum M_B = 0; \quad -1 \cdot \ell_1 + R_A^I \cdot |B| = 0;$

$R_A^I = \frac{1 \cdot \ell_1}{|B|} =$ _____ ;

$\sum X = 0; \quad 1 - H_B^I = 0; \quad H_B^I = 1.$

Визначить моменти $M_1^I, M_2^I, M_A^I, M_B^I$:

$M_1^I = 1 \cdot (H - \ell_1) + R_A^I \cdot a_1 =$

$M_A^I = 1 \cdot (H - \ell_1) =$

= _____ М,

$M_B^I = H_B^I \cdot H =$ _____ М.

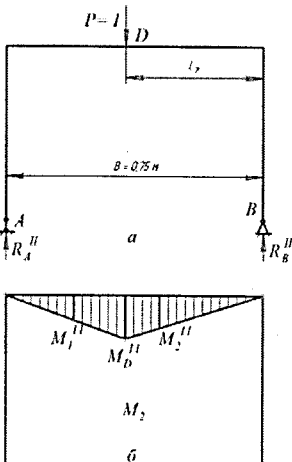


Рисунок 3.8 – (а) і епюра (б) від дії одиничної сили, прикладеної в точці D

Побудуйте епюру (одиничну) M_1 від дії одиничної сили (рис. 3.7, б), прикладеної в точці С.

З рівнянь статки визначить реакції опор (рис. 3.8, а) від дії одиничної сили, прикладеної в точці D.

$\sum M_A = 0; \quad -1 \cdot (|B| - \ell_2) + R_B^{II} \cdot |B| = 0;$

$R_B^{II} = \frac{1 \cdot (|B| - \ell_2)}{|B|} =$ _____

$\sum M_B = 0; \quad -1 \cdot \ell_2 + R_A^{II} \cdot |B| = 0;$

$$R_A^{II} = \frac{-1 \cdot \ell_2}{|B|} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Визначіть моменти M_1^{II} , M_2^{II} та M_D^{II} :

$$M_1^{II} = R_A^{II} \cdot a_1 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м;}$$

$$M_2^{II} = R_B^{II} \cdot a_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м;}$$

$$M_D^{II} = R_B^{II} \cdot \ell_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м.}$$

Побудуйте епору (одичинчу) M_2 від дії одичинчної сили (рис. 3.8, б), прикладеної в точці D .

Визначіть момент інерції для поперечного перерізу рами (див. рис. 3.2).

$$J_Z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{43 \cdot 7^3}{12} = 1229,08 \text{ мм}^4 = 1,23 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4.$$

Визначіть теоретичне значення переміщення f_T^C в точці C .

$$\begin{aligned} f_T^C &= \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (0 + 2M_1 \cdot M_1^I + M_1 \cdot M_A^I + 0) + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{|B| - a_1 - a_2}{6} \cdot (2M_1 \cdot M_1^I + 2M_2 \cdot M_2^I + M_1 \cdot M_2^I + M_2 \cdot M_1^I) + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{a_2}{6} \cdot (2M_2 \cdot M_2^I + 0 + M_2 \cdot M_B^I + 0) = \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Визначіть теоретичне значення переміщення f_T^D в точці D .

$$\begin{aligned} f_T^D &= \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (0 + 2M_1 \cdot M_1^{II} + 0 + 0) + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{|B| - a_1 - \ell_2}{6} \cdot (2M_1 \cdot M_1^{II} + 2M_D \cdot M_D^{II} + M_1 \cdot M_D^{II} + M_D \cdot M_1^{II}) + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{\ell_2 - a_2}{6} \cdot (2M_D \cdot M_D^{II} + 2M_2 \cdot M_2^{II} + M_D \cdot M_2^{II} + M_2 \cdot M_D^{II}) + \\ &+ \frac{1}{E \cdot J_Z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (2M_2 \cdot M_2^{II} + 0 + 0 + 0) = \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

13. Визначіть відносну похибку теоретичних обрахунків.

$$\Delta_C = \frac{|f_T^C - f_E^C|}{f_T^C} \cdot 100\% = \underline{\hspace{10cm}};$$

$$\Delta_D = \frac{|f_T^D - f_E^D|}{f_T^D} \cdot 100\% = \underline{\hspace{10cm}}.$$

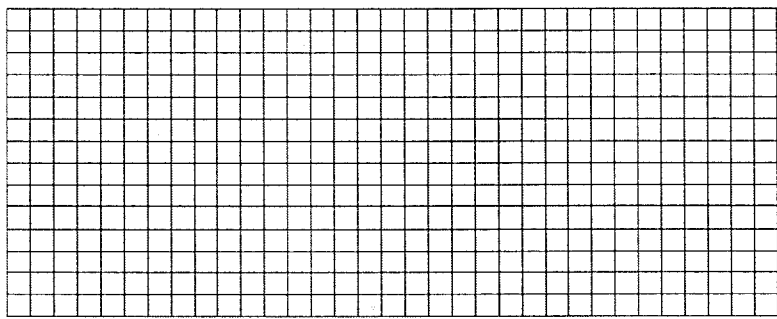
Аналіз експерименту та його результатів

Зробіть висновки за результатами експерименту. Проаналізуйте його результати.

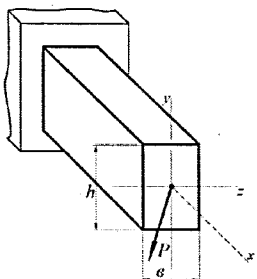
У чому причини похибки експерименту?

* Завдання «з зірочкою»

Визначити необхідну товщину сталеві штаби шириною 18 см, яка розтягується двома паралельними до її осі силами 90 кН, що прикладені посередині товщини на відстані 5 см від краю штаби; допустиме нормальне напруження для матеріалу штаби 160 МПа.



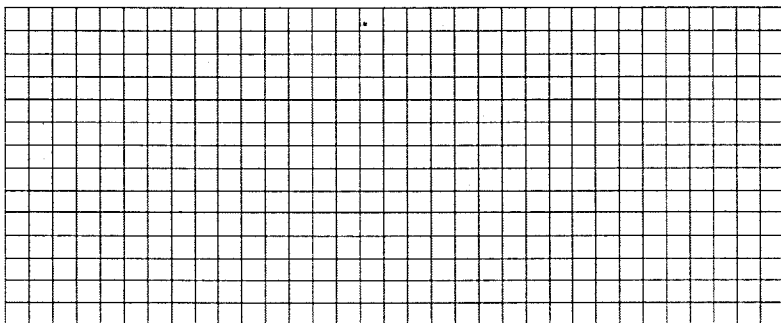
Творче завдання



Для заданої консольної балки ($E = 2 \cdot 10^{11}$ Па) прогин вільного торця в напрямі осі y складася $E \cdot I_z \cdot w = 60$ кН·м³, а в напрямі осі z дорівнює $E \cdot I_y \cdot v = 90$ кН·м³. Жорсткість поперечного перерізу заданої балки при згині дорівнює:

- відносно осі z – $30 \cdot 10^3$ кН·м²;
- відносно осі y – $10 \cdot 10^3$ кН·м².

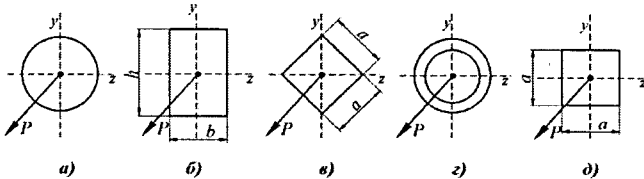
Визначіть повний прогин вільного торця балки f .



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ М1

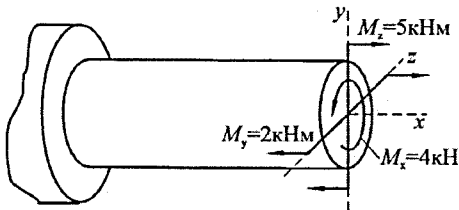
1. На рисунку зображено види вільного торця консольних балок. У якому випадку виникає косий згин?



2. При плоскому косому згині балки прогини відбуваються у площині, яка завжди:

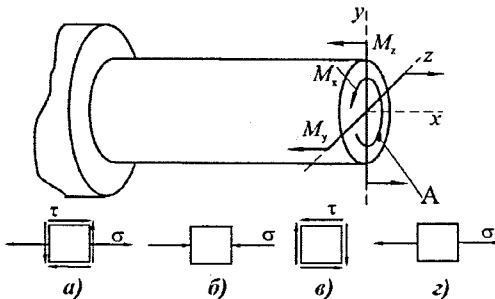
- складає $\angle 45^\circ$ із нейтральною віссю;
- перпендикулярна до нейтральної лінії;
- складає $\angle 45^\circ$ із силовою лінією;
- збігається з площиною дії сумарного згинального моменту;
- інша відповідь.

3. Чому дорівнює розрахунковий (зведений) момент за III теорією (теорія найбільших дотичних напружень) у перерізі стержня?

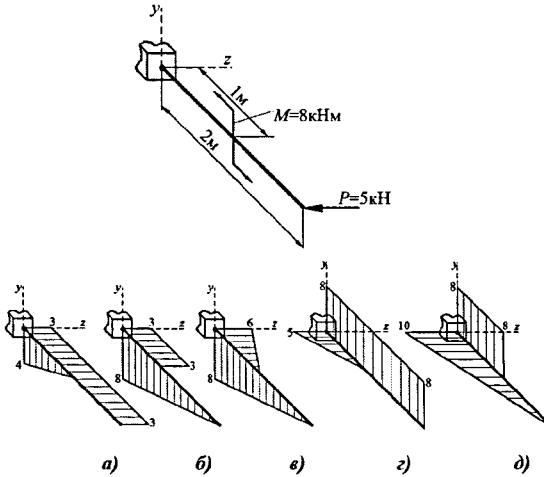


- 9 кНм;
- $\sqrt{19}$ кНм;
- $\sqrt{45}$ кНм;
- $\sqrt{29}$ кНм;
- $\sqrt{39}$ кНм.

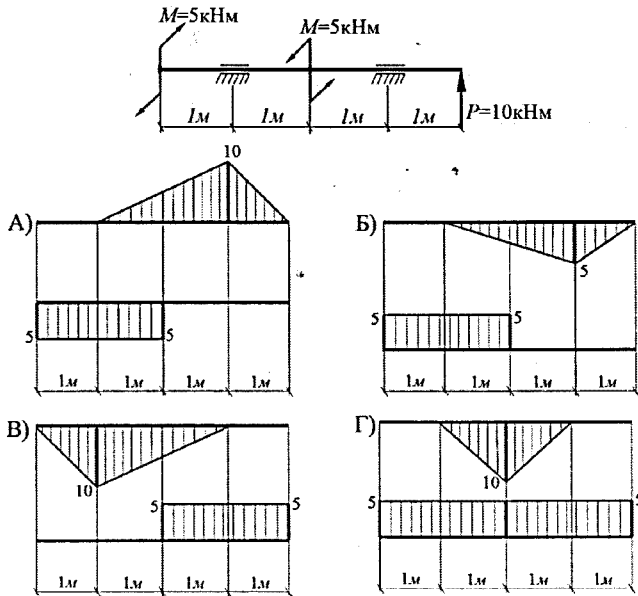
4. Якою схемою характеризується напружений стан у точці А вала?



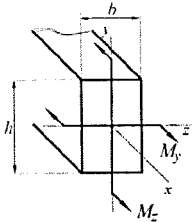
5. Який вигляд має епюра згинальних моментів M_Z та M_Y , що побудована у $\text{кН}\cdot\text{м}$, для заданої балки?



6. Оберіть варіант правильно побудованих епор згинального та крутного моментів для вала, зображеного на рисунку.

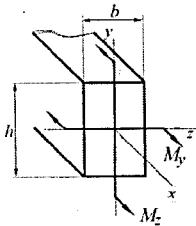


7. Чому дорівнює тангенс кута нахилу нейтральної лінії до осі z у поперечному перерізі стержня $h \times b = 0,2 \times 0,1 \text{ м}^2$, де діють згинальні моменти $M_z = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $M_y = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$?



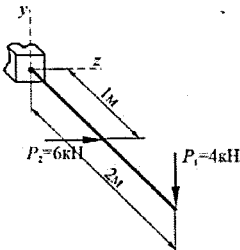
- а) $|\operatorname{tg} \beta| = 8$;
 б) $|\operatorname{tg} \beta| = 2$;
 в) $|\operatorname{tg} \beta| = 18$;
 г) $|\operatorname{tg} \beta| = 4,5$.

8. Чому дорівнює тангенс кута нахилу нейтральної лінії до осі z у поперечному перерізі стержня $h \times b = 0,2 \times 0,1 \text{ м}^2$, де діють згинальні моменти $M_z = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $M_y = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$?



- а) $|\operatorname{tg} \beta| = 8$;
 б) $|\operatorname{tg} \beta| = 2$;
 в) $|\operatorname{tg} \beta| = 18$;
 г) $|\operatorname{tg} \beta| = 4,5$.

9. Чому дорівнює сумарний згинальний момент в жорсткому закріпленні консольної балки?



- а) $M_{\text{сум}} = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$;
 б) $M_{\text{сум}} = 10 \text{ кН}\cdot\text{м}$;
 в) $M_{\text{сум}} = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}$;
 г) інша відповідь.

10. Який вигляд має аналітичний вираз τ теореми Каст іліано?

- а) $\delta_{ij} = \delta_{ji}$;
 б) $\delta_{ij} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0$;
 в) $\Delta_P = \frac{\partial U}{\partial P}$;
 г) $dU = \frac{\tau^2}{2G} dx dy dz$.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

ТЕМА: Визначення опорного моменту один раз статично невизначуваної балки

МЕТА РОБОТИ: теоретично й експериментально визначити величину опорного моменту один раз статично невизначуваної балки.

ОБЛАДНАННЯ: лабораторна установка.

Загальний вигляд установки для визначення опорного моменту один раз статично невизначуваної балки показано на рис. 4.1.

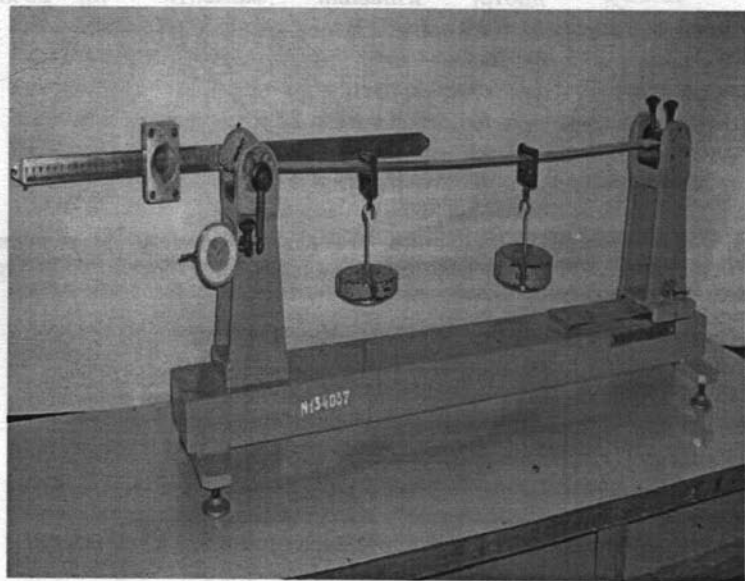


Рисунок 4.1 – Установка для визначення опорного моменту один раз статично невизначуваної балки

Схема установки (рис. 4.2) складається з таких основних частин: балки 1, основи 2, яка встановлена на чотирьох регульованих гвинтах-ніжках 3, рухомого 4 і нерухомого 5 стояків.

Балка прямокутного перерізу 3×40 мм виконана зі сталі марки Ст3пс.

Балка опирається на шарнірні опори А і В, які розміщені, відповідно, на стояках 4 і 5. На лицьовій стороні балки нанесена шкала для зручності відліку плечей навантаження.

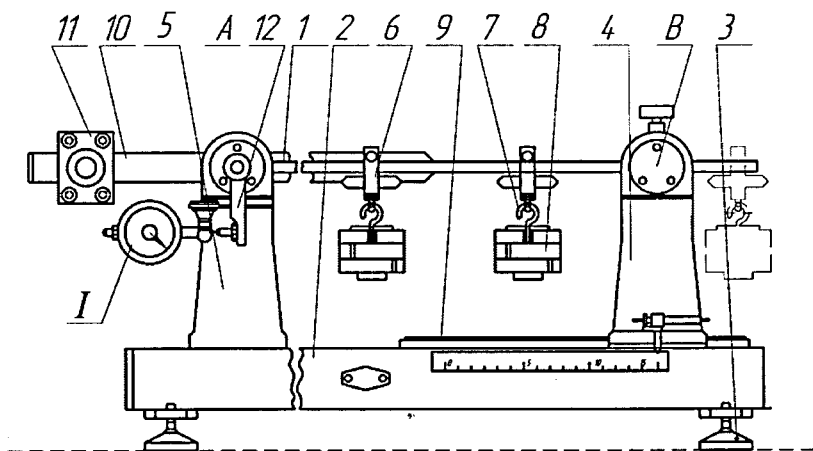


Рисунок 4.2 – Схема установки для визначення опорного моменту однієї раз статично невизначуваної балки

Навантаження зразка здійснюється за допомогою двох підвісок **6** з гирьовими підвісами **7**, на які кладуть гирі **8**. Підвіски переміщують уздовж балки вручну. При необхідності їх можна зафіксувати за допомогою гвинта в будь-якій точці прольоту балки.

Рухомий стояк **4** може переміщуватися по напрямній планці **9**, яка прикріплена до основи **2** установки. Це дозволяє змінювати довжину прогону балки в межах від **650** до **800 мм**.

Нерухомий стояк **5** кріпиться гвинтами до основи **2** і обладнаний пристроєм, який імітує жорстке затиснення балки. Цей пристрій складається з горизонтально розташованого важеля **10** з противагою **11**.

Важіль **10** з'єднаний з віссю шарнірної опори **A**. На важелі нанесена шкала. На осі шарнірної опори **A** також закріплено стержень **12** для вимірювання кута повороту перерізу балки на опорі. Стержень має п'ятку в нижній частині, у яку впирається ніжка індикатора **I**.

При навантаженні балки її переріз на опорі повертається на кут, величина якого реєструється індикатором годинникового типу. Ціна поділки шкали **0,01 мм**.

Переміщуючи противагу **11** вздовж важеля **10**, можна зрівноважити балку, тобто домогтися такого її стану, при якому кут повороту перерізу балки на опорі **A** буде дорівнювати нулю. Противага **11** має вагу **10 Н**.

Отримане таким чином жорстке затиснення опорного кінця балки характеризується опорним моментом, значення якого визначається моментом, що створюється противагою важеля щодо осі опорного перерізу балки.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розглянемо експериментальну установку, яка являє собою балку загальною довжиною $0,8\text{ м}$, лівий кінець якої жорстко затиснений, а правий опирається на шарнірно-рухомому опорі (рис. 4.3).

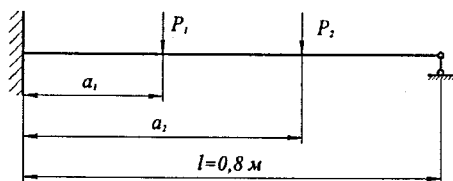


Рисунок 4.3 – Схема експериментальної установки

При дії на балку зовнішнього навантаження (вертикальні навантаження P_1 та P_2) затиснення лівого кінця дає три реакції: вертикальну R_A і горизонтальну H_A реакції та опорний момент M_A (рис. 4.4). Шарнірно-рухома опора в точці B дає одну вертикальну реакцію R_B .

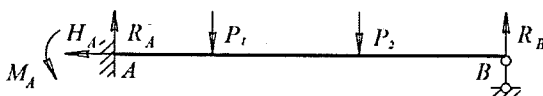



Рисунок 4.4 – Розрахункова схема балки

 Для визначення реакцій можна скласти три рівняння рівноваги для плоскої системи паралельних сил. З трьох рівнянь рівноваги визначити чотири реакції (R_A , H_A , M_A , R_B) неможливо. Отже, зображена на рис. 4.4 балка є один раз ст ат ично невизначуваною.


Розглянемо етапи розкриття статичної невизначуваності балки.

1. Визначасмо ступінь статичної невизначуваності, тобто кількість зайвих в'язей або зайвих внутрішніх зусиль.
2. Усуваємо зайві в'язі та замінюємо вихідну систему статично визначуваною, яку називають **основною сист емою**.
3. Завантажуємо **основну сист ему** вихідним навантаженням та зайвими невідомими зусиллями, що замінюють дію усунених в'язей.



Така отримана система називається **еквівалент ною сист емою**.

4. Складаємо рівняння сумісних переміщень, що підтверджують рівність нулю переміщень (лінійних та кутових) у напрямках зайвих невідомих.
5. Розв'язуємо отримані рівняння і визначасмо значення зайвих невідомих.

 Запропонована схема розрахунку має назву *методу сил*, оскільки як основні невідомі обираються зусилля зайвих в'язей.

Виберемо за *основну сист. ему* двоопорну шарнірно оперту балку для один раз статично невизначуваної експериментальної установки (див. рис. 4.4), узявши як зайве зусилля опорний момент M_A (рис. 4.5).

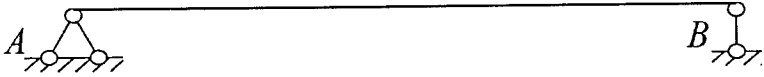


Рисунок 4.5 – Основна система

Завантажуємо *основну сист. ему* відомим навантаженням (P_1 та P_2) та невідомим зайвим моментом ($M_A = X_1$). У такий спосіб отримуємо *еквівалентну сист. ему* (рис. 4.6).

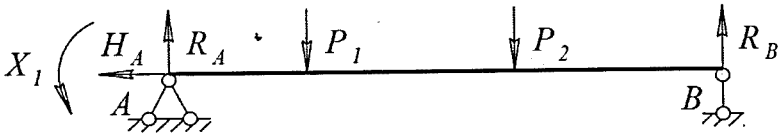


Рисунок 4.6 – Еквівалентна система

Рівняння методу сил для визначення невідомого опорного моменту X_1 має вигляд:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (4.1)$$

де δ_{11} – кутове переміщення перерізу А від моменту $\bar{X}_1 = 1$;

Δ_{1P} – кутове переміщення від заданого навантаження.

Для визначення кутових переміщень Δ_{1P} та δ_{11} будуть епюри згинальних моментів M_P від дії заданого навантаження (рис. 4.7, а) та епюру M_1 від дії одиничного моменту $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 4.7, б).

Числові значення кутових деформацій Δ_{1P} та δ_{11} можемо отримати, використовуючи спосіб Верещагіна або Верещагіна – Даркова (див. рис. 3.3–3.4).

З рівняння (4.1) отримаємо

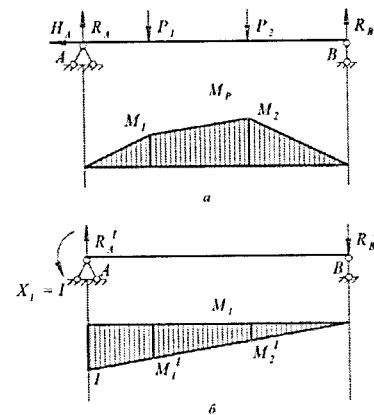


Рисунок 4.7 – Розрахункова схема і вантажна епора від зовнішнього навантаження (а); розрахункова схема і одинична епора від дії одиничного моменту (б)

значення опорного моменту X_1

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}. \quad (4.2)$$

! Правильність отриманого значення X_1 необхідно перевірити складанням рівняння суми моментів плоскої системи сил відносно довільної осі.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Виберіть в табл. 4.1 (відповідно до номера варіанта) свої вихідні дані.

Таблиця 4.1

Розрахункові параметри	Номер варіанта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
P_1, H	10	15	20	25	10	15	20	25
P_2, H	25	20	15	10	20	25	15	10
$a_1, см$	20	30	40	20	30	20	30	40
$a_2, см$	40	60	60	50	60	40	60	60

Експеримент

2. Установіть згідно з варіантом підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 і a_2 (див. рис. 4.1).
3. Змістіть противагу II до шарніра A і встановіть стрілку індикатора I на нуль.
4. Навантажте балку відповідно до зазначеного варіанта.
5. Змістіть противагу відносно осі опори A вліво на відстань c (рис. 4.8), за якої стрілка індикатора I повернеться у вихідне положення, тобто на нуль. За потреби на противагу можна покласти гиру вагою $5...10 H$.

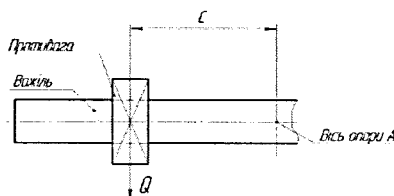


Рисунок 4.8 – Схема визначення опорного моменту

Опрацювання результатів експерименту

6. Визначіть експериментальне значення опорного моменту M_E , що перешкоджає повороту перерізу балки на опорі A :

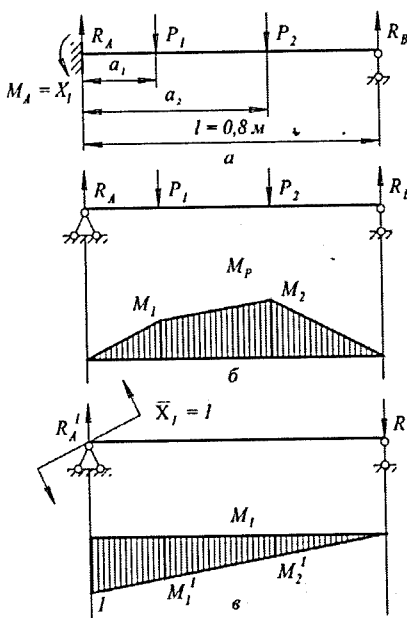
$$M_E = Q \cdot c = \underline{\hspace{5cm}}$$

де Q – вага протизваги ($Q = 10 \dots 20 \text{ Н}$);

c – відстань від вісі опори A до протизваги Q .

7. Обчисліть теоретичне значення опорного моменту M_T . Для цього виконайте нижче вказані обрахунки.

Із рівнянь статички визначіть реакції опор від дії зовнішнього навантаження (рис. 4.9, б):



$$\sum M_A = 0;$$

$$-P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot a_2 + R_B \cdot \ell = 0;$$

$$R_B = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot a_2}{\ell} =$$

$$= \underline{\hspace{5cm}} \text{ Н.}$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-R_A \cdot \ell + P_1 \cdot (\ell - a_1) + P_2 \cdot (\ell - a_2) = 0;$$

$$R_A = \frac{P_1 \cdot (\ell - a_1) + P_2 \cdot (\ell - a_2)}{\ell} =$$

$$= \underline{\hspace{5cm}} \text{ Н.}$$

Із рівнянь рівноваги статички визначіть реакції опор від дії одиничного моменту (рис. 4.9, в):

$$\sum M_B = 0; \quad 1 - R_A^I \cdot \ell = 0;$$

$$R_A^I = \frac{1}{\ell} = \underline{\hspace{5cm}} \text{ м.}$$

$$\sum M_A = 0; \quad 1 - R_B^I \cdot \ell = 0;$$

$$R_B^I = \frac{1}{\ell} = \underline{\hspace{5cm}} \text{ м.}$$

Визначіть моменти M_1 і M_2 :

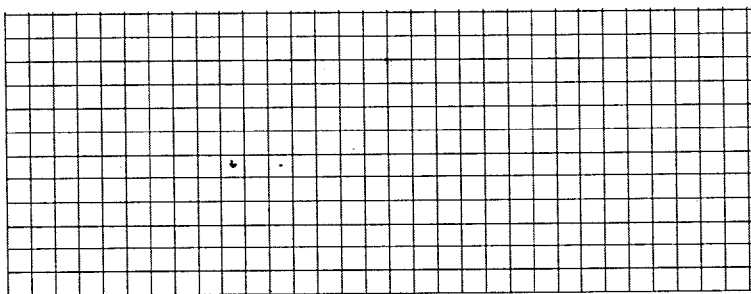
$$M_1 = R_A \cdot a_1 = \underline{\hspace{5cm}} \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = -R_B^I \cdot (\ell - a_2) = \underline{\hspace{5cm}} \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Проаналізуйте експеримент та його результати.
В чому причини похибки експерименту?

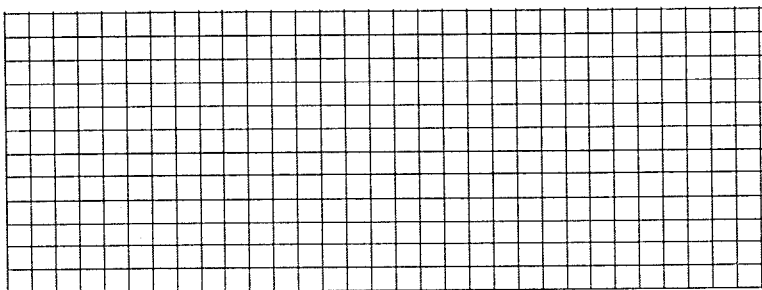
*** Завдання «з зірочкою»**

Напишіть канонічне рівняння методу сил для двічі статично невизначуваної балки.



Творче завдання

Визначіть ступінь статичної невизначуваності балки:



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

ТЕМА: Визначення опорної реакції один раз статично невизначуваної рами

МЕТА РОБОТИ: теоретично й експериментально визначити величину горизонтальної опорної реакції один раз статично невизначуваної рами.

ОБЛАДНАННЯ: лабораторна установка.

Загальна схема установки для визначення горизонтальної опорної реакції рами показано на рис. 5.1.

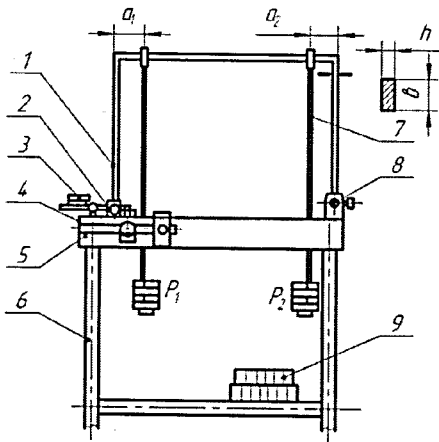


Рисунок 5.1 – Загальна схема установки для визначення горизонтальної опорної реакції рами

Він складається з осі 3, що жорстко з'єднана з вертикальним важелем 2 і горизонтальним важелем 5, по якому можна переміщувати вантаж 4 вагою $Q = 10 \text{ Н}$. На лицьовій стороні горизонтального важеля нанесена шкала.

Переріз рами прямокутний з розміром $b = 50 \text{ мм}$ і $h = 7 \text{ мм}$. Матеріал рами – сталь Ст3пс. Гирьові підвіси 7 можна переміщувати вздовж

Установка складається з досліджуваної рами 1, яка опирається на шарнірно-рухоми опору 2 і шарнірно-нерухому опору 8, стола 5 з двома колонами 6, двох гирьових підвісів 7, набору гирь 9, індикатора годинникового типу 3 і пристрою 4, за допомогою якого визначаються величини горизонтальної реакції опори 2.

Принципова схема пристрою 4 зображена на рис. 5.2.

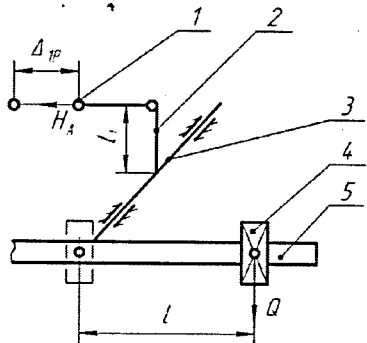


Рисунок 5.2 – Принципова схема пристрою 4 для визначення величини горизонтальної реакції опори

горизонтальної частини рами і задавати їх положення (a_1 та a_2). Вертикальний важіль 2 з'єднаний з рухомою опорою 1. Довжина вертикального важеля $\ell_1 = 60$ мм.

При навантаженні рами вантажами P_1 та P_2 рухома опора 1 (див. рис. 5.2) отримує горизонтальне переміщення Δ_{1P} . Це переміщення фіксується індикатором 3 (див. рис. 5.1). Переміщуючи вантаж 4 (див. рис. 5.2) вагою $Q = 10$ Н по горизонтальному важелю 5 вправо на відстань ℓ_1 , можна повернути опору 1 у початкове положення, що імітує шарнірно-нерухому опору. Стрілка індикатора має повернутися у вихідне положення, тобто на нуль.

У момент навантаження рами вантажами P_1 і P_2 противага має бути розташована на осі коливання проти нульового поділу шкали (див. рис. 5.2).

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розглянемо приклад один раз статично невизначуваної рами, яка опирається на шарнірно-нерухомі опори A і B (рис. 5.3). При дії на раму зовнішнього навантаження в опорі A виникає дві реакції – вертикальна R_A і

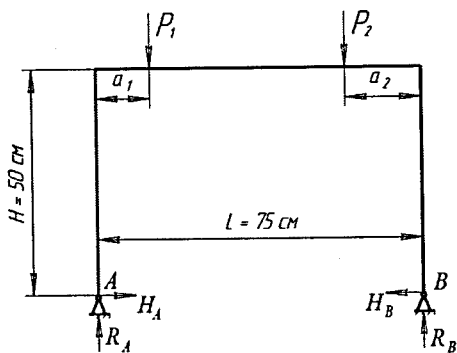


Рисунок 5.3 – Розрахункова схема

горизонтальна H_A . В опорі B також виникає дві реакції – вертикальна R_B і горизонтальна H_B . Отже, рама один раз статично невизначувана і має одне зайве зусилля.

Приймаємо зайвою горизонтальну опорну реакцію, наприклад H_A , яку потрібно визначити. При цьому, усуваючи зайву реакцію, замінюємо вихідну систему статично визначуваною –

основною системою OC (рис. 5.4, а).

Навантажимо основну систему заданим навантаженням, а замість відкинutoї опорної реакції H_A прикладемо невідому реакцію X_1 (рис. 5.4, б). Таким чином, отримемо еквівалентну систему (EC).

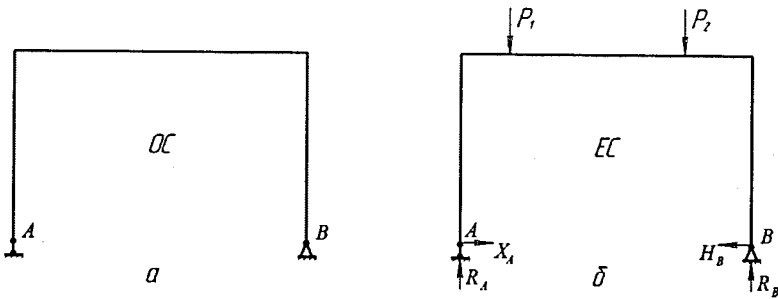


Рисунок 5.4 – Основна (а) і еквівалентна (б) системи

Повне переміщення точки A основної системи (від заданого навантаження й зайвого невідомого зусилля) у напрямі X_1 , тобто у напрямі усуненого зв'язка, має дорівнювати нулю, оскільки в точці A вихідна система не має прогину. Рівняння переміщення точки A основної системи в напрямі X_1 для один раз статично невизначуваної системи має вигляд

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (5.1)$$

де δ_{11} – лінійне переміщення в напрямі X_1 від сили $\bar{X}_1 = 1$;

Δ_{1P} – лінійне переміщення від заданого навантаження.

Звідси горизонтальна реакція

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = H_A \quad (5.2)$$

Для визначення Δ_{1P} і δ_{11} побудуємо епюри M_P (рис. 5.5) і M_1 (рис. 5.6).

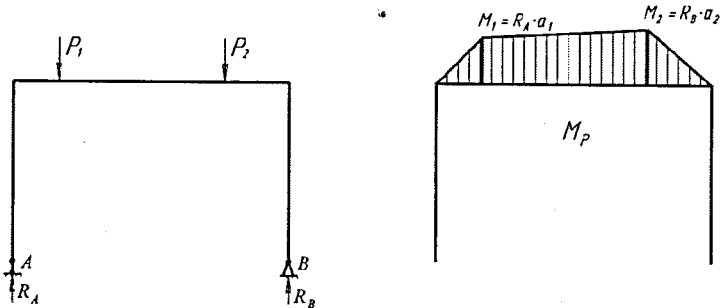


Рисунок 5.5 – Розрахункова схема й епора від зовнішнього навантаження

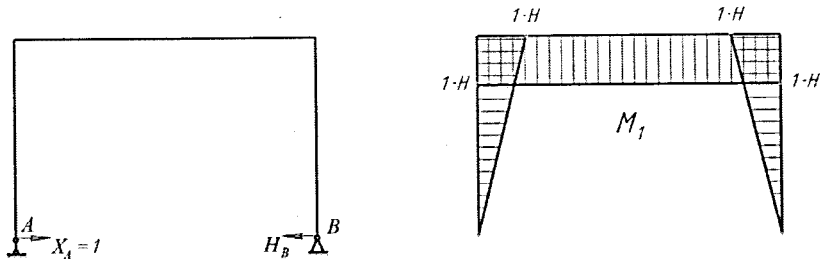


Рисунок 5.6 – Розрахункова схема й епора від дії одиничного моменту

Значення Δ_{1P} і δ_{11} визначаємо за способом Верещагіна – Даркова:

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{E \cdot J_z} \cdot \left(\frac{1}{2} M_1 a_1 H + \frac{L - a_1 - a_2}{6} \cdot (2M_1 H + 2M_2 H + M_1 H + M_2 H) + \frac{1}{2} M_2 a_2 H \right) =$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \cdot J_z} \cdot \left(\frac{1}{2} H H \frac{2}{3} H + H L H + \frac{1}{2} H H \frac{2}{3} H \right) =$$

Підставимо значення Δ_{1P} та δ_{11} в (5.2) і остаточно знайдемо значення реакції X_1 .

$$H_A^T = X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} =$$

Величину горизонтальної опорної реакції H_A з проведеного експерименту можна визначити з умови рівноваги сил відносно осі 3 пристрою (див. рис. 5.2).

$$H_A \cdot \ell_1 = Q \cdot \ell.$$

Звідки

$$H_A = \frac{\ell_1}{\ell} \cdot Q. \quad (5.3)$$

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Виберіть в табл. 5.1 (відповідно до номера варіанта) свої вихідні дані.

Таблиця 5.1

Номер варіанта	a_1 , см	a_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н
1	15	20	10	20
2	10	15	15	25
3	20	10	20	1,5
4	15	25	25	1,0
5	10	20	10	1,5
6	20	25	15	2,0
7	10	15	20	25
8	15	10	25	10

- Установіть, згідно з варіантом, гирвові підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 і a_2 .
- Установіть противагу на нульову поділку шкали горизонтального важеля і виведіть стрілку індикатора на нуль.
- Установіть задане навантаження P_1 і P_2 на гирвові підвіси.
- Зафіксуйте індикатором значення переміщення Δ_{1P} рухомої опори рами.
- Перемістіть вантаж Q вправо на відстань ℓ_1 , при якій стрілка індикатора повернеться на нуль.

Опрацювання результатів експерименту

- Визначіть експериментальне значення горизонтальної опорної реакції H_A^E за формулою (5.3):

$$H_A^E = \frac{\ell_1}{\ell} \cdot Q = \text{ * } \underline{\hspace{2cm}}$$

- Обчисліть теоретичне значення горизонтальної опорної реакції H_A^T за формулою (5.2).
- Порівняйте експериментальні й теоретичні значення горизонтальної опорної реакції. Визначіть відносну похибку проведення дослідження:

$$\Delta = \frac{|H_A^T - H_A^E|}{H_A^T} \cdot 100\% = \underline{\hspace{2cm}}$$

Аналіз експерименту та його результатів

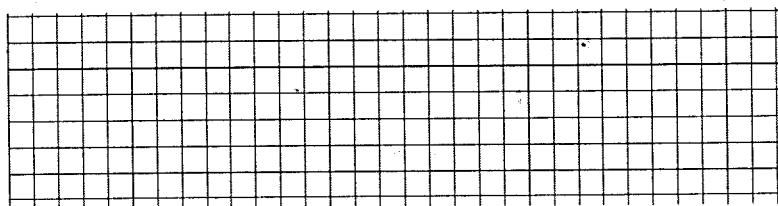
Проаналізуйте експеримент та його результати. Сформулюйте висновок, у якому порівняйте експериментальні й теоретичні значення горизонтальної опорної реакції.

В чому причини похибки експерименту?

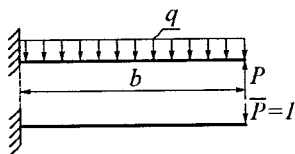
*Завдання «з зірочкою»

Потенційна енергія деформації балки сталюї жорсткості довжиною l при згинанні під дією сили P визначається формулою:
$$U = \frac{P^2 \cdot l^3}{6 \cdot E \cdot J_z}$$

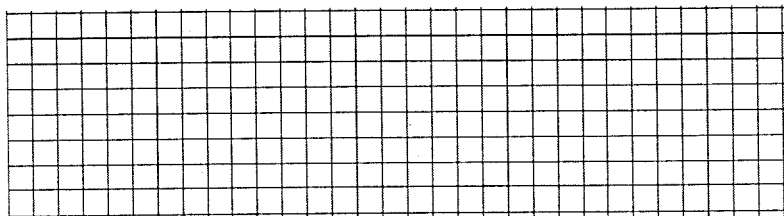
Знайдіть переміщення точки прикладання сили P .



Творче завдання



На рисунку зображено вантажний і одиничний стани балки. Впливом поперечних сил нехтуємо. Який вигляд прийме інтеграл Мора у такому випадку?



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

ТЕМА: Визначення критичної сили стиснутого стержня

МЕТА РОБОТИ: теоретично й експериментально визначити величину критичної сили стиснутого стержня.

ОБЛАДНАННЯ: експериментальна установка.

Загальний вигляд експериментальної установки показаний на рис. 6.1.

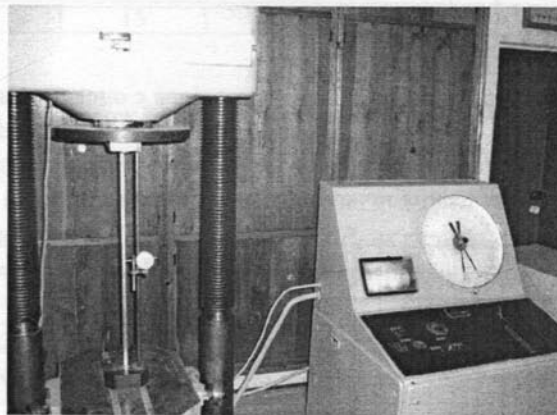
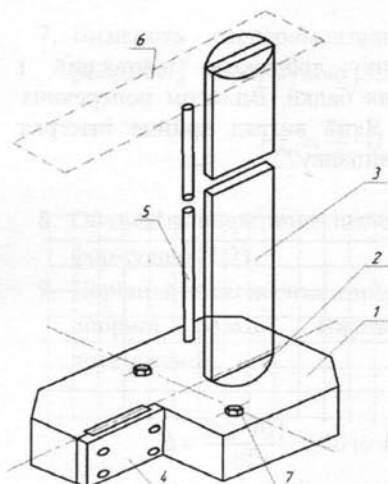


Рисунок 6.1 – Експериментальна установка



Експериментальна установка складається з корпусу 1 (рис. 6.2), який за допомогою двох гвинтів 7 кріпиться до нижньої плити преса ПМТ-125, при цьому необхідно забезпечити збіг осі досліджуваного стержня 3 й осі преса. Верхня частина стержня фіксується за допомогою матриці, прикріпленої до верхньої плити преса 6. На стояку 5 за допомогою стандартного приладу кріпиться індикатор, що дозволяє визначити прогин стержня при стиску.

Рисунок 6.2 – Схема експериментальної установки

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Для оцінювання працездатності багатьох елементів конструкцій та споруд, деталей машин буває недостатньо розрахунків на міцність і жорсткість. Важливо також, щоб ця конструкція або її частина знаходились в *стані стійкої рівноваги*. При втраті стійкості спостерігається перехід до нового стану рівноваги, який, зазвичай, супроводжується значними переміщеннями, появою залишкових деформацій, а в окремих випадках – виходом конструкції з ладу.

Під *стійкістю* розуміють властивість системи зберігати вихідний початковий стан пружної рівноваги при дії зовнішніх сил.

Оскільки темою даної роботи є «Визначення критичної сили стиснутого стержня», зупинимось на процесах, які супроводжують поздовжній стиск прямолінійного стержня.

При осьовому стиску прямолінійного стержня, довжина якого значно більша за розміри поперечного перерізу, найменша сила, за якої стержень втрачає рівновагу (згинається), називається *критичною силою* $P_{кр}$.

Процес втрати стійкості такого стержня називають *поздовжнім згином* через те, що під дією поздовжніх сил стержень значно викривиться. Поява поздовжнього згину становить небезпеку, оскільки при незначному збільшенні стискальної сили суттєво збільшуються прогини.

Якщо стискальна сила $P < P_{кр}$, то кажуть, що пружна *рівновага стійка*. А якщо $P = P_{кр}$, то *рівновага нестійка*. Одночасно з прямолінійною формою стержня стає можливою і криволінійна форма за умови незначної зміни сили.

Критичну силу $P_{кр}$ для прямолінійного стержня з шарнірним затисненням кінців (рис. 6.3) визначають за формулою Ейлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{\ell_{np}^2}, \quad (6.1)$$

де $\ell_{np} = \mu \cdot \ell$ – приведена довжина стержня;
 E – модуль пружності матеріалу стержня;
 J_{min} – мінімальний момент інерції перерізу стержня;
 μ – коефіцієнт, значення якого залежить від способу закріплення;
 ℓ – фактична довжина стержня.

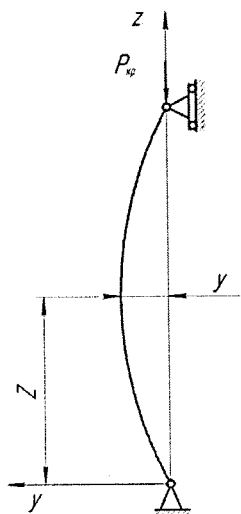


Рисунок 6.3 – Схема прямолінійного стержня з шарнірним заземленням кінців

💡 Тут ми бачимо, що критична сила залежить не тільки від розмірів l_{np} , J_{min} і матеріалу E стержня, але і від способу його закріплення.

На рис. 6.4 показано декілька способів закріплення стержня та лінія можливої його деформації. Також вказані відповідні значення коефіцієнта μ .

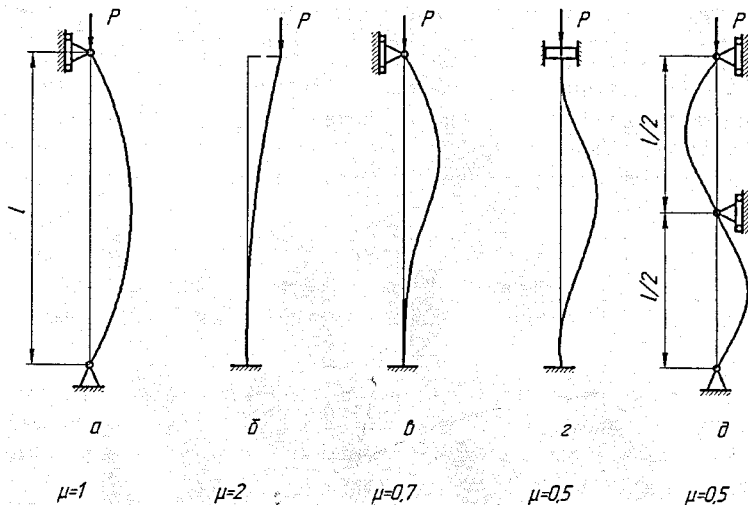


Рисунок 6.4 – Значення μ залежно від способу закріплення стержня

⚠️ Формула (6.1) застосовується, якщо *гнучкість стержня* λ не менша за її граничне значення λ_{pr} , яке залежить від механічних властивостей матеріалу.

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} \geq \lambda_{pr} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{pr}}}$$

Тут $i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$ – мінімальний радіус інерції перерізу стержня, м;

σ_{pr} – границя пропорційності матеріалу, МПа;

A – площа поперечного перерізу стержня, м².

⚠️ При гнучкості $\lambda < \lambda_{pr}$ формула (6.1) не застосовується. Такі стержні можуть втрачати стійкість за наявності пластичних деформацій або одразу руйнуватись без викривлення.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Прикріпіть корпус *1* (див. рис. 6.2) експериментальної установки за допомогою гвинтів *7* до нижньої плити преса, забезпечте збіг осі досліджуваного стержня *3* і осі преса.
2. Закріпіть індикатор (див. рис. 6.2) на стояку експериментальної установки на висоті $h \approx 0,4$ м. Ніжка індикатора має торкатися стержня.

Експеримент

3. Повільно і плавно навантажте стержень. Безперервно слідкуйте за зростанням навантаження і показниками індикатора.

! *Навант аження при різкому збільшенні прогину відповідає крит ичному значенню ст искувальної сили. При досягненні крит ичної сили навант аж ування припиняют ь.*

4. Занести результат спостереження $P_{кр}^E$ у табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Показники	Результати спостереження й розрахунку
Матеріал	Сталь Ст3пс
Модуль пружності E , МПа	$2,1 \times 10^5$
Довжина стержня l , м	0,8
Розміри поперечного перерізу стержня $a \times b$, см	5×12
Площа поперечного перерізу стержня A , см ²	
Мінімальний момент інерції перерізу стержня J_{min} см ⁴	
Радіус інерції перерізу i_{min} см	
Коефіцієнт зведення довжини μ	1
Зведена довжина стержня $l_{пр}$, см	
Гнучкість λ	
Значення критичної сили, H : - експериментальне $P_{кр}^E$ - теоретичне $P_{кр}^T$	

Опрацювання результатів експерименту

5. Занесіть значення параметрів E , ℓ , $a \times b$, μ , $P_{кр}^E$ у табл. 6.1.
6. Обчисліть значення параметрів:

$$A = a \times b = 5 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см}^2;$$

$$\ell_{np} = \mu \cdot \ell = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м};$$

$$J_{min} = (a^3 \times b) / 12 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см}^4;$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ см};$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{min}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_{кр}^T = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{\ell_{np}^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

7. Порівняйте результати дослідження. Визначіть відносну похибку:

$$\Delta = \frac{|P_{кр}^T - P_{кр}^E|}{P_{кр}^T} \cdot 100\% = \underline{\hspace{2cm}}$$

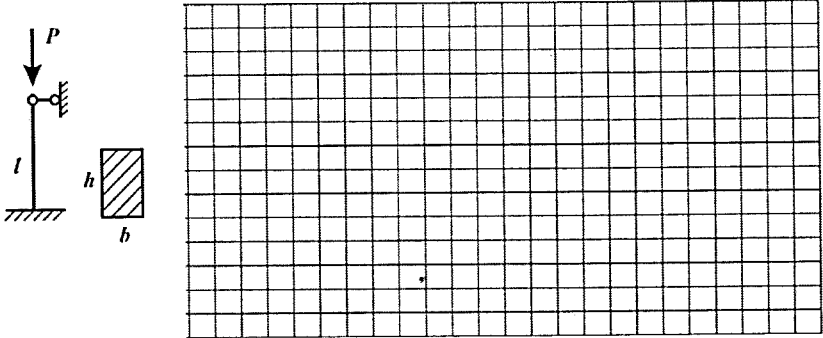
Аналіз експерименту та його результатів

Проаналізуйте експеримент та його результати. Сформулюйте висновок, у якому порівняйте результати дослідження.

У чому причини похибки експерименту?

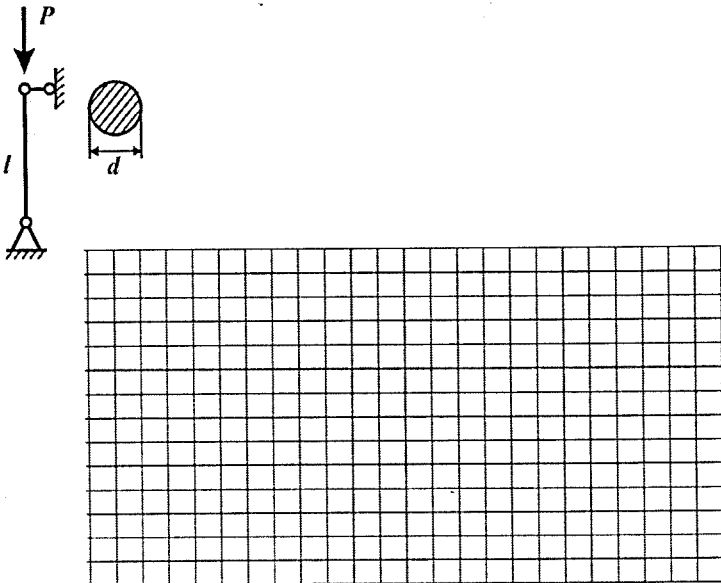
***Завдання «з зірочкою»**

Визначіть гнучкість сталевго стержня, якщо $l = 2 \text{ м}$, $b = 4 \text{ см}$,
 $h/b = 2,0$.



Творче завдання

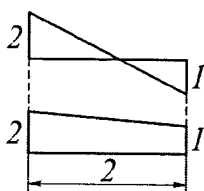
Визначіть гнучкість сталевго стержня, якщо $l = 3 \text{ м}$, $d = 3 \text{ см}$.



Дата захисту роботи, оцінка та підпис викладача

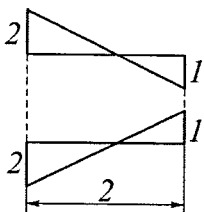
ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ М2

1. Чому дорівнює результат перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку?



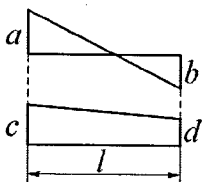
- а) 4;
б) 3;
в) 5;
г) 2.

2. Чому дорівнює результат перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку?



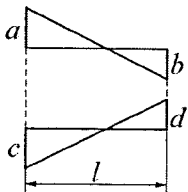
- а) 2;
б) 3;
в) -3;
г) -2.

3. Виберіть вираз результату перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку.



- а) $\frac{l}{6}(ac + 2ad - 2bc + bd)$; б) $\frac{l}{6}(2ac - bd + 2bc + ad)$;
в) $\frac{l}{6}(2ac - 2bd - bc + ad)$; г) $\frac{l}{6}(ac - bd - 2bc + 2ad)$.

4. Виберіть вираз результату перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку.



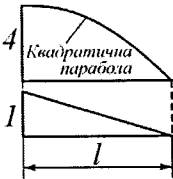
- а) $\frac{l}{6}(ac - bd + 2bc + 2ad)$; б) $\frac{l}{6}(ac + 2bd + 2bc + ad)$;
в) $\frac{l}{6}(2ac - bd + 2bc + ad)$; г) $\frac{l}{6}(-2ac - 2bd + ad + bc)$.

5. Чому дорівнює результат перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку?



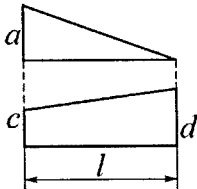
- а) 4;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 1.

6. Чому дорівнює результат перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку?



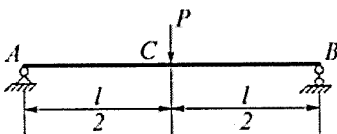
- а) $\frac{4}{3}$; б) $\frac{5}{3}$;
 в) $\frac{7}{3}$; г) $\frac{2}{3}$.

7. Виберіть вираз результату перемноження за способом Верещагіна епюр, зображених на рисунку.



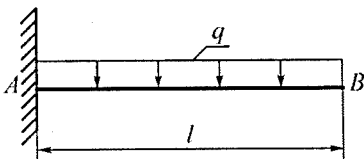
- а) $\frac{\ell}{4}(ac + 2ad)$; б) $\frac{\ell}{4}(2ac + ad)$;
 в) $\frac{\ell}{6}(2ac + ad)$; г) $\frac{\ell}{6}(ac + 2ad)$.

8. Чому дорівнює прогин посередині (переріз С) балки АВ ($E \cdot J_z = \text{const}$)?



- а) $\frac{P\ell^3}{8EJ_z}$; б) $\frac{P\ell^3}{12EJ_z}$; в) $\frac{P\ell^3}{16EJ_z}$;
 г) $\frac{P\ell^3}{18EJ_z}$; д) $\frac{P\ell^3}{48EJ_z}$.

9. Чому дорівнює прогин вільного кінця консолі АВ ($E \cdot J_z = \text{const}$)?



- а) $\frac{q\ell^4}{EJ_z}$; б) $\frac{q\ell^4}{6EJ_z}$; в) $\frac{q\ell^4}{2EJ_z}$;
 г) $\frac{q\ell^4}{10EJ_z}$; д) $\frac{q\ell^4}{8EJ_z}$.

10. Від чого залежить коефіцієнт φ зниження основного допустимого навантаження на стиск?

- a) від форми поперечного перерізу;
- б) від умов закріплення стояка;
- в) від гнучкості стержня;
- з) від величини прикладеної сили;
- д) правильної відповіді немає.

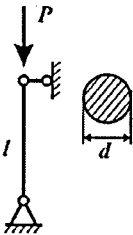
11. Що таке i_{min} ?

- a) мінімальний радіус інерції поперечного перерізу;
- б) статичний момент площі;
- в) мінімальний момент інерції;
- з) коефіцієнт поздовжньої сили;
- д) правильної відповіді немає.

12. Яка геометрична характеристика входить в формулу Ейлера?

- a) J_z ;
- б) J_{min} ;
- в) J_{max} ;
- з) A ;
- д) S_z .

13. Відомо, що для заданого сталевго стержня виконується умова $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пр}$. Знайдіть допустиме значення стискальної сили $[P]$, якщо необхідний коефіцієнт запасу стійкості $n = 2$; $l = 2$ м; $d = 3$ см; $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.



- a) 9,8 кН;
- б) 19,8 кН;
- в) 49,6 кН;
- з) інша відповідь.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке *косий згин*? Наведіть приклади косоного згину в конструкціях.
2. Як визначити нормальні напруження при косому згині?
3. Як визначити положення *нейтральної лінії* при косому згині?
4. Як взаємно розташовані у поперечному перерізі *нейтральна й силова лінії*?
5. Напишіть формулу для визначення *повного переміщення* при косому згині.
6. Побудуйте *епюри нормальних напружень* при косому згині.
7. Запишіть *умову міцності* при косому згині.
8. Наведіть алгоритм розв'язання задач для визначення переміщення *методом Мора*.
9. Напишіть *формулу Мора* для визначення переміщень.
10. Для яких задач доцільне використання *способу Верещазіна* при обчисленні інтеграла Мора?
11. Що таке *вантажний стан* при обчисленні інтеграла Мора?
12. Що таке *одиначний стан*?
13. Що таке *статично невизначувана система*?
14. Що розуміється під *зайвими в'язями*?
15. Як визначити ступінь статичної невизначуваності. *Формула Чебишова*.
16. Наведіть основні кроки для розрахунку статично невизначуваної системи.
17. Що таке *основна система*?
18. Що таке *еквівалентна система*?
19. Наведіть приклад застосування *способу Верещазіна* для визначення переміщень точок.
20. Наведіть приклад канонічного рівняння *методу сил* для один раз статично невизначуваної системи.
21. Що таке *стійкість стержневої конструкції*?
22. Наведіть приклади явища *втрати стійкості* в інженерній практиці.
23. За якою формулою визначають значення *критичної сили* в розрахунках на стійкість?
24. Що таке *гнуцкість стержня*?
25. Як визначити границю застосування формули Ейлера на діаграмі стійкості (*гіперболі Ейлера*)?
26. Як використовують *формулу Ейлера*?
27. Який *момент інерції* зазвичай використовують в формулі Ейлера?
28. Який вигляд має *формула Ф. Ясинського*?

ЛІТЕРАТУРА

1. Огородніков В. А., Грушко О. В., Архіпова Т. Ф. Механіка матеріалів і конструкцій : лабораторний практикум. Вінниця : ВНТУ, 2018. 67 с.
2. ДСТУ 2651:2005 Сталь вуглецева звичайної якості. Марки (ГОСТ 380-2005)
[http://online.budstandart.com/ua/catalog/docpage?id_doc=41616#:~:text=%D0%94%D0%A1%D0%A2%D0%A3%202651%3A2005%20%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%20%D0%B2%D1%83%D0%B3%D0%BB%D0%B5%D1%86%D0%B5%D0%B2%D0%B0,%D0%9C%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%B8%20\(%D0%93%D0%9E%D0%A1%D0%A2%20380%2D2005\)](http://online.budstandart.com/ua/catalog/docpage?id_doc=41616#:~:text=%D0%94%D0%A1%D0%A2%D0%A3%202651%3A2005%20%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BB%D1%8C%20%D0%B2%D1%83%D0%B3%D0%BB%D0%B5%D1%86%D0%B5%D0%B2%D0%B0,%D0%9C%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%B8%20(%D0%93%D0%9E%D0%A1%D0%A2%20380%2D2005))
3. Визначення переміщень в плоских рамах. Обчислення інтегралів Мора способом Верещагіна
<https://www.youtube.com/watch?v=rgALehbpc0E>
4. Опір матеріалів. Збірник тестових завдань. Том 2: Складний опір. Динаміка, міцність та стійкість пружних тіл : навчальний посібник. / А. С. Величкович та ін. Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2013. 315 с.
5. Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Е. С. Опір матеріалів : підручник ; за ред. Г. С. Писаренка. Вид. 2-ге, доп. і переробл. К. : Вища школа, 2004. 655 с.
6. Енергетичні методи опору матеріалів. Метод сил : навчально-методичний посібник / Б. М. Киркач та ін. Харків : НТУ «ХПІ», 2017. 110 с.

Навчальне видання

Архіпова Тетяна Федорівна

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ ТА КОНСТРУКЦІЙ

Лабораторний практикум

Рукопис оформлено *Т. Архіповою*

Редактор *В. Дружиніна*

Оригінал-макет виготовлено в *PBB ВНТУ*

Підписано до друку 05.02.2024 р.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,28.
Наклад 30 пр. Зам. № 2024-005.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua;
E-mail: irvc.ed.vntu@gmail.com.
Свідectво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.