

**Методичні вказівки
для підготовки до національного мультипредметного тесту
блоку математика з теми «Відсотки. Алгебраїчні вирази»
для слухачів підготовчих курсів**

Частина 2

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Методичні вказівки
для підготовки до національного мультипредметного тесту
блоку математика з теми «Відсотки. Алгебраїчні вирази»
для слухачів підготовчих курсів

Частина 2

Вінниця
ВНТУ
2025

Рекомендовано до видання Радою з якості освіти Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 8 від 20.03.2025 р.)

Рецензенти:

В. А. Петрук, доктор педагогічних наук, професор

В. М. Бурдейний, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Методичні вказівки для підготовки до національного мультипредметного тесту блоку математика з теми «Відсотки. Алгебраїчні вирази» для слухачів підготовчих курсів. Частина 2 [Електронний ресурс] / уклад. Г. Г. Кашканова. – Вінниця : ВНТУ, 2025. – (PDF, 31 с.)

В даних методичних вказівках представлений довідковий теоретичний матеріал, ілюстрований прикладами розв'язання відповідних типових завдань; практикум з розв'язування тематичних завдань; тести за розглянутими темами та контрольні тести подано згідно з програмою підготовки до національного мультипредметного тесту блоку математика з теми «Відсотки. Алгебраїчні вирази» та вимог щодо написання сертифікаційної роботи.

Методичні вказівки розроблені для слухачів підготовчих курсів.

ЗМІСТ

1. ВІСОТКИ.....	4
1.1. Основні поняття	4
1.2. Типи задач на відсотки.....	4
1.3. Практикум з розв’язування завдань на відсотки	7
1.4. Контрольний тест.....	10
2. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ	13
2.1. Цілі вирази	13
2.2. Одночлени	13
2.3. Многочлени, дії над ними	14
2.4. Схема Горнера ділення многочленів	15
2.5. Теорема Безу.....	16
2.6. Розклад квадратного тричлена на лінійні множники.....	16
2.7. Формули скороченого множення.....	16
2.8. Зразки розв’язання тематичних завдань.....	17
2.9. Практикум з розв’язування тематичних завдань.....	19
2.10. Контрольний тест.....	22
ЛІТЕРАТУРА	26
ДОДАТОК А. Демонстраційний варіант НМТ блоку математика 2024 року.....	27

1. ВІСОТКИ

1.1. Основні поняття

Відсотком (процентом) називають соту частину числа a , тобто $1\% = \frac{1}{100}a = 0,01 \cdot a$. Саме число a становить 100%, тоді 50% числа a

дорівнюють $\frac{1}{2}a$, а 25% – $\frac{1}{4}a$.

Для перетворення десяткового дробу на відсотки, необхідно дріб помножити на 100%.

Приклад 1. Перетворити дріб у відсотки: 1) 0,008; 2) 1,46; 3) $\frac{2}{3}$

Розв'язання.

$$1) 0,008 = 0,008 \cdot 100\% = 0,8\% ;$$

$$2) 1,46 = 1,46 \cdot 100\% = 146\% ;$$

$$3) \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 100\%}{3} = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\% .$$

При перетворенні відсотків у десятковий дріб, число відсотків ділять на 100%.

Приклад 2. Перетворити відсотки у дріб: 1) 41% 2) 324% 3) $28\frac{4}{7}\%$

Розв'язання.

$$1) 41\% = \frac{41\%}{100\%} = 0,41 ;$$

$$2) 324\% = \frac{324\%}{100\%} = 3,24 ;$$

$$3) 28\frac{4}{7}\% = 28\frac{4}{7}\% : 100\% = \frac{200}{7 \cdot 100} = \frac{2}{7} .$$

1.2. Типи задач на відсотки

Знаходження $p\%$ відсотків ($p\%$) даного числа A .

При знаходженні $p\%$ від даного числа A , потрібно:

1) записати $p\%$ у вигляді десяткового дробу;

2) помножити дане число A на цей дріб.

Приклад 3. Знайти 30% від 60.

Розв'язання. Маємо: 1) $30\% = 0,3$; 2) $60 \cdot 0,3 = 18$

Відповідь: 18

Можна використати пропорцію: $A - 100\%$

$$x - p\%, \quad \text{тоді} \quad x = \frac{A \cdot p}{100},$$

де дане число A – це 100%, а шукане число $x - p\%$.

Для прикладу 3 маємо: $60 - 100\%$

$$x - 30\%, \quad \text{тоді} \quad x = \frac{60 \cdot 30}{100} = 18$$

Відповідь: 18

Приклад 4. Підприємство виготовляє 400 виробів за рік. Продуктивність праці збільшили на 10%. На скільки виробів на підприємстві збільшиться випуск продукції?

Розв'язання. Якщо продуктивність праці збільшити на 10%, то кількість виробів збільшиться теж на 10%, тобто на $0,1 \cdot 400 = 40$ виробів.

Відповідь: 40 виробів.

Знаходження числа x за його відсотками – числом b .

Якщо відома частина деякого числа x – число b , якому відповідає $p\%$ тоді, щоб знайти число x потрібно:

- 1) записати $p\%$ як десятковий дріб;
- 2) поділити b на цей дріб.

Приклад 5. Якщо 3% вкладу 150 гривень, тоді який весь вклад?

Розв'язання. Маємо: 1) $3\% = 0,03$; 2) $\frac{150}{0,03} = \frac{15000}{3} = 5000$

Відповідь: 5000 гривень.

Можна використати пропорцію $p\% - b$

$$100\% - x, \quad \text{тоді} \quad x = \frac{b \cdot 100}{p}$$

Для прикладу 4 маємо: $150 - 3\%$

$$x - 100\%, \quad \text{тоді} \quad x = \frac{150 \cdot 100}{3} = 5000$$

Відповідь: 5000 гривень.

Приклад 6. На підприємстві збільшили продуктивність праці на 15%, після чого було випущено 920 виробів за місяць. Яку кількість виробів підприємство випускало раніше?

Розв'язання. Нехай раніше за місяць завод випускав x виробів, що становить 100%. Тоді 920 виробів за місяць буде становити $100\% + 15\% = 115\%$.

Складемо пропорцію: $\frac{x}{920} = \frac{100\%}{115\%}$, з якої обчислимо x : $x = \frac{920 \cdot 100}{115} = 800$.

Відповідь: 800 виробів.

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

При обчисленні скільки відсотків становить одне число (a) від іншого числа (b), потрібно відношення цих чисел $\left(\frac{a}{b}\right)$ помножити на 100%.

Приклад 7. Скільки відсотків число 15 становить від числа 75

Розв'язання. Маємо: $\frac{15}{75} \cdot 100\% = \frac{15 \cdot 100\%}{75} = 20\%$.

Відповідь: 20%.

Приклад 8. Робітник сплатив 800 грн за путівку вартістю 2400 грн. Який відсоток вартості путівки було сплачено ?

Розв'язання. Знайдемо відсоткове відношення вартості путівки:
 $\frac{800}{2400} \cdot 100\% = \frac{1}{3} \cdot 100\% = \frac{100\%}{3} = 33\frac{1}{3}\%$.

Відповідь: $33\frac{1}{3}\%$.

Збільшення числа на $p\%$

Нехай потрібно число a збільшити на $p\%$, тоді в результаті одержимо число $a\left(1 + \frac{p}{100}\right)$

Приклад 9. Ціну товару, який коштував 400 грн збільшили на 30%, тоді нова ціна буде $400(1 + 0,3) = 400 \cdot 1,3 = 520$

Відповідь: 520 грн

Зменшення числа на $p\%$

В результаті зменшення числа a на $p\%$, отримаємо число $a\left(1 - \frac{p}{100}\right)$

Приклад 10. Якщо 120 зменшити на 30%, то отримаємо число $120(1 - 0,3) = 120 \cdot 0,7 = 84$

Відповідь: 84.

Формула простих відсотків:

Якщо клієнт в банку щомісячно отримує $p\%$ від внесеної суми A_0 , тоді на його рахунок через n місяців буде сума

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$$

Приклад 11. Вклад 1000 гривень поклали в банк під 2% щомісячно. Який буде вклад в кінці третього місяця?

Розв'язання. Маємо: $A_3 = 1000 \left(1 + \frac{2 \cdot 3}{100} \right) = 1000 \cdot 1,06 = 1060$

Відповідь: 1060 грн

Формула складних відсотків:

Якщо клієнт поклав у банк суму A_0 під $p\%$ річних, то через n років накопичений капітал становитиме:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

Приклад 12. Артем відкрив депозит на суму 2000 грн під 15% в рік. Яка сума грошей в нього буде на рахунку через 3 роки?

Розв'язання. Використаємо формулу $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$,

де $A_0 = 2000$, $p = 15\%$, $n = 3$. Тоді через 3 роки матимемо

$$A_3 = 2000 \left(1 + \frac{15}{100} \right)^3 = 2000 \cdot 1,15^3 = 2000 \cdot 1,520875 = 3041,75$$

Відповідь: 3041,75

Приклад 13. Деякий товар спочатку уцінили на 20%, а згодом його ціну підвищили на 20%. Як змінилася ціна після двох переоцінок?

Нехай 1 – початкова ціна (тобто 100%),

1) тоді після зниження ціна стала $100\% - 20\% = 80\%$ або $80\% = \frac{80}{100} = 0,8$

(приймаємо її за 100%);

2) після підвищення на 20% ціна стала $100\% + 20\% = 120\%$ від числа 0,8, тобто $\frac{120\%}{100} \cdot 0,8 = 0,96$, або у відсотках це буде 96% ;

3) $100\% - 96\% = 4\%$ – на стільки відсотків знизилась ціна після двох переоцінок.

Відповідь: на 4% знизилась.

1.3. Практикум з розв'язування завдань на відсотки

1. Знайти:

4% від 75 (3) б) 15% від 84 (12,6) в) 160% від 82 (131,2)

2. Знайти число, якщо його :

40% - це 12 (30) б) 1,25% – це 55 (4400)
в) 0,8% – це 1,84 (230)

3. Знайти x з рівняння:

7% · x = 182 (2600) б) 60% · x = 32 (53,(3))

4. На скільки відсотків треба збільшити довжину радіуса кола, щоб площа круга збільшилась на 96% (40%)

5. Знайти число, якщо його 15% складає 40% від числа 17,5. $(46\frac{2}{3})$

6. Число $0,125^{-1}(-2,13)^0 + (-1/4)^{-2} + 3(8^{-2/3})$ складає 12% від числа A . Знайти A . (206,25)

7. Знайти число 15% якого становить $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-2} - (0,125)^{-1} \cdot 4^{-1} + \log_5 \frac{1}{125}$

8. Знайти число 9% якого становить число $(25^{-0,5}(0,1^{-1} 8^{0,(6)} - 1)) : 0,75^{-1}$ (65)

9. Знайти 18,5% від $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15} \right) \div \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15} \right)$

10. Число 180 потрібно поділити так, щоб 4% першої частини та 6% другої частини в сумі дали число, яке дорівнює 4,5% від даного числа. (45; 135)

11. В морській воді – 5% солі. До 40 кг морської води додали прісну воду, в результаті чого вміст солі став 2%. Скільки кілограмів прісної води додали? (60 кг)

12. Маса сплаву із срібла і міді 67 кг. Відомо, що маса срібла – це 34% маси міді. Скільки кілограмів срібла у сплаві? (17 кг)

13. З речовини масою 988 кг, в якій 85% води, потрібно отримати речовину з 48% води. Скільки кілограмів води потрібно випарити? (703 кг)

14. Є 30% розчин кислоти і 10%. Ці розчини змішали і отримали 600 г 15% розчину. Скільки грамів першого розчину взяли? (150 г)

15. Число спочатку зменшили на 30%, а згодом збільшили на 30%. Як змінилося це число? (зменшиться на 9%)

16. Змішали 20% і 40% розчини кислоти, отримали 500 г суміші, в якій 32% кислоти. По скільки грамів кожного розчину потрібно взяти для цієї суміші? (200 г; 300 г)

17. 3 кг цибулі і 2 кг моркви коштували 5 грн 40 коп. Після того, як ціну на цибулю збільшили на 20%, а на моркву знизили на 20%, за 5 кг цибулі і 4 кг моркви заплатили 9 грн 60 коп. Яка нова ціна 1 кг цибулі та 1 кг моркви?

18. Як змінилася ціна товару, якщо її двічі:

а) збільшували на 10%?

б) зменшували на 20%?

19. У деякому сплаві є 22% міді. Потрібно взяти частину сплаву, в якій буде 66 г міді. Скільки грамів сплаву потрібно взяти?

20. Микола відкрив у банку депозит на 10000 грн і за рік в нього на рахунку стало 11400 грн. Під який річний відсоток було відкрито депозит?
(14%)

21. В ящику білі і чорні кульки. Кількість білих кульок становить 25% від кількості чорних. Який відсоток усіх кульок становлять білі кульки?
(20%)

22. За те, щоб отримати гроші в банкоматі клієнт платить банку комісію 0,5% від замовленої суми. Клієнт хоче отримати 2000грн. Яка сума буде знята з його рахунку?

23. У свіжих грибах – 90%, а в сухих грибах залишається тільки 12% води. Сушать 44 кілограми свіжих грибів. Скільки кілограмів грибів отримають після їх сушіння?
(5 кг)

24. Ольга відкрила депозит 3000 грн під 10% в рік. Який прибуток вона отримує через два роки?

25. Латунь складається зі сплавів міді і цинку. Маса міді у сплаві відноситься до маси цинку як 3 : 2. Щоб виготовити шматок латуні потрібно взяти 180 г міді. На скільки відсотків у складі сплаву більше міді, ніж цинку?

26. Підлога кімнати має форму прямокутника розміром 5,5 м на 7,5 м. Цю підлогу планують застелити ковроліном шириною 3м, використавши для цього два шматки однакової довжини. Вартість ковроліну такої ширини в маркеті становить 200 грн за 1 м². У маркеті діє акція: якщо площа придбаного ковроліну становить 50 або більше квадратних метрів, то покупцеві надають знижку 8% від вартості купленого ковроліну.

Яку суму грошей (у грн) заплатить покупець, якщо купить 50 м² ковроліну та скористається акційною пропозицією?

На скільки *гривень* менше заплатить покупець порівняно з покупкою 50 м² ковроліну за акційною пропозицією, якщо вибере *найбільш економічний* варіант покупки ковроліну?

№ 25, 2019

27. На виставці представлено лише два види мистецьких робіт: картини та скульптури, причому кількість скульптур у 4 рази менша за кількість картин.

Скільки відсотків становить кількість картин від загальної кількості робіт на виставці?

На скільки відсотків кількість картин більша за кількість скульптур?

№ 25, 2018

28. Перший автомат за дві хвилини наповнює гелієм три однакові повітряні кульки, а другий автомат за цей самий час – на 100% більше таких кульок. Уважайте, що продуктивність роботи автоматів є сталою.

За скільки секунд другий автомат наповнює гелієм одну повітряну кульку?

Скільки всього повітряних кульок наповнять гелієм обидва автомати за 10 хвилин, працюючи одночасно?

Відповідь надайте у вигляді двох чисел, розділених крапкою з комою.

№ 25, 2017

29. На фабриці було виготовлено 5340 пар дитячих, жіночих та чоловічих шкарпеток. Чоловічих шкарпеток було виготовлено 2100 пар, а жіночих – у 5 разів більше, ніж дитячих.

На скільки відсотків жіночих шкарпеток було виготовлено більше, ніж дитячих?

Скільки пар дитячих шкарпеток було виготовлено?

1.4. Контрольний тест

Тест 1 – Відсотки

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1. Виразіть у відсотках число 0,2

№ 1, 2015

А	Б	В	Г	Д
2%	20%	50%	0,2%	1,5%

2. Якщо число b – це 47% від додатного числа a , то $b =$

№ 6, 2014

А	Б	В	Г	Д
$\frac{47}{100a}$	$\frac{100}{47a}$	$\frac{a}{47 \cdot 100}$	$\frac{a}{47} \cdot 100$	$\frac{a}{100} \cdot 47$

3. Молоко містить 3% білків. Скільки грамів білків буде в 600 г молока?
№ 1, 2010

А	Б	В	Г	Д
1,8 г	18 г	20 г	180 г	200 г

4. Визначте, на скільки $\frac{2}{3}$ числа 450 більше за 15% числа 480.

№ 2, 2008

А	Б	В	Г	Д
118	150	228	300	372

5. Кількість дівчат у класі складає 60% від кількості хлопців. Знайдіть, який відсоток усіх учнів складають хлопці?

№ 3, 2008

А	Б	В	Г	Д
60%	62,5%	75%	85%	95,2%

6. Як зміниться величина дробу, якщо чисельник збільшити на 100%, а знаменник зменшити на 50%?

№4, 2007

А	Б	В	Г	Д
зменшиться в 4 рази	зменшиться в 2 рази	збільшиться в 1,5 рази	збільшиться в 2 рази	збільшиться в 4 рази

7. Англійський алфавіт має 26 букв, з яких 6 голосних. Який відсоток голосних букв від приголосних?

А	Б	В	Г	Д
20%	35%	40%	25%	30%

8. Клієнт платить комісію банку – 1,5% від суми перерахованих коштів. Він перераховує 10000 грн. Яку суму грошей він заплатить в касу банку?

А	Б	В	Г	Д
10100 грн	10015 грн	10150 грн	10500 грн	11500 грн

9. Клієнт кладе у банк 10000 грн під 12% в рік. Яка сума грошей буде в нього на рахунку через рік?

А	Б	В	Г	Д
11000 грн	12000 грн	1200 грн	10120 грн	11200 грн

10. На виставі у цирку $\frac{14}{25}$ усіх глядачів становили діти. Скільки відсотків глядачів становили діти?

А	Б	В	Г	Д
14%	2,8%	5,6%	39%	56%

11. Є 25 кг свіжої ромашки. При сушінні вона втрачає 84% своєї маси. Скільки кілограмів сухої ромашки можна отримати зі свіжої?

А	Б	В	Г	Д
4 кг	8 кг	18 кг	11 кг	21 кг

Завдання на встановлення відповідності

12. У відповідність задачі (1–4) і їх розв'язки (А–Д).

Задача	Розв'язок
1. Знайдіть відсоткове відношення чисел 3 і 12	А 10%
2. 7 більше від 3,5 на ...%	Б 25%
3. 8 менше за 16 на ...%	В 15%
4. 80 становить 40%, тоді 20 буде становити ...%	Г 50%
	Д 100%

13. У майстерні є два сплави міді з оловом. У першому, маса якого 50 кг – 10% міді, а в другому, маса якого 100 кг – 25% міді.

Поставити у відповідність запитання (1–4) і правильну відповідь (А–Д).

№ 21, 2013

1. Скільки кілограмів міді є в першому сплаві?	А 5
2. Скільки кілограмів міді у двох сплавах разом?	Б 15
3. Із даних сплавів утворили новий сплав. Скільки відсотків міді буде у цьому сплаві?	В 20
4. З цих двох сплавів зробили новий сплав, в якому 15 % міді. Скільки кілограмів другого сплаву додали до першого?	Г 25
	Д 30

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

14. В цілях реклами ресторан швидкого харчування спочатку зменшив ціну обіду на 20%, але пізніше нову ціну підвищив на 30%.

На скільки відсотків кінцева ціна обіду є більшою від початкової?

№ 23, 2009

15. В один день громадянин взяв на один рік кредит у двох банках: в першому банку під 12% на рік, в другому – під 15% на рік. Загальна сума отриманого кредиту – 5000 грн. Кредити погашаються одноразовим внеском в останній день дії угод. Сума відсотків, яку нарахували за користування кредитами – 654 грн.

Скільки гривень він узяв під більші відсотки?

№ 30, 2012

16. Автомобіль заправляли паливом двічі кожного разу по 40 л. Ціна пального під час першої заправки була 20 грн за 1 л., а ціна пального, яке використали для другої заправки, зросла на 2,5%.

Яка ціна 1 л пального, використаного для другої заправки?

Скільки всього гривень заплатили за ці дві заправки автомобіля паливом?

№ 21, 2021

17. Оренда двох велосипедів для дорослих та одного дитячого велосипеда коштує 1200 грн. За оренду одного велосипеда для дорослих потрібно заплатити в 1,5 рази більше, ніж за оренду одного дитячого велосипеда. За оренду шолома та пари рукавичок потрібно сплатити 15% від вартості оренди дитячого велосипеда.

Скільки гривень потрібно заплатити за оренду дитячого велосипеда?

Скільки гривень потрібно заплатити за оренду трьох шоломів і трьох пар рукавичок?

№ 25, 2020

2. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ

2.1. Цілі вирази

Алгебраїчні вирази поділяють на числові та вирази зі змінними.

Вирази зі змінними складаються зі змінних (букв), чисел, знаків дій і дужок. Вирази зі змінними використовують для запису формул.

Наприклад, $s = v \cdot t$, $S = a \cdot h$, $V = \pi R^2 h$.

Алгебраїчні вирази зі змінними поділяють на цілі та дробові.

Цілими називають вирази, які не мають дію ділення на вираз зі змінними.

Наприклад, $7a + \frac{2}{5}b$, $5a^3b - x^2$, $\frac{3x^4 + y^3}{2}$.

Якщо у виразах є дія ділення на вираз зі змінними, тоді їх називають *дробовими*.

Наприклад, $2x + \frac{3}{y}$, $\frac{a^2 - b^2}{ab}$, $\frac{y + 1}{x + y}$.

Цілі вирази поділяють на *одночлени* і *многочлени*.

2.2. Одночлени

Одночленом називають алгебраїчний вираз, у якому з числами і змінними виконують тільки дії множення і піднесення до натурального степеня. Наприклад, $0,2a^3b \cdot 3a \cdot (-5b)$.

Стандартний вигляд одночлена – це добуток, складений із числового множника (коефіцієнта) та буквеного виразу, у якого степені змінних записані з натуральними показниками.

Наприклад, одночлени 2 ; a ; $0.2b^3xy^2$; $-8a^3x^2$ записані в стандартному вигляді, а для одночлена $0,2a^3b \cdot 3a \cdot (-5b)$ стандартний вигляд матиме одночлен $-3a^4b^2$.

Степінь одночлена стандартного вигляду – це сума показників степенів змінних.

Наприклад, одночлен $5x^3y$ – четвертого степеня, а $15x$ – першого.

2.3. Многочлени, дії над ними

Многочленом називають алгебраїчну суму одночленів.

Степінь многочлена – це найбільший степінь одночлена, що входить в даний многочлен.

Наприклад, $1+2xy+3x^2y^3$ – многочлен п'ятого степеня.

Дії над одночленами та многочленами

1) додавання (зведення подібних членів), наприклад, $2x^2y - 5x^2y = -3x^2y$;

2) винесення спільного множника за дужки, наприклад, $2y^3x - 4x^2y = 2xy(y^2 - 2x)$;

3) множення одночленів (показники степенів у відповідних змінних додати, а коефіцієнти – перемножити), наприклад, $2y^3x \cdot 4x^2y = 8y^4x^3$;

4) ділення одночленів (показники степенів у відповідних змінних відняти, а коефіцієнти поділити), наприклад, $\frac{3x^5y^3}{2x^2y} = 1.5x^3y^2$;

5) Щоб піднести одночлен до степеня, потрібно піднести до цього степеня його коефіцієнт і помножити показник степеня кожної змінної на показник степеня, до якого підноситься одночлен.

Наприклад, $(-2x^3y^4z^2)^5 = (-2)^5 \cdot (x^3)^5 \cdot (z^2)^5 = -32x^{15}y^{20}z^{10}$

б) ділення многочленів кутом (у стовпчик). Для цього потрібно записати многочлен в канонічному вигляді, тобто змінну розмістити за спадними степенями: $P_n(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$.

Будь-який многочлен $P_n(x)$ поділиться на многочлен $T_m(x)$, якщо $n \geq m$ без остачі або з остачею.

Наприклад, поділимо многочлен $x^3 - 6x^2 - 4x + 3$ на многочлен $x - 5$.
Розв'язання. Виконаємо ділення в стовпчик:

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 6x^2 - 4x + 3 \quad | \quad x - 5 \\
 \underline{x^3 - 6x^2} \\
 -x^2 - 4x + 3 \\
 \underline{-x^2 + 5x} \\
 -9x + 3 \\
 \underline{-9x + 45} \\
 -42
 \end{array}$$

Ділення закінчується, коли степінь многочлена остачі буде меншим від степеня дільника.

Отже $x^3 - 6x^2 - 4x + 3 = (x^2 - x - 9)(x - 5) - 42$

або $\frac{x^3 - 6x^2 - 4x + 3}{x - 5} = x^2 - x - 9 - \frac{42}{x - 5}$

2.4. Схема Горнера ділення многочленів

Нехай $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ потрібно поділити на двочлен $(x - a)$ многочлен

Виконаємо ділення, використовуючи таблицю:

	a_0	a_1	a_2	...	a_{n-1}	a_n
a	a_0	$b_1 = a \cdot a_0 + a_1$	$b_2 = a \cdot b_1 + a_2$...	$b_{n-1} = a \cdot b_{n-2} + a_{n-1}$	$b_n = a \cdot b_{n-1} + a_n$
	Коефіцієнти многочлена $(n - 1)$ степеня					остача

Наприклад, спростити $\frac{2x^4 - 9x^3 + 4x^2 + 21x - 18}{x - 1}$

Розв'язання. Маємо: $a = 1$, складемо таблицю

	2	-9	4	21	-18
1	2	-7	-3	18	0

Тоді $\frac{2x^4 - 9x^3 + 4x^2 + 21x - 18}{x - 1} = 2x^3 - 7x^2 - 3x + 18$

2.5. Теорема Безу

Позначимо $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1} + a_n$, тоді для многочлена $P_n(x)$ справедлива теорема Безу:

1) многочлен $P_n(x)$ ділиться без остачі на двочлен $(x-a)$ в тому і тільки в тому випадку, коли a – корінь многочлена $P_n(x)$. Або

2) остача r від ділення многочлена $P_n(x)$ на двочлен $(x-a)$ дорівнює значенню цього многочлена при $x=a$ тобто $P_n(a) = r$.

Наприклад, 1) многочлен $x^3 + x^2 - x - 1$ ділиться без остачі на $x-1$, тому що $x=1$ є коренем многочлена $x^3 + x^2 - x - 1 = 0$.

2) Остача від ділення многочлена $x^3 + x^2 - x - 1$ на $x-2$ дорівнює 9, тому що $P_3(2) = 2^3 + 2^2 - 2 - 1 = 8 + 4 - 3 = 9$.

Якщо $P_n(x)$ – многочлен з цілими коефіцієнтами, то цілий корінь многочлена є дільником його вільного члена a_n .

2.6. Розклад квадратного тричлена на лінійні множники

Теорема про розклад квадратного тричлена на лінійні множники:
якщо x_1 та x_2 корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Наприклад, розкласти на лінійні множники многочлен: $3x^3 + 2x^2 - 5x$.

Розв'язання. Маємо: $3x^3 + 2x^2 - 5x = x(3x^2 + 2x - 5)$. Корені квадратного

тричлена $(3x^2 + 2x - 5)$ дорівнюють $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{5}{3}$, тоді

$$3x^2 + 2x - 5 = 3(x - 1)\left(x + \frac{5}{3}\right) = (x - 1)(3x + 5), \text{ отже}$$

$$3x^3 + 2x^2 - 5x = x(3x^2 + 2x - 5) = x(x - 1)(3x + 5)$$

2.7. Формули скороченого множення

При піднесенні многочленів до степеня, розкладі на множники, спрощені виразів використовують формули скороченого множення

1. Квадрат суми (різниці): $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

2. Куб суми (різниці): $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

3. Різниця квадратів: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

4. Сума (різниця) кубів: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

5. Квадрат тричлена: $(x + y + a)^2 = x^2 + y^2 + a^2 + 2xy + 2xa + 2ay$
 $(x - y - a)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2xy - 2xa - 2ay$

Наприклад, $(x - y + 2)^2 = x^2 + y^2 + 4 - 2xy - 4y + 4x$

2.8. Зразки розв'язання тематичних завдань

1. Подати одночлен у стандартному вигляді $(-2c^3 p^6)^3$

А	Б	В	Г	Д
$8c^9 p^{18}$	$-8c^{27} p^{216}$	$-8(cp)^{54}$	$-8c^9 p^{18}$	$-6c^9 p^{18}$

Розв'язання. Маємо: $(-2c^3 p^6)^3 = (-2)^3 (c^3)^3 (p^6)^3 = -8c^9 p^{18}$.

Відповідь: Г.

2. Записати вираз $(4m + 3n)^2$ як многочлен

А $16m^2 + 9n^2$

Б $16m^2 + 12mn + 9n^2$

В $16m^2 + 24mn + 9n^2$

Г $16m^2 - 24mn + 9n^2$

Д $4m^2 + 24mn + 3n^2$

Розв'язання.

Вираз $(4m + 3n)^2 = (4m)^2 + 2 \cdot 4m \cdot 3n + (3n)^2 = 16m^2 + 24mn + 9n^2$.

Відповідь: В.

3. Вираз $\frac{26x^{17}}{y^{-8}} \cdot \frac{y}{13x^{25}}$ дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
$2x^{-8}y^{-9}$	$2x^{-8}y^9$	$2x^8y^{-9}$	$2x^8y^9$	$2x^{-8}y^6$

Розв'язання.

Спростимо вираз $\frac{26x^{17}}{y^{-8}} \cdot \frac{y}{13x^{25}} = \frac{26x^{17}y}{13x^{25}} = \frac{2y^9}{x^8} = 2x^{-8}y^9$

Відповідь: Б.

4. Скоротити дріб $\frac{6 + 6k + 6k^2}{k^3 - 1}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{6}{k-1}$	$\frac{6(k+1)}{k^2+k+1}$	$\frac{6}{k^2-k+1}$	$\frac{1}{k-1}$	$\frac{6(1+k)}{k-1}$

Розв'язання. Маємо: $\frac{6+6k+6k^2}{k^3-1} = \frac{6(k^2+k+1)}{(k-1)(k^2+k+1)} = \frac{6}{k-1}$

Відповідь: А

6. Знайти значення виразу $\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$, $a=0,01$; $b=16$

А	Б	В	Г	Д
16,21	15,1	15,61	20	18,32

Розв'язання. Обчислимо значення даного виразу при $a=0,01$; $b=16$, але для цього спочатку спростимо його. Маємо:

$$\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}^2 - \sqrt{ab} + \sqrt{b}^2)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = a - \sqrt{ab} + b$$

При $a=0,01$; $b=16$ вираз

$$a - \sqrt{ab} + b = 0,01 - \sqrt{0,01 \cdot 16} + 16 = 16,01 - 0,4 = 15,61$$

Відповідь: В.

7. Довести тотожність $\frac{a^3 - 5a^2 - 4a + 20}{a - 5} = a^2 - 4$

Розв'язання.

$$\text{Маємо: } \frac{a^3 - 5a^2 - 4a + 20}{a - 5} = \frac{a^2(a - 5) - 4(a - 5)}{a - 5} = \frac{(a - 5)(a^2 - 4)}{a - 5} = a^2 - 4$$

Або за схемою Горнера ділення многочленів складемо таблицю при $a=5$

	1	-5	-4	20
5	1	0	-4	0

$$\text{Тоді } \frac{a^3 - 5a^2 - 4a + 20}{a - 5} = \frac{(a^2 - 4) \cdot (a - 5)}{a - 5} = a^2 - 4$$

8. Виділіть повний квадрат двочлена $-2x^2 + 12x + 18$

Розв'язання: Використаємо формули скороченого множення, а саме, квадрат суми $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Маємо:

$$\begin{aligned} -2x^2 + 12x + 18 &= -2(x^2 - 6x - 9) = -2(x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9 - 9 - 9) = \\ &= -2((x - 3)^2 - 18) = 36 - 2(x - 3)^2 \end{aligned}$$

9. Знайдіть суму лінійних множників, на яку розкладається многочлен $P_4(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$

А	Б	В	Г	Д
$-4x - 4$	$4 - 4x$	$-4x + 3$	$4x - 4$	$4x + 2$

Розв'язання. Оскільки $P_4(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$ - многочлен з цілими коефіцієнтами, то його цілі корені будуть серед дільників вільного члена 24. Дільниками вільного члена 24 є числа: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$.

Обчислимо

$$P_4(-2) = (-2)^4 - 4(-2)^3 - 7(-2)^2 + 22(-2) + 24 = 16 + 48 - 28 - 44 + 24 = 0,$$

отже $x = -2$ є коренем даного многочлена. За схемою Горнера ділення многочленів складемо таблицю при $a = -2$

	1	-4	-7	22	24
-2	1	-6	5	12	0

Тому можна записати $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = (x + 2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 12)$.

Аналогічно для многочлена $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ дільниками вільного члена 12 є числа: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$.

Обчислимо $P_3(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 5(-1) + 12 = -1 - 6 - 5 + 12 = 0$, отже

$x = -1$ є коренем даного многочлена. За схемою Горнера ділення многочленів складемо таблицю при $a = -1$

	1	-6	5	12
-1	1	-7	12	0

Тоді $x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = (x + 1)(x^2 - 7x + 12)$

Розкладемо квадратний тричлен $x^2 - 7x + 12$ на множники за формулою $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$. Корені квадратного тричлена $x^2 - 7x + 12$, де $a = 1$, знайдемо з умови $x^2 - 7x + 12 = 0$. За теоремою Вієта – це значення $x_1 = 3, x_2 = 4$. Отже $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$. Тоді даний многочлен запишеться як добуток множників, тобто $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = (x + 2)(x + 1)(x - 3)(x - 4)$, а сума лінійних множників, на яку розкладається цей многочлен, буде $(x + 2) + (x + 1) + (x - 3) + (x - 4) = x + 2 + x + 1 + x - 3 + x - 4 = 4x - 4$

Відповідь: Г

2.9. Практикум з розв'язування тематичних завдань

Тест 1

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1. Спростіть $3,1a - 2,3a + 5,9a$

А	Б	В	Г	Д
7,6a	5,7	6,7a	6,8a	6,3a

2. Якщо $a = -0.8$, то $-(3a - 5) + (a - 3) =$

А	Б	В	Г	Д
-3,8	1,8	2,8	0,4	3,6

3. Якому із запропонованих виразів тотожно дорівнює вираз

$$-2(a - 3) + 3(a + 2) - 4(2 - a)$$

А	Б	В	Г	Д
$5a - 4$	$4 - 3a$	$-5a + 4$	$5a - 8$	$5a + 4$

4. Записати одночлен $0.02a^3b(-6ab^7)$ у стандартному вигляді

А	Б	В	Г	Д
$0.12a^4b^8$	$-1,2a^4b^8$	$-0,12a^4b^8$	$-1,2a^3b^7$	$-1,2a^4b^7$

5 Подати вираз $(m^3 + b)(b - m^3)$ як многочлен

А	Б	В	Г	Д
$b^2 - m^2$	$m^4 - b^2$	$b^2 - m^4$	$b^2 - m^6$	$b^4 - m^6$

6 Розкласти многочлен $27 - p^3$ на множники

А $(3 - p)(9 + 6p + p^2)$

Б $(p - 3)(9 + 6p + p^2)$

В $(3 + p)(9 - 6p + p^2)$

Г $(3 - p)(9 - 3p + p^2)$

Д $(3 - p)(9 + 3p + p^2)$

7. Спростити дріб $\frac{39a^9b}{26a^3b^6}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3a^6}{2b^5}$	$\frac{3a^3}{2b^6}$	$\frac{a^6}{b^5}$	$\frac{2a^6}{3b^5}$	$\frac{3a^3}{2b^5}$

8 Спростити вираз $\frac{4b - 1}{b - 2} - \frac{5b - 3}{b - 2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2 - b}{b - 2}$	$\frac{9b - 2}{b - 2}$	$\frac{-b - 4}{2b - 4}$	-1	1

9 Додати дроби $\frac{p - 1}{p^2} + \frac{p - 2}{2p}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{p^2 - 2}{p^2}$	$\frac{p^2 + 2}{2p^2}$	$\frac{2p - 3}{2p^2}$	$\frac{p^2 - 2}{2p^3}$	$\frac{p^2 - 2}{2p^2}$

10 Спростити $\frac{2a+10}{a^2-9} \cdot \frac{4a+12}{a+5}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{a-3}$	$\frac{8}{a-3}$	8	$\frac{8}{a+3}$	$8(a-3)$

11. Спростити $\left(\frac{3p^5}{2b^7}\right)^2$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{9p^{25}}{4b^{49}}$	$\frac{9p^7}{4b^{14}}$	$\frac{3p^{10}}{2b^{14}}$	$\frac{9p^5}{4b^7}$	$\frac{9p^{10}}{4b^{14}}$

12. Спростити $\frac{15cd}{8m} : 10c^2$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{75c^3d}{4m}$	$\frac{3d}{80md}$	$\frac{16mc}{3d}$	$\frac{3d}{16mc}$	$\frac{15d}{16mc}$

13. Подайте одночлен $-\frac{1}{32}x^{10}y^{15}$ у вигляді степеня одночлена

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\frac{1}{2}x^5y^{10}\right)^5$	$(-0,2x^2y^3)^5$	$\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^5$	$\left(-\frac{1}{32}x^2y^3\right)^5$	Інша відповідь

14 Спростити $\frac{b-20}{4b} + \frac{5b-2}{b^2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{6b-22}{4b^2}$	$\frac{6b-7}{b^2}$	$\frac{b^2-8}{4b^2}$	$\frac{b^2-2}{b^2}$	$\frac{b-1}{b^2}$

15. Спростити $\frac{\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}+1} : \frac{1}{a\sqrt{a}-1}$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{a}+1$	$1-\sqrt{a}$	$1-a$	$a-1$	$a+\sqrt{a}+1$

Завдання на встановлення відповідності

16. У відповідність вирази (1–4) та їх значення (А–

Д)	Вираз	Значення
1	$\frac{x^3+1}{x^2-x+1}$	А $9-2x$
2	$(x-3)^2+x(4-x)$	Б $\frac{3}{2x-6}$
		В $x+1$

3. $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$	Г $x - 1$
4. $\frac{3x - 9}{2x} \cdot \frac{x}{x^2 - 6x + 9}$	Д $x - 3$

17. У відповідність числові вирази (1–4) та їх значення (А–Д)

Вираз	Значення
1. $213^2 - 213 \cdot 226 + 113^2$	А 8000
2. $88^2 + 88 \cdot 12 + 88 \cdot 2 + 12 \cdot 2$	Б 9000
3. $2001^2 - 1999^2$	В 10000
4. $132^2 + 264 \cdot 68 + 68^2$	Г 20000
	Д 40000

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

18. Довести тотожність, використовуючи ділення кутом

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24}{x^2 + x - 2} = x^2 + x - 12$$

19. Довести тотожність, використовуючи схему Горнера

$$\frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x - 3} = x^2 - x - 2$$

20. Спростити $\frac{a^4 + a^2 - a^3}{a^3 + 1}$

21. Довести тотожність $\frac{1}{a + \sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1}{a - \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{-2a}{b^2}$

22. Довести тотожність $\left(\sqrt{a} + \frac{ab^2 + c}{\sqrt{ab^2 + c}} \right) : (b\sqrt{a} + b\sqrt{ab^2 + c}) = \frac{1}{b}$

23. Довести тотожність $\frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a + b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = 2\sqrt[3]{ab}$

2.10. Контрольний тест

Тест 1

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

1. Обчислити $1001^2 - 999^2$

А	Б	В	Г	Д
2	4	2000	3980	4000

2. Спростіть вираз $2(x + 5y) - (4y - 7x)$

А	Б	В	Г	Д
$9x + y$	$9x + 14y$	$-5x + 6y$	$9x + 6y$	$16x + 2y$

3. Який із виразів тотожно рівний $(2x-3)^2 + 12x$?

А	Б	В	Г	Д
$4x^2 + 12x - 9$	$4x^2 + 9$	$4x^2 - 9$	$4x^2 + 12x + 9$	$4x^2 + 6x + 9$

4. Спростіть вираз $\frac{9-x^2}{x^2+6x+9}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3-x}{x+3}$	$\frac{x-3}{x+3}$	$3-x$	$\frac{1}{x+3}$	$\frac{1}{6x}$

5. Якщо $x^2 - y^2 = 7$; $3x + 3y = 63$, то $x - y =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	147	14	-3	$-\frac{1}{3}$

6. Який із виразів тотожно рівний многочлену $x^2 + 4$?

А	Б	В	Г	Д
$(x+2)(x-2)$	$x(x-2)$	$(x+2)^2 + 4x$	$(x+2)^2$	$(x-2)^2 + 4x$

7. Запишіть як добуток множників $(x+y)^2 - 9x^2$

А $(-8x+y)(10x+y)$

Б $(-2x-y)(4x-y)$

В $(-2x+y)(4x+y)$

Г $(4x+y)^2$

Д $(-2x+y)^2$

8. Скоротіть дріб $\frac{a^2-b^2}{a^2-ab}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{a}$	$\frac{a-b}{a}$	$\frac{b}{a}$	b	$\frac{a+b}{b}$

9. Якому проміжку, із запропонованих, належить значення виразу $(1-\sqrt{2})^2$?

А	Б	В	Г	Д
$(-3;0)$	$[0;0,5)$	$[0,5;1)$	$[1;2)$	$[2;5)$

10. Який із поданих виразів тотожно рівний виразу $x^4 + x^3 - x - 1$?

А $(x+1)^2(x^2+x+1)$

Б $(x^2-x+1)(x-1)^2$

В $(x-1)^3(x+1)$

Г $(x+1)^3(x-1)$

Д $(x^2-1)(x^2+x+1)$

11. Скоротіть дріб $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4x}$	$\frac{2x}{x+2}$	$\frac{2-x}{2+x}$	$\frac{x+2}{x-2}$	$\frac{x-2}{x+2}$

12. Знайдіть різницю $\frac{a-2}{2a} - \frac{7-a}{a^2}$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{9}{2a^2}$	$\frac{a^2-14}{2a^3}$	$\frac{a^2-14}{2a^2}$	$\frac{a^2-4a-14}{2a^2}$	$\frac{a^2+14}{2a^2}$

13. Розкладіть на множники тричлен $2x^2+7x-15$

А	Б	В	Г	Д
$(2x-3)(x+5)$	$(2x+3)(x-5)$	$(3x-1)(x+4)$	$(3x+1)(x-4)$	$(x+3)(x-5)$

14. Скоротіть дріб $\frac{x^2+2x-15}{x^2-5x+6}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x+5}{x-3}$	$\frac{x+2}{x+3}$	$\frac{x-4}{3+x}$	$\frac{x+5}{x-2}$	$\frac{x-5}{x+2}$

15. Виділіть повний квадрат двочлена $-x^2+4x+4$

А	Б	В	Г	Д
$18-(x-3)^2$	$18+(x-3)^2$	$8+(x-2)^2$	$8-(x-2)^2$	$18-(x-2)^2$

Завдання на встановлення відповідності

16. У відповідність вирази (1–4) та їх значення (А–Д), якщо $b = -2,5$

Вираз	Значення
1. $\frac{b^2 - 16}{b - 4}$	А -6,5
2. $\left(\frac{b^2 - 16}{b + 4}\right)$	Б -4,5
3. $\left(\frac{b^3 - 8}{b^2 + 2b + 4}\right)$	В -2,5
4. $\frac{b - 2}{4 - 2b}$	Г -0,5
	Д 1,5

17. У відповідність вирази (1–4) та тотожно рівні їм вирази (А–Д)

Вираз	Значення
1. $(a - 8)(a + 8)$	А $a^2 - 16a + 64$
2. $(a - 8)^2$	Б $a^2 - 64$
3. $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$	В $a^2 - 20a + 64$
4. $(a - 4)(a - 16)$	Г $a^3 + 64$
	Д $a^3 - 64$

18. У відповідність вирази (1–4) та їх значення (А–Д), якщо $x = \sqrt{5} - 1$.

Вираз	Значення
1. $ x - \sqrt{5} $	А -1
2. $(\sqrt{5} + 1)x$	Б 1
3. $(x^2 + 2x + 1)$	В 4
	Г 5
	Д 6

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

19. Відомо, що $\frac{3a^2 - 12b^2}{a - 2b} = 15$, тоді $a + 2b =$

20. Чому дорівнює значення виразу $|y - 2x|$, якщо $4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}$?

21. Доведіть тотожність $\frac{6a^2 + 20a - 16}{a + 4} = \frac{2 - 3a}{\sin 330^\circ}$

22. Доведіть тотожність $\frac{2a^2 + 5a - 3}{a + 3} = \frac{1 - 2a}{2 \cos 240^\circ}$

ЛІТЕРАТУРА

1. Учаснику зовнішнього оцінювання : все про організацію ЗНО [Електронний ресурс] // Український центр оцінювання якості освіти. URL: <https://testportal.gov.ua/uchasnyku-zovnishnogo-otsinyuvannya/> (дата звернення: 12.02.2025).
2. Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/nakaz-1513_04.12_programa_matematyka.pdf. (дата звернення: 05.02.2025).
3. ЗНО-онлайн. Тести ЗНО онлайн з предмета «Математика» [Електронний ресурс]. URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/> (дата звернення: 17.01.2025).
4. ЗНО-онлайн. Математика: завдання за темами [Електронний ресурс]. URL: <https://zno.osvita.ua/mathematics/tema.html> (дата звернення: 23.01.2025).
5. Математика. Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА / уклад. А. М. Капіносов [та ін.]. Тернопіль : Підручники і посібники, 2019. 512 с.
6. Гаук М. М., Зубович Л. В. Математика. Зовнішнє незалежне оцінювання. Довідник. Завдання для тренування. Тестові завдання. Тернопіль : Навчальна книга-Богдан, 2014. 248 с.
7. Шкіль М. І., Слепкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ : Зодіак-ЕКО, 2002. 272 с.
8. Шкіль М. І., Слепкань З. І., Дубинчук О. С. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ : Зодіак-ЕКО, 2006. 384 с.
9. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закл. Харків : Світ дитинства, 2004. 432 с.
10. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. Харків : Світ дитинства, 2005. 392 с.
11. Бевз Г. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закл. Київ : Освіта, 2005. 255 с.
12. Геометрія 10-11 клас : підручник / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. Тернопіль : Навчальна книга-Богдан, 2005. 288 с.

ДОДАТОК А.

Демонстраційний варіант НМТ блоку математика 2024 року

НМТ 2024

ДЕМОНСТРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ



МАТЕМАТИКА

УКРАЇНСЬКИЙ
ЦЕНТР
ОЦІНЮВАННЯ
ЯКОСТІ ОСВІТИ

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді й позначте його.

- 1 У першу годину роботи на телефон гарячої лінії надійшло 145 дзвінків, а за другу годину – на 17 дзвінків більше. Скільки всього дзвінків надійшло на телефон гарячої лінії за дві години роботи?

А 307 Б 290 В 287 Г 273 Д 162

- 2 О шостій годині ранку визначено температуру повітря на десяти метеостанціях. Отримані дані відображено в таблиці.

Температура (у градусах)	1	3	4	x
Кількість метеостанцій	2	3	4	1

Визначте x , якщо середнє арифметичне всіх цих даних дорівнює $3,5^\circ$.

А $x = 5$ Б $x = 6$ В $x = 7$ Г $x = 8$ Д $x = 9$

- 3 На рисунку зображено пряму трикутну призму. Її бічною гранню є

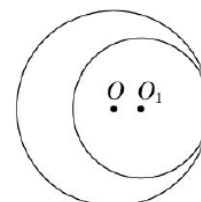
- А трикутник
 Б прямокутник
 В відрізок
 Г паралелограм, що не є прямокутником
 Д ромб, що не є квадратом



- 4 Якщо $m = n - 1$, то $7 - m =$

А $n - 8$ Б $6 - n$ В $8 - n$ Г $n - 6$ Д $6 + n$

- 5 Кола із центрами в точках O і O_1 мають внутрішній дотик (див. рисунок). Обчисліть відстань OO_1 , якщо радіуси кіл дорівнюють 12 см і 8 см.



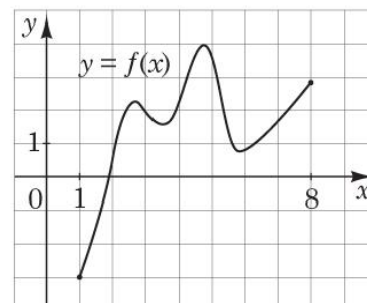
А 1,5 см Б 2 см В 3 см Г 4 см Д 8 см

- 6 Розв'яжіть нерівність $0,2x - 54 < 0$.

А $(-\infty; 270)$ Б $(270; +\infty)$ В $(-\infty; 2,7)$ Г $(-\infty; 27)$ Д $(10,8; +\infty)$

- 7 На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[1; 8]$. Скільки нулів має ця функція на заданому проміжку?

- А жодного
 Б один
 В два
 Г три
 Д чотири



8 Спростіть вираз $a(a + 2b) - (a + b)^2$.

- А $4ab + b^2$ Б $4ab - b^2$ В $-b^2$ Г $2ab - b^2$ Д b^2

9 У трикутнику ABC кут B – тупий. Які з наведених тверджень є правильними?

- I. $\angle A + \angle C < 90^\circ$.
II. $AB + BC < AC$.
III. Центр кола, описаного навколо трикутника ABC , лежить поза його межами.

- А лише I та II
 Б лише I
 В лише II та III
 Г I, II та III
 Д лише I та III

10 Якщо $a < 1$, то $|a - 1| + |-7| =$

- А $a - 8$ Б $a + 6$ В $-a + 6$ Г $-a - 6$ Д $-a + 8$

11 Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 5, \\ 4^x = 16^{-1}. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок цієї системи, то $x_0 \cdot y_0 =$

- А -36 Б -14 В -6 Г 4 Д 6

12 Периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 72 см. Обчисліть довжину висоти піраміди, якщо її апофема дорівнює 15 см.

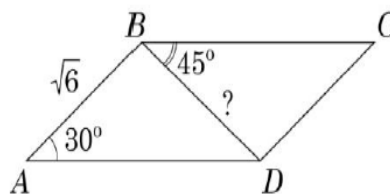
- А 6 см Б 9 см В 10 см Г 12 см Д 14 см

13 Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) = -2$.

- А $(-11; -2]$ Б $(-2; 1]$ В $(1; 4]$ Г $(4; 7]$ Д $(7; 9]$

14 У паралелограмі $ABCD$: $AB = \sqrt{6}$ см, $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$ (див. рисунок). Обчисліть довжину діагоналі BD .

- А $2\sqrt{3}$ см
 Б 3 см
 В $\sqrt{2}$ см
 Г 2 см
 Д $\sqrt{3}$ см



15 Укажіть похідну функції $f(x) = x(x^3 + 1)$.

- А $f'(x) = 4x^3 + 1$
 Б $f'(x) = 4x^3$
 В $f'(x) = 3x^2$
 Г $f'(x) = 3x^2 + 1$
 Д $f'(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^2}{2}$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16 До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Функція $y = \sqrt{x-4}$
 2 Функція $y = 2$
 3 Функція $y = x^3$

Закінчення речення

- А спадає на проміжку $(-\infty; 0)$.
 Б не визначена в точці $x = 1$.
 В набуває від'ємного значення в точці $x = 8$.
 Г набуває додатного значення в точці $x = -3$.
 Д є непарною.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17 Установіть відповідність між виразом (1–3) і тотожно рівним йому виразом (А – Д), якщо a – довільне додатне число, $a \neq 1$.

Вираз

- 1 $a^4 : a^3$
 2 $\frac{a^2 - a}{1 - a}$
 3 $7^{-\log_7 a}$

Тотожно рівний вираз

- А a^2
 Б a^7
 В $\frac{1}{a}$
 Г $-a$
 Д a

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18 Квадрат $ABCD$ та прямокутна трапеція $BMNC$ лежать в одній площині (див. рисунок). Площа кожної із цих фігур дорівнює 36 см^2 , $AM = 15 \text{ см}$. Установіть відповідність між відрізком (1–3) та його довжиною (А – Д).

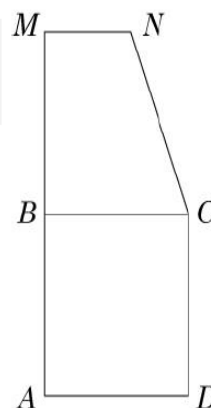
Відрізок

- 1 сторона квадрата $ABCD$
 2 висота трапеції $BMNC$
 3 менша основа трапеції $BMNC$

Довжина відрізка, см

- А 2
 Б 3
 В 4
 Г 6
 Д 9

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					





№ завдання	Правильна відповідь
1	А
2	Г
3	Б
4	В
5	Г
6	А
7	Б
8	В
9	Д
10	Д
11	Б
12	Г
13	Д
14	Д
15	А
16	1-Б, 2-Г, 3-Д
17	1-Д, 2-Г, 3-В
18	1-Г, 2-Д, 3-А
19	91
20	12
21	-111
22	-3,5

Електронне навчальне видання

Кашканова Галина Григорівна

Методичні вказівки

для підготовки до національного мультипредметного тесту

блоку математика з теми «Відсотки. Алгебраїчні вирази»

для слухачів підготовчих курсів

Частина 2

Рукопис оформила: *Г. Кашканова*

Редактор: *Н. Кравчук*

Оригінал-макет виготовлено в *PBB ВНТУ*

Підписано до видання 5.08.2025.

Гарнітура Times New Roman.

Зам. № P2025-112.

Видавець та виготовлювач

Вінницький національний технічний університет,

Редакційно-видавничий відділ.

ВНТУ, ГНК, к. 114.

Хмельницьке шосе, 95,

м. Вінниця, 21021.

press.vntu.edu.ua;

Email: rvv.vntu@gmail.com

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.