В.В. Колодний

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний технічний університет

В.В. Колодний

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного університету як навчальний посібник для студентів бакалаврського напрямку "Комп'ютерні науки" спеціальностей "Інтелектуальні системи прийняття рішень", "Програмне забезпечення автоматизованих систем" денної та заочної форм навчання. Протокол № 6 від 30 січня 2003 р.

Вінниця ВДТУ 2003

УДК 519.816
К 61

Р е ц е н з е н т и :

В.М. Дубовой, доктор технічних наук, професор
І.І. Хаймзон, доктор технічних наук, професор
В.І. Месюра, кандидат технічних наук, доцент

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України

Колодний В.В.
К 61 **Основи теорії прийняття рішень.** Навчальний посібник. Вінниця: ВДТУ, 2003. 70 с.

В навчальному посібнику викладаються основні поняття теорії прийняття рішень. Розглядаються підходи до розв'язання однокритеріальних та багатокритеріальних задач прийняття рішень, а також психологічні теорії та дослідження в галузі прийняття рішень. В кінці кожного розділу наводяться контрольні запитання та завдання для самостійної роботи різного рівня складності.

Призначається для студентів спеціальностей "Інтелектуальні системи прийняття рішень", "Програмне забезпечення автоматизованих систем".

УДК 519.816

ЗМІСТ

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Прийняття рішень (ПР) (англійською – "decision-making") – це особливий процес людської діяльності, який спрямований на вибір найкращого варіанта дій.

Під найкращим варіантом розуміється варіант, який приводить до отримання найкращого результату. Для переважної більшості рішень, що приймаються людиною, неможливо точно розрахувати і оцінити всі наслідки. Можна лише припускати, що вибір певного варіанта дій в майбутньому приведе до найкращого результату.

Теорія прийняття рішень – галузь науки, яка обґрунтовує прийняття найкращих в певному розумінні рішень.

В процесі прийняття рішень люди можуть грати різні ролі. Головною дійовою особою є ***особа, яка приймає рішення*** (ОПР). Тобто ОПР – це людина, яка фактично здійснює вибір варіанта дій. Англійською мовою ОПР – "decision-maker".

Бувають випадки, коли ОПР несе відповідальність за своє рішення, і випадки, коли таку відповідальність несе інша особа. Особу, яка несе відповідальність, називають ОВПР (***особа, яка відповідальна за прийняття рішення***), або інакше ***власником проблеми***. В окремих випадках ОПР і ОВПР збігаються.

Приклади ОВПР: голова колективного органу, який несе відповідальність за рішення, прийняте групою ОПР; керівник організації, який делегував повноваження своїм підлеглим або усунувся від прийняття рішення та ін.

Ще однією роллю є роль ***керівника або учасника активної групи***, тобто групи людей, що мають спільні інтереси і намагаються вплинути на процес вибору та його результат.

Якщо рішення приймаються малою групою, члени якої формально мають рівні права (журі, комісія), то людина є ***членом групи, що приймає рішення***. Головне в діяльності такої групи - досягнення згоди у прийнятті спільного рішення.

В процесі прийняття рішень людина може виступати в якості ***експерта***, тобто професіонала в певній галузі, до якого звертаються за додатковою інформацією.

При прийнятті складних стратегічних рішень часто запрошують ***консультантів з проблем прийняття рішень***. Іноді їх називають аналітиками або системними аналітиками. Їхня роль – це раціональна організація процесу прийняття рішень, допомога ОПР і ОВПР, виявлення позицій активних груп, робота з експертами, аналіз результатів та інше.

Аналітик ні в якому разі не повинен нести відповідальність за прийняті рішення, тому він і не повинен враховувати свої особисті оцінки в процесі прийняття рішень, а тільки допомагати іншим [7].

1.1. Загальний опис проблем прийняття рішень

Згідно з Г. Саймоном, в будь-яких ***процесах прийняття рішень*** можна виділити ***три етапи***:

1) пошук інформації;
2) пошук та знаходження множини допустимих альтернатив;
3) вибір найкращої альтернативи.

Перші два етапи є слабоформалізованими, але на третьому етапі можливо застосування наукових підходів [7].

В загальному випадку проблеми прийняття рішення можуть бути структуризовані, тобто описані, такою п'ятіркою:

$$<Q, A, I, \Psi, D>,$$

де **Q** – це критерії;

A – множина альтернатив;

I – наявна інформація;

Ψ – особливості ОПР;

D – правила вибору (прийняття) рішення.

Якщо деякі елементи цієї п'ятірки не описані, або описані не повністю, проблема ПР є слабо (погано) структуризованою. Якщо проблема ПР взагалі неструктуризована, то неможливо застосовувати наукові методи до її розв'язання.

Повна структуризація проблеми ПР не гарантує легкості її розв'язання, але сприяє цьому.

1.2. Критерії та альтернативи

Критерії оцінювання альтернатив – це показники їх привабливості або непривабливості для учасників процесу вибору. Ці показники називають інакше: ознаками, факторами, атрибутами, аспектами та ін.

Критерії повинні характеризувати цілі рішення.

В професійній діяльності вибір критерію визначається досвідом та багаторічною практикою.

За кількістю використовуваних критеріїв розрізняють такі випадки:

- критерій один;
- критеріїв декілька (під словом "декілька" розуміють 2 - 4);
- багато критеріїв (5 - 10);

- дуже багато критеріїв (більше 10).

<u>Оцінки за критеріями</u> можуть бути ***кількісними*** та ***якісними.*** Кількісна – це оцінка, яка визначається числом. Кількісні оцінки, в свою чергу, можуть бути ***неперервними*** або ***дискретними***. Оцінки альтернатив отримують в результаті вимірювання.

В теорії вимірювань існують чотири типи шкал:

1. ***Номінаційна шкала*** (або шкала найменувань). В прийнятті рішень вона не використовується, бо не вказує який з об'єктів кращий.

2. ***<u>Шкала порядку</u>*** (порядкова шкала) використовує оцінки, що впорядковані за зростанням або спаданням якості.

3. ***<u>Інтервальна шкала</u>*** (шкала рівних інтервалів). За цією шкалою початок відліку та відстань між оцінками обирається довільно, і ця відстань (тобто крок) є постійною.

4. ***<u>Пропорційна шкала</u>*** (шкала пропорційних оцінок) дозволяє визначити не лише на скільки, а й в скільки разів одна оцінка краще за іншу.

Для оцінювання альтернатив слід, по можливості, використовувати <u>порядкові</u> та <u>пропорційні шкали</u>.

<u>Альтернативи</u> – це варіанти дій, які може вибирати ОПР. Для постановки задачі прийняття рішень потрібно мати не менше двох альтернатив, максимум – не обмежений.

В залежності від потужності множини альтернатив виділяють різні випадки:

- декілька (2 - 9);
- багато (10 - 100);
- дуже багато (більше 100);
- нескінченно багато (множина альтернатив зліченна або континуальна).

Множина альтернатив може бути ***фіксованою*** або ***відкритою***.

1.3. Класифікація задач прийняття рішень

Не існує загальноприйнятої універсальної класифікаційної схеми задач прийняття рішень [2,5,6,7,8,9,13,14]. Але можна виділити деякі важливі ***класифікаційні ознаки***, а саме:

1) кількість критеріїв (при цьому розглядають випадки - один або більше одного);

2) наявність випадкових та невідомих факторів, що впливають на прийняття рішення;

3) можливість зміни умов задачі прийняття рішень в процесі їх аналізу (отримання нової інформації та її врахування в процесі прийняття рішень).

За кількістю критеріїв всі задачі можна розділити на:

1.1. Однокритеріальні задачі прийняття рішень;

1.2. Багатокритеріальні задачі прийняття рішень.

За наявністю випадкових та невідомих факторів:

2.1. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності;

2.2. Задачі прийняття рішень в умовах ризику;

2.3. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності.

За можливістю зміни умов задачі:

3.1. Статичні задачі прийняття рішень;

3.2. Динамічні задачі прийняття рішень.

Крім цього розрізняють:

4.1. Задачі прийняття індивідуальних рішень;

4.2. Задачі прийняття колективних рішень.

5.1. Задачі прийняття рішень людиною;

5.2. Задачі автоматичного прийняття рішень;

5.3. Задачі автоматизованого прийняття рішень.

Задачі виду 5.2, 5.3 розв'язуються з допомогою комп'ютерних інтелектуальних систем.

1.4. Системи підтримки прийняття рішень (СППР)

СППР – системи комп'ютер-ОПР, в яких застосовуються спеціальні комп'ютеризовані процедури прийняття рішень (КППР).

КППР – процедури діалогу ОПР та комп'ютера з метою знаходження найкращих рішень.

КППР являють собою багаторазове чергування комп'ютерної фази розрахунків та фази аналізу, що здійснюється ОПР [7].

Комп'ютерна фаза:

- на основі отриманої на попередньому кроці інформації від ОПР здійснюються розрахунки можливих варіантів найкращого рішення (видаються рекомендації для ОПР);
- виробляється допоміжна інформація для ОПР.

Фаза аналізу:

- аналізуються отримані рекомендації (чи є запропоновані варіанти рішень прийнятними?) та допоміжна інформація;
- повідомляється комп'ютеру додаткова інформація, яка використовується для нових розрахунків.

1.5. Контрольні запитання та завдання для самостійної роботи

1. Що відрізняє процеси прийняття рішень від інших видів діяльності людини?

2. В чому полягає різниця між ОПР та ОВПР?

3. Які різні ролі відіграють люди в процесі прийняття рішень?

4. В чому полягає структуризація проблеми прийняття рішень?

5. Що таке критерії? Наведіть приклади критеріїв.

6. Що таке альтернативи? Наведіть приклади альтернатив.

7. Які типи шкал використовуються в процесі прийняття рішень? Наведіть приклади.

8. За якими ознаками можна класифікувати задачі прийняття рішень?

9. В чому полягають особливості комп'ютерної фази та фази аналізу в системах підтримки прийняття рішень?

10. Сформулюйте декілька задач прийняття рішень, виходячи з власного життєвого досвіду.

11. Структуризуйте задачі (п. 10), виділіть альтернативи, цілі і критерії.

12. Класифікуйте отримані задачі (п. 10, 11) та запропонуйте підходи до їхнього розв'язання. Спробуйте сформулювати відповідні правила прийняття рішень.

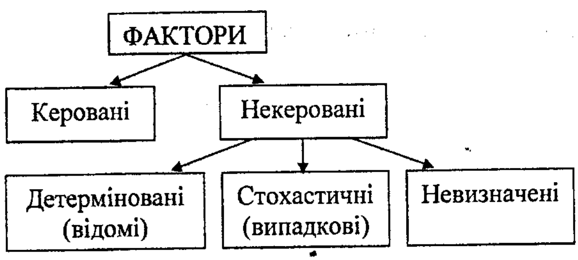
2. ОДНОКРИТЕРІАЛЬНІ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

2.1. Загальна характеристика однокритеріальних задач

В таких задачах використовують лише один кількісний критерій **Q**. Цей критерій відображає ступінь досягнення мети в задачі прийняття рішень. Найкращим вважається варіант $a_{opt} \in$ **A**, для якого значення **Q** є максимальним (або мінімальним).

Кожен варіант характеризується значеннями керованих факторів (тих, які може змінювати ОПР). Критерій **Q** може бути обчислений функціонально (аналітично) або алгоритмічно, тобто за допомогою комп'ютерного експерименту.

Значення критерію залежить від різних факторів [13]:



Керовані фактори – фактори, вибір яких може здійснюватись ОПР. Ці фактори визначають стратегію (в термінах дослідження операцій).

Некеровані фактори – фактори, на які ОПР впливати не може.

Детерміновані фактори – невипадкові фіксовані фактори, значення яких повністю відомі ОПР.

Випадкові (стохастичні) фактори – випадкові величини та процеси з відомими ОПР законами розподілу.

Невизначені фактори – це фактори, значення яких невідомі ОПР під час прийняття рішень, а також невідомі закони їх розподілу.

Як правило, на деякі фактори накладаються обмеження, які можуть бути ***принциповими*** або ***імперативними***.

Обмеження визначають області допустимих значень відповідних факторів, та можуть зменшувати потужність множини допустимих альтернатив **А**.

Задача прийняття рішень (класична постановка задачі):

При заданих значеннях детермінованих факторів, з урахуванням стохастичних та невизначених факторів, знайти оптимальні значення керованих факторів із областей їх допустимих значень, які б екстремізували заданий критерій.

2.2. Прийняття рішень в умовах визначеності

Ці задачі прийняття рішень називаються також ***детермінованими***. Вони характеризуються однозначним зв'язком між прийнятим рішенням і його наслідком [13]. Це найбільш простий і найбільш досліджений випадок задач прийняття рішень. В таких задачах значення критерію оптимальності **Q** залежить тільки від значень керованих факторів, що обираються ОПР. Таким чином, **ОПР відомі всі фактори** (керовані та некеровані).

Для детермінованих задач прийняття рішень з успіхом використовуються численні методи математичного програмування.

Розглянемо особливості проблеми прийняття рішень в даному випадку:

$$\langle Q, A, I, \Psi, D \rangle;$$

$$Q = F(\Phi_{кер}, \Phi_{д}),$$

де **Q** – один критерій (кількісний показник);

$\mathbf{Ф}_{кер}$ – множина шуканих значень керованих факторів (параметрів);

$\mathbf{Ф}_{д}$ – множина відомих значень некерованих факторів (параметрів);

F – відома функціональна або алгоритмічна залежність;

Ψ – в явному вигляді не враховується.

D: "вибрати альтернативу $a_{opt} \in$ **A**, для якої $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{max}$ або $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{min}$".

I – може бути структурована таким чином:

$$I \supseteq <Ф_{кер}, Ф_д, Обм, F>,$$

де **Обм** – множина відомих обмежень, що накладаються на параметри (ця множина може бути в окремому випадку пустою).

Потужність множини альтернатив **A** може бути будь-якою.

2.3. Прийняття рішень в умовах ризику

Такі задачі прийняття рішень виникають тоді, коли кожна альтернатива $a_i \in$ **A** пов'язана з множиною можливих наслідків $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \ldots, S_j, \ldots\}$, що мають відомі ймовірності настання $\mathbf{p}_{ij}$ (**i** – відповідає обраній альтернативі, **j** - наслідку).

В подібних ситуаціях рекомендації щодо прийняття рішень основуються на ***осередненні стохастичних факторів***. Завжди існує певний ризик того, що ОПР матиме інший наслідок, а не той, на який орієнтується [13].

Якщо множини **A** і **S** скінченні, а кількість наслідків однакова для кожної альтернативи, то задача прийняття рішень описується у вигляді таблиці (двох матриць).

Введемо позначення:

m – кількість альтернатив;

n – кількість можливих наслідків;

u_{ij} - корисність наслідку S_j при виборі альтернативи a_i;

M[ ] - оператор визначення математичного сподівання.

	S_1	S_2	…	S_j	…	S_n	математичне сподівання корисності альтернативи
a_1	u_{11} p_{11}	u_{12} p_{12}		u_{1j} p_{1j}		u_{1n} p_{1n}	$Q_1 = M[u_{1j}] = \sum_{j=1}^{n} u_{1j} p_{1j}$
…							
a_i	u_{i1} p_{i1}	u_{i2} p_{i2}		u_{ij} p_{ij}		u_{in} p_{in}	$Q_i = M[u_{ij}] = \sum_{j=1}^{n} u_{ij} p_{ij}$
…							
a_m	u_{m1} p_{m1}	u_{m2} p_{m2}		u_{mj} p_{mj}		u_{mn} p_{mn}	$Q_m = M[u_{mj}] = \sum_{j=1}^{n} u_{mj} p_{mj}$

Математичне сподівання корисності альтернативи називається <u>***очікуваною корисністю***</u>.

Розглянемо особливості проблеми прийняття рішень в цьому випадку:

$$<Q, A, I, \Psi, D>,$$

де **Q** - це один кількісний показник (очікувана корисність альтернативи);

I - обов'язково повинні бути відомими ймовірності p_{ij} або закони розподілу випадкових факторів $\Phi_{вип}$;

Ψ - в явному вигляді не враховується;

D: "вибрати альтернативу $a_{opt} = a_k \in A$, для якої $Q_k = \max\limits_{a_i \in A} \{Q_i\}$".

<u>Ймовірності p_{ij} можуть бути об'єктивними</u> (обчислюватись за певними формулами) <u>або суб'єктивними</u> (визначатись експертними методами) з врахуванням умови $\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1$.

Реальна корисність кожної обраної альтернативи може сильно відрізнятися від очікуваної як в бік покращення, так і в бік погіршення. При багаторазовому повторенні вибору ці розбіжності в середньому згладжуються.

Вищезгадане правило **D** використовують навіть тоді, коли прийняття рішення слід здійснити лише один раз. При цьому необхідно рахуватися з можливим ризиком в кожному окремому випадку. Але все ж таки застосування правила **D** краще, ніж прийняття рішення взагалі без обґрунтування. Для оцінки ризику крім математичного сподівання бажано аналізувати також і значення дисперсії.

Задача.

Студент їде в трамваї і приймає рішення, купувати йому квиток, чи ні (проїзного квитка він не має).

Побудуємо таблицю рішень, для чого визначимо множину альтернатив, множину можливих наслідків, корисності та ймовірності настання цих наслідків для кожної альтернативи:

$A = \{a_1, a_2\}$,

де a_1 – купувати квиток;

a_2 – не купувати квиток.

$S = \{S_1, S_2\}$,

де S_1 – довелося сплачувати штраф;

S_2 – не довелося сплачувати штраф.

	S_1	S_2	Q_i
a_1	-8,80 0,01	-0,40 0,99	$Q_1 = -8{,}80 \cdot 0{,}01 - 0{,}4 \cdot 0{,}99 = -0{,}484$
a_2	-8,40 0,1	0 0,9	$Q_2 = -8{,}40 \cdot 0{,}1 + 0 \cdot 0{,}9 = -0{,}840$

$Q_1 > Q_2$, тому $a_{opt} = a_1$.

Таким чином, ми бачимо, що купувати квиток вигідніше, ніж не купувати!

В загальному випадку кількість можливих наслідків $\mathbf{n}_i$ залежить від обраної альтернативи a_i, тому довжина рядків в таблиці рішень може бути різною.

Якщо $\mathbf{n}_i = \infty$, то для визначення очікуваної корисності потрібно знати функцію щільності розподілу корисності альтернативи a_i по всій нескінченній множині наслідків $\mathbf{S}_i$.

2.4. Прийняття рішень в умовах невизначеності

Такі задачі прийняття рішень відрізняються від задач прийняття рішень в умовах ризику тим, що немає достовірної інформації про ймовірності $\mathbf{p}_{ij}$ [13].

Множина **S** розглядається як ***множина можливих станів природи*** (зовнішнього середовища) при $\mathbf{n} \geq 2$.

В момент прийняття рішень невідомо, який саме стан природи буде мати місце.

Аналогічна таблиця буде складатися не з двох, а з однієї матриці (матриці рішень):

	S_1	S_2	...	S_j	...	S_n	значення оціночної функції **e**
a_1	u_{11}	u_{12}		u_{1j}		u_{1n}	e_1
...							...
a_i	u_{i1}	u_{i2}		u_{ij}		u_{in}	e_i
...							...
a_m	u_{m1}	u_{m2}		u_{mj}		u_{mn}	e_m

Для того, щоб мати змогу вибрати найкращий варіант, вводять відповідні ***оціночні функції*** **e**.

Кожній альтернативі a_i приписується відповідне значення оціночної функції e_i, яке характеризує в цілому всі можливі наслідки прийнятого рішення. Після цього матриця приводиться до одного стовпця.

Розглянемо особливості проблеми прийняття рішень в цьому випадку:

$$\langle Q, A, I, \Psi, D \rangle,$$

де **Q** – один кількісний показник (значення оціночної функції **e**);

A – множина альтернатив скінченна;

I – інформації повинно бути достатньо для побудови матриці рішень та вибору оціночної функції, яка в загальному випадку залежить від **Ψ: (e = e(Ψ))**;

Ψ – в явному вигляді не враховується;

D : залежить від позиції ОПР та вигляду оціночної функції.

В залежності від конкретного вигляду оціночної функції, що застосовується, розрізняють різні критерії прийняття рішень в умовах невизначеності.

Розглянемо докладніше основні з них.

Спочатку проаналізуємо особливості ОПР (Ψ-фактори) за шкалою оптимізму-песимізму. Виділимо два граничних випадки: випадок крайнього оптимізму ОПР і випадок крайнього песимізму ОПР. Сформулюємо відповідні критерії прийняття рішень в цих випадках.

Критерій крайнього оптимізму ОПР (азартного гравця)

В цьому випадку ОПР беззастережно вірить в успіх, тобто в те, що стан природи буде найкращим зі всіх можливих.

Оціночна функція має вигляд: $e_i = \max_j u_{ij}$.

Правило прийняття рішень **D** має вигляд: "вибрати альтернативу, для якої $Q = \max_i e_i$".

В техніці цей критерій взагалі не використовується, а в інших галузях діяльності людини – дуже рідко (майже ніколи).

Критерій крайнього песимізму ОПР (критерій Вальда)

Критерій Вальда називають також критерієм обережного спостерігача або мінімаксним критерієм [8,13].

В цьому випадку ОПР орієнтується на найнесприятливіший стан природи.

Оціночна функція має вигляд: $e_i = \min_j u_{ij}$.

Правило прийняття рішень **D** має вигляд: "вибрати альтернативу, для якої $Q = \max_i e_i$".

Обрані таким чином варіанти повністю виключають ризик, бо розраховані на найгірші з можливих умов. Іноді такий крайній песимізм не відповідає реальним ситуаціям прийняття рішень і тому буває краще використовувати інші критерії.

Розглянемо такий приклад:

	S_1	S_2	e_i
a_1	1	100	1
a_2	1,01	1,01	1,01

За Вальдом обраною має бути альтернатива a_2, але більшість ОПР оберуть, без сумніву, альтернативу a_1.

Критерій Вальда доцільно використовувати в таких ситуаціях прийняття рішень:

- про можливості виникнення станів S_j нічого не відомо;
- рішення реалізується лише один раз;

• необхідно повністю виключити будь-який ризик (тобто ціна ризику надвисока).

В техніці цей критерій використовується досить часто, а в інших галузях діяльності людини – порівняно рідко.

Критерій Гурвіца

Якщо ступінь песимізму ОПР оцінювати за пропорційною шкалою в межах від 0 до 1, то можна ввести коефіцієнти:

α - коефіцієнт песимізму ОПР;

$(1-\alpha)$- коефіцієнт оптимізму ОПР;

$$0 \quad \alpha \quad 1.$$

Оціночна функція матиме вигляд:

$$e_i = \alpha \min_j \ u_{ij} + (1-\alpha) \max_j \ u_{ij}.$$

Правило прийняття рішень **D** має вигляд: "вибрати альтернативу, для якої $\mathbf{Q} = \max_i \ \mathbf{e}_i$".

Якщо **α=0**, то критерій Гурвіца перетворюється на критерій азартного гравця, а якщо **α=1**, то на критерій Вальда [8,13].

Розглянемо приклад:

	S_1	S_2	...	S_{100}
a_1	10000	1	...	1
a_2	9999	9999	...	0,99

Можна побачити, що кращою альтернативою буде перша альтернатива незалежно від значення α:

$a_{opt}=a_1.$ (Перевірте це самостійно!)

Це свідчить про те, що іноді і критерій Гурвіца може призводити до нераціонального вибору.

Критерій Гурвіца застосовують, якщо:

- про можливості виникнення станів S_j нічого не відомо;
- рішення реалізується один або декілька разів;
- допускається певний ризик;
- є відомості про певні Ψ–фактори ОПР ($\alpha \in \Psi$).

Критерій Севіджа (мінімізації максимальних жалкувань)

Вводиться поняття "жалкування" b_{ij} для кожного елемента матриці рішень. Будується матриця жалкувань, для якої:

$$b_{ij} = \max_i u_{ij} - u_{ij}.$$

Оціночна функція – це максимальне значення жалкування для даної альтернативи:

$$e_i = \max_j b_{ij}.$$

Правило прийняття рішень **D** має вигляд: "вибрати альтернативу, для якої $\mathbf{Q} = \min_i \ e_i$".

Критерій Севіджа трохи менш песимістичний, ніж критерій Вальда [8,13].

Критерій Севіджа застосовують, якщо:

- про можливості виникнення станів S_j нічого не відомо;
- рішення реалізується один або декілька разів;
- допускається невеликий ризик.

Критерій Байєса-Лапласа

Хоча об'єктивно ймовірності виникнення станів природи p_{ij} невідомі, іноді можна використати певні суб'єктивні припущення щодо цих ймовірностей (Ψ-фактори), тобто звести задачу прийняття рішень в умовах невизначеності до задачі прийняття рішень в умовах ризику [8,13].

Можна приписати ймовірностям $\mathbf{p_{ij}}$ певні значення з урахуванням умови $\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1$.

Оціночна функція матиме вигляд: $e_i = \sum_{j=1}^{n} u_{ij} p_{ij}$.

Правило прийняття рішень **D** має вигляд: "вибрати альтернативу, для якої $\mathbf{Q = \max_i e_i}$".

В окремому випадку можна вважати всі стани рівноймовірними, тобто прийняти: $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1/n$.

В цьому випадку отримаємо <u>критерій Лапласа</u>. Оціночна функція матиме вигляд:

$$e_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} u_{ij}.$$

<u>Критерій Байєса-Лапласа застосовують</u>, якщо:

- рішення реалізується дуже багато разів;
- для невеликої кількості реалізацій рішення допускається невеликий ризик;
- ймовірності $\mathbf{p_{ij}}$ не змінюються з часом.

<u>Приклад застосування різних критеріїв</u>

Розглянемо таку задачу прийняття рішень в умовах невизначеності:

Студент іде на прогулянку і приймає рішення, брати парасольку, чи ні.

Опишемо множину альтернатив:

$\mathbf{A = \{a_1, a_2\}}$,

де a_1 – брати парасольку;

a_2 –не брати парасольку.

Опишемо множину можливих наслідків:

$$S = \{S_1, S_2, S_3\},$$

де S_1 – дощу не було;

S_2 –був невеликий дощ;

S_3 –був сильний дощ.

Під корисністю u_{ij} будемо розуміти рівень задоволеності студента від обраної альтернативи a_i після настання наслідку S_j.

Побудуємо матрицю рішень з урахуванням Ψ-факторів студента:

	S_1	S_2	S_3
a_1	-5	+1	+5
a_2	+3	-2	-10

u_{11}=-5 (студент буде незадоволений тим, що дарма носив парасольку);

u_{12}=1; u_{13}= 5 (студент буде задоволений тим, що не змок під дощем);

u_{21}=3 (студент буде задоволений тим, що не носив дарма парасольку);

u_{22}=-2; u_{23}=-10 (студент буде незадоволений тим, що змок під дощем).

Застосуємо різні критерії та визначимо оптимальні альтернативи в кожному випадку.

1. Критерій азартного гравця.

$$e_i = \max_j u_{ij};$$

$e_1 = 5;$

$e_2 = 3;$ $\qquad a_{opt} = a_1.$

2. Критерій Вальда.

$$e_i = \min_j u_{ij};$$

$e_1 = -5;$

$e_2 = -10;$ $\qquad a_{opt} = a_1.$

3. Критерій Гурвіца.

Задамо значення $\alpha = 0,4$, тоді

$$e_i = \alpha \min_j u_{ij} + (1-\alpha) \max_j u_{ij};$$

$$e_1 = 0,4 \cdot (-5) + 0,6 \cdot 5 = -2 + 3 = 1;$$

$$e_2 = 0,4 \cdot (-10) + 0,6 \cdot 3 = -4 + 1,8 = -2,2;$$

$$a_{opt} = a_1.$$

4. Критерій Севіджа.

Обчислимо $b_{ij} = \max_i u_{ij} - u_{ij}$ та побудуємо матрицю жалкувань:

	S_1	S_2	S_3
a_1	8	0	0
a_2	0	3	15

$$e_i = \max_j b_{ij};$$

$e_1 = 8;$

$e_2 = 15;$ $\qquad a_{opt} = a_1.$

5. Критерій Байєса.

Припустимо, що погодні умови на момент прийняття рішення відомі. Тоді можна задатися прогнозованими значеннями ймовірностей настання наслідків, які, зрозуміло, не залежать від альтернатив:

$p_1 = p\{S_1\} = 0,8;$

$p_2 = p\{S_2\} = 0,1;$

$p_3 = p\{S_3\} = 0,1.$

$$e_i = \sum_{j=1}^{3} u_{ij} p_j;$$

$$e_1 = -5 \cdot 0,8 + 1 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,1 = -4 + 0,1 + 0,5 = -3,4;$$

$$e_2 = 3 \cdot 0,8 - 2 \cdot 0,1 - 10 \cdot 0,1 = 2,4 - 0,2 - 1 = 1,2;$$

$$a_{opt} = a_2.$$

Таким чином, перші чотири критерії рекомендують брати парасольку, а критерій Байєса – не брати. Очевидно, що вибір оптимальної альтернативи за критерієм Байєса залежить від ймовірності дощу.

2.5. Контрольні запитання та завдання для самостійної роботи

1. Наведіть класифікацію факторів, від яких може залежати значення критерію в задачах прийняття рішень.

2. Наведіть класичну постановку однокритеріальної задачі прийняття рішень.

3. Які особливості мають задачі прийняття рішень в умовах визначеності? Якими методами розв'язуються ці задачі?

4. Які особливості мають задачі прийняття рішень в умовах ризику?

5. Що таке очікувана корисність альтернативи?

6. При визначені ймовірностей наслідків яку умову слід обов'язково враховувати?

7. Для задачі з п. 2.3. визначити, при якому розмірі штрафу альтернативи a_1, a_2 будуть рівноцінними.

8. Для задачі з п. 2.3. визначити, при якій ймовірності сплати штрафу альтернативи a_1, a_2 будуть рівноцінними.

9. Які особливості мають задачі прийняття рішень в умовах невизначеності?

10. Поясніть сутність критерію азартного гравця.

11. Поясніть сутність критерію Вальда.

12. Поясніть сутність критерію Гурвіца.

13. Поясніть сутність критерію Севіджа.

14. Поясніть сутність критерію Байєса-Лапласа.

3. АНАЛІЗ ОЧІКУВАНОЇ КОРИСНОСТІ

3.1. Аксіоми раціональної поведінки

Усі аксіоматичні теорії раціональної поведінки базуються на припущенні, що раціональна людина приймає рішення, яке є результатом упорядкованого процесу мислення. Слово "упорядкований" при цьому визначається в строгій математичній формі.

Вводиться низка припущень про поведінку людини під час прийняття рішень, які називаються аксіомами раціональної поведінки. За умови правильності цих аксіом доводиться теорема про існування функції корисності, тобто певної функції, яка визначає вибір ОПР [7].

Корисність – це уявлена міра психологічної та споживацької цінності різних наслідків, яку в процесі вибору максимізує ОПР з раціональним мисленням (раціональною поведінкою).

Окрім поняття корисності, аксіоматичні теорії раціональної поведінки використовують також інформацію про об'єктивні або суб'єктивні ймовірності можливих наслідків, що можуть мати місце при виборі того чи іншого варіанта рішення (альтернативи).

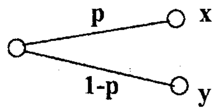
Розглянемо найперші аксіоми раціональної поведінки, які були сформульовані Дж. фон Нейманом та О. Моргенштерном (США) в першій половині XX ст.

Позначимо через **x**, **y**, **z** різні наслідки прийнятих рішень, що належать множині можливих наслідків, а через **p**, **q** – ймовірності тих чи інших наслідків ($0<\mathbf{p}<1$, $0<\mathbf{q}<1$).

Введемо поняття лотереї.

Лотерея **L(x, p, y)** – гра з двома наслідками: **x** настає з ймовірністю **p**, а **y** настає з ймовірністю **1-p**.

Графічне зображення лотереї:



Введемо відношення:

1) строгої переважності $\succ$ (“краще”);

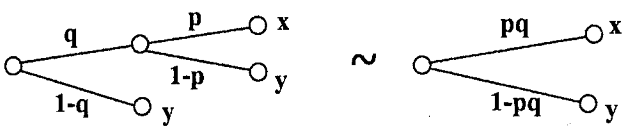
2) не строгої переважності $\succcurlyeq$ (“не гірше”);

3) байдужості $\sim$ (“байдуже”).

Аксіома 1 (зв’язності). Або $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$, або $\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{x}$, або те і інше разом.

Аксіома 2 (транзитивності). Якщо $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$, $\mathbf{y} \succcurlyeq \mathbf{z}$, то $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{z}$.

Аксіома 3 (можливості заміни лотерей).



$$L\,(L\,(x, p, y), q, y) \sim L\,(x, pq, y).$$

Аксіома 4. Якщо $x \sim y$, то $L\,(x, p, z) \sim L\,(y, p, z)$.

Аксіома 5. Якщо $x \succ y$, то $x \succ L\,(x, p, y) \succ y$.

Аксіома 6. Якщо $x \succ y \succ z$, то існує така ймовірність **p**, що $y \sim L\,(x, p, z)$.

Теорема. Якщо аксіоми 1-6 виконуються, то існує така числова функція **U**, що визначена на множині наслідків, для якої:

1) $\mathbf{x} \succcurlyeq \mathbf{y}$, тоді і лише тоді, коли $\mathbf{U(x)} \geq \mathbf{U(y)}$;

2) **U (L(x, p, y)) = pU (x) + (1-p)U (y).**

Розглянемо особливості проблеми прийняття рішень у разі застосування аксіоматичних теорій раціональної поведінки:

$$\langle Q, A, I, \Psi, D\rangle;$$

$$Q = M\,[U\,(a)],\ a \in A,$$

де **Q** – очікувана корисність альтернативи;

A – потужність множини може бути будь-якою;

I: інформації повинно бути достатньо для визначення функції корисності на множині можливих наслідків за умов виконання аксіом раціональної поведінки; повинні бути відомими ймовірності можливих наслідків (об'єктивні або суб'єктивні);

Ψ – враховується при визначенні суб'єктивних ймовірностей та функцій корисності: **U = U (Ψ);**

D : "Вибрати альтернативу з максимальною очікуваною корисністю

$$\boldsymbol{a_{opt} = a_k \in A}, \text{ якщо } \boldsymbol{Q_k = \max_{a_i \in A} \{Q_i\}}\text{".}$$

3.2. Дерева рішень

Для графічного зображення альтернативних варіантів дій, ймовірностей та можливих наслідків використовують графові структури - так звані дерева рішень. Подальший аналіз дерев рішень дозволяє виявити найкращу послідовність дій, якій відповідає максимальне значення очікуваної корисності [7].

Дерева рішень будують, виходячи з послідовного розгляду всіх можливих подій. Для побудови та аналізу дерева рішень повинні бути відомими числові значення ймовірностей всіх можливих подій та корисностей всіх можливих наслідків.

Термінальні (кінцеві) вершини дерева будемо позначати подвійним кружечком ◎.

Нетермінальні вершини дерева рішень можуть бути двох типів:

1) якщо вибір рішення робиться людиною свідомо (позначається □);

2) якщо все вирішує випадок (позначається ○).

На дугах ("гілках" дерева) виписуються значення відповідних імовірностей, а біля термінальних вершин – значення корисностей відповідних наслідків.

Імовірності можуть бути як об'єктивними, так і суб'єктивними.

Для вибору оптимальної стратегії при аналізі дерева рішень використовують такі правила:

1) аналіз здійснюється в напрямку від термінальних вершин дерева до його кореня;

2) для вершин, що позначені кружечками, обчислюється значення очікуваної корисності;

3) для вершин, що позначені квадратиками, обирається дуга з максимальною очікуваною корисністю, а інші дуги відсікаються (двома рисками).

Така процедура знаходження оптимального шляху на дереві рішень називається ***згортанням дерева***.

Розглянемо такий приклад.

Гравець бере участь в телевізійній грі "Перший мільйон", відповідає на дев'яте запитання (16000 грн.) і не знає правильної відповіді. У гравця залишилася одна підказка – 50:50. На десяте запитання відповідати він не буде. Побудуємо дерево рішень та проаналізуємо його з метою оцінки різних варіантів дій гравця (стратегій).

Будемо вважати корисність 1000 грн. за одиницю:

$$u(1000) = 1.$$

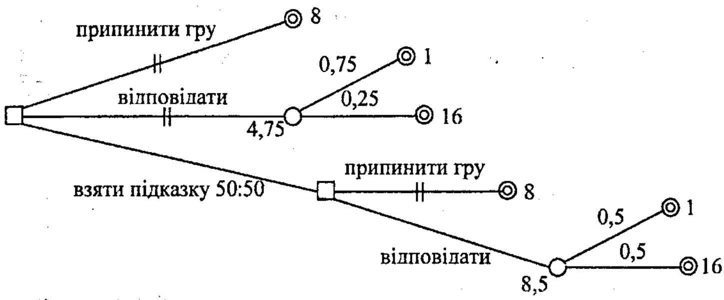
Розглянемо три альтернативи (стратегії гравця):

Стратегія А - припинити гру.

Стратегія В - відповідати без підказки.

Стратегія С - взяти підказку, а потім відповідати.

Побудуємо дерево рішень:



Визначимо очікувану корисність кожної альтернативи:

$$u(A) = 8;$$

$$u(B) = 0{,}75 \cdot 1 + 0{,}25 \cdot 16 = 4{,}75;$$

$$u(C) = 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 16 = 8{,}5.$$

З цих розрахунків видно, що найкращою є альтернатива С.

3.3. Порушення аксіом раціональності

Приклад 1. Розглянемо дві лотереї (корисність в гривнях):

$$\mathbf{L_1\,(-1;\ 0{,}5;\ 1)}\ \text{та}\ \mathbf{L_2\,(-100;\ 0{,}5;\ 100)}.$$

Згідно з аксіомами раціональності $\mathbf{u(L_1) = u(L_2) = 0}$, тобто $\mathbf{L_1 \sim L_2}$.

Приклад 2. Розглянемо дві лотереї: $\mathbf{L_1\,(0;\ 0{,}1;\ 10)}$ та $\mathbf{L_2\,(0;\ 0{,}9;\ 90)}$.

Згідно з аксіомами раціональності $u(L_1) = 0{,}1 \cdot 0 + 0{,}9 \cdot 10 = 9$ та $u(L_2) = 0{,}9 \cdot 0 + 0{,}1 \cdot 90 = 9$, тобто також $\mathbf{L_1 \sim L_2}$.

Приклад 3. Згадаємо дерево рішень для гри "Перший мільйон". Найкращу альтернативу **C** можна представити у вигляді лотереї

$$\mathbf{L\,(1;\,0{,}5;\,16)};\quad u(L) = u(C) = 8{,}5;\quad u(A) = 8.$$

Згідно з аксіомами раціональності кожний гравець повинен вибрати альтернативу **C** (продовжити гру), але в дійсності багато хто з гравців вибирає альтернативу **A** (припинити гру), незважаючи на те, що u(A)<u(C).

Дисперсію лотереї **L (x, p, y)** можна обчислити за формулою

$$\mathbf{D = p(1\text{-}p)(x\text{-}y)^2}.$$

В прикладі **1** $D_1 = 1$; $D_2 = 10000$.

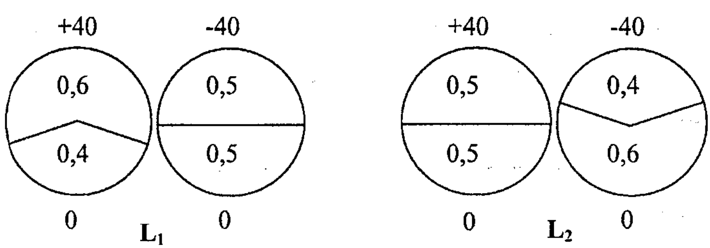
В прикладі **2** $D_1 = 9$; $D_2 = 729$.

В прикладі **3** $D_A = 0$; $D_C = 56{,}25$.

Можна помітити, що в кожному з прикладів **1-3** лотереї відрізняються дисперсією корисності. Таким чином, на вибір ОПР часто впливає не тільки математичне сподівання, але й дисперсія корисності альтернатив. Якщо конкретній ОПР пред'являти різні лотереї, що мають однакову очікувану корисність, але різну дисперсію, то вона може вибрати лотерею з оптимальною (для себе) дисперсією. Виявилося, що приблизно одна і та ж кількість людей віддають перевагу малим, великим та середнім значенням дисперсії.

Дослідження показали, що іноді на вибір ОПР може впливати також коефіцієнт асиметрії корисності [5,7].

Приклад 4. Розглянемо складені лотереї $\mathbf{L_1}$ та $\mathbf{L_2}$ (колеса рулетки).



1)

u	-40	0	+40
p	0,20	0,50	0,30

$u(L_1) = -8 + 0 + 12 = 4$

2)

u	-40	0	+40
p	0,20	0,50	0,30

$u(L_2) = -8 + 0 + 12 = 4$

Оскільки розподіли ймовірностей для $\mathbf{L_1}$ та $\mathbf{L_2}$ збігаються, то збігаються і всі їхні статистичні параметри (математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнти асиметрії, ексцесу та ін.). Але випробувані, як правило, чітко вибирали одну з цих лотерей, хоча згідно з аксіомами раціональності вони не повинні були віддавати перевагу жодній з них.

Також була виявлена можливість зміни корисностей альтернатив у часі, тобто в загальному випадку $\mathbf{u}(a) \neq \mathbf{const}$. Наприклад, згідно з **теорією реактивного опору** особистості Дж. Брема, зростає корисність альтернативи, яка знаходиться під загрозою вилучення з множини **А** ("запретный плод сладок"). Аналогічно зменшується корисність альтернативи, яку ОПР нав'язують ззовні.

Крім цього, бувають випадки, коли на вибір a_{opt} впливає потужність та склад множини **А**, тобто інші некращі альтернативи (контекст вибору).

Цікаві дослідження були проведені щодо встановлення самоцінності ризику. Виявилось, що за певних умов ризик може оцінюватись позитивно (азартні ігри, екстремальні види спорту, "російська рулетка" та ін.).

3.4. Нетранзитивність переважань

Проведені дослідження продемонстрували, що в реальному житті аксіома транзитивності може порушуватися. Розглянемо приклади, які це підтверджують [5,7].

Дослідження переважань юнаків при виборі "супутниць життя" (К.Мей) здійснювалося за трьома критеріями:

1) розум;

2) красота;

3) матеріальна забезпеченість.

Оцінки за цими критеріями визначалися на 6-бальній шкалі.

Правило рішень було сформульовано так:

D: "Обрати ту дівчину з двох, в якої оцінки вищі принаймні за двома критеріями".

Виявилося багато нетранзитивних переважань. Наприклад, три дівчини отримали оцінки:

$$\mathbf{G_1 = (6, 4, 5);}$$
$$\mathbf{G_2 = (5, 6, 4);}$$
$$\mathbf{G_3 = (4, 5, 6).}$$

Тоді $\mathbf{G_1} \succ \mathbf{G_2}$; $\mathbf{G_2} \succ \mathbf{G_3}$; $\mathbf{G_3} \succ \mathbf{G_1} \Rightarrow$ отримали коло.

Аналогічні дослідження провів А. Тверський. Попарне порівняння об'єктів за трьома критеріями, перший з яких є набагато важливішим, ніж два інших, дало такі результати:

$$\boldsymbol{a_1} = \mathbf{(7, 5, 5);}$$
$$\boldsymbol{a_2} = \mathbf{(6, 10, 10);}$$
$$\boldsymbol{a_3} = \mathbf{(5, 15, 15);}$$
$$\boldsymbol{a_4} = \mathbf{(4, 20, 20);}$$
$$\boldsymbol{a_5} = \mathbf{(3, 25, 25).}$$

Тоді $\boldsymbol{a_2} \succ \boldsymbol{a_1}$; $\boldsymbol{a_3} \succ \boldsymbol{a_2}$; $\boldsymbol{a_4} \succ \boldsymbol{a_3}$; $\boldsymbol{a_5} \succ \boldsymbol{a_4}$; $\boldsymbol{a_1} \succ \boldsymbol{a_5} \Rightarrow$ знову отримали коло, яке Тверський назвав "грошовий насос".

<u>Таким чином, можна зробити висновок, що нетранзитивність переважань іноді об'єктивно існує і необов'язково означає нераціональність поведінки ОПР.</u>

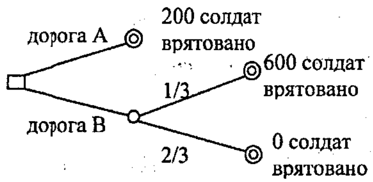
3.5. Контрольні запитання та завдання для самостійної роботи

1. Що таке корисність?
2. Що таке лотерея?
3. Сформулюйте аксіому зв'язності та наведіть приклади, що підтверджують цю аксіому.
4. Сформулюйте аксіому транзитивності та наведіть приклади, що підтверджують цю аксіому.
5. Сформулюйте аксіому можливості заміни лотерей.
6. Сформулюйте теорему щодо функції корисності.
7. Яка інформація повинна бути відома для побудови дерева рішень?
8. Які типи вершин бувають в дереві рішень? В чому полягають їхні відмінності?
9. Опишіть процедуру згортання дерева рішень та застосуйте її для реальної задачі прийняття рішень.
10. Наведіть приклади порушення аксіом раціональності.
11. Навіщо обчислюють дисперсію лотерей?
12. В чому сутність теорії реактивного опору особистості?
13. Наведіть приклади впливу контексту вибору на остаточне прийняття рішення.
14. Наведіть приклади впливу самоцінності ризику на прийняття рішення.
15. Чи завжди нетранзитивність переважань означає нераціональність ОПР?

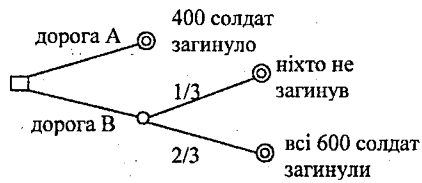
16.Розв'яжіть "дилему генерала":

Генерал разом із загоном (600 солдат) потрапив в оточення на території ворога. Генерал хоче з найменшими втратами вивести загін. Розвідка доповіла, що є дві дороги **А** і **В** та оцінила можливі наслідки при виборі кожної з них. Як діяти генералу?

Перший варіант даних розвідки:



Другий варіант даних розвідки:



В чому різниця між першим та другим варіантом даних розвідки?

4. БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНІ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Розглянемо опис проблеми прийняття рішень (ПР) в цьому випадку:

$$<\mathbf{Q}, A, I, \Psi, D>,$$

$$\mathbf{Q} = \{Q_1, Q_2, \ldots, Q_N\},\ 2 \le N < \infty,$$

де **N** – кількість критеріїв;

Q – скінченна множина (вектор) критеріїв.

Методи пошуку найкращої альтернативи називають ***багатокритеріальною або векторною оптимізацією.***

На практиці найчастіше $2 \le \mathbf{N} \le 8$.

Як правило, багатокритеріальні задачі прийняття рішень мають такі особливості [6,7]:

1) конкретна задача ПР є не типовою, а унікальною, тобто немає статистичних даних для встановлення співвідношень між різними критеріями;

2) на момент ПР відсутня інформація, яка дозволяє об'єктивно оцінити можливі наслідки різних альтернатив.

Добре розвинуті методи скалярної оптимізації можна застосувати лише для одного критерію, тому потрібні інші методи, які відрізняються від методів розв'язання однокритеріальних задач, або зводять багатокритеріальну задачу до однокритеріальної.

4.1. Методи зведення багатокритеріальних задач до однокритеріальних

Проілюструємо ці методи для спрощеного, але поширеного випадку двох критеріїв: $\mathbf{Q_1} = \mathbf{B}$; $\mathbf{Q_2} = \mathbf{E}$ (**В** – вартість, **Е** - ефективність).

Численні товари споживання можна оцінити двома аналогічними критеріями (ціна-якість).

Метод головної компоненти

В цьому методі обирається один головний (найважливіший) критерій, а на інші критерії накладаються обмеження. Тоді за головним критерієм реалізується принцип оптимальності, а за усіма іншими – принцип придатності.

В нашому випадку двокритеріальна задача ПР може бути зведена до однокритеріальної двома способами:

$$B \rightarrow \min, E \geq E_{min},$$

або

$$E \rightarrow \max, B \leq B_{max},$$

де $\mathbf{E_{min}}$ та $\mathbf{B_{max}}$ – значення мінімально допустимої ефективності та максимально допустимої вартості відповідно.

Метод головної компоненти є простим та наочним, але його принциповим недоліком можна вважати довільність вибору головного критерію. Ще одним недоліком цього методу є суб'єктивізм при встановленні обмежень.

Метод комплексного критерію

Цей метод використовує згортання критеріїв в єдиний математичний вираз – монопоказник. Найбільш часто такий вираз записується у вигляді дробу, в чисельнику якого знаходиться добуток критеріїв, значення яких було б бажано збільшити, а в знаменнику – добуток критеріїв, значення яких було б бажано зменшити.

В нашому випадку двокритеріальна задача ПР зводиться до однокритеріальної таким чином:

$$Q = \frac{E}{B} \to \max.$$

Перевагою методу комплексного критерію є одночасне врахування всіх критеріїв.

Недоліком цього методу є можливість взаємної компенсації критеріїв в дуже несхожих альтернативах. Наприклад,

$$Q_1 = \frac{E_1}{B_1} = \frac{k \cdot E_1}{k \cdot B_1} = \frac{E_2}{B_2} = Q_2, \ k = const \neq 0; \ \ Q_1 = Q_2.$$

Метод Гермейєра

В цьому методі також здійснюється згортання критеріїв в єдиний комплексний показник. Використовується лінійна згортка з відповідними ваговими коефіцієнтами важливості критеріїв (ВКВК).

Якщо ВКВК відомі, то можна обчислити узагальнений глобальний критерій:

$$Q^{гл} = \sum_{i=1}^{N} w_i Q_i; \ \ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1; 0 \leq w_i \leq 1,$$

де $\mathbf{Q_i}$ – окремі критерії;

$\mathbf{w_i}$ – ВКВК відповідних критеріїв.

Іноді застосовують принцип рівномірної оптимальності (при усіх w_i=1). Тоді

$$Q^{гл} = \sum_{i=1}^{N} Q_i.$$

Цей принцип можна застосовувати, якщо усі критерії вимірюються в тих самих одиницях вимірювання (наприклад, у вартісних). Якщо ж одиниці вимірювання різних критеріїв не збігаються, то рекомендується спочатку нормувати окремі критерії, а вже потім обчислювати глобальний критерій. Нормування критеріїв здійснюється за формулою

$$Q_i^{норм} = \frac{Q_i - Q_i^{min}}{Q_i^{max} - Q_i^{min}}; \ \ 0 \leq Q_i^{норм} \leq 1,$$

де Q_i^{min} і Q_i^{max} – відповідно мінімально та максимально можливі значення **і-го** критерію.

Незважаючи на достатньо велику кількість існуючих процедур, ***визначення ВКВК завжди пов'язане із суб'єктивізмом ОПР!***

Психологічні дослідження показали, що немає надійного способу кількісного визначення ВКВК, і це є основним недоліком усіх методів, які використовують ВКВК.

Метод справедливого компромісу

Недоліком принципу рівномірної оптимальності є можливість компенсації недопустимо малих значень деяких критеріїв достатньо великими значеннями інших. Для подолання цього недоліку іноді застосовують метод справедливого компромісу, в якому

$$Q^{гл} = \prod_{i=1}^{N} Q_i^{норм}.$$

Метод послідовних поступок

Цей метод застосовують, якщо критеріїв не дуже багато і всіх їх можна чітко проранжувати за важливістю. Метод послідовних поступок зводить багатокритеріальну задачу до декількох однокритеріальних і складається з таких дій:

– проранжувати всі критерії за важливістю (перший критерій Q_1 повинен бути найбільш важливим);

– розв'язати однокритеріальну задачу відносно Q_1 і знайти оптимальне значення цього критерію:

$$Q_1 = Q_1^*;$$

– зробити поступку за критерієм $\mathbf{Q_1}$, тобто ввести обмеження

$$Q_1 \geq k_1 Q_1^*, \; 0 < k_1 < 1;$$

– розв'язати однокритеріальну задачу відносно $\mathbf{Q_2}$ і знайти оптимальне значення цього критерію з врахуванням встановленого обмеження на $\mathbf{Q_1}$:

$$Q_2 = Q_2^*;$$

– зробити поступку за критерієм $\mathbf{Q_2}$, тобто ввести додаткове обмеження

$$Q_2 \geq k_2 Q_2^*, \; 0 < k_2 < 1;$$

– . . .

– розв'язати однокритеріальну задачу відносно останнього, найменш важливого критерію $\mathbf{Q_N}$ з врахуванням усіх додаткових обмежень:

$$\begin{aligned} Q_N = Q_N^*;\; Q_1 &\geq k_1 Q_1^*;\; 0 < k_i < 1; \\ Q_2 &\geq k_2 Q_2^*; \\ Q_3 &\geq k_3 Q_3^*; \\ &\ldots\ldots\ldots \\ Q_{N-1} &\geq k_{N-1} Q_{N-1}^*; \end{aligned}$$

– цей розв'язок вважати розв'язком первинної багатокритеріальної задачі.

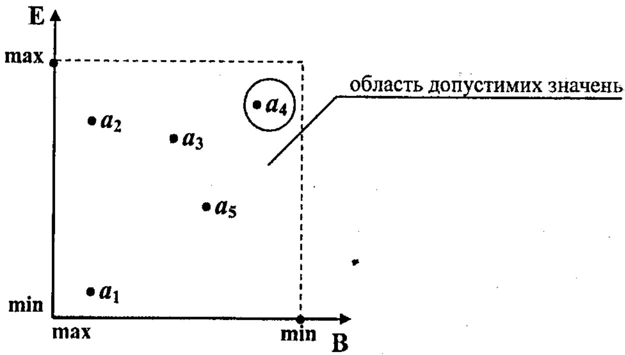
Поступку, як правило, визначають у відсотках. Наприклад, поступка за третім критерієм на 20% означає встановлення додаткового обмеження

$$Q_3 \geq 0{,}8\, Q_3^*.$$

Недоліком цього методу є довільність у визначенні розміру поступок, а перевагою – можливість застосування у випадку нескінченної множини альтернатив.

Побудова та аналіз множини Еджворта-Парето

Розглянемо множину альтернатив **A** = {a_1, ..., a_5} на площині двох критеріїв **B**, **E**:



Зрозуміло, що $a_{opt} = a_4$, а найгірша альтернатива – a_1.

Визначення: ***альтернатива*** a_i ***домінує над альтернативою*** a_j, якщо за всіма критеріями оцінка a_i не гірша, ніж оцінка a_j, а хоча б за одним критерієм оцінка a_i є кращою. В цьому випадку альтернатива a_i є домінувальною, а альтернатива a_j – домінованою.

В нашому прикладі найкраща альтернатива a_4 домінує над усіма іншими альтернативами і немає жодної альтернативи, яка б домінувала над нею (тобто альтернатива a_4 є недомінованою).

Визначення: множина недомінованих альтернатив називається ***множиною Еджворта-Парето***.

Очевидно, що в нашому прикладі множина Еджворта-Парето складається з одного елемента, тобто

$$A^{ЕП} \subseteq A,\ A^{ЕП} = \{a_4\}.$$

Припустимо, що альтернатива a_4 виключена з множини **A**. Тоді множина Еджворта-Парето буде складатися з трьох елементів:

$$A^{ЕП} \subseteq A,\ A^{ЕП} = \{a_2, a_3, a_5\}.$$

Якщо множина $\mathbf{A}^{\text{ЕП}}$ складається з одного елемента, то відповідна альтернатива є найкращою. Якщо множина $\mathbf{A}^{\text{ЕП}}$ складається з декількох елементів, то для визначення a_{opt} потрібен додатковий аналіз цієї множини, який може здійснюватися, наприклад, з допомогою призначення ВКВК.

4.2. Багатокритеріальна теорія корисності (MAUT)

MAUT (Multi-Attribute Utilyty Theory) розробили американські вчені Ральф Кіні та Говард Райфа. Досить докладний опис цієї теорії, а також приклади її застосування наводяться в книзі [2].

Основні етапи **MAUT**:

1. Визначити перелік критеріїв $\mathbf{Q}_i$, $\mathbf{i} = \overline{\mathbf{1,N}}$.
2. Побудувати функції корисності за кожним з критеріїв.
3. Побудувати залежність між оцінками альтернатив за окремими критеріями та загальною оцінкою альтернатив (багатокритеріальну функцію корисності) з використанням ВКВК.
4. Оцінити всі альтернативи та вибрати найкращу.

Переваги **MAUT**:

- єдина математична теорія (досить розвинута);
- можна оцінювати будь-яку кількість альтернатив (велику чи малу);
- можна оцінювати нові, невідомі заздалегідь альтернативи.

Недоліки **MAUT**:

- неможливо точно визначити ВКВК;
- ОПР та експерти не завжди адекватно оцінюють корисності та ймовірності;
- велика трудомісткість підготовчих процедур.

Інтенсивний розвиток багатокритеріальної теорії корисності відбувався в 70-х роках XX ст. Останнім часом методи прийняття рішень, що основуються на цій теорії, застосовуються не так часто, як раніше. Більш поширеними в практиці прийняття рішень в задачах з багатьма критеріями є метод аналізу ієрархій та методи ELECTRE.

4.3. Метод аналізу ієрархій (AHP)

AHP (Analytic Hierarchy Process) розробив американський математик Т. Сааті [10,11].

Основні етапи **AHP**:

1. Структуризувати задачу у вигляді ієрархічної структури:
   - цілі;
   - критерії;
   - альтернативи.
2. Заповнити матрицю попарних порівнянь за переважністю для критеріїв.
3. Заповнити матрицю попарних порівнянь для альтернатив за кожним із критеріїв.
4. Обчислити коефіцієнти важливості для критеріїв та альтернатив.
5. Обчислити кількісний індикатор якості кожної альтернативи за формулою:

$$\mathbf{Q}^{\text{гл}}(a_j) = \sum_{i=1}^{N} w_i V_{ji},$$

де $\mathbf{Q}^{\text{гл}}(a_j)$ – глобальний критерій для альтернативи a_j;

w_i – ВКВК окремого критерію Q_i;

V_{ji} – коефіцієнт важливості альтернативи a_j за критерієм Q_i.

Розглянемо докладніше застосування **AHP** на прикладі розв'язання такої задачі.

Задача.

Мешканець міста хоче подешевше придбати земельну ділянку під город, яка була б побільше розміром та знаходилась поближче до міста. Він розглядає такі три альтернативи:

a_1 – дорога ділянка середнього розміру поруч з містом;

a_2 – не дуже дорога ділянка великого розміру далеко від міста;

a_3 – дешева ділянка малого розміру не дуже далеко від міста.

Розв'язати багатокритеріальну задачу ПР, тобто визначити

$$a_{\text{opt}} \in \{a_1, a_2, a_3\}.$$

Визначимо критерії (N = 3):

Q_1 – ціна ділянки;

Q_2 – розмір ділянки;

Q_3 – відстань від ділянки до міста;

В методі **AHP** застосовується єдина шкала відносної важливості для попарних порівнянь критеріїв та альтернатив:

Шкала відносної важливості

Інтенсивність відносної важливості	Визначення
1	рівна важливість
3	помірна перевага
5	істотна перевага
7	сильна перевага
9	дуже сильна перевага
2, 4, 6, 8	проміжні значення застосовуються в компромісних випадках

Припустимо, що ОПР найважливішим вважає критерій Q_1, а критерій Q_2 трохи важливішим, ніж Q_3.

Складемо матрицю попарних порівнянь для критеріїв (з урахуванням Ψ–факторів ОПР):

	Q_1 (Ціна)	Q_2 (Розмір)	Q_3 (Відстань)	Власний вектор	Нормоване значення
Q_1 (Ціна)	1	3	5	2,47	$w_1 = 0{,}64$
Q_2 (Розмір)	1/3	1	3	1,00	$w_2 = 0{,}26$
Q_3 (Відстань)	1/5	1/3	1	0,405	$w_3 = 0{,}10$
				$\sum = 3{,}875$	$\sum = 1$

Елементи власного вектора обчислюються як корінь степеня **N** із добутку елементів відповідного рядка матриці:

$$\sqrt[3]{1 \times 3 \times 5} = 2{,}47;$$

$$\sqrt[3]{(1/3) \times 1 \times 3} = 1;$$

$$\sqrt[3]{(1/5) \times (1/3) \times 1} = 0{,}405.$$

Отримані значення нормуються та округлюються до двох значущих цифр:

$$w_1 = \frac{2{,}47}{3{,}875} = 0{,}64; \; w_2 = \frac{1}{3{,}875} = 0{,}26; \; w_3 = \frac{0{,}405}{3{,}875} = 0{,}10.$$

Нормовані значення вважаються за ВКВК відповідних критеріїв.

Тепер складемо матриці попарних порівнянь для альтернатив за кожним критерієм і визначимо відповідні коефіцієнти важливості альтернатив:

Q_1 (Ціна)	a_1	a_2	a_3	Власний вектор	Нормоване значення
a_1	1	1/4	1/8	0,315	$V_{11} = 0{,}07$
a_2	4	1	1/5	0,928	$V_{21} = 0{,}20$
a_3	8	5	1	3,42	$V_{31} = 0{,}73$
				$\sum = 4{,}663$	$\sum = 1$

Q_2 (Розмір)	a_1	a_2	a_3	Власний вектор	Нормоване значення
a_1	1	1/4	4	1,00	$V_{12} = 0{,}23$
a_2	4	1	7	3,036	$V_{22} = 0{,}69$
a_3	1/4	1/7	1	0,329	$V_{32} = 0{,}08$
				$\sum = 4{,}365$	$\sum = 1$

Q_3 (Відстань)	a_1	a_2	a_3	Власний вектор	Нормоване значення
a_1	1	8	3	2,884	$V_{13} = 0{,}66$
a_2	1/8	1	1/5	0,292	$V_{23} = 0{,}07$
a_3	1/3	5	1	1,186	$V_{33} = 0{,}27$
				$\sum = 4{,}362$	$\sum = 1$

Обчислимо глобальний критерій для кожної альтернативи:

$$Q^{гл}(a_1) = \sum_{i=1}^{3} w_i V_{1i} = 0{,}64 \times 0{,}07 + 0{,}26 \times 0{,}23 + 0{,}10 \times 0{,}66 = 0{,}1706;$$

$$Q^{гл}(a_2) = \sum_{i=1}^{3} w_i V_{2i} = 0{,}64 \times 0{,}20 + 0{,}26 \times 0{,}69 + 0{,}10 \times 0{,}07 = 0{,}3144;$$

$$Q^{гл}(a_3) = \sum_{i=1}^{3} w_i V_{3i} = 0{,}64 \times 0{,}73 + 0{,}26 \times 0{,}08 + 0{,}10 \times 0{,}27 = 0{,}5150.$$

Найкращою вважається альтернатива з максимальним значенням **$Q^{гл}$**, тобто в нашому випадку $a_{opt} = a_3$.

<u>Переваги **АНР**:</u>

- спрямованість на порівняння реальних альтернатив;
- простота та наочність підготовчих процедур.

Недоліки **АНР**:

- неможливо працювати з новими альтернативами;
- важко працювати з великою кількістю альтернатив;
- використання недостатньо обґрунтованих кількісних шкал для попарних порівнянь.

4.4. Методи ранжування багатокритеріальних альтернатив (ELECTRE)

ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalite) –

"Вилучення та вибір, що відображають реальність" (франц.).

Існує ціла група методів ELECTRE, побудованих за єдиними принципами. Цю групу методів розробив французький професор Б. Руа [1].

Основні етапи **ELECTRE**:

1. Призначаються ВКВК.
2. Обчислюються значення індексів згоди та незгоди з гіпотезою, що альтернатива a_j переважає альтернативу a_k.
3. Індекси згоди та незгоди для кожної пари альтернатив порівнюються із встановленими пороговими рівнями індексів згоди та незгоди, після чого робиться один з трьох висновків:

$$a_j \succ a_k;$$

$$a_k \succ a_j;$$

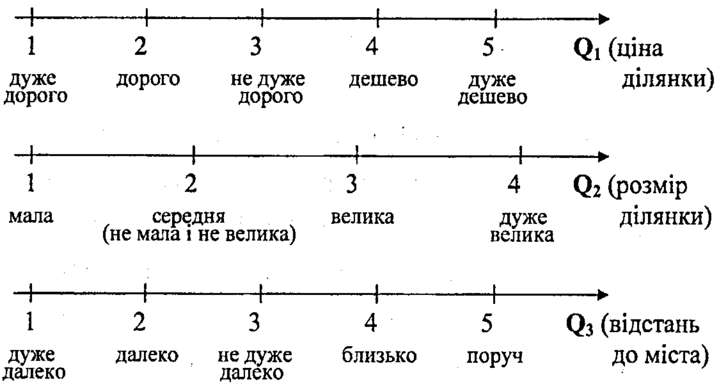
$$a_j \text{ та } a_k \text{ – незрівнянні.}$$

4. Із множини альтернатив **А** вилучаються усі доміновані альтернативи. Альтернативи, що залишились, утворюють ядро.
5. Поступово послаблюються вимоги до індексів згоди та незгоди і виділяються відповідні ядра, що мають все меншу кількість альтернатив.

6. Останнє ядро включає в себе найкращі альтернативи (або одну найкращу – a_{opt}).

Розглянемо докладніше застосування методу ELECTRE 1 для розв'язання задачі про придбання земельної ділянки (див. підрозділ 4.3).

Для оцінювання альтернатив за критеріями будемо використовувати такі дискретні порядкові шкали:



Тоді початкові умови задачі можна звести в критеріальну таблицю:

	Q_1 (ціна)	Q_2 (розмір)	Q_3 (відстань)
a_1	2	2	5
a_2	3	3	2
a_3	4	1	3

З цієї таблиці видно, що жодна з альтернатив не є ні домінованою, ні домінувальною, тобто уся задана множина **A** – це множина Еджворта-Парето.

Для визначення ВКВК з урахуванням Ψ–факторів ОПР застосуємо метод простого ранжування критеріїв за важливістю (від більш важливого до менш важливого):

	Бали	Нормоване значення (ВКВК)
Q_1 (Ціна)	3	$w_1 = 0{,}5$
Q_2 (Розмір)	2	$w_2 = 0{,}33$
Q_3 (Відстань)	1	$w_3 = 0{,}17$
	$\sum = 6$	$\sum = 1$

В методах ELECTRE висуваються гіпотези про переважність кожної альтернативи a_j над іншою альтернативою a_k (a_j, $a_k \in A$, $j \neq k$). Ці гіпотези перевіряються з допомогою порівняння обчислених індексів згоди (конкордансу) c_{jk} та індексів незгоди (дискордансу) d_{jk} із заданими рівнями (пороговими значеннями) **p**, **q**:

якщо $c_{jk} \geq p$ та $d_{jk} \leq q$, то $a_j \succ a_k$;

інакше – альтернативи a_j, a_k незрівнянні.

Порогові значення індексів конкордансу та дискордансу є інструментом для ОПР. Спочатку значення **p** задається трохи менше **1**, а значення **q** – трохи більше **0**. При таких порогових значеннях може виявитись, що велика кількість альтернатив є незрівнянною. Для того, щоб зменшити кількість незрівнянних альтернатив, ОПР послідовно зменшує значення **p** та збільшує значення **q**.

В методі ELECTRE 1 індекс конкордансу обчислюється за формулою

$$c_{jk} = \sum_{i \in I^+, I^=} w_i \Big/ \sum_{i=1}^{N} w_i,$$

де w_i – ВКВК **i**–го критерію;

N – кількість критеріїв;

I^+ – множина індексів критеріїв, за якими оцінки альтернативи a_j кращі, ніж оцінки альтернативи a_k ;

$I^=$ – множина індексів критеріїв, за якими оцінки альтернатив a_j і a_k однакові.

Індекс дискордансу обчислюється за формулою

$$d_{jk} = \max_{i \in I^-} \frac{x_i^k - x_i^j}{x_i^{max} - x_i^{min}},$$

де $\mathbf{I}^-$ – множина індексів критеріїв, за якими оцінки альтернативи a_j гірші, ніж оцінки альтернативи a_k ;

$x_i^{max} - x_i^{min} = \mathbf{m}_i$ – довжина шкали для критерію $\mathbf{Q}_i$.

Задамо початкові порогові значення

$$p = 0{,}8; \quad q = 0{,}2$$

та обчислимо індекси конкордансу та дискордансу для нашої задачі:

$$c_{12} = \frac{w_3}{\sum w_i} = \frac{0{,}17}{1} = 0{,}17;$$

$$d_{12} = \max\left\{\frac{x_1^2 - x_1^1}{x_1^{max} - x_1^{min}}; \frac{x_2^2 - x_2^1}{x_2^{max} - x_2^{min}}\right\} = \max\left\{\frac{3-2}{5-1}; \frac{3-2}{4-1}\right\} =$$

$$= \max\{0{,}25; 0{,}33\} = 0{,}33.$$

Оскільки $\mathbf{c}_{12} < \mathbf{p}$, то альтернативи a_1, a_2 незрівнянні.

Аналогічно обчислимо інші індекси.

Значення індексів конкордансу:

c_{jk}	a_1	a_2	a_3
a_1	*	0,17	0,5
a_2	0,83	*	0,33
a_3	0,5	0,67	*

Значення індексів дискордансу:

d_{jk}	a_1	a_2	a_3
a_1	*	0,33	0,5
a_2	0,75	*	0,25
a_3	0,5	0,67	*

Бачимо, що усі альтернативи виявилися попарно незрівнянними, тобто утворюють перше ядро.

Змінимо порогові значення:

$$p = 0{,}6; \quad q = 0{,}5.$$

Альтернативи залишились незрівнянними, що свідчить про значні протиріччя в оцінках цих альтернатив і велику складність їх порівняння для ОПР.

Повернемось до визначення ВКВК, згадавши особливості Ψ-факторів ОПР (див. підрозділ 4.3). Припустимо, що ОПР задала такі ненормовані значення ВКВК:

$$w_1 = 5; \quad w_2 = 2; \quad w_3 = 1.$$

Перерахуємо значення індексів конкордансу:

c_{jk}	a_1	a_2	a_3
a_1	*	0,125	0,375
a_2	0,875	*	0,25
a_3	0,625	0,75	*

Значення індексів дискордансу залишаться без змін, оскільки не залежать від ВКВК.

При порогових значеннях

$$p = 0{,}6; \quad q = 0{,}5$$

виявляється, що

$$c_{31} > p; \ d_{31} \le q, \text{ тобто } a_3 \succ a_1.$$

Доміновану альтернативу a_1 потрібно виключити з множини **A**, а в ядрі залишаться альтернативи a_2, a_3.

Проаналізувавши значення індексів конкордансу та дискордансу для альтернатив ядра, можна побачити, що альтернативи перестають бути незрівнянними, якщо збільшити значення **q**:

$$p = 0{,}6; \quad q = 0{,}67.$$

Тоді

$$c_{32} > p; \ d_{32} \le q, \text{ тобто } a_3 \succ a_2.$$

В ядрі залишилася одна альтернатива a_3, яка визнається найкращою: $a_{opt} = a_3$. Нагадаємо, що ця сама альтернатива була визначена найкращою і при застосуванні методу аналізу ієрархій.

Треба зазначити, що порогові значення з діапазонів

$$0 < p < 0{,}5;\ \ 0{,}5 < q < 1$$

свідчать про принципову незрівнянність альтернатив ядра. В цих випадках для визначення a_{opt} доцільно використовувати не ELECTRE, а інші підходящі методи.

Переваги **ELECTRE**:

- поступовість виявлення переважань ОПР;
- врахування можливості незрівнянності альтернатив.

Недоліки **ELECTRE**:

- неможливо точно визначити ВКВК;
- іноді при виділенні ядер можуть виникати цикли;
- неможливо працювати з новими альтернативами.

4.5. Контрольні запитання та завдання для самостійної роботи

1. Наведіть особливості багатокритеріальних задач прийняття рішень.

2. Наведіть приклади багатокритеріальних задач прийняття рішень, виходячи з власного життєвого досвіду. Які підходи застосовувались Вами раніше при розв'язанні таких задач?

3. В чому сутність методу головної компоненти? В яких випадках його доцільно використовувати? Наведіть приклади.

4. В чому сутність методу комплексного критерію? В яких випадках його доцільно використовувати? Наведіть приклади.

5. В чому сутність методу Гермейєра?

6. В чому полягає принцип рівномірної оптимальності?

7. В чому різниця між принципом оптимальності і принципом придатності?

8. Що таке ВКВК і навіщо вони застосовуються?

9. Які умови повинні задовільняти ВКВК?

10. Навіщо треба проводити нормування критеріїв?

11. В чому сутність методу справедливого компромісу? В яких випадках його доцільно використовувати? Наведіть приклади.

12. В чому сутність методу послідовних поступок? В яких випадках його доцільно використовувати? Наведіть приклади.

13. Що таке домінування альтернатив?

14. Дайте визначення множини Еджворта-Парето.

15. Яким чином здійснюється додатковий аналіз множини Еджворта-Парето?

16. Застосуйте теорію MAUT для розв'язання практичних багатокритеріальних задач прийняття рішень.

17. Застосуйте метод AHP для розв'язання практичних багатокритеріальних задач прийняття рішень.

18. Застосуйте метод ELECTRE для розв'язання практичних багатокритеріальних задач прийняття рішень.

19. Наведіть переваги та недоліки різних методів розв'язання багатокритеріальних задач прийняття рішень.

20. Сформулюйте декілька практичних багатокритеріальних задач прийняття рішень. Оберіть найбільш підходящі методи розв'язання цих задач, обґрунтуйте свій вибір та розв'яжіть сформульовані задачі.

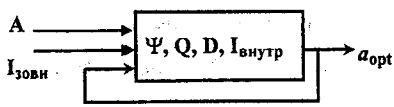
5. ПСИХОЛОГІЧНІ ТЕОРІЇ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ В ГАЛУЗІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Побудуємо кібернетичну схему, що відображає процеси прийняття рішень людиною. В будь-якій кібернетичній системі повинні бути вхід і вихід, тому найпростішою схемою була б така схема "чорного ящика":

Наявну інформацію можна розглядати як зовнішню і внутрішню відносно ОПР:

$$I = I_{зовн} \cup I_{внутр}$$

З урахуванням того, що, як правило, здійснюється аналіз прийнятих рішень, в схемі з'явиться зворотний зв'язок:



Дослідженням процесів, які відбуваються всередині "чорного ящика", займається психологія, і ,зокрема, когнітивна психологія.

Когнітивна психологія – це розділ психології, в якому вивчаються різні процеси переробки інформації людиною.

Нижче описані деякі психологічні теорії та дослідження, пов'язані з проблемою прийняття рішень людиною [4,5,6,7,9,14].

5.1.Етапи переробки інформації та види пам'яті людини

Прийнято розрізняти <u>три основних етапи</u> переробки інформації в пам'яті: одержання інформації із зовнішнього світу (***кодування, запис***),

збереження інформації в пам'яті і одержання інформації з пам'яті (***добуття, зчитування***). Наприклад, хтось побачив дуже красиву веселку і запам'ятав це явище (кодування). Через якийсь час (збереження) він розповідає про це явище іншим людям (добуття).

Психологи виділяють різні типи пам'яті для збереження інформації протягом короткого і тривалого періодів часу: ***короткочасну пам'ять*** (КП) і ***довгострокову пам'ять*** (ДП).

Однією з найбільш цікавих і правдоподібних є модель пам'яті, яка запропонована Р. Аткинсоном і Р. Шифріним. Згідно з цією моделлю існують три види пам'яті: ***сенсорна, короткочасна*** і ***довгострокова***.

Ці види пам'яті розрізняються часом утримання й обсягом матеріалу, що запам'ятовується, способом кодування й рівнем організації збереженої інформації.

За цією моделлю, інформація із зовнішнього світу надходить у сенсорні регістри, де зберігається приблизно третину секунди. Далі вона надходить у короткочасну пам'ять, де піддається кодуванню і може зберігатися до 30 с (а при повтореннях – істотно більше). Без повторень інформація або витісняється іншою інформацією, або згасає. Через КП інформація може надходити в довгострокову пам'ять. ДП можна уявити собі як необмежене за обсягом сховище, у якому інформація може зберігатися як завгодно довго.

Ця модель, як і низка інших, виникла на базі так званої комп'ютерної метафори, що проводить паралель між архітектурою комп'ютера (пристрої введення інформації, оперативна пам'ять, запам'ятовувальні пристрої) і організацією людської системи переробки інформації. Незважаючи на простоту комп'ютерної метафори, вона виявилася дуже вдалою для пояснення результатів різних психологічних експериментів.

5.2. Особливості короткочасної пам'яті

На думку більшості психологів, саме ***в короткочасній пам'яті людини відбуваються процеси прийняття рішень.*** Відповідно до моделі в короткочасну пам'ять надходить інформація як із зовнішнього оточення (через сенсорну пам'ять), так і з ДП. Зміст КП іноді ототожнюється зі змістом свідомості, тому що людина контролює операції над інформацією, збереженою в КП.

Розглянемо докладніше три основних етапи переробки інформації в КП: кодування – збереження - добуття.

Кодування (запис)

Дослідження показують, що при запам'ятовуванні вербального матеріалу людина використовує акустичне кодування, тобто запам'ятовує звуки, що відповідають буквам.

Цікавий експеримент здійснив професор Г.Саймон з китайськими студентами. Китайці замість букв використовують ієрогліфи, причому кілька ієрогліфів можуть мати однакову назву. Коли китайцям показували на короткий час послідовність ієрогліфів, вони потім відтворювали правильно шість з них (у середньому), якщо ієрогліфи називалися по-різному, і тільки три, якщо назви були однакові (і, отже, не могли бути кодовані по-різному акустично).

Збереження

Найважливішою характеристикою короткочасної пам'яті є її обсяг, обумовлений кількістю елементів, що зберігаються одночасно в ній. Основний висновок, до якого приходять автори різних робіт, полягає в тому, що обсяг короткочасної пам'яті є обмеженим.

Численні експерименти з вивчення можливості людини переробляти інформацію і розрізняти рівні вимірювання стимулів (інтенсивності звуку, відтінків кольору і т. ін.) узагальнені в знаменитій статті Дж. Міллера про "**магічне число 7±2**". У цій статті на великому фактичному матеріалі зроблений висновок, що пропускна здатність людини як вимірювального пристрою обмежена. Так, наприклад, при розрізненні звукових тонів не можна давати випробуваному більш шести тонів, якщо ми хочемо, щоб він не помилявся.

Міллер визначив межу пропускної здатності людини числом **7±2** бінарних одиниць (бітів). В експериментах вдалося визначити також обсяг безпосередньої пам'яті людини (КП) через число порцій інформації, що запам'ятовується. Дж. Міллер назвав порцію інформації, що запам'ятовується, ***чанком*** (chunk). Кількість чанків у різноманітних експериментах не перевищувала числа **7±2**, причому чанком може бути як буква, так і фраза – щось, що сприймається випробовуваними як єдине ціле [7].

Наприклад, друкарка запам'ятовує при друкуванні незнайомого тексту не більш семи букв. В інших задачах на запам'ятовування чанк може бути більш складним сенсовим образом.

Якщо людина не повторює (подумки чи вголос) інформацію, що надійшла в КП, вона швидко забувається. Забування відбувається тому, що нові чанки витісняють старі або інформація згодом вгасає сама собою.

Добуття (зчитування)

Може виникнути припущення, що при обмеженій за обсягом інформації в КП існує можливість негайного добуття з неї будь-якого чанка. Однак це припущення не підтвердилося. Чим більше чанків у КП, тим повільнішим є добуття інформації.

Уперше це показали експерименти Р. Стернберга. В експериментах випробовувані запам'ятовували послідовність цифр, кількість яких була менше семи, і відповідали потім на питання, чи міститься нова (задана) цифра в цій послідовності. Судячи з результатів експериментів, випробовувані поводяться таким чином: вони роблять спочатку послідовне порівняння заданої цифри з усіма запам'ятованими цифрами, а вже потім приймають рішення чи міститься задана цифра в послідовності, чи ні. Така стратегія вигідна в тому випадку, коли прийняття рішення займає набагато більше часу, ніж порівняння. Р.Стернберг визначив, що час одного порівняння дорівнює приблизно 35 мілісекунд.

5.3. Особливості довгострокової пам'яті

Хоча прийняття рішень здійснюється в основному в КП, між КП і ДП відбувається постійний обмін інформацією. Взагалі зв'язок між цими двома видами пам'яті дуже сильний. Існує точка зору, що вони не є різними нейронними системами, а відповідають різним станам активації єдиної нейронної системи.

Потрібен час, щоб інформація, яка надійшла з КП, закріпилася в ДП, але після етапу закріплення вона може зберігатися в ДП дуже довго. Є експерименти, які показують, що людина може згадати далекі за часом і, здавалося б, назовсім забуті події і факти.

ДП також бере участь у прийнятті людиною рішень, поставляючи в КП необхідні факти, знання й навички.

Так само як і в КП, в ДП можна виділити три етапи переробки інформації: кодування – збереження – добуття.

Кодування (запис)

Переважним способом кодування інформації для вербального матеріалу є кодування за змістом. Це означає, що найчастіше людина не запам'ятовує інформацію дослівно, а намагається запам'ятати основний її зміст. Наприклад, після прочитання листа можна зовсім іншими словами, але досить точно описати його зміст.

Збереження

Існує багато різних і достатньо складних моделей ДП. З погляду проблем прийняття рішень найбільш привабливою є ***модель, яка основана на семантичній близькості***. У цій моделі семантичний клас може бути представлений в ДП як набір атрибутів чи ознак. Кожен об'єкт представляється точкою в просторі ознак, причому близьким за змістом відповідають близькі відстані в цьому просторі.

Друга - ***ієрархічна модель***. Людина краще запам'ятовує інформацію і рідше її забуває, якщо дані упорядковані від більш загальних до поодиноких.

Добуття (зчитування)

При прийнятті рішень людина переносить з ДП в КП необхідну інформацію. Експерти зберігають в ДП дуже велику кількість інформації (чанків) в спеціально організованому вигляді. За оцінкою Г.Саймона, кількість таких чанків для однієї галузі діяльності може складати від десятків тисяч до мільйона. На думку Г. Саймона, необхідно не менш 10 років для того, щоб стати експертом у певній галузі. За багаторічну практику експерти навчаються відбирати найбільш інформативні для прийняття рішень ознаки. Так, шахісти описують позиції, використовуючи такі терміни, як "погроза для короля", "можливість атаки" і т.ін. За допомогою цих індексів шахісти швидко знаходять у пам'яті позиції, необхідні при виборі наступного ходу [7].

5.4. Застосування чанків та евристик в процесі прийняття рішень

КП містить лише ту частину наших знань, яка в даний момент усвідомлюється людиною. Можлива така аналогія: людина блукає у величезній темній кімнаті з ліхтариком у руці. Вузький промінь ліхтарика висвітлює різні предмети, але не дає можливості побачити кімнату в цілому [7].

Людина дуже швидко здійснює операції з невеликою кількістю поміщених в короткочасну пам'ять чанків. Перенесення інформації з довгострокової пам'яті в короткочасну займає набагато більше часу.

Отже, об'єктивно існують істотні обмеження можливостей людини з переробки інформації при прийнятті рішень. В реальному житті можуть відбуватися одночасно декілька подій, можуть існувати різні варіанти рішень з багатьма оцінками, можуть мати місце декілька альтернатив. Система переробки інформації людиною має певні обмеження, що виявляються при розв'язанні таких задач. Але людина використовує дві можливості, щоб обійти ці обмеження: ***підвищує ємність чанків*** або ***спрощує проблему.***

Насамперед людина прагне зробити чанки як можна більш ємними, тобто "впакувати" в них побільше інформації. Звичайно, для цього людині потрібно попереднє знайомство з цією інформацією. Наприклад, важко запам'ятати без помилок таку послідовність цифр: **194106311291**, але їх можна згрупувати в такі чанки:

1941-06	**31-12**	**91**
рік і місяць початку Великої вітчизняної війни	*останній день року*	*рік проголошення незалежності України*

Тепер замість 12 чанків (кількість цифр) інформація поміщається в трьох чанках, трьох змістовних блоках інформації, які легко запам'ятовуються. В інших випадках чанками можуть бути ім'я, знайома фраза, дата народження та будь-яка асоціація (*прийоми мнемотехніки*).

Наприклад, шахісти-професіонали запам'ятовують у виді чанків складні позиції, композитори – гармонійні сполучення звуків, лікарі – різноманітні сполучення симптомів у хворих. Найбільш успішні у своїй галузі професіонали стають висококваліфікованими експертами, здатними швидко і майже безпомилково приймати типові рішення.

Чим більш ємними є чанки, тим більш продуктивною може бути діяльність людини у відповідній галузі.

Час від часу ОПР стикається з необхідністю прийняття нових, нетипових рішень. У цьому випадку в ДП вже немає запасених заздалегідь ємних чанків, але є інший спосіб переробки складної й об'ємної інформації: спрощення проблеми, її пристосування до можливостей людської системи переробки інформації. При цьому ОПР використовує деякі типові прийоми, що називають ***евристиками***. Особливо часто евристичні прийоми застосовуються для розв'язання багатокритеріальних задач прийняття рішень.

Наприклад, якщо потрібно оцінити велику кількість альтернатив за різними критеріями, ОПР може спочатку "фільтрувати" альтернативи, висуваючи певні вимоги за окремими критеріями. Тільки після того, як кількість альтернатив зменшиться до прийнятного рівня, ОПР починає уважно розглядати всі "плюси" та "мінуси" кожної альтернативи.

Інший приклад евристики: якщо порівнюються дві альтернативи, що мають близькі оцінки за декількома критеріями, ОПР може не враховувати ці критерії.

Слід зазначити, що існують задачі прийняття рішень, які ОПР об'єктивно не може розв'язати без їх спрощення. Тоді корисним виявляється застосування набору евристик, що дозволяють спростити задачу, пристосовуючи її до обмежених можливостей людини.

Разом з тим треба обов'язково враховувати, що в деяких випадках евристики можуть призводити до логічних помилок та парадоксів (наприклад, до нетранзитивності переважань).

5.5. Основні фактори психічної діяльності ОПР

Потреби

Виділяються декілька класів потреб, що безпосередньо впливають на процеси прийняття рішення:

- потреби безпеки;
- пізнавальні потреби;
- престижні потреби;
- потреби в грі.

Влив потреб на елементи п'ятірки $\langle Q, A, I, \Psi, D \rangle$, можна записати таким чином: **П⇒A, Q, Обм, D.**

Емоції

У відповідності з інформаційною теорією емоцій (П.В.Сімонов), ***емоція*** – це відображення порівняння актуальної потреби та можливості її задоволення.

Згідно з цією точкою зору, емоції залежать від потреб людини.

Низькі оцінки можливості задоволення якоїсь потреби викликають негативні емоції, а високі (більші, ніж попередні оцінки) – позитивні емоції.

При збігу очікуваних та реальних оцінок додаткові емоції не виникають і не впливають на поведінку людини при прийнятті рішень.

Вплив емоцій: $\mathbf{E} \Rightarrow \mathbf{I}, \mathbf{Q}, \mathbf{D}$.

Воля

Воля виявляє себе тоді, коли в людини водночас є актуальна потреба і перешкоди на шляху її задоволення. В цьому випадку воля може зменшувати множину альтернатив.

Вплив волі: $\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subset \dot{\mathbf{A}}, \mathbf{Q}, \mathbf{D}$.

Мислення

Психолог А.Р. Лурія виділяє ***5 фаз мислення в процесі розв'язання задач*** людиною:

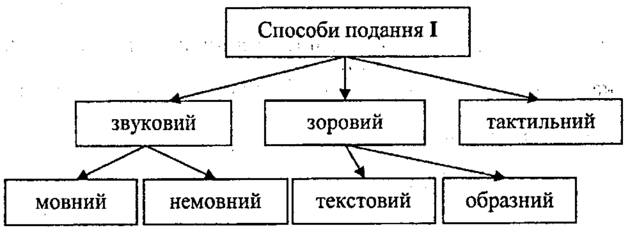
1. Попередній аналіз (затримка реакцій, що виникають імпульсивно, аналіз умов задачі та її компонентів, виділення найбільш важливої інформації).
2. Вироблення загальної стратегії (вибір одного з можливих шляхів розв'язання задачі, формування загальної схеми розв'язання).
3. Вибір відповідних засобів для розв'язання задачі.
4. Розв'язання задачі (знаходження відповідей на запитання, що були поставленні в задачі).
5. Аналіз отриманих результатів.

Одними з найбільш важливих функцій мислення є здатність людини до розрізнення (аналіз) та узагальнення (синтез).

Синтез виявляє себе в ієрархізації для зменшення пізнавальних зусиль людини.

Вплив мислення: $\mathbf{M \Rightarrow I}, \boldsymbol{a_{opt}}$.

Психолінгвістичні аспекти прийняття рішень



Основні психолінгвістичні процеси:

- сприймання інформації;
- розуміння;
- вербалізація.

Усі ці процеси здійснюються за допомогою **зовнішньої** або **внутрішньої мови**.

Психолог І.Лі виділив 7 основних аспектів розуміння (грані розуміння):

1) розуміння як виконання інструкції;
2) розуміння як здібність прогнозувати поведінку іншої людини;
3) розуміння як здібність дати словесний еквівалент;
4) розуміння як погодження програми сумісних дій;
5) розуміння як осмислення кроків, потрібних для розв'язання проблеми;

6) розуміння як здібність прийнятно реагувати;

7) розуміння як здібність продуктувати правильні (ідентичні) міркування в даній ситуації.

Реакція людини після розуміння може бути вербалізованою і/або невербалізованою (пов'язаною з конкретною дією).

Вербалізація – переклад інформації в словесну форму.

Дуже важливо знайти адекватні слова для висловлення своїх думок, а також враховувати різницю між усною та письмовою формами мови!

Вплив індивідуальних Ψ-факторів на прийняття рішень

Всю множину Ψ- факторів можна розглядати як поєднання загальних та індивідуальних Ψ- факторів:

$$\Psi = \Psi_{заг} \cup \Psi_{інд}$$

Загальні Ψ-фактори ($\Psi_{заг}$) – це спільні для будь-яких ОПР стабільні риси, що виявляються в процесі прийняття рішень.

Індивідуальні Ψ- фактори ($\Psi_{інд}$) – це особливості психічної системи конкретної ОПР, які роблять її унікальною (темперамент, характер, риси особистості) та ін.

Більшість $\Psi_{інд}$ слабо або ніяк не впливають на прийняття рішень. Розглянемо докладніше $\Psi_{інд}$, які відіграють певну роль в прийнятті рішень.

Більш **ризиковані рішення** приймають ОПР, які є більш агресивними, схильними до лідерства та до самозатвердження ("Кто не рискует, тот не выигрывает").

Більш **обережні рішення** приймають ОПР, які мають сильну потребу в незалежності та велику наполегливість ("Тише едешь – дальше будешь”).

1 ОПР, які **генерують велику кількість альтернатив**, мають такі $\Psi_{інд}$:

- екстравертність;
- низький рівень тривожності;
- віра у власні сили.

2 ОПР, які **передбачають велику кількість наслідків** прийнятих рішень, мають такі $\Psi_{інд}$:

- висока самооцінка;
- підвищена вимогливість до себе;
- оригінальність мислення.

Виявилось, що оригінальність мислення в ситуації 1 не має великого значення, тобто процеси мислення в ситуаціях 1 та 2 є специфічними.

Психолог Дж. Роттер розрізняє людей з внутрішньою та зовнішньою стратегією. Перші вважають, що їхні успіхи чи невдачі залежать перш за все від них самих (від власних Ψ- факторів). Другі вважають, що їхні успіхи чи невдачі обумовлені зовнішніми обставинами, на які вони не можуть впливати.

Виявилось, що люди з внутрішньою стратегією взагалі досягають більших успіхів і діють більш результативно.

ОПР з внутрішньою стратегією:

- виявляють велику активність в пошуках інформації;
- більш ефективно використовують наявну інформацію;
- більш конструктивно діють після невдачі;
- аналізують інформацію про свої попередні дії (навчаються на власних помилках);
- більш стійкі до тиску інших осіб або груп;

- мають більш стійкі погляди;
- частіше за все обирають рішення із середнім рівнем ризику.

ОПР із зовнішньою стратегією:

- мало враховують наявну інформацію;
- менш адаптивні;
- більш уперті;
- більш часто, ніж ОПР з внутрішньою стратегією, обирають рішення з великим рівнем ризику (схильні до авантюризму).

5.6. Контрольні запитання та завдання для самостійної роботи

1. Поясніть на прикладі, як функціонує кібернетична схема процесу прийняття рішень людиною.

2. Що таке комп'ютерна метафора і як вона застосовується в когнітивній психології?

3. Які основні етапи переробки інформації в пам'яті? Наведіть приклади.

4. Опишіть особливості сенсорної, короткочасної та довгострокової пам'яті.

5. В якій пам'яті відбуваються процеси прийняття рішень?

6. Що таке чанк? Наведіть приклади чанків.

7. Які обмеження можливостей людини об'єктивно існують при прийнятті рішень?

8. Для чого треба намагатися підвищувати ємність чанків? Наведіть приклади.

9. Що таке евристика? Навіщо застосовують евристичні прийоми в процесі прийняття рішень? Наведіть приклади.

10.Яким чином впливають потреби, емоції, воля та мислення на процеси прийняття рішень людиною?

11.Проаналізуйте психолінгвістичні аспекти прийняття рішень в реальній ситуації.

12.Проаналізуйте основні аспекти розуміння (за І.Лі) в реальній ситуації.

13.Чим відрізняються загальні та індивідуальні Ψ- фактори ОПР? Наведіть приклади.

14.В чому полягає різниця між ОПР з внутрішньою та зовнішньою стратегією? Наведіть приклади.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вопросы анализа и процедуры принятия решений /Под ред. И.Ф.Шахнова. – М.: Мир, 1976. – 231 с.

2. Кини Р., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.

3. Кігель В.Р. Математичні методи прийняття рішень в промисловій економіці. - К.: ІЕУГП, 1999. – 296 с.

4. Когнитивная психология /Под ред. В.Н. Дружинина, Д.В.Ушакова. – М.: ПЕР СЭ, 2002. – 480 с.

5. Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. – М.: Прогресс, 1979. - 504 с.

6. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. – М.: Наука, 1979. – 200 с.

7. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

8. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия решений. – М.: Мир, 1990. – 208 с.

9. Науман Э. Принять решение – но как? – М.: Мир, 1987. – 198 с.

10. Saaty T. How to make and justify a decision: the analytic hierarchy process // System Research and Information Tehnologies. – 2002 . - № 1. – P. 95 – 108.

11. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование: организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.

12.Ситник В.Ф. та ін. Система підтримки прийняття рішень. – К.: Техніка, 1995.

13.Теория прогнозирования и принятия решений /Под ред. С.А.Саркисяна. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.

14.Шапиро Д.И. Принятие решений в системах организационного управления. – М.: Энергоатомиздат, 1983.- 184с.

Навчальне видання

Колодний Володимир Володимирович

Основи теорії прийняття рішень

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено автором

Редактор *В.О.Дружиніна*
Коректор *З.В.Поліщук*

Навчально-методичний відділ ВДТУ
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ

Підписано до друку 11.06.03р
Формат 29,7×42 1/4
Друк різографічний
Тираж 85 прим.
Зам. № 2003 - 093

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк. 2.83

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі Вінницького державного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України, серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95