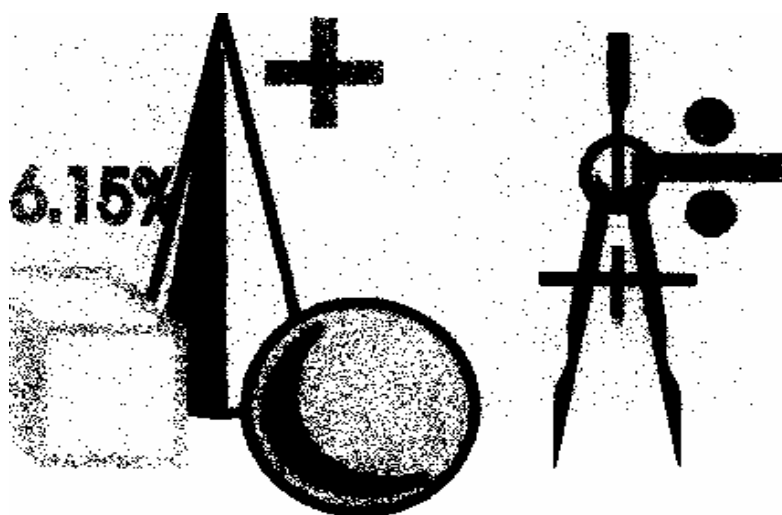


В.А.Петрук

**ВИЩА МАТЕМАТИКА З ПРИКЛАДНИМИ ЗАДАЧАМИ
ДЛЯ ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ**



Міністерство освіти та науки України
Вінницький національний технічний університет

В.А.Петрук

ВИЩА МАТЕМАТИКА З ПРИКЛАДНИМИ ЗАДАЧАМИ ДЛЯ ІГРОВИХ
ЗАНЯТЬ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний
посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів

УНІВЕРСУМ-Вінниця 2006

УДК 51/077

П 31

Рецензенти:

Ю.І. Волков, доктор фізико-математичних наук, професор (КДПУ)

В.С. Абрамчук, кандидат фізико-математичних наук, професор (ВДПУ)

С.В. Юхимчук, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

Рекомендовано до видання Міністерством освіти і науки України
Лист №14/18.2-2443 від 4.11.2005р.

Петрук В.А.

П 31 **Вища математика з прикладними задачами для ігрових занять.**
Навчальний посібник - Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006.-131с.

ISBN

В навчальному посібнику дана скорочена характеристика методів активного навчання, наведено приклади ігрових занять з лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії ймовірностей та математичної статистики а також приклад ознайомлення учнів 11 класів з елементами теорії ймовірностей в формі ділової гри "Дослідник".

Призначений для студентів вищих технічних навчальних закладів усіх форм навчання та спеціальностей, учнів заочних математичних шкіл та загальноосвітніх шкіл.

УДК 51/077

ISBN

©В.Петрук, 2006

Зміст

Вступ	3
1. Методи активного навчання у вищому навчальному закладі	9
1.1. Основні поняття, характеристика і особливості ділових ігор.....	10
1.2. Методичні рекомендації з розробки ділових ігор.....	11
1.3. Методичні рекомендації з проведення ділової гри.....	14
2. Приклад ігрового заняття з лінійної алгебри	16
2.1. Матриці і дії над ними.....	16
2.2. Приклади розв'язування виробничих задач.....	18
2.3. Розв'язування систем лінійних рівнянь.....	21
2.4. Електротехнічна інтерпретація дій над матрицями.....	27
2.5. Варіанти завдань для самостійної роботи, ігрових занять.....	29
Додаток.....	34
3. Приклад ігрового заняття з аналітичної геометрії	38
3.1. Основні теоретичні відомості для ігрових занять.....	39
3.2. Варіанти завдань для самостійної роботи, ігрових занять.....	46
4. Ігрові заняття з теорії ймовірностей та математичної статистики ..	52
4.1. Методика організації ділової гри ДІСМЯ.....	52
4.2. Методика проведення ділової гри ДІСМЯ.....	57
4.3. Варіанти завдань для ігрових занять.....	61
5. Ознайомлення учнів X-XI класів з елементами теорії ймовірностей в формі ділової гри “Дослідник”	113
5.1. Методика організації і проведення ділової гри “Дослідник”.....	114
5.2. Варіанти завдань для гри.....	115
Додатки.....	120
Література.....	130

ВСТУП

Математика - одна з провідних дисциплін загальнонаукового циклу технічного вузу. Вивчення її на початкових курсах і в достатньому обсязі дає можливість формувати особистість майбутнього фахівця. "Традиційно академічне, якщо можна так висловитися, викладення вузівського курсу вищої математики, прийняте ще в неمالому числі вузів, привело до дефіциту інженерів, що володіють методами прикладного аналізу" [1]. Крім того, відірваність теоретичного курсу математики у вищому технічному навчальному закладі (ВНЗ) від майбутньої спеціальності породжує дві основні течії в мотивації навчання. Перша, загалом позитивна, зумовлена тим, що її представники вважають навчальну діяльність головною і єдиною. Цей мотив спонукає студентів систематично та сумлінно вивчати теоретичний матеріал, набувати необхідних знань. Проте прагнення все знати не дозволяє диференційовано накопичувати знання для майбутньої професії, породжує формалізм, виключає творчий підхід. Друга - навчання не праця, а лише спосіб підготовки до майбутньої діяльності, що нерідко виробляє утилітарний підхід до математики, до самого процесу навчання. В результаті чого часто формується спеціаліст посередній, який багато міркує, але не вміє працювати.

Навики організаційної та виховної роботи, а також формування творчого мислення, розвиток уяви, професійної спрямованості майбутні інженери набувають, в основному, беручи участь в різноманітних формах вузівського самоврядування та вивчаючи спеціальні курси. Загальнонаукові, фундаментальні дисципліни нерідко залишаються осторонь від вирішення цих проблем.

Творчість є природженою властивістю лише у вигляді здібності, яку необхідно розвивати та вдосконалювати. В процесі вивчення вищої математики студенти повинні оволодіти сучасними засобами мислення, засвоїти основні ідеї, принципи, поняття, закони і навчитися їх застосовувати на практиці при розв'язуванні конкретних виробничих задач. Здібності слабких та середніх студентів часто не розвинені тому, що їх не спонукають до енергійної інтелектуальної діяльності. Крім того, необхідно формувати реалістичний образ майбутньої діяльності у студентів вже з перших років навчання.

Необхідність встановлення взаємозв'язку між системою освіти, професійними запитами особистості та потребами суспільства ставить задачу вдосконалення формування професійної спрямованості студентів, починаючи з перших курсів навчання у ВНЗ.

Навчальний процес та виробнича практика складають більшу половину всіх факторів, під дією яких формуються професійні інтереси майбутніх спеціалістів. Від особливостей динаміки мотивацій залежить в цілому їх становлення до навчальної та до наступної професійної діяльності. Мотиви та потреби виступають як детермінанта активності

особистості, причому потреби обумовлюють силу активності, а мотиви - задають її напрямок. Активність є інтегральною якістю особистості, відображає цілісну спрямованість суб'єкта, його психофізіологічний потенціал.

Зміст сучасної технології підготовки спеціалістів полягає в тому, щоб максимально сприяти розвитку у студентів творчої ініціативи, вихованню в них потреб в самоосвіті. В цьому напрямку деякі ВНЗ працюють достатньо успішно. Завдяки семестрам, відведеним для виробничої практики, студенти вже з першого курсу мають уявлення про обрану спеціальність, можливість випробувати себе в умовах майбутньої трудової діяльності.

При вивченні теоретичного курсу вищої математики студент не тільки отримує основні знання з курсу, але й вміння та навички їхнього використання при розв'язуванні прикладних задач; завдяки цьому формується професійне спрямування, розвивається пам'ять та увага, творче мислення, організаторські здібності. Це досягається використанням проблемних лекцій та ігрових форм навчання поряд з традиційними методами навчання.

Проблемні лекції дозволяють сформулювати ідею доведення теорем, використати вже отримані знання при вивченні тієї чи іншої теми самими студентами, або ж знайти розв'язок поставленого питання в науковій літературі. Все це дає можливість студенту брати активну участь в процесі навчання, набуваючи навички самостійної роботи.

Ігрові форми, ділові ігри відносяться до методів активного навчання. Це нове явище в методиці навчання, хоча і має історію, яка йде в далеке минуле, до ігор Давнього Єгипту. Представником ділових ігор можна вважати військову гру XVII століття, німецькі військові ігри XIX століття. Розвиток сучасних ділових ігор розпочався у другій половині XX століття, особливо бурхливо в США. Одним із визначних представників ігрового методу є Клерк Ч. Абт, який починав у цій галузі з конструювання комп'ютерних імітацій повітряного бою, космічних експедицій, тощо.

В СРСР перша ділова гра, названа організаційно-виробничим випробуванням, була організована і проведена М.Бернштейн у Ленінграді в 1932 році. Широке застосування в ряді країн отримали ділові ігри при вивченні економіки, питань управління виробництвом, метою яких є набуття досвіду тими, які грають. Крім того, ділові ігри знайшли своє застосування у викладенні конкретних дисциплін, тем, загальних принципів, прийомів моделювання, математичних і наукових підходів до господарських проблем. Ігрові форми навчання у початкових класах загальноосвітніх шкіл застосовуються в багатьох країнах світу. Наприклад, в Угорщині накопичений чималий досвід. В колишньому СРСР розробкою і впровадженням ділових ігор у навчальний процес вузів і шкіл дослідники почали займатися в 60-х роках, і нині їх особливо інтенсивно

використовують при вивченні спеціальних дисциплін у ВНЗ. Так, при Московському інституті управління був створений банк ділових ігор. Гарний центр методів активного навчання був у Київському інженерно-будівельному інституті, у Новосибірському академістечку. Було видано кілька каталогів вітчизняних ділових ігор.

Актуальність пропонованої галузі досліджень підтверджується тим, що більш як 30 країн світу у 1984 році об'єднались в асоціацію методів активного навчання "WACRA". Мета її - дати можливість обмінюватись інформацією і досвідом досліджень та застосування методів активного навчання в навчальних процесах шкіл, ВНЗ, курсів перепідготовки і підготовки спеціалістів для всіх галузей виробництва, медицини, науки тощо.

В чому ж перевага саме ігрових форм серед багатьох методів активного навчання, таких, як проблемне навчання, самостійна робота, активізуючі питання, діалог, навмисна помилка, дискусія, застосування комп'ютерів і т.п.? Одна із перших - ігрові форми дають можливість досягти цілей навчання і виховання, які не можуть бути досягнуті іншими, традиційними або новими методами активного навчання.

Наведемо приклад. Останнім часом вступ до ВНЗ інших міст має ряд перепон, пов'язаних з важким матеріальним становищем студентів. Більшість випускників шкіл намагаються вибрати навчальний заклад поближче до домівки, а це, в свою чергу, створює проблему для викладачів. Полягає вона в тому, щоб дати можливість студенту вже в перші місяці навчання перевірити придатність до роботи за вибраною спеціальністю, впевнитися в правильності вибраної професії, викликати бажання у здобутті міцних знань. На початкових курсах навчання у технічних ВНЗ велика кількість годин відведена для загальнонаукових дисциплін і саме на викладачів цих предметів лягає відповідальність за вирішення проблеми, що виникла. Ось тут і потрібна розроблена ігрова ситуація або ділова гра, яка буде формою відтворення предметного і соціального змісту майбутньої професійної діяльності спеціаліста, моделюванням тих систем відносин, які характерні для цієї діяльності як цілого.

Поєднання досвіду і знань, що їх вимагає ігрове заняття і ними формується, дає можливість тому, хто навчається, чіткіше побачити цілісність процесу майбутньої професійної діяльності, краще зрозуміти зміст навчання, побачити свої помилки і оцінити отримане. Наочність, відчутність процесу пошуку і отримання результатів приводить до більш глибокого і чіткого розуміння навчального матеріалу, дозволяє відчути, що той, хто навчався, може зробити більше, ніж сам передбачав. Це надає йому впевненості у своїх силах, розкріпачує інтелектуальні можливості, сприяє активному здійсненню мети.

До того ж, ігрове заняття справляє психологічний вплив на особу

майбутнього спеціаліста, носить переважно характер наукового управління її самовихованням і самостійним засвоюванням навчального матеріалу.

Ефективну роль може зіграти ігрова форма навчання у формуванні творчого мислення, професійної спрямованості, розвитку пам'яті і уяви.

Готовність пам'яті до швидкого відтворення в складних ситуаціях професійної діяльності забезпечує правильне використання знань, вмінь, навичок, а значить успішне вирішення проблем, що виникають. Без доброго функціонування пам'яті при певних зусиллях, негативних емоціях, що виникають при ускладненні задач діяльності, у випадку конфлікту неможливо успішно використати свої знання, вміння та навички.

Використання ігрових форм навчання на практичних заняттях з вищої математики розвиває і вдосконалює уяву майбутнього спеціаліста. Наприклад, імітуючи виробничу ситуацію, учасник повинен реально уявити її і свою роль в ній. Вимога до формулювання висновків і рекомендацій виробництву змушує студентів уявити застосування отриманих результатів в управлінні виробництвом продукції.

Кожна професія вимагає цілеспрямованого, гнучкого, глибокого, мобільного, швидкого та точного мислення, що припускає цілеспрямоване відношення уже наявних знань та сприйнятих в даний момент часу. Умови ігрового заняття сприяють розвитку такого мислення. Крім того, розвивають спроможність побачити проблему, сформулювати її, висунути і перевірити гіпотезу, вибрати потрібну інформацію, запропонувати методику її обробки, проаналізувати результат, сформулювати висновки і дати рекомендації. Особливо вдалі такі заняття при вивченні теорії ймовірностей, математичної статистики та лінійної алгебри.

Стосунки, які історично склалися між людьми в нашому суспільстві, мають позитивні риси - доброзичливість, взаємодопомогу, коли при досягненні тієї чи іншої мети неможливо діяти за принципом "всі засоби гарні" як у ставленні до колег, так і в ставленні до навколишнього середовища. Ігрові форми навчання в цьому плані виконують виховні функції.

При розігруванні ситуації учасники вирішують як індивідуальні завдання, так і загальну задачу групами з 3 - 4 студентів, тому вони взаємопов'язані та взаємозалежні. Це сприяє виникненню таких відносин, які організують трудове співробітництво, налаштовують учасників на спільне вирішення проблем, що виникають, насичують спілкування морально-психологічним змістом. В процесі цього спілкування відбувається вплив на психіку та діяльність студентів, формуються особисті властивості та якості такі, як свідомість, дисциплінованість, вміння працювати з людьми, самокритичність, самостійність, ініціативність.

Ігрове заняття виступає в даному випадку як засіб виховання студентів, причому такий, що дозволяє вирішити найближчі та більш

віддалені задачі розвитку у кожного учасника професійно-важливих якостей, властивостей особистості.

Наявність системи заохочення виховує дисциплінованість. Набагато полегшила її використання модульно-рейтингова система організації навчального процесу. Її введення в навчальний процес ВНЗ сприяє активній роботі студентів в процесі засвоєння знань протягом триместру. Студент повинен не тільки вчасно засвоїти теоретичні питання, але й виконати практичні завдання, скласти колоквиум, виконати типові розрахункові роботи, написати контрольні роботи.

Сформована система штрафів та заохочень містить не тільки ігрові моменти (бали для оцінки діяльності студентів), а і реальні заохочення (скласти залік або екзамен автоматично за сумою балів, набраних за триместр). Модульно-рейтингова система виконує функції контролю з боку викладача та самоконтролю діяльності студента, сприяє формуванню його планувальної та професійної мотивації.

В останні роки методичної літератури з розробки і організації навчальних ділових ігор недостатньо, що стримує використання цього методу у процесі навчання. Разом з тим, впровадження в навчальний процес обчислювальної техніки значно полегшило використання ігрових форм навчання і їх розробку. Безсумнівно, що за цим методом активного навчання у поєднанні з традиційним велике майбутнє.

1. МЕТОДИ АКТИВНОГО НАВЧАННЯ У ВИЩОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

Розглянемо класифікацію методів активного навчання у ВНЗ, яка була запропонована колективом вчених [2] у 1984 році.

Ознаки: 1. Вимушена активність студентів.

2. Зіставлення часу активності студентів і викладача.

3. Самостійна творча розробка рішення студентами.

4. Постійна взаємодія студентів і викладача за допомогою прямих і зворотних зв'язків.

I НЕІМІТАЦІЙНІ (на традиційних заняттях).

1. Проблемна лекція

(ознаки: забезпечення активної, творчої роботи студентів контрольними питаннями, обмірковуванням і т. ін.).

2. Практичне заняття, лабораторна робота

(ознаки: регулярне подання викладачу самостійно отриманих результатів, доопрацювання при виявленні помилок і недоліків).

3. Семінар і тематична дискусія

(ознаки: надійне місце із заняттям реальної посади).

4. Дипломний або курсовий проект, робота

(ознаки: надійний контроль самостійної роботи студентів).

5. Виробнича практика або стажування

(ознаки: на конкретному робочому місці із заняттям реальної посади).

6. Використання програм і машин, що навчають

(ознаки: регулярний контроль за поповненням студентом знань і спонукання його до цього).

7. Олімпіада або науково-практична конференція

(ознаки: контролювання самостійної підготовки до олімпіади або конференції.)

8. НДРС

(ознаки: контролювання самостійного виконання студентом НДРС)

9. Групова консультація

(ознаки: весь колектив залучається до обговорення поставлених питань).

II ІМІТАЦІЙНІ

Ознаки: взаємодія студентів, імітація професійно-колективної діяльності.

а) **Неігрові**

1. Аналіз конкретних ситуацій, наявність складної задачі (проблеми), контрольні питання стосовно проблеми, розробка групами варіантів рішень, їх обговорення, підведення результатів викладачем.

2. Імітаційні вправи (те ж що й в аналізі конкретних ситуацій, але оптимальний або нормативний результат, наперед відомий викладачу, спрощені варіанти інших імітаційних методів).

б) **Ігрові** (наявність і розподілення ролей).

1. Ділова гра (наявність проблеми управління або моделювання професійної діяльності спеціаліста, наявність загальної мети ігрових груп. Наявність ролей і призначення на них учасників, відмінності інтересів учасників і врахування умов невизначеності, прийняття і реалізація послідовності рішень, наявність системи стимулювання, об'єктивність оцінювання результатів).
2. Розігрування ролей (наявність складної задачі, розподілення ролей, відмінності інтересів учасників, організація дискусії, введення конкретних ситуацій, підведення підсумків викладачем).
3. Ігрове проектування (наявність складної інженерної задачі, розробка групами варіантів рішень, розподілення ролей і засідання науково-технічної ради, імітація засідання ради з публічним захистом варіантів рішень).

Розробка ділових ігор дуже складна справа, яка вимагає немалих зусиль викладача. Розглянемо вимоги ділової гри, які були запропоновані методичною радою технічного ВНЗ [3]

1.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ, ХАРАКТЕРИСТИКА І ОСОБЛИВОСТІ ДІЛОВИХ ІГОР

1. Ділова гра (ДГ) - це імітація процесу розробки, прийняття і реалізації рішення, основана на комплексі взаємопов'язаних ситуацій, що відображають стан, процеси функціонування і взаємодії складних систем (промислово-господарської і соціально-економічної та інших) в динаміці і розвитку, тобто ДГ являє собою імітацію процесу і механізму керування.
2. Основними особливостями ділової гри є:
 - а) імітаційне моделювання - важлива основа будь-якої ділової гри;
 - б) обов'язкова наявність факторів (сторін), що змагаються і впливають на процес розробки рішення та на його характер;
 - в) характер, що використовується в діловій грі дійовими особами сторін, що змагаються, протидіють. Ролі визначаються темою і метою гри, ігровою моделлю, особливостями об'єкта;
 - г) динамізм ігрової ситуації, який виявляється в неперервній її зміні під дією рішень, що приймаються учасниками.
3. Ділова гра, як правило, проводиться в кілька етапів, на кожному з яких учасники аналізують зміни в системі, що відбулися в результаті раніше прийнятих дій, розробляють на основі аналізу ситуації, які знову склалися.
4. Ігрові ситуації, що розглядаються в ДГ, можуть бути типовими (регулярно і багаторазово повторюються) і нетиповими, конфліктними і безконфліктними. Типові ситуації мають алгоритм (правила) рішень. Нетипові ситуації потребують розробки і прийняття самостійних рішень.
5. Практична реалізація потенціальних можливостей методу ділових ігор в

- значній мірі залежить від правильного вибору виду ділової гри і якості методичних матеріалів, що відображають її зміст і організацію проведення занять із студентами.
6. За ступенем повноти відображення реальних умов і розрізняють: реальні та абстрактні ігри.
 7. За обсягом матеріалу ігри діляться на:
 - а) тематичні (проводяться при вивченні окремих тем курсу);
 - б) курсові (мета проведення яких - набуття навиків і умінь з питань, які вивчаються конкретною дисципліною);
 - в) комплексні (проводяться з широкого кола питань змішаних курсів або потребують від учасників знань з декількох дисциплін).
Мета їх проведення - надбання навиків комплексного системного аналізу і розробки відповідних рішень.
 8. За способами передачі і обробки інформації ігри можуть бути:
 - а) з провідною участю викладача, й застосуванням безпосередніх зв'язків або засобів оргтехніки, носіїв інформації у вигляді схем, матриць, текстів макетів і т. п.;
 - б) з застосуванням ЕОМ і термінальних пристроїв;
 - в) запрограмовані з використанням автоматизованих навчальних пристроїв.
 9. Розрізняють ділові ігри за характером ігрового процесу, де стосунки між гравцями носять характер:
 - а) взаємодії;
 - б) суперництва;
 - в) змагань.
 10. За характером моделювання ситуацій можна виділити ігри, що:
 - а) імітують процеси керування в умовах впливу одне на одного різних елементів системи;
 - б) моделюють процеси керування в умовах ймовірного поводження зовнішнього середовища;
 - в) моделюють процеси керування системою в динаміці спонтанного розвитку ситуації.

Ділова гра включає проблеми науково-технічної, промислово-господарської, соціально-економічної і керівної практики так, щоб з одної сторони не порушувалась загальна логіка і механізм функціонування системи, а з другої - в повній мірі забезпечувалась мета задачі навчання студентів з даної дисципліни.

1.2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З РОЗРОБКИ ДІЛОВИХ ІГОР

1. Розробка ділових ігор включає:
 - а) складання завдання на ділову гру;
 - б) розробку ігрової моделі;
 - в) складання завдань і інструкцій для учасників гри;

- г) розробку критеріїв оцінювання дій учасників і результатів гри;
 - д) розробку інструкцій для викладача;
 - е) розробку сценарію гри;
 - ж) розробку паспорта гри.
2. До завдань на ділову гру обґрунтовується необхідність проведення її для однієї або декількох тем курсу, або для комплексної роботи, рішення якої вимагає знань ряду навчальних дисциплін, відпрацьовується задум і схема гри, що полегшує формування гри як за змістом, так і по організацією її проведення.
3. В завданні визначаються:
- а) мета ділової гри;
 - б) основні задачі навчання з переліком розрахунків, аналізу рішень або інших дій, які проводяться в ході гри;
 - в) задум гри з відображенням в загальних рисах складу і стану об'єкта, імітацію функціонування якого буде покладено в її основу;
 - г) суть і розвиток управлінських і інших ситуацій, за якими розробляється аналіз, вироблення і прийняття рішень;
 - д) матеріально-технічне забезпечення гри: засоби оргтехніки, що знаходяться в приміщенні, засоби зв'язку, ЕОМ і ін.;
 - е) організація проведення ділової гри: орієнтовний склад учасників, визначення їх ролі у грі;
 - ж) послідовність і термін розробки гри: склад робітників, порядок обговорення і уточнення розроблених матеріалів;
 - з) назва гри, її місце в календарному плані занять з дисципліни і кількість годин на її проведення.
4. Завдання на ділову гру складається одним із провідних викладачів даної дисципліни (курсу), обговорюється методичною групою кафедри, розглядається і затверджується на засіданні кафедри.
5. Ігрова модель включає:
- а) об'єкт моделювання (галузь, підприємство або його підрозділ, керівна система та її елементи й ін.);
 - б) склад учасників ділової гри (діловий комплекс);
 - в) опис основних параметрів ігрових об'єктів, взаємодіючих у грі (числового масиву - у вигляді таблиць, графіків, програм на ЕОМ та ін.);
 - г) правила гри (етапи і кроки проведення гри, їх послідовність, форма взаємодії учасників на кожному етапі, засоби реалізації рішень, система санкцій і пільг, тимчасова шкала проведення гри);
 - д) блок-схему загальної послідовності проведення гри;
 - е) варіанти можливої модифікації гри;
 - ж) додаткову інформацію.
6. Завдання учасникам гри містить конкретний зміст для кожного етапу і відображає:

- а) загальний вихідний стан гри з необхідною характеристикою умов, в яких знаходиться прийнятий для гри об'єкт (система) і його елементи;
 - б) загальні задачі, що підлягають вирішенню згідно з навчальною метою гри;
 - в) необхідні відомості і конкретний довідковий матеріал, що дає можливість учасникам гри приймати рішення;
 - г) конкретні задачі для кожного етапу гри (що вивчити з літератури до заняття, які матеріали та за якими формами підготувати, до чого бути готовим в ході гри, про які рішення доповісти і т. п.).
7. Оцінка дій учасників ділової гри і її результатів виробляється на підставі спеціальних положень, що опрацьовуються згідно з критеріями оцінювання. При розробці критеріїв оцінювання слід враховувати:
- а) вміння студентів застосувати теоретичні знання на практиці;
 - б) глибину дослідження варіантів і ефективність дій, обґрунтованість розрахунків і рішень, що приймаються;
 - в) повноту і якість виконання функціональних обов'язків;
 - г) вміння студентів використовувати нормативні документи і дотримуватися законодавства;
 - д) обґрунтованість рішення, що приймається, його новизну і відповідність регламентаційним положенням;
 - е) постанови Уряду з питань удосконалення господарського механізму і системи управління;
 - ж) організацію роботи групи, взаємовідносини всередині неї, чіткість розподілу обов'язків.
8. Для інтегрального оцінювання діяльності групи розробляється бальна шкала оцінок дій за всіма критеріями, перерахованими в п. 7.
9. Інструкція викладачу-керівнику ділової гри призначається для методичної допомоги з організації і методики проведення цього виду занять і в ній зазначаються:
- а) роль і місце ділової гри в загальній системі вивчення дисципліни і підготовці спеціаліста даного фаху;
 - б) зв'язок даної ділової гри з іншими видами занять з дисципліни;
 - в) роль, основні і другорядні дії викладача протягом всієї гри на кожному етапі;
 - г) додаткова інформація, її зміст і час видачі гравцям;
 - д) форми введення (виведення) даних до машини при використанні у грі ЕОМ, послідовність звернення до неї, порядок аналізу і використання даних;
 - е) порядок використання у грі засобів зв'язку, оргтехніки і інших засобів, що використовуються під час гри;
 - ж) оптимальний варіант розподілу часу в ході занять;

- з) варіанти взаємодії між гравцями і порядок прослуховування їх керівниками, зразки мотивованих рішень, очікуваних рішень;
 - к) загальні методичні рекомендації з організації і регулювання ходу гри (допомога гравцям, контроль за їх роботою, форма обліку і звітності для гри, порядок проведення гри по етапах, мотивація і зміст остаточного рішення і т. ін.);
 - л) рекомендації з особистої підготовки викладача до занять, підготовки матеріально-технічного забезпечення (навчальних приміщень, оргтехніки, засобів зв'язку, ЕОМ і ін.).
10. До інструкції керівнику гри додаються: ігрова модель, сценарій ділової гри, завдання учасникам. При використанні в процесі гри ЕОМ додаються потрібні алгоритми, програми, форми вхідних і вихідних документів і порядок використання даних ЕОМ у грі.
11. Сценарій ділової гри являє собою узагальнену модель її проведення і включає:
- а) назву ділової гри;
 - б) тему (розділ, курс), за якою проводиться гра;
 - в) найменування етапів, навчальну мету кожного етапу;
 - г) епізоди, ситуації, задачі;
 - д) інформацію для учасників гри;
 - е) дії учасників гри;
 - ж) дії керівника (викладача) в ході вирішення задач кожного з етапів;
 - з) астрономічний і діловий час для кожного етапу.
12. При розробці сценарію особлива увага звертається на правильне визначення і логічний взаємозв'язок етапів гри, а також на зміст епізодів, ситуацій або задач кожного етапу.
13. На кожну ділову гру складається спеціальний паспорт, основні положення якого рекомендується відображати в технологічних картах курсу (дисципліни). Методична документація, що включається до паспорта, затверджується завідувачем кафедри.
14. Паспорт ділової гри, як правило, містить: назву гри, прізвище і ініціали автора (авторів), вказівки учасникам гри, область застосування гри, мету гри, тимчасовий інтервал гри, періоди гри і її тривалість в часі, опис ігрової моделі, інструкції учасникам і викладачу-керівнику гри, матеріально-технічне забезпечення гри (література, довідково-нормативна документація, оргтехніка, засоби зв'язку, обчислювальна техніка і т. д.), правила проведення гри, положення з оцінювання дій учасників і результатів гри, час на підготовку до гри.

1.3. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ З ПРОВЕДЕННЯ ДІЛОВОЇ ГРИ

1. При проведенні ділової гри можна виділити такі основні етапи:
- 1) організаційний етап (введення учасників в гру, формування груп,

розподіл ролей, вивчення і обговорення ситуацій в групах, уточнення правил гри, регламентація гри, інші організаційні питання);

2) ігрові етапи (згідно з завданням на ділову гру і сценарієм);

3) підведення підсумків (аналіз діяльності груп, оцінка виконання, визначення оптимального варіанта). Цей етап при необхідності може завершуватися загальною дискусією з тематики ділової гри.

2. На початку гри учасникам роз'яснюється мета і задачі гри, стан суб'єктів і рівень управління ними, вихідна ситуація, що склалася. Перед початком гри доцільно зробити стисле теоретичне обґрунтування очікуваних результатів гри.

3. Формування груп можна здійснити довільним способом (в тому числі за бажанням учасників) з попереднім призначенням лідера або без нього. Цей спосіб використовується при вирішенні відносно нескладних задач (на практичних заняттях з ігровими ситуаціями). Другим способом є формування груп на основі штатної структури об'єкта моделювання за посадами (начальники цехів, керівники служб, відділів і т. д.).

4. З метою підвищення ефективності гри і якості контролю з боку викладача за розвитком гри і діями учасників загальне число тих, хто одночасно бере участь у грі, не повинно бути занадто великим. При необхідності функціональні групи доцільно ділити на підгрупи з числом учасників не більш 12-14 чоловік.

5. Перед початком гри учасників знайомлять з регламентом, щоб можна було досить точно спланувати роботу. Для кожної ділової гри час на її проведення має бути визначений раціонально і правильно.

6. Процес гри (ігрові етапи) задається завданням і сценарієм, імітує взаємодії між певними структурними підрозділами об'єкта моделювання і визначається схемою їх взаємодії. Схема, яка відображає функціональні і адміністративні зв'язки, інформаційні потоки, систему обороту документів, процедурний порядок організації прийняття рішення, може бути графічною.

7. Викладач-керівник постійно контролює хід гри і завжди повинен втручатися при виникненні будь-яких негативних моментів. Чіткі дії учасників значним чином залежать від призначеного лідера групи, що відповідає за дисципліну і порядок під час гри.

8. Форми підведення підсумків гри можуть бути різні, але з обов'язковим аналізом і оцінкою дій учасників та обґрунтуванням оптимального варіанта кінцевого результату.

9. Означений вище порядок організації і проведення ділової гри використовується при підготовці практичних занять з ігровими ситуаціями (елементами гри).

Таким чином, розробити якісну ділову гру досить важко. Останнім часом зручніше використовувати ігрові форми навчання, під якими ми розуміємо ігрове заняття, що має риси як неігрового, так і ігрового.

2. ПРИКЛАД ІГРОВОГО ЗАНЯТТЯ З ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Наведемо приклад ігрового заняття, яке проводиться в кінці вивчення розділу "Лінійна алгебра". Його можна провести для контролю знань, умінь та навичок студентів економічних спеціальностей замість контрольної роботи.

Також можливе проведення ігрового заняття з кожної теми окремо, або використання завдань, що наведені далі, для звичайних практичних занять, що теж буде мати користь, оскільки усі завдання носять прикладний характер.

Академічна група студентів ділиться на 4-5 груп по 5-6 чоловік. Кожна група представляє частину окремого малого підприємства. Учасникам груп пропонують ролі: директора, бухгалтера і планово-економічного відділу - 3-4 чоловіки.

Кожна група отримує 10 завдань, що їх розподіляє між виконавцями ролей директор, який і буде оцінювати розв'язування. Приклади завдань наводяться далі. Групи починають працювати одночасно. Викладач оцінює роботу директорів, які надають "платні" консультації своїм підлеглим, а також перевіряють і оцінюють якість розв'язування завдання.

Система стимулювання передбачає бали за швидкість і якість виконання завдань групами.

Аналіз і підсумки гри можна провести в кінці заняття, або на наступному занятті, якщо перевірка займе багато часу.

Можливе проведення подібного ігрового заняття для студентів радіотехнічних, енергетичних, або для будь-яких спеціальностей, беручи до уваги зв'язок з фізикою та спеціальними дисциплінами.

Далі ми пропонуємо короткий теоретичний матеріал з тем лінійної алгебри та його застосування для розв'язування прикладних задач і варіанти завдань для проведення ігрових занять.

2.1. МАТРИЦІ І ДІЇ НАД НИМИ

Означення 1. Матрицею розмірності $m \times n$ називається прямокутна таблиця чисел, що складається з m рядків і n стовпців:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Або $A = (a_{ij})_{m \times n}$, де a_{ij} - елементи матриці A , $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$.

Означення 2. Добутком довільної матриці A на число a називається матриця того ж самого розміру, елементи якої дорівнюють добутку числа a на відповідні елементи матриці A :

$$Aa = aA = a \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa_{11} & aa_{12} & aa_{13} & \dots & aa_{1n} \\ aa_{21} & aa_{22} & aa_{23} & \dots & aa_{2n} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ aa_{m1} & aa_{m2} & aa_{m3} & \dots & aa_{mn} \end{pmatrix}$$

Приклад.

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 6 & 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$$

Означення 3. Сумою двох матриць однієї розмірності називається матриця такої самої розмірності, елементи якої дорівнюють сумі відповідних елементів матриць, що додаються:

$$A = (a_{ij})_{m \times n}; B = (b_{ij})_{m \times n}; A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n};$$

Приклад. Знайти $A+B$, якщо

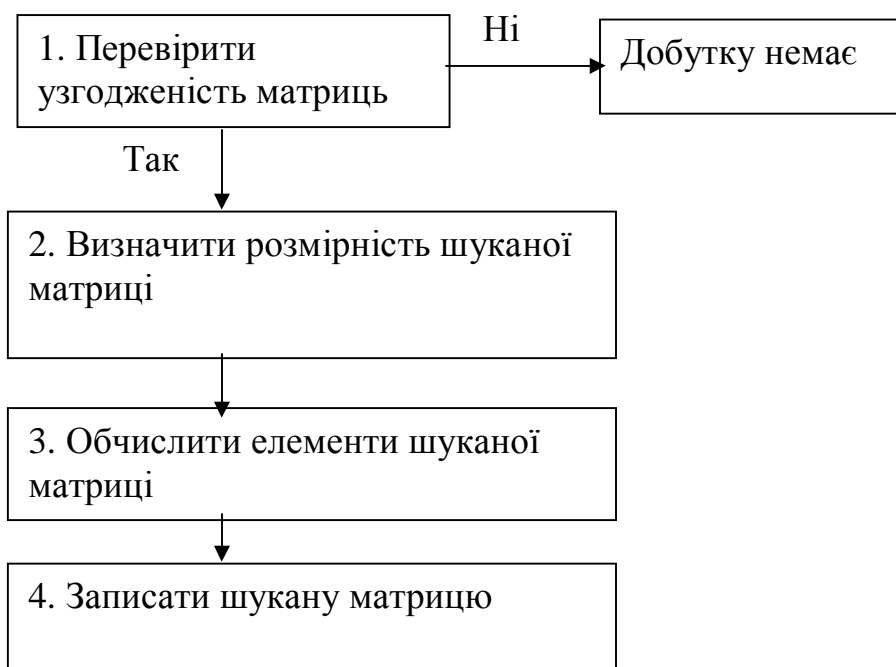
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}_{2 \times 3}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 3};$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & -1+1 & 0+5 \\ 3+(-3) & 1+0 & 4+2 \end{pmatrix}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}_{2 \times 3};$$

Означення 4. Матриці називаються узгодженими, якщо число стовпців першої матриці дорівнює числу рядків другої.

Означення 5. Добутком матриці $A = (a_{ij})_{m \times p}$ на матрицю $B = (b_{ij})_{p \times n}$ називається матриця $C = (c_{ij})_{m \times n}$ розмірності $m \times n$, кожен елемент якої C_{ij} дорівнює сумі добутків відповідних елементів i -го рядка матриці A та j -го стовпця матриці B .

Алгоритм множення матриць



Приклад. Дано:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Знайти: $A \times B = C$.

Розв'язування.

$$A = (a_{ij})_{2 \times 3} \quad m = 2, p = 3,$$

$$1. B = (b_{ij})_{3 \times 2} \quad p = 3, n = 2,$$

$p = 3$ – матриці узгоджені.

$$2. C = (c_{ij})_{2 \times 2} : (2 \times 3) \times (3 \times 2) = (2 \times 2),$$

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 6 + 1 + 9 = 16;$$

$$3. C_{12} = 2 \cdot 6 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 12 + 2 + 3 = 17;$$

$$C_{21} = 4 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 15;$$

$$C_{22} = 4 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 25;$$

$$4. C = \begin{pmatrix} 16 & 17 \\ 15 & 25 \end{pmatrix}$$

2.2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВИРОБНИЧИХ ЗАДАЧ

Приклад 1. Два заводи випускають вироби M, N, P вищої, першої та другої категорій якості. Кількість випущених кожним заводом виробів за кожною категорією якості характеризується таблицею:

Категорія якості	Готові вироби					
	Перший завод			Другий завод		
Вища	150	240	320	280	300	450
Перша	100	130	175	120	150	170
Друга	25	15	20	30	20	18

Який загальний випуск виробів за вказаними категоріями якості?

Розв'язування. Кількість виробів, які випустить перший завод, можна розглядати як елементи матриці A , другий завод - як елементи матриці B . Тоді загальну кількість за вказаними категоріями якості можна розглядати як елементи матриці $C = A + B$, тобто

$$C = \begin{pmatrix} 150 & 240 & 320 \\ 100 & 130 & 175 \\ 25 & 15 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 280 & 300 & 450 \\ 120 & 150 & 170 \\ 30 & 20 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 430 & 540 & 770 \\ 220 & 280 & 345 \\ 55 & 35 & 38 \end{pmatrix}$$

Приклад 2. Відповідно до програми будівельних робіт буде споруджено:

- 1) У галузі X_1 10 одиниць об'єктів типу I та 15 одиниць об'єктів типу II;
- 2) У галузі X_2 20 одиниць об'єктів типу III;
- 3) У галузі X_3 100 одиниць об'єктів типу IV.

Визначити витрати будівельних матеріалів виду P та Q в кожній галузі, якщо норми витрат матеріалів (у відповідних одиницях) наведені в такій таблиці:

Тип об'єкта	Норми витрат матеріалів	
	P	Q
I	2	15
II	10	20
III	10	100
IV	5	50

Розв'язування. Позначимо матрицю вихідних даних за об'єктами будівництва через A , а матрицю норм витрат через B . Тоді

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 10 & 20 \\ 10 & 100 \\ 5 & 50 \end{pmatrix}.$$

Звідки матриця витрат матеріалів $P = AB$:

$$P = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 10 & 20 \\ 10 & 100 \\ 5 & 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 170 & 450 \\ 200 & 2000 \\ 500 & 5000 \end{pmatrix};$$

тобто, витрати матеріалу P в галузях X_1, X_2, X_3 відповідно складають 170, 200, 500, а матеріалу Q , відповідно, - 450, 2000, 5000 одиниць.

Приклад 3. Виконати розрахунок заробітної плати, що припадає на кожне замовлення при виробництві різних виробів, використовуючи дані таких таблиць:

Виріб	Витрати робочого часу на кожному робочому місці				
	1	2	3	4	5
A	2	1	4	5	0
B	1	4	2	5	2
C	0	1	0	3	4

Замовлення	Кількість виробів			Робоче місце	Погодинна заробітна плата
	A	B	C		
K	0	4	2	1	1,25
L	0	2	4	2	1,50
M	5	1	0	3	1,40
				4	1,40
				5	1,25

Запишемо дані таблиць відповідно в матричній формі

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 1,25 \\ 1,50 \\ 1,40 \\ 1,40 \\ 1,25 \end{pmatrix}.$$

Розв'язування. Оскільки матриця Y задає лінійну залежність між величинами заробітної плати і витратами робочого часу на кожному робочому місці, а матриця P - між затратами часу на кожному робочому місці і випуском виробів, то добуток PY задає лінійну залежність між випуском виробів і величиною заробітної плати. Оскільки матриця P визначає кількість виробів у кожному замовленні, то добуток $X = Q(PY)$ визначає величину заробітної плати, яка припадає на виконання кожного замовлення:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1,25 \\ 1,50 \\ 1,40 \\ 1,40 \\ 1,25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 99,60 \\ 81,90 \\ 102,55 \end{pmatrix}$$

Таким чином, заробітна плата, що припадає на замовлення K , складає 99,60 грн., на замовлення L - 81,90 грн., на замовлення M - 102,55 грн.

Приклад 4. Для виготовлення виробів A_1, A_2 необхідно мати вузли B_1, B_2 , для виготовлення яких, в свою чергу, потрібні деталі C_1, C_2, C_3 в кількості, наведеній у таблицях:

Виріб	Кількість вузлів		Вузол	Кількість деталей		
	B_1	B_2		C_1	C_2	C_3
A_1	2	3	B_1	2	1	0
A_2	1	4	B_2	1	0	3

Визначити кількість деталей, необхідних для виготовлення виробу кожного виду.

Розв'язування. Запишемо дані таблиць у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}$$

Перемножимо матриці в такому порядку:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7C_1 + 2C_2 + 9C_3 \\ 6C_1 + 1C_2 + 12C_3 \end{pmatrix}$$

Для виготовлення одного виробу A_1 необхідно 7 деталей C_1 , 2 деталі C_2 , 9

деталей C_3 , а для виробництва одного виробу A_2 - 6 деталей C_1 , одну деталь C_2 та 12 деталей C_3 .

2.3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

1. Визначники матриць другого та третього порядків

Визначник - це числова характеристика квадратної матриці.

Означення 6. Визначником матриці другого порядку

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ називається число } |A| = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

$$\text{Визначник позначають } \Delta = |A| = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Приклад 5. Обчислити $\det A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

Розв'язування.

$$\Delta = |A| = \det A = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot 4 - 6 \cdot 1 = 12 - 6 = 6.$$

Означення 7. Визначником матриці третього порядку

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ називається число:}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$$

$$- a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$$

Приклад 6. Обчислити $\det A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

Розв'язування.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -7 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix} = (1 \cdot (-1) \cdot (-2)) + (4 \cdot (-7) \cdot 3) + (6 \cdot 2 \cdot 5) -$$

$$- (6 \cdot (-1) \cdot 3) - (5 \cdot (-7) \cdot 1) - (4 \cdot 2 \cdot (-2)) = 47$$

Означення 8. Мінором елемента a_{ij} матриці A називається визначник, отриманий у результаті закреслення в матриці A i -го рядка і j -го стовпця. Позначається M_{ij} .

Мінор першого порядку можна отримати з матриці другого порядку, наприклад:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \quad M_{12} = |a_{12}| = a_{12}$$

Міnor другого порядку можна отримати з матриці третього порядку, наприклад:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad M_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} - \text{мінор елемента } a_{12}$$

Означення 9. Алгебраїчним доповненням A_{ij} елемента a_{ij} , матриці A називається мінор цього елемента, взятий зі знаком $(-1)^{i+j}$, тобто $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$.

2. Обернена матриця

Означення 10. Оберненою матрицею до матриці A називається матриця того самого порядку A^{-1} , яка задовольняє умову $AA^{-1} = A^{-1}A = E$, де E - одинична матриця.

Теорема 1. (Існування та обчислення оберненої матриці). Якщо матриця A n -го порядку не вироджена, тобто $\det A \neq 0$, то існує її обернена матриця.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \mathbf{L} & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \mathbf{L} & A_{n2} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ A_{1n} & A_{2n} & \mathbf{L} & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Алгоритм знаходження оберненої матриці



Нехай маємо матрицю A , знайдемо обернену до неї

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

1). Обчислимо визначник матриці:

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{vmatrix} = 4 + 3 + 12 + 2 + 24 - 3 = 42 \neq 0$$

2). Обчислимо алгебраїчні доповнення:

$$\text{коефіцієнтів } A = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

1). *Метод Крамера* (1704 - 1752 рр., швейцарський математик) розв'язання систем лінійних рівнянь (1).

Теорема 2. Якщо визначник системи (1) не дорівнює 0, то система (1) має єдиний розв'язок, який можна знайти за формулою

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \quad (i = \overline{1, n}),$$

де Δ - визначник матриці системи, Δ_i - визначник, отриманий із визначника Δ заміною i -го стовпця стовпцем вільних членів системи b_n .

Приклад 7. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв'язування.

1. Знайдемо визначник системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 3.$$

2. Обчислимо:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -5; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 4.$$

$$3. \quad x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{5}{3}; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{4}{3}. \quad \text{Відповідь: } \left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right).$$

2). *Метод Жордана-Гаусса*.

Метод заснований на елементарних перетвореннях системи лінійних рівнянь:

- а) рівняння системи можна міняти місцями;
- б) стовпці системи можна міняти місцями, але запам'ятовувати які невідомі знаходяться поряд з ними;
- в) головні елементи розширеної матриці є одиницями і розташовані вздовж головної діагоналі матриці системи (головну діагональ матриці складають елементи, розташовані по діагоналі з лівого верхнього кута матриці до правого нижнього).

Приклад 8. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв'язування. Всі дії виконуємо над розширеною матрицею

системи $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$. Коефіцієнт біля x_1 першого рівняння має

дорівнювати 1, тому спочатку ділимо перший рядок розширеної матриці на 2, або переставимо перший та другий стовпець і запам'ятаємо, що тепер на першому місці знаходиться невідоме x_2 , а на другому - x_1

$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right)$. За головний елемент приймаємо одиницю, яка

знаходиться на місці елемента a_{11} . Перетворення другого та третього рядків за допомогою першого відбувається множенням його на перше число рядка з протилежним знаком. Зручніше використати для перерахування елементів матриці метод чотирикутника: рядок з головним

елементом зберігається, стовпець анулюється $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \\ 0 & \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right)$, інші елементи

перераховуються за принципом чотирикутника, у якого кутами є головний елемент. Проти нього за діагоналлю елемент який треба перерахувати, на інших двох кутах елементи матриці, які складають з ними чотирикутник.

Наприклад, перерахуємо елемент попередньої матриці $a_{23} = 1$. Він з головним елементом утворює чотирикутник з елементів

$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ Елемент перераховують як визначник другого порядку,

починаючи завжди з головного елемента: $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = -1$. Отже, після

першої ітерації отримаємо матрицю $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$. Тепер нам треба на місці

елемента $a_{22} = -4$ мати 1, можна поділити весь рядок на -4, або переставити 3-й та 2-й рядки. Ми переставимо рядки, перепишемо рядок з головним елементом без змін, стовпець анулюємо. Нам залишається перерахувати 4

елементи. $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & -1 & -4 \end{array} \right) \cong \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \bullet & \bullet \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & \bullet & \bullet \end{array} \right)$. Як і в попередньому

перетворенні елементи перераховуємо за правилом чотирикутника та

обчислюємо як визначник другого порядку починаючи з головного елемента.

Наприклад, елемент $a_{14}=1$, $\begin{vmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{22} & a_{24} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -3$. Отже, після

перетворення отримаємо матрицю $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{array} \right)$. Останній головний

елемент знаходиться на місці елемента $a_{33}=3$. Поділимо рядок на 3

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \bullet \\ 0 & 1 & 0 & \bullet \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{array} \right)$. Аналогічно попередньому варіанту

перераховуємо елементи матриці, починаючи з головного. В результаті

отримуємо матрицю $\left(\begin{array}{ccc|c} & & & -5 \\ 1 & 0 & 0 & \frac{3}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{3} \end{array} \right)$. Отже $x_1 = \frac{2}{3}$
 $x_2 = -\frac{5}{3}$
 $x_3 = \frac{4}{3}$

Відповідь: $\left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right)$

3). Матричний метод

Теорема 3. Якщо система (1) не вироджена, то існує розв'язок системи, який можна знайти за формулою $X = A^{-1}B$.

Запишемо (1) у матричному вигляді: $AX=B$,

де $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{L} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \mathbf{L} & a_{2n} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} \\ a_{n1} & a_{n2} & \mathbf{L} & a_{nn} \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x \\ x_3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \mathbf{L} \\ b_n \end{pmatrix}$,

тоді розв'язок системи в загальному вигляді отримаємо як розв'язок матричного рівняння $AX=B$, $A^{-1}AX=A^{-1}B$, $EX=A^{-1}B$, $X=A^{-1}B$.

Приклад 9. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв'язування.

1. Обчислимо визначник системи:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0.$$

2. Обчислимо: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$

$$\begin{matrix} A_{11} = 3; & A_{21} = -1; & A_{31} = -1; \\ A_{12} = 3; & A_{22} = 1; & A_{32} = -2; \\ A_{13} = 6; & A_{23} = 1; & A_{33} = 4; \end{matrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Обчислимо x_1, x_2, x_3 :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ -5/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$$

Відповідь: $\left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right\}$

2.4. ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ДІЙ НАД МАТРИЦЯМИ

1. *Поняття чотиріполюсника. Його основні характеристики.*

Означення 14. Чотиріполюсником називається електричне коло, в якому розрізняють два вхідних і два вихідних затискачі (рис.1).



Рис.1.

Тут I_1, E_1, I_2, E_2 - комплексні амплітуди струму і напруги на вході і виході чотиріполюсника. Між ними існує лінійний зв'язок:

$$\begin{cases} I_1 = a_{11} \cdot E_1 + a_{12} \cdot E_2 \\ I_2 = a_{21} \cdot E_1 + a_{22} \cdot E_2 \end{cases} \quad (2)$$

Або в матричній формі: $I = a \cdot E$,

де $I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$ $E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$ $a = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

Матриця a називається матрицею повної провідності чотиріполюсника. Якщо розв'язати систему (2) відносно E_1 та E_2

$$E = a^{-1} I,$$

то матрицю $a^{-1} = Z$ називають матрицею повного опору:

$$Z = \frac{1}{|a|} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Якщо систему рівнянь (2) розв'язати відносно E_2, I_2

$$\begin{cases} E_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}} \cdot E_1 + \frac{1}{a_{12}} \cdot I_1, \\ I_2 = -\frac{|a|}{a_{12}} \cdot E_1 + \frac{a_{22}}{a_{12}} \cdot I_1, \end{cases}$$

Тобто, $\begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a_{11}}{a_{12}} & \frac{1}{a_{12}} \\ -\frac{|a|}{a_{12}} & \frac{a_{22}}{a_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ I_1 \end{pmatrix}$ то матриця $j = \begin{pmatrix} -\frac{a_{11}}{a_{12}} & \frac{1}{a_{12}} \\ -\frac{|a|}{a_{12}} & \frac{a_{22}}{a_{12}} \end{pmatrix}$ називається

характеристичною матрицею чотириполюсника.

2. Числові характеристичні матриці найпростіших чотириполюсників

2.1. Чотириполюсник з одним послідовним резистором (рис.2)

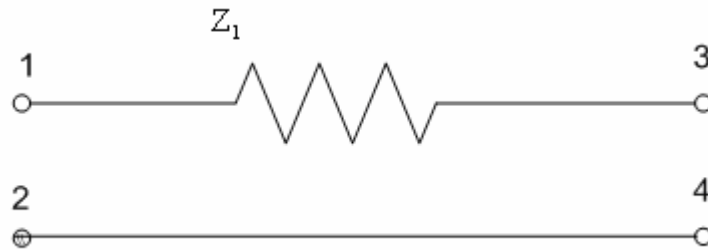


Рис.2.

$$\begin{cases} E_2 = E_1 - I_1 Z_1 \\ I_2 = I_1 \end{cases} \quad \text{Тоді } j = \begin{pmatrix} 1 & -Z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2. Чотириполюсник з одним паралельним резистором (рис. 3)

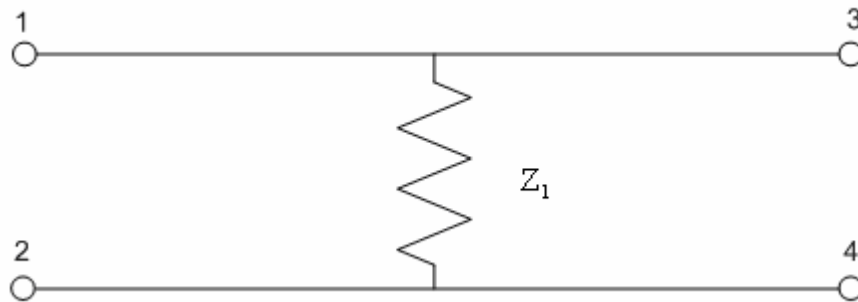


Рис.3.

$$\begin{cases} E_2 = E_1 \\ I = -\frac{1}{Z_1} E_1 + I_1 \end{cases} \quad \text{тоді } j = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_1 & 1 \end{pmatrix}$$

Зауваження. За так званим "каскадним" з'єднанням чотириполюсників їх характеристичні матриці перемножуються. При такому з'єднанні, наприклад, двох чотириполюсників з характеристичними матрицями R_1 , та R_2 отримуємо новий чотириполюсник з характеристичною матрицею $R=R_1 R_2$ (рис.4).

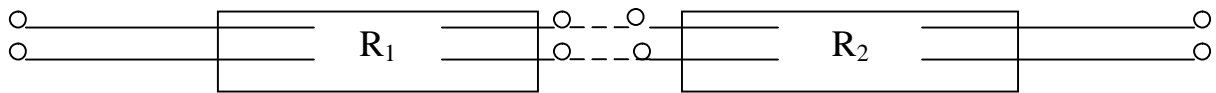


Рис.4.

Приклад 10. Визначити характеристичну матрицю чотирьополіусника, зображеного на рис.5.

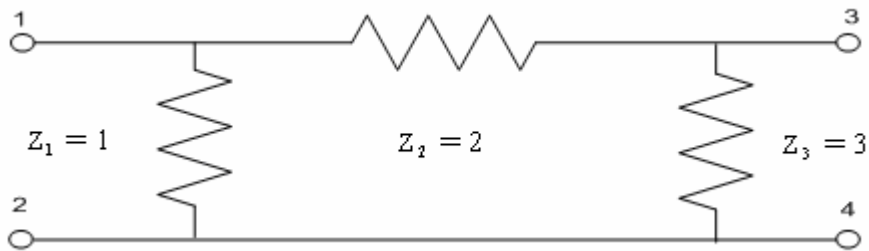


Рис.5.

Розглянемо даний чотирьополіусник як каскадне з'єднання трьох чотирьополіусників (рис.6).

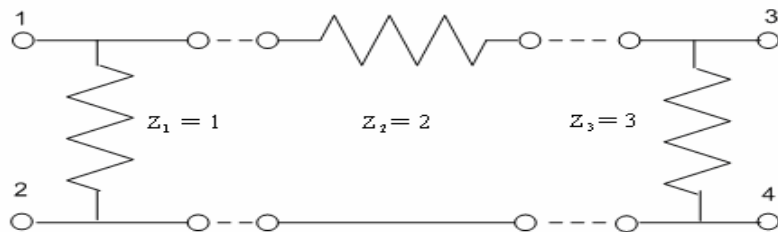


Рис. 6.

Тоді характеристична матриця $R = R_1 R_2 R_3$ де

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/3 & 1 \end{pmatrix}$$

2.5. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ, ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ

1. Два заводи випускають вироби M, N, P вищої, першої та другої категорій якості. Кількість виробів, випущених кожним заводом за кожною категорією, характеризується такою таблицею:

Категорії якості	Готові вироби					
	Перший завод			Другий завод		
	M	N	P	M	N	P
Вища	a_1	b_1	c_1	d_1	l_1	k_1
Перша	a_2	b_2	c_2	d_2	l_2	k_2
Друга	a_3	b_3	c_3	d_3	l_3	k_3

Знайти загальний випуск виробів за вказаними категоріями якості. На скільки зміниться загальний випуск виробів за вказаними категоріями якості, якщо перший завод зменшить випуск виробів P за всіма категоріями якості в 2 рази, а другий збільшить випуск виробів M у три рази? Дані для розв'язування взяти з таблиці Д.1.

2. Завод випускає вироби чотирьох типів. Причому буде вироблено:

- 1) в цеху X_1 a одиниць виробів I типу та b одиниць II типу;
- 2) в цеху X_2 c одиниць виробів III типу;
- 3) в цеху X_3 d одиниць виробів IV типу.

Визначити витрати матеріалів p та q в кожному цеху, якщо норми матеріалів (у відповідних одиницях) наведені в таблиці. Для розв'язування дані взяти з таблиці Д.2.

Тип виробу	Норми витрат матеріалів	
	p	q
I	p_1	q_1
II	p_2	q_2
III	p_3	q_3
IV	p_4	q_4

3. При складанні виробів різних типів деталі надходять із цехів X_1, X_2, X_3 в об'ємі, відповідно, K_1, K_2, K_3 . Визначити необхідне число робітників чотирьох професій для виконання цих робіт, якщо норми витрат праці робітників для кожної професії наведені в таблиці.

Цех	Норми витрат праці за професіями			
	I	II	III	IV
X_1	a_1	b_1	c_1	d_1
X_2	a_2	b_2	c_2	d_2
X_3	a_3	b_3	c_3	d_3

Дані для розв'язування взяти з таблиці Д. 1.

4. У деяких галузях народного господарства намічено побудувати об'єкти чотирьох типів. Будівельний об'єм завдань для кожного із типів об'єктів такий: I- a , II - b , III - c , IV - d . Визначити об'єм будівельно-монтажних робіт трьох комплексів M, N, P , що виконуються при будівництві цих об'єктів, якщо величини кожного виду робіт на 1 м^3 завдань, залежно від типу об'єкта, наведені в таблиці.

Тип об'єкта	Величини робіт		
	M	N	P
I	c_1	c_2	c_3
II	d_1	d_2	d_3
III	l_1	l_2	l_3
IV	k_1	k_2	k_3

Дані взяти з табл. Д.1, Д.2.

5. Для виготовлення виробів M, N необхідні вузли D_1 та D_2 для виготовлення яких, у свою чергу, необхідні деталі C_1, C_2, C_3

Виріб	Кількість вузлів		Вузол	Кількість деталей		
	D_1	D_2		C_1	C_2	C_3
M	d_1	d_2	D_1	a_1	a_2	a_3
N	d_3	d_4	D_2	c_1	c_2	c_3

Визначити кількість деталей, необхідних для виготовлення одного виробу кожного виду. Дані взяти з таблиці Д.1.; вважати $d_4=11$.

6. Розрахувати заробітну плату, яка припадає на кожне замовлення при виготовленні різних деталей, якщо відомі такі дані:

а). Витрати робочого часу в годинах на кожному робочому місці і на кожен виріб:

Виріб	Витрати				
	1	2	3	4	5
M	d_1	l_1	k_1	p_1	q_1
N	d_2	l_2	k_2	p_2	q_2
P	d_3	l_3	k_3	p_3	q_3

б). Кількість виробів у кожному замовленні, шт.:

Замовлення	Кількість виробів		
	M	N	P
A	a_1	b_1	c_1
B	a_2	b_2	c_2
C	a_3	b_3	c_3

в). Погодинна заробітна плата на кожному робочому місці, грн.:

Робоче місце	Погодинна зарплата
1	d_1
2	d_2
3	d_3
4	d_4
5	d_5

Дані для розв'язування взяти з табл. Д.1, Д.2.

7. Для виготовлення деталей чотирьох видів X_i витрати матеріалів, робочої сили та електроенергії задаються в умовних одиницях:

Ресурси	Витрати на одну деталь кожного виду			
	1	2	3	4
Матеріали	a	b	c	d
Робоча сила	p_1	p_2	p_3	p_4
Електроенергія	q_1	q_2	q_3	q_4

а) обчислити загальні витрати матеріалів y_1 , робочої сили y_2 і електроенергії y_3 для виготовлення заданої кількості деталей кожного типу, якщо $X_1 = 5$, $X_2 = 2$, $X_3 = 7$, $X_4 = 1$;

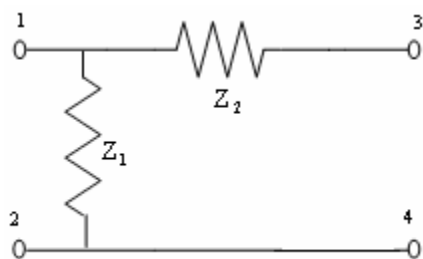
б) знаючи загальні витрати матеріалів y_1 робочої сили y_2 та електроенергії y_3 (із розв'язку попереднього пункту) і витрати на одну деталь кожного виду, визначити кількість X_i деталей кожного виду.

Дані для розв'язування взяти з табл. Д.2.

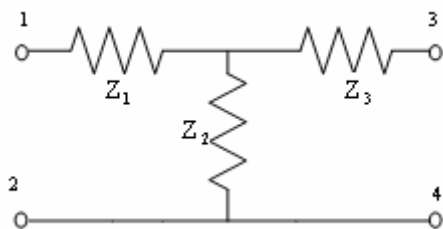
8. Визначити характеристичні матриці чотирьохполісників:

1) Г-подібний

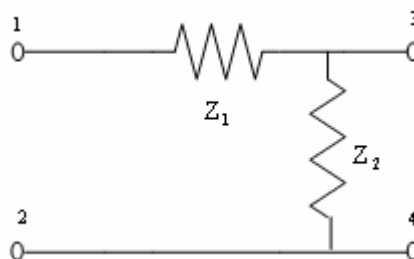
а)



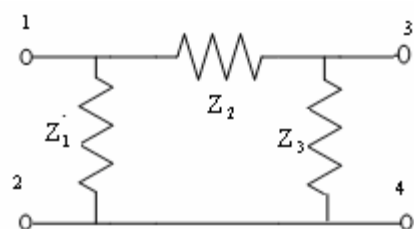
2) Т- подібний



б)



3) П - подібний



Дані взяти з табл. Д.3.

9. Зв'язок між амплітудами струму і напруги на вході та виході чотирьохполісника задано системою:

$$\begin{cases} I_1 = a_{11} \cdot E_1 + a_{12} \cdot E_2 \\ I_2 = a_{21} \cdot E_1 + a_{22} \cdot E_2 \end{cases}$$

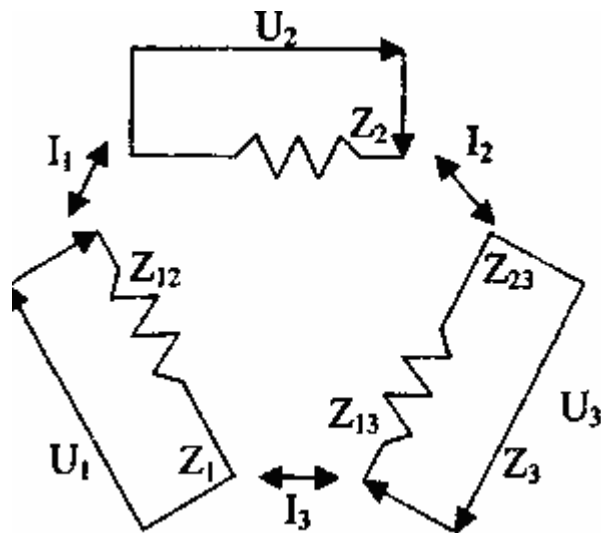
- а) записати систему в матричному вигляді;
- б) визначити матрицю повної провідності, повного опору.

Дані взяті з табл. Д.4.

10. Рівняння трьох індуктивно зв'язаних двополюсників мають вигляд:

$$\begin{cases} U_1 = Z_1 I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 \\ U_2 = Z_{12} I_1 + Z_2 I_2 + Z_{23} I_3 \\ U_3 = Z_{13} I_1 + Z_{23} I_2 + Z_3 I_3 \end{cases}$$

- а) записати систему рівнянь у матричній формі;
- б) визначити силу струму в кожному з двополюсників методами Гаусса, Крамера і матричним. Дані взяті з таблиці Д.3, Д.4.



ДОДАТОК

Таблица Д.1.

№ вар.	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	d_1	d_2	d_3	l_1	l_2	l_3	k_1	k_2	k_3
1	3	5	11	3	2	8	4	6	2	1	2	1	3	2	15	10	14	2
2	5	8	2	15	1	2	10	16	4	4	3	2	5	20	4	1	0	11
3	6	3	4	17	4	5	8	2	20	2	4	3	11	11	8	7	12	2
4	11	13	6	2	0	1	6	12	2	1	1	2	3	13	10	20	1	3
5	8	11	15	1	3	4	12	4	8	5	3	1	2	6	13	6	4	12
6	9	6	19	0	1	15	4	8	10	3	1	4	8	2	4	12	8	8
7	13	24	26	0	3	3	2	10	18	0	2	3	4	0	26	16	16	2
8	4	16	17	4	2	1	0	20	4	3	0	1	6	1	0	2	20	19
9	1	23	4	10	1	7	20	6	12	2	3	1	2	6	3	8	14	10
10	16	2	8	7	1	5	16	4	14	4	3	5	12	3	7	8	1	0
11	23	7	2	5	3	4	14	8	10	1	5	2	8	2	2	1	1	2
12	2	14	0	12	1	4	8	16	20	3	2	5	2	8	10	5	6	2
13	14	8	1	6	1	1	4	26	22	2	3	5	15	11	18	16	1	8
14	12	11	3	9	8	6	6	10	10	1	4	2	1	15	4	4	1	12
15	7	20	5	2	2	5	10	14	8	2	4	3	2	1	16	14	4	17
16	3	13	3	5	1	3	2	16	12	6	2	0	10	3	17	23	12	11
17	20	15	2	11	2	3	12	8	24	4	3	1	16	4	4	7	11	12
18	15	0	12	3	3	4	20	4	18	2	6	3	4	12	2	2	3	1
19	19	2	14	6	4	3	10	6	10	3	5	6	6	4	1	5	9	3
20	2	19	10	0	2	2	8	12	20	1	6	5	3	8	0	3	8	1
21	0	27	12	8	0	5	6	22	6	2	3	4	4	9	20	4	6	4
22	17	11	12	1	3	1	4	14	10	4	5	3	17	6	4	14	6	14
23	19	3	4	13	1	1	12	6	4	1	5	6	4	19	1	8	10	10
24	27	1	7	23	2	4	2	12	8	6	5	1	5	0	23	10	7	7
25	7	0	2	21	3	1	16	10	2	2	1	0	8	1	4	2	20	0

Таблица Д.2.

№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>p</i> ₁	<i>p</i> ₂	<i>p</i> ₃	<i>p</i> ₄	<i>q</i> ₁	<i>q</i> ₂	<i>q</i> ₃	<i>q</i> ₄
1	10	4	7	11	1	2	4	5	1	6	3	6
2	15	5	3	16	3	6	5	4	3	1	6	1
3	12	6	10	5	5	1	3	3	5	2	2	2
4	14	3	12	9	2	2	6	6	2	1	1	2
5	16	10	5	24	4	1	2	1	4	3	4	4
6	8	19	9	10	3	3	1	2	3	4	2	6
7	11	2	20	12	2	4	4	2	2	4	5	5
8	7	17	4	11	5	4	2	4	5	2	6	3
9	20	5	11	4	4	2	5	6	1	1	2	2
10	18	10	3	5	3	1	6	5	3	2	3	4
11	17	4	8	20	6	2	2	3	4	6	6	3
12	12	7	10	16	1	3	3	2	11	1	4	4
13	14	9	16	11	2	1	4	4	2	5	6	2
14	9	16	2	8	6	5	4	6	6	5	4	5
15	5	17	6	13	4	5	6	4	4	4	5	4
16	3	18	12	9	1	4	5	2	1	2	4	1
17	17	10	5	12	3	2	4	5	3	2	2	1
18	13	12	10	7	2	3	2	4	2	4	4	1
19	19	3	20	3	3	4	3	1	5	3	5	5
20	16	8	9	20	4	5	4	3	4	6	1	4
21	4	20	11	10	5	6	5	1	5	1	1	4
22	10	11	5	5	6	1	6	5	6	3	2	3
23	5	24	12	18	1	3	1	6	1	4	3	4
24	3	16	9	5	3	4	3	4	2	1	5	5
25	20	7	11	6	4	2	4	3	4	3	2	4

Таблиця Д. 3.

№ вар.	Z_1	Z_{12}	Z_{13}	Z_2	Z_{23}	Z_3	U_1	U_2	U_3	Відповідь
1	5	1	2	3	1	2	19	14	13	(2,3,3)
2	1	1	3	1	1	4	11	7	21	(4,1,2)
3	6	3	1	2	2	5	19	15	12	(3,2,1)
4	9	2	2	3	3	7	49	16	20	(5,1,1)
5	4	4	1	2	1	1	31	21	10	(2,5,3)
6	6	1	2	3	2	2	24	17	16	(3,4,1)
7	12	2	3	1	1	3	79	15	23	(6,2,1)
8	4	3	2	9	1	5	25	37	27	(2,3,4)
9	7	1	3	3	2	11	18	13	40	(1,2,3)
10	7	2	4	2	1	1	38	14	15	(2,2,5)
11	3	4	2	3	1	4	26	26	15	(4,3,1)
12	12	1	4	2	2	1	74	15	27	(5,2,3)
13	1	3	1	4	1	2	12	27	12	(7,1,2)
14	5	1	3	7	4	9	20	55	43	(2,7,1)
15	9	2	1	3	4	2	25	31	33	(1,7,2)
16	4	1	1	1	1	3	23	14	26	(3,5,6)
17	2	2	1	1	7	1	25	50	14	(6,5,3)
18	1	1	2	6	3	3	17	50	37	(5,6,3)
19	7	1	3	5	5	4	24	36	33	(1,2,5)
20	8	2	3	3	2	2	38	22	21	(3,4,2)
21	16	4	3	4	1	1	57	27	13	(2,4,3)
22	5	2	4	9	3	3	37	49	35	(5,4,1)
23	4	1	2	2	4	1	17	27	26	(1,5,4)
24	2	3	1	4	2	10	15	22	18	(4,2,1)
25	3	2	1	8	1	3	33	44	28	(7,3,6)

Таблица Д.4.

№ вар	I_1	I_2	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	№ вар	I_1	I_2	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}
1	1	2	2	3	3	-1	14	2	3	2	1	4	0
2	8	19	7	-2	5	3	15	2	5	2	2	3	1
3	5	2	1	5	2	-1	16	1	2	1	1	1	-1
4	7	4	3	2	1	-1	17	3	5	4	3	-1	2
5	11	3	2	-5	-1	-6	18	8	5	1	2	4	-1
6	2	6	3	-2	9	-6	19	5	17	10	-1	2	3
7	1	17	-3	5	-7	-3	20	9	11	3	-4	2	-1
8	4	7	2	-3	4	-6	21	2	27	3	-1	2	3
9	2	8	1	3	1	-3	22	1	28	5	-1	7	2
10	1	7	3	1	1	-1	23	3	11	3	-2	1	1
11	13	8	3	-5	2	-7	24	9	29	2	-3	4	5
12	1	18	3	-4	3	4	25	11	4	3	1	7	-2
13	0	1	2	-3	3	6							

3. ПРИКЛАД ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ З АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

I Імітована ситуація

Мале підприємство проводить скорочення штатів проектного та фінансово-економічного відділів. Менеджер повинен прийняти рішення про звільнення. Службовці відділів мають приблизно однаковий рівень здібностей та знань. Щоб не помилитись, менеджер вирішив провести іспит і після оцінювання рівня прийнятих рішень за запропонованими завданнями зробити скорочення штатів.

Група студентів, імітуючи діяльність двох відділів, розподіляється на підгрупи. З числа студентів обираються менеджер та експертна група в складі двох чоловік. Кожному учаснику видаються завдання у відповідності до фахового напрямку підгрупи (фінансово-економічного або проектного). Одне завдання теоретичного плану, два інших – прикладного (див. завдання для самостійної роботи).

Система стимулювання повинна бути розроблена в балах і повинна мати як шкалу преміальних, так і шкалу штрафних балів.

Учасники гри обмежені часом, і шкала преміальних балів мати окремий пункт за виконання завдання першим.

Завдання розраховані на 45 хвилин. Після чого експертна група (2 студенти, менеджер та викладач) протягом 15 хвилин перевіряє розв'язки і висновки та оцінює їх, повідомляє результати і обговорює висновки та помилки кожної роботи, виставляє отримані бали. Робота експертної групи і менеджера оцінюється викладачем за тим, як вони оцінюють результати розв'язання завдань учасниками гри. Для цього у системі стимулювання треба передбачити бали і для оцінки роботи експертної групи та менеджера.

Можна спланувати ігрове заняття на повну пару, а результати розглянути під час наступного заняття.

Можна використати ситуацію, яка має більш складний варіант для керівника (менеджера). Наприклад, застосувати □ міжпредметнзв'язки з правознавством. Тобто, при скороченні штатів деякі співробітники мають додаткові причини, які впливають на їх звільнення (наявність дітей, вагітність, пенсійний вік тощо).

II Імітована ситуація

В одній із країн Далекого Сходу відбувся землетрус, зруйнована велика кількість будівель, мостів, житлових масивів, без житла залишилися тисячі людей. Від нашої країни прибула група будівельників-ремонтників (із студентів даної групи) для відновлення робіт. Прораб (студент) ділить групу на дві будівельні бригади.

Перша бригада повинна відновити границі квадратної ділянки землі за трьома стовпами, які збереглися: одного в центрі ділянки і по

одному на двох протилежних границях. Для цього вони повинні скласти рівняння прямих, які відображають границі ділянки, якщо на плані координати стовпів $M(x_1, y_1)$ – в центрі, $A(x_2, y_2)$, $B(x_3, y_3)$ – на сторонах. Зобразити ділянку на рисунку.

Друга бригада повинна відновити зруйнований міст, якщо арка моста має вигляд параболи, вершина якої ділить цю дугу навпіл. П'ять вертикальних опор, рівновіддалених одна від одної, і чотири розкоси надають конструкції арки необхідну жорсткість (рис.1). Для розв'язання завдання необхідно скласти рівняння дуги арки, прийнявши за вісь абсцис проліт моста, за вісь ординат – його вісь симетрії. Знайти довжину опор і розкосів, якщо відомо, що проліт моста дорівнює $2L$, а висота підйому арки – d ($d=20$, $2L=100$.)

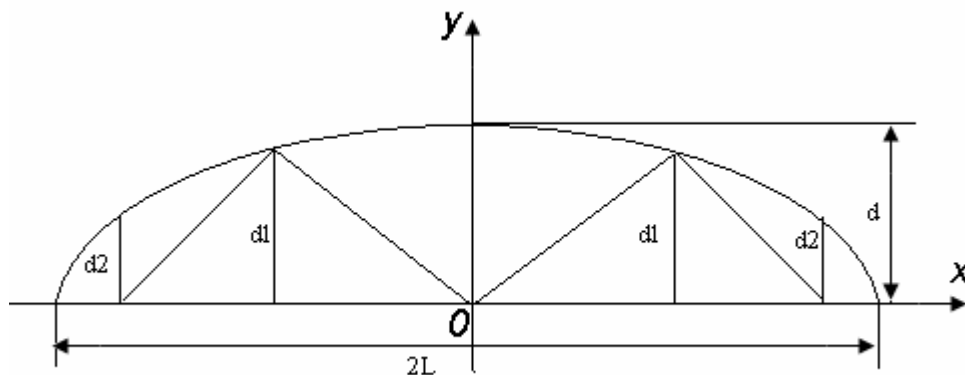


Рис. 1.

Час не терпить! Тому оцінюється швидкість виконання і, безумовно, правильність.

В залежності від часу можна додати ще кілька задач подібного типу (див. далі).

3.1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДЛЯ ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ

3.1.1. Ділення відрізка в даному відношенні

Якщо точка $M(x, y)$ ділить відрізок, який задається точками M_1 і M_2 в відношенні $l = \frac{M_1M}{MM_2}$, то координати точки M

$$x = \frac{(x_1 + lx_2)}{(1+l)}; y = \frac{(y_1 + ly_2)}{(1+l)}.$$

-----●-----●-----●----- .

$M_1(x_1, y_1)$ $M(x, y)$ $M_2(x_2, y_2)$

3.1.2. Пряма лінія

В декартовій системі координат XOY пряму можна задати рівнянням першого степеня одного з основних видів:

а) $Ax + By + C = 0$ – загальне рівняння прямої;

- b) $y = kx + b$ – рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом;
 c) $x/a + y/b = 1$ – рівняння прямої в відрізках;
 d) $y - y_0 = k(x - x_0)$ – рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0, y_0)$;
 e) $\frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(y - y_1)}{(y_2 - y_1)}$ рівняння прямої, що проходить через дві дані точки

$M_1(x_1, y_1)$ і $M_2(x_2, y_2)$.

Кут q між двома прямими з кутовими коефіцієнтами k_1 та k_2

$$y = k_1x + b_1, y = k_2x + b_2$$

$$\operatorname{tg} q = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|.$$

Умови паралельності прямих: $k_1 = k_2$

Умови перпендикулярності прямих: $k_1 \cdot k_2 = -1$

Відстань від точки $M_0(x_0, y_0)$ до прямої $Ax + By + C = 0$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Приклад 1. Горизонтальна балка довжиною 3 м і масою 80 кг вільно лежить на двох рухомих опорах A і B . На якій відстані від кінця A потрібно розмістити вагу масою 200 кг, щоб тиск на опору B дорівнював би 1100 Н?
Розв'язування.

Вага балки 80 кг, що складає 784 Н. На опорі діє половина ваги балки, тобто 392 Н. Вага масою 200 кг діє на балку з силою 1960 Н. На опорі B повинно припасти $1100 - 392 = 708$ Н, а на опорі $A - 1252$ Н.

Прийнявши точку A за початок координат (рис. 2), ділимо відрізок у відношенні $l = \frac{708}{1252} = 0,56$. Тоді $x = \frac{x_1 + lx_2}{1 + l} = \frac{0 + 0,56 \cdot 3}{1 + 0,56} = 1,07$ м.

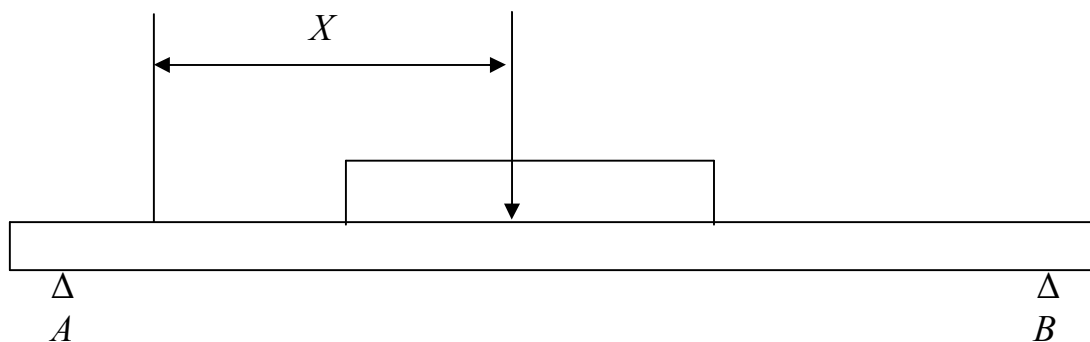


Рис.2.

Таким чином, щоб тиск на опорі B становив 1100 Н, необхідно вагу масою 200 кг помістити на відстані 1,07 м від опори A .

Приклад 2. Знайти висоту AK в ΔABC (рис. 3), якщо $A(2;3)$, $B(-1; 2)$, $C(1;-1)$.

Розв'язування.

1. Запишемо рівняння прямої BC :

$$\frac{(y+1)}{(2+1)} = \frac{(x-1)}{(-1-1)} \Rightarrow 3x-3 = -2y-2; \quad 3x+2y-1=0$$

2. Визначимо висоту, як відстань від точки A до прямої BC

$$AK = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot 3|}{\sqrt{9+4}} = \frac{11}{\sqrt{13}}.$$

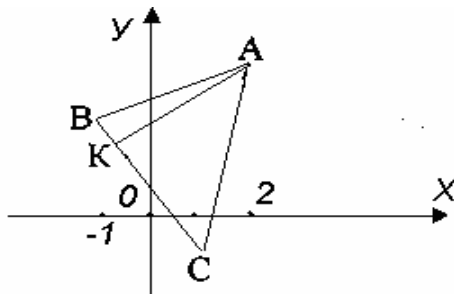


Рис. 3.

Приклад 3. Відновити межі квадратної ділянки за трьома стовпами, що збереглися: один в центрі $M(1;6)$ та по одному на двох протилежних межах $A(5;9)$ і $B(3;0)$

Розв'язування. За умовою точки A і B лежать на паралельних прямих - протилежних сторонах квадрата. Рівняння цих прямих мають вигляд:

$$y - 9 = k(x-5) \text{ та } y = k(x-3)$$

або

$$kx - y + 9 - 5k = 0 \text{ та } kx - y - 3k = 0$$

де k - незалежний коефіцієнт.

Відстані від точки M до цих прямих рівні за величиною і протилежні за знаком, тобто $\frac{(k-6+9-5k)}{\sqrt{k^2+1}} = -\frac{(k-6-3k)}{\sqrt{k^2+1}}$.

З цієї рівності знаходимо $k = -0,5$. Знаючи k , запишемо рівняння прямих, на яких лежать точки A і B ;

$$x + 2y - 23 = 0; \quad x + 2y - 3 = 0. \quad (1)$$

Для знаходження рівнянь двох інших сторін квадрата складемо рівняння його діагоналі і знайдемо координати точок перетину цієї діагоналі з відомими сторонами.

Кутовий коефіцієнт діагоналі знаходимо з умови $\frac{k_1 - (-0.5)}{1 + k_1(0.5)} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$,

звідки $k_1 = 1/3$, і рівняння діагоналі має вигляд:

$$y-6 = (1/3)(x-1), \text{ або } x-3y-17 = 0.$$

Визначимо точки перетину діагоналі квадрата із знайденими раніше його сторонами (1):

$$\begin{cases} x+2y-23=0 \\ x-3y+17=0 \end{cases} \text{ і } \begin{cases} x+2y-3=0 \\ x-3y+17=0 \end{cases} \Rightarrow C(7,8), \quad D(-5,4).$$

Кутові коефіцієнти двох інших сторін квадрата обернені за значенням і протилежні за знаком до кутових коефіцієнтів сторін (1), тобто рівні 2. Тоді рівняння шуканих прямих мають вигляд:

$$2x-2y-6 = 0 \quad \text{та} \quad 2x-y-14 = 0, \quad (2)$$

Таким чином, межі ділянки лежать на прямих, заданих рівняннями (1),(2)

3.1.3. Площина та пряма в просторі

В декартовій прямокутній системі координат OXYZ площина може бути задана рівнянням одного з основних видів:

а) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ - рівняння площини, що проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до нормального вектора $\vec{n}(A, B, C)$;

б) $Ax + By + Cz + D = 0$ - загальне рівняння площини;

в) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ рівняння площини в відрізках;

г) $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x-x_2 & y-y_2 & z-z_2 \\ x-x_3 & y-y_3 & z-z_3 \end{vmatrix} = 0$ - рівняння площини, що проходить через задані

точки $M_1(x_1; y_1; z_1), M_2(x_2; y_2; z_2), M_3(x_3; y_3; z_3)$.

Кут між двома площинами $Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D_1 = 0$ і $Ax_2 + By_2 + Cz_2 + D_2 = 0$ визначається за формулою:

$$\cos j = \frac{|N_1 N_2|}{|N_1| |N_2|} = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

Умова паралельності двох площин: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

Умова їх перпендикулярності: $A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$.

Відстань від точки $M_0(x_0; y_0; z_0)$ до площини $Ax + By + Cz + D = 0$ задається формулою:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Пряма лінія в просторі може бути задана:

а) загальними рівняннями:

$$\begin{aligned} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 &= 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 &= 0; \end{aligned}$$

б) канонічними рівняннями:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p},$$

де $M_0(x_0, y_0, z_0)$ - фіксована точка прямої; $\vec{S}(m, n, p)$ - напрямний вектор;

в) параметричним рівнянням:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + mt; \\ y &= y_0 + nt; \\ z &= z_0 + pt; \end{aligned}$$

г) рівнянням прямої, яка проходить через дві точки:

$$\frac{x - x_0}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_0}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_0}{z_2 - z_1}$$

Кут j між площиною $Ax+By+Cz+D=0$ і прямою $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ визначається за формулою:

$$\sin j = \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

Умова паралельності площини і прямої ($\vec{n} // \vec{s}$):

$$Am + Bn + Cp = 0$$

Умова їх перпендикулярності ($\vec{n} \perp \vec{s}$): $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$.

Приклад 4. Знайти відстань від точки $M(1; -1; 2)$ до прямої

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$$

Розв'язування.

В даному випадку $x_0=1, y_0=0; z_0=2, M_0(1;0;2)$. Тоді $\overline{MM_0} = (0; -1; 0); \vec{s} = (2; -1; 3); |\vec{s}| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$

Визначимо d за формулою $d = \frac{|\overline{S_x \cdot MM_0}|}{|\vec{s}|}$.

$$|\overline{S_x M_0 M}| = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = |3\vec{j} - 2\vec{k}| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}. \quad \text{Отже} \quad d = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{14}} \approx 0,9636$$

Приклад 5. Скласти канонічне рівняння прямої

$$\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0, \\ x - 3y - z + 4 = 0. \end{cases}$$

Розв'язування.

1. Визначимо координати точки M_0

Оскільки система має три невідомих і складається з двох рівнянь, то одне з невідомих можна прирівняти до нуля. Наприклад $z=0$, тоді $M_0(6; 10/3; 0)$ належить прямій.

Визначимо координати напрямного вектора. Для цього визначимо ще одну точку, що належить прямій. Нехай $z=4$, маємо $\begin{cases} 2x - 3y = -2; \\ x - 3y = 0. \end{cases} y = -\frac{2}{3}; x = -2; K = \left(-2; \frac{2}{3}; 4\right)$.

Тоді, $\vec{s} = \overline{KM_0} = (-8; -4; 4)$. Запишемо рівняння прямої: $\frac{x-6}{-8} = \frac{y-\frac{10}{3}}{-4} = \frac{z}{4}$

або $\frac{x-6}{2} = \frac{3y-10}{3} = \frac{z}{-1}$.

3.1.4. Криві другого порядку

КОЛО

Колом називається множина точок, рівновіддалених від одної і тієї ж точки цієї площини, яка називається центром кола.

Коло (рис.4) радіуса R з центром в точці (a,b) визначається канонічним рівнянням: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Параметричне рівняння кола має вигляд $x = R \cos t$
 $y = R \sin t$.

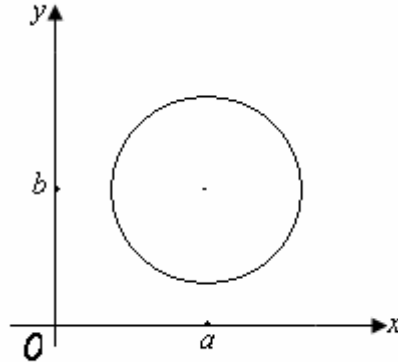


Рис. 4.

ЕЛІПС

Еліпсом (рис.5) називається множина точок площини, для кожної з яких сума відстаней до двох даних точок тієї ж площини, які називаються фокусами еліпса, є величина стала, рівна $2a$.

Канонічне рівняння еліпса має вигляд:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (b^2 = a^2 - c^2),$$

де a, b - півосі еліпса; c - половина відстані між фокусами $F_1(-c;0); F_2(c;0)$

Параметричні рівняння еліпса: $x = a \cos t, y = b \sin t$. Ексцентриситет еліпса: $e = \frac{c}{a} < 1$.

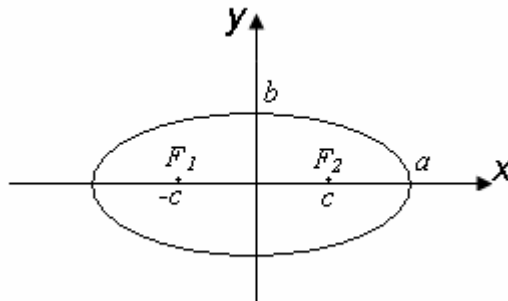


Рис. 5.

ГІПЕРБОЛА

Гіперболою (рис.6) називається множина точок площини, для кожної з яких абсолютне значення різниці відстаней до двох даних точок тієї ж площини, які називаються фокусами гіперболи, є величина стала і рівна $2a$.

Канонічне рівняння гіперболи має вигляд:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (b^2 = c^2 - a^2).$$

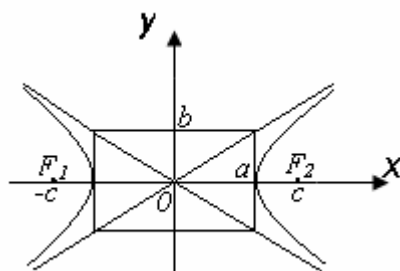


Рис. 6.

a, b - дійсна і уявна півосі, c - половина відстані між фокусами $F_1(-c;0); F_2(c;0)$.

Рівняння асимптот гіперболи: $y = \pm(b/a) \cdot x$.

Ексцентриситет гіперболи: $e = \frac{c}{a} < 1$.

ПАРАБОЛА

Параболою (рис.7) називається множина точок площини, рівновіддалених від даної точки, яка називається фокусом, і даної прямої, яка називається директрисою параболі.

Канонічне рівняння параболі, вісь симетрії якої збігається з віссю OX , має вигляд $y^2 = 2px$. Якщо вісь симетрії параболі збігається з віссю OY , то її канонічне рівняння має вигляд $x^2 = 2py$, де p - відстань від фокуса $F(p/2;0)$, в другому випадку $F(0;p/2)$, рівняння директриси $x=-p/2$ для другого випадку $y = -p/2$

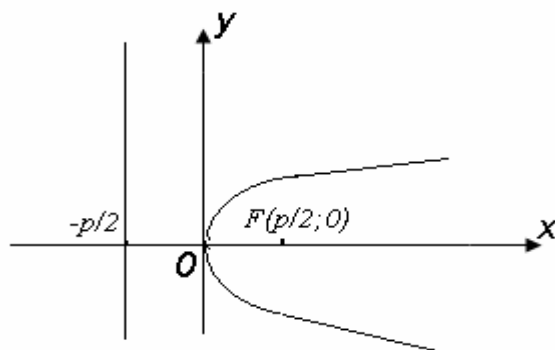


Рис. 7.

Приклад 6. Сегментна арка має форму дуги кола (рис. 8). Скласти

рівняння цього кола, знайти положення його центра і радіус, якщо прогін арки $l = MN = 20\text{м}$, а її підйом, тобто відношення її висоти до прогону, $d/l=1/4$.

Розв'язування.

За умовою $l = 20\text{м}$, $d/l = 1/4$, тоді $d = 5\text{м}$. В вибраній системі координат точки M, N, P мають, відповідно, координати $(-10;0); (10;0); (0,5)$. В силу симетрії арки відносно осі OY центр шуканого кола т. C лежить на осі OY . Запишемо рівняння кола $x^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.

Оскільки коло проходить через точки M і P , можемо записати систему:
$$\begin{cases} 100 + y_0^2 = R^2, \\ (5 - y_0)^2 = R^2. \end{cases}$$

Розв'язавши її, отримаємо $R=12,5$, $y_0=-7,5$. Таким чином, центром кола є точка $C(0;-7,5)$, а його радіус - $R= 12,5$.

Рівняння кола має вигляд: $x^2 + (y + 7,5)^2 = 156,25$.

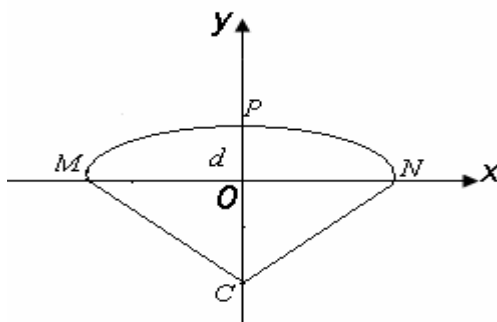


Рис. 8.

3.2. Варіанти завдань для самостійної роботи, ігрових занять

Задача 1. Перевезення вантажу з пункту A в пункт B , який знаходиться на відстані S_1 км, коштує P_1 грн., а в пункт C , який знаходиться на відстані S_2 км, коштує P_2 грн. Визначити залежність вартості перевезення U від відстані X , якщо вартість є лінійна функція відстані (якість доріг при цьому не враховується).

Дані для розв'язання взяти з таблиці

№ вар.	S_1	S_2	P_1	P_2	№ вар.	S_1	S_2	P_1	P_2
	1	2	3	4		5	6	7	8
1	50	250	100	200	14	55	125	95	150
2	70	300	150	250	15	60	210	90	185
3	80	200	120	180	16	70	250	100	220
4	65	130	120	210	17	65	100	100	190
5	40	150	75	100	18	80	150	150	220
6	90	210	180	160	19	75	100	145	200

	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>		<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
7	60	180	90	150	20	90	200	170	350
8	75	200	150	230	21	110	250	200	400
9	85	250	140	220	22	95	210	200	330
10	95	200	160	180	23	100	300	160	410
11	100	350	180	330	24	105	310	175	450
12	105	300	200	310	25	85	260	180	390
13	110	400	250	350					

Задача 2. Світловий промінь, рівняння якого $y = ax + b$, падає на скляну пластинку товщиною 1 см. Показник заломлення скла дорівнює 2. Знайти рівняння променя в пластинці і на виході з неї, довжину шляху, який пройшов промінь всередині пластинки, та зміщення променя при виході з пластинки (за вісь абсцис прийняти проекцію променя на поверхні пластинки, за вісь ординат - нормаль до поверхні).

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>
1	1	1	8	1	-3	15	2	Б	22	1,5	2
2	1	2	9	1	-4	16	-1	1	23	1,5	3
3	1	3	10	1	-5	17	-1	2	24	1/2	2
4	1	4	11	2	1	18	-1	3	25	1	1/2
5	1	5	12	2	2	19	-1	4			
6	1	-1	13	2	2	20	-1	5			
7	1	-2	14	2	4	21	1/2	1			

Задача 3. Перевірити перпендикулярність граней AB і BC , показаних на рис. 9, якщо він правильно зроблений за вказаними розмірами деталей. Розміри деталей взяти в таблиці.

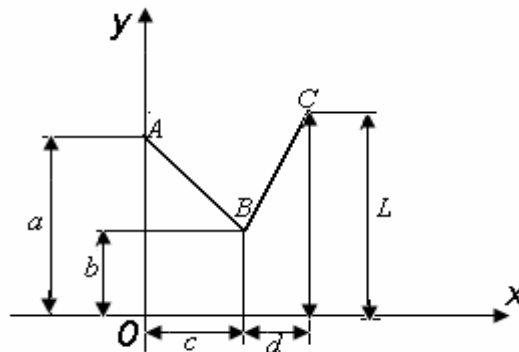


Рис. 9.

№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>L</i>	№ вар.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>L</i>
1	50	20	10	30	30	14	50	10	50	30	50
2	60	40	20	40	60	15	50	40	10	30	80
3	50	30	20	30	60	16	60	40	30	50	110
4	50	20	30	20	40	17	100	70	50	30	110
5	40	20	20	30	50	18	80	50	50	30	90
6	70	40	40	20	60	19	110	90	40	20	130
7	60	30	30	20	50	20	110	80	60	20	110
8	70	40	30	30	70	21	100	60	60	20	90
9	30	10	30	40	70	22	70	40	50	30	70
10	80	60	30	40	120	23	130	110	50	10	130
11	70	30	50	20	120	24	100	60	70	30	90
12	80	40	50	40	100	25	80	40	70	20	60
13	110	70	70	20	100						

Задача 4. Між пунктами *A* і *B* проходить шосейна дорога. На плані місцевості ці пункти мають координати $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$. Завод $C(x_3; y_3)$ в цій же системі координат потрібно з'єднати найкоротшим шляхом з шосе. Знайти на шосе точку входження в нього дороги та її довжину.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	№ вар	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1	(-3;3)	(4;6)	(3;1)	14	(-3;-2)	(5;4)	(4;-3)
2	(-4;6)	(2;8)	(-1;1)	15	(-3;2)	(9;-3)	(7;5)
3	(-3;2)	(5;7)	(1;8)	16	(-5;3)	(5;7)	(2;0)
4	(-5;3)	(6;5)	(3;-3)	17	(6;6)	(2;-5)	(-1;3)
5	(2;2)	(10;5)	(5;7)	18	(-4;3)	(3;6)	(-5;5)
6	(2;3)	(9;-3)	(8;2)	19	(2;-5)	(-9;-4)	(5; 0)
7	(2;-1)	(12;2)	(10;-5)	20	(-6;-5)	(2;11)	(0;-3)
8	(6;5)	(9;-3)	(2;-1)	21	(-6;-5)	(7;3)	(1;1)
9	(2;-3)	(11;2)	(4;5)	22	(-7;-4)	(5;3)	(-3;7)
10	(-3;2)	(6;6)	(3;-3)	23	(-7;-3)	(2;-10)	(-2;-3)
11	(-4;-2)	(2;5)	(2;2)	24	(0;6)	(8;-2)	(1;3)
12	(-3;-4)	(4; 0)	(1;3)	25	(-6;2)	(2;-6)	(3;3)
13	(-5;-1)	(2;-4)	(0;2)				

Задача 5. Необхідно відновити межі квадратної ділянки землі за трьома стовпами, які збереглися в центрі ділянки, і по одному на двох протилежних межах.

Скласти рівняння прямих, які відображають межі ділянки, якщо на плані координати стовпів $M(x_1; y_1)$ - в центрі, $A(x_2; y_2)$, $B(x_3; y_3)$ - на сторонах. Зобразити ділянку на рисунку.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	$M(x_1; y_1)$	$A(x_2; y_2)$	$B(x_3; y_3)$	№ вар	$M(x_1; y_1)$	$A(x_2; y_2)$	$B(x_3; y_3)$
1	(4;4)	(9;5)	(4;-2)	14	(-3;-2)	(4;4)	(4;4)
2	(2;4)	(5;5)	(2; 0)	15	(0;2)	(-5;5)	(-2;4)
3	(4;6)	(6;8)	(3;3)	16	(-2; 0)	(-8;2)	(-4;2)
4	(4;2)	(7;3)	(3;-1)	17	(9;1)	(5;-3)	(6; 0)
5	(6;4)	(8;6)	(6; 0)	18	(7;-1)	(2;-4)	(4;-2)
6	(-2;-2)	(-6; 0)	(1;5)	19	(0;-6)	(3;-1)	(2;-4)
7	(0;-2)	(-2; 0)	(2;-4)	20	(1;3)	(-2;8)	(0;-6)
8	(-2;-0)	(-6; 0)	(-1;-1)	21	(3;4)	(4;3)	(4; 5)
9	(-4;-2)	(-7;-1)	(-4;-6)	22	(8;1)	(2;-1)	(4;1)
10	(-2;-4)	(-1;-1)	(-2;-8)	23	(3;-2)	(-3;-7)	(-1;5)
11	(4,5;2,5)	(8;5)	(2;-3)	24	(2;-1)	(-1;-6)	(0;-3)
12	(4;1)	(6;4)	(1; 0)	25	(2;5)	(-4;-3)	(0;1)
13	(0;6)	(2;8)	(-2;4)				

Задача 6. Матеріальна точка M рухалась під дією деякої сили вздовж кола $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ проти годинникової стрілки. Дія сили закінчилась у момент, коли положення точки M визначалось координатами $(x; y)$. Скласти рівняння траєкторії руху точки M після припинення дії сили.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	a	b	c	$(x; y)$	№ вар	a	b	c	$(x; y)$
1	-10	6	9	(5;2)	14	10	6	9	(-8;-7)
2	-10	6	9	(-5;2)	15	-10	6	9	(8;-7)
3	-10	6	9	(2;1)	16	10	6	9	(-9;-6)
4	-10	6	9	(-2;1)	17	-10	6	9	(9;-6)
5	-10	6	9	(9;0)	18	10	6	9	(-2;-7)
6	-10	6	9	(-9;0)	19	8	-4	4	(-4;6)
7	-10	6	9	(10;-3)	20	-10	6	9	(2;-7)
8	-10	6	9	(-10;-3)	21	8	-4	4	(-8;2)
9	-10	6	9	(0;-3)	22	10	6	9	(-8;-1)
10	-10	6	9	(-1;-6)	23	-10	6	9	(8;1)
11	-10	6	9	(1;-6)	24	10	6	9	(0;-3)
12	-10	6	9	(-5;-8)	25	8	-4	4	(-4;-2)
13	-10	6	9	(5;8)					

Задача 7. Точка M рухалась по колу $x^2+y^2+2x-2y-18=0$ потім, зірвалась з нього і, вільно рухаючись, перетнула вісь OY в точці $A(x;y)$. Визначити точку кола, з якої зірвалась матеріальна точка M .

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	(x;y)	№ вар	(x ;y)	№ вар	(x;y)	№ вар	(x;y)	№ вар	(x;y)
1	(0;8)	6	(0;13)	11	(0;18)	16	(0;-12)	21	(0;-17)
2	(0;9)	7	(0;14)	12	(0;-8)	17	(0;-13)	22	(0;-18)
3	(0;10)	8	(0;15)	13	(0;-9)	18	(0;-14)	23	(0;-19)
4	(0;11)	9	(0;16)	14	(0;-10)	19	(0;-15)	24	(0;19)
5	(0;12)	10	(0;17)	15	(0;-11)	20	(0;-16)	25	(0;20)

Задача 8. Кривошип OA обертається з постійною кутовою швидкістю $w = a$ (рад/с) і примушує рухатись повзун B за допомогою шатуна AB . Причому $OA = AB = b$ (см), (рис. 10). Скласти рівняння траєкторії середньої точки M шатуна і зобразити цю траєкторію на рисунку.

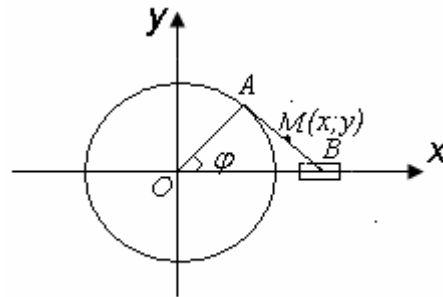


Рис. 10.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	a	b	№ вар	a	b	№ вар	a	b
1	10	60	10	12	105	19	30	240
2	5	80	11	16	160	20	35	250
3	15	90	12	17	170	21	33	260
4	20	100	13	6	180	22	21	270
5	25	110	14	9	190	23	23	280
6	8	120	15	14	200	24	26	290
7	7	115	16	18	210	25	28	300
8	11	130	17	24	220			
9	13	150	18	22	230			

Задача 9. На прямолінійній ділянці залізниці знаходяться станції A і B , відстань між якими L км. З заводу N , який знаходиться біля станції B , вантаж можна доставляти на станцію A або по шосе до станції B , а звідти залізницею до A , або безпосередньо по прямій автотранспортом на станцію

А. Залізничний тариф (ціна перевезення l вантажу на $км$) складає m (грн.), навантаження-розвантаження k (грн.) за l , тариф автотранспортом n (грн.) ($n > m$). Визначити зону впливу станції B , тобто зону, по якій дешевше доставляти вантаж автотранспортом, а далі - залізницею.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	k	m	n	b	№ вар	k	m	n	L
1	5	3	10	180	14	6	10	18	150
2	2	5	15	220	15	9	15	24	210
3	3	8	20	240	16	7	12	26	230
4	7	6	12	200	17	10	12	20	260
5	9	9	14	160	18	12	15	25	280
6	4	10	16	250	19	8	10	15	310
7	6	8	18	320	20	4	5	10	360
8	10	15	22	330	21	5	7	12	170
9	2	16	24	350	22	8	16	11	380
10	4	20	25	290	23	7	8	13	170
11	3	4	10	190	24	6	10	17	210
12	5	8	14	200	25	4	T2	19	320
13	6	9	16	340					

Задача 10. Арка моста має форму дуги параболи, вершина якої ділить дугу навпіл. П'ять вертикальних стояків рівновіддалених один від одного, і 4 розкоси надають конструкції арки необхідну жорсткість. Скласти рівняння дуги арки, прийнявши за вісь абсцис проліт мосту, за вісь ординат - його вісь симетрії (рис.11). Знайти довжини стояків і розкосів, якщо відомо, що проліт мосту дорівнює $2L$, а висота підйому арки - d .

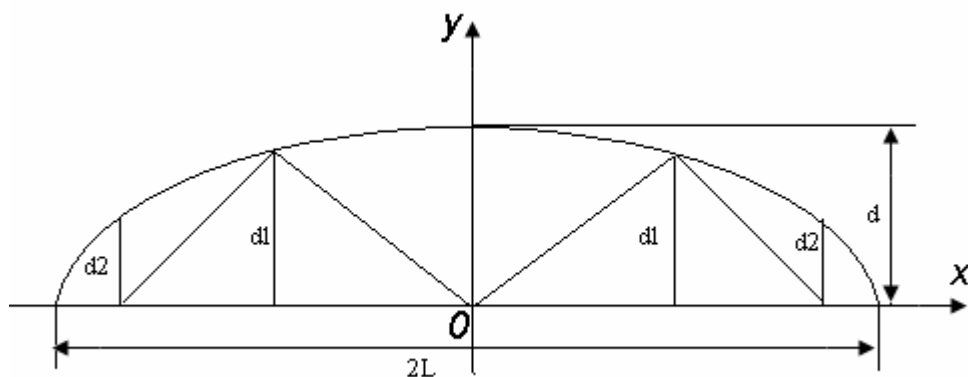


Рис. 11.

Дані для розв'язання наведені в таблиці:

№ вар	d	$2L$	№ вар	d	$2L$	№ вар	d	$2L$
1	20	100	10	22	126	19	20	135
2	25	110	11	21	140	20	25	145
3	30	120	12	17	132	21	24	140
4	18	112	13	18	124	22	10	120
5	15	105	14	13	126	23	16	130
6	16	116	15	11	106	24	19	140
7	10	96	16	12	114	25	23	125
8	12	108	17	15	130			
9	14	106	18	14	122			

4. ІГРОВІ ЗАНЯТТЯ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

4.1. МЕТОДИКА ОРГАНІЗАЦІЇ ДІЛОВОЇ ГРИ ДІСМЯ

4.1.1. Імітована ситуація

Ділова гра "Статистичне моделювання і оцінка показників якості"(ДІСМЯ) імітує діяльність відділу управління якістю виробничого об'єднання.

Організаційна структура відділу управління якістю (ВУЯ) показана на рис. 1.



Рис. 1.

Основні задачі ВУЯ:

1. Координація діяльності підрозділів виробничого об'єднання при вирішенні задач управління якістю продукції і вдосконалення виробництва.
2. Розробка комплексних планів підвищення якості продукції та контроль за їх виконанням.
3. Аналіз оперативної та наукової інформації про якість і умови її забезпечення.
4. Робота з атестації, стандартизації продукції, технологічних процесів, методів управління та інших елементів виробництва.
5. Аналіз причин браку, відмов та рекламацій, розробка заходів з їх усунення.
6. Розробка та впровадження оперативної документації з управління якістю продукції.
7. Перспективне і оперативне планування якості продукції.
8. Дослідження загальних закономірностей формування, зміни і взаємодії окремих властивостей якості продукції і вироблення відповідних практичних рекомендацій з їх удосконалення.
9. Розробка та впровадження прогресивних методів контролю якості продукції.

Розв'язуванням задач займаються групи, об'єднані в бюро.

Група забезпечення якості продукції розглядає питання забезпечення високоякісної продукції на трьох етапах технічного контролю - розробці, виробництві й експлуатації виробів.

Група атестації продукції забезпечує атестацію найновіших виробів до допуску в серійне виробництво з двох категорій якості - вищої та першої.

Група реалізації системи управління якістю розробляє і впроваджує підсистему управління якістю виробництва продукції на трьох етапах технічного контролю, координує роботу підрозділів в області управління якістю продукції, розробляє розпорядчі документи комплексної системи управління якістю продукції.

Група контролю використання розпорядчої документації контролює виконання планового рівня якості продукції, дотримання строків і повноти подання інформації про якість роботи підрозділів, проводить розробку цільової програми виробничого об'єднання із забезпечення якості продукції, що випускається.

На основі імітаційної моделі відділу управління якістю виробничого об'єднання розроблена модель ділової гри ДІСМЯ (рис.2).

В діловій грі студенти, що вивчають теорію ймовірностей та математичну статистику, імітують діяльність ВУЯ по ігровій моделі, розв'язують задачі аналізу оперативної та поточної інформації про якість і умови її забезпечення, досліджують закономірності формування, зміни та

взаємодії окремих властивостей якості продукції статистичними методами.
Органом контролю роботи ВУЯ є рада експертів.

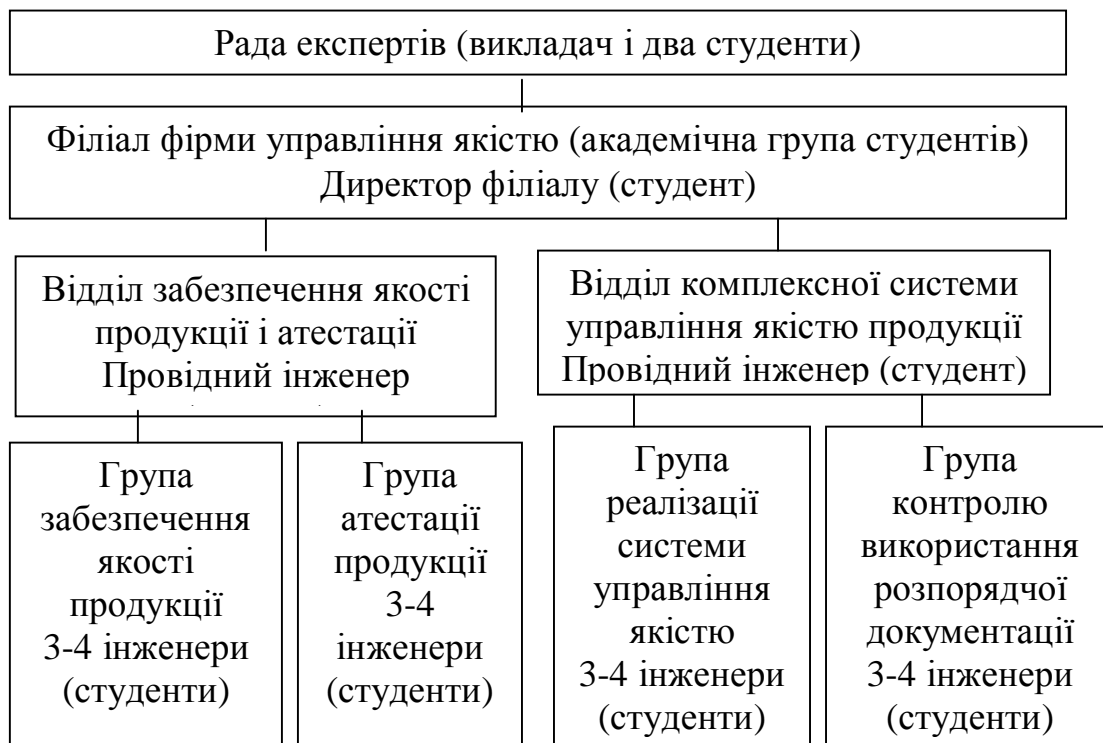


Рис. 2.

4.1.2. Призначення ділової гри та функції її учасників

ДІСМЯ є навчальною грою, що пронизує весь процес вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики, тобто опирається на знання, й отримані під час лекції та самостійної роботи, які закріплюються під час гри. Призначення навчальної ділової гри - це активізація процесу вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики.

ДІСМЯ спрямована на досягнення мети:

- навчально-пізнавальної - набуття студентами більш якісних знань, вмінь та навичок з теорії ймовірностей та математичної статистики;
- психолого-педагогічної - розвиток професійного мислення, творчих здібностей, інтересу до вибраної спеціальності;
- виховної - засвоєння взаємовідносин в колективі виробничників, розвиток професійних якостей.

Поставлена мета потребує вирішення таких завдань:

1. Набуття студентами знань, вмінь та навичок з найбільш важких питань теорії ймовірностей та математичної статистики, необхідних в майбутній діяльності.
2. Формування творчих здібностей: вміння самостійно виділити проблему, сформулювати її, висунути гіпотезу, знайти спосіб її перевірки, зібрати дані, проаналізувати їх, сформулювати висновки, дати рекомендації щодо впровадження отриманих результатів в систему

управління виробництвом.

3. Виховання інтересу до вибраної професії, прищеплення вміння керувати і підпорядковуватися, розвинення відчуття відповідальності за отриману ділянку роботи перед членами колективу, принциповість, об'єктивність при оцінюванні роботи підлеглих тощо.

Функції учасників ділової гри

1. *Рада експертів* контролює режим гри; оцінює розв'язок завдань за навчальними даними і виробничими параметрами, дає консультації на першу вимогу.

2. *Директор* складає календарний план роботи відділу і керує його виконанням. Видає завдання провідним інженерам, контролює роботу відділу, дає консультації, оцінює роботу провідних інженерів, організовує виконання роботи інженерами ради експертів, готує матеріал для науково-технічної ради, підводить підсумки роботи філіалу на кожному етапі ділової гри.

3. *Провідний інженер*, отримавши завдання від директора філіалу, складає план роботи відділу, виходячи з плану роботи філіалу. Видає завдання інженерам груп і організовує його виконання. Оцінює роботу своїх підлеглих, відповідає перед директором за роботу відділу.

4. *Інженер групи* повинен виконати отримане у провідного інженера завдання, вчасно звітувати перед ним про виконану роботу на кожному етапі ділової гри, здати виконану роботу раді експертів (може отримувати консультації у провідного інженера, директора, представника ради експертів).

4.1.3. Алгоритм проведення ДІСМЯ

Розглянемо етапи проведення ДІСМЯ.

На першому етапі (підготовчому) всі учасники гри знайомляться зі структурою, змістом, метою і завданням гри, системою стимулювання; отримують інструкції, форми розрахункових бланків, тексти завдань, вибирають директора філіалу, і провідних інженерів, двох представників ради експертів, організовують відділи і групи філіалу.

Директор філіалу, провідні інженери, отримавши завдання, складають календарний план роботи. Всі учасники гри вивчають теоретичний матеріал.

На другому етапі ділової гри (розробка алгоритму побудови математичної моделі та його реалізація за навчальними даними) інженери груп під керівництвом провідних ведучих інженерів та директора філіалу розробляють алгоритм побудови математичної моделі, оптимізують його за інформаційним критерієм ефективності.

Кожен інженер реалізує отриманий алгоритм для обробки навчальних даних. Результати роботи груп з вибору та побудови математичної моделі навчальних даних провідні інженери і директор філіалу представляють раді експертів для контролю (контроль виконується

за допомогою комп'ютера) [10].

В кінці етапу підводяться підсумки виконання роботи кожного підрозділу філіалу фірми.

На третьому етапі ділової гри (аналіз результатів ділової гри) підводяться кінцеві підсумки роботи груп, відділу за весь період. Учасники гри аналізують результати виконаної роботи, роблять висновки, дають поради щодо методики організації і проведення ділової гри, проводиться засідання науково-технічної ради з обов'язковою участю представників виробничого об'єднання.

4.1.4. Система стимулювання

Призначення системи стимулювання - активізація діяльності учасників гри. Бали за виконану роботу нараховуються за таблицею показників преміальних і штрафних балів (табл. 1).

Питання для перевірки знань з теорії ймовірностей і математичної статистики отримує директор філіалу на першому етапі ДІСМЯ.

Представник ради експертів має можливість за допомогою автоматизованого навчального комплексу виставити кількість набраних інженерами груп балів з екрана комп'ютера або роздруківок розв'язків кожного варіанта.

За ділову гру учасники можуть набрати максимум, наприклад, 290 балів. Кількість балів розподіляється так: 220-290 - "відмінно", 180-219 - "добре", 150-179 - "задовільно".

Група може набрати кількість балів, отриманих інженерами груп і зарахованих у фонд групи. Відділ може набрати кількість балів, отриманих групами і зарахованих у фонд відділу. Підсумки змагання підводяться в балах. Роботу інженерів груп, провідних інженерів і директора філіалу на кожному етапі оцінюють в балах, а в кінці гри ставлять оцінку. Результати гри обов'язково враховуються на екзамені.

Таблиця 1.

Показники, що оцінюються	Бали		Хто нараховує	Кому нараховують
	Премія	Штраф		
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1 Знання теоретичного матеріалу	0-50		Провідний інженер Рада експертів	Інженеру групи директору філіалу
2 Правильність розв'язання завдань за навчальними даними	0-50		Провідний інженер Директор	Інженеру групи Провідному інженеру.
3 Консультації з теоретичного матеріалу		-3 -5 -10	Провідний інженер Директор Рада експертів	Інженеру групи Провідному інженеру. Директору

1	2	3	4	5
4 Виконання календарного плану роботи	30	-30	Провідний інженер Директор Рада експертів	Інженеру групи Провідному інженеру. Директору
5 Виконання завдань раніше строку 1 + 1+1 ... днів	5+5+5...		Провідний інженер Директор Рада експертів	Інженерам
6 Виконання завдань з дослідження виробничих показників	0-50		Рада експертів	Провідному інженеру. Директору
7 Правильне оформлення звіту	20	-20	Директор Рада експертів	Інженерам
8 Найраціональніше розв'язання завдання	25		Рада експертів	Інженерам
9 За кращу пропозицію з покращення якості	30		Провідний інженер Директор Рада експертів	Інженеру групи Провідному інженеру. Директору
10 Об'єктивність нарахування балів підлеглим		-20 -30	Директор Рада експертів	Провідному інженеру. Директору
11 Порухнення трудової дисципліни		-20	Провідний інженер Директор Рада експертів	Інженеру групи Провідному інженеру. Директору

4.2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ДІЛОВОЇ ГРИ ДІСМЯ

Ділова гра проводиться в години, відведені на практичні заняття, включаючи години самостійної роботи студентів.

За етапами алгоритму, наведеного раніше, години розподілені таким чином:

Етап	Години практичних занять	Години СРС
I	10	5
II	12	6
III	2	-
Всього	24	11

Робочий план першого підготовчого етапу може бути таким:

Тема: Теорія ймовірностей

Заняття 1. Ввідне

Мета заняття - ознайомитись з умовами гри, функціями її учасників, розподілити ролі, скласти календарний план роботи.

Заняття 2. Тема “Випадкові події. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса”.

Мета заняття - отримати навички застосування формули класичного означення ймовірності подій, теорема додавання і множення ймовірностей, формул повної ймовірності і Бейєса до розв’язування задач.

Заняття 3. Тема “Повторення випробувань”.

Мета заняття – прищепити навички розв’язування задач, в яких розглядаються незалежні випробування, за допомогою формул Бернуллі, Пуассона, локальної та інтегральної теорем Лапласа.

Заняття 4. Тема “Дискретні випадкові величини”.

Мета заняття – виробити вміння розв’язувати задачі з використанням законів розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини, знаходження числових характеристик.

Заняття 5. Тема “Функція і густина розподілу ймовірностей випадкової величини. Числові характеристики і закони розподілу ймовірностей випадкових величин”.

Мета заняття - набути навички знаходження функції і густини розподілу ймовірностей, числових характеристик, розв’язування задач на рівномірний, нормальний, показниковий розподіл.

Кожна група відділу отримує індивідуальне завдання у вигляді переліку задач з кожної теми занять. Кількість задач повинна бути розрахована індивідуально для кожного інженера групи.

В табл. 2 наведений алгоритм проведення практичного заняття з теми “Випадкові події. Повна ймовірність. Формула Бейєса”.

Другий етап ділової гри "Розробка алгоритму побудови математичної моделі і його реалізація за навчальними даними".

Мета етапу - набути навичок та вміння застосовувати математичну статистику до дослідження виробничих параметрів, складання алгоритмів вирішення проблем, що виникли в ході розв’язання задачі, пошуку раціонального ходу розв’язування, аналізу та узагальнення отриманих результатів.

Робочий план другого етапу ділової гри наведено в табл. 3.

Аналогічно алгоритму проведення заняття №2 першого етапу складаються алгоритми проведення занять №6-12, які належать до другого етапу гри. Завдання, що його видає директор провідним інженерам на весь другий етап гри, полягає у дослідженні показників якості продукції, яку випускає підприємство. Для кожного інженера групи завдання являє собою статистичну таблицю двох параметрів по 150 даних. Текст завдання і таблиці варіантів вихідних даних наведені далі.

Таблиця 2.

Алгоритм проведення практичного заняття з теми “Випадкові події. Повна ймовірність. Формула Бейєса”

Пункт	Дія			
	Рада експертів	Директор філіалу	Провідні інженери	Інженери груп
I. Організаційний момент	Представник ради експертів називає тему заняття	Намічає тему, оголошує об'єм роботи відділів на заняття, видає завдання провідним інженерам	Планують роботу відділу, розподіляють завдання по групах	Записують тему заняття, план роботи, готують автоматизований навчальний комплекс (АНК) до роботи
II. Опитування з теоретичного матеріалу	Задає питання з теорії, дає “платні” консультації, фіксує відповіді учасників гри	Організовує успішне виконання теоретичного завдання співробітниками відділу, дає “платні” консультації	Відповідають на питання, дають “платні” консультації інженерам груп, відповідають за роботу відділу	Відповідають на питання з теоретичного матеріалу, можуть отримати “платні” консультації
III. Розв'язування задачі	Контролює розв'язування задачі	Організовує розв'язування завдань в строк. Оцінює роботу відділів і провідних інженерів, дає “платні” консультації	Відповідають за виконання плану відділу, оцінюють роботу інженерів груп, дають “платні” консультації	Розв'язують задачі, відповідають за виконання плану групою, можуть отримати “платні” консультації
IV. Домашнє завдання	Оголошують тему наступного заняття	Видає завдання з теоретичного матеріалу	Записують завдання	Записують завдання

Таблиця 3.

Робочий план етапу "Розробка алгоритму побудови математичної моделі і його реалізація за навчальними даними"

№ заняття	Тема заняття	Мета заняття	ТЗН	Обсяг матеріалу	Завдання для самостійної роботи
1	2	3	4	5	6
6	Статистичний розподіл вибірки. Полігон і гістограма	Набути навички знаходження часток сумісної появи випадкових величин, побудови інтервального ряду, гістограм	АНК МК	Індивідуальне завдання з двох параметрів, за 150 даними. Побудувати кореляційну таблицю і гістограми даних показників	Теоретичний матеріал з теми занять №7,8 до виконання плану
7, 8	Точкові оцінки параметрів статистичного розподілу. Лінія регресії	Виробити вміння обчислювати математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнти регресії, кореляції	АНК МК	Обчислення числових характеристик, коефіцієнтів лінійної регресії, кореляції за індивідуальним завданням	Теоретичний матеріал з теми занять №9,10 до виконання плану
9,10	Перевірка статистичних гіпотез	Виробити навички перевірки статистичних гіпотез за критеріями Колмогорова і Пірсона	АНК МК	Перевірка за критеріями Колмогорова і Пірсона гіпотези про нормальний розподіл даних параметрів	Теоретичний матеріал з теми заняття №11 до виконання плану
11	Надійні інтервали і області для числових характеристик Інформаційний критерій ефективності моделі	Прищепити вміння знаходити надійні границі для числових характеристик моделі, інформаційний критерій ефективності	АНК МК	Обчислення надійних границь числових характеристик, інформаційного критерію ефективності моделі, побудова надійної області	Аналіз отриманих результатів
12	Підсумкове заняття з статистичного моделювання виробничих параметрів навчальних даних	Виробити вміння аналізувати отримані результати, узагальнювати їх, формулювати висновки	АНК	Узагальнення результатів дослідження за індивідуальним завданням. Підведення результатів роботи груп, відділів за II етап ДГ	Вивчення додаткових матеріалів щодо якості виробів

Для виконання завдання зручно скласти загальний алгоритм побудови математичної моделі досліджуваних параметрів (рис. 3).



Рис. 3.

Тому провідні інженери пропонують групам відділу скласти проект такого алгоритму та із запропонованих варіантів вибрати оптимальний.

Складання алгоритму планується на початку заняття №6, заняття №6-12 відведені на його реалізацію.

На останньому занятті другого етапу ДІСМЯ підводяться підсумки роботи груп та відділів за другий етап.

4.3. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ

4.3.1. Варіанти завдань для занять 1-5

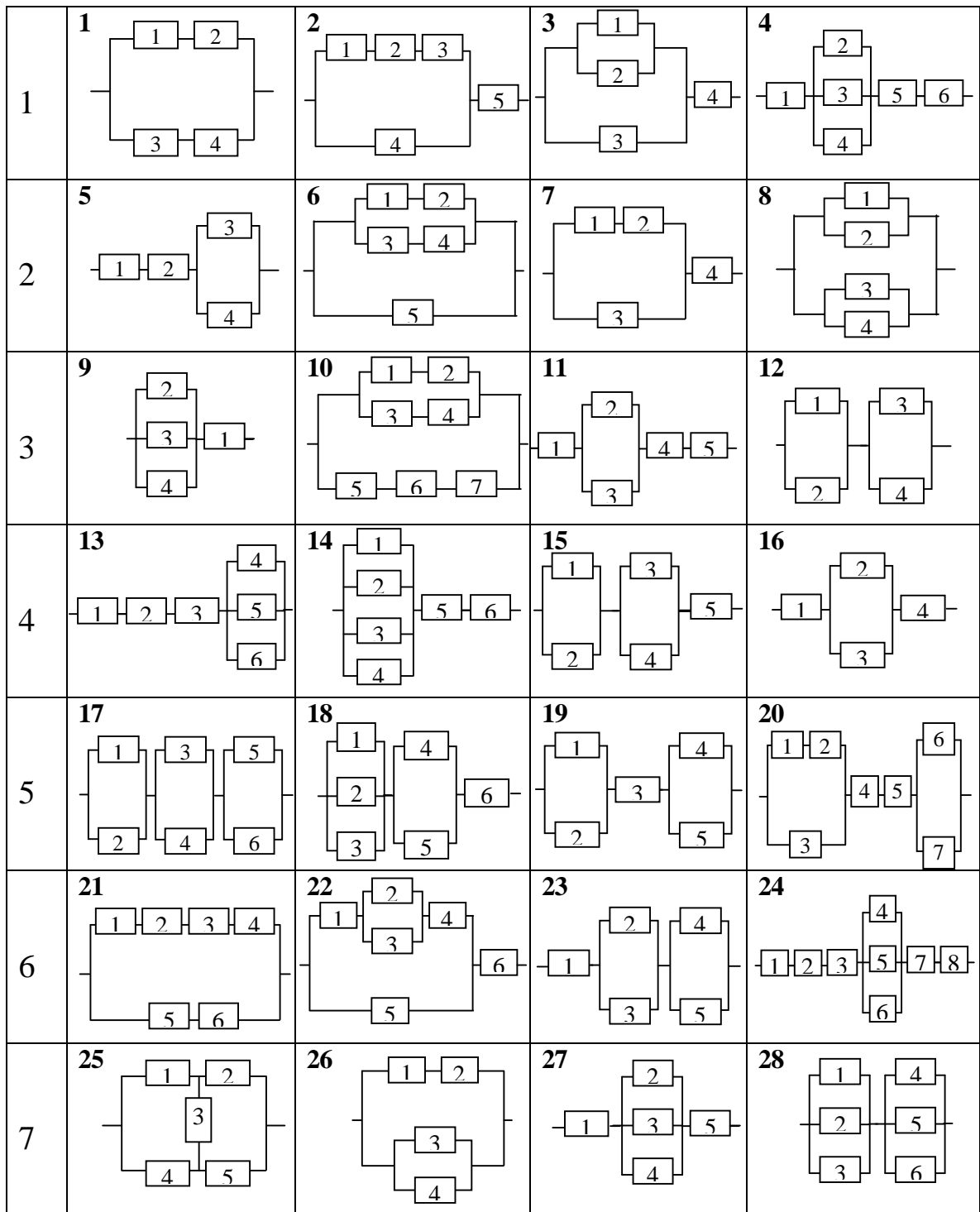
1. На стенді випробовують зразок для серійного виробництва блока живлення КОМ, з надійністю p . Випробування проводять протягом t годин. Знайти ймовірність того, що прилад буде працювати безвідмовно k годин.

2. АТС за 1 год. отримує в середньому m викликів. Яка ймовірність того, що за 2хв. вона отримає k викликів ?

3. Розглядається робота n технічних приладів, які працюють незалежно. Надійність їх p_i . Випадкова величина X - число приладів, що працюють. Побудувати ряд і многокутник розподілу випадкової величини. Обчислити математичне сподівання випадкової величини X .

№ вар.	1-е завдання			2-е завдання		3-е завдання				
	p	m	k	m	k	n	p_1	p_2	p_3	p_4
1	0,9	8	3	56	3	3	0,4	0,4	0,2	
2	0,92	7	4	54	4	2	0,5	0,5		
3	0,97	10	6	53	2	3	0,3	0,3	0,4	
4	0,94	7	2	39	7	2	0,7	0,3		
5	0,93	10	4	38	6	3	0,2	0,4	0,4	
6	0,89	12	7	37	5	2	0,8	0,2		
7	0,89	11	7	36	4	3	0,4	0,3	0,3	
8	0,91	12	5	35	5	2	0,7	0,3		
9	0,93	10	3	34	4	3	0,7	0,1	0,2	
10	0,95	9	5	50	9	2	0,45	0,55		
11	0,85	10	6	49	10	4	0,26	0,3	0,34	0,1
12	0,92	8	7	48	9	3	0,3	0,3	0,4	
13	0,95	12	6	47	8	4	0,2	0,2	0,2	0,3
14	0,93	10	4	45	6	3	0,4	0,4	0,2	
15	0,97	9	4	44	5	2	0,67	0,33		
16	0,98	10	6	43	4	3	0,31	0,42		
17	0,97	12	7	42	3	4	0,3	0,3	0,27	0,1
18	0,98	11	9	41	2	4	0,2	0,2	0,2	0,17
19	0,97	12	6	40	1	3	0,25	0,4	0,2	
20	0,85	4	1	32	2	2	0,3	0,7	0,35	
21	0,83	8	3	31	1	2	0,37	0,63		
22	0,87	9	4	30	3	2	0,36	0,64		
23	0,88	8	5	33	3	3	0,3	0,3	0,4	
24	0,92	7	6	40	3	2	0,2	0,4	0,4	

4. В наведених схемах відмова елементів відбувається незалежно, надійність їх p_k . Визначити надійність кожної схеми. Проаналізувати отриманий результат за чотирма схемами і зробити висновок. Значення p_k відповідають 0, k , наприклад $p_1=0,1$; $p_3=0,3$.



5. В партії з K відеотерміналів, які надійшли протягом тижня на ділянку технологічного прогону для випробовування, M дефектних. Знайти ймовірність того, що серед n взятих навмання відеоматеріалів рівно m дефектних. Проаналізувати щотижневі дані і зробити висновок.

№ групи	№ вар.	<i>K</i>	<i>M</i>	<i>n</i>	<i>m</i>
I	1	200	10	1	3
	2	195	7	6	2
	3	190	10	3	1
	4	185	8	2	1
II	1	180	9	3	3
	2	175	7	5	2
	3	170	6	3	2
	4	165	5	6	5
III	1	160	4	3	2
	2	155	10	8	6
	3	150	12	8	4
	4	145	9	6	3
IV	1	140	8	7	5
	2	135	9	7	4
	3	130	8	6	3
	4	132	9	5	3
V	1	136	9	7	3
	2	139	4	9	4
	3	151	3	5	3
	4	163	8	5	2
VI	1	156	5	4	2
	2	203	6	7	1
	3	260	3	4	2
	4	275	1	2	4

6. Прилад може працювати у двох режимах: нормальному і форсованому. Нормальний режим спостерігається в $M\%$, форсований – $N\%$. Надійність приладу для нормального режиму P_H , для форсованого – P_ϕ . Знайти повну (з врахуванням випадкових умов) надійність приладу. Дані наведені в середньому за один місяць. Проаналізувати щомісячні результати і зробити висновок за 4 місяці.

№ групи	№ вар.	<i>M</i>	<i>N</i>	P_H	P_ϕ
1	2	3	4	5	6
I	1	95	5	0,9	0,78
	2	94	6	0,89	0,78
	3	93	7	0,88	0,77
	4	92	8	0,87	0,76

<i>I</i>	2	3	4	5	6
II	5	91	9	0,86	0,72
	6	90	10	0,85	0,73
	7	98	2	0,84	0,74
	8	97	3	0,83	0,75
III	9	96	4	0,82	0,71
	10	99	1	0,81	0,59
	11	89	11	0,80	0,58
	12	88	12	0,84	0,57
IV	13	87	13	0,91	0,69
	14	86	14	0,92	0,70
	15	85	15	0,93	0,55
	16	84	16	0,94	0,56
V	17	83	17	0,95	0,68
	18	82	18	0,96	0,67
	19	81	19	0,97	0,66
	20	80	20	0,98	0,65
VI	21	82	18	0,97	0,61
	22	84	16	0,99	0,62
	23	80	20	0,93	0,63
	24	79	21	0,94	0,64

7. У виробниче об'єднання надійшли кінескопи з трьох заводів-постачальників, з першого заводу - N_1 , з другого заводу - N_2 , з третього заводу - N_3 . Ймовірність дефектів продукції заводів відповідно дорівнюють P_1 , P_2 , P_3 . Якщо виріб дефектний, то він не надходить на складальний конвеєр. Взятий навмання один кінескоп із змішаної партії був дефектним. Знайти ймовірність того, що його виготовили на k -му заводі. Проаналізувати тижневі результати і зробити висновок.

№ групи	№ вар.	N_1	N_2	N_3	P_1	P_2	P_3	k
<i>I</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
I	1	125	130	121	0,2	0,1	0,1	1
	2	124	123	130	0,21	0,3	0,2	1
	3	130	132	100	0,11	0,2	0,1	1
	4	180	120	110	0,21	0,23	0,24	1
II	5	134	132	140	0,3	0,27	0,19	2
	6	154	156	110	0,11	0,12	0,1	2
	7	163	145	161	0,12	0,13	0,14	2
	8	134	165	200	0,2	0,21	0,22	2

<i>I</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
III	9	125	127	130	0,2	0,21	0,2	3
	10	130	131	132	0,2	0,22	0,19	3
	11	200	203	101	0,1	0,11	0,3	3
	12	133	135	136	0,1	0,3	0,19	3
IV	13	126	129	143	0,3	0,2	0,25	2
	14	190	205	153	0,3	0,31	0,32	2
	15	200	209	191	0,2	0,22	0,26	2
	16	200	175	125	0,1	0,2	0,25	2
V	17	150	175	135	0,21	0,2	0,23	1
	18	134	168	150	0,23	0,24	0,56	1
	19	180	136	190	0,2	0,23	0,26	1
	20	209	191	120	0,2	0,21	0,29	1
VI	21	205	169	127	0,2	0,23	0,21	2
	22	306	300	194	0,11	0,12	0,13	2
	23	200	210	205	0,11	0,09	0,2	9
	24	196	204	100	0,2	0,3	0,14	2

Тема: Математична статистика

В складній системі виконані виміри вхідного параметра X і вихідного Y . Результати вимірів подані у вигляді таблиці. Для дослідження складної системи потрібно побудувати математичну модель процесу управління у вигляді рівняння лінійної регресії:

$$y = a_0 + a_1x, \text{ де } a_0 \text{ і } a_1 - \text{ невідомі коефіцієнти регресії.}$$

У ході побудови математичної моделі складної системи виконати:

1. Обчислення середніх \bar{X} і \bar{Y} , середніх квадратичних відхилень S_x і S_y , коефіцієнта кореляції R , коефіцієнтів регресії a_0 та a_1 .
2. Оцінку перерахованих в п. 1 числових характеристик за допомогою границь надійності.
3. Побудову гістограми і теоретичної густини розподілу параметрів X і Y .
4. Перевірку гіпотези про обраний закон розподілу.
5. Зробити висновки.

4.3.2. Варіанти завдань для занять 6-12

Варіант 1

№	1	2	3	4	9	6	7	8
X	20,006	17,146	25,488	20,165	20,430	16,693	22,664	20,700
Y	193,806	199,116	205,055	201,681	194,729	190,923	213,513	199,332

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	18,247	18,751	21,309	19,329	19,726	19,567	19,346	17,598
Y	189,391	197,233	204,429	196,384	197,822	196,627	191,822	190,286

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	20,503	19,710	19,618	19,315	20,844	17,979	20,333	18,399
Y	201,633	197,864	196,788	198,758	199,393	191,631	198,009	194,109

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	20,603	18,738	18,187	16,866	21,749	19,427	17,444	21,030
Y	199,960	190,368	185,012	189,711	206,625	191,853	193,743	206,423

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	20,820	20,958	21,595	21,729	22,714	21,592	18,871	21,128
Y	205,780	207,789	210,945	213,694	215,683	204,703	197,379	200,036

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	17,687	20,228	21,985	18,000	20,988	18,967	18,750	17,799
Y	190,089	205,351	204,575	193,176	202,240	192,626	189,576	190,573

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	20,220	17,072	20,838	18,218	21,731	16,817	21,984	18,156
Y	194,608	188,652	199,887	195,753	200,852	190,001	204,908	197,839

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	22,816	22,125	21,121	18,011	19,825	19,979	19,864	20,256
Y	217,302	212,004	200,711	190,667	199,165	199,610	199,994	198,354

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	18,717	19,384	19,281	18,337	20,552	18,914	18,548	15,375
Y	192,885	195,662	193,139	193,717	200,116	191,950	183,386	181,741

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	21,172	20,249	19,767	20,649	18,309	14,800	20,232	18,285
Y	205,814	200,612	200,365	199,238	181,060	177,106	197,304	187,484

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	17,798	20,041	20,322	19,933	21,785	20,500	18,377	21,195
Y	190,183	200,888	201,302	203,589	209,123	198,711	195,301	199,633

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	17,363	22,284	22,644	22,733	21,146	19,315	17,995	20,267
Y	193,114	216,043	217,855	214,795	203,665	192,546	191,559	197,750

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	18,416	18,577	17,026	23,490	22,801	21,451	16,377	21,183
Y	189,770	187,113	194,225	221,811	215,767	198,633	186,275	196,127

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	15,780	22,553	20,223	22,220	21,326	22,219	19,963	24,006
Y	186,572	211,973	205,841	212,880	210,804	209,906	208,566	221,651

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	21,663	18,947	20,528	16,936	22,744	20,371	19,400	20,222
Y	205,187	196,412	195,697	192,194	213,157	200,363	197,784	207,968

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	23,198	22,487	23,239	23,771	22,059	20,283	17,556	20,339
Y	219,811	218,253	222,796	221,456	209,882	195,947	189,740	201,242

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	19,869	18,637	20,140	19,959	19,406	21,365	17,166	22,569
Y	196,440	194,171	200,539	198,520	200,300	199,967	192,846	218,652

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	23,254	22,306	19,813	21,152	19,296	17,884	17,968	20,823
Y	219,669	209,972	201,671	203,649	192,219	186,051	192,651	204,762

№	145	146	147	148	149	150
X	20,485	17,528	20,499	22,531	21,134	19,218
Y	196,794	189,963	207,762	213,859	203,396	193,780

Вариант 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	21,006	18,131	26,515	21,166	21,433	17,676	23,677	21,704
Y	203,220	208,95	237,590	211,85	204,240	199,97	224,87	209,290

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	19,238	19,745	22,315	20,326	20,724	20,565	20,343	18,586
Y	198,34	206,940	214,89	206,021	207,61	206,3	201,03	199,300

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	21,506	20,709	20,616	20,312	21,848	18,969	21,335	19,391
Y	211,8	207,65	206,47	208,62	209,36	200,78	207,83	203,5

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	21,606	19,731	19,178	17,851	22,758	20,424	18,431	22,035
Y	209,970	199,42	193,541	198,65	217,300	201,06	199,79	217,063

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	21,824	21,963	22,603	22,737	23,728	22,6	19,866	22,134
Y	216,35	218,56	222,03	225,04	227,25	215,20	207,19	210,07

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	18,676	21,229	22,995	18,99	22,003	19,962	19,743	18,788
Y	199,08	215,86	215,07	202,47	212,48	201,94	198,55	199,62

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	21,221	18,058	21,842	19,209	22,74	17,801	22,994	19,147
Y	204,1	197,49	209,9	205,3	210,98	198,96	215,43	207,58

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	23,83	23,135	22,127	19,001	20,824	20,979	20,863	21,257
Y	229,02	223,24	210,81	199,73	209,08	209,57	209,93	208,21

№	65	66	67	68	66	70	71	72
X	19,711	20,381	20,277	19,328	21,554	19,909	19,541	16,352
Y	202,17	205,23	202,47	203,07	210,14	201,16	191,77	189,88

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	22,177	21,25	20,765	21,653	19,301	15,774	21,233	19,276
Y	216,4	210,68	210,39	209,18	189,22	184,79	207,06	196,25

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	18,787	21,042	21,323	20,932	22,794	21,502	19,369	22,201
Y	199,19	210,97	211,43	213,93	220,04	208,6	204,81	209,63

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	18,35	23,296	23,658	23,746	22,152	20,311	18,985	21,269
Y	202,39	227,63	229,62	226,28	214,05	201,82	200,78	207,55

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	19,408	19,569	18,011	24,508	23,815	22,458	17,359	22,189
Y	198,76	195,85	203,59	233,98	227,34	208,55	194,87	205,79

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	16,758	23,566	21,224	23,231	22,333	23,23	20,963	25,026
Y	195,18	223,18	216,43	224,17	221,87	220,92	219,38	233,82

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	22,671	19,942	21,531	17,921	23,758	21,373	20,397	21,223
Y	215,733	206,045	205,310	201,370	224,480	210,410	207,560	218,73

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	24,214	23,533	24,256	24,79	23,069	21,285	18,543	21,341
Y	231,78	230,062	235,053	233,6	220,88	205,570	198,721	211,37

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	20,868	19,633	21,143	20,959	20,403	22,372	18,152	23,582
Y	206,134	203,584	210,593	208,380	210,310	210,231	202,090	230,490

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	24,273	23,318	20,812	22,158	20,292	18,874	18,958	21,827
Y	231,632	220,980	211,820	214,030	201,460	194,670	201,900	215,240

№	145	146	147	148	149	150
X	21,487	18,515	21,502	23,543	22,139	20,214
Y	206,510	198,942	218,510	225,252	213,75	203,18

Вариант 3

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	22,006	19,117	27,543	22,167	22,435	18,660	24,690	22,707
Y	212,640	218,770	250,130	222,010	213,760	209,001	236,232	219,252

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	20,23	20,739	23,322	21,323	21,723	21,563	21,34	19,574
Y	207,28	216,63	225,353	215,662	217,392	215,961	210,242	208,332

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	22,508	21,708	21,614	21,308	22,852	19,959	22,336	20,383
Y	221,970	217,440	216,160	218,480	219,330	209,930	217,651	212,923

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	22,609	20,725	20,169	18,835	23,767	21,422	19,419	23,041
Y	219,992	208,47	202,073	207,572	227,993	210,284	208,842	227,721

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	22,829	22,968	23,611	23,746	24,741	23,608	20,863	23,139
Y	226,921	229,322	233,112	236,393	238,812	225,692	216,812	220,112

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	19,664	22,232	24,005	19,982	23,008	20,957	20,737	19,777
Y	208,07	226,371	225,563	211,763	222,733	211,173	207,332	208,663

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	22,222	19,043	22,846	20,223	23,748	18,785	24,004	20,138
Y	213,613	206,334	219,923	214,844	221,123	207,913	225,963	217,322

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	24,844	24,146	23,133	19,991	21,823	21,979	21,862	22,258
Y	240,743	234,440	220,920	208,789	219,675	219,540	219,920	218,060

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	20,704	21,378	21,274	20,322	22,557	20,904	20,533	17,329
Y	211,469	214,810	211,809	212,439	220,170	210,360	200,160	198,601

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	23,183	22,251	21,764	22,656	20,292	16,748	22,234	20,268
Y	226,99	220,744	220,425	219,145	197,384	192,465	216,814	205,025

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	19,776	22,042	22,325	21,932	23,803	22,505	20,361	23,207
Y	208,19	221,063	221,572	224,263	230,963	218,545	214,31	219,64

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	19,337	24,307	24,671	24,760	23,158	21,308	19,975	22,270
Y	211,650	239,210	241,390	237,760	224,430	211,100	209,840	217,340

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	20,420	20,562	18,996	25,525	24,829	23,466	18,341	23,195
Y	207,74	204,59	212,95	246,150	238,920	218,470	203,460	215,470

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	17,737	24,578	22,225	24,242	23,339	24,241	21,963	26,046
Y	203,770	234,390	226,960	235,450	232,930	231,920	230,180	245,990

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	23,679	20,937	22,533	18,906	24,771	22,375	21,394	22,224
Y	226,270	215,670	214,920	210,537	235,81	220,465	217,335	229,494

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	25,234	24,512	25,272	25,809	24,084	22,286	19,531	22,343
Y	243,753	241,854	247,343	245,743	231,884	215,235	207,655	221,543

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	21,868	20,623	22,141	21,959	21,443	23,379	19,138	24,595
Y	215,763	212,995	220,654	218,243	220,322	220,052	211,323	242,332

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	25,286	24,329	21,812	23,163	21,288	19,863	19,948	22,832
Y	243,592	232,423	221,974	224,413	210,713	203,294	211,140	225,710

№	145	146	147	148	149	150
X	22,49	19,503	22,504	24,556	23,145	21,210
Y	216,220	207,910	229,260	236,630	224,110	212,590

Варіант 4

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	23,006	20,103	28,57	23,167	23,437	19,643	25,704	23,711
Y	222,06	228,57	262,67	232,17	223,29	218,03	247,59	229,22

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	21,221	21,732	24,329	22,319	22,721	22,561	22,336	20,561
Y	216,23	226,33	235,81	225,30	227,18	225,63	219,45	217,30

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	23,511	22,706	22,612	22,305	23,857	20,949	23,338	21,375
Y	232,15	227,23	225,85	228,34	229,31	219,07	227,48	222,29

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	23,612	21,719	21,16	19,819	24,776	22,419	20,406	24,045
Y	230,01	217,53	210,61	216,49	238,67	219,55	217,87	238,34

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	23,833	23,973	24,619	24,754	25,755	24,616	21,854	24,145
Y	237,49	240,08	244,19	247,73	250,38	236,19	226,53	230,16

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	20,653	23,231	25,015	20,97	24,013	21,951	21,731	20,766
Y	217,06	236,88	236,07	221,05	232,97	220,44	216,51	217,69

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	23,11	25,16	22,94	24,37	23,27	26,86	23,49	22,04
Y	213,61	206,33	219,92	214,84	221,12	207,91	225,96	217,32

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	25,858	25,156	24,138	20,981	22,822	22,979	22,862	23,259
Y	252,46	245,60	231,03	217,84	228,91	229,50	229,91	227,92

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	21,698	22,375	22,27	21,312	23,56	21,898	21,526	18,306
Y	220,75	228,38	221,13	221,78	230,21	219,57	208,56	206,13

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	24,189	23,253	22,763	28,659	21,284	17,722	23,235	21,259
Y	237,57	230,81	230,44	220,09	205,56	200,13	226,57	213,79

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	20,765	23,042	23,327	22,932	24,812	23,507	21,352	24,213
Y	217,19	231,14	231,73	234,59	241,88	228,44	223,81	229,65

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	20,324	25,319	25,684	25,774	24,163	22,304	20,965	23,271
Y	220,90	250,79	253,15	249,24	234,81	220,38	218,98	227,15

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	21,392	21,555	19,982	26,543	25,843	24,473	19,323	24,201
Y	216,73	213,34	222,29	258,31	250,49	228,4	212,04	225,16

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	18,716	25,591	23,226	25,253	24,346	25,252	22,963	27,066
Y	212,36	245,61	237,51	246,73	243,98	242,92	240,97	258,16

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	24,688	21,931	23,536	25,89	25,785	23,377	22,391	23,225
Y	236,82	225,29	224,54	219,68	247,14	230,5	227,10	240,23

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	26,246	25,525	26,288	26,827	25,09	23,287	20,519	23,345
Y	255,72	253,65	259,54	257,88	242,88	224,84	216,64	231,63

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	22,867	21,617	23,142	22,958	22,397	24,386	20,124	25,607
Y	225,43	222,39	230,71	228,13	230,32	230,1	220,54	254,17

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	26,303	25,341	22,811	24,169	22,285	20,852	20,938	23,836
Y	255,54	243,02	232,12	234,79	219,96	211,91	220,37	236,19

№	145	146	147	148	149	150
X	23,492	20,491	23,507	25,569	24,151	22,206
Y	225,94	216,88	240,87	248,02	234,47	222,90

Варіант 5

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	24,006	21,089	29,598	24,168	24,439	20,827	26,717	24,714
Y	231,50	238,36	275,22	242,33	323,83	227,04	258,95	239,19

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	22,212	22,726	25,335	23,316	23,72	23,559	23,333	21,549
Y	225,17	236,02	246,28	234,94	236,97	235,30	228,67	226,30

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	24,513	23,705	23,61	23,301	24,861	21,939	24,34	22,367
Y	242,32	237,02	235,53	238,19	239,29	228,21	237,32	231,67

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	24,615	22,712	22,151	20,804	25,784	23,416	21,393	25,051
Y	240,04	226,59	219,15	225,41	249,36	228,73	226,91	248,97

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	24,837	24,978	25,627	25,763	26,768	25,624	22,849	25,151
Y	248,06	250,84	255,27	259,06	261,94	246,70	236,23	240,22

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	21,641	24,232	26,025	21,96	25,018	22,946	22,725	21,755
Y	226,05	247,38	246,58	230,33	243,23	229,72	225,54	226,73

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	24,224	21,014	24,855	22,182	25,766	20,753	26,023	22,119
Y	232,63	223,98	239,97	233,90	241,43	225,80	247,04	236,76

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	26,872	26,167	25,144	21,871	23,821	23,979	23,861	24,261
Y	264,18	256,8	241,14	226,89	238,83	239,46	239,90	237,78

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	22,691	23,372	23,266	22,303	24,563	22,893	22,519	19,283
Y	230,04	233,95	230,47	231,13	240,24	228,79	216,97	214,24

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	25,195	24,254	23,762	24,662	22,275	18,696	24,236	22,251
Y	248,16	240,88	240,47	239,05	213,74	207,79	236,33	222,56

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	21,754	24,042	24,328	23,931	25,821	24,51	22,344	25,219
Y	226,19	241,23	241,84	244,92	252,79	238,3	233,31	239,67

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	21,311	26,33	26,697	26,787	25,169	23,301	21,955	24,273
Y	230,15	262,37	264,91	260,72	245,20	229,66	228,11	236,95

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	22,384	22,548	20,967	27,56	26,857	25,48	20,304	25,207
Y	225,72	222,09	231,63	270,47	262,07	238,34	220,61	234,86

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	19,695	26,604	24,227	26,264	25,353	26,264	23,963	28,086
Y	220,93	256,82	248,05	258,02	255,03	253,93	251,76	270,33

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	25,696	22,926	24,538	20,875	26,799	24,379	23,388	24,226
Y	247,37	234,92	234,17	228,83	258,48	240,55	236,87	250,97

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	27,262	26,537	27,304	27,846	26,156	24,289	21,507	24,346
Y	267,68	265,44	271,78	270,02	253,88	234,48	225,55	241,76

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	23,866	22,61	24,142	23,958	23,394	25,392	21,109	26,62
Y	235,09	231,79	240,76	237,96	240,32	240,16	229,76	265,99

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	27,319	26,352	23,81	25,175	23,281	21,842	21,928	24,84
Y	267,49	254,04	242,27	245,18	229,21	220,53	229,61	246,66

№	145	146	147	148	149	150
X	24,495	21,478	24,509	26,581	25,156	23,202
Y	235,67	225,85	250,73	259,41	244,83	231,42

Варіант 6

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	25,006	22,074	30,625	25,169	25,441	21,61	27,73	25,718
Y	240,93	248,14	287,78	252,49	242,37	236,05	270,31	249,16

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	23,203	23,72	26,342	24,313	24,719	24,556	24,33	22,537
Y	234,12	245,7	256,75	244,57	246,76	244,98	237,90	235,30

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	25,516	24,703	24,608	24,298	25,865	22,928	25,341	23,359
Y	252,49	246,82	245,22	248,04	249,28	237,35	247,15	241,06

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	25,618	23,706	23,142	21,788	26,793	24,413	22,38	26,056
Y	250,06	235,65	227,70	234,31	260,05	237,96	235,94	259,61

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	25,841	25,982	26,635	26,772	27,782	26,632	23,843	26,156
Y	258,63	261,59	266,34	270,39	273,50	257,20	245,94	250,28

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	22,629	25,233	27,035	22,95	26,023	23,941	23,718	22,744
Y	235,03	257,88	257,09	239,61	253,48	239,76	234,49	235,76

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	25,225	21,999	25,859	23,173	26,774	21,738	27,033	23,113
Y	242,15	232,82	225,07	243,43	251,59	234,73	257,59	246,47

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	27,886	27,178	26,149	22,961	24,82	24,979	24,86	25,262
Y	275,89	268,87	251,27	235,94	248,74	249,43	249,89	247,64

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	23,685	24,369	24,263	23,295	25,565	23,887	23,512	20,259
Y	239,33	243,53	239,81	240,47	250,28	238,53	225,39	222,35

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	26,201	25,255	24,761	25,666	23,267	19,67	25,237	23,242
Y	258,75	250,95	250,49	249,01	221,94	215,45	246,10	231,34

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	22,743	25,042	25,33	24,931	26,83	25,512	23,336	26,225
Y	235,19	251,31	251,97	255,24	263,71	248,21	242,80	249,70

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	22,297	27,342	27,71	27,801	26,175	24,298	22,945	25,274
Y	239,39	273,94	276,67	272,21	255,59	238,95	237,24	246,76

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	23,376	23,541	21,952	28,578	27,871	26,487	21,286	26,213
Y	234,71	230,85	240,95	282,63	273,64	248,29	229,18	244,57

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	20,674	27,617	25,228	27,275	26,359	27,275	24,962	29,106
Y	229,50	268,04	258,60	269,30	266,08	264,95	262,53	282,5

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	26,704	23,921	25,541	21,86	27,813	25,38	24,385	25,227
Y	257,93	24,537	243,81	237,96	269,81	250,61	246,64	261,71

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	28,278	27,55	28,32	28,865	27,11	25,29	22,494	25,348
Y	279,64	277,22	284,02	282,16	264,88	244,12	234,49	251,89

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	24,866	23,603	25,143	24,958	24,391	26,399	22,095	27,633
Y	244,76	241,19	250,82	247,83	250,32	250,22	238,96	277,82

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	28,335	27,364	24,809	26,181	24,278	22,831	22,917	25,844
Y	279,44	265,06	252,41	255,57	238,47	229,16	238,84	257,14

№	145	146	147	148	149	150
X	25,497	22,466	25,512	27,594	26,162	24,198
Y	245,40	234,81	261,46	270,79	255,20	240,83

Варіант 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	26,006	23,060	31,652	26,170	26,443	22,594	28,743	26,721
Y	250,377	257,896	300,334	262,653	251,921	245,049	281,677	259,142

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	24,195	24,714	27,348	25,309	25,717	25,554	25,327	23,525
Y	243,067	255,381	267,217	254,211	256,545	254,649	247,126	244,29

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	26,518	25,702	25,606	25,395	26,869	23,218	26,343	24,351
Y	262,677	256,607	254,912	257,894	259,273	246,479	256,291	250,437

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	26,621	24,700	24,133	22,772	27,802	25,410	23,367	27,061
Y	260,093	244,711	236,248	243,210	270,741	247,195	244,962	270,243

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	26,845	26,987	27,643	27,780	28,796	27,640	24,837	27,162
Y	269,191	272,348	277,414	281,719	285,062	267,615	255,639	260,344

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	23,618	26,234	28,045	23,940	27,028	24,936	24,712	23,733
Y	244,008	268,372	267,717	248,885	263,736	748,278	243,483	244,790

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	26,226	22,985	26,863	24,164	27,783	22,722	28,043	24,101
Y	251,678	241,618	260,039	252,945	261,768	243,648	268,134	256,170

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	28,900	28,188	27,155	23,951	25,819	25,979	25,860	26,263
Y	287,604	279,196	261,392	244,990	258,658	259,388	259,877	257,509

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	24,679	25,366	25,259	24,287	26,568	24,882	24,504	21,236
Y	248,617	253,103	249,155	249,812	260,322	247,214	233,814	230,446

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	27,207	26,256	25,760	26,669	24,259	20,644	26,239	24,234
Y	269,334	261,014	260,508	258,982	230,139	223,067	255,871	240,11

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	23,732	26,043	26,331	25,931	27,839	26,515	24,328	27,231
Y	244,182	261,390	262,105	265,558	274,632	258,125	252,283	259,736

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	23,284	28,353	28,724	28,815	27,181	25,294	23,935	26,275
Y	248,625	285,512	288,419	283,687	265,988	248,242	246,371	256,573

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	24,369	24,534	22,937	22,595	28,885	27,495	22,268	27,219
Y	243,700	258,321	250,265	294,782	285,215	258,249	237,747	254,285

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	21,653	28,629	26,229	28,286	27,366	28,286	25,962	30,126
Y	238,055	279,257	269,132	280,581	277,127	275,960	273,300	294,66

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	27,712	24,915	26,543	22,844	28,826	26,382	25,403	26,229
Y	268,485	254,155	253,450	247,086	281,155	260,659	256,403	272,437

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	29,294	28,562	29,337	29,884	28,121	26,292	23,482	26,350
Y	291,600	288,998	296,248	294,303	275,882	253,775	243,432	262,017

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	25,865	24,596	26,144	25,958	25,388	27,406	23,081	28,646
Y	254,436	250,594	260,873	257,690	260,314	260,298	248,15	289,637

№	137	138	139	140	141	142	143	141
X	29,352	28,376	25,808	27,187	25,274	23,821	23,907	26,848
Y	291,394	276,084	262,548	265,964	247,729	237,785	248,061	267,609

№	145	146	147	148	149	150
X	26,500	23,454	26,514	28,600	27,168	25,194
Y	255,144	243,772	272,188	282,182	265,568	250,258

Варіант 8

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	27,006	24,046	32,680	27,171	27,446	23,577	29,757	27,725
Y	259,828	267,640	312,899	272,813	261,480	254,038	293,042	262,126

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	25,186	25,707	28,355	26,306	26,716	26,552	26,323	24,513
Y	252,017	265,058	277,691	263,848	266,334	264,323	256,360	263,280

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	27,521	26,700	26,605	26,291	27,874	24,908	27,345	25,343
Y	272,843	266,400	264,603	267,741	269,272	255,611	266,835	259,814

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	27,624	25,693	25,124	23,757	28,811	26,407	24,355	28,066
Y	270,127	253,778	244,805	252,102	281,438	256,436	253,982	280,877

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	27,849	27,992	28,651	28,789	29,809	28,648	25,832	28,167
Y	279,755	283,098	288,484	293,042	296,622	278,231	265,336	270,418

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	24,606	27,231	29,055	24,930	28,033	25,931	25,706	24,722
Y	252,985	278,860	278,146	258,155	273,997	257,560	252,481	253,816

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	27,227	23,970	27,867	25,156	28,792	23,706	29,053	25,091
Y	261,213	250,429	270,081	262,457	271,951	252,563	278,693	265,864

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	29,915	29,199	28,161	24,941	26,818	26,979	26,859	27,265
Y	299,315	290,393	271,525	254,038	268,573	269,352	269,864	267,378

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	25,672	26,363	16,256	25,278	27,571	25,876	25,497	22,213
Y	257,906	262,679	258,501	289,151	270,366	256,433	242,250	238,538

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	28,213	27,258	26,758	27,692	25,250	21,618	27,240	25,225
Y	279,923	271,084	270,526	268,955	238,353	230,743	265,646	248,897

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	24,721	27,043	27,333	26,930	28,848	27,517	25,320	28,237
Y	253,174	271,471	252,240	275,873	285,553	268,041	261,765	269,778

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	24,271	29,364	29,737	29,828	28,186	26,291	24,925	27,277
Y	257,850	297,077	300,167	295,170	276,384	257,538	255,497	266,390

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	25,361	25,527	23,922	30,612	29,899	28,502	23,150	28,225
Y	252,693	248,381	259,567	306,935	296,788	262,218	246,303	264,015

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	22,632	29,642	27,231	29,298	28,373	29,297	26,962	31,146
Y	246,601	290,478	279,664	291,862	288,168	286,977	284,058	306,836

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	28,721	25,910	27,546	23,829	29,840	27,384	26,379	27,230
Y	279,049	263,771	263,101	256,203	292,483	270,714	266,169	283,157

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	30,310	29,574	30,353	30,903	29,131	27,293	24,470	27,351
Y	303,556	300,772	308,472	306,441	286,887	263,433	252,370	272,148

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	26,864	25,589	27,144	26,958	26,385	28,413	24,067	29,659
Y	264,112	259,992	270,929	267,557	270,304	270,380	257,347	301,452

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	30,368	29,387	26,807	28,192	26,271	24,810	24,897	27,852
Y	303,342	287,113	272,685	276,359	256,995	246,415	257,282	278,083

№	145	146	147	148	149	150
X	27,502	24,441	27,517	29,619	28,173	26,191
Y	264,890	252,727	282,907	293,569	275,939	259,687

Вариант 9

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	28,006	25,321	33,707	28,172	28,448	24,561	30,770	28,728
Y	269,258	277,368	325,469	282,971	271,047	263,018	304,408	279,115

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	26,177	26,701	29,361	27,303	27,715	27,550	27,320	25,501
Y	260,968	274,730	288,183	273,485	276,125	273,998	265,598	262,264

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	28,523	27,699	27,603	27,288	28,878	25,898	28,346	26,335
Y	283,020	276,093	274,295	277,586	279,276	264,740	276,684	269,189

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	28,627	26,687	26,115	24,741	29,819	27,404	25,342	29,071
Y	280,164	262,878	253,368	260,987	292,137	265,683	262,997	291,510

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	28,853	28,997	29,659	29,798	30,823	29,655	26,826	29,173
Y	290,318	293,846	299,555	304,350	308,182	288,752	275,030	280,497

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	25,595	28,237	30,065	25,920	29,038	26,926	26,700	25,711
Y	261,958	289,345	288,682	267,421	284,261	266,843	261,481	262,840

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	28,228	24,955	28,871	26,147	29,800	24,690	30,063	26,082
Y	270,755	259,235	280,127	271,964	282,144	261,480	289,258	275,549

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	30,929	30,210	29,166	25,931	27,818	27,978	27,858	28,266
Y	311,023	310,590	281,664	263,084	288,488	279,317	279,850	277,251

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	26,666	27,360	27,252	26,280	28,574	26,871	26,490	23,190
Y	267,195	272,257	267,851	268,487	280,414	265,653	250,694	246,623

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	29,218	28,259	27,757	28,675	26,242	22,592	28,241	26,216
Y	290,512	281,154	280,542	278,932	246,577	238,382	275,426	257,683

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	25,710	28,043	28,335	27,930	29,857	28,520	26,312	29,243
Y	262,164	281,552	282,376	286,183	296,474	277,962	271,342	279,826

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	25,258	30,376	30,750	30,842	29,192	27,287	25,915	28,278
Y	267,067	308,639	311,913	306,653	286,783	266,838	264,620	276,211

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	26,353	26,520	24,907	31,630	30,913	29,509	24,232	29,231
Y	261,689	257,154	268,859	319,084	308,361	278,196	254,854	273,756

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	23,611	30,655	28,232	30,309	29,379	30,308	27,962	32,166
Y	255,137	301,701	290,191	303,142	299,202	297,997	294,807	319,007

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	29,729	26,905	28,549	24,814	30,854	28,386	27,376	28,231
Y	289,617	273,385	272,759	265,310	303,823	280,771	275,934	293,871

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	31,326	30,587	31,369	31,922	30,141	28,294	25,458	28,353
Y	315,510	312,542	320,691	318,579	297,893	273,096	261,304	282,280

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	27,864	26,583	28,145	27,954	27,382	29,420	25,053	30,672
Y	273,791	269,388	280,986	277,424	280,290	280,470	266,528	313,262

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	31,384	30,399	27,806	29,198	27,267	25,800	25,887	28,856
Y	315,288	298,144	282,819	286,758	266,265	255,048	266,500	288,557

№	145	146	147	148	149	150
X	28,504	25,429	28,519	30,632	29,179	27,187
Y	274,641	261,679	293,622	304,956	286,314	269,119

Варіант10

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	29,006	26,017	34,735	29,172	29,450	25,544	31,783	29,732
Y	278,749	287,082	338,043	293,129	280,622	271,988	315,775	289,109

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	27,168	27,695	30,368	28,299	28,713	28,548	28,317	26,489
Y	269,919	284,399	298,648	283,123	285,916	283,674	274,842	271,246

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	29,526	28,697	28,601	28,284	29,882	26,888	29,348	27,327
Y	293,199	285,986	283,989	287,428	289,286	273,866	286,535	278,561

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	29,630	27,681	27,105	25,725	30,828	28,402	26,329	30,076
Y	290,205	270,920	261,936	269,865	302,840	274,935	272,007	302,143

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	29,857	30,002	30,667	30,806	31,836	30,663	27,820	30,179
Y	300,879	304,592	310,618	315,673	319,740	299,277	284,719	290,583

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	26,583	29,238	31,075	26,910	30,043	27,920	27,693	26,700
Y	270,929	299,825	299,225	276,682	294,529	276,128	270,486	271,861

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	29,229	25,941	29,876	27,138	30,809	25,674	31,073	27,073
Y	280,304	268,037	290,179	281,465	292,349	270,369	299,830	285,226

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	31,943	31,220	30,172	26,922	28,817	28,978	28,857	29,267
Y	322,729	312,786	291,808	272,129	288,403	289,281	289,834	287,128

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	27,659	28,357	28,248	27,262	29,576	27,866	27,483	24,167
Y	276,484	281,836	277,203	277,821	290,465	274,875	259,148	254,70

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	30,224	29,260	28,756	29,679	27,233	23,566	29,242	27,208
Y	301,102	291,226	290,556	288,914	254,812	246,016	285,209	266,472

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	26,699	29,043	29,336	28,930	30,866	29,522	27,304	30,249
Y	271,151	291,632	292,513	296,489	307,396	287,887	280,716	289,883

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	26,245	31,387	31,763	31,856	30,198	28,284	26,904	29,279
Y	278,277	320,198	323,655	318,136	297,185	276,142	273,741	286,036

№	97	98	98	100	101	102	103	104
X	27,345	27,513	25,892	32,647	31,927	30,516	25,214	30,237
Y	270,686	265,933	278,139	331,231	319,933	288,185	263,398	285,507

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	24,590	31,668	29,233	31,320	30,386	31,319	28,962	33,186
Y	263,663	312,927	300,714	314,421	310,239	309,019	305,546	331,178

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	30,737	27,900	29,551	25,798	31,867	29,388	28,373	29,232
Y	300,188	282,996	282,425	274,408	315,165	290,830	285,698	304,578

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	32,242	31,599	32,385	32,941	31,152	29,296	26,446	29,355
Y	327,462	624,306	332,905	330,716	308,901	282,766	270,235	292,413

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	28,863	27,576	29,146	28,257	28,379	30,427	26,039	31,684
Y	283,472	278,782	291,043	287,293	290,272	290,568	275,699	325,067

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	32,400	31,410	28,805	30,204	28,264	26,789	26,877	29,860
Y	327,231	309,177	292,950	297,158	275,539	263,684	275,714	299,030

№	145	146	147	148	149	150
X	29,507	26,417	29,522	31,645	30,185	29,183
Y	284,399	270,628	304,331	316,343	296,692	278,577

Варіант 11

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	30,006	27,003	35,762	30,173	30,452	26,527	32,797	30,735
Y	288,219	296,780	350,623	303,286	290,205	280,948	327,143	299,107

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	28,160	28,689	31,374	29,296	29,712	29,546	29,314	27,477
Y	278,872	294,063	309,131	292,760	295,708	293,351	284,090	280,224

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	30,528	29,696	29,599	29,281	30,886	27,878	30,350	28,319
Y	303,379	295,781	293,683	297,267	299,301	282,989	296,392	287,930

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	30,633	28,675	28,096	26,710	31,837	29,399	27,316	31,081
Y	300,250	280,996	270,509	278,736	313,546	284,192	281,011	312,774

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	30,861	31,006	31,675	31,815	32,850	31,671	28,815	31,184
Y	311,439	315,334	321,681	326,983	331,298	309,806	294,406	300,676

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	27,572	30,239	32,084	27,900	31,048	28,915	28,687	27,689
Y	279,897	310,302	309,774	285,940	304,800	285,415	279,495	280,880

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	30,231	26,926	30,880	28,129	31,818	26,628	32,083	28,064
Y	289,860	276,833	300,236	290,960	302,555	279,261	310,407	294,895

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	32,957	32,231	31,177	27,912	29,816	29,978	29,857	30,268
Y	334,434	323,982	301,985	281,173	298,318	299,246	299,819	297,007

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	28,653	29,354	29,245	28,254	30,579	29,860	28,475	25,144
Y	285,773	291,416	286,559	287,151	300,518	284,100	267,611	262,771

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	31,230	30,260	29,755	30,682	28,225	24,540	30,243	28,199
Y	311,693	301,298	300,569	298,900	263,057	253,644	294,997	975,265

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	27,688	30,043	30,338	29,929	31,875	30,525	28,296	31,255
Y	280,136	301,711	302,650	306,791	318,319	297,817	290,185	299,946

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	27,232	32,399	32,776	32,869	31,204	29,280	27,894	30,281
Y	285,478	331,752	335,392	329,619	307,590	285,449	282,860	295,864

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	28,337	28,505	26,577	33,665	32,941	31,524	26,196	31,242
Y	279,685	274,717	284,409	343,375	331,505	298,183	271,936	293,270

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	25,569	32,680	30,234	32,331	31,392	32,330	29,962	34,206
Y	272,178	324,154	311,231	325,699	321,269	320,042	316,277	343,349

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	31,746	28,894	30,554	26,783	32,881	30,390	29,370	30,233
Y	310,764	292,606	292,099	283,497	326,509	300,890	295,461	315,278

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	33,358	32,612	33,401	33,959	32,162	30,297	27,433	30,356
Y	339,412	336,066	345,113	342,851	319,910	292,442	279,163	302,546

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	29,863	28,569	30,147	29,257	29,376	31,433	27,024	32,697
Y	293,157	288,176	301,100	297,163	300,250	300,673	284,86	336,86

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	33,417	32,422	29,804	31,210	29,260	27,778	27,867	30,864
Y	339,173	320,214	303,078	307,562	284,817	272,322	284,92	309,50

№	145	146	147	148	149	150
X	30,509	27,404	30,524	32,657	31,190	29,179
Y	294,164	279,573	315,035	327,730	307,073	287,998

Варіант 12

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	31,006	27,989	36,790	31,074	31,454	27,511	33,810	31,739
Y	297,696	306,462	363,208	313,442	299,797	289,899	338,511	309,110

№	9	10	11	12	13	14	15	I 16
X	29,151	29,683	32,381	30,293	30,710	30,543	30,310	28,465
Y	287,826	303,723	319,617	302,397	305,500	303,029	293,343	289,198

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	31,531	30,694	30,597	30,277	31,890	28,868	31,351	29,311
Y	313,560	305,575	303,379	307,104	309,322	292,109	306,252	297,296

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	31,636	29,668	29,087	27,694	32,846	30,396	28,304	32,087
Y	310,298	290,074	279,088	287,599	324,255	293,455	290,011	323,405

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	31,865	32,011	32,683	32,824	33,863	32,679	29,809	32,190
Y	391,997	326,074	332,742	338,287	342,855	320,339	304,088	310,775

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	28,560	31,240	33,094	28,890	32,053	29,910	29,681	18,678
Y	288,863	320,773	320,330	295,193	315,074	294,704	288,507	289,896

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	31,232	27,911	31,884	29,120	32,826	27,642	33,093	29,055
Y	299,423	285,625	310,298	300,449	312,775	288,144	320,991	304,555

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	33,971	33,241	32,183	28,902	30,815	30,978	30,856	31,270
Y	346,136	335,178	312,113	290,215	308,232	309,212	309,802	306,890

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	29,647	30,351	30,241	29,245	31,582	29,855	29,468	26,121
Y	295,063	300,997	295,918	296,478	310,575	293,328	276,083	270,833

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	32,236	31,263	30,754	31,685	29,216	25,514	31,244	29,191
Y	322,284	311,371	310,580	308,891	271,312	261,266	304,789	284,061

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	28,677	31,044	31,340	30,929	32,884	31,527	29,287	32,261
Y	289,119	311,790	312,787	317,088	329,242	307,750	299,649	310,017

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	28,218	33,410	33,790	33,883	32,209	30,277	28,884	31,282
Y	294,671	343,302	347,127	341,021	317,997	294,761	291,979	287,625

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	29,329	29,498	27,863	34,682	33,955	32,531	27,178	32,248
Y	288,685	283,506	296,667	355,515	343,076	308,191	280,467	303,043

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	26,547	33,693	31,235	33,342	32,399	33,341	30,961	35,226
Y	280,684	335,384	321,744	336,977	332,295	331,069	326,997	355,520

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	32,754	29,889	31,554	27,768	33,895	31,392	30,367	31,234
Y	321,343	302,213	301,780	292,576	337,855	310,953	305,222	325,970

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	34,374	33,624	34,418	34,978	33,172	33,299	28,421	31,358
Y	351,358	347,820	357,315	354,986	330,921	302,123	288,087	312,680

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	30,862	29,562	31,147	30,957	30,373	32,440	28,010	33,710
Y	302,845	297,567	311,158	307,034	310,225	310,787	294,016	348,662

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	34,433	33,433	30,803	32,215	30,257	28,768	28,856	31,869
Y	351,112	331,253	313,203	317,969	294,099	280,963	294,129	319,975

№	145	146	147	148	149	150
X	31,512	28,392	31,527	33,670	32,196	30,175
Y	303,934	288,514	325,733	339,117	317,456	297,445

Варіант 13

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	32,006	28,975	37,817	32,175	32,456	28,494	34,893	32,742
Y	307,180	316,128	375,798	323,597	309,396	298,843	349,881	319,118

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	30,142	30,676	33,387	31,289	31,709	31,541	31,307	29,453
Y	296,782	313,378	330,105	312,03	315,293	312,708	302,601	298,169

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	32,533	31,693	31,529	31,274	32,895	29,858	32,353	30,303
Y	323,741	315,371	313,077	316,93	319,348	308,227	316,116	306,658

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	32,639	30,662	30,078	38,678	33,854	31,393	29,291	33,092
Y	320,349	299,156	287,672	296,45	334,967	302,723	299,006	334,034

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	32,870	33,016	33,691	33,832	34,877	33,687	30,804	33,196
Y	332,554	336,812	343,801	349,58	354,410	330,876	313,766	320,881

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	29,549	32,241	34,104	28,880	33,058	30,905	30,675	29,667
Y	297,823	331,240	330,892	304,44	325,352	303,994	297,524	298,909

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	32,233	28,897	32,888	30,111	33,835	28,626	34,103	30,045
Y	308,993	294,411	320,365	309,93	324,004	297,020	331,581	314,207

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	34,985	34,252	33,189	29,892	31,814	31,978	31,855	32,271
Y	357,836	346,373	322,275	299,255	313,147	319,177	319,785	316,776

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	30,640	31,347	31,238	30,237	32,585	30,849	30,461	27,098
Y	304,352	310,579	305,280	305,802	320,635	302,557	284,564	278,889

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	33,242	32,264	31,753	32,688	30,208	26,488	32,245	30,182
Y	332,876	321,444	320,589	318,887	279,578	268,882	314,585	292,861

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	29,666	32,044	32,341	31,929	33,893	32,530	30,279	33,267
Y	298,099	321,868	322,925	327,38	340,166	317,688	309,109	320,095

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	29,205	34,422	34,803	34,897	33,215	31,274	29,874	32,283
Y	303,854	354,849	358,857	352,585	328,407	304,077	301,089	315,512

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	30,321	30,491	28,848	35,700	34,969	33,538	28,159	33,254
Y	297,688	292,302	305,915	367,653	354,647	318,209	288,992	312,828

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	27,526	34,706	32,236	34,353	33,406	34,352	31,961	36,246
Y	289,179	346,615	332,252	348,254	343,317	342,097	337,709	367,691

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	33,762	30,884	32,559	28,752	34,909	32,393	31,364	32,235
Y	331,928	311,818	311,469	301,646	349,202	321,017	314,983	336,655

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	35,390	34,637	35,434	35,997	34,182	32,300	29,409	32,360
Y	363,302	359,570	369,512	367,119	341,933	311,811	297,009	322,815

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	31,861	30,555	32,148	31,957	31,370	33,447	28,996	34,723
Y	312,536	306,956	321,216	316,907	320,512	320,908	303,161	360,452

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	35,449	34,445	31,802	33,221	31,253	29,757	29,846	32,873
Y	363,050	342,295	323,325	328,378	303,386	289,606	303,331	330,448

№	145	146	147	148	149	150
X	32,514	29,379	32,529	34,683	33,202	31,171
Y	313,711	297,451	336,427	350,504	327,843	306,895

Варіант 14

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	33,006	29,960	38,845	33,176	33,458	29,478	35,837	33,746
Y	316,671	325,778	388,394	333,752	319,004	307,773	361,252	329,131

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	31,133	31,670	34,394	32,286	32,708	32,539	32,304	30,441
Y	305,738	323,029	340,597	321,672	325,087	322,388	311,865	307,136

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	33,536	32,692	32,593	32,271	33,899	30,848	33,355	31,295
Y	333,925	325,167	322,775	326,769	329,380	310,342	325,984	316,018

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	33,642	31,656	31,069	29,663	34,863	32,390	30,278	34,097
Y	330,404	308,240	296,262	305,304	345,682	311,996	307,996	344,663

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	33,874	34,021	34,699	34,841	35,891	34,695	31,798	34,201
Y	343,110	347,546	354,856	360,882	365,965	341,418	323,441	330,993

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	30,537	33,242	35,114	30,870	34,063	31,900	31,668	30,656
Y	306,785	341,703	341,461	313,685	335,633	313,287	306,544	307,919

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	33,234	29,882	33,892	31,102	34,843	29,610	35,113	31,036
Y	318,571	303,193	330,437	319,410	333,242	305,888	342,178	323,850

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	35,999	35,263	34,194	30,882	32,813	32,978	32,855	33,272
Y	369,533	357,567	332,442	308,923	328,061	392,143	329,768	326,665

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	31,634	32,344	32,234	31,229	33,587	31,844	31,454	28,074
Y	313,642	320,162	314,645	315,124	330,698	311,789	293,056	286,937

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	34,248	33,265	32,751	33,692	31,199	27,462	33,247	31,174
Y	343,468	331,519	330,597	328,887	287,854	276,493	324,386	301,664

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	30,655	33,044	33,343	32,928	34,901	33,532	31,271	34,273
Y	307,077	331,945	333,063	337,670	351,090	327,630	318,565	330,181

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	30,192	35,433	35,816	35,910	34,221	32,270	30,864	33,285
Y	313,034	366,391	370,583	364,069	338,820	313,396	310,863	332,265

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	31,313	31,484	29,833	36,717	35,983	34,545	29,141	34,260
Y	306,691	301,103	315,151	379,787	366,217	328,237	297,510	322,624

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	28,505	35,719	33,237	35,364	34,312	35,363	32,961	37,266
Y	297,664	357,848	342,754	359,530	354,335	353,128	348,410	379,862

№	113	114	I 115	116	117	118	119	120
X	34,771	31,879	33,562	29,737	35,922	33,395	32,961	33,936
Y	342,517	321,420	321,166	310,706	360,552	331,083	324,742	347,332

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	36,406	35,649	36,450	37,016	35,193	33,302	30,397	33,362
Y	375,244	371,314	381,703	379,251	352,946	321,505	305,927	332,950

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	32,861	31,548	33,149	32,956	32,367	34,454	29,982	35,736
Y	322,231	316,344	331,273	326,781	330,163	331,038	312,297	372,237

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	36,465	35,456	32,801	34,227	32,250	30,747	30,836	33,877
Y	374,985	353,340	333,445	338,790	312,677	298,253	312,529	340,919

№	145	146	147	148	149	150
X	33,517	30,397	33,532	35,596	34,207	32,167
Y	323,494	306,385	347,114	361,890	338,232	316,350

Варіант 15

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	34,006	30,946	39,872	34,177	34,461	30,461	36,850	34,749
Y	326,668	335,413	340,994	343,905	328,620	316,695	372,624	339,149

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	32,125	32,664	35,401	33,283	33,706	33,537	33,300	31,429
Y	314,696	332,676	351,092	331,309	334,882	332,070	321,133	316,100

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	34,538	33,690	33,591	33,267	34,903	31,838	34,356	32,287
Y	344,109	334,963	332,475	336,597	339,417	319,454	335,857	325,375

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	34,645	32,649	32,060	30,647	35,872	33,387	31,265	35,102
Y	340,463	317,328	304,858	314,146	356,400	321,276	316,981	355,291

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	34,878	35,025	35,707	35,850	36,904	35,703	32,792	35,207
Y	353,664	358,277	365,910	372,172	377,518	351,964	333,112	341,112

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	31,525	34,243	36,124	31,860	35,068	32,895	32,662	31,645
Y	315,742	352,161	352,037	322,925	345,918	322,582	315,569	316,927

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	34,235	30,867	34,897	32,093	35,852	30,594	36,123	32,027
Y	328,155	311,969	340,514	328,882	343,489	314,748	352,781	333,484

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	37,013	36,273	35,200	31,872	33,812	33,978	33,854	34,274
Y	381,229	368,761	342,615	317,331	337,975	339,109	339,749	336,558

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	32,627	33,341	33,230	32,220	34,590	32,838	32,446	29,051
Y	322,932	329,747	324,014	324,442	340,764	321,023	301,557	294,978

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	35,254	34,266	33,750	34,695	32,191	28,436	34,248	32,165
Y	354,061	341,594	340,602	338,892	296,142	284,098	334,191	310,471

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	31,644	34,044	34,344	33,928	35,910	34,535	32,263	35,279
Y	316,053	342,021	343,202	347,955	362,015	337,577	328,016	325,274

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	31,179	36,444	36,829	36,924	35,227	33,267	31,354	34,286
Y	322,203	377,930	382,306	375,552	349,236	322,720	319,307	305,239

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	32,305	32,477	30,818	37,735	36,997	35,553	30,123	35,266
Y	315,698	309,909	324,376	391,918	377,786	338,276	306,022	332,431

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	29,484	36,731	34,238	36,375	35,419	36,374	33,961	38,286
Y	306,139	369,084	353,251	370,804	365,350	364,161	359,103	392,033

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	35,779	32,873	34,565	30,722	36,936	34,397	33,358	34,237
Y	353,109	331,020	330,871	319,756	351,903	341,150	334,500	358,002

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	37,422	26,661	37,466	38,035	36,203	34,303	31,384	34,363
Y	384,182	383,052	393,889	391,383	363,961	331,205	314,842	343,086

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	33,860	35,542	34,149	33,956	33,364	35,461	30,968	36,749
Y	331,928	325,730	341,332	336,657	340,126	341,176	321,424	384,017

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	37,482	36,468	33,800	35,233	33,246	31,736	31,826	34,881
Y	386,917	364,387	343,562	349,205	321,972	306,902	321,723	351,391

№	145	146	147	148	149	150
X	34,519	31,355	34,534	36,708	35,213	33,163
Y	333,283	315,315	357,796	373,277	348,625	325,810

Варіант 16

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	35,006	31,932	40,899	35,177	35,463	31,445	37,863	35,753
Y	335,672	345,031	413,599	354,058	338,245	325,607	383,997	349,172

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	33,166	33,658	36,407	34,279	34,705	34,535	34,297	32,417
Y	323,655	342,318	361,589	340,947	344,678	341,752	330,406	325,060

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	35,541	34,689	34,589	34,264	35,907	32,827	35,358	33,279
Y	354,295	344,761	342,176	346,423	349,460	328,563	345,733	334,728

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	35,648	33,643	33,051	31,631	36,881	34,384	32,252	36,107
Y	350,526	326,419	313,460	322,980	367,122	330,561	325,961	365,917

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	35,882	36,030	36,715	36,858	37,918	36,711	33,787	36,213
Y	364,216	369,006	376,960	383,458	389,070	362,514	342,779	351,238

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	32,514	35,245	37,134	32,850	36,063	33,889	33,656	32,634
Y	324,696	362,614	362,620	332,160	356,206	331,878	324,597	325,932

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	35,236	31,853	35,901	33,084	36,861	31,578	37,133	33,018
Y	337,747	320,741	350,596	338,347	353,746	323,600	363,390	343,110

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	38,027	37,284	36,205	32,862	34,811	34,978	34,853	35,275
Y	392,922	379,954	352,794	326,366	347,889	349,076	349,729	346,454

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	33,621	34,338	34,227	33,212	35,593	33,833	33,439	30,028
Y	332,222	339,332	333,386	333,758	350,834	330,260	310,067	303,011

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	36,259	35,268	34,749	35,698	33,183	29,410	25,249	33,156
Y	364,655	351,670	350,606	348,902	304,440	291,697	344,000	319,281

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	32,633	35,045	35,346	34,928	36,919	35,537	33,255	36,285
Y	325,027	352,097	353,342	358,235	372,940	347,528	337,463	350,375

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	33,297	33,470	31,803	38,752	38,011	36,560	31,105	36,272
Y	324,705	318,722	333,589	404,046	389,354	348,324	314,528	342,250

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	30,463	37,744	35,240	37,386	36,426	37,386	34,961	39,307
Y	314,603	380,321	363,744	382,078	376,360	375,197	369,785	404,205

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	36,787	33,868	35,567	31,707	37,950	35,399	34,355	35,239
Y	363,706	340,618	340,583	328,797	383,256	351,220	344,257	368,665

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	38,438	37,674	38,482	39,054	37,213	35,304	32,372	35,365
Y	399,118	394,786	406,068	403,512	374,977	340,911	323,753	353,222

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	34,859	33,535	33,150	34,956	34,361	36,468	31,954	37,761
Y	341,628	335,115	351,390	346,534	350,086	351,322	330,542	395,791

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	38,498	37,479	34,799	36,238	34,243	32,726	32,816	35,885
Y	398,848	375,438	353,675	359,623	331,272	315,554	330,913	361,862

№	145	146	147	148	149	150
X	35,521	32,342	35,537	37,721	36,219	34,159
Y	343,079	324,241	368,472	384,663	359,021	335,274

Варіант 17

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	36,006	32,917	41,927	36,178	36,465	32,428	38,877	36,757
Y	345,184	354,633	426,210	364,210	347,878	334,510	395,371	359,200

№	9	10	11	Г 12	13	14	15	16
X	34,107	34,651	37,414	35,276	35,704	35,533	35,294	33,405
Y	332,615	351,956	372,090	350,584	354,474	351,436	339,685	334,016

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	36,543	35,687	35,587	35,260	36,911	33,817	36,359	34,271
Y	364,482	254,559	351,878	356,246	359,510	337,670	355,615	344,079

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	36,651	34,637	34,042	32,615	37,889	35,382	33,240	37,112
Y	360,592	335,513	322,068	331,807	377,846	339,851	334,936	376,543

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	36,886	37,035	37,723	37,867	38,931	37,719	34,781	37,218
Y	374,767	379,731	388,008	394,738	400,691	373,069	352,442	361,371

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	33,502	36,246	38,144	33,840	37,078	34,884	34,650	33,623
Y	333,646	373,063	373,210	341,391	366,498	341,177	333,630	334,934

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	36,237	32,838	36,905	34,075	37,869	32,562	38,143	34,008
Y	347,346	329,508	360,684	348,807	364,013	332,444	374,006	352,728

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	39,041	38,294	37,211	33,852	35,811	35,978	35,853	36,276
Y	404,613	391,147	362,980	335,400	357,803	359,042	359,709	356,353

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	34,614	35,335	35,223	34,204	36,596	34,828	34,432	31,005
Y	341,513	348,919	342,761	343,070	360,906	339,500	318,588	311,036

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	37,265	36,269	35,748	36,701	34,174	30,384	36,250	34,148
Y	375,249	361,747	360,608	358,916	312,750	299,291	353,814	328,095

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	33,622	36,045	36,348	35,927	37,928	36,5401	34,247	37,291
Y	333,998	362,172	363,482	368,511	383,866	357,484	346,905	360,483

№	89	90	91	92	93	94 ,	95	96
X	33,152	38,467	38,856	38,951	37,238	35,260	33,834	36,289
Y	340,517	400,994	405,739	398,518	370,076	341,381	337,515	354,921

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	34,289	34,463	32,788	39,770	39,025	37,567	32,087	37,278
Y	333,715	327,540	342,791	416,171	400,922	358,383	323,027	352,080

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	31,442	38,757	36,241	38,397	37,432	38,397	35,960	40,327
Y	323,057	391,561	374,231	393,351	387,366	386,235	380,457	416,376

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	37,796	34,863	36,570	32,691	38,963	36,401	35,352	36,240
Y	374,307	350,213	350,304	337,828	394,611	361,291	354,013	379,320

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	39,453	38,686	39,499	40,072	38,224	36,306	33,360	36,367
Y	411,050	406,514	418,241	415,641	385,995	350,623	332,662	363,359

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	35,859	34,528	36,151	35,956	35,358	37,474	32,939	38,774
Y	351,332	344,298	361,449	356,413	360,041	361,477	339,651	407,560

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	39,514	38,491	35,798	37,244	35,239	33,715	33,806	36,889
Y	410,776	386,491	363,785	370,044	340,576	324,208	340,098	372,333

№	145	146	147	148	149	150
X	36,524	33,330	36,536	38,733	37,224	35,155
Y	352,882	333,164	379,143	396,049	369,419	344,743

Вариант 18

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	37,006	33,903	42,954	37,179	37,467	33,412	39,890	37,760
Y	354,702	364,218	438,825	374,360	357,520	343,402	406,746	369,233

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	35,098	35,645	38,420	36,272	36,702	36,530	36,291	34,393
Y	341,577	361,589	382,593	360,221	364,271	361,121	348,969	342,969

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	37,546	36,686	36,585	36,257	37,916	34,807	37,361	35,263
Y	374,670	364,657	361,582	366,067	369,565	346,773	365,500	353,426

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	37,654	35,630	35,033	33,600	38,898	36,379	34,227	38,118
Y	370,662	344,610	330,681	340,626	388,574	349,147	343,905	387,168

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	37,890	38,040	38,731	38,875	39,945	38,721	35,775	38,224
Y	385,316	390,454	399,054	406,014	412,171	383,627	362,101	371,510

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	34,491	37,247	39,154	34,830	38,083	35,879	35,643	34,612
Y	342,595	383,507	383,807	350,618	376,793	350,478	342,667	343,933

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	37,238	33,824	37,909	35,066	38,878	33,547	39,152	34,999
Y	356,953	338,270	370,776	357,260	374,289	341,280	384,629	362,336

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	40,055	39,305	38,217	34,842	36,810	36,978	36,852	37,277
Y	416,301	402,339	373,171	344,432	367,717	369,010	369,688	366,256

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	35,608	36,332	36,220	35,195	37,598	35,822	35,424	31,982
Y	350,803	358,506	352,140	352,379	370,982	348,741	327,119	319,035

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	38,271	37,270	36,247	37,705	35,166	31,358	37,251	35,139
Y	385,843	371,825	370,608	368,936	321,070	306,878	363,632	336,913

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	34,611	37,045	37,349	36,927	38,937	37,542	32,239	38,297
Y	342,967	372,246	373,622	378,782	394,793	367,444	356,342	370,600

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	34,139	39,479	39,869	39,965	38,244	36,256	34,824	37,290
y	348,661	412,520,	417,450	410,001	380,500	350,717	346,615	364,778

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	35,281	35,456	33,773	40,787	40,039	38,574	33,069	38,284
Y	342,727	336,364	351,980	428,292	412,489	368,453	331,520	361,922

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	32,421	39,770	37,242	39,409	38,439	39,408	36,960	41,347
Y	331,500	402,802	384,712	404,623	398,367	397,275	391,120	428,547

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	38,804	35,858	37,572	33,676	39,977	37,403	36,349	37,241
Y	384,912	359,806	360,033	346,849	405,968	371,365	363,768	389,967

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	40,469	39,699	40,515	41,091	39,234	37,307	34,348	37,368
Y	422,980	418,236	430,408	427,768	397,013	360,342	341,567	373,497

№	129	130	131	132	133	134	135 I	136
X	36,858	35,521	37,151	36,956	36,355	38,481	33,925	39,787
Y	361,039	353,879	371,508	366,292	369,992	361,639	368,751	419,423

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	40,530	39,502	36,798	38,250	36,236	34,704	34,795	37,893
Y	422,701	397,546	373,893	380,467	349,885	332,866	349,280	382,803

№	145	146	147	148	149	150
X	37,526	34,318	37,542	39,746	38,230	36,151
Y	362,691	342,083	389,807	407,434	379,821	354,216

Варіант 19

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	38,00	34,889	43,982	38,180	38,469	34,395	40,903	38,764
Y	364,223	373,787	451,446	364,510	367,170	352,285	418,121	379,271

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	36,090	36,639	39,427	37,269	37,701	37,528	37,287	35,381
Y	350,540	371,218	393,099	369,858	374,069	370,807	358,259	351,917

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	38,549	37,684	37,584	37,254	38,920	35,797	38,363	36,546
Y	384,859	374,157	371,287	375,884	379,626	355,874	375,389	362,771

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	38,657	36,624	36,024	34,584	39,907	37,376	35,214	39,123
Y	380,736	353,710	339,301	349,438	399,305	358,450	352,870	397,792

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	38,894	39,894	39,045	39,739	40,958	39,735	36,770	39,230
Y	395,864	401,173	410,096	417,284	423,719	394,191	371,757	381,656

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	35,475	38,248	40,164	35,820	39,088	36,874	36,637	35,601
Y	351,540	393,947	394,410	359,840	387,092	359,781	351,708	352,930

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	38,235	34,809	38,913	36,058	39,887	34,531	40,162	35,990
Y	366,563	347,027	380,874	366,707	384,575	350,108	395,258	371,935

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	41,065	40,316	39,222	35,832	37,809	37,977	37,851	38,279
Y	457,987	413,530	383,368	353,463	377,630	378,977	379,667	376,163

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	36,602	27,329	37,216	36,187	38,601	36,817	36,417	32,277
Y	360,243	368,095	361,522	361,686	381,062	357,986	335,659	327,065

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	39,277	38,271	37,746	33,708	36,157	32,332	38,252	36,131
Y	396,439	381,904	380,607	378,960	329,402	314,460	373,455	345,735

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	35,600	38,045	38,351	37,927	39,946	38,545	36,231	39,303
Y	351,934	382,319	383,763	389,049	405,720	377,409	365,775	380,724

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	35,126	40,490	40,882	40,978	39,249	36,712	35,814	38,291
Y	358,798	424,041	429,156	421,483	390,927	360,058	355,710	374,640

№	97	98	98	100	101	102	103	104
X	36,274	36,448	34,759	41,804	41,053	39,582	34,051	39,290
Y	351,740	345,195	361,159	440,409	424,055	378,533	340,005	371,776

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	33,400	40,783	38,243	40,420	39,446	40,419	37,960	42,367
Y	339,933	414,045	395,189	415,893	409,365	408,317	401,772	440,717

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	39,812	36,852	38,575	34,661	40,991	38,405	37,346	38,242
Y	395,522	369,397	369,771	355,860	417,326	381,439	373,522	400,606

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	41,485	40,711	41,531	42,110	40,244	38,309	35,336	38,370
Y	434,907	429,953	442,569	439,894	408,033	370,067	350,469	383,636

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	37,857	36,514	38,152	37,955	37,352	39,488	34,911	40,800
Y	370,750	363,258	381,567	376,174	379,940	381,811	357,841	431,081

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	41,547	40,514	37,797	39,256	37,232	35,694	35,785	38,897
Y	434,624	408,605	383,997	390,894	359,199	341,527	358,458	393,273

№	145	146	147	148	149	150
X	38,529	35,305	38,544	40,759	39,236	37,147
Y	372,507	350,999	400,466	418,819	390,226	363,693

Вариант 20

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	39,006	34,889	43,009	39,181	39,471	35,379	41, 117	39,767
Y	373,761	383,338	464,072	394,659	376,830	361,157	429,498	389,314

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	37,081	37,633	40,433	38,266	38,699	38,526	38,284	36,369
Y	359,505	380,842	403,609	379,496	383,868	380,495	367,554	360,863

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	39,551	38,683	38,582	38,250	39,924	36,787	39,365	37,247
Y	375,050	383,957	380,993	385,699	389,693	364,972	385,284	372,112

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	39,660	37,618	37,015	35,568	40,916	38,373	36,201	40,128
Y	390,813	362,814	347,926	358,242	410,039	367,758	361,829	408,415

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	39,898	40,049	40,747	40,893	41,942	40,743	37,764	40,235
Y	406,410	411,889	421,136	428,550	435,267	404,759	381,408	391,810

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	36,468	39,249	41,174	36,810	40,093	37,869	37,631	36,590
Y	360,482	404,381	405,021	369,057	397,395	369,086	360,754	361,924

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	39,240	35,794	39,917	37,049	40,895	35,515	41,172	36,981
Y	376,190	355,779	390,978	376,148	394,870	358,927	405,894	381,526

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	42,083	41,326	40,228	36,822	38,808	38,977	38,851	39,280
Y	340,049	349,747	390,893	392,493	387,544	388,945	389,644	386,072

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	37,595	38,326	38,212	37,179	39,604	37,811	37,410	33,936
Y	369,385	377,685	370,908	370,989	391,144	367,232	344,210	335,068

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	40,283	39,273	38,744	39,711	37,149	33,306	39,254	37,122
Y	407,034	391,983	390,603	388,989	337,746	322,036	383,282	354,561

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	36,589	39,045	39,352	38,926	40,955	39,547	37,223	40,309
Y	360,898	392,392	393,904	399,311	416,641	387,873	375,203	390,856

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	36,113	41,501	41,895	41,992	40,255	38,250	36,804	39,293
Y	367,925	435,558	440,858	432,966	401,357	369,404	389,806	384,505

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	37,266	37,441	35,744	42,822	42,067	40,589	35,033	40,296
Y	360,756	354,031	370,323	452,522	435,20	388,624	348,485	381,641

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	34,379	41,795	39,244	41,431	40,452	41,430	38,960	43,387
Y	348,355	425,291	405,660	427,163	420,358	419,362	412,414	452,888

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	40,821	37,847	39,878	35,645	42,005	39,406	38,343	39,243
Y	406,136	378,85	359,516	364,861	428,687	391,517	383,274	411,238

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	42,501	41,724	42,547	43,129	41,255	39,310	36,323	39,372
Y	446,830	441,664	454,724	452,019	419,055	379,799	359,367	393,775

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	38,857	37,508	39,153	38,955	38,349	40,495	35,897	41,813
Y	380,463	372,635	391,626	386,057	389,883	391,991	366,922	442,833

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	42,563	41,525	38,796	40,261	38,229	36,683	36,775	39,901
Y	446,545	419,666	394,099	401,323	368,517	350,190	367,631	403,743

№	145	146	147	148	149	150
X	39,531	36,293	39,547	41,771	40,241	38,144
Y	382,330	359,910	411,119	430,204	400,634	373,176

Варіант 21

№	1	2	3	4	9	6	7	8
X	17,687	20,228	21,985	18,000	20,988	18,967	18,750	17,799
Y	190,089	205,351	204,575	193,176	202,240	192,626	189,576	190,573

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	18,247	18,751	21,309	19,329	19,726	19,567	19,346	17,598
Y	189,391	197,233	204,429	196,384	197,822	196,627	191,822	190,286

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	20,503	19,710	19,618	19,315	20,844	17,979	20,333	18,399
Y	201,633	197,864	196,788	198,758	199,393	191,631	198,009	194,109

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	20,603	18,738	18,187	16,866	21,749	19,427	17,444	21,030
Y	199,960	190,368	185,012	189,711	206,625	191,853	19,743	206,423

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	20,820	20,958	21,595	21,729	22,714	21,592	18,871	21,128
Y	205,780	207,789	210,945	213,694	215,683	204,703	197,379	200,036

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	20,006	17,146	25,488	20,165	20,430	16,693	22,664	20,700
Y	193,806	199,116	225,055	201,681	194,729	190,923	213,513	199,332

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	20,220	17,072	20,838	18,218	21,731	16,817	21,984	18,156
Y	194,608	188,652	199,887	195,753	200,852	190,001	204,908	197,839

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	22,816	22,125	21,121	18,011	19,825	19,979	19,864	20,256
Y	217,302	212,004	200,711	190,667	199,165	199,610	199,994	198,354

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	18,717	19,384	19,281	18,337	20,552	18,914	18,548	15,375
Y	192,885	195,662	193,139	193,717	200,116	191,950	183,386	181,741

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	21,172	20,249	19,767	20,649	18,309	14,800	20,232	18,285
Y	205,814	200,612	200,365	199,238	181,060	177,106	197,304	187,484

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	17,798	20,041	20,322	19,933	21,785	20,500	18,377	21,195
Y	190,183	200,888	201,302	203,589	209,123	198,711	195,301	199,633

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	17,363	22,284	22,644	22,733	21,146	19,315	17,995	20,267
Y	193,114	216,043	217,855	214,795	203,665	192,546	191,559	197,750

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	18,416	18,577	17,026	23,490	22,801	21,451	16,377	21,183
Y	189,770	187,113	194,225	221,811	215,767	198,633	186,275	196,127

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	15,780	22,553	20,223	22,220	21,326	22,219	19,963	24,006
Y	186,572	211,973	205,841	212,880	210,804	209,906	208,566	221,651

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	21,663	18,947	20,528	16,936	22,744	20,371	19,400	20,222
Y	205,187	196,412	195,697	192,194	213,157	200,363	197,784	207,968

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	23,198	22,487	23,239	23,771	22,059	20,283	17,556	20,339
Y	219,811	218,253	222,796	221,456	209,882	195,947	189,740	201,242

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	19,869	18,637	20,140	19,959	19,406	21,365	17,166	22,569
Y	196,440	194,171	200,539	198,520	200,300	199,967	192,846	218,652

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	23,254	22,306	19,813	21,152	19,296	17,884	17,968	20,823
Y	219,669	209,972	201,671	203,649	192,219	186,051	192,651	204,762

№	145	146	147	148	149	150
X	20,485	17,528	20,499	22,531	21,134	19,218
Y	196,794	189,963	207,762	213,859	203,396	193,780

Варіант 22

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	18,676	21,229	22,995	18,99	22,003	19,962	19,743	18,788
Y	199,082	215,864	215,066	202,471	212,481	201,897	198,552	199,616

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	19,238	19,745	22,315	20,326	20,724	20,565	20,343	18,586
Y	198,335	206,935	214,887	206,022	207,607	206,295	201,028	199,295

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	21,506	20,709	20,616	20,312	21,848	18,969	21,335	19,391
Y	211,803	207,653	206,472	208,62	209,36	200,779	207,83	203,504

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	21,606	19,731	19,178	17,851	22,758	20,424	18,431	22,035
Y	209,974	199,419	193,539	198,645	217,303	201,064	199,792	217,061

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	21,824	21,963	22,603	22,737	23,728	22,601	19,866	22,134
Y	216,352	218,555	222,028	225,042	227,248	215,195	207,098	210,072

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	21,006	18,131	26,515	21,166	21,433	17,676	23,677	21,704
Y	203,219	208,95	237,589	211,845	204,242	199,967	224,871	209,289

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	21,221	18,058	21,842	19,209	22,74	17,801	22,994	19,147
Y	204,103	197,492	209,9	205,299	210,984	198,961	215,431	207,581

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	23,83	23,135	22,127	19,001	20,824	20,979	20,863	21,257
Y	229,024	223,204	210,811	199,725	209,081	209,572	209,934	208,206

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	19,711	20,381	20,277	19,328	21,554	19,909	19,541	16,352
Y	202,170	205,231	202,467	203,070	210,143	201,161	191,170	189,880

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	22,177	21,25	20,765	21,653	19,301	15,774	21,233	19,276
Y	216,399	210,677	210,393	209,184	189,215	184,786	207,056	196,248

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	18,787	21,042	21,323	20,932	22,794	21,502	19,369	22,201
Y	199,188	210,973	211,434	213,927	220,04	208,603	204,808	209,633

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	18,35	23,296	23,658	23,746	22,152	20,311	18,985	21,269
Y	202,385	227,63	229,624	226,276	214,045	201,819	200,740	207,545

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	19,408	19,569	18,011	24,508	23,815	22,458	17,359	22,189
Y	198,755	195,851	203,591	233,979	227,343	208,546	194,869	205,794

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	16,758	23,566	21,224	23,231	22,333	23,23	20,963	25,026
Y	195,177	223,182	216,401	224,165	221,867	220,92	219,377	233,819

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	22,671	19,942	21,53	17,921	23,758	21,373	20,397	21,223
Y	215,727	206,041	205,305	201,365	224,483	210,408	207,557	218,73

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	24,214	23,5	24,256	24,79	23,069	21,285	18,543	21,341
Y	231,781	230,055	235,05	233,599	220,879	205,571	198,696	211,37

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	20,868	19,63	21,14	20,959	20,403	22,372	18,152	23,582
Y	206,099	203,579	210,594	208,379	210,312	210,003	202,086	230,494

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	24,27	23,318	20,812	22,158	20,292	18,874	18,958	21,827
Y	231,628	220,984	211,824	214,028	201,461	194,667	201,896	215,237

№	145	146	147	148	149	150
X	21,487	18,515	21,502	23,543	22,139	20,214
Y	206,505	198,94	218,512	225,246	213,751	203,182

Варіант 23

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	19,664	22,23	24,005	19,98	23,008	20,957	20,737	19,777
Y	208,073	226,374	225,563	211,762	222,726	211,17	207,331	208,656

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	20,23	20,739	23,322	21,323	21,723	21,563	21,34	19,574
Y	207,279	216,632	225,347	215,66	217,393	215,964	210,238	208,301

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	22,508	21,708	21,614	21,308	22,852	19,959	22,336	20,383
Y	221,973	217,443	216,158	218,48	219,332	209,925	217,654	212,897

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	22,609	20,725	20,169	18,835	23,767	21,422	19,419	23,04
Y	219,991	208,472	202,07	207,572	227,985	210,28	208,835	227,699

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	22,829	22,968	23,611	23,746	24,741	23,608	20,86	23,139
Y	226,922	229,319	233,11	236,386	238,812	225,691	216,813	220,114

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	22,006	19,117	27,543	22,167	22,435	18,660	24,690	22,707
Y	212,638	218,769	250,128	222,008	213,763	209,001	236,23	219,251

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	22,222	19,043	22,846	20,207	23,748	18,785	24,004	20,138
Y	213,605	206,326	219,918	214,839	221,123	207,913	225,96	217,315

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	24,844	24,146	23,133	19,991	21,823	21,979	21,862	22,258
Y	240,743	234,403	220,916	208,781	218,997	219,535	219,924	218,065

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	20,704	21,378	21,274	20,32	22,557	20,904	20,533	17,329
Y	211,462	214,805	211,799	212,427	220,173	210,363	200,161	198,005

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	23,183	22,251	21,764	22,656	20,292	16,748	22,234	20,268
Y	226,985	220,743	220,419	219,135	197,381	192,46	216,811	205,015

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	19,776	22,042	22,325	21,932	23,803	22,505	20,361	23,207
Y	208,192	221,058	221,568	224,261	230,957	218,499	214,312	219,639

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	19,337	24,307	24,671	24,76	23,158	21,308	19,975	22,27
Y	211,648	239,213	241,389	237,758	224,428	211,096	209,84	217,343

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	20,4	20,562	18,996	25,525	24,829	23,466	18,341	23,195
Y	207,741	204,593	212,947	246,145	238,918	218,468	203,457	215,471

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	17,737	24,578	22,225	24,242	23,339	24,241	21,963	26,046
Y	203,772	234,393	226,956	235,45	232,926	231,915	230,179	245,988

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	23,679	20,937	22,533	18,906	24,771	22,375	21,394	22,224
Y	226,271	215,668	214,919	210,527	235,812	220,455	217,328	229,485

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	25,23	24,512	25,272	25,809	24,08	22,286	19,531	22,343
Y	243,749	241,853	247,3	245,741	231,877	215,2	207,65	221,498

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	21,868	20,623	22,141	21,959	21,443	23,379	19,138	24,595
Y	215,761	212,985	220,649	218,239	220,319	220,047	211,317	242,332

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	25,286	24,329	21,812	23,163	21,288	19,863	19,948	22,832
Y	243,585	231,999	221,974	224,41	210,707	203,286	211,136	225,712

№	145	146	147	148	149	150
X	22,49	19,503	22,504	24,556	23,145	21,21
Y	216,221	207,914	229,257	236,633	224,109	212,589

Варіант 24

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	20,653	23,231	25,015	20,97	24,013	21,951	21,731	20,766
Y	217,061	236,88	236,067	221,049	232,974	220,444	216,514	217,694

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	21,221	21,732	24,329	22,319	22,721	22,561	22,336	20,561
Y	216,225	226,326	235,81	225,298	227,18	225,634	219,454	217,304

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	23,511	22,706	22,612	22,305	23,857	20,949	23,338	21,375
Y	232,145	227,233	225,845	228,337	229,31	219,067	227,483	222,286

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	23,612	21,719	21,16	19,819	24,776	22,419	20,406	24,045
Y	230,012	217,528	210,607	216,492	238,669	219,501	217,874	238,336

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	23,833	23,973	24,619	24,754	25,755	24,616	21,854	24,145
Y	237,492	240,08	244,189	247,725	250,376	236,191	226,525	230,162

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	23,006	20,103	28,57	23,167	23,437	19,643	25,704	23,711
Y	222,063	228,573	262,672	232,171	223,291	218,027	247,59	229,217

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	22,113	25,157	22,941	24,374	23,271	26,858	23,494	22,041
Y	213,605	206,326	219,918	214,839	221,123	207,913	225,96	217,315

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	25,858	25,156	24,138	20,981	22,822	22,979	22,862	23,259
Y	252,461	245,601	231,027	217,836	228,913	229,498	229,914	227,918

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	21,698	22,375	22,27	21,312	23,56	21,898	21,526	18,306
Y	220,751	228,378	221,134	221,778	230,206	219,573	208,561	206,126

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	24,189	23,253	22,763	28,659	21,284	17,722	23,235	21,259
Y	237,571	230,809	230,444	220,09	205,556	200,128	226,57	213,785

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	20,765	23,042	23,327	22,932	24,812	23,507	21,352	24,213
Y	217,193	231,142	231,701	234,591	241,875	228,44	223,811	229,653

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	20,324	25,319	25,684	25,774	24,163	22,304	20,965	23,271
Y	220,904	250,793	253,152	249,24	234,814	220,377	218,976	227,145

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	21,392	21,555	19,982	26,543	25,843	24,473	19,323	24,201
Y	216,728	213,34	222,292	258,309	250,493	228,399	212,039	225,159

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	18,716	25,591	23,226	25,253	24,346	25,252	22,963	27,066
Y	212,357	245,606	237,507	246,733	243,981	242,923	240,973	258,157

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	24,688	21,931	23,536	19,89	25,785	23,377	22,391	23,225
Y	236,818	225,293	224,541	219,681	247,142	230,503	227,098	240,233

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	26,246	25,525	26,288	26,827	25,09	23,287	20,519	23,345
Y	255,715	253,646	259,544	257,883	242,876	224,835	216,6	231,627

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	22,867	21,617	23,142	22,958	22,397	24,386	20,124	25,607
Y	225,425	222,39	230,705	228,132	230,323	230,099	220,54	254,165

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	26,303	25,341	22,811	24,169	22,285	20,852	20,938	23,836
Y	255,54	243,016	232,122	234,794	219,956	211,907	220,373	236,187

№	145	146	147	148	149	150
X	23,492	20,491	23,507	25,569	24,151	22,206
Y	225,943	216,883	239,997	248,02	234,469	221,999

Варіант 25

№	1	2	3	4	5	6	7	8
X	21,641	24,232	26,025	21,96	25,018	22,946	22,725	21,755
Y	226,046	247,381	246,577	230,332	243,225	229,721	225,5	226,728

№	9	10	11	12	13	14	15	16
X	22,212	22,726	25,335	23,316	23,72	23,559	23,333	21,549
Y	225,171	236,015	246,276	234,936	236,968	235,304	228,673	226,303

№	17	18	19	20	21	22	23	24
X	24,513	23,705	23,61	23,301	24,861	21,939	24,34	22,367
Y	242,318	237,024	235,533	238,192	239,292	228,207	237,315	231,673

№	25	26	27	28	29	30	31	32
X	24,615	22,712	22,151	20,804	25,784	23,416	21,393	25,051
Y	240,035	226,586	219,149	225,405	249,357	228,727	226,909	248,973

№	33	34	35	36	37	38	39	40
X	24,837	24,978	25,627	25,763	26,768	25,624	22,849	25,151
Y	248,059	250,838	255,266	259,061	261,939	246,695	236,233	240,217

№	41	42	43	44	45	46	47	48
X	24,006	21,089	29,598	24,168	24,439	20,627	26,717	24,714
Y	231,495	238,362	275,221	242,332	323,827	227,044	258,951	239,187

№	49	50	51	52	53	54	55	56
X	24,224	21,014	24,855	22,182	25,766	20,753	26,023	22,119
Y	232,628	223,982	239,969	233,903	241,428	225,796	247,035	236,758

№	57	58	59	60	61	62	63	64
X	26,872	26,167	25,144	21,971	23,821	23,979	23,861	24,261
Y	264,177	256,8	241,143	226,889	238,828	239,461	239,902	237,778

№	65	66	67	68	69	70	71	72
X	22,691	23,372	23,266	22,303	24,563	22,893	22,519	19,283
Y	230,04	233,952	230,471	231,125	240,242	228,785	216,97	214,24

№	73	74	75	76	77	78	79	80
X	25,195	24,254	23,762	24,662	22,275	18,696	24,236	22,251
Y	248,158	240,877	240,467	239,05	213,74	207,79	236,333	222,559

№	81	82	83	84	85	86	87	88
X	21,754	24,042	24,328	23,931	25,821	24,51	22,344	25,219
Y	226,192	241,225	241,835	244,918	252,793	238,304	233,306	239,674

№	89	90	91	92	93	94	95	96
X	21,311	26,33	26,697	26,787	25,169	23,301	21,955	24,273
Y	230,152	262,37	264,911	260,722	245,203	229,662	228,11	236,951

№	97	98	99	100	101	102	103	104
X	22,384	22,548	20,967	27,56	26,857	25,48	20,304	25,207
Y	225,717	222,093	231,627	270,469	262,067	238,339	220,614	234,857

№	105	106	107	108	109	110	111	112
X	19,695	26,604	24,227	26,264	25,353	26,264	23,963	28,086
Y	220,933	256,821	248,054	258,016	255,033	253,933	251,758	270,326

№	113	114	115	116	117	118	119	120
X	25,696	22,926	24,538	20,875	26,799	24,379	23,388	24,226
Y	247,37	234,916	234,17	228,825	258,475	240,553	236,868	250,974

№	121	122	123	124	125	126	127	128
X	27,262	26,537	27,304	27,846	26,134	24,289	21,507	24,346
Y	267,679	265,435	271,784	270,024	253,876	234,476	225,547	241,756

№	129	130	131	132	133	134	135	136
X	23,866	22,610	24,142	23,958	23,394	25,392	21,109	26,620
Y	235,092	231,793	240,761	237,962	240,324	240,158	229,755	265,994

№	137	138	139	140	141	142	143	144
X	27,319	26,352	23,81	25,175	23,281	21,842	21,928	24,84
Y	267,493	254,036	242,267	245,181	229,21	220,531	229,606	246,661

№	145	146	147	148	149	150
X	24,495	21,478	24,509	26,581	25,156	23,202
Y	235,67	225,85	250,733	259,407	244,833	231,415

5. ЗНАЙОМЛЕННЯ УЧНІВ X-XI КЛАСІВ З ЕЛЕМЕНТАМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ В ФОРМІ ДІЛОВОЇ ГРИ "ДОСЛІДНИК"

На даний час шкільний курс математики базується на концепції механічного детермінізму, згідно з яким оточуючий нас світ - проста, безпосередня необхідність, яка виключає випадковість. Нерідко це приводить до того, що випускники шкіл, особливо тих, які пов'язані з виробництвом, науковими дослідженнями, з труднощами вивчають ймовірно-статистичну теорію. На наш погляд це наслідки нерозвинутого в шкільні роки статистичного мислення.

"Зараз вкрай необхідно включати в шкільний курс навчання

елементи теорії ймовірностей і математичної статистики. В цьому мають потребу і математична підготовка школярів, і наступна практична діяльність їх, і міжпредметні зв'язки..."[4]. Крім того знайомство з дискретними випадковими величинами буде корисно для учнів, оскільки дискретна математика завойовує все більше місця в розділах вищої математики, які вивчаються у вищих навчальних закладах.

Діючі шкільні програми ще не включають ознайомлення учнів з цим розділом математики, за винятком спецкіл. Тому необхідно організувати його вивчення на факультативах і в математичних гуртках.

Пропонуємо варіант такого ознайомлення у формі ділової гри (ДГ) "Дослідник" для учнів X-XI класів.

5.1. МЕТОДИКА ОРГАНІЗАЦІ І ПРОВЕДЕННЯ ДІЛОВОЇ ГРИ "ДОСЛІДНИК"

5.1.1. Імітована ситуація

Група учнів 12-15 чол. імітує діяльність науково-дослідного сектора (НДС), що складається з відділів, які займаються дослідженням в області медицини, педагогіки і виробництва. Ігрова модель наведена на рис.1.

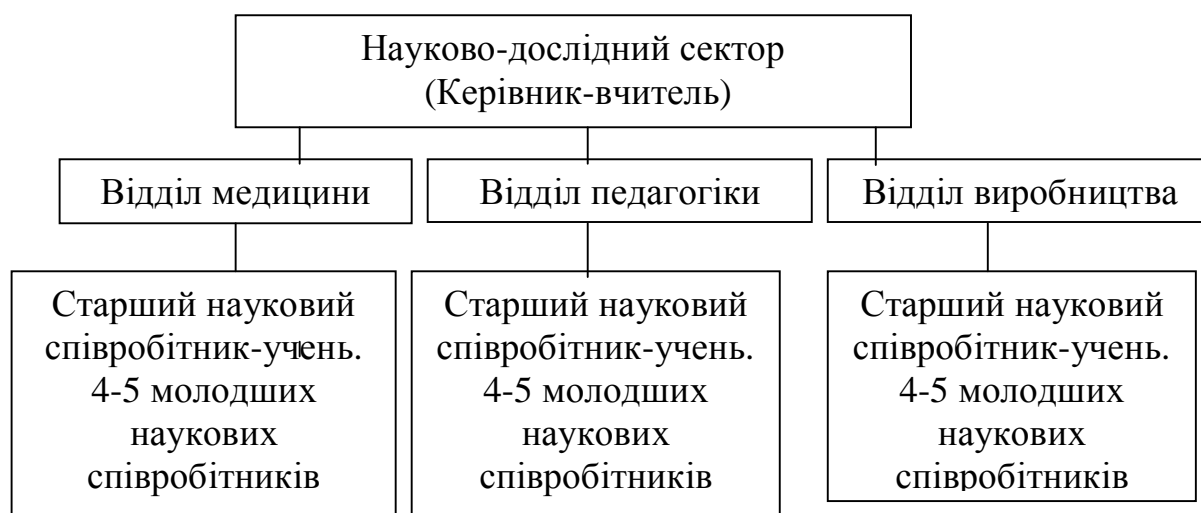


Рис. 1.

5.1.2. Функції учасників гри

Керівник НДС - забезпечує підлеглих завданнями і списком літератури, керує виконанням завдання вчасно консулює, оцінює роботу старших наукових співробітників (СНС).

Старший науковий співробітник організовує виконання завдань відділом, консулює, оцінює роботу підлеглих, звітує на засіданні сектора про виконану роботу.

Молодший науковий працівник (МНС) виконує завдання згідно з планом, відповідає перед СНС за доручену роботу.

5.1.3. Алгоритм проведення ДГ "Дослідник"

I Етап. Підготовчий

Перше засідання гуртка

Ознайомити учасників гри з історією виникнення і розвитку теорії ймовірностей, сучасними проблемами медицини, педагогіки і виробництва та їх вирішення за допомогою ймовірнісно-статистичних методів, умовами гри і функціями її учасників. Розподілити ролі, вибрати СНС, видати завдання №1.

Друге засідання гуртка

Прослухати і обговорити теоретичні питання і рішення задач кожним відділом, оцінити роботу МНС і СНС, видати завдання №2.

II Етап. Дослідження реальних параметрів

Третє засідання гуртка

Прослухати і обговорити теоретичні питання і рішення задач кожним відділом, оцінити роботу, видати теоретичні питання завдання №3.

Під час **четвертого і п'ятого засідань гуртка** організувати відвідування підприємств, університетів з метою практичного ознайомлення із проблемами управління якістю продукції, дослідженнями в області медицини і педагогіки, отримання реальних параметрів для дослідження. Якщо така можливість відсутня, пропонуємо використовувати задачі завдання №3.

III Етап. Аналіз результатів дослідження

Шосте засідання гуртка

Проаналізувати результати досліджень відділів, зробити висновки. Особливу увагу звернути на математичні сподівання та дисперсії, їх значення для X_1 , X_2 в порівнянні з X_3 , X_4 .

Вислухати і оцінити роботу відділів і кожного учасника гри. Визначити переможців.

5.2. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ГРИ

Завдання №1.

Тема: "Випадкові події"

Теоретичні питання.

- 1). Простір елементарних подій.
- 2). Класифікація випадкових подій.
- 3). Частота подій. Статистичне визначення ймовірності.
- 4). Класичне визначення ймовірності.
- 5). Властивості ймовірності випадкової події.

Задачі:

Відділу медицини

- 1). Довести, що для будь-яких подій A, B, C $(A+B)C=AC+BC$.
- 2). В полі спостереження мікроскопа знаходяться чотири клітини. За час

спостереження кожна з них може розділитись або не розділитись. Опишіть елементарні події. Нехай події: А - розділилась одна клітина, В - розділилась хоча б одна клітина, С - розділились не менше двох клітин, Д - розділились всі чотири клітини. В чому полягають події А+В, АВ, В+С, ВС; чи правильні рівності ВД=СД, ВС=Д?

3). Вісім чоловік, які прийшли на прийом до лікаря, випадково сідають на стільці біля кабінету терапевта. Знайти ймовірність того, що два з них хворі і вони сіли поруч.

4). Ймовірність того, що на прийом в поліклініку протягом місяця приходить щоденно до 200 чоловік дорівнює 0,03. Яка ймовірність того, що протягом перших трьох днів місяця кількість хворих буде меншою 200?

Відділу педагогіки

1). Довести, що для будь-яких подій А і В мають місце рівності $\overline{A+B} = \overline{A}\overline{B}$; $\overline{AB} = \overline{A+B}$

2). Вказати простір елементарних подій отримання 3-ма учнями оцінки, яка лежить між 1 і 5.

3). В класі 30 учнів, серед яких 6 відмінників. За списком навмання вибрали 8 учнів. Знайти ймовірність того, що серед відібраних учнів 3 відмінники.

4). Серед 25 екзаменаційних білетів 5 "добрих". Два учні беруть по одному білету. Знайти ймовірність того, що вони взяли "добрі" білети.

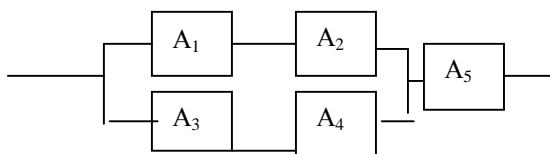
Відділу виробництва

1). Нехай А і В - випадкові події, С - достовірна подія. Довести, що АВ, А, А+В складають повну групу подій.

2). З 15 радіоприймачів жеребкуванням вибирають 3, а потім перевіряють. Перевірка показує чи справний приймач (А), чи несправний (Б). Вкажіть простір подій, який відповідає цьому експерименту.

3). В коробці 15 деталей, які мало відрізняються одна від одної. З них 7-першого виду, 5 - другого, 3 - третього. Яка ймовірність того, що з 8-ми взятих деталей чотири деталі будуть 1-го виду, три - 2-го а одна - 3-го.

4). Електричне коло складене з елементів A_k , $k=1,2,3,4,5$,



При виході з ладу будь-якого елемента коло в місці його включення розривається. Ймовірність виходу з ладу за даний період елемента A_k дорівнює P_k , $k=1,2,3,4,5$. Передбачається, що елементи виходять з ладу незалежно один від одного. Знайти ймовірність того, що в колі за період, що розглядається, може проходити струм.

Завдання №2

Тема: "Випадкові події (продовження)

Теоретичні питання.

- 1). Умовна ймовірність випадкової події.
- 2). Формула повної ймовірності.
- 3). Формула Бейєса.
- 4). Схема випробувань Бернуллі. Формула Бернуллі.

Задачі:

Відділу медицини

- 1). Лічильник реєструє частинки трьох типів А, В, С. Ймовірність появи цих частинок $P(A)=0,3$; $P(B)=0,3$; $P(C)=0,4$. Частинки кожного із цих типів лічильник реєструє згідно з ймовірністю $P_1=0,9$; $P_2=0,4$; $P_3=0,5$. Лічильник зареєстрував частинку. Визначити ймовірність того, що це частинка С.
- 2). Припустимо, що 5% всіх чоловіків і 0.25% всіх жінок - дальтоніки. Навмання вибрали людину-дальтоніка. Яка ймовірність того, що це чоловік (вважати, що кількість чоловіків і жінок однакова)?
- 3). У випадково вибраній сім'ї 6 дітей. Вважаючи, що ймовірність народження хлопчиків і дівчаток однакові, визначити ймовірність того, що у вибраній сім'ї буде 4 хлопчики і 2 дівчинки.

Відділу педагогіки

- 1). В обчислювальній лабораторії є 10 автоматів і 5 напіваавтоматів. Ймовірність того, що під час виконання розрахунків автомат не вийде з ладу, дорівнює 0,95, а для напіваавтомата - 0,8. Учень на вибраній машині проводить розрахунки. Знайти ймовірність того, що до кінця розрахунків машина не вийде з ладу.
- 2). В загоні 70% десятикласників. Серед учнів 10 класу 10% дівчат, а серед учнів 9 класу - 5% дівчат. Всі дівчата по черзі чергують на кухні. Знайти ймовірність того, що в вибраний день на кухні чергує десятикласниця.
- 3). В класі 30 учнів - 20 хлопчиків і 10 дівчаток. На кожне з трьох запитань вчителя відповіли по одному учневі. Яка ймовірність того, що серед відповідаючих були два хлопчики і одна дівчинка?

Відділу виробництва

- 1). Є 2 партії виробів по 12 і 10 штук, причому в кожній партії один виріб бракований. Виріб взяли навмання з першої партії і переклали в другу, після чого вибирають виріб з другої партії. Знайти ймовірність того, що цей виріб не бракований.
- 2). В телевізійному ательє є 4 кінескопи. Ймовірності того, що кінескоп відпрацює гарантійний строк, відповідно рівні 0,8, 0,85, 0,9, 0,95. Знайти

ймовірність того, що випадково взятий кінескоп відпрацює гарантійний строк роботи.

3). Ймовірність виготовлення на автоматичному станку стандартної деталі дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що із п'яти навмання взятих деталей три будуть стандартними.

Завдання №3

Тема: "Випадкові величини"

Теоретичні питання.

- 1). Випадкова величина.
- 2). Закон розподілення дискретної випадкової величини .
- 3). Математичне сподівання дискретної випадкової величини і його властивості.
- 4). Дисперсія випадкової дискретної величини.

Задачі:

Відділу медицини

При дослідженні впливу загартування на кількість простудних захворювань групи дітей дошкільного віку були отримані з імовірнісними наслідками випадкові величини: X_1 - гостра респіраторно-вірусна інфекція (кількість до загартування); X_2 - бронхіт (кількість до загартування); X_3 - гостра респіраторно-вірусна інфекція (кількість після загартування); X_4 - бронхіт (кількість після загартування). Дані в таблиці.

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X_1	4	7	1	6	4	1	4	3	6	2	1	2
X_2	3	1	0	4	3	2	3	3	2	5	8	7
X_3	2	5	2	6	3	0	2	0	2	2	1	1
X_4	2	1	1	4	2	1	0	2	1	2	1	2

Записати закон розподілу випадкових величин X_1, X_2, X_3, X_4 . Знайти математичне сподівання і дисперсію для кожного параметра.

Відділу педагогіки

В результаті перевірки контрольних робіт з математики і фізики учнів X класів шкіл міста були отримані дані про кількість незадовільних оцінок відповідно X_1 і X_2 . Після проведення додаткових занять з використанням активних методів навчання знову провели контрольні роботи і отримали дані X_3 і X_4 . Отримані результати наведені в таблиці.

Школи	1	2	3	4	5	6	7
X_1	7	12	10	5	12	8	9
X_2	11	10	8	8	7	8	7
X_3	6	6	3	2	5	3	3
X_4	5	7	2	3	7	4	6

Записати закон розподілу випадкових величин X_1, X_2, X_3, X_4 . Знайти математичне сподівання і дисперсію даних випадкових величин.

Відділу виробництва

На конвеєрній лінії складання відеотерміналів було організовано дві дільниці технічного контролю: 1 - металізація плат, 2 - напрацювання до першої відмови (випробування готових виробів). В результаті були виявлені браковані вироби в кількості, відповідно, X_1 і X_2 .

Після вжиття заходів для покращення якості складання відеотерміналів знову був проведений технічний контроль на цих дільницях, в результаті чого отримали дані X_3 і X_4 . Отримані значення наведені в таблиці.

Дні	1	2	3	4	5	6	7
X_1	6	12	15	12	3	6	9
X_2	7	4	6	11	7	6	3
X_3	10	2	7	5	3	6	7
X_4	5	7	4	5	3	7	3

Записати закон розподілу випадкових величин X_1, X_2, X_3, X_4 . Знайти математичне сподівання і дисперсію даних випадкових величин.

Система стимулювання

Робота учасників гри оцінюється в балах згідно з таблицею.

Оцінкові показники	Бали	
	Преміальні	Штрафні
1. Знання теоретичного матеріалу співробітниками відділу	20	-20
2. Розв'язання однієї задачі	10	-10
3. Консультації керівника НДС		-5
4. Консультації керівника СНС		-3
5. Порушення трудової дисципліни (запізнення, пропуски)		-5 -8
6. Об'єктивність нарахування балів підлеглим	10	-10

Значення функції Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$	<i>x</i>	$\Phi(x)$
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,00	0,0000	0,06	0,239	0,12	0,0478	0,18	0,0714
0,01	0,0040	0,07	0,0279	0,13	0,0517	0,19	0,0753
0,02	0,0080	0,08	0,0319	0,14	0,0557	0,20	0,0793
0,03	0,0120	0,09	0,0359	0,15	0,0596	0,21	0,0832
0,04	0,0160	0,10	0,0398	0,16	0,0636	0,22	0,0871
0,05	0,0199	0,11	0,0438	0,17	0,0675	0,23	0,0910
0,24	0,0943	0,74	0,2703	1,23	0,3907	1,75	0,4599
0,25	0,0937	0,75	0,2734	1,24	0,3925	1,76	0,4608
0,26	0,1026	0,76	0,2764	1,25	0,3944	1,77	0,4616
0,27	0,1064	0,77	0,2794	1,27	0,3980	1,78	0,4625
0,28	0,1103	0,78	0,2823	1,28	0,3997	1,79	0,4633
0,29	0,1141	0,79	0,2353	1,29	0,4015	1,80	0,4641
0,30	0,1178	0,80	0,2331	1,30	0,4032	1,81	0,4649
0,31	0,1217	0,81	0,2910	1,33	0,4049	1,82	0,4656
0,32	0,1255	0,82	0,2939	1,34	0,4066	1,83	0,4664
0,33	0,1293	0,83	0,2967	1,35	0,4082	1,84	0,4671
0,34	0,1331	0,84	0,2995	1,36	0,4131	1,85	0,4678
0,35	0,1368	0,85	0,3023	1,37	0,4147	1,86	0,4686
0,36	0,1406	0,86	0,3051	1,38	0,4162	1,87	0,4693
0,37	0,1430	0,87	0,3078	1,39	0,4177	1,88	0,4699
0,38	0,1480	0,88	0,3106	1,40	0,4192	1,89	0,4706
0,39	0,1517	0,89	0,3133	1,41	0,4207	1,90	0,4713
0,40	0,1554	0,90	0,3190	1,42	0,4222	1,91	0,4719
0,41	0,1591	0,91	0,3186	1,43	0,4326	1,92	0,4726
0,42	0,1628	0,92	0,3212	1,44	0,4251	1,93	0,4732
0,43	0,1164	0,93	0,3238	1,45	0,4265	1,94	0,4738
0,44	0,1700	0,94	0,3264	1,46	0,4279	1,95	0,4744
0,45	0,1736	0,95	0,3289	1,47	0,4292	1,96	0,4750
0,46	0,1772	0,96	0,3315	1,48	0,4306	1,97	0,4756
0,47	0,1808	0,97	0,3340	1,49	0,4319	1,98	0,4761
0,48	0,1844	0,98	0,3365	1,50	0,4332	1,99	0,4767
0,49	0,1879	0,99	0,3389	1,51	0,4345	2,00	0,4772
0,50	0,1915	1,00	0,3413	1,52	0,4357	2,02	0,4783

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
0,51	0,1950	1,01	0,3438	1,53	0,4370	2,04	0,4793
0,52	0,1985	1,02	0,3461	1,54	0,4382	2,06	0,4807
0,53	0,2019	1,03	0,3485	1,55	0,4394	2,08	0,4812
0,54	0,2054	1,04	0,3508	1,56	0,4406	2,10	0,4821
0,55	0,2088	1,05	0,3531	1,57	0,4448	2,12	0,4830
0,56	0,2123	1,06	0,3554	1,58	0,4429	2,14	0,4838
0,57	0,2157	1,07	0,3577	1,59	0,4441	2,16	0,4846
0,58	0,2190	1,08	0,3599	1,60	0,4452	2,18	0,4854
0,59	0,2224	1,09	0,3621	1,61	0,4463	2,20	0,4861
0,60	0,2257	1,10	0,3643	1,62	0,4474	2,22	0,4868
0,61	0,2291	1,11	0,3665	1,63	0,4484	2,24	0,4875
0,62	0,2324	1,12	0,3686	1,64	0,4495	2,26	0,4881
0,63	0,2357	1,13	0,3708	1,65	0,4505	2,28	0,4837
0,64	0,2389	1,14	0,3729	1,66	0,4515	2,30	0,4893
0,65	0,2422	1,15	0,3749	1,67	0,4525	2,32	0,4798
0,66	0,2454	1,16	0,3770	1,68	0,4535	2,34	0,4904
0,67	0,2486	1,17	0,3790	1,69	0,4545	2,36	0,4909
0,68	0,2517	1,18	0,3810	1,70	0,4554	2,38	0,4913
0,69	0,2549	1,19	0,3830	1,71	0,4564	2,40	0,4918
0,70	0,2580	1,20	0,3849	1,72	0,4573	2,42	0,4922
0,71	0,2611	1,21	0,3869	1,73	0,4582	2,44	0,4906
0,72	0,2642	1,22	0,3883	1,74	0,4591	2,46	0,4931
0,73	0,2673						
2,48	0,4934	2,64	0,4959	2,80	0,4974	2,98	0,49856
2,50	0,4938	2,66	0,4961	2,82	0,4976	3,00	0,49865
2,52	0,4941	2,68	0,4963	2,84	0,4977	3,20	0,49931
2,54	0,4945	2,70	0,4965	2,86	0,4979	3,40	0,49966
2,56	0,4948	2,72	0,4967	2,88	0,4980	3,60	0,49984
2,58	0,4951	2,74	0,4969	2,90	0,4981	3,80	0,499928
2,60	0,4953	2,76	0,4971	2,92	0,4982	4,00	0,499968
2,62	0,4956	2,78	0,4973	2,94	0,4984	5,00	0,499997

Значення функції

$$j(z) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3816	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0043	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0049	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Квантилі розподілу Колмогорова $D_n \sqrt{n}$

$b \backslash n$	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	2	3	4	5	6
10	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489
11	0.308	0.352	0.391	0.437	0.468
12	0.296	0.338	0.375	0.419	0.449
13	0.285	0.325	0.361	0.404	0.432
14	0.275	0.314	0.349	0.390	0.418
15	0.266	0.304	0.338	0.377	0.404
16	0.258	0.295	0.327	0.366	0.392
17	0.250	0.286	0.318	0.355	0.381
18	0.244	0.279	0.309	0.346	0.371
19	0.237	0.271	0.301	0.337	0.361
20	0.232	0.265	0.294	0.329	0.352
21	0.226	0.259	0.287	0.321	0.344
22	0.221	0.253	0.281	0.314	0.337
23	0.216	0.247	0.275	0.307	0.330
24	0.212	0.242	0.269	0.301	0.323
25	0.208	0.238	0.264	0.295	0.317
26	0.204	0.233	0.259	0.290	0.311
27	0.200	0.229	0.254	0.284	0.305
28	0.197	0.225	0.250	0.279	0.300
29	0.193	0.221	0.246	0.275	0.295
30	0.190	0.218	0.242	0.270	0.290
31	0.184	0.211	0.234	0.262	0.281
32	0.179	0.205	0.227	0.254	0.273
34	0.174	0.199	0.221	0.247	0.265
36	0.170	0.194	0.215	0.241	0.258
38	0.165	0.189	0.210	0.235	0.252
40	0.162	0.185	0.205	0.229	0.246
42	0.158	0.181	0.201	0.224	0.241
44	0.155	0.177	0.196	0.219	0.235
46	0.151	0.173	0.192	0.215	0.231
48	0.148	0.170	0.188	0.211	0.226
50	0.146	0.166	0.185	0.207	0.222
52	0.143	0.163	0.181	0.203	0.218
54	0.140	0.160	0.178	0.199	0.214
56	0.138	0.158	0.175	0.196	0.210
58	0.136	0.155	0.172	0.193	0.207

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
60	0.134	0.153	0.170	0.190	0.203
62	0.132	0.150	0.167	0.187	0.200
64	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489
66	0.130	0.148	0.164	0.184	0.197
68	0.128	0.146	0.163	0.181	0.194
70	0.126	0.144	0.160	0.179	0.192
72	0.124	0.142	0.158	0.176	0.189
74	0.122	0.140	0.155	0.174	0.187
76	0.121	0.138	0.153	0.172	0.184
78	0.119	0.136	0.151	0.169	0.182
80	0.118	0.135	0.150	0.167	0.179
82	0.116	0.133	0.148	0.165	0.177
84	0.115	0.131	0.146	0.163	0.175
86	0.114	0.130	0.144	0.161	0.173
88	0.112	0.128	0.143	0.160	0.171
90	0.111	0.127	0.141	0.158	0.169
92	0.110	0.126	0.140	0.156	0.168
94	0.109	0.124	0.138	0.154	0.166
96	0.108	0.123	0.137	0.153	0.164
98	0.107	0.122	0.135	0.151	0.162
100	0.106	0.121	0.134	0.150	0.161
n>100	1.07	1.22	1.36	1.52	1.63

Квантилі розподілу Пірсона (χ^2)

Число k ст.вільності	Рівень значущості α						
	0,95	0,975	0,99	k	0,95	0,975	0,99
1	0.0039	0.00098	0.00016	16	7.96	6.91	5.81
2	0.103	0.051	0.020	17	8.67	7.56	6.41
3	0.352	0.216	0.115	18	9.39	8.23	7.01
4	0.711	0.484	0.297	19	10.1	8.91	7.63
5	1.15	0.831	0.554	20	10.9	9.59	8.26
6	1.64	1.24	0.872	21	11.6	10.3	8.90
7	2.17	1.69	1.24	22	12.3	11.0	9.51
8	2.73	2.18	1.65	23	13.1	11.7	10.2
9	3.33	2.70	2.09	24	13.8	12.4	10.9
10	3.94	3.25	2.56	25	14.6	13.1	11.5
11	4.57	3.82	3.05	26	15.4	13.8	12.2
12	5.23	4.40	3.57	27	16.2	14.6	12.9
13	5.89	5.01	4.11	28	16.9	15.3	13.6
14	6.57	5.63	4.66	29	17.7	16.0	14.3
15	7.26	6.26	5.23	30	18.5	16.8	15.0

Таблиця значень $q = q(b, n)$

n	β			n	β		
	0.95	0.99	0.999		0.95	0.99	0.999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Квантилі розподілу Стюдента t_g

Число ступенів вільності f	Рівні значущості $g = 1 - \frac{\alpha}{2}$				
	0,900	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66
2	1,86	2,92	4,30	6,97	9,93
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
5	1,48	2,02	2,57	3,37	4,03
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
7	1,42	1,90	2,37	3,00	3,50
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
10	1,37	1,81	2,32	2,76	3,17
11	1,36	1,80	2,02	2,72	3,11
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01
14	1,34	1,76	2,15	2,62	2,98
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86
20	1,33	1,73	2,09	2,53	2,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80
25	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78
∞	1,28	1,65	1,96	2,32	2,58

Додаток 7

Квантиль нормального розподілу U_b

β		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,50	0,0	0,000	0,251	0,501	0,752	1,002	1,253	1,504	1,755	2,005	2,256
0,55	0,0	1,257	1,282	1,307	1,332	1,358	1,383	1,408	1,434	1,459	1,484
0,60	0,0	2,533	2,559	2,585	2,611	2,637	2,663	2,689	2,715	2,741	2,767
0,65	0,0	3,853	3,880	3,907	3,934	3,961	3,989	4,016	4,043	4,070	4,097
0,70	0,0	5,244	5,273	5,302	5,330	5,359	5,388	5,417	5,446	5,476	5,505
0,75	0,0	6,745	6,776	6,808	6,840	6,871	6,903	6,935	6,967	6,999	7,031
0,80	0,0	8,415	8,452	8,488	8,524	8,560	8,596	8,633	8,669	8,705	8,742
0,85	-	1,036	1,041	1,045	1,049	1,054	1,058	1,063	1,067	1,071	1,076
0,90	-	1,282	1,287	1,293	1,299	1,305	1,311	1,317	1,323	1,329	1,335
0,95	-	1,645	1,655	1,665	1,675	1,685	1,695	1,706	1,717	1,728	1,739
0,96	-	1,751	1,762	1,774	1,787	1,799	1,812	1,825	1,838	1,852	1,866
0,97	-	1,881	1,896	1,911	1,927	1,943	1,960	1,977	1,995	2,014	2,034
0,98	-	2,054	2,075	2,097	2,120	2,144	2,170	2,197	2,226	2,257	2,290
0,99	-	2,326	2,366	2,409	2,457	2,512	2,576	2,652	2,748	2,878	3,090

Додаток 8

Значення змінної $Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$;

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	00000	00100	00200	00300	00400	00501	00601	00701	00802	00902
1	01003	01105	01206	01308	01409	01511	0161	01717	01620	01923
2	02027	02132	02237	02342	02448	02554	02661	02769	02877	02986
3	03095	03266	03317	03428	03541	03651	03769	03881	04001	04118
4	04236	04556	04477	04599	04722	04847	04973	05101	05230	05381
5	05493	05627	05763	05901	06442	06184	06328	06475	06625	06777
6	06931	07039	07250	07414	07582	07753	07928	08107	08291	08480
7	08673	08872	09076	09287	09505	19730	09962	10203	10454	10714
8	10986	11270	11567	11881	12212	12562	12933	13331	13758	14219
9	14722	15275	15890	15584	17380	18318	19459	20923	22976	26467

Значення $th z$

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0000	0100	0200	0300	0400	0500	0599	0699	0798	0898
1	0997	1096	1194	1293	1391	1489	1586	1684	1781	1877
2	1874	2070	2165	2260	2355	2449	2543	2636	2729	2821
3	2913	3004	3095	3185	3275	3364	3452	3540	3627	3714
4	3800	3885	3969	4053	4136	4219	4301	4382	4462	4542
5	4621	4699	4777	4854	4930	5005	5080	8154	5227	5299
6	5360	5441	5511	5580	5649	5717	5784	58500	5915	5980
7	6044	6107	6169	6231	6291	6351	6411	6469	6527	6584
8	6640	6696	6751	6805	6858	6911	6963	7014	7064	7114
9	7163	7211	7259	7306	7352	7398	7443	7487	7531	7574
1.0	7616	7658	7699	7739	7779	7818	7857	7895	7932	7969
1	8005	8041	8076	8110	8144	8178	8210	8243	8275	8306
2	8337	8367	8397	8426	8455	8483	8511	8538	8565	8591
3	8617	8643	8668	8692	8721	8741	8754	8787	8810	8832
4	8854	8875	8896	8917	8937	8957	8977	8996	9015	9033
5	9051	9069	9087	9104	9121	9138	9154	9170	9186	9201
6	9217	9232	9246	9261	9275	9289	9302	9316	9329	9341
7	9354	9366	9379	9391	9402	9414	9425	9436	9447	9458
8	9468	9478	9488	9498	9508	9518	9527	9536	9547	9554
9	9562	9571	9579	9587	9595	9603	9611	9618	9626	9633
2.0	9640	9647	9654	9661	9668	9674	9680	9686	9693	9699
1	9704	9710	9716	9722	9727	9732	9738	9743	9748	9753
2	9757	9762	9767	9771	9776	9780	9785	9789	9793	9797
3	9801	9805	9809	9812	9816	9820	9823	9827	9830	9834
4	9837	9840	9843	9846	9849	9852	9855	9858	9861	9864
2.5	9866	9869	9871	9874	9876	9879	9881	9884	9886	9888
6	9890	9892	9894	9897	9899	9901	9903	9904	9906	9908
7	9910	9912	9914	9915	9917	9919	9920	9922	9923	9925
8	9926	9928	9929	9931	9932	9933	9935	9936	9937	9938
9	9940	9941	9942	9942	9944	9945	9946	9947	9948	9949

Критичні значення коефіцієнта кореляції r

n \ β	0.95	0.975	0.995	0.9995
1	0.9877	0.9969	0.9999	0.10000
2	0.9000	0.9500	0.9900	0.9990
3	0.8054	0.8783	0.9587	0.9911
4	0.7293	0.8114	0.9172	0.9741
5	0.6694	0.7545	0.8745	0.9509
6	0.6215	0.7067	0.8346	0.9249
7	0.5822	0.6664	0.7977	0.8983
8	0.5494	0.6319	0.7646	0.8721
9	0.5214	0.6021	0.7348	0.8471
10	0.4973	0.5760	0.7079	0.8233
11	0.4762	0.5529	0.6835	0.8010
12	0.4762	0.5324	0.6614	0.7800
13	0.4409	0.5139	0.6411	0.7604
14	0.4459	0.4973	0.6226	0.7419
15	0.4124	0.4821	0.6055	0.7247
16	0.4000	0.4683	0.5897	0.7084
17	0.3887	0.4555	0.5751	0.6932
18	0.3783	0.4438	0.5614	0.6788
19	0.3687	0.4329	0.5487	0.6652
20	0.3598	0.4227	0.5368	0.6452
21	0.3515	0.4132	0.5256	0.6402
22	0.3438	0.4044	0.5151	0.6287
23	0.3365	0.3961	0.5052	0.6177
24	0.3297	0.3882	0.4958	0.6073
25	0.3233	0.3809	0.4869	0.5974
26	0.3172	0.3739	0.4785	0.5880
27	0.3115	0.3673	0.4705	0.5790
28	0.3061	0.3610	0.4629	0.5703
29	0.3009	0.3550	0.4556	0.5620
30	0.2960	0.3494	0.4487	0.5541
31	0.2913	0.3440	0.4421	0.5465
32	0.2869	0.3388	0.5357	0.5392
33	0.2826	0.3338	0.4297	0.5322
34	0.2785	0.3291	0.4238	0.5255
35	0.2746	0.3246	0.4182	0.5189

Література:

1. Хрусталеv А. Ф.Скатков А. В., Чуб А. Т. "Математика в экономической подготовке специалистов". //Вестник высшей школы – 1983.- № 6.
2. "Классификация методов активного обучения". Гр. авторов: Рыбальский А.Г., Вербицкий В.А. и т.д.- Киев, 1984.
3. Методические рекомендации к разработке и проведению деловых игр. Иванов М.Е.- Винница,1985.
4. Гдененко Б.Г."Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике"- М.: Просвещение,1982,144 с.
5. Маслова В.Г., Янгибаева Е. "Захватывающие задачи и игры математического смысла в 4-5 классах",Сб.статей -М.: Просвещение, 1985.
6. Аннотированный перечень деловых игр. МИУ им.Орджоникидзе. -Москва, 1984.
7. Фадеев Д.К.,Никулин М.С.,Соколовский I.Ф. Элементы высшей математики для школьников. -М.: Наука,1987.-336 с.
8. Ивашов-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. -М.: Наука, 1979.-256 с.
9. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях: Элементы теории вероятностей в курсе средних школ.//Пособие для учителей -М.: Просвещение,1979.-176 с.

Навчальне видання

Віра Андріївна Петрук

**ВИЩА МАТЕМАТИКА З ПРИКЛАДНИМИ ЗАДАЧАМИ ДЛЯ
ІГРОВИХ ЗАНЯТЬ**

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено автором

Редактор В.О.Дружиніна

Видавництво ВНТУ « УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ

Підписано до друку
Формат 29,7x42 $\frac{1}{4}$
Друк різнографічний
Тираж прим.

Гарнітура Times New Roman
Папір офсетний
Ум. друк. арк.

Зам. №

Віддруковано в комп'ютерному формаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95