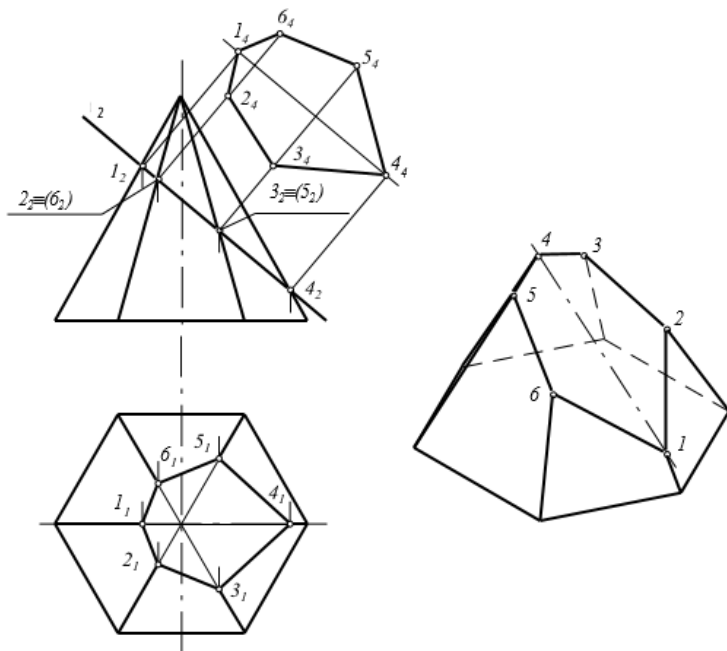




## Базові теоретичні положення, приклади та задачі з нарисної геометрії та інженерної графіки



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**А. Г. Буда, Ю. А. Буренніков, Л. Г. Козлов, Ю. Ю. Буренніков**

**Базові теоретичні положення, приклади  
та задачі з нарисної геометрії та  
інженерної графіки**

*Електронний навчальний посібник*

Вінниця  
ВНТУ  
2026

УДК 514.18(075)

Б17

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 23.03.2026 р.)

*Автори:*

Буда А. Г., Буренніков Ю. А., Козлов Л. Г., Буренніков Ю. Ю.

*Рецензенти:*

**Савуляк В. І.**, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

**Ратушняк Г. С.**, кандидат технічних наук, професор (ВНТУ)

**Яропуд В. М.**, доктор технічних наук, доцент (ВНАУ)

**Базові теоретичні положення, приклади та задачі з нарисної геометрії** : навчальний посібник [Електронний ресурс] / Буда А. Г., Буренніков Ю. А., Козлов Л. Г., Буренніков Ю. Ю. – Вінниця : ВНТУ, 2026. – (PDF, 144 с.)  
ISBN 978-617-8163-89-1 (PDF)

Посібник виконаний відповідно до робочої програми навчальної дисципліни «Нарисна геометрія та інженерна графіка» для студентів спеціальності G9 – «Прикладна механіка». Містить базові теоретичні відомості курсу з нарисної геометрії та інженерної графіки, приклади розв'язування задач, тестові запитання, зразки контролю знань при підготовці до контрольних робіт і колоквіумів з урахуванням робочої програми навчальної дисципліни «Вступ до фаху» спеціальності G9 – «Прикладна механіка». Також може бути використаний студентами вищих технічних навчальних закладів, які навчаються за спеціальностями G11 – «Галузеве машинобудування», G8 – «Матеріалознавство».

УДК 514.18(075)

**ISBN 978-617-8163-89-1 (PDF)**

© ВНТУ, 2026

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
Історія виникнення креслення	
НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ .....	10
1 РІЗНОВИДИ ПРОЄКЦІЮВАННЯ.....	10
1.1 Прийняті позначення .....	10
1.2 Найбільш поширені символи .....	11
1.3 Ортогональне проєкціювання. Означення та позначення .....	13
2 ТОЧКА .....	14
2.1 Координати точки та її визначник.....	15
2.2 Епюри точок, що знаходяться в октантах .....	16
2.3 Епюри точок, що знаходяться в площинах проєкцій.....	17
2.4 Епюри точок, що знаходяться на координатних осях.....	18
2.5 Приклади для перевірки знань.....	29
2.6 Теоретичні питання.....	20
3 ПРЯМА.....	21
3.1 Способи задання прямої .....	21
3.2 Класифікація прямих. Означення.....	21
3.3 Питання для СРС .....	25
3.4 Приклади для перевірки знань.....	26
3.5 Теоретичні питання.....	27
4 ПЛОЩИНА .....	28
4.1 Способи задання площини .....	28
4.2 Класифікація площин. Означення .....	29
4.3 Питання для СРС .....	35
4.4 Приклади для перевірки знань.....	36
4.5 Теоретичні питання.....	38
4.6 Приклад виконання графічної роботи до теми «Точка, пряма, площина».....	38
4.7 Тестові завдання до теми «Точка, пряма, площина» .....	41
5 ПОВЕРХНІ .....	43
5.1 Загальні положення.....	43
5.2 Класифікація поверхонь .....	44
5.3 Способи задання поверхонь.....	44
5.4 Найпростіші поверхні та їх застосування в машинобудуванні.....	45
5.5 Питання для СРС .....	49
6 ПЕРЕРІЗ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ .....	53
6.1 Приклади побудов простих перерізів .....	54
6.2 Приклад виконання графічної роботи №2 .....	57
7 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.....	59
7.1 Окремі випадки перетину .....	59

7.2 Приклад виконання графічного завдання на тему «Перетин поверхонь» .....	61
ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА .....	63
8 ПРОСТІ РОЗРІЗИ .....	63
8.1 Означення. Різновиди простих розрізів .....	63
8.2 Правила оформлення, позначення та розміщення розрізів .....	64
8.3 Побудова простих розрізів .....	64
8.4 Умовності та спрощення при виконанні розрізів .....	66
8.5 Приклад побудови простого розрізу .....	67
8.6 Приклади виконання графічних завдань до тем «Простий розріз» та «Складний розріз» .....	69
8.7 Зображення розрізів деталей на машинобудівних креслениках.....	73
8.8 Тест для контролю знань до теми «Переріз поверхні січною площиною» .....	74
9 НАНЕСЕННЯ РОЗМІРІВ .....	76
9.1 Розмірні та виносні лінії. Стрілки. Розмірні числа .....	76
9.2 Знаки. Буквені позначення. Радіуси та діаметри .....	77
9.3 Побудова уклону та конусності .....	78
9.4 Лінійні та кутові розміри .....	79
9.5 Нанесення розмірів кіл та дуг, однакових елементів.....	80
10 ПРОСТАВЛЕННЯ РОЗМІРІВ .....	86
10.1 Різновиди баз при проставленні розмірів .....	86
10.2 Приклади послідовності нанесення розмірів для валу .....	89
10.3 Контрольні питання .....	90
10.4 Тестовий контроль знань до теми «Нанесення розмірів».....	91
11 ШОРСТКІСТЬ ПОВЕРХОНЬ .....	94
11.1 Загальні правила позначення шорсткості поверхонь .....	94
11.2 Приклади читання шорсткості .....	95
12 РОБОЧІ КРЕСЛЕНИКИ ДЕТАЛЕЙ .....	97
13 ДЕЯКІ ВІДОМОСТІ ЩОДО РОЗМІРІВ ДЕТАЛЕЙ ТА ТОЧНОСТІ ЇХ ВИГОТОВЛЕННЯ .....	102
13.1 Розмір. Граничні відхилення.....	102
13.2 Приклад позначення граничних відхилень розмірів і взаємного розташування поверхонь.....	109
13.3 Приклади креслеників деталей з вказівкою точності розмірів ...	110
14 ДЕЯКІ ІНШІ ВИДИ ВИКОРИСТАННЯ ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ .....	114
15 ВИРОБНИЧИЙ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕСИ .....	122
15.1 Складові виробничого та технологічного процесів .....	122
15.2 Технологічний процес механічної обробки втулки.....	124
ВИСНОВОК.....	142
ЛІТЕРАТУРА.....	143

## ВСТУП

Бакалаврська інженерна підготовка здобувачів вищої технічної освіти за спеціальністю G9 – «Прикладна механіка» у ВНТУ починається з дисциплін математика, фізика, хімія, нарисна геометрія, інженерна графіка тощо, спрямованих на те, щоб майбутній інженер міг в подальшому опанувати професійні дисципліни, які надають знань для вирішення фахових технічних задач, передбачених освітньо-професійною програмою «Комп'ютеризовані технології та мехатронні системи в машинобудівному виробництві», а саме з технологічного та конструкторського проектування.

Дисципліна «Нарисна геометрія та інженерна графіка», що вивчається на першому курсі, слугує формуванню у студентів компетентностей щодо базових знань, отриманню досвіду роботи у застосуванні методів геометричного моделювання, 3D моделювання об'єктів та оформлення проектно-конструкторської документації із застосуванням вимог стандартів. Дисципліна закладає основу для вивчення профільних дисциплін під час курсового та дипломного проектування.

Першою професійною дисципліною на першому курсі є дисципліна «Вступ до фаху» яка знайомить студента зі змістом вибраної спеціальності та основними напрямками бакалаврської підготовки. Основою інженерної діяльності фахівця є розробка технологічних процесів виготовлення виробів та конструювання необхідного для цього обладнання. Тому в основу викладання дисципліни «Вступ до фаху» на кафедрі технологій та автоматизації машинобудування Вінницького національного технічного університету покладено ознайомлення здобувачів зі змістом виробничого та технологічного процесів вже на початку навчання. Це стало можливим завдяки інтегративному підходу до викладання дисципліни «Вступ до фаху» і дисципліни «Нарисна геометрія та інженерна графіка», яка надає здобувачам вищої технічної освіти можливість опанувати методи відображення будь-яких площинних та просторових зображень у вигляді рисунків, схем, креслень тощо на папері і у вигляді комп'ютерної графіки.

В посібнику пропонується поєднання деяких тем дисциплін «Нарисна геометрія та інженерна графіка» і «Вступ до фаху» з метою більш змістовного і швидкого опанування студентами навчальних матеріалів обох дисциплін та загалом змісту спеціальності.

### Історія виникнення креслення

Історія появи і розвитку креслення сягає далекого минулого. Археологами знайдено найстародавніші в історії первісні креслення у вигляді малюнків – це плани пасток для тварин, які були вигравіровані на камінні близько 8 – 9 тисяч років тому в часи первіснообщинного суспільства .

Пізніше, на початку зародження писемності думки виражали малюнками предметів (пиктограмами). З'явившись на світанку розвитку людської культури у вигляді первісного малюнка, пізніше технічного рисунка, в процесі творчої діяльності людини креслення стало фігурувати у вигляді, яке використовується і тепер у технічних кресленнях як кресленик деталі, пристрою, агрегату тощо. Шлях від первісного малюнка до сучасного креслення людина пройшла завдяки такій притаманній людині властивості як уява, яка виникла і розвинулася в процесі цілеспрямованої праці людей.

*Уява – своєрідна форма образного відтворення, розуміння та пізнання об'єктивної дійсності.* Цінність уяви надзвичайно велика для людини. Вона допомагає орієнтуватися у проблемних ситуаціях, приймати правильні рішення, передбачати результат своєї діяльності (наукової, інженерної, художньої творчості тощо).

Щоб існувати в навколишньому світі і цілеспрямовано працювати, людина має орієнтуватися у просторі, тобто відчувати відстані, пропорції, величини і форми предметів, що діють на наші органи чуття. Не уявивши результату праці, не можна розпочинати роботу.

Чи обробляла первісна людина камінь для наконечника стріли, чи виламувала палицю для лука – у неї був образ того, що вона отримає внаслідок своїх дій. Отже, створюючи образ (умоглядну модель) проміжних і кінцевих результатів, людина за допомогою уяви орієнтується в процесі її діяльності. З часом з'явилася необхідність відображати образи на камінні, глиняних пластинках, папірусі тощо з метою збереження інформації. Результати образного мислення щодо оточуючих нас явищ і предметів в давнину відображалися та сприймалися різними засобами: за виглядом літер, малюнків та пиктограм (рис. 1).



Рисунок 1– Приклади письма у вигляді пиктограм

Перші спроби встановлення правил побудови зображень були ще у 3 – 4 ст. до н. е., а давньоримський архітектор і механік, військовий інженер Вітрувій (1 ст. до н. е.) зажив всесвітньої слави як автор трактату «Десять книг про архітектуру», значна частина якого, крім теорії проєкцій, присвячена конструюванню та виготовленню машин і механізмів, зокрема металевих та стінобитних. Через XIV вік після життя Вітрувія один з найвеличніших геніїв людства Леонардо да Вінчі написав книгу, присвячену працям Вітрувія і як ілюстрацію до книги зробив малюнок, який увійшов в історію як «Вітрувіанська людина» (рис. 2). На ньому зображена фігура чоловіка в двох накладених одна на іншу позиціях: з розведеними в сторони руками, що описують коло і квадрат. Малюнок з відповідними пропорціями фігур іноді називають канонічними пропорціями. Цей малюнок став результатом вивчення Леонардо теорій людських та архітектурних пропорцій, описаних архітектором Вітрувієм.

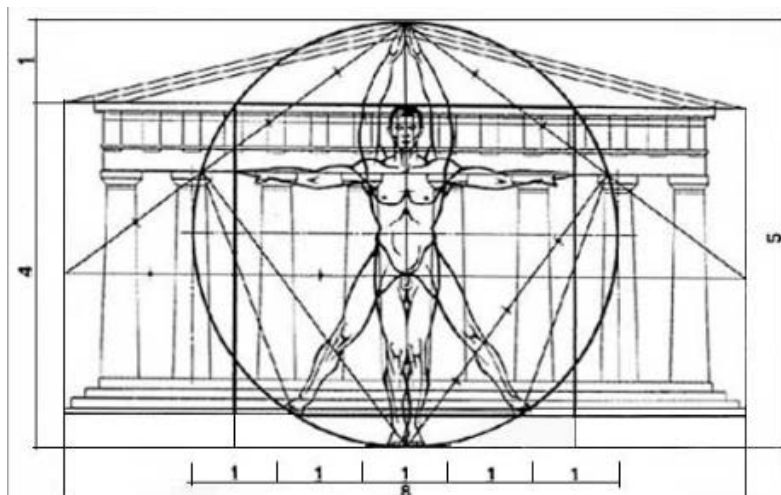


Рисунок 2 – Ідеальна пропорція Вітрувія і Леонардо да Вінчі

До нашого часу дійшли видатні пам'ятки будівельної культури, які свідчать про більш раннє застосування креслеників як будівельних документів. Такі споруди, як давньоєгипетський храм в м. Луксор (XV – XIII ст. до н. е., рис. 3, а), давньогрецький храм Парфенон в Афінах (447 – 438 рр. до н.е., рис. 3, б), відомий боями гладіаторів Амфітеатр Колізей у Римі (75 – 80 рр. н. е.) не могли бути побудовані без заздалегідь підготовлених проєктних документів. Це забезпечувало точність зведення споруд, повторюваність елементів і контроль якості робіт. Таким чином, креслярські документи ще в античну добу стали невід'ємною складовою інженерно-будівельної діяльності.

Італійський архітектор і вчений Л. Альберті (15 ст. н. е.) у трактаті «На картині» уже застосовує поняття «зникаюча точка» і дає важливий для практики спосіб побудови перспективи за допомогою сітки.

Відомі креслення, у вигляді технічних рисунків, що нагадують сучасні, відносяться до епохи Середньовіччя (X – XV століття). Наприклад, Леонардо да Вінчі (1452 – 1519 рр.) – італійський вчений, інженер і митець у технічних малюнках та ескізах розкривав свої ідеї та інженерні творіння (рис. 4, 5), які випередили на сотні років розвиток науки і техніки.



а)



б)

Рисунок 3 – Луксорський храм (а) і храм Парфенон в Афінах (б)

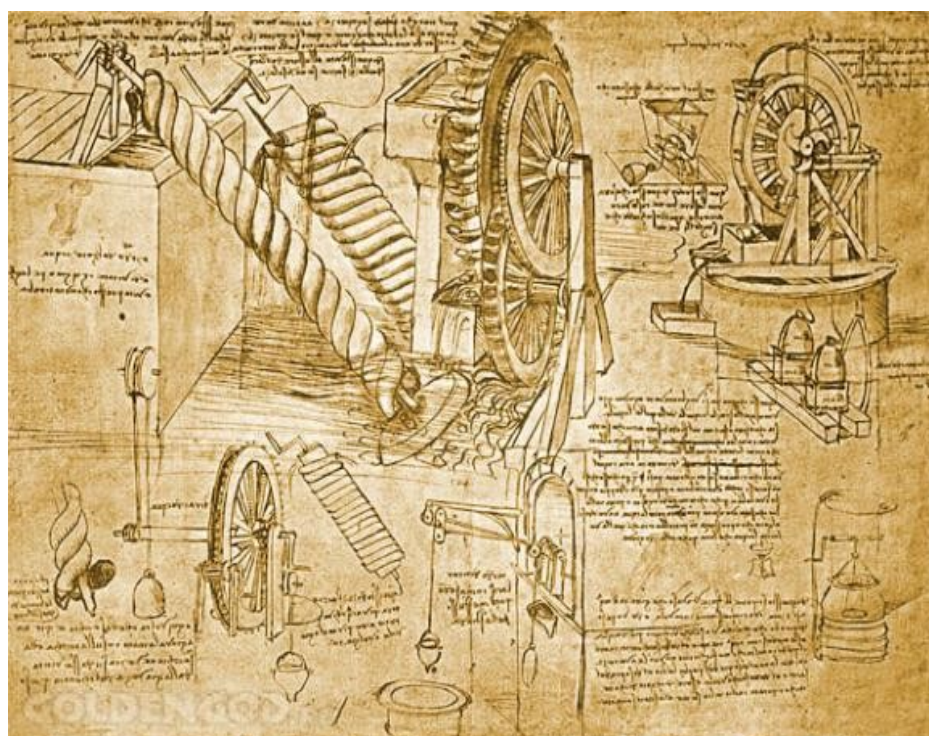


Рисунок 4 – Текстильні машини, ткацькі верстати, млини, машини для виготовлення голук, підйомні крани, арочні мости, інші механізми, яких до цього не існувало (винахідник – Леонардо да Вінчі)

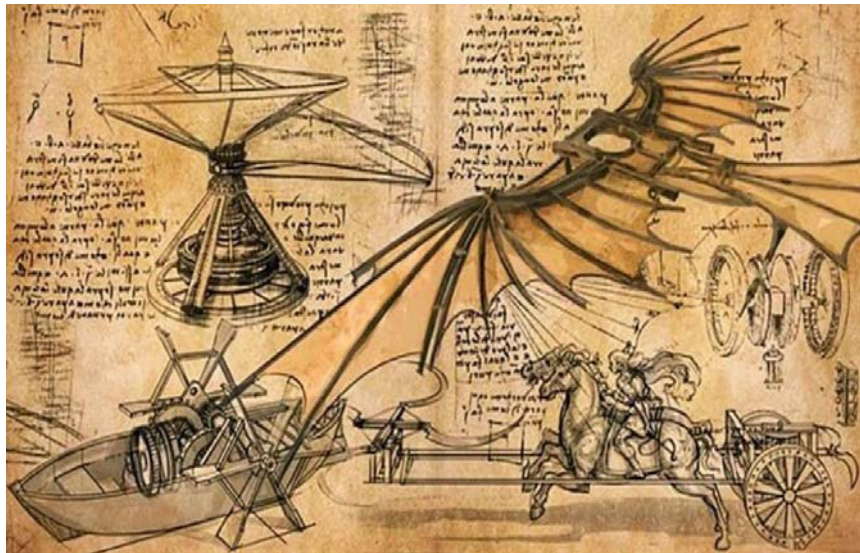


Рисунок 5 – Винаходи Леонардо да Вінчі, які випередили час

І тільки у 1798 р французький інженер Гаспар Монж опублікував свою працю «Нарисна геометрія», яка стала основою проєкційного креслення.

Найбільш точно і наочно передати особливості конструкції, форму і розміри предметів можна тільки за допомогою креслеників. Майже все, що створено людством: будівлі, в яких ми проживаємо, працюємо і проводимо дозвілля; засоби транспорту; одяг та взуття; комп'ютери, телефони та все інше створювалося і створюється за задалегідь розробленими документами, серед яких кресленики займають головне місце.

Розвитку просторової уяви здобувача, а це необхідно для розробки креслеників, сприяє моделювання та конструювання деталі (виробу). Насамперед для виконання кресленика необхідно уявити загальну форму деталі та її конструктивні елементи, правильно вибрати головний вигляд, кількість необхідних зображень, визначити необхідні точність розмірів, шорсткість поверхонь, технічні вимоги тощо. Кресленик є основним конструкторським документом виготовлення окремої деталі, вузла, агрегату або машини. Окремо або в поєднанні з іншими графічними і текстовими документами він визначає конструкцію виробу і містить, як правило, всі дані, необхідні для його виготовлення, контролю, приймання, експлуатації та ремонту.

Для створення кресленика необхідно знати як на ньому відображаються окремі елементи деталі, наприклад, точки або лінії, як перетинаються площини, фігури циліндричні, конічні тощо. Для цього спочатку здобувачам викладається перша частина дисципліни «Нарисна геометрія та інженерна графіка», а саме «Нарисна геометрія», в якій розглядається зміст дисципліни в Евклідовому просторі, і надалі друга частина – «Інженерна графіка», в якій розглядається зміст в реальній площині.

Під час вивчення розділів з нарисної геометрії здобувач набуває сукупність знань з головних тем: «Точка», «Пряма», «Площина», «Перетин площин», «Поверхні», «Переріз поверхні січною площиною», «Перетин поверхонь».

Під час вивчення розділів інженерної графіки здобувач отримує знання з головних тем: «Вигляди», «Розрізи», «Перерізи», «Нанесення розмірів», «Шорсткість поверхонь» та «Робочі кресленики деталей».

## НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ

Викладання дисципліни «Нарисна геометрія та інженерна графіка» починається з нарисної геометрії. Якщо Евклідова геометрія вивчає теореми щодо точок, прямих, кутів, трикутників тощо, а аналітична геометрія містить опис фігур формулами, координатами, то **нарисна геометрія** – це розділ геометрії, який вивчає способи зображення тривимірних об'єктів (фігур) на площині за допомогою двовимірних проєкцій. Іншими словами: це наука про те, як правильно зобразити об'ємні форми на папері або на моніторі комп'ютера так, щоб за кресленням можна було повністю уявити предмет у просторі або навпаки – здійснити перехід від об'ємної моделі до плоских зображень. За допомогою методів нарисної геометрії можна визначати відстані між точками, прямими та площинами, кути між ними, знаходити перетини поверхонь та виконувати інші геометричні побудови. **Нарисна геометрія є фундаментальною основою для інженерної графіки та технічного креслення.**

### 1 РІЗНОВИДИ ПРОЄКЦІЮВАННЯ

Основним способом відображення об'єктів у нарисній геометрії є проєкціювання, одержане зображення називається проєкцією. Проєкціювання – це «відкидання тіні» об'єкта на площину. Наприклад, Сонце світить і тінь від дерева падає на землю. Це вже проєкція. У нарисній геометрії замість Сонця – пучок паралельних променів, а замість землі – площина креслення. Для відображення відповідних елементів, які утворюють фігури, у нарисній геометрії прийнято певні позначення та символи.

#### 1.1 Прийняті позначення

1. Точки у просторі позначаються великими буквами латинського алфавіту *A, B, C, ...* а також цифрами.

2. Лінії у просторі (прямі та криві) – малими літерами латинського алфавіту *a, b, c, d, ...*

3. Площини та кути – малими літерами грецького алфавіту.
4. Лінії окремого положення – малими літерами латинського алфавіту, а саме: горизонталь –  $h$ , фронталь –  $f$ , профільна пряма –  $p$ .
5. Площини проєкцій – великими буквами грецького алфавіту, а саме:  $\Pi_1$  – горизонтальна,  $\Pi_2$  – фронтальна,  $\Pi_3$  – профільна, ...– додаткова площина проєкцій.
6. Проєкції точок:  
на горизонтальну площину  $\Pi_1$  –  $A_1, B_1, C_1$ ;  
на фронтальну площину  $\Pi_2$  –  $A_2, B_2, C_2$ ;  
на профільну площину  $\Pi_3$  –  $A_3, B_3, C_3$ .
7. Осі проєкцій – малими літерами латинського алфавіту  $X_{12}, Y_{13}, Z_{23}$ , початок координат – великою літерою  $O$ .
8. Позначення площин, які задані слідами:  
горизонтальний слід площини  $h^0$ ;  
фронтальний слід площини  $f^0$ ;  
профільний слід площини  $p^0$ .
- Для проєкціювальних площин краще задати слід-проєкцію цієї площини:  
 $\alpha_1$  – горизонтально-проєкціювальна площина;  
 $\alpha_2$  – фронтально-проєкціювальна площина;  
 $\alpha_3$  – профільно-проєкціювальна площина.

## 1.2 Найбільш поширені символи

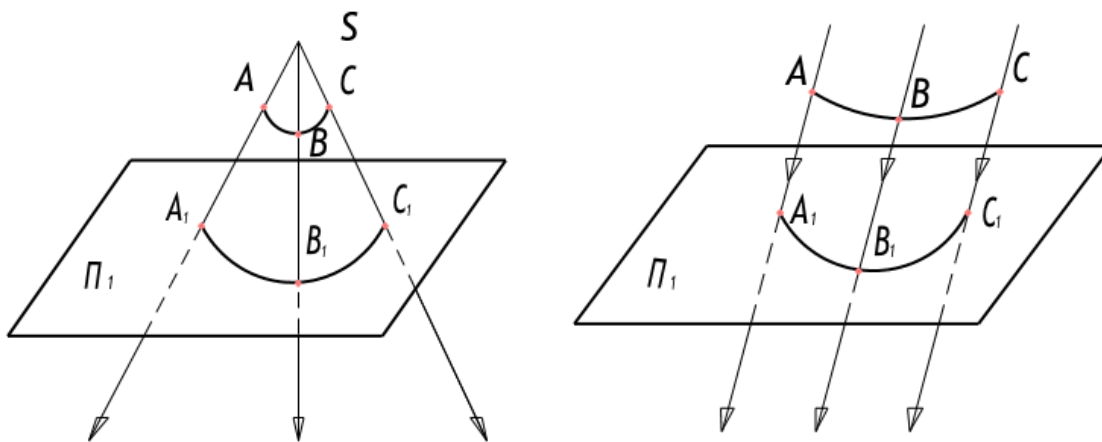
- = дорівнює, результат дії.
- $\equiv$  збігається, конкурує.
- $\parallel$  паралельність.
- $\perp$  перпендикулярність.
- $\underline{\circ}$  мимобіжність.
- $\in$  належить, є елементом.
- $\ni$  проходить, містить в собі.
- $\cap$  перетин (прямих, площин).
- $\wedge$  відповідає сполучникам «і», «та».
- $\vee$  відповідає сполучникам «або», «чи».
- $\Rightarrow$  логічний наслідок.
- $\forall$  квантор спільності.

- ∃ квантор існування.
- {...} сукупність або складається зі...
- $\alpha \wedge \beta$  кут, кут між площинами  $\alpha$  та  $\beta$ .
- н. в. натуральна величина

Щоб повніше відобразити геометричні властивості фігури-оригіналу, її положення в просторі залежно від вимог до зображення користуються різними методами проєкціювання, внаслідок чого утворюються різні типи – центральне та паралельне проєкціювання.

**Центральне проєкціювання** – проєкціювання, за якого всі промені виходять із однієї точки  $S$ , центра проєкцій (рис. 1.1, а).

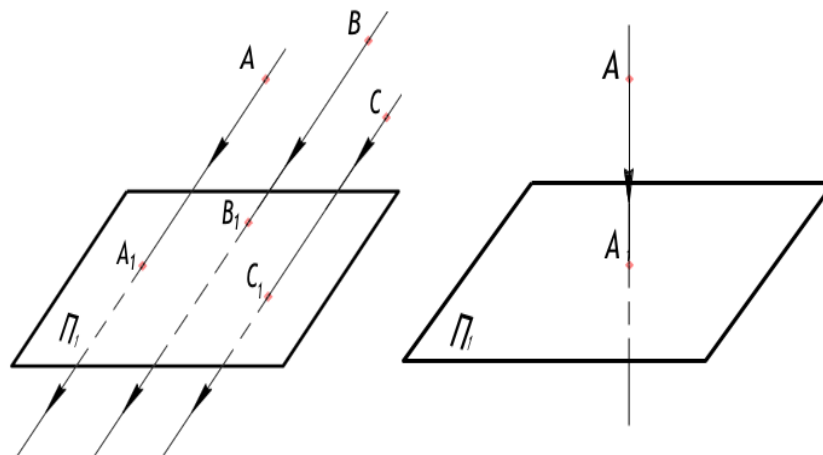
**Паралельне проєкціювання** – проєкціювання, за якого всі промені паралельні між собою (рис. 1.1, б). Вважається, що паралельні проєкції отримані проєкціюванням із безмежно віддаленої точки  $S$  простору.



а) центральне проєкціювання      б) паралельне проєкціювання

Рисунок 1.1 – Різновиди проєкціювань

До найбільш поширеного відносять паралельне проєкціювання, яке може бути **косокутним** або **ортогональним** (прямокутним) – рис. 1.2, а, б.



а) косокутне

б) ортогональне

Рисунок 1.2 – Паралельне проєкціювання

### 1.3 Ортогональне проєкціювання. Означення та позначення

Ортогональні зображення мають свої переваги, оскільки забезпечують наочність під час зображення великих розмірів деталей машин та дозволяють більш легко проводити по них вимірювання.

Положення точки, прямої, будь-якої геометричної фігури найбільш зручно визначити в декартовій системі координат, яка складається з 3-х взаємно-перпендикулярних (*ортогональних*) площин і яку французький математик Декарт запропонував для визначення положення точок у просторі в XVI столітті.

В нарисній геометрії використовують три площини проєкцій. Площини проєкцій позначають великою грецькою літерою  $\Pi$  («пі») з відповідним індексом:  $\Pi_1$  – горизонтальна площина проєкцій;  $\Pi_2$  – фронтальна площина проєкцій;  $\Pi_3$  – профільна площина проєкцій. В більшості країн світу прийнята система розташування площин проєкцій, в якій напрям осі  $X$  задають від початку  $O$  координат вліво, вісь  $Y$  – до спостерігача, вісь  $Z$  – вгору від початку координат. Координатні площини ділять простір на 8 частин – *октантів* (чвертей).

Надалі будемо розглядати положення точок в 4-х октантах, виключаючи від'ємний напрямок осі  $X$  (рис. 1.3). Всі об'єкти будемо розташовувати між площиною проєкцій та спостерігачем, а всі промені під час проєкціювання – *ортогональні*.

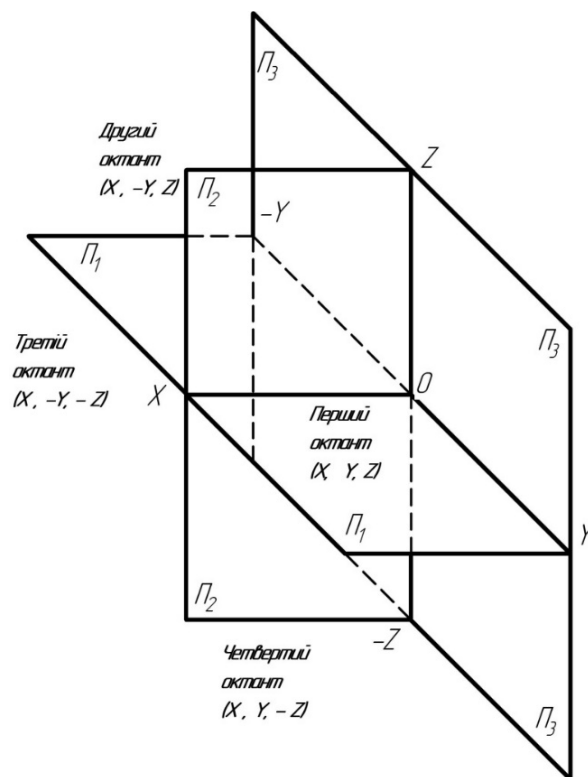


Рисунок 1.3 – Чотири октанти простору

## 2 ТОЧКА

В літературних джерелах, здебільшого під час вивчення загальноосвітніх дисциплін, зустрічаються такі тлумачення понять як «крапка», «точка».

*Крапка* – знак пунктуації, який ставиться в кінці речення і після деяких скорочень. Є найуживанішим розділовим знаком. Символ крапки походить від грецької пунктуації, яку в III столітті до н. е. ввів Аристофан Візантійський.

*Точка* – одне з основних понять геометрії. Точка є геометричним об'єктом, що має властивості тільки положення в просторі, але не має жодних інших властивостей, наприклад, таких як довжина, площа, об'єм. Поняття точки використовується в геометрії, математиці, фізиці та багатьох інших галузях науки і техніки. Точка є 0-вимірним об'єктом. У математиці точки зазвичай позначають великими латинськими літерами (наприклад, *A*, *B*, *C*). На координатній прямій точку визначає одне число, а на площині – пара чисел  $(x, y)$ . На креслениках, схемах тощо використовується *геометричне поняття «точка»*. Все, що існує в реальному світі, називають матерією. У випадку, коли розглядається точка як об'єкт механіки, набуває сили твердження «матеріальна точка».

*Матеріальна точка* – це фізична модель, яку використовують замість тіла, розмірами і формою якого в умовах цієї задачі можна знехтувати, а вся його маса сконцентрована в одній точці. Матеріальна точка – найпростіший об'єкт механіки. Її розташування у просторі визначається всього лише трьома параметрами (наприклад, трьома декартовими координатами).

За допомогою моделі матеріальної точки значно спрощується аналіз механічного руху, оскільки не враховуються обертання та деформації тіла. Така модель широко застосовується під час вивчення поступального руху тіл, коли їхні геометричні розміри істотно менші порівняно з відстанями, які вони проходять. Використання матеріальної точки дає змогу зосередитися на дослідженні кінематичних і динамічних характеристик руху, таких як траєкторія, швидкість та прискорення. Разом із тим, потрібно пам'ятати, що застосування цієї моделі є наближенням і має межі своєї придатності.

Прикладом матеріальних точок можна вважати Землю та інші планети під час вивчення їх руху навколо Сонця. Їх розмірами можна знехтувати порівняно з довжиною траєкторій руху. У цьому випадку відмінності в русі різних точок розташування на будь-якій планеті не впливають на величини, що описують її обертання навколо Сонця.

Проте в процесі розв'язання задач, пов'язаних з добовим обертанням планет навколо їх осей, наприклад, під час визначення сходу Сонця (рис. 2.1) в різних точках поверхні земної кулі, вважати планету Земля матеріальною точкою не можна. У цьому випадку розв'язання задачі залежить від розмірів планети і швидкості руху точок її поверхні.



Рисунок 2.1 – Сонце, як матеріальна точка в різних точках земної кулі під час сходу (заходу)

## 2.1 Координати точки та її визначник

Визначником точки у просторі є її координати  $X, Y, Z$ , тобто відстані від трьох координатних площин. Умовний запис визначника, наприклад, точки  $A$ , записують так:  $A (X, Y, Z)$ .

Епюр, плоский рисунок, може складатись з двох або трьох ортогональних проєкцій. Зображення точки на двох будь-яких площинах проєкцій повністю відповідають положенню її у просторі (рис. 2.2). За двома зображеннями можна побудувати третє. Такий спосіб зображення дає змогу однозначно визначити просторові координати точки та її взаємне положення відносно інших об'єктів. Ортогональні проєкції забезпечують точність і наочність графічного подання. Побудова третьої проєкції виконується за встановленими правилами проєктування, що ґрунтуються на взаємній перпендикулярності площин. Це є основою для подальшого аналізу геометричних форм і взаємного розташування елементів у просторі. Застосування епюрів широко використовується в інженерній графіці.

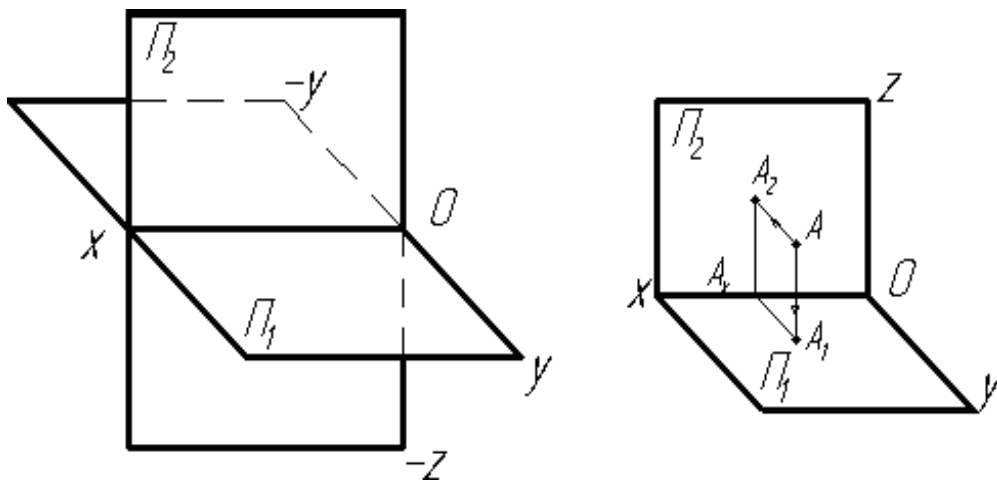


Рисунок 2.2 – Положення точки  $A$  в просторі відносно двох площин

Зображення точки виконується за її визначником відповідно в першому, другому, третьому, четвертому октантах (чверті нумеруються як  $I$ ,  $II$ ,  $III$ ,  $IV$  октанти). Побудова кожної із точок простору на відповідні площини проєкцій відповідає побудові паралелепіпеда, у якого  $X$  – довжина,  $Y$  – ширина,  $Z$  – висота. З врахуванням напрямку осей (відповідних знаків «+» та «-») для означених точок (рис. 2.2) введемо відповідні символічні позначення:  $A(x, y, z) \in I$ ;  $B(x, -y, z) \in II$ ;  $D(x, y, -z) \in IV$ .

## 2.2 Епюри точок, що знаходяться в октантах

Епюр точки (її плоский рисунок) одержують суміщенням горизонтальної  $\Pi_1$  та фронтальної  $\Pi_2$  площин проєкцій відносно осі  $Z$ , тобто обертанням горизонтальної  $\Pi_1$  та профільної  $\Pi_3$  площин проєкцій навколо їх ліній перетину  $X$  та  $Z$  в одну площину, яка суміщається з фронтальною площиною проєкцій (рис. 2.3). У випадку суміщення вказаних площин площини проєкцій  $\Pi_1$  та  $\Pi_3$  роз'єднані вздовж осі  $Y$ . Тому надалі під позначенням осі  $Y$  будемо розуміти відповідно  $Y_1$  (як та, що належить  $\Pi_1$ ) та  $Y_3$  (як та, що належить  $\Pi_3$ ).

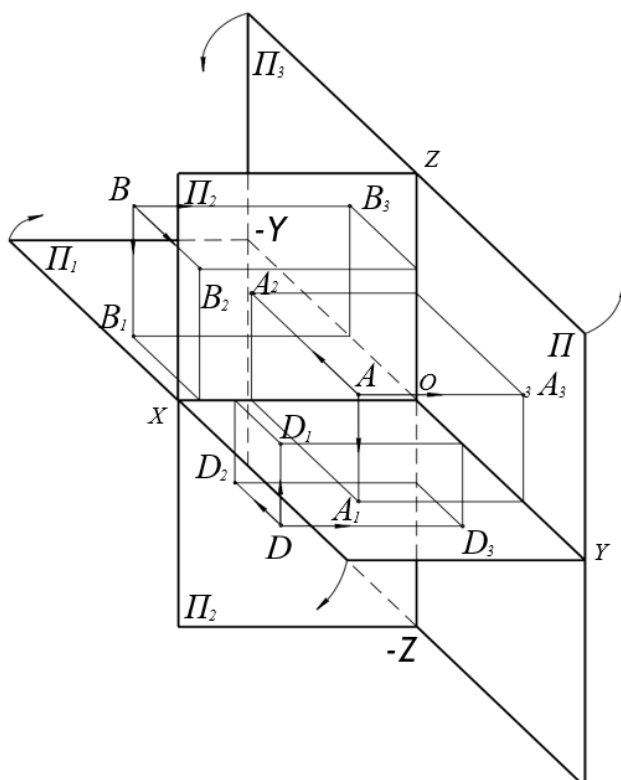


Рисунок 2.3 – Положення точок в 4-х октантах

Винесемо  $I$  октант та утворимо епюр точки  $A$  (рис. 2.4, а, б).

**Епюр** – відображення проєкції точки на відповідні площини проєкцій  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  та  $\Pi_3$ .

Надалі будемо використовувати такі умовні позначення та назви:  $A_1$  – горизонтальна проєкція точки  $A$ ;  $A_2$  – фронтальна проєкція точки  $A$ ;  $A_3$  – профільна проєкція точки  $A$ .

Кожна із проєкцій точок будується на перетині горизонтальних та вертикальних ліній, які обмежують відповідні координати  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  заданої точки. Тому відповідні проєкції, наприклад, точки  $A$ , можна символічно записати такими визначниками:  $A_1(x, y)$ ,  $A_2(x, z)$ ,  $A_3(y, z)$ . Лінії  $A_1A_2$  та  $A_2A_3$  називаються, відповідно, вертикальною та горизонтальною лініями зв'язку. Лінії перетину площин проєкцій утворюють осі координат:  $X_{12}$  – вісь абсцис,  $Y_{13}$  – вісь ординат,  $Z_{23}$  – вісь аплікату,  $O$  – початок координат або точка перетину координатних осей (рис. 2.4).

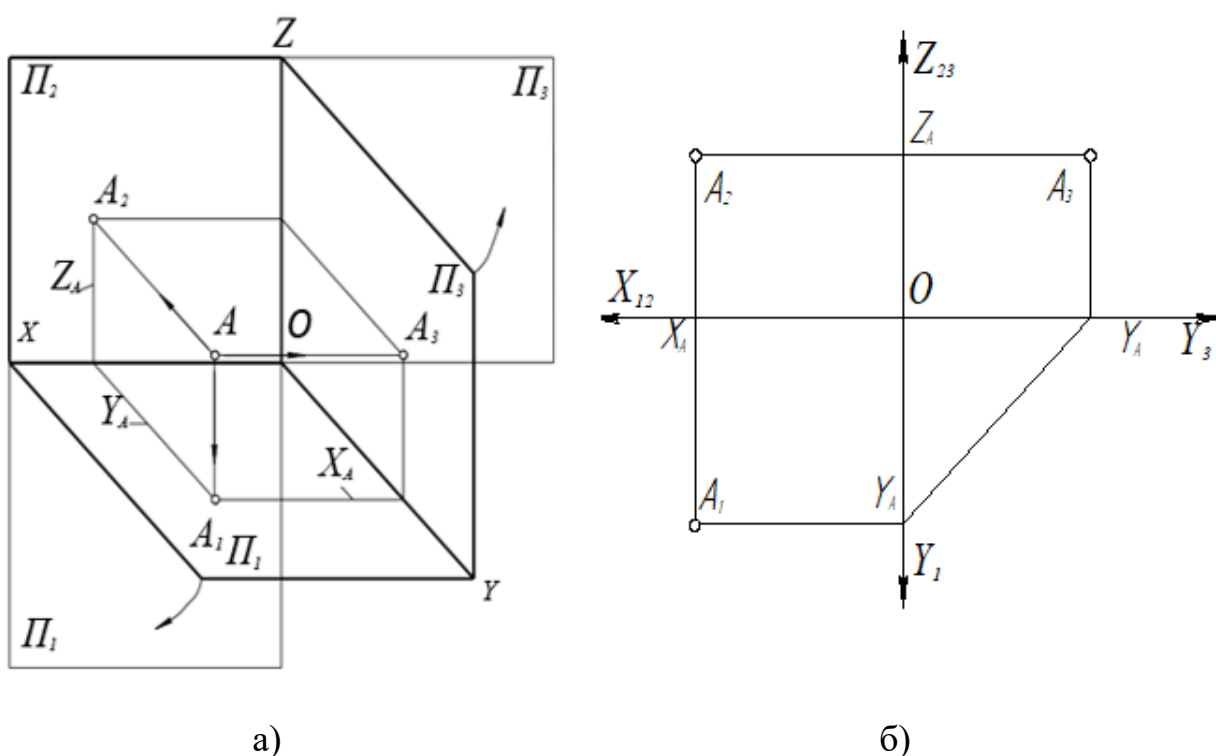
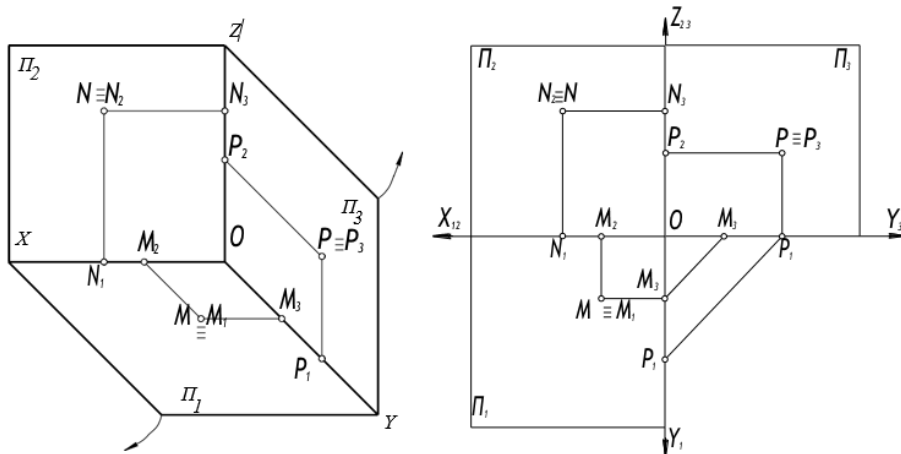


Рисунок 2.4 – Утворення еюра точки  $A$ : а) – наочне зображення точки  $A$  та суміщення площин проєкцій; б) – епюр точки  $A$

### 2.3 Епюри точок, що знаходяться в площинах проєкцій

Точка належить одній із площин проєкцій, якщо у неї відсутня одна із координат (рис. 2.5, а), б).

Якщо абсциса точки  $X=0$ , то точка належить  $\Pi_1$ ; ордината  $Y=0$ , то точка належить  $\Pi_2$ ; апліката  $Z=0$ , то точка належить  $\Pi_3$ . Для точки  $N$ , що належить площині проєкцій, то умовний запис визначника такий:  $N(X, 0, Z)$ .



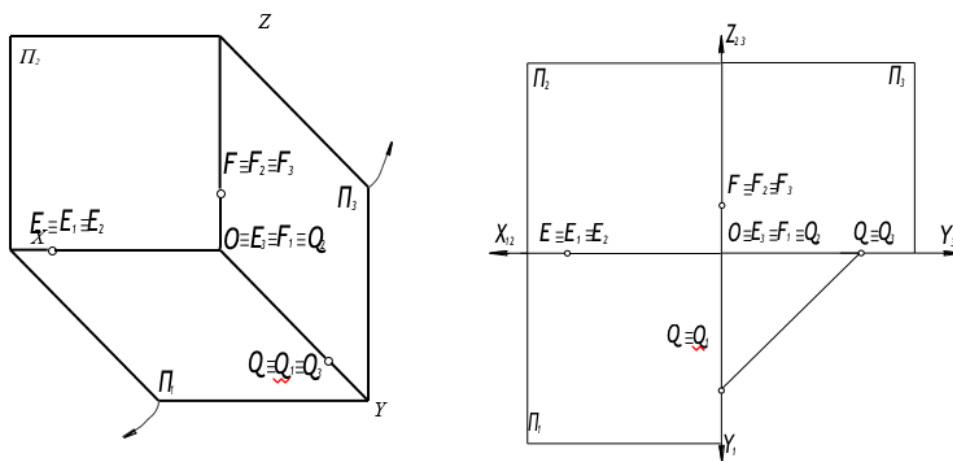
а) наочне зображення точок      б) епюри точок

Рисунок 2.5 – Відображення проєкцій точок, що знаходяться в площинах проєкцій

### 2.4 Епюри точок, що знаходяться на координатних осях

Точка належить одній із координатних осей, якщо у неї відсутні дві координати (рис. 2.6, а), б).

Точка належить одній з координатних осей, якщо у неї відсутні



а) наочне зображення точок      б) епюри точок

Рисунок 2.6 – Відображення проєкцій точок, на координатних осях

Якщо у точки координати  $Y, Z=0$ , то точка належить осі абсцис  $X$ ; якщо у точки координати  $X, Z=0$ , то точка належить осі ординат  $Y$ ; якщо у точки координати  $X, Y=0$ , то точка належить осі аплікат  $Z$ .

## 2.5 Приклади для перевірки знань

**Приклад 1.** Точки А та В мають такі числові значення координат: А(10, 20, 30), В(40, 20, 60). Дайте відповіді на такі питання:

1. В яких октантах знаходяться вказані точки?
2. Яка з точок найбільш близько розташована до  $\Pi_3$ ?
3. Яка з точок найвіддаленіша від  $\Pi_1$ ?
4. Визначте площину проєкцій, відносно якої ці точки рівновіддалені.

### Відповіді

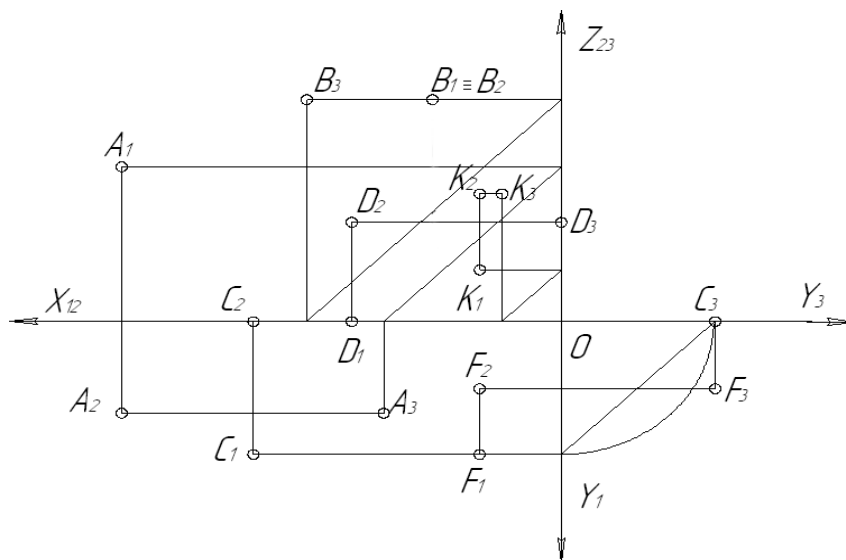
У випадку відповіді на перше питання враховуємо знаки («+», «-») за координатою  $Y$  і з врахуванням символічних записів маємо:  $A \in I$ ,  $B \in II$ . У випадку відповіді на друге питання увага зосереджується на числових значеннях координат  $X_A$  та  $X_B$  (абсцис) цих точок, оскільки  $X_B > X_A$ , то т. А має меншу координату, ніж т. В. Віддаленість точок від  $\Pi_1$  (третє питання) характеризують координати  $Z_A$  та  $Z_B$ , тому т. В більш віддалена від  $\Pi_1$ , ніж т. А. Виділимо однакові числові значення (за модулем) ординат цих точок, тобто  $|Y_A| = |Y_B|$ , а також враховуємо те, що координата  $Y$  характеризує віддаленість точки від  $\Pi_2$ . Значить, т. А та т. В рівновіддалені від  $\Pi_2$ .

**Приклад 2.** Ознайомтесь з прикладами побудов профільної проєкції точок та відповідей до деяких із них.

1. Дайте назву елементів із наведеного прикладу:  $\Pi_1$  – горизонтальна площина проєкцій;  $OY$  – вісь ординат;  $A_1A_2$  – лінія зв'язку.

2. Яка з точок належить III октанту простору, площині проєкцій  $\Pi_2$  (дайте символічний запис):  $A \in III$ ,  $D \in \Pi_2$ . ( $\in$  – знак належності)

**Приклад 3.** Побудуйте проєкції точок за заданими числовими даними таблиці.





### 3 ПРЯМА

**Лінія** – це геометричний об’єкт, геометричне місце точок, розташування яких визначає певне рівняння. Отже лінія може утворювати будь-які траєкторії, наприклад коло, параболу, гіперболу тощо, тобто бути прямою або кривою.

**Пряма** – це лінія, на якій відстань між двома будь-якими точками є найкоротшою. Промінь – це частина прямої лінії, яка тільки з одного боку обмежена точкою.

**Відрізок** – це частина прямої лінії, яка з обох боків обмежена точкою (рис. 3.1, а).

**Промінь** має початок, але не має кінця (рис. 3.1, б).

#### 3.1 Способи задання прямої

Пряму в просторі можна задати двома точками або точкою з відповідним напрямком.

Визначником прямої у просторі є дві точки, умовний запис визначника прямої:  $l(A, B)$ . На рис. 3.1, а), б) пряму визначають двома проєкціями прямої:  $AB$  ( $A_1B_1, A_2B_2$ ) або  $(l_1, l_2)$ .

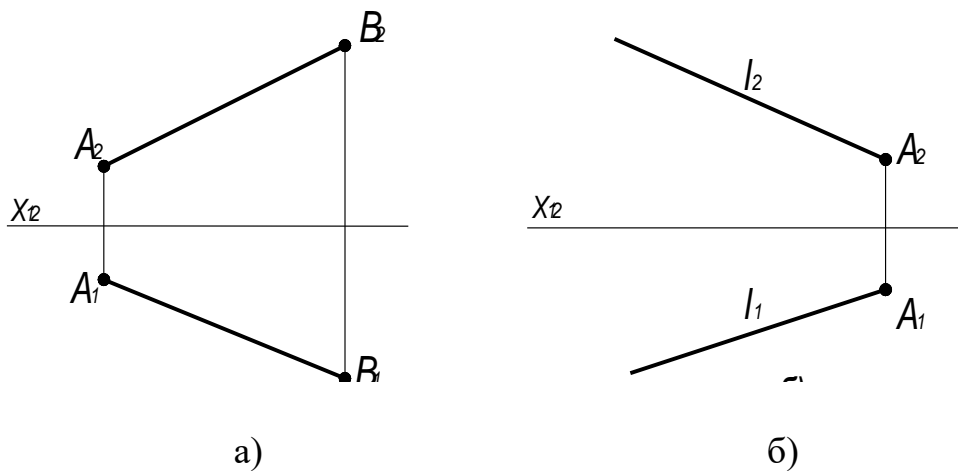


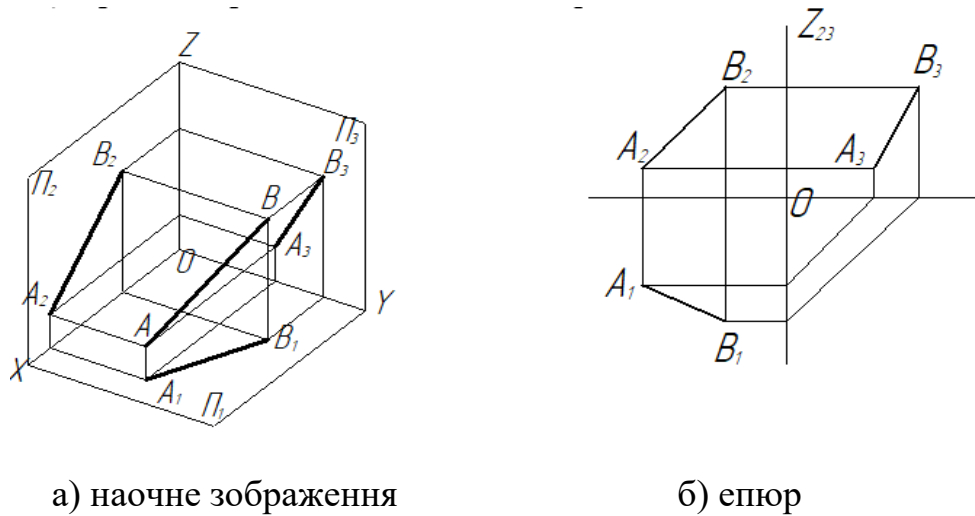
Рисунок 3.1 – Задання прямої на епюрі

#### 3.2 Класифікація прямих. Означення

Прямі бувають загального та окремого положення. До прямих окремого положення відносять прямі рівня та проєкціювальні.

**Пряма загального положення** – пряма, яка непаралельна і неперпендикулярна ні до жодної з площин проєкцій.

Відображення прямої загального положення на горизонтальну  $\Pi_1$ , фронтальну  $\Pi_2$  та профільну  $\Pi_3$  площини проєкцій показано на рис. 3.2, а), б); прямих окремого положення – на рис. 3.3 – 3.8.



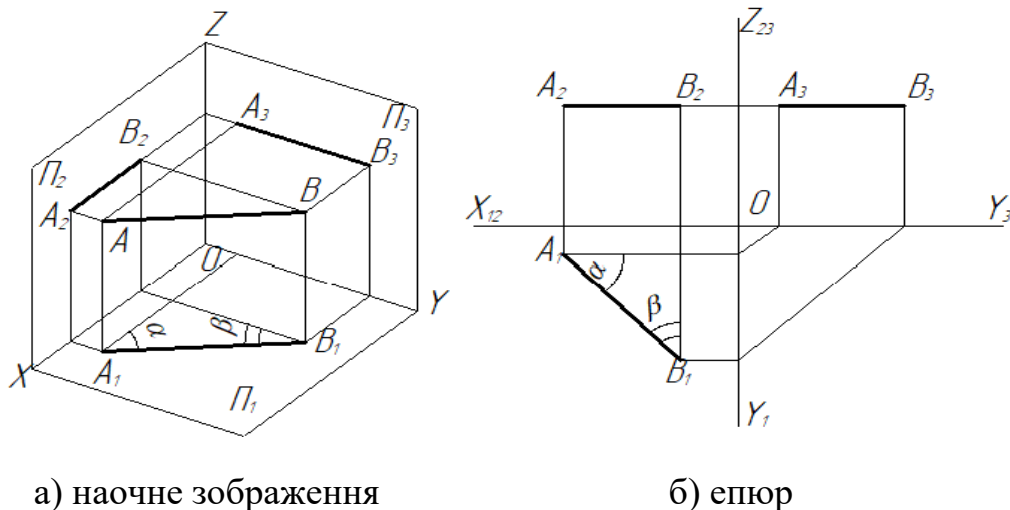
а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 3.2 – Відображення проєкцій прямої загального положення

**Пряма рівня** паралельна тільки одній із площин проєкції та утворює кути нахилу  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  з двома іншими. Прямим рівня відповідають назви площин проєкцій, яким вони паралельні.

**Горизонтальна пряма** (горизонталь) – пряма, яка паралельна горизонтальній  $\Pi_1$  площині проєкцій та утворює кути нахилу з фронтальною  $\Pi_2$  та профільною  $\Pi_3$  площинами проєкцій) (рис. 3.3, а), б).

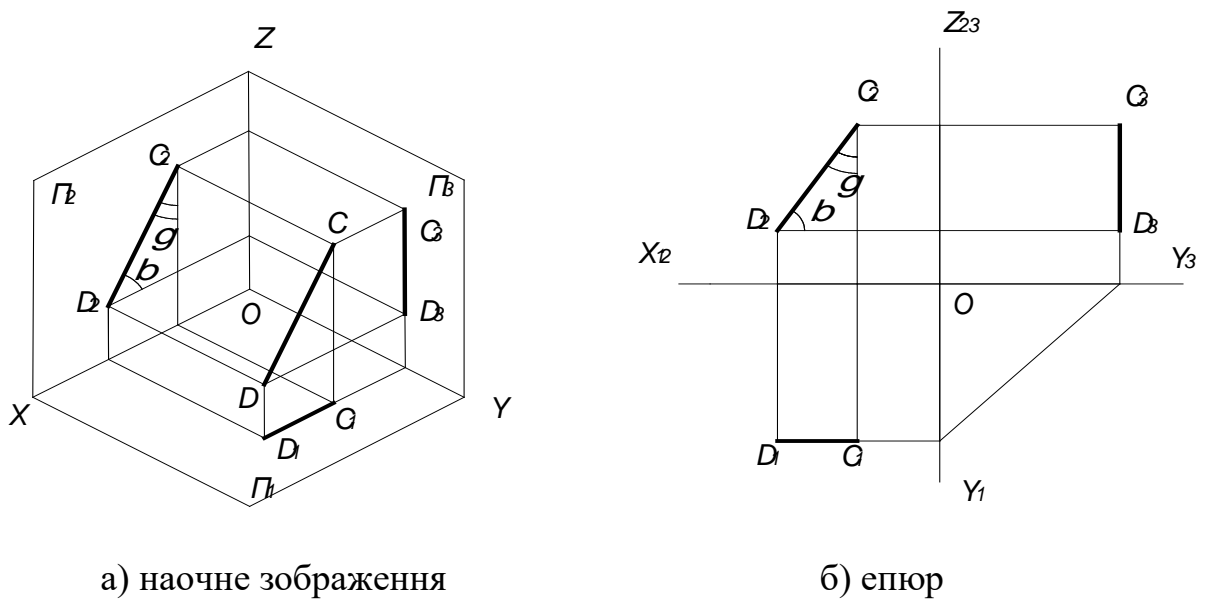


а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 3.3 – Відображення проєкцій горизонтальної прямої

**Фронтальна пряма** (фронталь) – пряма, яка паралельна фронтальній  $\Pi_2$  площині проєкцій та утворює кути нахилу з горизонтальною  $\Pi_1$  і профільною  $\Pi_3$  площинами проєкцій) (рис. 3.4, а), б).

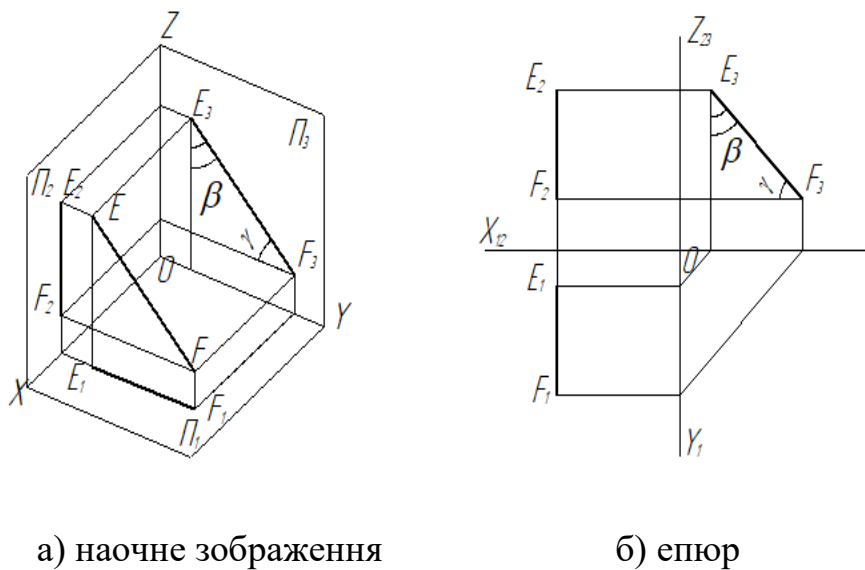


а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 3.4 – Відображення проєкцій фронтальної прямої

*Профільна пряма* – пряма, яка паралельна профільній  $\Pi_3$  площині проєкцій та утворює кути нахилу з горизонтальною  $\Pi_1$  і фронтальною  $\Pi_2$  площинами проєкцій (рис. 3.5, а), б).



а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 3.5 – Відображення проєкцій профільної прямої

*Проєкціювальна* пряма перпендикулярна лише до однієї із площин проєкцій та паралельна двом іншим площинам проєкцій.

Назви цих прямих відповідають назвам площин, до яких ці прямі перпендикулярні (рис. 3.6 – 3.8).

*Горизонтально-проекціювальна пряма* – пряма, яка перпендикулярна до горизонтальної  $\Pi_1$  площини проєкцій та паралельна фронтальній  $\Pi_2$  і профільній  $\Pi_3$  площинам проєкцій (рис. 3.6, а), б).

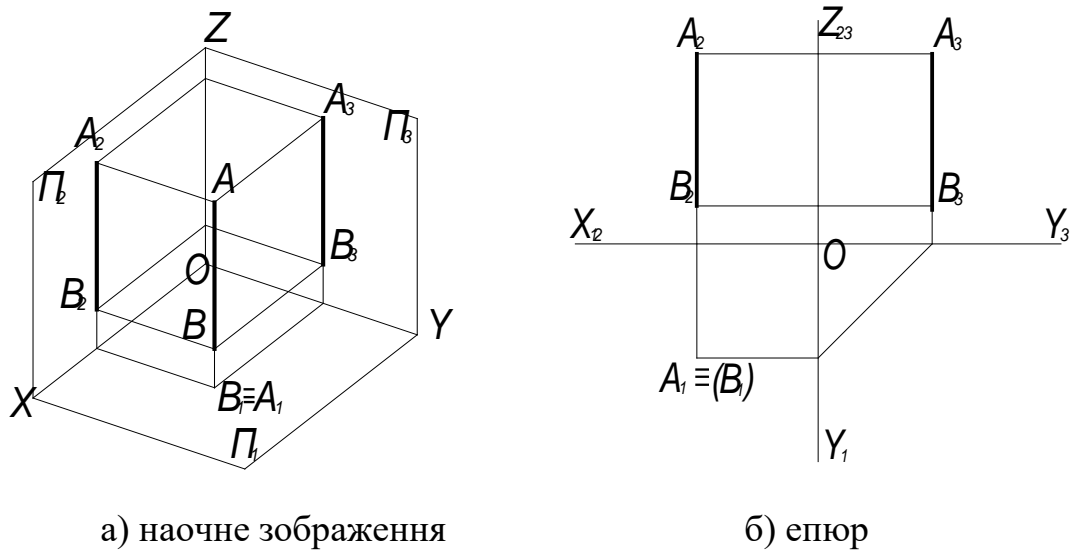


Рисунок 3.6 – Відображення проєкцій горизонтально-проекціювальної прямої

*Фронтально-проекціювальна пряма* – пряма, яка перпендикулярна до фронтальної  $\Pi_2$  площини проєкцій та паралельна горизонтальній  $\Pi_1$  і профільній  $\Pi_3$  площинам проєкцій (рис. 3.7, а), б).

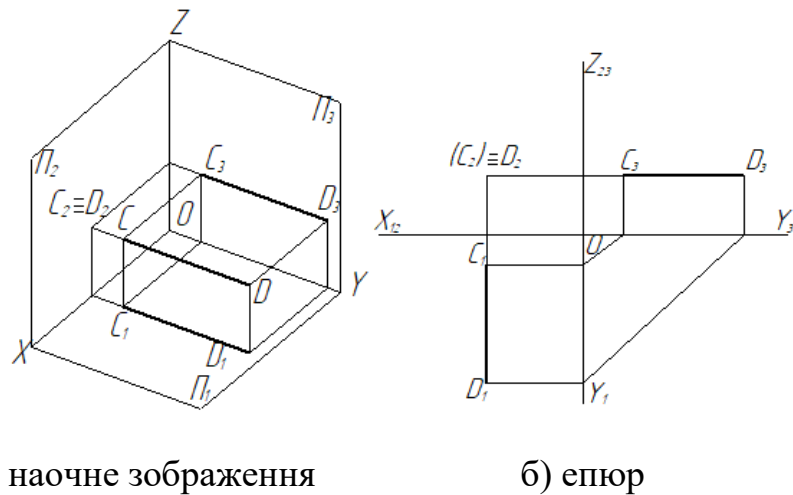
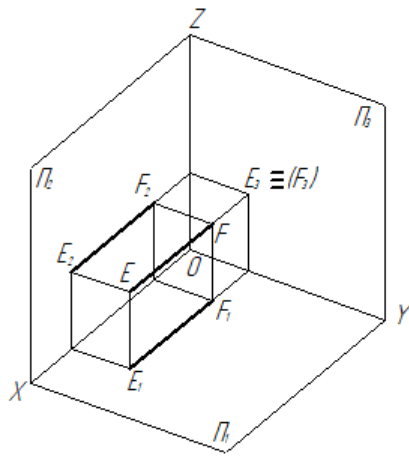
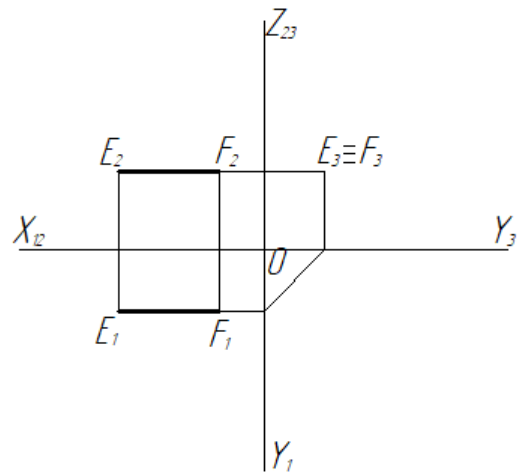


Рисунок 3.7 – Відображення проєкцій фронтально-проекціювальної прямої

*Профільно-проекціювальна пряма* – пряма, яка перпендикулярна до профільної  $\Pi_3$  площини проєкцій та паралельна горизонтальній  $\Pi_1$  і фронтальній  $\Pi_2$  площинам проєкцій (рис. 3.8, а), б).



а) наочне зображення

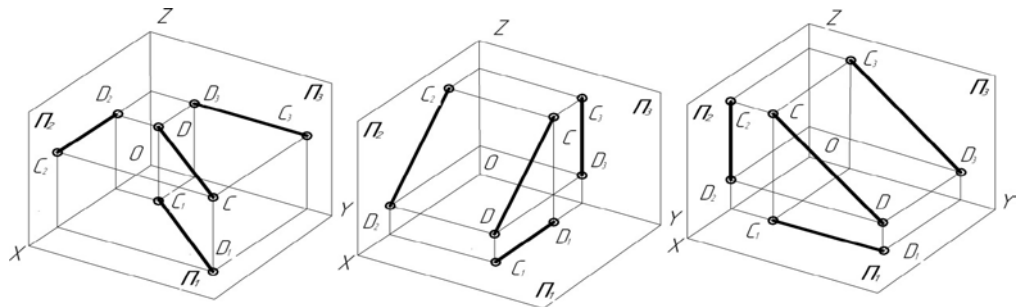


б) епюр

Рисунок 3.8 – Відображення проєкцій фронтально-проєкціовальної прямої

### 3.3 Питання для СРС

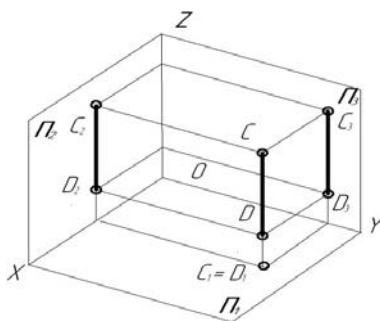
1. На яких рисунках (рис. 3.9, а – е) показано прямі рівня?
2. На яких рисунках (рис. 3.9, а – е) показано проєкціовальні прямі?



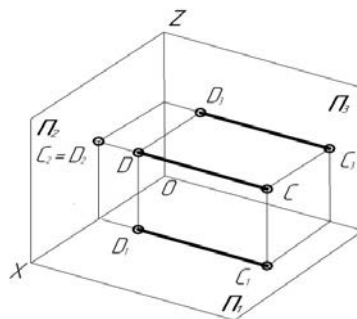
а)

б)

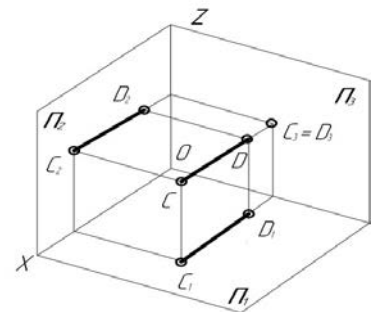
в)



г)



д)

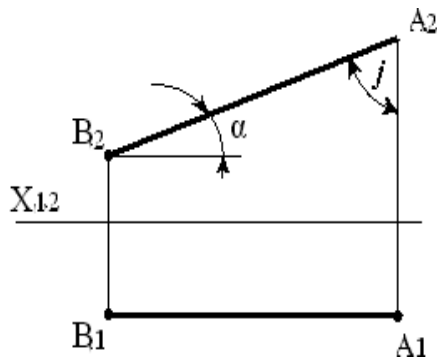


е)

Рисунок 3.9 – Наочні зображення прямих

### 3.4 Приклади для перевірки знань

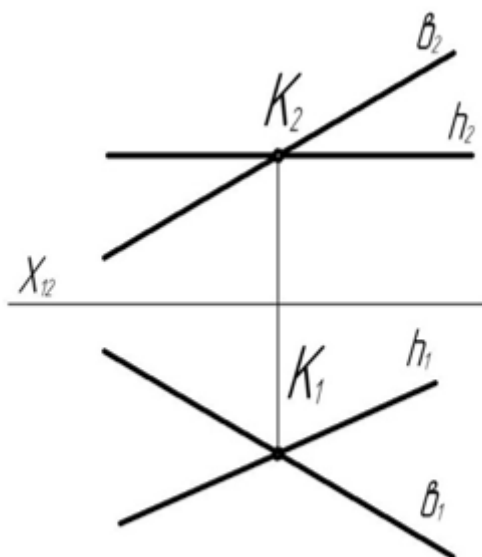
**Приклад 1.** Уявіть і побудуйте проєкції відрізка  $AB$ , паралельного  $\Pi_2$ , причому точка  $B$  знаходиться далі від  $\Pi_3$ , ніж точка  $A$ . Запишіть символічне позначення прямої, покажіть її довжину та кути нахилу до площин проєкцій. Оскільки відрізок прямої  $AB$  паралельний  $\Pi_2$ , то потрібно врахувати ознаки фронтальної прямої, тобто  $A_1B_1 \parallel X_{12}$ , та відповідні позначення кутів нахилу  $\alpha$  та  $j$ .



$AB \parallel \Pi_2, X_B > X_A$ ;  
 $AB$  – фронталь  $f$ ,  
 $A_1B_1 \parallel X_{12}$ ; Н.в.  $AB = A_2B_2$ ;  
 $\alpha$  – кут нахилу до  $\Pi_1$ ,  
 $j$  – кут нахилу до  $\Pi_3$ .

**Приклад 2.** Побудуйте дві прямі, які перетинаються, причому одна з яких займає горизонтальне положення.

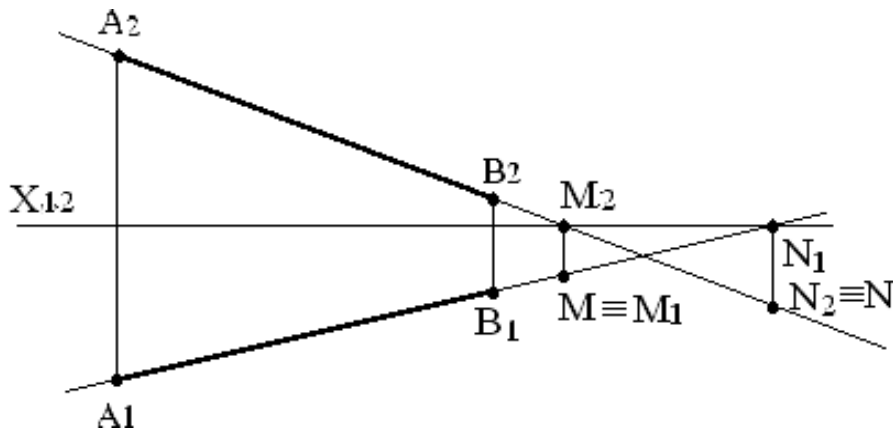
Використовуємо ознаку горизонтальної прямої  $h (h_1, h_2)$ , тобто  $h_1 \parallel X_{12}$ .



$$v \cap h = K \Rightarrow \begin{cases} v_1 \cap h_1 = K_1, \\ v_2 \cap h_2 = K_2. \end{cases}$$

**Приклад 3.** Побудуйте горизонтальний та фронтальний сліди прямої  $AB$ .

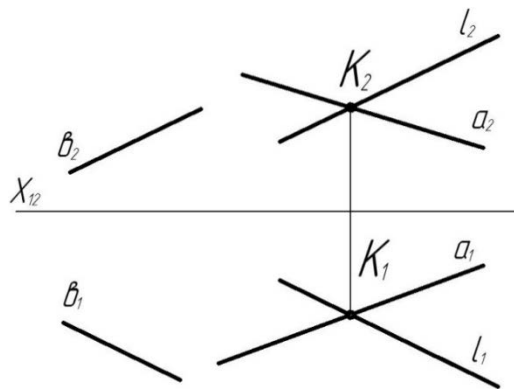
Продовжимо проєкції  $A_1B_1$  та  $A_2B_2$  до перетину з віссю  $X_{12}$ . Визначимо проєкції точок  $M(M_1, M_2)$  та  $N(N_1, N_2)$ .



Ознаки:  
 $M \in \Pi_1$ ,  
 $N \in \Pi_2$ .

т.  $M$  – горизонтальний слід, є результатом перетину прямої  $AB$  з площиною проєкцій ( $Z_M = 0$ ); т.  $N$  – фронтальний слід, є результатом перетину прямої  $AB$  з площиною проєкції  $\Pi_2$  ( $Y_N = 0$ ).

**Приклад 4.** Побудуйте пряму  $l$ , яка перетинає пряму  $a$  та паралельна прямій  $v$ .



$$a \cap l = K \Rightarrow \begin{cases} a_1 \cap l_1 = K_1, \\ a_2 \cap l_2 = K_2. \end{cases}$$

$$l \parallel v \Rightarrow \begin{cases} l_1 \parallel v_1, \\ l_2 \parallel v_2. \end{cases}$$

### 3.5 Теоретичні питання

1. Які положення прямих вам відомі?
2. Які прямі окремого положення ви знаєте?
3. За якими ознаками можна визначити прямі рівня?
4. За якими ознаками можна визначити проєціювальні прямі?
5. Які точки називають конкуруючими?
6. Ознаки паралельних, мимобіжних та прямих, які перетинаються.

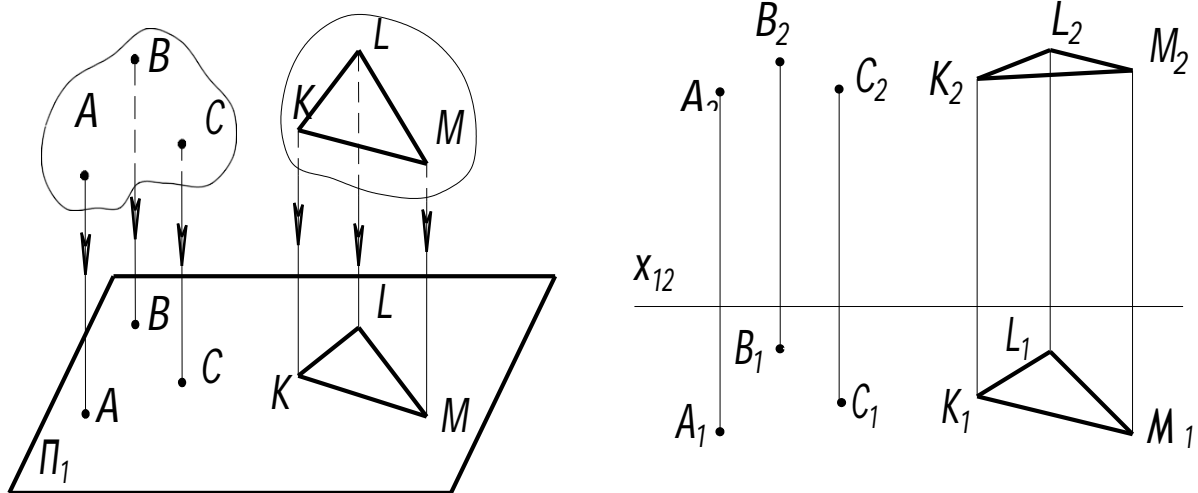
## 4 ПЛОЩИНА

В Евклідовому просторі будь-якої вимірності площина зазвичай визначається за допомогою: трьох неколінеарних точок (точки не розташовані на одній прямій); прямою і точкою, що не належить цій прямій; двома різними прямими, що перетинаються; двома паралельними прямими.

Площина є однією з основних геометричних фігур. Найпростіший спосіб уявити площину – це поглянути на стіл або скло вікна. Тобто, це є плоска, гладка поверхня. Площина в геометрії є рівною, необмеженою та не має товщини. Основними геометричними фігурами на площині є точка і пряма.

### 4.1 Способи задання площини

Площина у просторі нескінченна. Її положення визначається трьома точками (рис. 4.1, а), б), які не лежать на одній прямій.



а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 4.1 – Приклад задання площини плоскою фігурою

На підставі цього можна переходити до задання площини плоскою фігурою, наприклад, трикутником (рис. 4.1, а), б) та іншими способами: прямою та точкою, яка не лежить на цій прямій; двома паралельними прямими; двома прямими, які перетинаються; слідами.

## 4.2 Класифікація площин. Означення

Відносно площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  площини можуть займати такі положення: бути паралельними або перпендикулярними до площин проєкцій, непаралельними та неперпендикулярними до площин проєкцій.

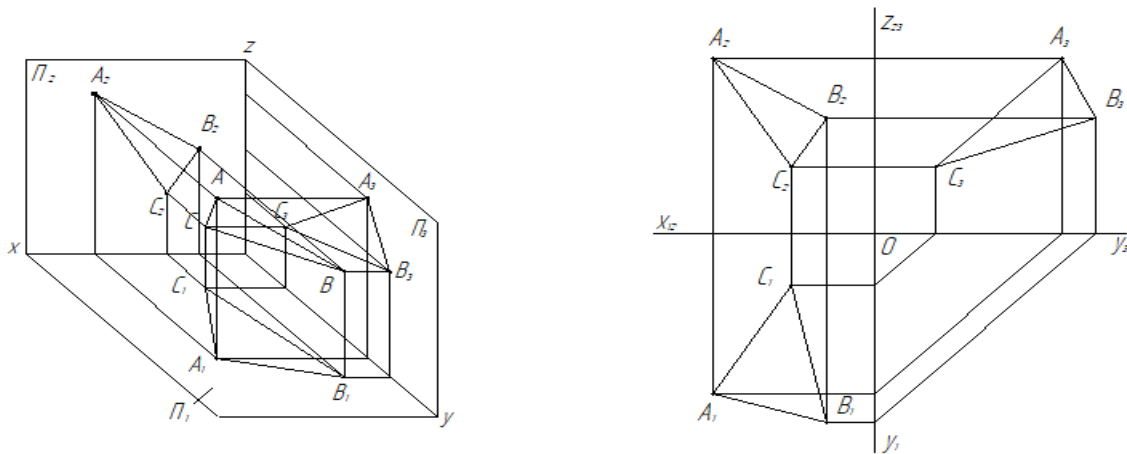
Площини бувають загального та окремого положення. До площин окремого положення відносять площини рівня та проєкціовальні.

Площина загального положення – це площина, яка непаралельна та неперпендикулярна ні до жодної з площин проєкцій.

**Площина.** Положення площини у просторі визначається трьома точками, які не лежать на одній прямій. На підставі цього можна переходити до шести способів задання площини: трьома точками, які не лежать на одній прямій; плоскою фігурою; прямою та точкою, що не лежить на цій прямій; двома паралельними прямими; двома прямими, що перетинаються; слідом-проєкцією.

**Площина загального положення** – це площина, яка непаралельна та неперпендикулярна ні до жодної з площин проєкцій.

Відображення площини загального положення на горизонтальну  $\Pi_1$ , фронтальну  $\Pi_2$  та профільну  $\Pi_3$  площини проєкцій показано на рис. 4.2, а), б); площин окремого положення – на рис. 4.3 – 4.9.



а) наочне зображення

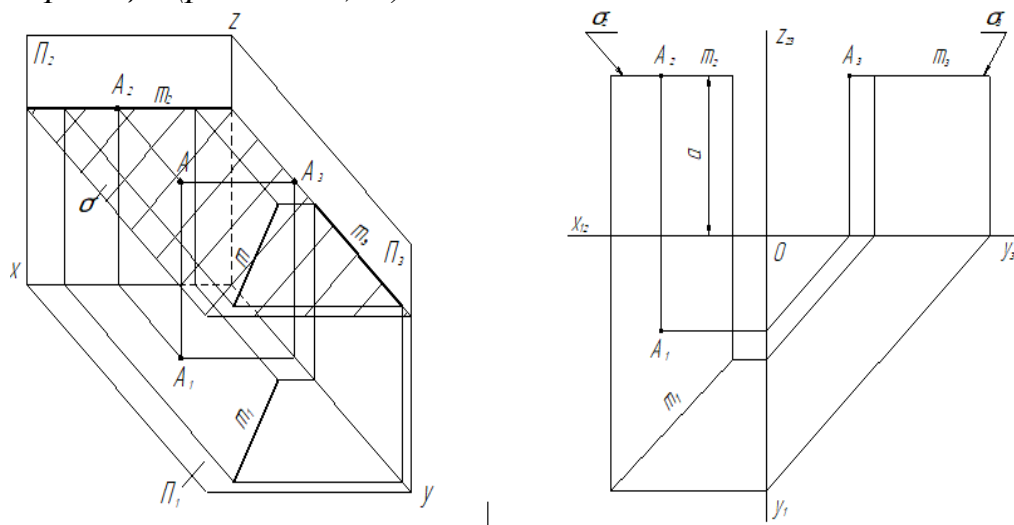
б) епюр

Рисунок 4.2 – Епюр площини загального положення

**Площина окремого положення** – це площина, яка паралельна або перпендикулярна до однієї з координатних площин проєкцій. Площини окремого положення мають особливу властивість, а саме: вироджуються (перетворюються) в пряму лінію та проєкціюються в слід-проєкцію.

**Площина рівня** – площина, яка паралельна лише одній з площин проєкцій та перпендикулярна до двох інших (рис. 4.3, 4.6).

**Горизонтальна площина** – площина, яка паралельна горизонтальній  $\Pi_1$  площині проєкцій та перпендикулярна до фронтальної  $\Pi_2$  і профільної  $\Pi_3$  площин проєкцій (рис. 4.3, а), б).

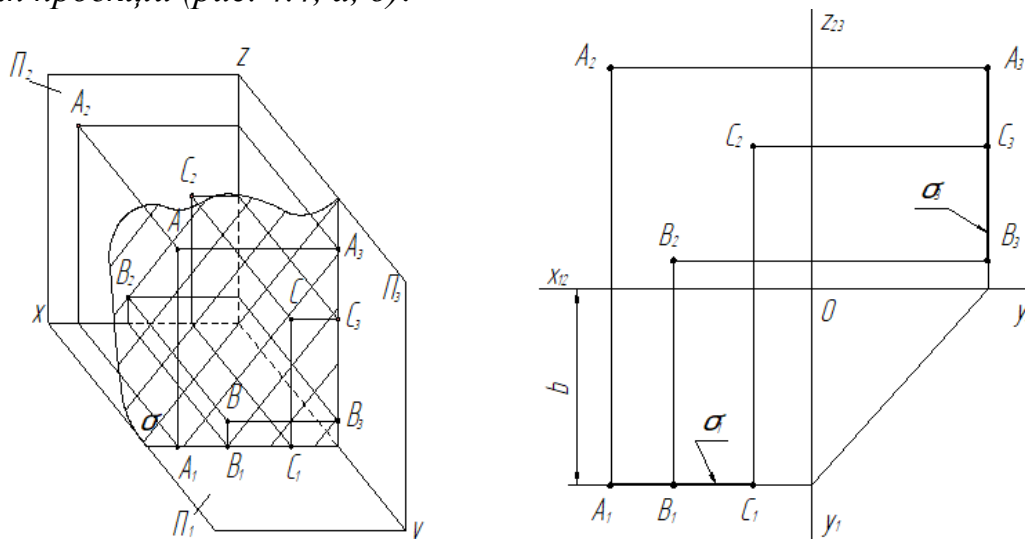


а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 4.3 – Відображення горизонтальної площини

**Фронтальна площина** – площина, яка паралельна фронтальній  $\Pi_2$  площині проєкцій та перпендикулярна до горизонтальної  $\Pi_1$  і профільної  $\Pi_3$  площин проєкцій (рис. 4.4, а), б).



а) наочне зображення

б) епюр

Рисунок 4.4 – Відображення фронтальної площини

**Профільна площина** – площина, яка паралельна профільній  $\Pi_3$  площині проєкцій та перпендикулярна до горизонтальної  $\Pi_1$  і фронтальної  $\Pi_2$  площин проєкцій (рис. 4.5, а), б).

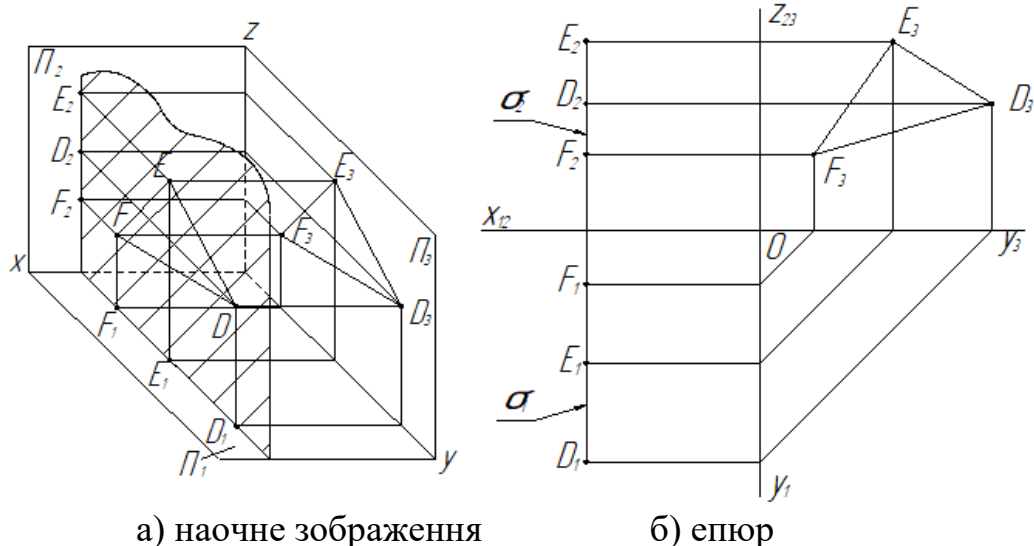


Рисунок 4.5 – Відображення профільної площини

**Проекціювальна площина** – площина, перпендикулярна лише до однієї з площин проєкцій та утворює кути нахилу з двома іншими.

Горизонтально-проекціювальна площина – площина, яка перпендикулярна до горизонтальної  $\Pi_1$  площини проєкцій та утворює кути нахилу з фронтальною  $\Pi_2$  і профільною  $\Pi_3$  площинами проєкцій (рис. 4.6, а), б).

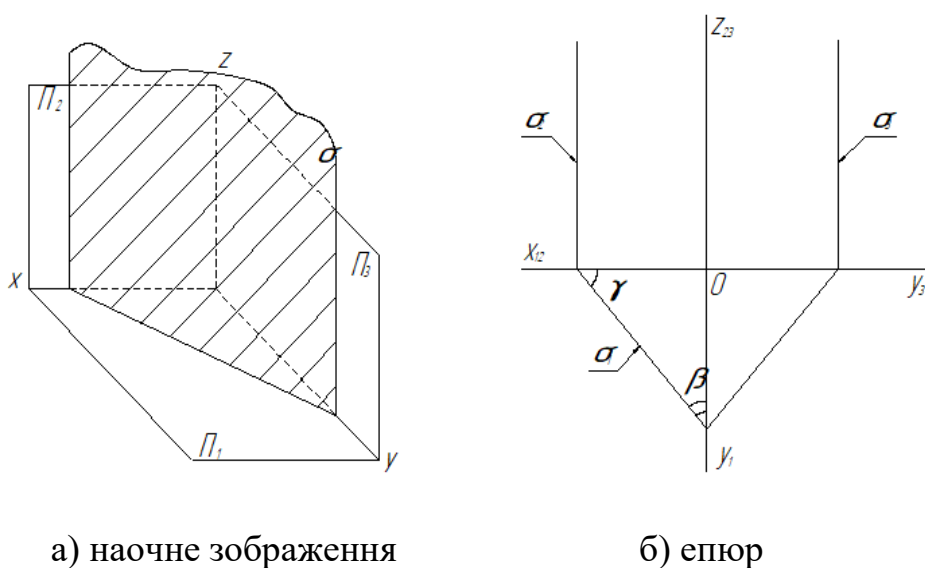
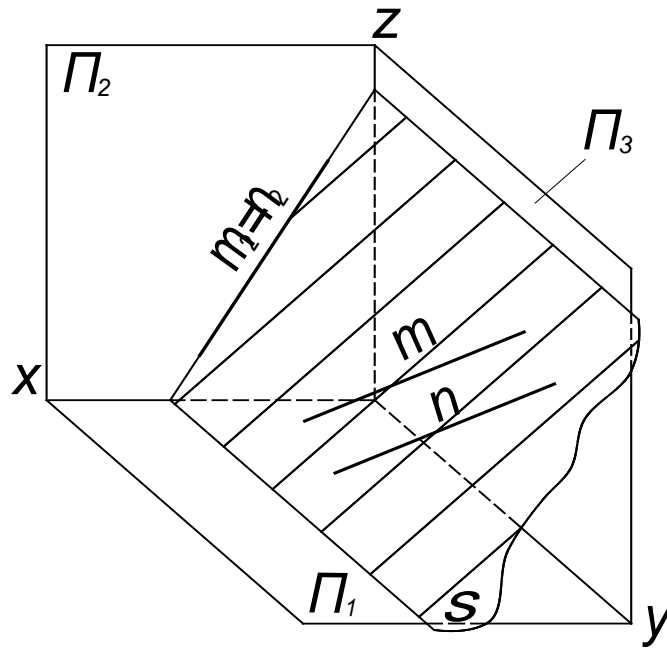
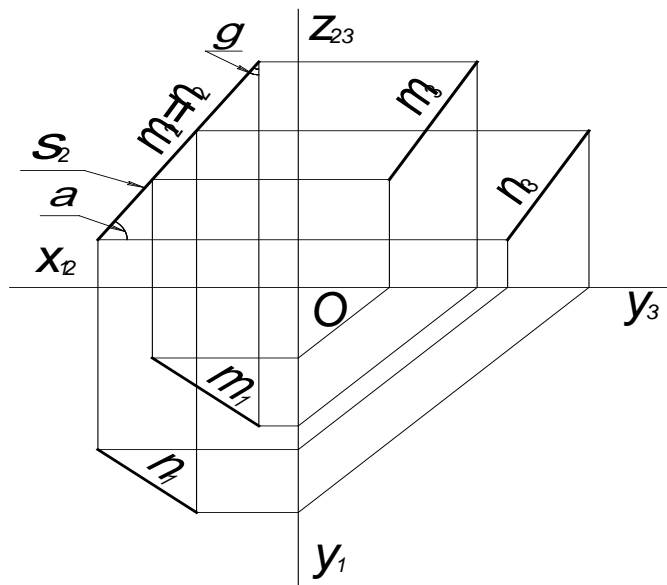


Рисунок 4.6 – Відображення горизонтально-проекціювальної площини

Фронтально-проекціювальна площина – площина, яка перпендикулярна до фронтальної  $\Pi_2$  площини проєкцій та утворює кути нахилу з горизонтальною  $\Pi_1$  і профільною  $\Pi_3$  площинами проєкцій (рис. 4.7, а), б).



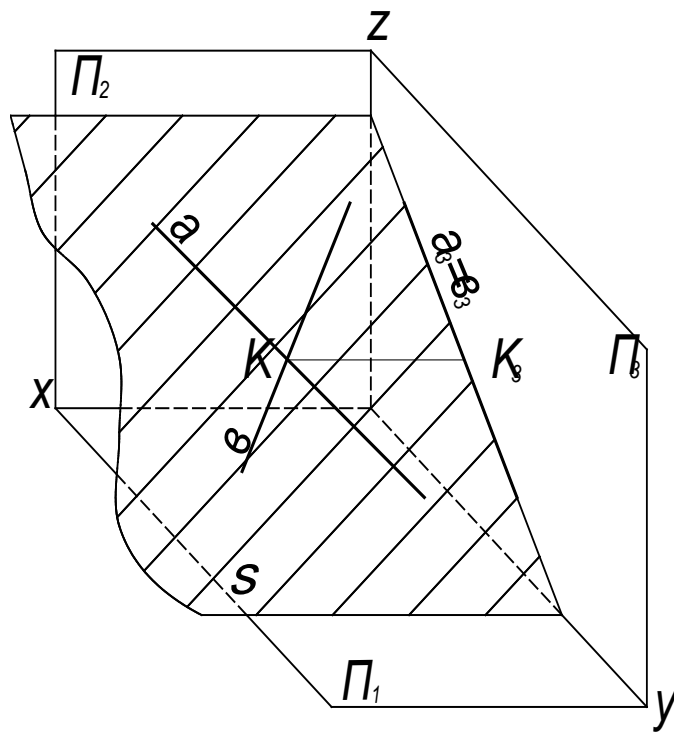
а) наочне зображення



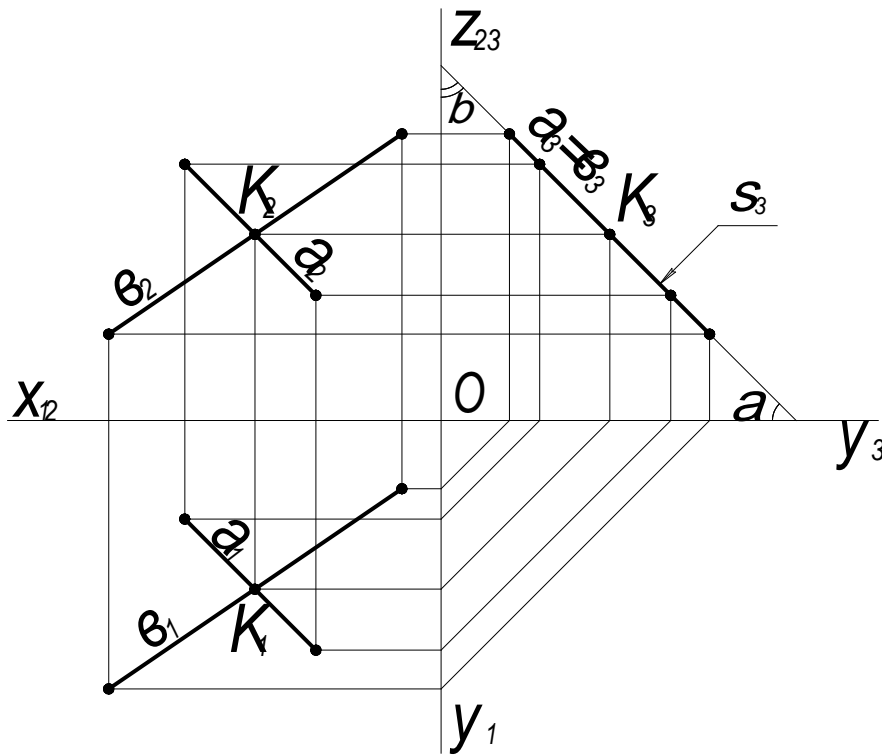
б) епюр

Рисунок 4.7 – Відображення фронтально-проекціювальної площини

**Профільно-проекціювальна** площина – площина, яка перпендикулярна до профільної  $\Pi_3$  площини проєкцій та утворює кути нахилу з горизонтальною  $\Pi_1$  і фронтальною  $\Pi_2$  площинами проєкцій (рис. 4.8, а), б).



а) наочне зображення



б) епюр

Рисунок 4.8 – Відображення профільно-проекціювальної площини

## Висновки

В практичних задачах машинобудівної галузі, а саме, під час побудови розрізів та перерізів використовують площини окремого положення. До площин окремого положення відносять площини рівня та проєкціювальні.

Площини окремого положення мають особливу властивість, а саме: вироджуються (перетворюються) в пряму лінію та проєкціюються в слід-проєкцію. На технічних креслениках за вимогами стандартів під слідом-проєкцією розуміють частини розімкнених ліній із напрямом погляду (стрілочкою) та відповідним позначенням січних площин.

Площина рівня – площина, яка паралельна лише одній з площин проєкцій та перпендикулярна до двох інших.

На паралельну їй координатну площину площина рівня проєкціюється без спотворення. На дві інші координатні площини площина рівня проєкціюється в лінії перетину її з цими координатними площинами і називаються вони виродженими проєкціями цієї площини.

В нарисній геометрії площини рівня мають назви: горизонтальна, фронтальна та профільна площини. В технічних креслениках залежно від положення площини вводять аналогічні назви: горизонтальний, фронтальний та профільний розрізи.

2. Проєкціювальна площина – площина, яка перпендикулярна лише до однієї з площин проєкцій та утворює кути нахилу з двома іншими

На перпендикулярну до неї координатну площину проєкціювальна площина проєкціюється в лінію перетину її з цією координатною площиною, тобто утворює вироджену проєкцію цієї площини. На цю ж площину проєкції проєкціюються без спотворення кутів нахилу проєкціювальної площини до двох інших.

В нарисній геометрії проєкціювальні площини мають назви: горизонтально-проєкціювальна, фронтально-проєкціювальна та профільно-проєкціювальна площини. В технічних креслениках подібні терміни не застосовують, але властивість проєкціювальних площин має безпосереднє застосування під час побудови простих похилих та складних ламаних розрізів.

У розділі «Нарисна геометрія» січні площини позначають великими буквами грецького алфавіту  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$  та под.

Позначення січних площин ( $A-A$ ,  $B-B$ ,  $C-C$ , ...) досить широко використовують у машинобудівних креслениках (робочі кресленики механічних деталей та складальні кресленики). На креслениках внутрішні конфігурації частини предмета в розрізі показують суцільними лініями, як і видимий контур предмета. Водночас те, що знаходиться в січній площині, за винятком порожнин, штрихують тонкою суцільною лінією.

Положення січної площини показують на креслениках розімкненою основною лінією; це буде розглядатися далі в темах «Прості та складні розрізи», «Перерізи».

### 4.3 Питання для СРС

1. На яких рисунках (рис. 4.9, а – е) показані площини рівня?  
На яких рисунках (рис. 4.9, а – е) показані проєкціювальні площини?
2. Побудуйте ортогональні проєкції площин (рис. 4.9, а – е).

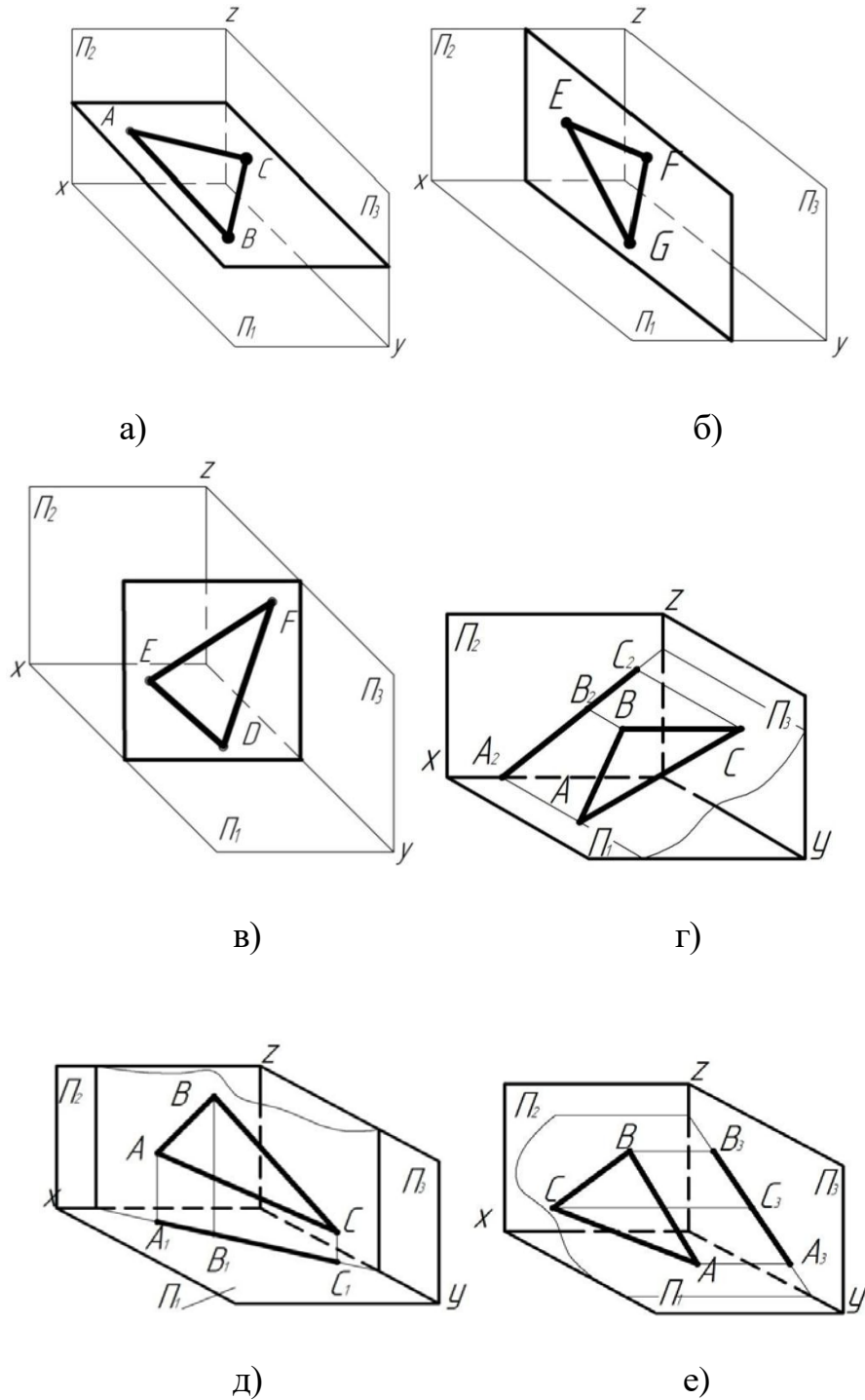
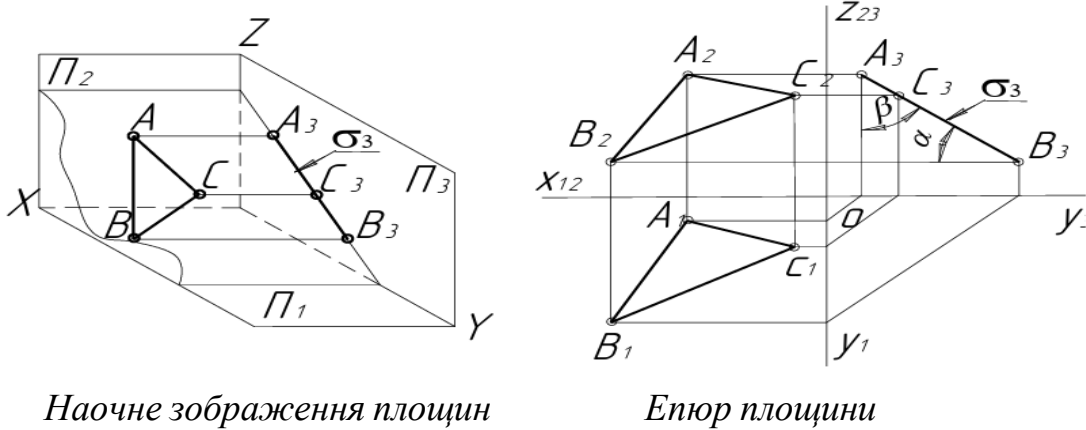


Рисунок 4.9 – Наочні зображення площин

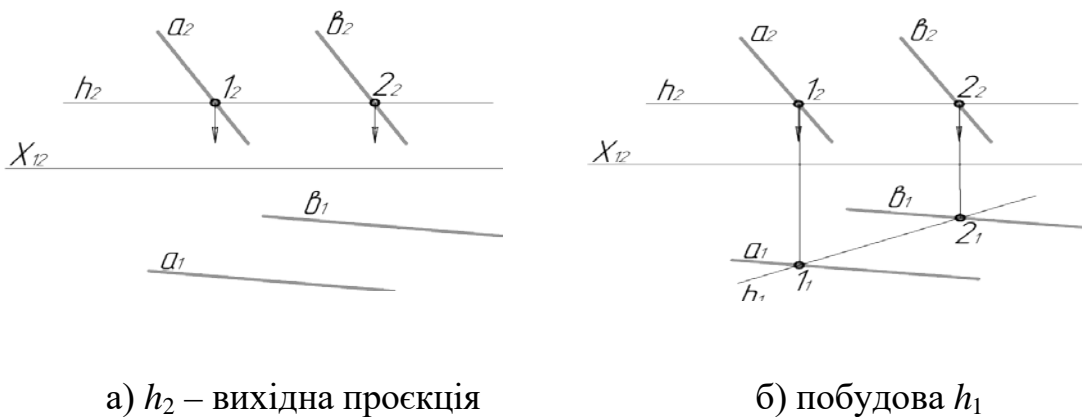
#### 4.4 Приклади для перевірки знань

**Приклад 1.** Визначте положення площини та її спосіб задання за наочним зображенням. Запишіть назву площини, її положення, побудуйте епюр цієї площини.



Із наочного зображення видно, що площина, яка задана  $\Delta ABC$ , розташована перпендикулярно до  $\Pi_3$  і на цій площині проєкцій вироджується в пряму лінію.  $\sigma(\Delta ABC)$  – профільно-проєкціювальна;  $\alpha$  – кут нахилу до  $\Pi_1$ ;  $\beta$  – кут нахилу до  $\Pi_2$ .

**Приклад 2.** В площині загального положення, яка задана двома паралельними прямими, побудуйте горизонталь. Горизонталь площини позначається буквою  $h$ . Горизонталь – це лінія, яка належить площині та паралельна  $\Pi_1$  (рис. 4.10, а), б). Вихідною проєкцією горизонталі має бути фронтальна проєкція  $h_2$ , яка за ознаками паралельна осі  $X_{12}$  (це точки 1, 2). За вертикальними лініями зв'язку визначаємо проєкції точок  $1_1$  та  $2_1$  і через них проводимо  $h_1$ . Лінія  $h_1$  називається горизонтальною проєкцією горизонталі та є неспотвореною проєкцією (натуральною величиною горизонталі  $h$ ).



а)  $h_2$  – вихідна проєкція

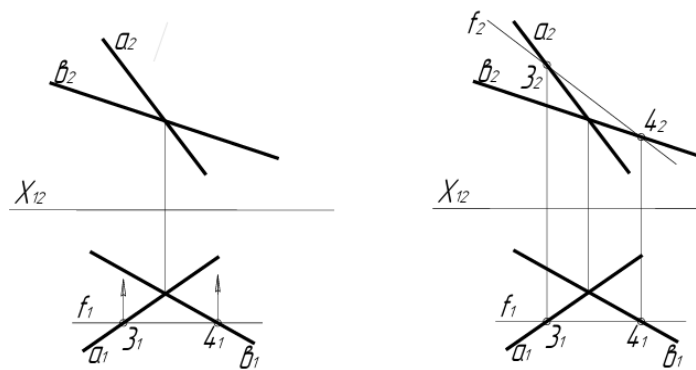
б) побудова  $h_1$

Рисунок 4.10 – Побудова горизонталі в площині  $\sigma$  ( $a \parallel b$ )

**Приклад 3.** В площині загального положення, яка задана прямими, що перетинаються, побудувати фронталь.

Фронталь площини позначається буквою  $f$ . Фронталь – це лінія, яка належить площині та паралельна  $\Pi_2$  (рис. 4.11 а), б). Вихідною проекцією фронталі має бути горизонтальна проекція, яка за ознаками паралельна до осі  $X_{12}$  та проходить через проекцію двох точок, які належать площині (це точки 3 та 4). За вертикальними лініями зв'язку визначаємо проєкції точок  $3_2$  та  $4_2$  і через них проводимо  $f_2$ . Лінія  $f_2$  називається фронтальною проєкцією фронталі та є неспотвореною проєкцією (натуральною величиною фронталі  $f$ ).

Аналогічно, якщо задано три проєкції заданої площини, то можна побудувати, використовуючи ознаки профільної прямої, профільну пряму  $\rho$  площини.

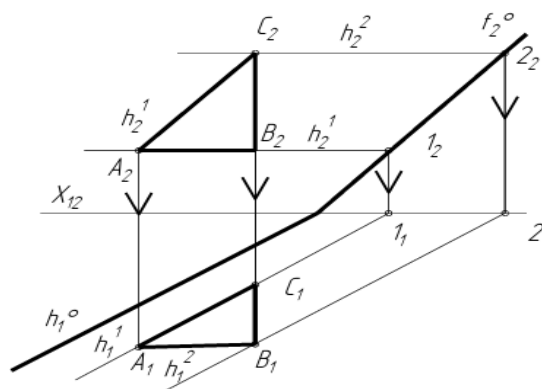


а)  $f_1$  – вихідна проєкція

б) побудова  $f_2$

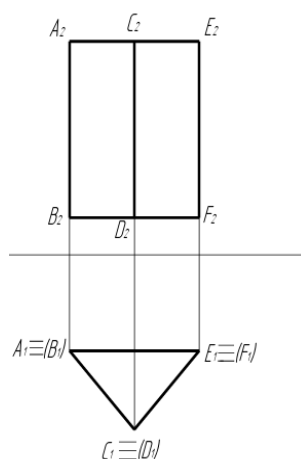
Рисунок 4.11 – Побудова фронталі у площині  $\sigma(a \cap e)$

**Приклад 4.** Побудуйте проєкції плоскої фігури, яка належить площині  $\sigma(f^0 \cap h^0)$ .

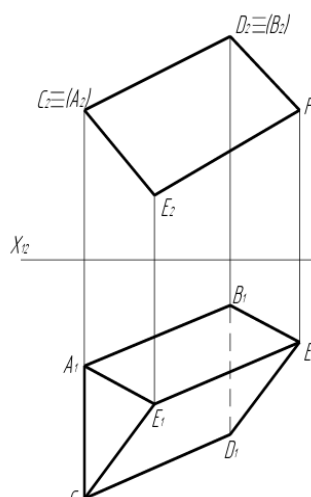


Проекції плоскої фігури знаходять за допомогою горизонталей  $h^1$  та  $h^2$  площини, яка задана слідами.

**Приклад 5.** Проаналізуйте положення ребер та граней багатогранника.



1-й варіант



2-й варіант

ребра

грані

ребра

грані

$AB, CD, EF \perp \Pi_1,$ $AE, BF \perp \Pi_3,$ $AC, CE$ та $BD,$ $DF // \Pi_1.$	$ACE, BDF // \Pi_1,$ $ABCD, CDEF \perp \Pi_1$ $ABEF // \Pi_2.$	$AC, BD \perp \Pi_2$ $AB, EF, CD, AE$ – загального положення	$CABD, ACE$ $BDF \perp \Pi_2$ $ABEF, CEFD$ – загального положення
---	--	---	---

#### 4.5 Теоретичні питання

1. Які способи задання площини на епюрі ви знаєте?
2. Які положення площин вам відомі?
3. Графічні ознаки проєкціювальних площин та площин рівня?
4. Яка властивість характерна для площин окремого положення?
5. Суть умов інцидентності точки та прямої площині.
6. З якої площини проєкцій доцільно починати побудову горизонталі, фронталі площини?

#### 4.6 Приклад виконання графічної роботи до теми «Точка, пряма, площина»

**Умова.** Для сукупності заданих поверхонь потрібно:

1. За заданими фронтальною та горизонтальною проєкціями сукупності поверхонь визначити профільну проєкцію.

2. Визначити положення ребер та граней (гранну поверхню вказує викладач) відносно площин проєкцій та записати в зошит запропоновану таблицю.

3. Визначити взаємне положення ребер та граней.

### Послідовність виконання

1. Із сукупності заданих проєкцій поверхонь з врахуванням відносно-го розташування поверхонь на форматі А3 будують три ортогональні проєкції.

У заданому варіанті в двох проєкціях показана сукупність проєкції чотирьох поверхонь: тригранної призми, шестигранної піраміди, конуса та циліндра обертання.

Здобувач аналізує положення вказаних поверхонь: основи всіх поверхонь розташовані паралельно горизонтальній проєкції  $P_1$ . Бічні поверхні конічної поверхні та піраміди на фронтальній площині проєкцій видимі, тому частина двох інших поверхонь, призми та циліндра, показується невидимими лініями.

На підставі горизонтальної та фронтальної проєкцій вихідного завдання здобувач будує профільну проєкцію, враховуючи видимість поверхонь. З *рис. 4.8* видно, що видимі контури поверхонь на  $P_3$  належать призматичній та конічній поверхням.

2. Для вказаної викладачем гранованої поверхні на трьох проєкціях вводять позначення (великими латинськими буквами) всіх вершин багатогранника. Згідно з показаним варіантом здобувачеві запропоновано шестикутну правильну піраміду. Здобувач вводить такі позначення вершин піраміди:  $ABCDEF$  – для основи та  $S$  – для вершини.

3. Виконують аналіз ребер многогранника. Ребро многогранника уявляють як відрізок прямої. Для цього потрібно звернути увагу на класифікацію, їх ознаки та характерні особливості.

4. Виконують аналіз граней многогранника. Кожна грань являє собою площину. Необхідно звернути увагу на основні означення, класифікацію площин, зображення площин на епюрі, їх характерні особливості та ознаки.

5. Визначають взаємне положення ребер та граней многогранника, враховуючи властивості проєкцій пар ребер або граней. Для визначення взаємного положення ребер потрібно мати на увазі, що ребра в просторі можуть бути мимобіжними, паралельними або перетинатись. Мимобіжними грані, на відміну від паралельних, бути не можуть, оскільки у разі їх продовження вони будуть перетинатись.

6. Правильно підписують завдання ( зразок показано на *рис. 4.12.* ).

*Примітка.* Умовні позначення розташування ребер, граней та взаємне положення ребер для заданої піраміди здобувач виконує в зошиті.

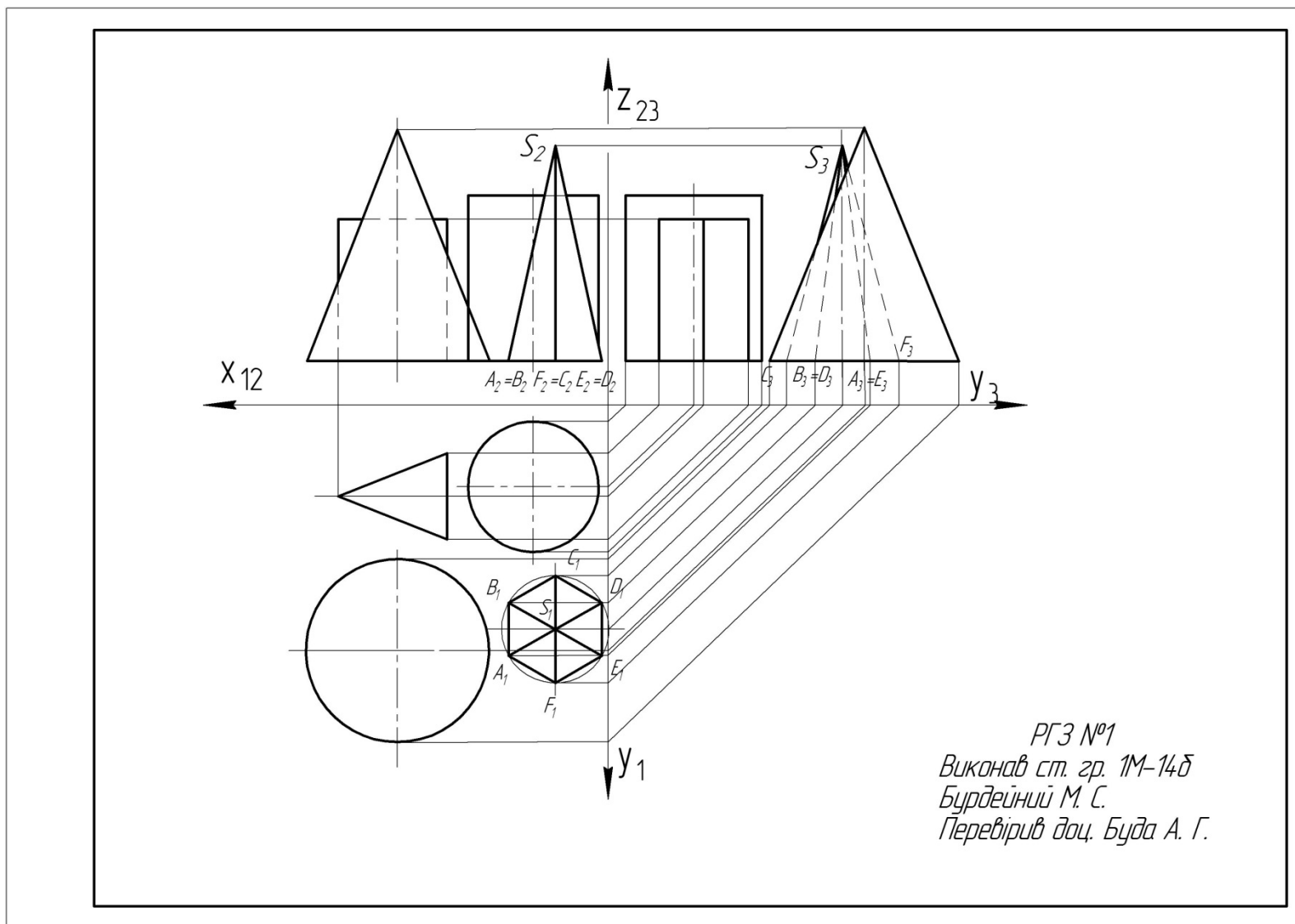


Рисунок 4.12 – Зразок виконання графічного завдання №1

#### 4.7 Тестові завдання до теми «Точка, пряма, площина»

**Тест 1.** На *рисунку 4.13* показано наочне зображення головки паяльника (*рис. 4.13, а*) та його дві ортогональні проєкції (*рис. 4.13, б*).

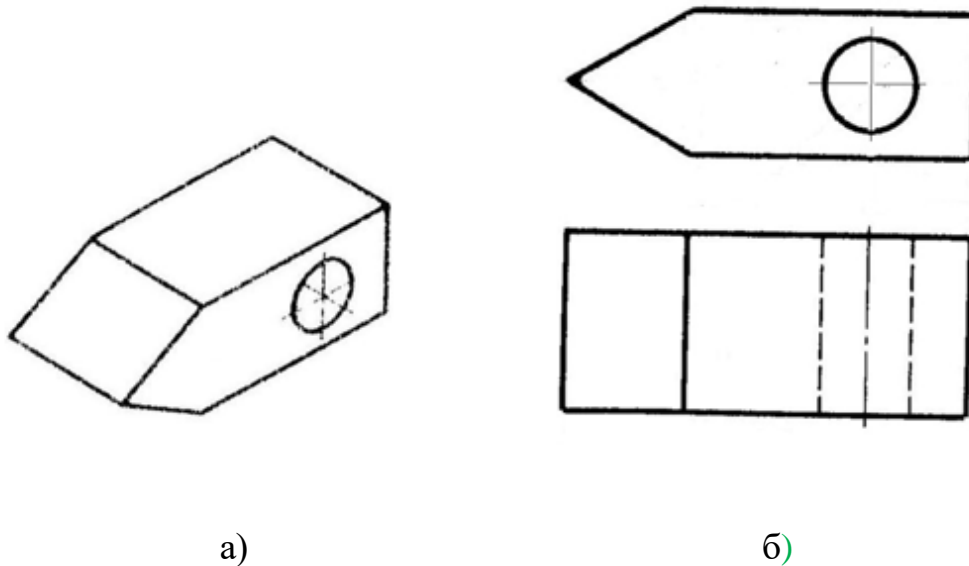


Рисунок 4.13 – Головка паяльника

1. Скільки граней (площин) містить головка паяльника?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
а) 4 грані; б) 6 граней; в) 7 граней; г) 5 граней.
2. Скільки ребер (прямих ліній) має вказана деталь?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
а) 4; б) 8; в) 7; г) 5.
3. Скільки пар граней деталі знаходиться в паралельних площинах?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
а) немає; б) 1; в) 3; г) 2.
4. Скільки точок спільного перетину ребер має вказана деталь?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
а) 12 б) 8; в) 10 г) 5.
5. Скільки ліній спільного перетину граней на вказаній деталі?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
а) 6; б) 10; в) 8; г) 12.

**Тест 2.** На *рис. 4.14* показано наочне зображення випилювального столика. Цифрами 1 (основа), 2 (хвостовик), 3 (шуруп); позначено три деталі виробу.

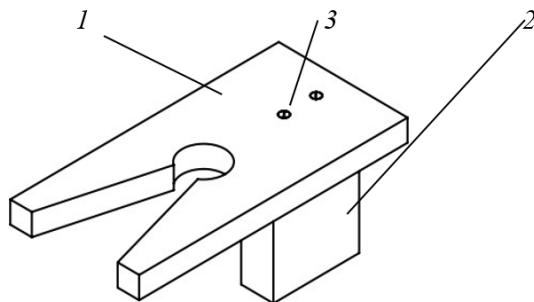


Рисунок 4.14 – 3D модель випилювального столика

1. Скільки плоских граней містить основа (поз. 1) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 4 грані; б) 6 граней; в) 7 граней; г) 5 граней.
2. Скільки горизонтальних граней містить основа (поз. 1) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 4 грані; б) 5 граней; в) 2 грані; г) 3 грані.
3. Скільки вертикальних граней містить основа (поз. 1) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 4 грані; б) 5 граней; в) 7 граней; г) 6 граней.
4. Скільки пар паралельних плоских граней містить основа (поз. 1) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 2; б) 3; в) немає; г) 4.
5. Скільки плоских граней містить хвостовик (поз. 2) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 5 граней; б) 6 граней; в) 4 грані; г) 5 граней.
6. Скільки пар паралельних плоских граней містить хвостовик (поз. 2) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 1; б) 2; в) немає; г) 3.
7. Скільки ліній перетину має хвостовик (поз. 2) столика?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) 6; б) 10; в) 12; г) 8.
8. Яка деталь столика (поз. 1 – 3) невидима на  $\Pi_1$  (вигляді зверху)?  
*Виберіть правильний варіант відповіді:*  
 а) поз. 3; б) немає; в) поз. 2; г) поз. 1.

## 5 ПОВЕРХНІ

### 5.1 Загальні положення

**Поверхня** – це зовнішній бік, верхній шар предмета або геометрична межа, що відділяє тіло від навколишнього простору. У математиці це двовимірний об'єкт, а в побуті — верхня частина чого-небудь. Вона визначає форму та межі об'єктів у просторі, а також може описувати, наприклад, рельєф землі.

З погляду інженерної графіки поверхня розглядається як геометричний об'єкт, що визначає форму та межі конструктивного елемента або деталі і задається сукупністю її проєкцій на площини креслення. Поверхня не має товщини, але саме вона формує зовнішній контур тіла та є основою для виконання креслень, побудови перерізів, розрізів і визначення взаємного положення елементів деталі. В інженерній графіці поверхні описують не лише абстрактно, а з урахуванням їх конструктивної та технологічної доцільності. Кожна поверхня на кресленні має чітке призначення: робоча, сполучна, базова або допоміжна. Її форма, розміри та взаємне розташування впливають на спосіб виготовлення, складання і експлуатації виробу. Можна сказати, що поверхні утворюються слідом руху відповідних ліній.

**Криві лінії** – геометричне місце послідовних положень точки, яка безперервно рухається в просторі (рис. 5.1).

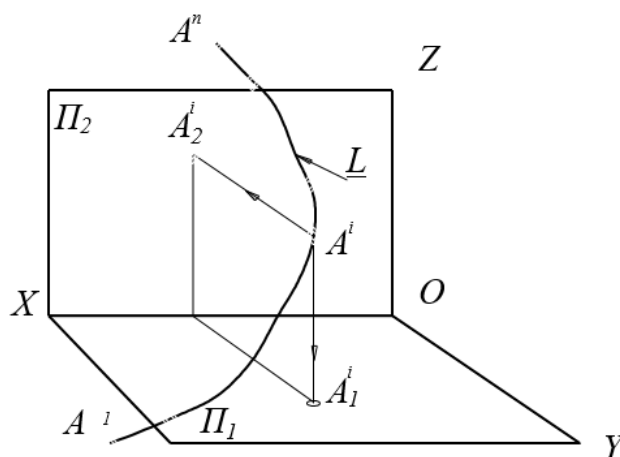


Рисунок 5.1 – Утворення кривої лінії

Область застосування кривих ліній досить широка: кулачки, профілі зубців, тощо. За їх допомогою можна задати або описати: обриси різноманітних інженерних конструкцій; траєкторії руху складних частин механізмів; виконувати дослідження у вигляді графіків залежності між різними параметрами тощо.

Способи задання кривої: аналітичний (крива лінія задається математичним рівнянням); графічний (крива лінія задається візуально на носії

графічної інформації); табличний (крива лінія задається координатами послідовного ряду її точок). В нарисній геометрії використовують графічний метод. До різновидів кривих відносять плоскі та просторові криві.

*Лінія, за допомогою якої утворюється поверхня, називається твірною. Лінія, яка задає закон руху твірної, називається напрямною. Твірна та напрямна можуть бути прямі та криві.*

Поверхня, утворена за допомогою певного закону, називається *закономірною*, і навпаки – *незакономірною*.

Поверхні, у яких твірна є прямою лінією, називаються *лінійчастими*, і навпаки, якщо твірна є кривою лінією, то поверхні називаються *нелінійчастими*.

## 5.2 Класифікація поверхонь

Поверхні класифікують за такими ознаками:

- |                           |                                       |
|---------------------------|---------------------------------------|
| 1. За способом утворення: | 2. За формою кривої:                  |
| 1.1 поверхні обертання;   | 2.1 лінійчасті;                       |
| 1.2 поверхні переносу;    | 2.2 нелінійчасті.                     |
| 1.3 гвинтові.             |                                       |
| 3. За законом утворення:  | 4. За суміщенням поверхні з площиною: |
| 3.1 закономірні;          | 4.1 розгортні;                        |
| 3.2 незакономірні.        | 4.2 нерозгортні.                      |

## 5.3 Способи задання поверхонь

Поверхні задають такими способами.

1. Каркасом – двома сімействами ліній, перетин яких утворює сітку.
2. Обрисом – лініями, які обмежують поверхню на кресленні.
3. Визначником – сукупністю умов, які однозначно задають поверхню.

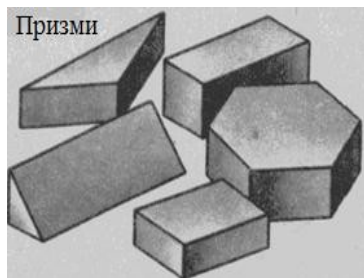
Визначник складається з двох частин:

а) геометричної частини (ГЧ) – точки, лінії, поверхні (елементи, за допомогою яких позначаються: твірні, напрямні);

б) алгоритмічної частини (АЧ) – символічний запис закону утворення поверхні з використанням знаків (перетину, паралельності, мимобіжності та под.)

## 5.4 Найпростіші геометричні поверхні та їх застосування в машинобудуванні

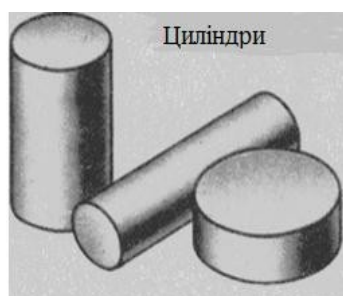
До найпростіших прикладів геометричних поверхонь відносять багатогранні поверхні – призму, піраміду (рис. 5.2, а), б) та поверхні обертання – циліндричні, конічні, сфера (рис. 5.2, в) – д).



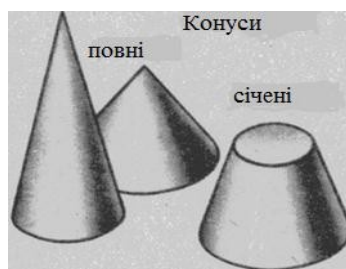
а)



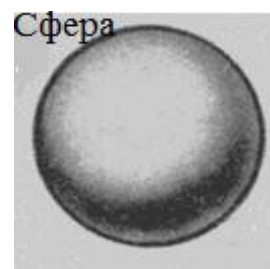
б)



в)



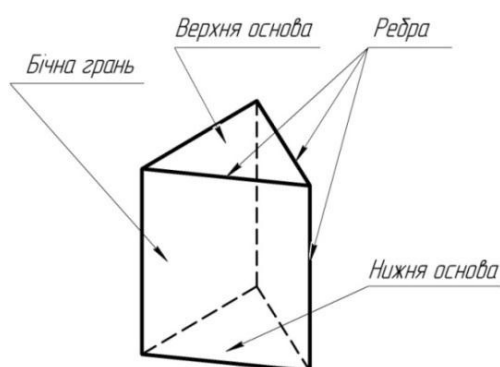
г)



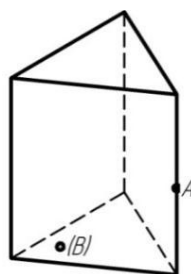
д)

Рисунок 5.2 – Найпростіші геометричні поверхні

1. **Призма.** Призму (рис. 5.3, а) – в) задають за допомогою основи та висоти її ребер висоти її ребер.



а) елементи призми



б) наочне зображення в) ортогональні проєкції

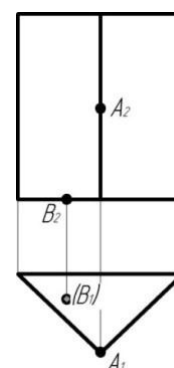


Рисунок 5.3 – Призма

2. **Піраміда.** Піраміду (рис. 5.4, а) – в) задають за допомогою основи, вершини та її ребер.

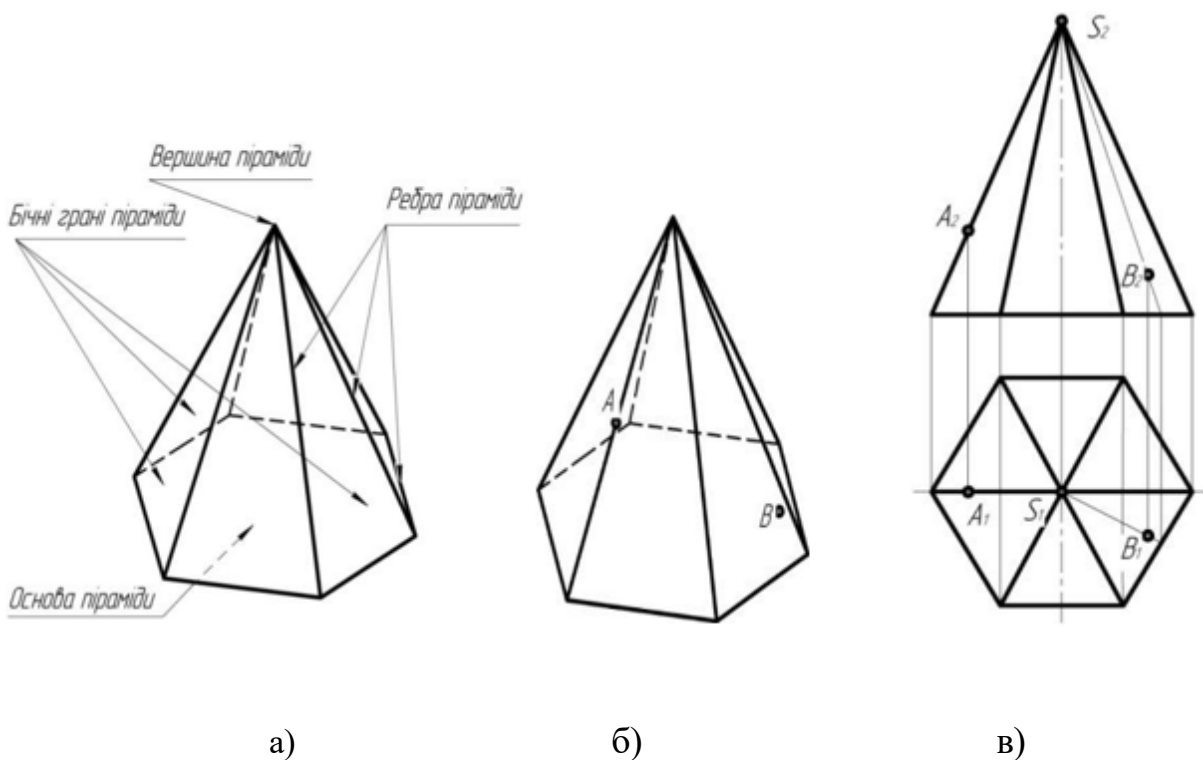


Рисунок 5.4 – Піраміда

3. **Циліндр обертання.** Циліндр обертання задають за допомогою твірної та осі обертання (рис. 5.5, а) – в).

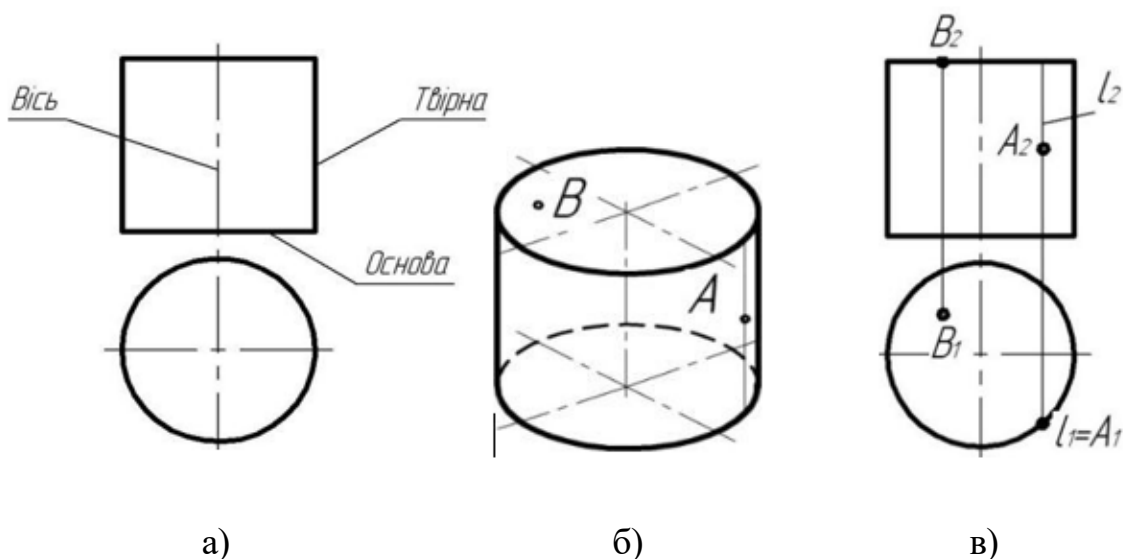


Рисунок 5.5 – Циліндр обертання

4. **Конус обертання.** Конус обертання задають за допомогою твірної та осі обертання (рис. 5.6, а) – в).

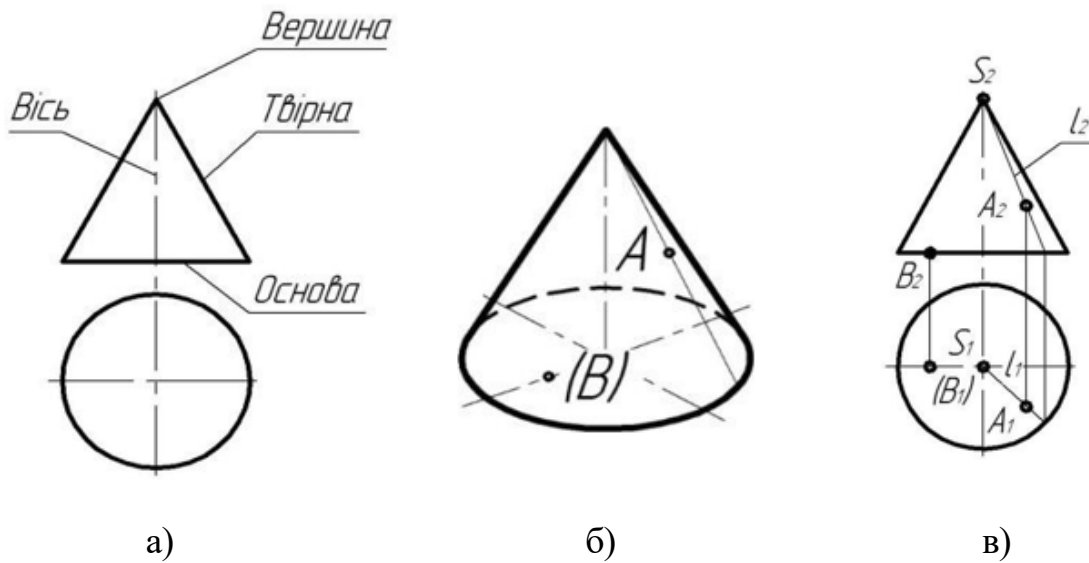


Рисунок 5.6 – Конус обертання

У техніці часто використовуються деталі з зовнішніми і внутрішніми поверхнями, розглянутими вище, а саме циліндричними, конічними, сферичними тощо; наприклад, циліндричні, конічні шестерні (рис. 5.7, а) зубчастих передач; ролики підшипників. Інструменти для обробки отворів (свердла – рис. 5.7, б), зенкери, розгортки; фрезерні оправки (рис. 5.7, в) мають хвостики зі стандартними конусами Морзе; шпинделі верстатів – конусне розточення стандарту Морзе під хвостики інструментів або оправок тощо.

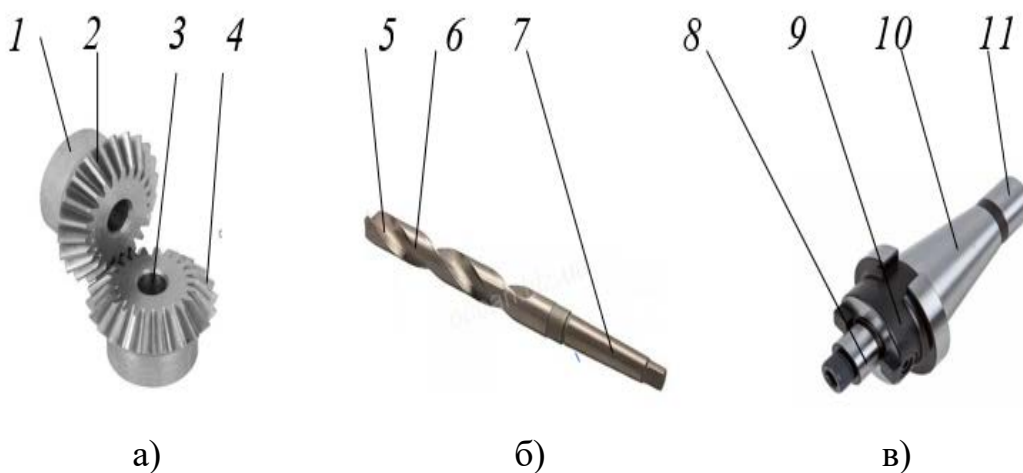


Рисунок 5.7 – Циліндричні зовнішні (1, 6, 8, 9, 11) та внутрішні (3) поверхні; гвинтова поверхня (5); конічні зовнішні поверхні (2, 4, 7, 10)

Також у технічних пристроях машинобудівного профілю досить широке використання мають деталі типу «втулка». Втулка являє собою деталь машини, механізму чи приладу циліндричної форми з осьовим отвором, яка слугує для сполучення з іншою деталлю. Здебільшого однією з основних функцій втулки є зменшення тертя між двома рухомими частинами. Найпростіші циліндричні та циліндричні з буртиком втулки показано на *рис. 5.8, а), б)*.



Рисунок 5.8 – Циліндричні втулки

На *рисунку 5.9, а), б)* показано втулку з внутрішніми фасками 9 (внутрішню фаску з лівого торця не видно), поверхня якої збігається з конічною поверхнею умовного центра 10. Втулка має зовнішні 2, 4, 5, 6, 7 і внутрішні 11 циліндричні поверхні, зовнішні 1, 3, 8 та дві внутрішні 9 конічні поверхні (фаски). На *рисунку 5.9, б)* показано розріз втулки з циліндричним отвором і центр з зовнішніми конічною 12 та циліндричними 13, 14 поверхнями.

Умовний конічний центр 10, з виділеною конічною поверхнею фаски 9 (*рис. 5.9, а)*) дозволяє більш чітко уявити суть конічної фаски у внутрішньому отворі 11 як частини конуса.

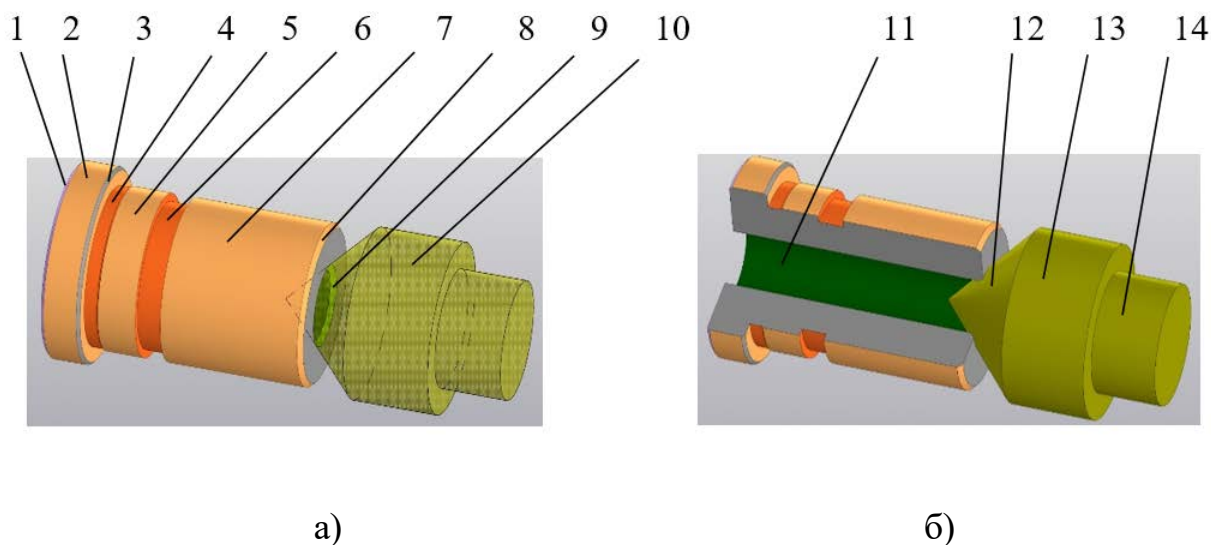


Рисунок 5.9 – Сукупності поверхонь обертання

## 5.5 Питання для СРС

1. Ознайомтеся з моделюванням двох деталей, (рис. 5.10, а), осі (поз. 1) та ролика (поз. 2).

Результат моделювання – валик (рис. 5.10, б) та втулка (рис. 5.10, в). Для валика маємо зовнішні циліндричні поверхні, для втулки – зовнішню та внутрішню.

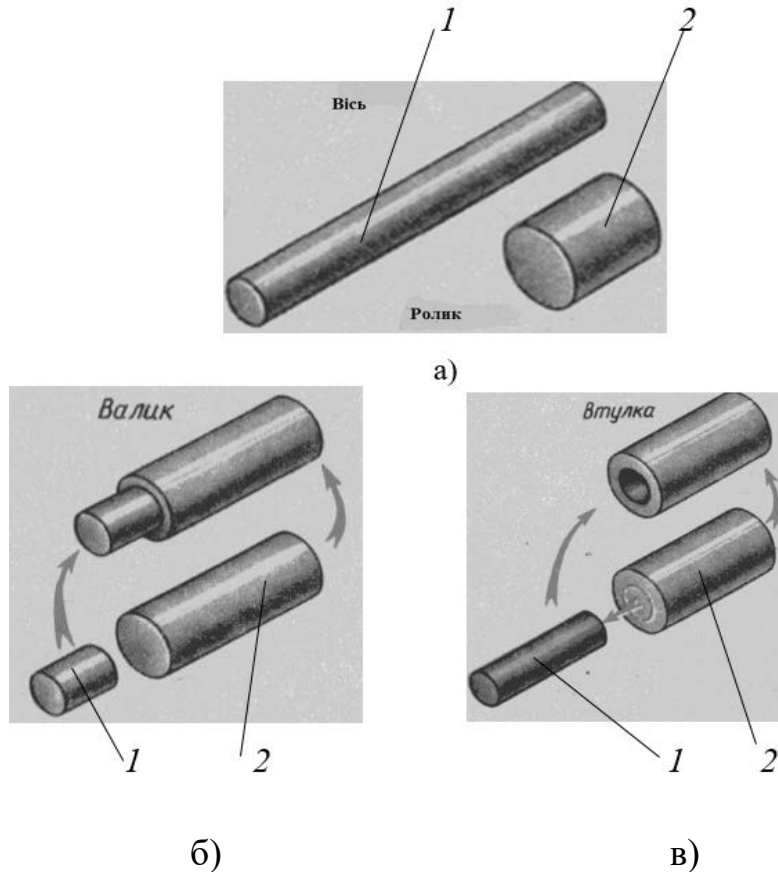


Рисунок 5.10 – Моделювання валика та втулки

2. Дайте назви поверхонь, з яких складається кожна деталь (рис. 5.11).

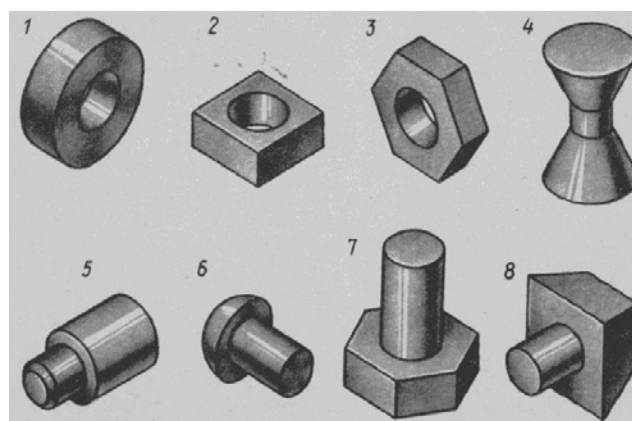
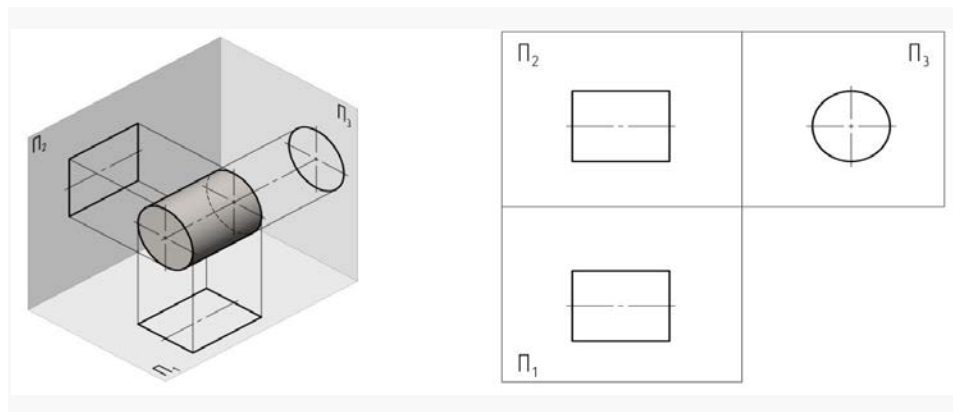


Рисунок 5.11 – Деталі з різноманітними поверхнями

3. За ортогональними проєкціями (рис. 5.12, а), б) поверхні циліндра обертання визначте положення осі та бічної поверхні циліндра.



а) наочне зображення      б) ортогональні проєкції

Рисунок 5.12 – Проекційне відображення циліндра обертання

4. Виконайте зовнішню візуалізацію форм поверхонь 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 верстата (рис. 5.13).

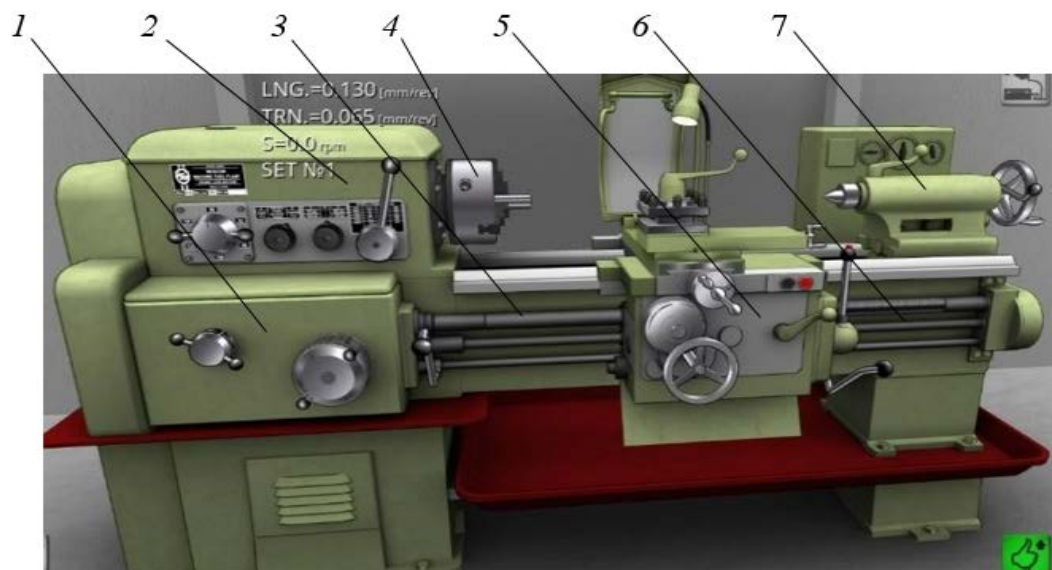
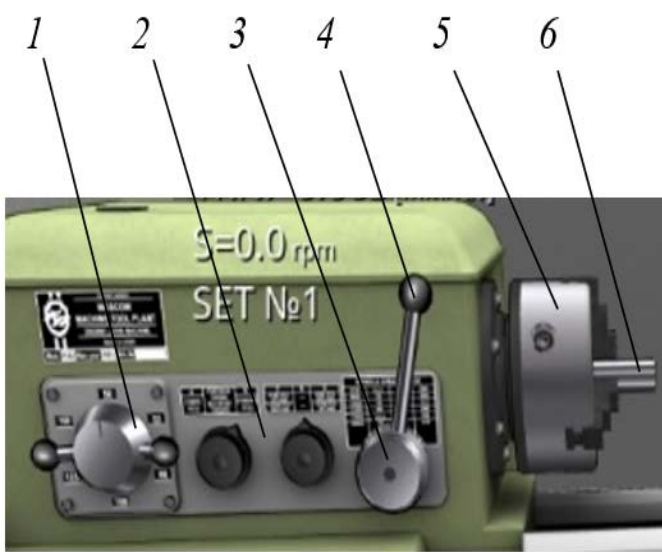
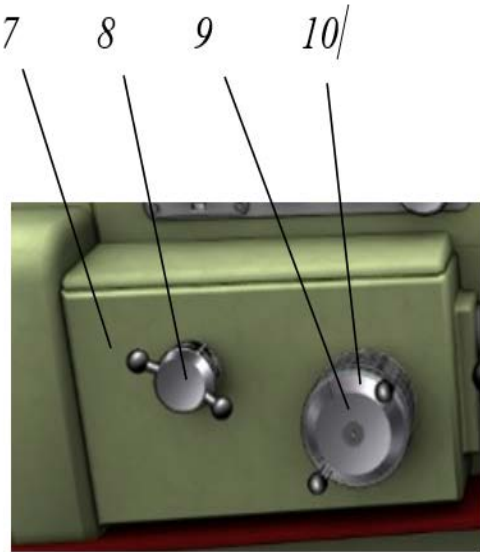


Рисунок 5.13 – Складові поверхонь верстата: 1 – передня поверхня коробки подач; 2 – передня поверхня коробки швидкостей; 3 – ходовий гвинт; 4 – зовнішня поверхня трикулачкового патрона; 5 – передня поверхня фартуха супорта; 6 – ходовий вал; 7 – корпус задньої бабки

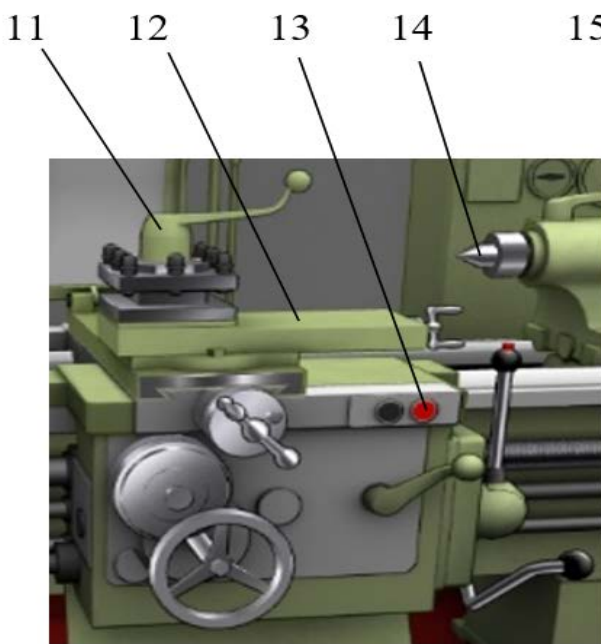
5. Відповідно до вказаних складових верстата (рис. 5.14), виділіть найпростіші геометричні об'єкти (грані, поверхні) окремих груп – 1, 2, 3, 4, 5, 6 (рис. 5.14, а); 7, 8, 9 10 (рис. 5.14, б); 11, 12, 13, 14 (рис. 5.14, в); 15, 16, 17 (рис. 5.14, г) складальних вузлів верстата.



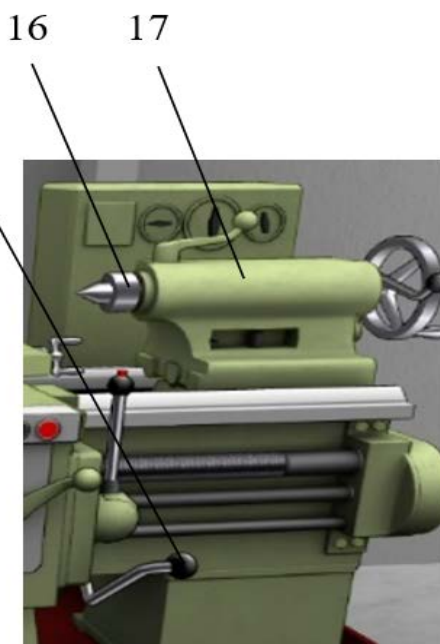
а)



б)



в)



г)

Рисунок 5.14 – Виділення найпростіших поверхонь окремих вузлів верстата

6. Яке розташування ходового вала 1 та ходового гвинта 2 у верстата (рис. 5.15)?

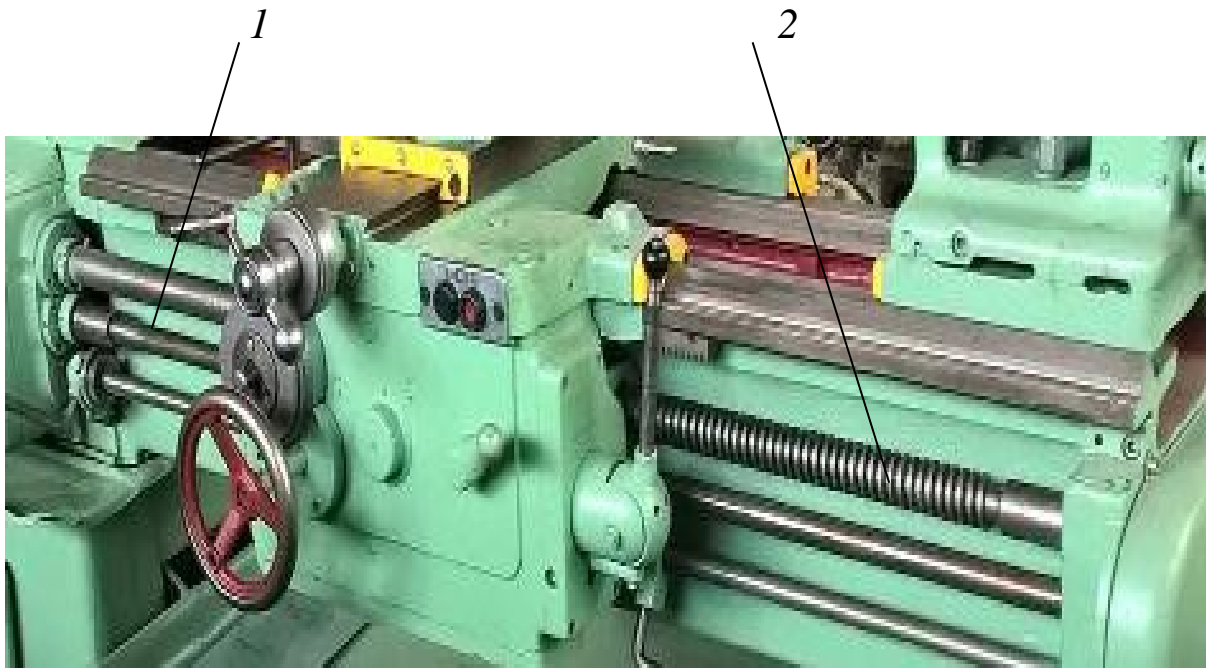


Рисунок 5.15 – Визначення взаємного розташування ходового вала 1 та гвинта подачі 2 верстата

7. Які поверхні утримують ходовий вал 1 та ходовий гвинт 2?

## 6 ПЕРЕРІЗ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПОВЕРХОНЬ

Переріз геометричних поверхонь – це лінія або фігура, яка утворюється при перетині геометричної поверхні площиною (або іншою поверхнею). Перерізи часто трапляються в стереометрії, нарисній геометрії та інженерній графіці. В машинобудівному виробництві перерізи показуються на креслениках деталей і складальних креслениках для показу форми і розмірів внутрішніх поверхонь. Перерізи виконують в такий спосіб: 1) визначають сліди площини на проєкціях; 2) визначають точки перетину з твірними (ребрами); 3) з'єднують точки плавною лінією з урахуванням видимості; 4) перевіряють форму.

Для побудови лінії перерізу поверхні площиною слід враховувати характерні форми тієї чи іншої поверхні (рис. 6.1, а – г). При перерізі многогранної поверхні площиною утворюється ламана лінія, при перерізі криволінійної поверхні – крива лінія (еліпс, коло, парабола, гіпербола і под.).

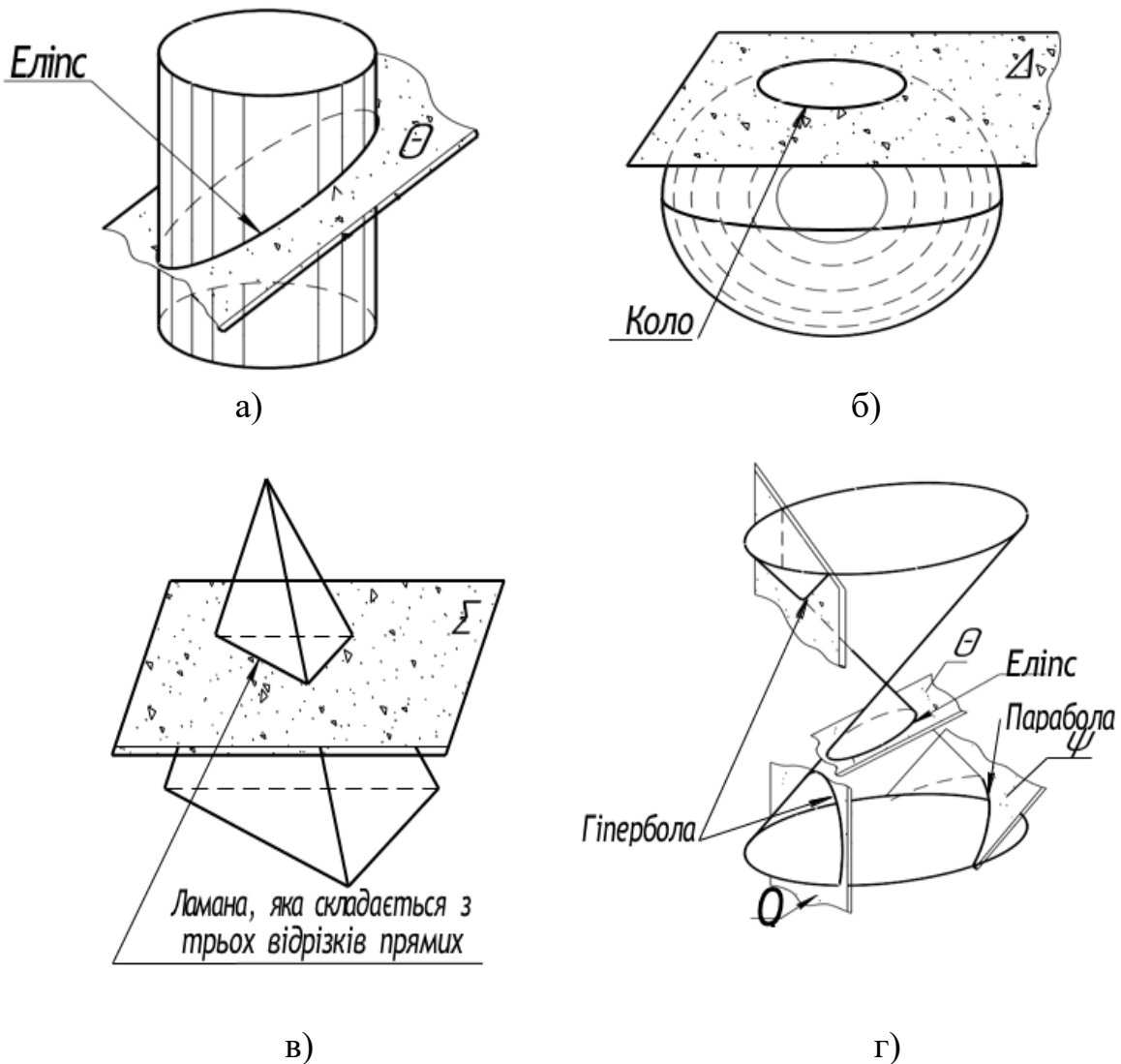


Рисунок 6.1 – Перерізи у вигляді кола, еліпса, трикутника, параболи, гіперболи

Циліндр обертання січна площина  $\theta$  перерізає за *еліпсом* (рис. 6.1, а). Сферична поверхня у випадку горизонтального положення площини дає переріз – *коло* (рис. 6.1, б). Горизонтальна січна площина перерізає тригранну піраміду за *трикутником* (рис. 6.1, в). Конічна поверхня подається двома колами (верхнім та нижнім) і має такі перерізи: від січної площини  $\theta$  – *еліпс*, від січної площини  $\psi$  – *параболу*; від січної площини  $Q$  – *гіперболу* (рис. 6.1, г).

Знання цього розділу має тісний зв'язок з темами «Розрізи», «Перерізи» розділу «Інженерна графіка».

## 6.1 Приклади побудов простих перерізів

**Приклад 1.** За наочним зображенням поверхні проаналізуйте отриману лінію перерізу (рис. 6.2). Задача відноситься до окремих випадків перерізу:

- площина  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ) є фронтально-проекціовальною, тому на  $\Pi_2$  проєкція лінії перерізу належить сліду площини  $\alpha_2$ ;
- поверхня є призмою з горизонтально-проекціовальними ребрами, бічна поверхня якої вироджується в шестикутник, що містить шукану лінію перерізу 1...6;
- лінія перерізу фіксується як результат перерізу сліду-проекції  $\alpha_2$  з відповідними ребрами призми.

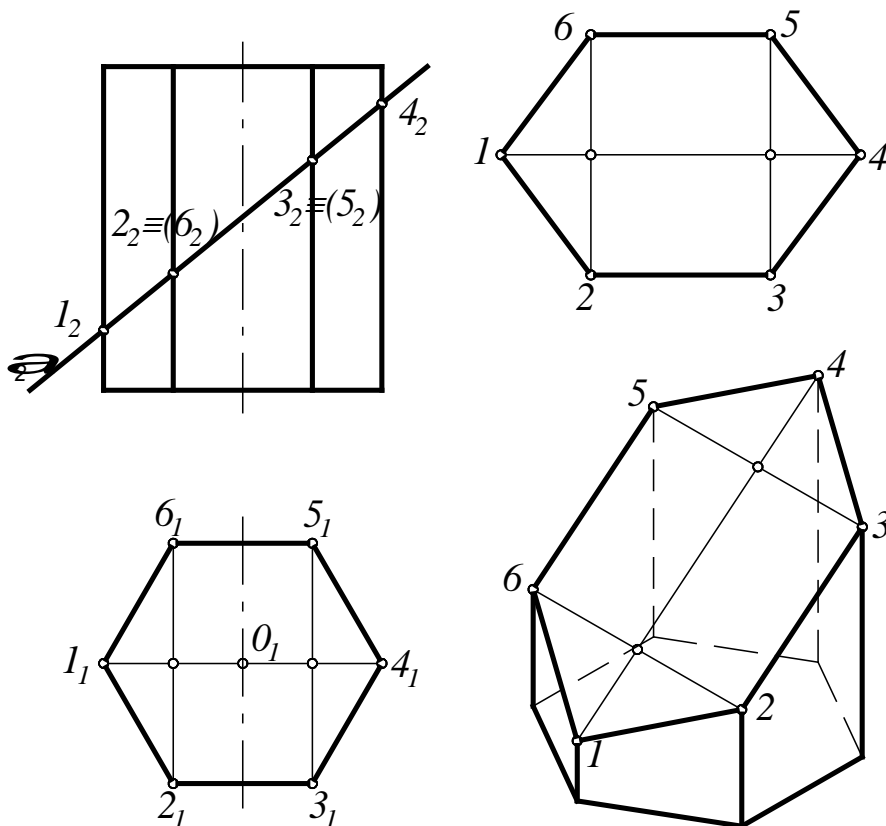


Рисунок 6.2 – Лінія перерізу належить проєкціовальній бічній поверхні призми

**Приклад 2.** Побудуйте проєкції лінії перерізу піраміди січною площиною (рис. 6.3) та визначте натуральну величину фігури перерізу.

В загальному випадку в перерізі піраміди буде багатокутник. Кількість його вершин залежить від положення січної площини.

Якщо січна площина перерізає всі ребра, то перерізом буде багатокутник з числом вершин, яке дорівнює числу ребер. Тому внаслідок перерізу шестикутної піраміди фронтально-проєкціювальною площиною ми отримаємо шестикутник, кожна точка якого визначена на відповідному ребрі піраміди.

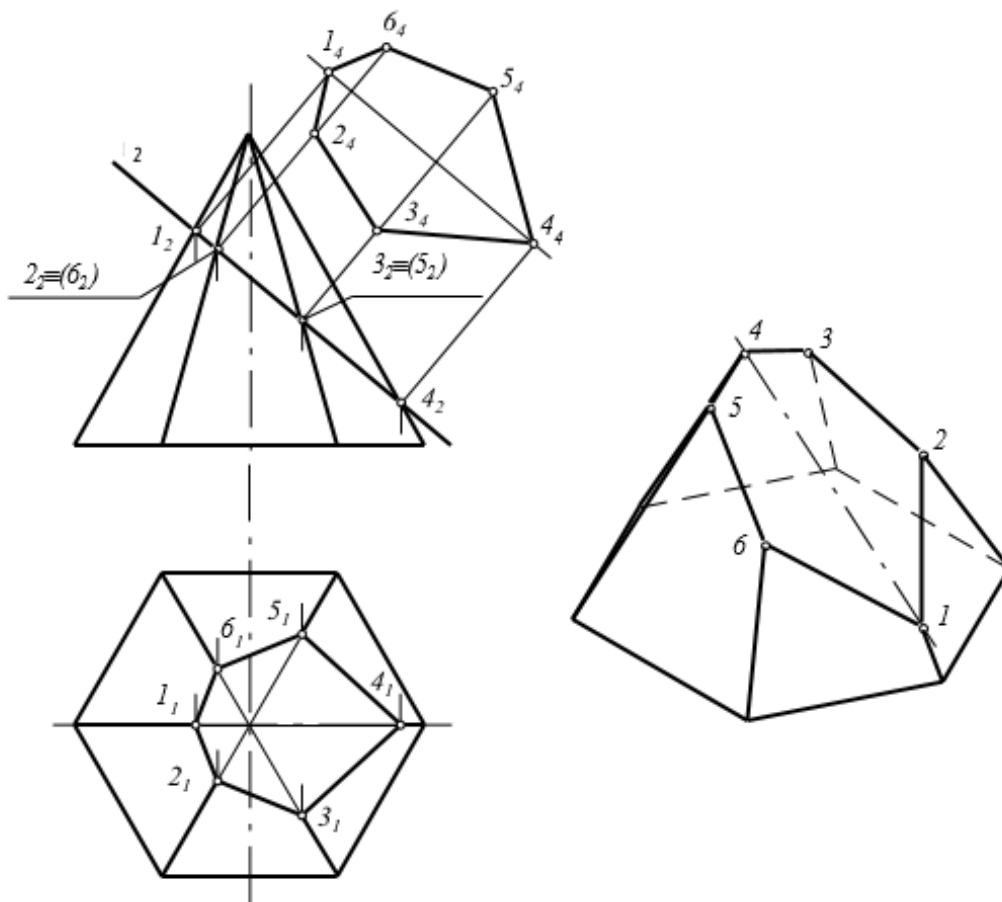


Рисунок 6.3 – Січна площина перерізає піраміду і в перерізі – багатокутник, число сторін якого дорівнює числу бічних ребер піраміди

Для визначення натуральної величини фігури перерізу нова площина проєкцій введена паралельно сліду-проєкції  $\alpha_2$ .

**Приклад 3.** Залежно від положення січної площини  $\gamma$  на циліндрі обертання можна отримати такі плоскі лінії: прямокутник, коло, еліпс.

На рис. 6.4 продемонстровано побудову еліпса січною площиною  $\gamma$ .

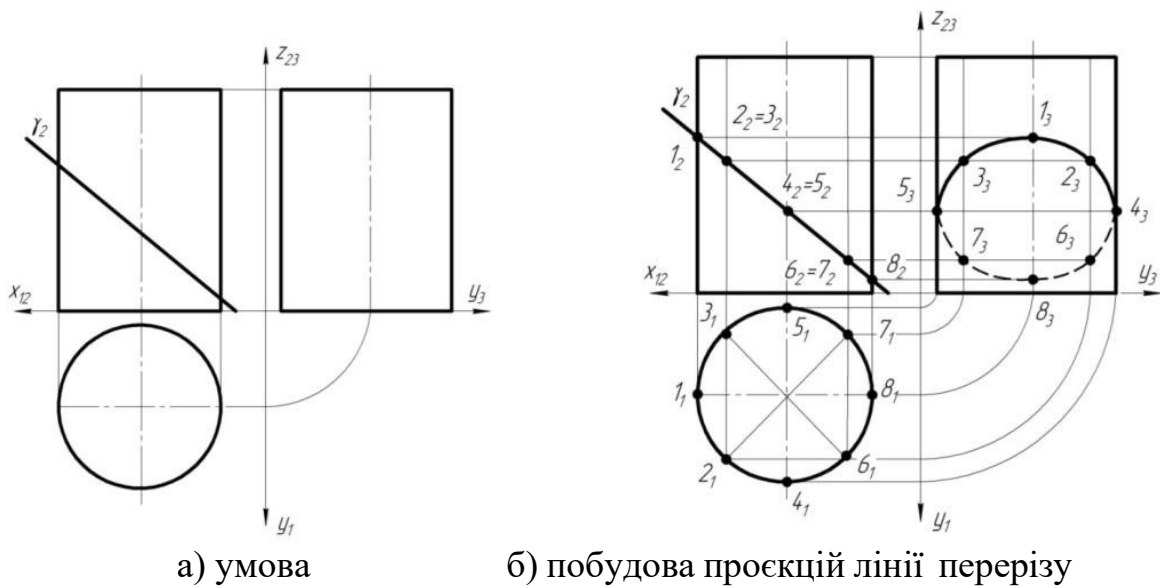


Рисунок 6.4 – Приклад побудови лінії перерізу на циліндрі обертання

**Приклад 4.** На конусі обертання залежно від положення січної площини  $\gamma$  можна отримати такі плоскі лінії: трикутник, коло, еліпс, параболу та гіперболу. На рис. 6.5 подано побудову еліпса січною площиною  $\gamma$ .

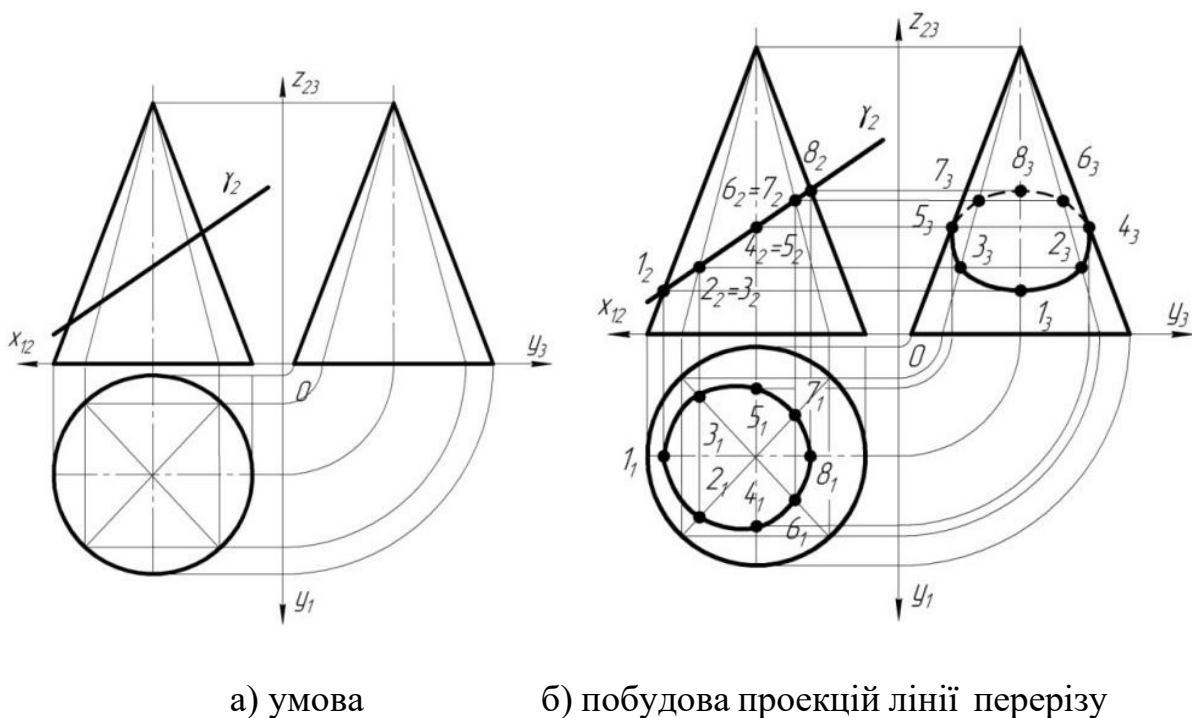


Рисунок 6.5 – Приклад побудови лінії перерізу на конусі обертання

## 6.2 Приклад виконання графічної роботи № 2

На *рис. 6.6* показано побудову лінії перерізу поверхні конуса обертання фронтально-проекціовальною січною площиною  $\beta$ .

Ця січна площина перерізає поверхню конуса обертання за еліпсом, оскільки січна площина  $\beta$  ( $\beta_2$ ) перерізає всі твірні та неперпендикулярна до осі обертання. Для точної побудови еліпса беруть не менше восьми точок: 1 – 8.

Визначають положення характерних точок – 1 та 8, вони знаходяться на обрисових твірних конуса обертання. Точки 2 – 7 є проміжними. Для пар точок 2 і 3, 4 і 5, 6 і 7 лінії перерізу вводять паралелі. На горизонтальній проекції  $\Pi_1$  для вказаних пар проміжних точок будують паралелі відповідного радіуса, на яких за проекційним зв'язком фіксують проекції: 2<sub>1</sub> і 3<sub>1</sub>, 4<sub>1</sub> і 5<sub>1</sub>, 6<sub>1</sub> і 7<sub>1</sub>.

Далі отримані проекції точок 1<sub>1</sub> – 8<sub>1</sub> з'єднують плавною кривою.

Також у графічному завданні потрібно побудувати натуральну величину фігури перерізу, використовуючи один із методів перетворень.

*Примітка.* Під час побудови конічних перерізів здобувач має знати різновиди конічних перерізів. До них відносять: трикутник, коло, еліпс, парабола, гіпербола. Форма цих перерізів залежить від положення січної площини.

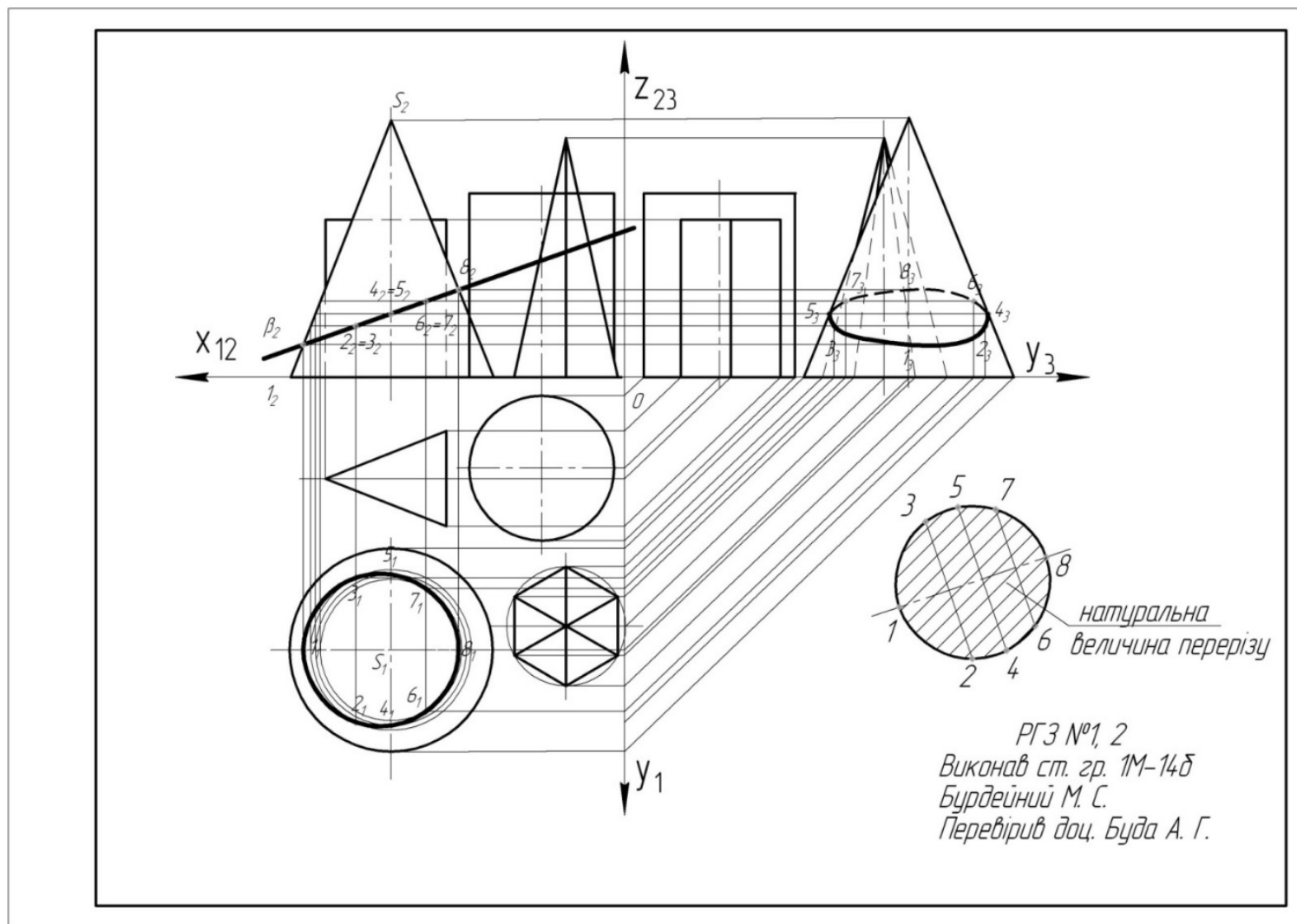


Рисунок 6.6 – Зразок виконання графічного завдання № 2

## 7 ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

У нарисній геометрії перетин поверхонь – це знаходження спільної лінії (або ліній), яка належить обом поверхням одночасно. Результатом перетину може бути як пряма лінія (для багатогранників), так і просторова крива (для кривих поверхонь). Для знаходження лінії перетину використовують допоміжні поверхні-посередники, які розсікають обидві задані фігури.

Лінія перетину являє собою геометричне місце точок, які мають подвійну належність. В загальному випадку ця лінія є просторовою кривою, складність якої залежить від складності поверхонь, що перетинаються, та їх взаємного положення в просторі. В деяких випадках лінія перетину може мати вигляд відрізків прямих, тобто утримувати в собі плоскі криві.

### 7.1 Окремі випадки перетину

1. Поверхні, які перетинаються, мають спільну вісь обертання  $i$ .

На *рис. 7.1* показано 3 приклади: а) циліндр та сфера, б) конус та сфера, в) поверхня обертання та сфера. Лінією перетину є коло (паралель).

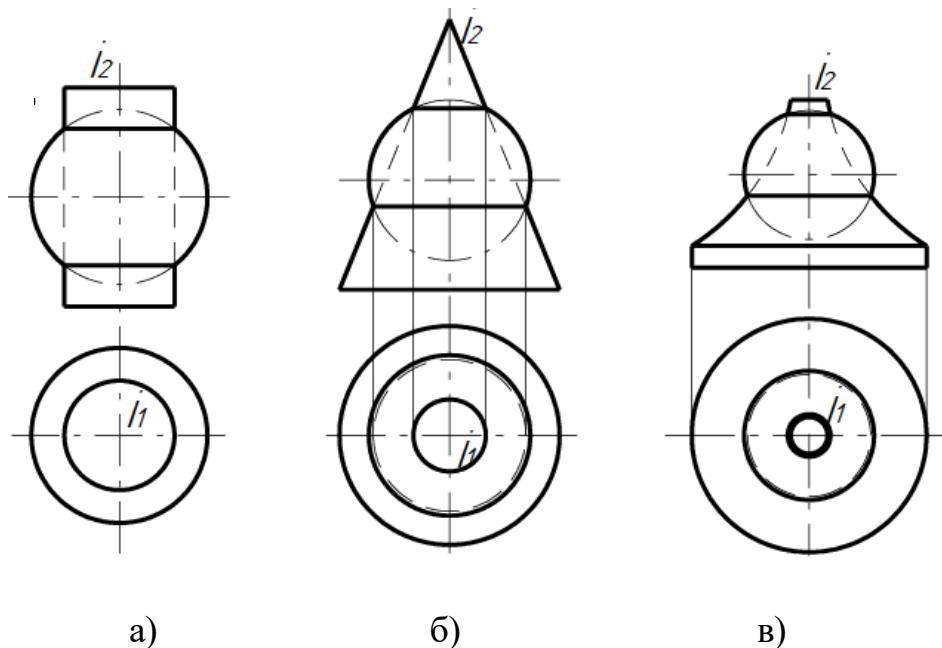


Рисунок 7.1 – Співвісні поверхні

Приклади зображень співвісних поверхонь обертання, що мають застосування в машинобудівельному кресленні, показано на *рис. 7.2, а), б)* та *7.3, а), б)*. Поверхні позначені буквами:  $Kn$  – конус,  $Ц$  – циліндр,  $Сф$  – сфера. Отримана лінія перетину позначена буквою  $Кo$  – коло.

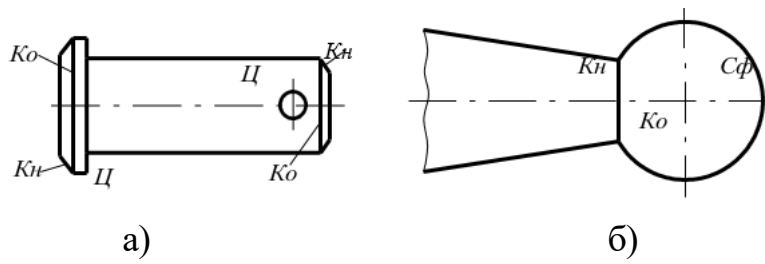


Рисунок 7.2 – Зображення зовнішніх співвісних поверхонь

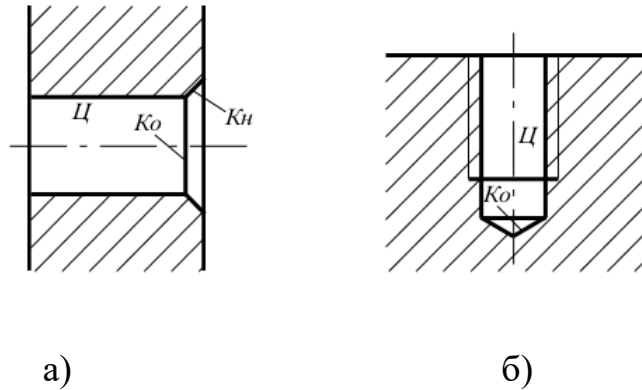


Рисунок 7.3 – Зображення внутрішніх співвісних поверхонь

2. Поверхні обертання, які описані навколо спільної сфери (рис. 7.4).

Цей випадок перетину підпорядкований відомій теоремі Монжа: дві поверхні другого порядку, які описані навколо третьої поверхні другого порядку (сфери), перетинаються між собою по двох кривих другого порядку. В такому разі лініями перетину вказаних поверхонь будуть еліпси.

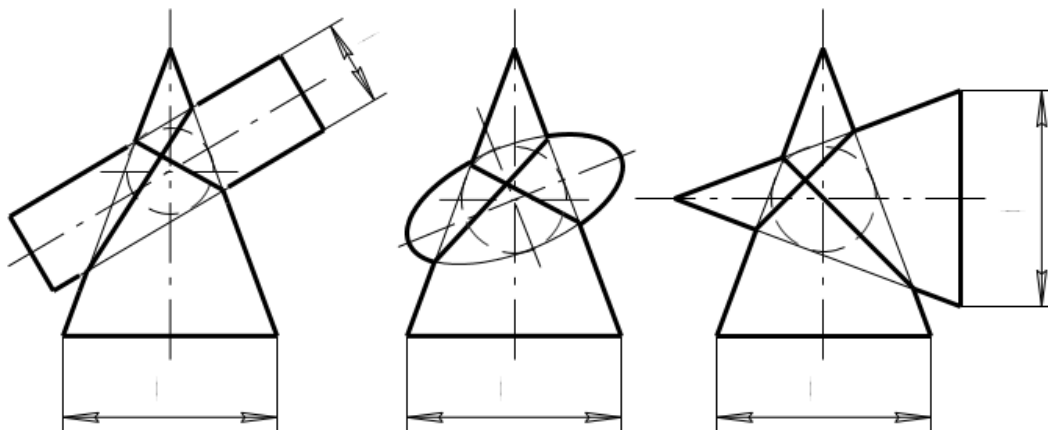


Рисунок 7.4 – Поверхні, які перетинаються, описані навколо спільної сфери

## 7.2 Приклад виконання графічного завдання на тему «Перетин поверхонь»

**Умова.** Побудувати лінію взаємного перетину двох поверхонь, використовуючи метод січних площин. Визначити видимість проєкцій лінії перетину (рис. 7.5).

У випадку перетину двох криволінійних поверхонь утворюється лінія взаємного перетину – просторова крива. Побудова цієї лінії зводиться до побудови ряду точок, які належать обом поверхням, що перетинаються.

### Послідовність виконання

1. Визначають характерні точки, будують відсутні проєкції. Характерними називають точки, які знаходяться на обрисах або на осях поверхонь.

2. Визначають особливості поверхонь, які перетинаються. Поверхня може бути проєкціювальною або загального положення. Якщо в перетині бере участь проєкціювальна поверхня, то одна проєкція лінії перетину вже відома. Відсутні проєкції лінії перетину будують за алгоритмом побудови точок на поверхні. Такий перетин поверхонь відносять до окремого випадку.

3. Якщо перетинаються дві поверхні загального положення, то для побудови лінії перетину застосовують метод січних площин. Допоміжну січну площину проводять таким чином, щоб вона перетинала обидві поверхні по найпростіших лініях (прямих або колах).

4. Будують лінії перетину допоміжної січної площини з кожною із поверхонь. Точка перетину цих ліній буде спільною точкою для обох поверхонь.

5. Знаходять проміжні точки лінії перетину. Для цього використовують декілька допоміжних січних площин.

6. Всі отримані точки з'єднують з врахуванням видимості.

*Задача 1* (зліва) враховує знання побудови лінії взаємного перетину двох поверхонь методом січних площин.

Вихідна проєкція шуканої лінії перетину збігається з виродженою проєкцією проєкціювальної поверхні призми на  $\Pi_1$ . Друга проєкція лінії взаємного перетину визначається за її належністю до поверхні конуса обертання.

*Задача 2* (справа) враховує знання побудови лінії взаємного перетину двох поверхонь методом січних концентричних сфер.

Побудови точок лінії взаємного перетину 1 – 7 показано для зовнішньої частини моделі. Проєкції точок 8 – 12 показано для зовнішньої частини.

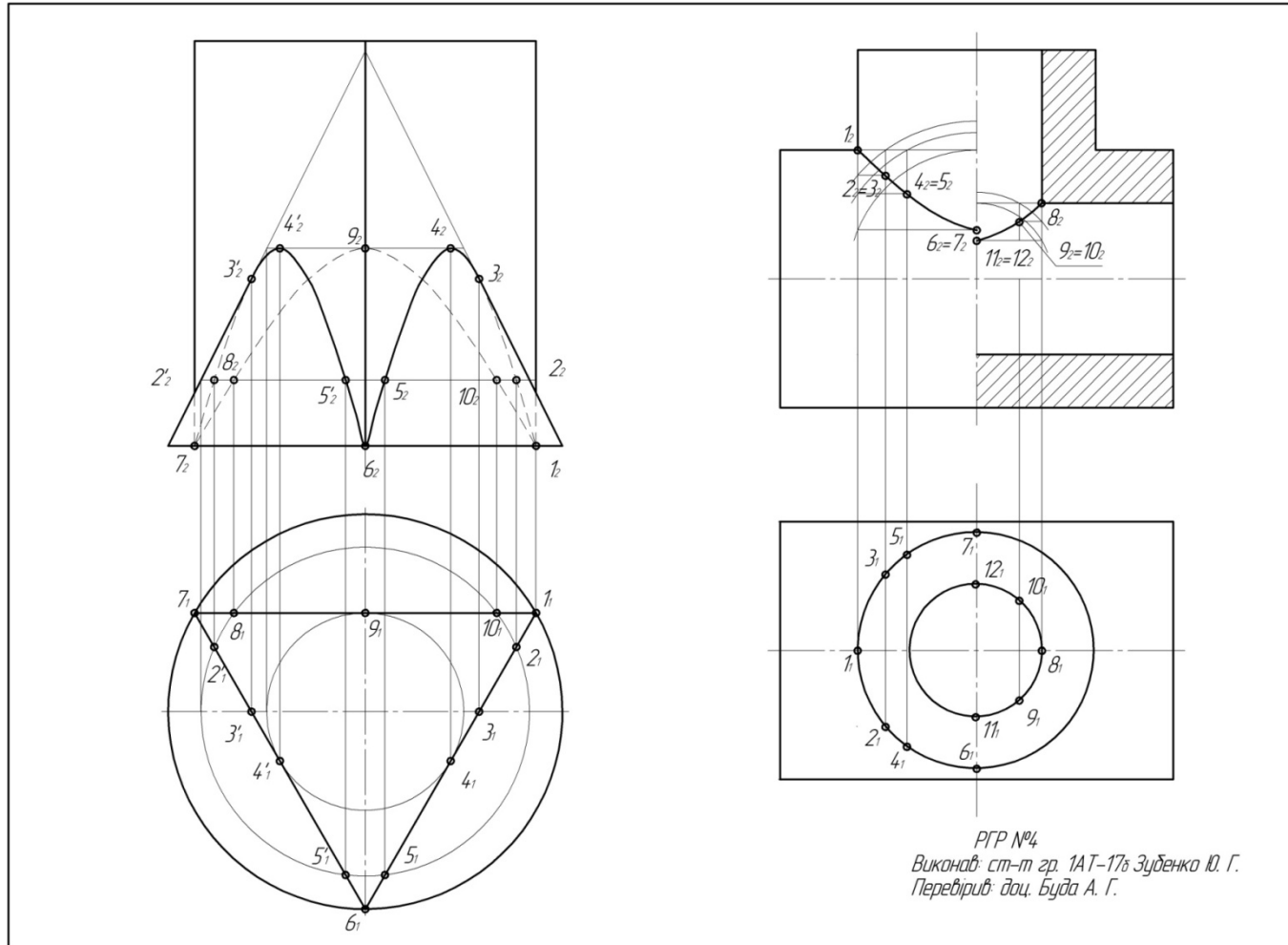


Рисунок 7.5 – Приклад виконання графічного завдання «Перетин поверхонь»

## ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

*Інженерна графіка* – система виконаних за спеціально розробленими правилами рисунків та креслеників, що відображає просторові геометричні форми і співвідношення між ними. На сучасному етапі інженерна графіка поєднує графічну інформацію з прикладними програмами САД-систем, тобто з використанням засобів комп'ютерної техніки. В дисципліні «Нарисна геометрія та інженерна графіка» використовуються переважно державні стандарти. Ці стандарти регламентують та встановлюють загальні правила оформлення конструкторських документів. Їх об'єднують в єдиний блок – ЄСКД (єдина система конструкторської документації).

*Кресленик* – графічний конструкторський документ, що визначає конструкцію виробу, містить відомості, необхідні для розроблення, виготовлення, монтажу та експлуатації виробу.

*Робочий кресленик* – кресленик, який містить зображення деталі та інші дані, згідно з якими її виготовляють та контролюють.

*Ескіз* – зображення деталі, виконане від руки без креслярських інструментів та масштабу, але з дотриманням пропорцій, що містить усю необхідну інформацію для її виготовлення чи ремонту, часто слугуючи основою для повноцінного креслення. Це тимчасовий технічний документ, що фіксує задум і використовується інженерами, конструкторами та майстрами для швидкого створення або відтворення виробу.

## 8 ПРОСТІ РОЗРІЗИ

### 8.1 Означення. Різновиди простих розрізів

*Розрізом* називається зображення предмета, уявно розсіченого однією або кількома площинами, причому в розрізі показують все те, що знаходиться в січній площині та за нею.

*Прості розрізи* площини відносно горизонтальної площини проєкцій поділяються на:

а) *горизонтальні* – січна площина паралельна горизонтальній площині проєкцій;

б) *фронтальні* – січна площина паралельна фронтальній площині проєкцій;

в) *профільні* – січна площина паралельна профільній площині проєкцій;

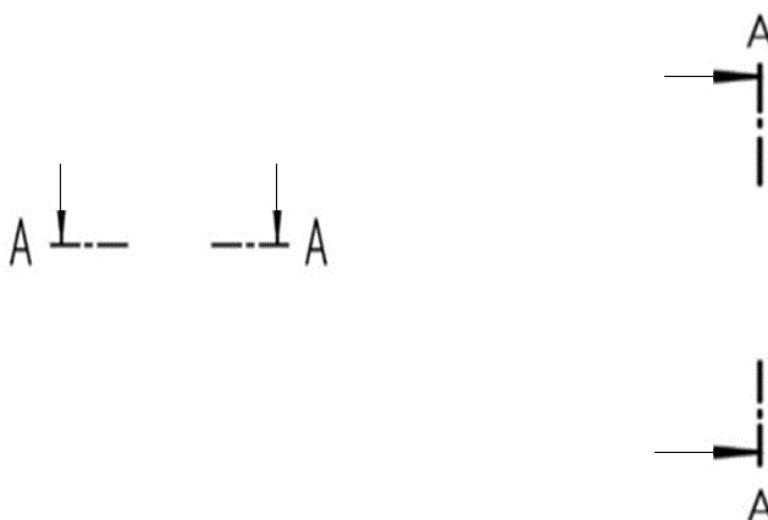
г) *похилі* – січна площина утворює з горизонтальною площиною проєкційний кут, що відрізняється від прямого. Фронтальний і профільний розрізи називають вертикальними.

## 8.2 Правила оформлення, позначення та розміщення розрізів

Під час виконання розрізів положення січної площини  $A-A$  позначається на рисунку лінією перерізу, для якої використовують розімкнену лінію (рис. 8.1, а), б). Слід січної площини з відповідним буквеним позначенням  $A-A$  вводиться за контурами зображення деталі. З зовнішніх кінців розімкненої лінії на відстані 2...3 мм наносять стрілки, які показують напрям погляду.

**Розрізи позначають** великими літерами українського алфавіту, які використовують в алфавітному порядку. Однакові літери наносять біля стрілок з зовнішнього боку і виконаний розріз позначають написом  $A-A$ .

Якщо розріз повертали, то до напису  $A-A$  додають знак  $\odot$ , тобто  $A-A \odot$  або  $A-A \odot 90^\circ$ . Числове значення кута вказують за необхідності.



а) горизонтальне розташування      б) вертикальне розташування

Рисунок 8.1 – Зображення січних площин

**Розріз не позначають**, якщо січна площина збігається з віссю симетрії предмета, а відповідні зображення розміщені в проєкційному зв'язку і не розділені іншими зображеннями.

## 8.3 Побудова простих розрізів

На розрізі викреслюють те, що розташоване в січній площині (рис. 8.2, а) та знаходиться за нею.

Розріз виконують у такій послідовності:

- 1) в місці необхідного розрізу предмета умовно проводять січну площину (рис. 8.2, а);
- 2) умовно відкидають частину предмета, що знаходиться між спостерігачем і січною площиною (рис. 8.2, б);

- 3) проєкціюють частину предмета, що залишилася, на відповідну площину проєкцій і зображають її на місці одного з основних виглядів (рис. 8.2, в);
- 4) оформлюють розріз згідно з правилами.

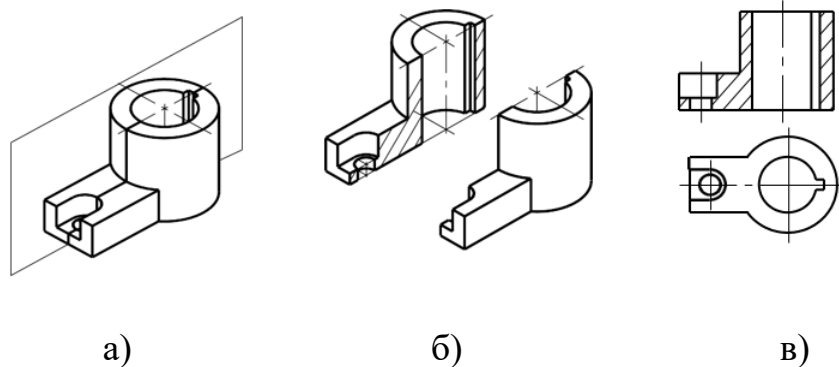


Рисунок 8.2 – Послідовність отримання розрізу

*Фронтальному розрізу*, як правило, надають положення, що відповідає прийнятому для цього предмета на головному зображенні. Наприклад, на рис. 8.2 простий фронтальний розріз розташований на місці вигляду спереду. Оскільки зовнішні та внутрішні форми деталі містять симетрію відносно введеної січної площини, то побудова *фронтального розрізу* виконується без позначення розрізу.

Введення січної площини, врахування частини деталі, що залишилась (рис. 8.3, а), б), та побудову фронтального розрізу з позначенням розрізу відповідним написом  $A - A$  показано на рис. 8.3, в).

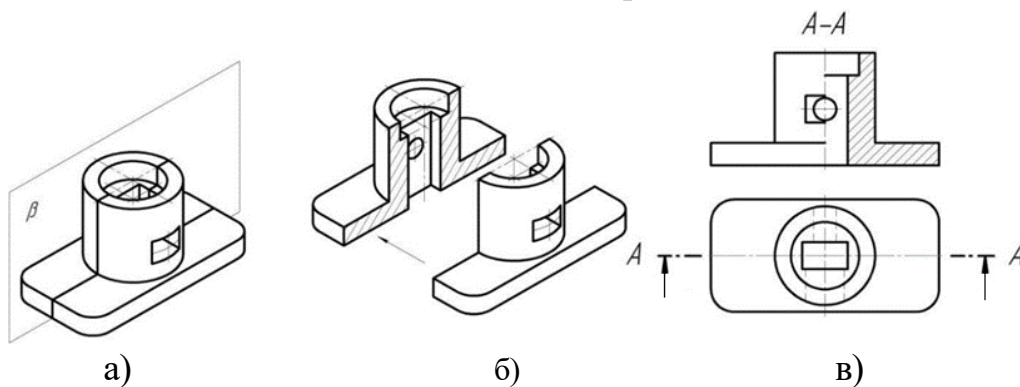


Рисунок 8.3 – Побудова фронтального розрізу з позначенням  $A - A$

В такому випадку у деталі відсутня симетрія, оскільки відносно введеної січної площини  $\beta$  по обидва боки розташовані різні поперечні отвори (призматичний та циліндричний).

Побудову *горизонтального розрізу* з позначенням розрізу  $A - A$  показано на рис. 8.4.

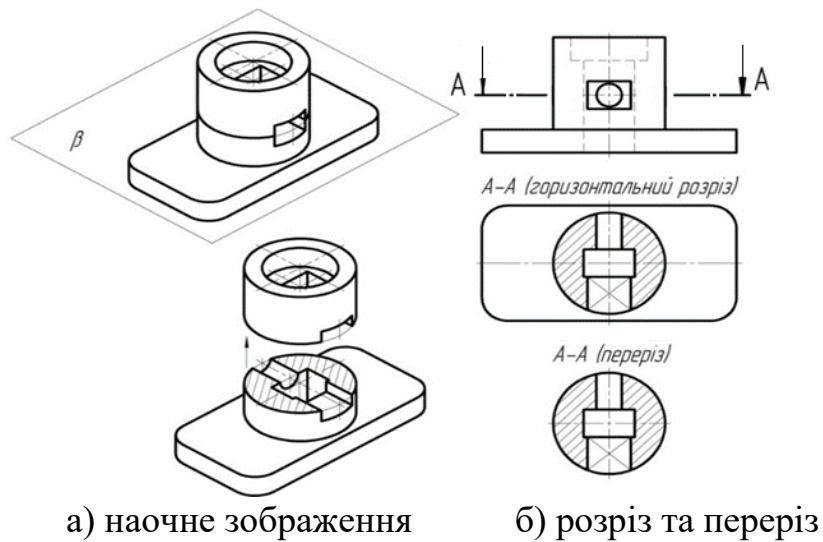


Рисунок 8.4 – Побудова горизонтального розрізу з позначенням *A-A*

На відміну від **розрізів** (рис. 8.3, 8.4) в **перерізі** показують лише те, що знаходиться безпосередньо в січній площині (рис. 8.4, б).

#### 8.4 Умовності та спрощення під час виконання розрізів

Для симетричних зображень технічних деталей поєднують половину вигляду з половиною розрізу.

1. Якщо січна площина повністю збігається з площиною симетрії предмета та відповідні зображення розміщені на одному й тому самому аркуші у безпосередньому проєкційному зв'язку й не розділені якимись іншими зображеннями, для горизонтальних, фронтальних і профільних розрізів положення січної площини не показують і розріз не супроводжують написом (рис. 8.5, а, б).

2. Якщо поєднуються половина вигляду і половина розрізу, кожен з яких є симетричною фігурою, то лінією поділу буде вісь симетрії (штрихпунктирна тонка лінія, рис. 8.6).

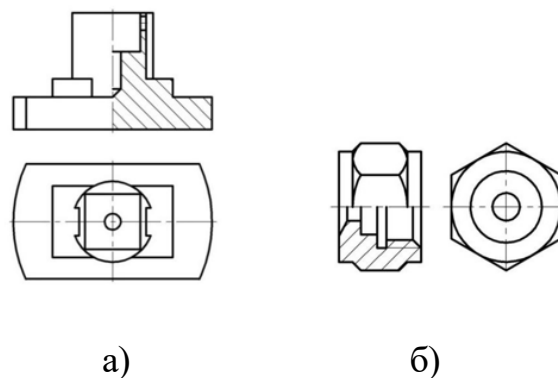


Рисунок 8.5 – Половина симетричного виробу в перерезі

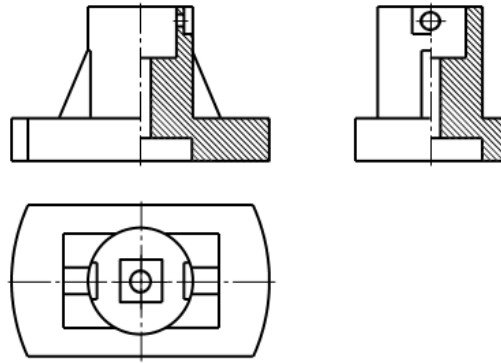


Рисунок 8.6 – Поєднання вигляду і розрізу

### 8.5 Приклад побудови простого розрізу

Під час виконання графічної роботи «Простий розріз» попередньо згідно зі своїм варіантом (рис. 8.7) здобувач викреслює, як чернетку, дві ортогональні проєкції деталі.

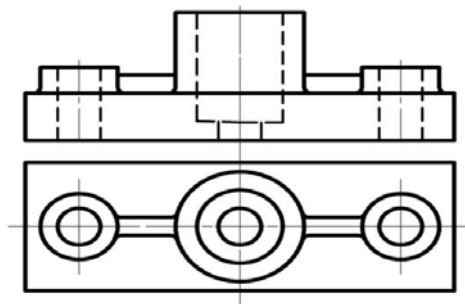


Рисунок 8.7 – Варіант завдання

1. Виконує аналіз внутрішніх форм цієї деталі (рис. 8.8).

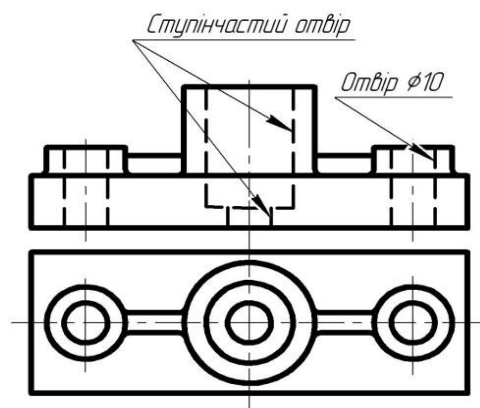


Рисунок 8.8 – Аналіз зовнішніх та внутрішніх форм деталі

Подумки, вздовж горизонтальної осі симетрії деталі потрібно ввести фронтальну січну площину. Оскільки деталь має симетрію відносно вертикальної осі (рис. 8.9), то необхідно сумістити половину вигляду спереду з половиною фронтального розрізу (рис. 8.10).

1. Під час суміщення половини вигляду з половиною розрізу вигляду половину вигляду спереду будують відносно вертикальної осі симетрії *зліва*, а половину фронтального розрізу – *справа*. Невидимі лінії внутрішніх контурів деталі *не показують*.

2. Побудувати вигляд зліва з поєднанням профільного розрізу. Аналогічно виконують поєднання половини вигляду зліва з половиною профільного розрізу (рис. 8.11).

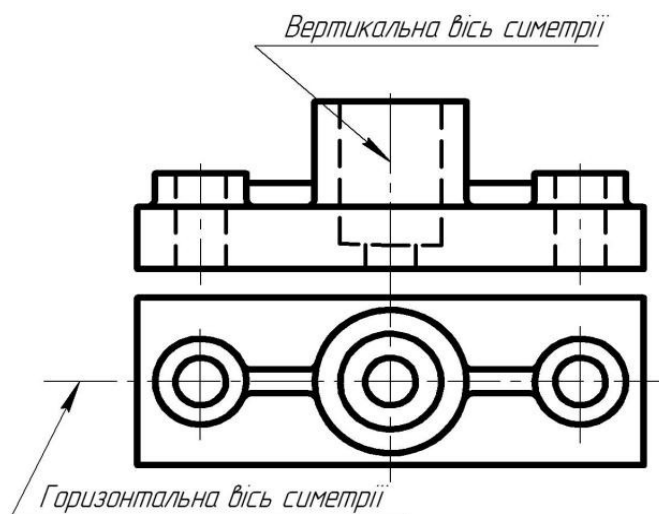


Рисунок 8.9 – Осі симетрії деталі

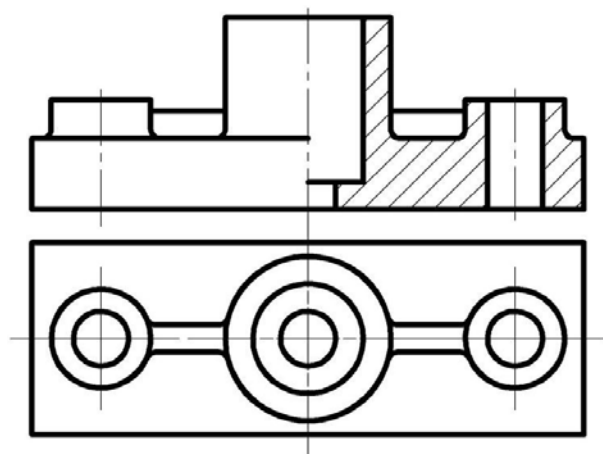


Рисунок 8.10 – Поєднання половини вигляду спереду з фронтальним розрізом

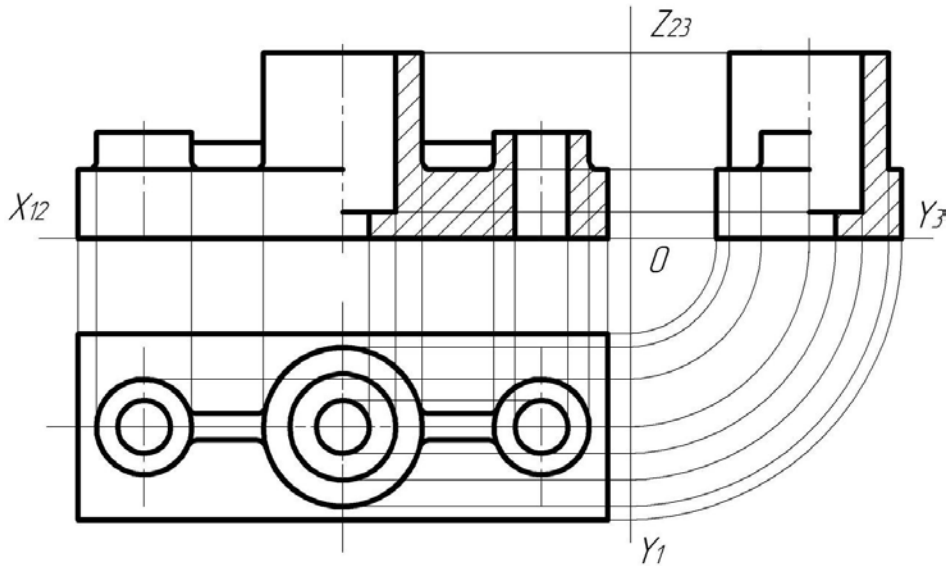


Рисунок 8.11 – Побудова третьої проєкції деталі з розрізами

## 8.6 Приклади виконання графічних завдань до тем «Простий розріз» та «Складний розріз»

Графічні завдання виконують на форматі А3.

1. Ознайомитись з головними положенням стандарту 2. 305 – 68\*\* «Вигляди. Розрізи. Перерізи».

2. Вивчити головні вимоги стандарту 2. 305 – 68\*\* та ознайомитись з теоретичними відомостями розділу «Проекційне креслення», які стосуються поняття простого та складного розрізів та їх різновидів.

3. За заданим варіантом до простого та складного розрізів ознайомитись з конструкцією кожної деталі, проаналізувати її зовнішні та внутрішні форми.

4. *До теми «Простий розріз»*

- за двома проєкціями (вигляд спереду та зверху) варіанта завдань побудувати третю (вигляд зліва).
- ввести січні площини для побудови відповідно простих розрізів (фронтального та профільного);
- побудувати ізометрію з вирізом.

5. *До теми «Складний розріз»*

- ввести січні площини для побудови ламаного та ступінчастого розрізів;
- визначити, яке із ортогональних зображень потрібно замінити відповідним розрізом (ступінчастим або ламаним);
- дати їм назви та ввести відповідні позначення.

Зразки виконаних графічних робіт наведено на рис. 8.12 та 8.13, відповідно.





## 8.7 Зображення розрізів деталей на машинобудівних креслениках

На машинобудівних креслениках з демонстрацією внутрішніх форм ортогональні проєкції, наприклад втулки (рис. 8.14, а), можна подавати у двох варіантах – повного фронтального розрізу (рис. 8.14, б) або суміщенням половини вигляду та половиною розрізу (рис. 8.14, в).

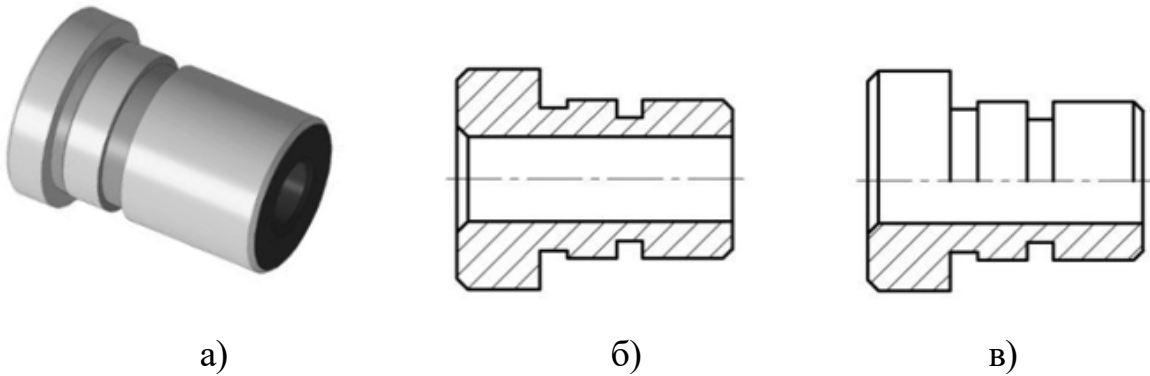


Рисунок 8.14 – Наочне (а) та ортогональне (б, в) зображення деталі типу «втулка»

Також важливо уявляти, з яких геометричних поверхонь (рис. 8.15, а) складається деталь і які у них технічні назви (рис. 8.15, б).

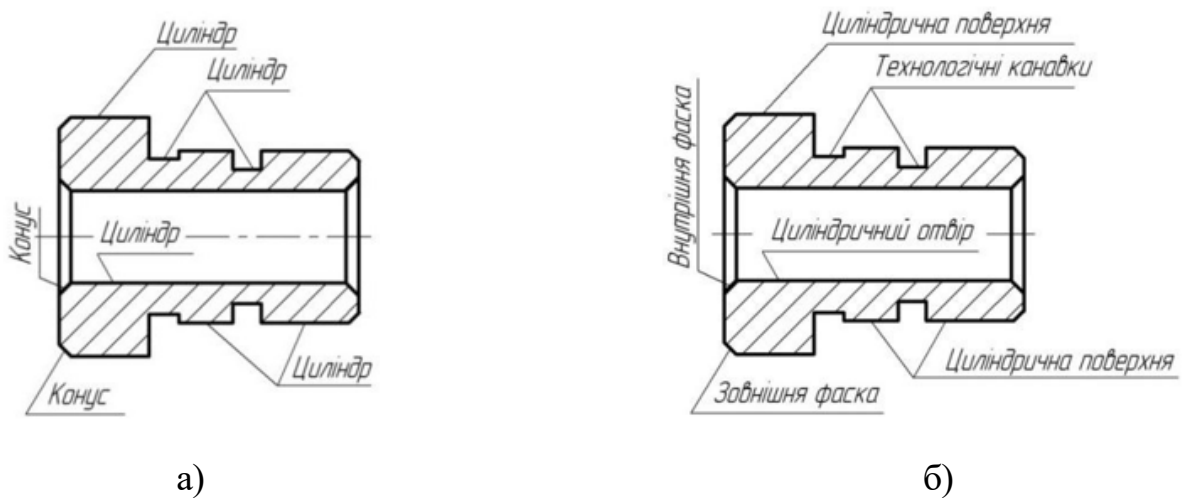


Рисунок 8.15 – Геометричні (а) та технічні (б) назви поверхонь втулки на кресленику

Обробка втулки здійснюється на верстатах токарної групи. Зовнішні поверхні, торці, розточування отвору після свердління здійснюється токарними різцями. На рис. 8.16 показано розрізи прохідного різця головною і допоміжними січними площинами.

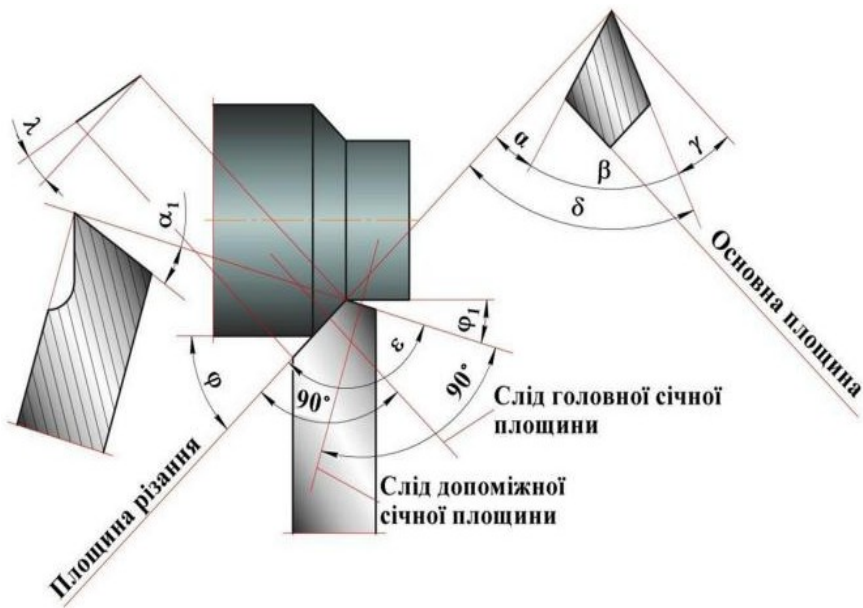


Рисунок 8.16 – Приклад розрізів інструменту – токарного різця в головній та допоміжній січних площинах

### 8.8 Тест для контролю знань до теми «Переріз поверхні січною площиною»

1. Яку назву має зовнішня поверхня (рис. 8.17)?

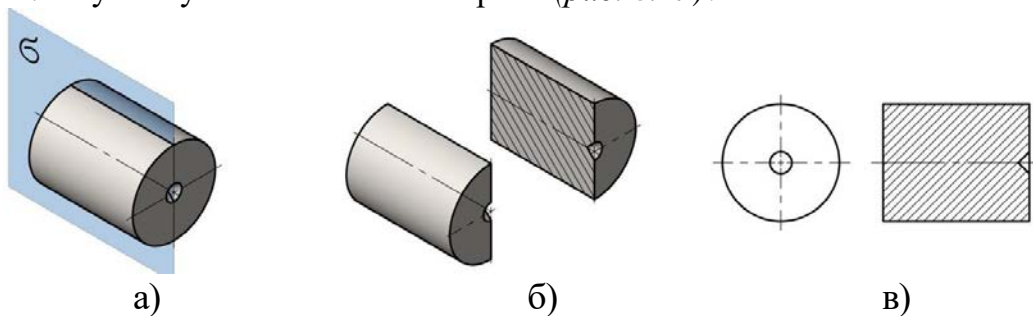


Рисунок 8.17 – Визначення назви зовнішньої поверхні деталі

#### Варіанти відповідей:

**1- варіант**  
Призма

**2- варіант**  
Конус

**3- варіант**  
Циліндр

**4- варіант**  
Піраміда

2. Дайте назву поверхні, що утворилася у разі введення січної площини  $\sigma$ .

#### Варіанти відповідей:

**1- варіант**  
Призма

**2- варіант**  
Конус

**3- варіант**  
Циліндр

**4- варіант**  
Піраміда

3. Які форми має внутрішня поверхня деталі (рис. 8.18)?

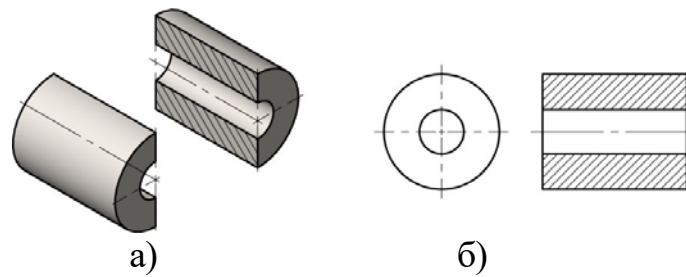


Рисунок 8.18 – Визначення форми внутрішньої поверхні деталі

**Варіанти відповідей:**

- |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>1- варіант</b> | <b>2- варіант</b> | <b>3- варіант</b> | <b>4- варіант</b> |
| Призма            | Конус             | Циліндр           | Піраміда          |

4. Скільки поверхонь містять внутрішні форми деталі (рис. 8.19)?

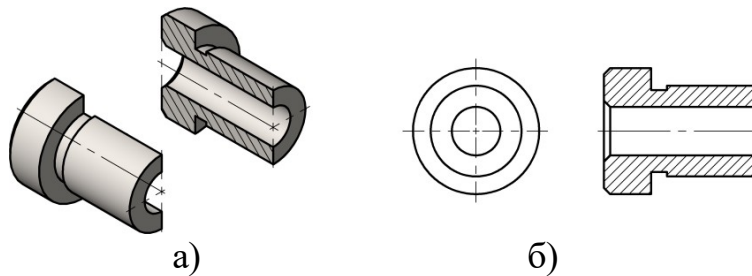


Рисунок 8.19 – Визначення кількості поверхонь внутрішніх форм деталі

**Варіанти відповідей:**

- |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>1- варіант</b> | <b>2- варіант</b> | <b>3- варіант</b> | <b>4- варіант</b> |
| 1                 | 3                 | відсутні          | 2                 |

5. Скільки поверхонь мають зовнішні форми деталі (рис. 8.20)?

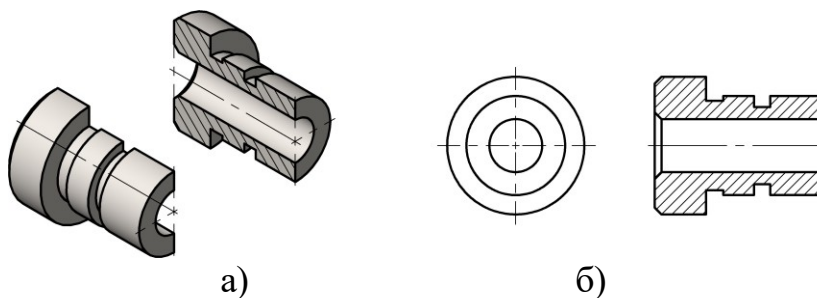


Рисунок 8.20 – Визначення кількості поверхонь зовнішніх форм деталі

**Варіанти відповідей:**

- |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>1- варіант</b> | <b>2- варіант</b> | <b>3- варіант</b> | <b>4- варіант</b> |
| 5                 | 3                 | 6                 | 4                 |

## 9 НАНЕСЕННЯ РОЗМІРІВ

Під *нанесенням* розмірів потрібно розуміти: в яких положеннях і в яких місцях креслеників необхідно наносити виносні та розмірні лінії; яким чином вписувати розмірні числа, знаки і букви. ГОСТ 2.307–68, що встановлює загальні правила нанесення розмірів і умовних знаків перед ними.

### 9.1 Розмірні та виносні лінії. Стрілки. Розмірні числа

Кожен предмет має *габаритні розміри*: довжину, ширину, висоту. Ці розміри наносять в міліметрах. Букви «мм» не пишуть. Для того щоб нанести розміри, креслять виносні і розмірні лінії. Лінії, що показують межі вимірювання, називаються виносними. В межах вимірювання показують розмірну лінію, що закінчується двома стрілочками. Виносні і розмірні лінії – це суцільні тонкі лінії. Розмірну лінію креслять поза контуром деталі, паралельно лінії, що вимірюють, а виносні лінії – перпендикулярно до розмірної (рис. 9.1, а).

Розмірні та виносні лінії виконують суцільними тонкими лініями завтовшки від  $s/2$  до  $s/3$ . Розмірну лінію обмежують стрілками. Розмірна лінія доповнюється розмірним числом, причому висота шрифту на кресленні має бути однаковою, рекомендована висота в навчальних цілях дорівнює 5 мм.

*Розмірна лінія* має закінчуватися стрілками. Величину стрілок потрібно вибирати залежно від товщини ліній видимого контуру і дотримуватись однакових їх розмірів, нанесених на рисунку. Форму стрілки і співвідношення її елементів показано на рис. 9.1, б). Стрілки мають торкатися вістрям до відповідних ліній контуру, осьових, центрових чи виносних ліній. Всі стрілки на кресленні мають бути однаковими. Розмірні та виносні лінії мають бути тонкими суцільними завтовшки від  $s/2$  до  $s/3$ .

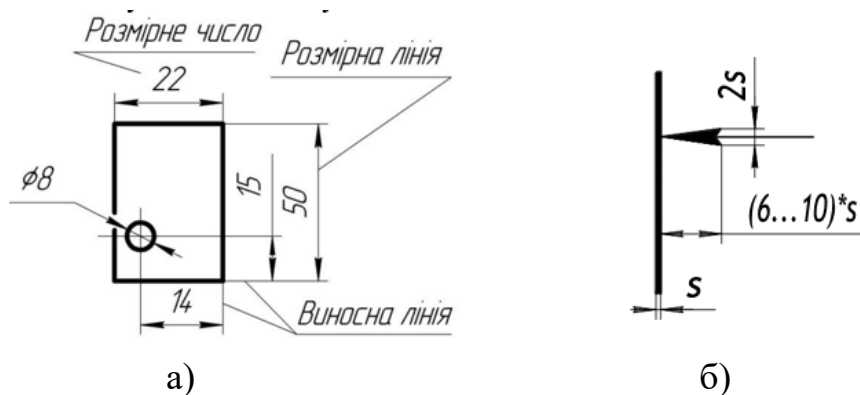


Рисунок 9.1 – Розмірні та виносні лінії, форма стрілки

Відстань від лінії контуру до розмірної лінії 7-10 мм. Виносні лінії продовжують за розмірну лінію на 1–5 мм. Над розмірною лінією пишуть *розмірне число*. Розмірні числа записують над розмірною лінією, на відстані не менше 1 мм (рис. 9.2).

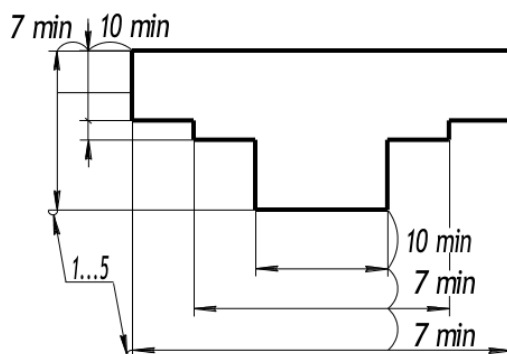


Рисунок 9.2 – Рекомендовані відстані між розмірними лініями

## 9.2 Знаки. Буквені позначення. Радіуси та діаметри

На креслениках під час нанесення розмірів діаметрів, уклону, конусності, квадрата, діаметрів перед розмірним числом наносять відповідні знаки (таблиця 9.1), у промисловій сфері узгоджують з відповідними вимогами стандартів (таблиця 9.2).

Таблиця 9.1 – Знаки на креслениках

Діаметр	Уклон	Конусність	Квадрат	Товщина
∅	>	▷	□	S

Таблиця 9.2 – Графічні знаки та стандарти їх нормальних розмірних чисел

Назва	Конусність	Уклон	Діаметр	Радіус	Квадрат	Дуга
Знак умовного позначення	▷	·	>	R	∫	⇒
Приклад умовного позначення	▷ 1:5	· 1:3	> 50	R 10	∫ 20	∩ 40
Суть позначення	Поверхня має конусність 1:5	Поверхня має уклон 1:3	Розмір діаметра 50 мм	Розмір радіуса 10 мм	Розмір сторони квадрата 20 мм	Розмір дуги 40 мм
Нормальні розміри	ГОСТ 8593-81		ГОСТ 6636-69	ГОСТ 10948-64	ГОСТ 13682-68	ГОСТ 6636-69

### 9.3 Побудова уклону та конусності

**Уклон.** Відношення  $AB/BC=h/l$ , виражене простим дробом і показує уклон (рис. 9.3, а) під кутом  $\epsilon$ , прямої  $AC$  до прямої  $BC$ . Для позначення уклону використовуємо знак, показаний в табл. 9.1.

Щоб побудувати заданий уклон, наприклад  $1:6$ , на горизонтальній прямій відкладають шість рівних довільних відрізків  $ba$  (рис. 9.3, б). Потім з кінця точки  $B$  горизонтального відрізка встановлюють перпендикуляр  $BC$  довжиною  $a$ . Сполучивши точки  $C$  та  $A$ , матимемо лінію, побудовану з уклоном  $1:6$ .

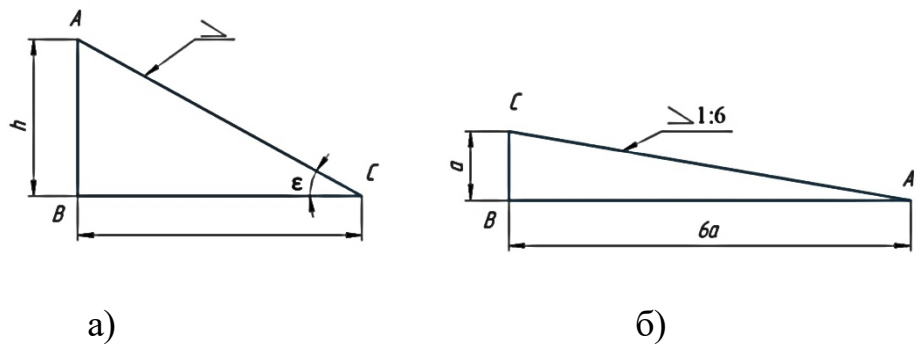


Рисунок 9.3 – Визначення уклону

**Конусність.** Для визначення конусності  $k$  січеного конуса (рис. 9.4, а) різницю діаметрів кіл основ  $(D-d)$  потрібно поділити на висоту  $H$  та виразити це співвідношення одиничним дробом або в процентах:

$$k=(D-d)/H=2tg\varphi.$$

Щоб побудувати задану конусність, наприклад  $1:5$  (рис. 9.4, б), на прямій відкладають п'ять рівних довільних відрізків  $a$ . Через кінець точки  $B$  п'ятого відрізка прямої відкладають в обидва боки від точки  $B$  по  $a/2$ . Сполучивши кінці перпендикуляра з точкою  $A$ , дістанемо зображення конуса з конусністю  $1:5$ . Для позначення конусності використовуємо знак  $\triangleright$ , показаний в таблиці 9.1.

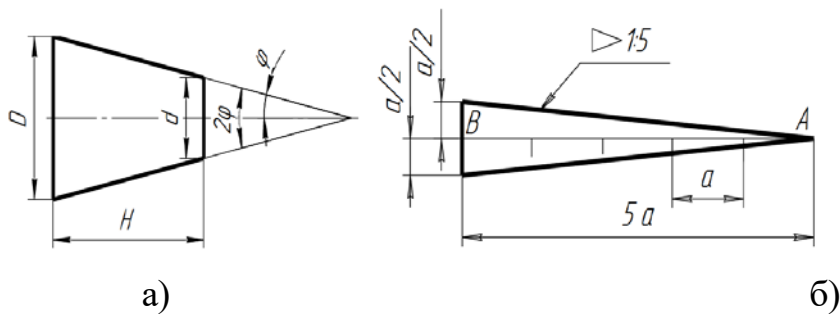


Рисунок 9.4 – Визначення конусності

На рис. 9.5 показано зображення вала з конічною поверхнею.

Рекомендується із чотирьох значень  $D$ ,  $d$ ,  $H$ ,  $d$ ,  $k$  на кресленні показувати лише три значення. Якщо на рисунку зазначено величину конусності, то розмір діаметра кола однієї із основ не показують, оскільки за необхідності його можна визначити.

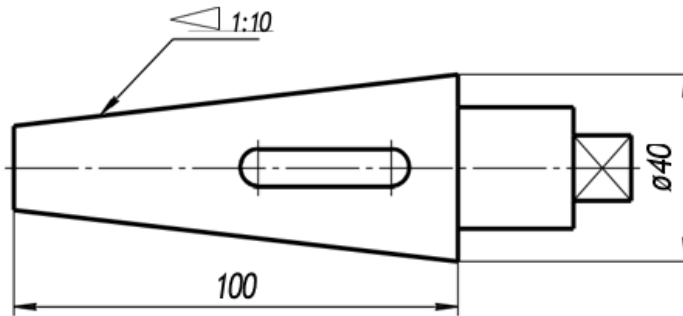


Рисунок 9.5 – Приклад позначення конусності

#### 9.4 Лінійні та кутові розміри

**Лінійні розміри** зазначають в мм. Залежно від нахилу розмірних ліній розмірні числа потрібно розміщувати так, як це показано на рис. 9.6, а). Розміщення значень кутових розмірів за різних нахилів дуг показано на рис. 9.6, б). Коли розмірна лінія чи вимірюваний кут знаходяться у межах заштрихованої зони, то рекомендується розмірні числа виносити на полицьку.

Розмірні числа потрібно проставляти над розмірною лінією паралельно їй, якомога ближче до її середини. У разі нанесення кількох (лінійних чи кутових) розмірних ліній на невеликій відстані одна від одної, розмірні числа над ними рекомендується розміщувати у шаховому порядку (рис. 9.7, а), б).

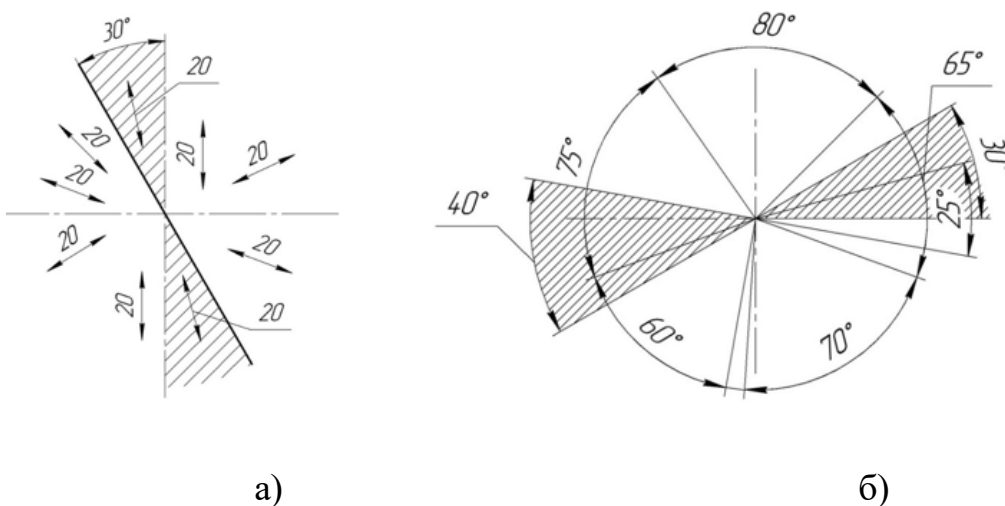


Рисунок 9.6 – Розташування лінійних та кутових розмірів

Нижче показано приклад шахового розташування розмірних чисел певного діаметра для деталі типу «втулка» (рис. 9.7, в).

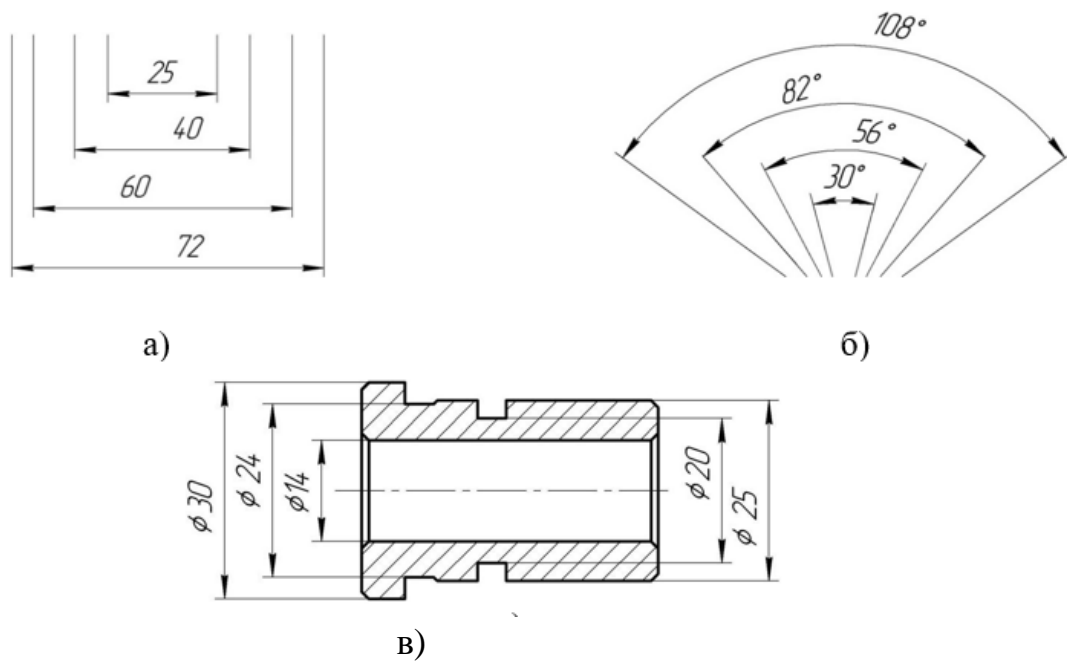


Рисунок 9.7 – Нанесення значень лінійних та кутових розмірів

**Кутові розміри** потрібно показувати у градусах, мінутах і секундах; градуси і міноти треба записувати тільки цілими числами.

### 9.5 Нанесення розмірів кіл та дуг, однакових елементів

Для позначення діаметра кола застосовують знак  $\varnothing$  – коло, що перетинається відрізком, який нахилений до розмірної лінії під кутом  $75^\circ$ . Діаметр кола умовного знака приблизно має дорівнювати  $5/7$  величини цифр. Знак  $\varnothing$  проставляють перед розмірним числом діаметра, в усіх без винятку випадках (рис. 9.8).

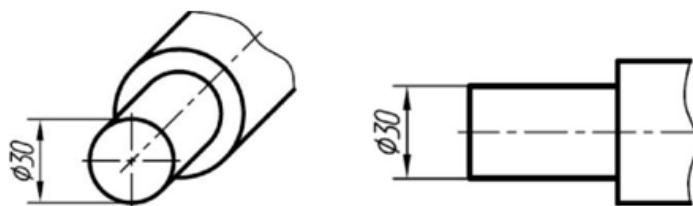


Рисунок 9.8 – Нанесення знака діаметра

Використання знака діаметра  $\varnothing$  дає змогу скоротити кількість виглядів для деталі, що являє собою поверхні обертання. Можливі варіанти розташування розмірів діаметрів наведено на рис. 9.9.

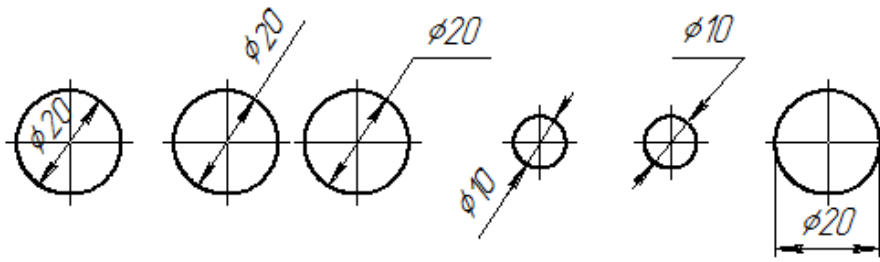


Рисунок 9.9 – Нанесення розмірів (10, 20) діаметрів кіл

У випадку повторення розмірів однакових елементів (отворів, пазів) рекомендується наносити розмір одного елемента, зазначивши кількість таких елементів (рис. 9.10, а).

Коли отвори розташовані по колу нерівномірно, кутові розміри між центрами вказують, позначаючи кількість отворів (рис. 9.10, б).

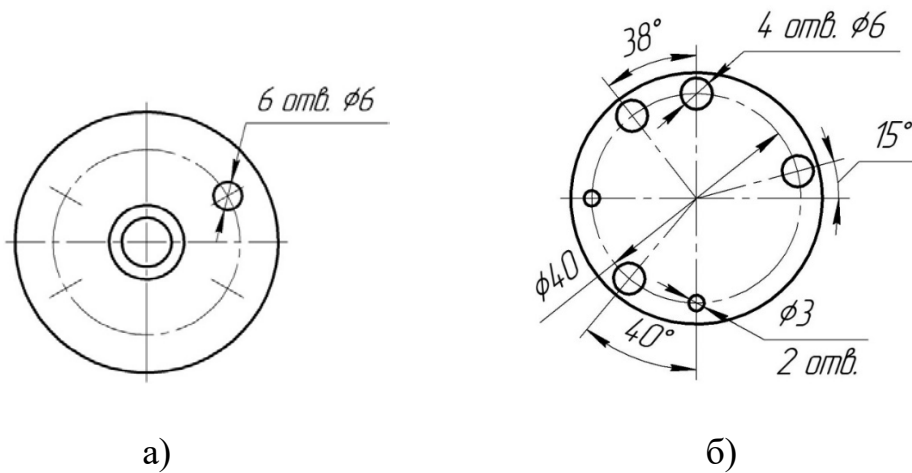


Рисунок 9.10 – Варіанти позначень однакових отворів

Для позначення радіусів  $R$  заокруглень на деталях можливі варіанти нанесення розмірів, показані на рис. 9.11.

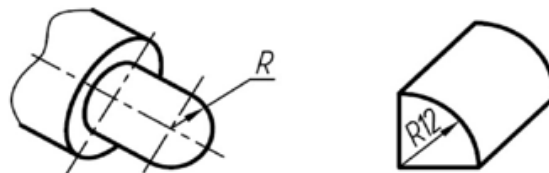


Рисунок 9.11 – Деякі варіанти позначення радіусів заокруглень на деталях

Якщо центр дуги кола знаходиться на великій відстані, його можна наблизити до дуги, а радіус показати із зломом під кутом  $20^\circ$ . Коли

центр дуги кола не фіксується на рисунку, розмірну лінію радіуса можна не доводити до центра (рис. 9.12).

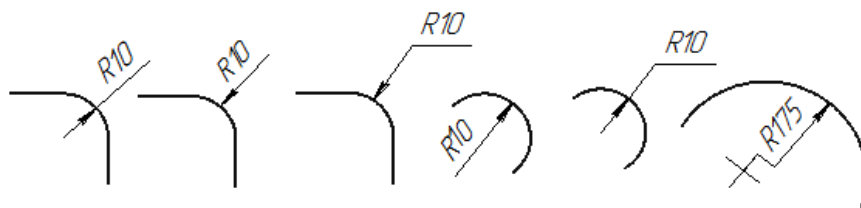


Рисунок 9.12 – Нанесення розмірів радіусів округлень

Розміри квадрата і квадратного отвору позначають значком □ перед розміром сторони квадрата (рис. 9.13, а), б). На зображенні грані суцільними тонкими лініями наносять діагоналі.

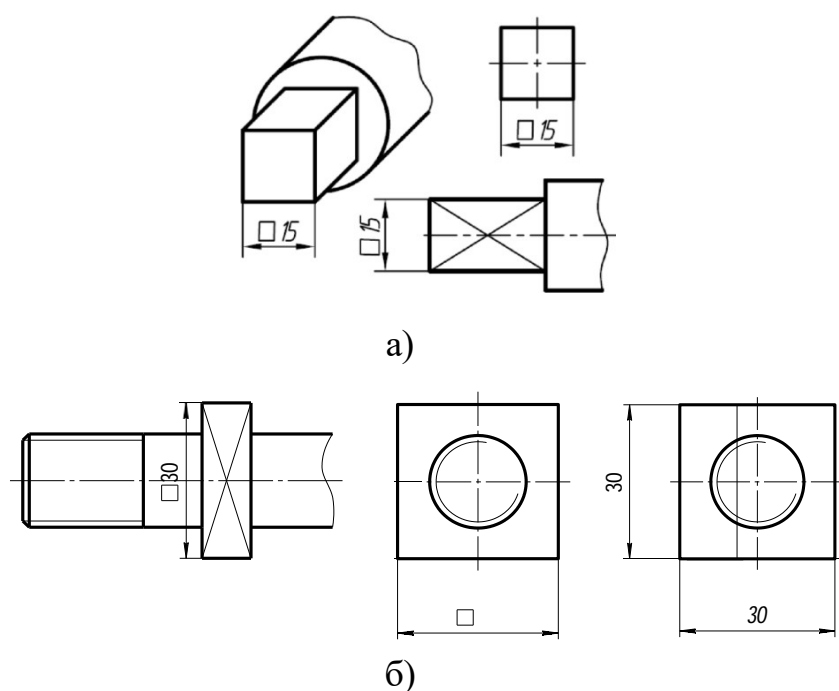


Рисунок 9.13 – Нанесення розмірів квадрата на валах

Елемент машинобудівних деталей, так звана фаска, на циліндричних чи конічних стержнях (рис. 9.14) являє собою зрізаний конус. Здебільшого використовують фаски під кутами  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  та  $60^\circ$ .

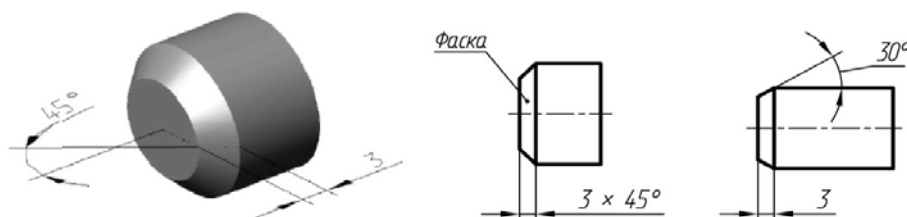


Рисунок 9.14 – Фаски на валу

Найбільш поширена *фаска* під кутом  $45^\circ$ . Розміри фасок під кутом  $45^\circ$  наносять так, як показано на *рис. 9.15, а), б)*. Перше число визначає розмір катета у трикутнику, утвореному фаскою.

Розміри фасок під іншими кутами позначають за загальними правилами – кутовим та лінійним розмірами. Якщо фаски виконані під кутами  $30^\circ$  та  $60^\circ$  (*рис. 9.16, а), б)*, то ставлять два розміри: величину кута ( $30^\circ$  або  $60^\circ$ ) та висоту конуса (внутрішнього чи зовнішнього). Лінійний розмір 2 на кресленку (*рис. 9.16, а, б)* є висотою конуса.

Зовнішня частина вала

Внутрішній отвір

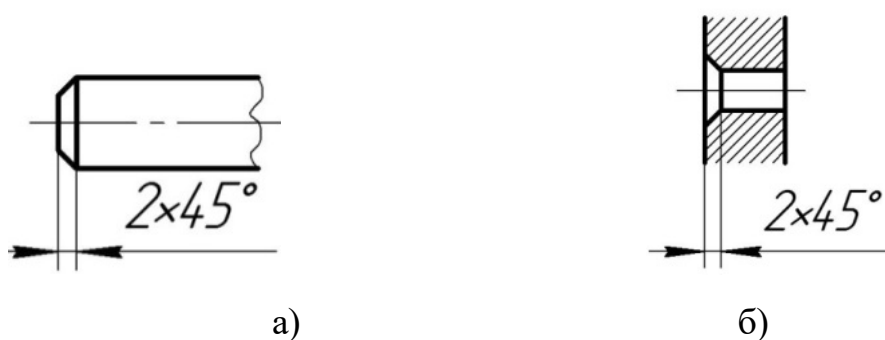


Рисунок 9.15 – Нанесення розмірів фаски під кутом  $45^\circ$

Зовнішня частина вала

Внутрішній отвір

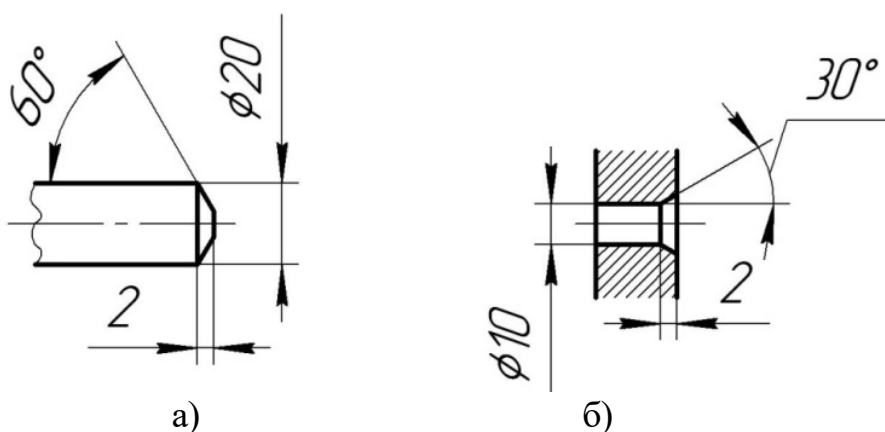


Рисунок 9.16 – Нанесення розмірів фасок під кутами  $30^\circ$  та  $60^\circ$

Коли на кресленку деталі зображено декілька фасок однакового розміру, то розмір фасок наносять один раз і додають напис під поличкою: 2 фаски, 4 фаски тощо. На *рис. 9.17* показано позначення 4-х однакових фасок з позначенням  $1 \times 45^\circ$ .

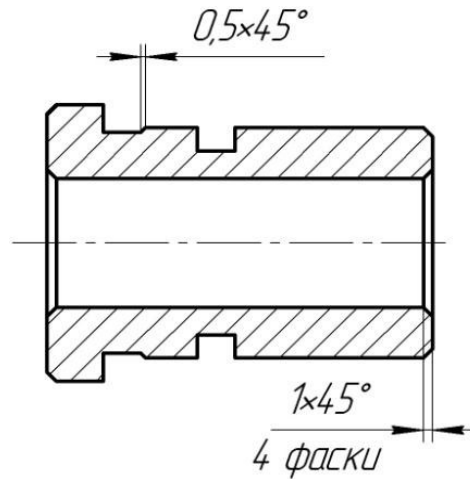
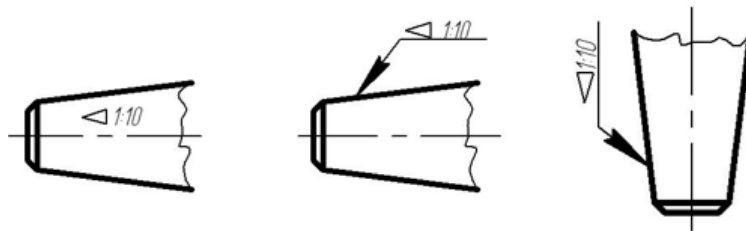
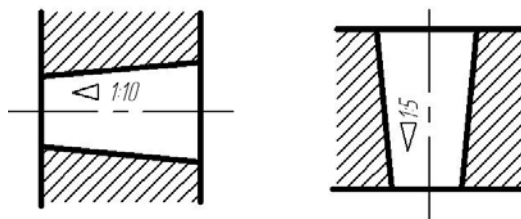


Рисунок 9.17 – Нанесення розмірів однакових 4-х фасок

Залежно від розташування зовнішніх кінчних поверхонь та кінчних отворів (рис. 9.18, а), б) необхідно враховувати можливі позначення конусності. Конусність проставляють вздовж осі конусної частини або на виносній лінії відносно контурної твірної деталі.



а) для зовнішніх кінчних поверхонь



б) для внутрішніх кінчних поверхонь

Рисунок 9.18 – Варіанти розташування позначень конусності

Таблиця 9.3 стане корисною в питаннях висвітлених вимог стандартів щодо нанесення розмірів однакових елементів деталей та відстаней між ни-

ми; спрощень нанесення розмірів однотипних та однакових елементів; спрощених позначень розмірів симетричних частин.

Таблиця 9.3 – Умовності та спрощення під час нанесення розмірів

<p>Нанесення розмірів – однакових відстаней між однаковими елементами деталі</p>
--

## 10 ПРОСТАВЛЕННЯ РОЗМІРІВ

### 10.1 Різновиди баз задля проставлення розмірів

Під *проставленням* розмірів розуміють їх призначення на кресленні з врахуванням технології виготовлення деталі.

Процес *проставлення розмірів* починається з вибору певних поверхонь, ліній або точок деталі, які називаються *базами*.

Конструктивний елемент деталі, від якого ведеться відлік розмірів деталі називається *базою*. Це може бути поверхня або лінія (осьова, центрова).

*Вимірювальною базою* називають поверхню (суму поверхонь), відносно якої визначають розміри під час вимірювання готових деталей.

Вимірювальні – бази, що використовуються для визначення відносного положення заготовки або виробу та засобів вимірювання. Вимірювальною базою може бути вісь обертання або вісь симетрії виробу.

На рис. 10.1 використано дві вимірювальні бази:

- вертикальна лінія, що є віссю симетрії деталі;
- горизонтальна лінія – нижня контурна лінія деталі.

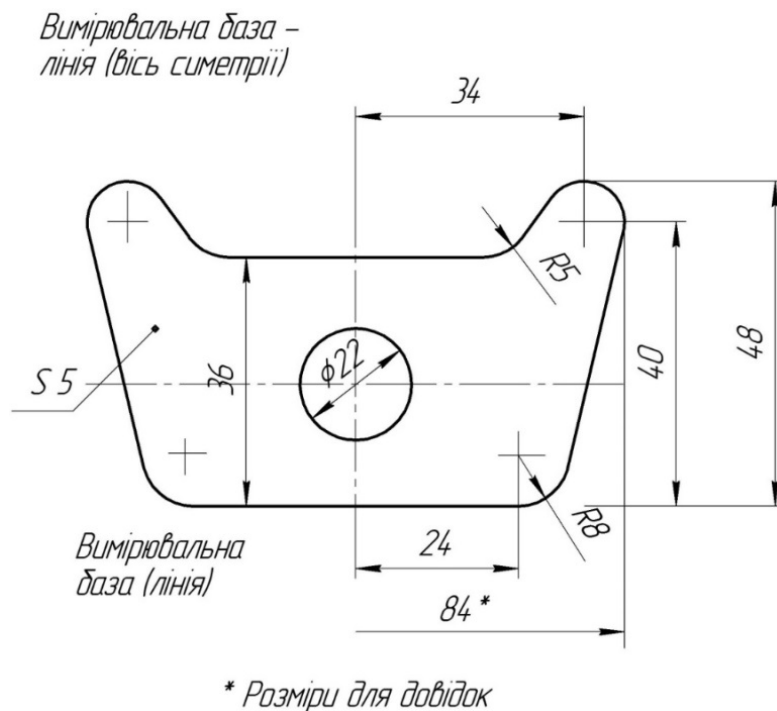


Рисунок 10.1 – Вимірювальні бази деталі

Якщо потрібно показати розмір, що замикає розмірний ланцюг, то біля розмірної цифри цього розміру ставлять знак (\*) і в технічних вимогах пишуть «\*Розмір для довідок».

**Технологічною базою** називають сукупність поверхонь, ліній або точок щодо яких витримують розміри елементів деталі при її обробці.

Застосовують три способи *нанесення розмірів* на креслениках: ланцюговий, координатний та комбінований (табл. 10.1).

Таблиця 10.1 – Методи нанесення розмірів від баз

<p><i>Координатний спосіб нанесення розмірів від одної бази</i></p>	
<p><i>Комбінований спосіб нанесення розмірів групами від декількох спільних баз</i></p>	
<p><i>Ланцюговий спосіб нанесення розмірів</i></p>	

**Ланцюговий метод** – розміри  $l_1, l_2, l_3$  наносять один за одним на одній лінії, ланцюгом.

**Координатний метод** – розміри  $l_1, l_2, l_3, l_4$  наносять від однієї і тієї самої базової поверхні  $A$ .

**Комбінований метод** – проставлення розмірів здійснюється ланцюговим і координатним методами одночасно. Цей метод найбільш використовується.

## 10.2 Приклад послідовності нанесення розмірів для вала

*1 етап.* Деталь утримує вісь симетрії та, в основному, складається з поверхонь обертання. Отже, деталі типу валів, осей, втулок, потрібно, щоб мали горизонтальне розташування осі симетрії деталі. Визначаємо, з яких поверхонь складається деталь (рис. 10.2).

*2 етап.* Використовуємо технологічні бази. Як головну технологічну базу вибираємо правий торець  $A$  деталі (рис. 10.3). Відносно основної бази послідовно показуємо лінійні розміри: 16, 30, 73; 4 та 95. Спочатку для обробки діаметра 36 мм потрібно врахувати відстань 95 мм.

Під час обробки (точіння) утворюється такий технологічний елемент як *проточка*, 4 мм довжини діаметром 32 мм. Розмір 16 враховує обробку квадрата 12 (фрезерування); розмір 30 – діаметр 22 мм.

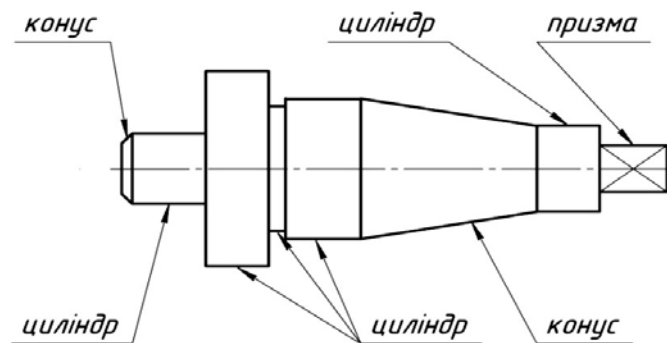


Рисунок 10.2 – Поверхні деталі

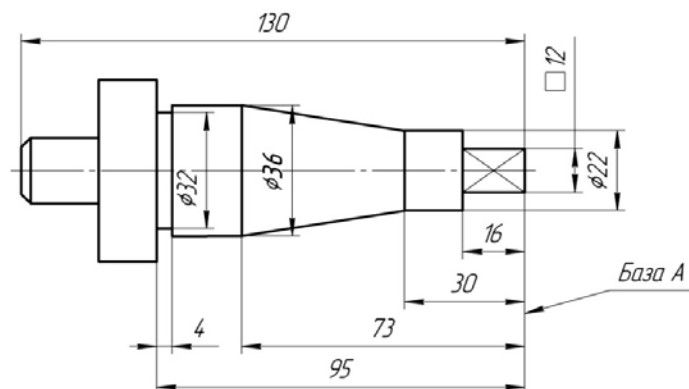


Рисунок 10.3 – Використання головної технологічної бази  $A$

3 етап. Нанесемо розмір конусності для конічної частини поверхні (рис. 10.4). Відомо, що конусність  $k$  визначають за формулою  $k=(D-d)/H$ . Значення  $(D-d)$  та  $H$  беремо з рис. 10.3  $(D-d) = 36 - 22 = 14$  (мм),

$$H = 73 - 30 = 43 \text{ (мм)}, \quad k = (D-d)/H = 14:43 = 0,32.$$

Із ряду значень нормальної конусності 1:10; 1:8; 1:5; 1:3; 1:1 найближче значення  $k$  становить 1:3. Виходячи з вимог щодо нанесення конусності показуємо із чотирьох значень  $D$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $H$  лише три розміри.

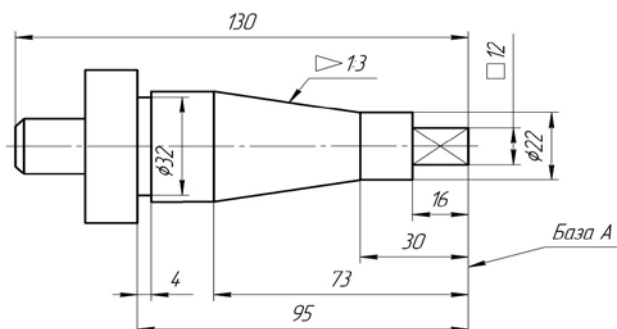


Рисунок 10.4 – Використання допоміжної технологічної бази А

4 етап. Крім основної бази використаємо допоміжну базу Б (рис. 10.5), що дозволяє контролювати розмір фаски  $2 \times 45^\circ$ , лінійний 20 мм та діаметр  $\varnothing 18$  мм.

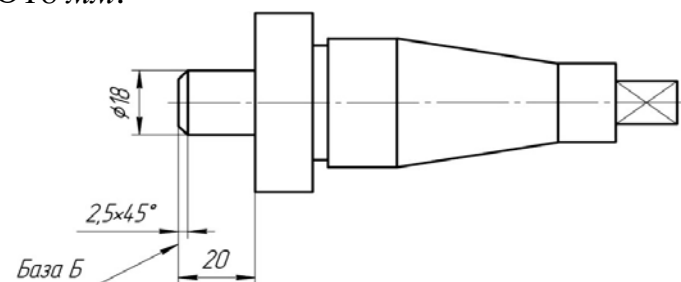


Рисунок 10.5 – Використання допоміжної технологічної бази Б

5 етап. Показуємо габаритні розміри:  $\varnothing 50$  мм та загальну довжину 130 мм. Звертаємо увагу на те, що розмірний ланцюг за довжиною (для найбільшого розміру  $\varnothing 50$  мм) обривають (рис. 10.6).

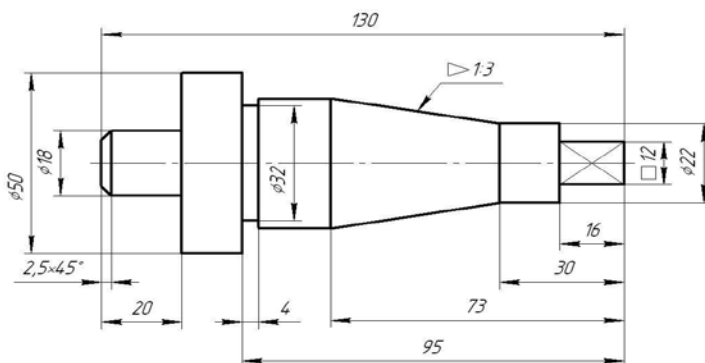


Рисунок 10.6 – Нанесення розмірів для вала

Нижче рекомендовано самостійно ознайомитися з нанесенням розмірів для втулки (рис. 10.7).

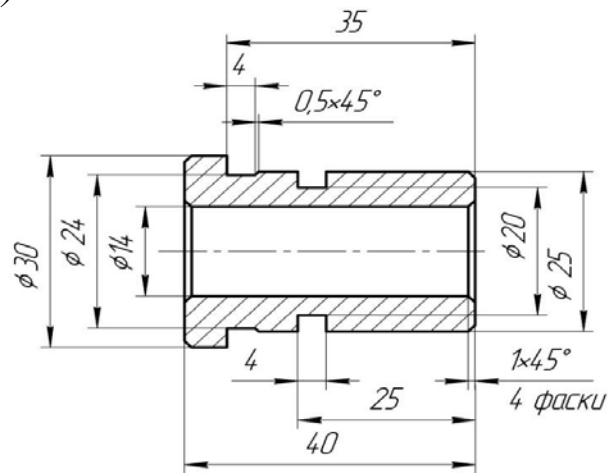


Рисунок 10.7 – Нанесення розмірів для втулки

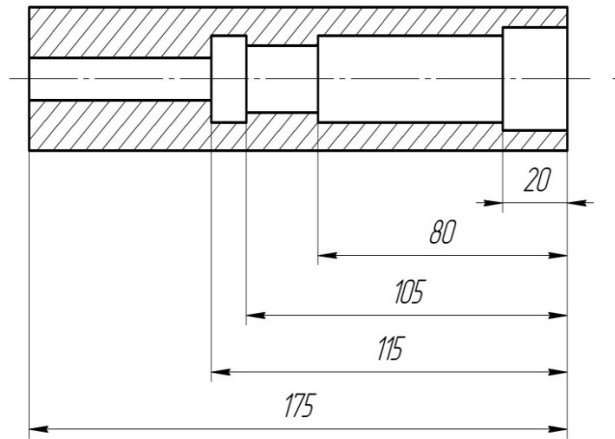
### 10.3 Контрольні питання

1. Як проставляють на креслениках розмірні числа залежно від розташування розмірних ліній та кутів?
2. Які основні правила нанесення розмірів діаметрів кіл та радіусів дуг?
3. Як наносять розміри діаметра, квадрата?
4. Як наносять розміри конусності та уклону?
5. Як наносять розміри фасок?
6. В яких випадках розмірну лінію проводять з обривом?
7. Дайте означення конструктивної, технологічної бази.
8. Визначте № *рисунка 10.8, а), б), в)*, для якого використовується ланцюговий, координатний, комбінований способи проставлення розмірів?

а)

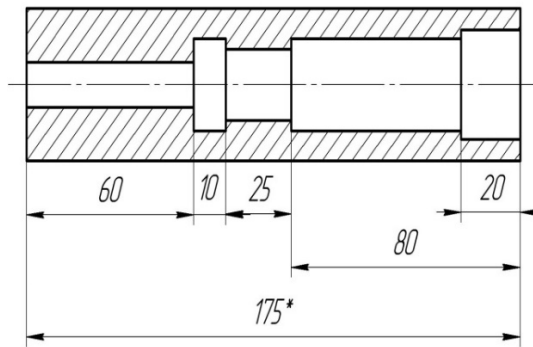
Рисунок 10.8 – Використання способів проставлення розмірів

Координатний спосіб



б)

Комбінований спосіб



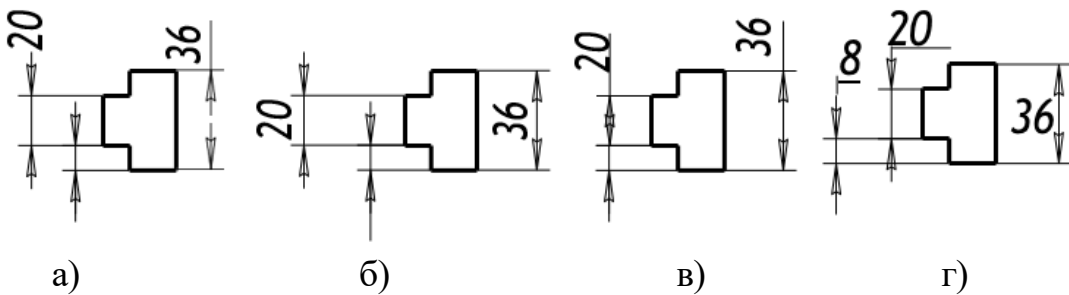
\* Розмір для довідок

в)

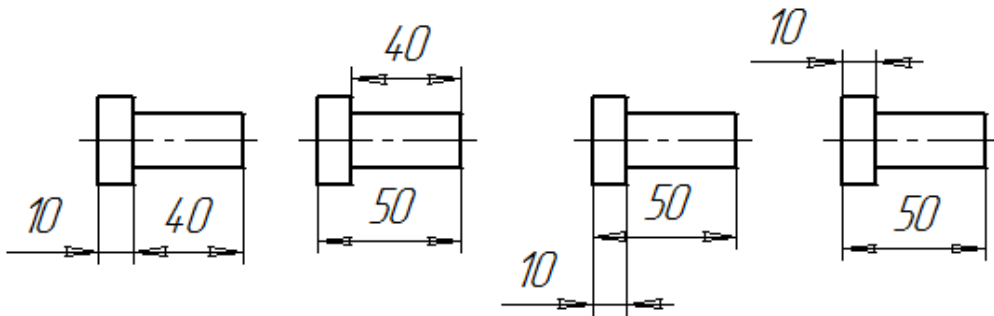
Рисунок 10.8, аркуш 2

#### 10.4 Тестовий контроль знань до теми «НАНЕСЕННЯ РОЗМІРІВ»

1. На якому із рисунків правильно нанесені вертикальні розміри?



2. На якому із рисунків правильно нанесені горизонтальні розміри?



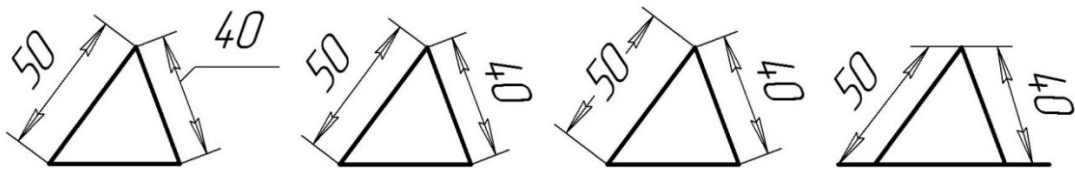
a)

б)

в)

г)

3. На якому із рисунків правильно нанесені похилі розміри?



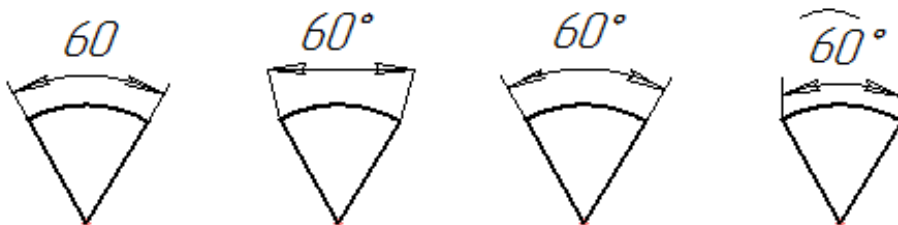
a)

б)

в)

г)

4. На якому із рисунків правильно нанесені кутові розміри?



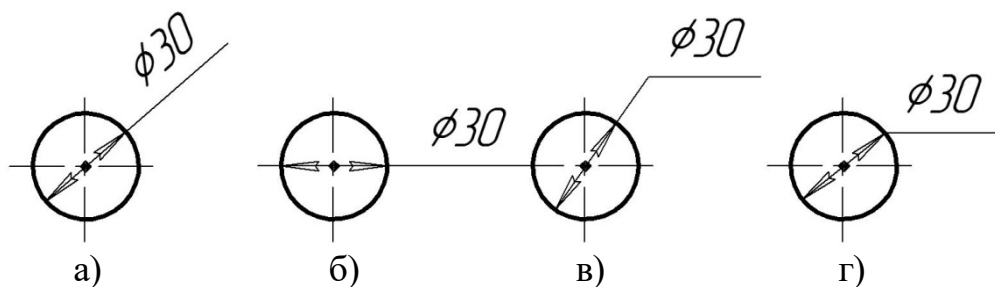
a)

б)

в)

г)

5. На якому із рисунків правильно нанесені розміри діаметра ?



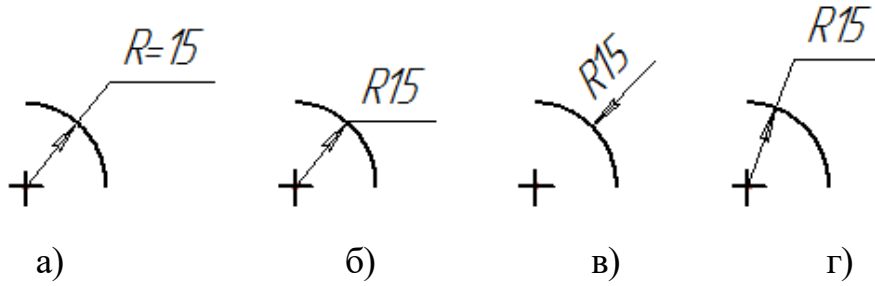
a)

б)

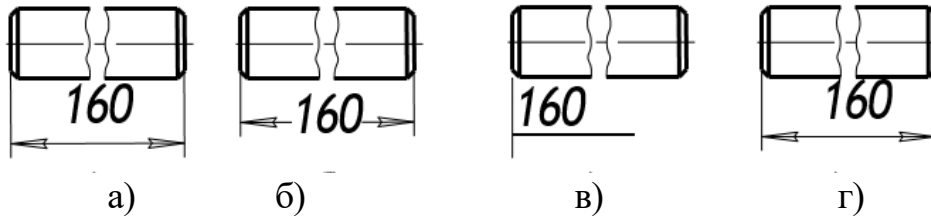
в)

г)

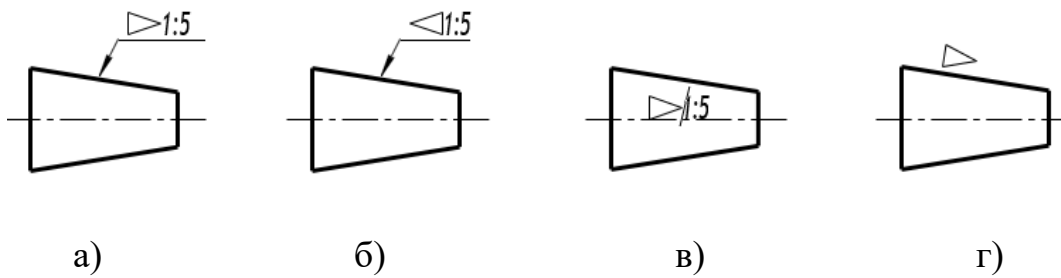
6. На якому із рисунків правильно нанесені розміри радіуса?



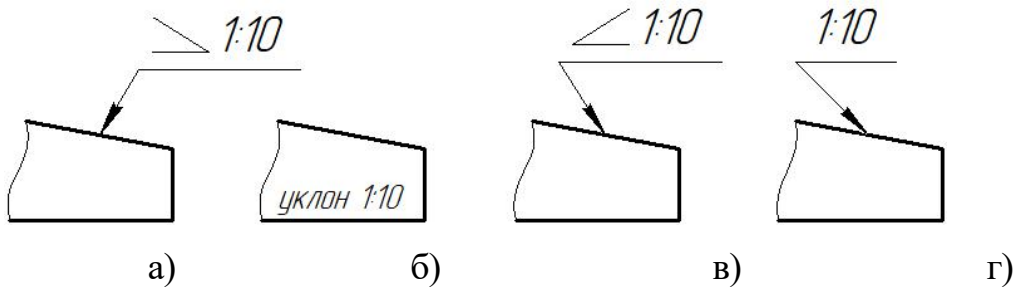
7. На якому із рисунків правильно нанесені розміри деталі з обривом



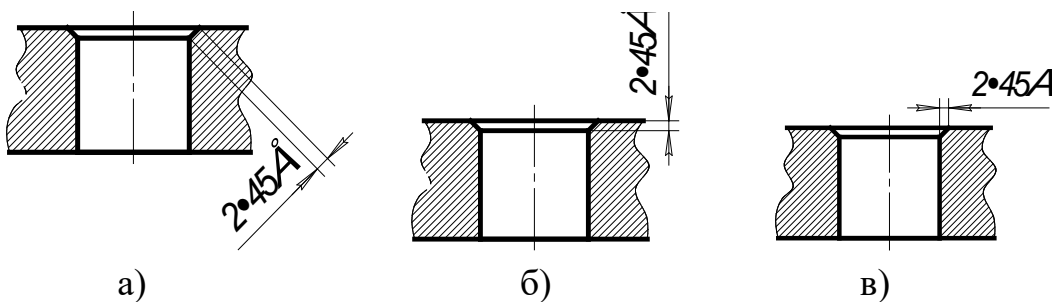
8. На якому із рисунків правильно позначена конусність



9. На якому з рисунків правильно позначений уклон?



10. На якому з рисунків правильно позначена фаска?



## 11 ШОРСТКІСТЬ ПОВЕРХОНЬ

### 11.1 Загальні правила позначення шорсткості поверхонь

**Шорсткістю** поверхні називають сліди, нерівності у вигляді западин і виступів, які залишаються на оброблюваній поверхні від різальних інструментів (різців, фрез, шліфувальних кругів тощо). Величину шорсткості вибирають для кожної поверхні деталі залежно від конкретних конструктивних, технологічних та естетичних вимог.

Шорсткість характеризує якість поверхні та безпосередньо впливає на експлуатаційні властивості деталей: зносостійкість; тертя і тепловиділення; міцність з'єднань; герметичність; корозійну стійкість. Надмірно мала шорсткість підвищує вартість виготовлення, а надто велика – погіршує роботу механізму.

Для оцінювання шорсткості поверхні ГОСТ 2789-73 встановлює шість параметрів шорсткості, серед яких переважно використовуються середнє арифметичне відхилення  $R_a$  та висота нерівностей  $R_z$ .

Для позначення шорсткості поверхонь (ГОСТ 2.309-80) на кресленнях застосовують умовні графічні знаки, показані на *рис. 11.1, а) – в)*. Знак шорсткості по його бісектрисі розташовують перпендикулярно до поверхні, для якої показують шорсткість. У самого знака є дві висоти:  $h$  та  $H$ . Висота знака  $h$  має дорівнювати висоті розмірної цифри на рисунку, висота  $H$  визначається за співвідношенням  $H=(1,5...3)h$ .

Знак, показаний на *рис. 11.1, а)*, використовують, коли поверхня обробляється з утворенням стружки, наприклад точінням, фрезеруванням, свердлінням, шліфуванням, поліруванням тощо. Поверхні, які не оброблюються за цим креслеником, тобто зберігаються у стані поставки матеріалу заготовки, потрібно позначати знаком, показаним на *рис. 11.1, б)*.

Числа, які показують допустиму величину шорсткості у мікрометрах, потрібно проставляти під знаком (*рис. 11.1*), висотою вибраного шрифту на кресленнику. З врахуванням можливостей вимірювальної техніки перевага під час нанесення допустимої величини нерівності надається параметру середнього арифметичного відхилення профілю –  $R_a$ .

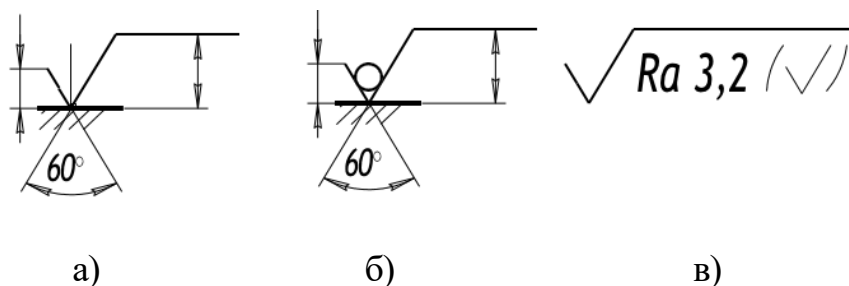


Рисунок 11.1 – Знаки шорсткості

Знаки шорсткості можна наносити безпосередньо на похилих, вертикальних лініях зображень поверхні в тих випадках, коли вістря знака показано зверху. Згідно із зміною стандарту (ГОСТ 2.309-73) на креслениках знак шорсткості разом із зазначеним параметром  $R_a$  не підводиться знизу, в цьому разі всі позначення шорсткості потрібно показувати на лініях-виносках (рис. 11.2).

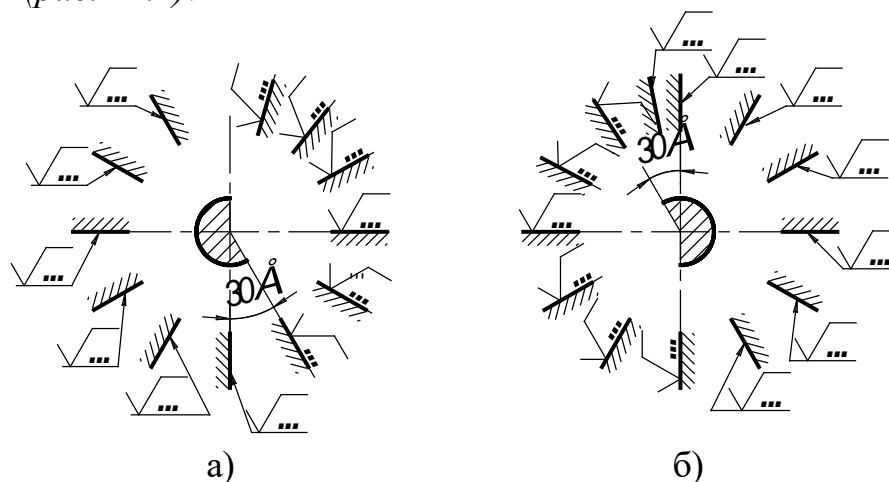


Рисунок 11.2 – Нанесення знаків шорсткості на поверхнях деталі згідно із змінами стандарту

Якщо деталь має деяку переважну шорсткість (або більшість поверхонь не обробляються), то її позначають також знаком більшого розміру, який розміщують у правому верхньому куті поля кресленика. Поруч з цим знаком у дужках ставлять знак меншої висоти (рис. 11.3, а, б).



Рисунок 11.3 – Знаки шорсткості, що ставлять в правому верхньому куті

## 11.2 Приклади читання шорсткості

11.2.1 *Приклад читання шорсткості для втулки (рис. 11.4, а); 11.5):* переважна частина поверхонь (тринадцять поверхонь) мають шорсткість значенням параметра  $R_a=6,3$  мкм, що зазначається загальним наведеним знаком шорсткості з параметром  $R_a$  **6,3** у правому верхньому куті на рекомендованих відстанях від ліній рамки;

1) решта, відмінна від цього значення (їх менше, 2 поверхні) вказана на кресленику  $R_a=3,2$  мкм, що зазначається загальним знаком шорсткості  $R_a$  **3,2**.

11.2.2 *Приклад читання шорсткості для прокату (рис. 11.4, б):*

1) при свердлінні отвори профілю мають шорсткість параметра

$R_a=6,3$  мкм (знак шорсткості  $R_a 6,3$  на виносній лінії розміру діаметра);

2) дві торцеві поверхні прокату обрізані та мають знак шорсткості  $R_a 12,5$ ;

3) переважна частина поверхонь знаходиться у стані заготовок, що відповідає загальному знаку у правому верхньому куті на рекомендованих відстанях від ліній рамки.

Позначення шорсткості усіх інших поверхонь деталі наносять безпосередньо на зображенні цих поверхонь або на виносних лініях (рис. 11.4, а, б).

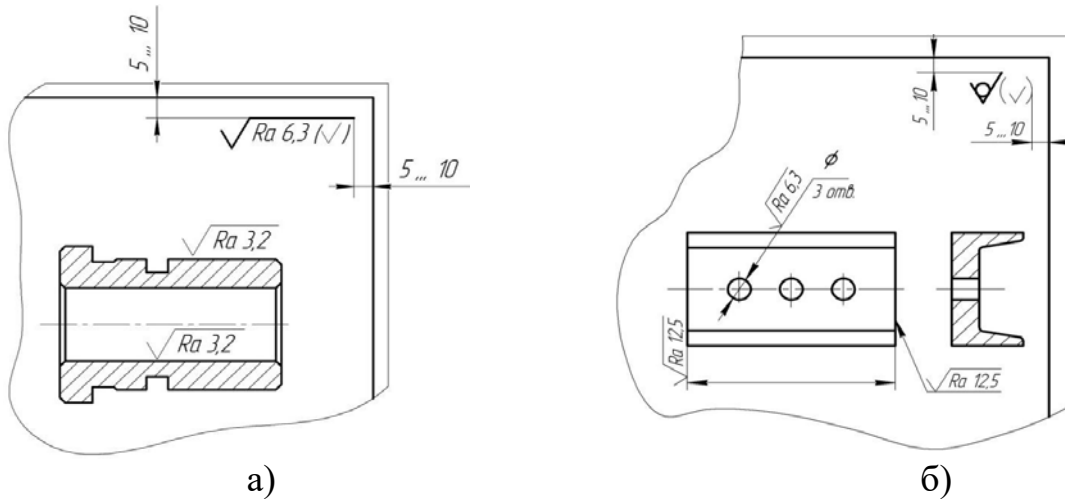


Рисунок 11.4 – Приклади нанесення знаків шорсткості на поверхнях

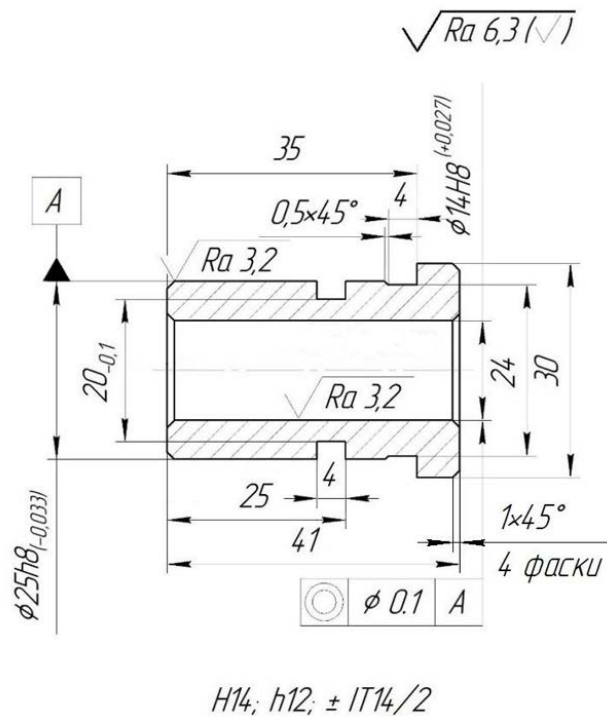


Рисунок 11.5 – Фрагмент робочого кресленика втулки

## 12 РОБОЧІ КРЕСЛЕНИКИ ДЕТАЛЕЙ

У вступі до навчального посібника міститься інформація щодо історії виникнення креслення як явища і креслеників в історії розвитку людства. На сучасному етапі під терміном «кресленик» розуміється будь-яке графічне зображення виробу або його частини, виконане за правилами інженерної графіки. Це загальний термін, який охоплює всі види креслень, наприклад: робочий кресленик; ескіз; складальний кресленик; навчальний кресленик; принципова схема тощо.

*Робочий кресленик – це конструкторський документ, що містить повну, точну та однозначну інформацію, необхідну для виготовлення, контролю та складання машинобудівних деталей і вузлів згідно з вимогами ДСТУ, ISO, ГОСТ без додаткових пояснень.*

Призначення робочих креслеників деталей і складальних виробів, вимоги до них пояснюються в ГОСТ 2.102-68, що встановлює види конструкторських документів, їх найменування.

В технічних вимогах обумовлюються різні додаткові вимоги, що стосуються матеріалу, обробки, пригонки та інше.

Зміст тексту має бути коротким і точним. Текст написів і таблиць розміщують паралельно основному напису креслення. Технічні вимоги групують та подають в такій послідовності:

- а) вимоги, що висуваються до матеріалу, заготовки, термообробки тощо;
- б) розміри, граничні відхилення розмірів, форми взаємного розташування поверхонь тощо;
- в) вимоги до якості поверхонь, їх обробки, покриття;
- г) щілини, розташування окремих елементів конструкції;
- д) вимоги до настройки і регулювання виробу;
- е) умови та методи випробувань, рекомендації щодо маркування й клеймування;
- ж) правила транспортування та зберігання;
- и) особливі умови експлуатації та інше.

Розглянемо деякі приклади креслеників деталей. В машинобудуванні зубчасті передачі мають широке використання в різних механізмах (коробках передач верстатів, автомобілів, механізмах точного переміщення, ділільних головках тощо). Робочий кресленик прямозубого некоригованого циліндричного зубчастого колеса (*рис. 12.1*) за розрахованими геометричними параметрами виконують з дотриманням всіх вимог міждержавного стандарту ГОСТ 2.403–75 «Правила виконання креслеників циліндричних зубчастих коліс». Згідно з цим стандартом на зображенні зубчастого колеса мають бути вказані: діаметр вершин зубців; ширина зубчастого вінця; кут сектора по колу вершин зубців – для зубчастого сектора; розміри фасок або радіуси кривизни ліній притуплення крайки зубців.

Допускається вказувати розміри фасок або радіуси кривизни ліній притуплення в технічних вимогах креслеників; шорсткість бокових поверхонь зубців; глибину модифікації – для зубчастих коліс з поздовжньою модифікацією зубців.

На робочому кресленнику чи ескізі зубчастого колеса має бути розміщена таблиця параметрів зубчастого вінця колеса, яка складається з трьох частин, які мають бути відділені одна від одної суцільними основними лініями.

В першій частині таблиці наводять основні дані для виготовлення колеса, в другій частині – дані для контролю, а в третій частині довідкові дані. В другій частині таблиці наводять дані для контролю взаємного положення різнойменних профілів зубців.

Робочі кресленики рейок, які спрягаються з евольвентними циліндричними зубчастими колесами, виконують за міждержавним стандартом ГОСТ 2.404–75 «Правила виконання креслеників зубчастих рейок» і вимогами Єдиної системи конструкторської документації (ЄСКД).

На кресленнику зубчастої рейки (рис. 12.2) мають бути вказані: довжина нарізаної частини рейки; розміри фасок або радіуси кривизни лінії притуплення на краю зубців; шорсткість бокових поверхонь зубців.

На кресленнику зубчастої косозубої рейки також розміщується таблиця параметрів зубчастого вінця рейки, яка складається з трьох частин, де в першій частині записують основні дані, необхідні для виготовлення рейки, в другій частині – дані для контролю, а в третій частині – довідкові дані. В таблиці параметрів ці частини відділяються одна від одної основними суцільними лініями.

Робочі кресленики рейок, які спрягаються з евольвентними циліндричними зубчастими колесами виконують за міждержавним стандартом ГОСТ 2.404–75 «Правила виконання креслеників зубчастих рейок» і вимогами Єдиної системи конструкторської документації (ЄСКД).

Приклади оформлення робочого кресленника черв'ячного колеса показано на рисунку 12.3, фрагментів робочих креслеників зубчастого колеса – рис. 12.4; корпусу з шестигранником під ключ – рис. 12.5; важеля – рис. 12.6; плити проміжної – рис. 12.7; вала – 12.8.

В технічних роботах також використовуються *ескізи* – кресленики тимчасового користування, які містять зображення деталі та всі дані, потрібні для її виготовлення. Виконують ескізи спрощено – від руки, без застосування креслярських інструментів, без масштабу, але з дотриманням пропорцій між частинами зображуваної деталі. Саме за допомогою ескізу втілює на папері свою ідею, свій творчий задум архітектор, проектувальник, конструктор, раціоналізатор. Ескізи виконують і тоді, коли у виробничих умовах виникає термінова потреба виготовити нову деталь замість тієї, яка вийшла з ладу, а запасної немає. Часто за ескізами виконують креслення деталей.

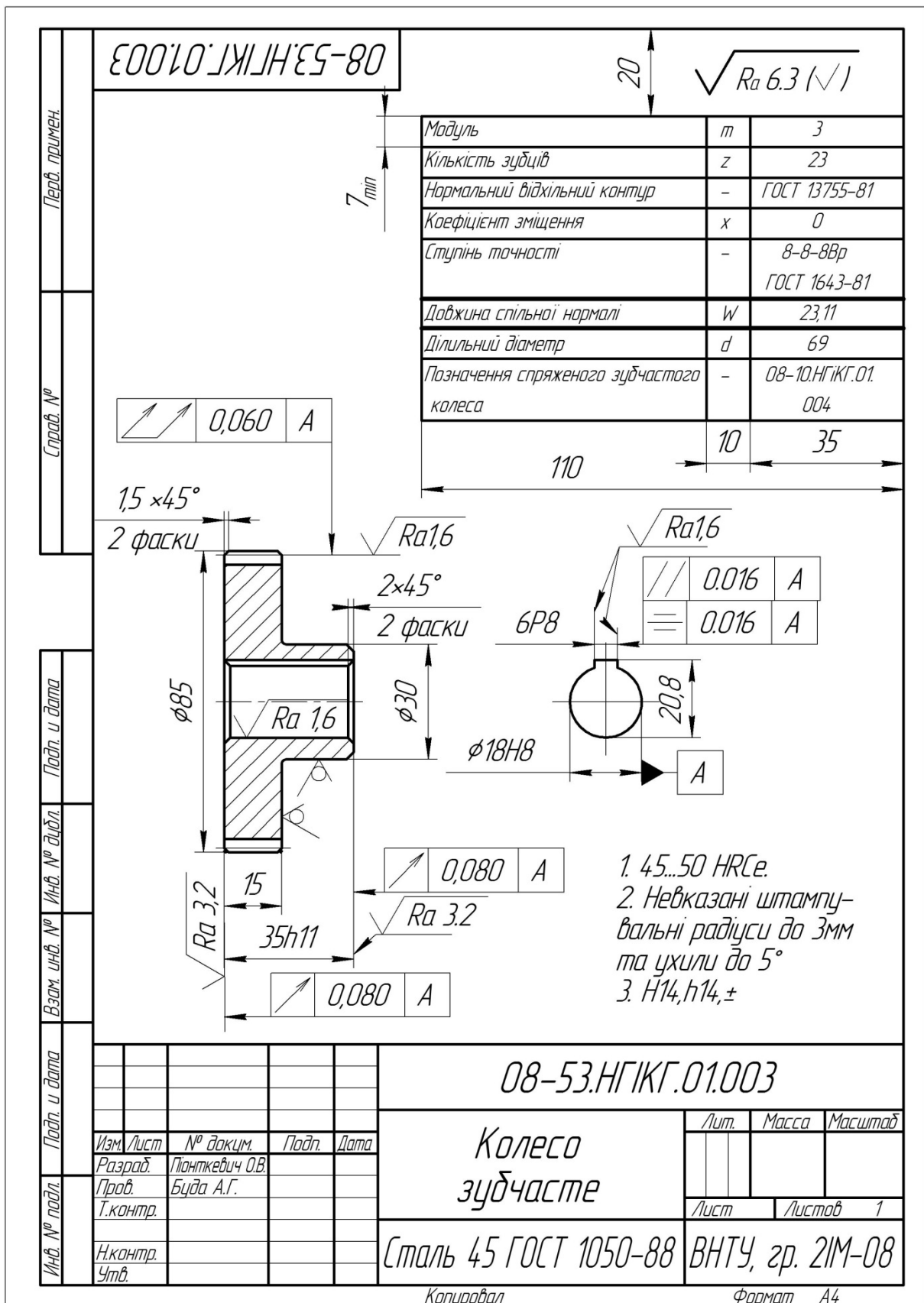


Рисунок 12.1 – Робочий кресленник прямозубого некоригованого циліндричного зубчастого колеса

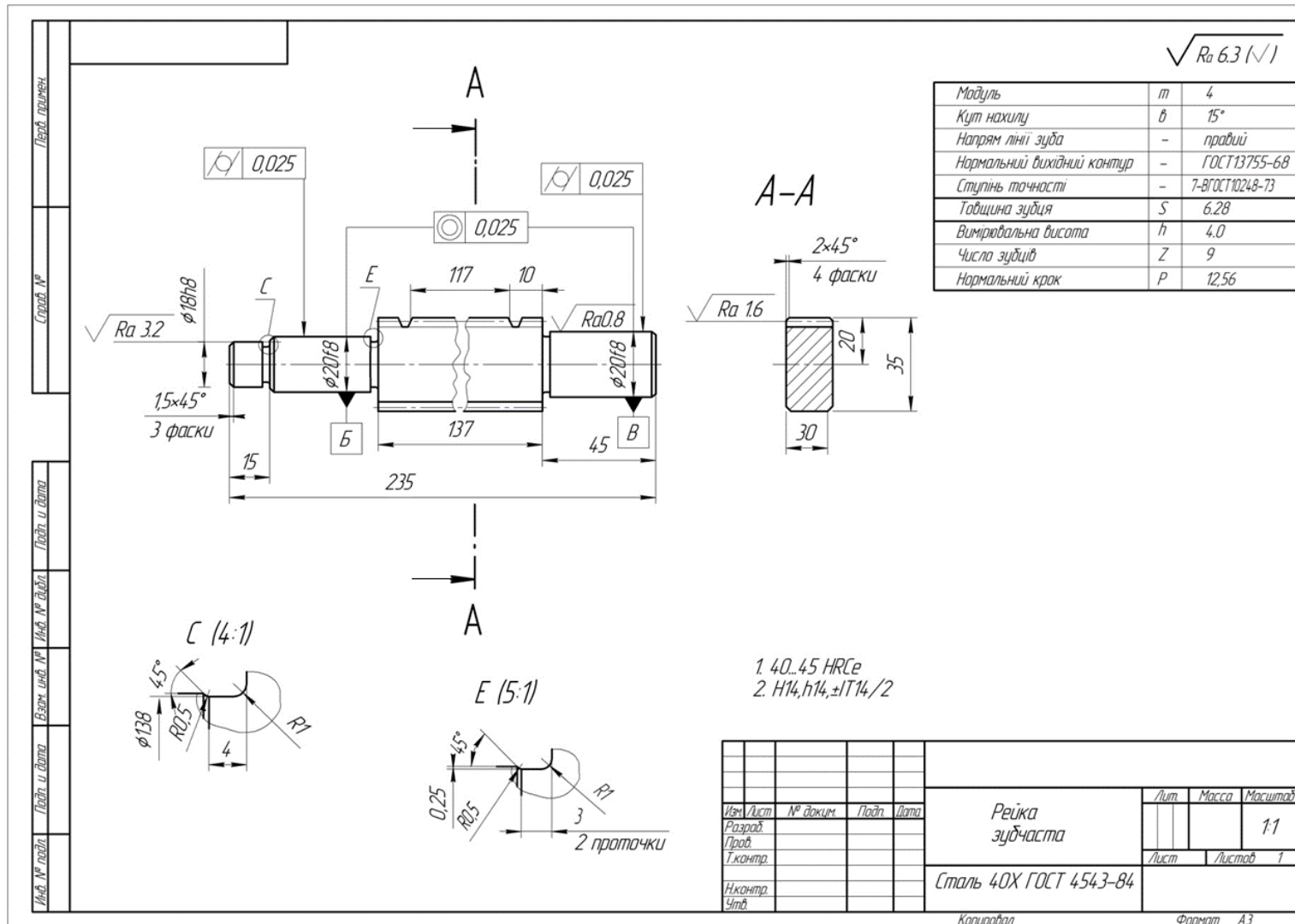


Рисунок 12.2 – Робочий кресленник зубчастої рейки

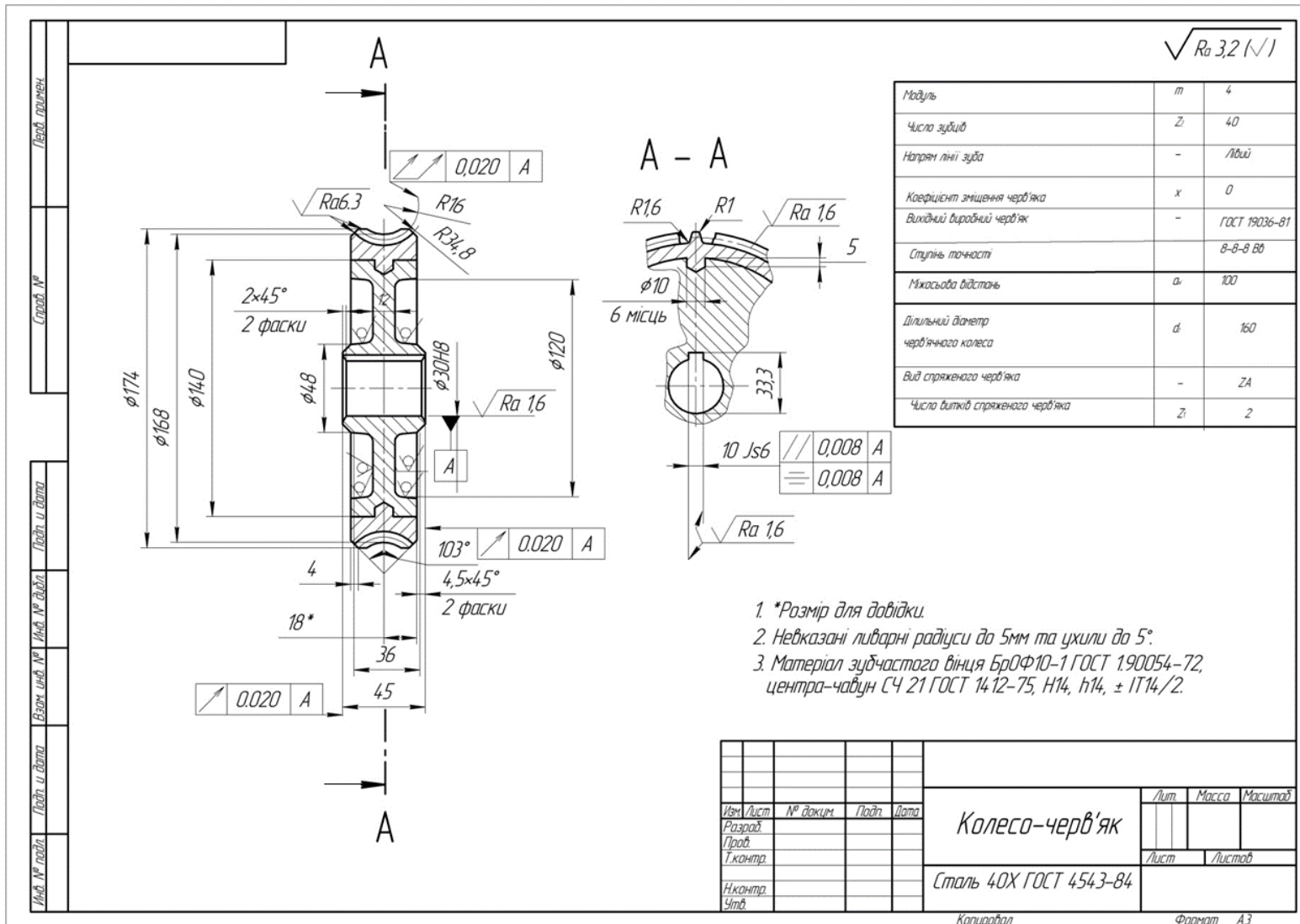


Рисунок 12.3 – Робочий кресленник черв'ячного колеса

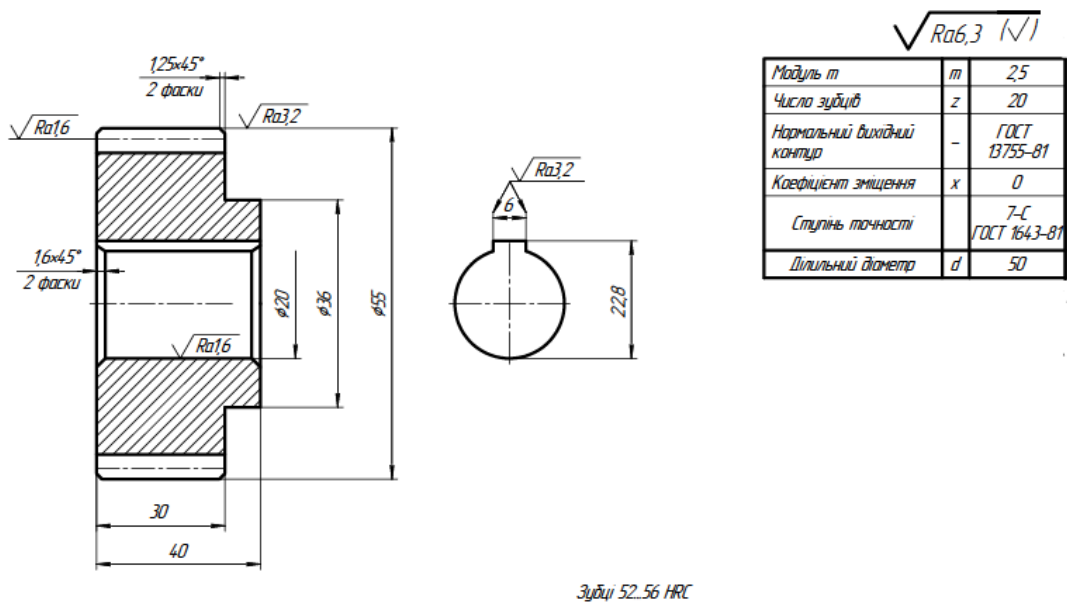


Рисунок 12.4 – Фрагмент кресленника зубчастого колеса

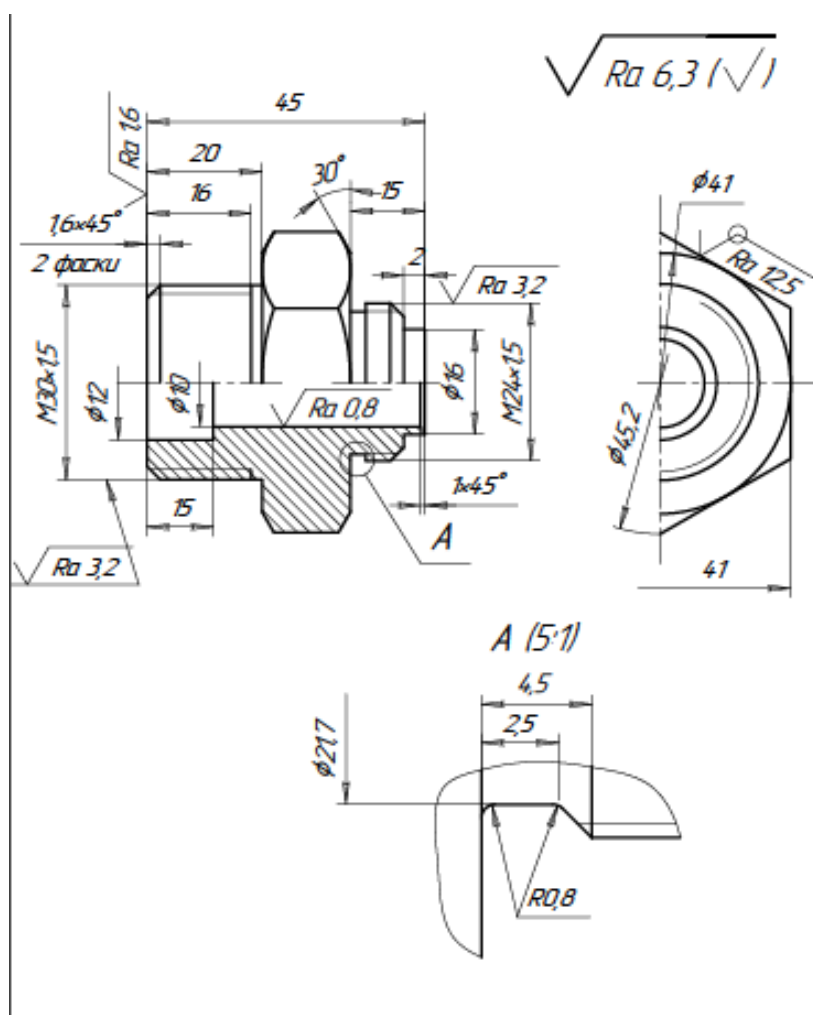
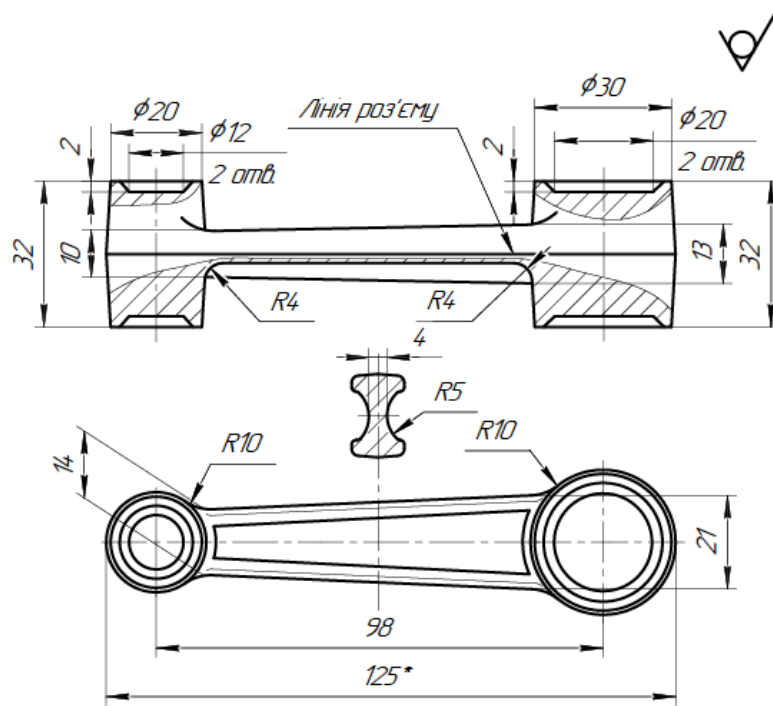


Рисунок 12.5 – Корпус з шестигранником під ключ



- 1 Штампувальні ухили  $7^\circ$
- 2 Невказані радіуси закруглень 2 мм.
- 3 Зсув штампів до 1 мм.
- 4 \*Разміри для довідок

Рисунок 12.6 – Важіль

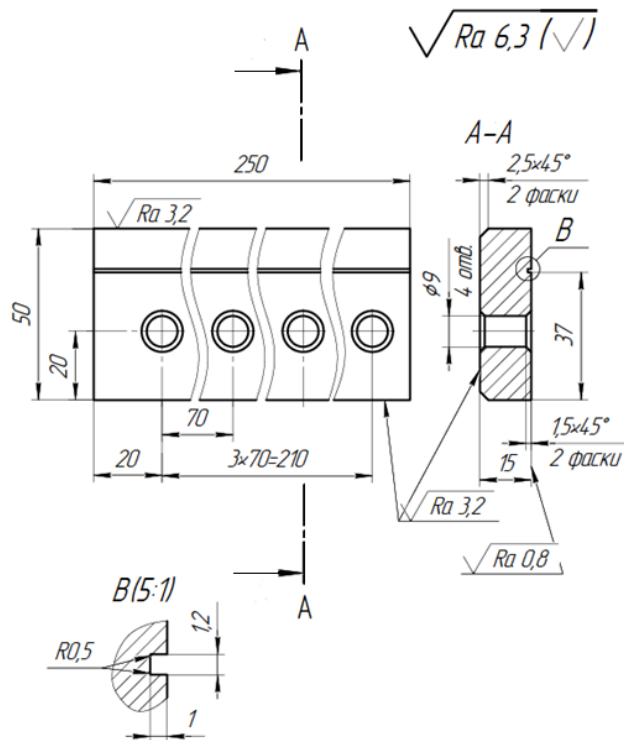


Рисунок 12.7 – Плита проміжна

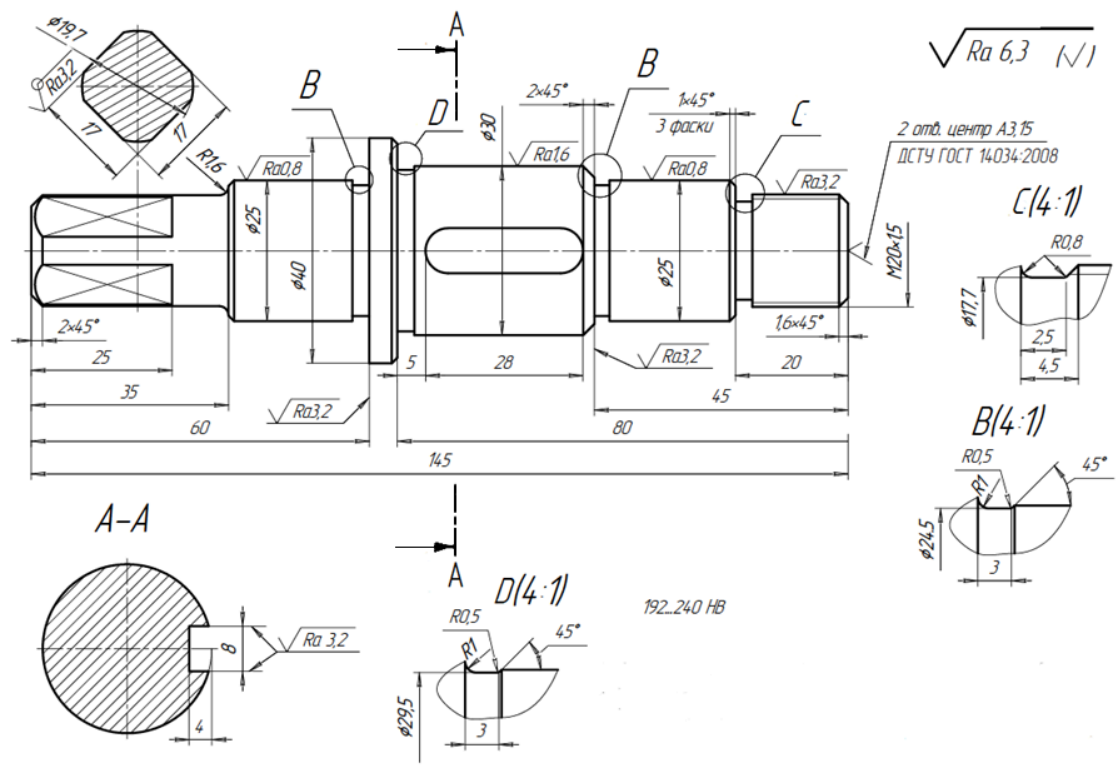


Рисунок 12.8 – Вал

## 13 ДЕЯКІ ВІДОМОСТІ ЩОДО РОЗМІРІВ ДЕТАЛЕЙ ТА ТОЧНОСТІ ЇХ ВИГОТОВЛЕННЯ

### 13.1 Розмір. Граничні відхилення

Машини і механізми складаються з деталей, з'єднаних між собою. Окремі деталі з'єднуються поверхнями, які називають спряжуваними. Під час складання та ремонту машин і механізмів, які містять різні види з'єднань, необхідно, щоб з'єднані деталі підходили одна до одної. Такі деталі, які забезпечують складання виробу без їх додаткової обробки і нормальну його роботу, називають взаємозамінними. Наприклад, коли ми замінюємо у ліхтаріку або у годиннику нову батарейку відповідного позначення, то вона зручно стає на місце старої. Купуючи лампочку з певним маркуванням ми знаємо, що вона теж точно стане у патроні замість пошкодженої. В автомобілях легко замінюють зношені або пошкоджені деталі на нові. Все це означає, що незалежно від того, в якій країні або магазині ми придбаємо необхідну деталь або вузол, вони матимуть однакові межі розмірів, розташування поверхонь або інших фізичних параметрів, що дозволяє їх замінювати одне на інше. Такі вироби можуть відрізнятися за показниками надійності, зносостійкості, довговічності і, звичайно, цінами, але вони є взаємозамінними.

Взаємозамінність виробів є одним з головних принципів організації виробництва і вся продукція, що офіційно випускається, має відповідати певним стандартам. Бакалаврська підготовка інженерів-механіків містить дисципліну «*Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання*», яка надає знань в напрямі визначення і контролю придатності об'єкта (машини, приладу, механізму, деталі тощо) до використання замість іншого без змінення для виконання однакових вимог щодо параметрів роботи машини, приладу, механізму, деталі та розмірів, хімічного складу, твердості тощо.

*Відповідність виготовленої деталі заданим розмірам, формі і іншим характеристикам, що поставлені згідно із службовим призначенням деталі, називається **точністю обробки**.* Відповідно для означення точності виготовлення стандартом встановлено нормовані величини – 19 квалітетів.

Основні ознаки відповідності виготовленої деталі заданим вимогам такі:

- точність форми, тобто відповідність окремих поверхонь деталі тим геометричним тілам, з якими вони ототожнюються (циліндр, конус, сфера і тому подібне);
- точність розмірів поверхонь деталі;
- точність взаємного розташування поверхонь деталі;
- ступінь наближення реальної шорсткості поверхні деталі до ідеально гладкої поверхні.

Точність виготовлення деталі залежить від комплексу технологічних

процесів, використаних в цьому виробництві. *Будь-який технологічний процес виготовлення деталі вносить ті або інші похибки, тому абсолютно точну деталь отримати практично неможливо.*

*Відхилення від форми і взаємного розташування поверхонь можна поділити:*

- на відхилення від правильної циліндричної форми в поперечному перерізі – некруглість, в поздовжньому – *бочкоподібність, вигнутість, конусоподібність, сідлоподібність;*

- відхилення від плоскої поверхні – *непрямолінійність, неплоскостиність, опуклість, вигнутість;*

- відхилення від правильного взаємного розташування поверхонь – *неспіввісність, торцеве биття, радіальне биття, непаралельність осей, непаралельність і неперпендикулярність площин.*

Що стосується розмірів – то чим менше значення відхилення дійсного розміру виготовленої деталі від вказаного номінального розміру на креслениках, тим більшою є точність її обробки. Розглянемо поняття «розмір», «граничні відхилення», «допуск». Питання, пов'язані з точністю деталей машин та їх взаємозамінністю, розглядаються в дисципліні «Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання».

Для забезпечення необхідної точності параметрів деталі, її довговічності, роботоздатності тощо на робочих креслениках вводять граничні допустимі відхилення від номінальних розмірів та розташування поверхонь, інші необхідні параметри. Відхилення розміру доцільно розглянути на прикладі з'єднання вала й отвору за певною посадкою. Термін «**вал**» застосовують для позначення зовнішніх (охоплюваних) елементів деталей, термін «**отвір**» – для позначення охоплювальних елементів деталей.

**Посадка в машинобудуванні** – це характер з'єднання двох деталей (як правило, *отвору і вала*), який визначається співвідношенням їхніх граничних розмірів і встановлює наявність та величину **зазора** або **натягу** після складання.

Розрізняють посадки рухомі – з зазором, який дає змогу деталям, наприклад поршню в циліндрі, взаємно переміщуватись у процесі експлуатації, і нерухомі – з натягом, примусовим вклинюванням, яке перешкоджає будь-якому взаємному переміщенню деталей, наприклад, втулки у шатуні. Існують також і **перехідні посадки**, коли співвідношення їхніх граничних відхилень можуть забезпечити певні зазори, натяги або взаємне центрування вала і отвору.

**Розмір** – це числове значення лінійної величини (діаметра, довжини тощо) у вибраних одиницях виміру. Розміри поділяють на номінальні, дійсні і граничні.

**Номінальний** – це розмір, відносно якого визначаються граничні розміри і який слугує також початком відліку відхилень (рис. 13.1 –  $\varnothing 10$ ; рис. 13.2 –  $\varnothing 14$ ,  $\varnothing 20$ ,  $\varnothing 25$  тощо).

Під час виготовлення кожної деталі, наприклад після механічної обробки, її розміри називають дійсними. Визначають ці розміри деталі відповідними вимірювальними інструментами. *Дійсні розміри завжди відрізняються від номінальних, тобто мають відхилення.* Ці відхилення свідчать про точність виготовлення виробу, а найбільші і найменші дійсні розміри, що допускаються за заданої точності, називають **граничними**.

**Дійсний** – це розмір, установлений виміром із припустимою похибкою.

**Найбільший допустимий** (за класом точності) дійсний розмір називають **найбільшим граничним розміром**, а **найменший допустимий** (за класом точності) дійсний розмір – **найменшим граничним розміром**.

**Верхнє відхилення розміру** – алгебраїчна різниця між найбільшим граничним розміром і номінальним.

**Нижнє відхилення розміру** – алгебраїчна різниця між найменшим граничним розміром і номінальним.

Для деталей типу «**отвір**» параметри позначають великими літерами. А для деталей типу «**вал**» – малими літерами (рис. 13.1).

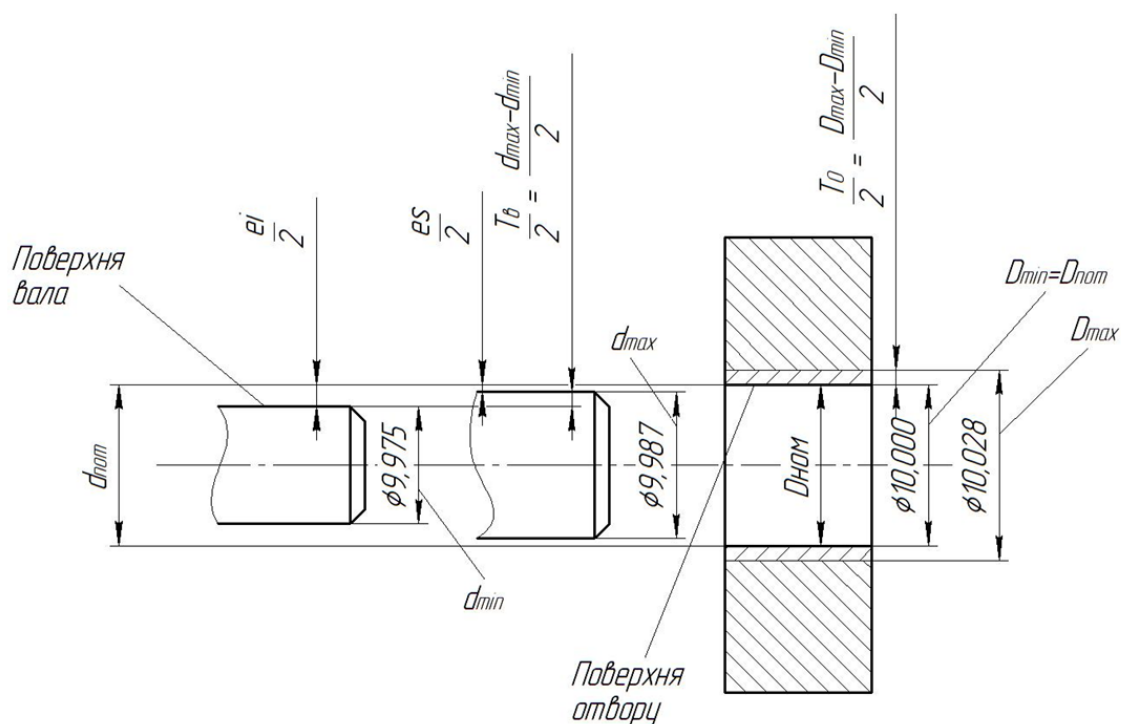


Рисунок 13.1 – Номінальний розмір. Верхнє та нижнє відхилення розміру

Верхнє граничне відхилення розміру ( $ES$ ) для отвору та вала ( $es$ ) відповідно визначаються за формулою (13.1):

$$ES = D_{max} - D_{nom}; \quad es = d_{max} - d_{nom} \quad (13.1)$$

Нижнє граничне відхилення розміру для отвору ( $EI$ ) та вала ( $ei$ ) відповідно визначаються за формулою (13.2):

$$EI = D_{min} - D_{nom}; \quad ei = d_{min} - d_{nom} \quad (13.2)$$

Алгебраїчна різниця між найбільшим і найменшим граничними розмірами деталі називається **допуском** ( $T$ ), а проміжок між верхнім і нижнім відхиленнями – **полем допуску**.

$$T = D_{max} - D_{min}; \quad T = d_{max} - d_{min} \quad (13.3)$$

Відповідно до формул (13.1, 13.2, 13.3) для отвору  $\varnothing 10$  (мм):

$$ES = D_{max} - D_{nom} = 10,028 - 10,000 = 0,028 \text{ (мм)},$$

$$EI = D_{min} - D_{nom} = 10,000 - 10,000 = 0,000 \text{ (мм)},$$

$$T = D_{max} - D_{min} = 10,028 - 10,000 = 0,028 \text{ (мм)};$$

для вала  $\varnothing 10$  (мм):

$$es = d_{max} - d_{nom} = 9,987 - 10,000 = - 0,013 \text{ (мм)},$$

$$ei = d_{min} - d_{nom} = 9,975 - 10,000 = - 0,025 \text{ (мм)},$$

$$T = d_{max} - d_{min} = 9,987 - 9,975 = - 0,012 \text{ (мм)}$$

Залежно від розмірів деталі (вал чи отвір можуть мати діаметр і 500 мм і 1мм) та якості (міри точності) допуски на розмір можуть коливатись в широкому діапазоні.

Лінійні розміри і граничні відхилення на креслениках в машинобудуванні позначають в міліметрах без їх скороченого позначення, тобто розмірність «мм» не пишеться.

*Допустимі відхилення форми* вказуються на кресленику поряд із відповідним символічним позначенням. Символьні позначення і допустимі величини відхилень форми й розташування поміщають у прямокутних рамках, які з'єднуються виносною лінією зі стрілкою з контурною лінією поверхні чи розмірною лінією параметра або з віссю симетрії. Прямокутні рамки діляться на дві або три частини: у першій показується символічне позначення відхилення, в другій – величина граничного відхилення. Третя частина рамки вводиться тоді, коли потрібне літерне позначення базової або іншої поверхні, до якої належить відхилення, інші необхідні позначення.

*Допуски співвісності, симетричності, перетину осей і позиційні* можна задавати на креслениках в радіусному або діаметральному зображеннях. Різниця між допусками в діаметральному і радіусному зображеннях забезпечується зазначенням додаткового знака перед числовим значенням. Перевага надається діаметральному вираженню.

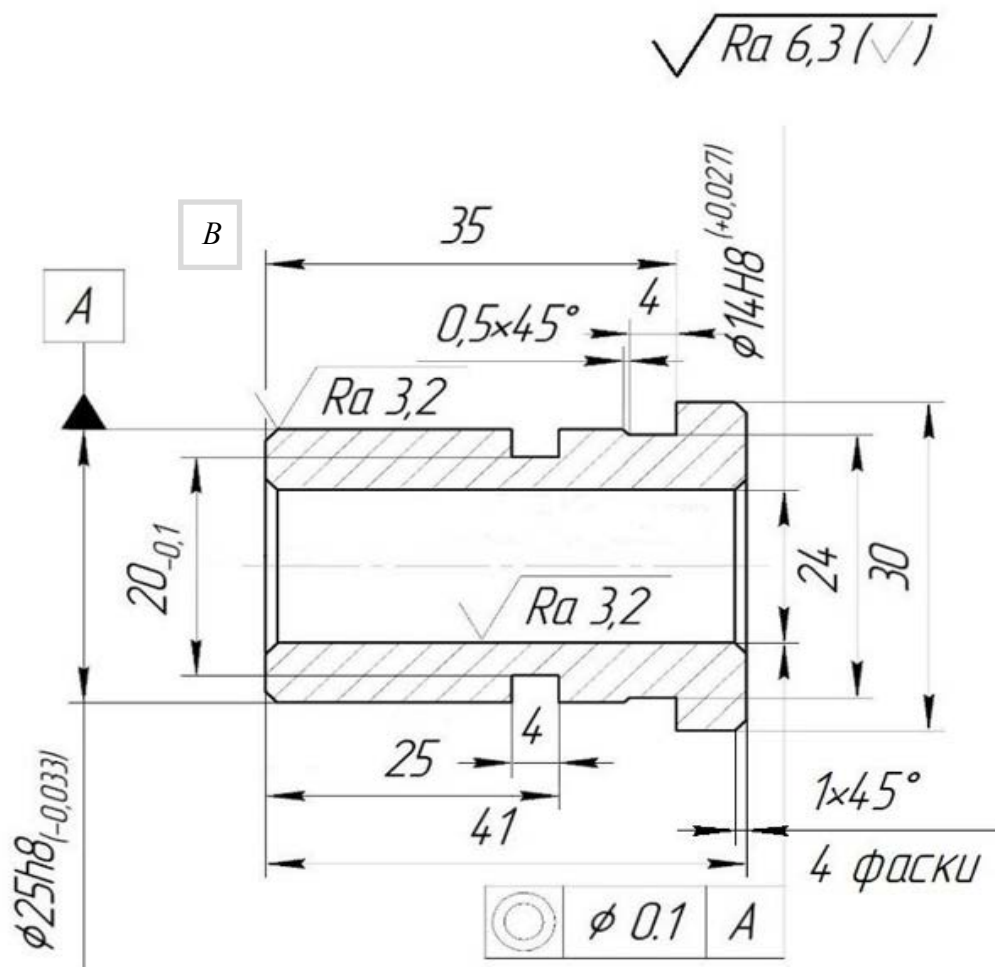
### 13.2 Приклад позначення граничних відхилень розмірів і взаємного розташування поверхонь

Розглянемо фрагмент робочого кресленика (рис. 13.2) втулки. Найбільш точно обробляються зовнішня циліндрична поверхня (вал) з діаметром 25 мм і внутрішня циліндрична поверхня (отвір) з діаметром 14 мм.

Розмір з позначенням  $\varnothing 14H8^{(+0,027)}$  потрібно читати як діаметр 14 мм 8-го квалітету (класу точності) розміру отвору, з верхнім відхиленням  $ES = 0,027$  мм і нижнім  $EI = 0,000$  мм (нижнє відхилення відсутнє, номінальний діаметр збігається з мінімальним діаметром), тобто розмір отвору у виготовленій кількості втулок може бути не більше ніж 14,027 мм і не менше ніж 14,000 мм.



Допуск на розмір  $T = d_{max} - d_{min} = 14,027 - 14,00 = 0,027$  мм.

Шорсткість поверхні  $R_a = 3,2$  мкм.



$H14; h12; \pm IT14/2$

Рисунок 13.2 – Фрагмент робочого кресленика втулки

Символи у прямокутнику  позначають (зліва, направо):  
Знак  характеризує допуск 0,1мм на співвісність зовнішньої циліндричної поверхні з діаметром 25 мм (база В) і внутрішньої циліндричної поверхні з діаметром 14 мм (база А), забезпечуючи необхідну точність обробки.

Розмір  $\varnothing 25h8(-0,033)$  означає необхідність обробки зовнішньої циліндричної поверхні типу «вал» з верхнім відхиленням  $es=0,000$  мм і нижнім відхиленням  $ei=0,033$  мм.

Допуск  $T = 0,033$  мм. Шорсткість поверхні  $R_a=3,2$  мкм.

Розмір канавки  $\varnothing 20_{-0,1}$  означає, що верхнє відхилення  $es=0,000$  мм, нижнє відхилення  $ei = 0,1$  мм, тобто мінімальний розмір діаметра може бути не менше ніж 19,9 мм.

Допуск  $T = 0,1$  мм. Шорсткість поверхні  $R_a=6,3$  мкм.

По величинах відхилень і шорсткості видно, що поверхня канавки оброблюється з меншою точністю ніж попередні поверхні.

На інші розміри відхилення не вказані. Це означає, що всі вони обробляються відповідно до технічних вимог, що позначається на кресленнику. Напис «H14; h14;  $\pm IT14/2$ » означає: «Невказані граничні відхилення розмірів отворів H14, валів h14 мають бути в межах відхилень по посадці «Н» та 14-му квалітету точності). Точність обробки інших елементів (радіуси, закруглення і фаски) визначається також симетрично 14-му квалітету.

### 13.3 Приклади креслеників деталей з вказанням точності розмірів

Відповідно до даних, поданих конструктором в кресленнику, інженер-технолог вибирає та розробляє технологічний процес виготовлення деталі, який містить вибір заготовки, обладнання, інструменти, розраховує режими обробки заготовки, готує необхідні технологічні документи тощо. В розділі 12 показано, які дані необхідно надавати в кресленнику для отримання деталі (виробу).

Розглянемо деякі приклади креслеників (рис. 13.3, 13.4, 13.5) з необхідними даними для механічної обробки деталей.

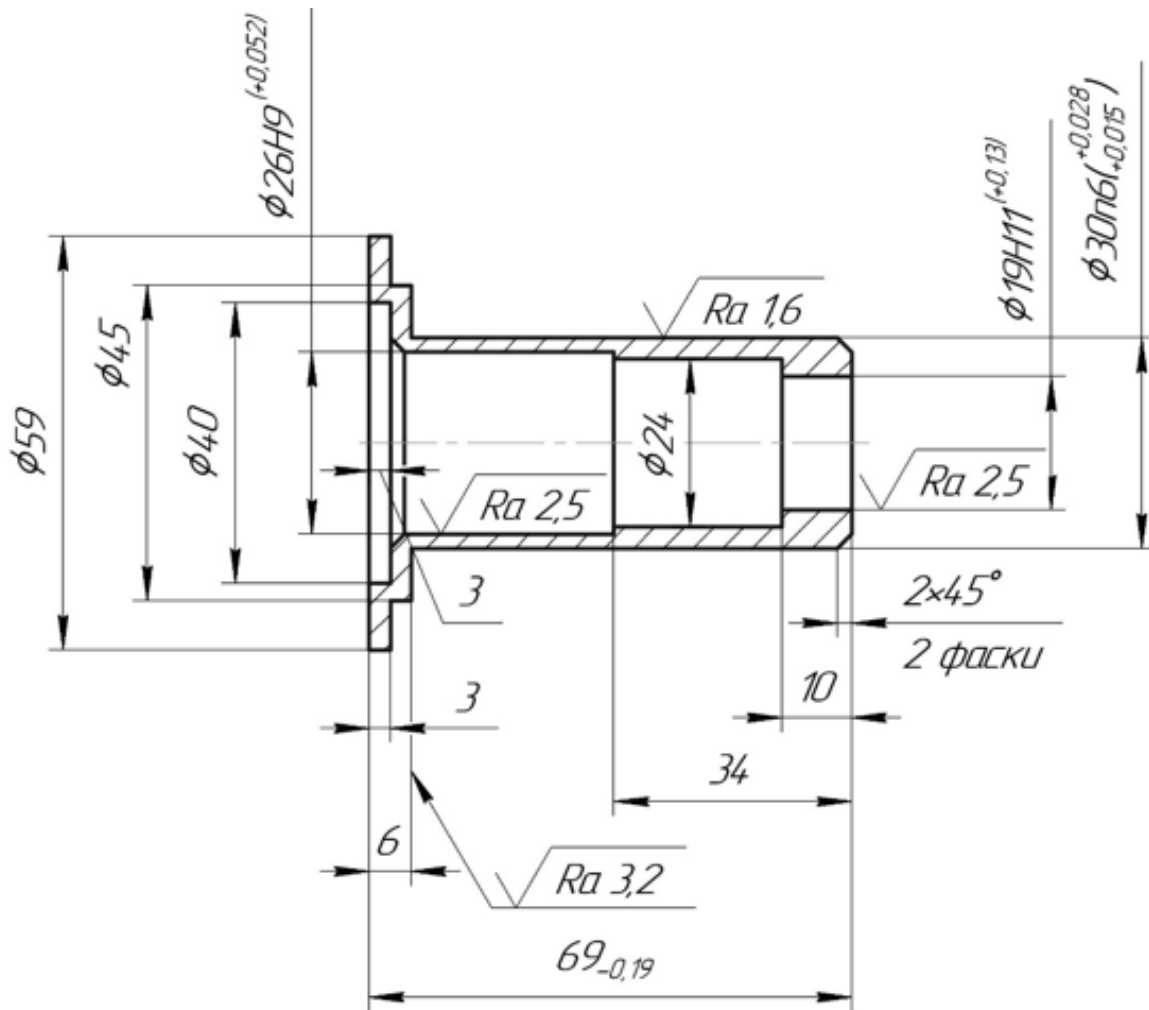


Рисунок 13.3 – Фрагмент кресленника маточини

У машинобудівному кресленні справа внизу оформлюється рамка, яка називається основним написом. Вона є обов'язковим елементом кожного технічного кресленника і виконується згідно з вимогами стандарту (в Україні – за ДСТУ або ГОСТ).

Положення основного напису зберігається незалежно від формату креслення (А4, А3, А2 тощо) і містить таку інформацію: *найменування виробу або деталі* (назву кресленої деталі або виробу, наприклад, «вал – шестерня» – рис. 13.5); *позначення документа* – шифр креслення ( "08–26.БДР.002.00.001); *масштаб* (1:1), *номер аркуша* та загальна кількість аркушів, якщо кресленик багатосторінковий; *прізвище виконавця* (хто розробив кресленик); *дата розробки* (день, місяць, рік); *підписи перевіряючих осіб* (перевірив, затвердив, нормоконтроль); *позначення підприємства або ЗВО* (назва установи або фірм)

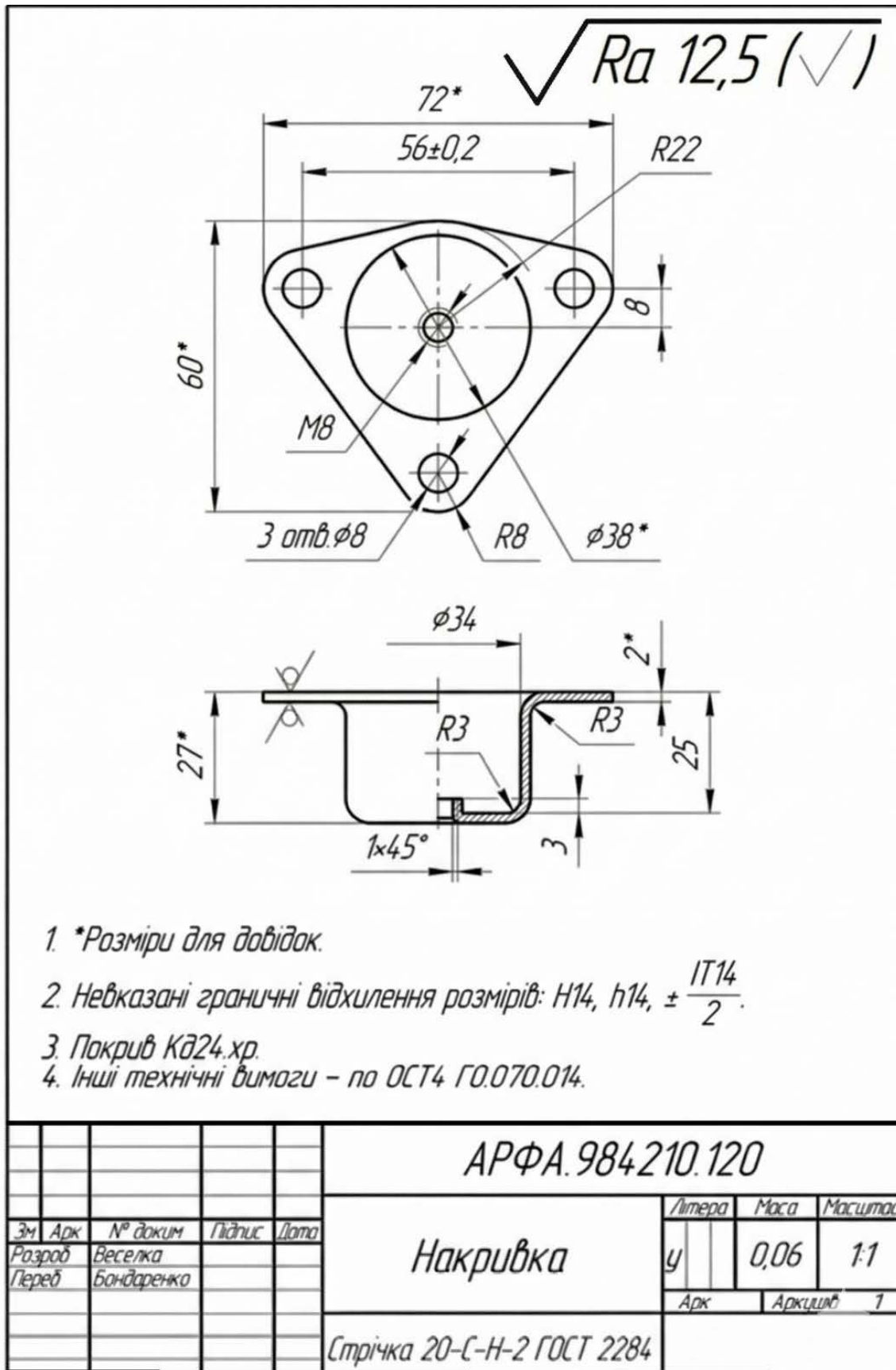


Рисунок 13.4 – Накривка

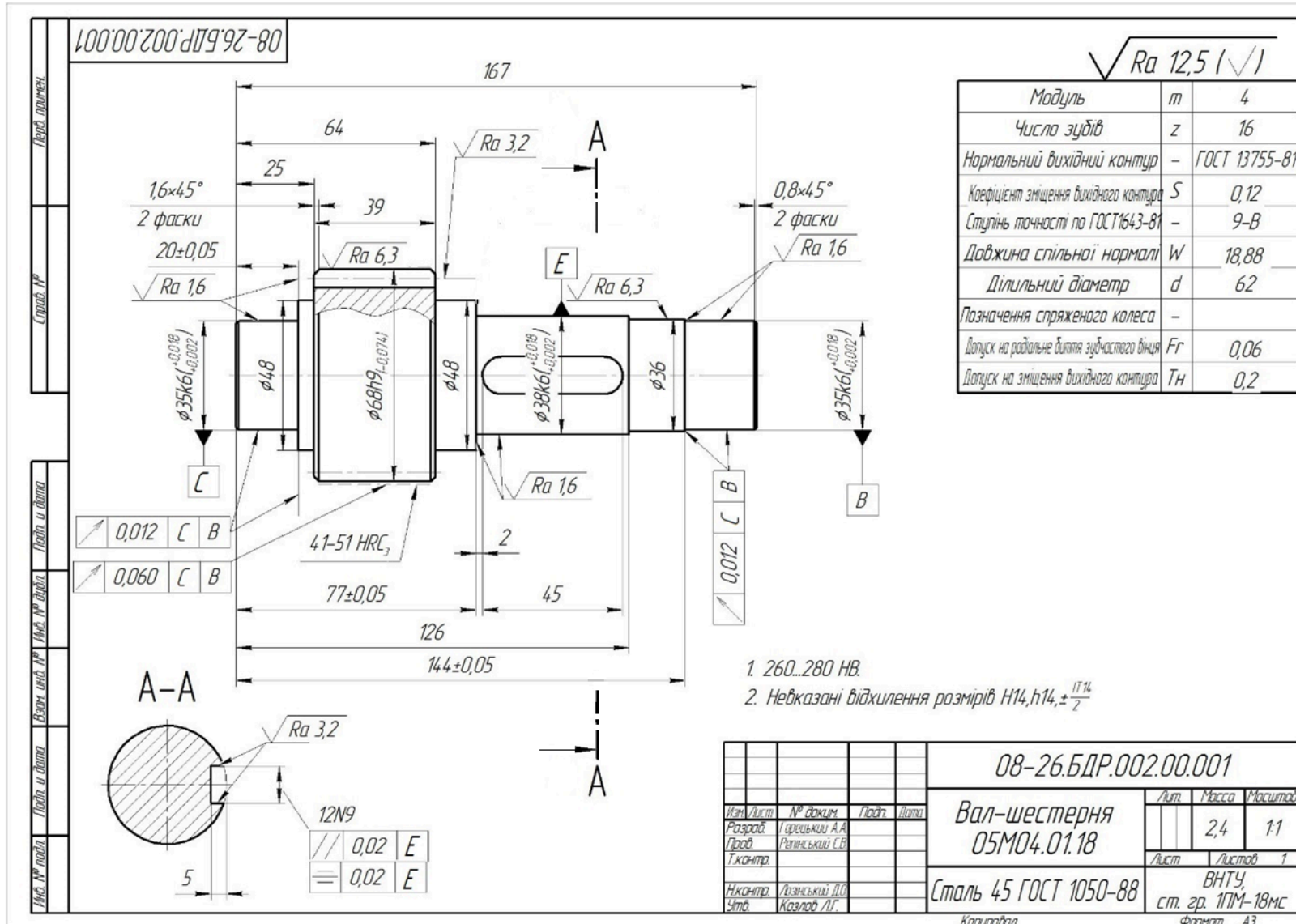


Рисунок 13.5 – Вал-шестерня

## 14 ДЕЯКІ ІНШІ ВИДИ ВИКОРИСТАННЯ ІНЖЕНЕРНОЇ ГРАФІКИ

Інженерна графіка передбачає висвітлення різноманітних складальних креслеників. Складальний кресленик будь-якого вузла, агрегату, машини розробляється для візуалізації майбутнього об'єкта, аналізу його функціонування і розробки креслень кожної його окремої деталі для їх виготовлення і подальшого складання. На *рис. 14.1* показано складальний кресленик клапана.

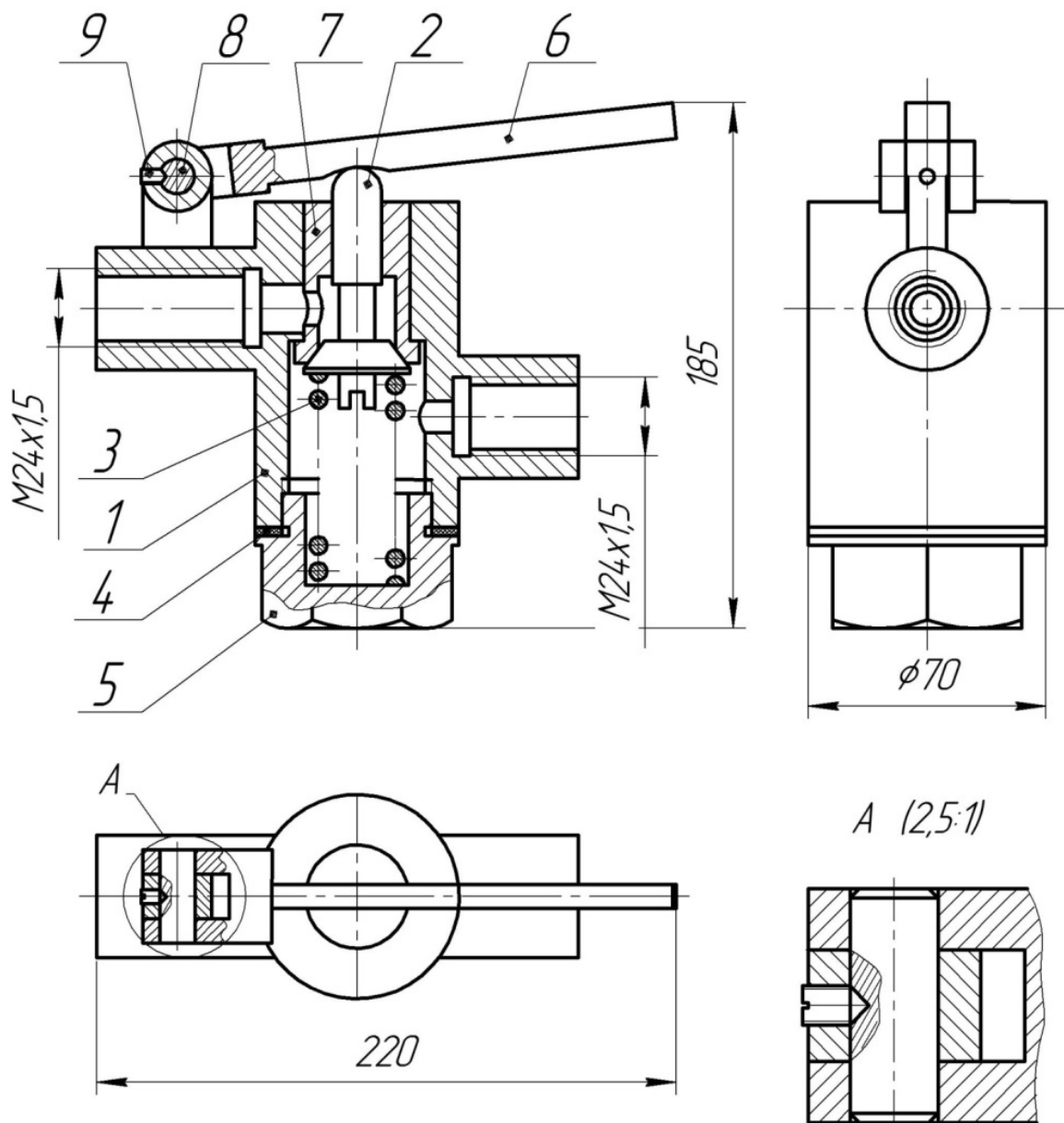


Рисунок 14.1 – Клапан

Також інженерна графіка передбачає висвітлення різноманітних гідравлічних, електричних, радіотехнічних схем, рисунків тощо, які разом зі складальними креслениками характеризують той чи інший виріб, схеми дії механізмів, приладів, інформаційних машин тощо, додають інформацію щодо їх функціонування. На *рис. 14.2* показано гідравлічну схему машини з гідравлічним приводом. Ця схема містить гідравлічні елементи, елементи конструкції машини та перерізи деяких з них для кращого розуміння функціонування гідравлічного приводу.

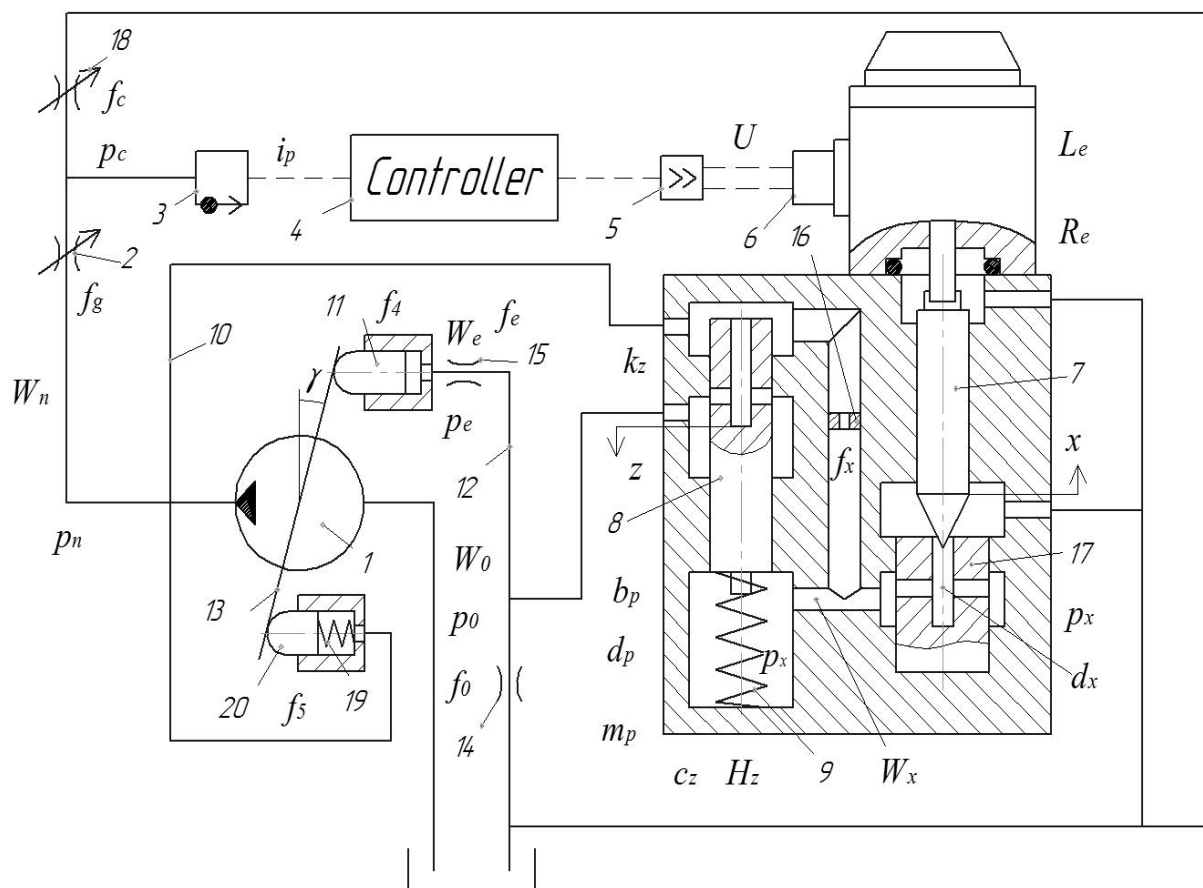


Рисунок 14.2 – Схема гідравлічної системи на основі регульованого насоса з двокаскадним електрогідравлічним регулятором

Для наочного подання вигляду окремої деталі або складальної одиниці в конструкторській практиці корисно розробляти 3D модель вузла, механізму, машини тощо з необхідними видами, перерізами тощо. 3D-моделювання в інженерній графіці – це процес створення точних тривимірних моделей технічних об'єктів (деталей, вузлів, механізмів, будівельних конструкцій) відповідно до стандартів і реальних фізичних розмірів.

У сучасній інженерії таке 3D моделювання стало невід'ємною складовою процесу розробки та виробництва особливо складних технічних систем і виробів. Тривимірне моделювання дозволяє створювати віртуальні зразки об'єктів, які можна детально вивчати, аналізувати та вдосконалювати ще на етапі проектування. Це значно підвищує ефективність і якість інженерних рішень, знижує час і вартість розробки, а також мінімізує ризики під час виготовлення.

Основні переваги 3D моделювання в інженерній практиці:

1. *Візуалізація складних конструкцій* Тривимірна модель дозволяє побачити майбутній виріб у всіх деталях, оцінити його геометрію, взаємне розташування елементів і можливі проблеми, які можуть виникнути в процесі складання або експлуатації. Це особливо важливо для складних механізмів, де помилки на етапі проектування можуть призвести до великих витрат у виробництві.

2. *Точність і деталізація.* Використання САД-систем (Computer-Aided Design) забезпечує високу точність моделей і дає змогу працювати з деталями мікронного рівня. Це критично для виготовлення деталей із жорсткими допусками, що широко застосовується у машинобудуванні, авіації, автомобілебудуванні та інших галузях.

3. *Інженерний аналіз (CAE).* На базі 3D моделей виконуються чисельні розрахунки та симуляції: міцність конструкцій, теплові процеси, динаміка руху, аеродинаміка тощо. Такі аналізи дозволяють оптимізувати конструкцію, підвищити її надійність і довговічність, не виготовляючи фізичні прототипи, що значно економить ресурси.

4. *Автоматизація виробництва* – 3D моделі є основою для програмування верстатів з числовим програмним керуванням (ЧПК), роботизованих ліній та інших високотехнологічних процесів виробництва. Це забезпечує високу повторюваність та якість виготовлення деталей. Для майбутніх інженерів освоєння 3D моделювання є однією з найважливіших професійних навичок. Володіння популярними САД-програмами, такими як SolidWorks, AutoCAD, CATIA, Creo або Inventor дає змогу розробляти власні проекти з урахуванням реальних виробничих вимог, брати участь у науково-дослідних роботах і стартапах, легко адаптуватися до сучасних виробничих технологій, підвищити конкурентоспроможність на ринку праці.

Отже, 3D моделювання – це не просто інструмент проектування, а комплексна технологія, яка формує майбутнє інженерної справи. Застосування 3D-моделей дозволяє створювати більш складні, надійні й економічно вигідні рішення, що відповідають високим стандартам сучасної техніки.

На *рис. 14.3* подано фото розподільника з пропорційним електрогідравлічним керуванням, який керує роботою певної гідравлічної машини.

3D-модель секційного розподільника з пропорційним електрогідравлічним керуванням зображено на *рис. 14.4*.



Рисунок 14.3 – Розподільник з пропорційним електрогідравлічним керуванням

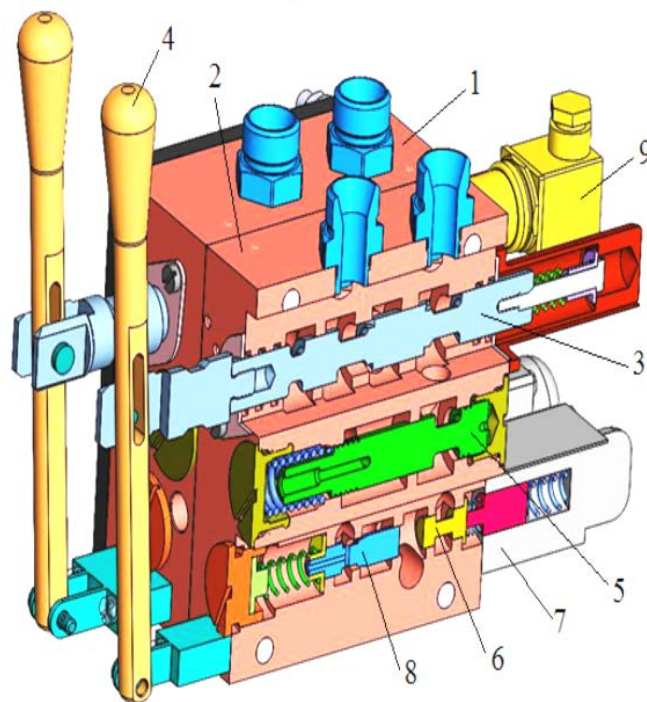


Рисунок 14.4 – 3D-модель секційного розподільника з пропорційним електрогідравлічним керуванням

Розробку кресленика кожної окремої деталі називають деталюванням. Приклади креслеників окремих деталей секційного розподільника (рис. 14.3, 14.4) показано на рис. 14.5.

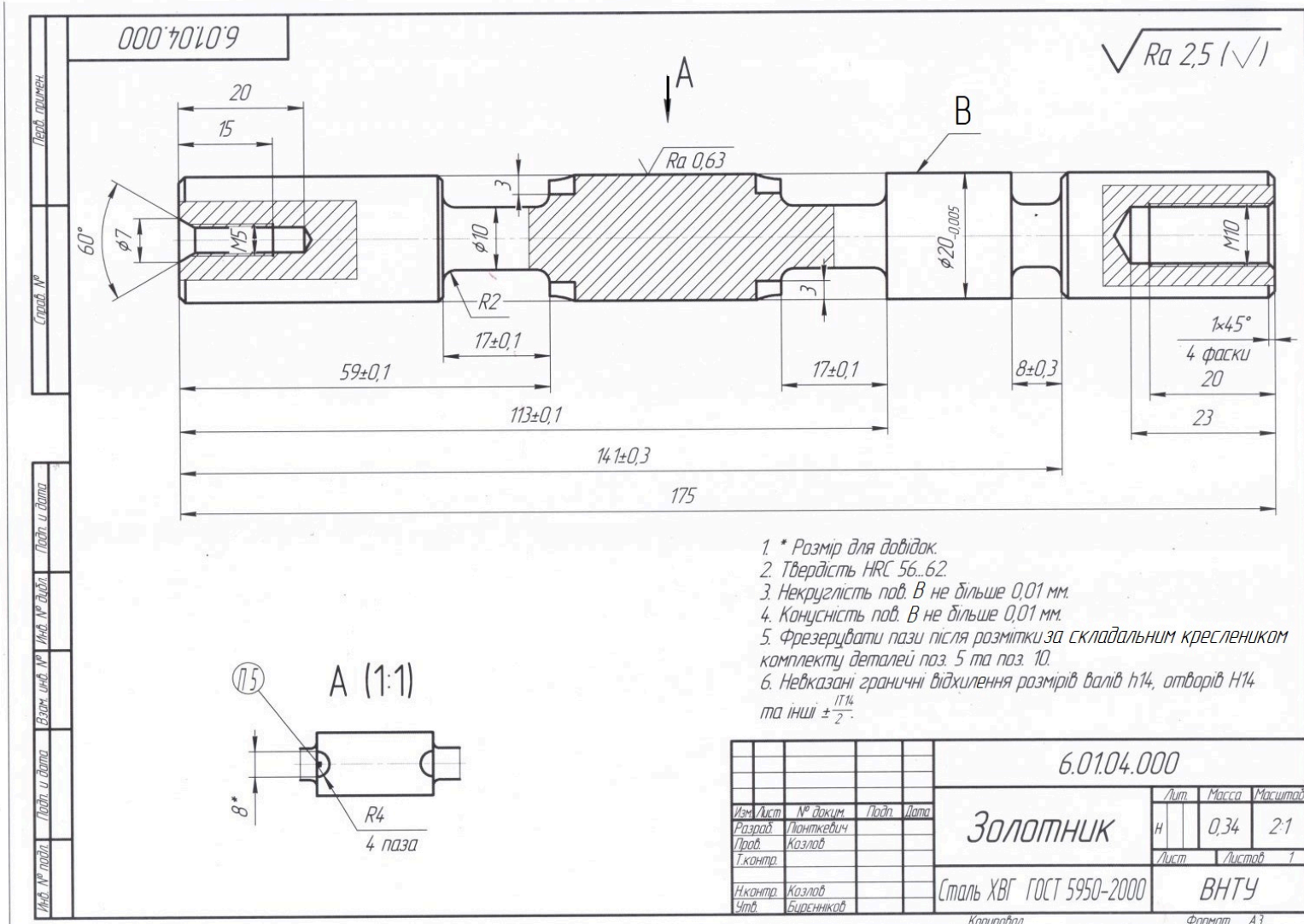


Рисунок 14.5 – Золотник розподільника

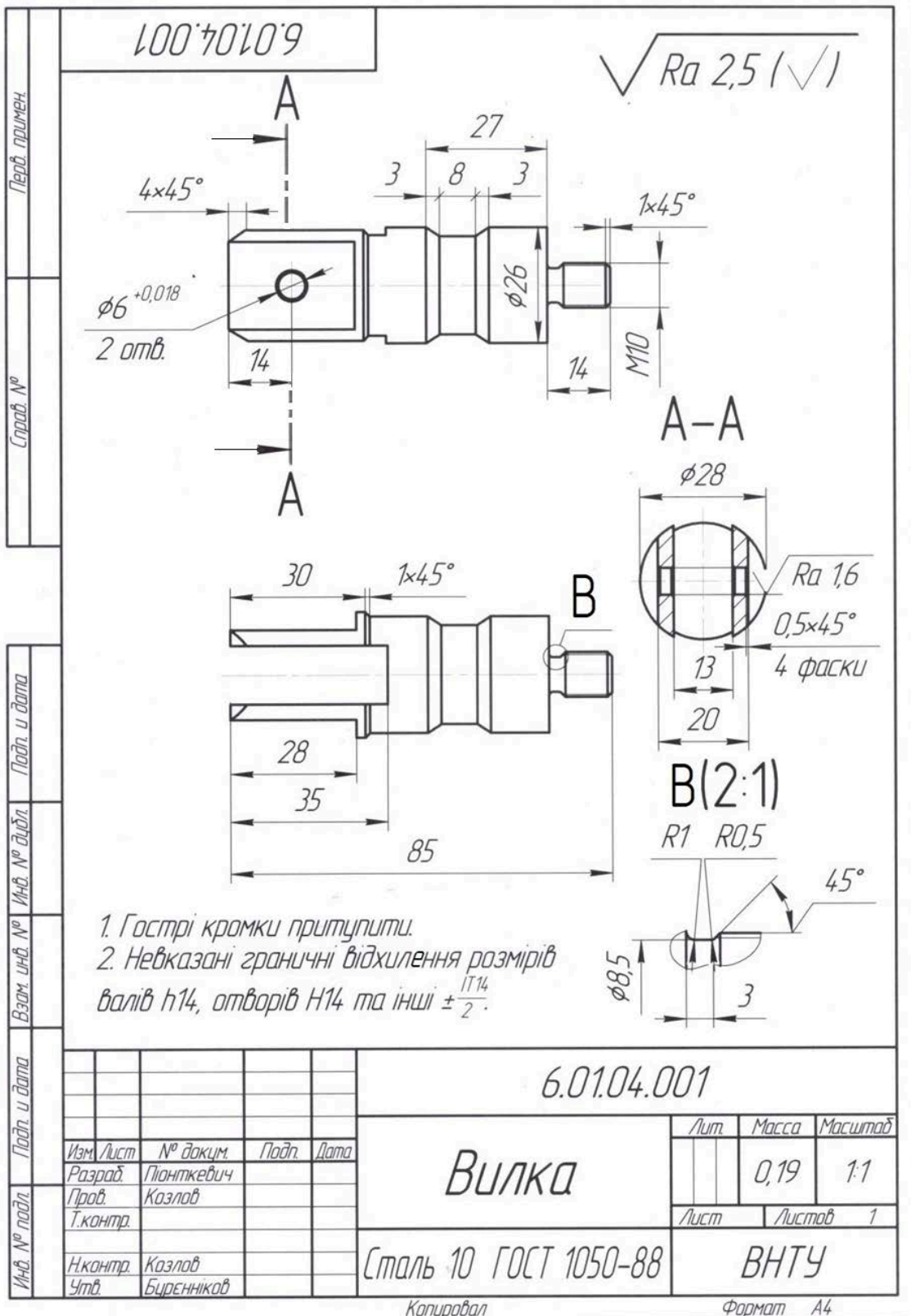


Рисунок 14.6 – Вилка





## 15 ВИРОБНИЧИЙ ТА ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕСИ

### 15.1 Складові виробничого та технологічного процесів

Для одержання будь-якої деталі (виробу) на виробництві використовують цілеспрямовану трудову діяльність людей із застосуванням різноманітних засобів виробництва та предметів праці. Основою розробки технологічного процесу, який містить необхідні матеріали, інструменти, обладнання, маршрутні та операційні карти тощо для виготовлення деталі є кресленник. Технологічний процес є складовою частиною виробничого процесу.

**Виробничий процес** – сукупність усіх дій людей, засобів виробництва та предметів праці, необхідних на підприємстві для виготовлення чи ремонту певних виробів.

**Засіб виробництва** – сукупність предметів та засобів праці, які використовуються людьми в процесі виробництва матеріальних благ і послуг. До засобів виробництва належать: машини; знаряддя праці; верстати; заводи; а також суспільний та природний капітал.

**Предмет праці** – природні речовини або продукти попередніх стадій виробництва, які за допомогою праці перетворюють на продукцію. До предметів праці належать: шматок прокату, для одержання кованки; пруток металу чи пластмаси; металева руда; вихідні заготовки, обробкою яких одержують деталі тощо.

У спрощеному вигляді виробничий процес складається з таких етапів: **конструкторська підготовка** виробництва (розробка конструкції виробу з відповідним комплектом конструкторської документації); **технологічна підготовка** виробництва (розробка технологічних процесів механічної, фізико-хімічної, термічної обробки тощо з відповідним комплектом технологічної документації; підготовка засобів і предметів виробництва (заготовок, верстатів, технологічного оснащення, інструментів тощо); **календарне планування** виробничого процесу виготовлення виробу в установлені терміни, в необхідних обсягах і з заданою собівартістю; **виготовлення виробів і контроль їх якості; складування і зберігання виробів**.

Етапи виробничого процесу послідовно виконуються в різних виробничих підрозділах підприємства (відділах, цехах, дільницях тощо). Територія, яка необхідна для виробничого процесу, називається *виробничою площею*. Виробничий процес характеризується великою кількістю техніко-економічних показників, найважливішими серед яких є: *вид і кількість виробничої продукції, якість, продуктивність, гнучкість, ступінь автоматизації, ефективність виробничого процесу*. Суть цих показників здобувачі вивчатимуть в таких дисциплінах, як технологічні основи машинобудування, основи технології машинобудування, технології машинобудування та інших.

**Технологічний процес** – частина виробничого процесу, яка складається з цілеспрямованих послідовних дій на зміну та (або) визначення стану предмета праці.

Стосовно умов механоскладального виробництва наведене вище означення технологічного процесу можна викласти так: **технологічний процес механічної обробки** – це частина виробничого процесу, під час виконання якого відбувається послідовна зміна розмірів, форми, відносного розташування та шорсткості поверхонь, зовнішнього вигляду або внутрішніх властивостей предмета праці та їх контроль.

В машинобудуванні предметами праці є заготовки деталей, деталі, складальні одиниці, машини.

Важливою ознакою технологічного процесу є те, що під час його виконання відбуваються якісні зміни предмета праці.

Технологічні процеси, які складаються з операцій, виконуються робітниками за допомогою обладнання, інструментів і відповідного оснащення.

**Операція** – це частина технологічного процесу, яка виконується безперервно над одним або декількома виробами, що одночасно обробляються або складаються, на одному робочому місці.

Під час виконання **технологічної операції** відбуваються якісні зміни предмета праці, тобто змінюються розміри, форма, зовнішній вигляд або внутрішні властивості предмета праці. Прикладами технологічних операцій є операції механічної обробки (токарні, фрезерні, шліфувальні тощо), операції термічної обробки, складальні операції та ін. Операція є найменшою частиною технологічного процесу, на яку розробляється технологічна документація. Технологічна операція складається з технологічних і допоміжних переходів.

**Технологічний перехід** – це завершена частина технологічної операції, яка характеризується постійністю застосовуваного інструмента, поверхонь, що утворюються під час обробки або з'єднуються під час складання.

**Робочий хід** – це завершена частина технологічного переходу, яка складається з одноразового переміщення інструмента відносно заготовки, яке супроводжується змінами розмірів, форми, зовнішнього вигляду або внутрішніх властивостей заготовки.

**Допоміжний хід** – це завершена частина технологічного переходу, яка складається з одноразового переміщення інструмента відносно заготовки, що не супроводжується змінами розмірів, форми, зовнішнього вигляду або внутрішніх властивостей заготовки, але необхідна для підготовки наступного робочого ходу.

**Допоміжний перехід** – це завершена частина технологічної операції, яка складається з дій робітника та (або) обладнання, які не супроводжуються якісними змінами предмета праці, але необхідні для виконання наступного технологічного переходу.

В розділі 8 було розглянуто перерізи деталей як один з основних способів подання внутрішніх поверхонь окремих деталей, вузлів, агрегатів тощо. Для прикладу розглянемо технологічний процес механічної обробки втулки (див. рис. 13.2).

## 15.2 Технологічний процес механічної обробки втулки

Технологічний процес розробляється у вигляді маршрутної та операційної технологій.

**Маршрутна технологія** механічної обробки – це сукупність послідовних операцій, що використовуються для виготовлення деталей з металу або інших матеріалів з використанням інструментів та машин. Цей процес передбачає конкретний маршрут обробки, який визначає порядок та послідовність операцій для досягнення необхідної форми, розмірів та якості деталі. Маршрутна технологія механічної обробки втулки (див. рис. 13.2) складається з двох токарних операцій (рис. 15.1, 15.2) що виконуються на токарному верстаті з числовим програмним керуванням 16K20T1.

Номер операції	Назва операції, зміст технологічних і допоміжних переходів, робочих і допоміжних ходів	Тип і модель верстата
005	<p style="text-align: center;"><b>Перша токарна операція</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Встановити і закріпити заготовку – <i>допоміжний перехід</i>.</li> <li>2. Точити торець 1 одноразово згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 1</i>.</li> <li>3. Центрувати торець – <i>технологічний перехід 2</i>.</li> <li>4. Свердлити отвір, витримуючи розміри: <math>\varnothing 12,5H12^{(+0,18)}</math> мм; глибина 48 мм – <i>технологічний перехід 3</i>.</li> <li>5. Розточити отвір попередньо, витримуючи розміри: <math>\varnothing 13,3H10^{(+0,07)}</math> мм, глибина 45 мм (<i>робочий хід 1</i>); точити фаску 2, розточити отвір остаточно на глибину 45 мм, витримуючи діаметральний розмір згідно з ескізом (<i>робочий хід 2</i>) – <i>технологічний перехід 4</i>.</li> <li>6. Точити поверхню 3 попередньо, витримуючи розмір <math>\varnothing 27h12_{(-0,21)}</math> мм, торець 4 і поверхню 5 одноразово, витримуючи розмір згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 5</i>.</li> <li>7. Точити канавки 6 і 7, витримуючи розмір згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 6</i>.</li> <li>8. Точити фаску 8, поверхню 3 попередньо, витримуючи розмір <math>\varnothing 25,2h12_{(-0,084)}</math> мм – <i>технологічний перехід 7</i>.</li> <li>9. Точити поверхню 3 остаточно, витримуючи розмір згідно з ескізом (<i>технологічний перехід 8</i>)</li> <li>10. Відрізати заготовку, витримуючи розмір згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 9</i>.</li> <li>11. Розкріпити патрон, зняти залишок прутка – <i>допоміжний перехід</i>.</li> </ol>	Токарний з ЧПК 16K20T1

Рисунок 15.1 – Маршрут механічної обробки втулки на першій операції

Номер операції	Назва операції, зміст технологічних і допоміжних переходів, робочих і допоміжних ходів	Тип і модель верстата
010	<p style="text-align: center;"><b>Друга токарна операція</b></p> <p>1. Встановити заготовку в патрон, закріпити деталь – <i>допоміжний перехід</i>.</p> <p>2. Точити торець 9 і фаску 10 одноразово, витримуючи розміри згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 1</i>.</p> <p>3. Розточити фаску 11, утримуючи розмір згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 2</i>.</p> <p>4. Розвертати отвір, витримуючи розмір згідно з ескізом – <i>технологічний перехід 3</i>.</p> <p>Розкріпити патрон. Зняти деталь – <i>допоміжний перехід</i>.</p>	Токарний з ЧПК 16K20T1

Рисунок 15. 2 – Маршрут механічної обробки втулки (токарна операція 2)

Для розробки послідовності технологічних та допоміжних переходів На кожену операцію розробляється *операційна технологія* у вигляді операційних карт.

**Операційна карта** – це документ, який містить опис послідовного виконання операцій процесу виготовлення виробу з поділом їх на технологічні переходи із зазначенням режимів різання, обробки, технологічного оснащення кожної операції та роз – норм і трудових нормативів.

Операційна карта обов’язково містить операційний ескіз, який відображає розміри та їх відхилення, шорсткість тощо після технологічного переходів цієї операції.

Операційні ескізи першої та другої токарних операцій механічної обробки втулки з нумерацією поверхонь показані на рис. 15.3,15.4.

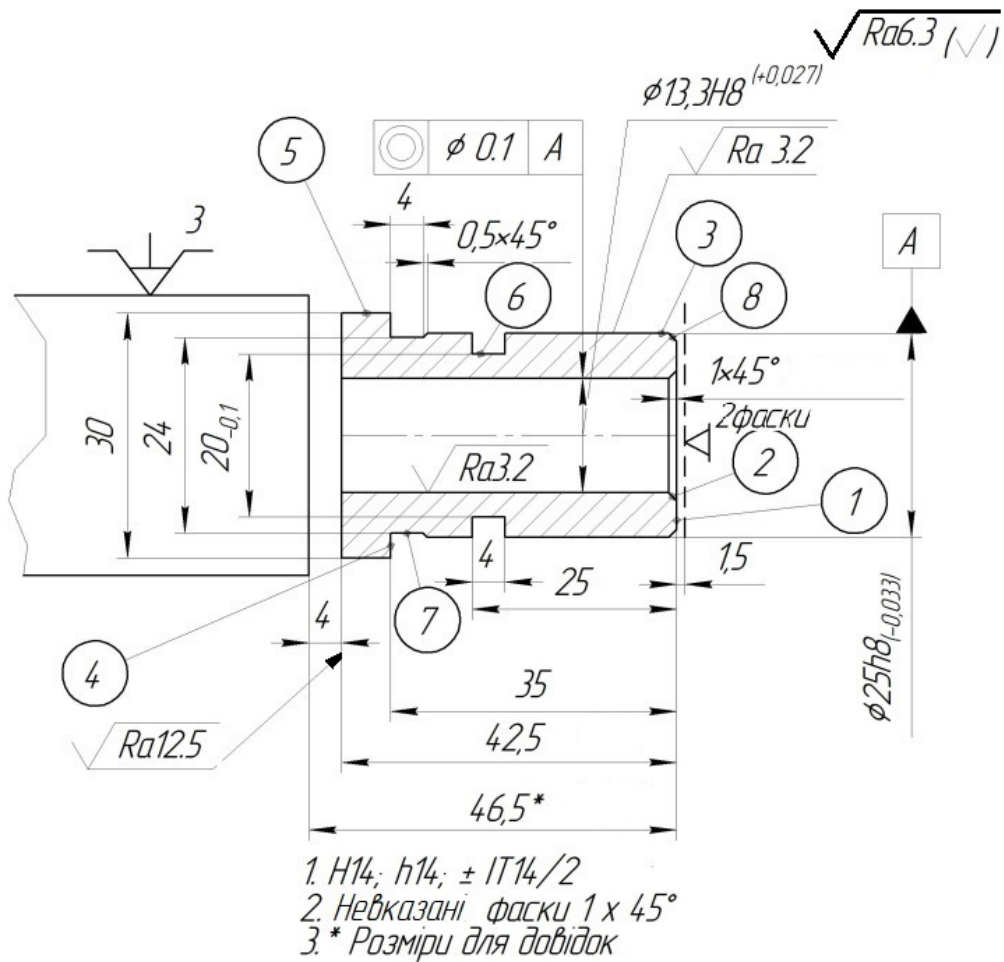


Рисунок 15.3 – Операційний ескіз першої токарної операції (005)

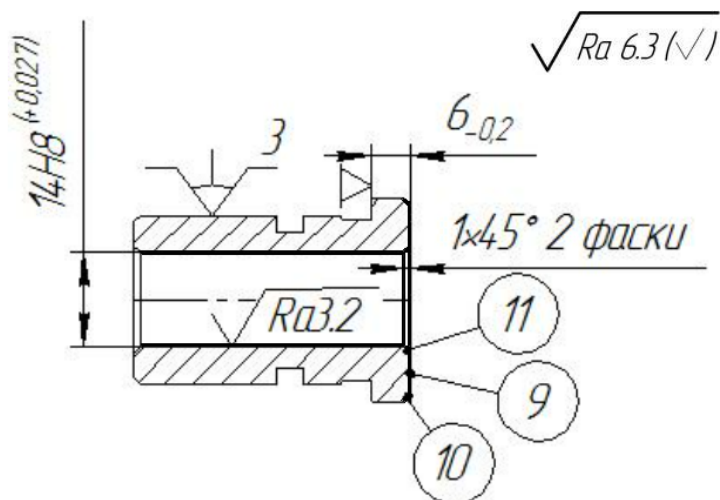


Рисунок 15.4 – Операційний ескіз другої токарної операції (010)

Розглянемо технологічний процес механічної обробки втулки, поданий у вигляді технологічних і допоміжних переходів з операційними ескізами і для наочності 3D моделями на кожному переході технологічному і допоміжному переході.

## Перша токарна операція (005)

Заготовка

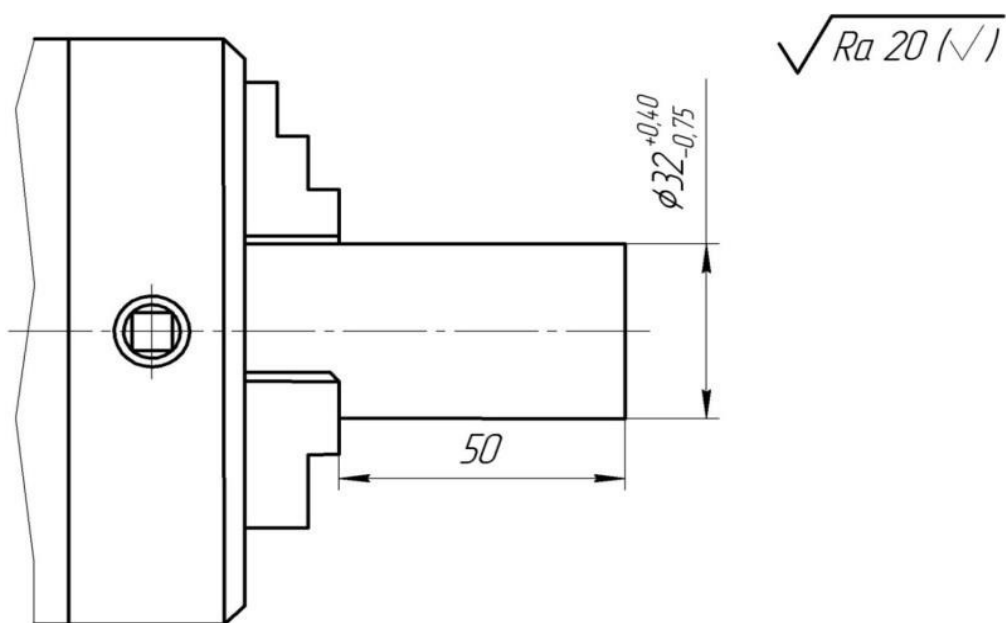
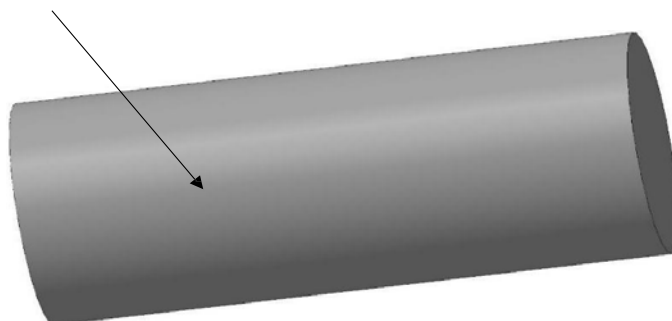


Рисунок 15.5 – Встановити і закріпити заготовку (допоміжний перехід)

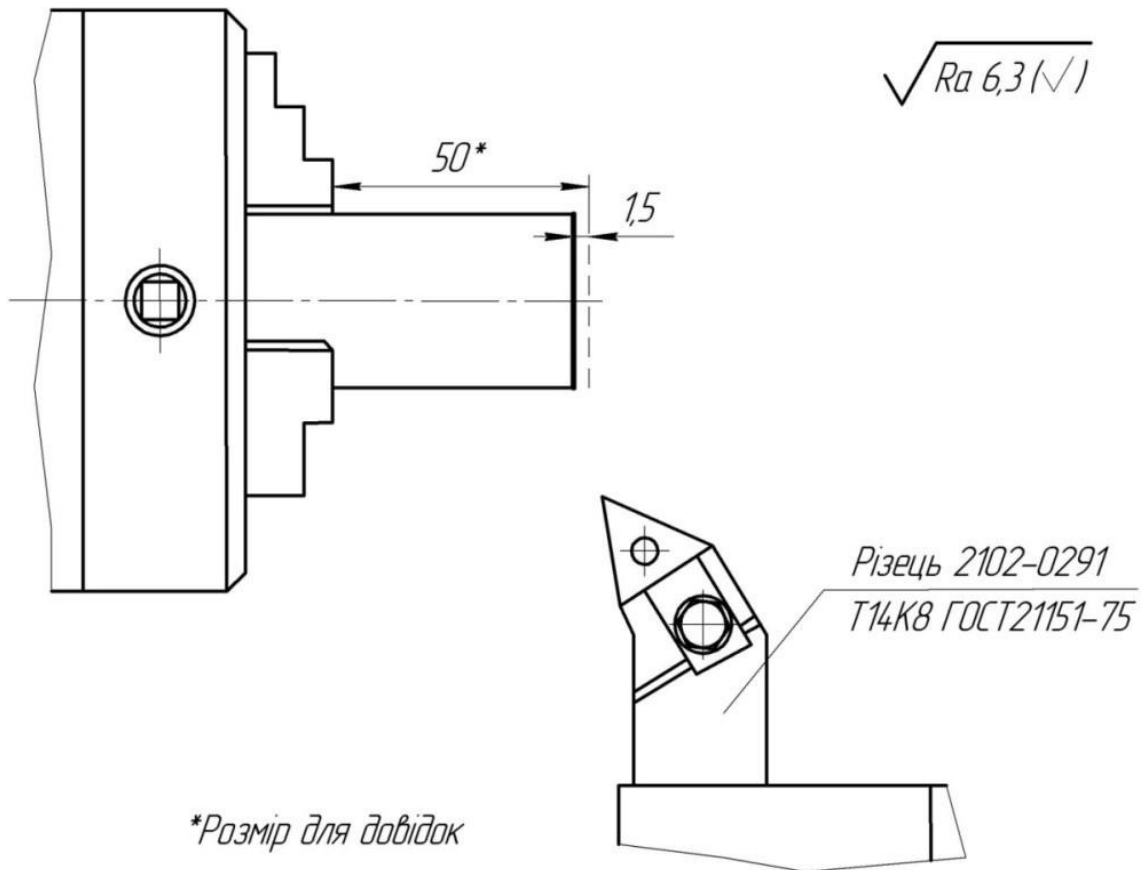
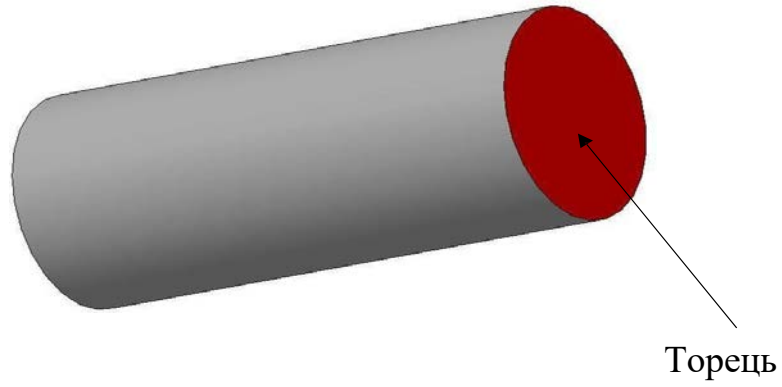
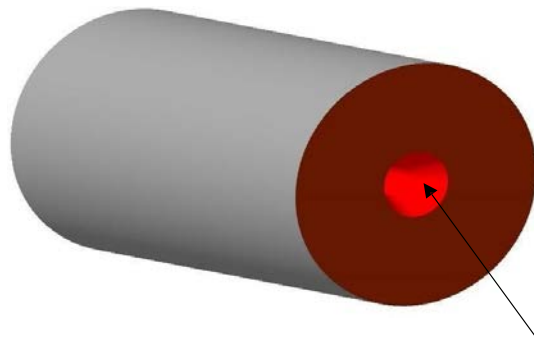


Рисунок 15.6 – Точити торець 1 одноразово згідно з ескізом  
(технологічний перехід 1)



Центрувальний отвір

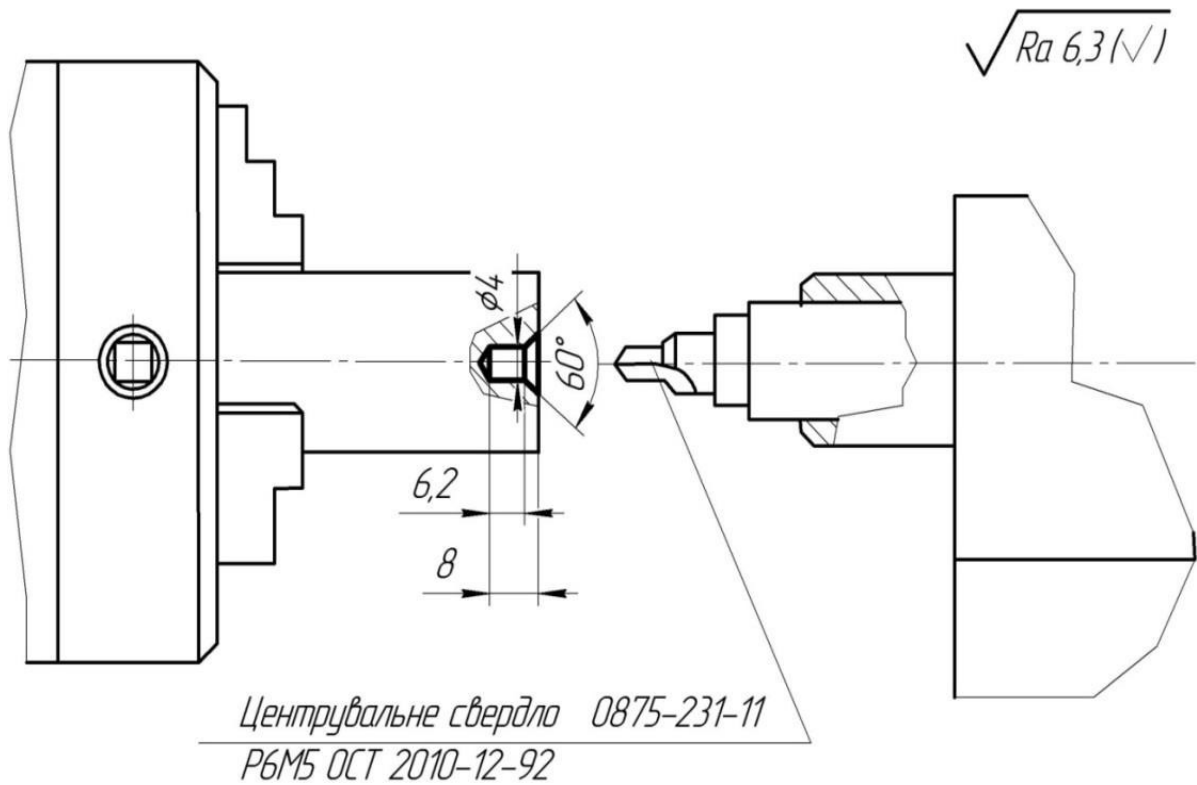


Рисунок 15.7 – Центрувати торець 1  
(технологічний перехід 2)

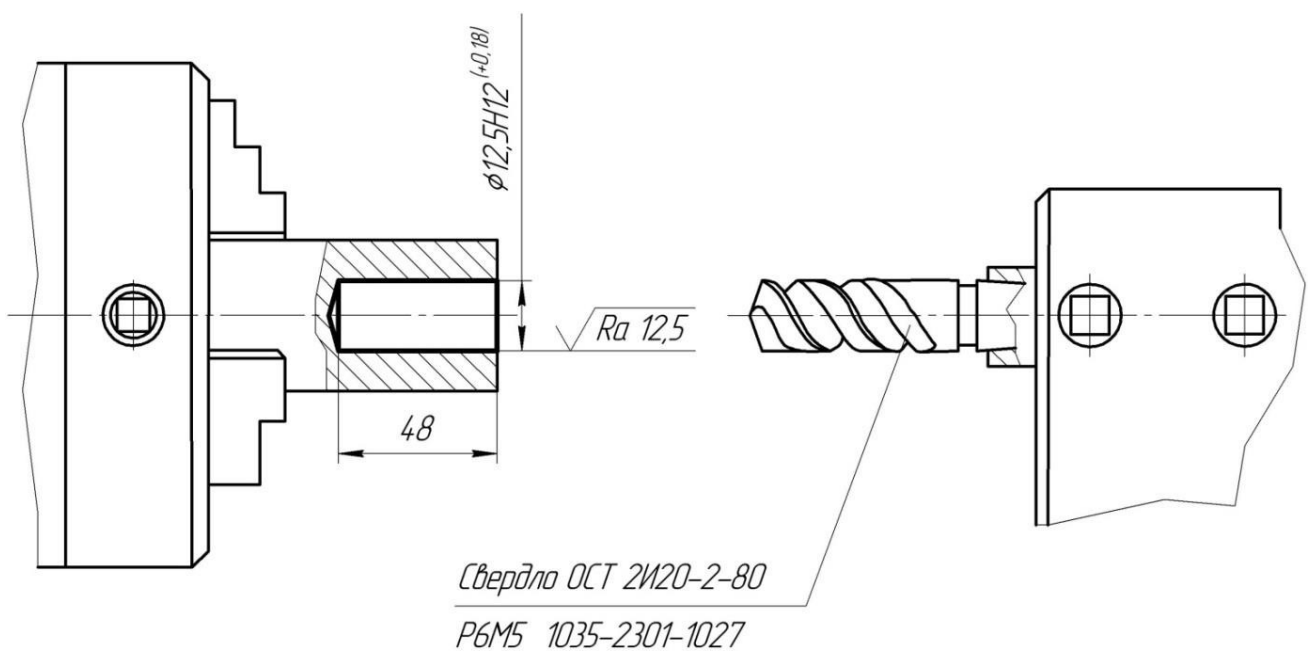
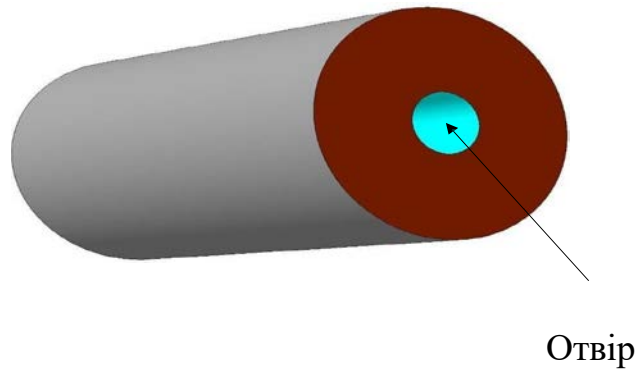


Рисунок 15.8 – Свердлити отвір, витримуючи розміри:  $\phi 12,5H12^{(+0,18)}$  мм,  
глибина 48 мм  
(технологічний перехід 3).

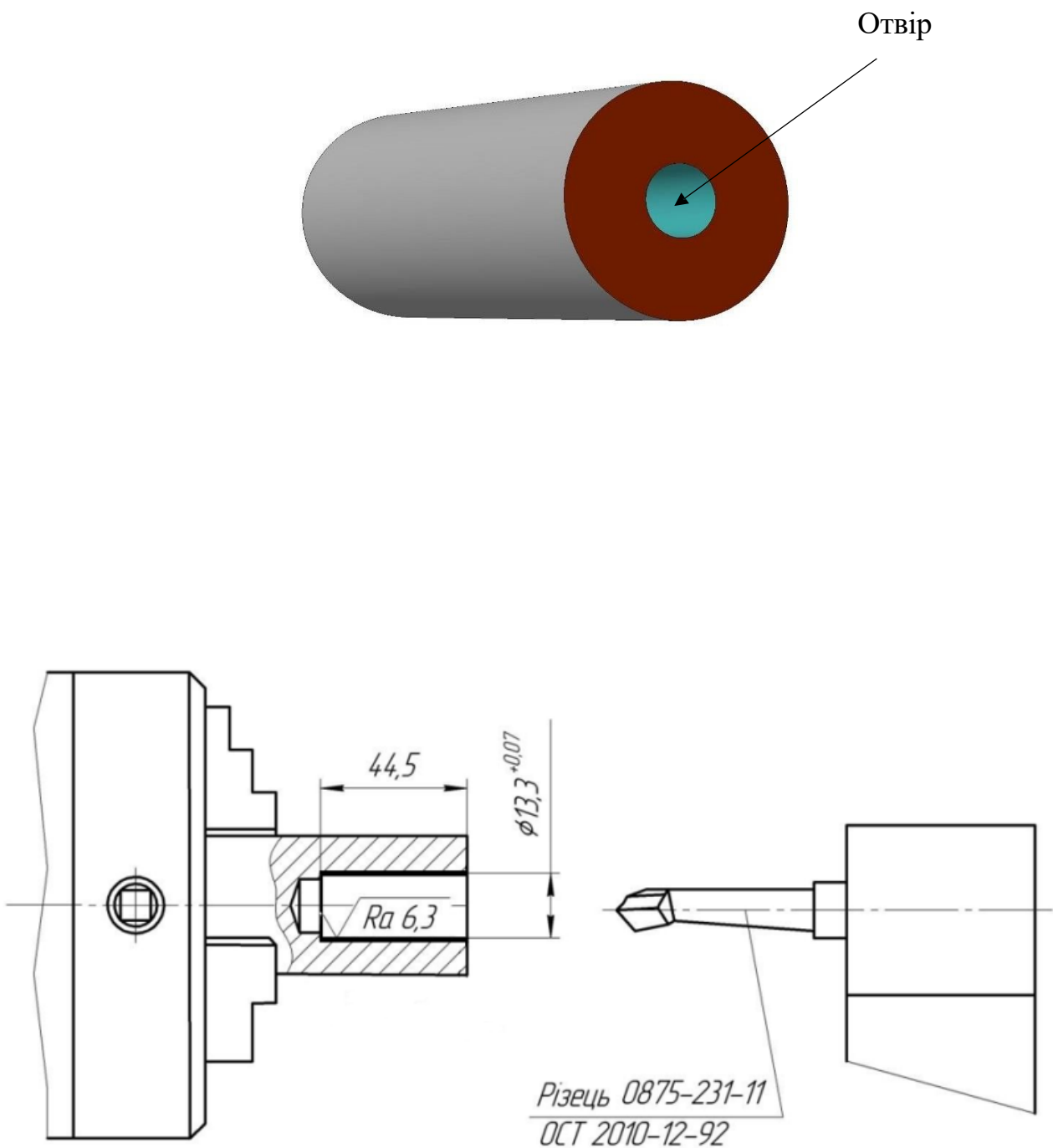


Рисунок 15.9 – Розточити отвір попередньо, витримуючи розміри:  
 $\phi 13,3H10^{(+0,07)}$  мм, глибина 44,5 мм –  
 технологічний перехід 4 (робочий хід 1)

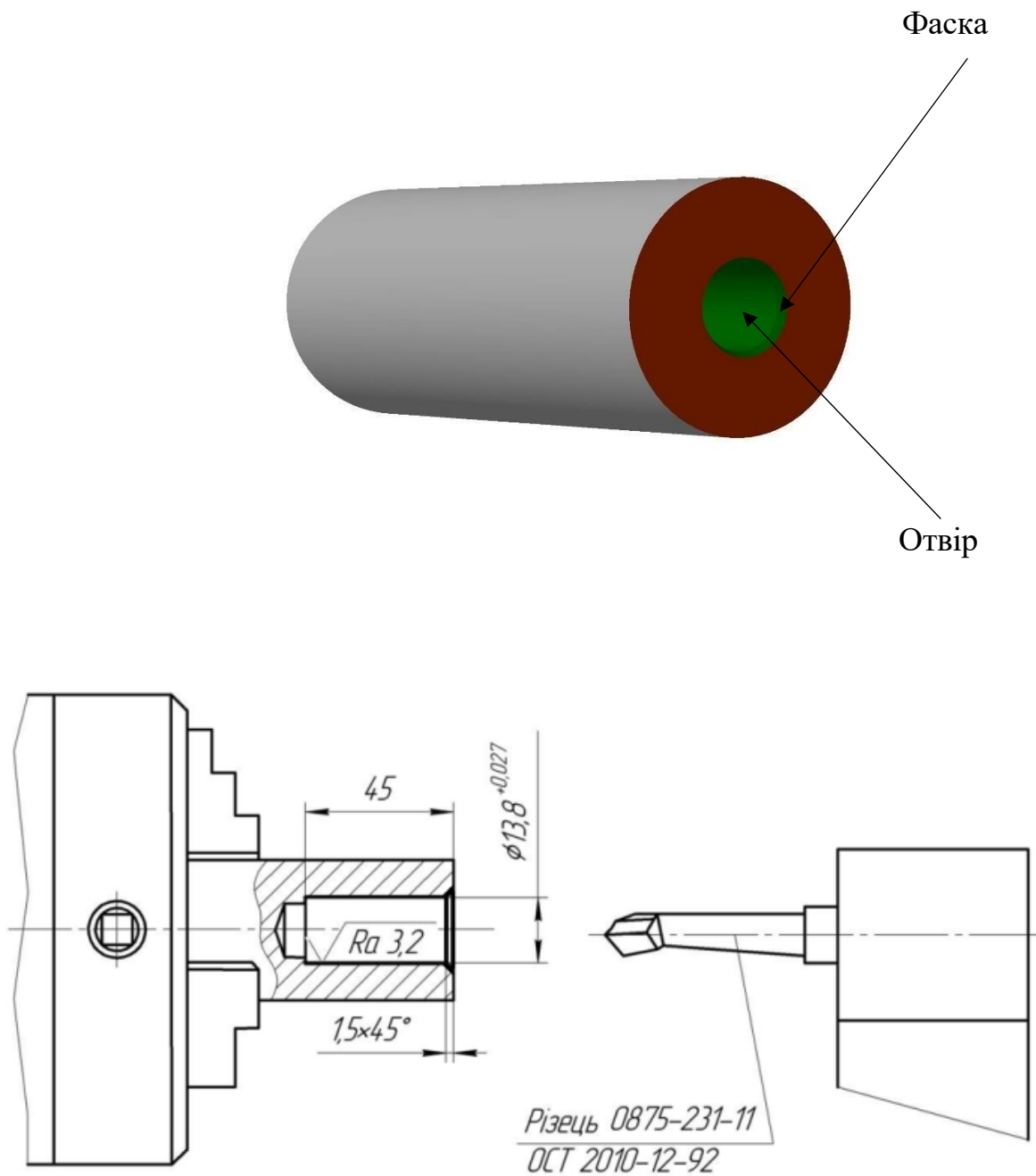


Рисунок 15.10 – Точити фаску 2, розточити отвір остаточно на глибину 45 мм, витримуючи діаметральний розмір згідно з ескізом – технологічний перехід 4 (робочий хід 2)

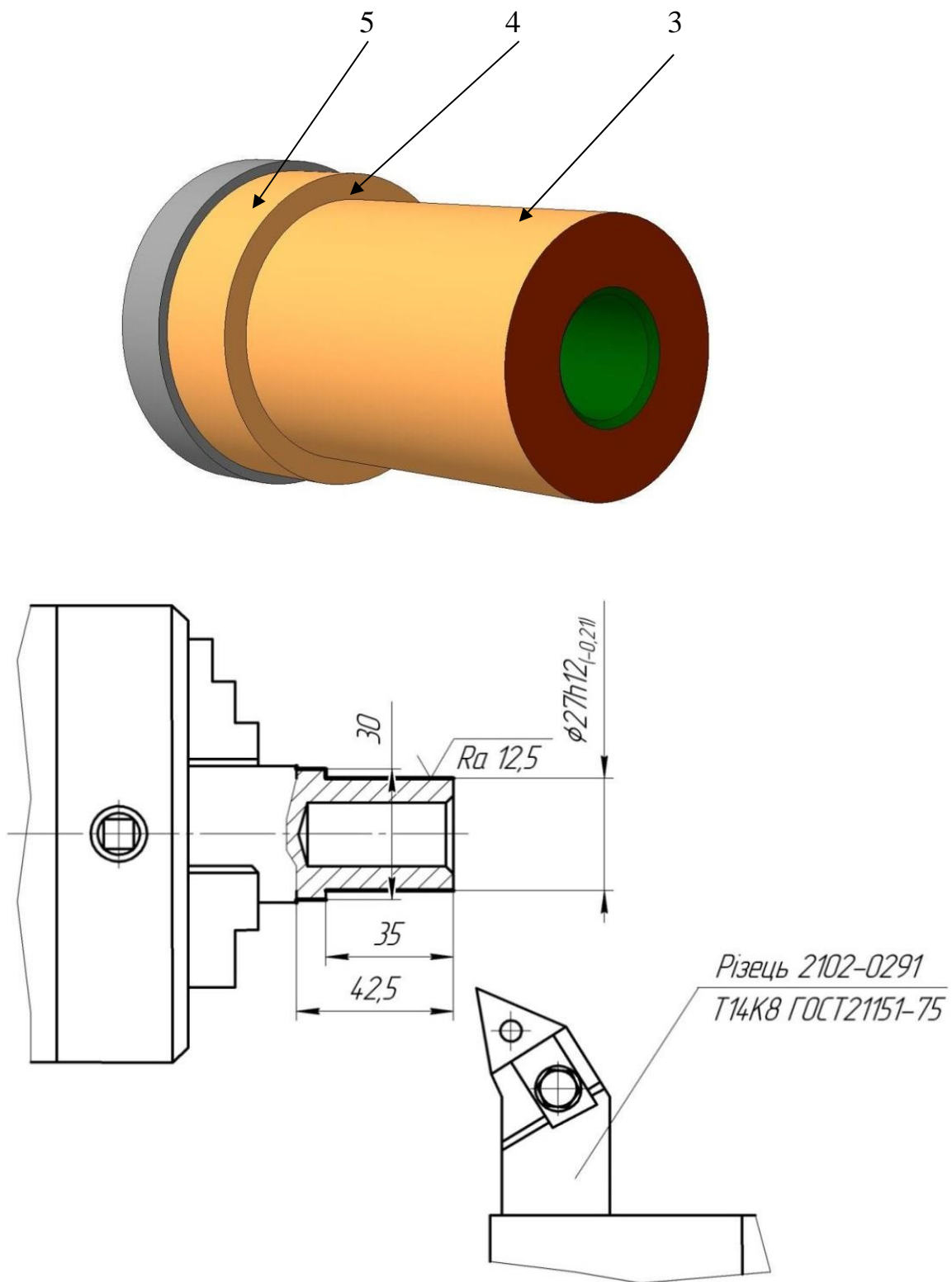
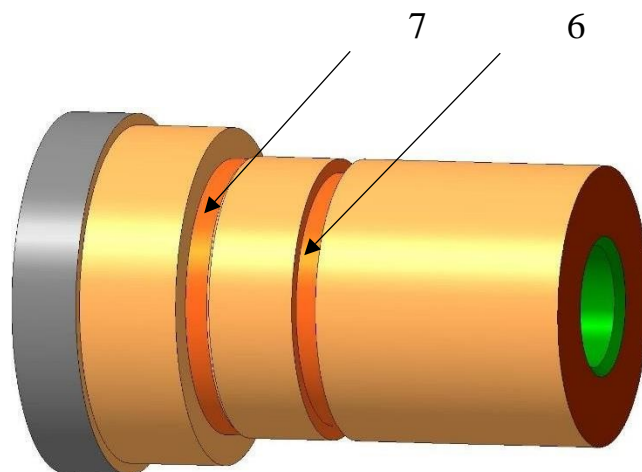


Рисунок 15.11 – Точити поверхню 3 попередньо, витримуючи розмір  $\text{Ø}27\text{H}12(-0,21)\text{мм}$ , торець 4 і поверхню 5 одноразово, витримуючи розміри згідно з ескізом (технологічний перехід 5)



$\sqrt{Ra\ 6.3\ (\checkmark)}$

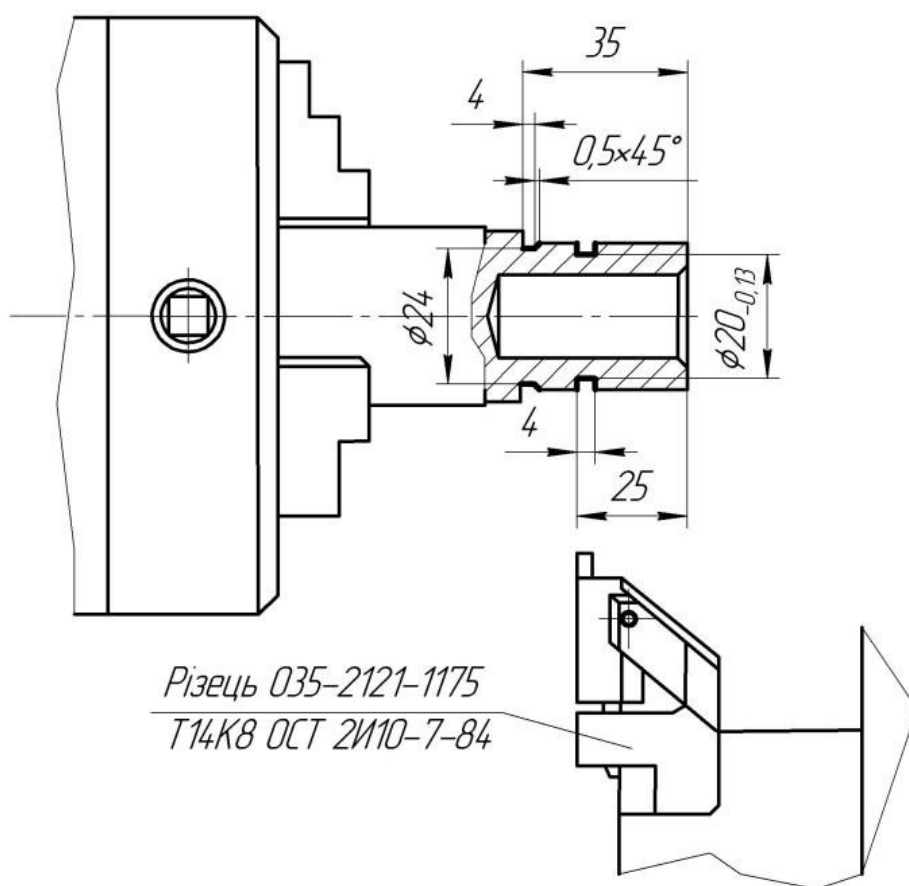


Рисунок 15.12 – Точити канавки 6 і 7, витримуючи розміри згідно з ескізом (технологічний перехід 6)

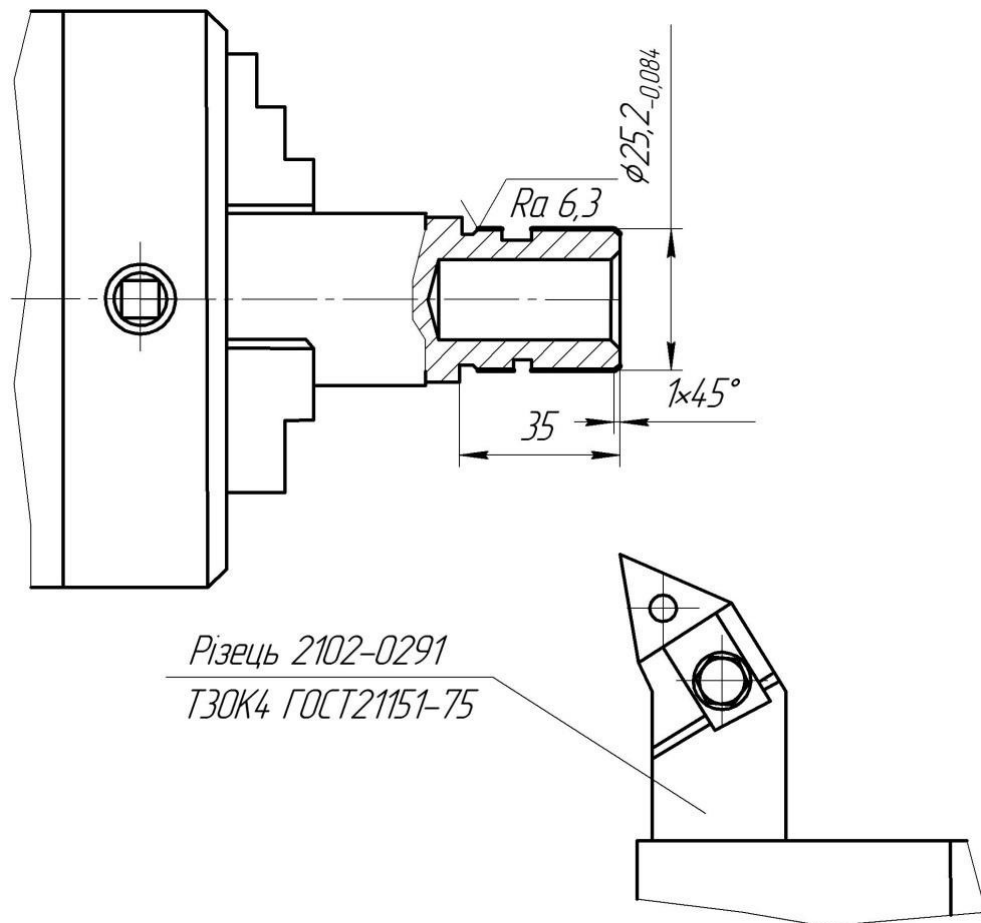
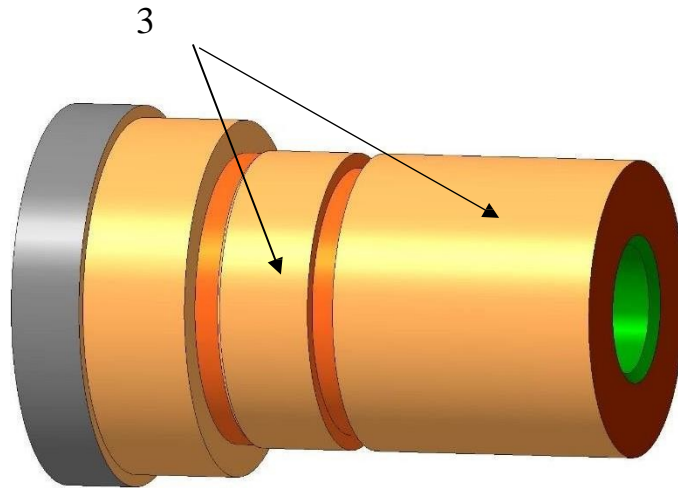


Рисунок 15.13 –Точити фаску 8, поверхню 3, попередньо витримуючи розмір  $\phi 25,2H10(-0,084)$  мм (технологічний перехід 7)

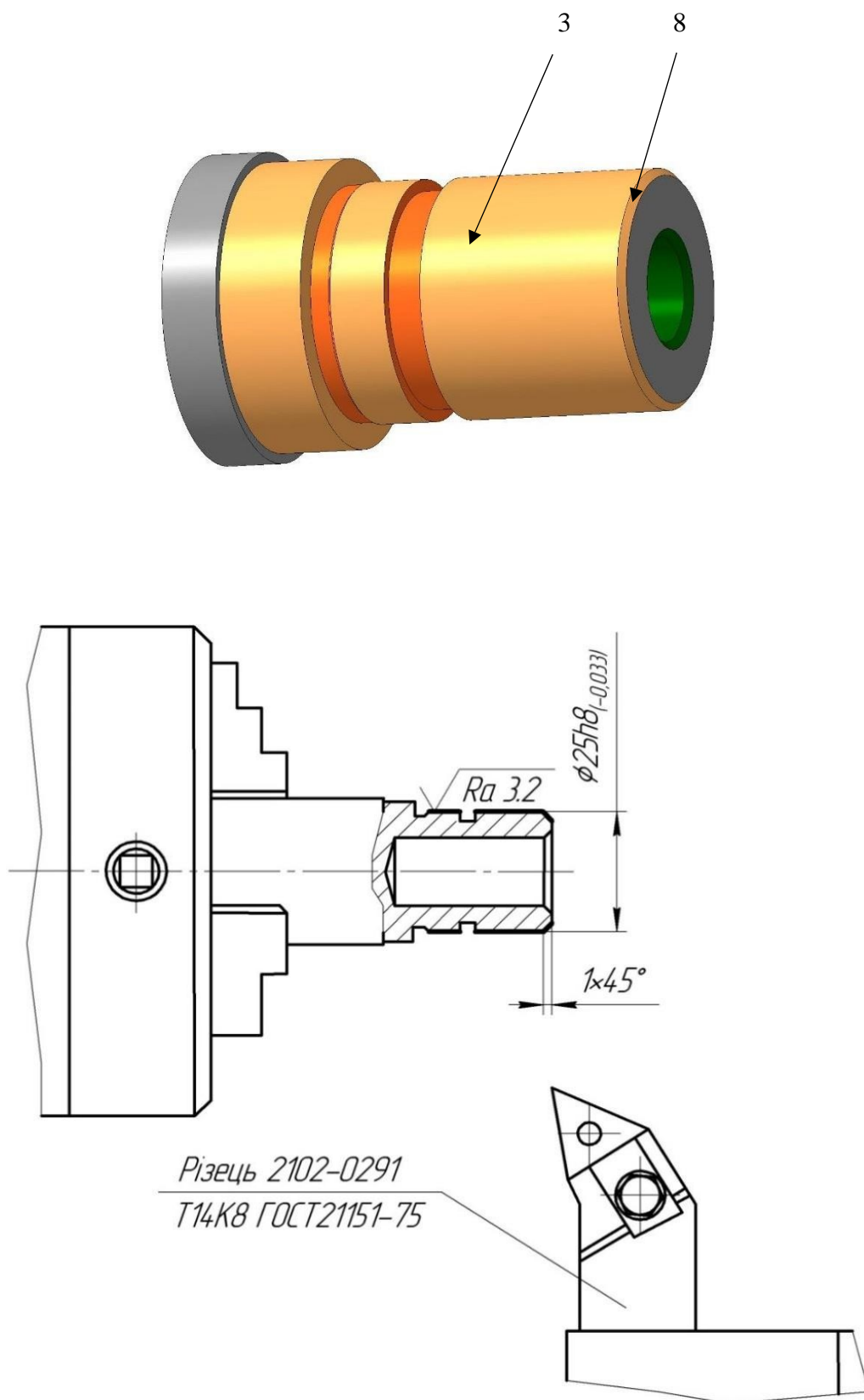


Рисунок 15.14 – Точити поверхню 3 остаточно, витримуючи розміри згідно з ескізом (технологічний перехід 8)

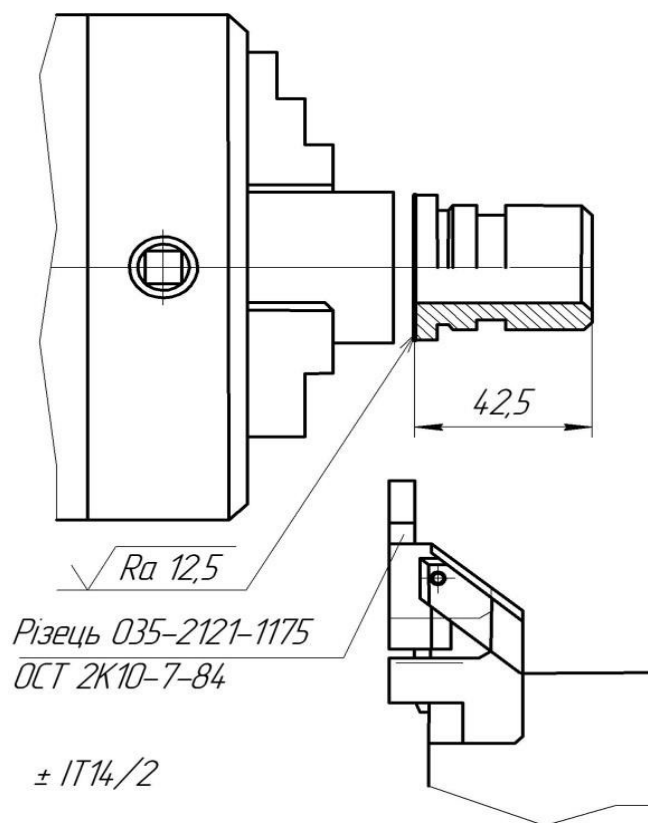
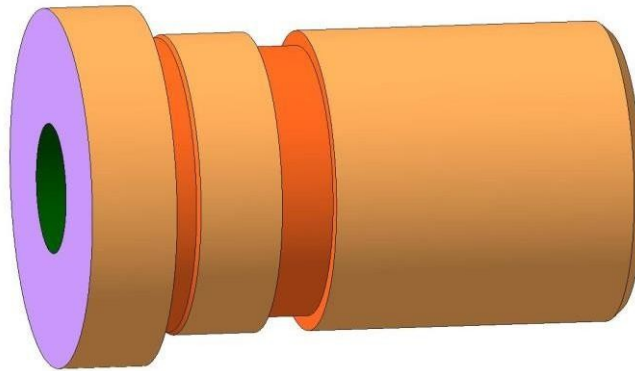


Рисунок 15.15 – Відрізати заготовку, витримуючи розмір згідно з ескізом (технологічний перехід 9)

*Друга токарна операція (010)*

Заготовка

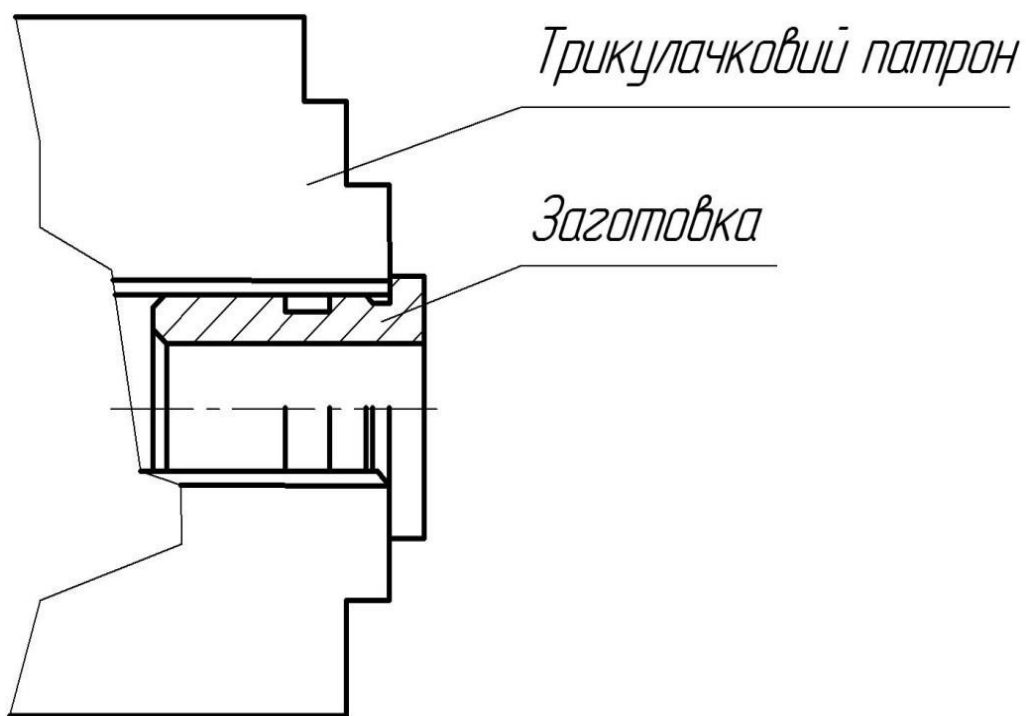
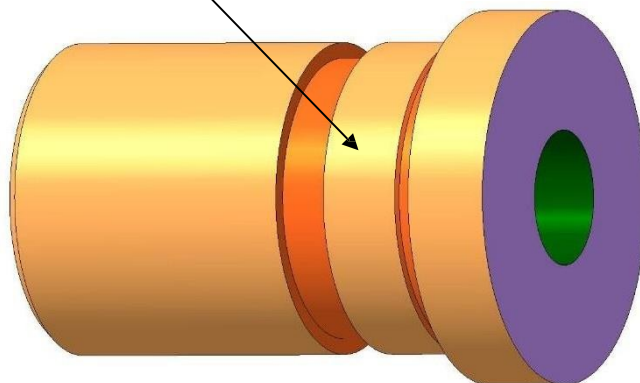


Рисунок 15.16 – Встановити і закріпити заготовку  
(допоміжний перехід 1)

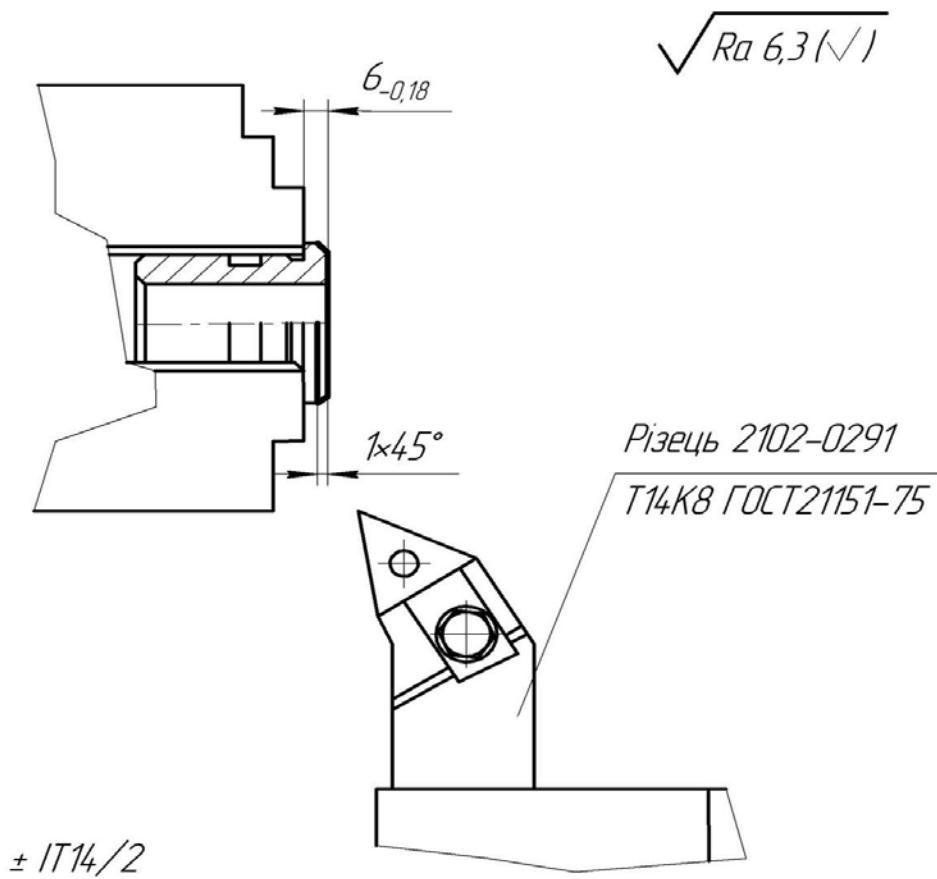
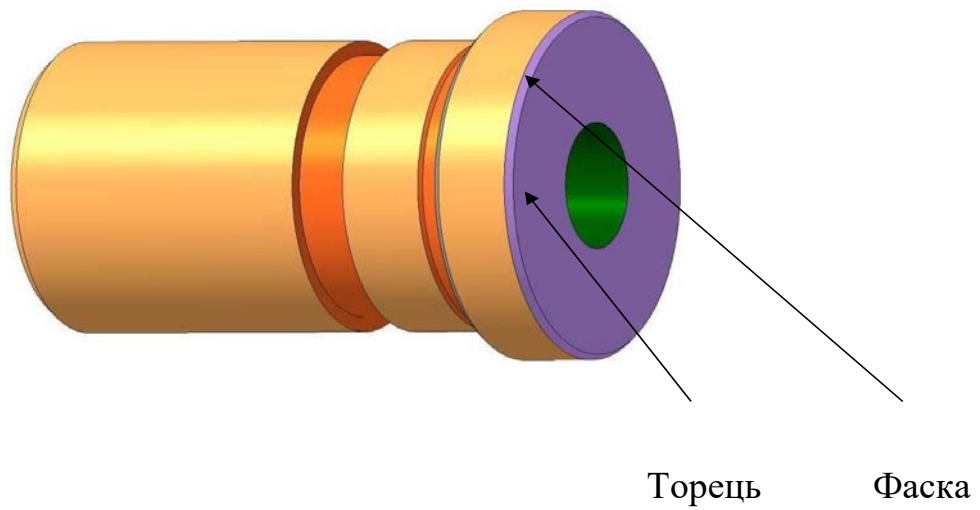


Рисунок 15.17 – Точити торець 9 і фаску 10 одноразово, витримуючи розміри згідно з ескізом (технологічний перехід 1)

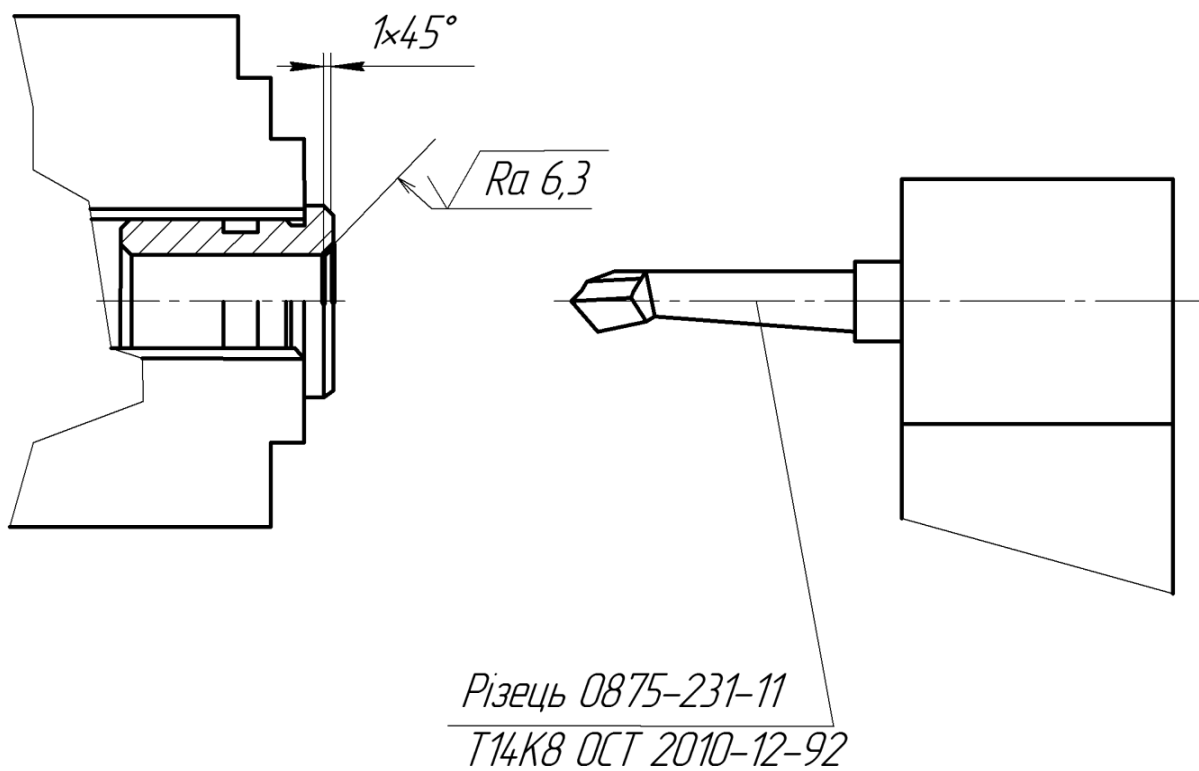
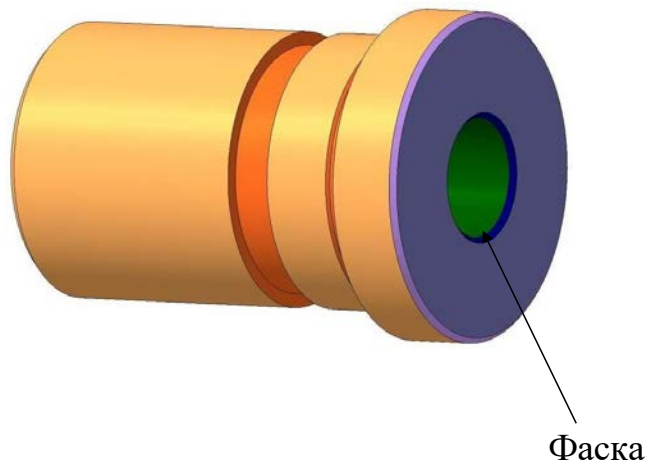


Рисунок 15.18 – Розточити фаску 11, витримуючи розмір згідно з ескізом  
(технологічний перехід 2)

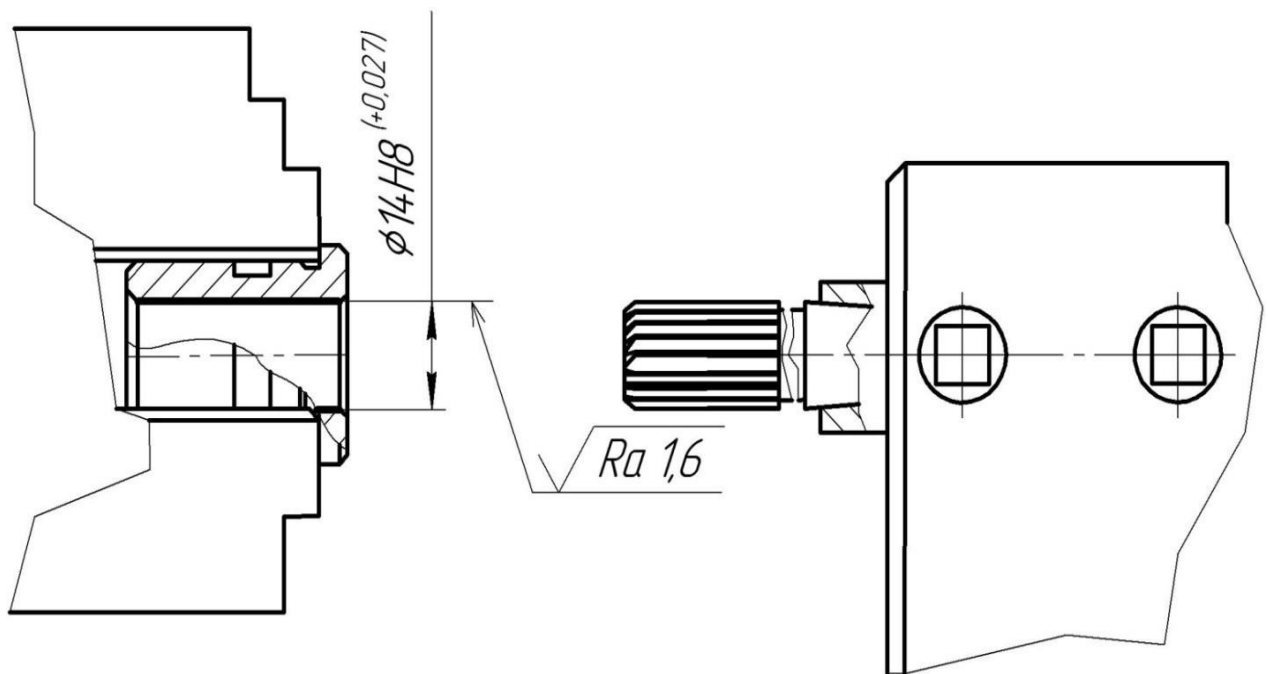
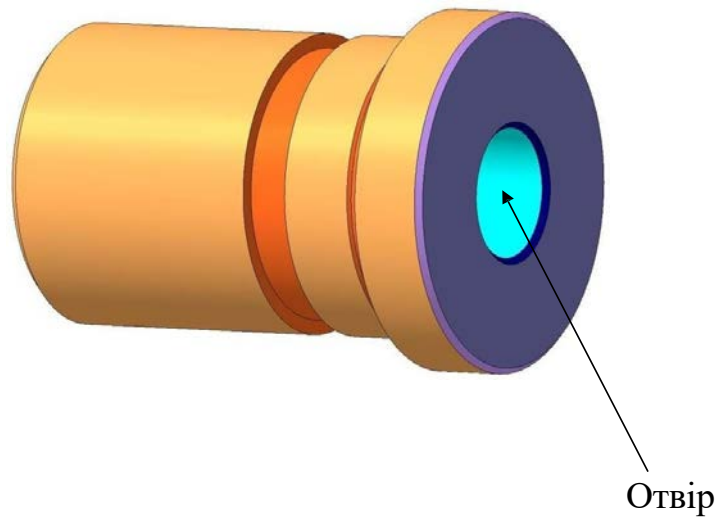


Рисунок 15.19 – Розвертіти отвір, витримуючи розмір згідно з ескізом  
(технологічний перехід 3)

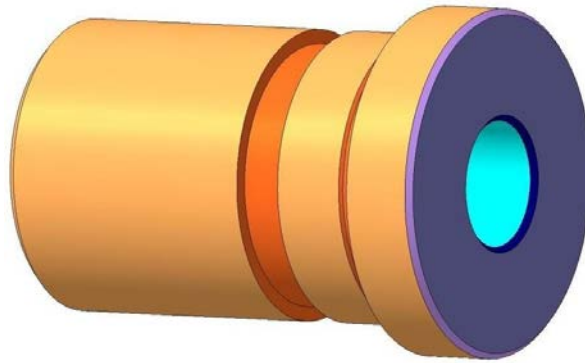


Рисунок 15.20 – Розкрити патрон, зняти деталь  
(допоміжний перехід 2)

Необхідно знати, що всі технічні документи, включно маршрутні і операційні карти технологічного процесу, операційні ескізи тощо виконуються відповідно до державних стандартів. Повний вигляд таких технічних документів вивчатимуться в дисциплінах «Технологічні основи машинобудування», «Основи технології машинобудування» тощо.

## ВИСНОВОК

Початок бакалаврської підготовки інженерів-механіків за спеціальністю «Інженерна механіка» в курсі «Нарисна геометрія та інженерна графіка» починається з понять і зображення точки та лінії (нескінченної множини точок) – основних елементів побудови фігур. «Нарисна геометрія» – розділ геометрії, який вивчає методи зображення тривимірних об'єктів (фігур) на площині за допомогою двовимірних проєкцій. Іншими словами, це наука, яка навчає, як візуалізувати тривимірні об'єкти на креслениках та як за допомогою цих креслеників розв'язувати різні геометричні задачі. Вивчення методів та способів зображення тривимірних об'єктів (фігур) на площині за допомогою двовимірних проєкцій дає можливість розробляти кресленики деталей, складальні кресленики, схеми, технічні рисунки тощо та вивчається у другій частині дисципліни, саме в «інженерній графіці». Паралельно дисципліні «Нарисна геометрія та інженерна графіка» вивчається фундаментальна дисципліна математика, в якій також розглядаються аналогічні поняття і теми, доповнюючи знання здобувачів щодо просторових і плоских об'єктів.

Завершується дисципліна «Нарисна геометрія та інженерна графіка» розглядом технологічного процесу механічної обробки деталі типу «втулка», який неможливо розробити і подати у вигляді креслеників, ескізів, інших технічних документів без знання методів і способів відображення плоских та тривимірних фігур.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Буда А. Г. Конспект лекцій з нарисної геометрії для студентів машинобудівних спеціальностей : конспект лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2008. 120 с.
2. Буда А. Г., Гречанюк М. С. Креслення. Ч. 2 : Елементи нарисної геометрії та проекційне креслення : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2018. 112 с.
3. Буда А. Г., Гречанюк М. С. Методичні вказівки до виконання графічних робіт з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки для студентів машинобудівних спеціальностей усіх форм навчання, що навчаються за скороченим терміном підготовки. Вінниця : ВНТУ, 2018. 34 с.
4. Буда А. Г., Король О. В. Виконання та читання складальних креслень : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2009. 155 с.
5. Буда А. Г., Король О. В. Проекційне креслення. Вигляди, розрізи, перерізи : навч. посіб. Вінниця : ВДТУ, 2001. 109 с.
6. Буда А. Г., Король О. В., Пащенко В. Н. Проектування форм технічних деталей та аксонометричні проекції : навч. посіб. Вінниця : ВДТУ, 2001. 92 с.
7. Буда А. Г., Корчевський Б. Б. Питання та задачі самоконтролю знань студентів машинобудівних та будівельних спеціальностей у розділі «Нарисна геометрія» : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2017. 87 с.
8. Буда А. Г., Мельник О. П., Гречанюк М. С. Креслення. Ч. 1 : Теоретичні основи геометричного креслення : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2016. 85 с.
9. Буренніков Ю. А., Кашканов А. А., Ребедайло В. М. Автомобілі: робочі процеси та основи розрахунку : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2013. 283 с.
10. Буренніков Ю. А., Немировський І. А., Колов Л. Г. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2013. 273 с.
11. Буренніков Ю. А., Козлов Л. Г., Буда А. Г. Реалізація інтегративного підходу в процесі навчання студентів першого курсу машинобудівних спеціальностей // *Нова педагогічна думка*. 2022. № 3 (111). С. 92–99.
12. Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. О. Комп'ютерна інженерна графіка в середовищі AutoCAD : навч. посіб. 2-ге вид. Київ : Каравела, 2013. 336 с.
13. Збірник задач з інженерної та комп'ютерної графіки : навч. посіб. / В. Є. Михайленко, В. М. Найдиш, А. М. Підкоритов, І. А. Скидан ; за ред. В. Є. Михайленка. Київ : Вища школа, 2002. 300 с.

*Електронне навчальне видання*

**Антоніна Героніївна Буда  
Юрій Анатолійович Буренніков  
Леонід Геннадійович Козлов  
Юрій Юрійович Буренніков**

# **Базові теоретичні положення, приклади та задачі з нарисної геометрії та інженерної графіки**

Навчальний посібник

Рукопис оформила *А. Буда*

Редактор *Т. Старічек*

Оригінал-макет виготовила *Т. Старічек*

Підписано до видання 21.05.2026 р.

Гарнітура Times New Roman.

Зам. № P2026-062.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
Редакційно-видавничий відділ.

ВНТУ, ГНК, к. 114.

Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.

**press.vntu.edu.ua;**

*E-mail: irvc.vntu@gmail.com.*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.