

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**МЕЛЬНИК ОЛЕКСАНДР ВАСИЛЬОВИЧ**

УДК 004.921

**МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ФОРМУВАННЯ ГРАФІЧНИХ ПРИМІТИВІВ НА  
ГЕКСАГОНАЛЬНОМУ РАСТРІ**

05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Вінниця – 2024

Дисертацією є кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Робота виконана у Вінницькому національному технічному університеті Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:** доктор технічних наук, професор,  
**Романюк Олександр Никифорович,**  
Вінницький національний технічний університет,  
завідувач кафедри програмного забезпечення.

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор,  
**Башков Євген Олександрович,**  
Донецький національний технічний університет, професор  
кафедри прикладної математики та інформатики;

доктор технічних наук, професор,  
**Русин Богдан Павлович,**  
Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України,  
завідувач відділу методів та систем дистанційного зондування.

Захист відбудеться «28» лютого 2024 р. о 15<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 05.052.01 у Вінницькому національному технічному університеті за адресою: 21021, Україна, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, ГНК, ауд. 210.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Вінницького національного технічного університету за адресою: 21021, Україна, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, ГНК.

Автореферат розісланий «25» січня 2024 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради

В. В. Ковтун

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** Графічні зображення отримали широке поширення в багатьох галузях діяльності людини завдяки їх високій інформативності та наочності. При формуванні таких зображень необхідно забезпечити високу реалістичність відтворення об'єктів і процесів за прийнятний для конкретної задачі час.

При формуванні графічних зображень гостро стоїть питання підвищення реалістичності формування зображень з метою більш реалістичного відтворення реальних об'єктів і процесів. Для збільшення роздільної здатності екранів замість квадратного растру часто використовують гексагональний растр. При використанні гексагонального растру приблизно на 13% збільшується роздільна здатність екранів, забезпечується узгоджене з'єднання сусідніх елементів і покращується кутова корекція порівняно з прямолінійною квадратною сіткою.

Важливим фактором, який заслуговує на дослідження гексагональної решітки для подання зображення, є її подібність до зорової системи людини. Очна ямка в оці людини складається з гексагональних колбочок, тому при поданні зображення в гексагональному домені комп'ютерний зір буде наближений до зору людини.

Використання гексагонального растру дозволяє збільшити точність виявлення та відтворення контурів зображень.

Широке використання гексагональних елементів у приладах з зарядковим зв'язком дає можливість розширити динамічний діапазон і роздільну здатність формування зображень. Використання гексагональних елементів забезпечує ефективні схеми для зберігання зображення з використанням деревоподібних і пірамідальних структур даних. При відтворенні зображень забезпечується більший спектр передачі кольору та дозволяє поєднати фільтри CMY і RGB.

У гексагональному растрі центр пікселя знаходяться на однаковій відстані від центрів його сусідів, що спрощує семантичну обробку зображень. Розроблено процедури для швидкого розпізнавання образів тривимірних об'єктів за допомогою паралельної обробки на гексагональній сітці.

Використання гексагональних елементів забезпечує ефективні схеми для зберігання зображення з використанням деревоподібних і пірамідальних структур даних.

Якщо раніше основною перешкодою до широкого впровадження гексагонального растра була відсутність комерційно доступних пристроїв, то сьогодні ситуація кардинально змінилася. Так, зокрема, широкого поширення отримала інноваційна технологія флексографічного друку. Використання гексагональних комірок забезпечує значне збільшення оптичної щільності та інтенсивності кольору відповідно до стандартних фарб. Розроблено та масово випускаються прилади з використанням ПЗС на основі гексагональних структур.

Останні роки характеризуються особливою увагою до використання гексагональних структур для виготовлення екранів. Технологія  $\mu$ -LED з використанням гексагональних елементів вважається наступним поколінням технології

ві-дображення, яка має характеристики високої мініатюризації, інтеграції, а також високу яскравість, контрастність, високу швидкість реагування індикаторних елементів, а також тривалий терміну служби. Важлива властивість нової технології полягає в тому, що пікселі можуть залишатися підсвіченими протягом усього кадру. Інтенсивні дослідження проводяться щодо використання гексагональних структур для запам'ятовування інформації на основі гексагонального нітриду бору (h-BN).

Таким чином, гексагональне подання інформації має низку переваг, інтенсивно впроваджується для візуалізації даних, що передбачає необхідність розробки відповідних методів і засобів.

При використанні гексагональної моделі пікселя збільшується кількість точок на екрані, що передбачає використання для формування примітивів більшої кількості пікселів. Це зменшує швидкодію формування примітивів. Методи інтерполяції на гексагональному растрі більш складні порівняно з використанням квадратного растру. Це пояснюється різними ординатними розмірами гексагонального пікселя.

Підвищення продуктивності методів і засобів формування зображень на гексагональному растрі необхідне для генерації динамічних графічних зображень в інтерактивному режимі, коли користувач у реальному часі впливає на процес формування зображення. Висока швидкодія формування графічних сцен необхідна для гексагональних ігор, які отримали широку популярність завдяки збільшенню напрямків переміщення та кращому інтелектуальному сприйнятті зображення.

Таким чином, розробка високопродуктивних методів і засобів формування графічних примітивів на гексагональному растрі є актуальною задачею, яка має важливе практичне значення.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Результати досліджень були використані для розробки методів і засобів формування графічних зображень на гексагональному растрі при реалізації держбюджетної науково-дослідної роботи № 05/561-4 «Апаратне програмне забезпечення інформаційних технологій» (номер державної реєстрації 0118U100181).

**Мета і завдання дослідження.** Метою роботи є підвищення продуктивності та реалістичності формування графічних зображень на гексагональному растрі.

Основними задачами дослідження є:

- провести аналіз існуючих методів і засобів формування графічних зображень на гексагональному растрі;
- встановити нові аналітичні залежності між параметрами пікселів;
- визначити особливості формування крокових приростів при формуванні графічних примітивів;
- розробити нові:
  - методи прискореного формування векторів на гексагональному растрі;
  - високопродуктивні методи формування кіл;
  - методи прискореного формування еліпсів;
  - методи контурного антиаліазингу зображень графічних примітивів;

- визначити особливості суперсемплінгу графічних зображень, які використовують гексагональну модель пікселя;

- розробити:

- конвертор зображень з прямокутного в гексагональний растр;

- графічний редактор для формування графічних зображень на гексагональному растрі;

- програмні та апаратні засоби для формування графічних зображень на гексагональному растрі;

- провести експериментальні дослідження розроблених моделей і методів.

*Об'єкт дослідження* – процес формування графічних зображень на гексагональному растрі.

*Предмет дослідження* – методи та засоби формування графічних зображень на гексагональному растрі.

**Методи дослідження.** У процесі дослідження застосовувалися: теорія чисел і чисельних методів; теорія алгоритмів; теорія інтерполювання функцій; методи аналітичної геометрії, лінійної алгебри, диференціального й інтегрального числення для розробки методів і засобів формування графічних примітивів; комп'ютерне моделювання для аналізу та перевірки достовірності отриманих теоретичних положень.

**Наукова новизна отриманих результатів:** 1. Вперше запропоновано метод кругової інтерполяції на гексагональному растрі, особливість якого полягає у використанні апріорно визначеного стохастичного розподілу крокових приростів залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що дало можливість в 1,7 разів збільшити швидкодію інтерполяції за рахунок прогнозування найбільш вірогідної комбінації кроків.

2. Вперше отримані співвідношення для визначення типів крокових переміщень для еліпсів і кіл залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що спрощує методи формування еліпсів за рахунок вилучення надлишкових обчислень.

3. Подальшого розвитку отримав метод оцінювальної функції для формування відрізків прямих на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням в кожному інтерполяційному такті подвійних крокових приростів, що дозволило до двох разів зменшити час лінійної інтерполяції.

4. Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих використанням для обчислення площі покриття пікселя додаткових оцінювальних функцій, розрахованих у виділених точках контуру гексагону, що дозволило виконувати антиаліазинг безпосередньо під час формування зображення крокової траєкторії та усунути етап постобробки, і, як наслідок, підвищити продуктивність формування зображення та його реалістичність за рахунок згладження крокової траєкторії.

5. Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням площі покриття пікселя шляхом аналізу знаків оцінювальних функцій в центрах субпікселів, на які розбивається піксель, що дозволило розпаралелити процес антиаліазингу та підвищити його продуктивність. Використання антиаліазингу при форму-

ванні векторних зображень забезпечує підвищення реалістичності за рахунок усунення ступінчатого ефекту.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в тому, що на основі отриманих у дисертації теоретичних положень запропоновано алгоритми та розроблено апаратні та програмні засоби формування графічних примітивів на гексагональному растрі для комп'ютерних систем візуалізації зображень.

Впровадження результатів досліджень підтверджується відповідними актами. Результати досліджень використовуються на таких підприємствах: «ДРЕССЛАБ Юей» (акт від 03.08 2022 р.), ТОВ «3Д Дженерайшн Юей» (акт від 27.04.2023), ПП «Фотоніка плюс» (акт від 24.04.2023), кафедрі програмного забезпечення Вінницького національного технічного університету для використання у навчальному процесі (акт від 17.05.2023).

**Особистий внесок здобувача.** Усі наукові результати, викладені у дисертаційній роботі, отримані автором особисто.

У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати: [1] – аналіз галузей використання гексагонального растру; [2] – метод антиаліайзингу; [3] – формули визначення крокових приростів; [4] – формули розрахунку оцінювальних функцій; [5] – модифікація методу, крокові прирости в секторах на гексагональному растрі [6] – модифікація методу, залежність типів крокових приростів від октанту [7] – модифікація методу розрахунку крокових приростів формування еліпса на гексагональному растрі; [8] – класифікація методів; [9] – формули розрахунку дистрибутивної функції; [10] – метод, значення оцінювальних функцій, структурну схему пристрою; [11] – алгоритм антиаліайзингу відрізка прямої; [12] – апроксимаційні формули; [13] – алгоритм градації інтенсивності кольору; [14] – метод антиаліайзингу з визначенням додаткових оцінювальних функцій в попередньо визначених точках зображення; [15] – структурні схеми блоків, апроксимаційні формули; [16] – формули розрахунку крокових приростів; [17] – формули для розрахунків; [18] – використання для інтерполяції стохастичного розподілу крокових приростів; [19] – формули розрахунків; [20] – алгоритм для складової кольору; [21] – аналіз інформаційних технологій; [22] – формули розрахунку модифікованої оцінювальної функції; [23] – метод морфологічного антиаліайзингу гексагонального растру; [24] – формули розрахунку гексагональних координат; [25] – аналіз стратегічних ігор; [26] – алгоритм параболічної інтерполяції; [27] – структури тайлів; [28] – аналіз використання гексагональних структур у флексографічному друці; [29] – алгоритм формування відрізків; [30] – аналіз гексагональних логічних ігор; [31] – особливості накладання гексагонального растру на карти; [32] – алгоритм реалізації; [33] – алгоритм формування кіл; [36] – проаналізовано співвідношення; [37] – аналіз OLED-технологій; [38] – алгоритм мультисемплінгу; [39] – алгоритм розрахунку інтенсивності кольору; [41] – алгоритм формування дуг кіл.

**Апробація матеріалів дисертації.** Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на таких конференціях: International Conference on Optoelectronic Information Technologies «PHOTONICS-ODS 2010» (Vinnytsia, 2010), Міжнародна науково-практична конференція «Перспективні

інновації у науці, освіті, виробництві та транспорті», (м. Одеса, 2010), Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція «Молодь в технічних науках: дослідження, проблеми, перспективи», (м. Вінниця 2015), VI Міжнародна конференція «Моделювання та комп'ютерна графіка" ДонНТУ", (м. Красноармійськ, 2015), Інтернет-конференція "Молодь в технічних науках: дослідження, проблеми, перспективи (м. Вінниця, 2016), VII Міжнародна науково-технічна конференція «Моделювання і комп'ютерна графіка», (м. Покровськ, 2017), Всеукраїнська науково-практична Інтернет-конференція "Молодь в науці: дослідження, проблеми, перспективи" (м. Вінниця, 2020), Республіканська науково-практична конференція «Інформаційні технології в освіті, техніці та промисловості, (м. Івано-Франківськ, 2020), Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція «Електронні інформаційні ресурси: створення, використання (м. Вінниця, 2021), XII Міжнародна науково-технічна конференція «Інформаційно-комп'ютерні технології – 2021» (м. Житомир, 2021), I Науково-технічна конференція факультету інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії (м. Вінниця, 2021), VII Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології в культурі, мистецтві, освіті, науці, економіці та бізнесі»: (м. Київ, 2022), V Міжнародна наукова конференція «Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі» (м. Київ, 2022), Всеукраїнська науково-практична Інтернет-конференція «Молодь в науці: дослідження, проблеми, перспективи» (м. Вінниця, 2022), II Всеукраїнська науково-технічна конференції молодих вчених, аспірантів та студентів «Комп'ютерні ігри та мультимедіа як інноваційний підхід до комунікації» (м. Одеса, 2022), XV Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології і автоматизація» (м. Одеса, 2022), VIII International scientific and practical conference “Modern research in world science” (Lviv, 2022), The 12th International scientific and practical conference “Modern research in world science” (Lviv, 2023), II International Scientific and Practical Internet Conference "Scientific Research and Innovation" devoted to modern achievements in science (Dnipro, 2023), XXXI Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я. MicroCAD-2023» (м. Харків, 2023).

**Публікації.** Основні результати досліджень опубліковано в 41 науковій праці, у тому числі в закордонній монографії, 2 статтях, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus, 18 статтях у фахових виданнях України, 17 матеріалах конференцій, 4 авторських свідоцтвах про реєстрацію авторського права на комп'ютерну програму.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 115 найменувань, і додатків. Основний зміст дисертації викладено на 143 сторінках і містить 9 таблиць і 111 рисунків. Додатки містять акти впровадження результатів роботи, лістинги програм.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі проаналізовано сучасний стан задачі, обґрунтовано актуальність теми, окреслено її джерельну базу, сформульовано мету, основні задачі досліджень, визначено наукову новизну та практичне значення основних результатів, наведено відомості про їхню апробацію та реалізацію.

У першому розділі проаналізовано найпоширеніші моделі пікселів, зокрема, гексагонального. Отримано співвідношення між елементами гексагону, які використано при розробці методів і засобів формування примітивів.

Проаналізовано основні галузі використання гексагонального растру. Особливу увагу приділено засобам формування та відображення інформації, які отримали широку популярність у сучасних графічних системах.

Обґрунтовано необхідність розробки методів, моделей і засобів формування графічних примітивів на гексагональному растрі, оскільки використання гексагональної моделі пікселя забезпечує підвищення роздільної здатності екранів і реалістичності формування графічних зображень.

Проведено аналіз методів інтерполяції. Обґрунтовано доцільність використання методу оцінювальної функції, оскільки забезпечується простота обчислювального процесу та висока точність інтерполяції.

Розглянуто особливості методів антиаліазингу зображень графічних примітивів.

Другий розділ присвячено розробці методів формування векторів на гексагональному растрі.

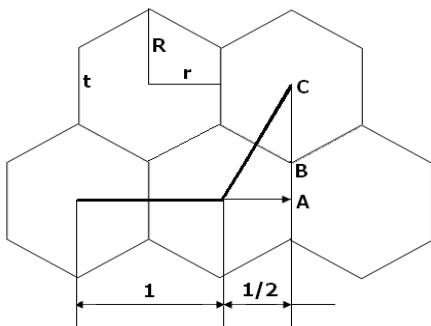


Рисунок 1 – Формування крокових переміщень

Відрізки прямих відносять до найпоширеніших примітивів, тому актуальною задачею є розробка високопродуктивних методів і засобів лінійної інтерполяції. Це дасть можливість зменшити час формування графічних сцен.

Розглянуто особливості лінійної інтерполяції на гексагональному растрі. На рис. 1 наведено приклади горизонтального та діагонального переміщення. Радіус описаного кола дорівнює

$R = \frac{2}{\sqrt{3}} r$  (див. рис. 1). Оскільки крок дискретизації вибираємо рівним одиниці, то

$r = \frac{1}{2}$ . Тому  $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $t = R = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Горизонтальний приріст діагонального кроку дорівнює

$\frac{1}{2}$ , а ординатний –  $AC = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

При формуванні крокової траєкторії відрізка прямої (рис. 2) за методом оцінювальної функції ( $OF_i$ ) має місце відносно

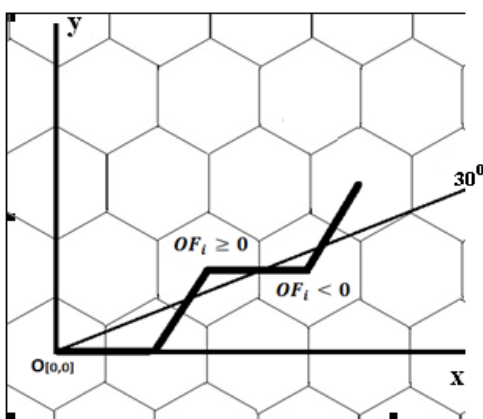


Рисунок 2 – Формування  $OF_{i+1}$



велика похибка. Це пояснюється тим, що при нульовому початковому значенні  $OF_i$  діагональний крок формується в кінці цифрового сегменту, довжина якого дорівнює  $\frac{БП}{МП}$ , де  $БП, МП$  - відповідно більший і менший прирости з  $\Delta x$  і  $\Delta y$ .

Доведено, що зменшити похибку можна за умови розміщення діагонального кроку у центрі сегменту, що можливо за рахунок встановлення ненульового значення оцінювальної функції. Доведено, що похибку інтерполювання можна зменшити вдвічі, за умови, що  $OF_0 = \left[ \frac{БП}{2} \right]$ .

Розглянуто реалізацію, при використанні гексагонального растру, «прямого» методу, який полягає у використанні для лінійної інтерполяції рівняння відрізка прямої. Виведено формули для розрахунку точок траєкторії. Метод передбачає використання при формуванні крокової траєкторії «довгих» операцій, що обмежує його використання в апаратних засобах комп'ютерної графіки.

Розглянуто використання методу оцінювальної функції для формування відрізків прямих на гексагональному растрі. На відміну від використання методу на прямокутному растрі, необхідно квадранти розбивати на ділянки від  $0^\circ$  до  $30^\circ$  і від  $30^\circ$  до  $60^\circ$ . Виведено формули для оцінювальної функції при формуванні відрізка прямої для різних ділянок.

У цьому випадку при виконанні горизонтального та діагонального кроків оцінювальні функції  $OF_{i+1}$  визначаються відповідно за формулами

$$OF_{i+1} = OF_i - \Delta y, \quad OF_{i+1} = OF_i + \frac{3\Delta x}{2\sqrt{3}} - \frac{\Delta y}{2}. \quad (1)$$

Підвищити продуктивність генерації векторів на гексагональному растрі можливо при формуванні в кожному інтерполяційному такті не однієї, а відразу двох точок траєкторії.

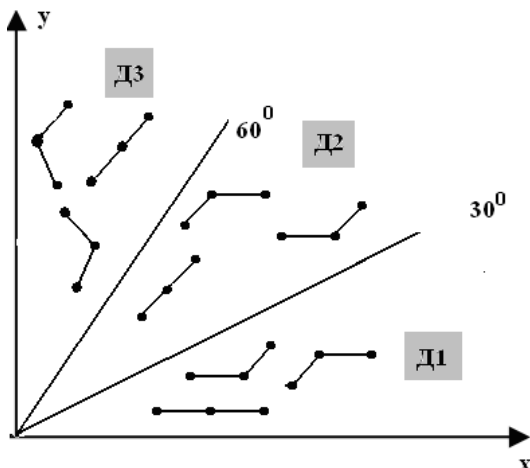


рисунок 3 – типи допустимих сполучень крокових переміщень

Доведено, що на виділених ділянках (рис. 3) зображень деякі сполучення крокових приростів неможливі за умови забезпечення максимальної точності інтерполяції. Наприклад, на ділянці Д1 формування двох сусідніх діагональних кроків неможливе.

Для спрощення обчислювального процесу запропоновано використовувати замість двох комбінованих приростів, кінцеві точки яких збігаються, один. Це значно збільшить похибку інтерполяції для деяких елементарних приростів, але приведе до визначення тільки двох типів

$OF_i$ , що спростить обчислювальний процес.

На рис. 4 наведено приклади формування комбінованих приростів для різних ділянок координатного простору.

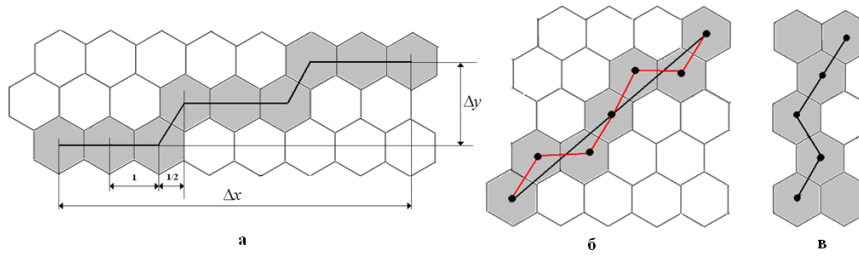


Рисунок 4 – Приклади формування відрізків прямих на різних ділянках

Визначено для кожної ділянки значення оцінювальних функцій.

При виконанні комбінованого приросту, який включає два елементарні горизонтальні прирости, оцінювальна функція  $OF_{i+1}$  визначається за формулою

$$OF_{i+1} = OF_i - 2\Delta y. \quad (2)$$

Значення оцінювальної функції  $OF_{i+1}$  при сполученні двох діагональних переміщень дорівнює:  $OF_{i+1} = OF_i + \sqrt{3}\Delta x - \Delta y$ , а при виконанні комбінованого приросту, який включає горизонтальний та діагональний кроки, -  $OF_{i+1} = OF_i + \frac{\sqrt{3}}{2}\Delta x - \frac{3}{2}\Delta y$ .

Запропоновано для підвищення продуктивності лінійного інтерполювання використовувати незалежне формування парних і непарних точок крокової траєкторії (рис. 5). У цьому випадку використовуються два лінійних інтерполятори, кожний з яких може бути реалізований ядром відеокарти.

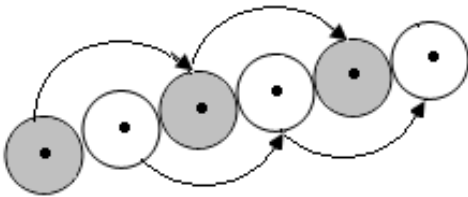


Рисунок 5 – Формування точок крокової траєкторії

При формуванні непарних точок траєкторії відповідний інтерполятор використовує початкове значення оцінювальної функції  $OF_0$ , яке дорівнює  $\lfloor BP / 2 \rfloor$ . За початкове значення оцінювальної функції для інтерполятора, що відповідає за непарні точки траєкторії, використовується  $\lfloor BP / 2 \rfloor$  і значення оцінювальної функції  $OF_1$  для першої точки траєкторії.

Запропоновані методи лінійного інтерполювання дозволяють до двох разів підвищити продуктивність.















Запропонований метод можна використати і для більшої кількості точок. Доцільно розмір цифрового сегменту вибирати рівним степені двійки, що дасть можливість замінити, при обчисленні оцінювальної функції  $OF_{i+1}$ , мікрооперації множення на зсув.

**Третій розділ** присвячено методам колової та еліптичної інтерполяції. Для спрощення обчислювального процесу визначено типи крокових приростів при формуванні кіл на гексагональному растрі залежно від ділянок екрана.

Розроблено метод колової інтерполяції з використанням оцінювальної функції.

Визначено значення оцінювальних функцій для всіх ділянок дискретного простору (табл. 1).

Таблиця 1 – Кроки інтерполяції та значення оцінювальної функції

Ділянка інтерполяції	Типи крокових приростів	Формули розрахунку оцінювальних функцій
$\theta \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$		$OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i + \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i + \sqrt{3}y_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$		$OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i + \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{HL(i+1)} = OF_i - 2x_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$		$OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i - \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{HL(i+1)} = OF_i - 2x_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$		$OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i - \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i - \sqrt{3}y_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right]$		$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i - \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{HR(i+1)} = OF_i + 2x_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}\right]$		$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i + \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{HR(i+1)} = OF_i + 2x_i + 1$
$\theta \in \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right]$		$OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i + \sqrt{3}y_i + 1$
		$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i + \sqrt{3}y_i + 1$

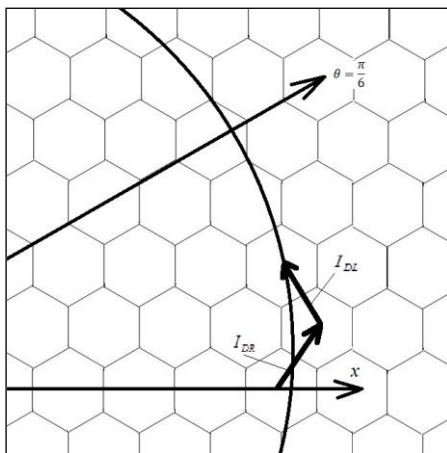


Рисунок 6 – Формування крокової траєкторії

На рис. 6 наведено приклад формування траєкторії для ділянки  $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ . Для цього ви-

падку  $OF_{DL(i+1)} = OF_i - x_i + \sqrt{3}y_i + 1$ ,

$OF_{DR(i+1)} = OF_i + x_i + \sqrt{3}y_i + 1$ , залежно від кроку.

Запропоновано метод кругової інтерполяції на гексагональному растрі, особливість якого полягає у використанні апріорно визначеного стохастичного розподілу крокових приростів залежно від ділянки формування крокової траєкторії.

Запропоновано використовувати в цифровому сегменті подвійні координатні прирости. Використання стохастичного характеру розподі-

лу крокових переміщень дає можливість підвищити продуктивність колової інтерполяції за рахунок зменшення обчислень на прогнозування наступного кроку.

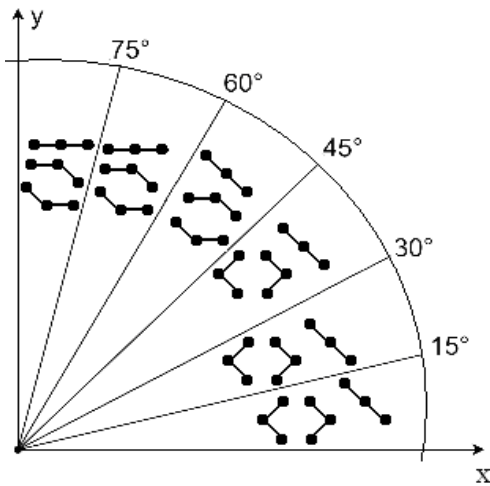


Рисунок 7 – Типи можливих подвійних приростів

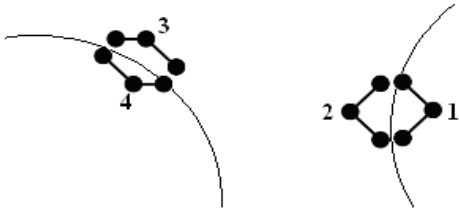


Рисунок 8 – Типи комбінованих приростів

На рис. 7 наведено можливі типи комбінованих подвійних приростів. У кожному секторі може формуватися три типи комбінованих кроків, які можуть бути використані для формування кола.

Наявність трьох типів кроків у кожному секторі не дозволяє використати двійкову зміну, тому деякі пари кроків можна об'єднати в один тип приросту.

З рис. 8 видно, що виконання крокових приростів (1, 2) і (3, 4) призводить до переміщень в одну кінцеву точку. Тому їх можна замінити одним подвійним приростом. При виборі типу кроку надається перевага тому комбінованому приросту, ймовірність появи якого більша.

Розроблено програму для аналізу питомої ваги комбінованих приростів у різних секторах формування кола.

У таблиці 2 наведено значення ймовірності появи подвійних крокових приростів з урахуванням комбінування їхньої однотипності.

Таблиця 2 – Розподіл комбінованих подвійних кроків

		Розподіл подвійних кроків			
		Прогнозований тип кроку	Відсоток	Тип кроку	Відсоток
Сектор кола	0°-15°		77,3%		22,70%
	15°-30°		71,80%		28,2%
	30°-45°		71,80%		28,2%
	45°-60°		77,3%		22,70%
	60°-75°		77,3%		22,70%
	75°-90°		71,80%		28,2%

При прогнозуванні позиції наступної точки траєкторії вибирається подвійний крок, який має більшу ймовірність появи.

У випадку, коли прогноз виявився невдалим (про це свідчить знак оцінювальної функції) розраховується скореговане значення  $OF_{i+1}$ .

Розглянемо, для прикладу, сектор від  $0^\circ$  до  $15^\circ$ . За умови формування кола проти годинникової стрілки найбільш ймовірним є комбінований приріст, який включає діагональне ліворуч  $DL$  і діагональне праворуч  $DR$  переміщення. Для нього значення оцінювальної функції

$$OF_{DL,DR} = (x_i^2 + y_i^2) - R^2 = (x+0)^2 + (y+2\frac{\sqrt{3}}{2}) - R^2 = OF_i + 2\sqrt{3}y + 3. \quad (3)$$

У випадку формування двох діагональних кроків  $DL, DL$  (коли прогноз на виконання кроків  $DL$  і  $DR$  не справдився) значення  $OF$  визначають за формулою

$$OF_{DL,DL} = x_i^2 + y_i^2 - R^2 = (x-1)^2 + (y+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - R^2 = OF_i - 2\cdot x + 2\sqrt{3}y + 4. \quad (4)$$

Оскільки, прогнозування можливого типу комбінованого приросту здійснюється для напрямку  $DL, DR$ , то при виконанні нового прогнозу на виконання комбінованих кроків  $DL, DL$  необхідно скорегувати значення оцінювальної функції.

Порівнявши два останні вирази можна стверджувати, що для цього до значення  $OF_{DL,DL}$  треба додати  $2\cdot x - 1$ , тому  $OF_K = OF_i + 4\sqrt{3}y + 7$ .

Для спрощення обчислювального процесу пропонується разом з корекцією оцінювальної функції виконати новий прогноз для  $DL, DR$ . При цьому нове значення оцінювальної функції визначається за виразом

$$OF_K = (OF_i + 2\sqrt{3}y + 3) - (2x + 1) + (2\sqrt{3}y + 3) = OF_i + 4\sqrt{3}y - 2x + 7. \quad (5)$$

У дисертаційній роботі виведено значення оцінювальних функцій для всіх ділянок формування кола.

При формуванні кола, як на прямокутному та гексагональному растрах, необхідно аналізувати межі переходів через сектори. У запропонованому методі їх більше, що обумовлює менший, ніж у два рази вираш в продуктивності колової інтерполяції. Формування крокової траєкторії кола на гексагональному растрі подвійними приростами дало можливість підвищити продуктивність колової інтерполяції в середньому в 1,7 рази.

**У четвертому розділі** розроблено методи підвищення продуктивності антиаліазингу зображень графічних примітивів.

Ефект аліазингу або ступінчастий ефект, який проявляється на межах об'єктів у растрових зображеннях, негативно впливає на реалістичність формування графічних сцен. Тому у сучасних системах комп'ютерної графіки використовують спеціальні методи антиаліазингу. Великі часові витрати на реалізацію антиаліазингу у системах комп'ютерної графіки обумовлюють необхідність розробки спеціалізованих програмно-апаратних засобів високої продуктивності.

Запропоновано різні варіанти вибору тайлів для суперсемпінгу, зокрема, з їхнім перекриттям.

Запропоновано реалізацію методів суперсемплінгу, які полягають у формуванні зображення сцени з більшою кількістю пікселів, ніж у екрана з подальшим усередненням перед відображенням на екрані. Даний метод має просту апаратну реалізацію та легко інтегрується в існуючі системи комп'ютерної графіки.

Для підвищення якості згладження зображень запропоновано надання пікселям тайла пріоритетності. Показано, що тайл з рефлексійною симетрією, який має 19 пікселів, придатний для стохастичного розташування додаткових точок вибірки за методом М. Діпе і Е. Уолта.

Запропоновані варіанти реалізації суперсемплінгу при використанні гексагонального растру можна використати в системах реалістичного рендерингу. Згідно з методами крайового антиаліайзингу для згладжування границь графічних примітивів інтенсивність  $I$  кольору пікселя встановлюють пропорційно до площі  $S$  покриття пікселя об'єктом. Визначення площі  $S$  покриття пікселя є трудомістким, що впливає на швидкодію формування зображення. Тому актуальними є питання розробки підходів до її зменшення.

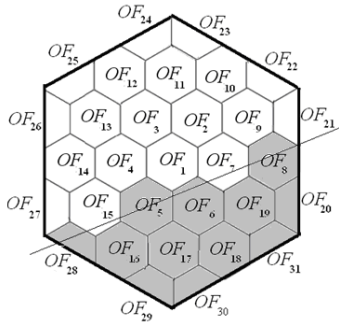


Рисунок 9 – Приклад визначення площі покриття пікселя

Для визначення площі покриття пікселя підраховують сумарну кількість субпікселів одного знака. Площі периферійних частин субпікселів 21-31 дорівнюють  $\frac{1}{2}$ .

Для всіх субпікселів та їх периферійних частин наведено формули для розрахунку оцінювальних функцій. Так, наприклад, для субпікселя 12

$$\begin{aligned} OF_{12} &= (y_i + 2 \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1) = \\ &= OF_i + \sqrt{3}\Delta + \Delta y. \end{aligned} \quad (6)$$

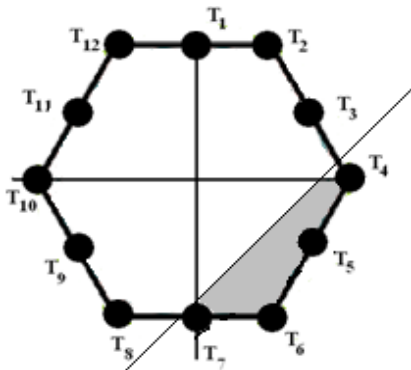


Рисунок 10 – Варіант перетину відрізка прямої гексагонального пікселя

Пропонується новий метод визначення площі покриття пікселя. Суть методу полягає в тому, що піксель розбивається на субпікселі (рис. 9), в центрах кожного з яких розраховується  $OF_{i+1}$ . Всі функції розраховуються одночасно та незалежно одна від одної. Знак оцінювальної функції визначає положення субпікселя відносно відрізка прямої. При додатному значенні субпіксель розміщено вище вектора, а при від'ємному – нижче. За однаковими знаками оцінювальних функцій легко визначити ділянки пікселя, які розміщені по різні сторони від відрізка прямої. Для

визначення площі покриття пікселя підраховують сумарну кількість субпікселів одного знака. Площі периферійних частин субпікселів 21-31 дорівнюють  $\frac{1}{2}$ .

Для всіх субпікселів та їх периферійних частин наведено формули для розрахунку оцінювальних функцій. Так, наприклад, для субпікселя 12

$$\begin{aligned} OF_{12} &= (y_i + 2 \frac{\sqrt{3}}{2})\Delta x - \Delta y(x_i - 1) = \\ &= OF_i + \sqrt{3}\Delta + \Delta y. \end{aligned} \quad (6)$$

Підрахунок кількості оцінювальних функцій  $OF_{i+1}$  одного знака легко виконати шляхом растрезації субпікселів.

Розроблено метод антиаліайзингу, який оснований на визначенні знаків оцінювальних функцій у додаткових точках, які розміщено на сторонах гексагону рис. 10. За знаками  $OF_{i+1}$  легко ідентифікувати конкретний випадок перетину пікселя траєкторією.

Введемо додаткові точки  $T_1 - T_{12}$  з такими координатами:

$$\begin{aligned} T_1(x, y + \frac{\sqrt{3}}{2}), T_2(x + \frac{1}{2}, y + \frac{\sqrt{3}}{2}), T_3(x + \frac{3}{4}, y + \frac{\sqrt{3}}{4}), T_4(x + 1, y), \\ T_5(x + \frac{3}{4}, y - \frac{\sqrt{3}}{4}), T_6(x + \frac{1}{2}, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), T_7(x, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), T_8(x - \frac{1}{2}, y - \frac{\sqrt{3}}{2}), \\ T_9(x - \frac{3}{4}, y - \frac{\sqrt{3}}{4}), T_{10}(x - 1, y), T_{11}(x - \frac{3}{4}, y + \frac{\sqrt{3}}{4}), T_{12}(x - \frac{1}{2}, y + \frac{\sqrt{3}}{2}). \end{aligned} \quad (7)$$

Для всіх додаткових точок отримано незалежні оцінювальні функції, знаки яких визначають положення траєкторії відносно пікселя.

Для випадку, зображеного на рис. 10, знаки  $OF_4 - OF_7$  від'ємні, а знаки  $OF_8 - OF_{12}$ ,  $OF_1 - OF_3$  додатні.

Перспективний напрямок використання гексагонального растру пов'язують з розробкою та виготовленням світлодіодних дисплеїв на основі технології InGaN. У таких дисплеях пікселі мають форму гексагональних призм з сферичним заокругленням у верхній основі. При цьому інтенсивність світла, яке випромінює піксель, є максимальною в центрі та зменшується в напрямку до границі пікселя. Це приблизно відповідає гаусівській моделі пікселя.

Оскільки модель пікселя, яка використовує функцію Гаусса, характеризується великими обчислювальними витратами, то її використовують тільки у тих випадках, коли до якості крайового згладжування висувають досить жорсткі вимоги. Для задач анталіайзингу використовують об'єм  $V(d)$  тіла, обмеженого поверхнею пікселя, площиною  $xOy$  і площиною, що знаходиться на відстані  $d$  від осі  $Oz$ .

Отримано апроксимаційні формули другого та третього степенів, які відповідно мають такий вигляд:  $V(d) \approx P_2(d) = 0,5 + 2,151d - 2,358d^2$ ,

$$V(d) \gg P_3(d) = 0,496 + 2,288d - 3,074d^2 + 0,956d^3. \quad (8)$$

Абсолютні похибки апроксимації складають відповідно  $7 \cdot 10^{-3}$  і  $5 \cdot 10^{-3}$ .

Розглянуто питання кусково-лінійної апроксимації. Проведено чисельне моделювання, змінюючи кількість сегментів розбиття, їхню довжину та використовуючи на кожному такому сегменті лінійну функцію, що є елементом найкращого чебишовського наближення. Чисельно обчислюючи коефіцієнти апроксимуючих функцій з точністю до  $10^{-3}$ , отримано такий результат:

$$V(d) \approx P_1(d) = \begin{cases} 0,506 + 1,79d, & 0 \leq d < 0,165; \\ 0,636 + 1,008d, & 0,165 \leq d < 0,305; \\ 0,853 + 0,295d, & 0,305 \leq d < 0,5. \end{cases} \quad (9)$$

Абсолютна похибка не перевищує 0,01, що відповідає 1% від максимального рівня інтенсивності. При використанні 256 рівнів інтенсивності похибка не перевищуватиме 2,6 рівня, яку людське око розрізнити не в змозі.

Отримані апроксимаційні вирази для розрахунку об'ємів перетину, вико-

ристовують тільки операції множення та додавання, що дає можливість їх реалізувати апаратно.

У **п'ятому розділі** розглянуто практичну реалізацію моделей, методів і засобів формування графічних примітивів у системах комп'ютерної графіки.

Для формування зображень на гексагональному растрі було розроблено спеціалізований графічний редактор. Для цього було використано технологію Electron, яка дала можливість формувати програмний модуль на мультиплатформі, незалежно від ядерної реалізації та операційної системи. При розробці використано модульний підхід і фреймворк з використанням HTML, CSS і JavaScript.

На рис. 11 наведено зображення інтерфейсу графічного редактора.

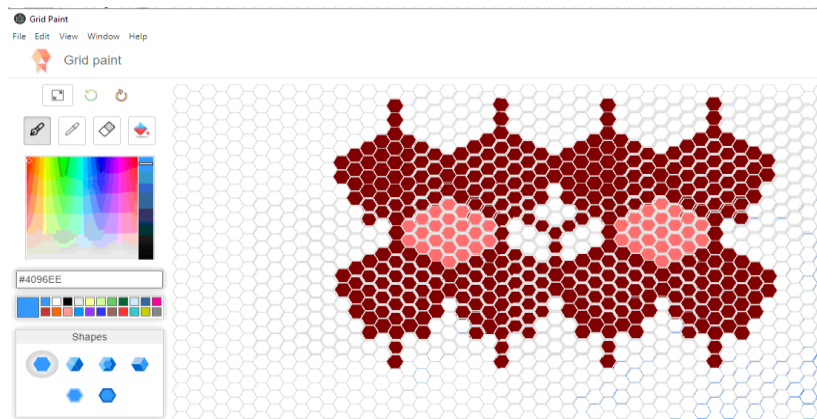


Рисунок 11 – Зовнішній вигляд інтерфейсу

Графічний редактор містить кнопки (рис. 12): пензлик – для формування зображень пікселів заданого кольору, піпетка – для визначення кольору заданої ділянки (пікселя), гумка – для витирання вибраних пікселів, заповнення – працює тільки тоді, коли здійснюється натиснення на гексагон.



Рисунок 12 – Кнопки вибору опцій

Передбачено можливість змінювати параметри гексагонального растру, кольору фону та переднього плану.

Розроблено засоби вибору кольорів пікселів. Для цього передбачено два режими. Перший полягає у виборі кольору шляхом наведення курсора на заданий колір. Другий режим передбачає вибір кольору з палітри кольорів. При цьому, для зручності, відображається код кольору.

Передбачено кнопки, які відповідають за розмір гексагональної сітки (розмір гексагона), відміну останніх змін. Також є кнопка, яка дозволяє повернутися до останніх змін.

У графічному редакторі є можливість переміщення сформованих зображень. Розроблено засоби конвертації зображень для гексагонального растру.



На рис. 13 показано головне вікно програмного застосунку після виконання конвертації, де ліва частина робочої ділянки буде вхідним зображенням, а права – результатом конвертації.

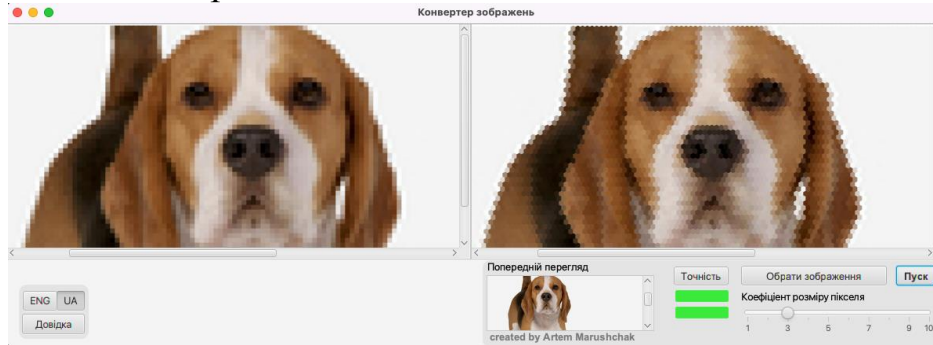


Рисунок 13 – Стан головного вікна після процесу конвертації

Розроблено програмний модуль для формування векторів і кіл, а також для антиаліазингу зображень крокових траєкторій. Додаток реалізовано мовою програмування Java у середовищі розробки IntelliJ IDEA.

Виконано засобами збору проекту Apache Maven з використанням платформи JDK Java і вбудованого середовища розробки IntelliJ IDEA 2022. Для відображення інтерфейсу та результату виконання було використано бібліотеку JavaFX. На рис. 14 наведено зовнішній вигляд панелі налаштування програмного модуля.

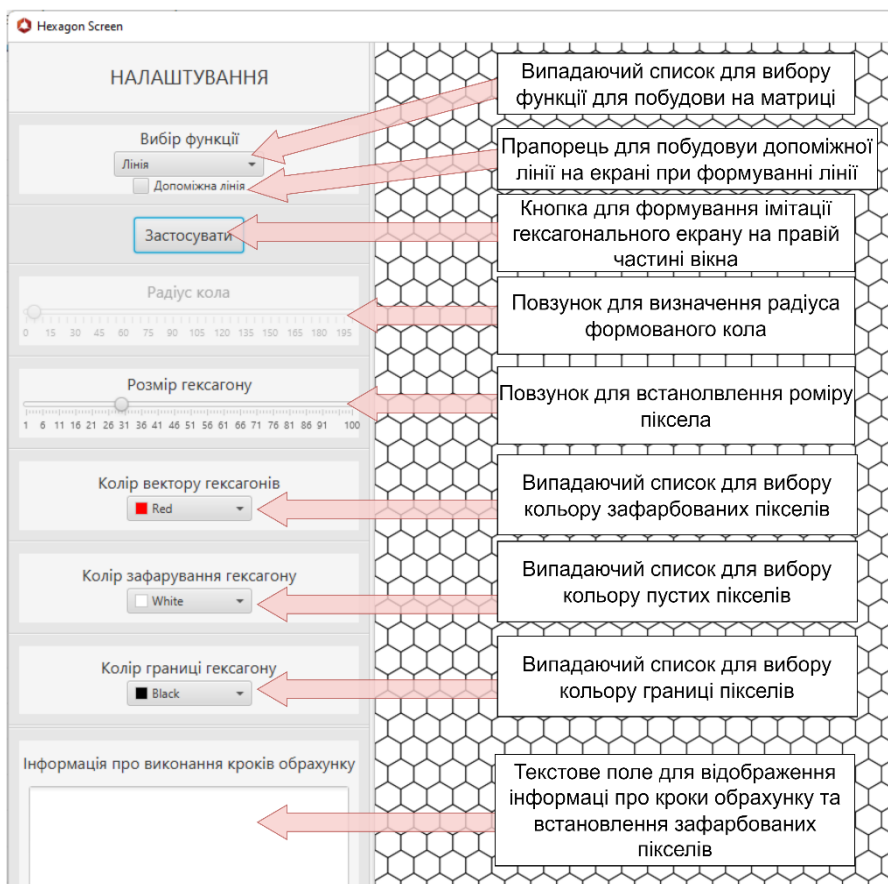


Рисунок 14 – Поля із налаштуваннями

Розроблено структурні схеми лінійних інтерполяторів (рис. 15, 16). Лінійний інтерполятор (див. рис. 15) містить  $RG1$ ,  $RG2$  для зберігання операндів: які використовують для розрахунку  $OF_{i+1}$ ;  $BK$  - блок керування ключами; лічильник  $CT2$  для визначення кінця інтерполяції, мультиплексор  $MX$ , нагромаджувальний суматор  $PSm$ , який містить регістр  $RG$  і комбінаційний суматор  $Sm$ ; регістр ознак  $RGS$ ; блок вихідної логіки для формування переміщень  $OLB$ .

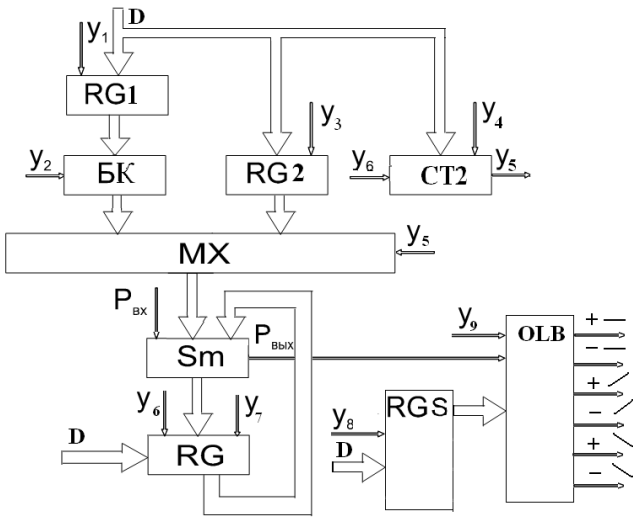


Рисунок 15 – Структурна схема лінійного інтерполятора

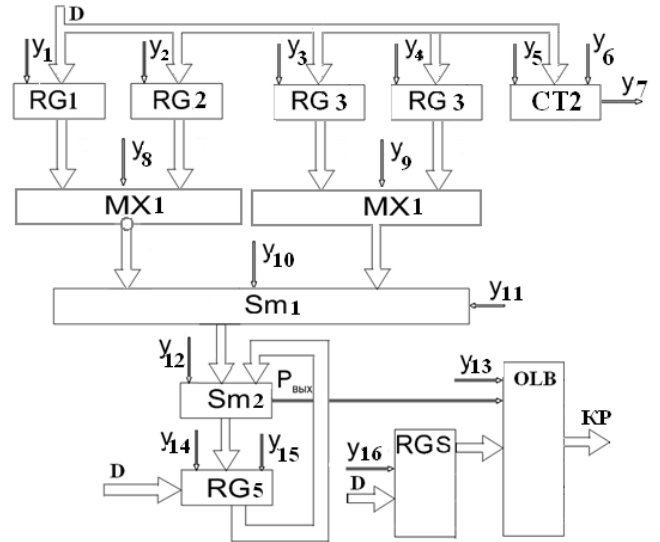


Рисунок 16 – Структурна схема лінійного інтерполятора з формуванням комбінованих пристроїв

Особливість пристрою полягає у використанні для розрахунку простих, з апаратної точки зору, операцій. Базовою мікрооперацією для формування відрізка прямої є нагромаджувальне додавання. На рис. 16 наведено структурну

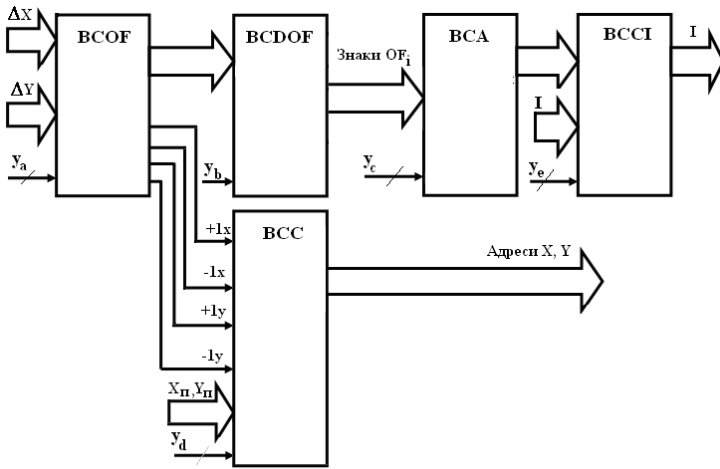


Рисунок 17 – Структурна схема пристрою антиаліазингу

схему лінійного інтерполятора, особливість якого полягає у формуванні подвійних координатних пристроїв, що дає можливість підвищити продуктивність. Пристрій

містить  $RG1, RG2, RG3, RG4$  для зберігання операндів, які використовують для розрахунку оцінювальної функції; лічильник  $CT2$  для визначення кінця інтерполяції; мультиплексори  $MX1, MX2$ ; суматор  $Sm1$ ; нагромаджувальний суматор  $PSm$ , який містить регістр  $RG5$  і комбінаційний суматор  $Sm2$ ;

регістр ознак  $RGS$ ; блок вихідної логіки для формування крокових переміщень  $OLB$ .

Структурну схему пристрою антиаліазингу зображення крокової траєкторії на основі додаткових оцінювальних функцій зображено на рис.17. Пристрій містить блок розрахунку основних оцінювальних функцій VCOF, блок розрахунку додаткових оцінювальних функцій BCDOF, блок координатних лічильників DCC, блок визначення площі ділянки пікселя VCA, блок визначення інтенсивності кольору пікселя BCCI. За значеннями пристроїв  $\Delta x, \Delta y$  розраховується значення основної оцінювальної функції. У блоці розрахунку додаткових оцінюва-

льних функцій визначаються  $OF_1 - OF_{12}$ , за знаками яких ідентифікується випадок перетину пікселя відрізком прямої і визначається інтенсивність кольору.

Розроблено структурну схему кругового інтерполятора. Розроблено алгоритми та програми для формування графічних примітивів, які захищено 4-ма свідоцтвами на реєстрацію авторських прав на комп'ютерні програми.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну задачу, що полягає у підвищенні продуктивності та реалістичності формування графічних зображень на гексагональному растрі за рахунок розробки високопродуктивних методів і засобів.

У ході досліджень було отримано такі результати.

1. На основі проведеного аналітичного аналізу та оцінювання сучасного стану задачі обґрунтовано необхідність розробки методів і засобів формування графічних примітивів на гексагональному растрі.

2. Подальшого розвитку отримав метод оцінювальної функції для формування відрізків прямих на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням в кожному інтерполяційному такті подвійних крокових приростів, що дозволило до двох разів зменшити час лінійної інтерполяції.

3. Вперше запропоновано метод колової інтерполяції на гексагональному растрі, особливість якого полягає у використанні апріорно визначеного стохастичного розподілу крокових приростів залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що дало можливість в 1,7 раза збільшити швидкодію інтерполяції за рахунок прогнозування найбільш вірогідної комбінації кроків.

4. Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих використанням для обчислення площі покриття пікселя додаткових оцінювальних функцій, розрахованих у виділених точках контуру гексагону, що дозволило виконувати антиаліазинг безпосередньо під час формування зображення крокової траєкторії та усунути етап постобробки, і, як наслідок, підвищити продуктивність формування зображення та його реалістичність за рахунок згладження крокової траєкторії.

5. Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням площі покриття пікселя шляхом аналізу знаків оцінювальних функцій в центрах субпікселів, на які розбивається піксель, що дозволило розпаралелити процес антиаліазингу та підвищити його продуктивність. Використання антиаліазингу при формуванні векторних зображень забезпечує підвищення реалістичності за рахунок усунення ступінчатого ефекту.

6. Вперше отриманні співвідношення для визначення типів крокових переміщень для еліпсів і кіл залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що спрощує методи формування примітивів за рахунок вилучення надлишкових обчислень.

7. Отримані характеристики та параметри розроблених засобів підтверджують коректність наукових положень й адекватність запропонованих моделей та методів.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

[1] O. Melnik, O. Romanyuk, and V. Savratsky, *Applying of hexagonal raster in image formation. Monography*, Boston, USA, 2020.

[2] S. O. Romanyuk, S. V. Pavlov, and O. V. Melnyk, “New method to control color intensity for antialiasing”, *Control and Communications (SIBCON)*, 2015 International Siberian Conference on 02 July 2015, DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147194.

[3] О. Н. Романюк, О. В. Романюк, та О. В. Мельник, “Формування відрізків прямих на гексагональному растрі”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*, № 2, с. 69-72, 2016.

[4] О. Н. Романюк, та О. В. Мельник, “Особливості використання гексагонального растра при побудові пристроїв відображення”, *Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»*, Хмельницький, №3 (56), с. 105-109, 2016.

[5] О. Н. Романюк, О. В. Романюк, та О. В. Мельник, “Реалізація кругової інтерполяції при використанні гексагонального растру”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*, № 1(24), с. 53-58, 2017.

[6] О. Н. Романюк, І. В. Абрамчук, та О. В. Мельник, “Визначення типів крокових приростів для побудови кола на гексагональному растрі”, *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки*, Хмельницький, ХНУ, №3(249), с. 172-176, 2017.

[7] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, І. В. Абрамчук, та Н. С. Костюкова, “Особливості формування еліпсів на гексагональному растрі”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*, № 1(26), с. 86-90, 2018.

[8] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та С. І. Вяткін, “Класифікація методів антиаліайзингу”, *Вісник Херсонського національного технічного університету*, Херсон, ХНТУ, №3(50), с. 154-159, 2014 р.

[9] O. N. Romanyuk, A. V. Melnik, A. P. Goncharuk, and Y. L. Lyashenko, “Effective Models for the Specular Color Constituent Computing”, *Journal of Computer Science and Engineering*, Volume 2, Issue 2, pp. 25-29, august 2010.

[10] O. Romanyuk, S. Pavlov, O. Melnyk, S. Romanyuk, A. Smolarz, and M. Bazarova, “Method of anti-aliasing with the use of the new pixel model”, *Optical Fibers and Their Applications*, Lublin, Poland, pp. 274-278, 2015. <https://doi.org/10.1117/12.2229013>.

[11] О. Н. Романюк, М. С. Курінний, О. В. Мельник, та Н. С. Костюкова, “Високопродуктивна конусна модель пікселя для антиаліайзингу відрізків прямих”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*, Випуск 14(188), Донецьк, с. 216-220, 2011.

[12] О. Н. Романюк, М. С. Курінний, О. В. Мельник, та С. В. Олійник, “Кругова модель пікселя для задач антиаліайзингу”, *Наукові праці Донецького*

національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка», Випуск 15(203), Донецьк, с. 90-94, 2012.

[13] О. Н. Романюк, М. С. Курінний, та О. В. Мельник, “Антиаліайзинг зображення відрізків прямих з використанням нової моделі пікселя”, *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. Міжнародний науково-технічний журнал*. №2(20), с. 30-35, Вінниця, ВНТУ, 2010.

[14] О. Н. Романюк, О. В. Романюк, та О. В. Мельник, “Метод антиаліайзингу зображень відрізків прямих з використанням додаткових оцінювальних функцій”, *Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»*, Хмельницький, ХНУ, №2 (47), с. 210-214, 2014.

[15] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, І. В. Абрамчук, та О. О. Дудник, “Модифікація гаусівської моделі пікселя для задач антиаліайзингу”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*. № 1, с. 84-88, 2015.

[16] О. Н. Романюк, С. О. Романюк, О. В. Мельник, та Д. А. Озерчук, “Особливості формування еліпсів, повернутих на заданий кут, на гексагональному растрі”, *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка»*, № 2(31), с. 23-28, 2020.

[17] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, С. В. Котлик, С. О. Романюк, та Р. Ю. Чехмestрук, “Методи підвищення продуктивності формування векторів на гексагональному растрі”, *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*, Volume 14, Issue 3, с. 27-36, 2022.

[18] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та В. А. Шмалюх, “Метод прискореної кругової інтерполяції на гексагональному растрі”, *Вісник ВПІ*, № 2, с. 81–88, 2023.

[19] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, С. О. Романюк, Т. І. Коробейнікова, та О. П. Прозор, “Антиаліайзинг зображення крокової траєкторії відрізка прямої на гексагональному растрі”, *Modern engineering and innovative technologies*, Issue 22, Part 1, с. 113-121, 2022. DOI: 10.30890/2567-5273.2022-22-01-043

[20] С. О. Романюк, О. Н. Романюк, С. В. Павлов, та О. В. Мельник, “Модель для відтворення спекулярної складової кольору в засобах комп’ютерної графіки”, *Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія*, ВНТУ, №3(34), с. 50-57, 2015.

[21] О. Н. Романюк, Ю. О. Панфілова, та О. В. Мельник, “Використання гексагонів у комп’ютерних іграх” на *XLIX науково-технічній конференції підрозділів ВНТУ*, Вінниця, 27-28 квітня 2020 р. [Електронний ресурс]. Доступно: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fitki/all-fitki-2020/paper/view/10431>. Дата звертання: 01.11.2023.

[22] С. О. Романюк, О. В. Мельник, та І. Г. Бабій, “Антиаліайзинг дуги кола з використанням модифікованої оцінювальної функції”, на *II Всеукраїнській науково-технічній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Інформаційні управляючі системи та комп’ютерний моніторинг”*, Донецьк, ДонНТУ, 2011, с. 37-41.

[23] О. Н. Романюк, та О. В. Мельник, “Морфологічний антиаліайзинг для гексагонального растру”, на *III Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук»*, Київ, 28-29 жовтня 2016, с. 112-115.

[24] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та О. В. Стукач, “Моделювання гексагонального растра на квадратному растрі”, на *VII Міжнародній науково-технічній конференції «Моделювання і комп’ютерна графіка»*, Київ, 18-24 вересня 2017, с.18-24.

[25] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та Ю. О. Панфілова, “Використання гексагонального растру в комп’ютерних іграх”, на *XII Міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційні комп’ютерні технології – 2021 (ІКТ-2021)»*, Житомир: Житомирська політехніка, 1-3 квітня 2021, с. 5-6.

[26] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та Ю. О. Панфілова, “Формування параболи на гексагональному растрі”, на *Міжнародній науково-практичній Інтернет конференції «Електронні інформаційні ресурси: створення, використання, доступ»*, Суми-Вінниця, 9-10 листопада 2021, с. 196-198.

[27] О. Н. Романюк, О. В. Романюк, О. В. Мельник, та Р. Ю. Чехместрук, “Суперсемплінг зображень, сформованих на гексагональному растрі”, in *Modern research in world science Proceedings of the 3rd International scientific and practical conference. SPC “Sci-conf.com.ua”*, Lviv, Ukraine, 2022, pp. 517-522.

[28] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та Л. Г. Коваль, “Використання гексагональних комірок у видавничій справі”, на *V Міжнародній науковій конференції «Інформація, комунікація та управління знаннями в глобалізованому світі»*, Київ, 23-24 червня 2022, с. 45-47.

[29] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, та В. А. Шмалюх, “Розробка застосування для формування відрізків на гексагональному растрі”, на *Всеукраїнській науково-практичній інтернет-конференції «Молодь в науці: дослідження, проблеми, перспективи»*, Вінниця, 2022, с 1-7.

[30] О. Н. Романюк, М. Д. Захарчук, О. В. Мельник, О. В. Романюк, та С. В. Котлик “Аналіз гексагональних ігор”, на *II Всеукраїнській науково-технічній конференції молодих вчених, аспірантів та студентів “Комп’ютерні ігри та мультимедіа як інноваційний підхід до комунікації”*, Одеса, 29-30 вересня 2022, с. 139-143.

[31] О. Н. Романюк, М. В. Козубенко, О. В. Мельник, та С. В. Котлик, “Використання гексагонального растру в картографії”, на *XV Міжнародній науково-практичній конференції Інформаційні технології і автоматизація – 2022*, Одеса, 20-21 жовтня 2022, с. 30-33.

[32] О. Н. Романюк, О. В. Романюк, та О. В. Мельник, “Програмна реалізація графічного редактора на гексагональному растрі”, in *The 8th International scientific and practical conference “Modern research in world science”*, (October 29-31, 2022) SPC “Sci-conf.com.ua”, Lviv, Ukraine, 2022, pp. 389-392.

[33] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, Р. Ю. Чехместрук, та В. А. Шмалюх, “Програмний модуль для формування кіл на гексагональному растрі”, in *The 12th International scientific and practical conference “Modern research in world*

*science*”, (February 26-28, 2023) SPC “*Sci-conf.com.ua*”, Lviv, Ukraine, 2023, pp. 326-332.

[34] О. В. Мельник, “Формування кола незалежними оцінювальними функціями”, на XXXI Міжнародній науково-практичній конференції *MicroCAD-2023*, Харків, 2023, с. 1187-1188.

[35] О. В. Мельник, “Стохастичний розподіл комбінованих крокових пристроїв при формуванні кіл на гексагональному растрі” на *Scientific Research and Innovation: Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Internet Conference*, Дніпро, 2023, с. 247-249.

[36] О. Н. Романюк, О. В. Мельник, Р. Ю. Чехмestрук та С. О. Романюк, “Основні співвідношення гексагонального растру”, на VII Міжнародній науково-практичній конференції *Інформаційні технології в культурі, мистецтві, освіті, науці, економіці та бізнесі*, Київ, 2022, с. 59-61.

[37] О. Н. Романюк, В. А. Шмалюх, та О. В. Мельник, “Дисплейні технології формування гексагонального растру в сучасних пристроях відображення інформації”, in *Global Society in Formation of New Security System and World Order: Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Internet Conference*, July 27-28, 2023, Dnipro, Ukraine, с. 341-344.

[38] О. Н. Романюк, М. С. Курінний, О. В. Мельник та Ю. Л. Ляшенко, “Комп’ютерна програма «Програма для антиаліаїзingu кривих другого порядку заданих рівнянням у загальній формі з використанням нового методу мультисемплінгу», *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №35655* від 11.11.2010.

[39] О. Н. Романюк, О. В. Мельник та В. М. Чорний, “Комп’ютерна програма “Формування відрізків прямих з використанням для антиаліаїзingu моделі пікселя у вигляді додекагона”, *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №57041* від 17.10.2014.

[40] О. В. Мельник, “Комп’ютерна програма для формування відрізків прямих на гексагональному растрі”, *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №74884* від 21.11.2017.

[41] О. Н. Романюк, О. В. Мельник та О. О. Дудник, “Комп’ютерна програма для формування дуг кіл на гексагональному растрі”, *Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №74925* від 22.11.2017.

## АНОТАЦІЯ

**Мельник О. В. Методи та засоби формування графічних примітивів на гексагональному растрі. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.05 «Комп’ютерні системи та компоненти». – Вінницький національний технічний університет. – Вінниця, 2023.

У дисертаційній роботі вирішено актуальну науково-прикладну задачу, що полягає в розробці високопродуктивних методів і засобів формування графічних примітивів на гексагональному растрі.

На основі проведеного аналітичного аналізу та оцінювання сучасного стану задачі обґрунтовано необхідність розробки методів і засобів формування графічних примітивів на гексагональному растрі.

Подальшого розвитку отримав метод оцінювальної функції для формування відрізків прямих на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням в кожному інтерполяційному такті подвійних крокових приростів, що дозволило до двох разів зменшити час лінійної інтерполяції.

Отримано співвідношення для визначення типів крокових переміщень для еліпсів і кіл залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що спрощує методи формування примітивів за рахунок вилучення надлишкових обчислень.

Вперше запропоновано метод кругової інтерполяції на гексагональному растрі, особливість якого полягає у використанні апріорно визначеного стохастичного розподілу крокових приростів залежно від ділянки формування крокової траєкторії, що дало можливість в 1,7 збільшити швидкодію інтерполяції за рахунок прогнозування найбільш вірогідної комбінації кроків.

Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих використанням для обчислення площі покриття пікселя додаткових оцінювальних функцій, що дозволило виконувати антиаліазинг безпосередньо під час формування зображення крокової траєкторії та усунути етап постобробки, і, як наслідок, підвищити продуктивність формування зображення згладженої траєкторії формування зображення та його реалістичність за рахунок згладження крокової траєкторії.

Подальшого розвитку отримав метод антиаліазингу векторів на гексагональному растрі, який відрізняється від відомих визначенням площі покриття пікселя шляхом визначення знаків оцінювальних функцій в центрах субпікселів, на які розбивається піксель, що дозволило розпаралелити процес антиаліазингу та підвищити його продуктивність.

Отримані характеристики та параметри розроблених засобів підтверджують коректність наукових положень й адекватність запропонованих моделей та методів.

На основі запропонованих методів і моделей розроблено засоби та систему формування графічних примітивів на гексагональному растрі.

**Ключові слова:** гексагональний растр, оцінювальна функція, лінійна інтерполяція, кругова інтерполяція, еліптична інтерполяція, крокова траєкторія, гексагон, антиаліазинг.

## ABSTRACT

**Melnyk O. V. Methods and means of forming graphic primitives on a hexagonal grid. – Qualifying scientific paper as a manuscript.**

Thesis for PhD degree in technical sciences on specialty 05.13.05 "Computer systems and components". – Vinnytsia National Technical University. – Vinnytsia, 2023.

The thesis solves an actual scientific and applied problem, which consists in the development of high-performance methods and means of forming graphic primitives on a hexagonal grid.

In connection with the increase in the productivity of graphic tools, the issue of increasing the realism of image formation in order to more accurately reproduce real



objects and processes is particularly acute. One of the cardinal directions is related to increasing the resolution capacity of screens. To increase the number of pixels on the screen, a hexagonal raster is often used instead of a square raster. Discrete representation of curves on a hexagonal grid better conveys the shape of the trajectory.

When using the hexagonal pixel model, the number of points on the screen increases, which implies the use of a larger number of pixels for the formation of primitives, which affects the speed of primitive formation. Interpolation methods on a hexagonal grid are more complex compared to using a square grid. This is explained by the different ordinate dimensions of the hexagonal pixel.

Improving the performance of methods and means of forming images on a hexagonal raster is important in the generation of dynamic graphic images and in an interactive mode, when it is assumed that the user can influence the process of image formation in real time. The high speed of creating graphic scenes is necessary for hexagonal games, which have become widespread.

At this stage of the development of computer graphics, the development of new high-performance methods and means of forming realistic images is an important task, since traditional methods and means do not always provide the necessary performance for the dynamics of images.

On the basis of the analytical analysis and evaluation of the current state of the problem, the necessity of developing methods and means of forming graphic primitives on the hexagonal grid is substantiated.

The areas of use of the hexagonal raster, pixel models, methods of forming graphic primitives and their anti-aliasing are analyzed.

Analytical dependencies between the elements of the hexagonal raster were obtained for further use in the development of methods for forming graphic primitives.

Features of the step-by-step formation of line segments on a hexagonal grid are considered. Formulas for calculating evaluation functions are derived. The peculiarities of the formation of straight line segments for the characteristic sections into which the coordinate space is divided are considered. To increase the accuracy of the formation of the step trajectory, it is proposed to use the initial value of the evaluation function, which allows to symmetrize the error within the digital segment.

The method of the evaluation function for forming segments of straight lines on the hexagonal grid, which differs from the known ones in the definition of double step increments in each interpolation cycle, was further developed, which made it possible to reduce the time of linear interpolation up to two times.

It is proposed to use two independent evaluation functions to form step trajectories of straight line segments. One of them is used to form even points of the trajectory, and the other is used for odd points of the step trajectory.

For the first time, we obtained ratios for determining the types of step movements for circles and ellipses depending on the area of the step trajectory formation, which simplifies the methods of forming ellipses by eliminating redundant calculations.

The estimation function method for forming circles on a hexagonal grid has

been modified.

For the first time, a method of circular interpolation on a hexagonal grid was proposed, the feature of which is the use of a priori defined stochastic distribution of step increments depending on the area of step trajectory formation, which made it possible to reduce the speed of interpolation by 1.7 by predicting the most likely combination of steps.

The method of anti-aliasing vectors on a hexagonal raster was further developed, which differs from the known ones in the use of additional evaluation functions for calculating the pixel coverage area, which made it possible to perform anti-aliasing directly during the formation of the step trajectory image and eliminate the post-processing stage, and, as a result, to increase the performance of the smoothed image formation trajectories

The method of anti-aliasing vectors on a hexagonal raster was further developed, which differs from the known ones by determining the pixel coverage area by taking into account the signs of the evaluation functions in the centers of the subpixels into which the pixel is divided, which made it possible to parallelize the anti-aliasing process and increase its performance.

A modification of the Gaussian pixel model is proposed, which does not require the use of pre-calculated cross-sectional volume values.

Approximate expressions for calculating cross-sectional volumes using only multiplication and addition operations have been obtained, which makes it possible to implement them in hardware.

A graphic editor for forming graphic images on a hexagonal raster has been developed. The editor has enough functionality to create images on a hexagonal grid.

A suitable convector has been developed to convert images from a rectangular to a hexagonal raster.

The program has developed means for forming segments of straight lines and circles on a hexagonal grid. Structural diagrams of devices for forming graphic primitives on a hexagonal grid, as well as for anti-aliasing images of step trajectories, have been developed

The achieved characteristics and parameters of the developed tools confirm the correctness of scientific provisions and the adequacy of the proposed models and methods.

**Keywords:** hexagonal raster, evaluation function, linear interpolation, circular interpolation, elliptical interpolation, step trajectory, hexagon, anti-aliasing.

Підписано до друку 11.01.2024 р. Формат 21x29.7 1/4.  
Наклад 100 прим. Зам. № 2024-125.  
Віддруковано в інформаційному редакційно-видавничому центрі  
Вінницького національного технічного університету.  
м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95. Тел.: 65-18-06  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК №3516 від 01.07.2023 р.