



Л. К. Поліщук

**ВЕРСТАТНІ КОМПЛЕКСИ  
ПРОЕКТУВАННЯ РОБОТІВ  
ТА МАНІПУЛЯТОРІВ**

Частина 1

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**Л. К. Поліщук**

**Верстатні комплекси.  
Проектування роботів та маніпуляторів  
Частина 1**

**Навчальний посібник**

Вінниця  
ВНТУ  
2018

УДК 62–52  
П50

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 12 від 26.06.2018 р.)

Рецензенти:

**І. Є. Грицай**, доктор технічних наук, професор

**І. П. Паламарчук**, доктор технічних наук, професор

**Л. Г. Козлов**, доктор технічних наук, доцент

**Поліщук, Л. К.**

П50 Верстатні комплекси. Проектування роботів та маніпуляторів. Частина 1 : навчальний посібник / Поліщук Л. К. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 132 с.

У посібнику розглянуто загальні відомості про роботів та маніпулятори, методи зниження інтенсивності механічних коливань, особливості розрахунку захватних пристроїв, механічних передач, кулачкових і важільних механізмів та застосування зрівноважувальних механізмів. Наведено аналіз механізмів роботів на точність та методи її підвищення.

Посібник призначено для студентів машинобудівних спеціальностей, які вивчають дисципліни «Металорізальні верстати, проектування роботів та обладнання автоматизованого виробництва» і «Проектування роботів та маніпуляторів».

УДК 62–52

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 Загальні положення про роботів. ....	8
1.1 Структура і складові елементи ПР.....	8
1.2 Класифікація ПР.....	10
1.3 Механічні системи та приводи ПР.....	13
РОЗДІЛ 2 Загальні питання конструювання роботів .....	17
2.1 Основні принципи проектування роботів .....	17
2.2 Агрегатно-модульній принцип проектування .....	19
2.3 Технічні вимоги та параметри ПР.....	23
РОЗДІЛ 3 Методи зниження інтенсивності механічних коливань ПР .....	25
3.1 Основні методи зниження інтенсивності коливань механічної системи ПР.....	25
3.2 Віброзахист і віброізоляція ланок ПР.....	26
3.3 Динамічні гасителі коливань.....	29
3.4 Демпфірування коливань в конструкції робота .....	31
3.5 Запровадження додаткових сигналів в закон керування приводами ПР.....	33
РОЗДІЛ 4 Проектування і розрахунок захватних пристроїв промислових роботів.....	35
4.1 Призначення і основні вимоги до захватних пристроїв. Типи приводів захватних пристроїв .....	35
4.2 Конструктивні і розрахункові схеми захватних пристроїв, принципи їх роботи .....	36
4.3 Алгоритм проектного розрахунку ЗП.....	40
РОЗДІЛ 5 Зубчасті передачі в промислових роботах.....	48
5.1 Типи зубчастих передач, що застосовують в ПР, їх розрахунок.....	48
5.2 Циліндричні зубчасті передачі .....	48
5.3 Розрахунок конічних зубчастих передач.....	71
РОЗДІЛ 6 Проектування черв'ячних передач .....	80
6.1 Вибір матеріалу для черв'ячних передач .....	80

6.2 Розрахунок черв'ячних передач .....	81
6.3 Вибір допустимих напружень .....	82
6.4 Розрахунок черв'ячних передач .....	85
РОЗДІЛ 7 Особливості використання передач гвинт-гайка з тертям ковзання в ПР.....	92
7.1 Особливості використання передачі гвинт-гайка з тертям кочення в ПР .....	92
7.2 Проектування гвинтових передач .....	94
РОЗДІЛ 8 Проектування і розрахунок кулачкових і важільних механізмів.....	98
8.1 Кулачкові механізми, їх конструкція і розрахунок.....	98
8.2 Особливості кінематичного розрахунку плоских важільних механізмів, що використовують в ПР.....	99
8.3 Особливості динамічного аналізу плоских важільних механізмів, що застосовують в ПР .....	101
8.4 Особливості розрахунку просторових важільних механізмів .....	105
РОЗДІЛ 9 Передачі гнучкими ланками, їх застосування в ПР і розрахунок.....	116
9.1 Особливості застосування і розрахунок ланцюгових передач .....	116
9.2 Особливості застосування і розрахунок зубчасто-пасових передач.....	117
РОЗДІЛ 10 Зрівноважувальні механізми .....	121
10.1 Загальні положення про зрівноважувальні механізми .....	121
10.2 Вантажні і пружинні механізми зрівноважування .....	122
10.3 Активне зрівноваження за допомогою пневматичного силового циліндра.....	124
10.4 Електромагнітні зрівноважувальні пристрої .....	125
РОЗДІЛ 11 Аналіз робочих механізмів на точність та методи її підвищення .....	127
11.1 Джерела та види похибок. ....	127
11.2 Методи визначення і розрахунку похибок. ....	128

## ВСТУП

Застосування гнучких виробничих систем (ГВС) за комплексної автоматизації виробництва тісно пов'язано з впровадженням *промислових роботів* (industrial robots) (ПР). В зв'язку з цим в науці та техніці в 60-х роках минулого сторіччя швидко сформувався новий самостійний напрямок – робототехніка, основним завдання якої є створення і застосування роботів та робото-технічних систем.

Роботи покликані вивільняти людину від одноманітної, монотонної нетворчої праці, також замінити її в надскладних умовах роботи та шкідливих для здоров'я. Так у промисловості, на завантажувально-розвантажувальних роботах зайнято 17 – 25% від усіх допоміжних робочих.

*Застосування ПР дозволяє:*

- ліквідувати нестачу робочої сили та зменшити витрати на її використання;

- підвищити продуктивність обладнання та праці робочих (1,5... 2 рази);
- покращити умови та безпеку праці робочих, підвищити їхній інтелектуальний рівень;

- підвищити якість продукції, що випускається, за рахунок оптимізації та автоматизації технологічних процесів;

- комплексно автоматизувати не тільки масове, але й малосерійне та серійне виробництво, які випускають 75 ... 80% всієї продукції.

Слово *«робот»* започаткував К. Чапек, використавши його в опублікованій у 1920 р. п'єсі «R.U.R.» (Румунські універсальні роботи). Термін утворено від чеського слова *«robota»* – що означало важку підневільну працю механічного робочого. Американський вчений письменник - фантаст Айзек Азімов в оповіданні «Приблуда», яке опубліковане в 1942 році, запровадив термін *«роботикс»* (робототехніка) і сформував *три* знамениті закони робототехніки:

- робот не має чинити шкоду людині, чи своєю бездіяльністю дозволити, щоб людині були нанесені збитки;

- робот має виконувати накази людини, за винятком тих випадків, коли вони призводять до порушення першого закону;

- робот має захищати себе, якщо це не порушує першого та другого закону.

Необхідно зазначити, що ще в XVII... XVIII ст. умільці створювали «механічних людей», здатних відтворювати прості рухи, гру на музичних інструментах, писати і малювати.

Попередники сучасних ПР – пристрої для маніпулювання на відстані об'єктами, безпосередній контакт з якими небезпечний чи неможливий для

людини, були створені ще в 40-х та 50-х рр. минулого сторіччя і використовувалися в ядерних дослідженнях та ядерній промисловості.

В 1954 Дж. Дівол запатентував в США конструкцію машини, яка вважається першим промисловим роботом.

На початку 60-х років американські фірми «Юнімейшн» та «АРФ Версатрон» розпочали виробництво ПР.

В інших країнах виробництво ПР розпочали дещо пізніше і загалом за ліцензіями США: Великобританія – в 1967 р., Японія і Швеція – в 1968, ФРН – в 1972, Італія – в 1973 р.

В 1966 р. в інституті ЕНІКмаш (Воронеж) розроблено перший автоматичний маніпулятор з простим цикловим керуванням для перенесення та укладання металевих листів. Перші ПР з позиційним керуванням були створені в 1971 р. Це – УМ-1 (під керівництвом М. П. Беяніна та Б. Ш. Розіна) , «Універсал-50» (під керівництвом Б. М. Сурніна та О. В. Бабіча), та УПК-1. В 1968 р. за ініціативою Інституту океанології АН СРСР разом з Ленінградським політехнічним інститутом та іншими ВНЗ був створений телекерований від ЕОМ підводний робот «Манта» з чутливим захватним пристроєм, а в 1971 р. – його модернізований варіант з системами технічного зору та телеметрії. В 1979 р. на Петродворцовому годинниковому заводі створено комплексно-автоматизований складальний цех механізмів наручних годинників, в якому широко застосовувались міні-роботи. У 1980 р. в СРСР було виготовлено 1,4 тис. шт. ПР, а в 1987 – 14,1 тис. шт. Потреба підприємств у ПР на 1990 р. становила 375 тис. шт.

Сучасні можливості робототехніки та її досягнення демонструються на щорічній міжнародній виставці в Йокогамі (Японія). Так, відома фірма «Honda», в 2002 році експонувала робота-робітника HRP, зріст якого 154 см. Робот « $\pi$ -3», який здатний виконувати функції, подібні до рухів людини та підтримувати розмову в діалоговому режимі, що встановлений в головному офісі цієї фірми з 1997 року, є досить наближеним аналогом людини за функціональними та інтелектуальними можливостями.

Робототехніка останнім часом набула стрімкого розвитку, випереджуючи за своїми можливостями потреби існуючих виробництв та інших сфер діяльності людини. Наприклад, компанія Mayfield Robotics на щорічній виставці CES 2017 презентувала інтелектуальний робот Kuri, який відкликається на голос хазяїна, чує його у кімнаті незалежно від місця свого розташування. Його оснащено вбудованими чотирма мікрофонами, Bluetooth і Wi-Fi модулями, у очі вмонтовані камери високої роздільної здатності, які дозволяють плавно переміщуватися площиною, обминати різні перепони уникати падіння з висоти.

Японські фірми ( наприклад, NEC System Technologies) продовжують створення людиноподібних роботів. Вони майже подібні до людей і вмють готувати харчі та коктейлі, бути партнерами по танцях тощо. У Гонконзі в

2017 році створено найсучасніший робот з штучним інтелектом, який назвали Софія. Вона має гарне жіноче обличчя, а також наділена 60 емоціями, здатна підтримувати тривалий діалог на різні теми з співрозмовником.

Значна увага приділяється створенню військових роботів – бойових систем майбутнього, які призначені для ведення розвідки, перенесення вантажів, розмінування, прицільних стрільб.

Використання робототехнічних виробів у різних напрямках діяльності людини з кожним роком розширюється.





## ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРО РОБОТІВ

### 1.1 Структура і складові елементи ПР

Структура робота, що взаємодіє з навколишнім середовищем (НС) та людиною-оператором, спрощено може бути проілюстрована схемою, що наведена на рис. 1.1.

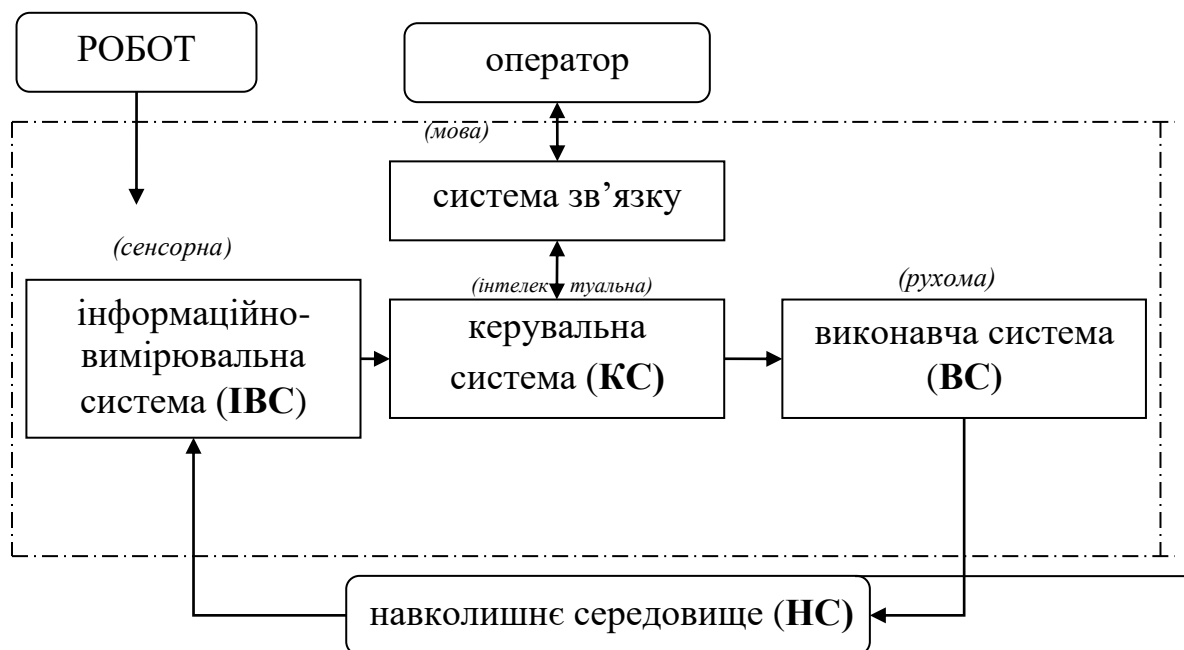


Рисунок 1.1 – Узагальнена структура робота

Згідно зі схемою робот складається з чотирьох систем: виконавча або рухома (ВС); керувальна або інтелектуальна (КС); інформаційно-вимірювальна або сенсорна (ІВС) та система зв'язку або мова робота (СЗ). До навколишнього середовища (НС) відноситься технологічне обладнання, об'єкти маніпулювання, перешкоди в робочій зоні.

ВС – призначена для відпрацювання керувальних сигналів, що сформовані керувальною системою. Виконавчою системою у роботах є механічні маніпулятори, пристрої переміщення, електромагнітні та пневматичні маніпуляційні пристрої.

ІВС – призначена для сприйняття та перетворення інформації про

стан навколишнього середовища, результати його взаємодії з ВС та стану самого робота відповідно до потреб керувальної системи. Елементами ІВС є теле- та оптико-електронні пристрої, лазерні та ультразвукові далекоміри, давачі тощо.

КС – формує закон керування для ВС на підставі сигналів зворотного зв'язку від ІВС, організує спілкування робота з оператором відповідною мовою, планує дію робота та приймає цілеспрямовані рішення. КС створюється на базі ЕОМ чи мікропроцесорів.

СЗ – призначена для обміну інформації між роботом, оператором, іншими роботами, функціональними пристроями. Інформація від оператора надходить через пункт керування, а від робота до оператора – у формі світлових чи звукових сигналів та передається через табло, цифрові індикатори, дисплеї, монітори, синтезатори мови, та ін.

Залежно від призначення та задач, що розв'язуються, роботи розподіляються на два великих класи: *виробничі* та *пошукові*.

*Виробничі роботи* призначені для виконання фізичної роботи, а також окремих видів трудомістких, напружених та стомлюючих розумових робіт (проектування, інформаційне забезпечення, керування).

*Виробничі роботи* підрозділяються на: промислові, транспортні, будівельні, сільськогосподарські, побутові та ін.

*Пошукові роботи* призначені для пошуку, збирання, переробки та передачі інформації про досліджувані об'єкти.

Такими об'єктами є – космос, океанічні глибини, надра Землі, зони обслуговування термоядерного енергетичного обладнання та ін.

Найбільше розповсюдження отримали **промислові роботи** (*industrial robots*) (ПР), особливо в ковальсько-штампованому, зварювальному виробництві, механообробному, складальних операціях, нанесенні покриття та оздоблюванні поверхонь, автоматизації транспортно-складських робіт.

Згідно ГОСТ 25686-85 ПР – це автоматична машина, стаціонарна чи рухома, що складається з виконавчого пристрою у вигляді маніпулятора, який має декілька ступенів рухомості, та перепрограмованого пристрою програмного керування для виконання у виробничому процесі рухомих та керувальних функцій.

**Маніпулятор** (*manipulator*) (ГОСТ 25686-85) – це керувальний пристрій чи машина для виконання рухомих функцій, що аналогічні функціям руки людини у просторі, який оснащений робочим органом.

**Робочий орган** (*your body*) – це складова частина виконавчого пристрою ПР для безпосереднього виконання технологічних операцій чи допоміжних переходів.

**Пристрій керування** (*control unit*) ПР – складова частина робота для формування та видачі керувальних дій виконуючому пристрою у згідно з керувальною програмою.

**Перепрограмованість** (*reprogramming*) (ГОСТ 25686-85) – це властивість ПР змінювати керуючу програму автоматично чи за допомогою людини-оператора.

Складові елементи промислового робота з конструктивної точки зору наведені на рис. 1.2, з якого видно, що функціонально він складається з двох пристроїв – виконавчого та керування. Конструктивне виконання ПР залежить від багатьох факторів як суб'єктивних так і об'єктивних, наприклад, його призначення, виду технологічного обладнання, характеру технологічного процесу, технічних вимог, наявності та рівня комплектуючих виробів тощо.



Рисунок 1.2 – Складові елементи ПР

## 1.2 Класифікація ПР

Згідно з ГОСТ 25685-83 «Роботи промислові. Класифікація» всі ПР незалежно від конкретного призначення підрозділяються за ознаками спеціалізації на універсальні, спеціалізовані та спеціальні.

**Універсальні** (*universal*) ПР призначені для виконання різних технологічних операцій і можуть працювати з різними групами моделей технологічного обладнання.

**Спеціалізовані** (*specialty*) ПР мають більш вузьке призначення і можуть виконувати технологічні операції певного виду з окремо визначеною групою моделей технологічного обладнання.

**Спеціальні** (*special*) ПР можуть виконувати тільки одну операцію з окремою моделлю технологічного обладнання.

За видом виконуваних *технологічних операцій* ПР розподіляються на *основні*, що здійснюють основні технологічні операції і *допоміжні*, які виконують допоміжні технологічні операції щодо обслуговування технологічного обладнання. Основні роботи відносяться до основного технологічного обладнання, а допоміжні – до засобів автоматизації.

Для більш детальної класифікації використовуються такі ознаки як спеціалізація, вид технологічних операцій, вантажопідйомність, число ступенів рухомості, можливість пересування, спосіб установки на робочому місці, вид системи координат, вид привода, вид керування (рис. 1.3):

Окрім того ПК ПР часто застосовують для керування технологічним обладнанням, яке працює сумісно з ПР.

Згідно з назвами поколінь роботів розрізняють такі ПК ПР:

- **програмні** (*software*) (1-ше покоління ПР) – це пристрої, що здійснюють керування виконавчою ланкою за завчасно введеною програмою, яка залишається незмінною під час процесу реалізації;

- **адаптивні** (*adaptive*) (2-ге покоління ПР) – це пристрої, що здійснюють керування виконавчою ланкою в функції від контрольованих параметрів стану навколишнього середовища і ПР з автоматичною зміною керувальної програми;

- **інтелектуальні** (*intellectual*) чи **інтегральні** (*integrated*) (3-тє покоління ПР) – це такі пристрої, в яких адаптивні властивості розвинені і доповнені здатністю планувати поведінку ПР залежно від відповідних задач, критеріїв якості, власного стану зовнішнього середовища.

- За способом керування розрізняють ПР:

- **циклового керування** (*cyclic control*) – керувальний рух робочого органу ПР визначається тільки положенням початкової і кінцевої точок;

- **позиційного керування** (*positional control*) – керувальний рух робочого органу ПР відбувається за заданими точками позиціонування при відсутності контролю траєкторії руху між ними;

- **контурного керування** (*contouring control*) – керувальний рух робочого органу ПР відбувається за заданою траєкторією з встановленою за відрізками часу швидкістю.

ПК можуть мати зворотній зв'язок чи він може бути відсутнім. Залежно від цього розрізняють *замкнені* чи *розімкнені* ПК.

За типом використання сигналів – *аналогові*, *цифрові*, *цифро-аналогові*. ПК бувають *індивідуальні* (для одного ПР) та *групові* (для декількох ПР).

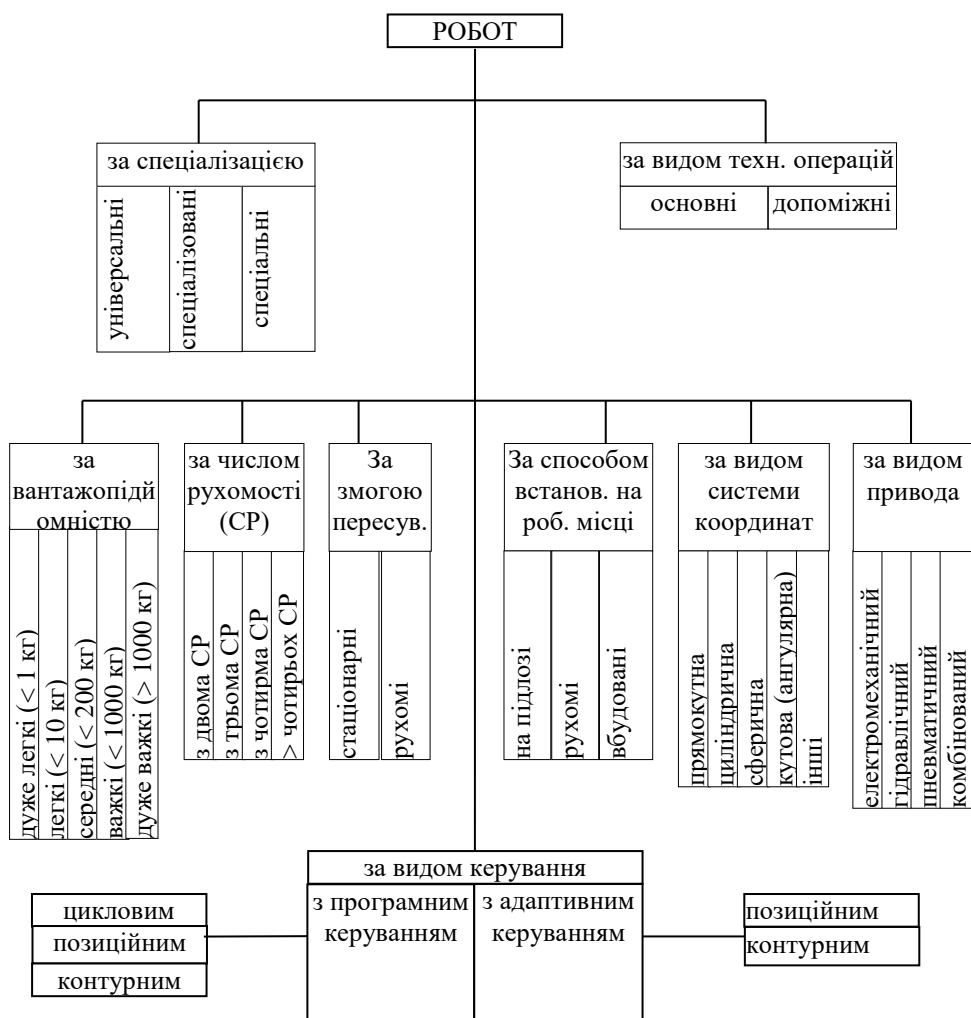


Рисунок 1.3 – Класифікація роботів

Для швидкого і точного виконання технологічних операцій ПР має бути оснащеним відповідними **інформаційно–вимірювальними пристроями** (*information-measuring devices*) (ІВП).

Особливо це стосується ПР з адаптивним керуванням, що містять мікро ПК, які зайняті на операціях механічного складання, електродугового та газового зварювання, фарбування, знімання деталей з конвеєра, сортування виробів.

ІВП ПР діляться на сенсорні пристрої, що виявляють геометричні, хімічні та інші властивості об'єктів:

- *пристрої відчуття*, що забезпечують робот зовнішньою інформацією:
- *пристрої внутрішньої інформації*, що дають змогу оцінити стан вузлів і підсистем самого маніпулятора і параметри руху.

За ознакою відстані отримання інформації ІВП розподіляються на:

- *пристрої щонайближчої дії* для надання відчуття захватам та іншим частинам маніпуляторів, а також корпусу ПР.

- *пристрої близької дії* для забезпечення інформацією безконтактним способом в безпосередній близькості від робота.

- *пристрої далекої дії* для отримання інформації про зовнішнє середовище в об'ємі всієї робочої зони.

- *пристрої щонайдальшої дії*, якими оснащуються рухомі роботи.

У наведених сенсорних пристроях використовуються тактильні та силометричні давачі, далекоміри, вимірювачі щільності ґрунту, локаційні сенсори, оптичні, радіотехнічні, телевізійні, інерційні системи тощо.

До ІВП ПР висуваються такі основні вимоги:

- малі габаритні розміри і маса конструкції;
- можливість розміщення в механізмах ступенів рухомості на захватних пристроях та інших частинах маніпуляторів;
- висока надійність експлуатації в різних умовах експлуатації;
- стійкість до механічної чи температурної дії;
- простота регулювання, обслуговування чи заміни;
- низька собівартість.

### 1.3 Механічні системи та приводи ПР

**Механізмом** (*mechanism*) ПР називають сукупність рухомих з'єднаних ланок, що здійснюють під дією прикладених сил визначені цілеспрямовані рухи.

Основним структурним елементом механізму ПР є *кінематична пара*. В конструкціях роботів зазвичай використовують кінематичні пари V класу, в основному, обертальні та поступальні, деколи – гвинтові. Система ланок, з'єднаних між собою кінематичними парами, називають *кінематичним ланцюгом*. Кінематичні ланцюги бувають замкненими і розімкненими. Якщо кожна ланка механізму містить дві кінематичні пари то такий ланцюг називається *замкненим*, якщо є ланка з однією кінематичною парою, то такий ланцюг називається *розімкненим*.

Для кінетичного ланцюга, що складається з  $k$  ланок, число степенів вільності дорівнює  $6k$ . Якщо одна із ланок нерухома, то число степенів вільності, чи рухомості кінематичного ланцюга визначається:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 ip_i, \quad (1.1)$$

де  $p_i$  – число пар кінематичного ланцюга;  $i$  – номер класу кінематичної пари;  $n = k - 1$  – число рухомих ланок.

Якщо нема будь-яких обмежень (наприклад геометричних), то вираз (1.1) визначатиме число узагальнених координат механізму.

В ПР *механічною системою* (*mechanical system*) є маніпулятор, що є механізмом з розімкнутим кінематичним ланцюгом. Рухомість такого механізму визначатиметься сумою ступенів рухомості всіх кінематичних пар, що входять до нього.

Кінематичний механізм маніпулятора складається з *трьох основних пристроїв*: для позиціонування руки; орієнтації деталі та захвату. При  $W > 6$  маніпулятор набуває *маневреність*.

*Маневреність* (*maneuverability*) визначається числом ступенів свободи механізму за нерухомого (фіксованого) положення захватного пристрою, який виведено в задану точку. Надлишкова рухомість механізму дозволяє вибрати найбільш сприятливий варіант руху, особливо за наявності перешкод

*Робоча зона* (*working area*) – це частина робочого об'єму, в якому можна виконувати операції з об'єктом маніпулювання, залежно від характеристик ПР.

Кожній точці робочої зони відповідає деякий тілесний кут  $\Psi$ , або *кут сервісу* (*angle of service*), всередині якого робочий орган можна підвести до цієї точки. Коефіцієнт сервісу  $\theta$  у заданій точці визначається відношенням

$$\theta = \frac{\Psi}{4\pi}, \quad (1.2)$$

а повний кут сервісу –

$$\bar{\theta} = \frac{1}{V} \int_V \theta dV, \quad (1.3)$$

де  $V$  – робочий об'єм.

Необхідно зазначити, що не кожний розімкнений ланцюг, що містить три (чи більше) кінематичні пари  $V$  класу, забезпечує об'ємний рух кінцевої точки маніпулятора (захватного пристрою). Необхідно, щоб кінематичні схеми таких механізмів, задовольняли таким умовам:

- наявність двох обертальних пар, вісі яких непаралельні;
- наявність двох обертальних пар з паралельними осями і поступальна пара, вісь якої перпендикулярна осі обертальних пар;
- наявність двох поступальних пар з непаралельними осями і однієї обертальної, вісь якої перпендикулярна площині, що утворена напрямками осей поступальних пар, або поступальної, вісь якої непаралельна тій же площині.

Існує два варіанти компонованих схем механічних систем ПР: силові двигуни встановлені на рухомих ланках руки робота; двигуни встановлені в загальному силовому блоці і зв'язані з ланками руки кінематичними передачами. В першому випадку – збільшується маса та габарити, в другому – ускладнюється алгоритм керування. Основними характеристиками ПР, що визначають його можливості для автоматизації конкретного технологічного процесу є:

- функціональні;
- конструктивні;
- експлуатаційні.

До *функціональних* характеристик відносяться число, вид і взаємне розташування ступенів рухомості, число та діапазон встановлення точок позиціонування для кожного ступеню рухомості, форма, розміри і розташування зон обслуговування, число і вид програм та команд в програмі; число, вид і характеристики каналів зв'язку систем керування із зовнішнім обладнанням, вантажопідйомність, можливі технологічні зусилля на робочих органах, діапазон швидкостей та прискорень, форми і маси об'єктів маніпулювання.

До *конструктивних* характеристик необхідно віднести спосіб установки ПР, форма, розміри робочої зони, вид і діапазон регулювання взаємного розташування ступенів рухомості, систематичні похибки позиціонування, випадкові статичні та динамічні похибки, максимальні прискорення при розгоні та гальмуванні, піддатливість маніпулятора, власні частоти і коефіцієнт затухання, габаритні розміри, маса.

*Експлуатаційними* характеристиками є показники надійності і ремонтоздатності, тривалість переналадження на новий об'єкт маніпулювання чи режиму роботи, споживана потужність та джерела живлення, вибухо- та пожежобезпека, вартість.

У виконавчих пристроях ПР використовуються механічні, електричні, пневматичні, гідравлічні та комбіновані **приводи** (*drives*).

Широкого розповсюдження набули **гідроприводні** (*hydraulic drives*) пристрої ( $\approx 37\%$ ), що забезпечують високу вантажопідйомність ПР, можливість керування в широкому діапазоні швидкостей та прискорень за відносно невисоких експлуатаційних витратах.

**Пневмоприводні** (*pneumatic actuators*) пристрої найбільш поширені в ПР ( $\approx 47\%$ ), що мають незначну вантажопідйомність і використовуються на операціях перевантаження об'єктів та обслуговують високопродуктивне ковальсько-пресове та штампувальне обладнання.

Розробка та впровадження у виробництво сучасних високомоментних, високо обертових і лінійних електродвигунів дозволили успішно застосовувати у ПР **електропривод** (*electric drive*) ( $\approx 14\%$ ).



**Механічні приводи** (*mechanical drives*) ( $\approx 2\%$ ) можна застосовувати в ПР з обмеженою вантажопідйомністю при високій швидкодії маніпулювання об'єктами і коли не потрібно проводити надто часте переналагодження

**Пристрої керування** (*controls*) (ПК) ПР здійснюють автоматичне керування його маніпуляторами та пристроями переміщення і утворюють водночас з ними систему автоматичного керування робота.



## ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ КОНСТРУЮВАННЯ РОБОТІВ

### 2.1 Основні принципи проектування роботів

Проектування ПР є складною системною задачею, для розв'язання якої необхідно, щоб принципи та підходи відповідали вимогам, що висуваються до роботів як до технічного засобу *гнучкої виробничої системи (flexible manufacturing system)* (ГВС).

Основними технічними вимогами є:

- забезпечення функцій та параметрів ГВС;
- гнучкість, тобто простота переналаджування при переході на інший виріб;
- усталена робота в автоматичному режимі;
- економічність – забезпечується низькою собівартістю, найменшими експлуатаційними витратами, відповідністю конструктивного виконання складності робіт, які він виконує;
- надійність роботи, а також вмикання і вимикання в інтервалі температур від 0° до 50°;
- відповідність питомих показників з матеріало- та енергомісткості кращим світовим зразкам.

Враховуючи ці вимоги, під час проектування доцільно користуватись такими принципами.

*Вибір параметрів робота* здійснюють на підставі функціонального аналізу технологічних факторів. З цією метою проводять мінімізацію числа ступенів свободи, а також переміщень за умови дотримання максимально допустимої похибки позиціонування. Під час виробу раціонально, кінематичної схеми, доцільно сумістити робочі зони технологічного обладнання та зменшити число варіантів підходу в ці зони робочого органу.

*Компоновку робота* та кінематичну структуру визначають методом багатокритеріальної оцінки. При цьому необхідно врахувати:

- відносний об'єм і форму робочої зони;
- відповідність траєкторії робочого органу вимогам технологічного процесу;
- можливість реалізації системою керування одночасного руху декількома ступенями рухомості із заданими параметрами;
- площу, що займає гнучкий виробничий модуль;
- простоту конструкції.

Кінематична структура маніпуляційної системи ПР та його рухомі можливості будуть визначатися сполученням ротаційних та поступальних кінематичних пар V класу

*Динамічні параметри ПР* необхідно визначати, враховуючи продуктивність

ГВМ, величину переміщень робочого органу за цикл.

*Похибка позиціювання (error positioning)* визначається з врахуванням технологічних вимог із введенням коефіцієнту запасу  $k_3 = 1,2 \dots 1,3$ . Розподілення похибки позиціювання між ступенями рухомості робота необхідно проводити з врахуванням її векторного уявлення, та значень переміщень за ступенями рухомості, роздільної здатності давачів положення та технології виготовлення елементів конструкції.

*Проектування механічної системи* виконують з врахуванням того, що вона складається з двох систем: несівної (НМС) та виконавчої (ВМС) механічної системи, що взаємозв'язані між собою, але різні за функціональним призначенням. НМС забезпечує форму та об'єм робочої зони, і призначена для розміщення вузлів ВМС. ВМС забезпечує точність рухів та динамічні параметри робота і є системою механізмів, що приводять в рух ланки НМС.

*Переміщення орієнтувального механізму* визначають, виходячи з аналізу змін положень об'єкту маніпулювання чи робочого органу під час виконання робіт відносно положення вихідної ланки НМС.

*Жорсткість механічної системи* визначають з врахуванням допустимих зміщень робочого органу при позиціюванні під дією інерційних сил. Деформацією від дії сил тяжіння нехтують, оскільки вона враховується при програмуванні. Розподіляють допустиму деформацію між НМС (85...95%) і ВМС (5...15%), яка залежить від виду передач, що застосовуються в передавальних механізмах. Так при застосуванні шарикогвинтової передачі деформація становить 3...5%, зубчастих передач – 5...8%, хвильових – 10...15%. Розрахункова модель, складена для розрахунку жорсткості НМС, має враховувати:

масу та розташування вантажу і робочого органу, орієнтувального механізму, передавальних механізмів та ланок;

контактну піддатливість вузлів з'єднання ланок.

*Зрівноваження (compensation) рухомих вузлів* виконують за допомогою вмонтовування пристроїв, що розроблені на базі пневмо- чи гідроприводу.

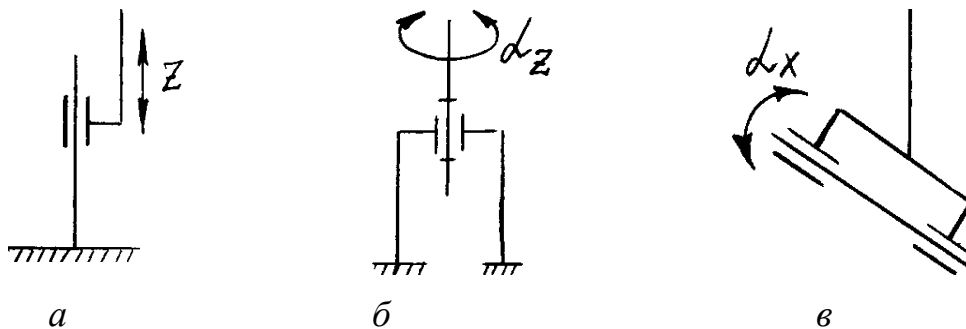
Проектування роботів необхідно виконувати згідно з етапами, що визначаються ГОСТ 15.001-83.

## 2.2 Агрегатно-модульний принцип проектування

Аналіз компонок ПР дозволяє виділити основні елементи (модулі) узагальненої структури маніпуляційної системи робота: основа; колона; рука; кисть; технологічні механізми (модулі), що кріпляться до кисті, робочий орган захватного пристрою. Для рухомих ПР додають напрямні та візки.

За допомогою цих модулів можна створювати агрегатні конструкції ПР, що значно скорочує термін проектування. Крім того, використання уніфікованих модулів скорочує термін переходу на випуск нової продукції тому, що замість встановлення нового ПР можна досить обмежитись перекомпоновкою того, що є в наявності.

Кожний *модуль* (*modulus*) – це конструктивно і функціонально незалежна одиниця, що містить як звичайні приводні пристрої та механізми, так і енергетичні та інформаційні комунікації. Модуль може забезпечувати одну чи декілька ступенів рухомості ПР, які будуть визначатися відповідним видом кінематичної пари, що з'єднує окремі ланки (рис. 2.1).



*a* – прямолінійного переміщення; *б* – обертання; *в* – гойдання

Рисунок 2.1 – Схеми основних модулів ПР:

До кожного конструктивного модуля ПР висуваються такі основні вимоги:

- забезпечення конструктивної та функціональної незалежності;
- забезпечення проектних статичних і динамічних характеристик;
- можливість компоновки в різних положеннях і сполученнях з іншими модулями;
- уніфікація стикових елементів, комунікації та комплектуючих деталей;
- можливість уніфікації складальних одиниць як в межах окремих, так і суміжних типорозмірах, а також між різнотипними блоками чи вузлами.

Використання поступальних та ротаційних кінематичних пар V класу дає можливість створити ПР з необхідною зоною обслуговування, що працюють в заданій системі координат.

Можливі комбінації стикування модулів подані на рис. 2.2 направлені-

ми зв'язками. Так комбінація із трьох модулів прямолінійного переміщення  $\Pi$  дозволяє отримати компоновку робота, що працює в декартовій системі координат ( $\Pi$ - $\Pi$ - $\Pi$ ) (рис. 2.2, а)

Використання модуля обертання  $O$  та двох прямолінійних модулів переміщення  $\Pi$  дає змогу отримати компоновку промислового робота, що працює в циліндричній системі координат ( $O$ - $\Pi$ - $\Pi$ ) (рис. 2.2, б).

Комбінація модулів гойдання  $\Gamma$ , обертання  $O$  та прямолінійного переміщення  $\Pi$  дає змогу отримати компоновку промислового робота, що працює в сферичній системі координат ( $O$ - $\Gamma$ - $\Pi$ ) (рис. 2.2, в)

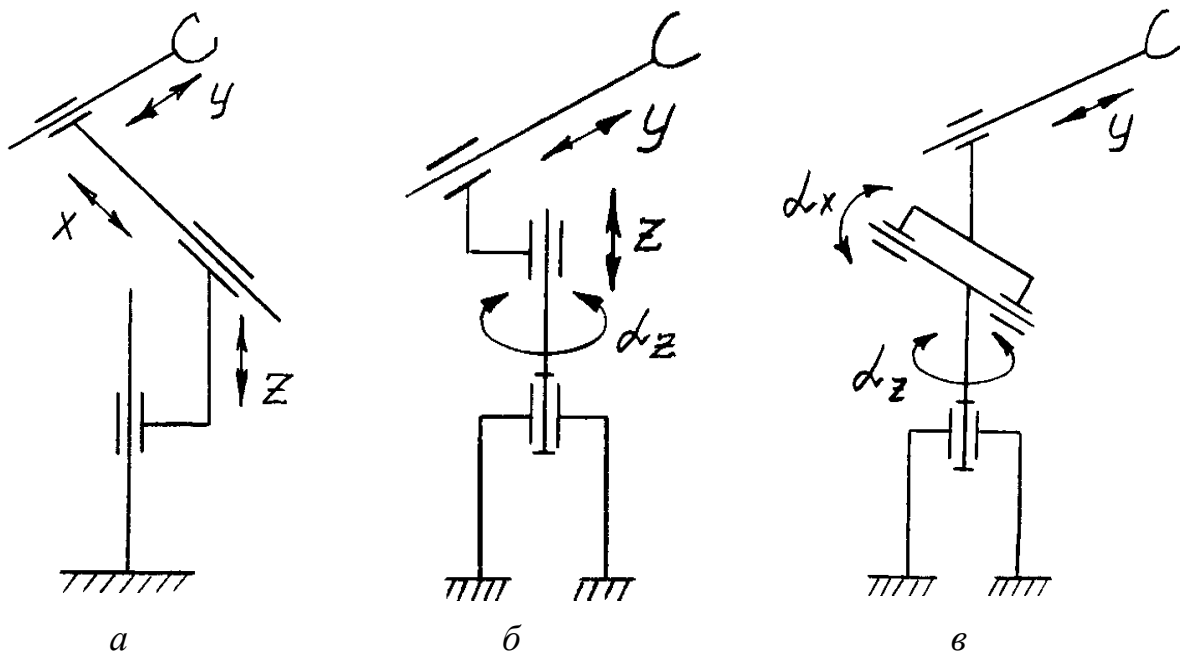


Рисунок 2.2 – Типові компоновані схеми агрегатно-модульних ПР

В наведених компоновках використані окремі модулі, що мають одну ступінь рухомості і відповідно можуть забезпечити лінійний, обертальний та гойдальний рух.

Важливим етапом агрегатно-модульного проектування ПР є розробка конкретної номенклатури їхніх уніфікованих конструктивних модулів (механічних, інформаційно-вимірювальних і керувальних) та комплектуючих виробів (приводів, давачів, ППК, пристосувань до них).

В табл. 2.1 наведені основні конструктивні модулі для ПР, що використовуються в машинобудуванні, та їхнє умовне позначення.

Деякі приклади реалізації ПР агрегатно-модульного типу різного технологічного призначення зображені в табл. 2.2. Варіанти компонованих схем можуть бути наведені у вигляді структурних формул, що мають символи основних і додаткових механічних модулів, а також типу приводів і ПК.

## Технічні вимоги та параметри ПР

Таблиця 2.1 – Основні конструктивні модулі для ПР та їхнє умовне позначення, конструктивні схеми і структурні формули ПР

Конструктивні модулі маніпулятора ПР						Додаткові модулі ПР	Модулі приводу (варіанти)	Присрій графічного керування ПР	Компонувальні схеми ПР і їх структурні формули		
Несвітна система	Рухомий візок (каретка)	Пристрій повороту кочення та підйому	Механічна рука	Кисть руки (головка)	Виконавчий механізм (схват)				Компонувальна схема	Структурна формула	Модулі ПР єдиного типу
НО 	ТП 	СП 	РВ 	КН 	ЗУ1 	СТ 	ГПР,ПНР	ЦПУ		ПМ-ТМ-РПЗ-КП1-ЗУ2-(УЗЗ). (МК)-ЗГШ-УПМ	УМ160Ф2
НК 	ТС 	ЛК1 	РВП 	КП1 	ЗУ2 	МЗУ 	ЕГШ	ЧПУ,исп.П		НО-СП-КВ-РВ-КП1-ЗУ1-ГПР-ЦПУ	ЛМ20Ц
НМ 	ТМ 	ЛК2 	РВП 	КП2 	ЗУП 	УЗЗ 	ЕГС	ЧПУ,исп.К		НО-СП-КВ-2РВП-ЗУ1-ППР-ЦПУ	КМ10Ц
ПМ 	ТМ 	ПК2 	РПЗ 	КП2 	ЗУП 	УЗЗ 	ЕПС	ЧПУ,исп.У		ТР-НК-2РВП-КН-ЗУ1-ГПР-УЦМ	КМ160Ц
КМ 	ТР 	КВ 	РПЗ 	КП3 	ЗУС 	МК 	ЕПР	УЦМ		ПМ-ТМ-РПЗ-КП1-ЗУ1-ЗГШ-УПМ	СМ40Ц
										ПМ-ТМ-РВ-КП1-ЗУ1-(СТ)-ГПР-УЦМ	СМ80Ц
										ПМ-ТМ-2РВ-КП1-ЗУ1-(СТ)-ГПР-УЦМ	СМ160Ц

Таблиця 2.2 – приклади реалізації ПР агрегатно-модульного типу різного технологічного призначення

Назва	Траверса з монорельсом	Кліпан	Основа нерухома	Напрямна	Каретка	Основа рухома	Привід каретки	Рука з осьовим переміщенням	Привід осьового переміщення руки	Модуль лінійного переміщення	Рука важільна дволанкова	Привод кочення руки	Модуль коєння	Рука важільна триланкова	Рука поворотна	Модуль поворота	Головка (кисть руки)	Захватний пристрій
Компонувальна схема																		
Кількість типорозмірів	5	4	4	5	4	4	4	4	4	3	4	3	1	4	3	3	4	12

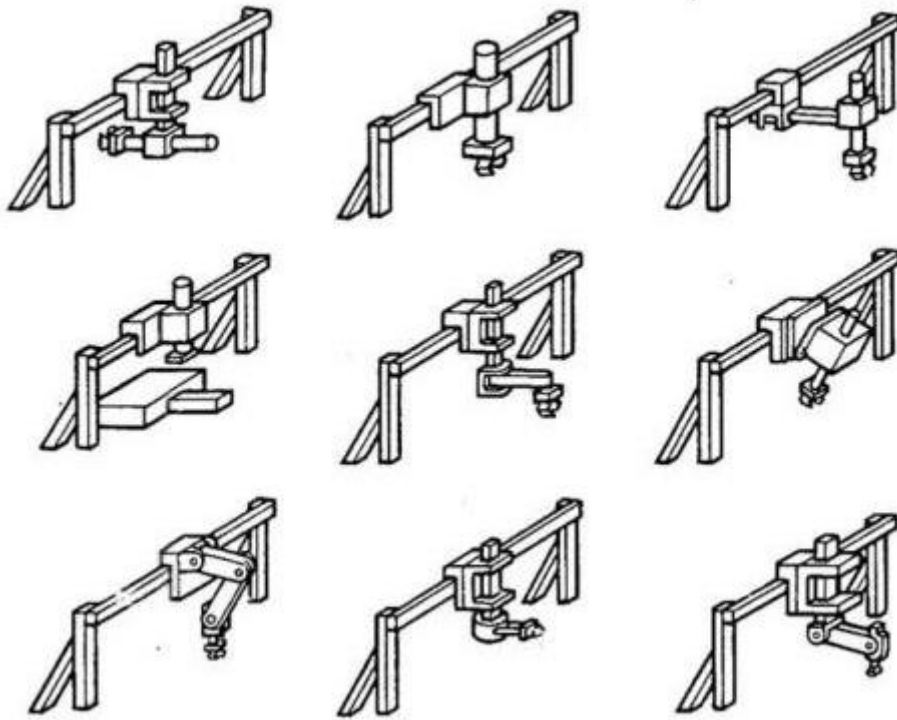


Рисунок 2.3 – Промислові роботи порталного виконання

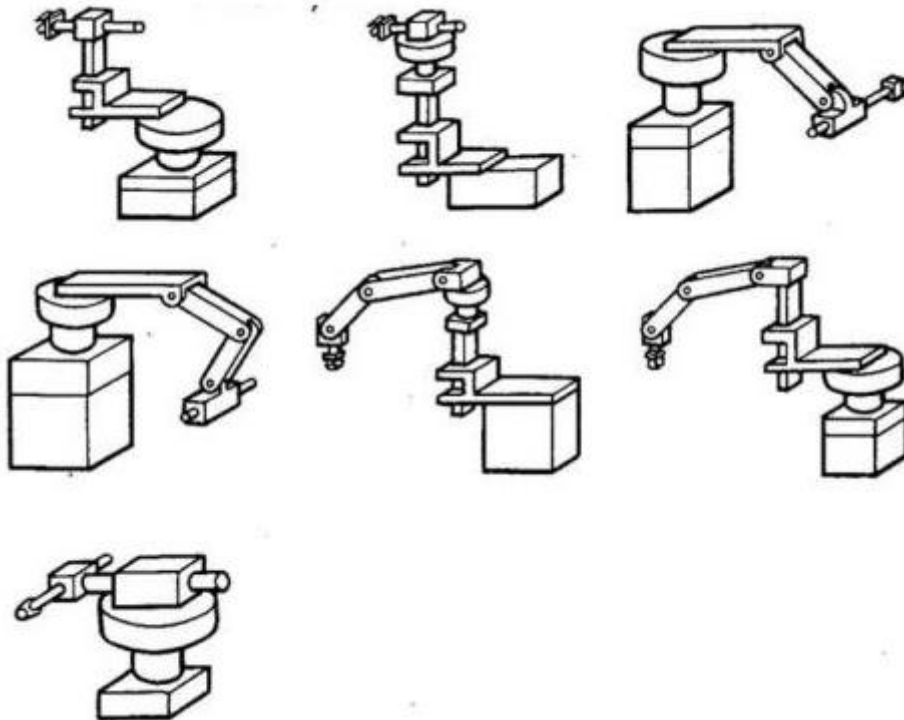


Рисунок 2.4 – Промислові роботи підлогового виконання

Незважаючи на очевидні переваги агрегатно-модульного принципу проектування ПР, у нього є і низка недоліків. Роз'єми модулів виконуються через ланки кінематичного ланцюга, що призводить до зменшення жорсткості чи збільшення маси та габаритних розмірів конструкції. До того ж стикувальні поверхні мають бути уніфіковані, а з'єднання комунікацій – швидкоз'єднаними, що створює додаткові технологічні ускладнення

### 2.3 Технічні вимоги та параметри ПР

Одним з основних параметрів ПР є номінальна **вантажопідіймальність** (*lifting*), яка характеризується найбільшою масою об'єкту маніпулювання разом із захватним пристроєм і гарантує надійний захват і утримання об'єкту в межах встановлених експлуатаційних величин.

Для ПР, що працюють в кутовій системі координат, необхідно вказувати і номінальний момент навантаження для відповідного ступеня рухомості відносно осі переміщення. Це зумовлено необхідністю обмежувати збільшення вантажопідйомності, наприклад, за рахунок збільшення довжини захватного пристрою, що може призвести до виходу з ладу відповідного приводу.

Інколи в технічній характеристиці вказують максимальну вантажопідйомність для швидкості переміщення об'єкту, що рівна половині номінальної.

*Число ступенів рухомості робота  $n$* , під яким розуміють число ступенів свободи робочого органу відносно ланки, що прийнята за нерухому, без врахування рухомості губок захвату.

*Діапазони переміщень за ступенями рухомості:*  $S, \varphi$ .

*Швидкість переміщення за ступенями рухомості:* максимальна лінійна і кутова швидкості  $v_{max}, \omega_{max}$ .  $v_{ц}$  – середня циклічна швидкість.  $v_{ц}$  – характеризує продуктивність ПР і визначається переміщенням, що виконано за час руху між позиціями.

*Максимальне прискорення за ступенями рухомості:*  $a_{max}, \varepsilon_{max}$ .

*Похибка позиціювання робочого органу,  $\Delta$*  – відхилення фактичного положення захвату від заданого програмою. За цим параметром розрізняють роботи з малою точністю позиціювання ( $\Delta > \pm 1,0$  мм), що здатні виконати транспортні та деякі основні технологічні операції (фарбування, зачистка задирок та ін.), що не потребують високої точності;

роботи з середньою точністю позиціювання ( $0,1 \text{ мм} \leq \Delta < 1,0 \text{ мм}$ ), які є найбільш поширеними (установка деталі в центрах, складання із зазором, загвинчування гайок, зварювання і т.п.); роботи з високою точністю позиціювання ( $\Delta \leq 1,0$  мм), що застосовуються для прецизійного складання, вимірювання і т.п.

*Кінематична структура маніпулятора* визначає число ланок і тип кінематичних пар, що їх з'єднує.



**Об'єм робочої зони** (*The volume of the working area*)  $V_{p.z.}$  – це об'єм, що міститься в середині меж робочої зони.

**Тип системи координат** (*coordinate systems*) – визначається поєднанням кінематичних пар.

**Тип системи програмного керування** (*software management system*) (СПК) визначається способом позиціонування (цикловий, позиційний, контурний) та типом застосованих апаратурних засобів (аналогові, цифрові, мікропроцесорні).

**Обсяг пам'яті** (*The amount of memory*) СПК – визначається числом кадрів програми СПК. Під кадром розуміють мінімальний елемент програми, що складається з визначеної групи команд чи адрес, за якими виконуються команди і забезпечується перевірка їх виконання. Малий обсяг СПК – до 100 кадрів (циклові СПК), середній – від 100 до 800 кадрів (позиційні), великий – понад 800 кадрів (контурний).

**Габаритні розміри**  $L, B, H$ .

**Середній наробіток до відмови**  $t$  – показник безвідмовності, визначається як середнє значення наробки між стійкими відказами при роботі робота.

**Середній термін відновлення**  $t_B$  – показник ремонтоздатності, який рівний середньому значенню часу, що затрачений на пошук та усунення одного стійкого відказу при роботі робота. При  $t \geq 1000$  год,  $t_B \leq 4$  год, при  $t < 1000$  год,  $t_B \leq 8$  год.

**Середній термін збереження**  $t_{зб}$  – показник, що дорівнює середньому значенню календарного терміну зберігання робота.

**Середній ресурс**  $t_p$  – показник довговічності; визначається як середнє значення часу використання до прийнятого межового стану (капітального ремонту, списання). Ресурс більшості ПР становить 8000...9000 год.



## МЕТОДИ ЗНИЖЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ МЕХАНІЧНИХ КОЛИВАНЬ ПР

### 3.1 Основні методи зниження інтенсивності коливань механічної системи ПР

Виділимо три основні проблеми, що виникають під час проектування ПР, які тісно пов'язані з їхньою динамікою та механічними коливаннями – це забезпечення точності позиціонування, забезпечення якості перехідного процесу, забезпечення точності реалізації програмної траєкторії.

Розв'язання цих проблем тісно пов'язане з унеможливленням збудження в системі інтенсивних **механічних коливань** (*mechanical vibrations*). Причиною збудження механічних коливань у ПР є *неідеально врівноважені ланки, що мають обертальний рух, технологічні недосконалості збирання і виготовлення опор, зубчастих передач, крокових приводів та інших функціональних вузлів, що здійснюють періодичні рухи.* Особливо несприятливою є ситуація, коли співпадають частоти навіть мікробуджень з однією з частот власних коливань системи, так як при цьому розвиваються інтенсивні резонансні коливання, що впливають на якість роботи ПР.

Аналіз спектру частот власних коливань електромеханічної системи ПР за різних положень її ланок і частот збудження дозволяє прийняти рішення про застосування того чи іншого методу зниження інтенсивності коливань механічної системи ПР.

Основними методами зменшення коливань механічної системи ПР є:

- **віброізоляція** (*vibro isolation*) джерел збудження (приводів) від ланок ПР;
- **віброзахист** (*vibration protection*) елементів конструкції від дії на них певної вібрації;
- **динамічне гасіння** (*dynamic quenching*) **резонансних коливань** (*resonance fluctuations*) окремих визначених вузлів ПР;
- розсіювання енергії в конструкції ПР з метою зниження інтенсивності коливань, що розвиваються;
- **запровадження додаткових сигналів** (*introduction of additional signals*) в законі керування приводами ПР (активне силове гасіння коливань).

### 3.2 Віброзахист і віброізоляція ланок ПР

Задачу віброзахисту і віброізоляції ПР розглянемо на простому прикладі системи з одним ступенем рухомості (рис. 3.1). Вал 3 має можливість обертання відносно жорсткого корпусу 1 та зв'язаний з ним через пружну втулку 4. З валом 3 жорстко зв'язаний двигун  $M$ , який обертає вал 2. Розглянемо коливання системи у напрямку осі  $OX$ .

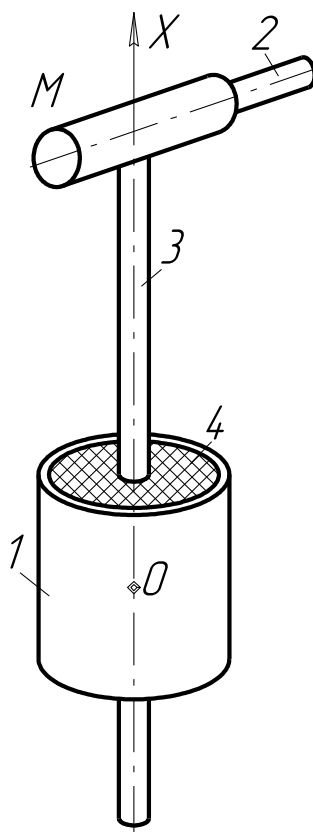


Рисунок 3.1 – Маніпулятор з одним ступенем рухомості

Якщо задана вібрація ланки 1 у напрямку осі  $OX$  і параметри пружної втулки 4 належить вибрати таким чином, щоб ланка 3 здійснювала коливання значно меншої інтенсивності – це задача віброзахисту ланки 3.

Якщо вал 3, двигун  $M$  і вал 2 в напрямку осі  $OX$  будуть мати жорсткість значно більшу, ніж жорсткість втулки 4, то **розрахункова модель** (*calculation model*) системи буде мати вигляд, який наведено на рис. 3.2, а.

Якщо джерелом вібрації є двигун  $M$  (неврівноваженість ротора і т.п.), що передає збудження на ланку 3, і необхідно вибрати параметри пружної втулки 4 таким чином, щоб на ланку 1 передати зусилля, значно менше, ніж прикладена до ланки 3 – то це задача віброізоляції джерела збудження. Розрахункова модель наведена на рис. 3.2, б.

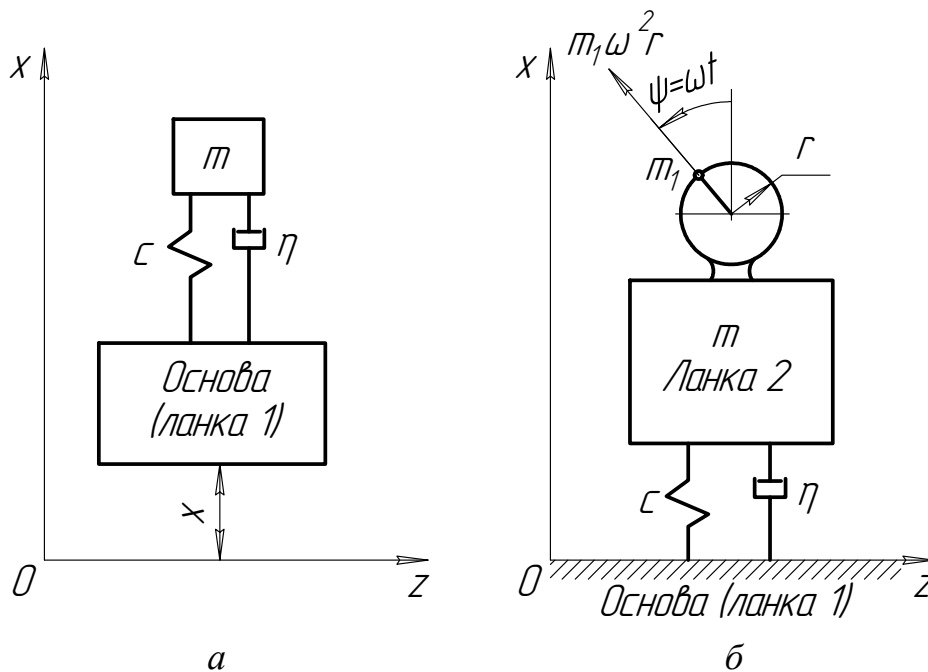


Рисунок 3.2 – Розрахункові моделі одномасової коливальної системи

Для розв’язання поставлених задач необхідно дослідити коливання одного й того ж тіла масою  $m$  з одним і тим же в’язко-пружним зв’язком. В першому випадку необхідно зменшити інтенсивність коливань маси  $m$ , в другому – зменшити їхню дію на основу.

Ефективність віброізоляції та віброзахисту оцінюється коефіцієнтом динамічності  $\mu$ :

$$\mu \frac{2hp + \omega_0^2}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} \quad (3.1)$$

де  $p = d/dt$  – оператор диференціювання;

$\omega_0 = \sqrt{c/m}$   $\omega_0 = \sqrt{c/m}$  – **власна частота** (*natural frequency*);

$2h = \eta/m$ .

Ефект віброізоляції і віброзахисту буде досягнуто за умови

$$|\mu| \leq 1 \quad (3.2)$$

Враховуючи, що при вимушених коливаннях з частотою  $\omega$ ,  $p = j\omega$ , де  $\omega$  – колова частота збудження, знаходимо модуль коефіцієнта динамічності:

$$|\mu| = \left[ \frac{\omega_0^2 + 4h^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2} \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

Внесемо безрозмірну величину частоти демпфірування  $\lambda = \omega/\omega_0$  та  $v = h/\omega_0$ , тоді з врахуванням (3.3) нерівність (3.2) матиме вигляд:

$$|\mu| = \left[ \frac{1 + 4v^2\lambda^2}{(1 - \lambda^2)^2 + 4v^2\lambda^2} \right]^{1/2} \leq 1 \quad (3.4)$$

звідки:

$$\lambda^2(\lambda^2 - 2) \geq 0 \quad (3.5)$$

Розв'язок нерівності (5) дає співвідношення:

$$\lambda \geq \sqrt{2} \quad \text{або} \quad \omega_0 \geq \sqrt{2} \quad (3.6)$$

Отже **частота збуджувальної сили** (*frequency of exciting force*) має бути більшою за частоту власних коливань в  $\sqrt{2}$  раз.

Залежність модуля коефіцієнта динамічності від частоти власних коливань наведено на рис. 3.3.

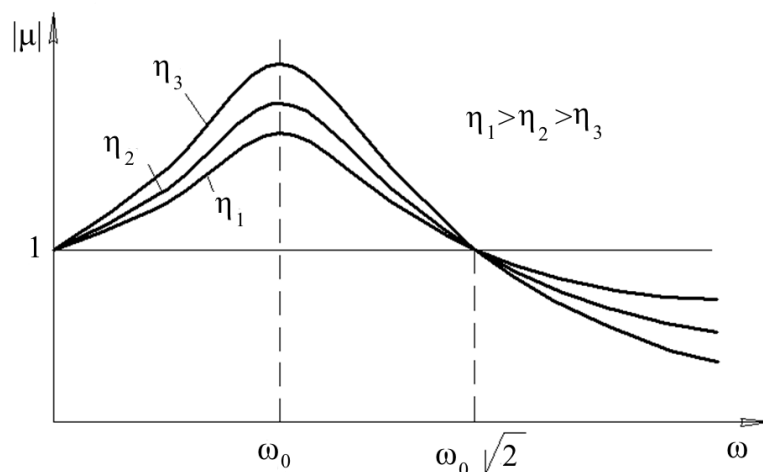


Рисунок 3.3 – Залежність модуля коефіцієнта динамічності від частоти власних коливань

Як видно з рисунка, коли частота вимушених коливань не перевищує значення,  $\omega_0\sqrt{2}$  коефіцієнт динамічності  $|\mu| > 1$ , причому для менших значень демпфірування коливання підсилюється і досягають максимуму при резонансі. При  $\omega \geq \omega_0\sqrt{2}$  коефіцієнт динамічності  $|\mu|$  завжди менше одиниці і вплив демпфірування зворотний: для більших значень  $\eta$  властиве менше гасіння коливань.

### 3.3 Динамічні гасителі коливань

ПР – це складні багатоланкові системи із змінними параметрами, тому не завжди за рахунок вибору частот коливань вдається уникнути резонансу.

Одним із ефективних засобів стримання резонансних явищ є застосування динамічних гасителів.

Динамічний гаситель є коливальна ланка, що з'єднана з ланкою, резонансні коливання якої необхідно обмежити.

Динамічні гасителі коливань можуть застосовуватися для стримування повздовжніх та кутових коливань.

Розглянемо застосування динамічних гасителів на прикладі моделі коливної системи, що містить дві маси (рис. 3.4), в якій силове збудження викликано через неврівноваженість ротора масою  $m$ , що рівномірно обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ .

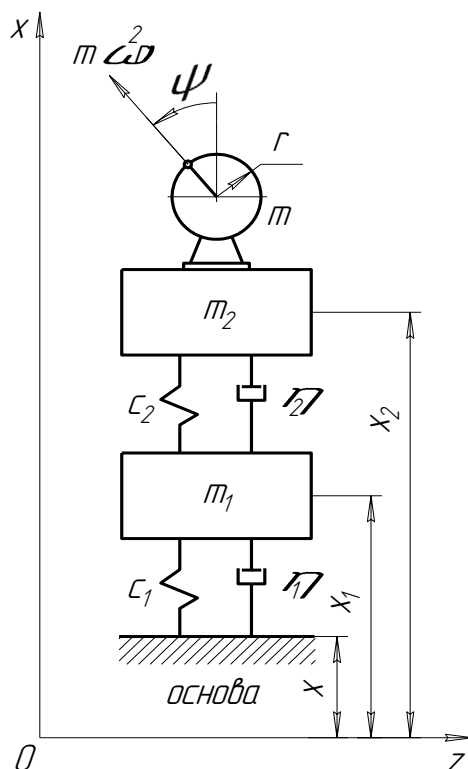


Рисунок 3.4 – Модель коливальної системи, що містить дві маси

Вважаємо  $x$  – зміщення основи;  $x_1$  – зміщення тіла  $m_1$ ;  $x_2$  – зміщення тіла  $m_2$ ,  $\psi = \omega t$  – кутове зміщення ротора.

Рівняння руху системи:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= (\eta_1 + \eta_2) \dot{x}_1 + (c_1 + c_2) x_1 - c_2 x_2 - \eta_2 \dot{x}_2 = c_1 x + \eta_1 \dot{x}; \\ m_2 \ddot{x}_2 &+ \eta_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 - c_2 x_1 - \eta_2 \dot{x}_1 = -H \cos \omega t; \end{aligned} \quad (3.7)$$

де  $H = m\omega^2 r$  – силове збудження в якому  $r$  – ексцентриситет центру маси ротора.

Введемо такі співвідношення:  $\omega_{01}^2 = \frac{c_1}{m_1}; \omega_{02}^2 = \frac{c_2}{m_2};$

$$\omega_{11}^2 = \omega_{01}^2 (1 + \mu_c); \mu_c = \frac{c_2}{c_1} = \frac{m_2 \omega_{02}^2}{m_1 \omega_{01}^2}; \mu_\eta = \frac{\eta_2}{\eta_1}; Q(t) = -\frac{H \cos \omega t}{m_2}; \quad (3.8)$$

$$2h_2 = \frac{\eta_2}{m_2}; h_{11} = h_1 (2 + \mu_\eta); 2h_1 = \frac{\eta_1}{m_1};$$

Вважаючи кінематичне  $x(t)$  та силове  $Q(t)$  збудження гармонічними з

$$X = \frac{1}{(\Delta j\omega)} \left[ (\omega_{02}^2 - \omega^2 + 2h_2 j\omega) \cdot (\omega_{01}^2 + 2h_2 j\omega) \cdot (\mu_c \omega_{01}^2 + 2\mu_\eta h_2 j\omega) Q \right] \quad (3.9)$$

частотою  $\omega$ , знаходимо частинний розв'язок системи рівнянь (3.7):

$$X_2 = \frac{1}{(\Delta j\omega)} \left[ (\omega_{11}^2 - \omega^2 + 2h_{11} j\omega) \cdot Q + (h_2 j\omega + \omega_{02}^2) \cdot (\omega_{01}^2 + 2\mu_\eta h_2 j\omega) X \right] \quad (3.10)$$

де  $j = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця;

$$\Delta(j\omega) = (\omega_{11}^2 - \omega^2 + 2h_{11} j\omega) \cdot (\omega_{02}^2 - \omega^2 + 2h_2 j\omega) - (h_2 j\omega + \omega_{02}^2) \cdot (\mu_c \omega_{01}^2 + 2\mu_\eta h_2 j\omega). \quad (3.11)$$

Аналіз рівнянь (3.9), дає підстави стверджувати, що тіла масами  $m_1$  чи  $m_2$  не будуть здійснювати коливання, коли чисельники виразів для  $x_1$  чи  $x_2$  будуть дорівнювати нулю при  $x(t) \neq 0$  та  $Q(t) \neq 0$ .

Але така умова при будь-яких співвідношеннях частот  $\omega_{01}$  та  $\omega_{02}$  і частоти збудження  $\omega$  не може бути виконана, тобто вимушені коливання тіл  $m_1$  чи  $m_2$  не можуть бути повністю усунені.

Розглянемо часткові випадки ,коли на систему діє лише кінематичне чи силове збудження.

*1-й випадок.*

Задано кінематичне збудження  $x(t)$  та відсутнє силове  $Q(t)=0$ .

Тоді при  $\omega = \omega_{02}$  і  $h_2 = 0$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{\omega_{01}^2 + 2h_1 j\omega_{02}}{\mu_c \omega_{01}^2} x(t); \quad (3.12)$$

Співвідношення (3.10) вказує на те що, тіло  $m_1$  – нерухоме, а тіло  $m_2$  – буде здійснювати коливальні рухи.

Якщо врахувати, що;  $|h_1\omega_{02}| \ll \omega_{01}^2; \mu_c = \frac{m_2\omega_{02}^2}{m_1\omega_{01}^2}$ , то розв'язок може бути поданий у вигляді:

$$x_2 \approx \frac{x}{\mu_c} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\omega_{01}^2}{\omega_{02}^2} x(t) \quad (3.13)$$

Зазвичай приймають  $m_2 \approx 0,1m_1$  і тіло  $m_2$  має амплітуду в  $m_1/m_2$  раз більшу за  $m_1$  та відіграє роль *динамічного гасителя коливань*.

2-й випадок.

Задано силове збудження  $Q(t)$ , а  $x(t)=0$ , при цьому з (3.10) отримуємо  $x_2=0$ , при  $\omega=\omega_{11}$ , і  $h_{11}=0$ .

Тоді вимушені коливання  $x_1$  тіла масою  $m_1$  визначаються як і відбувається зміна ролей: тіло  $m_1$  стає динамічним гасителем коливань тіла масою  $m_2$ .

$$x_1 = \frac{1}{\omega_{02}^2 + j\omega_{11}h_2} Q(t) \quad (3.14)$$

Необхідно зазначити, що динамічні гасителі виявляють компенсуючу дію на *конкретну точку* пружної ланки. Тому ці пристрої динамічних гасителів необхідно улаштовувати в найбільш важливих точках. Такими є кінцеві точки ланок, що визначають точність позиціонування захватного пристрою ПР.

### 3.4 Демпфірування коливань в конструкції робота

Під час резонансних коливань одним із факторів, обмежуючих амплітуду коливань, є розсіювання енергії в конструкції, яке відбувається через певну недосконалість пружності матеріалів і визначених властивостей взаємодії окремих вузлів. При цьому залежність між силою і деформацією має гістерезисний характер (рис. 3.5), а енергія розсіювання пропорційна площі петлі гістерезису  $F(x)$ .

В нерухомих з'єднаннях (зварних, болтових, заклепувальних) мікрозміщення сприяють розсіюванню енергії через дію сил *сухого тертя* між поверхнями контакту, тобто відбувається конструкційне демпфірування.

Полімерні матеріали, на відміну від металів, мають властивість повзучості, а їхнє використання у вигляді демпфіруючих прокладок в з'єднаннях ланок дозволяє значно розсіювати енергію коливань (рис. 3.6).



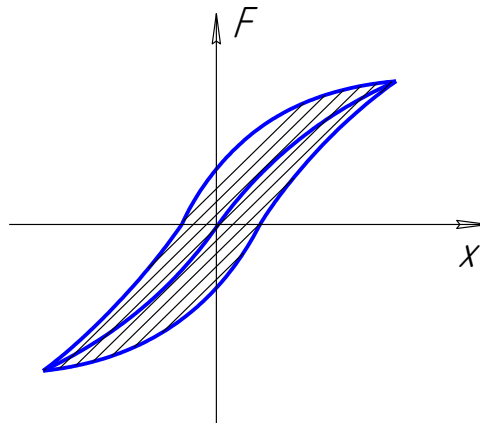
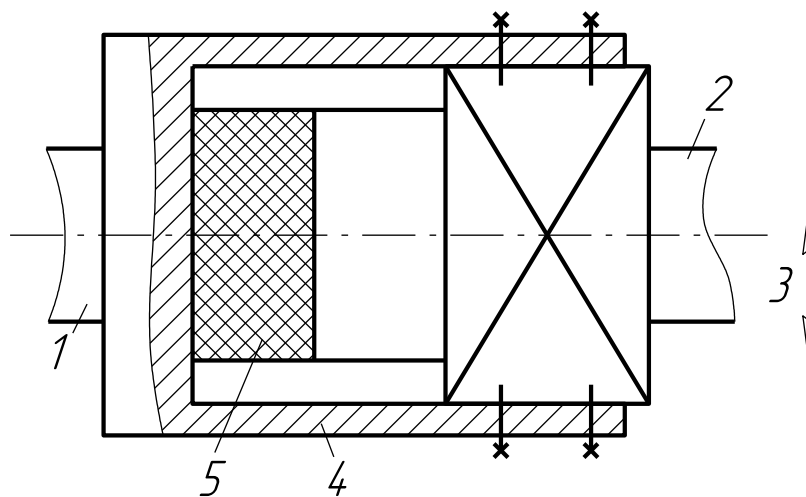


Рисунок 3.5 – Залежність між силою і деформацією пружних матеріалів

Окрім зазначеного способу, користуються нанесенням спеціального полімерного клею між спряженими деталями товщиною в декілька десятків мкм, і, таким чином, отримують розсіювання більше, ніж за умови використання кращих типів гуми.

Для вибору місця введення демпфірування в ПР керуються такими критеріями, що забезпечують:

- мінімум максимального коефіцієнту динамічності кожної маси;
- максимум ступеня стійкості системи;
- максимум запасу стійкості системи.



1 – маніпулятор; 2 – робочий орган; 3 – напрямок дії демпфера;  
4 – пружний елемент; 5 – демпфірувальний матеріал

Рисунок 3.6 – Демпфірування в конструкції ПР

Розглянувши багатомасову модель робота і дослідивши систему рівнянь, що описують його коливання, можна дійти до таких висновків.

*Максимальний коефіцієнт динамічності* кожної ланки ПР досягає мінімуму під час демпфірування амортизаторів, а не зв'язків між ланками.

*Максимум стійкості ПР* досягається встановленням демпфера між ланками, сума обернених величин мас яких максимальна, тобто

$$\left( \frac{1}{m_{j+1}} + \frac{1}{m_j} \right) = \max \quad (3.15)$$

*Запас стійкості* амортизованого ПР, який подається двомасовою лінійною пружною системою, досягає максимуму демпфіруванням амортизаторів, а не зв'язків між його ланками.

*Першим критерієм* користуються за наявності в спектрі збуджуючих частот, які співпадають з власними частотами системи. Якщо спектр частот невідомий, то оптимізацію проводять за *другим критерієм*. І, нарешті, якщо параметри системи змінюються в широкому діапазоні, тоді доцільно оптимізувати її за *третьим критерієм*.

### **3.5 Запровадження додаткових сигналів в закон керування приводами ПР**

Реалізація активного силового способу гасіння коливань можлива за допомогою приводів програмних рухів виконавчих ланок ПР.

Принципова схема системи активного гасіння коливань наведена на рис. 6. Реєстрація зміни параметрів пружних коливань виконавчих ланок 5 здійснюється за допомогою датчика 4. Підсилювально-перетворювальний пристрій 3 підсилює і перетворює сигнал датчика, після чого він надходить на регулятор 2, що керує приводом 1 виконавчих ланок. Сила інерції виконавчих ланок спрямована проти пружних коливань і зменшує їх.

Використовується також метод встановлення додаткових малоінерційних двигунів (вібраторів), послідовно з основними приводами роботів. Наведений метод доцільно застосовувати для випадку великої інерційності слідкуючих приводів, чи за наявності системи керування.

Найбільшою складністю при реалізації такого методу є вимірювання параметрів коливальних рухів виконавчих органів ПР. Основним методом вимірювання є застосування тензодавачів.

Недоліком є обмежене його використання при зміні вильоту ланки, яка змінює положення вузла коливань.

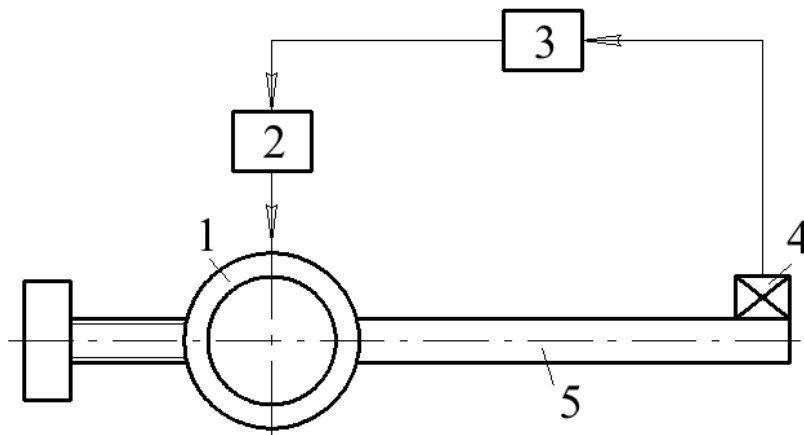


Рисунок 3.7 – Схема активного силового гасіння коливань

Використовуються також інерційні датчики, що встановлюються в кінці виконавчих органів і вимірюють абсолютні коливання захвату.

Для вимірювання швидкісних переміщень застосовують акселерометри (датчики прискорення) сигнал від яких двічі інтегрується у відповідних пристроях. Недоліком цього методу є вимір не тільки коливальних але й основних переміщень.



## ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ЗАХВАТНИХ ПРИСТРОЇВ ПРОМИСЛОВИХ РОБОТІВ

### 4.1 Призначення і основні вимоги до захватних пристроїв. Типи приводів захватних пристроїв

Однією з найважливіших ланок, що визначає технологічні можливості промислового робота, є *захватний пристрій (capture device)* (ЗП). ЗП *призначені* для захвату і утримання об'єкту маніпулювання в процесі його переміщення. Під час їхнього конструювання враховують форму заготовки, її властивості (крихкість, шорсткість поверхні тощо), умови перебігу технологічного процесу (підвищену температуру, вибухобезпеку, стан середовища); особливості технологічного оснащення, можливість забезпечення вимог взаємозаміни, жорсткості і точності з'єднання ЗП з механічною рукою ПР; ЗП зазвичай виконують швидкозмінними.

Залежно від характеру дії на об'єкт маніпулювання *розрізняють* чотири типи ЗП:

- *механічні (mechanical)*;
- *вакуумні (vacuum)*;
- *магнітні (magnetic)*;
- інші, що використовують фізико-хімічні властивості об'єкту.

До ЗП висуваються такі *основні вимоги*:

- надійне утримання деталі під час розгону і гальмування;
- забезпечення непошкодженості деталі і її поверхні під час захвату;
- захват деталей в широкому діапазоні мас і розмірів;
- швидке переналагодження захватів і губок;
- компенсація неточності позиціонування за рахунок піддатливості елементів ЗП за шістьма можливими координатними переміщеннями.

В приводах механічних ЗП найбільше поширення отримали пневмо- та гідропривідні пристрої, менше – електромеханічні.

Це зумовлено існуючими перевагами пневмо- та гідроприводу.

*До переваг пневмоприводу належать:*

- простоту конструкції;
- зручність регулювання зусилля затискання;
- роботу в агресивних середовищах і зонах високих температур.

Основними *недоліками* пневмоприводу є його великі габарити і невеликі зусилля, які реалізуються виконавчими ланками.

До переваг гідроприводу необхідно віднести:

- забезпечення великих зусиль затискання;
- невеликі габарити;
- високу швидкодію;
- високу потужність.

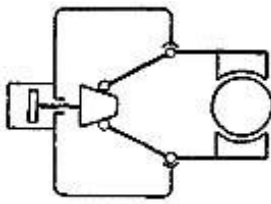
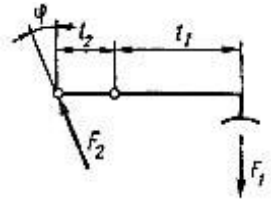
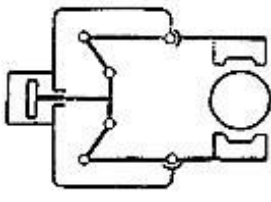
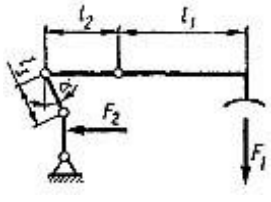
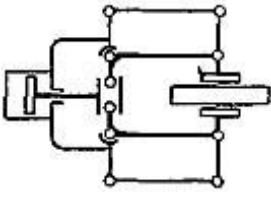
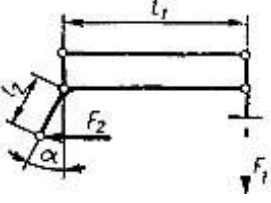
Основним *недоліком* гідроприводу є витік робочої рідини з напірних порожнин.

Електромеханічний привід через конструктивну складність використовується у виняткових випадках, коли доцільність його застосування обґрунтована техніко-економічними показниками.

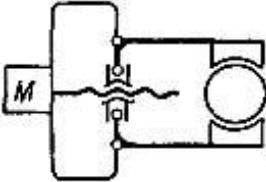
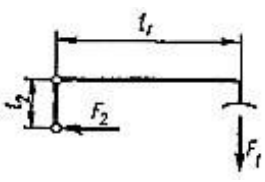
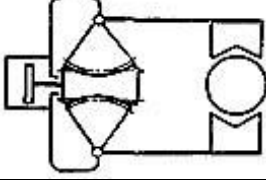
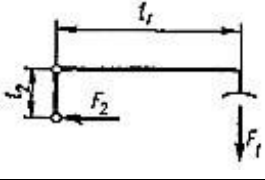
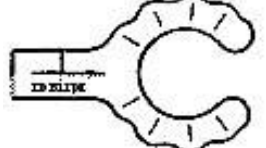
## 4.2 Конструктивні і розрахункові схеми захватних пристроїв, принцип їх роботи

Розглянемо конструктивні і розрахункові схеми найбільш поширених видів ЗП: клинових, важільних, гвинтових, рейкових, еластичних (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Основні типи захватних пристроїв і їхні розрахункові схеми

Тип ЗП	Схема ЗП	Розрахункова схема
1	2	3
Клиновий		
Важільний		
Важільний з паралельним переміщенням губок		

Продовження таблиці 4.1

1	2	3
Гвинтовий		
Рейковий		
Еластичний		—

З таблиці видно що, кожній конструктивній схемі відповідає своя розрахункова схема, згідно з якою визначається співвідношення між зусиллям затискання  $F_1$  і зусиллям, що розвиває привод  $F_2$ .

Для прикладу розглянемо пристрій і принцип дії важільного ЗП, який зображено на рис. 4.1.

ЗП складається з напірної порожнини 1, поршня 2, штока 3, тарілчастих пружин 4, корпусу 5, важелів 6, осей 7, губок 8, 9.

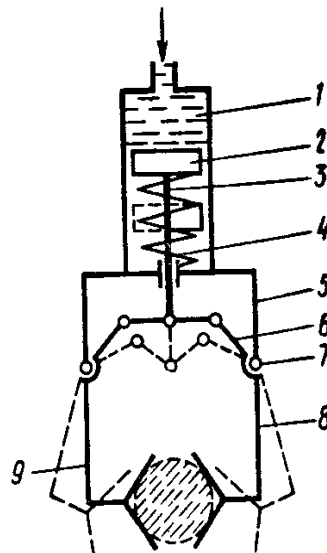


Рисунок 4.1 – Конструктивна схема важільного ЗП

*ЗП працює таким чином.* Під час подачі робочої рідини в напірну порожнину 1 під тиском поршень 2 переміщується вниз, тарілчасті пружини 4 стискаються, губки 8, 9 розходяться. При відсутності тиску робочої

рідини під дією пружин 4 поршень 2 переміщується вгору, губки 8, 9 сходяться і відбувається затискання об'єкту маніпулювання.

Зменшення габаритів і необхідної потужності приводу захвату реалізовано в конструкції, яка зображена на рис. 4.2. Це досягається за рахунок введення додаткових функціональних елементів, які забезпечують переміщення затискних губок для підводу їх до об'єкта маніпулювання, а також робоче зусилля утримання.

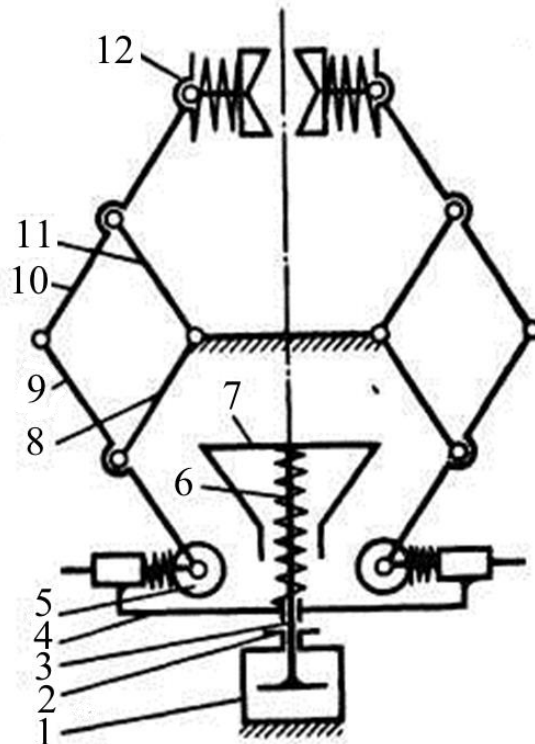


Рисунок 4.2 – Конструктивна схема важільного ЗП з покращеними техніко-економічними показниками

ЗП працює таким чином. Під час подачі тиску в штокову порожнину циліндра 1 шток 3 зміщується вниз, зміщуючи кулісу 4 з роликами 5 до упору 2. Одночасно розходяться шарніри 12 з затискними губками. Подальший рух штока стискає пружину 6, при цьому клин 7, наїжджаючи на ролики 5, зміщує їхні напрямні куліси. В результаті шарніри 12 також будуть зміщуватися, наближаючись по прямій лінії, паралельній переміщенню роликів.

Установка важелів 8-11 пантографа різної довжини дозволяє отримати необхідне передатне відношення шарнірного механізму, тобто при невеликому рухові штока гідроциліндра більшу величину поздовжнього руху губок захвату.

Для виробів з циліндричною зовнішньою поверхнею використовується регульовані самоцентрувальні захвати (рис. 4.3), що забезпечує захват циліндричних деталей різного діаметру без зміщення їхнього центра. Вказана мета досягається введенням в конструкцію рухомої призматичної опори. Захват, що лінійно переміщується, складається із симетрично розташованих шарнірних ланок, які містять в собі ведучу ланку 4, ведені ланки 8 та 9, губки 10, черв'як 2, зубчасті сектори 1 і 3, жорстко з'єднанні з ведучими ланками. Вісь черв'яка 2 закінчується гвинтом 6, а гайка 5 гвинтової пари установлена в напрямних і жорстко зв'язана з призматичною опорою 7.

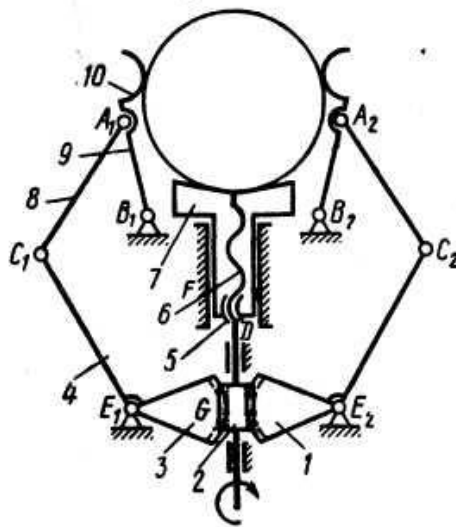


Рисунок 4.3 – Конструктивна схема важільного ЗП з регульованими самоцентрувальними захватами

Обертанням черв'яка одночасно передається рух захватним губкам і призматичній опорі. Її рух має бути узгоджений з переміщенням затискних губок так, щоб в момент захвату виробу відстань від центру виробу до точок контакту з губками і опорою були однакові.

Обслуговування деяких видів обладнання зв'язано з необхідністю захвату виробів при грубому наведенні маніпулятора на вісь об'єкту захвату. З цією метою може бути використаний захват з диференціальним механізмом привода губок (рис. 4.4), що дозволяє захоплювати деталі, розташовані між затискними губками на різних від них відстанях.

Пристрій працює таким чином. Обертання від вхідного вала через конічні шестерні 1 та 2 підводиться до корпусу 3; встановлені у ньому шестерні-сателіти 7 передають рух на шестерні 4 напівосей 6, опори яких розташовані в корпусі диференціала; обертання напівосей спричинює



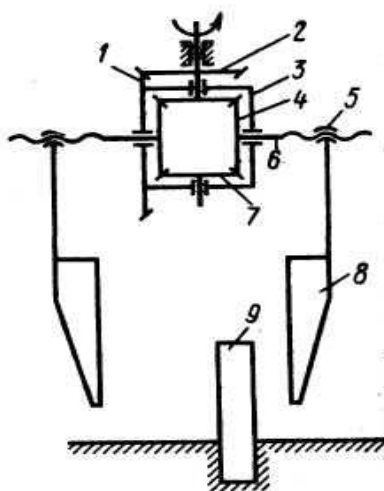


Рисунок 4.4 – Конструктивна схема важільного ЗП з диференціальним механізмом приводу губок

переміщення губок 8 захвату, зв'язаних з півосями гвинтової пари 5, при цьому зусилля розподіляється рівномірно на обидві губки.

За неточного підходу маніпулятора до об'єкта 9 обидві губки переміщуються назустріч одна одній до зупинки однієї з них, яка першою доторкнулася до об'єкта, потім до дотику переміщується інша. Відбувається затискання об'єкта.

### 4.3 Алгоритм проектного розрахунку ЗП

Проектування ЗП виконують в такій послідовності:

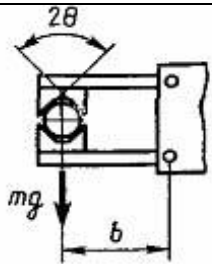
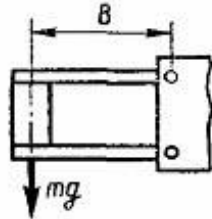
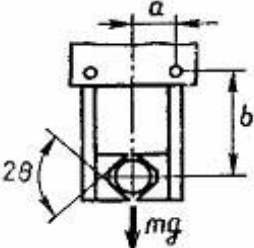
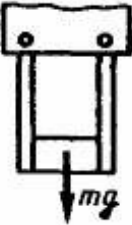
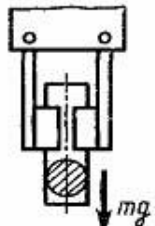
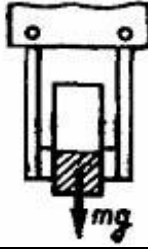
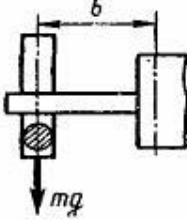
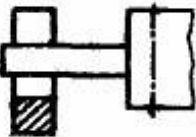
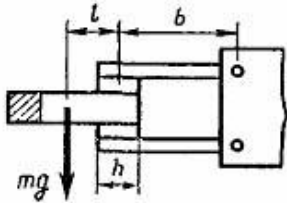
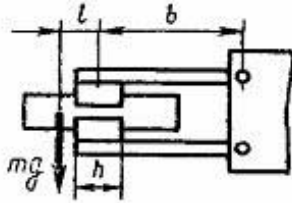
- вибирають тип ЗП;
- визначають зусилля затискання;
- визначають необхідне переміщення губок ЗП;
- визначають діючі сили, що діють на конструктивні елементи ЗП;
- вибирають тип привода;
- розраховують розміри конструктивних елементів ЗП і його привода.

Зусилля затискання визначають із допущення, що утримання об'єкту маніпулювання відбувається за рахунок сил тертя, які створюється цим зусиллям:

$$F = m \cdot (g + a) K_1 \cdot K_2 \quad (4.1)$$

де  $m$  – маса об'єкту маніпулювання;  $a$  – максимальне прискорення центру мас;  $K_1$  – коефіцієнт, що залежить від положення деталі по відношенню до губок ЗП і напрямку дії сили тяжіння; вибирають із табл. 4.2;  $K_2 = (1,3...2,0)$  – коефіцієнт запасу.

Таблиця 4.2 – Коефіцієнт  $K_1$  положення деталі в ЗП

Схема утримання вантажу	$K_1$	Схема утримання вантажу	$K_1$
	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
	$\frac{\operatorname{tg}\theta}{2} + \frac{a}{2b}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{\sin\theta}{2\mu}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{\sin\theta}{2\mu}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{3l}{h}$		$\frac{3l}{h}$

Зусилля приводу ЗП визначаються із умови рівності елементарних робіт, що виконуються приводом і губками ЗП.

$$F_n = F \cdot \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right), \quad (4.2)$$

де  $\Delta x$  – величина переміщення губок;  $\Delta y$  – величина переміщення поршня.

$$\Delta y = (d_{max} - d_{min}) + \Delta, \quad (4.3)$$

тут  $d_{max}$ ,  $d_{min}$  – максимальні і мінімальні значення діапазону розмірів заготовок;  $\Delta = 15 \dots 20$  мм – технологічний зазор для безперешкодного вивільнення заготовки.

Величину  $i_3 = \Delta y / \Delta x$  називають *передатним відношенням* ЗП. Його визначають з умови кінематичного аналізу ЗП.

Діаметр поршня *приводу* ЗП розраховується із співвідношення:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F_n}{(\pi \cdot \Delta p \cdot \eta_n \cdot \eta_3)}}, \quad (4.4)$$

де  $\Delta p$  – перепад тиску енергоносія; для пневмоприводу – 0,4 МПа, гідроприводу – 3...12,5 МПа;  $\eta_3$ ,  $\eta_n$  – ККД захвату і привода відповідно:  $\eta_3 = 0,9 \dots 0,95$ ;  $\eta_n = 0,85 \dots 0,95$ .

Визначення сил, що діють на елементи конструкцій ЗП, здійснюють на основі кінетостатичного аналізу, з врахуванням дії сили затискання.

На рис. 4.5 наведена розрахункова схема важільного ЗП. Розглянемо рівновагу ланки 2.

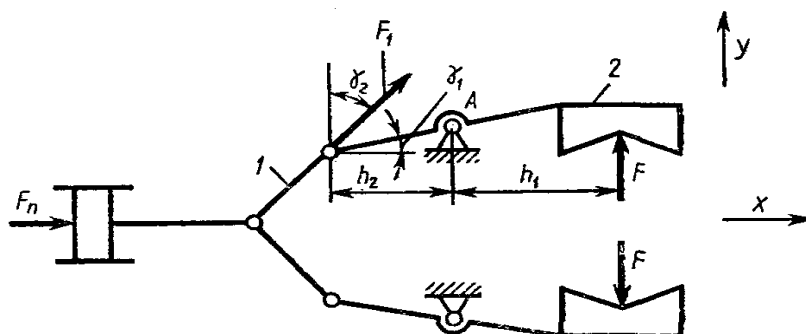


Рисунок 4.5 – Схема сил, що діють на ЗП

З умови рівноваги ланки 2 сума моментів діючих сил запишеться рівнянням

$$\sum M_A = F \cdot h_1 - F_1 \cdot h_2 \cdot \cos(\gamma_2) = 0, \quad (4.5)$$

з якого отримаємо величину сили  $F_1$ :

$$F_1 = \frac{F \cdot h_1}{h_2 \cdot \cos(\gamma_2)}. \quad (4.6)$$

Зусилля, що діє на шарнір А, знаходимо із суми проекцій сил на осі  $x$  і  $y$ :  
Рівновага ланки 2:

звідки

$$\sum F_{ix} = F_1 \cdot \sin(\gamma_2) - F_{Ax} = 0, \quad (4.7)$$

$$\sum F_{iy} = F_1 \cdot \cos(\gamma_2) + F - F_{Ay} = 0, \quad (4.8)$$

З виразів (4.7) і (4.8) визначаємо значення складових реакції в шарнірах:

$$\sum F_{Ax} = F_1 \cdot \sin(\gamma_2); \quad (4.9)$$

$$\sum F_{Ay} = F_1 \cdot \cos(\gamma_2) + F = F \cdot \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right), \quad (4.10)$$

за допомогою яких визначаємо сили, що діє в шарнірі А:

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} \quad (4.11)$$

За знайденими силами розраховують розміри ланок ЗП – губок, шарнірів, важелів тощо. Губки виготовляють із сталей 65Г; 60С2; У10А; з твердістю  $HRC_e \geq 55$ . Коефіцієнт тертя приймають – 0,3...0,4 (з рифленням), і 0,12...0,15 (без рифлення).

Розміри губок визначаються з умови міцності за контактними напруженнями, залежно від схеми контакту об'єкту маніпулювання і губок. Розрахункові залежності наведені в табл. 4.3.

Поперечний перетин важелів ЗП розраховують на згин (небезпечний переріз – місце установки шарніра).

$$\sigma_{зг} = M_{зг} / W \leq [\sigma]_{зг}, \quad (4.12)$$

де  $M_{зг}$  – згинальний момент,  $W$  – момент опору,  $\sigma_{зг}$  – напруження згину.

Шарніри ЗП розраховують на зріз і зминання, при цьому визначають діаметр шарніра за формулою

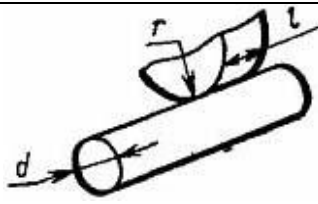

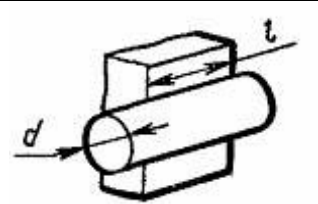
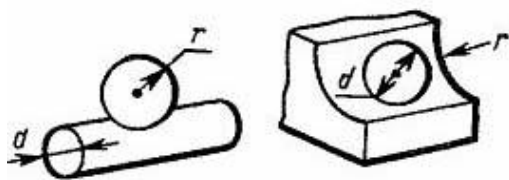
$$d = \sqrt{4F / ([\tau]_{зп} \cdot \pi)}, \quad (4.13)$$

а також його довжину –

$$l = \frac{F}{\pi \cdot d \cdot [\tau]_{зм}}, \quad (4.14)$$

де  $[\tau]_{зр}, [\tau]_{зм}$  – допустимі дотичні напруження при згині та зминанні.

Таблиця 4.3 – Схеми контакту заготовок із ЗП і розрахункові залежності для контактного напруження  $\sigma_H$

Схема контакту	Розрахункова формула
	$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{np}}{l} \left( \frac{2}{d} + \frac{1}{r} \right)}$
	$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{np}}{l} \left( \frac{2}{d} - \frac{1}{r} \right)}$
	$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{np}^2}{ld}}$
	$\sigma_H = m^3 \sqrt{\frac{FE_{np}^2}{r^2}} \text{ при } \frac{d}{2} < r$

**Примітка.**  $F$  – діюче зусилля.

Отримані конструктивні розміри елементів ЗП дозволяють виконати його конструктивну розробку. Варто зазначити, що створені універсальні ЗП, які імітують кисть людини з її 32-а ступенями рухомості, проте їх застосування недоцільне через велику вартість.

*Приклад.* Розрахувати захват з такими характеристиками: маса об'єкта маніпулювання 60кг, максимальне прискорення захвата  $5\text{м/с}^2$ . При переміщенні вісь заготовки може бути розташована горизонтально та вертикально, причому прискорення за напрямком може співпадати з напрямком сили тяжіння. Діаметр заготовки може коливатися від 60 до 200мм.

*Розв'язок.* Оскільки захват може займати як вертикальне, так і горизонтальне положення, приймаємо спосіб утримання заготовки за рахунок сил тертя з базованими призмами. Враховуючи, що заготовка сталева, приймаємо тип захвату механічний. Захват має забезпечувати

великий діапазон переміщень. Внаслідок високих вимог до точності установки приймаємо схему, яка зображена на рисунку 4.6, що забезпечує поступальний рух губок, а також точне базування заготовки в осьовому напрямку при різних її діаметрах.

Зусилля утримання заготовки

$$F = m(g + a) / (2f) = 60(10 + 5) / (2 \cdot 0,15) = 3000, \quad (4.15)$$

Зусилля приводу

$$F_n = Fi, \quad (4.16)$$

де  $i = 2l \cos \Theta / R$ ,  $\Theta = S / l = 90 / 150 = 0,6$ ;  $\Theta = 34^{\circ} 22' 39''$

Із конструктивних міркувань приймаємо  $l=150$  мм.

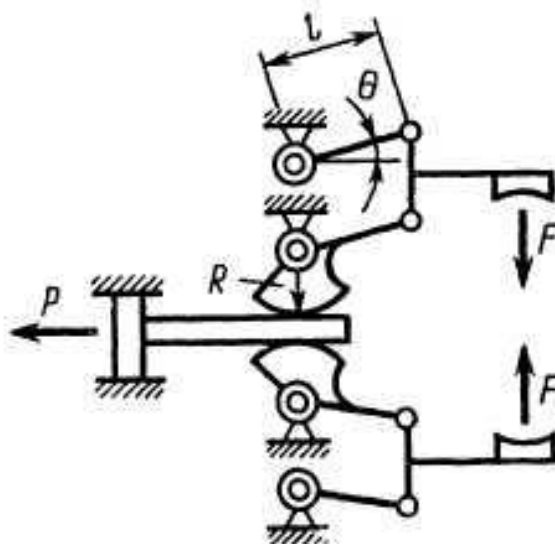


Рисунок 4.6 – Розрахункова схема захватного пристрою

$$S = (D_1 - d_2) / 2 + \Delta = (200 - 60) / 2 + 20 = 90, \quad (4.17)$$

де  $D_1 = 200$  мм – максимальний діаметр заготовки;  $d_2 = 60$  мм – мінімальний діаметр заготовки;  $\Delta = 20$  мм – додатковий хід, необхідний для виходу призми від поверхні заготовки:

Кут  $\Theta$  визначимо виходячи з максимального переміщення.

Радіус зубчастого колеса визначається із розрахунку зубчато-рейкової передачі на згин:

$$m = 14 \sqrt[3]{y_F K_{F\beta} T / (z^2 \psi_{bd} \sigma_{FP})}, \quad (4.18)$$

де  $z = 17$  – число зубців;  $y = 4,26$  – коефіцієнт форми зуба;  $\psi_{bd} = b/d = 0,6$  коефіцієнт, який враховує роз приділення навантаження по ширині вінця;  $\sigma_{FP} = 320 \text{ МПа}$  – допустиме напруження при розрахунку зубів на згинальну міцність (сталь 40ХН, термообробка поверхнева струмами високої частоти,  $K_{FL}=1$ ), тоді

$$m = 14 \sqrt[3]{4,26 \cdot 1,08 \cdot 3000 \cdot 0,15 / (17^2 \cdot 0,6 \cdot 320)} = 4,68 \quad (4.19)$$

Приймаємо  $m = 5$  мм, тоді

$$R = mz / 2 = 3 \cdot 17 / 2 = 42,5; \quad (4.20)$$

$$F_n = 2Fl \cos \Theta / R = 2 \cdot 3000 \cdot 150 \cdot 0,82 / 42,5 = 17365. \quad (4.21)$$

Площа поршня гідроциліндра (тиск мастила  $p = 12,5$  МПа)

$$d = \sqrt{4F_n / 9 / (p\pi)} = \sqrt{4 \cdot 17365 / (12,5\pi)} = 42. \quad (4.22)$$

Приймаємо  $d = 50$  мм.

Ширину губок визначаємо за контактними напруженнями:

$$b = 0,418 \sqrt{FE^2 / d[\sigma]_H^2}, \quad (4.23)$$

де  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль пружності матеріалу;  $[\sigma]_H = 650$  МПа (сталь 40Х, термообробка – поліпшення,  $K_{HL} \leq 1$ ), тоді

$$b = 0,418^2 \cdot 3000 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2 / (60 \cdot 650^2) = 8,49. \quad (4.24)$$

Приймаємо величину  $b = 10$  мм.

Небезпечним перерізом ( $h$ ) губок є переріз, спряжений з зубчастим сектором, на який діє згинальний момент:

$$h = \sqrt{12F(l - R) / (b[\sigma]_{32})}, \quad (4.25)$$

де  $[\sigma]_{32} = 250$  МПа (сталь 40Х – поліпшення), тоді

$$h = \sqrt{12 \cdot 3000(150 - 42,5) / (40 \cdot 250)} = 19,7. \quad (4.26)$$

Приймаємо товщину важеля ЗП рівною 30 мм.

Із конструктивних міркувань приймаємо відстань між шарнірами  $c=60$  мм. Тоді зусилля, що діє на шарніри,

$$F_{ш} = Fl / c = 3000 \cdot 150 / 60 = 7500H . \quad (4.27)$$

Діаметр шарнірів обираємо виходячи із розрахунку на зріз ( $[\tau]_{зр} = 120$  МПа – допустиме напруження перерізу для сталі 45):

$$d_{ш} = \sqrt{4F_{ш} / (\pi[\tau]_{зр})} = \sqrt{4 \cdot 7500 / (\pi \cdot 120)} = 8,92 . \quad (4.28)$$

Приймаємо  $d_{ш} = 10$  мм.

Перевіряємо шарніри на зминання ( $[\sigma_{зм}] = 80$  МПа – допустиме напруження зминання для сталі 45):

$$[\sigma_{зм}] = 2F_{ш} / (\pi d_{ш} b) = 2 \cdot 7500 / (\pi \cdot 10 \cdot 51) = 9,36 < 80 . \quad (4.29)$$

Для заданих параметрів ЗП при проектуванні використовуємо такі розміри: діаметр шарнірів – 10 мм, розміри важелів – 150x30x50 мм, діаметр гідроциліндра – 50 мм.





## ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ В ПРОМИСЛОВИХ РОБОТАХ

### 5.1 Типи зубчастих передач, що застосовують в ПР, їх розрахунок

Зубчастими передачами називають механізм, що передає рух із зачепленням ведучого і веденого коліс зі зміною кутової швидкості і моментів. **Зубчасті передачі** (*gear drives*) спроможні передавати потужність від десятих долів до десятків тисяч кВт з максимальною швидкістю  $v = 150$  м/с. В робототехніці зубчасті передачі використовують в механізмах повороту руки маніпулятора, несівної механічної системи, обертання та гойдання кисті та в інших пристроях.

В ПР застосовують зубчасті циліндричні, конічні, хвильові передачі. Передатні числа необхідно вибирати з ряду цілих чисел, що дасть змогу запобігти нерівномірному зношуванню бокових поверхонь зубців та виникненню коливань.

При проектуванні виконують розрахунки зубчастих передач:

- на контакту витривалість;
- на міцність при згині;
- на статичну міцність (переважно для розрахунків за значних короткочасних навантажень);
- на зношування – для відкритих передач.

Суть та мета цих розрахунків наведені нижче.

### 5.2 Циліндричні зубчасті передачі

#### 5.2.1. Вибір матеріалу зубчастих передач

Для виготовлення зубчастих коліс силових передач основним матеріалом слугує вуглецева або легована сталь і рідше чавун. Сталеві зубчасті колеса, як правило, піддають термообробці. У мало навантажених і кінематичних передачах як матеріал зубчастих коліс використовують пластмаси (текстоліт, поліаміди).

Твердість сталі – основний показник, що визначає значення допустимих напружень при розрахунках зубчастих передач на міцність.

Зубчасті колеса залежно від твердості робочих поверхонь зубців після термообробки, можна умовно розділити на дві групи: із твердістю не

більш  $350HB$  – нормалізовані або поліпшені; із твердістю більше  $350HB$  – об'ємно загартовані, цементовані, нітроцементовані, ціановані, азотовані.

При твердості матеріалу не більш  $350HB$  чистову нарізку зубців можна робити після остаточної термічної обробки заготовки.

Поверхні нормалізованих і поліпшених зубців добре припрацьовуються, у результаті чого похибки, допущені при нарізуванні зубців і під час збирання передачі, частково усуваються. Недоліком таких коліс є їхня порівняно невисока міцність, унаслідок чого передачі з такими колесами виходять порівняно великих розмірів. Поліпшені зубчасті колеса використовують у передачах, вага і габаритні розміри яких строго не обмежені.

Нормалізацію – термообробку, за якої міцність матеріалу мінімальна, застосовують тільки для зубчастих коліс мало навантажених передач і для великогабаритних зубчастих коліс.

Якщо твердість робочих поверхонь хоча б одного з зубчастих коліс пари не більш  $350HB$ , то для забезпечення однакової довговічності зубців шестерні та колеса і пришвидшення їхнього припрацювання твердість робочих поверхонь зубців шестерні завжди приймається більше твердості зубців колеса не менш ніж на 15...20 одиниць за Брінеллем:

$$HB_1 > HB_2 + (15...20)$$

Сталі, із твердістю не більше  $350HB$ , широко застосовуються в індивідуальному і дрібносерійному виробництві зубчастих коліс, у мало і середньо навантажених передачах, а також у передачах з великими колесами, термообробка яких важча.

Зубчасті колеса з твердістю поверхні зубців не більше  $350HB$  застосовують у середньо- і високонавантажених зубчастих передачах для зменшення їхніх габаритів. Таку твердість поверхні зубців досягають об'ємним загартовуванням з низькотемпературним відпуском, поверхневим загартовуванням (зазвичай з індукційним нагріванням поверхні ТВЧ), цементацією, ціануванням, нітроцементацією з наступним загартовуванням і низьким відпуском, азотуванням.

Зубці, нарізані до хіміко-термічної обробки, після загартовування зазвичай шліфують для усунення неточностей, обумовлених зміною при загартовуванні їхньої форми і розмірів (коробленням). Шліфування малопродуктивне і видаляє шар матеріалу з найбільшою контактною міцністю. Тому за невеликих колових швидкостей коліс і деякого допустимого шуму передачі зубці можна не шліфувати.

Азотування зубчастих коліс практично не порушує їхньої точності, однак у зв'язку зі складністю і підвищеною вартістю цього процесу воно застосовується лише для зубчастих коліс високо відповідальних передач.

Об'ємно-загартовані зубчасті колеса застосовують обмежено в зв'язку зі значними залишковими деформаціями зубців після термообробки, підвищеною чутливістю до концентрації напружень і зниженням ударної в'язкості.

Застосування твердих матеріалів є великим резервом підвищення навантажувальної здатності зубчастих передач. Однак тверді матеріали погано припрацьовуються, вимагають підвищеної точності виготовлення, а також підвищеної твердості балок і опор.

Застосування твердих сталей для виготовлення зубчастих коліс доцільно й економічно виправдано в умовах великосерійного і масового виробництва.

Для зубчастих передач із твердими (не менш 45HRC) робочими поверхнями зубців обох зубчастих коліс, що не припрацьовуються, забезпечувати різницю твердості зубців шестірні і колеса не потрібно.

Рекомендовані комбінації термообробки для шестірні і наведено в табл. 5.1.

Таблиця 5.1– Рекомендовані комбінації термообробки пари коліс

Пари	Колесо	Шестірня
Припрацьовуються	Нормалізація	Поліпшення
	Поліпшення	Поліпшення
	Поліпшення	Поверхнєве гартування
Не Припрацьовуються	Поверхнєве Гартування	Поверхнєве Гартування
Припрацьовуються	Поліпшення	Нітроцементация. Цементация. Ціанування. Азотування
Не припрацьовуються	Нітроцементация. Цементация. Ціанування. Азотування	Нітроцементация. Цементация. Ціанування. Азотування

Характеристики механічних властивостей сталей, що застосовуються для зубчастих коліс, при різній термообробці наведено в табл. 5.2.

### 5.2.2. Визначення допустимих напружень

#### Вибір допустимих напружень

Відповідно до ГОСТ 21354–87 допустимі контактні напруження визначаються за формулою, МПа:

$$\sigma_{HP} = (\sigma_{Hlimb} \cdot Z_N \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_L \cdot Z_X) / S_H, \quad (5.1)$$

Таблиця 5.2– Характеристики механічних властивостей сталі

Марка сталі	Розмір перетину $S$ , мм	Твердість $HV$ або $HRC$		Тимчасовий опір розриву $\sigma_y$ , МПа	Межа плинності, $\sigma_T$ , МПа	Термообробка*
		поверхні $HRC$	серцевини $HV$			
1	2	3	4	5	6	7
35	будь-який	-	163–193	550	270	Н
45	будь-який $\leq 80$	-	179–207	600	320	Н
		-	192–240	750	450	П
		-	241–285	850	580	П
20X	$\leq 60$	56–63–63	197	650	400	Ц, 3, НВ
40X	60–100	-	230–260	750	520	П
	$\leq 60$	-	260–280	1000	800	П
	$\leq 80$	45–50	269–302	900	750	П, 3
40ХН	$\leq 100$	-	230–280	850	600	П
	100–300	-	163–269	800	580	П
	$\leq 125$	50–56	269–302	900	740	П, 3
12ХН3 А	40–60	56–63	250	920	700	Ц, 3, НВ
	$\leq 40$	56–63–63	300	1000	800	Ц, 3, НВ
18ХГТ	$\leq 40$	56–63	300	1000	800	Ц, 3, НВ
	40–80	56–63–63	270	950	750	Ц, 3, НВ
38Х2М ЮА	-	63–68	-	-	-	А
40ХН МА	$\leq 80$	50–56–56	269–302	980	780	П, А
20ХН М	$\leq 125$	56–63–63	300–400	1000	800	Ц, Ц, 3
35Л	будь-який	-	163–207	550	270	Н
45Л	$\leq 200$	-	207–235	680	440	П

\*Позначення термообробки: А – азотування; 3 – загартовування; Н – нормалізація; НВ – низький відпуск; П – поліпшення; Ц – цементация

де  $\sigma_{Hlim}$  – межа контактної витривалості поверхонь зубців при заданому числі циклів зміни напруг, МПа;  $Z_R$  – коефіцієнт, що враховує шорсткість сполучених поверхонь зубців.

Значення  $Z_R$ , загальне для шестірні і колеса, приймають для того зубчастого колеса з пари, зуби якого мають більш грубі поверхні залежно від класу шорсткості поверхні. Для 7-го класу ( $R_a 0,8$ )  $Z_R=1$ . Для 6-го класу ( $R_a 1,6$ )  $Z_R=0,95$ . Для 5-го і 4-го класів ( $R_a 3,2...6,3$ )  $Z_R=0,9$ ;

$Z_V$  – коефіцієнт, що враховує колову швидкість передачі. При  $v \leq 5$  м/с приймають  $Z_V = 1$ .

Для інших значень колових швидкостей значення коефіцієнта  $Z_V$  варто приймати за табл. 5.3:

Таблиця 5.3 – Значення коефіцієнтів  $Z_V$

$v_1$ м/с	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
НВ										
$\leq 350$	1,017	1,040	1,068	1,088	1,105	1,12	1,135	1,145	1,155	1,165
$> 350$	1,01	1,025	1,035	1,045	1,055	1,06	1,068	1,073	1,079	1,082

$Z_L$  – коефіцієнт, що враховує вплив змащення ( $Z_L = 1$ );

$Z_X$  – коефіцієнт, що враховує розмір зубчастого колеса. При  $d = 700$  мм приймаємо  $Z_X = 1$ , при інших значеннях початкового кола колеса коефіцієнт  $Z_X$  приймають по табл. 4:

Таблиця 5.4 – Значення коефіцієнтів  $Z_X$

$d$ , мм	800	900	1000	1500	2000	3000	4000
$Z_X$	0,995	0,985	0,98	0,96	0,94	0,87	0,83

$S_H$  – коефіцієнт безпеки. Приймають  $S_H = 1,1$  – при нормалізації, поліпшенні або об'ємному загартовуванні зубців (однорідна структура матеріалу за об'ємом);  $S_H = 1,2$  – при поверхневому загартовуванні, цементації, нітроцементації, азотуванні (неоднорідна структура матеріалу за об'ємом).

Для передач, вихід з ладу яких пов'язаний з важкими наслідками, коефіцієнти безпеки варто збільшувати до 1,25 і 1,35 відповідно;

Межу контактної витривалості поверхні зубців  $\sigma_{Hlimb}$ , що відповідає базовому числу циклів змін напружень, приймають за табл. 5.5 МПа або за табл. 5.6.

Таблиця 5.5 – Розрахункові залежності для  $\sigma_{Hlim}$

Способи термічної і хіміко-термічної обробки зубців	Середня твердість поверхні зубців	Сталі	Формули для розрахунку значень $\sigma_{Hlim}$ , МПа
Відпал, нормалізація або поліпшення	350HB	Сталі малолеговані	$\sigma_{Hlim} = 2H_{HB} + 70$
Об'ємне загартовування	38...50HRC	Сталі леговані	$\sigma_{Hlim} = 18H_{HRC} + 150$
Поверхнєве загартовування	40...50HRC	Сталі леговані	$\sigma_{Hlim} = 17H_{HRC} + 200$
Цементация і нітроцементация Азотування	56 HRC 550...750HV	Сталі леговані	$\sigma_{Hlim} = 23H_{HRC}$ $\sigma_{Hlim} = 1050$

$Z_N$  – коефіцієнт довговічності, що враховує вплив терміну служби і режиму навантаження передачі, визначають за формулами (5.2):

$$Z_N = \sqrt[6]{\frac{N_{Hlim}}{N_K}}, \quad \text{при } N_K \leq N_{Hlim}; \quad (5.2)$$

$$Z_N = 20\sqrt[6]{\frac{N_{Hlim}}{N_K}}, \quad \text{при } N_K > N_{Hlim}. \quad (5.3)$$

При однорідній структурі матеріалу зубчастих коліс коефіцієнт  $Z_{Nmax} \leq 2,6$ , а для поверхневого зміцнення  $Z_{Nmax} \leq 1,8$ .

Базове число циклів зміни напружень  $N_{Hlim}$ , яке відповідає  $\sigma_{Hlim}$ , для шестірні та зубчастого колеса може бути визначене за формулою

$$N_{Hlim} = 30^{2,4} \leq 12 \cdot 10^7, \quad (5.4)$$

або за табл. 5.7.

Сумарне число циклів навантажень, що відповідає заданому терміну служби передачі, за постійного навантаження визначається за залежністю

$$N_{Hlim} = 60n_i c L_h, \quad (i = 1,2), \quad (5.5)$$

де  $n_i$  – частота обертання шестірні ( $i = 1$ ), чи зубчастого колеса ( $i = 2$ ),  $\text{хв}^{-1}$ ;  $c$  – число зачеплень зуба за один оберт колеса ( $c$  дорівнює числу коліс, що знаходяться в зачепленні з тим, що розраховується);  $L_h$  – число годин роботи передачі за розрахунковий термін служби.

Співвідношення між твердістю, що виражені в одиницях  $HRC$ ,  $HB$  і  $HV$  наведені в табл. 5.8.

Для змінного навантаження передачі замість  $N_K$  підставляється еквівалентне число циклів зміни напружень  $N_{HE}$ .

Еквівалентне число циклів зміни напружень  $N_{HE}$  визначають залежно від характеру циклограми навантаження.

Розрізняють режими постійного (рис. 5.1, а) і змінного навантаження. Змінне навантаження може бути задане ступінчастою циклограмою (рис. 5.1, б) і циклограмою з плавним характером зміни навантаження (рис. 5.1, в).

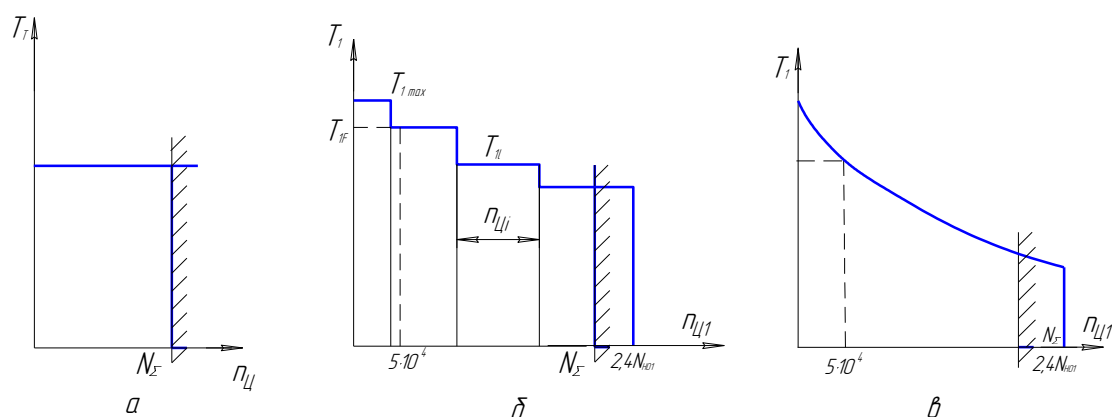


Рисунок 5.1– Режимы навантаження

При ступінчастій циклограмі навантаження

$$N_{HE} = N_{\Sigma} \sum_i \left[ \left( \frac{T_{1i}}{T_1} \right)^3 \left( \frac{n_{ци}}{N_{\Sigma}} \right) \right], \quad (5.6)$$

де  $N_{\Sigma}$  – сумарне число циклів зміни напруження;  $N_{\Sigma} = \sum n_{ци}$ ;  $T_{1i}$  – обертальний момент, що відповідає  $i$ -ій сходинці циклограми навантаження;  $n_{ци}$  – число циклів зміни напружень за час дії моменту  $T_{1i}$ :

$$n_{ци} = 60 t_{ци} n_i. \quad (5.7)$$

При визначенні  $N_{HE}$  для змінного навантаження враховується тільки та частина циклограми навантаження, у якій число циклів дії навантаження не більше  $2,4 N_{Hlim}$ , тобто при  $N_{\Sigma} > 2,4 N_{Hlim}$  варто приймати  $N_{\Sigma} = 2,4 N_{Hlim}$  (рис. 5.1 б, в). При визначенні  $N_{HE}$  можна не враховувати ті ділянки циклограми навантаження, що відповідають короточасним навантаженням, загальне число циклів дії яких менше  $0,03 N_{HE}$ .

Таблиця 5.6 – Значення коефіцієнта довговічності  $Z_N$

	Для постійного і змінного навантаження												Для постійного навантаження			
	0,005	0,01	0,02	0,03	0,05	0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	1,0	4,0	3,0	12,6
$N_{HE}/N_{HO}$																
$Z_N$	2,45	2,18	1,95	1,8	1,68	1,55	1,5	1,33	1,23	1,28	1,1	1,05	1,0	0,95	0,92	0,9

Таблиця 5.7 – Базове число циклів напружень  $N_{lim}$

$HB$	100	200	250	300	350	400	450	500	550	600 і більш
$N_{HO}$	10	10	17	25	35	50	70	90	110	120

Таблиця 5.8 – Співвідношення між твердостями сталей

$HB$	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$HRC$	25	32	37,5	43	47	52	56	59,5	63,5	67
$HV$	260	310	365	425	500	570	650	760	870	960



При плавному характері циклограми навантаження (рис. 5.1, б) допускається приведення до одного з типових режимів навантаження по довідковому додатку ГОСТ 21354–77. Тоді еквівалентне число циклів зміни напружень  $N_{HE}$  визначиться за формулою

$$N_{HE} = \mu_H \cdot N_{Hlim}, \quad (5.8)$$

де коефіцієнт інтенсивності навантажень при  $n = const$ :

$$\mu_H = \sum_1^n \left( \frac{T_i}{T_H} \right)^3 \cdot \frac{N_{Ci}}{N_{Hlim}}. \quad (5.9)$$

Для навантажень  $T_i > T_H$  приймають  $Z_N = 2,6$  – при однорідній структурі матеріалу, та  $Z_N = 1,8$  – при поверхневому гартуванню.

При проектному розрахунку для прямозубих коліс як розрахункове  $\sigma_{HP}$  приймається допустиме контактне напруження того зубчастого колеса (шестірні або колеса), для якого воно менше. Для косозубої і шевронної передач

$$\sigma_{HP} = 0,45(\sigma_{HP1} + \sigma_{HP2}) \leq 1,23 \sigma_{HPmin}. \quad (5.10)$$

*Вибір допустимих напружень при розрахунках зубчастих передач на згинальну витривалість.*

За ГОСТ 21354-77 допустимі напруження згину зубців визначають за формулою, МПа:

$$\sigma_{FPi} = (\sigma_{Flimbi} \cdot Y_{Ni} \cdot Y_R \cdot Y \cdot Y_X) / S_{Fi}, \quad (5.11)$$

де

$$\sigma_{Flimbi} = \sigma_{Flimbi}^0 \cdot Y_T \cdot Y_Z \cdot Y_g \cdot Y_d \cdot Y_A - \quad (5.12)$$

межа витривалості матеріалу зубців при згині із врахуванням технології виготовлення коліс, МПа;  $i = 1,2$  – індекс, який приймають для позначення шестірні чи колеса, відповідно;  $Y_N$  – коефіцієнт довговічності за дії згинних напружень;  $Y_R$  – коефіцієнт, що враховує вплив шорсткості перехідної поверхні.

Для шліфування і зубофрезерування при класі шорсткості не нижче 4,  $Y_R = 1$ .

Для полірування  $Y_R$  залежно від способу термічного зміцнення приймають 1,05...1,2 (докладніше див. ГОСТ21354–77);

$Y_\delta$  – коефіцієнт, що враховує вплив градієнту напружень та чутливість матеріалу до концентрації напружень. Для зубчастих коліс з конструкційних сталей визначають залежно від модуля за табл. 5.9;  $Y_X$  – коефіцієнт, що враховує розміри зубчастого колеса. Визначають за табл. 5.10 залежно від діаметра вершин зубчастого колеса;

Таблиця 5.9 – Значення коефіцієнта  $Y_\delta$

$m$ , мм	1	2	3	4	5	6	7	8
$Y_\delta$	1,1	1,03	1,1	0,98	0,96	0,94	0,93	0,92
$m$ , мм	9	10	15	20	30	40	50	–
$Y_\delta$	0,915	0,9	0,88	0,86	0,84	0,83	0,82	–

Таблиця 5.10 – Значення коефіцієнта  $Y_X$

$d_a$ , мм	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	1900	2000
$Y_X$	1,0	0,98	0,96	0,93	0,90	0,88	0,86	0,84	0,82	0,8

$S_{Fi}$  – коефіцієнт безпеки для згину. Рекомендують  $S_F = 1,4 \dots 1,7$  – верхні значення для литих заготовок (табл. 5.11);  $\sigma_{Flimbi}^0$  – межа витривалості матеріалу зубців при згині, що відповідає базовому числу циклів зміни напружень, визначають за табл. 5.11, МПа;  $Y_T$  – коефіцієнт, що враховує технологію виготовлення зубчастого колеса;  $Y_Z$  – коефіцієнт, що враховує спосіб отримання заготовки колеса ( $Y_Z = 1$  – поковка;  $Y_Z = 0,5$  – прокат;  $Y_Z = 0,8$  – вилівка);  $Y_g$  – коефіцієнт, що враховує вплив шліфування перехідної поверхні зубців. Для зубчастих коліс з не шліфованою перехідною поверхнею зубців приймають  $Y_g = 1$ . Для коліс з шліфованою перехідною поверхнею зубців  $Y_g$  – вибирають за ГОСТ 21354–77 у залежності від способу термічної або хіміко-термічної обробки;  $Y_d$  – коефіцієнт, що враховує вплив деформаційного зміцнення або електрохімічної обробки перехідної поверхні зубців. Значення  $Y_d$  вибирають за ГОСТ 21354–77. Для зубчастих коліс без деформаційного зміцнення або електрохімічної обробки перехідної поверхні приймають  $Y_d = 1$ ;  $Y_A$  – коефіцієнт впливу двобічності (реверсу) прикладання навантаження до зубця.  $Y_A = 1$  – при одnobічному прикладанні навантаження.

При двосторонньому прикладанні навантаження

$$Y_A = 1 - y_A \cdot \frac{\min\left(\frac{T_F}{Y_N}; \frac{T'_F}{Y'_N}\right)}{\max\left(\frac{T_F}{Y_N}; \frac{T'_F}{Y'_N}\right)}, \quad (5.13)$$

Таблиця 5.11 – Межа витривалості  $\sigma_{Flimb}^0$  та коефіцієнт безпеки  $S_F$

Вид термообробки і марка сталі	Твердість зубців HRC		$\sigma_{Flimb}^0$ , МПа	$S_F$
	на поверхні	в серцевині		
Цементация легованих сталей: зміст Ni більше 1% і хрому 1% та менше (наприклад, 20ХН2М, 12ХН2, 12ХН3А )	57...63	32...45	950	1,7
Сталі марок 18ХГТ, 30ХГТ, 12Х2Н4А та ін.	57...63	32...45	800	1,7
Нітроцементация легованих сталей: 25ХГМ 25ХГТ, 30ХГТ і ін.	57...63	32...45	1000	1,7
	57...63	32...45	750	1,7
Загартовування при нагріванні ТВЧ по всьому контурі: Сталі зниженої гартваності (наприклад, 55П ) Сталі марок 60ХВ, 60Х, 60ХН і ін. Сталі марок 35ХМА, 40Х, 40ХН і ін.	58...62	28...35	900	1,7
	54...60	25...35	700	1,7
	48...60	25...35	600	1,7
Нормалізація або поліпшення	HB180...350	HB180...350	1,35HB+100	1,65
Азотування легованих сталей	-	24...40	18HRC <sub>серц</sub> +50	2

де  $Y_A$  – коефіцієнт впливу амплітуд напружень протилежного знаку, що залежить від виду термічної чи хіміко-термічної обробки. Для відпалу, нормалізації та поліпшення приймається  $Y_A = 0,35$ , для об'ємного та поверхневого гартування, цементації та нітроцементації –  $Y_A = 0,25$ , для азотування –  $Y_A = 0,1$ ;  $T_N, T'_N, Y_N, Y'_N$  – відповідно, моменти та коефіцієнти довговічності під час розрахунку протилежного боку зубця.

$Y_{Ni}$  – коефіцієнт довговічності, що при розрахунку на згинальну витривалість визначається за формулою

$$Y_{Ni} = \sqrt[q_F]{4 \cdot 10^6 / N_K} \geq 1 \text{ або } Y_{Ni} = \sqrt[q_F]{4 \cdot 10^6 / N_{FE}} \geq 1. \quad (5.14)$$

Для сталевих зубчастих коліс із твердістю поверхні зубців не більше 350 НВ, а також для зубчастих коліс, загартованих при нагріванні ТВЧ з обривом загартованого шару в перехідній поверхні і зубчастих коліс зі шліфованою перехідною поверхнею незалежно від твердості і термообробки зубців  $q_F = 6$ . Для сталевих зубчастих коліс з нешліфованою перехідною поверхнею при твердості зубців більш 350 НВ (азотованих коліс та цементованих і нітроцементованих) і чавунних коліс  $q_F = 9$ .

У випадку роботи зубчастої передачі за змінним режимом роботи (ступінчастим, чи неперервно змінним)  $Y_{Ni}$  визначається через  $N_{FEi} = \mu_F \cdot N_{Flimi}$ . Для ступінчастого графіка навантаження передачі

$$\mu_F = \sum_{i=1}^n \left( \frac{T_i}{T_{ном}} \right) \cdot \frac{q_F \cdot N_{ci}}{N_{Flimi}} \quad (5.15)$$

Максимальне значення коефіцієнту довговічності при  $q_F = 6$  рекомендовано приймати  $Y_{Nimax} = 4$ , а при  $q_F = 9$  інше –  $Y_{Nimax} = 2,5$ .

Під час виконання проектного розрахунку на згин.

$$\sigma_{FPi} = 0,4 \cdot \sigma_{Flimbi}^\circ \cdot Y_{Ni}, \quad (5.16)$$

де  $Y_\delta \cdot Y_R \cdot Y_X \cdot Y_T \cdot Y_Z \cdot Y_d \cdot Y_\alpha \cdot Y_A \cdot S_F^{-1} = 0,4$

У випадку розрахунку реверсивних зубчастих передач знайдене значення  $\sigma_{FPi}$  зменшують на 25% тобто

$$\sigma_{FPP} = 0,75 \cdot \sigma_{FPi}. \quad (5.17)$$

Рекомендується вибирати матеріали та термообробку зубців шестірні і колеса передачі таким чином, щоб

$$\sigma_{FP1}/Y_{FS1} = \sigma_{FP2}/Y_{FS2} \quad \text{або} \quad \sigma_{FP2} = \sigma_{FP1} \cdot Y_{FS2}/Y_{FS1}. \quad (5.18)$$

Якщо це співвідношення не витримується, то розрахунок на згин ведуть за тим колесом у якого  $\sigma_{FPi}/Y_{FSi}$  є мінімальним.

### 5.2.3. Порядок розрахунку циліндричних зубчастих передач

1. Вибирають матеріал зубчастих коліс. Призначають термообробку шестірні та колеса (п. 5.2.1).

2. Визначають допустимі напруження  $\sigma_{HP}$  (п.5.2.2), прийнявши

$$Z_R \cdot Z_V \cdot Z_L \cdot Z_X = 0,9. \quad (5.19)$$

3. Виконують проектний розрахунок передачі на контактну витривалість. Проектний розрахунок слугує тільки для попереднього визначення розмірів і не може замінити перевірочні розрахунки на контактну витривалість зубців при згині.

Вихідними даними для проектного розрахунку контактну витривалість є: циклограма навантаження; параметр  $\Psi_{bd} = b_w / d_w$ ; передатне число  $u$ ; вид передачі – прямозуба або косозуба; термічна або хіміко-термічна обробки і твердість робочих поверхонь зубців.

4. Алгоритм проектного розрахунку на контактну витривалість.

Визначення попереднього значення діаметра початкового кола, шестерні, мм:

$$d_{w1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta} (u+1)}{\Psi_{bd} \cdot \sigma_{HP}^2 \cdot u}}, \quad (5.20)$$

де  $K_d$  – допоміжний коефіцієнт (табл. 5.12);  $T_{1H}$  – крутний момент на шестірні, Н·м. Як розрахункове приймається максимальне значення крутного моменту за циклограмою навантаження (див.рис. 5.1, б), число циклів дії якого перевищує  $5 \cdot 10^4$ ;  $K_{H\beta}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця, визначають за табл. 5.13. Для відповідальних передач  $K_{H\beta}$  і  $K_{F\beta}$  визначаються за Додатком 3 до ГОСТ 21354–77. Якщо матеріалом одного з коліс є текстоліт, поліамід або ДСП, то  $K_{F\beta} = K_{H\beta} = 1$ ;

Таблиця 5.12 – Значення коефіцієнта  $K_d$

Коефіцієнт	Вид коліс	Матеріал шестерні і колеса					
		Сталь – сталь	Сталь – чавун	Сталь – бронза	Чавун – чавун	Текстоліт – сталь	Поліамід (капролон)-сталь
$K_d$ , МПа <sup>1/3</sup>	Прямозубі	770	700	680	645	310	240
	Косозубі	675	610	600	565	270	210
	Шевронні	675	610	600	565	270	210
$Z_E$ , МПа <sup>1/2</sup>	-	275	234	225	209	69,5	47,5

Таблиця 5.13 – Значення коефіцієнтів  $K_{H\beta}$

Відносна ширина колеса	Симетричне розташування шестерні відносно опори				Несиметричне розташування шестерні відносно опори								Консольне розташування одного з коліс			
					Жорсткий вал $L/d_{оп} \leq 3...6$				Менш жорсткий вал $L/d_{оп} > 6$							
$\Psi_{bd} = \frac{b_w}{d_w}$	$K_{H\beta}$	$K_{F\beta}$			$K_{H\beta}$	$K_{F\beta}$			$K_{H\beta}$	$K_{F\beta}$			$K_{H\beta}$	$K_{F\beta}$		
	При твердості робочих поверхонь зубців, НВ				При твердості робочих поверхонь зубців, НВ				При твердості робочих поверхонь зубців, НВ				При твердості робочих поверхонь зубців, НВ			
	>350	350	>350	<350	>350	<350	>350	<350	>350	<350	>350	<350	>350	<350	>350	<350
0,2	1,0	1,0	1,0	1,0	1,01	1,0	1,02	1,0	1,06	1,02	1,1	1,05	1,15	1,07	1,25	1,13
0,4	1,01	1,0	1,03	1,01	0,05	1,02	1,07	1,04	1,12	1,05	1,20	1,12	1,35	1,15	1,55	1,28
0,6	1,03	1,01	1,05	1,02	1,09	1,04	1,13	1,07	1,20	1,08	1,30	1,17	1,60	1,24	1,9	1,50
0,8	1,06	1,03	1,08	1,05	1,14	1,06	1,20	1,11	1,27	1,12	1,44	1,23	1,85	1,35	2,30	1,70
1,0	1,10	1,04	1,15	1,08	1,18	1,08	1,27	1,15	1,37	1,15	1,57	1,32	-	-	-	-
1,2	1,13	1,05	1,18	1,10	1,25	1,10	1,37	1,20	1,50	1,18	1,72	1,40	-	-	-	-
1,4	1,15	1,07	1,25	1,13	1,32	1,13	1,50	1,25	1,60	1,23	1,85	1,50	-	-	-	-
1,6	1,20	1,08	1,30	1,16	1,40	1,16	1,60	1,32	-	1,28	-	1,60	-	-	-	-

**Примітка.**  $L$  – відстань між опорами вала, мм;  $d_{оп}$  – діаметр вала під опорами, мм.

$\Psi_{bd}$  – коефіцієнт ширини зубчастих коліс відносно діаметра, приймається  $\Psi_{bd} = \frac{b_w}{d_w} = 0,20...1,6$ . Менші значення – для рухливих блоків коробок

передач, більші – для редукторів з косозубими і шевронними колесами (табл. 5.14);  $\sigma_{HP}$  – допустиме контактне напруження, МПа. Визначається відповідно до п. 5.2.2.;  $u$  – передатне число.

Таблиця 5.14 – Значення коефіцієнта

Розташування колеса щодо опор	при твердості робочих поверхонь зубців	
	$HB_2 \leq 350$ або $HB_1, HB_2 \leq 350$	$HB_2$ і $HB_1 > 350$
Симетричне	0,8...1,4	0,4...0,9
Несиметричне	0,6...1,2	0,3...0,6
Консольне	0,3...0,6	0,2...0,35

**Примітка:** 1. Великі значення для постійних і близьких до них навантажень для твердих конструкцій валів і опор.

2. Для шевронних передач при  $b_w$ , що дорівнює сумі напівшевронів,  $\psi_{bd}$  можна збільшувати в 1,3...1,4 рази.

Визначення модуля і чисел зубців.

Попередньо модуль можна визначити за формулою:

$$m_n = 0,1a_w u / (u + 1)^2. \quad (5.21)$$

Для орієнтованої оцінки величини  $m$  зазвичай використовують табл. 5.15. Вибравши з табл. 5.15 значення коефіцієнта ширини зубчастого колеса відносно модуля  $\psi_m$ , визначають модуль, мм:

$$m_t = b / \psi_m \quad (5.22)$$

де

$$b = \quad \cdot d_{w1} \quad (5.23)$$

Модуль узгоджується з ГОСТ 9563–60 (табл. 5.16). Для силових передач рекомендується приймати  $m \geq 1,5$  мм.

При відомому модулі визначають всі інші параметри передачі:

$$z_1 = (d_1 \cdot \cos\beta) / m_n \quad (5.24)$$

$$z_2 = z_1 \cdot u \quad (5.25)$$

$$d_2 = m_n \cdot z_2 / \cos\beta \quad (5.26)$$

де  $z_1 > z_{min}$ ;  $z_1$  і  $z_2$  – цілі числа;  $\beta$  – кут нахилу зубців (для редукторів загального призначення з косими зубцями  $\beta = 8^\circ \dots 18^\circ$ , для шевронних коліс  $\beta = 25^\circ \dots 40^\circ$ ).

Таблиця 5.15 – Орієнтовані значення коефіцієнта  $\psi_m$

Конструкція	$\psi_m = b / m$
Сильно навантажені точні передачі, вали, опори і корпуси підвищеної твердості: $HB \leq 350$ $HB > 350$	45...30 30...20
Звичайні передачі редукторного типу в окремому корпусі з досить жорсткими валами й опорами (і інші аналогічні): $HB \leq 350$ $HB > 350$	30...25 20...15
Маловідповідальні передачі, наприклад з опорами на сталевих конструкціях (кранові і т. п.) або з погано обробленими колесами (лиття), а також відкриті передачі з консольними валами (конічні), рухливі колеса коробок швидкостей	15...10

**Примітка.** Нижні значення  $\psi_m$  для повторно-короткочасних режимів роботи, значних перевантажень і середніх швидкостей; верхнє значення  $\psi_m$  – для тривалих режимів роботи, невеликих перевантажень і високих швидкостей.

Таблиця 5.16 – Стандартні значення модуля

$m$ , мм	1-й ряд	1	1,25	1,5	2,0	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20
	2-й ряд	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	24

**Примітка:**

- Для косозубих і шевронних циліндричних коліс з даних рядів призначається модуль у нормальному перерізі до зуба.
- Перевагу потрібно надати першому ряду.

Визначають уточнені значення допустимих напружень  $\sigma_{HP1}$ ,  $\sigma_{HP2}$ ,  $\sigma_{FP1}$ ,  $\sigma_{FP2}$  (п. 5.1.2).

5. Перевірочний розрахунок передачі.

У перевірочному розрахунку, коли відомі параметри передачі й умови її роботи, визначають згинальні і контактні напруження і порівнюють з допустимими за витривалістю матеріалу. При цьому вимагається якомога висока точність визначення всіх коефіцієнтів, що впливають на працездатність передачі.



Розрахунок на контактну витривалість робочих поверхонь зубців.  
Діючі в передачі контактні напруження, МПа:

$$\sigma_H = Z_E \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{w_{Ht}(u+1)}{d_{w1} \cdot u}} \leq \sigma_{HP}, \quad (5.27)$$

$Z_E$  – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів спряжених зубчастих коліс, МПа<sup>1/2</sup> (див. табл. 5.12);  $Z_H$  – коефіцієнт, що враховує форму спряжених поверхонь зубців (табл. 5.17);  $Z_\varepsilon$  – коефіцієнт, що враховує сумарну довжину контактних ліній. Для прямозубих коліс при  $\varepsilon_\beta < 1$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}, \quad (5.28)$$

для косозубих і шевронних коліс при  $\varepsilon_\beta \geq 1$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_d}}; \quad (5.29)$$

$\varepsilon_\beta$  – коефіцієнт осьового перекриття:

$$\varepsilon_\beta = (b \cdot \sin\beta) / \pi \cdot m_n; \quad (5.30)$$

Таблиця 5.17 – Значення коефіцієнта  $Z_H$

Кут нахилу лінії зуба $\beta$ , град	Значення $Z_H$ при відносному коефіцієнті зсуву контуру ( $x_1+x_2$ )/( $z_1+z_2$ )										
	0,08	0,05	0,03	0,02	0,01	0,005	0	0,005	0,01	0,015	0,02
0	1,48	1,52	1,58	1,62	1,68	1,71	1,76	1,83	1,93	2,14	-
10	1,47	1,51	1,56	1,60	1,66	1,69	1,74	1,80	1,90	2,07	-
15	1,46	1,50	1,55	1,58	1,63	1,67	1,71	1,77	1,86	2,00	2,35
20	1,43	1,47	1,52	1,55	1,60	1,63	1,67	1,72	1,80	1,91	2,13
25	1,42	1,45	1,49	1,52	1,57	1,59	1,62	1,67	1,73	1,81	1,97
30	1,38	1,42	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,60	1,65	1,70	1,81
35	1,35	1,37	1,40	1,42	1,46	1,48	1,50	1,53	1,56	1,60	1,66
40	1,30	1,32	1,34	1,37	1,39	1,41	1,42	1,45	1,47	1,50	1,53

$\varepsilon_\alpha$  – коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta. \quad (5.31)$$

Для косозубих коліс робочу ширину вінця  $b_w$  приймають такою, щоб  $\varepsilon_\beta \geq 1,0 \dots 1,1$ ;  $w_{Ht}$  – питома розрахункова колова сила, Н/мм:

$$w_{Ht} = (F_t/b_w) K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}, \quad (5.32)$$

де  $F_t$  – початкова розрахункова колова сила, Н:

$$F_t = 2 \cdot 10^3 \cdot T_1 / d_{w1}. \quad (5.33)$$

$K_{H\alpha}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями. Для прямозубих передач  $K_{H\alpha} = 1$ . Для косозубих і шевронних передач коефіцієнт  $K_{H\alpha}$  визначається за табл. 5.18.

Таблиця 5.18 – Коефіцієнт навантаження  $K_{H\alpha}$

Колова швидкість $v, \text{м/с}$	Значення коефіцієнта $K_{H\alpha}$ при ступені точності за нормами плавності роботи (ГОСТ 1643–81)				
	5	6	7	8	9
2,5	1	1,01	1,03	1,05	1,13
5	1	1,02	1,05	1,09	1,16
10	1,01	1,03	1,07	1,13	-
15	1,01	1,04	1,09	-	-
20	1,02	1,05	1,12	-	-
25	1,02	1,06	-	-	-

Орієнтовні значення граничних колових швидкостей для силових передач наводяться в табл. 5.19.

Таблиця 5.19 – Значення колових швидкостей

Ступінь точності (ГОСТ 1643–81)	Прямі зубці		Непрямі зубці	
	Циліндрична передача	Конічна передача	Циліндрична передача	Конічна передача
5 і більш точні	$\geq 15$	$\geq 12$	$\geq 30$	$\geq 20$
6	до 15	до 12	до 30	до 20
7	10	8	15	10
8	6	4	10	7
9	2	1,5	4	3

$K_{H\beta}$  – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині вінця (табл. 5.13);  $K_{Hv}$  – коефіцієнт, що враховує динамічне навантаження, що виникає в зачепленні:

$$K_{Hv} = 1 + \frac{w_{Hv} \cdot b_w}{F_t \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}, \quad (5.34)$$

$w_{Hv}$  – питома колова динамічна сила, Н/мм:

$$w_{Hv} = \delta_H \cdot g_0 \cdot v \sqrt{\frac{a_w}{u}}. \quad (5.35)$$

Коефіцієнт  $\delta_H$ , що враховує вплив виду зубчастої передачі і модифікації профілю головок зубців, визначають за табл. 5.20. Коефіцієнт  $g_0$ , що враховує вплив різниці кроків зачеплення зубців шестерні і колеса, приймають за табл. 5.21.

Таблиця 5.20 – Значення коефіцієнтів  $\delta_H$  та  $\delta_F$

Твердість поверхонь спряжуваних зубців $H_1$ і $H_2$	Вид зубців	$\delta_H$	$\delta_F$
$H_2 \leq 350 HB$ або $H_1 \leq 350 HB$ і $H_2 \leq 350 HB$	Прямі Непрямі	0,006* 0,004**–0,002	0,016* 0,011**–0,006
$H_1 > 350 HB$ і $H_2 > 350 HB$	Прямі Непрямі	0,014* 0,010**–0,004	0,016* 0,011**–0,006

\* Без модифікації голівки;

\*\* З модифікацією голівки.

Таблиця 5.21 – Значення коефіцієнтів  $g_0$

Модуль $m$ , мм	Значення $g_0$ при ступені точності за нормами плавності роботи					
	4	5	6	7	8	9
До 3,5	17	28	38	47	56	73
Від 3,5 до 10	22	31	42	53	61	82
Від 10	-	37	48	64	73	100

Колова швидкість зубчастих коліс, м/с:

$$v = \frac{\pi \cdot d_{w1} \cdot n_1}{60 \cdot 1000}, \quad (5.36)$$

де  $d_{w1}$  – діаметр початкового кола шестерні, мм;  $n_1$  – частота обертання вала шестірни,  $\text{хв}^{-1}$ .

Міжосьова відстань:

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2}, \quad (5.37)$$

Якщо значення  $w_{Hv}$ , обчислені по (5.35), перевищують граничні значення (табл. 5.22), то їх потрібно приймати такими, що дорівнюють цим значенням.

Таблиця 5.22 – Граничні значення  $w_{Hv}$  та  $w_{Fv}$

Модуль $m$ , мм	Граничні значення $w_{Hv}$ і $w_{Fv}$ при степені точності за нормами плавності за ГОСТ 1643–81, Н/мм				
	5	6	7	8	9
До 3,5	85	160	240	380	700
Від 3,5 до 10	105	194	310	410	880
Від 10	150	250	450	590	1050

Розрахунок зубців на згинальну витривалість.

Діючі в передачі напруги згину порівнюють із допустимими, МПа:

$$\sigma_F = \frac{Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot w_{Ft}}{m_n} \leq \sigma_{FP}, \quad (5.38)$$

де  $Y_F$  – коефіцієнт, що враховує форму зуба (табл. 5.23);  $Y_\varepsilon$  – коефіцієнт, що враховує перекриття зубців. Для косозубих і шевронних передач  $Y_\varepsilon = 1$ . При уточнених розрахунках коефіцієнти  $Y_\varepsilon$  і  $K_{F\alpha}$  визначають за ГОСТ 21354–87;  $Y_\beta$  – коефіцієнт, що враховує нахил зуба. Для прямозубих передач  $Y_\beta = 1$ , для косозубих і шевронних передач

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta^\circ}{140}; \quad (5.39)$$

$w_{Ft}$  – питома розрахункова колова сила, Н/мм

$$w_{Ft} = \frac{F_t}{b_w} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv}, \quad (5.40)$$

де  $F_t$  – визначають за (5.33);  $b_w$  – визначають за (5.20);  $K_{F\alpha}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями.

Таблиця 5.23 – Еквівалентне число зубців  $z_v$

Еквівалентне число зубців $z_v$	Коефіцієнт зсуву $x$							
	0,7	0,5	0,3	0,1	0	-0,1	-0,3	-0,5
	Коефіцієнт $Y_F$							
14	3,12	3,42	3,78					
16	3,15	3,40	3,72					
17	3,16	3,40	3,67	4,03	4,26			
18	3,17	3,39	3,64	3,97	4,20			
19	3,18	3,39	3,62	3,92	4,11	4,32		
20	3,19	3,39	3,61	3,89	4,08	4,28		
21	3,20	3,39	3,60	3,85	4,02	4,22		
22	3,21	3,39	3,59	3,82	4,00	4,20		
24	3,23	3,39	3,58	3,79	3,92	4,10		
25	3,24	3,39	3,57	3,77	3,90	4,05	4,28	
28	3,27	3,40	3,56	3,72	3,82	3,95	4,22	
30	3,28	3,40	3,54	3,70	3,80	3,90	4,14	
32	3,29	3,41	3,54	3,69	3,78	3,87	4,08	4,45
37	3,32	3,42	3,53	3,64	3,71	3,80	3,96	4,20
40	3,33	3,42	3,53	3,63	3,70	3,77	3,92	4,13
45	3,36	3,43	3,52	3,62	3,68	3,72	3,86	4,02
50	3,38	3,44	3,52	3,60	3,65	3,70	3,81	3,96
60	3,41	3,47	3,53	3,59	3,62	3,67	3,74	3,84
80	3,45	3,50	3,54	3,58	3,61	3,62	3,68	3,73
100	3,49	3,52	3,55	3,58	3,60	3,61	3,65	3,68
150					3,60	3,63	3,63	3,63
Рейки					3,63			

**Примітка.** Еквівалентне число зубців визначається для циліндричного прямозубого колеса  $z_v = z_1$ , для циліндричного косозубого  $z_v = z / \cos^3\beta$ , для конічного прямозубого колеса  $z_v = z_{vt} = z / \cos\delta$ , для конічного з круговим зубом  $z = z_{vri} = z / (\cos^3\beta \cdot \cos\delta)$ .

Для прямозубих і косозубих передач при  $\varepsilon_\beta \leq 1$  приймають  $K_{F\alpha} = 1$ . Для косозубих при  $\delta_\beta > 1$  і шевронних передач

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n - 5)}{4\varepsilon_\alpha}, \quad (5.41)$$

де  $n$  – ступінь точності передачі за нормами контакту згідно ГОСТ 1643–81. Якщо ступінь точності нижче 9-ої, то  $n = 9$ ; якщо ступінь точності вище 5-ої, то  $n = 5$ ;  $K_{F\beta}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця. Визначається за табл. 5.13;  $K_{Fv}$  – коефіцієнт, який враховує

динамічне навантаження, що виникає в зачепленні при розрахунку зубця на згин

$$K_{Fv} = 1 + \frac{w_{Fv} \cdot b_w}{F_t \cdot K_{Fa} \cdot K_{F\beta}}, \quad (5.42)$$

де  $w_{Fv}$  – питома колова динамічна сила, Н/мм:

$$w_{Fv} = \delta_F \cdot g_0 \cdot v \sqrt{\frac{a_w}{u}}. \quad (5.43)$$

Коефіцієнт  $\delta_F$  враховує вплив виду зубчастої передачі і модифікації профілю зубця (див. табл. 5.20). Коефіцієнт  $g_0$  визначають за табл. 5.21. Якщо значення  $w_{Fv}$ , обчислені за формулою (5.34), перевищують граничні (див. табл. 5.22), то їх потрібно приймати такими, що дорівнюють цим граничним значенням.

При перевірочному розрахунку по фактичних напруженнях  $\sigma_F$  і  $\sigma_H$  остаточно встановлюють матеріал і вид зміцнення поверхні зубців.

Геометричний розрахунок передачі.

Основні геометричні параметри циліндричних зубчастих передач зовнішнього зачеплення визначають за формулами, поданими в табл. 5.24.

Силовий розрахунок передач.

Сили, що виникають у зачепленні, визначаються за такими формулами:  
колова сила, Н:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}}; \quad (5.44)$$

радіальна сила, Н:

для прямозубих передач

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_{tw}, \quad (5.45)$$

для косозубих передач

$$F_r = \frac{F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_{tw}}{\cos \beta}; \quad (5.46)$$

осьова сила для косозубих і шевронних передач, Н:

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta; \quad (5.47)$$

Таблиця 5.24 – Розрахункові залежності для визначення геометричних параметрів циліндричної передачі

Параметри зачеплення	Формули
1	2
Ділильна міжосьова відстань $a$	$a = (d_1 + d_2) = 0,5m(z_1 + z_2) / \cos\beta$ .
Міжосьова відстань $a_w$	$a_w = a \cdot \cos\alpha_t / \cos \alpha_{tw}$ або $a_w = a + ym = a + (x_1 + x_2 - \Delta y)m$
Ділильний діаметр $d$	$d_1 = m \cdot z_1 / \cos\beta$ $d_2 = m \cdot z_2 / \cos\beta$
Початковий діаметр $d_w$	$d_{w1} = 2a / (u + 1)$ або $d_{w1} = d_1 + [2y / (z_1 + z_2)]d_1$ ; $d_{w2} = d_{w1} \cdot u$ або $d_{w2} = d_2 + [2y / (z_1 + z_2)]d_2$
Діаметр вершин зубців $d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2(1 + x_1 - \Delta y)m$ ; $d_{a2} = d_2 + 2(1 + x_2 - \Delta y)m$
Діаметр западин $d_f$	$d_{f1} = d_1 - (2,5 - 2x_1)m$ $d_{f2} = d_2 - (2,5 - 2x_2)m$ ;
Модуль $m$	Значення $m$ подано в табл. 5.16
Коефіцієнт зсуву: шестерні $x_1$ колеса $x_2$	При вихідному контурі за ГОСТ 13755–81 розбивку значення на $x_1$ і $x_2$ рекомендується робити за ГОСТ 16532–97
Коефіцієнт суми зсуву $x_\Sigma$	$x_\Sigma = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv}\alpha_{tw} - \text{inv}\alpha_t)}{2\text{tg} 20^\circ}$ ; $\Sigma$
Коефіцієнт сприймального зміщення $y$	$y = (a_w - a) / m = x_1 + x_2 - \Delta y$
Коефіцієнт зрівняльного зсуву $\Delta y$	$\Delta y = x_\Sigma - y$
Кут зачеплення $\alpha_{tw}$	$\alpha_{tw} = \arccos[(a \cdot \cos\alpha_t / a_w)]$

- Примітки:** 1. Для прямозубих передач  $\beta = 0$ , тоді  $a = 0,5m(z_1 + z_2)$ ,  
 $\alpha_t = 20^\circ$ ,  $d = m \cdot z$ .  
2. При  $x_1 = x_2 = 0$  або  $x_\Sigma = 0$ ,  $\alpha_{tw} = \alpha_t$ ,  $a_w = a$ ,  $d_w = d$ ,  $y = 0$ ,  
 $\Delta y = 0$ .

#### 5.2.4. Вказівки до розрахунку відкритих циліндричних зубчастих передач.

Особливістю розрахунку відкритих передач є те, що проектний розрахунок проводять на згинальну витривалість зубців. Цей розрахунок слугує тільки для попереднього визначення розмірів і не замінює перевірочних розрахунків на витривалість за контактними напруженнями і на згин.

Рекомендується такий порядок розрахунку циліндричних відкритих передач.

1. Вибирають матеріал зубчастих коліс. Призначають вид термообробки (п.5.2.1).
2. Визначають допустиме згинальне напруження  $\sigma_{FP}$  за формулою, МПа:

$$\sigma_{FP} = 0,4\sigma_{Flimb}^0 \cdot K_{FL}, \quad (5.48)$$

де  $\sigma_{Flimb}^0$  – базова границя витривалості зубців (див. табл. 5.11);  $K_{FL}$  – коефіцієнт довговічності, зумовлений за формулою (5.14). Для реверсних зубчастих передач значення  $\sigma_{FP}$  зменшують на 25%.

3. Визначають попереднє значення модуля за формулою (розрахунок проводять для шестерні)

$$m = K_m \sqrt[3]{\frac{T_{1F} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_{F1}}{z_1^2 \cdot \psi_{bd} \cdot \sigma_{FP1}}}, \quad (5.49)$$

де  $K_m$  – допоміжний коефіцієнт. Для прямозубих передач  $K_m = 14$ ; для косозубих ( $\epsilon_\beta > 1$ ) і шевронних передач  $K_m = 11,2$ ; для косозубих ( $\epsilon_\beta \leq 1$ ) коефіцієнт  $K_m = 12,5$ ;  $K_{F\beta}$  – вибирають за табл. 5.13;  $Y_{F1}$  – вибирають за табл. 5.23;  $z_1$  – приймають більше  $z_{min} \geq 17$ ;  $\psi_{bd}$  – вибирають за табл. 5.14.

4. Значення модуля узгоджується з ГОСТ 9563–60 (див. табл. 5.16).
5. Визначають  $d_1$ ,  $d_2$  (формули табл. 5.24) і  $z_2 = z_1 \cdot u$ .
6. Визначають уточнені значення допустимих напружень  $\sigma_{HP1}$ ,  $\sigma_{HP2}$ ,  $\sigma_{FP1}$ ,  $\sigma_{FP2}$  (п.5.1.2).
7. Проводять перевірочний розрахунок передачі.
8. Виконують геометричний і силовий розрахунок передачі.

### 5.3 Розрахунок конічних зубчастих передач.

#### 5.3.1. Загальні відомості.

Конічні зубчасті колеса застосовують у передачах, у яких осі валів перетинаються під деяким кутом  $\Sigma$ . Найбільш поширені передачі з кутом  $\Sigma = 90^\circ$ , відомі як ортогональні.

Найбільш поширені конічні передачі з прямими і круговими зубцями. Сфера застосування конічних передач з тангенціальними зубцями звужується за рахунок передач із круговими зубцями завдяки меншій чутливості останніх до погрішностей виготовлення і монтажу, більш продуктивним способом нарізки і підвищеної несівної здатності.



Конічні передачі з непрямыми зубцями, як і циліндричні, відрізняються від прямозубих більшою несучою здатністю і меншими динамічними навантаженнями, що викликані погіршеннями зачеплення, віброактивністю і шумом. У зв'язку з цим граничні колові швидкості в непрямозубих передачах, більші ніж у прямозубих (див. табл. 5.19).

За практичними даними навантажувальна здатність конічної передачі становить близько 85%, порівняно з циліндричною. Незважаючи на це, конічні передачі досить широко поширені, оскільки конструкція машин часто змушує розташовувати вал під кутом.

Структура розрахункових формул при розрахунку на міцність конічних зубчастих передач не регламентується ГОСТом. Прийнято розрахунок конічних зубчастих передач проводити аналогічно розрахунку циліндричних, при цьому приводять розміри конічних коліс до еквівалентним циліндричних. Діаметри еквівалентних коліс при приведенні конічного прямозубого колеса:

$$d_{v1} = d_{e1} / \cos\delta_1; \quad (5.50)$$

$$d_{v2} = d_{e2} / \cos\delta_2. \quad (5.51)$$

При приведенні конічних коліс з тангенціальними і криволінійними зубцями діаметри біеквівалентних коліс:

$$d_{v1} = d_{e1} / (\cos\delta_1 \cdot \cos^2\beta_n); \quad (5.52)$$

$$d_{v2} = d_{e2} / (\cos\delta_2 \cdot \cos^2\beta_n), \quad (5.53)$$

де  $d_{e1}$ ,  $d_{e2}$  – зовнішні ділильні діаметри відповідно шестерні і колеса;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  – кути ділильних (початкових) конусів відповідно шестерні і колеса;  $\beta_n$  – кут нахилу зубця в середині ширини зубчатого вінця.

У прямозубих передачах як розрахунковий прийнятий зовнішній коловий модуль  $m_{te}$ , що рекомендують встановлювати за ГОСТ 9563–60. У передачах з тангенціальними і круговими зубцями з стандартного ряду призначають  $m_n$  або  $m_{te}$ . Для коліс з тангенціальним зубом  $\beta_n = 20\dots30^\circ$  і  $\beta_n \approx 35^\circ$  – для коліс із круговим зубцем.

### 5.3.2 Порядок розрахунку конічних зубчастих передач.

1. Вибирають матеріал зубчастих коліс і призначають термообробку шестерні і колеса (п.5.1).

2. Визначають допустимі напруження  $\sigma_{HP}$  (п. 5.2), прийнявши  $Z_R \cdot Z_V \cdot K_L \cdot K_{HN} = 0,9$ .

3. Виконують проектний розрахунок передачі на контактну витривалість.

Вихідними даними для цього розрахунку є: циклограма навантаження; параметр  $\psi_{bd} = b_w / d_w = 0,3 \dots 0,6$  – коефіцієнт ширини шестерні відносно середнього діаметра; передатне число  $u$ ; вид передачі – прямозуба, з тангенціальними або круговими зубцями; твердість робочих поверхонь зубців.

*Алгоритм проектного розрахунку:*

1. Визначення попереднього значення середнього ділильного (початкового) діаметра шестерні:

$$d_{m1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 \psi_{bd} \cdot u \cdot \sigma_{HP}^2}}, \quad (5.54)$$

де  $K_d$  – допоміжний коефіцієнт, вибраний за табл. 5.12;  $T_{1H}$  – крутний момент на шестірні, Н·м;  $K_{H\beta}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця, визначають за табл. 5.25;

Рекомендують при дотриманні умов

$$\left. \begin{aligned} \psi_{bd} &= 0,3 \dots 0,6 \\ b_w / R_e &\leq 0,3 \text{ і } b_w \leq 10m_{te} \end{aligned} \right\} \quad (5.55)$$

Менші значення  $\psi_{bd}$  для зубців, що не припрацьовуються ( $HB > 350$ ) і при різко змінних навантаженнях. Перевіркою правильності вибору  $\psi_{bd}$  служить друга умова у формулі (5.56). Перевірку виконують після попереднього оцінювання розмірів передачі за формулою (5.55);  $u$  – передатне число;  $\sigma_{HP}$  – допустиме розрахункове контактне напруження, МПа. Визначають відповідно до п.5.2.2. Приймають за співвідношенням

$$\sigma_{HP} = 0,45(\sigma_{HP1} + \sigma_{HP2}) \leq 1,15 \sigma_{HPmin} \quad (5.56)$$

При цьому приймають  $Z_R \cdot Z_V \cdot Z_L \cdot Z_X = 0,9$ ;

2. Визначення модуля  $m_{te}$  і числа зубців.

3. Після визначення значення  $d_{m1}$  визначають кути ділильних конусів шестірні та колеса:

$$\operatorname{tg} \delta_2 = u; \quad (5.57)$$

$$\delta_1 = 90^\circ - \delta_2 \quad (5.58)$$

Таблиця 5.25 – Значення коефіцієнтів  $K_{H\beta}$  та  $K_{F\beta}$

$\psi_{bd} = b_w / d_{m1}$	$K_{H\beta}$								$K_{F\beta}$								
	Опори								Опори								
	Кулькові				роликові				кулькові				роликові				
	Твердість робочих поверхонь зубців																
	шестірні та колеса, HB>350		шестірні та колеса або колеса, HB≤350		шестірні та колеса, HB>350		шестірні та колеса або колеса, HB≤350		шестірні та колеса, HB>350		шестірні та колеса або колеса, HB≤350		шестірні та колеса, HB>350		шестірні та колеса або колеса, HB≤350		
Зубці																	
П, Т		К		П, Т		К		П, Т		К		П, Т		К			
0,2		1,16	1,08	1,07	1	1,08	1,04	1,04	1	1,25	1,13	1,13	1,07	1,15	1,07	1,08	1,04
0,4		1,37	1,18	1,14	1	1,20	1,10	1,08	1	1,55	1,27	1,29	1,15	1,30	1,15	1,15	1,08
0,6			1,58	1,29	1,23	1	1,32	1,15	1,13	1	1,92	1,45	1,47	1,23	1,48	1,24	1,25
0,8			1,80	1,40	1,34	1	1,44	1,22	1,18	1	-	-	1,07	1,33	1,67	1,34	1,35
1,0			-	-	-	1	1,55	1,28	1,23	1	-	-	-	-	1,90	1,43	1,45

**Примітка.** Позначення видів зубів: П – прями, Т – тангенціальні, К – кругові. Значення коефіцієнтів  $K_{H\beta}$  і  $K_{F\beta}$  відповідають консольному розташуванню одного з коліс конічної передачі.

Визначають зовнішній ділительний діаметр шестірні:

$$d_{e1} = d_{m1} + b \cdot \sin \delta_1, \quad (5.59)$$

Знаючи  $d_{e1}$ , знаходять зовнішню ділительну конусну відстань:

$$R_e = d_{e1} \sin \delta_1, \quad (5.60)$$

Перевіряють першу умову (5.56). З другої умови (5.56) визначають  $m_{te}$ . Знайдене значення  $m_{te}$  узгоджується за ГОСТ 9563–60 (табл. 5.16)

Визначають число зубів шестірні:

$$z_1 = d_{e1} / m_{te} \quad (5.61)$$

і округляють отримане значення до цілого числа.

Уточнюють значення раніше визначених геометричних параметрів  $d_{e1}$ ,  $R_e$ ,  $\delta_1$  і  $\delta_2$ , попередньо визначивши значення  $z_2$  і  $d_{e2}$ . Знаходять значення середніх ділільних діаметрів шестірні та колеса і середній коловий модуль:

$$d_{m1} = d_{e1} - b_w \cdot \sin \delta_1; \quad (5.62)$$

$$d_{m2} = d_{e2} - b_w \cdot \sin \delta_2; \quad (5.63)$$

$$m_{tm} = d_{m1} / z_1. \quad (5.64)$$

Для передач з тангенціальними і круговими зубцями вибирають  $\beta_n$  і визначають

$$m_{nm} = m_{tm} \cdot \cos \beta_n. \quad (5.65)$$

4. Уточнюють значення допустимих напружень  $\sigma_{HP1}$ ,  $\sigma_{HP2}$ ,  $\sigma_{FP1}$ ,  $\sigma_{FP2}$  (п.5.2.2).

5. Виконують перевірочний розрахунок передачі.

Розрахунок на контактну витривалість активних поверхонь зубців проводять за формулою:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{w_{Ht} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 d_{m1} \cdot u}} \leq \sigma_{HP}, \quad (5.66)$$

де  $Z_H$  – коефіцієнт, що враховує форму спряжених поверхонь зубців (див. табл. 5.17);  $Z_E$  – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів сполучених зубчастих коліс (див. табл. 5.12);  $Z_\varepsilon$  – коефіцієнт, що враховує сумарну довжину контактних ліній.

Для прямозубих конічних передач  $Z_\varepsilon$  визначають за формулою (5.28), для передач із круговими і тангенціальними зубцями – за формулою (5.29), при цьому

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right) \right] \cos \beta, \quad (5.67)$$

$z_{v1}$ ,  $z_{v2}$  – визначають за залежностями, приведеним у примітці до табл. 5.23;  $w_{Ht}$  – питома розрахункова колова сила (5.32).

При цьому вихідна розрахункова колова сила,  $H$ :

$$F_t = 2 \cdot 10^3 T_1 / d_{m1}. \quad (5.68)$$

Коефіцієнти: для прямозубих передач  $K_{H\alpha} = 1$ ; для передач з тангенціальними і круговими зубцями  $K_{H\alpha}$  знаходяться за табл. 5.18;  $K_{H\beta}$  - вибирають за табл. 5.25;  $K_{Hv}$  - визначають за формулою (5.34);  $w_{Ht}$  - за формулою (5.35).

При цьому колова швидкість коліс, м/с:

$$v = \frac{\pi \cdot d_{m1} \cdot n_1}{60 \cdot 1000} \quad (5.69)$$

і приймається умовно для конічної передачі

$$a_w = \frac{d_{m1} + d_{m2}}{2} \quad (5.70)$$

Значення коефіцієнтів  $\delta_H$  и  $g_0$  вибирають відповідно за табл. 5.20 і 5.21.

Для передач з круговими зубцями значення коефіцієнта  $K_{Hv}$  приймають за табл. 5.26.

Таблиця 5.26 – Значення коефіцієнтів  $K_{Hv}$

Ступінь точності виготовлення зубчастих коліс	Значення коефіцієнтів $K_{Hv} = K_{Fv}$ для конічних передач із круговими зубцями при колій швидкості передач $v$									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	1,04	1,045	1,05	1,06	1,065	1,07	1,075	1,08	1,085	1,09
8	1,08	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	-	-

**Примітка.** Для конічних пар, виготовлених за 6-м ступенем точності та вище,  $K_{Hv} = K_{Fv} = 1$ .

Значення  $w_H$ , що обчислені за формулою (5.35), не повинні перевищувати граничних значень, поданих у табл. 5.22.

6. Розрахунок зубців на згинальну витривалість.

Діючі в передачі напруження згину порівнюють із допустимими, МПа

$$\sigma_F = \frac{Y_{SF} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot w_{Ft}}{0,85 m_{nm}} \leq \sigma_{FP}, \quad (5.71)$$

тут  $Y_{SF}$  – коефіцієнт, що враховує форму зуба (див. табл. 5.23);  $Y_\varepsilon = 1$ ;  $Y_\beta$  – коефіцієнт, що враховує нахил зубця; для прямозубих конічних передач  $Y_\beta = 1$ ; для передач з тангенціальними і круговими зубцями  $Y_\beta$  визначають за формулою (5.39);  $w_{Ft}$  визначають за формулою (5.31).

У формулі (5.40) для прямозубих передач  $K_{F\alpha} = 1$ , для передач з тангенціальними і круговими зубцями  $K_{F\alpha}$  знаходять за формулою (5.41);  $K_{F\beta}$  вибирають за табл. 5.26, а для передач з тангенціальними і круговими зубцями визначають за формулою (5.41). Значення  $w_{Fv}$ , що входить у формулу (5.42), знаходять за формулою (5.43), при цьому  $v$  визначають за формулою (5.69),  $a_w$  – за формулою (5.70). Значення  $w_{Fv}$ , обчислені за формулою (5.44), не повинні перевищувати граничних (див. табл. 5.22).

7. Визначення основних геометричних параметрів і розмірів конічної передачі.

Основні геометричні параметри і розміри конічних коліс з прямими, тангенціальними і круговими зубцями визначають за формулами, поданими у табл. 5.27.

Таблиця 5.27 – Основні розрахункові параметри конічних коліс

Найменування параметра	Формули
Зовнішня конусна відстань $R_e$	$R_e = m_{te} \cdot z_1 / 2 \sin \delta_1$
Ширина зубчастого вінця $b$	$b_w = K_{be} \cdot R_e$ , де $K_{be} \leq 0,3$
Середня конусна відстань $R_m$	$R_m = R_e - 0,5b_w$
Зовнішній ділильний діаметр $d_e$	$d_{e1(2)} = m_{te} \cdot z_{1(2)}$
Кут ділильного (початкового) конуса $\delta$	$\delta_1 = \arctg z_1 / z_2$ $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$
Зовнішня висота зуба $h_e$	$h_e = 2h_{te} \cdot m_{te} + c$ , де $h_{te} = \cos \beta_n$ ; $c = 0,2 m_{te}$
Зовнішня висота головки зуба $h_{ae}$	$h_{ae1} = (h_{te} + x_{n1} \cos \beta_n) m_{te}$ ; $h_{ae2} = 2h_{te} \cdot m_{te} - h_{ae1}$
Зовнішня висота ніжки зуба $h_{fe}$	$h_{fe1(2)} = h_e - h_{ae1(2)}$
Зовнішній діаметр вершин зубців $d_{ae}$	$d_{ae1(2)} = d_{e1(2)} + 2h_{ae1(2)} \cdot \cos \delta_{1(2)}$
Зовнішня товщина по хорді зуба $S_e$	$S_{e1} = (0,5\pi + 2x_{n1} \cdot \operatorname{tg} \alpha + x_{\tau 1}) m_{te}$ ; $S_{e2} = \pi \cdot m_{te} - S_{e1}$
Ексцентриситет колеса з тангенціальними зубцями $r_t$	$r_t = R_m \cdot \sin \beta_n$
Зовнішній кут нахилу лінії зуба в кругових зубцях $\beta_e$	$\beta_e = \beta_n + \Delta\beta$ , де $\Delta\beta = b(c_A - c_B)R_m$ ; $c_A = 57,3 / d_{iH} \cdot \cos \beta_n$ ; $c_B = 28,65 \operatorname{tg} \beta_n$ $d_{iH} = (1,7 \dots 2,1) R_m$

Примітка. Міжосьовий кут  $\Sigma = 90^\circ$  і  $\alpha_n = 20^\circ$

7. Визначення сил, що діють у зачепленні конічної передачі.

Колова сила на середньому діаметрі шестерні, Н:

$$F_t = 2 \cdot 10^3 T_1 / d_{m1} ; \quad (5.72)$$

Для конічної передачі з прямими зубцями радіальна сила на шестерні, Н –

$$F_{r1} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1 ; \quad (5.73)$$

осьова сила на шестерні, Н –

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1 . \quad (5.74)$$

Для конічної передачі з тангенціальними і круговими зубцями радіальна сила, Н –

$$F_{r1(2)} = \frac{F_t \left( \operatorname{tg} \alpha_n \cdot \cos \delta_{1(2)} \pm \sin \beta_n \cdot \sin \delta_{1(2)} \right)}{\cos \beta_n} ; \quad (5.75)$$

осьова сила, Н –

$$F_{a1(2)} = \frac{F_t \left( \operatorname{tg} \alpha_n \cdot \sin \delta_{1(2)} \pm \sin \beta_n \cdot \cos \delta_{1(2)} \right)}{\cos \beta_n} . \quad (5.76)$$

Знаки "±" у формулах (5.75), (5.76) верхні знаки ставлять, коли за погляду з вершини ділительного конуса напрям обертання та лінії зуба співпадає, а нижні – коли не співпадає.

### 5.3.3 Вказівки з розрахунку відкритих конічних зубчастих передач

Проектний розрахунок цих передач виконується так, як і відкритих циліндричних на згинальну витривалість зубців (п. 5.2.4).

Рекомендується такий порядок розрахунку конічних відкритих передач.

1. Вибирають матеріал зубчастих коліс. Призначають вид термообробки (п. 5.1.1).

2. Визначають допустиме згинальне напруження  $\sigma_{FP}$  (МПа) за формулою (5.48).

3. Визначають попереднє значення модуля  $m_{nm}$  (для прямозубої конічної  $m_{tm}$ ) на середньому ділительному діаметрі, мм:

$$m_{nm} = K_m \sqrt[3]{\frac{T_{1F} \cdot K_{F\beta} \cdot Y_{SF1}}{0,85 \cdot z_1 \cdot \psi_m \cdot \sigma_{FP1}}}, \quad (5.77)$$

тут  $K_m$  – допоміжний коефіцієнт. Для прямозубих конічних передач  $K_m = 14,5$ ; для передач з тангенціальними зубцями  $K_m = 11$ , а з круговими зубцями  $K_m = 10$ ;  $K_{F\beta}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині вінця конічного колеса (див. табл. 5.25);  $Y_{SF1}$  – вибирають за табл. 5.23 залежно від еквівалентного числа зубців коліс (див. примітка до табл. 5.23);  $z_1$  – число зубців шестерні (зазвичай, приймають для прямозубих  $z_{1min} = 12...17$ , а для кривоозубих  $z_{1min} = 12...17$ );  $\psi_m = b/m = \psi_{bd} z_1 = 6...12$  – коефіцієнт ширини вінця конічного колеса відносно модуля.

4. Приймавши значення коефіцієнта ширини зубчастого вінця  $K_{be} = \frac{b}{R_e} = 0,25...0,30$  (менше значення при  $u \leq 3$ ), визначають зовнішній коловий модуль, мм:

$$m_e = \frac{m_{nm}}{(1 - 0,5K_{be}) \cos \beta_n} \quad (5.78)$$

Отримане значення модуля узгоджується з ГОСТ 9563–60 (див. табл. 5.16).

5. Визначають значення величин за формулами (5.57...5.65).
6. Виконують перевірочний розрахунок передачі відповідно до п. 5.3.2 (5).
7. Визначають геометричні параметри передачі за формулами табл. 5.27.
8. Проводять силовий розрахунок передачі відповідно до п. 5.3.2 (7).





## ПРОЕКТУВАННЯ ЧЕРВ'ЯЧНИХ ПЕРЕДАЧ ДЛЯ ПРОМИСЛОВИХ РОБОТІВ

### 6.1 Вибір матеріалу для черв'яка

Для виготовлення черв'яка використовують різні марки вуглецевої і легированої сталі (табл. 6.1). Вибір марки сталі залежить від призначеної термообробки черв'яка та його габаритних розмірів.

Архімедові і конволютні черв'яки, робочі поверхні витків яких не шліфують, виготовляють з відносно м'яких ( $\leq$  HB 350) термооброблених сталей, Такі черв'яки через підвищені втрати на тертя і понижену несучу властивість передачі не рекомендують використовувати при потужності передачі вище 0.75... 1.0 кВт.

Таблиця 6.1 – Матеріали, що використовуються для виготовлення черв'яків

Марка сталі	Розмір перерізу, мм	Твердість <i>HB</i> або <i>HRC</i>		Границя міцності $\sigma_b$ , МПа	Границя плинності $\sigma_T$ , МПа	Термічна обробка
		Поверхні HRC	Серцевини HB			
45	будь-який $\leq 80$	-	197...207	600	320	Н
		-	192...240	750	450	У
		-	241...285	850	580	У
20Х	$\leq 60$	56...63	197	650	400	Ц, З, НО
40Х	60...100	-	230...260	750	520	У
	$\leq 60$	-	160...280	1000	800	У
	$\leq 80$	45...50	269...302	900	750	У, З
40ХН	$\leq 100$	-	230...280	850	600	У
	100..300	-	163...269	800	580	У
	$\leq 125$	50...56	269...302	900	750	У, З
18ХГТ	$\leq 40$	56...63	300	1000	800	Ц, З, НО
	40...80	56...63	270	950	750	Ц, З, НО

Позначення термообробки: Н – нормальна, НО – низький відпуск, У – покращення, З – гартування, Ц – цементация.

При передачі більших потужностей черв'яки зазвичай виготовляють з

твердими цементованими або загартованими витками, поверхні яких шліфуються чи поліруються. Висока твердість і чистота робочих поверхонь витків забезпечує найбільшу стійкість зубців черв'ячних коліс відносно до зношування та втомного викришування.

## 6.2 Вибір матеріалу для черв'ячних коліс

Матеріали, що використовуються для черв'ячних коліс та їхні механічні властивості, подано в табл. 6.2, з якої слідує, що при великих швидкостях ковзання витків черв'яка по зубцям черв'ячного колеса, як матеріал зубчастого вінця черв'ячних коліс використовують олов'янисті бронзи. При  $v_k \leq 5$  м/с можна використовувати безолов'янисті бронзи.

Таблиця 6.2 – Матеріали, що використовуються для виготовлення черв'ячних коліс

Матеріал черв'ячного колеса	Спосіб виливання	Механічні властивості		Рекомендована границя швидкості ковзання $v_k$ , м/с
		$\sigma_b$ , МПа	$\sigma$ , МПа	
Бронза Бр.Оф 10-1	З	230	140	25
	К	250	200	
Бронза Бр.ОНф	Ц	290	170	35
Бронза Бр.ОЦС 6-6-3	З	150...200	80...100	12
	К	180...220	80...100	
Бронза Бр.ОЦС 5-5-5	Ц	200...250	80...100	12
Бронза Бр.АЖ 9-4	З	400	200	5
	К	500	200	
	Ц	500	200	
Бронза Бр.АЖН 10-4-4	К,Ц	600	200	5
Чавун СЧ 12-28	З	120	-	3
	З	150	-	3
	З	180	-	2

Позначення способу виливки:

З – у землю, К – у кокінь, Ц – центробіжний.

М'які сірі чавуни рідко використовуються в механічних приводах (при  $v_k \leq 3$  м/с) і в ручних приводах.

При виконанні проектного розрахунку, коли розміри передачі ще невідомі, орієнтовне значення швидкості ковзання можна отримати за формулою

$$v_k = 4 \cdot 10^{-4} \cdot n_1 \cdot \sqrt[3]{T_2}, \quad (6.1)$$

де  $n_1$  – частота обертання черв'яка,  $\text{хв}^{-1}$ ;  $T_2$  – обертальний момент на валу черв'ячного колеса, Нм

### 6.3 Вибір допустимих напружень

Допустиме контактне напруження, МПа, відповідає еквівалентному числу циклів зміни напружень:

$$\sigma_{HP} = \sigma'_{HP} \cdot K_{HL}, \quad (6.2)$$

де  $\sigma'_{HP}$  – допустиме контактне напруження, МПа, яке відповідає базовому числу циклів зміни напружень  $N_{HO}$  (вибирають за табл. 6.3–6.5 залежно від матеріалу вінця, способу виливання і твердості робочих поверхонь черв'яка);  $K_{HL}$  – коефіцієнт довговічності при розрахунку на контактну міцність.

При постійному навантаженні еквівалентне число циклів зміни напружень  $N_{HE}$  визначиться з виразу:

$$N_{HE} = N_{\Sigma} = 60 \cdot t_{\text{год}} \cdot n_2 \quad (6.3)$$

де  $t_{\text{год}}$  – термін служби передачі, год.;  $n_2$  – частота обертання черв'ячного колеса,  $\text{хв}^{-1}$ .

За ступінчастою циклограмою навантаження:

$$N_{HE} = N_{\Sigma} \cdot \sum_i \left( \left( \frac{T_{2i}}{T_2} \right)^4 \cdot \left( \frac{n_{ui}}{N_2} \right) \right). \quad (6.4)$$

Граничні значення  $K_{HL}$  обмежують для коліс із м'якої бронзи з  $\sigma_s < 300$  МПа (табл. 6.3), з  $N_{HE} = 10^7 - 0,67 \leq K_{HL} \leq 1,7$ .

Для черв'ячних коліс із твердої бронзи з  $\sigma_s > 350$  МПа (табл. 6.4) і чавунів (табл. 6.5)  $K_{HL} = 1$ , тобто  $\sigma_{HP} = \sigma'_{HP}$ .

Допустиме напруження на згин  $\sigma_{FP}$  відповідає еквівалентному числу циклів зміни напружень  $N_{HE}$  визначають за формулою:

$$\sigma_{FP} = \sigma'_{FP} \cdot K_{FL} \quad (6.5)$$

де  $\sigma'_{FP}$  – допустиме напруження на згин, яке відповідає еквівалентному числу циклів зміни напружень  $N_{FE}$ , вибирають за табл. 6.3–6.5 залежно від матеріалу вінця.

Коефіцієнт довговічності при розрахунку на згинаючу міцність  $K_{FL}$  визначають за такою формулою:

$$K_{FL} = \sqrt[9]{\frac{N_{FO}}{N_{FE}}}, \quad (6.6)$$

де  $N_{FE}$  – еквівалентне число циклів зміни напружень, яке під дією постійного навантаження розраховують за формулою (6.3).

Таблиця 6.3 – Допустимі напруження для м'якої бронзи

Марка матеріалу	Спосіб виливки	Допустиме напруження $\sigma'_{HP}$ при $N_{HO} = 10^7$ і $\sigma'_{FP}$ при $N_{FO} = 10^6$ , МПа					
		Черв'як шліфований і полірований (твердість HRC $\geq$ 45)			Твердість черв'яка HRC < 45		
		$\sigma'_{HP}$	Вид навантаження		$\sigma'_{HP}$	Вид навантаження	
			$\sigma'_{FP}$			$\sigma'_{FP}$	
		Не реверсивний	Реверсивний		Не Реверсивний	Реверсивний	
Бр. ОФ 10-1	З	180	64	40	150	51	32
	К	223	73	50	188	53	40
Бр. НФ	Ц	280	88	58	218	66	46
БР. ЦС 6-6-3	З	145	46	35	115	37	29
	К	150	49	40	130	39	32
Бр. ЦС 5-5-3	К	185	51	46	150	41	37

Позначення способу виливки:

З – у землю, К – у кокіль, Ц – центробіжний.

При ступінчастій циклограмі навантаження:

Таблиця 6.4 – Допустимі напруження для бронзи

Марка сталі	Спосіб виливки	Допустиме напруження, МПа									
		$\sigma_{FP}$ при $N_{FO} = 10^6$		Твердість черв'яка HRC $\leq 45$	$\sigma_{FP} = \sigma_{HP}$ із умови опору заїданню при швидкості ковзання $v_s$ м/с						
		Черв'як шліфований і полірований (твердість RC $\geq 45$ )	Твердість		0.5	1	2	3	4	6	8
Бр. АЖ 9-4	З К В	Нереверсивний	Ревверсивний	Нереверсивний	Ревверсивний	Черв'як шліфований і полірований (твердість HRC $\geq 45$ )					
		103	80	82	64						
		113	100	90	80						
Бр. АЖН 10-4-4	К або В	113	100	90	80						
		123	120	98	96	280	270	250	220	200	150
Бр. АЖМ 10-30-1,5	К	113	100	90	20	Твердість черв'яка HRC $\leq 45$					
						230	220	200	180	160	120

Позначення способу виливки: З – в землю, К – в кокіл, В – відцентровий

$$N_{FE} = N_{\Sigma} \cdot \sum_i \left( \left( \frac{T_{2i}}{T_2} \right)^9 \cdot \left( \frac{n_{ci}}{N_2} \right) \right). \quad (6.7)$$

Граничні значення  $K_{FL}$  обмежують для коліс, виготовлених із бронзи з  $N_{FO} = 10^6 - 0,54 \leq K_{FL} \leq 1$ ; для коліс з чавуна –  $K_{FL} = 1$ , тобто  $\sigma_{FP} = \sigma'_{FP}$ .

Таблиця 6.5 – Допустимі напруження для чавунів

Марка матеріалу черв'ячного колеса	Матеріал черв'яка	Допустиме напруження, МПа					
		$\sigma'_{FP}$ при $N_{FO} = 10^6$		$\sigma'_{HP} = \sigma_{HP}$ із умови опору заїданню при швидкості ковзання $v_s$ м/с			
		Вид навантаження					
		Нереверсивний	Реверсивний	0,25	0,5	1	2
СЧ 12-28	СЧ 15-33 СЧ 18-36	34	21	200	190	170	140
СЧ 15-32 СЧ 15-32	СЧ 21-40 Сталь 20 або 20Х	38 48	24 30	160	130	110	90
СЧ 18-36	Цементована і загартована	54	32				

Вказані в табл. 6.5 значення  $\sigma_{HP}$  для чавунних коліс дійсні тільки при хорошому контакті поверхонь витків черв'яка і зубців колеса. При невиконанні цих умов  $\sigma_{HP}$  потрібно понизити в два і більше разів.

## 6.4 Розрахунок черв'ячних передач

6.4.1 Вибирають матеріал черв'яка і черв'ячного колеса ( пп. 6.1, 6.2).

6.4.2 Знаходять допустимі напруження  $\sigma_{HP}$  і  $\sigma_{FP}$  (п.6.3).

6.4.3 При проектному розрахунку визначають міжосьову відстань черв'ячної передачі за формулою:

$$a_w = 308 \left( \frac{z_2}{q_1} + 1 \right) \sqrt[3]{ \left( \frac{q_1}{z_2 \cdot \sigma_{HP2}} \right)^2 T_{2H} K_H }, \quad (6.8)$$

де  $T_{2H}$  – обертальний момент на валу черв'ячного колеса, Нм;  $\sigma_{HP2}$  – допустиме контактне напруження, МПа;  $z_2$  – число зубців черв'ячного колеса;  $K_H$  – коефіцієнт навантаження;  $q_1 = q + 2x$ . Тут  $q$  – коефіцієнт діаметра черв'яка ( вибирають за табл. 6.8), а  $x$  – коефіцієнт зміщення.

Для  $x = 0$ ,  $q_1 = q = 0,25z_2$

$$a_w = 610 \sqrt[3]{\left(\frac{T_{2H} K_H}{\sigma_{HP2}^2}\right)}. \quad (6.9)$$

Отримане за формулою (6.8) значення  $a_w$  для черв'ячних редукторів загального призначення округляють до найближчого стандартного значення у відповідності до ГОСТ 2144–93 (табл. 6.6).

Таблиця 6.6 – Стандартні значення  $a_w$  (ГОСТ 2144–93)

Ряд	Міжосьова відстань по ГОСТ 2144-76									
1-й	40	50	63	80	100	125	160	200	250	315
2-й	-	-	-	-	-	140	180	225	280	355

**Примітка.** 1-ому ряду надається перевага над 2-м.

Для вписування в стандартну міжосьову відстань черв'ячні передачі виконують зі зміщенням. Коефіцієнт зміщення ( $-1 \leq x < 1$ ) визначають за формулою:

$$x = \left(\frac{a_w}{m}\right) - 0,5 \cdot (q + z_2), \quad (6.10)$$

де  $a_w$  – стандартна міжосьова відстань, мм;  $m$  – модуль черв'ячної передачі, який визначають за формулою

$$m = \frac{2a_{w\min}}{(q + z_2)} \quad (6.11)$$

Значення  $m$  і  $q$  обов'язково приймають стандартними (табл. 6.7 і 6.8). Це необхідно, щоб черв'ячне колесо можна було нарізати стандартною черв'ячною фрезою.

Таблиця 6.7 – Модулі черв'ячних циліндричних передач

Ряд	Модулі черв'ячних циліндричних передач за ГОСТ 19672–74																
1-й	2	,5	-	3,15	-	4	5	-	6,3	-	8	10	-	12,5	16	20	
2-й	-	-	3	-	3,5	-	-	6	-	7	-	-	12	-	-	-	

**Примітка.** 1-ому надається перевага над 2-м.

Якщо значення  $x$  не входить у вказані межі, вибирають інше значення  $q$ , яке відповідає прийнятому модулю, або варіацією числом зубців колеса в межах  $\pm 2$  одиниць, внаслідок деякого відхилення від передатного числа.

Таблиця 6.8 – Коефіцієнт діаметра черв'яка

Ряд	Значення $q$ за ГОСТ 19672–74									
1-й	-	8	-	10	-	12,5	-	16	-	20
2-й	7,1	-	9	-	11,2	-	14	-	18	-

**Примітка.** 1-ому ряду надається перевага над 2-м; допускається використовувати  $q = 7,5$  і  $12$ .

6.3.4. Перевірочний розрахунок полягає у розрахунку на контактну та згинальну витривалість.

При розрахунку на контактну витривалість робочих поверхонь зубців черв'ячного колеса розрахункове контактне напруження порівнюють з допустимим за формулою :

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_{t_2} \cdot K_H}{b_2 \cdot d_2}} \leq \sigma_{HP}, \quad (6.12)$$

де  $Z_M$  - коефіцієнт, що залежить від контактуючих матеріалів пари (вінець колеса – черв'як) і кута зачеплення  $\alpha_w$ . При  $\alpha_w = 20^\circ$  для спряженої пари бронза – сталь коефіцієнт  $Z_M = 380$  МПа і чавун – сталь  $Z_M = 410$  МПа;  $Z_H$  – коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків черв'яка та зубців колеса,  $Z_H = 1,8$  для усереднених значень кута підйому черв'яка  $\gamma$ ;  $Z_\varepsilon$  – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні: приймають  $Z_\varepsilon = 0,75$ ;  $F_{t_2}$  – колова сила на черв'ячному колесі;  $b_2$  – ширина вінця черв'ячного колеса;  $d_2 = mz_2$  – дільний діаметр черв'ячного колеса;  $K_H = K_{H\beta} \cdot K_{H\nu}$  – коефіцієнт навантаження;  $K_{H\beta}$  – коефіцієнт нерівномірності розподілення навантаження по ширині вінця колеса, який розраховують за такою формулою:

$$K_{H\beta} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^3 \cdot (1 - x), \quad (6.13)$$

де  $\theta$  – коефіцієнт деформації черв'яка (вибирають за табл. 6.10);  $x$  – коефіцієнт, що враховує вплив режиму роботи передачі на пропрацьовування зубців. Для типових режимів навантаження він має такі значення:  $x = 1$  для режиму П;  $x = 0,77$  для В;  $x = 0,6$  для СР;  $x = 0,5$  для СН;  $x = 0,31$  для Л. При постійному навантаженні  $K_{H\beta} = 1$ ; коефіцієнт динамічного навантаження  $K_{H\nu}$ , залежить від швидкості ковзання  $v_s$ , прийнятого ступеня точності виготовлення черв'ячної пари, вибирають за табл. 6.11.



Таблиця 6.10 – Коефіцієнт деформації черв'яка

Число заходів черв'яка	Коефіцієнт деформації черв'яка $\theta$ при коефіцієнті діаметра черв'яка $q$							
	7,1	8	9	10	11,2	12	12,5	14
1	57	72	89	108	127	147	157	190
2	45	57	71	86	102	118	125	152
4	37	47	58	70	82	95	101	123

Таблиця 6.11 – Коефіцієнт динамічного навантаження черв'ячної пари залежно від ступеня точності

Ступінь точності по ГОСТ 3675-56	Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{Hv}$ при швидкості ковзання $v_s$ , м/с					
	до 1,5	вище 1,5	вище 3	вище 7,5	вище 12	вище 18
6	-	-	1	1,1	1,3	1,4
7	1	1	1,1	1,2	-	-
8	1...1,1	1,1...1,2	1,2...1,3	-	-	-
9	1,2...1,3	-	-	-	-	-

Швидкості ковзання  $v_s$ , м/с визначають за залежністю:

$$v_s = \frac{\pi \cdot d_{w1} \cdot n_1}{60 \cdot 10^4 \cdot \cos \gamma_w}, \quad (6.14)$$

де  $\gamma_w$  - початковий кут підйому лінії витка черв'яка (при  $x=0$ );  $\gamma_w = \gamma -$  ділильний кут підйому лінії витка, який визначається за формулою

$$\operatorname{tg} \gamma_w = \frac{z_1}{q + 2x}. \quad (6.15)$$

Кут підйому  $\gamma$  вибирають за табл. 6.12.

Таблиця 6.12 – Кут підйому черв'яка залежно від числа заходів

Число заходів черв'яка	Кути підйому $\gamma$ лінії витка черв'яка на ділильному циліндрі при коефіцієнті діаметра черв'яка $g$						
	16	14	12	12,5	10	9	8
1	3°34'35"	4°05'08"	4°45'49"	4°34'26"	5°42'38"	6°20'25"	7°07'30"
2	7°07'30"	8°07'48"	9°27'44"	9°05'25"	11°18'36"	12°31'44"	14°02'10"
4	14°02'10"	15°56'43"	18°26'06"	17°44'41"	21°48'05"	23°57'45"	26°33'54"

Розрахунок зубців колеса на витривалість при згині.

Перевірочний розрахунок зубців вінця черв'ячного колеса на витривалість при згині проводять за формулою:

$$\sigma_{F2} = \frac{0,7Y_{F2} \cdot F_{t2} \cdot K_F}{b_2 m \cos \gamma_w} \leq \sigma_{FP2} \quad (6.16)$$

де  $Y_{F2}$  – коефіцієнт, що враховує форму і підвищену міцність зуба черв'ячного колеса, внаслідок його дугової (вибирають за табл. 6.13);

$K_F = K_H = K_\beta \cdot K_V$  – коефіцієнт навантаження.

Таблиця 6.13 – Коефіцієнт форми зуба черв'ячного колеса

Число зубців еквівалентного колеса $z_Y$	20	24	26	28	30	32	35	37
$Y_{F2}$	1,98	1,88	1,85	1,8	1,76	1,71	1,64	1,61
Число зубців еквівалентного колеса $z_Y$	40	45	50	60	80	100	150	
$Y_{F2}$	1,55	1,48	1,45	1,4	1,34	1,31	1,27	

Геометричний розрахунок.

Розміри черв'яка визначають за формулами, мм:

$$d_{w1} = m(q + 2x); \quad (6.17)$$

$$d_{a1} = m \cdot (q + 2); \quad (6.18)$$

$$d_{f1} = m \cdot (q - 2,4); \quad (6.19)$$

Формули для визначення довжини нарізної частини черв'яка  $b_1$  за ГОСТ 19650–97 наведені в табл. 6.14.

Розміри черв'ячного колеса розраховують за формулами, мм:

$$d_2 = mz_2; \quad (6.20)$$

$$d_{a2} = m(z_2 + 2 + 2x); \quad (6.21)$$

$$d_{f2} = m(z_2 - 2,4 + 2x); \quad (6.22)$$

Таблиця 6.14 – Розрахункові залежності для визначення довжини нарізної частини черв'яка

$x$	$b_1$	
	$z_1 = 1; z_1 = 2$	$z_1 = 4$
-1	$\geq (10.5 + z_1) \cdot m$	$\geq (10.5 + z_1) \cdot m$
-0,5	$\geq (8 + 0.06 \cdot z_2) \cdot m$	$\geq (9.5 + 0.09 \cdot z_2) \cdot m$
0	$\geq (11 + 0.06 \cdot z_2) \cdot m$	$\geq (12.5 + 0.09 \cdot z_2) \cdot m$
0,5	$\geq (11 + 0.1 \cdot z_2) \cdot m$	$\geq (12.5 + 0.1 \cdot z_2) \cdot m$
1	$\geq (12 + 0.1 \cdot z_2) \cdot m$	$\geq (13 + 0.1 \cdot z_2) \cdot m$

**Примітка.** При проміжному значенні коефіцієнта  $x$  довжина  $b_1$  вибирається відповідно до того з двох ближніх значень  $x_1$ , яке дає більше  $b_1$ . Для шліфованих і фрезерованих черв'яків отриману з таблиці довжину  $b_1$ , потрібно збільшувати при  $m < 10$  мм на 25 мм; при  $m \geq 10 \dots 16$  мм – на 35...40 мм і при  $m > 16$  мм – на 50 мм.

Найбільший діаметр черв'ячного колеса  $d_{a_2}$  і ширина вінця колеса  $b_2$  знаходять по формулам, приведеним в табл. 6.15.

Таблиця 6.15 – Розрахункові формули для визначення розмірів черв'ячного колеса

Число заходів черв'яка $z_1$	Найбільший діаметр колеса $d_{a_2}$ , мм	Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2$ , мм
1	$\leq d_{a_2} + 2 \cdot m$	$\leq 0,75d_{a_1}$
2	$< d_{a_2} + 1,5 \cdot m$	$\leq 0,75d_{a_1}$
3	$\leq d_{a_2} + m$	$\leq 0,67d_{a_1}$

Силовий розрахунок.

Колова сила на черв'ячному або осьова сила на черв'якові, Н:

$$F_{t_2} = F_{a_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_2}{d_2}. \quad (6.23)$$

Осьова сила на колесі або колова на черв'якові, Н:

$$F_{a_2} = F_{t_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_1}{d_{w_1}}. \quad (6.24)$$

Радіальна сила на колесі чи черв'якові, Н:

$$F_{r_2(1)} = F_{t_2(1)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w. \quad (6.25)$$

Тепловий розрахунок черв'ячної передачі.

Для черв'ячних передач, що працюють в безперервному або повторно-короткочасному режимі без штучного охолодження, за формулою (6.26) визначають робочу температуру мастила і порівнюють з допустимою  $[t_m]$ :

$$t_m = \frac{10^3(1-\eta)P_1}{[K_T A(1+\psi)]} + t_c \leq [t_m], \quad (6.26)$$

де  $t_c$  – температура навколишнього середовища, °С, при відсутності спеціальних вказівок  $t_c$  приймають такою, що дорівнює 20°С;  $K_T$  – коефіцієнт теплопередачі корпусу, Вт/(м<sup>2</sup>·°С). При звичайному охолодженні в залежності від циркуляції повітря в приміщенні та мастила в мастильній ванні приймають  $K_T=(8,7\dots17,5)$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С). Більше значення  $K_T$  потрібно приймати при хорошій циркуляції повітря, чистій поверхні корпусу, відсутності в середині нього ребер, що являється перешкодою рухомості мастила, інтенсивній циркуляції та малій в'язкості мастила;  $A$  – площа вільної поверхні охолодження корпусу, враховуючи 70 % площі поверхні ребер, м<sup>2</sup>;  $\psi$  – коефіцієнт, що враховує тепловідведення в раму чи плиту фундаменту, при приляганні корпусу більшою поверхнею ( $\psi = 0,3$ );  $[t_m]$  – допустима температура мастила, що становить 75–85 °С.

Щоб задовольнити умову (6.26), інколи збільшують поверхню корпусу передачі (ребристі форми корпусів), застосовують обдування корпусу вентилятором тощо. При обдуванні за допомогою вентилятора  $K_T=(25\dots30)$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С).



## ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ПЕРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА З ТЕРТЯМ КОВЗАННЯ В ПР

### 7.1 Особливості використання передачі гвинт-гайка з тертям кочення в ПР

Широке застосування гвинтових механізмів пояснюється їхніми позитивними властивостями:

- висока надійність;
- компактність;
- плавність та безшумність;
- великий вигрaш у силі;
- можливість досягнення високої точності переміщення.

Гвинтовий механізм перетворює обертальний рух в поступальний та навпаки. Передача гвинт-гайка з тертям ковзання широко застосовується завдяки простоті виготовлення і експлуатації, а також можливості забезпечення самогальмування. Основними недоліками передачі є підвищене зношування різьби та низький ККД  $< 50\%$ .

Конструктивно гвинтові пари ковзання утворюються за допомогою різьб різного профілю. У навантажувальних механізмах, які призначені для передачі значних зусиль, зазвичай застосовують трапецеїдальну різьбу. За дії односторонніх навантажень застосовується упорна різьба. Для передачі руху використовують різні види різьб: трапецеїдальна (механізм подачі), метрична (в мікрометрах).

В кінематичних парах з тертям кочення робочі поверхні гвинта та гайки не дотикаються. Різьби на гвинті 1 (рис. 7.1) та гайці 2 виконані у вигляді канавок, якими перекочуються кульки 4, котрі є проміжними елементами між гвинтом та гайкою. Ланцюг шариків замикається за допомогою перепускного каналу 3, яким кульки циркулюють під час роботи передачі.

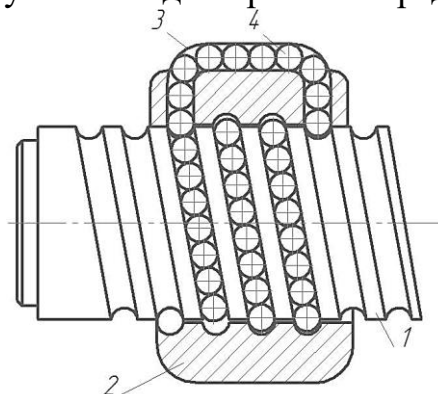


Рисунок 7.1 – Конструктивна схема передачі гвинт-гайка.

Передача гвинт-гайка з тертям кочення застосовується у механізмах точних переміщень, слідкуючих системах і відповідальних силових передачах. Передача гвинт-гайка порівняно з тертям ковзання вона має такі переваги:

- високий ККД (~ 90%);
- висока кінематична чутливість;
- мінімальне зношування;
- висока точність і рівномірність поступального руху;
- можливість повного усунення осьового люфту;
- надійна робота в діапазоні температур (від  $-60^{\circ}$  до  $+500^{\circ}\text{C}$ ) та в агресивних середовищах.

До недоліків передачі потрібно віднести складність та трудомісткість виготовлення (шліфування) спеціального профілю різьби гайки і ходового гвинта.

В передачі гвинт-гайка з тертям кочення застосовується криволінійний, прямолінійний, комбінований профілі канавок. Круглий профіль (рис. 7.2, а, б) вимагає меншої кількості кульок через невеликі контактні напруження. Він технологічно простий у виготовленні, але чутливий до забруднення і вимагає збільшення кількості мастила (виконують проточки для покращення змащення).

Прямолінійний профіль трикутний і трапецеїдальний (рис. 7.2 в, г) найбільш технологічний, забезпечує постійність кута контакту  $\alpha_k$  і дозволяє

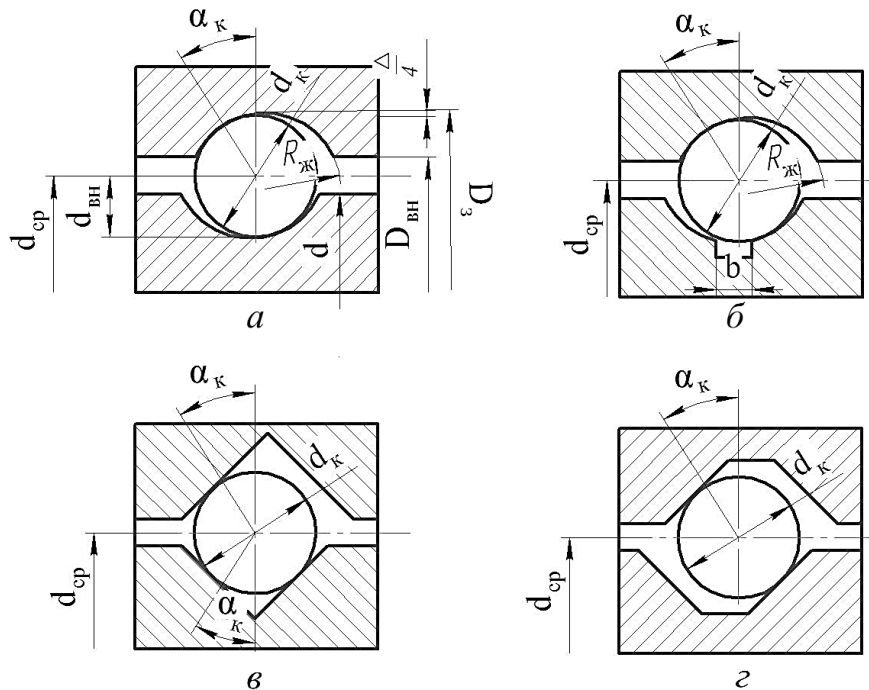


Рисунок 7.2 – Профілі канавок передачі гвинт-гайка.

отримати триточковий контакт між кулькою і поверхнями різьби гвинта та гайки. Але його застосовують для сприйняття невеликих осьових навантажень. Діаметри кульок  $d_{ш}$  вибирають в межах 2,5...10 мм. Нормальна і надійна робота кулькових механізмів переважно залежить від конструкції перепускного каналу. З цією метою використовують вигнуту трубку, у якій напрямні мають відбивачі з скребачками для очистки від бруду гвинтової канавки, а також фрезеровані на зовнішній поверхні гайки канавки, що закриті кожухом.

Кулькогвинтова пара має містити 3...4 робочі витки, так як наступні витки навантаження не несуть. Для збільшення довговічності передачі число витків збільшують до 6.

В робототехніці осьові зазори в передачі гвинт-гайка недопустимі. Одним із способів усунення зазору є створення внутрішнього натягу в парі гвинта-гайки. Це легко досягається за допомогою використання кульок більшого діаметру ніж канавка. Інший спосіб – зміна взаємного розташування двох напівгайок в осьовому чи кутовому напрямку, які складається з двох підпружинених половин. Гвинти виготовляються з вуглецевих та легованих сталей (45, 40, У10, 65Г, 40Х, 40ХГ тощо), а гайки – з сірого чи антифрикційного чавуну, а також з олов'яної чи безолов'яної бронзи : Бр01091, Бр06Ц6С3, БрА9ЖЗЛ тощо.

Для мало навантажених передач застосовують і пластмаси.

## 7.2 Проектування гвинтових передач

Проектний розрахунок передачі гвинт-гайка не є однозначним і його виконують за різними методиками. Це залежить від вихідних даних, конструктивної схеми передачі, її призначення тощо.

### 7.2.1 Послідовність розрахунку передачі гвинт-гайка тертям ковзання

1. Визначаємо кутову швидкість за залежністю:

$$\omega = \frac{2\pi}{pz} v, \quad (7.1)$$

де  $p$  – крок різьби;  $z$  – число заходів;  $v$  – швидкість поступального руху.

2. Розраховуємо ККД:

- при ведучому гвинті

$$\eta = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma + \rho)} \cdot K, \quad (7.2)$$

де  $K = 0,9 \dots 0,95$  – враховує похибки виготовлення і втрати в опорах;

- при ведучій гайці

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\gamma - \rho)}{\operatorname{tg}(\gamma)} \cdot K, \quad (7.3)$$

де  $\rho$  – кут підйому середньої гвинтової лінії;  $\gamma$  – зведений кут тертя.

За умови  $\gamma < \rho$  настає ефект самогальмування.

3. Визначаємо середній діаметр трапецеїдальної різьби за формулою:

$$d_2 = \sqrt{\frac{2F_a}{\pi m [p]}}, \quad (7.4)$$

де  $F_a$  – осьове зусилля;  $m=1,2\dots2,5$  (для нерозрізних гайок);  $m=2,5\dots3,5$  (для розрізних гайок);  $[p]$  – допустимий тиск між робочими поверхнями різьби. Для пари сталь–бронза  $[p] = 6$  МПа, а для сталь–сталь  $[p] = 12$  МПа.

4. Перевірка гвинта на стійкість:

$$\sigma = \frac{F_a}{S} \leq \varphi [\sigma_{cm}], \quad (7.5)$$

де  $S = \pi d_3^2 / 4$  – площа поперечного перерізу гвинта по внутрішньому діаметру різьби  $d_3$ ;  $\varphi$  – коефіцієнт зменшення допустимого напруження, який залежить від гнучкості гвинта  $\lambda = \nu l / i$ : тут  $\nu$  – коефіцієнт зведення довжини;  $l$  – відстань між опорами;  $i = d_3 / 4$  – радіус інерції.

5. Гвинти, що працюють з великими навантаженнями, перевіряють за еквівалентними напруженнями:

$$\sigma_e = \sqrt{\left(\frac{F_a}{S}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{кр}}{W_p}\right)^2} \leq [\sigma_p], \quad (7.6)$$

де

$$M_{кр} = F_a \cdot \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\gamma + \rho) - \quad (7.7)$$

крутний момент ;  $W = \pi d_3^3 / 16$  – момент опору по внутрішньому діаметрі;  $[\sigma_p]$  – допустиме напруження розтягу.

### 7.2.2 Послідовність розрахунку передачі гвинт-гайка тертям кочення

1. Визначаємо внутрішній діаметр різьби:



$$d_{\text{вн}} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1,25 F_a}{\pi [\sigma]}}. \quad (7.8)$$

2. Визначаємо діаметр кульки

$$d_{\text{ш}} = (0,08 \dots 0,15) d_{\text{вн}}; \quad (7.9)$$

вибираємо з ряду 2,5 ... 10 мм і уточнюємо  $d_{\text{вн}}$ .

3. Розраховуємо радіус профілю жолоба:

$$r_{\text{ж}} = (0,515 \dots 0,53) d_{\text{ш}}. \quad (7.10)$$

4. Вибираємо радіальний зазор:

$$\Delta = 0,03 \dots 0,12 \text{ мм}. \quad (7.11)$$

5. Розраховуємо середній діаметр:

$$d_{\text{ср}} = d_{\text{вн}} + d_{\text{ш}}. \quad (7.12)$$

6. Зовнішній діаметр:

$$D_3 = d_{\text{ср}} + \left( d_{\text{ш}} + \frac{\Delta}{2} \right). \quad (7.13)$$

7. Визначаємо число кульок робочої частини різьби:

$$z_{\text{ш}} = \frac{\pi d_{\text{ср}} \cdot m}{d_{\text{ш}}} - 1, \quad (7.14)$$

де  $m$  – число витків в одному замкненому робочому ланцюгу. Кількість кульок не повинна перевищувати  $z_{\text{ш}} < 65$ .

8. Довжина робочої бази гайки:  $\Delta/2$

$$L_1 \geq \frac{\Delta}{\delta} L_2 \quad (7.15)$$

9. Глибина профілю різьби

$$h = \frac{d - d_{\text{вн}}}{2}. \quad (7.16)$$

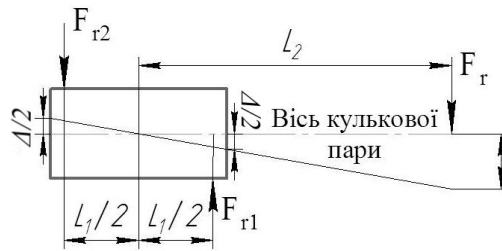


Рисунок 7.3 – Схема для визначення довжини робочої бази гайки

10. Осьовий зазор

$$e = \sqrt{(2r_{\text{ж}} - d_{\text{ш}})\Delta}. \quad (7.17)$$

11. Навантаження на кульку:

$$F_{\text{ш}} = \frac{F_a}{z_{\text{ш}} \cdot K_1 \cdot u \cdot \cos \gamma \sin \alpha_k}, \quad (7.18)$$

де  $K = 0,6 \dots 0,7$  – коефіцієнт нерівномірності навантаження;  $u$  – число замкнених ланцюгів;  $\alpha_k$  – кут контакту;  $\gamma$  – кут підйому різьби.

12. Найбільше контактне навантаження:  
на поверхні гвинта

$$\sigma_{\text{max}}^6 = \frac{870}{K_a K_b} \sqrt[3]{F_{\text{ш}} \left( \frac{4}{d_{\text{ш}}} - \frac{1}{r_{\text{ж}}} + \frac{2 \cos \alpha_k}{d_{\text{вн}}} \right)^2}; \quad (7.19)$$

на поверхні різьби гайки

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \frac{870}{K'_a K'_b} \sqrt[3]{F_{\text{ш}} \left( \frac{4}{d_{\text{ш}}} - \frac{1}{r_{\text{ж}}} - \frac{2 \cos \alpha_k}{D_3} \right)^2}. \quad (7.20)$$

Тут  $K_a, K_b, K'_a, K'_b$  – коефіцієнти, які вибираються з таблиць.

Отримані значення  $\sigma_{\text{max}}^6$  порівнюють з допустимими контактними напруженнями матеріалу гвинта. Якщо це значення перевищить допустиме, то збільшують число замкнених ланцюгів  $u$ .

За необхідністю виконують розрахунок на витривалість.



## ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК КУЛАЧКОВИХ І ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ ПРОМИСЛОВИХ РОБОТІВ

### 8.1 Кулачкові механізми, їх конструкція і розрахунок

Кулачкові механізми використовуються в машинах, в яких потрібно здійснити рух, що має стабільний, цикловий характер.

*Кулачковим* називається триланковий механізм, що складається із стійки і двох рухомих ланок. Рухомі ланки створюють із стійкою нижчі кінематичні пари, а одна з одною – вищу кінематичну пару.

Ведуча ланка називається кулачком, ведена – штовхачем, а ланка, що здійснює коливальні рухи, називається коромислом.

#### *Переваги кулачкових механізмів:*

- відтворення практично будь-якого закону руху веденої ланки;
- висока продуктивність за рахунок вибору раціонального закону руху;
- забезпечення узгоджених рухів декількох механізмів;
- швидка зміна закону руху з використанням швидкоз'ємних кулачків.

#### *Недоліки:*

- значний питомий тиск на поверхнях дотичних ланок, що призводить до підвищеного зношування;
- можливість виникнення ударів за великої швидкості руху веденої ланки.

Розрізняють плоскі і просторові кулачкові механізми, з обертовим і поступально рухомим кулачком. *Кулачок* може бути відкритим і закритим, або пазовим. *Штовхач* і *коромисло* бувають роликіві, плоскі, чи загострені.

Під час вибору закону руху необхідно прагнути, щоб у ньому були відсутні розриви у графіках швидкості і прискорення веденої ланки. Цій умові найбільш точно задовольняють синусоїдальний, косинусоїдальний, трапецеїдальний закони руху.

Після вибору закону руху веденої ланки переходять до визначення основних розмірів кулачкового механізму:

- довжину профільної частини поступально рухомого кулачка;
- мінімальний і максимальний радіус-вектор теоретичного профілю кулачка  $r_0$  і  $r_{max}$  ;
- ексцентриситет  $e$ ;

- довжину коромисла  $l$ ;
- міжцентрову відстань  $a$ ;
- початковий кут повороту коромисла  $\Psi_0$ ;
- довжину напрямної штовхача  $L_1$ ;
- радіус теоретичної поверхні циліндричного кулачка  $R$ .

Розрахунок цих параметрів наведено в курсі ТММ. Після вибору параметрів проводять *силовий розрахунок*, який полягає у визначенні зовнішніх навантажень, розрахунку інерційних сил, визначенні реакції кулачка на штовхач, крутних моментів на валу кулачка і реакцій опор, виборі пружини для кулачкового механізму з силовим замиканням.

Найбільше контактне напруження в місці контакту циліндричного ролика з кулачком визначають з умови

$$\sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{FE_{зв}}{b} \left( \frac{1}{r_p} + \frac{1}{r_k} \right)} \leq [\sigma_H], \quad (8.1)$$

де  $F$  – сила, що діє по нормалі до профіля кулачка;  $b$  – ширина робочої поверхні;  $r_p$  – радіус ролика;  $r_k$  – радіус кривизни робочого профілю кулачка;  $E_{зв}$  – зведений модуль пружності:  $E_{зв} = (E_1 E_2) / (E_1 + E_2)$ .

Після цього виконують розрахунки на міцність ролика, кулачкового валу, штовхача чи коромисла.

## 8.2 Особливості кінематичного розрахунку плоских важільних механізмів, що використовуються в ПР

В роботах застосовують важільні механізми, що складаються із жорстких ланок, з'єднаних між собою кінематичними парами V класу.

Важільні механізми поділяються на плоскі, просторові, замкнуті і відкриті. *Замкнутим* називається механізм, в якому кожна ланка має не менше двох кінематичних пар. *Відкритим* – механізм, який містить ланку, що має одну кінематичну пару (рука робота).

Число ступенів рухомості плоского механізму визначається за допомогою формули Чебишева:

$$W = 3(n-1) - 2p_5 - p_4, \quad (8.2)$$

а просторового – за допомогою формули Малишева:

$$W = 6(n-1) - \sum_{i=1}^5 i \cdot p_i, \quad (8.3)$$

де  $n$  – число рухомих ланок,  $p_i$  – число кінематичних пар відповідного класу,  $i=1\dots5$ .

До основних *переваг* плоских важільних механізмів слід віднести високу технологічність виготовлення, можливість виконання шарнірного з'єднання на підшипниках кочення, незначне зношування поверхонь тертя, довговічність, надійність в роботі, ремонтпридатність.

За заданого закону руху вихідної ланки  $\varphi_3(t)$  кінематичний розрахунок виконують в такій послідовності (*синтез механізму*):

- визначають положення усіх ланок механізму через кути  $\varphi_i$ , залежно від положення ведучої ланки  $\varphi_1$ ;
- визначають положення довільної точки  $F$  шатуна в залежно  $\varphi_1$  (траєкторія точки);
- розраховують кутові швидкості і прискорення усіх ланок механізму залежно від параметрів ведучої ланки  $\varphi_1$ ;
- розраховують швидкість і прискорення точки  $F$  шатуна залежно від параметрів руху ланки 1.

Так як розрахунок деяких зазначених параметрів відомо ще з курсу ТММ, то зосередимо увагу на розрахунку кутів  $\varphi_2$  і  $\varphi_3$ , які визначають параметри певної точки  $F$  шатуна, на якому розміщуються виконавчі ланки механізму робота.

Замкнений контур  $ABCD$  за допомогою змінного вектора  $\vec{v}$ , що з'єднує точки  $B$  і  $D$ , розділяється на два контури  $ABD$  і  $BCD$  (рис. 8.1). Для контуру  $ABD$  запишемо векторне рівняння:

$$\vec{l}_1 + \vec{v} = \vec{l}_4, \quad (8.4)$$

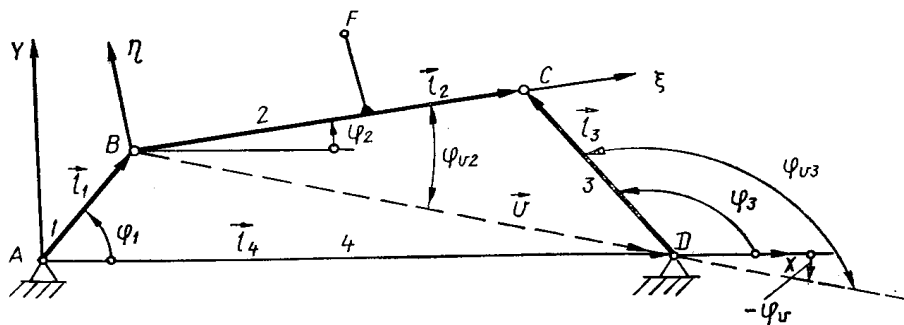


Рисунок 8.1 – Схема плоского важільного механізму

В проекціях на вісь  $AX$  і  $AY$  отримаємо:

$$\begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 + v \cos \varphi_v - l_4 &= 0 ; \\ l_1 \sin \varphi_1 + v \sin \varphi_v &= 0. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Звідки:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_v &= l_1 \sin \varphi_1 / (l_1 \cos \varphi_1 - l_4); \\ v &= -l_1 \sin \varphi_1 / \sin \varphi_v. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Таким чином допоміжний вектор  $\bar{v}$  повністю визначений.  
Позначимо через  $\varphi_{v2}$  і  $\varphi_{v3}$  кути між ланками 2 і 3 і вектором  $\bar{v}$ .  
Використовуючи теорему косинусів, запишемо:

$$\begin{aligned} l_2^2 &= l_3^2 + v^2 + 2l_3v \cos \varphi_{v3}; \\ l_3^2 &= l_2^2 + v^2 - 2l_2v \cos \varphi_{v2} \end{aligned} \quad (8.7)$$

З цих рівнянь знаходимо кути:

$$\begin{aligned} \varphi_{v2} &= \cos^{-1} \left[ (l_2^2 - l_3^2 + v^2) / 2l_2v \right]; \\ \varphi_{v3} &= \cos^{-1} \left[ (l_2^2 - l_3^2 - v^2) / 2l_3v \right] \end{aligned} \quad (8.8)$$

З очевидних рівнянь

$$\varphi_{v3} = \varphi_3 - \varphi_v; \quad \varphi_{v2} = \varphi_2 - \varphi_v \quad (8.9)$$

отримуємо

$$\varphi_3 = \varphi_{v3} + \varphi_v; \quad \varphi_2 = \varphi_{v2} + \varphi_v. \quad (8.10)$$

Таким чином, положення ланок 2 і 3 визначені для будь-якого значення кута  $\varphi_1$ .

Зазначимо, що розрахунок кінематичних параметрів виконують для кожного положення при зміні кута  $\varphi_1$  на малу величину  $\Delta\varphi$ . Враховуючи великий обсяг однотипних розрахунків, для розв'язку цієї задачі потрібно використовувати ПК.

Визначення положення довільної точки  $F$  виконується шляхом використання системи координат  $\eta B \zeta$ , що визначає координати цієї точки.

### 8.3 Особливості динамічного аналізу плоских важільних механізмів, що застосовуються в ПР.

Після кінематичного розрахунку плоского важільного механізму переходять до його *динамічного аналізу*, під час якого розв'язують дві основні задачі: визначення діючих зусиль на ланки механізму (*силовий*

розрахунок); вивчення реального руху під дією сил приводу і наближення цього руху до заданого (дослідження динаміки).

Силовий розрахунок відомий із курсу ТММ і ДМ. Після кінематичного розрахунку механізму ланки задають у вигляді конкретних фізичних тіл (матеріал, маса, форма і момент інерції). Для кожної кінематичної пари вибирається конструкція, розміри, характеристика тертя.

Під час розрахунку на міцність уточнюється конструкція і форма ланок з метою встановлення оптимального запасу міцності (тобто надлишку маси).

Слід зазначити, що силовий розрахунок, зазвичай, виконується з використанням принципу Д'Аламбера. і до кожної ланки прикладаються зовнішні сили і сили інерції. Отримана при цьому система сил буде врівноваженою і можна використовувати статичні рівняння рівноваги для кожної ланки.

Зовнішніми силами будуть рушійні сили, сили корисного опору, сили тертя, сила тяжіння і зусилля в кінематичних парах.

Закінчується розрахунок визначенням головного вектора і головного моменту сил інерції:

$$R_x^i = -ma_{Sx}; R_y^i = -ma_{Sy}; M^i = -I_S \varepsilon \quad (8.11)$$

Під час дослідження динаміки механізму використовують метод відомий із ТММ, який дозволяє обмежитись тільки дослідженням руху ведучої ланки. Усі сили і моменти сил, що прикладені до різних ланок механізму, зводяться до ведучої ланки.

Зведені сили поступального руху і моменти обертального руху розраховуються з умови, що вони розвивають таку ж потужність, як і замінені ними сили.

Для обертаної ведучої ланки зручно (рис.8.2, а) користуватися зведеним моментом рушійних сил, а для поступальної (рис. 8.2, б) – зведеною рушійною силою, які визначаються за співвідношеннями

$$M_{зв} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{F_i v_i \cos \alpha_i}{\omega} + \frac{M_i \omega_i}{\omega} \right); \quad (8.12)$$

$$F_{зв} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{F_i v_i \cos \alpha_i}{v} + \frac{M_i \omega_i}{v} \right), \quad (8.13)$$

де  $\alpha_i$  – кут між  $\vec{F}_i$  і  $\vec{v}_i$ ;  $\omega$  – кутова швидкість ланки зведення;  $v$  – швидкість поступального руху ланки зведення.

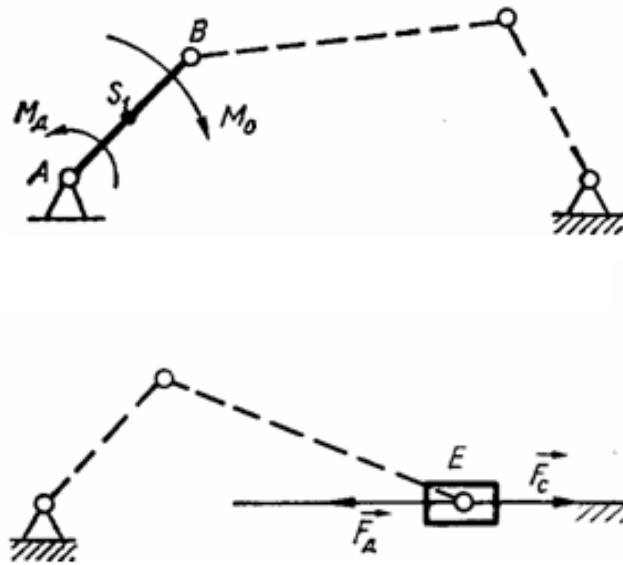


Рисунок 8.2 – Схеми механізмів для динамічного розрахунку.

Для врахування інерційних характеристик ланок як маса ведучої ланки розглядається зведена маса  $m_{зв}$  усіх ланок механізму, що розраховується за формулою:

$$m_{зв} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{v_{Si}}{v_{S1}} \right)^2 + I_{Si} \left( \frac{\omega_i}{v_{S1}} \right)^2 \right], \quad (8.14)$$

де  $n$  – число рухомих ланок;  $m_i$ ,  $I_{Si}$  – маса і центральний момент інерції  $i$ -ої ланки;  $v_{Si}$ ,  $\omega_i$  – лінійна швидкість центра мас і кутова швидкість  $i$ -ої ланки;  $v_{S1}$  – швидкість ланки зведення.

Для обертального руху краще користуватися зведеним моментом інерції:

$$I_{зв} = m_{зв} (AS_1)^2, \quad (8.15)$$

де  $m_{зв}$  та  $I_{зв}$  – не є постійними і мають розраховуватися для кожного значення кута повороту.

Після цього рух ведучої ланки розглядається під дією силових моментів ( $M_0$  і  $M_d$  для обертального руху) або сил  $\vec{F}_d$  і  $\vec{F}_0$  – для поступального руху.

Рівняння руху ведучої ланки складається на основі теореми про зміну його кінетичної енергії

$$E - E_0 = A_d - A_0 \quad (8.16)$$



де  $E_o$ ,  $E$  – кінетична енергія ланки в початковому положенні і положенні, що розглядається;  $A_d - A_o$  – різниця робіт рушійних сил і сил опору, затрачених на переміщення ланки.

Кінетична енергія для обертової та поступально рухомих ланок визначиться за формулами

$$E = I_{зв} \frac{\omega^2}{2}; \text{ або } E = m_{зв} \frac{v^2}{2} \quad (8.17)$$

Так як рушійні сили і сили опору можуть бути *функціями кута повороту, кутової швидкості* ведучої ланки, а також *функціями часу*, то їх визначення є складною задачею.

Якщо переміщення, що розглядається, достатньо мале, то рушійні сили і сили опору можна вважати постійними.

Тоді для обертального руху вони можуть бути визначені як

$$A_d - A_o = (M_d - M_o) \Delta\varphi, \quad (8.18)$$

а для поступального –

$$A_d - A_o = (F_d - F_o) \Delta x. \quad (8.19)$$

Із (8.16) з врахуванням (8.14) або (8.15) можна отримати функції:  $\omega(\varphi)$  і  $v(x)$ .

Проте, якщо необхідний закон руху ведучої ланки був заданий як функція часу, то необхідно визначити тривалість повороту ведучої ланки на кут  $\Delta\varphi$  або переміщення на  $\Delta x$ .

З диференціального рівняння руху ланки

$$I_{зв} \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_o \quad (8.20)$$

маємо:

$$dt = \frac{I_{зв}}{M_d - M_o} d\omega \quad (8.21)$$

Переходимо до кінцевих прирошувань і отримаємо для обертального руху

$$\Delta t = \frac{I_{зв}}{M_d - M_o} \Delta\omega, \quad (8.22)$$

а для поступального –

$$\Delta t = \frac{m_{зв}}{F_d - F_o} \Delta v. \quad (8.23)$$

Тобто, від  $\varphi = 0$  до  $\varphi_1$  ланка повертається за  $\Delta t_1$ , яке відповідає приросту  $\Delta\omega_1$ . В результаті кут повороту ведучої ланки отримуємо у функції часу.

Тепер порівнюють дійсний рух розробленого механізму із заданим. Якщо розбіжність досить велика, то вводять зміну в конструкцію і проводять розрахунок, наближаючись до заданого руху. Для порівняння досить зручно вивести графік руху на дисплей ПК.

#### 8.4 Особливості розрахунку просторових важільних механізмів

В робототехніці просторові важільні механізми використовуються, як правило, в маніпуляторах роботів. Маніпулятори з приводами в шарнірах руки та захвату мають структуру нерозгалуженої відкритої кінематичної ланки з одним ступенем рухомості. Будемо розглядати тільки такі просторові механізми, що складаються з важелів, з'єднаних між собою кінематичними парами V класу.

При розрахунку механізму необхідно проаналізувати його рух під дією прикладених сил, визначити зусилля в шарнірах, розміри ланок, обрати тип приводу. Необхідний закон руху механізму, який залежить від службового призначення робота та функціонального призначення конкретного механізму, містить, перш за все, фази прискореного руху та гальмування. Через це необхідно проводити кінематичний і кінетостатичний аналіз руху механізму з урахуванням дії привода.

Задача дослідження руху просторового нерозгалуженого відкритого механізму в математичному плані достатньо складна. В цьому розділі для можливості подальшого розрахунку на ПК методи розрахунку подаються в аналітичній формі з використанням елементів теорії матриць та гвинтового числення.

##### 8.4.1 Кінематичний аналіз просторових важільних механізмів

При дослідженні кінематики механізму його ланки вважаємо абсолютно твердими тілами, а шарніри – без зазорів. З кожною ланкою механізму жорстко зв'язуємо систему координат  $X_i, Y_i, Z_i$ , яку будемо називати зв'язаною з ланкою  $i$ .

*Визначення положення механізму.*

У зв'язку з використанням зв'язаних систем координат увесь механізм є послідовністю координатних систем. Відносне розташування

двох послідовних систем можна описати за допомогою спеціального методу. При використанні цього методу вісь  $Z_i$  ланки  $i$  переноситься в вісь шарніра  $i, i+1$ , а вісь  $X_i$  проводиться через перпендикуляр  $d_{i,i-1}$ , спільний для осей  $Z_i, Z_{i-1}$  (рис. 8.3). При цьому положення зв'язаної з ланкою  $i$  координатної системи однозначно визначається в координатній системі ланки  $i-1$  через параметри  $S_{i,i-1}, d_{i,i-1}, \varphi_{i,i-1}$  та  $\theta_{i,i-1}$ . Якщо  $i, i-1$  – обертальна пара, то  $\varphi_{i,i-1} = \varphi_{i,i-1}(t)$  – змінний кут повороту приводу і  $S_{i,i-1}$  – постійна величина; якщо  $i, i-1$  – поступальна пара, то  $S_{i,i-1} = S_{i,i-1}(t)$  – змінний поступальний рух і  $\varphi_{i,i-1}$  – постійна величина.

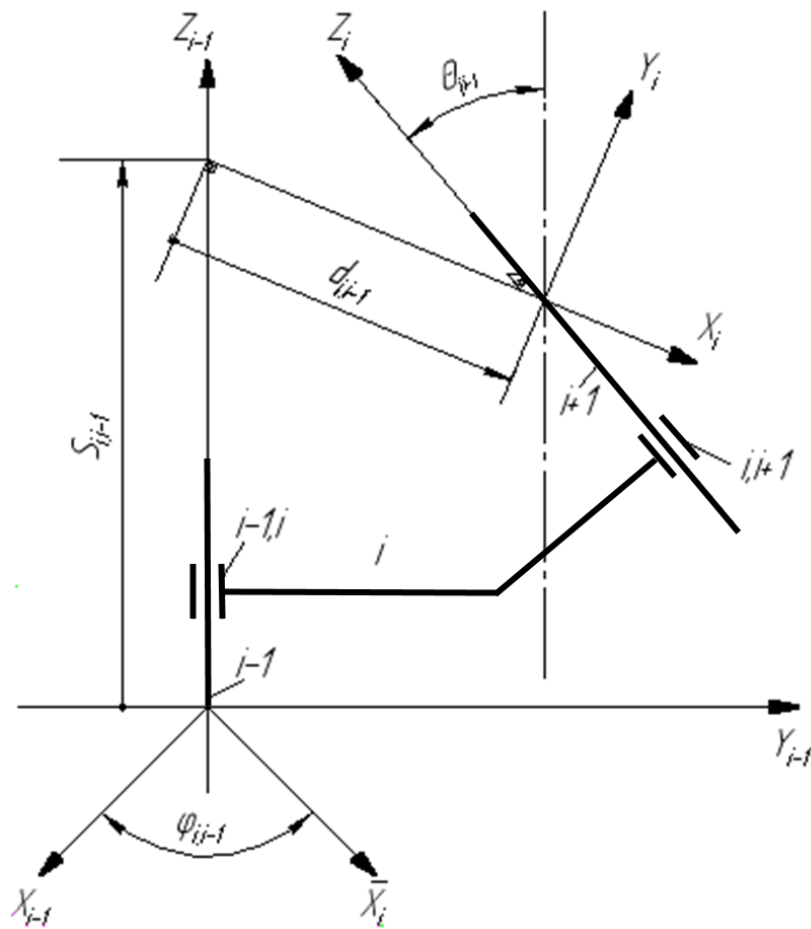


Рисунок 8.3 – Введення зв'язаних з ланками систем координат.

Кут  $\varphi_{i,i-1}$  вважаємо додатнім, якщо при погляді в додатному напрямку осі  $Z_{i-1}$  бачимо поворот вісі  $X_{i-1}$  до  $X_i$  за часовою стрілкою. Кут  $\theta_{i,i-1}$  додатній, якщо при погляді вздовж додатного напрямку вісі  $X_i$  обертання вісі  $Z_{i-1}$  до  $Z_i$  відбувається за часовою стрілкою

Перерахунок векторів двох сусідніх ланок механізму виконується за допомогою перетворювальної матриці

$$A_{i,i-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ d_{i,i-1} \cos \varphi_{i,i-1} & \cos \varphi_{i,i-1} & -\sin \varphi_{i,i-1} \cos \theta_{i,i-1} & \sin \varphi_{i,i-1} \sin \theta_{i,i-1} \\ d_{i,i-1} \sin \varphi_{i,i-1} & \sin \varphi_{i,i-1} & \cos \varphi_{i,i-1} \cos \theta_{i,i-1} & -\cos \varphi_{i,i-1} \sin \theta_{i,i-1} \\ S_{i,i-1} & 0 & \sin \theta_{i,i-1} & \cos \theta_{i,i-1} \end{pmatrix} \quad (8.23)$$

На рис. 8.4, а наведено приклад кінематичної схеми маніпулятора промислового робота з шістьма шарнірами та сімома ланками. Через вісі всіх шарнірів проведені відповідно вісі  $Z_1 \dots Z_6$ ; напрямки  $X_1$  і  $Y_1$  обрані довільно. Оскільки кінематична ланка є відкритою просторовою, то положення вісі  $Z_7$  можна також обрати довільно. Ця вісь має бути такою, щоб було зручно характеризувати положення об'єкта в захоплю вальному пристрої.

Радіус-вектор довільної точки  $P$  на ланці  $i$  механізму в зв'язаній координатній системі ланки  $k$  визначається таким чином:

$$\vec{r}_{P,i,k} = \begin{pmatrix} 1 \\ X_{P,i,k} \\ Y_{P,i,k} \\ Z_{P,i,k} \end{pmatrix}. \quad (8.24)$$

Якщо положення  $\vec{r}_{P,i,i}$  точки  $P$  ланки  $i$  відомо, то за допомогою перетворювальної матриці можна розрахувати радіус-вектор  $\vec{r}_{P,i,k}$  точки  $P$  в зв'язаній системі ланки  $k$ :

$$\vec{r}_{P,i,k} = T_{i,k} \vec{r}_{P,i,i}, \quad (8.25)$$

де

$$T_{ik} = \prod_{n=k+1}^i A_{n,n-1}. \quad (8.26)$$

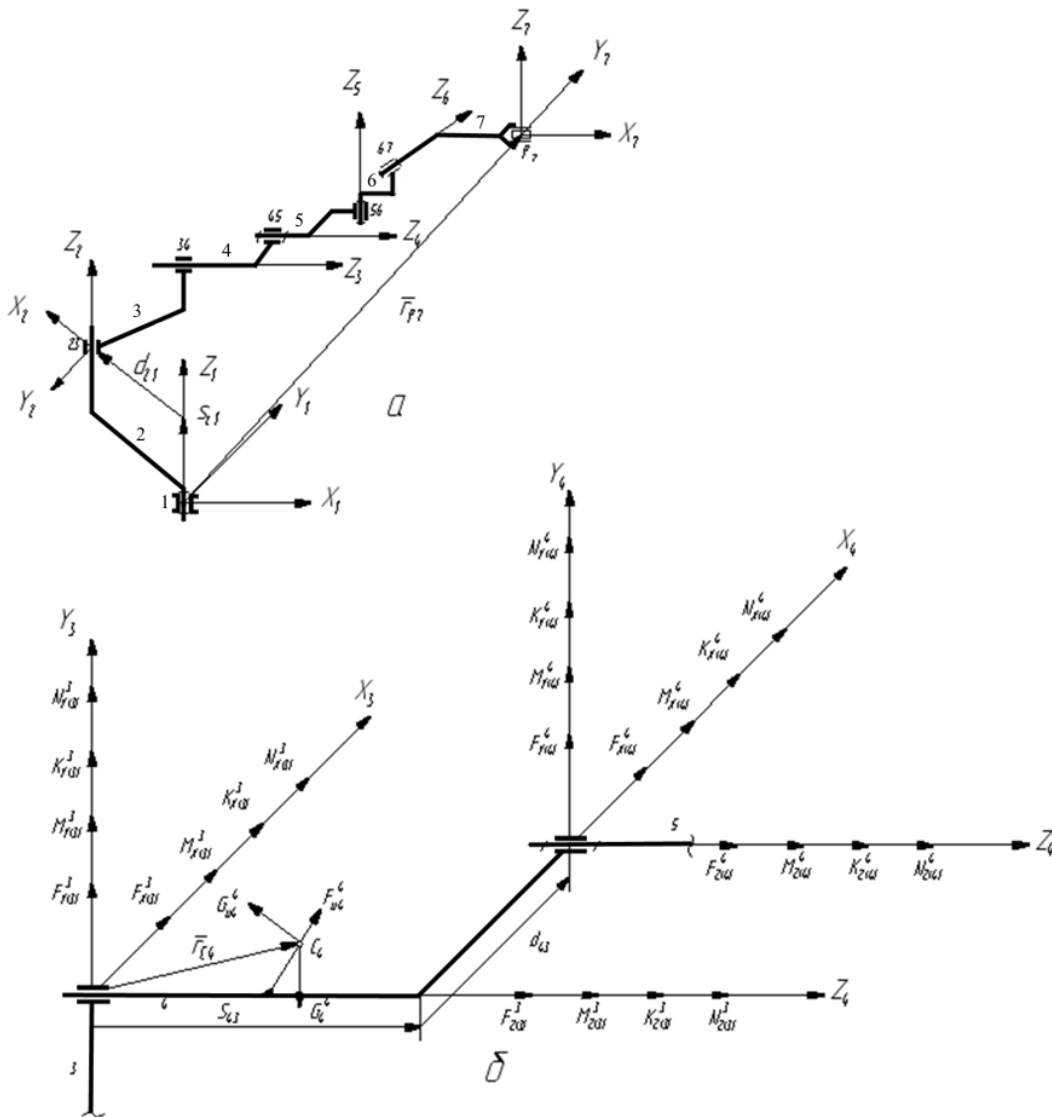


Рисунок 8.4 – До розрахунку просторового важільного механізму:  
 а – кінематична схема маніпулятора з осями координат;  
 б – навантаження ланки 4 маніпулятора.

Для точки  $P_7$  (рис. 8.4, а) радіус-вектор її положення відносно стійки 1 розраховується так:

$$\bar{r}_{P,7,1} = T_{7,1} \cdot \bar{r}_{P,7,7}, \quad (8.27)$$

де

$$T_{7,1} = A_{21} \cdot A_{32} \cdot A_{43} \cdot A_{54} \cdot A_{65} \cdot A_{76}. \quad (8.28)$$

За допомогою цих формул положення  $P_7$  в нерухомій системі координат завжди може бути визначено.

*Визначення швидкостей та прискорень.*

Швидкість точки  $P$  ланки  $i+n$  механізму у з'єднаній із ланкою  $i-1$  системі координат визначимо таким чином. Спочатку обрахуємо швидкість точки  $P$  в системі координат, зв'язаній з ланкою  $i$ , а потім уже врахуємо швидкість ланки  $i$  в зв'язаній з ланкою  $i-1$  системі координат, тобто

$$\bar{v}_{P,i+n,i-1} = \bar{v}_{i,i-1} + \bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1} + \bar{v}_{P,i+n,i}^{i-1} \quad (8.29)$$

Розрахунок починається з передостанньої ланки відкритого кінематичного ланцюга, при русі до початку ланцюга рівняння (8.29) використовується багато разів. Оскільки розглядається тільки механізм з кінематичними парами  $V$  класу, вираз (8.29) спрощується. Дійсно, якщо між ланками  $i$  та  $i-1$  використовується оберտальна пара, то

$$\bar{v}_{P,i+n,i-1} = \bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1} + \bar{v}_{P,i+n,i}^{i-1} \quad (8.30)$$

Якщо поступальна, то

$$\bar{v}_{P,i+n,i-1} = \bar{v}_{i,i-1} + \bar{v}_{P,i+n,i}^{i-1} \quad (8.31)$$

Швидкості, що входять в (8.30) і (8.31), визначаються за формулами:

$$\bar{\omega}_{i,i-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_{i,i-1} \end{pmatrix}; \quad (8.32)$$

$$\bar{v}_{i,i-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_{i,i-1} \end{pmatrix}; \quad (8.33)$$

Для загальності припустимо, що окремі відносні швидкості подано в однакових координатних системах, так як швидкість  $\bar{v}_{P,i+n,i}^{i-1}$  може бути отримана в координатній системі ланки  $i-1$ , тобто

$$\bar{v}_{P,i+n,i}^{i-1} = A_{i,i-1} \cdot \bar{v}_{P,i+n,i}. \quad (8.34)$$

Прискорення точки  $P$  обраховується шляхом диференціювання рівняння (8.29):

$$\bar{a}_{P,i+n,i-1} = \bar{a}_{i,i-1} + \bar{\varepsilon}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1} + \bar{\omega}_{i,i-1} \cdot (\bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1}) + 2\bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{v}_{P,i+n,i-1} + \bar{a}_{P,i+n,i}^{i-1}. \quad (8.35)$$

Якщо між ланками  $i$  та  $i-1$  присутня оберտальна кінематична пара, то

$$\bar{a}_{P,i+n,i-1} = \bar{\varepsilon}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1} + \bar{\omega}_{i,i-1} \cdot (\bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{r}_{P,i+n,i-1}) + 2\bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{v}_{P,i+n,i-1} + \bar{a}_{P,i+n,i}^{i-1}, \quad (8.36)$$

Якщо поступальна, то

$$\bar{a}_{P,i+n,i-1} = \bar{a}_{i,i-1} + \bar{a}_{P,i+n,i}^{i-1}. \quad (8.37)$$

Для зображення ходу практичного обчислення швидкості  $\bar{v}_{P,7,1}$  точки  $P_7$  ланки 7 (див. рис. 8.4, а) відносно стійки 1 укажемо, що з цією метою послідовно вирішуються такі рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{P,7,6} &= \bar{\omega}_{7,6} \cdot \bar{r}_{P,7,6}; \\ \bar{v}_{P,6,5} &= \bar{\omega}_{6,5} \cdot \bar{r}_{P,7,5} + \bar{v}_{P,7,6}^5; \\ \bar{v}_{P,7,4} &= \bar{\omega}_{5,4} \cdot \bar{r}_{P,7,4} + \bar{v}_{P,7,5}^4; \\ \bar{v}_{P,7,3} &= \bar{v}_{4,3} + \bar{v}_{P,7,4}^3; \\ \bar{v}_{P,7,2} &= \bar{v}_{3,2} + \bar{v}_{P,7,3}^2; \\ \bar{v}_{P,7,1} &= \bar{\omega}_{2,1} \cdot \bar{r}_{P,7,1} + \bar{v}_{P,7,2}^1. \end{aligned} \right\} \quad (8.38)$$

Для визначення прискорення з використанням (8.35) складається система рівнянь, подібна (8.38).

*Визначення відносних кутових швидкостей та прискорень*

Використання гвинтової теорії дозволяє розрахувати відносну кутову швидкість:

$$\bar{\omega}_{i+1,i-1} = \bar{\omega}_{i,i-1} + \bar{\omega}_{i+1,i}^{i-1}. \quad (8.39)$$

Кутове прискорення, необхідне для розрахунку моменту сил інерції, визначається за формулою

$$\bar{\xi}_{i+1,i-1} = \bar{\xi}_{i,i-1} + \bar{\xi}_{i+1,i}^{i-1} + \bar{\omega}_{i,i-1} \cdot \bar{\omega}_{i+1,i}^{i-1}. \quad (8.40)$$

При дослідженні плоских важільних механізмів вже розглядався метод, що базується на використанні принципу Д'Аламбера. Відповідно до цього принципу до ланки механізму необхідно прикласти зовнішні сили (з реакціями в'язей включно) і сили інерції. Отримана в результаті цього система сил являється зрівноваженою, і можна використовувати рівняння статки.

Оскільки розглядаються просторові механізми, то система сил, що діють на ланку, в загальному випадку буде просторовою. Як відомо, для просторової системи сил, діючих на ланку  $i$ , можуть бути записані 6 скалярних рівнянь рівноваги, що виражають рівність нулю сум проекцій всіх сил на координатні вісі і сум моментів сил відносно цих осей:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_j^i = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{X_i}(\bar{F}_j) = 0, \\ \sum_{i=1}^n Y_j^i = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Y_i}(\bar{F}_j) = 0, \\ \sum_{i=1}^n Z_j^i = 0, \quad \sum_{i=1}^n M_{Z_i}(\bar{F}_j) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (8.41)$$

В цих рівняннях  $n$  – число всіх зовнішніх сил и сил інерції, прикладених до розглядуваної ланки.

Послідовне застосування рівнянь (8.41) до всіх ланок механізму дає можливість визначити тиски в кінематичних парах, необхідні для розрахунку ланок на міцність, а також визначити закон навантаження привода при відтворенні заданого закону руху механізму. Попередньо необхідно врахувати зовнішні сили і визначити сили інерції ланок механізму.

#### 8.4.2 Зовнішні навантаження просторового важільного механізму

До зовнішніх навантажень, діючих на маніпулятор промислового робота, належать:



робочі опори, що діють зі сторони утримуваного об'єкта, наприклад зусилля при збірці, моменти при згвинчуванні деталей; вага об'єкта; вага ланок механізму.

Точкою прикладення робочих опорів в загальному випадку є певна точка об'єкта, що котрий утримується останньою ланкою відкритого кінематичного ланцюга. Вага діє в центрах мас ланок і об'єкта.

Вектори навантажень від робочих опорів, зовнішніх моментів і ваги можна представити наступним чином:

$$\bar{F}_{P,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_{P,i,X} \\ F_{P,i,Y} \\ F_{P,i,Z} \end{pmatrix}; \quad \bar{M}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ M_{i,X} \\ M_{i,Y} \\ M_{i,Z} \end{pmatrix}; \quad \bar{G}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ G_{i,X} \\ G_{i,Y} \\ G_{i,Z} \end{pmatrix}. \quad (8.42)$$

Вектори зовнішніх навантажень подаються в нерухомій системі координат, зв'язаній із стійкою 1 (див. рис. 8.4, а). При цьому

$$\bar{G}_i^1 = m_i \bar{g}^1, \quad (8.43)$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ї ланки;  $\bar{g}^1$  – прискорення вільного падіння.

Вектори зовнішніх навантажень ланки визначаються через зовнішні навантаження такої ланки за формулами:

$$\bar{F}_i^1 = \bar{F}_{P,i+1}^1; \quad (8.44)$$

$$\bar{G}_i^1 = \bar{G}_{i+1}^1; \quad (8.45)$$

$$\bar{M}_i^1 = \bar{M}_{i+1}^1 + \bar{r}_{P,i+1}^1 \cdot \bar{F}_{P,i+1}^1 + \bar{r}_{C,i+1}^1 \cdot \bar{G}_{i+1}^1. \quad (8.46)$$

Для вибору параметрів захватних пристроїв, а також шарнірів і привода необхідно знати силові величини в зв'язаних із ланками координатних системах. Їх розрахунок виконується з використанням формули

$$\bar{F}_i^i = T_{i,1} \cdot \bar{F}_i^1, \quad (8.47)$$

звідки

$$\bar{F}_i^i = (T_{i,1})^{-1} \cdot \bar{F}_i^1; \quad (8.48)$$

$$\bar{G}_i^i = (T_{i,1})^{-1} \cdot \bar{G}_i^1; \quad (8.49)$$

$$\bar{M}_i^i = (T_{i,1})^{-1} \cdot \bar{M}_i^1; \quad (8.50)$$

### 8.4.3 Навантаження від сил інерції і моментів сил інерції

Для розрахунку сил інерції для кожної ланки  $i$  механізму вводимо систему координат  $X_i^*, Y_i^*, Z_i^*$ , вісі якої співпадають з осями I, II і III еліпсоїда інерції ланки. Зв'язок між осями  $X_i, Y_i, Z_i$  і  $X_i^*, Y_i^*, Z_i^*$  виконується за допомогою матриці, аналогічної (8.23):

$$\bar{r}_{P,i,i}^i = A_{i^*,i} \cdot \bar{r}_{P,i,i^*}^{i^*}. \quad (8.51)$$

Вектор-момент сил інерції визначається за формулами Ейлера

$$M_{\partial i}^{i^*} = -J_i^{i^*} \cdot \bar{\xi}_{i,1}^{i^*} - P_i^{i^*} \cdot J_i^{i^*} \cdot \bar{\omega}_{i,1}^{i^*}, \quad (8.52)$$

де

$$J_i^{i^*} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{X_i^* X_i^*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{Y_i^* Y_i^*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{Z_i^* Z_i^*} \end{pmatrix}. \quad (8.53)$$

В свою чергу

$$P_i^{i^*} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{Z_i,1}^{i^*} & \omega_{Y_i,1}^{i^*} \\ 0 & \omega_{Z_i,1}^{i^*} & 0 & -\omega_{X_i,1}^{i^*} \\ 0 & -\omega_{Y_i,1}^{i^*} & \omega_{X_i,1}^{i^*} & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.54)$$

Якщо відносні кутова швидкість  $\bar{\omega}_{i,1}^1$  і кутове прискорення  $\bar{\xi}_{i,1}^1$  відомі, то отримаємо

$$\bar{\omega}_{i,1}^{i*} = (A_{i^*,i})^{-1} \cdot (T_{i,1})^{-1} \bar{\omega}_{i,1}^1; \quad (8.55)$$

$$\bar{\xi}_{i,1}^{i*} = (A_{i^*,i})^{-1} \cdot (T_{i,1})^{-1} \bar{\xi}_{i,1}^1. \quad (8.56)$$

Момент сил інерції ланки  $i$  в зв'язаній з цією ланкою системі координат визначається таким чином:

$$\bar{M}_{ui}^i = A_{i^*,i} \cdot \bar{M}_{ui}^{i*}. \quad (8.57)$$

Головні вектори сил інерції ланок при цьому визначаються по формулі

$$\bar{F}_{u(i)}^i = -m_i \bar{a}_{Ci,1}^i, \quad (8.58)$$

де

$$\bar{a}_{Ci,1}^i = (T_{i,1})^{-1} \cdot \bar{a}_{Ci,1}^1. \quad (8.59)$$

Інерційні навантаження ланки  $i+1$  (як і зовнішні навантаження) прикладаються до початку координат системи  $X_i, Y_i, Z_i$ :

$$\bar{F}_{u(i)}^i = \bar{F}_{ui+1}^i; \quad (8.60)$$

$$\bar{M}_{u(i)}^i = \bar{M}_{ui+1}^i + \bar{r}_{C,i+1,i}^i \cdot \bar{F}_{ui+1}^i. \quad (8.61)$$

Тепер вектор зовнішніх і інерційних навантажень може бути записаний так:

$$\bar{B}_i^i = \begin{pmatrix} \bar{F}_i^i + \bar{G}_i^i + \bar{F}_{u(i)}^i \\ \bar{M}_i^i + \bar{M}_{u(i)}^i \end{pmatrix}. \quad (8.62)$$

Для визначення повного навантаження, з котрим маємо справу при використанні метода кіно статки, необхідно врахувати також реакції шарнірів

$$\bar{R}_{i+1}^{i+1} = \begin{pmatrix} \bar{K}_{i+1}^{i+1} \\ \bar{N}_{i+1}^{i+1} \end{pmatrix}. \quad (8.63)$$

Тут вектори  $\bar{K}_{i+1}^{i+1}$  зусилля і  $\bar{N}_{i+1}^{i+1}$  моменту в шарнірі визначаються по формулам:

$$\bar{K}_{i+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ K_{X,i+1}^{i+1} \\ K_{Y,i+1}^{i+1} \\ K_{Z,i+1}^{i+1} \end{pmatrix}; \quad \bar{N}_{i+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ N_{X,i+1}^{i+1} \\ N_{Y,i+1}^{i+1} \\ N_{Z,i+1}^{i+1} \end{pmatrix}. \quad (8.64)$$

З умов рівноваги сил, діючих на ланку  $i$ , для реакції шарніра  $\bar{R}_i^i$  отримаємо

$$\bar{R}_i^i = W_{i+1,i} \cdot \bar{R}_{i+1}^i - \bar{B}_i^i. \quad (8.65)$$

Тут матриця  $W_{i+1,i}$  перетворює реакцію  $\bar{R}_{i+1}^i$  на початку координатної системи  $X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1}$  до початку системи  $X_i, Y_i, Z_i$ :

$$W_{i+1,i} = \begin{pmatrix} E_{4,4} & O_{4,4} \\ L_{i+1,i} & E_{4,4} \end{pmatrix}. \quad (8.66)$$

Матриця  $L_{i+1,i}$  враховує довжини плеч для моменту сил шарнірів  $\bar{K}_{i+1}^i$  відносно осей координатної системи  $X_i, Y_i, Z_i$ :

$$L_{i+1,i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s_{i+1,i} & d_{i+1,i} \cdot \sin \varphi_{i+1,i} \\ 0 & s_{i+1,i} & 0 & -d_{i+1,i} \cdot \cos \varphi_{i+1,i} \\ 0 & -d_{i+1,i} \cdot \sin \varphi_{i+1,i} & d_{i+1,i} \cdot \cos \varphi_{i+1,i} & 0 \end{pmatrix} \quad (8.67)$$

Визначення реакцій шарнірів по (8.63) починається з останньої ланки кінематичного ланцюга, для якого  $\bar{R}_{i+1}^{i+1} = 0$ , і продовжується до  $\bar{R}_1^1$ .

На рис. 8.4, б зовнішні і інерційні навантаження показані в якості ілюстрації переходу від системи координат, зв'язаної з ланкою 4, до системи координат ланки 3.



## ПЕРЕДАЧІ ГНУЧКИМИ ЛАНКАМИ, ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ПР І РОЗРАХУНОК

### 9.1 Особливості застосування і розрахунок ланцюгових передач

Ланцюгова передача завдяки високій надійності і простоті широко застосовується в ПР. Вона характеризується високою гнучкістю, працює без вібрацій, проковзування і помітного шуму, здатна амортизувати легкі поштовхи та удари, має невеликі габарити і розміри та може використовуватися в широкому діапазоні швидкостей і навантажень.

Застосовуються ланцюгові передачі у важко навантажених маніпуляторах, в приводах рук ЗП (наприклад, у роботах SR–2, SR–3 (Sankyo, Японія).

В промисловості використовуються різні кінематичні схеми ланцюгових передач. Основна їх ознака – це наявність, за необхідності, великої кількості зірочок (понад 10). Але в робототехніці застосовуються ланцюгові передачі з двома чи трьома зірочками, так як більша їх кількість є недоцільною.

На рис. 9.1 показано найбільш поширені кінематичні схеми ланцюгових передач, які застосовуються в ПР і які можуть розміщуватися в горизонтальній та вертикальній площинах.

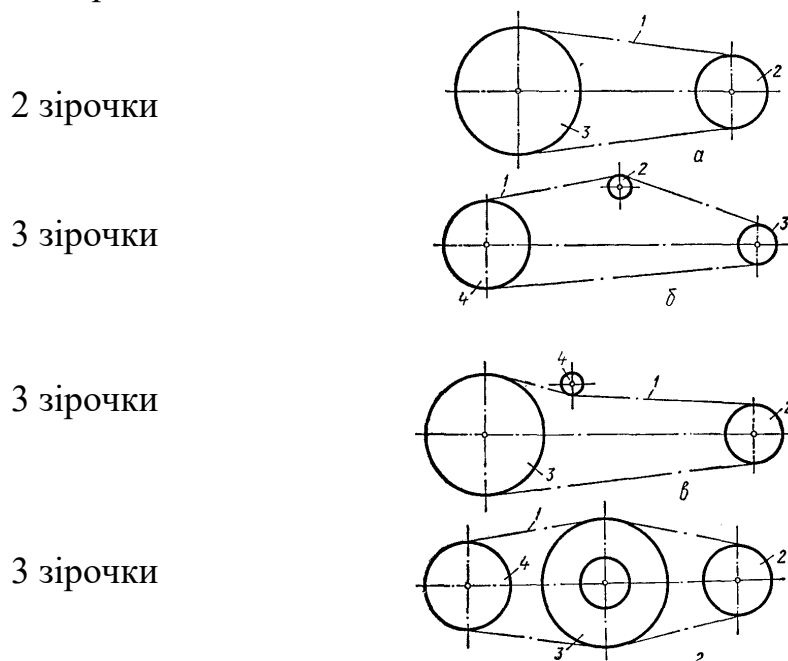


Рисунок 9.1 – Схеми ланцюгових передач, що застосовуються у роботах

Натяжними пристроями використовуються зірочки, або ролики з ребордами. У схемі на рис. 9.1, з використано ланцюговий контур з пружною зірочкою 4, пружний вінець якої крім регулювання виконує роль демпфера, що знижує динамічні навантаження, вібрації, покращує плавність ходу ланок ПР. Зірочка виготовляється з гуми чи полімерів, встановлюється між витками вільно, без закріплення. Число зубців приводної зірочки перевищує на 2–3 зуба кількість зубців більшої зірочки. Мінімальне число зубців для передачі, розташованої в горизонтальній площині,  $z_{\min} > 27$ , а у вертикальній площині –  $z_{\min} > 19$ .

В ланцюговій передачі використовуються втулкові, роликові і зубчаті ланцюги, а зірочки – валові, дискові, маточні.

Алгоритм проектування ланцюгової передачі.

- 1) вибирають кінематичну схему;
- 2) вибирають конструкцію і тип ланцюга;
- 3) вибирають тип зірочки, профіль зірочки, число зубців, матеріал, вид термообробки, геометричні розміри;
- 4) вибирають спосіб регулювання натягу ланцюга;
- 5) вибирають спосіб змащування і оптимальні змащувальні матеріали залежно від умов роботи ПР.

## 9.2 Особливості застосування і розрахунок зубчасто-пасових передач

Зупинимося на застосуванні та розрахунку зубчасто-пасових передач в ПР.

Використання зубчасто-пасових передач в ПР обумовлюється поєднанням *пасових* (мала маса, висока допустима колова швидкість, безшумність) і *ланцюгових* передач (відсутність проковзування, невеликі поперечні натяги). Одночасним зачепленням великої кількості зубців досягається синхронність передачі зусиль. Потужність, що може передавати зубчасто-пасова передача, досягає величини 400 кВт, максимальна швидкість –  $v \leq 80$  м/с, коефіцієнт корисної дії –  $\eta = 99\%$ .

Зубчаті паси складаються з несучого шару (сталевий трос діаметром 0,36 мм чи 0,75 мм) та еластичного шару (гума, поліуретан, хлоропрен). Кут профілю  $\varphi = 50^\circ$  чи  $\varphi = 40^\circ$ .

Основний розрахунковий параметр – *модуль*  $m$ :

$m = 1; 1,5; 2; 3; 4; 5; 7; 10$  мм.

**Шків** (*pulleys*) – це зубчасті колеса, головки яких зрізані до діаметра

$$d_a = d - 2t + c, \quad (9.1)$$

де  $t = 0,6$  мм ( при  $m = 2...4$  мм);  $t = 1,3$ мм ( при  $m > 5$  мм) – відстань від западини зубців паса до осьової лінії троса;  $c$  – поправка, що враховує піддатливість троса ( $c = 0,07...0,18$  мм при  $d_a = 50...500$  мм). Зубці на шківах нарізають методом обкатки спеціальними фрезами.

Алгоритм розрахунку зубчасто-пасових передач.

1. Залежно від потужності і кутової швидкості малого шківа вибирають модуль з таблиці і визначають крок паса:

$$p = \pi m \quad (9.2)$$

2. З умови довговічності паса вибирають число зубців малого шківа (за таблицею) і визначають число зубців більшого шківа:

$$z_2 = z_1 u; \quad (9.3)$$

3. Визначити діаметри ділильного кола:

$$d_1 = mz_1; \quad d_2 = mz_2; \quad (9.4)$$

4. Визначити швидкість руху паса:

$$v = \frac{\omega_1 d_1}{2 \cdot 1000}; \quad (9.5)$$

5. Попередньо визначити між осьову відстань:

$$a \geq 0,5(d_1 + d_2); \quad (9.6)$$

6. Визначити довжину паса в кроках:

$$Lp = \frac{2a}{p} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left( \frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \frac{p}{a} \quad (\text{кроків}); \quad (9.7)$$

$Lp$  – округлюють до стандартних значень: 32, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160.

7. Остаточо визначити міжосьові відстані:

$$a = \frac{p}{4} \left[ Lp - \frac{z_1 + z_2}{2} + \sqrt{\left( Lp - \frac{z_1 + z_2}{2} \right)^2 - 8 \left( \frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2} \right]; \quad (9.8)$$

8. Визначити кут обхвату пасом малого шківа:

$$d_1 \approx 180^\circ - 57^\circ \frac{d_2 - d_1}{a}; \quad (9.9)$$

9. Визначити число зубців паса, що знаходяться в зачепленні з малим шківом:

$$Z_0 = \frac{Z_1 d_1}{360^\circ} \geq [Z_0]; \quad (9.10)$$

$[Z_0] \geq 6$ ; при  $Z_0 < [Z_0]$  збільшують між осьову відстань.

10. Визначити колову силу:

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{2T}{d_1}; \quad (9.11)$$

11. Знаходимо ширину паса:

$$b = \frac{F_t}{[\omega_n]}; \quad (9.12)$$

$[\omega_n]$  – допустима питома колова сила.

$[\omega_n] = [\omega_0] C_\beta C_V - qV^2$ ;  $\omega_0$  – максимальне допустиме робоче навантаження прокладки.

$C_\beta = 0,85$  – коефіцієнт нерівномірного розподілення навантаження

$C_V = 0,58 \dots 0,72$  – коефіцієнт динамічного навантаження (при 150% від ном.)

$qv^2$  – відцентрова сила;

$q$  – погонна маса паса шириною 1 мм (в таблиці, в залежності від модуля);

Отримане значення  $b$  округлюють до стандартних значень.

12. Визначити силу попереднього натягу віток паса:

$$F_0 = 1.2 \cdot b \cdot qv^2; \quad (9.13)$$

13. Визначити силу, що діє на вали:

$$F_r = 1,15F_t; \quad (9.14)$$

14. Визначити діаметр вершини шківів:

$$d_a = d - 2t + c; \quad (9.15)$$

15. Визначити діаметр западин:



$$d_f = d_a - 2h_{uw} \quad (9.16)$$

$h_{uw}$  – висота зубців шківа, що вибирають в залежності від  $m$ .

16. Ширина шківа:

$$B = b + m \quad (9.17)$$

Отримані параметри дозволяють виконати проектування зубчастопасової передачі.



## ЗРІВНОВАЖУВАЛЬНІ МЕХАНІЗМИ

### 10.1 Загальні положення про зрівноважувальні механізми

Зрівноважувальні пристрої призначені для сприйняття ваги ланок маніпулятора і частково – ваги вантажу, що ним переміщується, а також для компенсації впливу статичних моментів мас ланок ПР.

Незрівноважуваність механізмів ПР приводить до збільшення похибки позиціонування, динамічних похибок, що залежать від швидкості і прискорення, до збільшення навантажень на опори і споживаної потужності.

З курсу ТММ відомо, що умовою зрівноважування механізму є постійність головного вектору сил і головного моменту сил, що діють на основу чи в кінематичних парах.

$$\vec{P} = const ; \quad (10.1)$$

$$\vec{M} = const ; \quad (10.2)$$

Для виконання *першої умови* потрібно підібрати маси механізму таким чином, щоб загальний центр мас всіх ланок механізму залишався нерухомим.

Для виконання *другої умови* потрібно підібрати маси механізму так, щоб відцентровий момент інерції мас всіх ланок механізму був постійним.

Через складність повного усунення неврівноваженості сил часто обмежуються усуненням сил інерції.

Зрівноваження шляхом розподілення мас ланок, що усуває тиск стійки на фундамент – називається **зрівноважуванням мас** (*balancing mass*) .

Умова зрівноваження мас:

$$\vec{P} = 0 ; \quad (10.3)$$

$$\vec{M} = 0 ; \quad (10.4)$$

В ПР і М переважно застосовується *статичне* зрівноважування, так як динамічне важко здійснити через невеликі швидкості переміщення ланок.

Статичне зрівноваження виконується за допомогою противаг, пружин чи пневмоциліндрів.

## 10.2 Вантажні і пружинні механізми зрівноважування

Розглянемо схему *вантажного зрівноважувального механізму*. Постійний чи змінний вантаж 1 має можливість зміщуватися відносно вісі обертання 2 на відстань  $H$ .

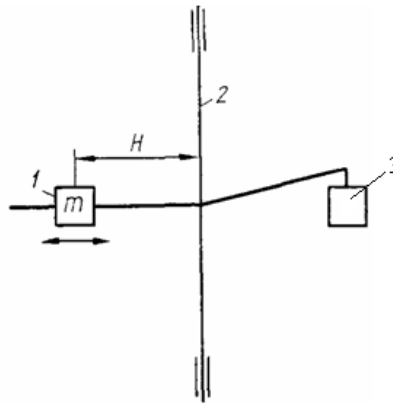


Рисунок 10.1 – Схема вантажного зрівноважувального механізму

Момент інерції противаги  $I_{зв}$  відносно осі 2:

$$I_{зв} = I_0 + ml^2, \quad (10.5)$$

де  $I_0$  – власний момент інерції противаги;  $m$  – його маса.

Цей момент інерції  $I_{зв}$  повинен бути рівний моменту інерції ваги 3.

Недоліком цього способу зрівноваження є погіршення динаміки робота, чутливості, легкості ходу, збільшення тривалості перехідного процесу.

Більш поширеним є *пружинні зрівноважувальні механізми*. Зрівноважувальний момент створюється пружиною за рахунок її розтягу чи стиску, або кручення.

Розглянемо схему пружинного зрівноважувального механізму (рис 10.2). Необхідно визначити параметри пружини, за яких момент сили реакції пружини відносно вісі шарніра рівний за модулем і протилежний за напрямом моменту, що створюється силою тяжіння.

Нехай  $m$  – маса вантажу;  $b_1$  – відстань від точки закріплення пружини

на нижній ланці до осі;  $b_2$  – відстань від точки закріплення пружини на верхній ланці до осі;  $\theta$  – кут повороту ланки маніпулятора.

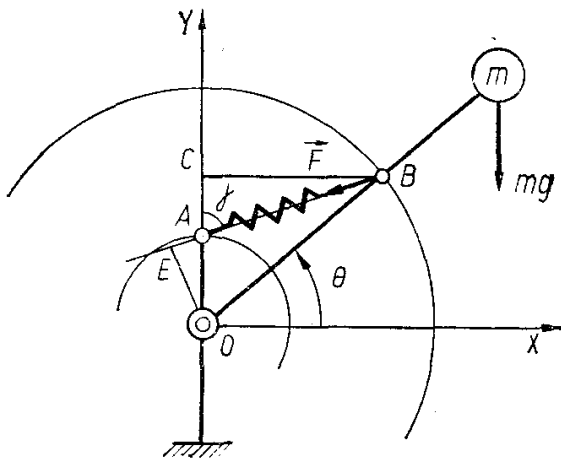


Рисунок 10.2 – Схема пружинного зрівноважувального механізму

Умова рівноваги ланок механізму

$$M_B = M_{зв} = M_{зп} . \quad (10.6)$$

Момент  $M_{зп}$  створюється силою  $F$  пружини, причому

$$M_{зп} = c \cdot \Delta h \cdot OE , \quad (10.7)$$

де  $c$  – жорсткість, а  $\Delta h$  – деформація пружини.

У відповідності з рис. 10.2 отримаємо такі співвідношення:

$$OE = OA \cdot \sin \gamma = b_1 \cdot \sin \gamma ; \quad (10.8)$$

$$\sin \gamma = \frac{BC}{BA} ; \quad BC = b_2 \cos \theta ; \quad \sin \theta = \frac{OC}{OB} ;$$

$$BA = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \sin \theta} ; \quad \sin \theta = \frac{b_2 \cos \theta}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \sin \theta}} \quad (10.9)$$

Зміна довжини пружини

$$\Delta h = BA - h, \quad (10.10)$$

де  $h = b_2 - b_1$  – мінімальна довжина пружини, а тому

$$\Delta h = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \sin \theta} - (b_2 - b_1). \quad (10.11)$$

Підставимо (10.9) і (10.10) в (10.7) і отримаємо момент

$$M_{зв} = c \cdot b_1 b_2 \cos \theta \left( 1 - \frac{(b_2 - b_1)}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \sin \theta}} \right), \quad (10.12)$$

який повинен зрівноважувати момент сили тяжіння вантажу

$$M_B = -mgl \cdot \cos \theta. \quad (10.13)$$

Порівнюючи (10.12) і (10.13) можемо дійти до висновку, що зрівноваження не може бути повним.

Зрівноваження може бути точнішим, коли:

$$b_1 \ll b_2. \quad (10.14)$$

Тоді умова рівноваги матиме вигляд:

$$mgl \approx cb_2(b_2 - h). \quad (10.15)$$

В більш загальному випадку для створення моменту, який залежить від кута повороту плеча, пружинний механізм об'єднують з кулачковим чи кулісним.

### 10.3 Активне зрівноваження за допомогою пневматичного силового циліндра

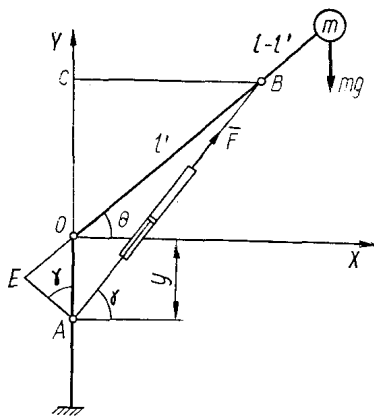


Рисунок 10.3 – Схема зрівноважування механізму з активним циліндром

Особливістю цього способу зрівноваження є те, що сила  $F$  створена циліндром є постійною, а її напрямок змінюється таким чином, що виникаючий момент відносно осі з'єднання ланок зрівноважує момент сили тяжіння відносно цієї ж осі. На схемі (рис.10.3)  $m$  – маса вантажу;  $l$  – довжина ланки від центру мас до осі;  $\theta$  – кут повороту ланки маніпулятора;  $\gamma$  – кут повороту напрямку дії сили  $F$ ;  $y$  – відстань між шарнірами  $A$  та  $O$ .

У відповідності до схеми моменти зрівноважування  $M_{зр}$  і  $M_B$  рівні:

$$M_{зр} = M_B. \quad (10.16)$$

Момент, що створений вантажем масою  $m$  :

$$M_B = mgl \cos \theta. \quad (10.17)$$

Зрівноважуючий момент

$$M_{зр} = F \cdot OE = Fy \cos \gamma. \quad (10.18)$$

Відповідно до схеми:

$$\cos \gamma = \frac{CB}{AB}; \quad AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(y + l' \sin \theta)^2 + (l' \cos \theta)^2}; \quad (10.19)$$

$$KB = l' \cos \theta; \quad (10.20)$$

$$\cos \gamma = \frac{l' \cos \theta}{\sqrt{(y + l' \sin \theta)^2 + (l' \cos \theta)^2}}. \quad (10.21)$$

У підсумку зрівноважуючий момент визначиться з виразу

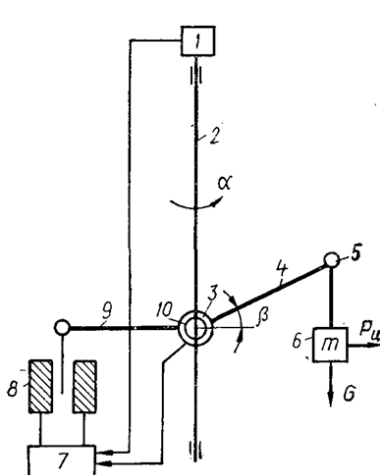
$$M_{зр} = \frac{F \cdot y \cdot l \cos \gamma}{\sqrt{(y + l' \sin \theta)^2 + (l' \cos \theta)^2}}. \quad (10.22)$$

Перевагами цього способу є те, що динамічні характеристики системи (власні частоти тощо) змінюються значно менше, ніж при пружинному способі зрівноважування.

#### 10.4 Електромагнітні зрівноважувальні пристрої

Сучасні електромагнітні матеріали дозволяють спроектувати електромагніти, що створюють значні тягові зусилля за малих габаритах і масі.

Схема електромагнітного зрівноважувального пристрою приведена на рис 10.4.



- 1 – пристрій виміру кута  $\alpha$ ;
- 2 – вертикальна вісь робота;
- 3 – шарнір;
- 4 – плече;
- 5 – динамометр;
- 6 – вантаж;
- 7 – пристрій керування;
- 8 – тяговий електромагніт;
- 9 – важіль;
- 10 – вимірювач моменту в шарнірі 3, кута повороту кутової швидкості.

Рисунок 10.4 – Схема електромагнітного зрівноважувального механізму повороту кутової швидкості.

Плече 4 робота для переміщення вантажу 6 кріпиться на вертикальній осі 2 шарніром 3, в якому плече 4 може повертатися на кут  $\beta$ . З плечем 4 зв'язаний важіль 9 тягового електромагніта 8. Обмотка електромагніта живиться від пристрою керування 7, що містить розрахунково-розв'язуючий пристрій і підсилювач потужності. На пристрій керування поступають сигнали від пристрою 10, який вимірює момент в шарнірі 3, кут його повороту і кутову швидкість, а також від пристрою 1, що вимірює кут  $\alpha$  і швидкість повороту  $\frac{d\alpha}{dt}$  навколо вертикальної осі ПР. На кінці важеля 4 закріплено динамометр 5 для вимірювання сили, що діє з боку вантажу 6 на плече 4. Пристрій керування 7 створює в електромагніті 8 струми такої сили, що зрівноважує момент від сили  $G$ . Завдяки цьому здійснюється статичне зрівноваження. Для усунення динамічного дисбалансу, що виникає при обертанні ПР (діє відцентрової сили  $P_v$ ), сигнал з вимірювача 1 подається на пристрій керування, де відпрацьовується сигнал, який залежить від кута і швидкості повороту ПР навколо вертикальної осі, який і подається на електромагніт 8.



## АНАЛІЗ РОБОЧИХ МЕХАНІЗМІВ НА ТОЧНІСТЬ ТА МЕТОДИ ЇЇ ПІДВИЩЕННЯ

### 11.1 Джерела та види похибок

Найважливішою характеристикою ПР є точність позиціювання. При роботі ПР виникають похибки, які мають такі складові:

а) Похибка положення механізму – це різниця в положеннях ведених ланок існуючого та ідеального механізмів за однакового положення їх ведучих ланок.

б) Похибка переміщення механізму – це різниця переміщення ведених ланок існуючого та ідеального механізмів за однакових переміщень їх ведучих ланок.

$$\Delta x = \Delta x_k - \Delta x_n; \quad (11.1)$$

$\Delta x$  – похибка переміщення механізму;  $\Delta x_k$ ,  $\Delta x_n$  – похибка положень існуючого механізму в кінці та на початку переміщення.

Якщо  $\Delta x_k$  і  $\Delta x_n$  появляються при одному і тому ж положенні ведучих ланок, але при різних напрямках переміщень, то формула (11.1) визначає мертвий хід механізму, тобто відставання веденої ланки при зміні напрямку переміщення ведучої ланки. Мертвий хід – це наслідок існування зазорів в кінематичних парах чи пружних деформаціях ланок.

Похибки механізмів можна розділити на дві групи:

Теоретичні похибки – такі, що не залежать від якості виготовлення і виникають внаслідок неспівпадання дійсного закону руху механізму з теоретичним(необхідним) законом.

Первинні похибки – які поділяються на:

Технологічні первинні похибки, що виникають у процесі виготовлення деталей та складанні їх у вузли;

Експлуатаційні первинні похибки, що виникають в результаті зміщення деталі в зазорах, зношення, деформацій, проковзування в передачах.

Похибки, крім того, поділяються на скалярні (відхилення лінійних та кутових розмірів) і векторні (радіальні і торцеві биття, овальність).



Похибки можуть бути систематичні (детерміновані) та випадкові (стохастичні). Систематичні похибки визначають алгебраїчною сумою, а випадкові – за законами теорії імовірності.

## 11.2 Методи визначення і розрахунку похибок

Для визначення похибок користуються аналітичними, графоаналітичними та графічними методами.

а) Аналітичний метод є найбільш точний і використовується для механізмів, закон руху яких відомий. Цей метод запропонований акад. М.Г.Бруєвичем і заснований на розкладенні функції координати положення ланки механізму в ряд Тейлора.

Нагадаємо, що ряд Тейлора є нескінченною прогресією. В ряд Тейлора розкладається неперервна функція, до того ж, ні вона, ні жодна з її похідних не повинні перетворюватись в нескінченність на ділянці розкладання. Потрібно відмітити, що переміщення всіх існуючих механізмів описуються такими функціями. Залишок ряду Тейлора оцінюється формулою Лагранжа.

Розглянемо механізм, у якого  $X, Y, \alpha$  і  $\Delta X, \Delta Y, \Delta \alpha$  – відповідно координати та похибки координат (лінійні та кутові) ведучої ланки, а  $S$  і  $\Delta S$  – координати та похибки координат веденої ланки;  $q_i (i = 1, \dots, n)$  - параметри, що характеризують розміри і форму ланок механізмів, а  $\Delta q_i$  – первинні похибки ланок.

Положення веденої ланки ідеального механізму  $S_i$  з головними зв'язками, що застосовується для реалізації функціональних залежностей, який не містить диференційних операцій, визначиться виразом:

$$S_i = f(X, Y, \alpha, q_1, \dots, q_n) \quad (11.2)$$

Положення веденої ланки реального механізму  $S_p$  відрізняється від ідеального наявністю похибки:

$$S_p = f(X + \Delta X, Y + \Delta Y, \alpha + \Delta \alpha, q_1 + \Delta q_1, \dots, q_n + \Delta q_n) \quad (11.3)$$

Розкладемо в ряд Тейлора вираз (11.3), утримуючи лише члени нульового та першого порядку, так як первинні похибки ланок значно менші за розміри самих ланок, а отже квадрати цих величин є величинами другого порядку малості:

$$S_p = f(X, Y, \alpha, q_1, \dots, q_n) + \frac{\partial S_p}{\partial X} dX + \frac{\partial S_p}{\partial Y} dY + \frac{\partial S_p}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial S_p}{\partial q_1} dq_1 + \dots + \frac{\partial S_p}{\partial q_n} dq_n \quad (11.3)$$

В (11.4) невідомими є  $\frac{\partial S_p}{\partial q_i}$ , але, так як  $\Delta q_i \ll q_i$ , можна з великим ступенем достовірності записати:

$$\frac{\partial S_p}{\partial X} \approx \frac{\partial S_i}{\partial X}; \quad \frac{\partial S_p}{\partial Y} \approx \frac{\partial S_i}{\partial Y}; \quad \frac{\partial S_p}{\partial \alpha} \approx \frac{\partial S_i}{\partial \alpha}; \quad \frac{\partial S_p}{\partial q_i} \approx \frac{\partial S_i}{\partial q_i}; \quad \dots; \quad \frac{\partial S_p}{\partial q_n} \approx \frac{\partial S_i}{\partial q_n}; \quad (11.5)$$

Частинні похідні (11.4) можна отримати про диференціювавши вираз (11.1). Похідні  $\frac{\partial S_i}{\partial q_i}$  є відношенням похибки веденої ланки до відповідної похибки ведучої ланки, і по суті є передаточними відношеннями. Підставивши (11.3), замінивши диференціали кінцевими прирощуваннями і віднявши з отриманого виразу (11.1), отримаємо:

$$\Delta S = S_p - S_i = \frac{\partial S_i}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial S_i}{\partial y} \cdot \Delta y + \frac{\partial S_i}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha + \frac{\partial S_i}{\partial q_1} \cdot \Delta q_1 + \dots + \frac{\partial S_i}{\partial q_n} \cdot \Delta q_n \quad (11.5)$$

Якщо похибки ведучої ланки відомі,  $\Delta x = \Delta y = \Delta \alpha = 0$ , то (11.5) набуде вигляду:

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial S_i}{\partial q_i} \right)_o \Delta q_i \quad (11.6)$$

Індекс “О” вказує на обов’язковість обчислення для номінальних(точних) параметрів без урахування допустимих відхилень.

Визначається і середньоквадратичне відхилення похибки:

$$\sigma_{\Delta S} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial S_i}{\partial q_i} \right)_o^2 \sigma_{q_i}^2} \quad (11.7)$$

Тоді результуюче значення похибки визначається за правилом “трьох сигм”:

$$\Delta S_i = \Delta S \pm 3\sigma_{\Delta S} \quad (11.8)$$

б) *Графоаналітичний* метод, також запропонований М.Г.Бруєвичем, дозволяє знаходити часткові похідні  $S_i$  за параметрами механізму графічно, не складаючи при цьому функцію передачі механізму.

Шукана частинна похідна легко може бути визначена з плану малих переміщень (швидкостей) як відношення малих переміщень веденої і ведучої ланки перетвореного механізму. Для кожної первинної похибки будується перетворений механізм і план малих переміщень (швидкостей).

При перетворенні механізму його ведуча ланка закріплюється нерухомо, а ланка, що має первинні похибки, перетворюється так, щоб інші ланки, котрі мають точні розміри, могли б отримати переміщення, які відповідають цій первинній похибці та її напрямку. Тобто число перетворених механізмів має дорівнювати числу первинних похибок.

При методі *планів малих переміщень* визначається вплив похибки всіх ланок на похибку положення механізму за допомогою загального плану малих переміщень безпосередньо за схемою заданого механізму без будь-яких його перетворень.

*Метод відносних похибок* застосовується тільки до механізмів, які складаються з важелів, фрикційних коліс, гнучких ланок.

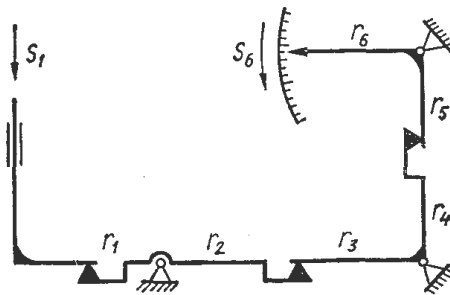


Рисунок 11.1 Кінематична схема механізму

Рівняння руху такого механізму:

$$S_6 = S_1 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5} = S_1 \cdot R \quad (11.9)$$

де  $S_1$  – закон руху ведучої ланки.

Продиференціюємо (11.9) і замінимо диференціали кінцевими прирощеннями:

$$\Delta S_6 = S_1 \left( \begin{array}{l} \Delta r_2 \cdot \frac{r_4 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5} + \Delta r_4 \cdot \frac{r_2 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5} + \Delta r_6 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5} - \Delta r_1 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6}{r_1^2 \cdot r_3 \cdot r_5} - \\ - \Delta r_3 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3^2 \cdot r_5} - \Delta r_5 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5^2} \end{array} \right)$$

або після перетворення:

$$\Delta S_6 = S_1 \cdot \frac{r_2 \cdot r_4 \cdot r_6}{r_1 \cdot r_3 \cdot r_5} \left( \frac{\Delta r_2}{r_2} + \frac{\Delta r_4}{r_4} + \frac{\Delta r_6}{r_6} - \frac{\Delta r_1}{r_1} - \frac{\Delta r_3}{r_3} - \frac{\Delta r_5}{r_5} \right) = S_1 \cdot k \left( \sum_{j=1}^n \frac{\Delta r_j}{r_j} - \sum_{i=1}^m \frac{\Delta r_i}{r_i} \right), (11.10)$$

де  $n, m$  – відповідно число ведених та ведучих ланок;  $j, i$  – непарні та парні порядкові номери ланок.

Відносна похибка, з врахуванням (11.9), визначиться з виразу

$$\frac{\Delta S_6}{S_6} = \sum_{j=1}^n \frac{\Delta r_j}{r_j} - \sum_{i=1}^m \frac{\Delta r_i}{r_i} \quad (11.11)$$

Для зубчастих коліс цей метод практичного застосування не має, так як відносна радіальна похибка зберігає свої особливості тільки при кутах оберту менших, ніж кутовий крок  $p = \frac{2\pi}{z}$ .

Вартість деталей механізмів пов'язана ступеневу залежністю з точністю їхнього виготовлення. Тому досягнення високої точності механізму є важливою технічною та економічною задачею. Проте високу точність механізму можна отримати не тільки за рахунок підвищення точності виготовлення деталей, з яких він складається, але й за рахунок використання спеціальних методів, що знижують похибку виготовлення деталей та схеми механізму. До них належать *метод підгонки, метод регулювання, метод селективного збирання*. Можна також застосовувати комбіновані методи підвищення точності механізмів, наприклад, поєднуючи методи селективного збирання з регулюванням.

*Навчальне видання*

**Поліщук Леонід Клавдійович**

**Верстатні комплекси.  
Проектування робіт та маніпуляторів  
Частина 1**

Навчальний посібник

Рукопис оформив Л. Поліщук

Редактор О. Ткачук

Оригінал-макет підготував О. Ткачук

Підписано до друку 29.10.2018.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 7,92.  
Наклад 50 (1-й запуск 1–20) пр. Зам. № 2018-197.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
інформаційний редакційно-видавничий центр.

ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 65-18-06.  
**press.vntu.edu.ua;**  
*E-mail: kivc.vntu@gmail.com.*

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.