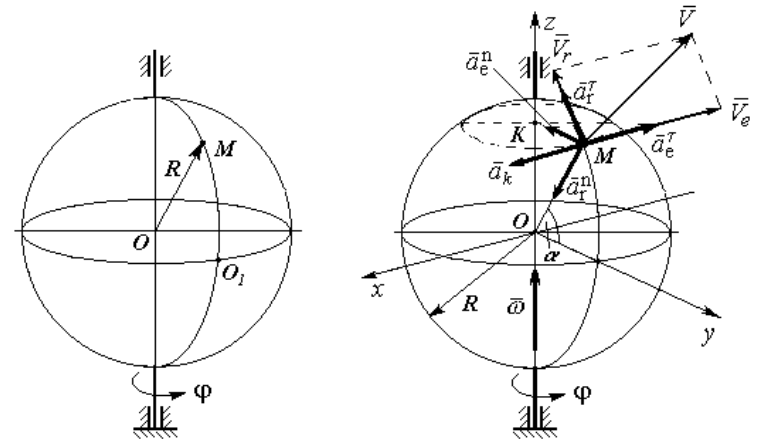


ПРАКТИКУМ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
СТУДЕНТІВ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ.
КІНЕМАТИКА



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. О. Федотов, І. В. Віштак, І. Ю. Кириця

**ПРАКТИКУМ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
СТУДЕНТІВ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ.
КІНЕМАТИКА**

Практикум

Вінниця
ВНТУ
2019

УДК 531.1
Ф39

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки (протокол № 6 від 27 грудня 2018 р.)

Рецензенти:

В. А. Матвійчук, доктор технічних наук, професор

О. В. Грушко, доктор технічних наук, професор

Г. С. Ратушняк, кандидат технічних наук, професор

Федотов, В. О.

Ф39 Практикум для самостійної практичної роботи студентів з теоретичної механіки. Кінематика : практикум / В. О. Федотов, І. В. Віштак, І. Ю. Кириця. – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 71 с.

В практикумі для самостійної та індивідуальної роботи студентів на практичних заняттях наведено шість комплектів завдань з кінематики точки та тіла: кінематика точки; рівняння руху точки плоского механізму; обертальний та поступальний руху тіла; кінематика плоского руху тіла; складний рух точки; складний рух тіла. Кожний комплект має 30 однотипних задач з відповідями.

Практикум призначений для студентів технічних спеціальностей денної та заочної форм навчання.

УДК 531.1

ЗМІСТ

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З КІНЕМАТИКИ	4
2 ЗАДАЧІ ПОТОЧНОГО ТА МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ ПРАКТИЧНИХ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ.....	6
2.1 Кінематичне дослідження руху точки	6
2.1.1 Методика кінематичного дослідження руху точки	6
2.1.2 Задачі на кінематичне дослідження руху точки.....	8
2.2 Рівняння руху точки плоского механізму та її кінематичне дослідження.....	13
2.2.1 Методика визначення руху точки механізму та її кінематичне дослідження.....	13
2.2.2 Задачі на кінематичне дослідження руху точки плоского механізму	15
2.3 Кінематика поступального та обертального рухів тіла	21
2.3.1 Методика визначення швидкостей і прискорення точок твердого тіла при поступальному та обертальному рухах.....	21
2.3.2 Задачі для кінематичного дослідження поступального та обертального рухів тіла	23
2.4 Кінематичний аналіз плоского механізму.....	31
2.4.1 Методика кінематичного дослідження плоского механізму	31
2.4.2 Задачі для визначення швидкості та прискорення точок плоского механізму	34
2.5 Складний рух точки.....	40
2.5.1 Методика розрахунку швидкості та прискорення точки в складному русі	40
2.5.2 Задачі на складний рух точки.....	43
2.6 Складний рух тіла	50
2.6.1 Методика визначення кутових швидкостей ланок планетарного редуктора з паралельними осями	50
2.6.2 Задачі для розрахунку планетарного редуктора з паралельними осями	55
3 ВІДПОВІДІ	62
Список літератури.....	70

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З КІНЕМАТИКИ

Студент має переходити до розв'язання задач тільки після засвоєння основних теоретичних положень кінематики точки та тіла:

- способи задання руху точки;
- швидкість точки при різних способах задання руху точки;
- прискорення точки при векторному та координатному способах задання руху точки;
- прискорення точки при натуральному (природному) способі задання руху точки;
- кінематичні характеристики поступального руху тіла;
- швидкість точок тіла, що обертається навколо нерухомої осі;
- прискорення точок тіла, що обертається навколо нерухомої осі;
- кінематика плоско-паралельного руху, плоска фігура, кінематичні рівняння руху плоскої фігури.;
- основна теорема швидкостей точок тіла, що переміщується плоско-паралельно;
- основна теорема прискорень точок тіла, що переміщується плоско-паралельно;
- теорема про проекції при плоскому русі тіла;
- миттєвий центр швидкостей тіла та способи знаходження миттєвого центра швидкостей;
- визначення швидкостей точок тіла за допомогою миттєвого центра швидкостей
- миттєвий центр прискорень;
- визначення прискорень точок тіла за допомогою миттєвого центра швидкостей;
- складний рух точки: швидкість та прискорення при відносному русі точки;
- складний рух точки: швидкість та прискорення точок при переносному русі тіла;
- теорема додавання швидкостей при складному русі точки;
- теорема додавання прискорень (теорема Коріоліса) при складному русі точки;
- прискорення Коріоліса, правило Жуковського;
- складний рух тіла, пара обертань;
- складання обертань тіла навколо паралельних осей.

Після засвоєння методики розв'язання задач з відповідних тем на практичних заняттях і розібравшись з прикладами з даної теми в підручниках [1, 2], навчальних посібниках [3, 4, 6, 7], конспекті лекцій [5]

або зошиті з практичних занять студент приступає до самостійної роботи в аудиторії під керівництвом викладача. Кожен студент розв'язує задачу згідно з варіантом (номер студента в журналі викладача). Основні труднощі, з якими студенти зустрічаються з самого початку при розв'язанні задач, – це набуття самостійних навичок в схематизації механічних явищ і вміння конкретні фізичні задачі подавати в абстрактній математичній формі.

При самостійному розв'язанні задачі спочатку необхідно обміркувати план всього процесу та встановити які рівняння, принципи, теореми необхідно використати для оптимального розв'язання задачі. Рисунки та розрахункові схеми до задач потрібно виконувати акуратно й, бажано, притримуючись масштабу, оскільки недбало зроблені кресленики досить часто приводять до помилок.

2 ЗАДАЧІ ПОТОЧНОГО ТА МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ ПРАКТИЧНИХ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

2.1 Кінематичне дослідження руху точки

2.1.1 Методика кінематичного дослідження руху точки

Точка рухається в площині згідно з функціями часу

$$x = (4t - 1) \text{ см}, \quad y = (2t^2 + 3) \text{ см}. \quad (2.1)$$

Знайти траєкторію, швидкість, прискорення, дотичне та нормальне прискорення руху точки й радіус кривини траєкторії в момент часу $t_1 = 1$ с. Побудувати графік траєкторії, вказати інтервали руху на ній, відмітити початкове положення точки при $t=0$ і в момент $t = t_1$, зобразити в ці моменти часу вектори швидкості та прискорення за їх складовими.

Розв'язання. Знайдемо траєкторію руху точки в аналітичному вигляді. Для цього з заданих рівнянь руху (2.1) вилучаємо параметр t . $t^0 = (x^0 + 1)/4$, $y = (x + 1)^2/8 + 3$, або, після спрощення,

$$y = (x^2 + 2x + 25)/8, \quad (2.2)$$

що і є траєкторією руху точки.

Знаходимо швидкість руху.

$$\begin{aligned} V_x &= dx/dt = 4, \\ V_y &= dy/dt = 4t, \\ V &= (V_x^2 + V_y^2)^{0,5}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Знаходимо прискорення точки.

$$\begin{aligned} a_x &= dV_x/dt = 0, \\ a_y &= dV_y/dt = 4, \\ a &= (a_x^2 + a_y^2)^{0,5}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Знаходимо дотичне, нормальне прискорення та радіус кривини траєкторії.

$$\begin{aligned} a_\tau &= dV/dt = (V_x a_x + V_y a_y)/V, \\ a_n &= (a^2 - a_\tau^2)^{0,5}, \\ \rho &= V^2/a_n. \end{aligned} \quad (2.5)$$

За формулами (2.1), (2.3)–(2.5) розраховуємо значення координат x і y , швидкості V зі складовими V_x та V_y , прискорення a зі складовими a_x , a_y , a_τ , a_n і радіуса кривини ρ при значенні часу $t = 0$, $t = 0,5$ с і т. д. через кожні

0,5 секунди, до $t = 7c$. Величини V_x , a_x , a_y і a від часу не залежать і в будь-який момент вони дорівнюють: $V_x=4 \text{ см/с}$, $a_x=0$, $a_y=4 \text{ см/с}^2$, $a^o= 4 \text{ см/с}^2$. Інші результати заносимо в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1

t	X	y	V_y	V	a_τ	a_n	ρ
0	-1	3	0	4	0	4	4
0,5	1	3,5	2	4,47	1,79	3,58	5,59
1	3	5	4	5,66	2,83	2,83	11,3
1,5	5	7,5	6	7,21	3,33	2,22	23,4
2	7	11	8	8,84	3,58	1,79	44,7
2,5	9	15,5	10	10,8	3,71	1,49	78,1
3	11	21	12	12,8	3,79	1,26	126
3,5	13	27,5	14	14,6	3,85	1,1	193
4	15	35	16	16,5	3,88	0,97	280
4,5	17	43,5	18	18,4	3,91	0,87	352
5	19	53	20	20,4	3,92	0,78	530
5,5	21	63,5	22	22,4	3,94	0,72	699
6	23	75	24	24,3	3,95	0,68	900
6,5	27	101	28	28,3	3,96	0,57	1414
7	29	115,5	30	30,3	3,97	0,53	1733

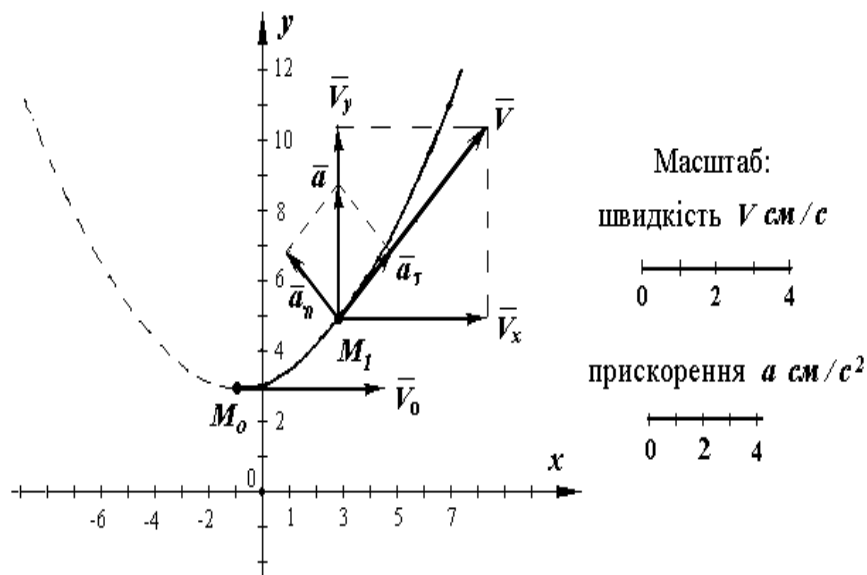


Рисунок 2.1

За одержаними результатами будемо траєкторію руху точки на рис.2.1. Аналітичний вигляд траєкторії дає формула (2.2), що в сукупності з зображенням дає повне уявлення про лінію, по якій рухається точка. Це парабола, яка є симетричною відносно вертикальної прямої, що проходить через точку $x = -1 \text{ см}$ з мінімумом в точці $(-1, 3)$. Але точка M рухається

тільки по правій вітці цієї параболи, тобто $x > -1$. В таблиці результатів при $t = 0$ маємо: $x = -1$ см, $y = 3$ см. Це і є початкове положення точки M на траєкторії, яке помічаємо точкою M_0 . При $t = 1$ с маємо: $x = 3$ см, $y = 5$ см. Це відповідає положенню точки M на траєкторії в момент часу 1 с, що помічаємо M_1 . Точки M_0 і M_1 показуємо на рис. 2.1.

Детальніше уявлення про характер руху точки по траєкторії будемо мати тоді, коли в точках M_0 і M_1 на рис. 2.1 покажемо вектори швидкостей і прискорень. В початковий момент руху, при $t=0$: $V_x = 4$ см/с, $a_x = 0$, $a_y = 4$ см/с², $a = 4$ см/с². Це означає, що в точці M_0 швидкість рухомої точки направлена паралельно осі Ox . В момент часу $t = 1$ с маємо: $V_x = 4$ см/с, $V_y = 4$ см/с, $V = 5,66$ см/с. Тоді в точці M_1 на рис. 2.1 вектор швидкості складає з віссю Ox кут 45° . Вектори швидкостей в точках M_0 і M_1 будуюмо в масштабі, що вказаний на рис. 2.1. Таким же чином, тільки у відповідному масштабі, будуюмо для точки M_1 вектори прискорень.

2.1.2 Задачі на кінематичне дослідження руху точки

Задача № 1

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1=2$ с.

$$x = -4t^2 + 3 \text{ (см)}, \quad y = -3t \text{ (см)}.$$

Задача № 2

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 0,5$ с.

$$x = 4 \cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) \text{ (см)}, \quad y = 5 \sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 3

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -2 \cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) \text{ (см)}, \quad y = 4 \sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 4

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4t + 2 \text{ (см)}, \quad y = -\frac{3}{t+1} \text{ (см)}.$$

Задача № 5

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 3\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \text{ (см)}, \quad y = -5\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 4 \text{ (см)}.$$

Задача № 6

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 2t^2 + 8 \text{ (см)}, \quad y = -6t \text{ (см)}.$$

Задача № 7

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 3t^2 - t + 4 \text{ (см)}, \quad y = 2t^2 - \frac{2}{3}t - 5 \text{ (см)}.$$

Задача № 8

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 2\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) \text{ (см)}, \quad y = 3 - 4\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 9

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -\frac{4}{t+2} \text{ (см)}, \quad y = 6t + 2 \text{ (см)}.$$

Задача № 10

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проєкції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 0,5$ с.

$$x = -5\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \text{ (см)}, \quad y = -2\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 5 \text{ (см)}.$$

Задача № 11

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 2$ с.

$$x = -2t^2 + 5 \text{ (см)}, \quad y = -4t \text{ (см)}.$$

Задача № 12

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 2$ с.

$$x = 3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) \text{ (см)}, \quad y = -3\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 13

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) \text{ (см)}, \quad y = -6\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 14

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -3t - 5 \text{ (см)}, \quad y = -\frac{3}{t+1} \text{ (см)}.$$

Задача № 15

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \text{ (см)}, \quad y = -6\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 16

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 2$ с.

$$x = 4t \text{ (см)}, \quad y = 2t^2 \text{ (см)}.$$

Задача № 17

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 5 \text{ (см)}, \quad y = -3\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 18

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4 + 5\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \text{ (см)}, \quad y = 6\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 2 \text{ (см)}.$$

Задача № 19

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 0,5$ с.

$$x = -6t^2 - 7 \text{ (см)}, \quad y = 3t \text{ (см)}.$$

Задача № 20

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 3 - 5t - 2t^2 \text{ (см)}, \quad y = 5 - 5t - 2t^2 \text{ (см)}.$$

Задача № 21

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 5\sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) - 4 \text{ (см)}, \quad y = 3\cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) + 6 \text{ (см)}.$$

Задача № 22

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 0,5$ с.

$$x = 4t^2 - 3 \text{ (см)}, \quad y = 2t \text{ (см)}.$$

Задача № 23

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 3 - 3t^2 + t \text{ (см)}, \quad y = 5 - 9t^2 + 3t \text{ (см)}.$$

Задача № 24

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -5\cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) - 2 \text{ (см)}, \quad y = -3\sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) \text{ (см)}.$$

Задача № 25

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -6t \text{ (см)}, \quad y = -2t^2 - 4 \text{ (см)}.$$

Задача № 26

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 2 \text{ (см)}, \quad y = -7\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 4 \text{ (см)}.$$

Задача № 27

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -4 - 5\sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) \text{ (см)}, \quad y = -3\cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) + 4 \text{ (см)}.$$

Задача № 28

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = -6t^2 + 1 \text{ (см)}, \quad y = -8t \text{ (см)}.$$

Задача № 29

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 0,5$ с.

$$x = 3t^2 + \frac{3}{5}t - 2 \text{ (см)}, \quad y = 5t^2 + t + 2 \text{ (см)}.$$

Задача № 30

За заданими рівняннями руху точки знайти рівняння траєкторії в координатній формі, а також швидкість, прискорення точки, проекції прискорення на нормальну та дотичну осі координат, радіус кривини траєкторії при $t_1 = 1$ с.

$$x = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) - 4 \text{ (см)}, \quad y = -4\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + 6 \text{ (см)}.$$

2.2 Рівняння руху точки плоского механізму та його кінематичне дослідження

2.2.1 Методика визначення руху точки механізму та її кінематичне дослідження

На рис. 2.2 зображено плоский механізм, де на продовженні шатуна АВ знаходиться точка М. Кривошип OA здійснює обертання за законом $\varphi^{\circ} = 2\pi t^2$. Для точки М виконати кінематичне дослідження руху: знайти рівняння руху точки М, побудувати траєкторію її руху і показати в вибраному масштабі швидкість та прискорення точки при $t = t_1$. В розрахунках прийняти: $OA = AB = BM = 40$ см. Час в секундах $t_1 = 0,3$ с.

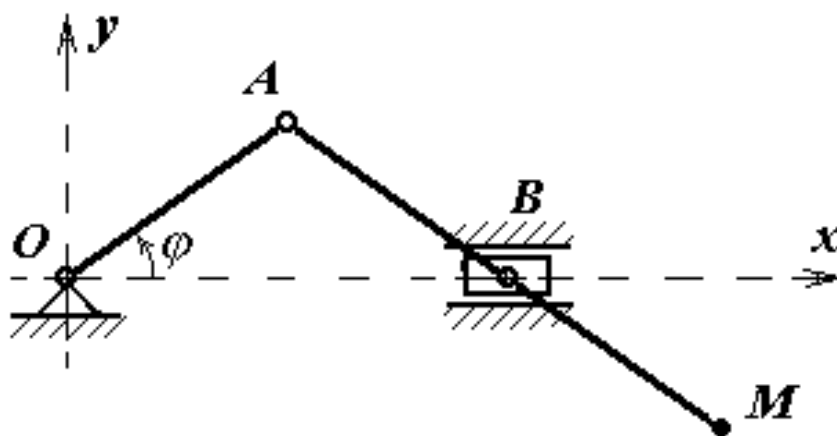


Рисунок 2.2

Розв'язання. Знайдемо координати точки M залежно від кута φ .

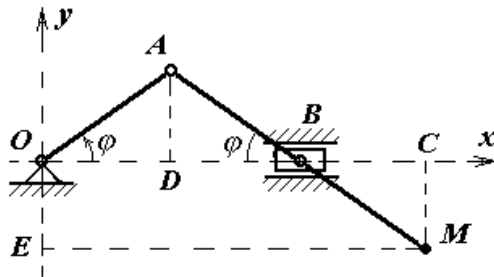


Рисунок 2.3

З рис. 2.3 видно, що $x = OD + DC$, а $y = -OE$. Трикутник OAB рівнобедрений, тому $OD = 40 \cos \varphi$, $CD = 80 \cos \varphi$, $OE = 40 \sin \varphi$. Тоді координати точки M , залежно від кута φ , будуть знайдені з виразів

$$x = 120 \cos \varphi, \quad y = -40 \sin \varphi.$$

Підставимо замість φ його значення від t і одержимо параметричні рівняння руху точки M .

$$x = 120 \cos 2\pi t^2, \tag{2.6}$$

$$y = -40 \sin 2\pi t^2. \tag{2.7}$$

Знайдемо швидкість точки M .

$$V_x = \dot{x} = -480 \pi t \sin 2\pi t^2, \tag{2.8}$$

$$V_y = \dot{y} = -160 \pi t \cos 2\pi t^2, \tag{2.9}$$

$$V = (V_x^2 + V_y^2)^{0,5}. \tag{2.10}$$

Визначимо прискорення точки M .

$$a_x = \dot{V}_x = -480 \pi (\sin 2\pi t^2 + 4\pi t^2 \cos 2\pi t^2), \tag{2.11}$$

$$a_y = \dot{V}_y = -160 \pi (\cos 2\pi t^2 - 4\pi t^2 \sin 2\pi t^2), \tag{2.12}$$

$$a = (a_x^2 + a_y^2)^{0,5}. \tag{2.13}$$

Дотичне та нормальне прискорення знаходяться за формулами:

$$a_\tau = \dot{V} = (V_x a_x + V_y a_y) / V; \tag{2.14}$$

$$a_n = (a^2 - a_\tau^2)^{0,5}$$

А коли відома швидкість і нормальне прискорення, то радіус кривини траєкторії визначається з виразу

$$\rho = V^2 / a_n. \tag{2.15}$$

Із параметричних рівнянь (2.6) та (2.7) знаходимо рівняння траєкторії в координатній формі.

$$\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1. \quad (2.16)$$

За формулами (2.6)–(2.15) виконаємо розрахунок координат, швидкості, прискорень, радіуса кривини траєкторії при $t_1 = 0,3$ с: $x^0 = 1,01$ м, $y = -0,214$ м, $V_x = -2,42$ м/с, $V_y = -1,27$ м/с, $V = 2,73$ м/с, $a_x = -22,42$ м/с², $a_y = -1,19$ м/с², $a = 22,45$ м/с², $a_\tau = 22,45$ м/с², $a_n = 11,45$ м/с², $\rho = 0,652$ м. Використовуючи рівняння (2.16) будемо траєкторію руху точки та знаходимо на ній початок руху точки M_0 ($t = 0$) та положення точки M_1 при $t_1 = 0,3$ с (рис. 2.4).

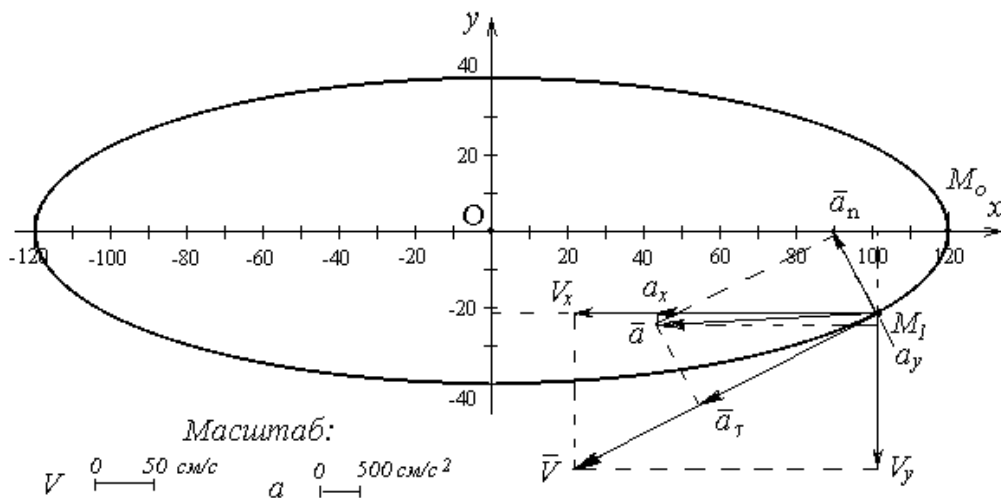
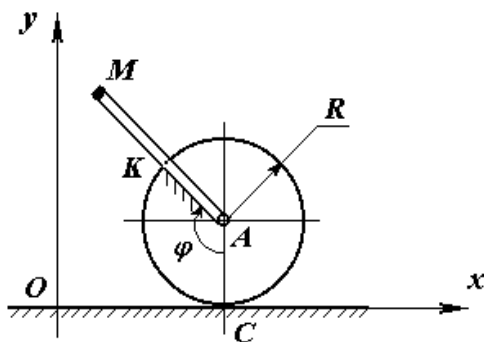


Рисунок 2.4

У вибраному масштабі показуємо на траєкторії при $t_1 = 0,3$ с швидкість та прискорення точки (рис. 2.4).

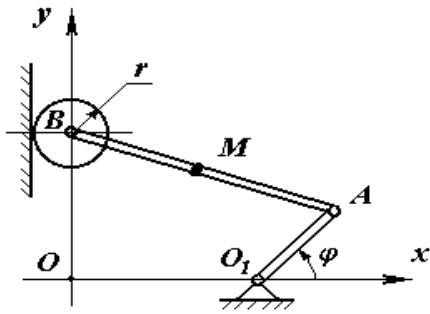
2.2.2 Задачі на кінематичне дослідження руху точки плоского механізму

Задача № 1



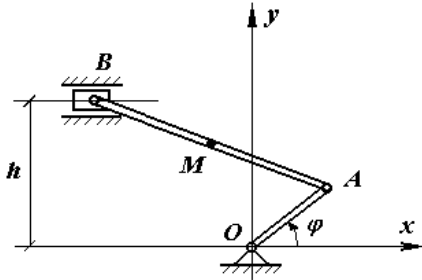
Тіло, радіусом R рухається по нерухомій горизонтальній поверхні без ковзання. Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,2$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi \cdot t^2$ рад.

Задача № 2



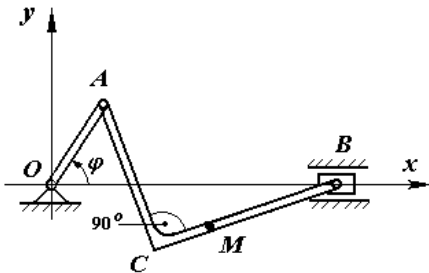
Для точки M плоского механизма
 знайти рівняння руху в координатній
 формі, якщо $O_1A = 0,4$ м; $r = 0,1$ м;
 $AB = 0,6$ м; $AM = 0,3$ м; $\varphi = \pi \cdot t$ рад.

Задача № 3



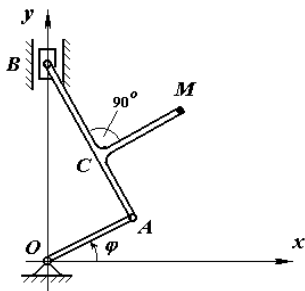
Для точки M плоского механизма
 знайти рівняння руху в координатній
 формі, якщо $OA = 0,3$ м;
 $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi \cdot t$ рад.

Задача № 4



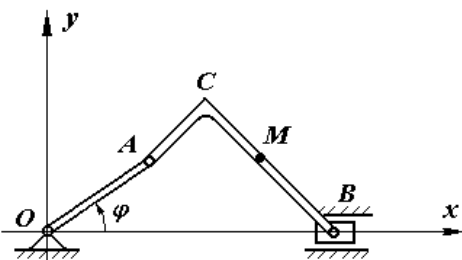
Для точки M плоского механизма
 знайти рівняння руху в координатній
 формі, якщо $OA = 0,2$ м; $AC = 0,1$ м;
 $CB = 0,6$ м; $CM = 0,2$ м; $\varphi = \pi \cdot t^2$ рад.

Задача № 5



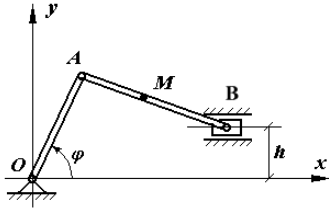
Для точки M плоского механизма
 знайти рівняння руху в координатній
 формі, якщо $OA = 0,1$ м; $AB = 0,9$ м;
 $CM = 0,4$ м; $\varphi = \pi \cdot t$ рад.

Задача № 6



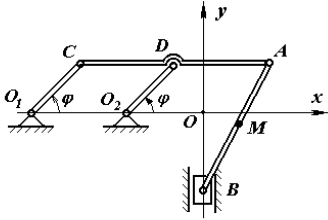
Для точки M плоского механизма
 знайти рівняння руху в координатній
 формі, якщо $OA = 0,2$ м; $CB = 0,8$ м;
 $AC = 0,1$ м; $CM = 0,2$ м; $\varphi = \pi \cdot t^2$ рад.

Задача № 7



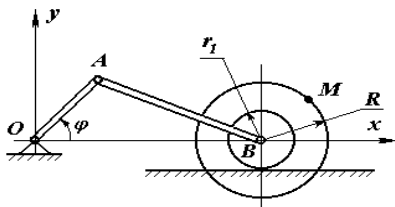
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $OA = 0,4$ м; $AB = 0,6$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi \cdot t$ рад.

Задача № 8



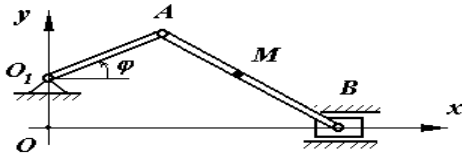
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $O_1C = O_1O_2 = CD = DA = 0,2$ м; $O_1C = O_2D = 0,1$ м; $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi \cdot t^2$ рад.

Задача № 9



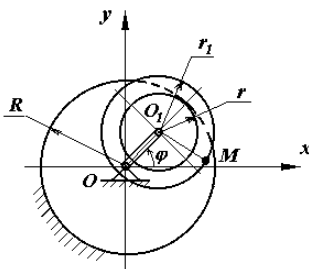
Східчастий блок радіусом r_1 котиться без ковзання по нерухомій горизонтальній поверхні. Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $OA = 0,1$ м; $R = 0,3$ м; $r_1 = 0,1$ м; $AB = 0,8$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 10



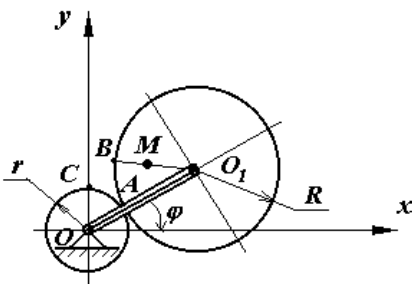
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $O_1A = 0,2$ м; $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $OO_1 = 0,1$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 11



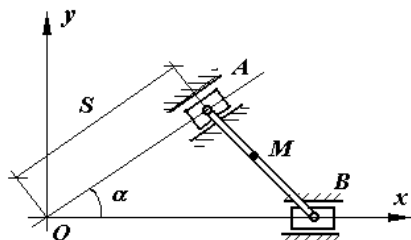
Східчастий блок радіуса r_1 котиться без ковзання по внутрішній поверхні нерухомого циліндра радіуса R . Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,6$ м; $r = 0,2$ м; $r_1 = 0,1$ м; $\varphi = 2\pi t$ рад.

Задача № 12



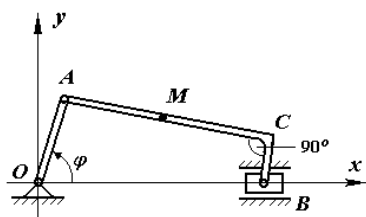
Циліндр радіусом R котиться без ковзання по нерухомій циліндричній поверхні радіуса r . Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,4$ м; $O_1M = 0,2$ м; $\varphi = (\pi/2 - \pi t)$ рад; $r = 0,1$ м.

Задача № 13



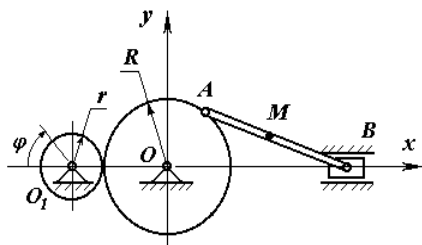
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $\alpha = 60^\circ$; $AM = 0,4$ м; $S^\circ = \omega AB \cdot \sin \pi t$ м; $AB = 0,8$ м.

Задача № 14



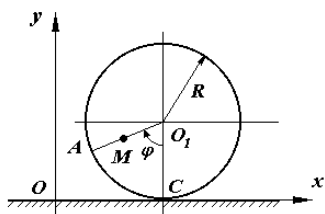
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $OA = 0,2$ м; $CB = 0,1$ м; $AC = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 15



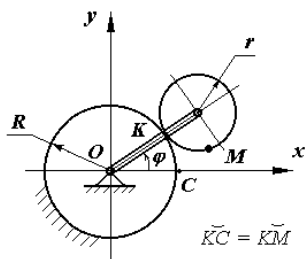
Для точки M плоского механизма найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,2$ м; $r = 0,1$ м; $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 16



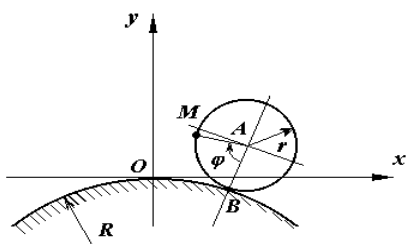
Тіло радіуса R рухається по нерухомій горизонтальній поверхні без ковзання. Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,5$ м; $O_1M = 0,4$ м; $\varphi^\circ = 2\pi t^\circ$ рад.

Задача № 17



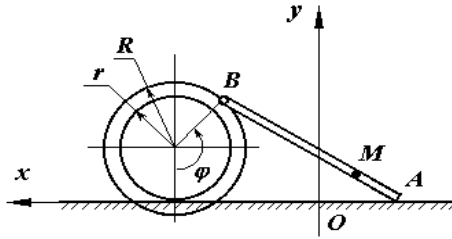
Циліндр радіуса r котиться без ковзання по нерухомій циліндричній поверхні радіуса R . Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,6$ м; $r = 0,2$ м; $\varphi^\circ = \pi t^\circ$ рад.

Задача № 18



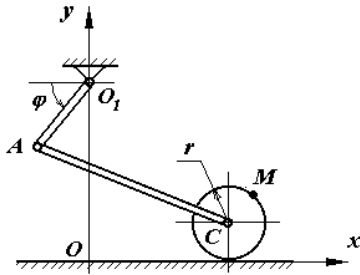
Циліндр радіуса r котиться без ковзання по нерухомій циліндричній поверхні радіуса R . Для точки M найти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 1,2$ м; $r = 0,2$ м; $\varphi^\circ = 2\pi t^\circ$ рад.

Задача № 19



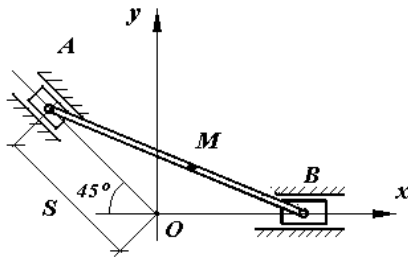
Східчастий блок радіуса r котиться без ковзання по нерухомій горизонтальній поверхні. Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $AM = 0,4$ м; $R = 0,3$ м; $r = 0,2$ м; $AB = 0,8$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 20



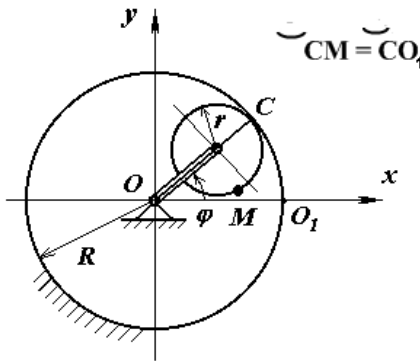
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $O_1A = 0,3$ м; $r = 0,1$ м; $AC = 0,5$ м; $O_1O = 0,5$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 21



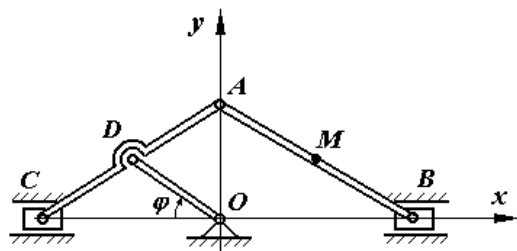
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $AB = 1,0$ м; $AM = 0,5$ м; $S = AB \cdot 0,5 \sin\left(\frac{\pi}{3} t^2\right)$ м.

Задача № 22



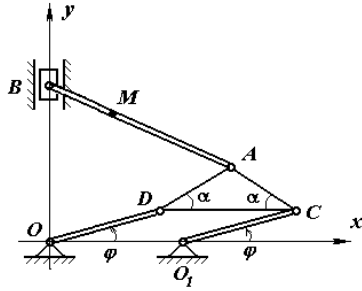
Циліндр радіуса r котиться без ковзання по внутрішній поверхні нерухомого циліндра радіуса R . Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 1,2$ м; $r = 0,2$ м; $\varphi = 2\pi t$ рад.

Задача № 23



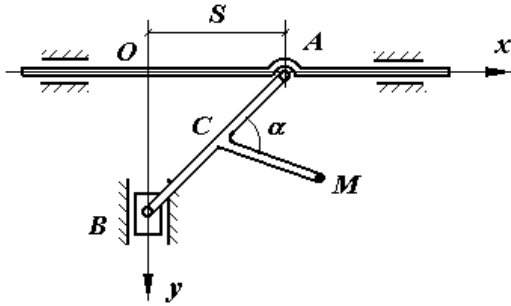
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $OD = DC = DA = 0,2$ м; $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 24



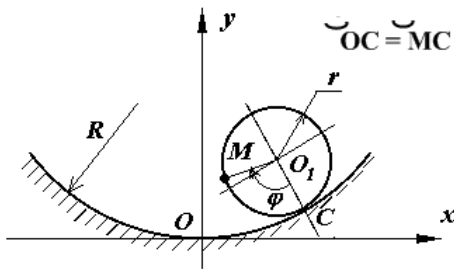
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $OD = O_1C = 0,2$ м; $AB = 0,5$ м; $AM = 0,4$ м; $OO_1 = DC = 0,8$ м; $\alpha = 60^\circ$; $\varphi = \pi t^2$ рад.

Задача № 25



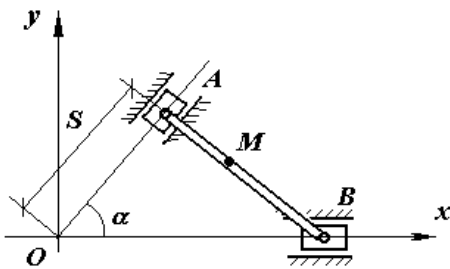
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $CM = 0,1$ м; $AB = 0,8$ м; $AC = 0,4$ м; $\alpha = 90^\circ$; $S = AB \cdot \sin(\pi \cdot t)$

Задача № 26



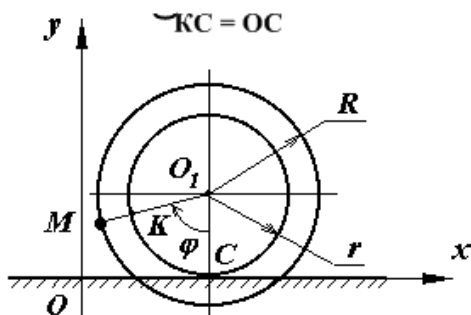
Циліндр радіуса r котиться без ковзання по внутрішній поверхні нерухомого циліндра радіуса R . Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 1,0$ м; $r = 0,2$ м; $\varphi = 2\pi t^4$ рад.

Задача № 27



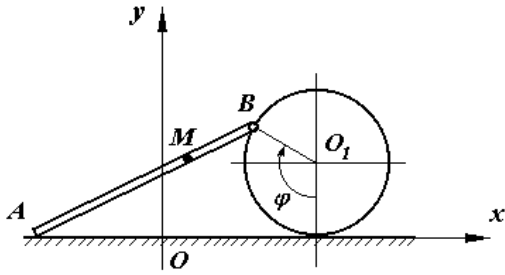
Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $AB = 0,8$ м; $AM = 0,4$ м; $\alpha = 30^\circ$; $S = AB \cdot \sin(\pi t)$ м.

Задача № 28



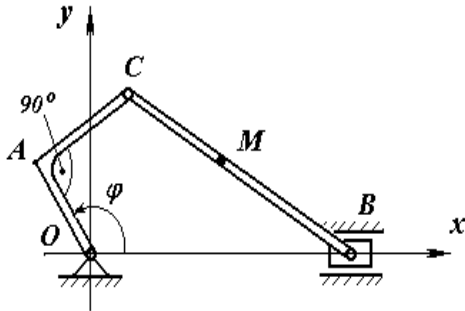
Східчастий блок радіуса r котиться без ковзання по нерухомій горизонтальній поверхні. Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $R = 0,3$ м; $r = 0,2$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

Задача № 29



Тіло радіуса O_1B рухається по нерухомій горизонтальній поверхні без ковзання. Для точки M знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $O_1B = 0,2$ м; $AB = 0,6$ м; $AM = 0,3$ м; $\varphi = \pi t^2$ рад.

Задача № 30



Для точки M плоского механізму знайти рівняння руху в координатній формі, якщо $OA = 0,1$ м; $AC = 0,1$ м; $CB = 0,8$ м; $BM = 0,4$ м; $\varphi = \pi t$ рад.

2.3 Кінематика поступального та обертального рухів тіла

2.3.1 Методика визначення швидкостей і прискорення точок твердого тіла при поступальному та обертальному русі

Для механізму (рис. 2.5) знайти швидкість і прискорення точок А і М при $t_1 = 1$ с, якщо тіло 2 рухається за законом $\varphi_2 = 8t^3 - 3t^2$ ($R_2 = 0,1$ м; $R_1 = 0,4$ м; $r_1 = 0,15$ м). R_1, r_1, R_2 – радіуси першого та другого тіл обертання відповідно.

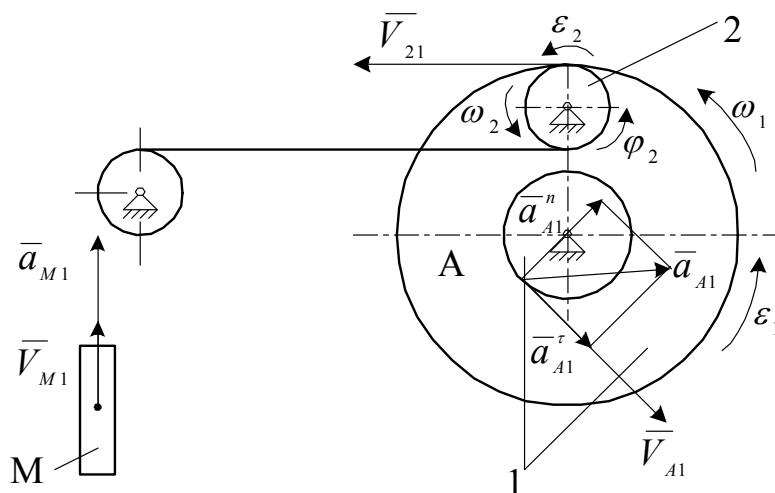


Рисунок 2.5

Розв'язання. Знайдемо кутову швидкість та кутове прискорення тіла 2.

$$\omega_2 = \frac{d\phi_2}{dt} = (24t^2 - 6t) \frac{1}{c},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2\phi_2}{dt^2} = (48t - 6) \frac{1}{c^2}.$$

При $t_1 = 1$ с

$$\omega_{21} = 24 - 6 = 18 \frac{1}{c},$$

$$\varepsilon_{21} = 48 - 6 = 42 \frac{1}{c^2}$$

знайдемо швидкість V_{21} точок контакту тіл 2 та 1

$$V_{21} = \omega_2 \cdot R_2 = \omega_1 \cdot R_1,$$

$$\omega_1 = \omega_2 \frac{R_2}{R_1} = 0,25\omega_2.$$

Визначимо швидкість точки А

$$V_A = \omega_1 \cdot r_1 = 0,25 \cdot 0,15 \cdot \omega_2 = 0,0375 \cdot \omega_2.$$

Прискорення точки А

$$\overline{a_A} = \overline{a_A^n} + \overline{a_A^\tau},$$

$$a_A^n = \frac{V_A^2}{r_1} = \omega_1^2 r_1 = 9,375 \cdot \omega_2^2 \cdot 10^{-3} \frac{M}{c^2},$$

$$a_A^\tau = \frac{dV_A}{dt} = \varepsilon_1 \cdot r_1 = 0,0375 \cdot \varepsilon_2 \frac{M}{c^2},$$

де $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0,25 \cdot \varepsilon_2.$

Величина прискорення точки А

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2}.$$

При $t_1 = 1$ с $V_{A1} = 0,0375 \cdot \omega_{21} = 0,0375 \cdot 18 = 0,675 \frac{M}{c},$

$$a_{A1}^n = 9,375 \cdot \omega_{21}^2 \cdot 10^{-3} = 9,375 \cdot 18^2 \cdot 10^{-3} = 3,038 \frac{M}{c^2},$$

$$a_{A1}^r = 0,0375 \cdot \varepsilon_{21} = 0,0375 \cdot 42 = 1,575 \frac{M}{c^2},$$

$$a_{A1} = \sqrt{3,038^2 + 1,575^2} = 3,42 \frac{M}{c^2}.$$

Визначимо швидкість та прискорення тіла М, що переміщується поступально

$$V_M = V_{21} = \omega_2 \cdot R_2 = 0,1 \cdot \omega_2,$$

$$a_M = \frac{dV_M}{dt} = 0,1 \cdot \varepsilon_2.$$

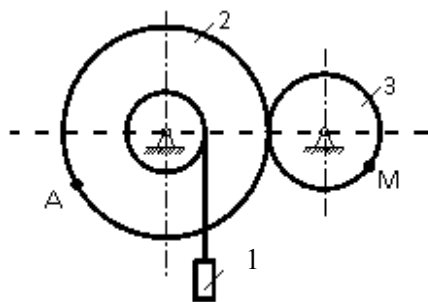
При $t_1 = 1c$ $V_{M1} = 0,1 \cdot \omega_{21} = 1,8 \frac{M}{c},$

$$a_{M1} = 0,1 \cdot \varepsilon_{21} = 4,2 \frac{M}{c^2}.$$

Показуємо на рис. 2.5 вектори $\overline{V_{A1}}, \overline{a_{A1}^n}, \overline{a_{A1}^r}, \overline{a_{A1}}, \overline{V_{M1}}, \overline{a_{M1}}.$

2.3.2 Задачі для кінематичного дослідження поступального та обертального рухів тіла

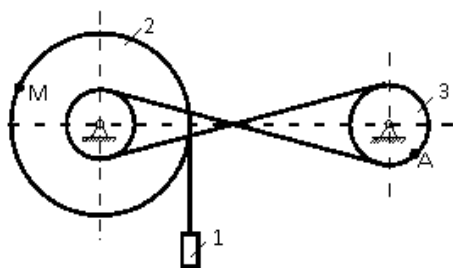
Задача № 1



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2t^3 + 0,3$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2^0 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де $R_2, r_2, R_3,$ – радіуси тіл обертання відповідно.

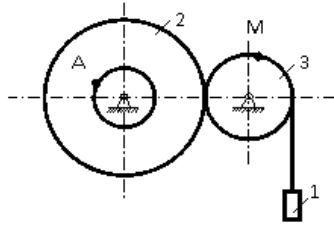
Задача № 2



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,5 \sin\left(\frac{\pi}{3} t^2\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,3$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де $R_2, r_2, R_3,$ – радіуси тіл обертання відповідно.

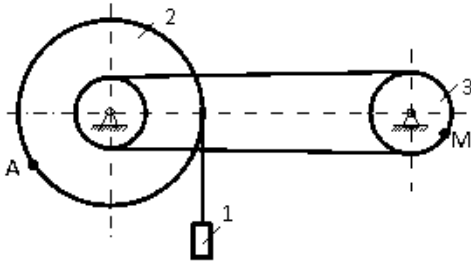
Задача № 3



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,1 \cdot t^6 + 0,2$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

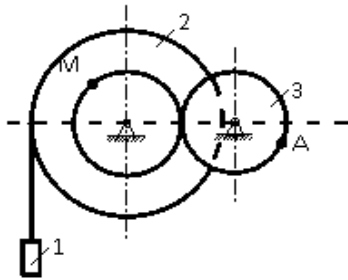
Задача № 4



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

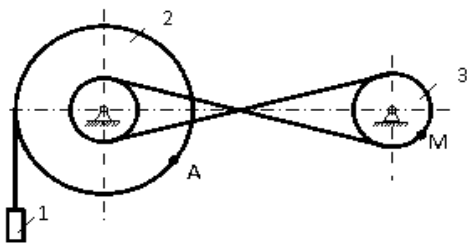
Задача № 5



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 4$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,3$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

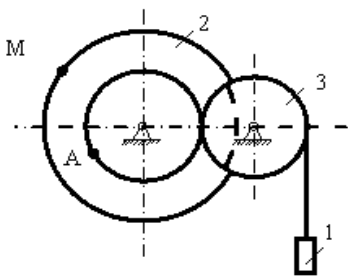
Задача № 6



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,4 \cdot t^3 + 0,2$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання.

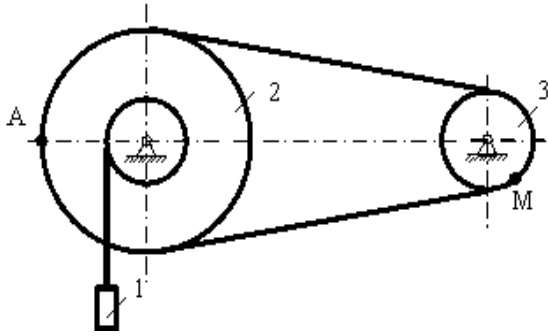
Задача № 7



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 4$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

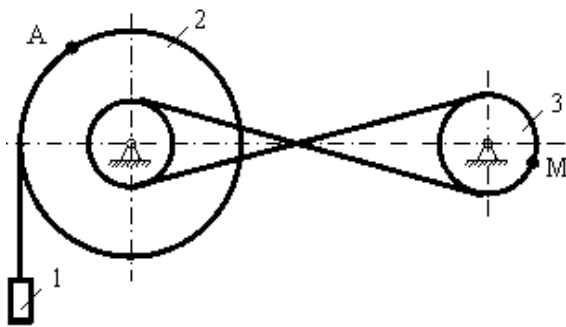
Задача № 8



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,5 \cdot t^4 + 0,1$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

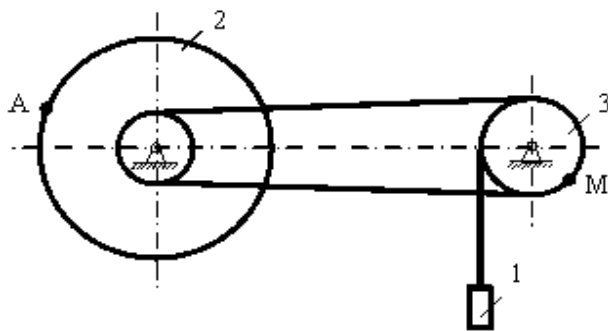
Задача № 9



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

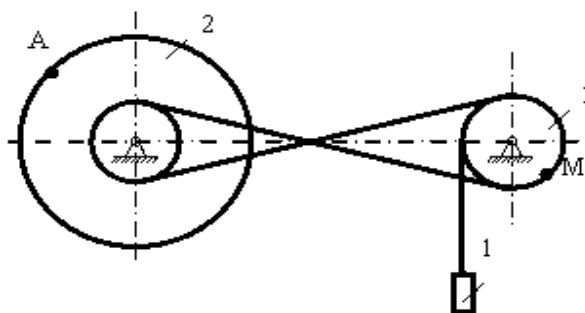
Задача № 10



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

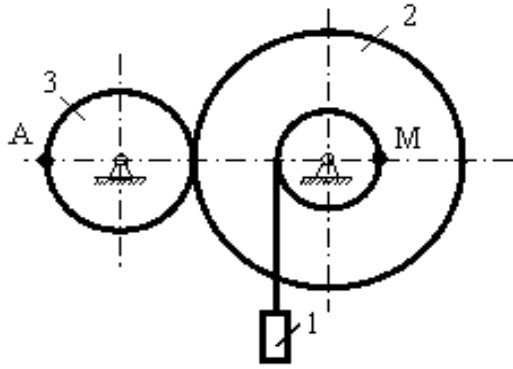
Задача № 11



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cdot t^4 + 0,3$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

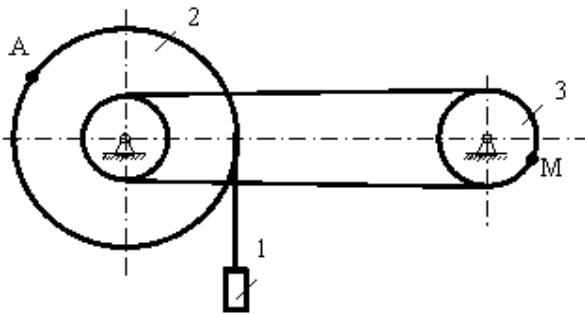
Задача № 12



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

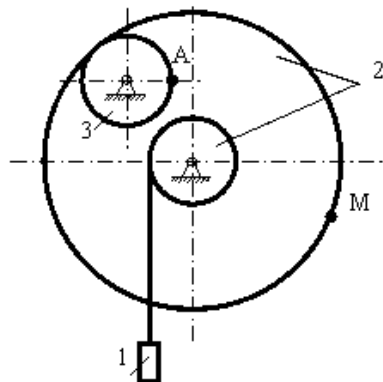
Задача № 13



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 4 \cos\frac{\pi}{3}t^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 2$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

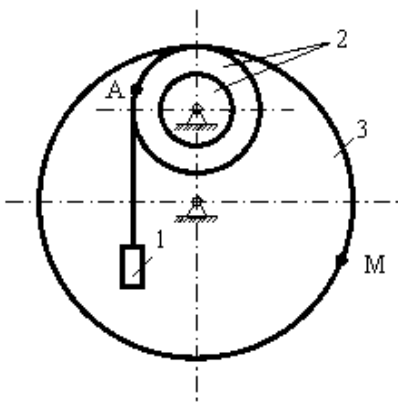
Задача № 14



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 5 \sin \pi t^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 1/(6^{0,5})$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,15$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

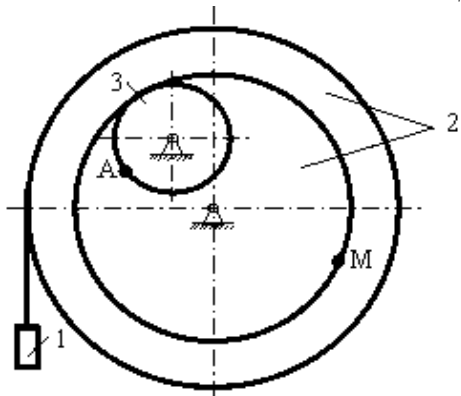
Задача № 15



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,3 \cdot t^2 + 0,1$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,2$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,5$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

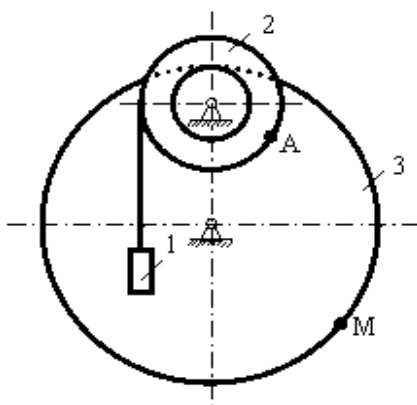
Задача № 16



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,5$ м; $r_2 = 0,4$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

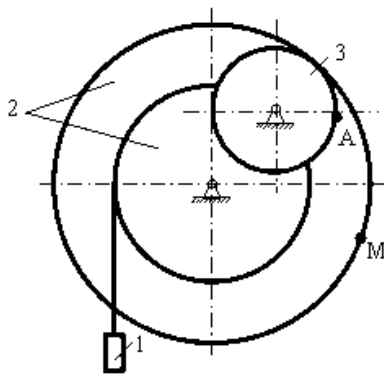
Задача № 17



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = t^3 + 0,1$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,2$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,4$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

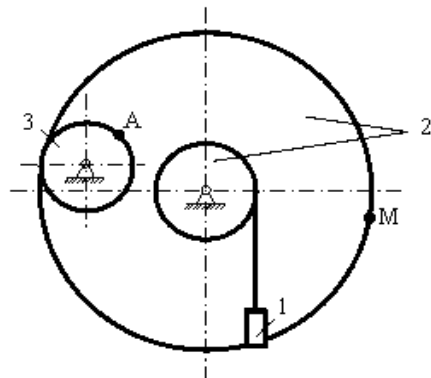
Задача № 18



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 4$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,3$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

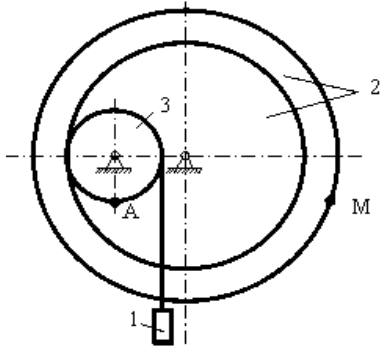
Задача № 19



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,3 \cdot t^2 + 0,1$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,5$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,15$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

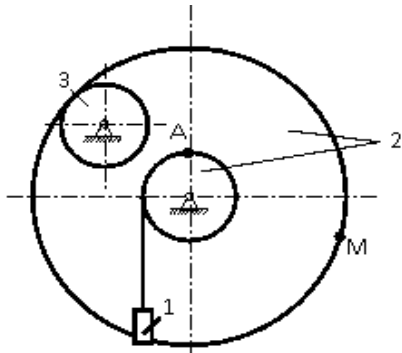
Задача № 20



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 5 \sin \pi t^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = -0,6$ м; $r_2 = 0,5$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

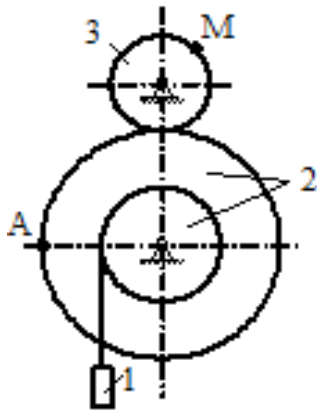
Задача № 21



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,1 \cdot t^4 + 0,5$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,5$ м; $r_2 = 0,1$ м; $R_3 = 0,15$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

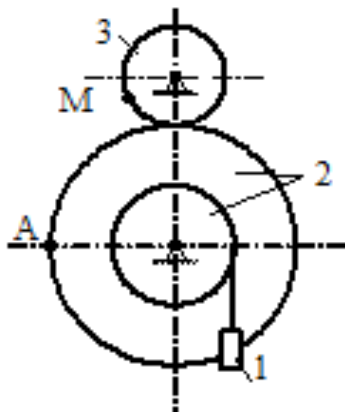
Задача № 22



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 4$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

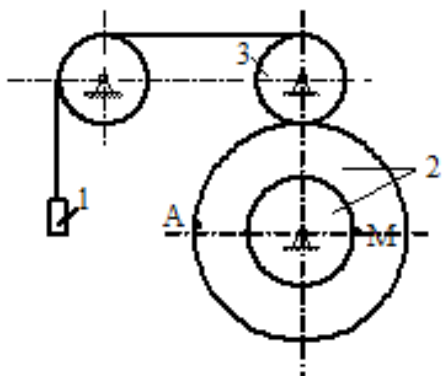
Задача № 23



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,3$ м; $r_2 = 0,15$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

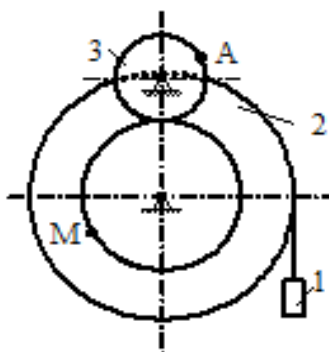
Задача № 24



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 4 \cos \frac{\pi}{3} t^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 2$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

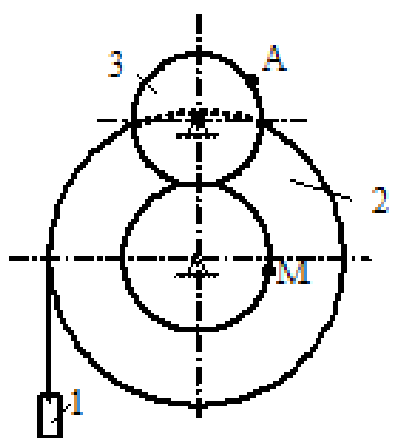
Задача № 25



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 5 \sin \pi t^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 1/(3^{0,5})$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

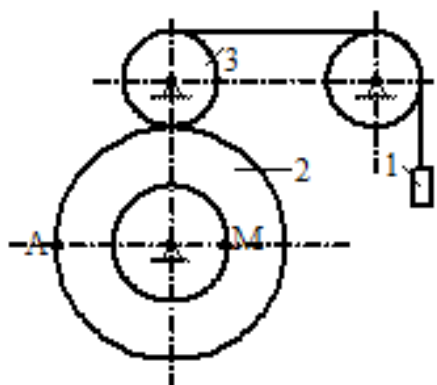
Задача № 26



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} t \right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,3$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

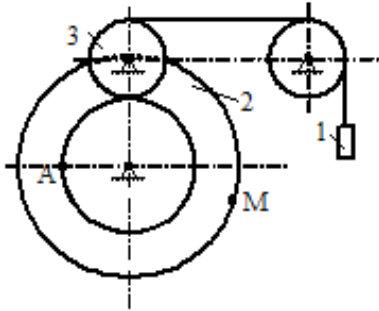
Задача № 27



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,6 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{3} t \right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 4$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 , – радіуси тіл обертання відповідно.

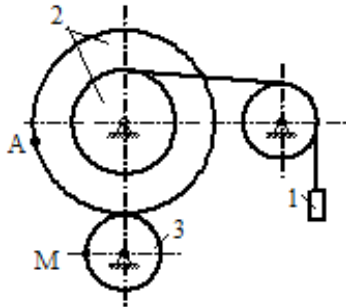
Задача № 28



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 5 \sin \pi^2$ (м).

Визначити при $t_1 = 0,5$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

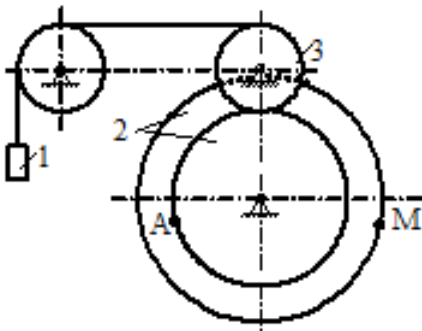
Задача № 29



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,3 \cdot t^4 + 0,7$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,1$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

Задача № 30



Тіло 1 рухається вниз за законом $x = 0,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} t^2\right)$ (м).

Визначити при $t_1 = 1$ с швидкість і прискорення точок М та А, якщо $R_2 = 0,4$ м; $r_2 = 0,3$ м; $R_3 = 0,2$ м, де R_2, r_2, R_3 – радіуси тіл обертання відповідно.

2.4 Кінематичний аналіз плоского механізму

2.4.1 Методика кінематичного дослідження плоского механізму

Визначити для заданого положення механізму швидкість та прискорення точок А і В, кутову швидкість та кутове прискорення ланки АВ.

Для механізму, зображеного на рис. 2.6, знайти швидкість і прискорення точок А, В та кутову швидкість, кутове прискорення ланок АВ і ВС. Прийняти: $OA = 0.3$ м; $OA=OB$; $BC = 0.5$ м; $\omega = 5$ с⁻¹; $\varepsilon = 3$ с⁻².

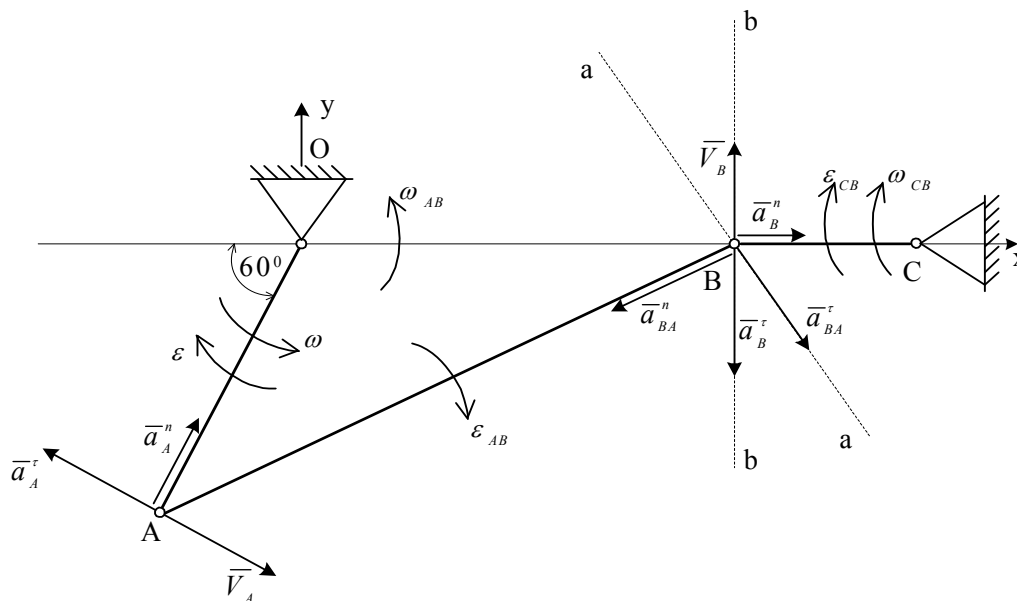


Рисунок 2.6

Розв'язання. Визначимо швидкості точок А, В та кутові швидкості ланок АВ і СВ.

Швидкість точки А направлена перпендикулярно до ланки ОА у напрямку кутової швидкості ω .

$$V_A = \omega \cdot OA = 5 \cdot 0,3 = 1,5 \frac{м}{с}.$$

По лінії, яка перпендикулярна до ланки ВС, буде направлена швидкість точки В (лінія b-b, рис. 2.6). Тоді миттєвий центр швидкостей ланки АВ буде в точці О.

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{OA} = \frac{V_B}{BO}, \omega_{AB} = \omega = 5 \frac{1}{с}.$$

Напрямок швидкості точки В визначається напрямком кутової швидкості ω_{AB} (рис. 2.6).

$$V_B = V_A = 1,5 \frac{M}{c}.$$

Кутова швидкість ланки BC

$$\omega_{CB} = \frac{V_B}{BC} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \frac{1}{c}.$$

Знайдемо тепер прискорення точок А, В та кутові прискорення ланок АВ та ВС.

Точка А належить тілу ОА, що обертається навколо нерухомої осі. Тоді

$$\begin{aligned} \overline{a_A} &= \overline{a_A^n} + \overline{a_A^\tau}, \\ a_A^n &= \omega^2 \cdot OA = 5^2 \cdot 0,3 = 7,5 \frac{M}{c^2}, \\ a_A^\tau &= \varepsilon \cdot OA = 3 \cdot 0,3 = 0,9 \frac{M}{c^2}, \\ a_A &= \sqrt{a_A^{n^2} + a_A^{\tau^2}} = \sqrt{7,5^2 + 0,9^2} = 7,55 \frac{M}{c^2}. \end{aligned}$$

Прийmemo точку А за полюс. Тоді, розглядаючи рух ланки АВ, запишемо

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}}, \quad (2.17)$$

$$\overline{a_{BA}} = \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}, \quad (2.18)$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 5^2 \cdot 0,6 = 15 \frac{M}{c^2},$$

де $AB = 2 \cdot OA \cdot \cos 30^\circ = 0,52 \text{ м}$

Прискорення \vec{a}_{BA}^τ направлене по прямій АВ від точки В до полюса, а прискорення \vec{a}_{BA}^n – перпендикулярно до прямої АВ (лінія а-а, див. рис. 2.6).

Оскільки точка В належить ланці ВС, то

$$\begin{aligned} \overline{a_B} &= \overline{a_B^n} + \overline{a_B^\tau}, \\ a_B^n &= \omega_{CB}^2 \cdot BC = 3^2 \cdot 0,5 = 4,5 \text{ м / c}^2. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Прискорення \vec{a}_{BA}^τ направлене по прямій b-b.

Вираз (2.17), враховуючи (2.18) та (2.19), запишеться так

$$\overline{a_B^n} + \overline{a_B^\tau} = \overline{a_A^n} + \overline{a_A^\tau} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}. \quad (2.20)$$

Спроектуємо векторне рівняння (2.20) на осі ОХ та ОУ.

Вісь ОХ

$$a_B^n = a_A^n \cdot \cos 60^\circ - a_A^\tau \cdot \sin 60^\circ - a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ + (\overline{a_{BA}^\tau})_x. \quad (2.21)$$

Вісь ОУ

$$(\overline{a_{BA}^\tau})_y = a_A^n \cdot \sin 60^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 60^\circ - a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ + (\overline{a_{BA}^\tau})_y. \quad (2.22)$$

У формулах (2.21) та (2.22) дві невідомі величини $\overline{a_{BA}^\tau}$ та $\overline{a_B^\tau}$.

$$\begin{aligned} (\overline{a_{BA}^\tau})_x &= a_B^n + a_B^\tau \cdot \sin 60^\circ + a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ - a_A^n \cdot \cos 60^\circ = 4,5 + 0,9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \\ &+ 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 7,5 \cdot 0,5 = 14,52; \end{aligned}$$

$$(\overline{a_{BA}^\tau})_x = a_{BA}^\tau \cdot \cos 60^\circ = 14,52;$$

$$a_{BA}^\tau = \frac{14,52}{\cos 60^\circ} = 29,04 \frac{M}{c^2};$$

$$\begin{aligned} (\overline{a_B^\tau})_y &= a_A^n \cdot \sin 60^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 60^\circ - a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ - a_{BA}^\tau \cdot \cos 30^\circ = 7,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \\ &+ 0,9 \cdot \frac{1}{2} - 15 \cdot \frac{1}{2} - 29,04 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -25,70; \end{aligned}$$

$$a_B^\tau = 25,7 \frac{M}{c^2}.$$

Знаходимо кутові прискорення ланок АВ та ВС.

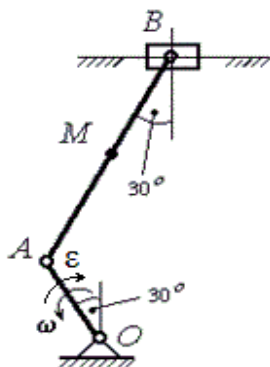
$$\varepsilon_{BA} = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = \frac{29,04}{0,52} = 55,85 \frac{1}{c^2};$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{a_B^\tau}{BC} = \frac{25,7}{0,5} = 51,4 \frac{1}{c^2}.$$

Напрямок кутових прискорень ε_{BA} та ε_{BC} визначаються напрямком векторів $\overline{a_{BA}^\tau}$ і $\overline{a_B^\tau}$.

2.4.2 Задачі для визначення швидкості та прискорення точок плоского механізму

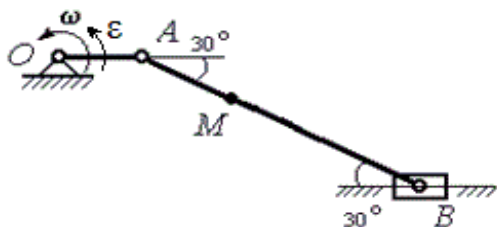
Задача № 1



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 10$ см, $AM = MB = 20$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 10$ с⁻².

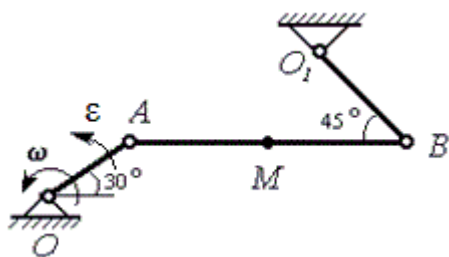
Задача № 2



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 10$ см, $AB = 45$ см, $AM = 15$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 20$ с⁻².

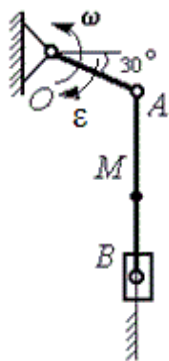
Задача № 3



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 5$ см, $O_1B = 15$ см, $AM = MB = 20$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

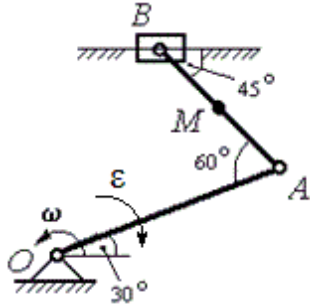
Задача № 4



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $AM = 20$ см, $MB = 25$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².

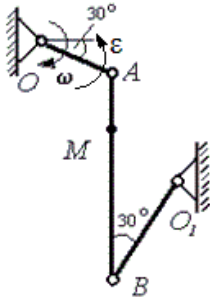
Задача № 5



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 50$ см, $AM = MB = 20$ см, $\omega = 3$ с⁻¹, $\epsilon = 20$ с⁻².

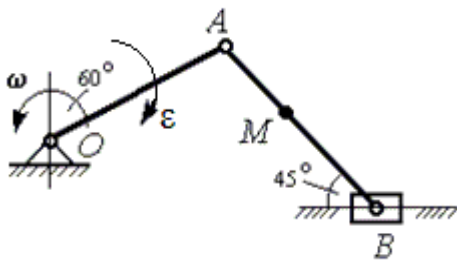
Задача № 6



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $O_1B = 20$ см, $AM = 10$ см, $MB = 30$ см, $\omega = 6$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

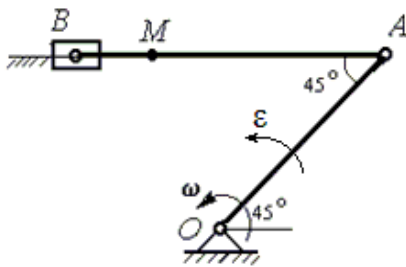
Задача № 7



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 40$ см, $AM = 15$ см, $MB = 25$ см, $\omega = 4$ с⁻¹, $\epsilon = 10$ с⁻².

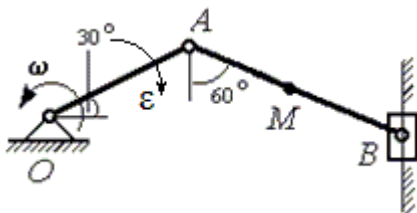
Задача № 8



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 80$ см, $AM = 100$ см, $MB = 25$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².

Задача № 9

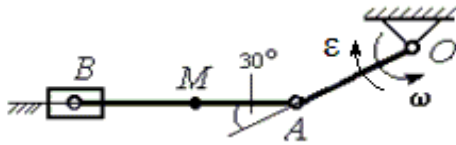


Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 20$ см, $AB = 60$ см, $AM = 15$ см, $\omega = 4$ с⁻¹, $\epsilon = 15$ с⁻².

Задача № 10

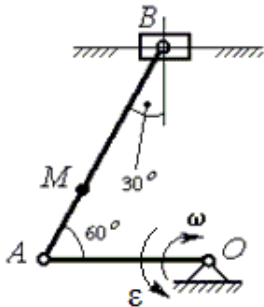
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .



Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 30$ см, $AB = 40$ см, $AM = 20$ см, $\omega = 10$ с⁻¹, $\epsilon = 10$ с⁻².

Задача № 11

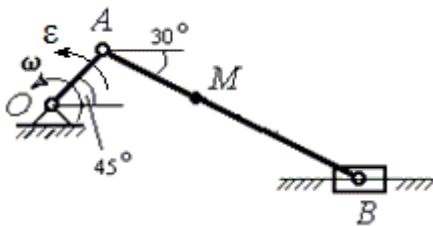
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .



Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 60$ см, $AB = 100$ см, $AM = 20$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 10$ с⁻².

Задача № 12

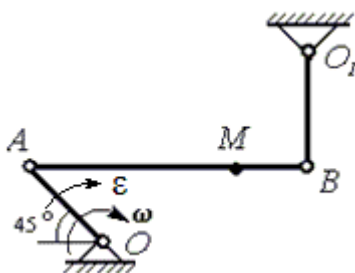
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .



Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 10$ см, $AM = AB/3$, $AB = 60$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².

Задача № 13

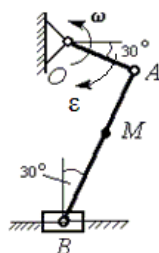
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .



Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 20$ см, $AB = 60$ см, $O_1B = 30$ см, $AM = 40$ см, $\omega = 4$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

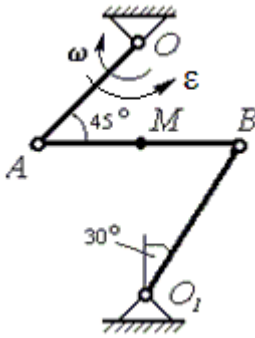
Задача № 14

Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .



Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 10$ см, $AB = 80$ см, $AM = 30$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².

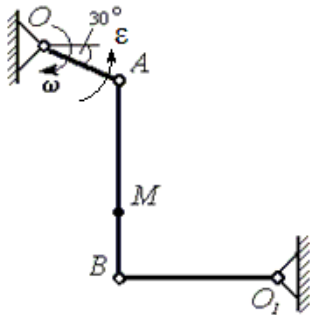
Задача № 15



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 20$ см, $AB = 15$ см, $O_1B = 30$ см, $MB = 15$ см, $\omega = 10$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

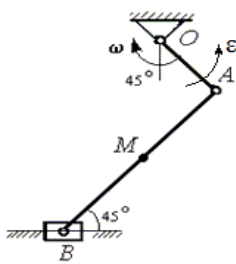
Задача № 16



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 15$ см, $O_1B = 30$ см, $AM = 20$ см, $AB = 40$ см, $\omega = 3$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

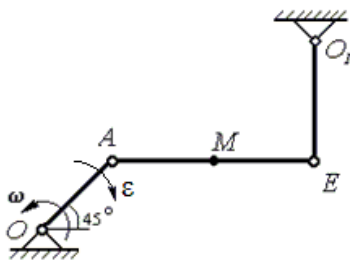
Задача № 17



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 20$ см, $AM = MB = 30$ см, $\omega = 8$ с⁻¹, $\epsilon = 10$ с⁻².

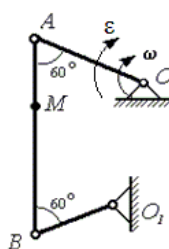
Задача № 18



Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

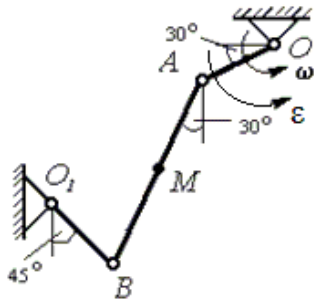
Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 20$ см, $O_1B = 25$ см, $AM = MB = 15$ см, $\omega = 4$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 19



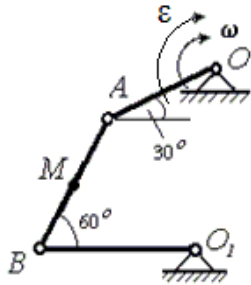
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 40$ см, $O_1B = 15$ см, $AM = AB/3 = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 20

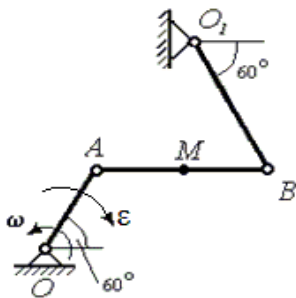
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення гочок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $O_1B = 20$ см, $AM = MB = 25$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 21

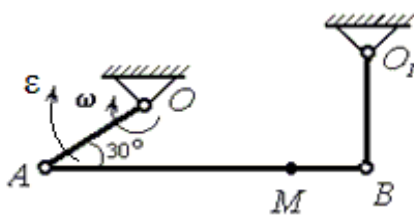
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 25$ см, $O_1B = 40$ см, $AM = MB = 10$ см, $\omega = 2$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 22

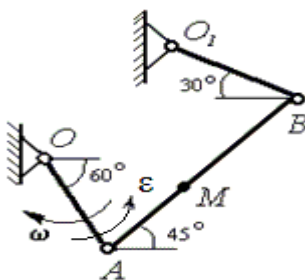
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення гочок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 25$ см, $O_1B = 40$ см, $AM = MB = 10$ см, $\omega = 8$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 23

Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 15$ см, $O_1B = 25$ см, $AM = 50$ см, $MB = 10$ см, $\omega = 4$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 24

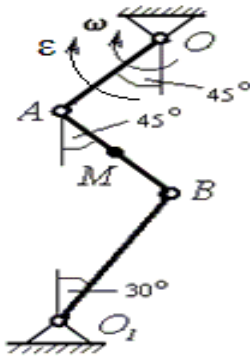
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $AM = 50$ см, $MB = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

Задача № 25

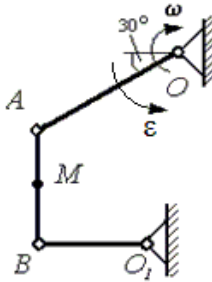
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення гочок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $O_1B = 40$ см, $AM = MB = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

**Задача № 26**

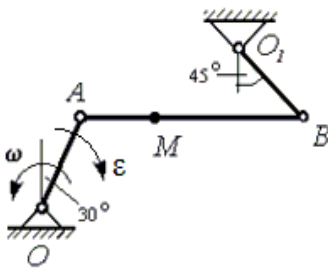
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо: $OA = 60$ см, $O_1B = 40$ см, $AM = MB = 10$ см, $\omega = 3$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

**Задача № 27**

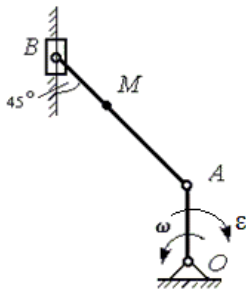
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 20$ см, $O_1B = 20$ см, $AM = 10$ см, $MB = 30$ см, $\omega = 6$ с⁻¹, $\epsilon = 0$.

**Задача № 28**

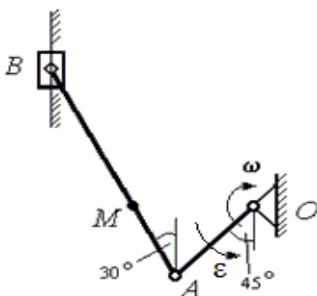
Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $AB = 60$ см, $BM = 20$ см, $\omega = 10$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².

**Задача № 29**

Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

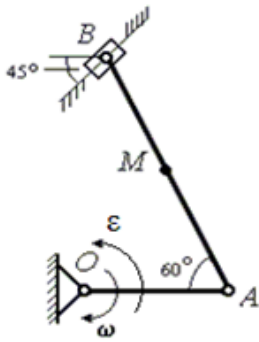
Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 15$ см, $AB = 80$ см, $AM = 20$ см, $\omega = 6$ с⁻¹, $\epsilon = 20$ с⁻².



Задача № 30

Ведуча ланка OA плоского механізму в даний момент часу має кутову швидкість ω і кутове прискорення ϵ .

Визначити швидкості та прискорення точок B і M для заданого положення механізму, якщо $OA = 45$ см, $AM = 30$ см, $BM = 30$ см, $\omega = 8$ с⁻¹, $\epsilon = 5$ с⁻².



2.5 Складний рух точки

2.5.1 Методика розрахунку швидкості та прискорення точки в складному русі

Умова задачі. Точка M рухається по меридіану сфери, яка обертається навколо вертикальної осі. Сфера і точка M показані на рис.5.1. Радіус сфери $R = 20$ см. Рівняння обертального руху сфери $\omega = (5t + 4t^2)$ рад, а рух точки по сфері задається залежністю $O_1M = S = 10\pi \sin(1 - e^{-2t})$ см. Визначити абсолютну швидкість V і абсолютне прискорення a точки M для моменту часу $t = 0,3$ с.

Побудувати графіки залежності $V = V(t)$ – швидкості, $a = a(t)$ – прискорення точки M при її русі по сфері, вибравши достатній для спостереження руху проміжок часу.

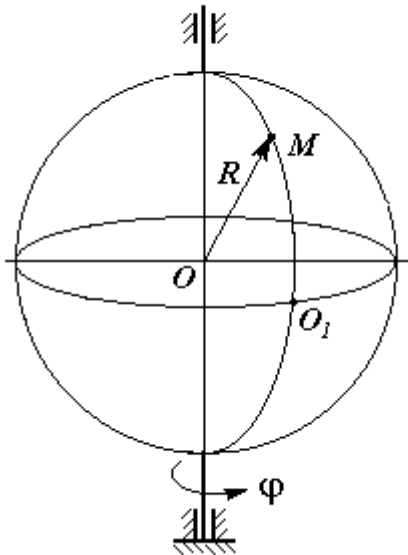


Рисунок 2.7

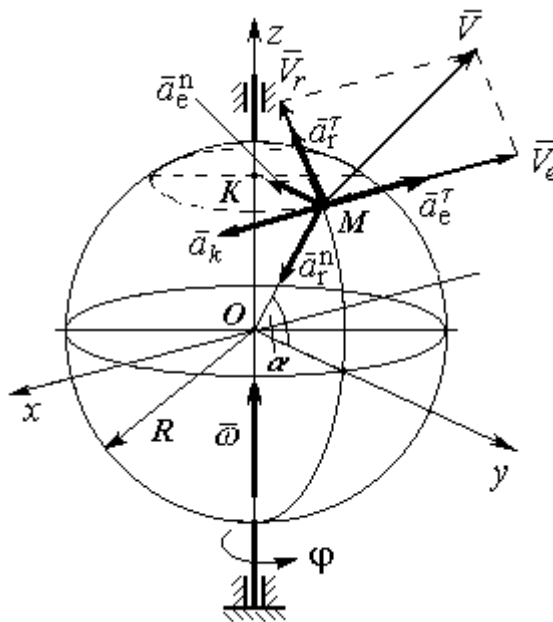


Рисунок 2.8

Розв'язання. Покажемо на рис. 2.7 систему координат xyz , в якій будемо вести відлік руху і направляти вектора. Вісь Ox направляємо

перпендикулярно до площини меридіана, де рухається точка, вісь Oy – в площині меридіана, а вісь Oz – відповідно до них. Відносний рух точки M відбувається по меридіану і задається розміром по дузі радіуса R від точки O_I . Переносний рух точки M – це рух точки разом із сферою при її обертанні навколо вертикальної осі. В переносному русі точка M описує дугу радіусом KM .

Розрахунок абсолютної швидкості. В складному русі абсолютна швидкість знайдеться геометричною сумою

$$V = V_e + V_r \quad (2.23)$$

На рис. 2.8 вектор V_e направляємо в сторону обертання сфери, що відповідає напрямку, протилежному осі Ox , а вектор відносної швидкості V_r – по дотичній до дуги меридіана в площині yOz . В будь-який момент руху вектори V_e і V_r взаємно перпендикулярні. Знайдемо модулі цих векторів.

$$\begin{aligned} V_r &= (O_I M)' = 10\pi e^{-2t}, \\ V_e &= \omega KM, \end{aligned} \quad (2.24)$$

де ω і KM потрібно знайти.

$$KM = R \cos \alpha, \quad \alpha = O_I M / R = 10\pi (1 - e^{-2t}) / 20 = \pi (1 - e^{-2t}) / 2, \quad \omega = (\dot{\varphi}) = 5t + 4t^2.$$

Тоді *переносна швидкість* дорівнює

$$V_e = 20 (5t + 4t^2) \cos \alpha. \quad (2.25)$$

Модуль абсолютної швидкості знайдемо за теоремою Піфагора, тому що між V_e і V_r прямий кут.

$$V = ((V_r)^2 + (V_e)^2)^{0.5}. \quad (2.26)$$

Визначення абсолютного прискорення. Для знаходження прискорення точки в складному русі використовуємо теорему Коріоліса

$$a = a_e + a_r + a_k. \quad (2.27)$$

В нашому випадку переносний і відносний рухи відбуваються по криволінійних траєкторіях, тому переносне і відносне прискорення мають складові $a_e = a_e^n + a_e^\tau$, $a_r = a_r^n + a_r^\tau$, тоді формула (2.27) стає більш розширеною

$$a = a_e^n + a_e^\tau + a_r^n + a_r^\tau + a_k. \quad (2.28)$$

На рис. 2.8 вкажемо напрямки векторів, які входять в (2.28). Нормальні складові a_e^n і a_r^n направляємо перпендикулярно до напрямків руху і до

центрів дуг. Вектор a_e^n – до точки O , а a_r^n – до центра K . Вектори дотичних складових a_e^τ і a_r^τ направляємо по дотичних до відповідних траєкторій: a_e^τ – проти осі Ox , а a_r^τ – в площині yOz перпендикулярно до радіуса OM . Для визначення напрямку вектора прискорення Кориоліса використовуємо його формулу в векторному вигляді $a_k = 2\omega \times V_r$, згідно з якою вектор a_k направляється перпендикулярно до площини, в якій розташовані вектора ω і V_r згідно з правогвинтовою системою відліку, тобто, паралельно осі Ox . Для визначення напрямку вектора a_k можна ще скористатись правилом Жуковського.

Знайдемо модулі вказаних векторів.

$$a_e^n = \omega^2 KM = (5+8t)^2 20 \cos \alpha, \quad (2.29)$$

$$a_e^\tau = \varepsilon KM = (\omega) KM = 160 \cos \alpha, \quad (2.30)$$

$$a_r^n = V_r^2 / R = 20\pi^2 e^{-4t}, \quad (2.31)$$

$$a_r^\tau = (V_r)' = -40\pi e^{-2t}, \quad (2.32)$$

$$a_k = 2 \omega V_r \sin \alpha = 40\pi (5+8t) e^{-2t} \sin \alpha. \quad (2.33)$$

Знайдемо проєкції вектора абсолютного прискорення на координатні осі. Для цього потрібно всі вектора прискорень, які вказані на рисунку 2.8, спроекувати на певну вісь і взяти суму таких проєкцій. Практично це виконується так: формулу (2.28) проєкуємо на осі Ox , Oy і Oz .

$$a_x = a_k - a_e^\tau,$$

$$a_y = -a_e^n - a_r^n \cos \alpha - a_r^\tau \sin \alpha,$$

$$a_z = a_r^\tau \cos \alpha - a_r^n \sin \alpha$$

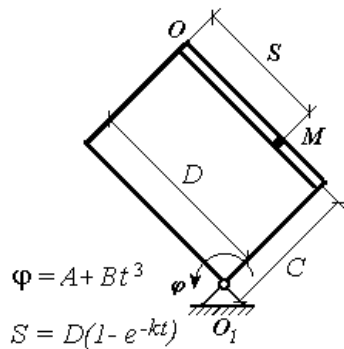
Модуль вектора абсолютного прискорення буде дорівнювати

$$a = ((a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2)^{0,5}. \quad (2.34)$$

Для підрахунку значення швидкості V і прискорення a при $t = t_1 = 0,3$ с потрібно це значення часу підставити відповідно в формули (2.24), (2.25), (2.26) та (2.29)–(2.34): $V_r = 34$ м/с, $V_e = 112$ м/с, $V = 118$ м/с, $a_e^n = 87$ м/с², $a_e^\tau = 122$ м/с², $a_r^n = 59,4$ м/с², $a_r^\tau = -69$ м/с², $a_k = 532$ м/с², $a_x = 210$ м/с², $a_y = -87$ м/с², $a_z = -91$ м/с, $a = 601,20$ м/с².

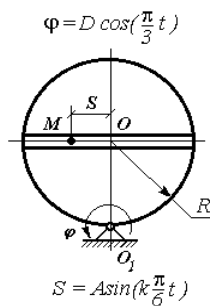
2.5.2 Задачі на складний рух точки

Задача № 1



Прямокутна пластина обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. По прямій OM пластини рухається точка M за законом $S = f(t)$. Знайти швидкість та прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 0$; $B = \pi/12$; $D = 4$, $k = 2$, $C = 2$.

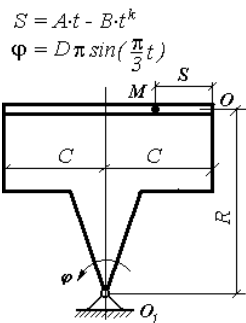
Задача № 2



Кругла пластина радіуса R обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. Вздовж діаметра рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 5$; $D = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

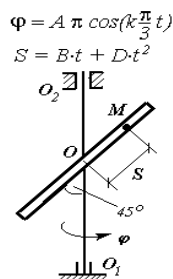
Задача № 3



По прямій OM тіла, що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі, переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$; $C = 6$; $R = 5$ см.

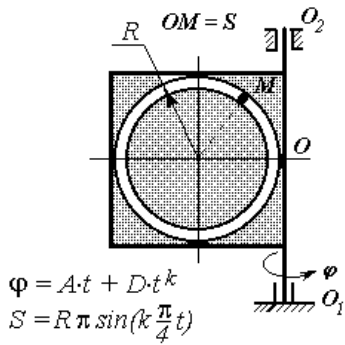
Задача № 4



По трубі, що обертається навколо вертикальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 0,5$.

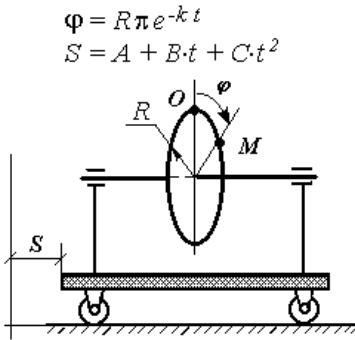
Задача № 5



Із точки O квадратної пластини, що обертається навколо вертикальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $D = 2$; $k = 4$; $R = 2,7183$ см.

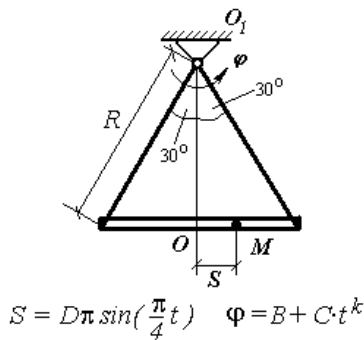
Задача № 6



Диск радіуса R обертається навколо осі, яка належить візку, що переміщується поступально за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $k = 2$; $C = 6$; $R = 2,7183$ см.

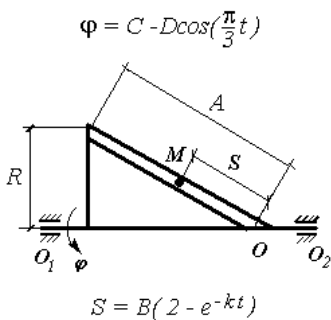
Задача № 7



Із точки O трикутної пластини, що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі, переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $B = 4$; $k = 2$; $D = 2$; $C = 6$; $R = 15$ см.

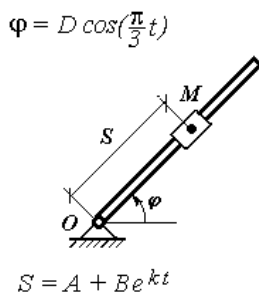
Задача № 8



Із точки O трикутної пластини, що обертається навколо горизонтальної осі, переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 8$; $B = 4$; $C = 0$; $D = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

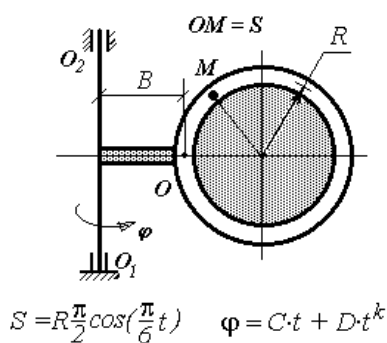
Задача № 9



По стержню, що обертається навколо горизонтальної осі, переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 2$; $B = 2$; $D = 4$; $k = 2$.

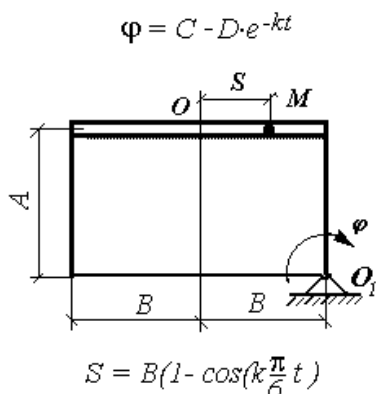
Задача № 10



Із точки O круглої пластинки, що обертається навколо вертикальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 2$ с, якщо $B = 2$; $D = 3$; $C = 6$; $k = 2$; $R = 5$ см.

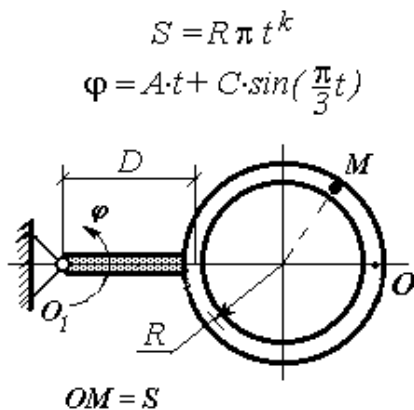
Задача № 11



Прямокутна пластинка обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. По прямій OM пластини рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $C = 6$; $D^{\circ} = 2$; $k = 2$.

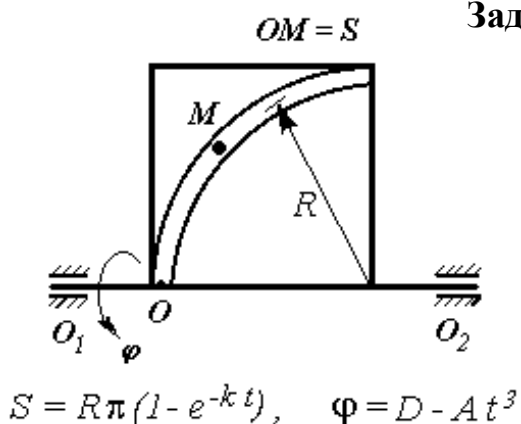
Задача № 12



Із точки O круглої пластинки, що обертається навколо горизонтальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $C = 6$; $D^{\circ} = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

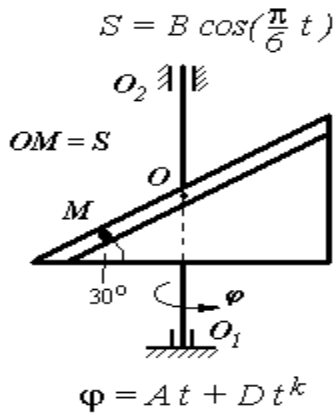
Задача № 13



Із точки O квадратної пластинки, що обертається навколо горизонтальної осі, переміщується по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,25$ с, якщо $A = 2$; $D = 2$; $k^{\circ} = 2$; $R = 5$ см.

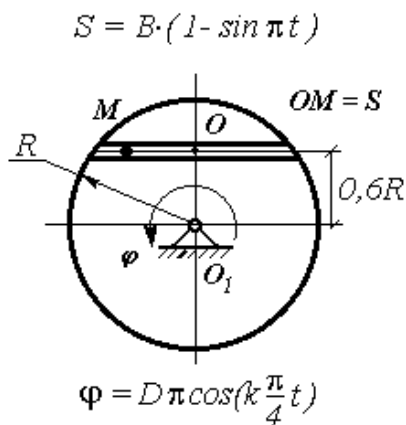
Задача № 14



Із точки О трикутної пластини, що обертається навколо вертикальної осі, переміщується точка М за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки М при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$.

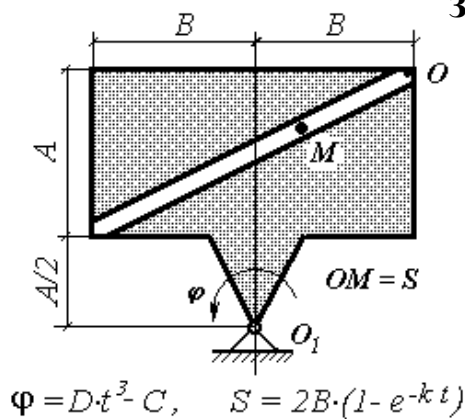
Задача № 15



Кругла пластина радіуса R обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. По пластині з пункту О рухається точка М за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки М при $t_1 = 0,25$ с, якщо $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

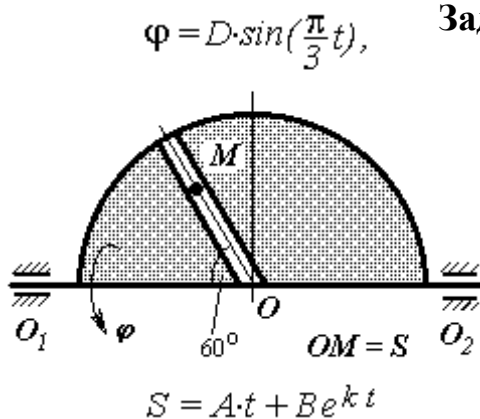
Задача № 16



Із точки О пластини, що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі O_1 , переміщується точка М за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки М при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 5$; $B = 4$; $C = 2$; $D = 2$; $k = 2$.

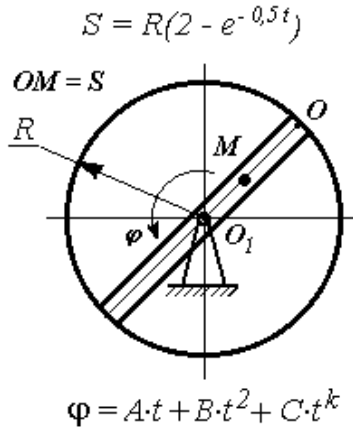
Задача № 17



Із точки О пластини, що обертається навколо горизонтальної осі, переміщується точка М за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки М при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 4$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$.

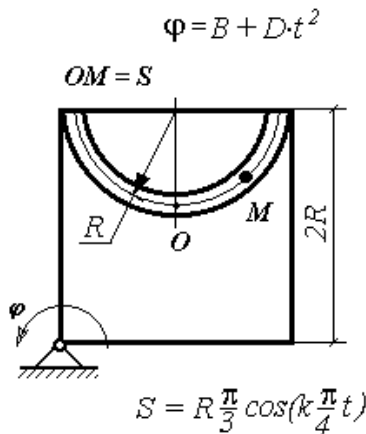
Задача № 18



Кругла пластина радіуса R обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. По пластині з пункту O рухається точка M за законом $S^\circ = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $C^\circ = 6$; $k = 2$; $R = 5$ см.

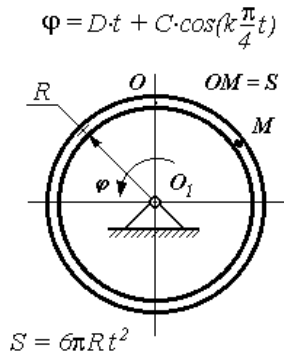
Задача № 19



Із точки O квадратної пластинки, що обертається навколо горизонтальної осі, переміщується по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $B = 1$; $D = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

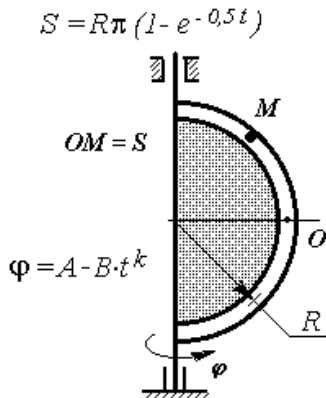
Задача № 20



По ободу диска радіуса R , що обертається навколо осі, рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $C = 6$; $D = 2$; $k^\circ = 2$; $R = 5$ см.

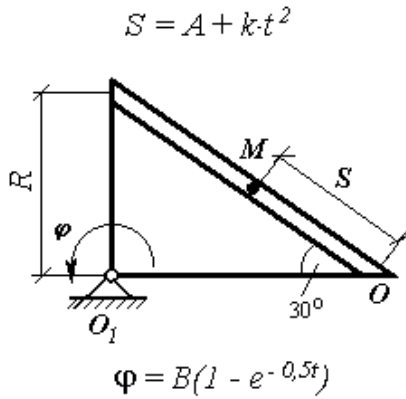
Задача № 21



Із точки O пластинки, що обертається навколо вертикальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається по колу радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 4$; $B = 2$; $k = 3$; $R = 5$ см.

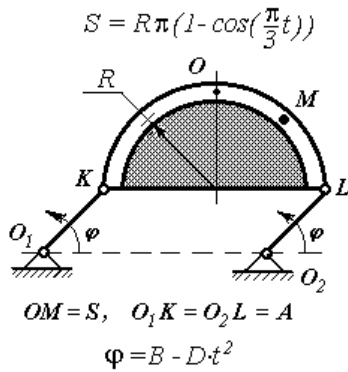
Задача № 22



Із точки O трикутної пластини, що обертається навколо осі, переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 2$; $B = 1$; $k = 2$; $R = 10$ см.

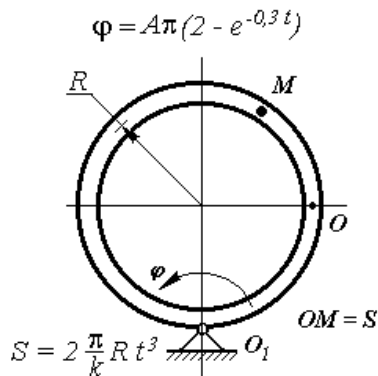
Задача № 23



По рухомій пластині з пункту O переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $R = 5$ см.

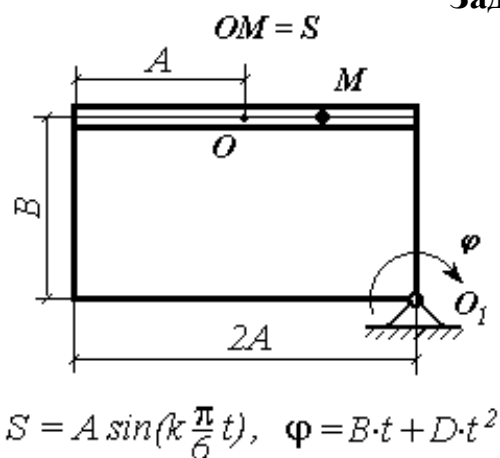
Задача № 24



По ободу диска радіуса R , що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі O_1 , рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 2$; $k = 2$; $R = 5$ см.

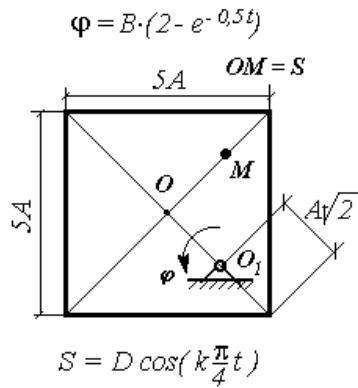
Задача № 25



Прямокутна пластинка обертається навколо нерухомої горизонтальної осі. По прямій OM пластинки рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$.

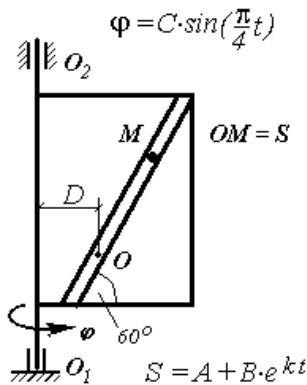
Задача № 26



Із точки O пластини, що обертається навколо нерухомої горизонтальної осі O_1 , переміщується точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $D = 2$; $k = 2$.

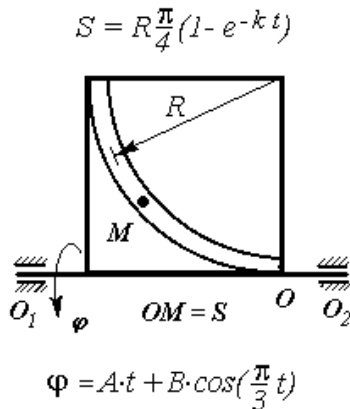
Задача № 27



Із точки O пластинки, що обертається навколо вертикальної осі за законом $\varphi = \varphi(t)$, рухається точка M за законом $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 1$; $D = 2$; $C = 6$; $k = 4$.

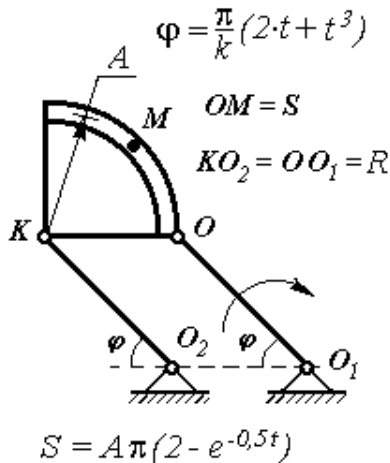
Задача № 28



Із точки O квадратної пластинки, що обертається навколо осі O_1O_2 , переміщується колом радіуса R точка M .

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 1$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $C = 6$; $k = 2$; $R = 5$ см.

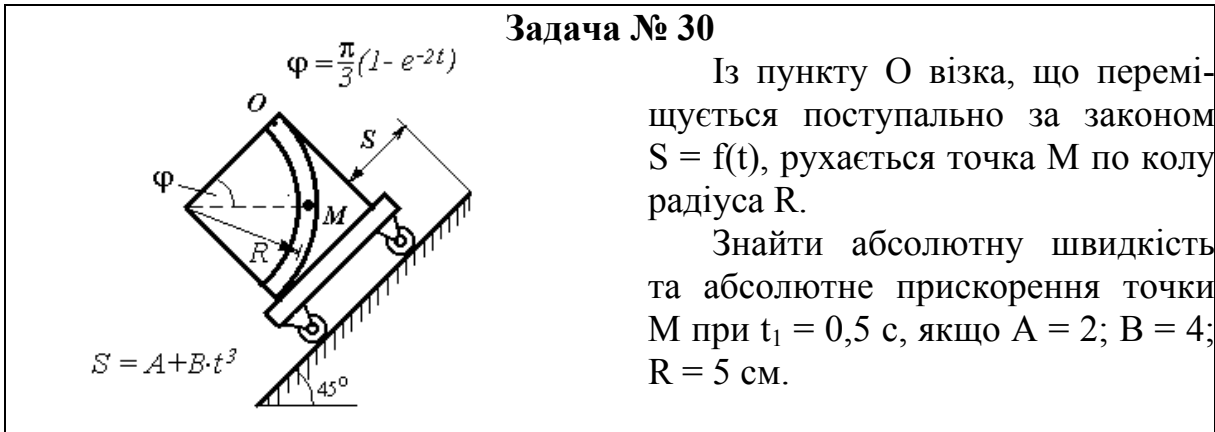
Задача № 29



По рухомій пластині з пункту O переміщується по колу радіуса R точка M за законом $S_1 = 0,25 \cdot S$, де $S = f(t)$.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M при $t_1 = 2$ с, якщо $A = 5$; $k = 2$; $R = 5$ см.

Задача № 30



Із пункту О візка, що переміщується поступально за законом $S = f(t)$, рухається точка М по колу радіуса R.

Знайти абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки М при $t_1 = 0,5$ с, якщо $A = 2$; $B = 4$; $R = 5$ см.

2.6 Складний рух тіла

2.6.1 Методика визначення кутових швидкостей ланок планетарного редуктора з паралельними осями

Визначити кутові швидкості веденого вала II і сателітів редуктора (рис. 2.9). Геометричні розміри редуктора та кутова швидкість ведучого вала I – ω_1 і шестерні 1 – ω_1 наведені в таблиці 2.2.

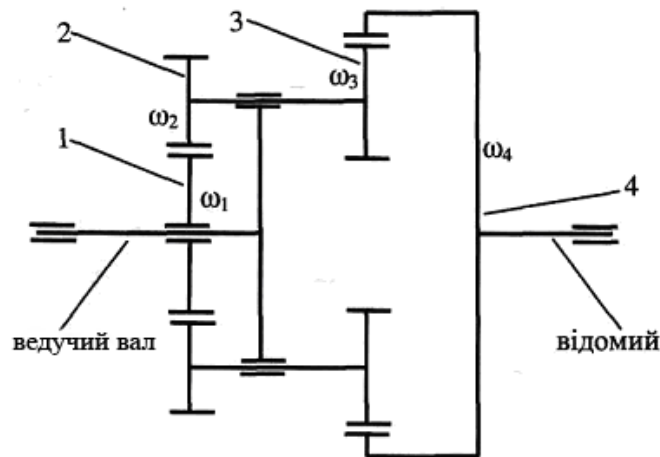


Рисунок 2.9

Таблиця 2.2

Радіус, м			Кутова швидкість, рад/с	
r_1	r_2	r_4	ω_1	ω_1
0,3	0,15	0,75	80	20

Розв'язання задачі способом Вілліса

Переносною кутовою швидкістю для кожного колеса є кутова швидкість ведучого вала ω_0 .

Відносну кутову швидкість коліс визначають як різницю абсолютних і переносних швидкостей

$$\begin{aligned}
 \omega_{1r} &= \omega_1 - \omega_0, \\
 \omega_{2r} &= \omega_2 - \omega_0, \\
 &\dots\dots\dots \\
 \omega_{kr} &= \omega_k - \omega_0,
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

Ці відносні швидкості є кутовими швидкостями всіх коліс при умовній зупинці ведучого вала.

В цьому випадку між відносними кутовими швидкостями є такі ж співвідношення, як в зубчастих передачах з нерухомими осями обертання. Отже,

$$\frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_k - \omega_0} = (-1)^m \cdot i,
 \tag{2.36}$$

де m – кількість зовнішніх зачеплень між колесами 1 і k ;

i – передаточне число від колеса до 1 колеса k у відносному русі (при зупинці водила).

Співвідношення (2.36) носить назву формули Вілліса.

Зауважимо, що в цю формулу входять алгебраїчні значення кутових швидкостей коліс; знак «+» приймаємо відповідним обертанням проти годинникової стрілки, а «-» – обертанням за годинниковою стрілкою. В формулу Вілліса замість ω (c^{-1}) може бути підставлено n (об/хв).

Використаємо формулу Вілліса до розв'язання даної задачі (рис. 2.10, а).

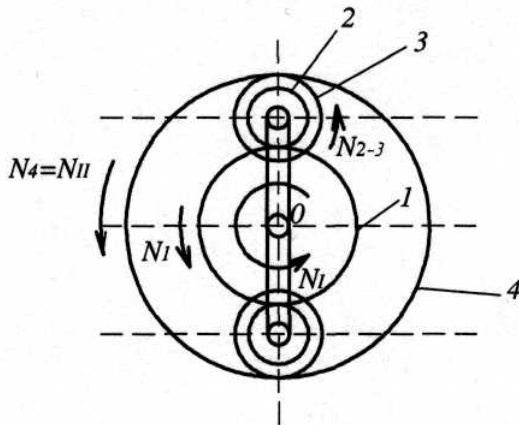


Рисунок 2.10, а

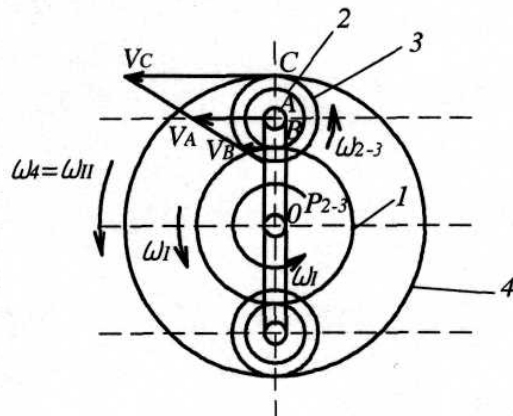


Рисунок 2.10, б

Оскільки колеса 1 і 2 знаходяться у зовнішньому зачепленні, а колеса 3 і 4 – у внутрішньому, й кутова швидкість ведучого вала дорівнює ω_1 , то

$$\frac{\omega_1 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_1} = (-1)^1 \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3}.
 \tag{2.37}$$

Звідки

$$\omega_4 = \omega_{II} = \omega_I - \frac{r_2 r_4}{r_1 r_3} (\omega_I - \omega_1). \quad (2.38)$$

Підставивши числові значення, знаходимо

$$\omega_{II} = 80 - \frac{0,3 \cdot 0,3}{0,15 \cdot 0,75} (20 - 80) = 128 \text{ с}^{-1}. \quad (2.39)$$

Знак «+» вказує на те, що вал II обертається в напрямку, протилежному напрямку руху годинникової стрілки.

Кутову швидкість ω_{2-3} шестерні 2-3 визначимо зі співвідношення

$$\frac{\omega_1 - \omega_I}{\omega_{2-3} - \omega_I} = (-1)^1 \frac{r_2}{r_1} \quad (2.40)$$

навколо осі нерухомої шестерні.

Диференціальною називається передача, зображена на рис. 2.10, б, якщо при ній шестерня не є нерухомою і може обертатися навколо своєї осі А незалежно від кривошипа АВ.

Розрахунок планетарних і диференціальних передач можна проводити, якщо умовно всій нерухомій площині Ax_1y_1 надати обертання з кутовою швидкістю ω_{AB} , що дорівнює за модулем і протилежна за напрямком АВ (метод зупинки або метод Вілліса).

Тоді кривошип АВ будемо вважати нерухомим, а будь-яка шестерня радіуса r_k буде мати кутову швидкість

$$\tilde{\omega}_k = \omega_k - \omega_{AB}, \quad (2.41)$$

де ω_k – абсолютна швидкість цієї шестерні відносно осей Ax_1y_1 (рис. 2.11).

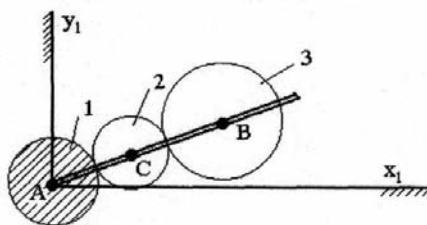


Рисунок 2.11

При цьому осі всіх шестерень будуть нерухомі і залежність між $\tilde{\omega}_k$ можна буде визначити або прирівнюючи швидкості точок зчеплення, або за формулою

$$\begin{aligned}\frac{\omega_1}{\omega_2} &= -\frac{r_2}{r_1}, \\ \frac{\omega_2}{\omega_3} &= -\frac{r_3}{r_2}, \\ \frac{\omega_1}{\omega_3} &= \frac{r_3}{r_1} = \frac{Z_3}{Z_1}.\end{aligned}\tag{2.42}$$

Отже, відношення кутових швидкостей крайніх шестерень в цій передачі обернено пропорційні їх радіусам (кількості зубців) і не залежать від радіусів проміжних (паразитних) шестерень.

З отриманих результатів маємо, що при рядовому зачепленні шестерень

$$\frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \frac{r_n}{r_1} = (-1)^k \frac{Z_n}{Z_1},\tag{2.43}$$

де k – кількість зовнішніх зачеплень (у випадку, зображеному на рис. 2.10, а є одне зовнішнє зачеплення; на рис. 2.10, б – два зовнішніх зачеплення).

Передаточним числом зубчатої передачі називається величина i_{1n} , яка дорівнює відношенню кутової швидкості ведучого колеса до кутової швидкості веденого

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}.\tag{2.44}$$

Для рядової передачі значення i_{1n} отримуємо з правої частини формули (2.43).

Планетарною називається передача (див. рис. 2.11), в якій шестерня 1 нерухома, а осі інших шестерень, які знаходяться в послідовному зачепленні, закріплені на кривошипі AB , який обертається.

Звідки,

$$\omega_{2-3} = \omega_1 - \frac{r_1}{r_2}(\omega_1 - \omega_1).\tag{2.45}$$

Підставляючи числові значення, знаходимо

$$\omega_{2-3} = 80 - \frac{0,3}{0,15}(20 - 80) = 200 \text{ с}^{-1}.\tag{2.45}$$

Обертання шестерень 2-3 також відбувається в напрямку, протилежному руху годинникової стрілки.

Розв'язання задачі методом миттєвих центрів швидкостей

За кутовими швидкостями ведучих ланок визначимо швидкість точки А, осі спарення шестерень і швидкість точки В дотику коліс 1 і 2 (див. рис. 2.10, б)

$$\begin{aligned}V_A &= \omega_1 \cdot (r_1 + r_2) = 80 \cdot 0,45 = 36 \text{ м/с}, \\V_B &= \omega_1 \cdot r_1 = 20 \cdot 0,3 = 6 \text{ м/с}.\end{aligned}\tag{2.46}$$

Відкладемо вектори \vec{V}_A і \vec{V}_B (див. рис. 2.10, б), знайдемо миттєвий центр швидкостей шестерень 2–3

$$\begin{aligned}\frac{P_{2-3}A}{P_{2-3}B} &= \frac{V_A}{V_B} = \frac{36}{6} = 6. \\P_{2-3}A &= 6 \cdot P_{2-3}B.\end{aligned}$$

Оскільки $P_{2-3} - P_{2-3}B = r_2 = 0,15$ м, то

$$P_{2-3}B = \frac{0,15}{5} = 0,03 \text{ м}; \quad P_{2-3}A = 0,18 \text{ м}; \quad P_{2-3}C = 0,48 \text{ м}.$$

Визначимо швидкість точки С

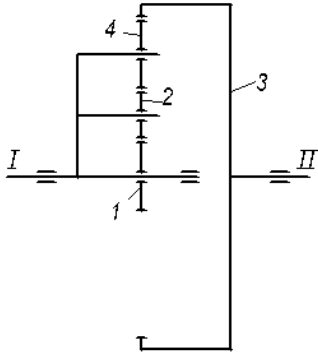
$$\begin{aligned}\frac{V_C}{V_A} &= \frac{P_{2-3}C}{P_{2-3}A} = \frac{0,48}{0,18}, \\V_C &= \frac{0,48}{0,18} V_A = \frac{0,48}{0,18} \cdot 36 = 96 \text{ м/с}.\end{aligned}$$

Швидкість шестерень 2–3 визначаємо за швидкістю точки А (або В і С)

$$\omega_{2-3} = \frac{V_A}{P_{2-3}A} = \frac{36}{0,18} = 200 \text{ с}^{-1}.$$

2.6.2 Задачі для розрахунку планетарного редуктора з паралельними осями

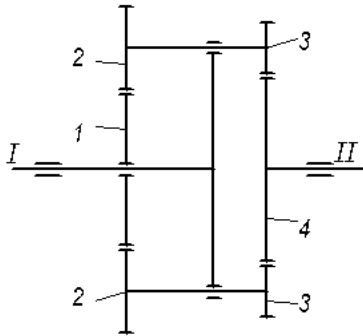
Задача № 1



Ведучий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а шестерня 1 – з кутовою швидкістю ω_1 за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 2 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

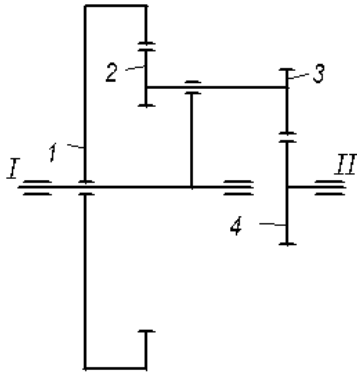
Задача № 2



Ведучий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 3, якщо $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,1 \text{ м}$.

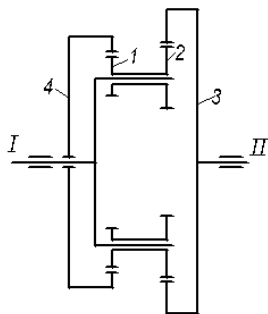
Задача № 3



Ведучий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а вал 1 – з кутовою швидкістю ω_1 – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 3, якщо $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 2 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,5 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,1 \text{ м}$.

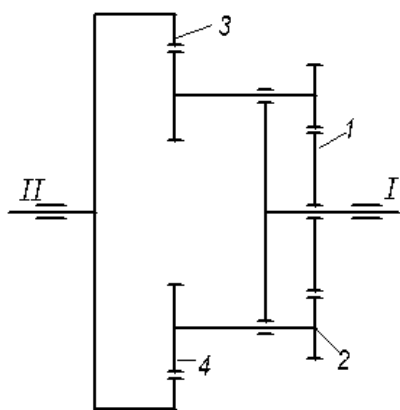
Задача № 4



Ведучий вал I та блок коліс 1 і 2 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і шестерні 4, якщо $\omega_1 = 5 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

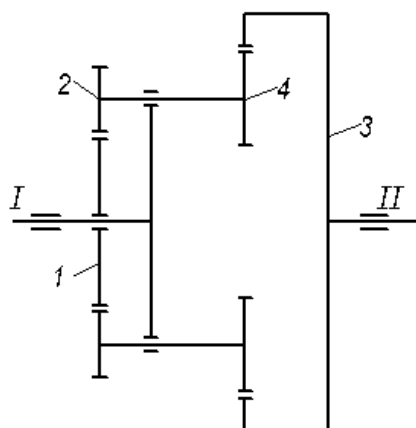
Задача № 5



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1 – з кутовою швидкістю ω_1 за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,5 \text{ м}$.

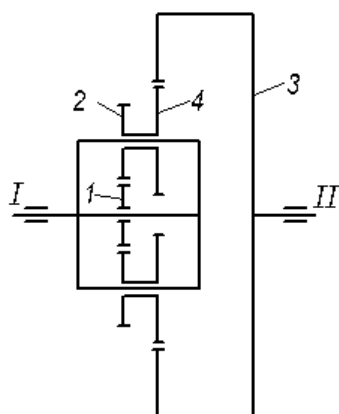
Задача № 6



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1 – з кутовою швидкістю ω_1 за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 8 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

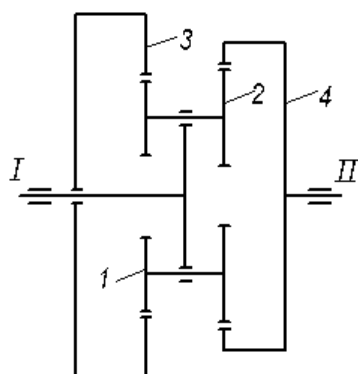
Задача № 7



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

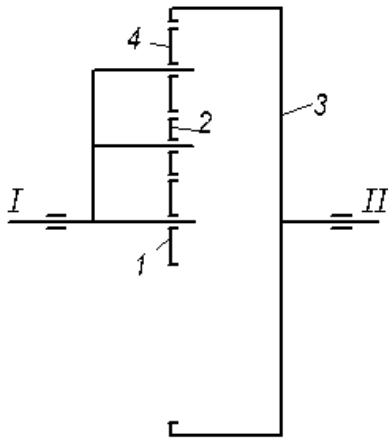
Задача № 8



Ведущий вал I та блок коліс 1 і 2 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і тіла 3, якщо $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $\omega = 5 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,4 \text{ м}$.

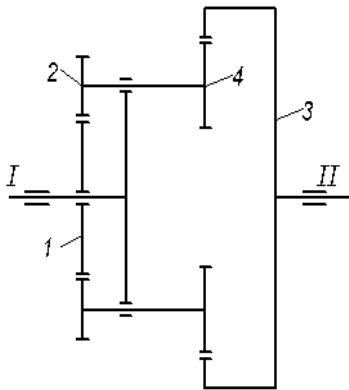
Задача № 9



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

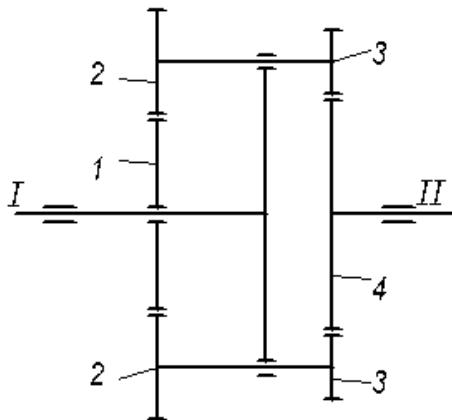
Задача № 10



Ведущий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,8 \text{ м}$.

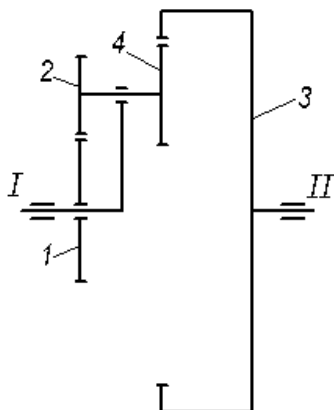
Задача № 11



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,6 \text{ м}$.

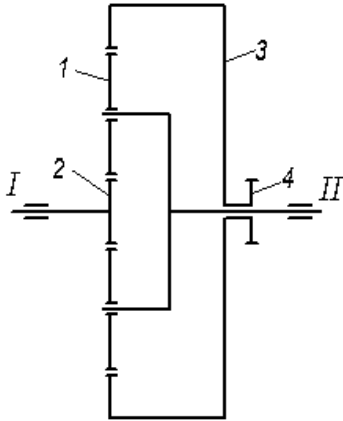
Задача № 12



Ведущий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,5 \text{ м}$.

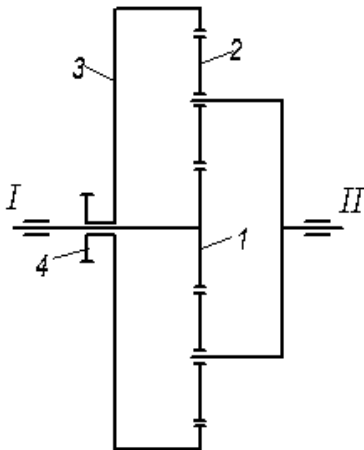
Задача № 13



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і коліс 2 та 4, якщо $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1^0 = 4 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$.

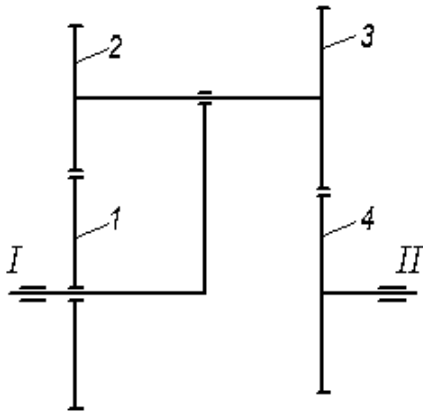
Задача № 14



Ведущий вал I та сателіт 2 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються відповідно з кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і колеса 3, якщо $\omega_1 = 5 \text{ с}^{-1}$; $\omega_2^0 = 1 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

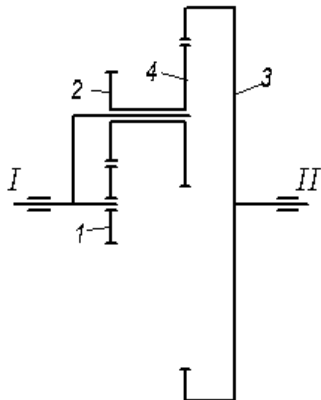
Задача № 15



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,2 \text{ м}$.

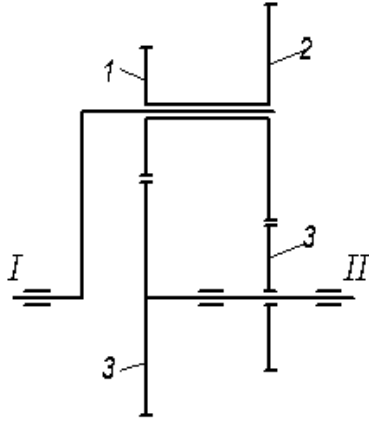
Задача № 16



Ведущий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються відповідно з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,8 \text{ м}$.

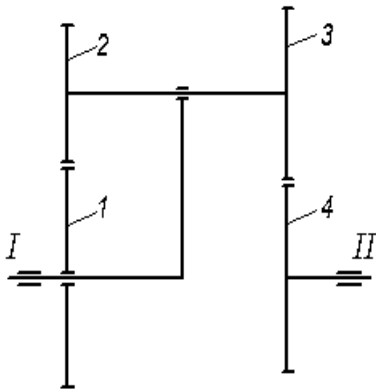
Задача № 17



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а сателіти 1 і 2, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і колеса 3, якщо $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1^{\circ} = 4^{\circ} \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,4 \text{ м}$.

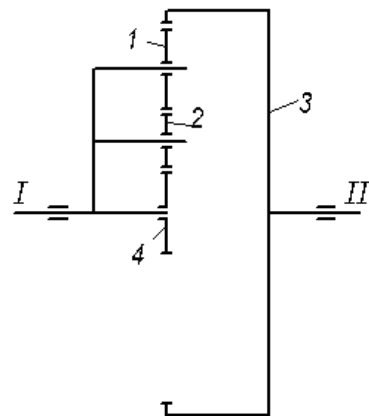
Задача № 18



Ведущий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 6 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1^{\circ} = 4^{\circ} \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,3 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,15 \text{ м}$.

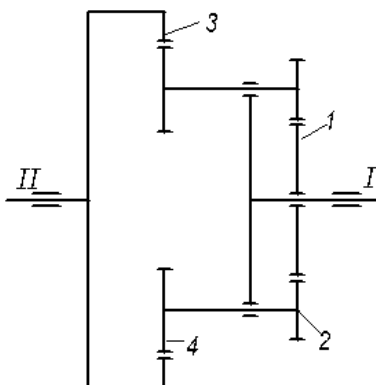
Задача № 19



Ведущий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а сателіт 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II, сателіта 2 та колеса 4, якщо $\omega_1^{\circ} = 5^{\circ} \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,8 \text{ м}$.

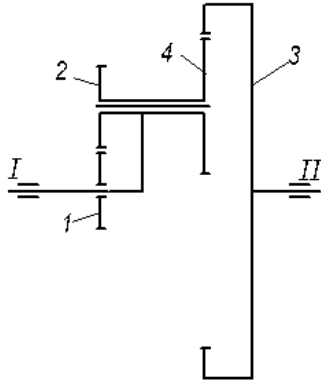
Задача № 20



Ведущий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1^{\circ} = 4^{\circ} \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,5 \text{ м}$.

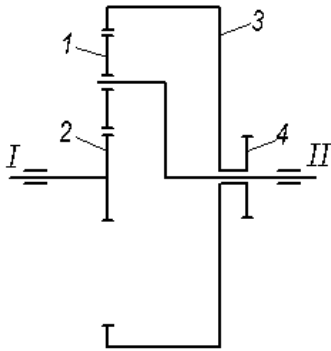
Задача № 21



Ведучий вал I планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а колесо 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,5 \text{ м}$.

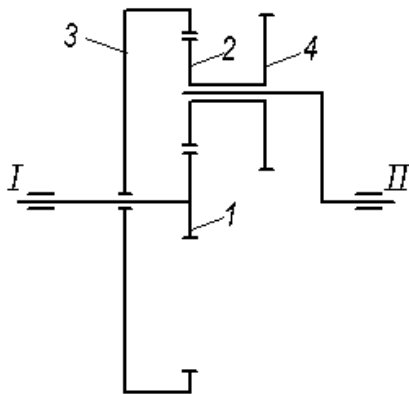
Задача № 22



Ведучий вал II та сателіт 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються відповідно з кутовими швидкостями ω_{II} і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_{II} = 20 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$.

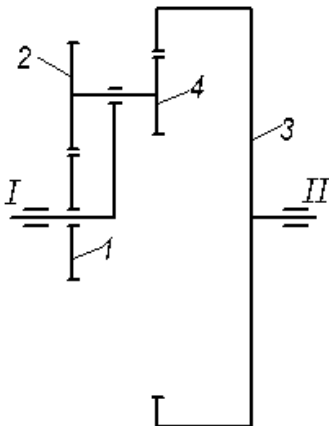
Задача № 23



Ведучий вал II планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_1 проти годинникової стрілки, а сателіти 2 (4), з кутовою швидкістю ω_2 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і колеса 3, якщо $\omega_{II} = 5 \text{ c}^{-1}$; $\omega_2 = 2 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

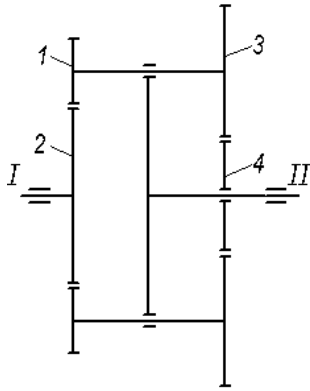
Задача № 24



Ведучий вал I та колесо 1 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і сателітів 2 та 4, якщо $\omega_1 = 5 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1 = 4 \text{ c}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,5 \text{ м}$.

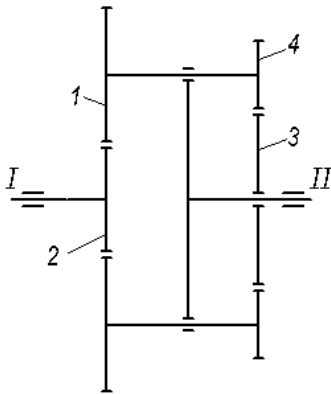
Задача № 25



Ведущий вал II планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_{II} проти годинникової стрілки, а сателіти 1 і 3, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і колеса 4, якщо $\omega_{II} = 10 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1^0 = 5^\circ \text{c}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,3 \text{ м}$; $r_3 = 0,2 \text{ м}$.

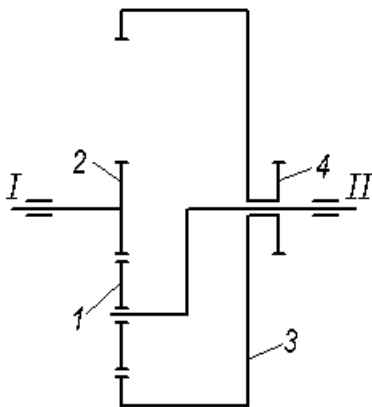
Задача № 26



Ведущий вал II та сателіти 1 і 4 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_{II} і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і колеса 3, якщо $\omega_{II} = 2 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1^0 = 4^\circ \text{c}^{-1}$; $r_1 = 0,3 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$; $r_3 = 0,3 \text{ м}$.

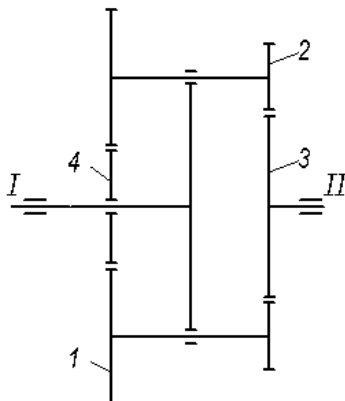
Задача № 27



Ведущий вал II планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_{II} проти годинникової стрілки, а сателіт 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і коліс 3 та 4, якщо $\omega_{II} = 6 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1^0 = 8^\circ \text{c}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

Задача № 28



Ведущий вал I та сателіти 1 і 2 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_1 і ω_1 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала II і колеса 4, якщо $\omega_1 = 2 \text{ c}^{-1}$; $\omega_1^0 = 4^\circ \text{c}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$; $r_3 = 0,3 \text{ м}$.

Задача № 29

Ведучий вал II планетарного редуктора з паралельними осями обертається з кутовою швидкістю ω_{II} проти годинникової стрілки, а сателіт 1, з кутовою швидкістю ω_1 , – за годинниковою стрілкою.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і колеса 3, якщо $\omega_{II} = 5 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1^0 = 20 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,1 \text{ м}$; $r_2 = 0,1 \text{ м}$.

Задача № 30

Ведучий вал II та сателіти 2 і 4 планетарного редуктора з паралельними осями обертаються, відповідно, з кутовими швидкостями ω_{II} і ω_2 проти годинникової стрілки.

Знайти кутові швидкості веденого вала I і колеса 3, якщо $\omega_{II} = 2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_2^0 = 10 \text{ с}^{-1}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$; $r_2 = 0,2 \text{ м}$.

3 ВІДПОВІДІ

2.1 Кінематичне дослідження руху точки

Номер задачі	$y=f(x)$, см	v , $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	a , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	a_T , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	a_n , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	ρ , см
1.	$x = -\frac{4}{9}y^2 + 3$	16,28	8,0	3,93	6,97	38,0
2.	$y = 5(1 - \frac{x}{4})$	5,80	7,0	7,0	0	∞
3.	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$	5,54	13,6	3,03	13,2	2,3
4.	$y = -\frac{12}{x+2}$	4,07	0,7	0,66	0,12	133,6
5.	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$	4,80	3,9	1,65	3,59	6,4
6.	$x = \frac{1}{18}y^2 + 8$	7,21	4,0	2,22	3,33	15,6
7.	$y = \frac{1}{3}(2x-23)$	6,0	7,2	7,20	0	∞

Номер задачі	$y=f(x)$, см	v , $\frac{\text{см}}{\text{с}}$	a , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	a_7 , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	a_n , $\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	ρ , см
8.	$\frac{x^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$	2,8	3,9	3,34	1,95	3,93
9.	$y = -\left(\frac{24}{x} + 10\right)$	6,0	0,30	0,02	0,295	122,5
10.	$\frac{x^2}{25} + \frac{(y+5)^2}{4} = 1$	3,26	4,87	3,18	3,69	2,9
11.	$x = 5 - \frac{y^2}{8}$	8,94	4	3,58	1,78	44,9
12.	$y = x - 3$	1,92	1,17	1,17	0	∞
13.	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$	9,59	22,98	1,3	22,9	0,54
14.	$y = \frac{9}{x+2}$	3,09	0,75	0,18	0,73	13,1
15.	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$	4,8	3,59	0,21	3,58	6,4
6.	$y = \frac{x^2}{2}$	8,9	4,0	3,58	1,78	44,9
17.	$y = x - 3$	1,9	1,16	1,16	0	∞
18.	$\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$	5,5	6,32	1,07	6,23	4,9
19.	$x = -\frac{2}{3}y^2$	6,7	12	10,75	5,34	8,41
20.	$y = x+2$	12,7	5,64	5,64	0	∞
21.	$\frac{(x+4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	4,62	4,77	3,26	3,48	6,13
22.	$x = y^2 - 3$	4,24	8,0	7,55	2,65	6,79
23.	$y = 3x - 4$	18,68	18,97	18,97	0	∞
24.	$\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	3,92	7,6	6,23	4,25	5,81
25.	$y = 4 - \frac{x^2}{18}$	7,21	4,0	2,22	3,33	15,62

Номер задачі	$y=f(x)$, см	$v, \frac{\text{см}}{\text{с}}$	$a, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	$a_{\tau}, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	$a_n, \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$	ρ , см
26.	$y = \frac{7}{4}x - \frac{58}{4}$	2,41	1,46	1,46	0	∞
27.	$\frac{(x+4)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$	5,26	4,77	2,86	3,81	7,26
28.	$x = 1 - \frac{3}{32}y^2$	14,42	12,0	9,87	6,65	31,25
29.	$x = \frac{1}{3}(5y - 16)$	7,0	11,7	11,7	0	∞
30.	$\frac{(x+4)^2}{16} + \frac{(y-6)^2}{16} = 1$	8,37	19,4	8,37	17,5	4,0

2.2 Рівняння руху точки плоского механізму та її кінематичне дослідження

Номер задачі	$y=y(t), \quad x=x(t), \quad (\text{м})$
1.	$x_M = 0,2(\pi t^2 - 2 \sin(\pi t^2)),$ $y_M = 0,2(1 - 2 \cos(\pi t^2)).$
2.	$x_M = 0,1(3 - 2(1 - \cos(\pi t))),$ $y_M = 0,1(4 \sin(\pi t)) + \sqrt{9 - (3 - 2(1 - \cos(\pi t)))^2}.$
3.	$x_M = 0,1(3 \cos(\pi t) - 0,5\sqrt{64 - (2 - 3 \sin(\pi t))^2},$ $y_M = 0,1(3 \sin(\pi t) + 0,5(2 - 3 \sin(\pi t))).$
4.	$x_M = 0,1(2 \cos(\pi t^2) + \frac{1}{37}(13\sqrt{37 - \sin^2(\pi t^2)} - 4 \sin(\pi t^2)),$ $y_M = \frac{4}{370}(6 \sin(\pi t^2) - \sqrt{37 - \sin^2(\pi t^2)}).$
5.	$x_M = \frac{1}{90}(8 \cos(\pi t) + 4\sqrt{81 - \cos^2(\pi t)}),$ $y_M = \frac{1}{90}(9 \sin(\pi t) + 4 \cos(\pi t) + \sqrt{81 - \cos^2(\pi t)}).$
6.	$x_M = \frac{1}{650}(130 \cos(\pi t^2) + 17\sqrt{65 - 4\sin^2(\pi t^2)} + 12 \sin(\pi t^2)),$ $y_M = \frac{6}{650}(\sqrt{65 - 4\sin^2(\pi t^2)} - \sin(\pi t^2)).$

Номер задачі	$y=y(t), \quad x=x(t), \quad (\text{м})$
7.	$x_M = \frac{1}{15} (6 \cos(\pi t) + \sqrt{36 - (4 \sin(\pi t) - 1)^2}),$ $y_M = \frac{1}{15} (1 + 2 \sin(\pi t)).$
7.	$x_M = \frac{1}{15} (6 \cos(\pi t) + \sqrt{36 - (4 \sin(\pi t) - 1)^2}),$ $y_M = \frac{1}{15} (1 + 2 \sin(\pi t)).$
8.	$x_M = 0,1 \cos(\pi t^2),$ $y_M = 0,1(\sin(\pi t^2) - \sqrt{16 - \cos(\pi t^2)}).$
9.	$x_M = 0,1(\cos(\pi t) + \sqrt{64 - \sin^2(\pi t)} + 3 \sin \alpha),$ $y_M = 0,1(1 - \cos \alpha),$ <p>де $\alpha = (9 - \cos(\pi t) - \sqrt{64 - \sin^2(\pi t)})$ рад.</p>
10.	$x_M = \frac{1}{20} (4 \cos(\pi t) + \sqrt{64 - (1 + 2 \sin(\pi t))^2}),$ $y_M = \frac{1}{20} (1 + 2 \sin(\pi t)).$
11.	$x_M = 0,1(4 \cos(2\pi t) + 3 \cos(4\pi t)),$ $y_M = 0,1(4 \sin(2\pi t) - 3 \cos(4\pi t)).$
12.	$x_M = 0,1(5 \cos(\pi t) - 2 \sin(\frac{5}{4}\pi t)),$ $y_M = 0,1(5 \sin(\pi t) - 2 \cos(\frac{\pi}{4}t)).$
13.	$x_M = 0,1(5 \sin(\pi t) + 2\sqrt{4 - 3\sin^2(\pi t)}),$ $y_M = 0,464 \sin(\pi t).$
14.	$x_M = \frac{0,1}{\sqrt{65}} (2\sqrt{65} \cos(\pi t) + \sin(\pi t) + 8\sqrt{16 - \sin^2(\pi t)}),$ $y_M = \frac{0,1}{\sqrt{65}} (2\sqrt{65} \sin(\pi t) - 8 \sin(\pi t) + \sqrt{16 - \sin^2(\pi t)}).$
15.	$x_M = 0,1 \left(2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \sqrt{16 - \sin^2\left(\frac{\pi}{2}t\right)} \right),$ $y_M = 0,1 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$
16.	$x_M = \pi t - 0,4 \sin(2\pi t),$ $y_M = 0,1(5 - 4 \cos(2\pi t)).$

Номер задачі	$y=y(t), \quad x=x(t), \quad (\text{м})$
17.	$x_M = 0,2(4 \cos(\pi t) - \cos(4\pi t)),$ $y_M = 0,2(4 \sin(\pi t) - 0,2 \sin(4\pi t)).$
18.	$x_M = 0,2(7 \sin(\frac{\pi t}{3}) - \sin(\frac{7\pi}{3} t)),$ $y_M = 0,2(7 \cos(\frac{\pi t}{3}) - \cos(\frac{7\pi}{3} t)).$
19.	$x_M = 0,1(2\pi t - 3 \sin(\pi t) - \sqrt{16 - (1 - \cos(\pi t))^2}),$ $y_M = 0,1(1 - \cos(\pi t)).$
20.	$x_M = 0,1(\beta - \sin \beta),$ $y_M = 0,1(1 - \cos \beta),$ де $\beta = (5\sqrt{1 - (0,8 - 0,6 \sin(\pi t))^2} - 3 \cos(\pi t))$ рад.
21.	$x_M = 0,5(\sqrt{1 - 0,125 \sin^2(\frac{\pi}{3} t^2)} - \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{3} t^2)),$ $y_M = 0,25\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{3} t^2).$
22.	$x_M = 0,2(6 \cos(2\pi t) + \sin(14\pi t)),$ $y_M = 0,2(6 \sin(2\pi t) + \cos(14\pi t)).$
23.	$x_M = 0,2\sqrt{4 - \sin^2(\pi t)},$ $y_M = 0,2 \sin(\pi t).$
24.	$x_M = 0,4(1 + 0,5 \cos(\pi t^2) - 0,4A),$ $y_M = 0,4(\sqrt{3} + 0,5 \sin(\pi t^2) + 0,1\sqrt{100 - 16A^2}),$ де $A = 2 + \cos \pi t^2.$
25.	$x_M = 0,1(\cos(\pi t) + 4 \sin(\pi t)),$ $y_M = 0,1(\sin(\pi t) + 4 \cos(\pi t)).$
26.	$x_M = 0,2(4 \sin(0,4\pi t^4) - \sin(1,6\pi t^4)),$ $y_M = 1 - 0,2(4 \cos(0,4\pi t^4) + \cos 1,6\pi t^4).$
27.	$x_M = 0,2(2\sqrt{3} \sin(\pi t) + \sqrt{4 - \sin^2(\pi t)}),$ $y_M = 0,2 \sin(\pi t).$
28.	$x_M = 0,2(\pi t - 1,5 \sin(\pi t)),$ $y_M = 0,2(1 - 1,5 \cos(\pi t)).$
29.	$x_M = 0,1(1 - \cos(\pi t^2)),$ $y_M = 0,1(2\pi t^2 - 2 \sin(\pi t^2) - \sqrt{9 - (1 - \cos(\pi t^2))^2}).$
30.	$x_M = 0,1(\cos \pi t) + \sin(\pi t) + 0,5\sqrt{63 + \sin(2\pi t)},$ $y_M = 0,05(\sin(\pi t) - \cos(\pi t)).$

2.3 Кінематика поступального та обертального рухів тіла

Номер задачі	V_A , м/с	$a_{A,2}$, м/с ²	V_M , м/с	$a_{M,2}$, м/с ²	Номер задачі	V_A , м/с	$a_{A,2}$, м/с ²	V_M , м/с	$a_{M,2}$, м/с ²
1.	2,4	15,7	2,4	29,2	16.	0,09	0,16	0,09	0,141
2.	0,17	0,48	0,52	1,02	17.	3	45,4	1,5	6,38
3.	0,15	0,78	0,6	3,5	18.	0,816	6,68	0,816	2,27
4.	0,11	0,18	0,028	0,05	19.	3	60,1	3	18,25
5.	0,27	0,30	0,27	0,40	20.	11,1	616,2	13,32	296,1
6.	1,2	4,32	0,3	0,75	21.	0,4	12,24	2	10
7.	0,54	1,03	1,72	1,38	22.	0,724	1,38	0,724	2,66
8.	8	162	8	321	23.	0,222	0,385	0,222	0,603
9.	0,11	0,18	0,028	0,044	24.	14,5	52563	72,5	26281
10.	0,21	12,1	0,52	1,93	25.	6,885	239	6,885	161
11.	9,6	12,1	0,52	1,93	26.	0,056	0,88	0,056	0,088
12.	0,44	1,21	0,11	0,21	27.	0,548	0,82	0,274	0,409
13.	14,5	527	3,62	66,5	28.	16,65	2772	16,65	924,3
14.	29,6	8180	29,6	2191	29.	3	60,1	3	18,25
15.	0,6	1,897	0,6	0,937	30.	11,1	616,2	11,1	296,1

2.4 Кінематичний аналіз плоского механізму

Номер задачі	V_B , м/с	V_M , м/с	a_B , м/с ²	a_M , м/с ²
1.	0,6	0,75	4,9	5,6
2.	0,29	1,01	0,34	6,05
3.	0,07	0,06	0,002	0,19
4.	0,27	0,22	0,39	0,002
5.	1,86	1,34	26,2	19,1
6.	1,58	0,14	5,4	0,68
7.	1,98	0,99	11,09	6,5
8.	1,14	1,18	0,72	10,3
9.	1,39	0,9	2,58	2,9
10.	1,5	1,96	7,7	16,15
11.	5,22	2,64	17,08	9,5
12.	0,57	0,48	1,66	1,4
13.	0,8	0,56	3,6	2,62
14.	0,9	0,59	0,72	0,86
15.	2	1,6	20	0,012
16.	0,39	0,41	0,74	0,62

Номер задачі	$V_{6,}$ м/с	$V_{M,}$ м/с	$a_{6,}$ м/с ²	$a_{M,}$ м/с ²
17.	2,27	1,79	1,7	0,19
18.	0,6	0,62	1,79	1,41
19.	2	1,73	26,5	9,5
20.	0,66	0,65	3,09	4,1
21.	0,29	0,37	0,69	1,2
22.	2	1,7	12,8	27,9
23.	0,3	0,31	1,54	0,98
24.	0,75	0,74	2,98	1,13
25.	0,78	0,76	1,6	0,1
26.	1,58	1,62	6,3	0,67
27.	1,6	1,04	29,8	5,2
28.	1,5	1,09	5,2	10,3
29.	1	0,87	2,5	1,9
30.	12,6	7,2	215,6	93,7

2.5 Складний рух точки

Номер задачі	$V_M,$ м/с	$a_M,$ м/с ²	Номер задачі	$V_M,$ м/с	$a_M,$ м/с ²
1.	0,637	5,022	16.	102,36	2560,1
2.	10,17	24,52	17.	65,52	131,93
3.	58,79	389,64	18.	132,76	5578,2
4.	34,26	105,8	19.	34,6	113,21
5.	35	206,32	20.	151,1	4585,6
6.	19,78	113,14	21.	39,72	950,11
7.	167,8	113,14	22.	10,72	5,26
8.	8,5	18,34	23.	19,11	73,8
9.	67,7	1063,4	24.	45,84	334,1
10.	63,1	1135,1	25.	26,04	169,64
11.	4,83	6,28	26.	9,02	18,56
12.	96,49	893,5	27.	41,7	127,5
13.	19,1	83,7	28.	2,1	6,4
14.	17,41	65,22	29.	109,91	2471,4
15.	21,13	127,22	30.	8,9	12,43

2.6 Складний рух тіла

Номер задачі	Кутові швидкості, с^{-1}	Номер задачі	Кутові швидкості, с^{-1}
1.	$\omega_{II}=10; \omega_2=5; \omega_4=10$	16.	$\omega_{II}=2,06; \omega_2=1,5$
2.	$\omega_{II}=0,5; \omega_2=11$	17.	$\omega_{II}=3,5; \omega_3=6$
3.	$\omega_{II}=20; \omega_2=20$	18.	$\omega_{II}=2,4; \omega_2=12$
4.	$\omega_{II}=4,67; \omega_4=4,8$	19.	$\omega_{II}=3,3; \omega_2=19; \omega_4=2$
5.	$\omega_{II}=4; \omega_2=5,5$	20.	$\omega_2=0,4; \omega_2=2$
6.	$\omega_{II}=20; \omega_2=34$	21.	$\omega_2=12,8; \omega_2=17$
7.	$\omega_{II}=3; \omega_2=4$	22.	$\omega_I=36; \omega_3=11,3$
8.	$\omega_{II}=8; \omega_3=8,75$	23.	$\omega_I=12; \omega_2=2,7$
9.	$\omega_{II}=0; \omega_2=7; \omega_4=3$	24.	$\omega_{II}=5,2; \omega_2=6$
10.	$\omega_{II}=6,5; \omega_2=8$	25.	$\omega_I=15; \omega_4=25$
11.	$\omega_{II}=2; \omega_2=14$	26.	$\omega_I=1,0; \omega_3=0,7$
12.	$\omega_{II}=0,6; \omega_2=3$	27.	$\omega_I=2; \omega_3=1,3$
13.	$\omega_{II}=14; \omega_3=0,4$	28.	$\omega_{II}=4; \omega_4=8$
14.	$\omega_{II}=16; \omega_3=4$	29.	$\omega_I=30; \omega_3=3,3$
15.	$\omega_{II}=70; \omega_2=26$	30.	$\omega_I=6; \omega_3=4,6$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Павловський М. А. Теоретична механіка : [підручник] / Павловський М. А. – К. : Техніка, 2002. – 512 с.
2. Теоретична механіка : підр. для студ. вищ. навч. техн. закл. / Кол. авторів ; за заг. ред. І. В. Кузьо. – Харків : Фоліо, 2017. – 780 с.
3. Видмиш А. А. Збірник завдань для самостійної роботи з теоретичної механіки. Статика. Кінематика : збірник завдань / Видмиш А. А., Приятельчук В. О., Федотов В. О. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 128 с.
4. Приятельчук В. О. Теоретична механіка. Кінематика. Розрахунково-графічні та контрольні завдання : [навч. пос.] / В. О. Приятельчук, В. І. Риндюк, В. О. Федотов – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 105 с.
5. Огородніков В. А. Теоретична механіка. Кінематика. Конспект лекцій : навчальний посібник / В. А. Огородніков, В. О. Федотов, В. Є. Перлов. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 69 с.
6. Огородніков В. А. Теоретична механіка. Кінематика. Організація самостійної роботи студентів : навчальний посібник / В. А. Огородніков, В. О. Федотов, А. В. Губанов, І. В. Федотова. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 85 с.
7. Теоретична механіка : збірник задач / [О. С. Апостолюк, В. М. Воробйов, Д. І. Ільчишина та ін.] ; за ред. М. А. Павловського – К. : Техніка, 2007. – 400 с.

Навчальне видання

**Федотов Валерій Олександрович
Віштак Інна Вікторівна
Кириця Інна Юріївна**

**ПРАКТИКУМ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
СТУДЕНТІВ З ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ.
КІНЕМАТИКА**

Практикум

Рукопис оформив *В. Федотов*

Редактор *В. Дружиніна*

Оригінал-макет виготовив *О. Ткачук*

Підписано до друку 15.03.2019.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 4,26.
Наклад 50 (1-й запуск 1-21) пр. Зам. № 2019-040.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua;
E-mail: kivc.vntu@gmail.com.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.