

**В. В. Кухарчук**

***ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ  
ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ***

**Частина I**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**В. В. Кухарчук**

***ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ  
ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ***

**Частина I**

Конспект лекцій

Вінниця  
ВНТУ  
2020

УДК 006.91+621.317](075.8)  
К95

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерством освіти і науки України (протокол № 12 від 26 червня 2018 р.)

Рецензенти:

*А. Я. Кулик*, доктор технічних наук, професор

*В. Ю. Кучерук*, доктор технічних наук, професор

*П. Д. Лежнюк*, доктор технічних наук, професор

**Кухарчук, В. В.**

К95      Основи метрології та електричних вимірювань. Частина I : конспект лекцій / В. В. Кухарчук – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 148 с.

У конспекті лекцій наведено основні поняття метрології та експериментальної інформатики, сучасні підходи до оцінювання похибки результатів і невизначеності вимірювань, метрологічної атестації засобів вимірювальної техніки, подано принципи побудови електромеханічних і електронних засобів вимірювань.

Конспект лекцій дисципліни «Основи метрології та електричних вимірювань» відповідає вимогам державних стандартів України і призначений для студентів спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

**УДК 006.91+621.317](075.8)**

## ЗМІСТ

	<b>ВСТУП.....</b>	<b>6</b>
	<b>ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ</b>	
<b>Лекція 1</b>	<b>МЕТРОЛОГІЯ – НАУКА ПРО ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	<b>7</b>
1.1	Основні поняття метрології.....	7
1.2	Поняття про фізичну величину.....	10
1.3	Систематизація фізичних величин.....	11
<b>Лекція 2</b>	<b>ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ВИМІРЮВАННЯ. КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ.....</b>	<b>14</b>
2.1	Основне рівняння вимірювання.....	14
2.2	Класифікація вимірювань.....	16
<b>Лекція 3</b>	<b>ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ.....</b>	<b>21</b>
3.1	Вимірювальні пристрої.....	21
3.2	Засоби вимірювань.....	24
3.3	Методи вимірювань.....	26
<b>Лекція 4</b>	<b>ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ.....</b>	<b>29</b>
4.1	Класифікація похибок вимірювання.....	32
4.2	Класифікація систематичних похибок.....	33
4.3	Способи вилучення систематичних похибок.....	36
4.4	Випадкові похибки.....	38
4.5	Оцінювання випадкових похибок прямих вимірювань.....	40
<b>Лекція 5</b>	<b>ВЛАСТИВОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ.....</b>	<b>44</b>
5.1	Статичні метрологічні характеристики.....	44
5.2	Похибки засобів вимірювань.....	47
5.3	Нормування похибок засобів вимірювання.....	50
5.4	Повірка засобів вимірювальної техніки.....	55
	<b>АНАЛОГОВІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ</b>	
<b>Лекція 6</b>	<b>ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ.....</b>	<b>58</b>
6.1	Узагальнена структурна схема вимірювального механізму.....	58
<b>Лекція 7</b>	<b>МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	<b>62</b>
7.1	Магнітоелектричний амперметр.....	62
7.2	Магнітоелектричний логометр.....	65
7.3	Магнітоелектричний вольтметр.....	66

<b>Лекція 8</b>	<b>ЕЛЕКТРОМАГНІТІ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ .....</b>	<b>69</b>
8.1	Електромагнітний вимірювальний механізм .....	69
8.2	Електростатичні вольтметри.....	71
<b>Лекція 9</b>	<b>ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ .....</b>	<b>74</b>
9.1	Електродинамічний вимірювальний механізм .....	74
9.2	Електродинамічний амперметр .....	76
9.3	Електродинамічний вольтметр .....	77
9.4	Електродинамічний ватметр .....	79
<b>Лекція 10</b>	<b>ВИМІРЮВАННЯ СТРУМІВ І НАПРУГ .....</b>	<b>82</b>
10.1	Вимірювання струмів .....	82
10.2	Вимірювання напруг .....	84
10.3	Вимірювальні трансформатори змінного струму та напруги .....	87
<b>Лекція 11</b>	<b>ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ.....</b>	<b>90</b>
11.1	Вимірювання активної потужності в трифазних колах. Вимірювання в симетричному колі .....	90
11.2	Вимірювання реактивної потужності .....	95
11.3	Вимірювання потужності опосередкованим методом .....	98
<b>Лекція 12</b>	<b>ОБЛІК ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ.....</b>	<b>102</b>
12.1	Індукційний лічильник електричної енергії.....	102
12.2	Нормування похибок лічильника.....	105
<b>ЕЛЕКТРОННІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ</b>		
<b>Лекція 13</b>	<b>ЕЛЕКТРОННІ ВОЛЬТМЕТРИ.....</b>	<b>107</b>
13.1	Електронні вольтметри постійних напруг .....	107
13.2	Електронні вольтметри змінних напруг .....	109
<b>Лекція 14</b>	<b>ЕЛЕКТРОННІ ЧАСТОТОМІРИ І ФАЗОМЕТРИ.....</b>	<b>111</b>
14.1	Електронні частотоміри .....	111
14.1.1	Суть методу заряду і розряду конденсатора .....	111
14.1.2	Електронний конденсаторний частотомір .....	112
14.2	Електронні фазометри .....	113
14.2.1	Електронний фазометр час-імпульсного перетворення .....	113
<b>Лекція 15</b>	<b>ЕЛЕКТРОННІ ВАТМЕТРИ.....</b>	<b>117</b>
15.1	Електронний ватметр з квадраторами .....	118
15.2	Електронний ватметр з сенсорами Холла .....	119

<b>Лекція 16</b>	<b>МОСТОВІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ.....</b>	<b>121</b>
16.1	Міст Уітстона. Загальна теорія мостових схем.....	121
16.2	Вимірювальні мости постійного струму .....	123
16.2.1	Одинарний (чотириплечий) міст постійного струму .....	123
16.2.2	Подвійний (шестиплечий) міст постійного струму.....	124
16.3	Вимірювальні мости змінного струму. Мости для вимірювання ємності .....	126
16.4	Мости для вимірювання параметрів котушок індуктивності .....	129
16.5	Автоматичний міст постійного струму.....	130
<b>Лекція 17</b>	<b>КОМПЕНСАЦІЙНІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ .....</b>	<b>133</b>
17.1	Компенсатори постійного струму. Дві схеми компенсації напруги .....	133
17.2	Компенсатор постійного струму .....	134
17.3	Компенсатори змінного струму.....	135
<b>Лекція 18</b>	<b>ОСЦИЛОГРАФИ .....</b>	<b>138</b>
18.1	Світлопроменевий осцилограф.....	138
18.2	Електронно-променевий осцилограф .....	140
18.3	Вимірювання параметрів сигналів. Метод каліброваних шкал.....	142
	<b>ЛІТЕРАТУРА.....</b>	<b>144</b>
	Додаток А.....	146
	Додаток Б .....	147
	Додаток В.....	148

## ВСТУП

Термін *«метрологія»* у перекладі з латини metron – міра, logos – слово означає вчення про міри і містить тільки первинний зміст цього поняття. Зміст сучасної метрології значно ширший, оскільки – це наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності та способи досягнення необхідної точності.

Основними розділами метрології є: теорія вимірювань; теорія похибок; одиниці вимірювань та їхня фізична реалізація; методи та засоби вимірювань; умови та об'єкт вимірювання; властивості засобів вимірювання та ін. Основним завданням метрології є пізнання, яке у науковій літературі називають *гносеологією*.

Числові значення результатів вимірювань кількісно характеризують об'єкти навколишнього світу, що дозволяє встановлювати діючі в ньому закономірності. Тому засоби вимірювання є інструментом пізнання, а метрологія відноситься до гносеології і її вихідні поняття є елементами пізнання. Метрологія є теоретичною основою вимірювальної техніки.

Числові значення фізичної величини отримують за допомогою засобів вимірювальної техніки, які залежно від виду фізичної величини розподілені на три основних групи: вимірювання електричних величин; магнітометрія; вимірювання неелектричних величин. Залежно від того, як подають результат, засоби вимірювання поділяють на аналогові і цифрові.

Пропонований конспект лекцій з дисципліни «Основи метрології та електричних вимірювань» повністю відповідає навчальним планам підготовки фахівців спеціальності 141 – електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. Основними розділами цього конспекту є такі. Основи метрології: основні поняття, види, методи та засоби вимірювань; теорія похибок вимірювань; властивості засобів вимірювань та їхні основні метрологічні характеристики. Електромеханічні засоби вимірювань: амперметри, вольтметри, ватметри, лічильники, фазометри, частотоміри. Електронні засоби вимірювань: електронні вольтметри постійних і змінних напруг, електронні частотоміри і фазометри, електронні ватметри, мости, компенсатори і осцилографи. Вивчення студентами цих розділів дозволить змістовно використовувати їх на практиці вимірювань, оцінювати похибки вимірювань, нормувати похибки засобів вимірювань, обирати необхідний для конкретної інженерної задачі прилад залежно від діапазону зміни вхідної величини, необхідної точності, чутливості і швидкодії.

# ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ

## **Лекція 1 МЕТРОЛОГІЯ – НАУКА ПРО ВИМІРЮВАННЯ**

### **1.1 Основні поняття метрології**

**Метрологією** (від грецьких *метрон* - міра і *логос* - учення) називають науку про вимірювання, методи й засоби забезпечення їх єдності та способи досягнення необхідної точності.

Метрологія відрізняється від інших природничих наук тим, що її фундаментальні положення приймаються за угодами, а не диктуються об'єктивними закономірностями. Це підкреслює наявність так званої законодавчої метрології – частини метрології, що містить положення, правила, вимоги та норми, які регламентуються і контролюються державою для забезпечення єдності вимірювань.

**Єдність вимірювань** - це стан вимірювань, за яким їх результати подаються в узаконених одиницях, а похибки вимірювань відомі із заданою ймовірністю.

Метрологія є теоретичною основою вимірювальної техніки, а її розвиток полягає, насамперед, в удосконаленні теоретичних основ вимірювань, узагальненні практичного досвіду в галузі вимірювань і формуванні подальшого розвитку засобів вимірювальної техніки.

Нормативною основою метрології є державні стандарти та інші документи державної системи забезпечення єдності вимірювань (ДСВ), відповідні нормативні документи Держстандарту України, методичні вказівки та рекомендації.

Організаційною основою метрології є метрологічна служба України.

Технічною основою метрології є:

- система державних еталонів одиниць фізичних величин, яка забезпечує їх відтворення з найвищою точністю;
- система робочих еталонів і зразкових засобів вимірювань, за допомогою яких здійснюється передача розмірів одиниць фізичних величин робочим засобам вимірювань;
- система стандартних зразків складу та властивостей речовин і матеріалів, що забезпечує відтворення одиниць фізичних величин, які характеризують склад і властивості речовин і матеріалів;
- система робочих засобів вимірювальної техніки, які використовуються під час розроблення, виробництва, випробувань і ек-



плуатації продукції, наукових досліджень та інших видів діяльності.

**Предметом метрології** є отримання кількісної і якісної інформації про властивості об'єктів і процесів, встановлення й застосування наукових і організаційних основ, технічних засобів, правил і норм, необхідних для досягнення єдності і потрібної точності.

**Методи метрології** – це сукупність фізичних і математичних методів, що використовуються для отримання вимірювальної інформації. До них належать: методи вимірювання, відтворення величин заданого розміру, порівняння величин, вимірювальне перетворення, обробка результатів спостережень, планування вимірювального експерименту.

**Засоби метрології** – різноманітні засоби вимірювань і контролю, які вдосконалюються й розвиваються на основі об'єктивних законів.

Таким чином, засоби метрології містять:

- сукупність засобів вимірювання й контролю;
- систему державних еталонів одиниць фізичних величин;
- систему передачі розмірів одиниць фізичних величин від еталонів усім засобам вимірювання за допомогою зразкових засобів перевірки;
- систему обов'язкової державної і відомчої повірки або метрологічної атестації засобів вимірювання;
- систему стандартних зразків складу і властивостей речовин, матеріалів.

**Напрямки метрології.** Розвиваючись швидкими темпами, метрологія поділяється на ряд самостійних розділів:

- теорія вимірювань;
- теорія похибок;
- інформаційна теорія вимірювань;
- теорія інформаційно-вимірювальних систем;
- статистичні вимірювання;
- вимірювання електричних і магнітних величин;
- вимірювання неелектричних величин.

Вимірювальна інформація – одна із складових частин пізнання людиною матеріального світу за допомогою експериментальних методів пізнання. До методів експериментальної інформатики відносять: сприйняття, порівняння, відтворення, спостереження, лічбу, контроль, вимірювання, розпізнавання образів, діагностику, ідентифікацію, випробування, експериментальні дослідження.

**Сприйняття** є відображення найпростіших характеристик довколишнього середовища органами чуття (відчуття) людини або спеціальними тех-

нічними засобами (сенсорами, індикаторами) - сигналами, зручними для подальшого використання.

**Порівняння** - відображення подібності чи відмінності об'єктів логічним висновком.

Загальновідомою є теза «Все пізнається в порівнянні».

**Відтворення** у метрології є створення матеріальних об'єктів, що характеризуються фізичною величиною наперед заданого значення за допомогою спеціального технічного засобу, який називають мірою.

**Спостереження** - відображення властивості, залежності, стану або ситуації словесним чи графічним описом.

Спостереження є таким методом пізнання, який здійснюється за допомогою як органів чуття людини, так і спеціальних технічних засобів.

**Лічба** - відображення кількісної властивості певної сукупності матеріальних якісно однорідних предметів числом.

Для здійснення лічби необхідно розрізнити кожен об'єкт із сукупності об'єктів. Лічба ґрунтується на понятті одиниці. У V ст. до Р.Х. Евдокс писав: «Одиниця – це те, згідно з чим кожна окрема річ зветься однією. Число – це множина, складена з одиниць».

**Вимірювання** - відображення вимірюваних величин їхніми значеннями шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів.

Вимірювання є комплексною інформаційною процедурою, що ґрунтується на використанні щонайменше двох методів пізнання: відтворення і порівняння.

**Контроль** - відображення відповідності між станом об'єкта і заданою нормою відповідним висновком (придатний, непридатний).

Підлягає контролю, головним чином, стан предметів виробництва та навколишнього середовища. В техніці переважає контроль фізичних величин та параметрів процесів.

Контроль параметрів – відображення співвідношення між контрольованим параметром та нормою.

**Ідентифікація** - відображення залежності між величинами, що характеризують матеріальний об'єкт, математичною або логічною моделлю.

Ідентифікацію розпочинають із визначення типу моделі об'єкта, що відображає залежність між його параметрами, після чого визначають основні параметри моделі, ступінь, точність і вірогідність оцінки.

**Діагностика** - відображення загального стану об'єкта та причин цього стану діагнозом із зазначенням особливостей стану і локалізацією відхилень від норм.

**Розпізнавання об'єктів** - відображення даного об'єкта за сукупністю його властивостей одним із класів множини цих об'єктів.

Розпізнавання об'єктів проводиться шляхом сприйняття їхніх характеристик, порівняння й аналізу на основі попередньої класифікації цієї множини об'єктів.

**Випробування** - відображення стану досліджуваного об'єкта під час дії на нього сукупності регламентованих факторів сертифікатом.

**Експериментальні дослідження** - відображення складного матеріального об'єкта або ситуації, що характеризується сукупністю взаємопов'язаних величин, системою відповідних моделей.

Важливе місце серед експериментальних методів пізнання займають вимірювання, за допомогою яких отримують необхідну кількісну та якісну інформацію.

**Контрольні питання:**

Розкрийте поняття «метрологія».

Наведіть п'ять основних напрямків метрології.

Що є предметом метрології? Назвіть методи й засоби метрології.

Назвіть основні методи експериментальної інформатики.

Розкрийте поняття «вимірювання».

Розкрийте поняття «контроль».

Розкрийте поняття «діагностика».

## 1.2 Поняття про фізичну величину

**Фізична величина (ФВ)** – це властивість, загальна в якісному відношенні у багатьох матеріальних об'єктів та індивідуальна в кількісному відношенні у кожного з них.

ФВ – властивість явища чи об'єкта, яка може бути розрізнена якісно і визначена кількісно.

Формалізованим відображенням якісних відмінностей вимірюваних величин є їх *розмірність*, а кількісною характеристикою – їхній *розмір*.

Фізична величина, що входить у систему величин і прийнята за незалежну від інших величин цієї системи, є **основною ФВ**, а ФВ, що входить у систему величин та визначається через основні величини цієї системи, є **похідною ФВ**.

**Розмірністю ФВ** є вираз, що відображає її зв'язок з основними величинами системи величин:

- *основної ФВ* – умовний символ ФВ у даній системі величин;

- *похідної ФВ* – добуток розмірностей основних величин, піднесених до відповідних степенів.

*Наприклад:* розмірність швидкості  $V$  у системі величин  $L$  (довжина),  $M$  (маса),  $T$  (час) –  $\dim V = LT^{-1}$ .

**Одиницею ФВ** є величина певного розміру, прийнята за угодою для кількісного відображення однорідних із нею величин.

*Основна одиниця* – одиниця основної ФВ в певній системі величин.

*Похідна одиниця* – одиниця похідної ФВ в певній системі одиниць

*Позасистемна одиниця* – одиниця величини, що не належить до цієї системи одиниць.

У країнах світу загальноприйнятою є Міжнародна система одиниць ФВ (Systeme Internationale d'unités, SI), яка була прийнята XI Генеральною конференцією з мір та ваги (Conference Generale des Poids et Mesures, CGPM, ГКМВ) у жовтні 1960 року і уточнювалася на XII-XX ГКМВ.

Система складається з 7 основних і 2 додаткових одиниць (Додаток А), а також 113 похідних одиниць, зокрема, одиниць електричних і магнітних величин - 40.

Основні одиниці системи SI: довжина – метр (*m*); маса – кілограм (*kg*); час – секунда (*s*); сила електричного струму – ампер (*A*); термодинамічна температура – кельвін (*K*); сила світла – кандела (*cd*); кількість речовини – моль (*mol*), а додаткові одиниці: плоский кут – радіан (*rad*); тілесний кут – стерадіан (*sr*) (Додаток Б).

Основна одиниця електрики і магнетизму – **ампер**, що дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках безмежної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розташованих на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликав би на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

18 похідних одиниць SI ГКМВ мають спеціальні назви і 16 одиниць, які мають назви за прізвищами учених, в тому числі: ват (*Вт, W*), вебер (*Вб, Wb*), вольт (*В, V*), генрі (*Гн, H*), герц (*Гц, Hz*), кулон (*Кл, C*), ом (*Ом, Ω*), сименс (*См, S*), тесла (*Тл, T*), фарад (*Ф, F*).

Наприклад: електронвольт (eV) – позасистемна одиниця енергії відносно системи SI; доба, година, хвилина – позасистемні одиниці часу відносно системи SI.

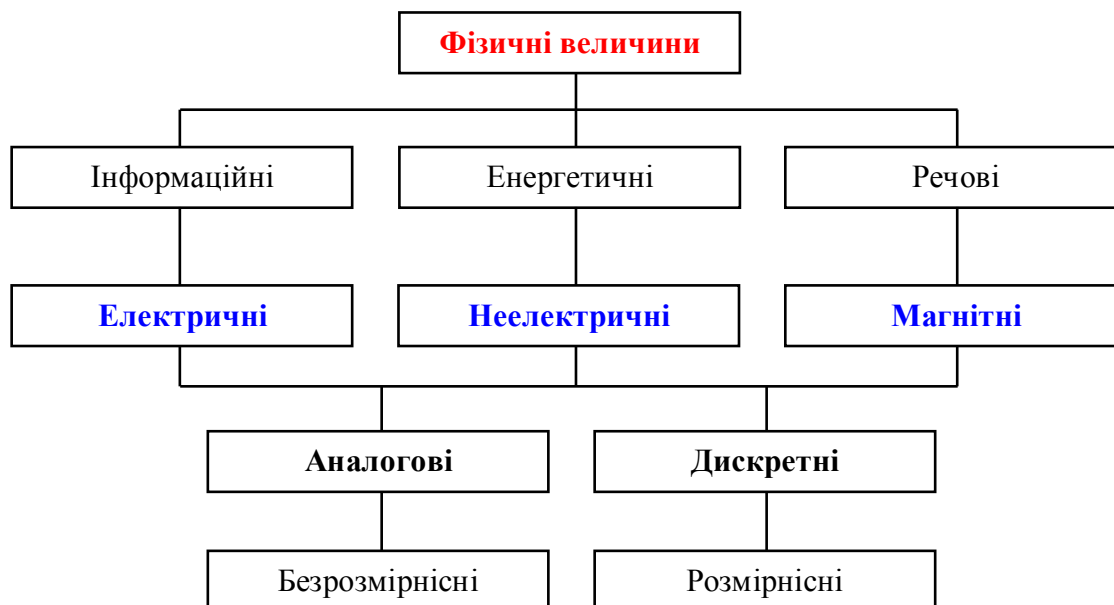
На практиці широко застосовуються кратні та частинні одиниці ФВ.

**Кратна одиниця ФВ** – це одиниця величини, яка в ціле число разів більша за одиницю, від якої вона утворюється (Додаток В).

**Частинна одиниця** – одиниця, яка в ціле число разів менша за одиницю, від якої вона утворюється (Додаток В).

### 1.3 Систематизація фізичних величин

Розгляд фізичних величин в їхніх різних аспектах обмежимо лише тими ознаками, які викликають найбільший інтерес з точки зору отримання вимірювальної інформації (рис.1.1).



**Рисунок 1.1**

Основною ознакою систематизації є належність величин до однієї з трьох основних сторін явища – *речової, енергетичної та інформаційної*.

Вимірювання величин **речової** групи необхідне для вивчення фізичних і фізико-хімічних властивостей матеріалів, речовин і їх складу для управління технологічними процесами.

Вимірювання величин **енергетичної** групи необхідне для вивчення і управління процесами перетворення, передавання і використання енергії.

Величини **інформаційної** групи відображають динамічні та статичні характеристики процесів. Вимірювання цих величин необхідне для якісного і ефективного управління.

За родом величини всі фізичні величини поділяють на **електричні, неелектричні, магнітні**.

Відзначимо, що число електричних і магнітних ФВ, що підлягають вимірюванню, нині стабілізувалось і не перевищує 100. У той самий час число неелектричних ФВ, які вимірюються і які необхідно вимірювати, з кожним роком зростає і на початок ХХІ ст. перевищило 4000. Це свідчить про пріоритетний розвиток аналітичного приладобудування, засобів технологічного контролю, засобів вимірювань і контролю навколишнього середовища, а також засобів контролю речовин, матеріалів і виробів.

За числом значень, які може набути вимірювана величина на скінченному проміжку часу чи простору, ФВ поділяються на **неперервні** (аналогові) й дискретні.

Аналоговою називають фізичну величину, яка на скінченному часовому інтервалі в заданому діапазоні набуває нескінченної кількості значень.

Квантованою називають фізичну величину, що поділена на однакові за розміром частини – кванти.

За наявністю розмірності розрізняють **розмірнісні (абсолютні) ФВ**, **безрозмірнісні (відносні) ФВ**.

Розмірнісна величина, в розмірності якої розмірність хоча б однієї з основних величин піднесена до степеня, що не дорівнює нулю.

Безрозмірнісна величина, в розмірності якої всі степені розмірностей основних величин дорівнюють нулю.

**Контрольні питання:**

1. В чому суть основного поняття метрології - фізичної величини?
2. Розкрийте основні напрямки метрології.
3. Які методи належать до методів метрології?
4. Чому метрологія є наукою про вимірювання?
5. Які складові відносять до законодавчої метрології?
6. Як Ви розумієте організаційну основу метрології?
7. Технічна основа метрології – що це за напрям метрології?
8. Дайте поняття і наведіть приклади фізичних величин.
9. Наведіть систематизацію ФВ.
10. Наведіть приклади електричних величин.
11. Які ФВ відносять до магнітних?
12. Яка основна особливість неелектричних величин?
13. Які ФВ відносять до інформаційних, енергетичних, речових?
14. На які три великі класи поділяють ФВ за її родом?
15. Наведіть приклади аналогових і дискретних ФВ.
16. За яким критерієм ФВ поділяють на аналогові (неперервні) і дискретні (перервні)?

## Лекція 2 ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ ВИМІРЮВАННЯ. КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ

### 2.1 Основне рівняння вимірювання

Відмінність ФВ, визначена різними властивостями явищ, відображає лише одну їхню сторону – якісну. А поняття ФВ містить й іншу сторону – кількісну, що є індивідуальною для кожного об'єкта і оцінюваною числовим значенням величини. Останнє дає можливість порівнювати фізичні величини і виконувати над ними математичні операції.

Отримання достовірної кількісної експериментальної інформації про розмір ФВ – це основний зміст вимірювання.

**Значення (фізичної) величини** - відображення фізичної величини у вигляді числового значення величини з позначенням її одиниці

$$X = \{N\}[x],$$

де  $\{N\}$  – числове значення ФВ;  $[x]$  – одиниця вимірювання.

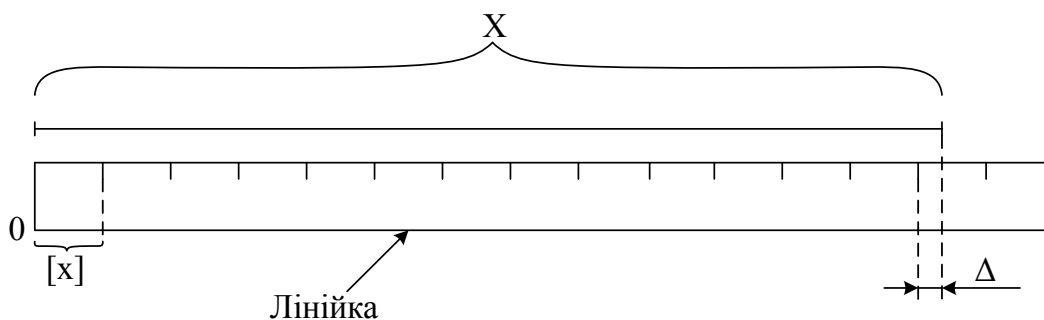
Основною операцією, що дозволяє отримати результат вимірювання, є операція порівняння вимірюваної величини  $X$  та величини, прийнятої за зразок  $[x]$ .

Відома аксіома Евдокса-Архімеда: «Якщо на прямій дано два відрізки  $A < B$ , то можна  $A$  повторити додатними стільки разів, щоб сума була більшою  $B$ »:  $A + A + \dots + A = A \cdot (N + 1) > B$ .

Якщо  $A \cdot N < B, B \gg A$ , то з цієї аксіоми отримуємо рівняння, основане на припущенні рівності всіх відрізків  $A$ , які підсумовуються всередині відрізка  $B$ :

$$N = \frac{B}{A}.$$

Проілюструємо суть цієї аксіоми на прикладі вимірювання довжини відрізка (рис. 2.1).



**Рисунок 2.1**

На рис. 2.1 прийняті такі позначення:

-  $X$  – вимірювана (невідома) довжина відрізка  $B$ ;



- $[x]$  – зразкова наперед відома величина (довжина відрізка  $A$ ), яку відтворюють в процесі градування лінійки (засобу вимірювання);
- $\Delta$  – похибка вимірювання.

Прийнявши  $X = N \cdot [x]$ , отримуємо кількість  $N$  зразкових відрізків  $[x]$ , які вкладаються у невідомий відрізок  $X$ :

$$N = \frac{X}{[x]}.$$

Оскільки задачею вимірювання є визначення довжини відрізка  $X$ , то останнє співвідношення, подане у вигляді

$$X = N \cdot [x],$$

називають **основним рівнянням вимірювання**.

*Наприклад:* значення електричної напруги  $U = 220 \text{ В};$   
значення сили електричного струму  $I = 10 \text{ А};$   
значення частоти промислової мережі  $f = 50 \text{ Гц}.$

Таким чином, для реалізації вимірювання у найтривіальнішому випадку необхідно виконати такі дві операції:

- операцію відтворення зразкової величини  $[x]$  в процесі градування шкали;
- операцію порівняння вимірюваної  $X$  і зразкової  $[x]$ .

З рис. 2.1 також видно, що операція порівняння не виконується точно, а неврахованим є залишок. Він може бути малим, але він завжди має місце, що і приводить до появи похибки вимірювання  $\Delta$ .

Отже, кількісна оцінка вимірюваної величини має відповідати двом вимогам:

- внаслідок вимірювання потрібно отримати не просто число, а число іменоване, тобто в певних одиницях, загальноприйнятих для цієї величини (наприклад,  $I=5 \text{ [А]}$ );
- результат виміру має містити оцінку точності отриманого значення вимірюваної величини ( $I=5 \text{ [А]} \pm \Delta$ ).

Характерною рисою вимірювання є також те, що цей процес обов'язково передбачає той чи інший, простий чи складний фізичний експеримент. Кількісну інформацію про величину не можна отримати тільки теоретичними розрахунками. Якщо значення величини отримують розрахунком, то використані в цих випадках розрахункові формули обов'язково мають містити значення інших величин, що визначаються експериментально.

**Контрольні питання:**

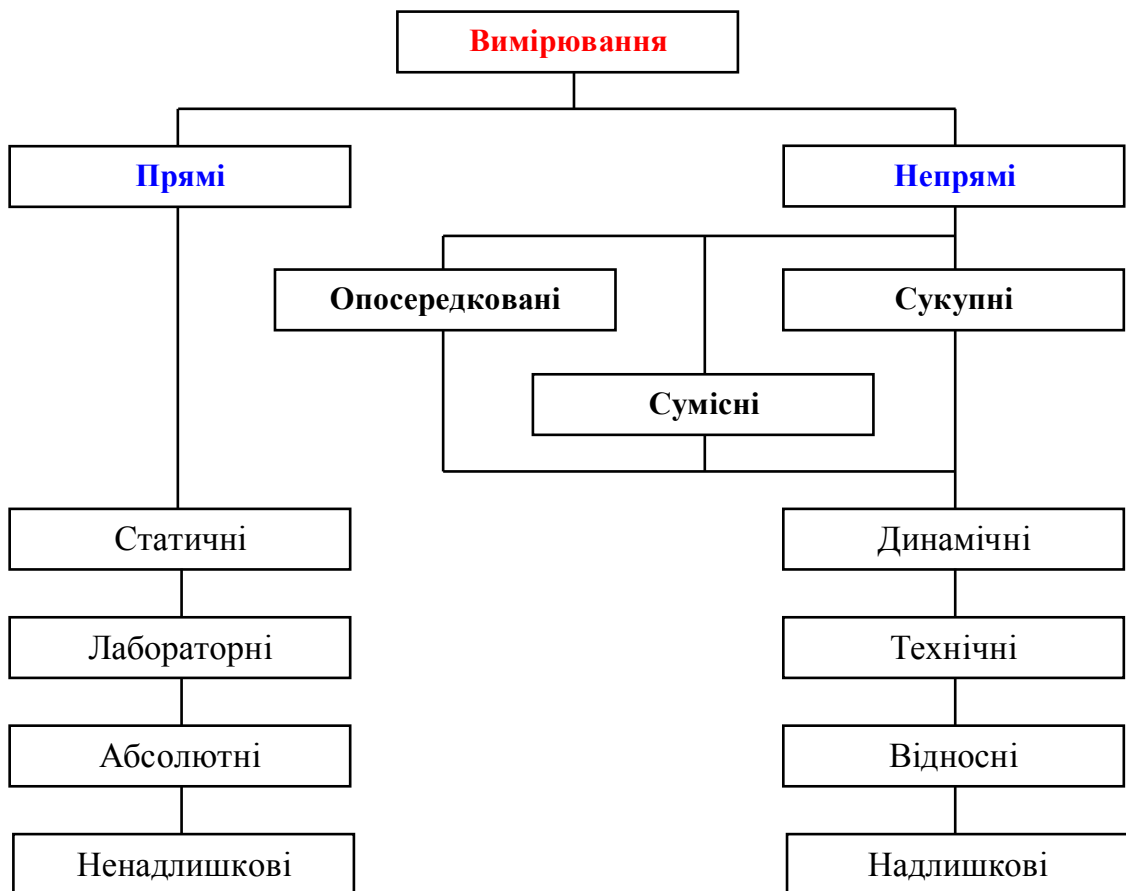
1. Виведіть основне рівняння вимірювання.
2. Яка основна операція виконується під час вимірювання?
3. Без яких двох метрологічних операцій неможливе вимірювання?



4. Які дві вимоги висувають до результату вимірювання?
5. Що є характерною рисою вимірювання?
6. Аналізуючи аксіому Евдокса-Архімеда, поясніть механізм виникнення похибки вимірювання.
7. Яку сторону явища характеризують вимірювання: якісну чи кількісну?
8. Наведіть основне рівняння вимірювання для струму, напруги, частоти, потужності.

## 2.2 Класифікація вимірювань

Для класифікації вимірювань необхідно встановити їх найбільш суттєві ознаки (рис. 2.2).



**Рисунок 2.2**

До найсуттєвіших ознак різних вимірювань відносять:

- відсутність чи наявність в процедурі вимірювання перетворення роду вимірюваної величини та обчислення її значення за відомими залежностями;
- вид рівняння вимірювання;

- призначеність вимірювання для незмінних чи змінних в часі вимірюваних величин;
- особливості визначення похибок вимірювань;
- наявність чи відсутність розмірності у вимірюваної величини;
- співвідношення між кількістю вимірюваних величин та кількістю вимірювань.

За відсутністю чи наявністю в процедурі вимірювань перетворення роду вимірюваної ФВ та обчислення її значення за відомими залежностями вимірювання класифікують на прямі та непрямі.

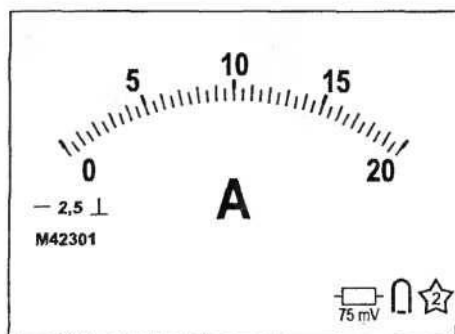
**Пряме вимірювання.** Вимірювання однієї величини, значення якої знаходять безпосередньо без перетворення її роду та використання відомих залежностей.

Результат вимірювання знаходять по шкалі приладу, знаючи ціну поділки  $C$  (або крок квантування  $h$ ) і числове значення фізичної величини  $N$

$$X = N \cdot C, \text{ або } X = N \cdot h.$$

Наприклад, значення струму – амперметром, значення напруги – вольтметром, значення потужності – ватметром і т. д.

Визначення результату прямого вимірювання значення струму амперметром наведено на рис. 2.3. За всіх інших рівних умов прямим вимірюванням притаманні мінімальні похибки.



**Рисунок 2.3**

**Непряме вимірювання.** Вимірювання, у якому значення однієї чи декількох вимірюваних величин знаходять після перетворення роду величини чи обчислення за відомими залежностями їх від декількох величин аргументів, що вимірюються прямо.

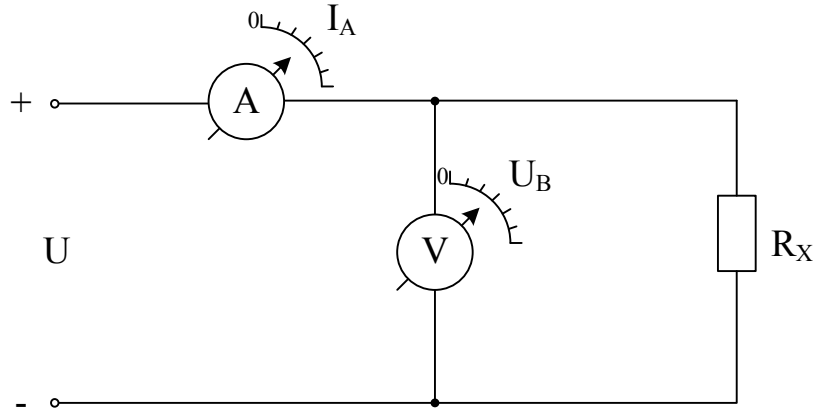
Непрямі вимірювання поділяються на опосередковані, сумісні та сукупні.

**Опосередковане вимірювання.** Непряме вимірювання однієї величини з перетворенням її роду чи обчисленнями за результатами вимірювань інших величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю.

Характерним для опосередкованих вимірювань є функціональне вимірювальне перетворення, яке здійснюється або шляхом фізичного вимірювального перетворення, або шляхом числового вимірювального перетворення. Наприклад, при опосередкованих вимірюваннях опору резистора його значення визначають опосередковано з відомої функціональної залежності

$$R = \frac{U}{I},$$

де  $U, I$  – значення напруги і струму, отримані при прямих вимірюваннях.  
Приклад опосередкованого вимірювання наведено на рис. 2.4.



**Рисунок 2.4**

При автоматичних опосередкованих вимірюваннях значення прямих вимірювань та числові вимірювальні перетворення результатів їхніх вимірювань із метою знаходження значення опосередковано виміряної величини здійснюються автоматично всередині засобу вимірювання.

**Сукупне вимірювання.** Непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо чи опосередковано.

Метою сукупних вимірювань є знаходження шляхом числових вимірювальних перетворень значень декількох ФВ за неможливості їхнього окремого прямого вимірювання.

Прикладом сукупних вимірювань може бути вимірювання опору кожного з двох резисторів  $R_1, R_2$ , з'єднаних послідовно та паралельно. В результаті прямого вимірювання омметром послідовно з'єднаних опорів маємо

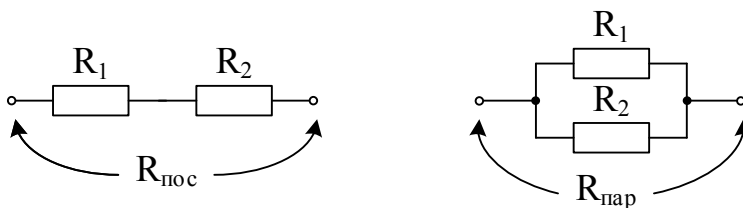
$$R_{\text{пос}} = R_1 + R_2,$$

а сумарна провідність паралельно з'єднаних резисторів становить

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Із системи з двох рівнянь із двома невідомими обчислюємо шукані значення сукупно виміряних опорів  $R_1, R_2$ .

Приклад сукупного вимірювання опорів двох резисторів наведено на рис. 2.5.

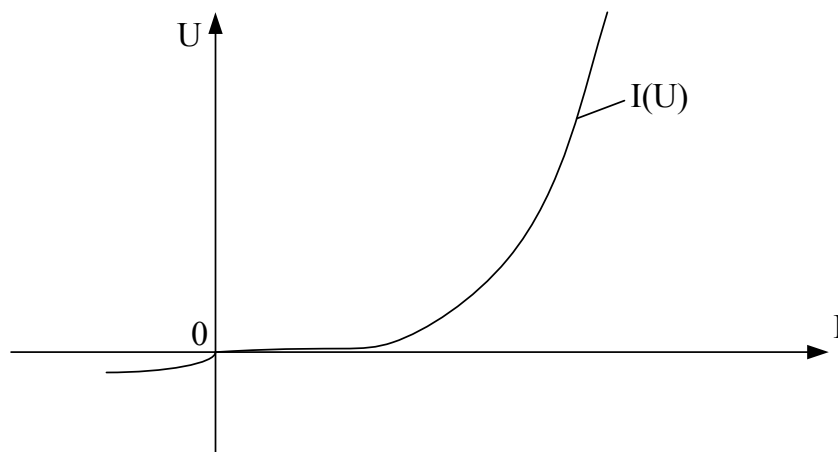


**Рисунок 2.5**

**Сумісне вимірювання.** Непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних величин отримують розв'язанням рівнянь, які пов'язують їх з іншими величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісні вимірювання є різновидом вимірювання залежностей.

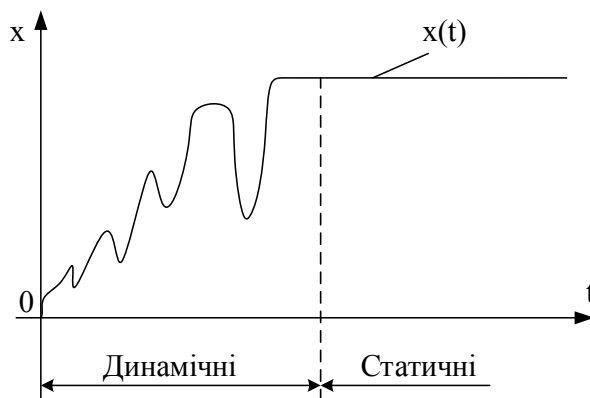
Приклад результату сумісного вимірювання струму і напруги на діоді наведено на рис. 2.6.



**Рисунок 2.6**

За призначенням вимірювань для незмінних чи змінних у часі вимірюваних величин їх класифікують на статичні та динамічні вимірювання.

Приклад статичних і динамічних вимірювань наведено на рис. 2.7.



**Рисунок 2.7**

**Статичне вимірювання.** Вимірювання величини, яку можна вважати незмінною за час вимірювання (коли похибкою, що виникає від її змінення, можна знехтувати).

**Динамічне вимірювання.** Вимірювання величини, що змінюється за час вимірювання.

Вимірювання за ознакою особливостей визначення їх похибок класифікують на лабораторні та технічні.

**Лабораторні вимірювання.** Вимірювання, за яких похибки кожного результату вимірювання оцінюють за даними, що одержані при цьому вимірюванні.

Лабораторні вимірювання виконуються висококваліфікованими спеціалістами, найчастіше універсальними зразковими засобами вимірювання, в наукових дослідках, в метрологічних дослідженнях еталонів одиниць та при розробці і атестації методик виконання технічних вимірювань.

**Технічні вимірювання.** Вимірювання, які виконуються в заданих умовах згідно з розробленою та рекомендованою раніше методикою, при цьому похибки кожного результату не оцінюють, але вони мають бути нижчі встановлених методикою значень.

Технічні вимірювання – це вимірювання, які виконуються за атестованими методиками виконання вимірювань за допомогою серійних засобів вимірювань, що мають клас точності. Технічні вимірювання виконуються фахівцями, в обов'язки яких не входить аналіз похибок результатів вимірювання.

Вимірювання ФВ за наявності або відсутності розмірності у вимірюваних величин поділяють на вимірювання розмірних величин (**абсолютні**) та вимірювання безрозмірних величин (**відносні**).

**Відносне вимірювання.** Вимірювання відношення величини до іншої однорідної величини.

Вимірювання ФВ за співвідношенням між кількістю вимірюваних величин та кількістю вимірювань поділяють на **ненадлишкові** одноразові та **надлишкові**, які виконуються або одноканально багаторазово, або багатоканально одноразово.

**Контрольні питання:**

1. Наведіть класифікацію вимірювань і на конкретних прикладах поясніть їх суть.
2. Дайте поняття прямих і непрямих вимірювань.
3. На які три класи поділяють непрямі вимірювання.
4. Які вимірювання називають опосередкованими? Наведіть приклади.
5. В чому суть сукупних вимірювань? Наведіть приклади.
6. Що є результатом сумісних вимірювань?
7. Які вимірювання відносять до статичних, а які до динамічних?
8. Які є відмінності між лабораторними і технічними вимірюваннями?

### Лекція 3 ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

**Засіб вимірювальної техніки.** Технічний засіб, який застосовується під час вимірювань і має нормовані метрологічні характеристики.

До засобів вимірювальної техніки відносять **засоби вимірювань і вимірювальні пристрої** (рис. 3.1).

**Засіб вимірювання.** Засіб вимірювальної техніки, який реалізує процедуру вимірювань.

До засобів вимірювань відносять: вимірювальні прилади; аналогові вимірювальні прилади; цифрові вимірювальні прилади; реєструвальні засоби вимірювань; аналого-цифрові перетворювачі; вимірювальні канали; вимірювальні системи; вимірювальні інформаційні системи.

**Вимірювальний пристрій.** Засіб вимірювальної техніки, в якому виконується лише одна зі складових частин процедури вимірювань (вимірювальна операція).

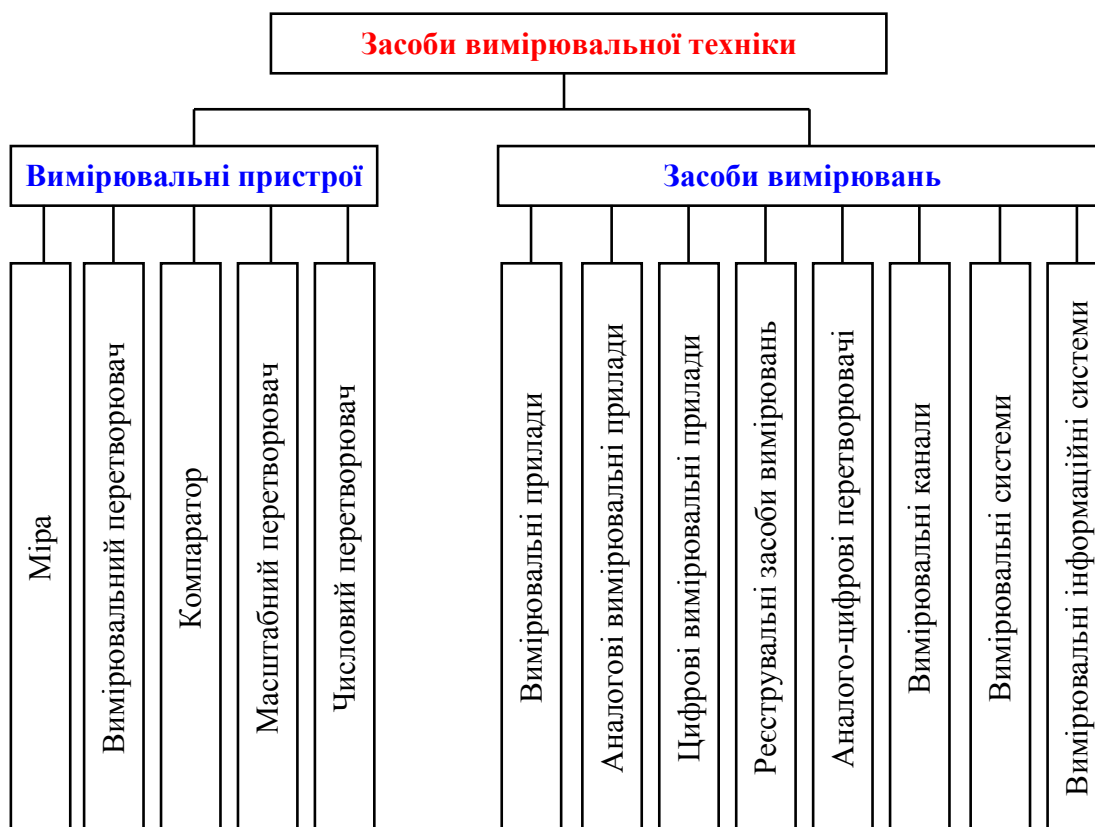
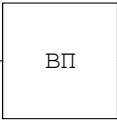
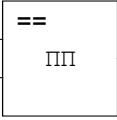
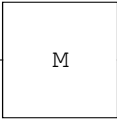
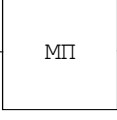
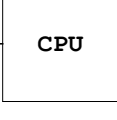


Рисунок 3.1

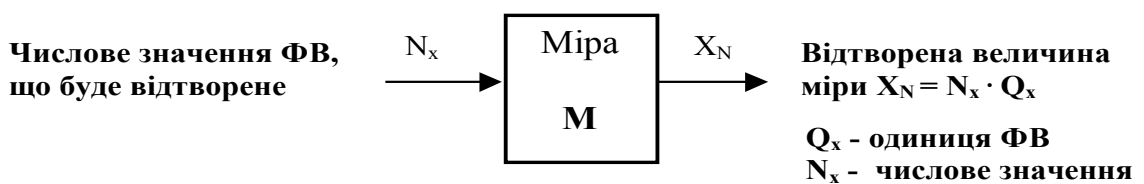
#### 3.1 Вимірювальні пристрої

Виділяють такі вимірювальні пристрої: міра; вимірювальний перетворювач; масштабний перетворювач; компаратор; числовий вимірювальний перетворювач (обчислювальний компонент) табл. 3.1.

**Таблиця 3.1 - Вимірювальні пристрої**

Вимірювальні операції	Вимірювальні пристрої	Умовні позначення	Рівняння перетворення
<i>Вимірювальне перетворення</i>	Вимірювальний перетворювач	$X$  $Y$	$Y = K_{ВП} \cdot X$
<i>Порівняння</i>	Пристрій порівняння (компаратор)	$X$  $X_k$ $\Delta X$	$\Delta X = \text{sign}(X_1 - X_2)$
<i>Відтворення фізичних величин</i>	Міра	$N_x$  $X_N$	$X_N = N_x \cdot Q_x$
<i>Масштабне перетворення</i>	Масштабний перетворювач	$X$  $X_1$	$X_1 = K_{МП} \cdot X$
<i>Числове вимірювальне перетворення</i>	Числовий перетворювач	$X$  $Y$	$Y = f(X)$

**Міра** - вимірювальний пристрій, що реалізує відтворення та (або) зберігання фізичної величини заданого розміру.



**Рисунок 3.2**

Одним із основних положень сучасної теорії вимірювальних пристроїв є положення про вимірювальне перетворення.

**Вимірювальне перетворення** фізичної величини - вимірювальна операція, під час якої вхідна фізична величина перетворюється у вихідну, функціонально з нею пов'язану.

Головна задача вимірювальних перетворень полягає в одержанні вихідних ФВ та залежностей між ними, зручних для порівняння і відтворення.

**Вимірювальний перетворювач** - вимірювальний пристрій, що реалізує вимірювальне перетворення.

Вимірювальні перетворювачі (ВП) класифікують за такими ознаками: - за структурою побудови – на ВП прямого перетворення ( з розімкненою структурою) та ВП зрівноважувального перетворення (з замкненою структурою);

- за зміною роду вихідної величини – на ВП без зміни роду та ВП зі зміною роду вихідної величини, які необхідні у тих випадках, коли для вимірюваної вхідної величини немає міри або компаратора;

- за характером реалізованої залежності – на лінійні та нелінійні;

- за кількістю каналів – на одно- та багатоканальні;

- за видом вихідного сигналу – на параметричні та генераторні;

- за родом використовуваних явищ – на термоелектричні, оптоелектричні, п'єзоелектричні, електромагнітні, магнітоелектричні та ін.

**Генераторними** називаються перетворювачі, вихідні сигнали яких мають енергетичні властивості (напруга, струм, магніторушійна сила тощо).

**Параметричними** є перетворювачі, в яких зміна вхідного сигналу призводить до зміни їхніх параметрів – опору, індуктивності, ємності тощо.

**Компаратор (пристрій порівняння).** Вимірювальний пристрій, що реалізує порівняння однорідних фізичних величин.

У більшості випадків для порівняння використовують придатність сигналів до віднімання. Тоді співвідношення між розмірами інформативних параметрів  $X_1$  і  $X_2$  визначають знаком їхньої різниці згідно з рівнянням

$$\Delta X = [0.5 + 0.5 \operatorname{sign}(X_1 - X_2)] = \begin{cases} 1 & \Rightarrow X_1 > X_2 \\ 0 & \Rightarrow X_1 < X_2 \end{cases}.$$

Масштабне вимірювальне перетворення, або коротко – масштабне перетворення, є різновидом вимірювального перетворення, однак через широке застосування та наявність великої кількості ланок, які реалізують лише цю операцію, варто розглянути її окремо.

**Масштабне перетворення** - лінійне вимірювальне перетворення вхідної величини без зміни роду.

В результаті масштабного перетворення вхідна величина перетворюється на однорідну вихідну, розмір якої пропорційний в  $K$  разів розмірові вхідної:

$$X_1 = K_{\text{мп}} \cdot X.$$

Коефіцієнт масштабування  $K_{\text{мп}}$  є основною характеристикою масштабного перетворення. Його числове значення може бути:



- $K_{МП} < 1$  – послаблення;
- $K_{МП} > 1$  – підсилення;
- $K_{МП} = 1$  – повторення.

**Масштабний перетворювач** – вимірювальний перетворювач, який реалізує масштабне вимірювальне перетворення.

Числове вимірювальне перетворення (ЧВП) – це операція обчислення проміжних результатів вимірювань з метою отримання остаточного результату.

**Числовий вимірювальний перетворювач** – вимірювальний пристрій, що є сукупністю засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення і виконує обчислювальні операції під час вимірювань.

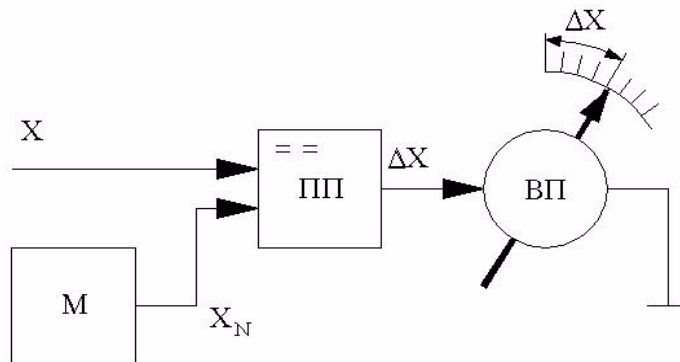
### 3.2 Засоби вимірювань

**Вимірювальний прилад - засіб вимірювань, в якому створюється візуальний сигнал вимірювальної інформації.**

**Аналоговий вимірювальний прилад**

Засіб вимірювання, в якому візуальний сигнал вимірювальної інформації подається за допомогою шкали та вказівника, називають аналоговим вимірювальним приладом.

Узагальнена структурна схема аналогового вимірювального приладу наведена на рис. 3.3.



**Рисунок 3.3**

**Реєструвальний засіб вимірювання**

Засіб вимірювання, в якому реєструється сигнал вимірювальної інформації називають реєструвальним засобом вимірювання.

Відрізняються реєструвальні засоби від аналогових вимірювальних приладів тим, що в них замість вказівника використовується перо з чорнильницею. Для отримання твердої копії залежності зміни вимірюваної величини в часі ці засоби мають також стрічкопротяжний механізм з відмітчиком часу. Як носій вимірювальної інформації може бути папір, світлочутлива плівка та ін.

### Аналого-цифровий перетворювач

Засіб вимірювань, в якому створюється кодовий сигнал вимірювальної інформації, називають аналого-цифровим перетворювачем.

Аналого-цифрові перетворювачі – не тільки складова частина цифрових вимірювальних приладів (ЦВП), вони можуть і самостійно використовуватись у вимірювальних, інформаційних, керувальних та інших системах. АЦП випускаються промисловістю як автономні пристрої, котрі, на відміну від ЦВП, не мають цифрового відлікового пристрою; вони формують на виході тільки двійковий код.

### Цифровий вимірювальний прилад

Вимірювальний прилад, в якому візуальний сигнал вимірювальної інформації подається у вигляді цифр чи символів на показувальному пристрої, називають цифровим.

### Вимірювальний канал

Сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів зв'язку та інших технічних засобів, призначена для створення сигналу вимірювальної інформації про одну вимірювану фізичну величину, називають вимірювальним каналом.

### Вимірювальна інформаційна система

Сукупність засобів вимірювальної техніки, засобів контролю, діагностування та інших технічних засобів, об'єднаних для створення сигналів вимірювальної та інших видів інформації, називають вимірювальною інформаційною системою.

В практиці вимірювань замість терміна вимірювальна інформаційна система застосовують поняття інформаційно-вимірювальна система (ІВС).

За видом вихідної інформації ІВС розподіляють на три види:

- вимірювальні системи;
- системи автоматичного контролю;
- системи технічної діагностики.

### **Контрольні питання:**

1. Які засоби вимірювальної техніки відносять до засобів вимірювання, а які до вимірювальних пристроїв?
2. В чому суть вимірювальної операції відтворення фізичних величин? Що таке міра?
3. В чому суть вимірювальної операції перетворення фізичної величини? Що таке вимірювальний перетворювач? Наведіть класифікацію вимірювальних перетворювачів.
4. В чому суть вимірювальної операції порівняння ФВ. Що таке компаратор?
5. В чому суть вимірювальної операції масштабного перетворення? Що таке масштабний перетворювач? Наведіть основні три види масштабних перетворювачів.

6. В чому суть операції числового вимірювального перетворення? Що таке числовий вимірювальний перетворювач?
7. Дайте означення і наведіть приклади засобів вимірювання.
8. Дайте поняття аналогового вимірювального приладу і наведіть його узагальнену структурну схему.
9. Які засоби вимірювання відносять до реєструвальних?
10. В чому суттєва відмінність між аналоговими і цифровими засобами вимірювання?
11. Перерахуйте всі засоби вимірювання, які відносять до цифрових.
12. Дайте поняття аналого-цифрового перетворювача.
13. Дайте поняття цифрового вимірювального приладу.
14. Дайте поняття вимірювального каналу.
15. Дайте поняття вимірювальної системи.
16. В чому суттєва відмінність вимірювального каналу і вимірювальної системи.
17. Дайте поняття інформаційно-вимірювальної системи. На які три великі класи поділяють ІВС за видом вихідної інформації?

### 3.3 Методи вимірювань

«Знання основних методів та принципів з лихвою перебиває незнання багатьох фактів» – Гельвецій.

**Метод вимірювання** – сукупність способів використання засобів вимірювальної техніки та принципу вимірювань для створення вимірювальної інформації.

**Метод зіставлення.** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вимірюваної величини з усіма вихідними величинами багатозначної нерегульованої міри.

Прикладами цього методу є вимірювання довжини лінійкою з поділками, вимірювання інтервалу часу годинником.

Цей метод, зокрема, забезпечує максимальну швидкодію вимірювання електричної напруги та механічних переміщень. Його покладено в основу побудови цифрових хронометрів, частотомірів, надшвидкодійних цифрових вольтметрів, цифрових вимірювачів індуктивності.

**Метод одного збігу (метод ноніуса).** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням вихідних величин двох багатозначних нерегульованих мір, з різними за значенням ступенями, нульові позначки яких зсунуті між собою на вимірювану величину.

Приклади. Вимірювання довжини за допомогою двох лінійок з поділками, ціни яких знаходяться в певному відношенні. Вимірювання часу за допомогою двох послідовностей періодичних імпульсів, періоди яких знаходяться в певному відношенні.

**Метод подвійного збігу (метод коінциденції).** Метод прямого вимірювання з одноразовим порівнянням двох квантованих фізичних величин: вимірюваної та відтворюваної багатозначною нерегульованою мірою.

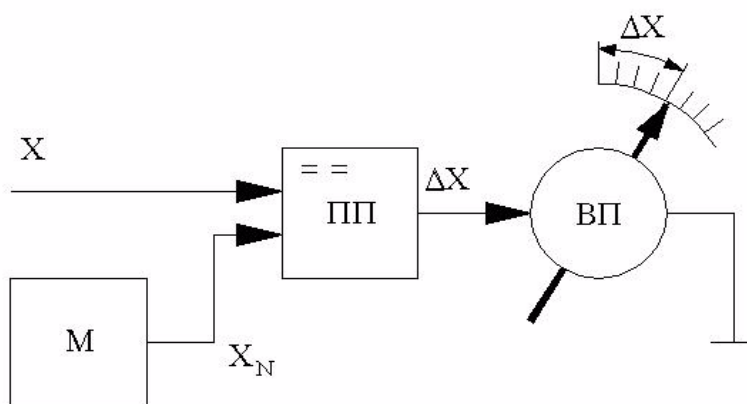
Приклад. Вимірювання зістикованих інтервалів часу або зістикованих відрізків довжини за допомогою, відповідно, послідовності періодичних імпульсів з відомим значенням їх періоду або лінійки з відомим значенням поділок.

**Метод зрівноваження.** Метод прямого вимірювання з багаторазовим порівнянням вимірюваної величини та величини, що відтворюється регульованою мірою, до їх повного зрівноваження.

Приклад. Вимірювання електричної напруги компенсатором.

**Диференційний метод (різницевий метод).** Метод вимірювання, за яким невелика різниця між вимірюваною величиною та вихідною величиною одноканальної міри вимірюється відповідним засобом вимірювання.

В загальному випадку (рис. 3.4) значення вимірюваної величини  $X$  може відрізнятися від величини  $X_N$ , що відтворює міра  $M$ .



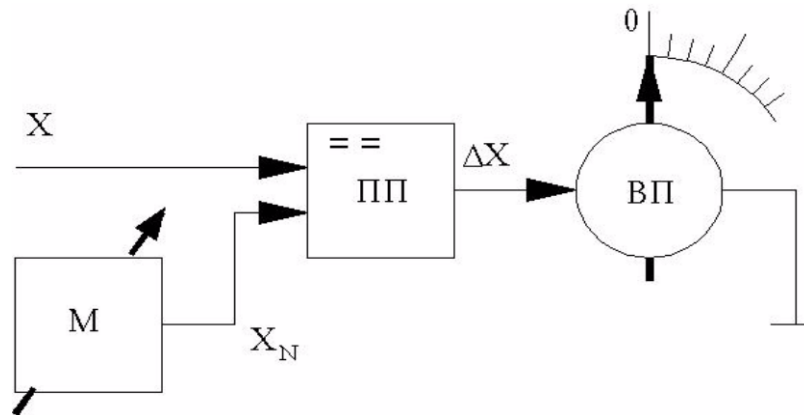
**Рисунок 3.4**

Тоді різницю  $\Delta X = X - X_N$  (вихід компаратора ПП) вимірюють за допомогою засобу вимірювання ВП, а значення невідомої величини визначається

$$X = X_N + \Delta X \begin{cases} X_N = \text{const} \\ \Delta X = \text{var} \end{cases}$$

В цьому випадку зрівноваження вимірюваної величини  $X$  зразковою  $X_N$  виконується не повністю. Диференційний метод забезпечує високу точність вимірювання, якщо зразкова величина  $X_N$  відтворюється мірою з високою точністю, а різниця  $\Delta X$  – мала.

Окремим випадком диференційного методу є нульовий. **В нульовому методі** відтворювану мірою величину  $X_N$  роблять регульованою, а різницю  $\Delta X = X - X_N = 0$  доводять до нуля. Високочутливий засіб вимірювання (нуль-індикатор) в цьому методі фіксує момент рівності  $X = X_N$  (рис. 3.5).



**Рисунок 3.5**

Прикладами застосування нульового методу є вимірювання параметрів електричного кола мостовими схемами, вимірювання напруги, Е.Р.С., струму компенсатором та ін.

**Метод заміщення.** Метод непрямого вимірювання з багаторазовим порівнянням до повного зрівноваження вихідних величин вимірювального перетворювача з почерговим перетворенням ним вимірюваної величини та вихідної величини регульованої міри.

Метод реалізується за два етапи. На першому етапі вимірювана величина  $X$  проходить через вимірювальні перетворювачі  $ВП_1, ВП_2, \dots, ВП_N$ , запам'ятовується аналоговим запам'ятовувальним пристроєм АЗП і подається на перший вхід компаратора ПП. На другому етапі зразкова величина  $X_N$  з виходу одноканальної регульованої міри  $M$ , пройшовши через ті самі вимірювальні перетворювачі, надходить на другий вхід компаратора ПП.

Як і в нульовому методі, різницю  $\Delta X$  доводять до нуля за допомогою одноканальної регульованої міри, а значення вимірюваної величини визначають за значенням міри  $M$  в момент рівності  $X = X_N$ .

**Контрольні питання:**

1. Поясніть суть методу зіставлення.
2. Поясніть суть методу ноніуса.
3. Поясніть суть методу коінциденції.
4. Наведіть структурну схему і поясніть суть диференційного методу.
5. Наведіть структурну схему і поясніть суть нульового методу.
6. Поясніть суть методу заміщення.
7. В якому випадку доцільно реалізувати метод заміщення: коли загальна похибка має систематичний чи випадковий характер?

## Лекція 4 ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

Класична метрологія виходить із позиції, що результат вимірювання завжди відрізняється від істинного значення вимірюваної величини. Тому під час вимірювань ФВ виникає похибка, яка дорівнює різниці між значенням  $X$  фізичної величини та її істинним  $X_i$  значенням

$$\Delta X = X - X_i.$$

**Істинне значення.** Значення фізичної величини, яке ідеально відображає певну властивість об'єкта.

Визначити істинне значення величини вимірюванням неможливо через обмежені можливості засобів вимірювань. Однак існують величини, істинне значення яких відоме, наприклад, один повний оберт дорівнює  $2\pi$  радіанів або  $360^\circ$ .

Оскільки в більшості випадків істинне значення ФВ нам невідоме, то похибку вимірювання з останнього рівняння визначити неможливо. Для оцінювання похибки істинне значення ФВ замінюють дійсним –  $X_D$ .

**Дійсне значення.** Значення фізичної величини, знайдене експериментальним шляхом і настільки наближене до істинного значення, що його можна використати замість істинного для певної мети.

На практиці дійсне значення ФВ може бути знайдено:

- за допомогою багаторазових вимірювань із наступним усередненням результатів спостережень і поданням цього середнього як дійсного;
- за допомогою зразкового засобу вимірювання.

Зразковим називають засіб вимірювання, в якого клас точності в 3 – 5 разів вищий, ніж клас точності засобу вимірювальної техніки, для якого оцінюється похибка.

**Абсолютна похибка вимірювання.** Різниця між результатом вимірювання і дійсним значенням вимірюваної величини

$$\Delta X = X_B - X_D.$$

Абсолютною цю похибку назвали тому, що вона виражена в абсолютних одиницях вимірюваної величини. Наприклад, похибка вимірювання струму подається в [А], похибка вимірювання напруги – у [В], частоти у [Гц] і т. д.

Якщо абсолютну похибку взяти з протилежним знаком

$$\Delta q = -\Delta X$$

і алгебрично додати до результату вимірювання

$$X_B + \Delta q = X_D,$$

то можна вилучити систематичну похибку з результатів вимірювання або ввести поправку в результати вимірювання.

**Поправка** - значення величини, що алгебрично додається до результату вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.

У багатьох випадках числове значення абсолютної похибки не дає правильного уявлення про точність вимірювання, ступінь достовірності одержаного результату. Тому введено більш універсальну характеристику точності у вигляді **відносної похибки**.

**Відносна похибка вимірювання.** Відношення абсолютної похибки вимірювання до дійсного значення вимірюваної величини

$$\delta = \frac{\Delta X}{X_d} = \frac{X - X_d}{X_d}.$$

Відносна похибка може виражатися не тільки у відносних величинах, але й у відсотках

$$\delta = \frac{\Delta X}{X_d} \cdot 100\% = \frac{X - X_d}{X_d} \cdot 100\%.$$

Аналіз останніх двох рівнянь дозволяє дійти висновку, що чим менша похибка вимірювання, тим вища його точність, отже, тим менша різниця між істинним значенням ФВ і результатом її вимірювань. Із збільшенням похибки зменшується точність.

**Точність вимірювання.** Головна характеристика якості вимірювання, що відображає близькість результату вимірювання до істинного значення вимірюваної величини.

Кількісно точність  $\theta$  вимірювання визначається як величина, обернена до відносної похибки, поданої у відносних одиницях

$$\theta = \frac{1}{\delta} = \frac{X_d}{X - X_d}.$$

Розрізняють надмірну похибку й промах.

**Надмірна похибка.** Похибка вимірювання, що суттєво перебільшує сподівану (у даних умовах) похибку.

**Промач.** Результат вимірювання, що має надмірну похибку.

В методиках оцінення результатів вимірювань промахи вилучають із ряду багаторазових спостережень як аномальні результати вимірювання.

#### Приклад – Оцінювання абсолютної й відносної похибок та точності вимірювань

*Амперметром магнітоелектричної системи проведено ряд вимірювань (9.80 мА, 21.10 мА, 30.12 мА, 40.08 мА, 49.95 мА) у таких оцифрованих відмітках шкали: 10 мА, 20 мА, 30 мА, 40 мА, 50 мА. Визначити абсолютну й відносну похибку та точність вимірювань.*



Взявши за дійсне значення  $I_{д}$  оцифровані відмітки шкали, знайдемо значення абсолютних похибок:

$$\Delta_{10} = I_{В10} - I_{д10} = 9.8 - 10 = -0.20 [A];$$

$$\Delta_{20} = I_{В20} - I_{д20} = 21.1 - 20 = +0.10 [A];$$

$$\Delta_{30} = I_{В30} - I_{д30} = 30.12 - 30 = +0.12 [A];$$

$$\Delta_{40} = I_{В40} - I_{д40} = 40.08 - 40 = +0.08 [A];$$

$$\Delta_{50} = I_{В50} - I_{д50} = 49.95 - 50 = -0.05 [A].$$

Визначимо відносну похибку та точність вимірювання для кожної відмітки шкали:

$$\delta_{10} = \frac{\Delta_{10}}{I_{д10}} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \quad \Rightarrow \quad \theta_{10} = \frac{1}{\delta_{10}} = \frac{1}{0.02} = 50;$$

$$\delta_{20} = \frac{\Delta_{20}}{I_{д20}} = \frac{0.1}{20} = 0.005 \quad \Rightarrow \quad \theta_{20} = \frac{1}{\delta_{20}} = \frac{1}{0.005} = 200;$$

$$\delta_{30} = \frac{\Delta_{30}}{I_{д30}} = \frac{0.12}{30} = 0.004 \quad \Rightarrow \quad \theta_{30} = \frac{1}{\delta_{30}} = \frac{1}{0.004} = 250;$$

$$\delta_{40} = \frac{\Delta_{40}}{I_{д40}} = \frac{0.08}{40} = 0.002 \quad \Rightarrow \quad \theta_{40} = \frac{1}{\delta_{40}} = \frac{1}{0.002} = 500;$$

$$\delta_{50} = \frac{\Delta_{50}}{I_{д50}} = \frac{0.05}{50} = 0.001 \quad \Rightarrow \quad \theta_{50} = \frac{1}{\delta_{50}} = \frac{1}{0.001} = 1000.$$

Крім точності вимірювань на практиці застосовують також такі характеристики якості вимірювань: правильність, збіжність та відтворюваність вимірювань.

**Правильність вимірювань.** Характеристика якості вимірювання, що відображає близькість до нуля систематичної похибки вимірювання.

**Збіжність результатів вимірювання.** Характеристика якості вимірювань, що відображає близькість повторних результатів вимірювань однієї й тієї самої величини в однакових умовах.

Збіжність результатів вимірювань відображає близькість до нуля випадкової похибки. Збіжність може бути оцінена кількісно дисперсією результатів вимірювань.

**Відтворюваність вимірювань.** Характеристика якості вимірювань, що відображає близькість результатів вимірювань однієї й тієї самої величини, виконаних в різний час, в різних умовах, різними методами і засобами.

Відтворюваність може бути оцінена кількісно дисперсією результатів вимірювання.



**Контрольні питання та завдання:**

1. Амперметр має рівномірну шкалу, проградуйовану на 50 поділок, верхня межа якої 100 А. В процесі вимірювання струму стрілка зупинилася на 40-й поділці шкали. Знайти вимірне значення струму.
2. Що являє собою дійсне значення фізичної величини.
3. Які Ви знаєте шляхи експериментального визначення дійсного значення фізичної величини?
4. Дайте поняття абсолютної похибки вимірювання.
5. Зі шкали магнітоелектричного вольтметра отримано вимірне значення напруги 52 В, а з відлікового пристрою цифрового (високоточного) вольтметра в цій самій точці вимірювального кола отримано 52.1 В. Знайти абсолютну похибку вимірювання.
6. Як визначити поправку?
7. В результаті вимірювального експерименту та опрацювання результатів оцінено абсолютну похибку вимірювання напруги – 0.15 В. Знайти поправку, яка скорегує вимірне значення до дійсного значення:
7. Дайте поняття відносної похибки.
8. Дайте поняття точності вимірювань.
9. Проведено перевірку амперметра у таких оцифрованих поділках шкали 100, 200, 300, 400, 500 [А]; отримано відповідні показання зразкового приладу 97; 202 305 402 498 А. Визначити абсолютну і відносну похибки у кожній точці, що перевіряється. Побудувати залежності абсолютної і відносної похибок від оцифрованих відміток шкали.
10. Вольтметр має рівномірну шкалу з верхньою межею вимірювання 100 В, яка містить 50 поділок. Під час вимірювання стрілка вольтметра зупинилася на 40-вій поділці шкали. Дійсне значення вимірної напруги 80.2 В. Визначити, значення напруги, яке покаже вольтметр. Оцінити абсолютну похибку і поправку, відносну похибку і точність.

#### 4.1 Класифікація похибок вимірювання

Похибки вимірювань систематизуються за тими ознаками (рис. 4.1), що визначають їх основні особливості.

За способом вираження похибки поділяються на абсолютні й відносні; за характером зміни – на систематичні і випадкові.

**Систематична похибка.** Складова похибки  $\bar{\Delta}$ , що залишається сталою або прогнозовано змінюється у ряді вимірювань однієї тієї самої величини.

**Випадкова похибка.** Складова похибки  $\hat{\Delta}$ , що непрогнозовано (випадково) змінюється у ряді вимірювань тієї самої величини.

У загальному випадку похибка результату вимірювання містить систематичну й випадкову складові, навіть якщо було введено поправки на систематичні похибки, викликані відомими факторами впливу.

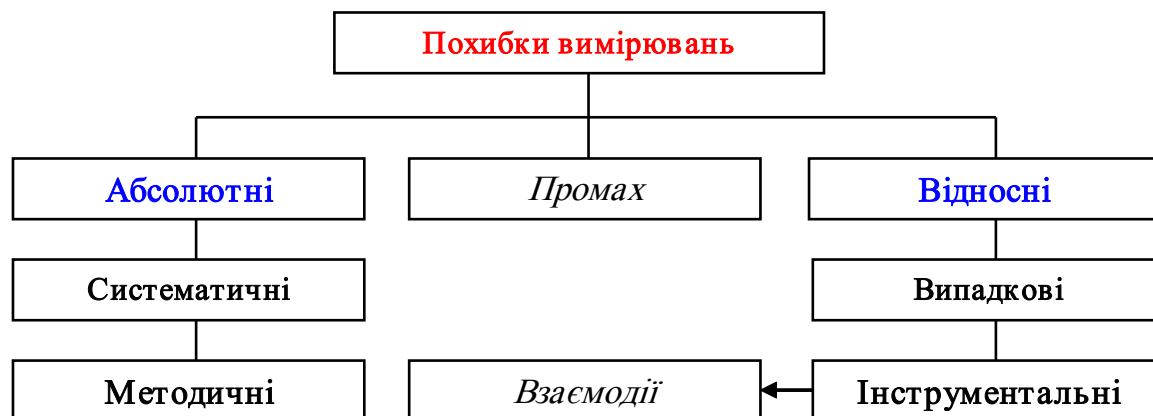


Рисунок 4.1

Оскільки у похибку вимірювання входить випадкова складова, то її потрібно вважати величиною випадковою. Значення повної похибки вимірювання для будь-якого моменту часу визначається

$$\Delta = \bar{\Delta} + \Delta^o$$

Використовуючи апарат додавання частинних (часткових) похибок випадкового характеру і частинних (часткових) похибок систематичного характеру, можна оцінити повну похибку вимірювання.

За місцем виникнення похибки вимірювання розподіляються на інструментальні й методичні.

**Інструментальна похибка.** Складова похибка вимірювання, зумовлена властивостями засобів вимірювальної техніки.

Інструментальна похибка складається з похибки засобів вимірювальної техніки та похибки від їхньої взаємодії з об'єктом вимірювання.

**Похибка від взаємодії.** Складова інструментальної похибки, що виникає внаслідок впливу засобів вимірювальної техніки на стан об'єкта вимірювання.

**Методична похибка.** Складова похибки вимірювання, що зумовлена неадекватністю об'єкта вимірювання та його моделі, прийнятою при вимірюванні.

## 4.2 Класифікація систематичних похибок

Для виявлення, оцінення і вилучення систематичних похибок необхідно, по-перше, знати місце і причини їх виникнення, а по-друге – способи виявлення і вилучення цих похибок.

Залежно від причин виникнення систематичні похибки можна

розподілити на чотири групи: інструментальні; методичні; суб'єктивні; похибки встановлення.

Похибки встановлення. До них належать такі, прояви яких зумовлені неправильним застосуванням міри: встановлення приладу з нахилом або відхилення зовнішніх умов від нормальних (наявність зовнішніх полів, відхилення температури від нормальної тощо).

Суб'єктивні похибки. Вони проявляються в результаті особливостей самого спостерігача.

Наприклад, при підрахунку поділок шкали різні люди по-різному оцінюють одне і те саме положення стрілки. Один схильний завжди занижувати покази, інший – завищувати їх. Ця складова похибки зумовлена психо-фізіологічними особливостями оператора.

До другої складової суб'єктивної похибки відносять похибку паралакса – зчитування результатів вимірювання зі шкали приладу під непрямым кутом. В цифрових вимірювальних приладах суб'єктивна похибка відсутня.

Методичні похибки виникають через недоліки самого методу вимірювання або через неточність застосованих спрощених формул.

Методична похибка - складова систематичної похибки вимірювань, що зумовлена недосконалістю прийнятого методу вимірювань.

Методичні похибки можуть виникати через невідповідність реальної методики виконання вимірювань ідеальним теоретичним положенням, на яких оснований вимірювання. Ці похибки також поділяються на дві групи:

- похибки через некоректну ідеалізацію вимірювального перетворення;

- похибки через некоректну ідеалізацію об'єкта вимірювань.

Приклади. При непряму вимірюванні площі перерізу круглого стержня прямим вимірюванням діаметра з наступним обчисленням площі  $S = \pi d^2 / 4$  результат буде із систематичною методичною похибкою через обмежене число знаків і значення числа  $\pi$ .

В переважній більшості випадків похибками, що виникають через прийняті допущення, можна знехтувати, але у випадку прецизійних вимірювань їх потрібно **оцінити та врахувати (компенсувати)**.

До другої групи відносяться похибки, що виникають через невідповідність об'єкта вимірювання ідеалізованій моделі, що покладена в основу процесу вимірювань.

Приклади.

Вимірювання потужності, що виділяється струмом, який протікає через опір  $R_n$ , при непряму вимірюванні напруги і струму завжди містить методичну похибку. Ця похибка визначається співвідношенням між внутріш-

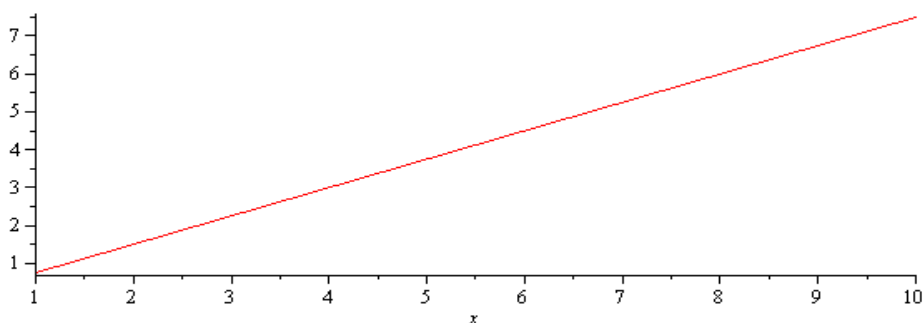
німи опорами вольтметра  $R_v$ , амперметра  $R_a$  та вимірюваним опором  $R_n$ , і тільки при  $R_v = \infty$  та  $R_a = 0$  методична похибка незалежно від способу підключення приладів до вимірюваного опору буде дорівнювати нулю.

**Інструментальні похибки** зумовлені недосконалістю технології виготовлення засобів вимірювань. До них відносять похибки від градування шкали, за рахунок тертя в рухомих частинах вимірювального механізму, від дії електричних та магнітних полів, від нестабільності та пульсацій напруги живлення.

За характером зміни в часі систематичні похибки поділяють на: постійні, прогресивні, періодичні.

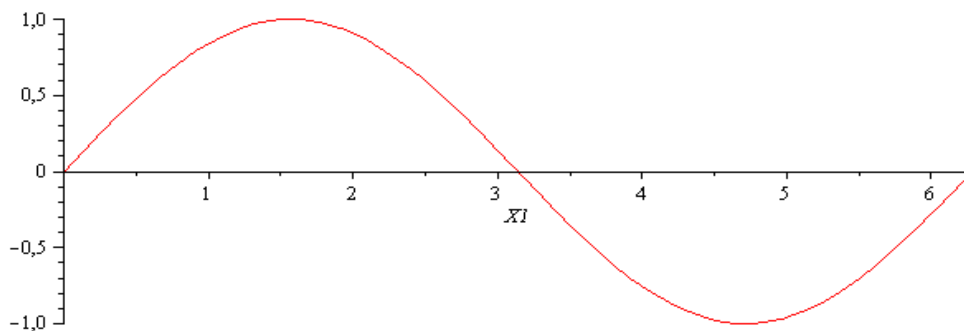
**Постійні похибки.** До них належать такі, які тривалий час залишаються незмінними і протягом вимірювального експерименту є постійними. Часто вони носять технологічний характер і виникають, наприклад, при недостатньо точному намотуванні котушок індуктивності, під час градування шкали і т. ін.

**Прогресивні похибки.** Це такі похибки, які у процесі певної серії вимірювань неперервно зростають або зменшуються, тобто є функцією часу (рис. 4.2). Вони можуть бути спричинені повільним зменшенням (збільшенням) напруги живлення, прогріванням приладу і іншими причинами.



**Рисунок 4.2**

**Періодичні похибки.** До них належать систематичні похибки, значення яких є періодичною функцією або часу, або самої вимірюваної величини (рис. 4.3).



**Рисунок 4.3**

**Контрольні питання та завдання:**

1. Наведіть класифікацію систематичних похибок за двома найбільш характерними ознаками.
2. Наведіть приклади постійних, прогресивних і періодичних похибок.
3. Яку систематичну похибку відносять до методичних?
4. Наведіть приклади інструментальних похибок.
5. Назвіть джерело виникнення похибки встановлення.
6. Які дві складові характеризують суб'єктивну похибку?

### 4.3 Способи вилучення систематичних похибок

На практиці широко застосовуються такі способи вилучення систематичних похибок: дворазове спостереження; рандомізація; введення поправок.

Суть способу дворазових спостережень полягає в тому, що фізичну величину вимірюють не один раз, а два, але під час другого вимірювання умови вимірювання змінюють так, щоб систематична похибка за собу вимірювання входила до рівнянь вимірювання з протилежними знаками

$$X_1 = X + \Delta, \quad X_2 = X - \Delta.$$

Середнє арифметичне з результатів двох таких вимірювань

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \Delta + X_2 - \Delta}{2} = X_{\text{д}}$$

буде вільне від систематичної похибки, тому що систематична складова похибки входить в останнє рівняння з різними знаками.

Систематичні похибки з відомими значеннями і знаками можуть бути вилучені і після проведення вимірювань під час обробки їхніх результатів. З цією метою у непоправлені результати спостережень вводяться поправки  $\Delta q$  або ці результати домножують на коригувальний коефіцієнт  $\eta$

$$X_{\text{д}} = X \pm \Delta q \quad \text{або} \quad X_{\text{д}} = X \cdot \eta.$$

**Коригувальний коефіцієнт.** Числовий коефіцієнт  $\eta$ , на який домножують результат вимірювання з метою вилучення систематичної похибки.

#### Приклад. Побудова кривої поправок.

*В результаті метрологічної повірки аналогового вольтметра в оцифрованих відмітках його шкали (100 мВ, 200 мВ, 300 мВ, 400 мВ, 500 мВ) отримано відповідні значення цифрового вольтметра: 99 мВ, 198 мВ, 302 мВ, 397 мВ, 501 мВ. Визначити поправку для кожної оцифрованої відмітки шкали аналогового вольтметра і побудувати криву поправок (рис. 4.4).*

За дійсне ( $U_d$ ) будемо вважати значення цифрового вольтметра. Поправку визначимо як абсолютну похибку, взяту з протилежним знаком

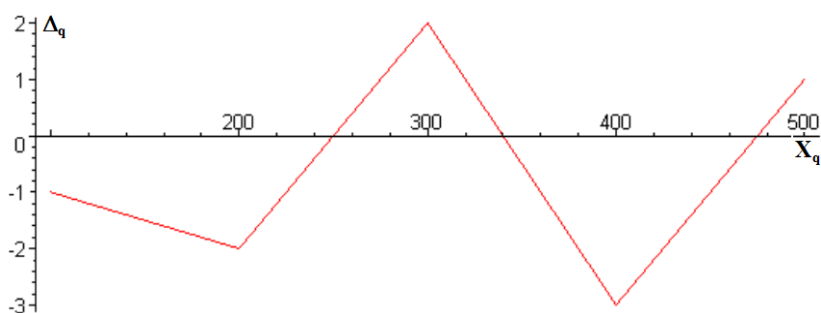
$$\Delta q_{100} = -\Delta U_{100} = -(U_{в100} - U_{д100}) = -(100 - 99) = -1[\text{мВ}];$$

$$\Delta q_{200} = -\Delta U_{200} = -(U_{в200} - U_{д200}) = -(200 - 198) = -2[\text{мВ}];$$

$$\Delta q_{300} = -\Delta U_{300} = -(U_{в300} - U_{д300}) = -(300 - 302) = +2[\text{мВ}];$$

$$\Delta q_{400} = -\Delta U_{400} = -(U_{в400} - U_{д400}) = -(400 - 397) = -3[\text{мВ}];$$

$$\Delta q_{500} = -\Delta U_{500} = -(U_{в500} - U_{д500}) = -(500 - 501) = +1[\text{мВ}].$$



Результати вимірювання, отримані після введення поправки та (або) із врахуванням коригувального коефіцієнта, називають поправленими.

**Рисунок 4.4**

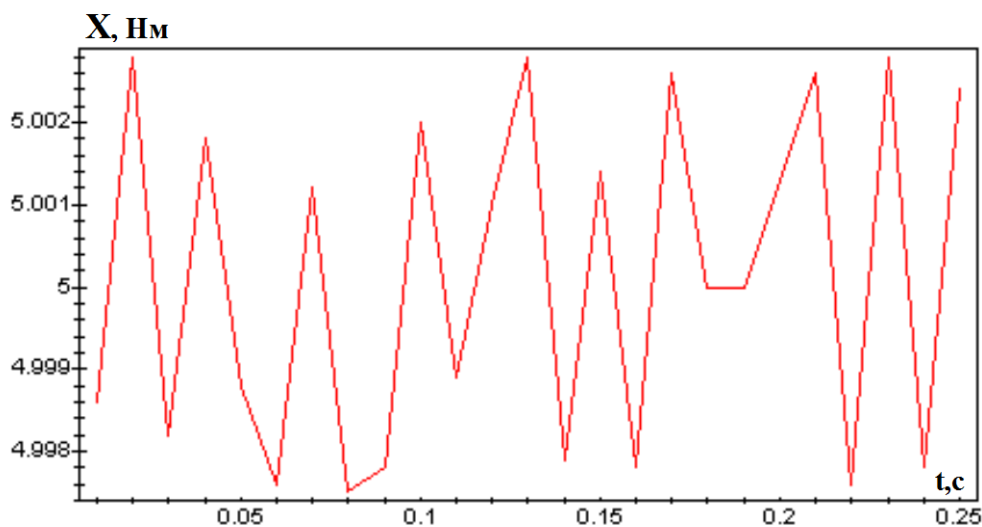
Ефективним способом зменшення систематичних похибок є їх рандомізація, тобто переведення у випадкові. Нехай, наприклад, буде  $n$  однотипних засобів вимірювання із систематичною похибкою однакового походження. Якщо для даного засобу ця похибка постійна, то від пристрою до пристрою вона змінюється випадково. Тому вимірювання однієї і тієї самої величини всіма засобами та усереднення одержаних результатів спостережень дозволять значно зменшити цю похибку.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Які ви знаєте методи вилучення систематичних похибок? Розкрийте суть методу дворазових спостережень.
2. Розкрийте суть методу поправок.
3. Наведіть приклад побудови кривої поправок.
4. Розкрийте суть методу рандомізації.
5. Під час перевірки мілівольтметра магнітоелектричної системи з верхньою межею вимірювання 500 [мВ] в оцифрованих відмітках шкали {100; 200; 300; 400; 500 [мВ]} отримано відповідні покази цифрового вольтметра: 98; 197; 305; 404; 498 [мВ]. Визначити поправку і точність вимірювання у кожній оцифрованій відмітці шкали. Побудувати криві поправок і точності вимірювань для всіх оцифрованих відміток шкали.

#### 4.4 Випадкові похибки

Похибки вимірювань зазвичай носять випадковий характер. Випадковість зумовлюється: нестационарністю і випадковим характером вимірюваної фізичної величини; несталістю метрологічних характеристик засобів вимірювань, яка визначається випадковим характером формування коефіцієнтів перетворення вимірювальних пристроїв; випадковим характером впливу зовнішніх факторів на засіб вимірювання у процесі вимірювального експерименту (рис. 4.5).



**Рисунок 4.5**

Кількісно випадковий процес описують випадковою функцією часу  $X(t)$ , яка в будь-який момент часу  $t$  може набувати різних значень із деяким розподілом імовірностей. Для будь-якого  $t_i$  значення  $X_i = X(t_i)$  є випадковою величиною.

Для характеристики частоти появи випадкових похибок теорія ймовірностей пропонує використовувати закони розподілу.

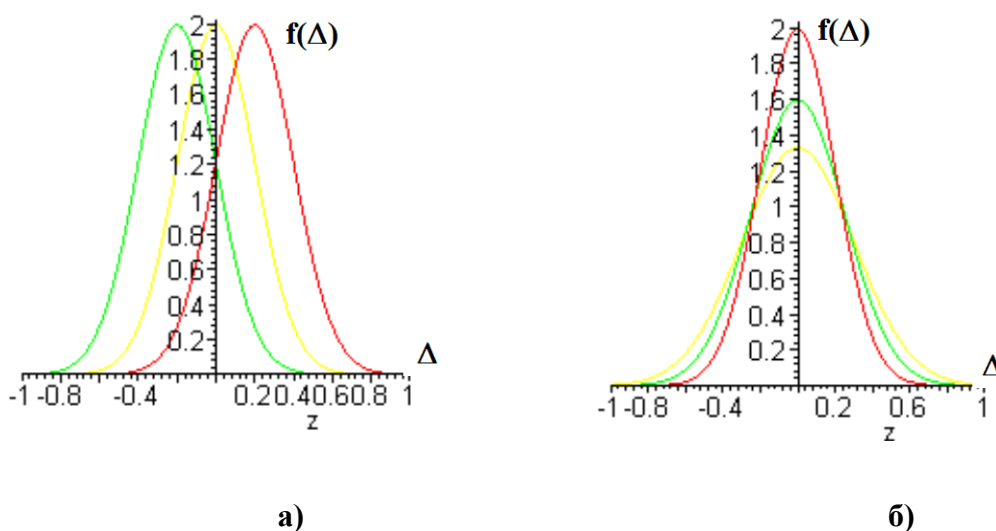
Розподіл Гаусса. Серед законів розподілу нормальний закон займає провідне місце, особливо для оцінення похибок вимірювань (рис. 4.6). Річ у тому, що похибка вимірювання визначається великим числом частинних складових, що носять випадковий характер, а з центральної граничної теореми ймовірностей випливає, що розподіл похибок вимірювання буде близьким до нормального, якщо результати спостережень формуються під впливом великої кількості незалежно діючих частинних похибок випадкового характеру, кожна з яких є незначною за значенням порівняно із загальною випадковою похибкою вимірювання.

Щільність імовірностей нормального закону описується так

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)^2\right],$$

де  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення;  $\Delta = (\Delta - \bar{\Delta})$  – випадкова похибка.

Щільність розподілу для нормального закону має вигляд дзвона. Якщо  $\bar{\Delta} \neq 0$  (рис. 4.6, а), то крива буде зміщена праворуч або ліворуч від початку осі ординат на значення  $\bar{\Delta}$  залежно від знака систематичної складової похибки.



**Рисунок 4.6**

Крива симетрична відносно осі ординат, коли відсутня систематична складова похибки  $\bar{\Delta} = 0$ .

Значення  $\sigma$  впливає на гостровершинність кривої. Збільшення значення  $\sigma$  (рис. 4.6, б) призводить до зменшення гостровершинності, і тому ймовірніша поява великих похибок. І, навпаки, при зменшенні  $\sigma$  зростає ймовірність появи малих похибок і знижується ймовірність появи великих похибок.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Наведіть аналітичне та графічне подання нормального закону розподілу.
2. Які чотири статистичні характеристики необхідно знати, щоб побудувати за експериментальними даними нормальний закон розподілу?
3. Як впливають на форму нормального закону розподілу систематична складова похибки і середнє квадратичне відхилення?

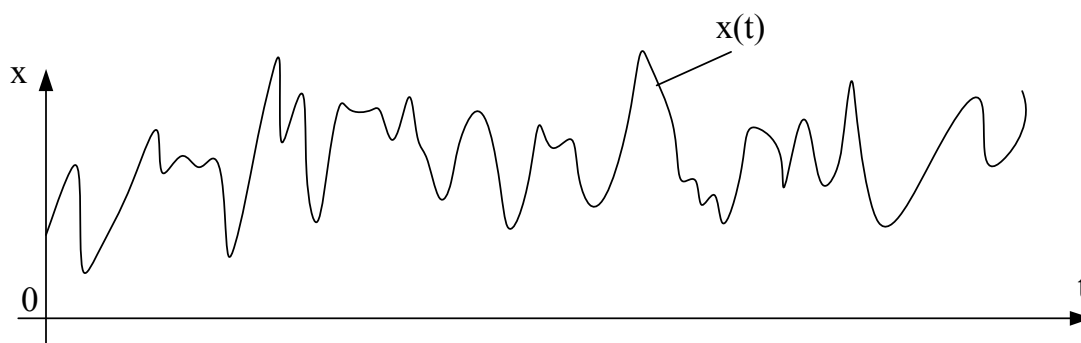


#### 4.5 Оцінювання випадкових похибок прямих вимірювань

Випадкові похибки проявляються при багаторазових вимірюваннях однієї фізичної величини в однакових умовах одним оператором і за допомогою одного і того самого засобу вимірювання. Такі вимірювання прийнято називати рівноточними.

При статистичній обробці результатів багаторазових вимірювань необхідно виконати таку послідовність дій:

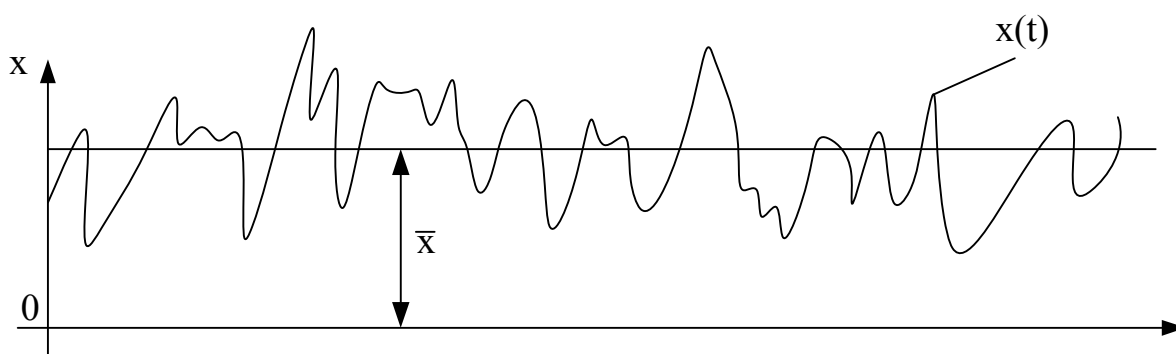
1. Провести багаторазові вимірювання і отримати масив  $X_1, X_2, \dots, X_n$  вимірювальної інформації (рис. 4.7).



**Рисунок 4.7**

2. Ввести поправку в результати вимірювань, вилучивши відомі систематичні похибки.

3. Знайти математичне сподівання поправлених результатів спостережень і взяти його за дійсне значення (рис. 4.8).



**Рисунок 4.8**

Для нормального закону розподілу, а якщо поступитися ефективністю оцінки, то й для всіх симетричних розподілів, за оцінку математичного сподівання ряду рівноточних спостережень беруть середнє арифметичне

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i .$$

4. Визначити випадкове відхилення.

Різниця

$$g_i = X_i - \bar{x}$$

є випадковим відхиленням (випадковою абсолютною похибкою) в  $i$ -му спостереженні. Вона може бути додатною і від'ємною.

Середнє арифметичне незалежно від закону розподілу має такі властивості

$$\sum_{i=1}^n g_i \rightarrow 0 \quad \text{і} \quad \sum_{i=1}^n g_i^2 \rightarrow \min ,$$

які використовуються для перевірки правильності обчислення  $\bar{x}$ .

5. Обчислити експериментальне середнє квадратичне відхилення (СКВ) результатів вимірювання за формулою Бесселя

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}} ,$$

де  $X_i$  – результат  $i$ -го вимірювання;  $\bar{x}$  – середнє арифметичне  $n$  результатів.

Підкреслимо, що для серії  $n$  вимірювань однієї й тієї самої величини параметр  $S$  характеризує розсіювання результатів багаторазових  $n$  вимірювань однієї і тієї самої величини. Оскільки ми обчислюємо середнє арифметичне, необхідне для одержання оцінки  $\sigma$ , то природно взяти його за результат вимірювання. В цьому випадку середнє арифметичне також залежить від числа вимірювань і є також випадковою величиною, яка має деякі дисперсії відносно істинного значення.

6. Визначити середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного за формулою

$$\sigma[\bar{x}] = \frac{S}{\sqrt{n}} .$$

Отже, якщо як результат багаторазових вимірювань взяти середнє арифметичне  $\bar{x}$ , то випадкова похибка ( $S$ ) зменшується в  $\sqrt{n}$  раз порівняно з випадком (рис. 4.9).

Тому багаторазові вимірювання з наступним усередненням результатів і прийняттям цього середнього за результат вимірювання є досить ефективним методом зменшення випадкової похибки.

7. Визначити довірчі границі похибки вимірювання, що являють собою верхню й нижню межі, які накривають із заданою ймовірністю похибку вимірювання. Якщо число вимірювань  $n \leq 20 \dots 30$ , то довірчий інтервал випадкової похибки при заданих імовірності  $P$  і середньому квадратичному відхиленні  $\bar{\sigma}[\bar{x}]$  визначається за формулою Стьюдента

$$\Delta_d = \pm k_t \cdot \bar{\sigma}[\bar{x}],$$

де  $k_t$  – коефіцієнт розподілу Стьюдента, який залежить від заданої ймовірності  $P$  і числа вимірювань  $n$ .

Якщо число вимірювань  $n \geq 500 \dots 1000$ , які розподілені за нормальним законом, то довірчий інтервал випадкової похибки визначається за правилом трьох «сигм –  $\sigma$ »

$$\Delta_d = \pm 3 \cdot \bar{\sigma}[\bar{x}]$$

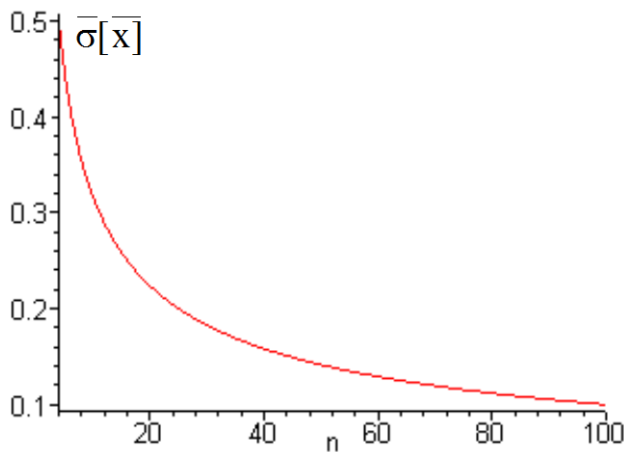


Рисунок 4.9

Розглянемо тепер, яку саме довірчу ймовірність необхідно задавати. Як правило, для звичайних вимірювань беруть  $P = 0.95$ . Якщо вимірювання повторити неможливо, то  $P=0.99$ , а в особливо відповідальних випадках, коли вимірювання, що виконуються, пов'язані із створенням нових еталонів або їхні результати можуть суттєво вплинути на здоров'я людини,  $P = 0.997$ .

8. Подати результат вимірювання  $\bar{x} \pm \Delta_d ; P$ .

#### Приклад – Оцінювання випадкових похибок прямих вимірювань

Проведено ряд вимірювань за допомогою вольтметра магнітоелектричної системи. При цьому одержано такі результати: 122; 118; 120; 121; 119; 120 [В]. Визначити середнє значення вимірюваної напруги, його СКВ. Подати результат, вказавши границі довірчого інтервалу, в який потрапляє похибка вимірювання із заданою ймовірністю  $P=0.95$  (коефіцієнт Стьюдента дорівнює 2.571).

1. Знайдемо математичне сподівання для ряду вимірювань

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = \frac{122 + 118 + 120 + 121 + 119 + 120}{6} = 120 [\text{В}].$$

2. Визначимо випадкові відхилення

$$\vartheta_1 = U_1 - \bar{u} = 122 - 120 = +2 [\text{В}]; \quad \vartheta_2 = U_2 - \bar{u} = 118 - 120 = -2 [\text{В}];$$

$$\vartheta_3 = U_3 - \bar{u} = 120 - 120 = 0[\text{В}]; \quad \vartheta_4 = U_4 - \bar{u} = 121 - 120 = +1[\text{В}];$$

$$\vartheta_5 = U_5 - \bar{u} = 119 - 120 = -1[\text{В}]; \quad \vartheta_6 = U_6 - \bar{u} = 120 - 120 = 0[\text{В}].$$

3. Перевіримо, чи сума випадкових відхилень дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^6 \vartheta_i = 0.$$

4. Знайдемо оцінку експериментального середнього квадратичного

відхилення  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \vartheta_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(2)^2 + (-2)^2 + 0 + (1)^2 + (-1)^2 + 0}{5}} = 1.41[\text{В}].$

5. Визначимо середнє квадратичне відхилення середнього арифме-

тичного  $\sigma[\bar{u}] = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{1.41}{\sqrt{6}} = 0.575[\text{В}].$

6. Знайдемо довірчі границі похибки вимірювання

$$\Delta_{\text{д}} = \pm k_t \cdot \sigma[\bar{u}] = \pm 0.575 \cdot 2.571 = \pm 1.48[\text{В}].$$

7. Подамо результат відповідно до стандартної форми  $\bar{u} \pm \Delta_{\text{д}}, P:$

$$U = 120.00 \pm 1.48 \text{ В}, P = 0.95.$$

**Контрольні питання та завдання:**

1. Як визначити математичне сподівання випадкової похибки і яку складову похибки вимірювання воно характеризує?
2. Що являє собою випадкове відхилення і як воно визначається?
3. Наведіть формулу Бесселя для оцінення експериментального середнього квадратичного відхилення.
4. Як визначити середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного?
5. Покажіть, що багаторазові вимірювання з наступним усередненням результатів є досить ефективним методом зменшення випадкових похибок.
6. Як визначити довірчий інтервал для розподілу Стьюдента і для нормального закону розподілу випадкових похибок?
7. В результаті багаторазових вимірювань напруги отримано такий ряд спостережень: 12.0; 11.9; 12.1; 12.0; 12.2; 11.8; 12.0; 11.7; 12.3; 12.0 [В], похибка яких розподілена за нормальним законом. Визначити середнє значення виміряної напруги, його СКВ. Навести результат, вказавши границі довірчого інтервалу, в який потрапляє похибка вимірювання.
8. В результаті багаторазових вимірювань отримано ряд спостережень напруги: 120; 121; 119; 120; 118; 122 [В]. Навести результат, вказавши границі довірчого інтервалу, в який потрапляє похибка вимірювання із встановленою довірчою ймовірністю  $P=0.95$  (коефіцієнт Стьюдента  $k_t=2.51$ ).

## **Лекція 5** **ВЛАСТИВОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ**

Вимірювальна техніка має великий арсенал різноманітних засобів. Тому актуальною є проблема правильного вибору необхідного засобу вимірювань. Для вирішення цієї проблеми є критерії оцінювання ефективності застосування засобів вимірювань. Такими критеріями є метрологічні характеристики (МХ) засобів вимірювань, які визначаються режимом їхньої роботи – статичним або динамічним.

**Метрологічними** називають характеристики засобів вимірювальної техніки, які нормуються для визначення результату вимірювання та його похибок.

Під статичним потрібно розуміти режим роботи засобу вимірювань, при якому його вихідний сигнал може вважатись незмінним протягом часу, достатнього для зчитування показів, а під динамічним – режим, при якому вихідний сигнал з часом суттєво змінюється.

Виходячи з режимів роботи засобів вимірювань, розрізняють їхні статичні і динамічні метрологічні характеристики.

Згідно з ДСТУ 2681-94 виділяють такі основні динамічні метрологічні характеристики: диференціальне рівняння і передаточна функція, перехідна характеристика, імпульсна характеристика, амплітудно- і фазочастотна характеристики.

До статичних властивостей засобів вимірювань відносять: функцію перетворення, статичну характеристику, чутливість, поріг чутливості, роздільну здатність, адитивні і мультиплікативні похибки, похибку нелінійності, діапазон вимірювання, швидкодію, вхідний і вихідний опір, варіацію показу.

Розглянемо детально виділені статичні МХ.

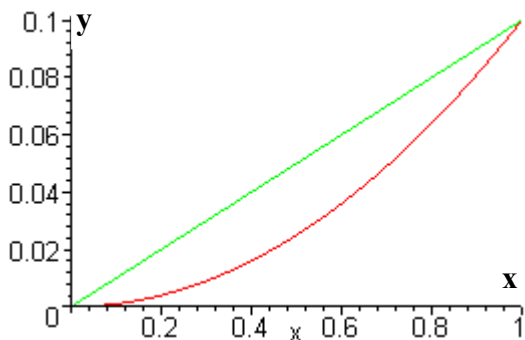
### 5.1 Статичні метрологічні характеристики

**Функцією перетворення** називають залежність між вихідною (y) та вхідною (x) величинами засобу вимірювальної техніки.

Функція перетворення може бути подана у вигляді таблиці, графіка, формули.

Аналітична залежність вимірювального перетворення, що входить до складу засобу вимірювань і описує зв'язок вихідного та вхідного сигналів, називається рівнянням перетворення –  $y = f(x)$ .

Графічне подання функції перетворення називають статичною характеристикою.



**Рисунок 5.1**

Статична характеристика засобу вимірювань може бути як лінійною, так і нелінійною (рис. 5.1). Остання може бути з достатнім ступенем точності лінеаризована.

Градуювальна характеристика – залежність між значеннями вимірюваної величини на виході та вході засобу вимірювань, що отримані під час градуювання (калібрування) та

подані у вигляді таблиці, графіка або формули.

**Чутливість** – відношення зміни вихідної величини  $\Delta y$  засобу вимірювань до зміни вхідної величини  $\Delta x$ , що її викликає,

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Тобто чутливість характеризує здатність засобу вимірювання реагувати на зміну вхідного сигналу.

При лінійному рівнянні перетворення  $S = \text{const}$ . В такому випадку шкала засобу вимірювань рівномірна, що є досить суттєвою перевагою порівняно із засобами вимірювань із нерівномірною шкалою ( $S \rightarrow \text{var}$ ).

Максимальне значення абсолютної похибки градуювання шкали визначають як

$$\Delta_{\text{ш}} = \frac{1}{2} C.$$

Величину, обернену до чутливості, називають ціною поділки

$$C = \frac{1}{S}.$$

Крім чутливості, засоби вимірювань характеризуються порогом чутливості і зоною нечутливості.

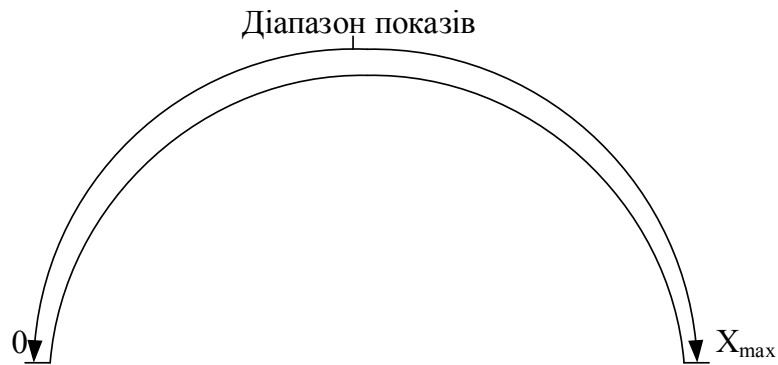
**Поріг чутливості** – найменше значення вимірюваної величини, яке може бути виявлене засобом вимірювань.

Зона нечутливості – діапазон значень вимірюваної величини, в межах якого її зміни не викликають зміни показу засобу вимірювань.

Досить важливою метрологічною характеристикою є діапазон вимірювань. У ДСТУ 2681-94 розрізняють діапазон показів і діапазон вимірювань.

**Діапазон показів** – інтервал значень вимірюваної величини, який обмежений початковим та кінцевим її значеннями.

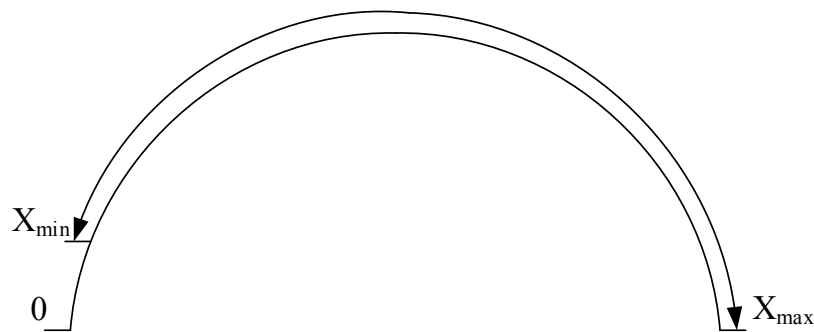
Початковим значенням вимірюваної величини називають найменше в діапазоні показів її значення, а кінцевим – її найбільше значення (рис. 5.2).



**Рисунок 5.2**

**Діапазон вимірювань** – інтервал значень вимірюваної величини, в межах якого прономовано похибки засобу вимірювань.

Нормованими є верхня  $X_{\max}$  і нижня  $X_{\min}$  межі вимірювання (рис. 5.3).



**Рисунок 5.3**

У вимірювальній практиці широко використовується також термін «повний діапазон», під яким розуміють відношення верхньої межі вимірювання  $x_{\max}$  до порогу чутливості

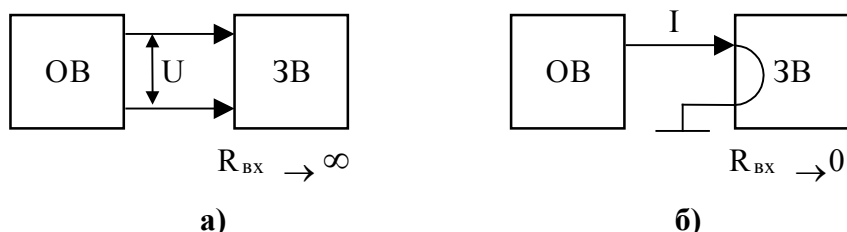
$$D = \frac{x_{\max}}{X_{\bullet}}$$

де  $X_{\bullet}$  – поріг чутливості.

**Вхідний і вихідний опори.** При вимірюванні об'єкт і засіб вимірювання взаємодіють. Однак при такій взаємодії вимірювальна інформація, що отримується від об'єкта вимірювання, не має спотворюватись. У цьому плані засоби вимірювання характеризуються вхідним і вихідним опорами (імпедансами).

Вхідний опір може бути як великим, так і малим, залежно від властивостей об'єкта, умов вимірювання, значення вимірюваної величини і методу вимірювання.

Для електричних величин ці вимоги можна сформулювати так, як подано на рис. 5.4.



**Рисунок 5.4**

Великий вхідний опір необхідний тоді, коли вихідний сигнал від попереднього перетворювача (рис. 5.4, а) або об'єкта вимірювання ОВ формується у вигляді напруги. Прикладом може слугувати вимірювання напруги вольтметром. Чим більшим буде опір вольтметра ( $R_{\text{вх}} \rightarrow \infty$ ), тим меншою буде похибка взаємодії.

Малий вхідний опір необхідний тоді, коли вихідний сигнал від попереднього перетворювача (рис. 5.4, б) або об'єкта вимірювання ОВ формується у вигляді струму. При вимірюванні сили струму амперметром похибка взаємодії буде тим меншою, чим менший його вхідний опір ( $R_{\text{вх}} \rightarrow 0$ ).

**Швидкодія** – час, витрачений на вимірювання, під яким розуміють проміжок часу з моменту зміни вимірюваної величини до моменту встановлення показу приладу.

**Показ** – значення вимірюваної величини, створене за допомогою засобу вимірювань та подане сигналом вимірювальної інформації.

**Час встановлення** – інтервал часу від моменту початку дії вхідного сигналу до моменту, коли показ досягає і залишається всередині повних меж навколо усталеного значення.

**Варіація показу** засобу вимірювань – різниця між двома показами засобу вимірювання, коли одне й те саме значення вимірюваної величини досягається внаслідок її збільшення чи зменшення.

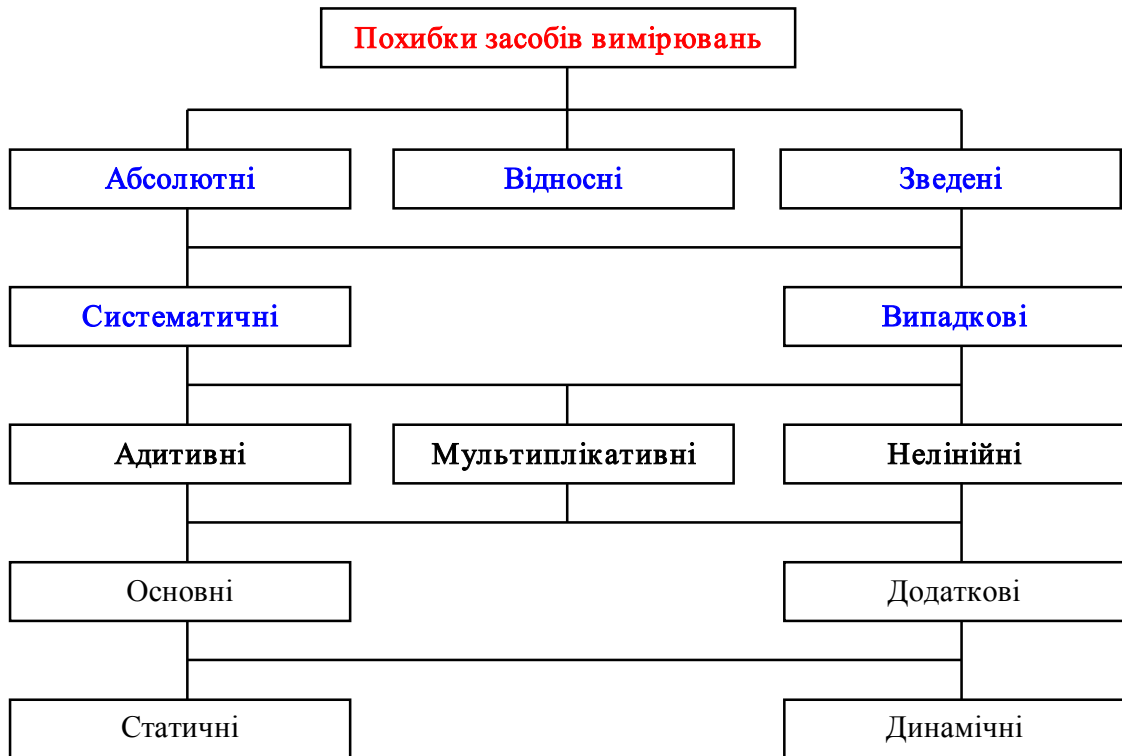
## 5.2 Похибки засобів вимірювань

Похибки засобів вимірювань дозволяють кількісно оцінити інструментальну похибку вимірювань, тобто похибку, яка виникає через не-



досконалість конструкції засобу вимірювання, а також через кінцеві можливості технології його виготовлення.

Похибки (рис. 5.5) засобів вимірювальної техніки поділяються на: абсолютні, відносні та зведені; систематичні та випадкові; адитивні, мультиплікативні і нелінійні; основні і додаткові; статичні і динамічні.



**Рисунок 5.5**

За способом вираження похибки засобів вимірювальної техніки поділяють на абсолютні, відносні та зведені.

**Абсолютною похибкою засобу вимірювань** називають різницю між показом засобу вимірювань та істинним значенням вимірюваної величини за відсутності методичних похибок і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання

$$\Delta_{ЗВ} = X_V - X_i$$

Умови відсутності методичних похибок вимірювання і похибок від взаємодії засобу вимірювань з об'єктом вимірювання створюються під час перевірки, коли значення вхідної величини знаходять за допомогою зразкового засобу вимірювання.

**Відносною похибкою засобу вимірювань** називають відношення абсолютної похибки засобу вимірювань до істинного значення вимірюваної величини

$$\delta_{ЗВ}[\%] = \frac{\Delta_{ЗВ}}{X_i} \cdot 100\%$$

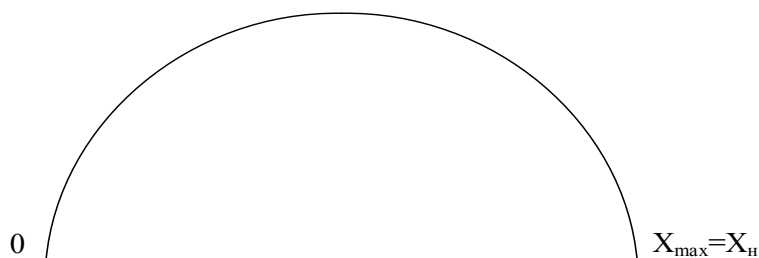
Зведеною похибкою засобу вимірювань називають відношення абсолютної похибки засобу вимірювань до нормованого значення

$$\gamma[\%] = \frac{\Delta_{ЗВ}}{X_H} \cdot 100\%,$$

де  $X_H$  – нормоване значення.

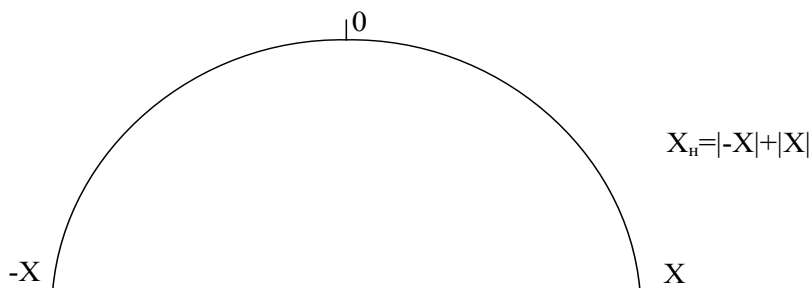
Залежно від типу шкали засобу вимірювань виділяють декілька методів визначення нормованого значення.

1. Якщо засіб вимірювань має рівномірну шкалу, то як нормоване значення  $X_H$  необхідно вибирати верхню межу вимірювань при знаходженні нульової відмітки на початку шкали (рис. 5.6).



**Рисунок 5.6**

2. Нормоване значення  $X_H$  дорівнює сумі модулів меж вимірювань, якщо нульова відмітка шкали знаходиться всередині діапазону вимірювань (рис. 5.7).



**Рисунок 5.7**

3. Для багатомежевих засобів вимірювань значення  $X_H$  дорівнює різниці меж вимірювань.

4. Якщо засіб вимірювань має істотно нерівномірну шкалу, то за нормоване значення  $X_H$  беруть довжину шкали або її частини, яка відповідає діапазону вимірювань.

Похибки засобів вимірювань містять ряд систематичних і випадкових складових, статичні та динамічні похибки, які визначаються аналогічно визначенням похибок вимірювань.

Залежно від того, в яких умовах експлуатується засіб вимірювань, розрізняють основну (для нормальних умов) і додаткову (якщо одна або більше впливних величин виходять за межі нормальних умов) похибки.

**Основна похибка** – похибка засобу вимірювальної техніки за нормальних умов його використання.

Нормальне – це значення впливної величини, для якого (у межах якого) нормується основна похибка засобів вимірювальної техніки.

Умовами застосування засобів вимірювальної техніки називають такі, за яких значення впливних величин знаходяться у межах робочої зони.

Робоча зона значень впливних величин – це зона, що встановлюється для засобів вимірювань, в межах якої за необхідності нормуються додаткові похибки цих засобів.

**Додаткова похибка** – похибка засобу вимірювальної техніки, яка додатково виникає під час використання засобу вимірювань в умовах відхилення хоча б однієї з впливних величин від нормального значення або її виходу за границі нормальної зони значень.

### 5.3 Нормування похибок засобів вимірювання

Щоб наперед оцінити похибку, яку внесе даний засіб в кінцевий результат, користуються нормованими значеннями похибки.

Під нормованим значенням розуміють похибки, які є граничними для даного типу засобів вимірювань.

Стандартами регламентуються способи нормування і форми вираження допустимих границь похибок.

Границею допустимої похибки засобу вимірювань називають найбільше значення без урахування знака похибки засобу вимірювань, за яким цей засіб ще може бути визнаний придатним до застосування.

Границі допустимих абсолютної, відносної і зведеної похибок засобів вимірювань можуть виражатись одним числом

$$\Delta_n = \pm a; \quad \delta_n = \pm q; \quad \gamma_n = \pm p,$$

де  $a$  – додатне число, незалежне від  $x$ ;  $q$ ,  $p$  – абстрактні додатні числа, вибрані з метрологічного ряду

$$[1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0] \cdot 10^n,$$

де  $n$  може набувати значень  $1; 0; -1; -2; \dots$ .

Для нормування абсолютної похибки проводять вимірювальний експеримент в декількох оцифрованих відмітках діапазону вимірювання. При цьому для кожної оцифрованої відмітки необхідно мати виміряне і дійсне значення. Далі визначається абсолютна похибка для кожної оцифрованої відмітки шкали. За нормувальне значення абсолютної похибки

беруть її максимальне значення

$$a = |\Delta_{\max}|.$$

Для нормування відносної похибки суть вимірювального експерименту не змінюється. Маючи значення абсолютних похибок, оцінюють значення відносних похибок в тих самих оцифрованих відмітках діапазону вимірювання. Тоді знаходять максимальне значення відносної похибки  $\delta_{\max}$ . За нормоване значення відносної похибки  $q$  беруть число, більше за значення максимальної відносної похибки, із значень метрологічного ряду. Таким чином забезпечується граничне (гарантоване) значення похибки.

Процедура виконання вимірювального експерименту для нормування зведеної похибки аналогічна попереднім. Після знаходження модуля максимального значення абсолютної похибки  $|\Delta_{\max}|$  максимальну зведену похибку знаходять так

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{X_H} \cdot 100\%.$$

За нормоване значення зведеної похибки  $p$  беруть число, більше за значення максимальної зведеної похибки, із значень метрологічного ряду.

#### **Приклад – Нормування похибок засобів вимірювання**

*Під час повірки вольтметра магнітоелектричної системи з верхньою межею вимірювання 500 [В] в оцифрованих відмітках шкали {100; 200; 300; 400; 500 [В]} отримано відповідні покази цифрового вольтметра: 98; 197; 304; 405; 494 [В]. До якого класу точності відноситься вольтметр, якщо пронормовано абсолютну похибку?*

За дійсне значення  $X_d$  беремо покази цифрового вольтметра, а за виміряне  $X_v$  – значення в оцифрованих відмітках шкали.

#### **Нормування абсолютної похибки:**

Оцінимо абсолютні похибки в кожній оцифрованій відмітці шкали:

$$\Delta_{100} = X_{v100} - X_{d100} = 100 - 98 = + 2 \text{ [В]};$$

$$\Delta_{200} = X_{v200} - X_{d200} = 200 - 197 = + 3 \text{ [В]};$$

$$\Delta_{300} = X_{v300} - X_{d300} = 300 - 304 = - 4 \text{ [В]};$$

$$\Delta_{400} = X_{v400} - X_{d400} = 400 - 405 = - 5 \text{ [В]};$$

$$\Delta_{500} = X_{v500} - X_{d500} = 500 - 494 = + 6 \text{ [В]}.$$

Визначимо максимальне значення абсолютної похибки

$$\Delta_{\max} = 6 \text{ [В]}$$

і візьмемо його за нормоване значення

$$a = \Delta_{\max} = \pm 6 \text{ [В]}.$$

**Нормування відносної похибки:**

Оцінимо відносні похибки в кожній оцифрованій відмітці шкали:

$$\delta_{100} = \frac{\Delta_{100}}{X_{д100}} 100\% = \frac{2}{98} 100\% = 2.04\% ;$$

$$\delta_{200} = \frac{\Delta_{200}}{X_{д200}} 100\% = \frac{3}{197} 100\% = 1.52\% ;$$

$$\delta_{300} = \frac{\Delta_{300}}{X_{д300}} 100\% = \frac{4}{304} 100\% = 1.32\% ;$$

$$\delta_{400} = \frac{\Delta_{400}}{X_{д400}} 100\% = \frac{5}{405} 100\% = 1.23\% ;$$

$$\delta_{500} = \frac{\Delta_{500}}{X_{д500}} 100\% = \frac{6}{494} 100\% = 1.21\% .$$

Визначимо максимальне значення відносної похибки

$$\delta_{\max} = 2.04\% .$$

Оскільки максимальне значення  $\delta_{\max} = 2.04\%$  знаходиться між числами 2.0 і 2.5 в метрологічному ряді, то за нормоване значення вибираємо більше із цих двох значень

$$q = \pm 2.5 .$$

**Нормування зведеної похибки:**

Максимальним значенням абсолютної похибки для цього прикладу є  $\Delta_{\max} = 6[V]$ . За нормоване значення беремо верхню межу вимірювання

$$X_H = U_{\max} = 500[V] .$$

Тоді максимальне значення зведеної похибки становить

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{X_H} \cdot 100\% = \frac{6}{500} 100\% = 1.2\% .$$

Із метрологічного ряду вибираємо нормоване значення зведеної похибки

$$p = \pm 1.5 .$$

Якщо границі допустимої основної похибки задаються відносною або зведеною похибкою, то позначення класів точності вибирають із наведеного раніше ряду.

Границі допустимих абсолютної і відносної похибок можуть також виражатися у вигляді лінійної функції

$$\Delta_{ЗВ} = \pm(a + b \cdot x) ,$$

де  $a, b$  – додатні числа, незалежні від  $x$ .

Перший доданок поданої функції позначається  $\Delta_a$  (рис. 5.8, а) і

характеризує адитивну похибку (похибку нуля, незалежну від  $x$ ), а другий доданок позначається  $\Delta_M$  (рис. 5.8, б) і характеризує мультиплікативну похибку, залежну від  $x$ .

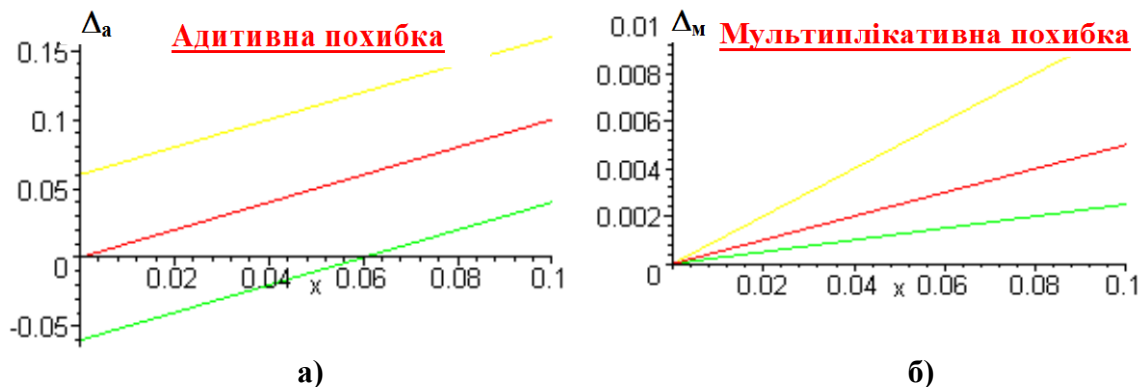


Рисунок 5.8

**Адитивна похибка** – складова абсолютної похибки засобу вимірювальної техніки, яка не залежить від вимірюваної величини.

Адитивну похибку називають ще похибкою нуля.

**Мультиплікативна похибка** – складова похибки засобу вимірювальної техніки, яка пропорційна вимірюваній величині.

Цю складову похибки називають ще похибкою чутливості.

**Похибка нелінійності** – складова похибки засобу вимірювальної техніки, яка змінюється нелінійно в діапазоні зміни вимірюваної величини.

Для нормування похибок засобів вимірювальної техніки з адитивною і мультиплікативною похибками найбільш поширеною є формула виду

$$\delta = \pm [c + d \cdot (|X_H/X| - 1)],$$

де  $X_H$  – нормоване значення;  $c, d$  – постійні числа.

Для з'ясування фізичної суті коефіцієнта  $c$  уявимо, що прилад, границя допустимої похибки якого нормована, показав значення, що дорівнює верхній межі вимірювання:  $X = X_H$ . Тоді  $\delta_H = \pm c$ .

Отже коефіцієнт  $c$  є границя допустимої відносної похибки при максимальному показі приладу.

Для розуміння суті коефіцієнта  $d$  перетворимо наведену формулу так, щоб отримати залежність для границі допустимої абсолютної похибки

$$\Delta = \pm \frac{1}{100} \cdot [d \cdot X_H + (c - d) \cdot X].$$

Припустимо, що покази приладу дорівнюють нулю. Тоді другий доданок у квадратних дужках дорівнює нулю і  $d$  є границею допустимої

похибки при нульовому показі приладу, яка виражена у відсотках до верхньої межі вимірювання.

Різниця коефіцієнтів  $(c - d)$  характеризує зростання абсолютної похибки при зростанні показів приладу, а  $(X_H/X - 1)$  – зростання відносної похибки при зменшенні показів приладу.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Статичні метрологічні характеристики: функція перетворення, рівняння перетворення, статична характеристика, градувальна характеристика.
2. Статичні метрологічні характеристики: чутливість, поріг чутливості, зона нечутливості, діапазон вимірювання, швидкодія.
3. Похибка взаємодії.
4. Похибки засобів вимірювальної техніки.
5. У чому полягає суть абсолютної, відносної, адитивної, зведеної, мультиплікативної похибок засобів вимірювання?
6. Суть нормування похибок засобів вимірювань у вигляді числа.
7. Методика нормування абсолютної похибки.
8. Методика нормування відносної похибки.
9. Методика нормування зведеної похибки.
10. Нормування похибок засобів вимірювань у вигляді лінійної функції.
11. Мілівольтметр має рівномірну шкалу з нульовою відміткою в її середині, розподілену на 50 поділок. Нижня межа вимірювання мілівольтметра  $U_H = -250$  [мВ], а верхня  $U_B = +250$  [мВ]. Навести графічне зображення цієї шкали та визначити ціну поділки. Знайти абсолютну і зведену похибки градуювання шкали мілівольтметра. Визначити чутливість.
12. Вольтметр має рівномірну шкалу, розподілену на 100 поділок з нульовою відміткою на початку шкали. Верхня межа вимірювання вольтметра  $U_B = +100$  [В]. Навести графічне зображення цієї шкали та визначити ціну поділки. Знайти абсолютну і зведену похибки градуювання шкали мілівольтметра. Визначити чутливість.
13. Під час повірки вольтметра магнітоелектричної системи з верхньою межею вимірювання 500 [В] в оцифрованих відмітках шкали {100; 200; 300; 400; 500 [В]} отримано відповідні покази цифрового вольтметра: 93; 194; 305; 404; 497 [В]. До якого класу точності відноситься вольтметр, якщо пронормовано абсолютну похибку? Побудувати залежність абсолютної похибки для всіх оцифрованих відміток шкали.
14. Проведено повірку амперметра з верхньою межею вимірювання 50[A] у таких оцифрованих відмітках шкали: 10, 20, 30, 40, 50 [A]. Отримано відповідні покази зразкового приладу: 10.05; 20.04; 29.97; 40.02; 50.01 [A]. До якого класу точності можна віднести амперметр за результатами повірки, якщо для нормування класу точності використано зведену похибку. Побудувати залежність зведеної похибки від оцифрованих відміток шкали.
15. Проведено повірку амперметра з верхньою межею вимірювання 100[A] у таких оцифрованих відмітках шкали: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 [A]. Отримано відповідні покази зразкового приладу: 9.91; 20.08; 29.93; 40.06; 50.95; 60.03; 70.01; 80.05; 90.025; 100.01 [A]. До якого класу точності можна віднести амперметр за результатами повірки, якщо для нормуван-



ня класу точності використано відносну похибку. Побудувати залежність відносної похибки від оцифрованих відміток шкали.

#### 5.4 Повірка засобів вимірювальної техніки

Засоби вимірювальної техніки (ЗВТ) є технічними засобами, які характеризуються нормованими метрологічними характеристиками. Надійність ЗВТ визначається їхньою здатністю витримувати метрологічні параметри в регламентованих межах. Вихід за ці межі класифікується як метрологічна відмова. Відповідність метрологічних характеристик їх нормованим значенням встановлюють під час повірки засобів вимірювальної техніки.

**Повірка** полягає у визначенні похибок засобів вимірювальної техніки і встановленні їхньої придатності до застосування.

Повірку здійснюють органи державної і відомчої служби. Державна повірка здійснюється органами державної метрологічної служби засобів вимірювальної техніки, які використовуються у сферах, що підлягають метрологічному нагляду. Відомча повірка здійснюється метрологічними відомчими службами ЗВТ, що не підлягають державній повірці.

Виділяють такі види повірки:

- первинна;
- періодична;
- позачергова;
- інспекційна;
- вибіркова.

Первинна повірка виконується вперше після виготовлення ЗВТ або після ремонту, також при імпорті партіями.

Періодична повірка виконується протягом експлуатації ЗВТ через встановлений проміжок часу (міжповірочний інтервал).

Позачергова повірка ЗВТ здійснюється до терміну чергової періодичної повірки.

Інспекційна повірка ЗВТ виконують, здійснюючи державний нагляд.

Вибіркова повірка групи ЗВТ, що вибрані з партії певним чином, виконується за результатами, які визначають придатність усієї партії.

Повірку розпочинають із зовнішнього огляду засобу вимірювальної техніки, при якому виявляють основні технічні характеристики, що позначені на шкалі і корпусі приладу у вигляді умовних позначень або знаків. Метою зовнішнього огляду також є виявлення механічних дефектів, які можуть призвести в подальшому до недопустимої похибки або до порушення його роботоздатності. Під час зовнішнього огляду також контролюють комплектність засобу, наявність та стан кабелів і ін.



Повірку ЗВТ здійснюють двома методами:

- поелементно;
- комплектно.

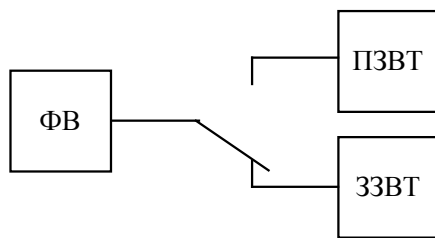
**Поелементна повірка**, під час якої метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки визначають за метрологічними характеристиками їх окремих частин.

При поелементній повірці визначають метрологічні характеристики кожного вимірювального перетворювача. Потім на основі відомих функціональних залежностей між вимірювальними перетворювачами визначають сумарні метрологічні характеристики повірюваного засобу. Поелементна повірка досить складна і трудомістка.

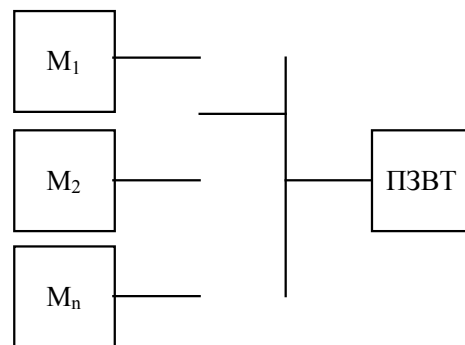
**Комплектна повірка**, під час якої метрологічні характеристики засобів вимірювальної техніки визначають як для єдиного цілого без визначення метрологічних характеристик окремих її частин.

Комплектна повірка може здійснюватися декількома методами (рис. 5.9).

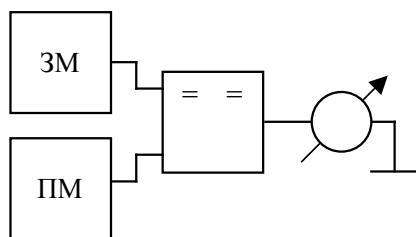
Метод зразкових приладів



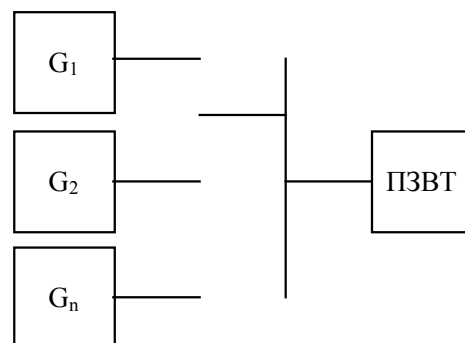
Метод зразкових мір



Метод зіставлення



Метод зразкових сигналів



**Рисунок 5.9**

1. Метод зразкових приладів. В основу цього методу покладено одночасне вимірювання фізичної величини повірюваним (ПЗВТ) і зразковим (ЗЗВТ) засобами вимірювальної техніки. При цьому оператор має

встановити, що на зразковий і повірюваний засіб діє одна й та ж інтенсивність фізичної величини.

Характерною рисою методу зразкових приладів є застосування в автоматизованій системі зразкових приладів, що мають відомі і стабільні МХ.

2. Метод зразкових мір. У цьому методі похибка повірюваного засобу визначається шляхом зіставлення дійсного значення міри (М) із дійсним значенням ПЗВТ.

Повірка мір здійснюється декількома способами:

- шляхом порівняння за допомогою компаратора ПП вихідної величини міри і зразкової міри (ЗМ) для визначення систематичної складової похибки;
- прямим вимірюванням величини, що відтворює повірювана міра (ПМ), вимірювальним приладом більш високої точності;
- опосередкованим вимірюванням;
- калібруванням набору мір шляхом сукупних вимірювань.

3. Метод зіставлення. Під час такої повірки зразкова міра зіставляється з повірюваною за допомогою спеціального зразкового компаратора відповідного типу і класу.

При автоматизації повірочних робіт одним з актуальних є питання вибору методу повірки автоматизованих засобів вимірювальної техніки (вимірювальний канал, вимірювальна система, вимірювальна інформаційна система). В основу побудови систем для автоматизації метрологічних випробувань можуть бути покладені методи зразкових приладів або зразкових сигналів (мір).

4. Метод зразкових сигналів. Метод зразкових сигналів є розвитком методу зразкових мір. Характерною рисою цього методу повірки є наявність у вимірювальній автоматизованій системі програмно-керованих пристроїв (генераторів) формування зразкових сигналів, що мають відомі стабільні метрологічні характеристики. Первинні вимірювальні перетворювачі (сенсори) при експериментальному визначенні метрологічних характеристик вимикають, а їх функціонування імітують генератори. Генератор забезпечує формування на вході системи електричних сигналів, які відповідають точкам діапазону вимірювань.

## АНАЛОГОВІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ

### Лекція 6 ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИБАДИ

Електромеханічні вимірювальні прилади відносять до аналогових засобів вимірювання.

**Засіб вимірювання**, в якому візуальний сигнал вимірювальної інформації подається за допомогою шкали та вказівника, називається аналоговим вимірювальним приладом.

Зі свого боку, аналогові вимірювальні прилади поділяють на електромеханічні і електронні.

**Електромеханічними** називають аналогові вимірювальні прилади, в яких вхідна електрична величина перетворюється в лінійне або кутове переміщення рухомої частини вимірювального механізму.

Електромеханічні аналогові прилади прямої дії будуються за структурною схемою, поданою на рис. 6.1.



Рисунок 6.1

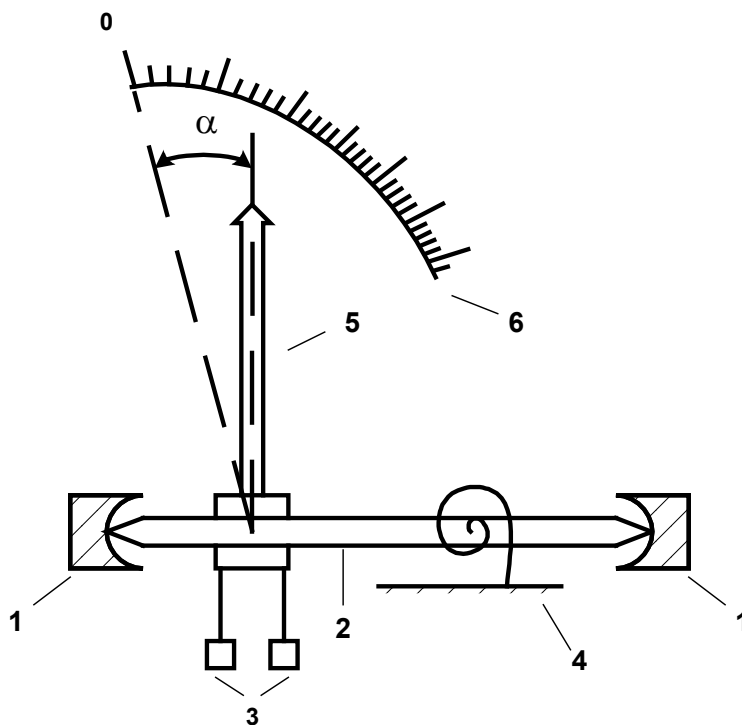
У вимірювальному колі вхідна електрична величина  $X$  перетворюється на електричну величину  $X'$ , яка діє на вимірювальний механізм. Вимірювальний механізм перетворює електричну величину  $X'$  на механічне (кутове  $\alpha$  або лінійне) переміщення, значення якого відображається на відліковому пристрої.

До вимірювального кола можуть входити подільники напруги, шунти, випрямлячі, елементи для компенсації температурних та частотних похибок та інші елементи.

Вимірювальний механізм складається з рухомої та нерухомої частин. Рухома частина вимірювального механізму встановлюється на кернях, на розтяжках та на підвісах.

#### 6.1 Узагальнена структурна схема вимірювального механізму

Найбільш поширеним відліковим пристроєм в цих приладах є шкала з вказівником (стрілковим чи світловим), зв'язаним з рухомою частиною механізму, узагальнена структурна схема якого наведена на рис. 6.2.



**Рисунок 6.2**

На рис. 6.2 введено такі позначення: 1 – підп’ятники; 2 – вісь, що закінчується кернами; 3 – противаги; 4 – пружина, що створює протидійний момент; 5 – стрілка (вказівник); 6 – шкала.

Елементи конструкції 2, 3, 4 і 6 утворюють рухому частину, а 1 і 5 відносяться до нерухомої частини вимірювального механізму.

У вимірювальному механізмі, який наведено на рис. 6.2, вхідна електрична величина перетворюється в кутове переміщення  $\alpha$  його рухомої частини. В процесі кутових переміщень рухомої частини механізму в ньому відбуваються такі процеси.

Із теоретичної механіки відомо (правило Лагранжа), що при обертанні твердого тіла навколо осі добуток моменту інерції  $J$  на кутове прискорення дорівнює сумі моментів сил, що діють на тіло відносно тієї самої осі, тобто

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \sum_{i=1}^n M_i .$$

На рухому частину вимірювального механізму при її рухові діють такі моменти:

1. Електромагнітна енергія  $W_e$  створює обертальний момент  $M_{об}$ , який виникає від дії вимірюваної величини і повертає рухому частину в бік зростання показів

$$M_{об} = \frac{dW_e}{d\alpha}.$$

2. Коли б повороту рухомої частини ніщо не заважало, то вона при будь-якому значенні вимірюваної величини, відмінному від нуля, поверталася б до упору. В результаті повороту рухомої частини одночасно закручується пружина, яка створює протидійний момент  $M_{пр}$ , пропорційний куту повороту  $\alpha$

$$M_{пр} = -W_{пт} \cdot \alpha,$$

де  $W_{пт}$  – питомий протидійний момент пружини, тобто момент, який виникає при закручуванні пружини на одиницю кута. Знак мінус тут поставлено тому, що протидійний момент направлений назустріч обертальному.

3. При обертанні рухомої частини механізму в результаті тертя його рухомих частин з повітрям, а також в результаті електромагнітних процесів в рухомій частині, виникає гальмування. Це гальмування характеризується моментом заспокоєння  $M_3$ , який пропорційний кутовій швидкості:

$$M_3 = -P \frac{d\alpha}{dt},$$

де  $P$  – коефіцієнт заспокоєння, який залежить від конструкції рухомої частини.

4. При встановленні рухомої частини механізму на осі, що закінчується кернами, виникає момент тертя

$$M_{mp} = -k \cdot G^{1,5},$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності;  $G$  – вага рухомої частини вимірювального механізму.

Підставимо в праву частину вихідного диференціального рівняння значення моментів і отримаємо

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_{об} + M_{пр} + M_3 + M_{тр}$$

або

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + W_{пт}\alpha + k \cdot G^{1,5} = \frac{dW_e}{d\alpha}.$$

Отримане рівняння називають рівнянням руху рухомої частини вимірювального механізму. Якщо це розв'язати для конкретного вимірювального механізму, то можна отримати залежності зміни кута повороту в часі:  $\alpha = f(t)$ .

В статичному режимі роботи вимірювального перетворювача обертальний і протидійний моменти зрівноважені

$$M_{об} = M_{пр} .$$

Дана рівність і використовується для отримання рівняння перетворення для конкретного типу вимірювального механізму.

За способом створення обертального моменту або, іншими словами, за способом перетворення електромагнітної енергії  $W_e$  на механічну енергію переміщення рухомої частини електромеханічні вимірювальні перетворювачі поділяються на такі види:

- магнітоелектричні;
- електродинамічні;
- феродинамічні;
- електростатичні;
- електромагнітні;
- індукційні.

**Контрольні питання:**

1. На які два великі класи поділяють аналогові вимірювальні прилади?
2. Дайте поняття електромеханічного вимірювального приладу. Які дві основні частини входять до його складу?
3. Які функції виконує вимірювальне коло?
4. Назвіть основні складові рухомої частини електромеханічного вимірювального механізму.
5. Наведіть структурну схему рухомої частини електромеханічного вимірювального механізму і поясніть принцип його дії.
6. Сформулюйте правило Лагранжа.
7. За якою залежністю визначають обертальний момент?
8. Наведіть формулу для визначення протидійного моменту, що створюється за рахунок пружних властивостей пружини.
9. Якій фізичній величині пропорційний момент заспокоєння?
10. Які основні моменти діють на рухому частину вимірювального механізму?
11. Запишіть рівняння руху рухомої частини ВМ в динамічному режимі його роботи.
12. За якої умови диференціальне рівняння перетворюється на рівняння перетворення?
13. Які два моменти зрівноважують рухому частину ВМ в статичному режимі роботи?
14. Як в статичному режимі роботи називають аналітичне подання функції перетворення?

## Лекція 7 МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ

### 7.1. Магнітоелектричний амперметр

Методика аналізування засобів вимірювання:

1. Сформулюйте фізичний ефект, який покладено в основу його роботи.
2. Наведіть його структурну схему.
3. Поясніть принцип дії.
4. Виведіть рівняння перетворення.
5. Проаналізуйте рівняння перетворення і виділіть основні недоліки і переваги цього засобу вимірювання.

Дотримуючись наведеної методики, розглянемо принципи дії електромеханічних засобів вимірювання.

Принцип дії магнітоелектричних вимірювальних перетворювачів полягає у взаємодії поля постійного магніту з магнітним полем рамки (котушки), по якій протікає вимірюваний струм.

Основні елементи конструкції магнітоелектричного вимірювального перетворювача наведено на рис. 7.1.

Постійний магніт, полюсні наконечники і циліндричне осердя становлять магнітну систему механізму. В рівномірному проміжку між полюсними наконечниками 2 постійного магніту 1 і осердям створюється сильне радіально-рівномірне магнітне поле, в якому знаходяться дві сторони рамки 4 з мідної чи алюмінієвої проволочки. По витках рамки протікає постійний струм.

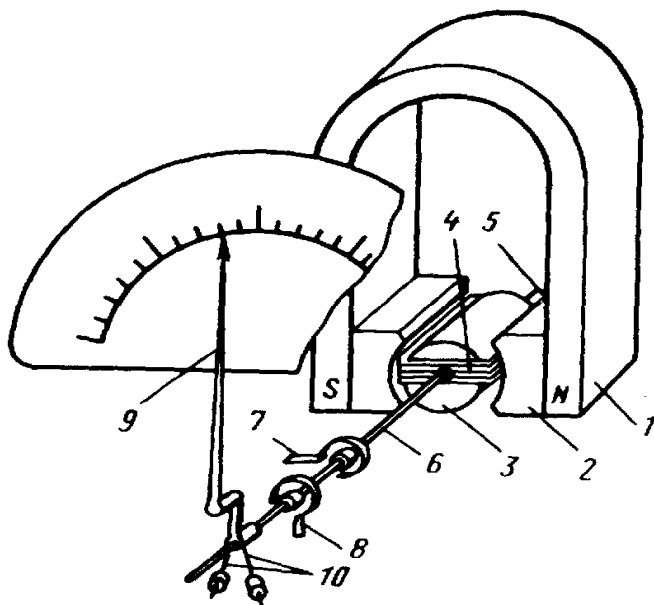


Рисунок 7.1

Цей струм підводиться до рамки через спіральні пружини 7, 8. Рамка закріплена між двома півосями 5, 6. На одній із півосей закріплена стрілка 9, кінець якої переміщується над шкалою. Зрівноважують рухому частину вимірювального механізму за допомогою протитягів 10.

Магнітне поле постійного магніту N-S (рис. 7.1), взаємодіючи зі струмами в тих частинах рамки, що знаходяться в просторі між полюсними наконечниками і осердям, створює обертальний момент, який намагається повернути рамку так, щоб через площину, охоплену її витками, проходив максимальний магнітний потік

$$M_{об} = \frac{dW_e}{d\alpha} = \Psi_0 \cdot I = (B \cdot S \cdot \omega) \cdot I,$$

де  $B$  – індукція в полі постійного магніту,  $S$  – площа рамки (котушки),  $\omega$  – кількість витків котушки,  $\alpha$  – кут повороту рухомої частини вимірювального механізму.

При повороті рамки закручуються спіральні пружини 3 і створюється протидійний момент

$$M_{пр} = - W_{пт} \alpha,$$

де  $W_{пт}$  – питомий протидійний момент пружини

Поворот рамки припиниться, коли протидійний момент буде дорівнювати обертальному

$$M_{об} = M_{пр}.$$

В цьому стані рухомої частини за положенням стрілки над шкалою 5 можна визначити значення струму  $I$  (вимірюваної величини).

Прирівняємо рівняння для обертального і протидійного моментів

$$BS \omega I = W_{пт} \alpha$$

і отримаємо рівняння перетворення магнітоелектричного ВП

$$\alpha = \frac{BS \omega}{W_{пт}} \cdot I.$$

Для зручності подальшого аналізу подамо рівняння перетворення у такому вигляді:

$$\alpha = S_I \cdot I,$$

де  $S_I = \frac{BS \omega}{W_{пт}}$  – чутливість магнітоелектричного вимірювального перетворювача.

З отриманого рівняння перетворення видно, що вхідною електричною величиною є вимірюваний струм  $I$ , а вихідною – кут повороту рухомої частини вимірювального механізму  $\alpha$ . Як засіб вимірювання використовується амперметр.

**Ампер.** що дорівнює силі незмінного струму, який при проходженні по двох паралельних прямолінійних провідниках безмежної довжини і мізер-



но малого кругового перерізу, розташованих на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликав би на кожній ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  [Н].

Проаналізуємо отримане рівняння перетворення.

1. Якщо напрям струму зміниться на протилежний, то відповідно зміниться і напрям обертального моменту.

$$\alpha_{(-)}^{(+)} = S_I \cdot I_{(-)}^{(+)}.$$

Отже, за допомогою магнітоелектричного ВП можна вимірювати тільки постійний струм (або напругу).

2. Статична характеристика  $\alpha = f(I)$  такого перетворювача лінійна, оскільки чутливість

$$S_I = B S w = \text{const} \left| \begin{array}{l} B = \text{const} \\ S = \text{const} \\ w = \text{const} \end{array} \right.$$

3. Оскільки чутливість у магнітоелектричних ВП постійна, вони мають рівномірну шкалу.

До переваг магнітоелектричних ВП (порівняно з іншими типами електромеханічних ВП) відносять:

- високу чутливість;
- мале споживання енергії від об'єкта вимірювання;
- малий вплив на покази приладів зовнішніх магнітних полів.

До недоліків відносять такі:

- неможливість вимірювання змінних струмів (без додаткових перетворювачів);
- мала здатність до перевантажень;
- відносно висока вартість та складність вимірювального механізму.

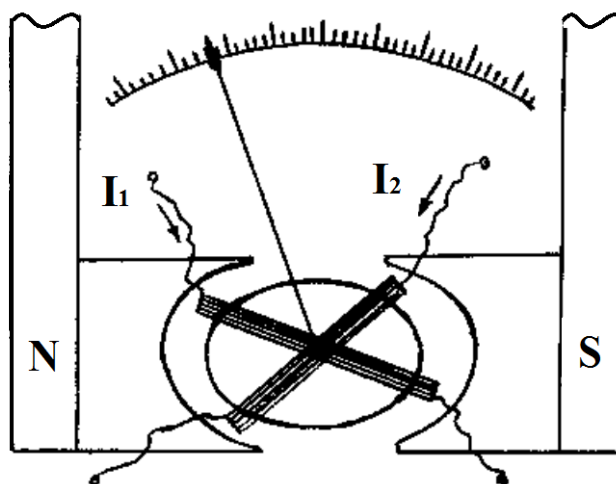
**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте суть фізичного ефекту, який покладено в основу роботи магнітоелектричних вимірювальних перетворювачів.
2. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії магнітоелектричного вимірювального перетворювача.
3. Виведіть рівняння перетворення магнітоелектричного вимірювального перетворювача.
4. Доведіть, що статична характеристика магнітоелектричного вимірювального перетворювача лінійна.
5. Обґрунтуйте, що галузь застосування магнітоелектричного вимірювального перетворювача – вимірювання постійних струмів.

6. Наведіть переваги і недоліки магнітоелектричного вимірювального перетворювача.
7. Визначіть значення індукції в полі постійного магніту магнітоелектричного ВМ, якщо для струму  $I=7$  мА, кількості витків  $w=50$ , активної площі  $S=5$  см<sup>2</sup> та питомого протидійного моменту пружини  $W=35 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{град}}$  рухома частина повернулась на кут  $20^\circ$ .
8. Визначіть на який кут відхилиться рухома рамка магнітоелектричного амперметра в процесі вимірювання постійного струму  $I=10$  мА при таких параметрах вимірювального механізму: питомий протидійний момент пружини  $W=35 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{град}}$ , кількість витків  $w=100$ , активна площа  $S=10$  см<sup>2</sup>, індукція в полі постійного магніту  $B=0.035$  Тл.

## 7.2 Магнітоелектричний логометр

В логометричному механізмі (рис. 7.2) в полі постійного магніту обертаються дві рамки, жорстко скріплені між собою.



**Рисунок 7.2**

Протидійних пружин в цьому механізмі немає. Струм підводиться до рамок через безмоментні струмопідводи, які являють собою тонкі стрічки з відпаленого сплаву.

Проміжок між осердям та полюсними наконечниками в цьому механізмі нерівномірний, отже, магнітне поле у проміжку також нерівномірне. Струми  $I_1$  та  $I_2$ , які протікають в рамках, створюють два обертальних моменти, які направлені назустріч один одному. Під дією різниці між двома моментами рухома частина повертається. Оскільки поле нерівномірне, то при повороті рухомої частини один з моментів збільшується.

ся, а інший – зменшується і при певному куті повороту моменти дорівнюють один одному, а рухома частина зупиняється.

За відсутності струмів у рамках рухома частина може знаходитись у будь-якому з можливих положень або, як кажуть, займати байдуже положення.

Енергія магнітного поля кожної із рамок дорівнює:

$$W_{eM1} = \Psi_1(\alpha) \cdot I_1; \quad W_{eM2} = \Psi_2(\alpha) \cdot I_2,$$

де  $\Psi_1(\alpha)$  та  $\Psi_2(\alpha)$  – магнітні потокозчеплення рамок, які залежать від кута повороту  $\alpha$ .

Оскільки поле у проміжку механізму неоднорідне, то залежності магнітних потокозчеплень  $\Psi_1$  та  $\Psi_2$  від кута повороту  $\alpha$  різні. Моменти, які створюються рамками:

$$M_1 = \frac{d\Psi_1(\alpha)}{d\alpha} \cdot I_1; \quad M_2 = \frac{d\Psi_2(\alpha)}{d\alpha} \cdot I_2.$$

При рівновазі  $I_1 \cdot \frac{d\Psi_1(\alpha)}{d\alpha} = I_2 \cdot \frac{d\Psi_2(\alpha)}{d\alpha}$ , звідки

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d\Psi_1(\alpha)}{d\alpha} : \frac{d\Psi_2(\alpha)}{d\alpha}$$

або

$$\alpha = F(I_1/I_2).$$

Таким чином, кут відхилення рухомої частини логометра визначається відношенням струмів у рамках (в перекладі з грецької «логос» – відношення).

**Контрольні питання:**

1. Наведіть схему логометричного вимірювального механізму.
2. Чому за відсутності струмів у рамках логометричного ВМ рухома частина може займати байдуже положення?
3. Обґрунтуйте назву логометр за виглядом його рівняння перетворення.

### 7.3 Магнітоелектричний вольтметр

Для одержання вольтметра необхідно послідовно з котушкою вимірювального механізму магнітоелектричної системи під'єднати додатковий резистор  $R_d$  (рис. 7.3), який обмежує струм в рамці вимірювального механізму до допустимих значень.

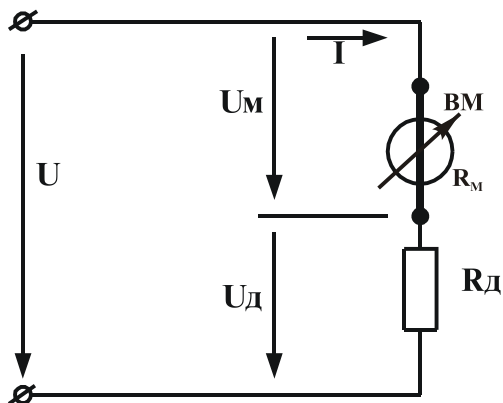


Рисунок 7.3

Згідно зі сформульованим правилом, така схема реалізує функції вольтметра. Щоб переконатися в цьому твердженні, необхідно вивести для неї рівняння перетворення. Оскільки основним елементом цієї схеми є магнітоелектричний амперметр, то запишемо для нього рівняння перетворення

$$\alpha = \frac{BSw}{W_{\text{пт}}} \cdot I.$$

Для цієї схеми струм, який протікає через рамку магнітоелектричного вимірювального механізму визначається як

$$I = \frac{U}{R_d + R_m},$$

де  $R_d$  – значення опору додаткового резистора,  $R_m$  – значення опору котушки (рамки) вимірювального механізму.

Підставимо значення струму у вихідне рівняння перетворення магнітоелектричного амперметра

$$\alpha = \frac{BSw}{W_{\text{пт}}} \cdot \frac{U}{R_d + R_m} = \frac{BSw}{W_{\text{пт}}} \cdot \frac{1}{R_d + R_m} \cdot U.$$

Отримане рівняння перетворення однозначно пов'язує між собою вихідну величину ( $\alpha$ ) і вхідну – вимірювану напругу  $U$ .

Для зручності подальшого аналізу подамо рівняння перетворення у такому вигляді:

$$\alpha = S_u \cdot U,$$

де  $S_u = \frac{BSw}{W_{\text{пт}}} \cdot \frac{1}{R_d + R_m}$  – чутливість магнітоелектричного вольтметра.

Проаналізуємо отримане рівняння перетворення.

1. Якщо напрям струму зміниться на протилежний, то відповідно зміниться і напрям обертального моменту.

$$\alpha_{(-)}^{(+)} = S_u \cdot U_{(-)}^{(+)}.$$

Отже, за допомогою магнітоелектричного вольтметра можна вимірювати тільки постійні напруги.

2. Статична характеристика  $\alpha = f(U)$  такого перетворювача лінійна, оскільки чутливість

$$S_u = \frac{BSw}{R_d + R_m} = \text{const} \quad \left| \begin{array}{l} R_m = \text{const} \\ R_d = \text{const} \\ B = \text{const} \\ S = \text{const} \\ w = \text{const} \end{array} \right.$$

3. Через те, що чутливість у магнітоелектричних ВП постійна, вони мають рівномірну шкалу.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Яким елементом необхідно доповнити амперметр, щоб він виконував функції вольтметра?
2. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії магнітоелектричного вольтметра.
3. Взаємодія яких полів приводить до появи обертового моменту в магнітоелектричному амперметрі?
4. Виведіть рівняння перетворення магнітоелектричного вольтметра.
5. Доведіть, що статична характеристика магнітоелектричного вольтметра лінійна.
6. Обґрунтуйте, що галузь застосування магнітоелектричного вольтметра – вимірювання постійних напруг.
7. Визначіть значення індукції в полі постійного магніту магнітоелектричного вольтметра, якщо для вимірюваної напруги  $U=7$  В, кількості витків  $w=50$ , зовнішнього опору  $R_d=1$  кОм, активної площі  $S=5$  см<sup>2</sup> та питомого протидійного моменту пружини  $W=35 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{град}}$  рухома частина повернулася на кут 20°. Внутрішнім опором  $R_m$  знехтувати.
8. Визначіть, на який кут відхилилася рухома частина вимірювального механізму під час вимірювання напруги 6 В магнітоелектричним вольтметром з такими параметрами котушки  $B=0.4$  Тл,  $\omega = 50$  витків і  $S = 5$  см<sup>2</sup> та питомому протидійному моменті пружини  $W = 20 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Нм}}{\text{град}}$  та активному опорі  $R = 1$  кОм, послідовно з'єднаному з рамкою вимірювального механізму.
9. Магнітоелектричний вольтметра має рівномірну шкалу з верхньою межею вимірювання 100 В, розподілену на 50 поділок. Визначіть зведену похибку градування шкали вольтметра.
10. Рівняння перетворення магнітоелектричного амперметра задано такою функцією перетворення  $\alpha = \frac{BS\omega}{WR} U_x$ . Запишіть формулу для оцінки чутливості  $S_U$  вольтметра.

## Лекція 8 ЕЛЕКТРОМАГНІТІ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ

### 8.1 Електромагнітний вимірювальний механізм

Принцип дії електромагнітного вимірювального механізму оснований на взаємодії магнітного поля, яке створюється струмом в нерухомій котушці, з рухомим феромагнітним осердям.

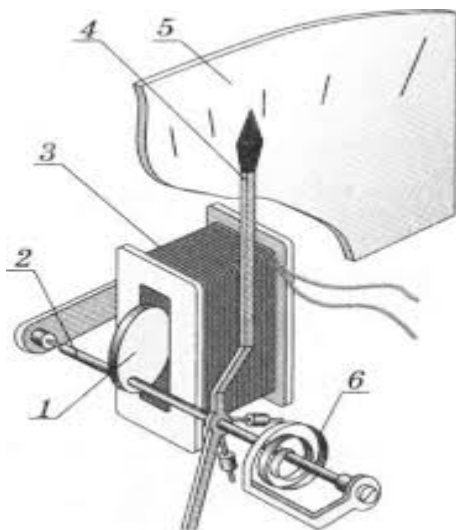


Рисунок 8.1

Одна із найбільш розповсюджених конструкцій електромагнітного механізму подана на рис. 8.1, де 1 – осердя, закріплене на осі 2 вимірювального механізму; 3 – котушка; 4 – стрілка; 5 – шкала; 6 – спіральна пружина.

Під дією магнітного поля осердя втягується всередину котушки. Рухома частина механізму повертається до тих пір, поки обертальний момент не зрівноважиться протидійним моментом. Як відомо, енергія магнітного поля котушки, по якій протікає постійний струм  $I$ ,

$$W_M = \frac{LI^2}{2},$$

де  $L$  – індуктивність котушки, яка залежить від положення осердя, а отже,  $i$  від кута повороту  $\alpha$  рухомої частини. Обертальний момент:

$$M_{об} = \frac{dW_M}{d\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot I^2.$$

При рівності обертового та протидійного моментів рухома частина зупиняється, займаючи положення, яке визначається кутом повороту:

$$\alpha = \frac{1}{2W_{пт}} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot I^2.$$

Якщо в котушці протікає змінний струм (не обов'язково синусоїдної форми), то рухома частина реагує на середнє значення обертового моменту

$$M_{об\ ср} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt$$

$i$  займає положення

$$\alpha = \frac{1}{2W_{\text{пт}}} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt.$$

Але  $\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = I^2$  – квадрат діючого значення періодичного струму. Тоді рівняння перетворення можна записати:

$$\alpha = \frac{1}{2W_{\text{пт}}} \cdot \frac{dL}{d\alpha} \cdot I^2,$$

де  $I$  – діюче значення змінного струму.

Значення струму  $I^2$  завжди додатне, тому кут повороту рухомої частини не залежить від напрямку струму в котушці. Звідси виходить, що електромагнітні прилади можуть застосовуватись для вимірювань як у колах постійного, так і в колах змінного струму.

З рівняння перетворення видно, що при  $dL/d\alpha = \text{const}$  шкала електромагнітного приладу має квадратичний характер – стиснута на початку та розтягнута в кінці. Зміною залежності  $L(\alpha)$  шляхом вибору відповідної форми осердя шкалу значною мірою можна наблизити до рівномірної.

До переваг приладів електромагнітної системи відносяться: можливість їх застосування в колах як постійного, так і змінного струму, простота конструкції, надійність, здатність до перевантажень, низька вартість.

Недоліками є: велике власне споживання, мала точність, мала чутливість, сильний вплив зовнішніх магнітних полів. Для захисту від впливу магнітних полів механізми поміщають в феромагнітний екран або виконують їх астатичними.

Частотний діапазон електромагнітних амперметрів (до 10 кГц) ширший, ніж у вольтметрів (до 400 Гц). Електромагнітні прилади дуже широко використовуються як щитові (класів 1,5 та 2,5), але є й лабораторні (класів 0,5 та 1,0).

**Контрольні питання:**

1. Сформулюйте сутність фізичного ефекту, який покладено в основу роботи електромагнітних вимірювальних перетворювачів.
2. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії електромагнітного вимірювального перетворювача.
3. Виведіть рівняння перетворення електромагнітного вимірювального перетворювача.
4. Доведіть, що статична характеристика електромагнітного вимірювального перетворювача нелінійна.

5. Опишіть механізм лінеаризації статичної характеристики.
6. Обґрунтуйте те, що галузь застосування електромагнітного вимірювального перетворювача – вимірювання постійних та змінних струмів.
7. Наведіть переваги і недоліки електромагнітного вимірювального перетворювача.

## 8.2 Електростатичні вольтметри

**Принцип дії електростатичних вольтметрів** оснований на взаємодії електрично заряджених провідників.

Існує декілька різновидів електростатичних вимірювальних механізмів. Найпоширенішою є конструкція, показана на рис. 8.2. Нерухома частина 1 механізму має одну або декілька камер (електродів), з'єднаних електрично між собою. До них приєднується один з проводів від вимірюваної напруги.

В повітряний проміжок камери входить рухома пластина 2, встановлена на осі, розтяжках чи на підвісі. До рухомої частини механізму через спіральну пружину підключається другий провід від вимірюваної напруги. Від дії цієї напруги створюється електричне поле та виникають сили взаємодії між нерухомими й рухомими електродами. Ці сили намагаються повернути рухому частину так, щоб енергія поля була максимальною, тобто щоб рухома пластина втягувалась в камеру нерухомої. При цьому повороті виникає протидійний момент.

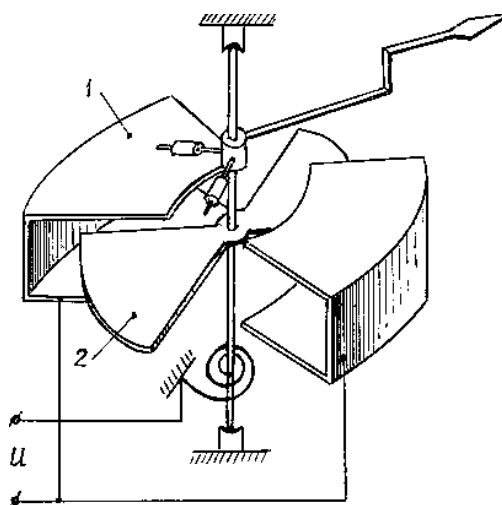
Енергія електричного поля системи електродів  $W_e = Cu^2/2$ , де  $C$  – ємність системи.

Обертальний момент:

$$M_{об} = \frac{dW_e}{d\alpha} = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}.$$

Для постійної напруги  $U$

$$M_{об} = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}.$$



**Рисунок 8.2**



В статичному режимі роботи вимірювального перетворювача рівняння перетворення можна одержати, прирівнявши обертальний та протидійний моменти

$$M_{об} = M_{пр}$$

або

$$\frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha} = W_{пр} \cdot \alpha,$$

звідки

$$\alpha = \frac{1}{2W_{пр}} \cdot \frac{dC}{d\alpha} \cdot U^2.$$

Отже, кут повороту рухомої частини при  $dC/d\alpha = \text{const}$  пропорційний квадрату прикладеної постійної напруги. Вибираючи відповідну форму електродів, роблять  $dC/d\alpha$  не постійною величиною, а такою, що змінюється залежно від  $\alpha$  так, щоб шкала приладу наближалася до рівномірної.

Якщо напруга  $u$  змінна, то рухома частина буде повертатись внаслідок інерційності від дії середнього значення обертального моменту:

$$M_{об} = M_{об.ср} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dC}{d\alpha} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{dC}{d\alpha} \cdot U^2,$$

де  $U$  – діюче значення змінної періодичної напруги.

Рівняння перетворення виходить таким самим, як і для постійної напруги.

Електроди механізму виготовляють з легкого металу – алюмінію. Заспокоєння часто застосовують індукційне.

З принципу дії механізму витікає, що він може застосовуватись тільки для вимірювання напруг – як постійних, так і змінних.

Чутливість електростатичних вольтметрів невисока, тому не вдається одержати вольтметри з межею вимірювання, нижчою 10 В. Зате верхня межа вимірювань може бути високою. Розглянутий механізм називають механізмом із змінною активною площею електродів. Такий механізм застосовують при безпосередньому вмиканні для вимірювання напруг до сотень вольт. Існує інший тип механізму – із зміною відстані між електродами (пластинами), який допускає вимірювання високих напруг – до 75 кВ.

Електричне поле механізму невелике, тому на його роботі відбиваються зовнішні електричні поля. Для захисту механізму від їхнього впливу застосовують електричні екрани. На покази електростатичних вольтметрів мало впливають температура, частота, форма кривої напру-

ги та зовнішні магнітні поля. Ці вольтметри можуть застосовуватись для вимірювань напруг високих частот (до 10 МГц). Споживання потужності від джерела доволі мале.

В зв'язку з розвитком аналогової і цифрової мікросхемотехніки, все більш широким застосуванням мікроконтролерів у вимірювальній техніці з'явилась можливість створювати прості, дешеві і малогабаритні електронні амперметри, вольтметри, частотоміри, фазометри, які постійно витісняють із застосування електромеханічні прилади.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте суть фізичного ефекту, який покладено в основу роботи електростатичних вимірювальних перетворювачів.
2. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії електростатичного вимірювального перетворювача.
3. Виведіть рівняння перетворення електростатичного вимірювального перетворювача.
4. Доведіть, що статична характеристика електростатичного вимірювального перетворювача нелінійна.
5. Покажіть механізм лінеаризації статичної характеристики.
6. Обґрунтуйте, що галузь застосування електростатичного вимірювального перетворювача – вимірювання постійних та змінних напруг.
7. Наведіть переваги і недоліки електростатичних вольтметрів.
8. Чому електростатичні вольтметри ще називають кіловольтметрами?

## Лекція 9 ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИБАДИ

### 9.1 Електродинамічний вимірювальний механізм

Принцип дії електродинамічного вимірювального механізму оснований на взаємодії магнітних полів двох котушок із струмами (рис.9.1): нерухою 1 та рухою 2.

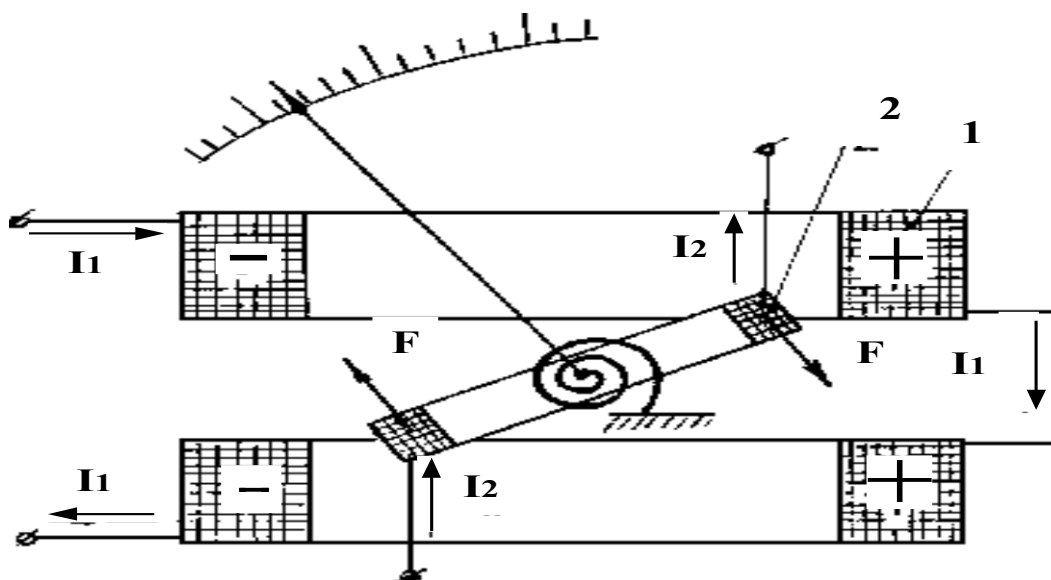


Рисунок 9.1

Нерухома котушка для одержання більш рівномірного магнітного поля розділена на дві частини. Рухома котушка закріплена на осі або розтяжках і знаходиться в полі нерухомої. Струм до неї підводиться через спіральні пружини або розтяжки, які при повороті рухомої котушки створюють протидійний момент. При протіканні постійних струмів  $I_1$  та  $I_2$  через обмотки котушок виникає пара сил F-F, яка створює обертальний момент, що намагається повернути рухома котушку так, щоб магнітні потоки котушок збіглися.

Енергія магнітного поля двох котушок із струмами  $I_1$  та  $I_2$

$$W_M = \frac{L_1 \cdot I_1^2}{2} + \frac{L_2 \cdot I_2^2}{2} + M \cdot I_1 \cdot I_2,$$

де  $L_1$  та  $L_2$  – індуктивності котушок,  $M$  – взаємна індуктивність.

При повороті рухомої котушки змінюється тільки взаємна індуктивність  $M$  між котушками. Індуктивності  $L_1$  та  $L_2$  і струми  $I_1$  та  $I_2$  від кута повороту  $\alpha$  не залежать.

Тому обертальний момент:

$$M_{об} = \frac{dW_M}{d\alpha} = I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{dM}{d\alpha}.$$

При протіканні в котушках синусоїдних струмів  $i_1 = I_{m1} \cdot \sin \omega t$  та  $i_2 = I_{m2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$  рухома частина через інерційність реагує на середнє значення обертового моменту:

$$M_{об\ ср} = \frac{1}{T} \int_0^T M_{об}(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T i_1 \cdot i_2 \frac{dM}{d\alpha} dt = I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi \frac{dM}{d\alpha},$$

де  $M_{об}(t)$  – миттєве значення обертового моменту,  $I_1$  та  $I_2$  – діючі значення синусоїдних струмів,  $\varphi$  – зсув фаз між струмами в котушках.

З останнього рівняння виходить, що обертовий момент електродинамічного механізму пропорційний добуткові діючих значень струмів в котушках та косинусу кута між ними. Ця особливість електродинамічного механізму відкриває можливість побудови на його основі не тільки амперметрів та вольтметрів, але й засобів вимірювання інших величин (наприклад, ватметрів).

При рівності обертового  $M_{об}$  та протидійного  $M_{пр} = W_{пт} \cdot \alpha$  моментів, тобто в усталеному режимі, матимемо:

$$I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi \frac{dM}{d\alpha} = W_{пт} \alpha$$

звідки одержуємо рівняння перетворення електродинамічного вимірювального механізму:

$$\alpha = \frac{1}{W_{пт}} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi \frac{dM}{d\alpha}.$$

Якщо  $I_1$  та  $I_2$  – постійні струми, то в цьому рівнянні  $\cos \varphi = 1$ . Магнітне поле електродинамічного механізму, силові лінії якого замикаються в повітрі, невелике.

Зовнішні магнітні поля викликають додаткові обертові моменти від взаємодії цих полів з полем рухомої котушки. Внаслідок цього виникають додаткові похибки. Для захисту механізмів від зовнішніх магнітних полів їх поміщають в феромагнітні екрани або механізм виготовляють у вигляді астатичної конструкції.

Основними перевагами електродинамічних механізмів є однакові покази на постійному та змінному струмах, що дозволяє з великою точністю градувати їх на постійному струмі, а також стабільність показів у часі. Важливою перевагою цих механізмів є можливість побудови на їх основі ватметрів. Ці механізми не мають феромагнітних осердь, що ви-

ключає появу похибки від вихрових струмів та гістерезису. Ці переваги дозволяють виготовляти прилади високих класів точності (0,1; 0,2; 0,5) для вимірювання на постійному та змінному струмах.

Недоліки електродинамічних механізмів: невисока чутливість, велике власне споживання потужності, чутливість до перевантажень.

Широке використання для побудови різних приладів знаходять логометричні електродинамічні механізми.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте суть фізичного ефекту, який покладено в основу роботи електродинамічних вимірювальних перетворювачів.
2. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії електродинамічного вимірювального перетворювача.
3. Виведіть рівняння перетворення електродинамічного вимірювального перетворювача.
4. Доведіть, що статична характеристика електродинамічного вимірювального перетворювача нелінійна.
5. Покажіть механізм лінеаризації статичної характеристики.
6. Обґрунтуйте те, що галузь застосування електродинамічного вимірювального перетворювача – вимірювання постійних та змінних струмів.
7. Наведіть переваги і недоліки електромагнітного вимірювального перетворювача.
8. Розкрийте таку перевагу електродинамічного ВМ як багатofункціональність.

## 9.2 Електродинамічний амперметр

**Сила струму (I) – фізична величина, що показує, який заряд проходить через поперечний переріз провідника за 1 с. Одиниця вимірювання струму Ампер (А).**

Електродинамічний вимірювальний механізм виконує функції амперметра коли обидві котушки з'єднані послідовно, і через них протікає весь вимірюваний струм (рис. 9.2, а).

Тому кут  $\varphi = 0$  і рівняння перетворення для електродинамічного амперметра набуває вигляду:

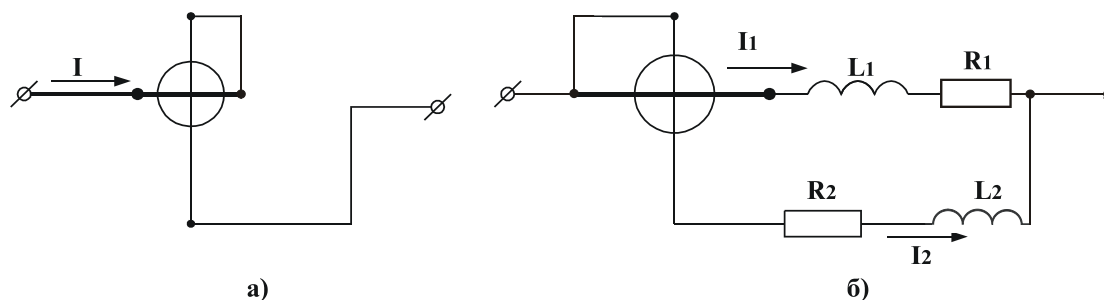
$$\alpha = \frac{1}{W_{\text{пт}}} \cdot I^2 \frac{dM}{d\alpha},$$

тобто кут відхилення пропорційний квадрату діючого значення струму.

Отже, при  $dM/d\alpha = \text{const}$  шкала приладу квадратична.

Щоб наблизити шкалу до рівномірної, форму та розташування котушок вибирають так, щоб відповідним чином змінилась похідна  $dM/d\alpha$  при повороті рухомої частини.

Послідовне з'єднання котушок використовується в амперметрах на малі струми (від 1 мА до 0,5 А).



**Рисунок 9.2**

При великих струмах (до 10 А) котушки з'єднуються паралельно (рис. 9.2, б). Опори  $R_1$  та  $R_2$  та індуктивності  $L_1$  та  $L_2$  підбирають такими, щоб, по-перше, струм через рухома котушку, який підводиться через спіральні пружини, не перевищував припустимого значення, а, по-друге, щоб зсув фаз між струмами  $I_1$  та  $I_2$  дорівнював нулю. Тоді залежність кута повороту від струму виражається рівнянням

$$\alpha = \frac{1}{W_{\text{пр}}} \cdot I^2 \frac{dM}{d\alpha}.$$

Крім того, включення в коло опорів  $R_1$  та  $R_2$  і індуктивностей  $L_1$  та  $L_2$  потрібне для компенсації частотної й температурної похибок.

Для одержання амперметрів з декількома межами вимірювання нерухому котушку роблять секційною (найчастіше з двох секцій для одержання двох меж). Для вимірювання струмів більше 10 А використовуються вимірювальні трансформатори струму. Максимальна частота для електродинамічних амперметрів – 10 кГц.

### 9.3 Електродинамічний вольтметр

**Напруга (U) – фізична величина, що характеризує швидкість передачі або перетворення електроенергії. Одиниця вимірювання напруги Вольт (В).**

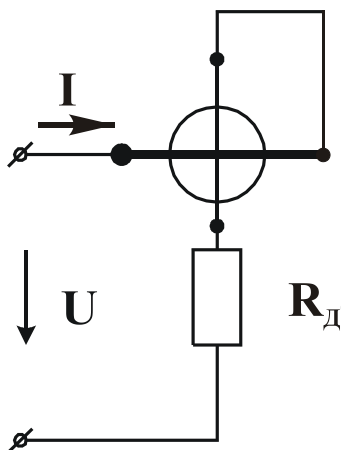
У електродинамічних вольтметрах нерухома та рухома котушки з'єднані послідовно разом з додатковим резистором  $R_d$  (рис. 9.3).

Якщо повний опір вольтметра  $Z_B$ , то в колі буде протікати струм  $I = U/Z_B$ . Тоді

$$\alpha = \frac{1}{W_{\text{пр}}} \cdot \frac{dM}{d\alpha} \cdot \frac{1}{Z_B^2} \cdot U^2,$$

тобто характер шкали вольтметра такий самий, як і у амперметра. Так само, як і у амперметрах, у вольтметрах зміною  $dM/d\alpha$  досягають практично рівномірної шкали.

Для одержання багатомежевих вольтметрів застосовують декілька додаткових резисторів, з'єднаних послідовно.



**Рисунок 9.3**

І якщо цей опір змінюється від частоти при незмінній напрузі, то це безпосередньо впливає на покази приладу. Частотний діапазон електродинамічних вольтметрів обмежується зверху частотою 5 кГц.

Вольтметри електродинамічної системи застосовуються при безпосередньому їх вмиканні для вимірювання напруг від 1,5 до 600 В. Струм повного відхилення у них – від 3 до 60 мА. Для вимірювання напруг більше 600 В застосовуються вимірювальні трансформатори напруги.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Наведіть правило включення електродинамічного ВМ для реалізації функції амперметра.
2. Наведіть схему і поясніть принцип дії електродинамічного амперметра.
3. Виведіть рівняння перетворення електродинамічного амперметра.
4. Доведіть, що статична характеристика електродинамічного амперметра нелінійна.
5. Покажіть механізм лінеаризації статичної характеристики амперметра.
6. Наведіть правило включення електродинамічного ВМ для реалізації функції вольтметра.
7. Наведіть схему і поясніть принцип дії електродинамічного вольтметра.
8. Виведіть рівняння перетворення електродинамічного вольтметра.
9. Доведіть, що статична характеристика електродинамічного вольтметра нелінійна.
10. Покажіть механізм лінеаризації статичної характеристики вольтметра.

## 9.4 Електродинамічний ватметр

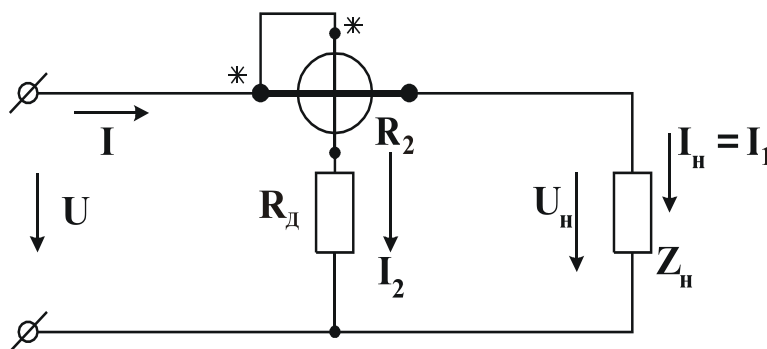
**Потужність – фізична величина, що характеризує кількість енергії, яку споживає навантаження за одиницю часу. Одиниця вимірювання потужності Ватт (Вт).**

Для того щоб електродинамічний вимірювальний механізм реалізував функцію ватметра необхідно нерухому котушку під'єднати послідовно до навантаження  $Z_H$ , а рухому – через додатковий резистор паралельно до нього.

Така схема під'єднання забезпечує:

- струм через одну із котушок дорівнює струму навантаження;
- а струм через іншу котушку пропорційний напрузі на навантаженні;
- зсув фаз між струмами дорівнює зсуву фаз між напругою та струмом в навантаженні.

Згідно з цими вимогами здійснюється підключення котушок ватметра до навантаження (рис. 9.4).



**Рисунок 9.4**

В схемі рис. 9.4 струм  $I_1$  через нерухому котушку, яка ввімкнена послідовно з навантаженням, дорівнює струму навантаження  $I_H$ .

Сумарний активний опір додаткового резистора  $R_d$  разом із активним опором рухомої котушки  $R_2$  набагато більший за реактивний опір котушки, тому реактивним опором можна знехтувати. Тоді струм  $I_2 = U / (R_d + R_2)$ . Напруга на паралельній вітці ватметра відрізняється від напруги на навантаженні на величину спаду напруги на нерухомій (послідовній) котушці ватметра, яка набагато менша за напругу на навантаженні.

Можна вважати, що  $U = U_H$ . Тоді  $I_2 = U_H / (R_d + R_2)$ , тобто струм у паралельному колі ватметра пропорційний напрузі на навантаженні. Зсув



фаз  $\varphi$  між  $U_H$  та  $I_H$  дорівнює зсуву фаз  $\varphi$  між  $I_1$  та  $I_2$ . З урахуванням цього рівняння перетворення можна переписати у вигляді:

$$\alpha = \frac{dM}{d\alpha} \frac{1}{W_{\text{пт}}} \cdot \frac{1}{R_d + R_2} \cdot U_H I_H \cos \varphi$$

або

$$\alpha = S_p \cdot P,$$

де  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$  – потужність в навантаженні;

$$S_p = \frac{1}{W_{\text{пт}} \cdot (R_d + R_2)} \cdot \frac{dM}{d\alpha} - \text{постійний коефіцієнт (чутливість до потужності) при } dM/d\alpha = \text{const.}$$

Таким чином, кут відхилення  $\alpha$  рухомої частини приладу пропорційний потужності в навантаженні  $P$ , тому шкала такого ватметра лінійна.

Ватметр за схемою, що наведена рис. 9.4, вмикається для вимірювання потужності в колах постійного струму або в однофазних колах змінного струму. Зірочки на схемі (та на корпусі приладу) означають початки обмоток. При зворотному ввімкненні однієї із котушок стрілка приладу «зашкалює» вліво за нульову позначку.

Електродинамічні ватметри (рис. 9.5) виконують у вигляді багато-межевих лабораторних приладів високих класів точності (0,1; 0,2). Діапазон вимірювання потужностей таких приладів – від часток вата до декількох кіловат. Вимірювання можуть виконуватись як на постійному струмі, так і на змінному струмі (50, 400 Гц).



Рисунок 9.5

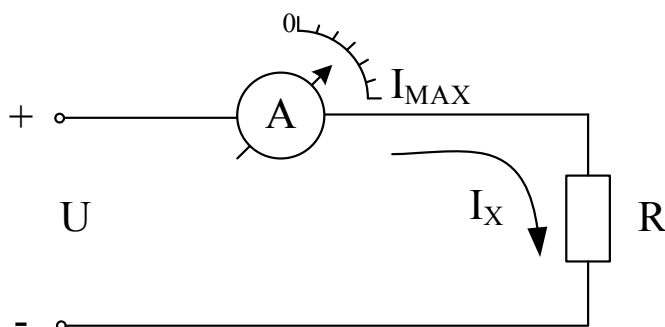
**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте правило включення електродинамічного ВМ для реалізації функцій ватметра.
2. Наведіть схему електродинамічного ватметра.
3. Одиниця вимірювання потужності.
4. Які котушки має електродинамічний ватметр?
5. Як під'єднують струмову котушку 1-1 до навантаження?
6. Як під'єднують напругову котушку 2-2 до навантаження?
7. Яка функція додаткового резистора у колі рухомої котушки 2-2?
8. Якій фізичній величині пропорційний кут повороту рухомої частини ватметра?
9. Який вигляд має рівняння перетворення ватметра на постійному струмі?
10. Виведіть рівняння перетворення ватметра.
11. Наведіть статичну характеристику електродинамічного ватметра.
12. Поясніть, за яких умов статична характеристика електродинамічного ватметра лінійна.
13. Рівняння перетворення електродинамічного ватметра має такий вигляд  
$$\alpha = \frac{dM}{d\alpha} \frac{1}{W_{\text{пт}}} \cdot \frac{1}{R_d + R_2} \cdot U_n I_n \cos\varphi$$
. Визначити чутливість  $S_p$  ватметра.
14. Обґрунтуйте можливість застосування електродинамічного ватметра як на постійному, так і на змінному струмі.
15. Чи можливо використання електродинамічного ватметра в трифазних колах змінного струму?
16. Під час вимірювання активної потужності електродинамічним ватметром з чутливістю 0.05 град/Вт рухома частина відхилилась на кут 60°. Косинус кута між струмом ( $I_n$ ) і напругою ( $U_n=200$  В) у навантаженні – 0.95. Який струм протікає у навантаженні в процесі вимірювального експерименту?
17. Під час вимірювання активної потужності електродинамічним ватметром з чутливістю 0.5 град/Вт стрілка рухомої частини вимірювального механізму відхилилась на кут 30°. Визначити косинус кута між струмом ( $I_n=0.8$  А) і напругою ( $U_n=220$  В) у навантаженні.
18. Під час вимірювання активної потужності електродинамічним ватметром з чутливістю 0.1 град/Вт і косинусом кута між струмом ( $I_n=2.5$  А) та напругою ( $U_n=200$  В) у навантаженні 0.9 рухома частина відхилилась на кут, значення якого необхідно визначити.

## Лекція 10 ВИМІРЮВАННЯ СТРУМІВ І НАПРУГ

### 10.1 Вимірювання струмів

Магнітоелектричний амперметр, включений послідовно в коло вимірюваного струму, дозволяє виміряти невеликі струми (до 20–50 мА). Класична схема під'єднання амперметра наведена на рис. 10.1.



**Рисунок 10.1**

Ця схема має обмеження:  $I_x \leq I_{\max}$ . При перевищенні струму  $I_x$  максимального значення  $I_{\max}$  відбувається нагрівання пружин, які слугують для створення протидійного моменту і одночасно – для підведення струму до рамки. Пружини втрачають свої пружні властивості, змінюється протидійний момент механізму, і виникає інструментальна похибка вимірювання.

Для розширення верхньої межі вимірювання амперметрів за струмом використовуються шунти.



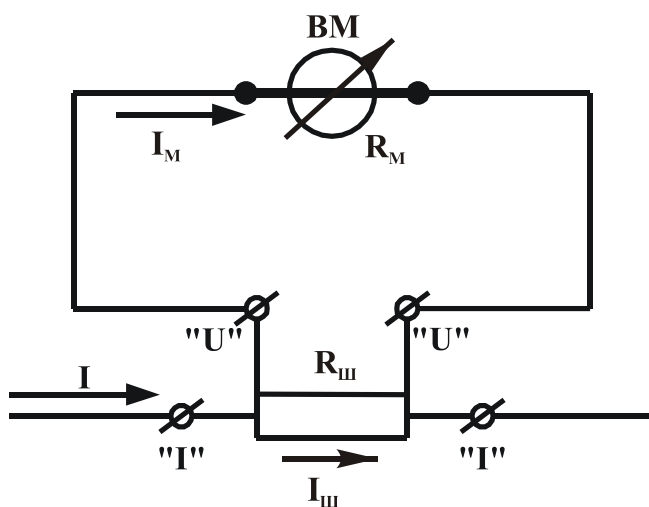
**Рисунок 10.2**

Шунт являє собою резистор, виготовлений з манганіну – сплаву, опір якого мало залежить від температури. Струмовими затискачами «I» «I» шунт у вимірювальне коло під'єднується послідовно, до потенціальних затискачів «U» «U» паралельно під'єднують ВМ (рис. 10.2).

Опір шунта  $R_{\text{ш}}$  при вимірюванні великих струмів  $I_x$  багато менший від опору вимірювального механізму  $R_m$ , тому велика частина вимірюваного струму  $I_x$  протікає через шунт ( $I_{\text{ш}}$ ), а струм  $I_m$  через рамку механізму не перевищує допустимого значення  $I_m$ . Для зменшення впливу опору контактів і підвідних проводів шунти виготовляють чотирма затискачами: струмовими «I-I» та потенціальними «U-U».

Відношення вимірюваного струму до струму через рамку вимірювального механізму  $I/I_m$  називається коефіцієнтом шунтування  $n$ .

Для схеми рис. 10.3 справедливі такі рівняння:



**Рисунок 10.3**

$$I = I_{\text{ш}} + I_M; \quad I_{\text{ш}} \cdot R_{\text{ш}} = I_M \cdot R_M.$$

Крім того,

$$I/I_M = n.$$

З цих рівнянь при заданих трьох величинах можна знайти дві інші. Наприклад, якщо відомий опір вимірювального механізму  $R_M$ , струм повного відхилення механізму  $I_M = I_0$ , максимальне (номінальне) значення вимірюваного струму  $I = I_n$ , то можна знайти  $n$  як

$$n = I_n/I_0,$$

а

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_M}{n-1} = \frac{R_M}{\frac{I}{I_M} - 1}.$$

Якщо відомі значення опору шунта, вимірюваного струму та струму повного відхилення вимірювального механізму, то

$$R_M = R_{\text{ш}} \left( \frac{I}{I_M} - 1 \right).$$

Для відомих значень опорів шунта та вимірювального механізму і струму його повного відхилення  $I_M$  значення струму  $I_x$ , до якого розширюється верхня межа вимірювання амперметра, визначається як

$$I_x = I_{\text{ш}} \left( \frac{R_M}{R_{\text{ш}}} + 1 \right).$$

Шунти на невеликі струми (до кількох десятків ампер) умонтовуються в корпус амперметра, а для великих струмів (до декількох сотень ампер) застосовуються зовнішні шунти.

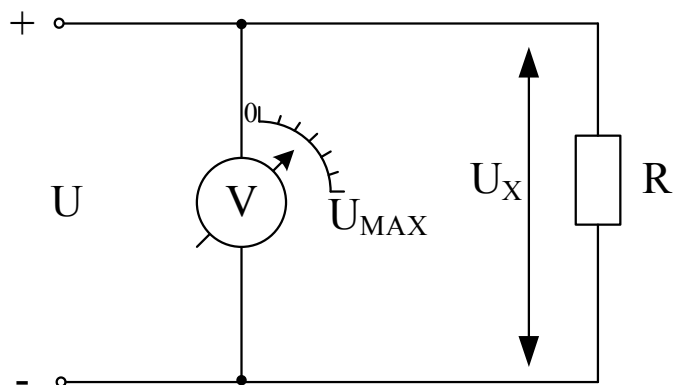
Стандартні зовнішні шунти виробляються на певні номінальні спади напруг (45, 60, 75, 100 та 300 В) з класами точності 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5. Клас точності шунта означає гранично припустиме відхилення опору шунта від номінального значення (у відсотках).

**Контрольні питання та завдання:**

1. Поясніть призначення шунта в електровимірювальній техніці.
2. Перетворювачем якої електричної величини в електричну є шунт?
3. Наведіть схему під'єднання шунта.
4. Що характеризує коефіцієнт шунтування?
5. Наведіть формулу, за якою визначають значення опору шунта.
6. Як визначити ціну поділки і чутливість вимірювального механізму до приєднання шунта?
7. Як визначити ціну поділки і чутливість вимірювального механізму після приєднання шунта?
8. Опір магнітоелектричного амперметра без шунта дорівнює  $R_0 = 1$  Ом. Прилад має 100 поділок, ціна поділки 0.001 А/под. Визначити верхню  $I_{\max}$  (до приєднання) і нову  $I_x$  межі вимірювання після приєднання шунта з опором  $R_{\text{ш}} = 10.1 \cdot 10^{-3}$  Ом та нову ціну поділки. Знайти чутливість амперметра до і після приєднання шунта. Наведіть схему включення шунта.
9. Визначити значення опору шунта при приєднанні якого до вимірювального механізму магнітоелектричної системи з внутрішнім опором механізму  $R_0 = 4$  Ом і верхньою межею вимірювання  $I_{\max} = 5$  mA та кількістю поділок на шкалі 100 його верхня межа вимірювання розширилась в 100 разів. Знайти ціну поділки та чутливість до і після приєднання шунта. Навести схему включення шунта у вимірювальне коло.
10. Як визначити нову межу вимірювання амперметра при відомих значеннях опору шунта, вимірювального механізму та верхній межі вимірювання? Виведіть аналітичну залежність та схему включення шунта у вимірювальне коло.

## 10.2 Вимірювання напруг

Для вимірювання напруг використовують вольтметр, який у вимірювальне коло під'єднують паралельно. Класична схема під'єднання вольтметра наведена на рис. 10.4.

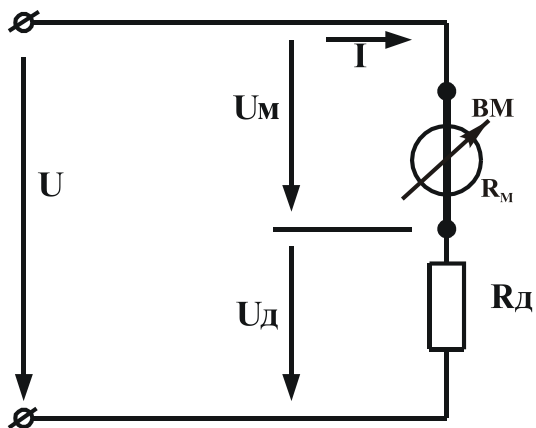


**Рисунок 10.4**

Проте така схема має також обмеження:  $U_x \leq U_{\max}$ .

Для розширення меж вимірювання за напругою послідовно з котушкою вимірювального вольтметра під'єднують додатковий резистор  $R_d$  (рис. 10.5), який обмежує струм в рамці вимірювального механізму до допустимих значень.

Для схеми рис. 10.5 маємо:



$$U = U_M + U_d = I \cdot R_M + I \cdot R_d.$$

Відношення вимірюваної напруги  $U$  до спаду напруги на механізмі  $U_M$  часто називають коефіцієнтом ділення  $m$ :

$$m = U/U_M.$$

Використавши співвідношення, можна визначити необхідні параметри вольтметра і шунта.

**Рисунок 10.5**

Наприклад, якщо маємо ВМ з внутрішнім опором  $R_M$  та струмом повного відхилення, що дорівнює  $I_0$ , і потрібно одержати вольтметр з верхньою межею вимірювання  $U_x$ , то

$$m = U_x/U_M = U_x/I \cdot R_M,$$

а

$$R_d = R_M (m - 1) = R_M \left( \frac{U_x}{U_M} - 1 \right).$$

Відповідно можна визначити значення опору вимірювального механізму

$$R_M = \frac{R_d}{\frac{U_x}{U_M} - 1},$$

та вимірюваної напруги

$$U_x = U_M \left( \frac{R_d}{R_M} + 1 \right).$$

Додаткові резистори  $R_d$  виготовляють із термостабільних матеріалів, наприклад, із манганінового дроту.

Вони, як і шунти, можуть бути внутрішніми (при напрузі до 600 В) та зовнішніми (при напругах від 600 В до 30 кВ). Додаткові резистори (рис. 10.6) виготовляються на номінальні струми 0,5; 1; 3; 5; 7,5; 15; 30 та 60 мА і можуть мати класи точності 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 та 1,0.



**Рисунок 10.6**

У багатомежевих магнітоелектричних амперметрів та вольтметрів шунти та додаткові резистори складаються із декількох частин.

Для компенсації температурної похибки магнітоелектричних амперметрів та вольтметрів у їх вимірювальні кола вмикаються елементи, параметри (опори) яких залежать від температури. Схеми вмикавання цих елементів і їх параметри вибираються такими, щоб похибка приладів від впливу температури була мінімальною.

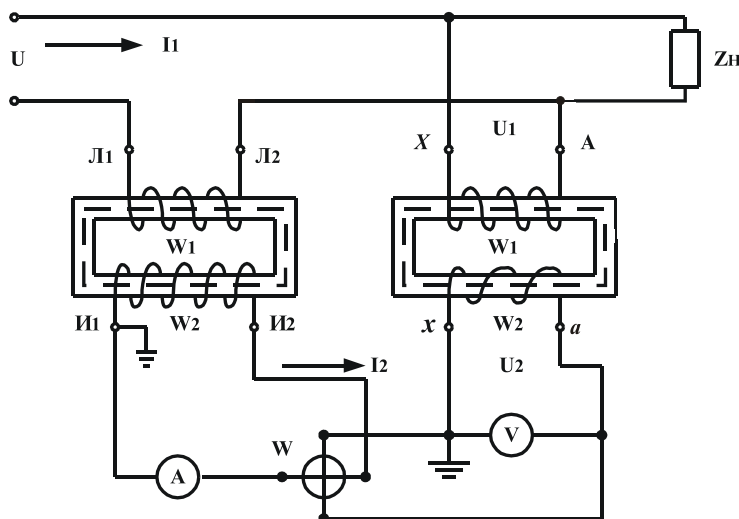
У багатомежевих магнітоелектричних амперметрів та вольтметрів шунти та додаткові резистори складаються із декількох частин.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте правило включення магнітоелектричного ВМ, що б він реалізував функції вольтметра.
2. Поясніть призначення додаткового резистора в електровимірювальній техніці.
3. Перетворювачем якої електричної величини в електричну є додатковий резистор?
4. Наведіть схему під'єднання додаткового резистора.
5. Що характеризує коефіцієнт шунтування?
6. Наведіть формулу, за якою визначають значення опору додаткового резистора.
7. Як визначити ціну поділки і чутливість вимірювального механізму до приєднання додаткового резистора?
8. Як визначити ціну поділки і чутливість вимірювального механізму після приєднання додаткового резистора?
9. Як визначити нову межу вимірювання вольтметра при відомих значеннях опору додаткового резистора, вимірювального механізму та верхньої межі вимірювання? Виведіть аналітичну залежність.
10. Визначити значення опору додаткового резистора, за допомогою якого можливо мілівольтметром М 24-55 (верхня межа вимірювання 100 мВ, струм повного відхилення  $I_0=10$  мА) виміряти напругу до 1 В. Наведіть схему включення додаткового резистора у вимірювальне коло.
11. Після підключення додаткового резистора опором  $R_d=198$  Ом до мілівольтметра М 24-55 з верхньою межею вимірювання 100 мВ, струмом повного відхилення  $I_0=50$  мА і ціною поділки 1 мВ/под здійснено вимірювання напруги  $U_x$ . Наведіть схему включення додаткового резистора у вимірювальне коло. Визначіть верхню  $U_{max}$  (до приєднання) і нову  $U_x$  межі вимірювання після приєднання додаткового резистора, чутливість мілівольтметра і нову ціну поділки.

### 10.3 Вимірювальні трансформатори змінного струму та напруги

Вимірювальні трансформатори струму та напруги (рис. 10.7) застосовують для масштабування (зменшення або збільшення) струмів та напруг в строго визначене число разів із збереженням їхньої фази.



**Рисунок 10.7**

Вони використовуються для розширення меж вимірювання амперметрів і вольтметрів при вимірюванні змінних струмів і напруг. Крім того, вимірювальні трансформатори дозволяють гальванічно розділити складові вимірювального кола: коло високої напруги від кола вимірювального приладу.

Вимірювальні трансформатори складаються із двох ізольованих обмоток, розміщених на феромагнітних осердях (рис. 10.7). Первинна обмотка має число витків  $W_1$ , вторинна –  $W_2$ . Виводи первинної обмотки під'єднують до вимірювального кола, а до затискачів вторинної обмотки під'єднуються засоби вимірювання. Вторинні кола трансформаторів заземлюють для безпечної роботи.

Первинну обмотку трансформатора струму вмикають у вимірюване коло послідовно, трансформатора напруги – паралельно. Для правильного вмикання трансформаторів їх затискачі мають спеціальні позначення (рис. 10.7).

Основними технічними характеристиками ВТС є номінальні значення первинного та вторинного струмів  $I_{1н}$  та  $I_{2н}$ ; їх відношення, яке називається номінальним коефіцієнтом трансформації:  $K_{Ін} = I_{1н}/I_{2н}$ ; номінальна частота; номінальний опір навантаження  $Z_{н}$ . Опором навантаження для ВТС є опори приладів, які приєднуються до вторинної обмотки. Під



номінальним навантаженням розуміють максимальний опір, який може бути ввімкнений у вторинне коло ВТС.

Первинна обмотка ВТС виконується з проводу, переріз якого залежить від  $I_{1н}$ . При  $I_{1н} \geq 100$  А вона виготовляється у вигляді прямої шини, що проходить крізь вікно магнітопроводу. До шини приєднуються проводи (або також шини) вимірюваного кола, створюючи один замкнений виток, тобто в цьому випадку  $W_1=1$ . Для стандартних ВТС встановлено значення  $I_{2н}=1; 2$  або  $5$  А. Згідно з цими значеннями вибираються перерізи проводів вторинної обмотки. Для первинних струмів нормативними документами встановлено ряд значень від  $0,1$  до  $60000$  А.

Значення вимірюваних струмів можна визначити за показами приладів, помноживши їх на дійсний коефіцієнт трансформації:  $I_1 = I_2 \cdot K_I$ . Але дійсний коефіцієнт трансформації  $K_I$  залежить від режиму роботи трансформатора, від значень  $I_1$ , від значення та характеру навантаження, від частоти, і тому дійсне значення  $K_I$  невідоме. Тоді показ приладу домножається на значення номінального коефіцієнта трансформації  $K_{Iн}$ :  $I_1' = I_2 \cdot K_{Iн}$ . При цьому виникає похибка:

$$f_I = \frac{I_1' - I_1}{I_1} \cdot 100\% = \frac{K_{Iн} - K_I}{K_I} \cdot 100\%,$$

яка називається **струмовою похибкою** ВТС.

В технічній документації вказуються межі припустимої похибки та умови, за яких вона має місце. Наприклад, для ВТС класу  $0,2$  струмова похибка  $f_I = \pm 0,2\%$  при струмі в первинному колі  $I_1 = (100-120\%)$  від  $I_{1н}$  та навантаженні на трансформатор, яке становить  $25-100\%$  від  $Z_n$  і  $\cos\varphi = 0,8$ . При струмі  $I_1 = 20\%$  від  $I_{1н}$   $f_I = \pm 0,25\%$ , а при  $I_1 = 5\%$  від  $I_{1н}$   $f_I = \pm 0,75\%$ .

Для ідеального трансформатора зсув фаз між  $I_1$  та  $I_2$  дорівнює  $180^\circ$ . В реальному ВТС, цей кут не дорівнює  $180^\circ$ . За рахунок цього виникає **кутова похибка трансформатора**.

При розмиканні вторинного кола ВТС струм  $I_2$  дорівнює нулю, а  $I_0 \cdot W_1 = I_1 \cdot W_1$ , що призводить до різкого зростання е.р.с.  $E_2$  до декількох сотень вольт. Це небезпечно для обслуговуючого персоналу і може призвести до пробію ізоляції вторинної обмотки трансформатора.

Тому не можна розмикати вторинну обмотку ВТС за наявності струму у його первинній обмотці. За необхідності відімкнути чи замінити прилади у вторинному контурі ВТС, підключеному до мережі, потрібно спочатку замкнути накоротко вторинну обмотку. Для цього в ВТС передбачаються спеціальні перемички.

Лабораторні ВТС мають класи точності від 0,01 до 0,2, стаціонарні – від 0,2 до 10.

Для зручності вимірювання струму без розриву кола застосовують ВТС з роз'ємними осердями. Для вимірювань струмів у проводах, які знаходяться під високою напругою, такі ВТС розміщують на кінці довгої ізольованої штанги.

До вторинної обмотки ВТН підключаються прилади з великим внутрішнім опором, тому ВТН працює в режимі, близькому до холостого ходу.

В технічних паспортах ВТН указуються: номінальні напруги  $U_{1н}$  та  $U_{2н}$ , за якими визначається номінальний коефіцієнт трансформації  $K_{УН} = U_{1н}/U_{2н}$ ; номінальна частота; номінальна (тобто припустима) потужність у вторинному колі; клас точності.

Первинна номінальна напруга у ВТН знаходиться у діапазоні від 220 В до 750 кВ. Вторинні напруги можуть мати значення (для стаціонарних ВТН) 100; 100/3; 100/√3; 200; 200/√3 В. Класи точності – 0,2; 0,5; 1; 3.

Стаціонарні ВТН виготовляються як однофазні, так і трифазні, ВТС – тільки однофазні.

**Контрольні питання та завдання:**

1. До якого типу вимірювальних пристроїв відносять вимірювальні трансформатори струму і напруги.
2. Наведіть схему включення вимірювальних трансформаторів струму і напруги у вимірювальне коло.
3. Технічні характеристики та особливості ВТС.
4. Що є основною метрологічною характеристикою вимірювальних трансформаторів струму і напруги?
5. Розкрийте методику отримання вимірних значень при використанні ВТС.
6. Причини виникнення струмової похибки.
7. Наведіть еквівалентну схему трансформатора.
8. Причини виникнення кутової похибки.
9. Чому не можна розмикати вторинну обмотку ВТС за наявності струму у його первинній обмотці?
10. Причини виникнення складових похибок  $f_U$  та  $\delta_U$  та шляхи їх зменшення у ВТН.

## **Лекція 11** **ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ**

Необхідність вимірювання потужності та електричної енергії виникає при вивченні великої кількості процесів, явищ та фізичних об'єктів. Тому визначення потужності та енергії являє собою досить поширений вид вимірювань. Підвищення точності вимірювань цих величин набуває особливого значення в зв'язку з величезним зростанням споживання енергії, пошуком нових джерел енергії та повсюдним впровадженням заходів для економії енергетичних ресурсів. Особливо важливе значення мають вимірювання потужності та енергії в електроенергетиці як при виробництві електроенергії, так і при її розподілі та обліку споживання.

Вимірювання потужності в колах постійного струму та в однофазних колах змінного струму промислової частоти здійснюється одноелементними електродинамічними та феродинамічними ватметрами та варметрами. Методика таких вимірювань потужності ватметрами проста і вже розглядалась в попередньому розділі, тому нижче будемо розглядати вимірювання потужності тільки в трифазних колах.

### **11.1** **Вимірювання активної потужності в трифазних колах.** **Вимірювання в симетричному колі**

Активна потужність трифазного кола при з'єднанні приймачів зіркою складається з потужностей окремих фаз кола плюс потужність в нульовому (нейтральному) проводі:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_0.$$

Через те, що потужність в нульовому проводі набагато менша від потужностей фаз, її зазвичай не вимірюють. Потужність  $P_0$  у попередньому виразі відсутня, якщо коло не має нульового проводу.

Для чотирипровідної симетричної трифазної системи потужності всіх фаз однакові:  $P_A = P_B = P_C = P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi$ , де  $P_\phi$  – потужність однієї фази,  $\varphi_\phi$  – зсув фаз між фазною напругою  $U_\phi$  та фазним струмом  $I_\phi$  в одній фазі кола.

В цьому випадку (рис. 11.1) застосовують **метод одного ватметра**.

Вимірявши потужність однієї фази приймача  $P_\phi$ , сумарну потужність  $P$  можна знайти, помноживши  $P_\phi$  на 3:  $P = 3 \cdot P_\phi$ . Отже, для вимірювання сумарної потужності кола достатньо одного ватметра. В чотирипровідних колах ватметр вмикається за схемою рис. 11.1. При цьому показ ватметра  $P_w = U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi_\phi$ .

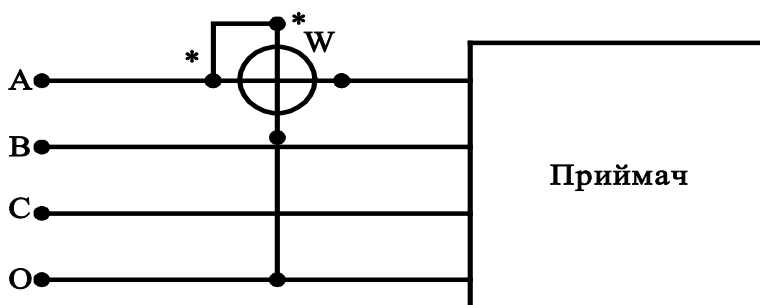


Рисунок 11.1

Якщо при з'єднанні приймачів зіркою нульовий провід відсутній або опори навантаження з'єднані трикутником, то потужність можна виміряти одним ватметром, створивши штучну нульову точку (рис. 11.2).

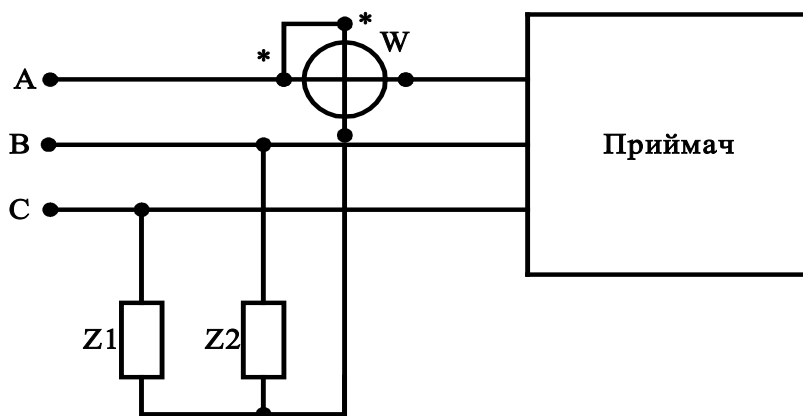


Рисунок 11.2

Опори  $Z_1 = Z_2$  вибираються такими, що дорівнюють опору паралельного кола ватметра. При використанні електродинамічних та феродинамічних ватметрів, у яких опір паралельного кола практично активний,  $Z_1$  та  $Z_2$  також будуть складатись тільки з активних опорів.

### Вимірювання активної потужності в несиметричних трифазних колах трьома ватметрами

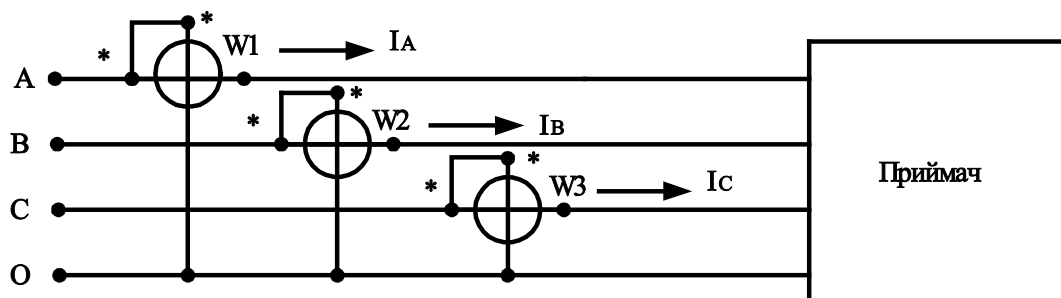
Для несиметричного трифазного кола вираз потужності записують у вигляді:

$$P = U_A \cdot I_A \cdot \cos\varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos\varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos\varphi_C,$$

де  $U$ ,  $I$  та  $\varphi$  з відповідними індексами – напруги, струми та зсуви фаз між ними у відповідних індексах фазах навантаження.

В загальному випадку ні система напруг, ні система струмів не є симетричними системами. Тому для вимірювання сумарної активної по-

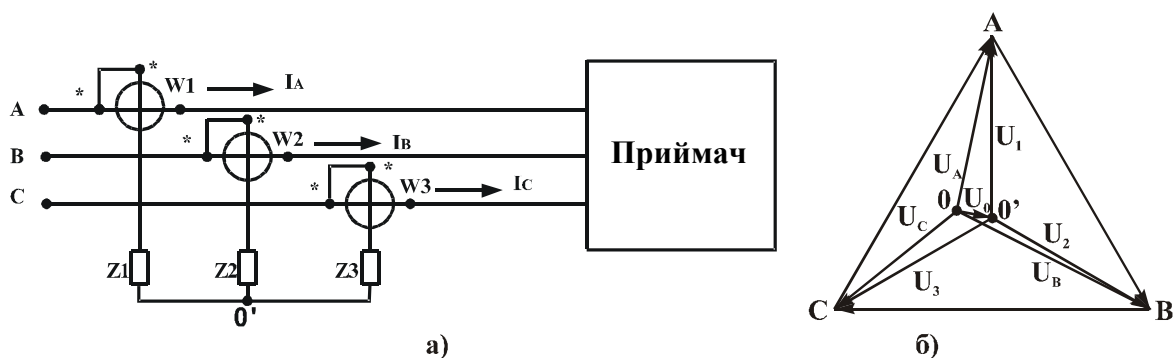
тужності несиметричного трифазного чотирипровідного використовують метод трьох ватметрів (рис. 11.3).



**Рисунок 11.3**

Сумарна активна потужність дорівнює сумі показів ватметрів:  $P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}$ . При цьому кожний ватметр покаже потужність, яка дорівнює потужності відповідної фази приймача.

Якщо в колі нульовий провід відсутній, а нульова точка недоступна або опори приймача з'єднані трикутником, то самі паралельні кола ватметрів можуть створювати штучну нульову точку (рис. 11.4, а). Опори  $Z_1, Z_2$  та  $Z_3$  слугують для вирівнювання опорів паралельних віток вимірювального кола.



**Рисунок 11.4**

Якщо ватметри однакові, то ці опори відсутні. Сумарна потужність трифазного кола при вимірюванні за цією схемою дорівнює, як і в попередньому випадку, сумі показів ватметрів. Доведемо це положення.

На векторній діаграмі рис. 11.4, б  $U_1, U_2$  та  $U_3$  – напруги на ватметрах, які створюють симетричну систему;  $U_0$  – напруга зміщення між штучною нульовою точкою та нульовою точкою еквівалентної або реальної зірки навантаження.

Миттєві потужності, які враховуються ватметрами, дорівнюють:

$$\left. \begin{aligned} p_{W1} &= u_1 \cdot i_A = (u_A - u_0) \cdot i_A = p_A - u_0 \cdot i_A \\ p_{W2} &= u_2 \cdot i_B = (u_B - u_0) \cdot i_B = p_B - u_0 \cdot i_B \\ p_{W3} &= u_3 \cdot i_C = (u_C - u_0) \cdot i_C = p_C - u_0 \cdot i_C \end{aligned} \right\},$$

де  $p_A, p_B, p_C$  – миттєві потужності на фазах навантаження. Сума миттєвих потужностей:

$$p_{W1} + p_{W2} + p_{W3} = p_A + p_B + p_C - u_0(i_A + i_B + i_C).$$

Але за відсутності нульового проводу  $i_A + i_B + i_C = 0$ , отже

$$p_{W1} + p_{W2} + p_{W3} = p_A + p_B + p_C,$$

тобто сума миттєвих потужностей на ватметрах дорівнює сумі миттєвих потужностей на фазах навантаження.

Ватметри реагують на середні значення потужностей, які визначаються як інтеграли від миттєвих потужностей за період змінного струму. Після інтегрування одержимо:

$$P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = P_A + P_B + P_C$$

Останній вираз показує, що сума показів ватметрів дорівнює сумарній активній потужності трифазного кола. Але покази кожного ватметра (на відміну від попереднього способу вимірювання) не дорівнюють потужностям в окремих фазах приймача.

### **Вимірювання активної потужності в трифазному трипровідному колі двома ватметрами**

Відомо, що активну потужність трифазного кола можна записати у вигляді дійсної частини повної комплексної потужності:

$$P = \operatorname{Re}(\underline{U}_A \bar{I}_A + \underline{U}_B \bar{I}_B + \underline{U}_C \bar{I}_C).$$

В трипровідній мережі:

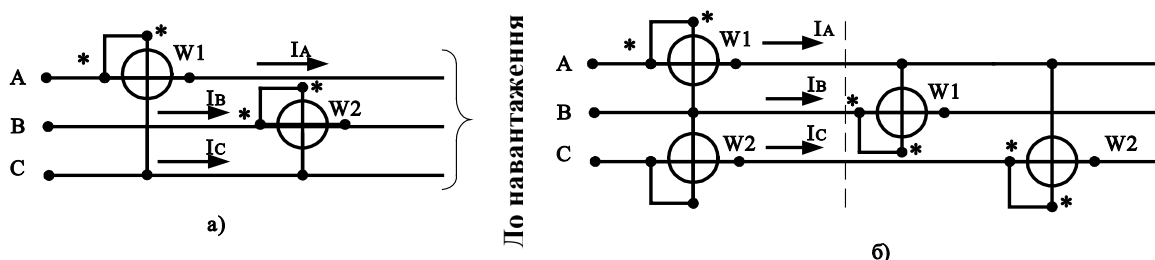
$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0.$$

З цього рівняння можна виразити лінійний струм через два інших. Наприклад,  $\underline{I}_C = -\underline{I}_A - \underline{I}_B$ . Це справедливо також для спряжених комплексів:  $\bar{I}_C = -\bar{I}_A - \bar{I}_B$ . Підставивши останній вираз в попередній, одержимо:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}[\underline{U}_A \bar{I}_A + \underline{U}_B \bar{I}_B + \underline{U}_C (-\bar{I}_A - \bar{I}_B)] = \\ &= \operatorname{Re}[(\underline{U}_A - \underline{U}_C) \bar{I}_A + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \bar{I}_B] = \\ &= U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos \Psi_1 + U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos \Psi_2, \end{aligned}$$

де  $\Psi_1$  – зсув фаз між лінійною напругою  $U_{AC}$  та струмом  $I_A$ ;  $\Psi_2$  – зсув фаз між лінійною напругою  $U_{BC}$  та струмом  $I_B$ .

Останній вираз показує, що активну потужність трифазного кола можна подати у вигляді двох складових. Якщо згідно з цим рівнянням включити два ватметри (рис. 11.5, а), то сума їхніх показів дасть сумарну активну потужність трифазного кола незалежно від виду з'єднання опорів приймача та несиметрії кола.



**Рисунок 11.5**

Аналогічно одержують ще дві схеми включення ватметрів, показані на рис. 11.5, б.

Із аналізу схем (рис. 11.5) випливає таке правило:

**Для підключення ватметрів: послідовні обмотки ватметрів вмикаються послідовно в два будь-які проводи лінії. Генераторні (із зірочками) кінці паралельних обмоток підключаються до тих самих проводів, а кінці без зірочок – до вільного лінійного проводу.**

Залежно від характеру навантаження та схеми вмикання ватметрів може статися так, що зсув фаз між напругою та струмом на одному із ватметрів буде більший  $90^\circ$ . У цьому випадку стрілка цього ватметра буде відхилятися вліво від нульової позначки. Для того, щоб зробити можливим відлік показів, потрібно змінити або напрям струму, або полярність напруги. Після перемикавання покази цього ватметра потрібно подати зі знаком мінус.

Схема двох ватметрів одержала на практиці значне поширення, оскільки дозволяє виміряти активну потужність двома приладами незалежно від схеми з'єднання навантаження (трикутником чи зіркою) як при повній симетрії, так і при несиметрії кола (повній чи частковій). В чотирипровідних мережах схема двох ватметрів дає неправильні результати, оскільки в цьому колі  $\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C \neq 0$ . Вимірювання в таких мережах здійснюються тільки трьома ватметрами.

Вимірювання активної потужності в трифазних колах одноелементними ватметрами здійснюється тільки в лабораторній практиці. У виробничих умовах застосовуються трифазні ватметри.

## 11.2 Вимірювання реактивної потужності

Наявність реактивної потужності в енергетичних колах (особливо в трифазних) досить негативно відбивається на їхній роботі. Тому, поряд з вимірюванням активної потужності, необхідно вимірювати також і реактивну.

Вимірювання реактивної потужності має практичне значення тільки для потужних споживачів електроенергії, які підключаються до трифазних кіл. Тому в однофазних колах реактивна потужність вимірюється тільки в лабораторних умовах при проведенні досліджень. Прилади для вимірювання реактивної потужності в однофазних колах не випускаються.

Реактивна потужність в трифазних колах визначається сумою реактивних потужностей окремих фаз.

$$Q = U_A \cdot I_A \cdot \sin\varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \sin\varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \sin\varphi_C.$$

З цього виразу видно, що реактивна потужність може бути виміряна тими самими приладами, що й активна, тільки обертальний момент механізмів цих приладів має бути пропорційний не  $\cos\varphi$ , а  $\sin\varphi$ . Цього можна добитись, увімкнувши прилади за спеціальними схемами.

У сучасних енергетичних колах та системах, які мають велику потужність, система лінійних напруг завжди є практично симетричною. Виходячи із цього і складаються схеми для підключення приладів з метою вимірювання реактивної потужності.

Для того, щоб відхилення рухомої частини електро- чи феродинамічних механізмів було пропорційне  $\sin\varphi$ , на них потрібно подати напругу, що відстає на  $90^\circ$  від напруги, яка підключається до приладу при вимірюванні активної потужності. Така схема підключення називається схемою із заміненями напругами. Раніше випускались прилади з додатковими елементами у вимірювальному колі, які дозволяли одержати  $90^\circ$ -ний зсув напруг при звичайному підключенні приладу. Зараз вони не випускаються, а використовуються схеми із заміненями напругами.

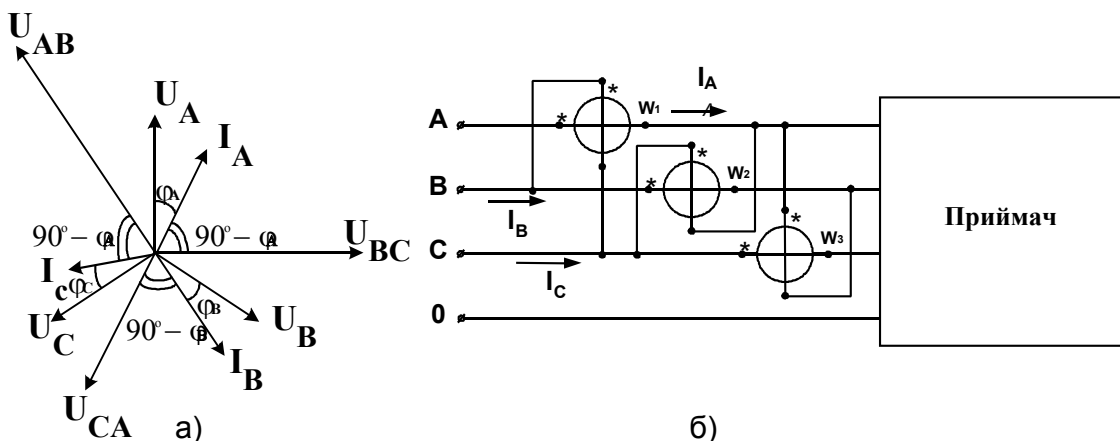
### **Вимірювання реактивної потужності трьома ватметрами**

Активна потужність трифазного кола:

$$P = U_A \cdot I_A \cdot \cos\varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \cos\varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \cos\varphi_C$$

Згідно із цим виразом підключаються прилади для вимірювання активної потужності (рис. 11.6, б).





**Рисунок 11.6**

Для вимірювання реактивної потужності за схемою із заміненями напругами у наведеному вище виразі замість  $U_A$  має бути напруга  $U_{BC}$ , яка відстає від  $U_A$  на  $90^\circ$  (рис. 11.6, а), замість  $U_B$  – напруга  $U_{CA}$  і замість  $U_C$  – напруга  $U_{AB}$ .

Сума показів ватметрів дорівнює:

$$P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = U_{BC} \cdot I_A \cdot \cos(90^\circ - \varphi_A) + U_{CA} \cdot I_B \cdot \cos(90^\circ - \varphi_B) + U_{AB} \cdot I_C \cdot \cos(90^\circ - \varphi_C).$$

Напруги  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  та  $U_{AB}$  – лінійні напруги. При симетрії лінійних та фазних напруг  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$ ;  $U_A = U_B = U_C = U_\phi$ ;  $U_L = \sqrt{3} U_\phi$ .

З урахуванням цього рівняння потужності запишеться:

$$P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = \sqrt{3} (U_A \cdot I_A \cdot \sin \varphi_A + U_B \cdot I_B \cdot \sin \varphi_B + U_C \cdot I_C \cdot \sin \varphi_C) = \sqrt{3} Q$$

Звідки

$$Q = (P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}) / \sqrt{3}.$$

Таким чином, для одержання значення сумарної реактивної потужності трифазного кола необхідно суму показів трьох ватметрів розділити на  $\sqrt{3}$ . Система струмів може бути несиметричною. В дужках останнього виразу кожна складова пропорційна реактивній потужності відповідної фази приймача, тобто за показами кожного із ватметрів можна визначити реактивну потужність тієї фази приймача, струм якої протікає через цей ватметр.

Для правильного підключення ватметрів потрібно знати послідовність фаз. Напруги, що підключаються до паралельних обмоток ватметрів, мають індекси, які вибирають з ряду ABCABC..., наступні після індексу струму, який протікає через цей ватметр. При використанні схеми з трьома ватметрами потрібно мати на увазі, що паралельні обмотки ватметрів підключаються на лінійну напругу. Розглянута схема придатна

як для трипровідних, так і для чотирипровідних трифазних кіл – симетричних та з частковою асиметрією.

### Вимірювання реактивної потужності двома ватметрами

Одна із схем для вимірювання активної потужності двома ватметрами зображена на рис. 11.7, а. Ватметр  $W_1$  підключений до напруги  $\underline{U}_{AB}$ , а ватметр  $W_2$  – до  $\underline{U}_{CB}$ . Відстає від  $\underline{U}_{AB}$  на  $90^\circ$  напруга « $-\underline{U}_C$ », а від  $\underline{U}_{CB}$  – напруга  $\underline{U}_A$  (рис. 11.7, б).

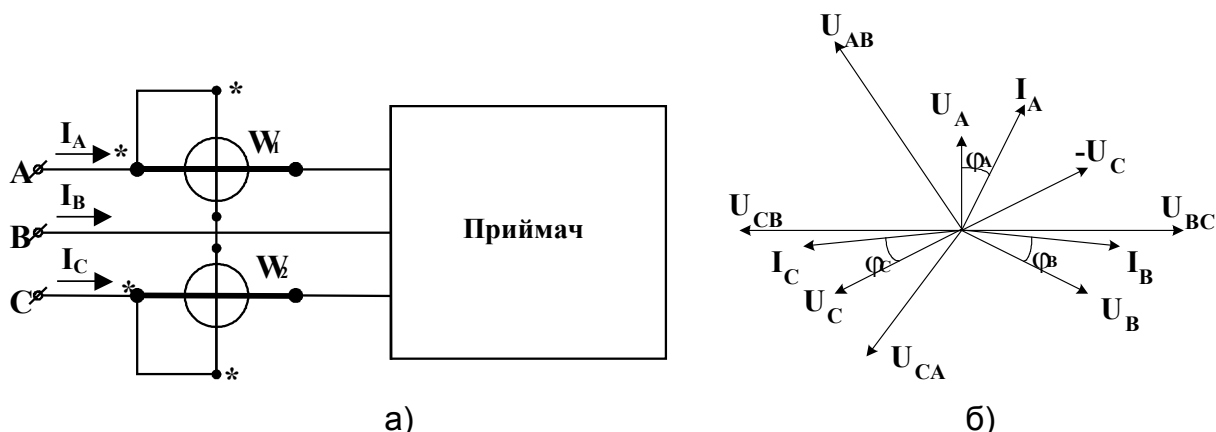


Рисунок 11.7

Якщо ватметр  $W_1$  підключити під напругу « $-\underline{U}_C$ », а ватметр  $W_2$  – під напругу  $\underline{U}_A$ , то їхні покази будуть пропорційні реактивній потужності.

Напруги  $U_C$  та  $U_A$  – фазні напруги, тому для того, щоб на ватметри можна було подати ці напруги, потрібно створити з'єднання зіркою із штучною нульовою точкою (рис. 11.8). При цьому опір  $R$  дорівнює опорі паралельних віток ватметрів.

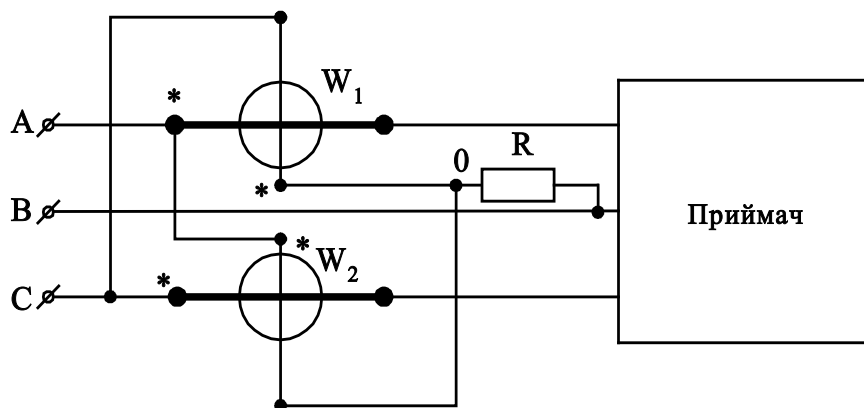


Рисунок 11.8

Покази ватметрів:

$$P_{W1} = \text{Re}[-\underline{U}_C \cdot \bar{I}_A]; P_{W2} = \text{Re}[\underline{U}_A \cdot \bar{I}_C]$$

Сума показів:

$$P_{W1} + P_{W2} = \operatorname{Re}[-\underline{U}_C \cdot \bar{I}_A + \underline{U}_A \cdot \bar{I}_C]$$

При симетричних системах лінійних та фазних напруг

$$-\underline{U}_C = \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} e^{-j90^\circ}; \quad \underline{U}_A = \frac{U_{CB}}{\sqrt{3}} e^{-j90^\circ}.$$

Підставимо останні вирази у попередній:

$$P_{W1} + P_{W2} = \operatorname{Re}\left[\frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} \cdot \bar{I}_A \cdot e^{-j90^\circ} + \frac{U_{CB}}{\sqrt{3}} \cdot \bar{I}_C \cdot e^{-j90^\circ}\right].$$

Враховуючи, що  $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$ ,  $\underline{U}_{CB} = \underline{U}_C - \underline{U}_B$ , будемо мати:

$$P_{W1} + P_{W2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}\left[\begin{aligned} &\underline{U}_A \cdot \bar{I}_A \cdot e^{-j90^\circ} - \underline{U}_B \cdot \bar{I}_A \cdot e^{-j90^\circ} + \\ &+ \underline{U}_C \cdot \bar{I}_C \cdot e^{-j90^\circ} - \underline{U}_B \cdot \bar{I}_C \cdot e^{-j90^\circ} \end{aligned}\right].$$

Для трипровідного кола  $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$ . Також справедливою буде рівність  $\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0$ , звідки маємо  $\bar{I}_C = -\bar{I}_A - \bar{I}_B$ . Підставивши замість  $\bar{I}_C$  в останній складовій наведеного вище виразу  $(-\bar{I}_A - \bar{I}_B)$ , після перетворень одержимо:

$$\begin{aligned} P_{W1} + P_{W2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}\left[\underline{U}_A \bar{I}_A e^{-j90^\circ} + \underline{U}_B \bar{I}_B e^{-j90^\circ} + \underline{U}_C \bar{I}_C e^{-j90^\circ}\right] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[U_A I_A \cdot \sin \varphi_A + U_B I_B \cdot \sin \varphi_B + U_C I_C \cdot \sin \varphi_C\right] = \frac{Q}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Звідки отримуємо:  $Q = (P_{W1} + P_{W2}) \cdot \sqrt{3}$ .

Таким чином, щоб одержати сумарну реактивну потужність трифазного трипровідного кола, потрібно алгебраїчну суму показів ватметрів помножити на  $\sqrt{3}$ .

Одержаний висновок справедливий для випадків часткової асиметрії та повної симетрії при будь-якому виді з'єднання приймачів.

### 11.3 Вимірювання потужності опосередкованим методом

Основне рівняння вимірювання потужності опосередкованим методом має вигляд

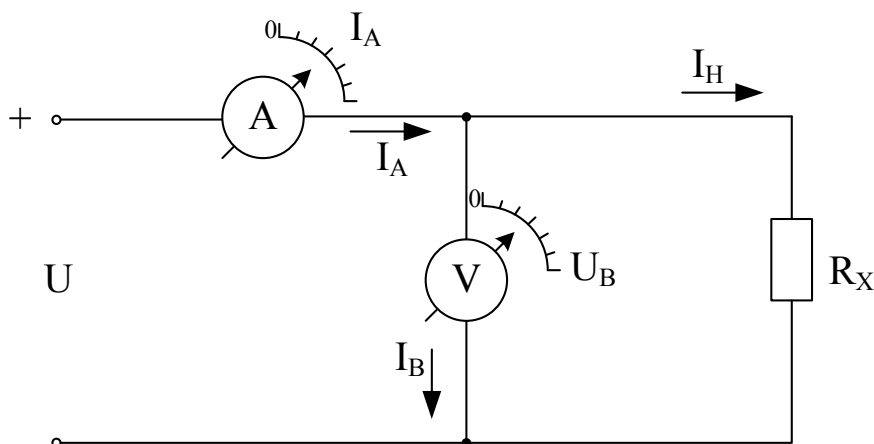
$$P = I_A \cdot U_V,$$

з якого видно, що суть методу полягає у прямому вимірюванні струму амперметром і напруги вольтметром у навантаженні та виконанні ариф-

метичної операції множення між ними. Оскільки, для отримання результату вимірювання необхідно мати два засоби вимірювання, то відповідно і мають місце дві схеми їхнього під'єднання.

**Схема 1 – Під'єднання амперметра перед вольтметром**

На рис. 11.9 наведено схему для опосередкованого вимірювання потужності (амперметр під'єднаний перед вольтметром).



**Рисунок 11.9**

Використавши наведене вище основне рівняння потужності для цієї схеми запишемо результат вимірювання (виміряне значення)

$$P_B = I_A \cdot U_V.$$

Оскільки

$$I_A = I_V + I_H,$$

то

$$P_B = (I_V + I_H) \cdot U_V = P_V + P_H.$$

За дійсне значення беруть потужність, споживану навантаженням

$$P_D = P_H.$$

Тоді абсолютна методична похибка для схеми 1 визначається як

$$\Delta_{M1} = P_B - P_D = P_V + P_H - P_H = P_V.$$

Отже, виміряне значення відрізняється від дійсного на значення потужності, що споживає вольтметр.

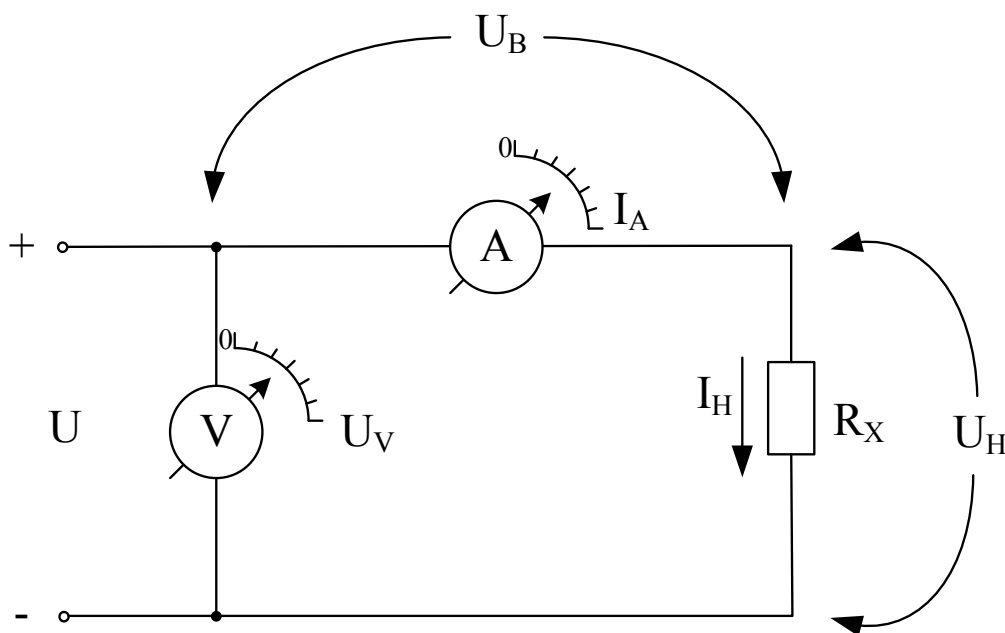
Тоді відносна методична похибка для схеми 1 визначається як

$$\delta_{M1} = \frac{\Delta_{M1}}{P_H} \cdot 100\% = \frac{P_V}{P_H} \cdot 100\%.$$

Тут необхідно зауважити, що окрім інструментальних похибок амперметра і вольтметра при опосередкованому вимірюванні потужності додатково виникає методична похибка, що зумовлена потужністю споживання  $P_V$  вольтметра.

**Схема 2 – Під'єднання амперметра після вольтметра**

На рис. 11.10 наведено другу схему для опосередкованого вимірювання потужності.



**Рисунок 11.10**

Для цієї схеми вимірне значення потужності визначається так:

$$P_B = U_V \cdot I_A = (U_A + U_H) \cdot I_H = P_A + P_H.$$

А для цієї схеми вимірне значення відрізняється від дійсного

$$\Delta_{M2} = P_B - P_D = P_A + P_H - P_H = P_A$$

і методична похибка вимірювання потужності тут має такий вигляд

$$\delta_{M2} = \frac{\Delta_{M2}}{P_H} \cdot 100\% = \frac{P_A}{P_H} \cdot 100\%.$$

Отримані залежності відносних методичних похибок для наведених двох схем відрізняються тільки чисельниками:

- для першої схеми в чисельнику \$P\_V\$;
- для другої \$P\_A\$.

Аналіз отриманих залежностей для \$\delta\_{M1}\$ і \$\delta\_{M2}\$ показує, що під час вимірювання великих потужностей \$P\_A, P\_V \gg P\_H\$ відносна методична похибка несуттєва. А при вимірюванні малих потужностей співрозмірних з \$P\_A\$ або \$P\_V\$ для зменшення методичної похибки необхідно вводити поправки на значення \$P\_A\$ або \$P\_V\$ залежно від схеми. Значення потужностей \$P\_A\$ (\$P\_V\$) отримують із паспортних даних амперметра (вольтметра), відповідно.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Метод одного ватметра в симетричному чотирипровідному колі.
2. Вимірювання активної потужності в симетричному трипровідному колі.
3. Метод трьох ватметрів при вимірюванні активної потужності в несиметричному чотирипровідному колі.
4. Метод трьох ватметрів при вимірюванні активної потужності в несиметричному трипровідному колі.
5. Метод двох ватметрів в трифазному трипровідному колі. Дві схеми включення ватметрів.
6. Вимірювання реактивної потужності трьома ватметрами.
7. Вимірювання реактивної потужності двома ватметрами.
8. Наведіть основне рівняння вимірювання потужності і поясніть, чому може бути дві схеми для реалізації опосередкованого методу.
9. Виведіть залежності для абсолютної і відносної методичної похибки для схеми 1.
10. Виведіть залежності для абсолютної і відносної методичної похибки для схеми 2.
11. Поясніть суть методу поправок для зменшення методичної похибки для цих схем.
12. Опосередкованим методом здійснено вимірювання потужності з відотною методичною похибкою 0.5%. Дійсне значення потужності, споживаної навантаженням, 1.5 кВт. Яке значення потужності для цієї схеми взято за виміряне? Наведіть схему вимірювання.

## Лекція 12 ОБЛІК ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ

### 12.1 Індукційний лічильник електричної енергії

Індукційні лічильники застосовуються для вимірювання як активної, так і реактивної енергії. Реактивна енергія, як і реактивна потужність, у виробничих умовах вимірюється тільки в трифазних колах. Конструктивно лічильники активної та реактивної енергії нічим не відрізняються, однак вмикання обертальних елементів реактивних лічильників здійснюється за іншими схемами, ніж вмикання елементів лічильників активної енергії.

Індукційні вимірювальні механізми лічильників електричної енергії бувають двох типів: радіальні та тангенціальні. Однак принцип дії їх однаковий. Розглянемо будову та принцип дії індукційного механізму лічильника радіального типу (рис. 12.1).

**Принцип дії засновано** на взаємодії магнітних потоків, пропорційних струму і напрузі у навантаженні, з вихровими струмами, що наводять ці потоки у алюмінієвому диску, який вільно обертається навколо своєї осі.

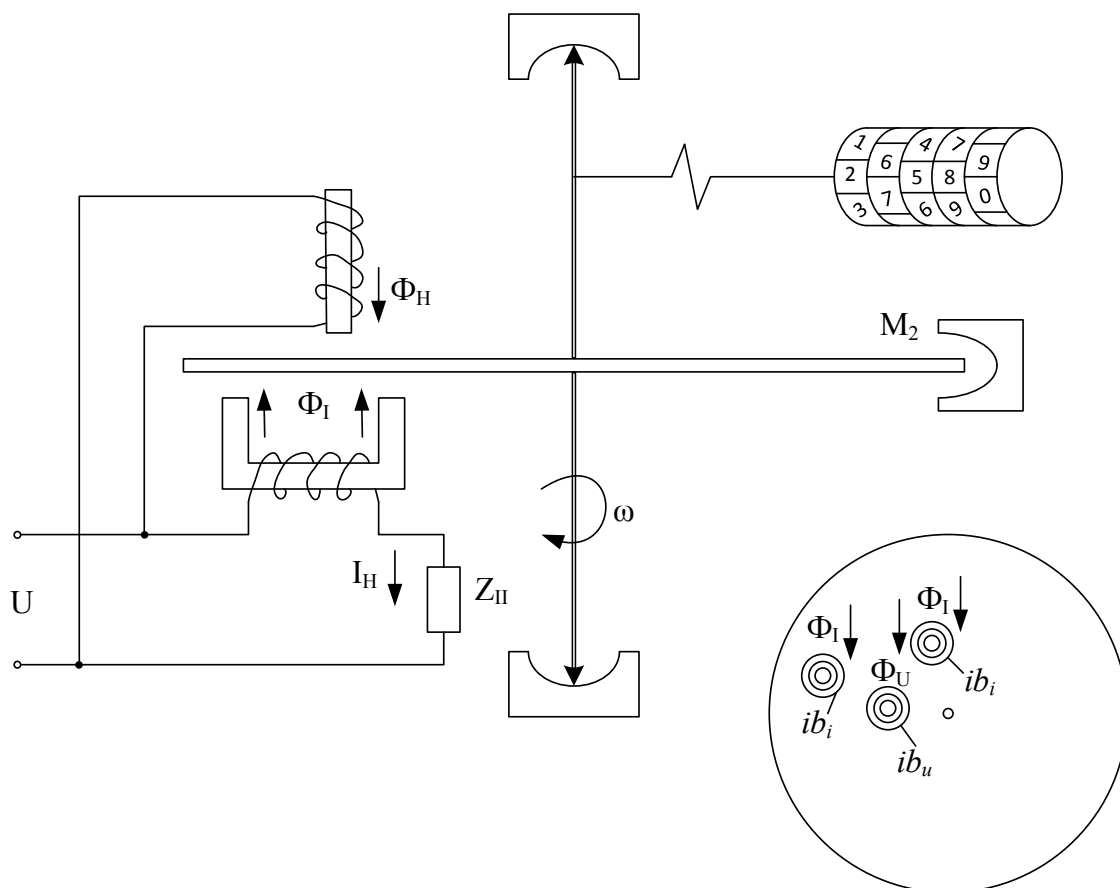


Рисунок 12.1

У вимірювальному механізмі (індукційному) є два електромагніти (рис. 12.1) з феромагнітними шихтованими осердями, на одному із яких (А) знаходиться обмотка  $W_U$ , а на другому (В) –  $W_I$ . Обмотка  $W_U$  підключається до напруги  $U$  на навантаженні, через неї протікає струм  $I_U$ , а через обмотку  $W_I$  протікає струм навантаження  $I$ .

Між полюсами електромагніту А і над полюсами електромагніту В проходить закріплений на осі алюмінієвий диск Д. Диск проходить також між полюсами постійного магніту М. На осі є черв'ячна передача, за допомогою якої обертова вісь діє на відліковий механізм ВМ.

В електромагніті А струмом, що проходить в обмотці  $W_U$ , створюються два магнітні потоки:  $\Phi_U$  і  $\Phi_L$ ; в електромагніті В потік  $\Phi_I$  створюється струмом  $I$  в обмотці  $W_I$ . Потік  $\Phi_U$  перетинає диск один раз, потік  $\Phi_I$  – два рази, потік  $\Phi_L$  диск не перетинає і називається неробочим потоком.

На рис. 12.1, б показано сліди потоків  $\Phi_U$  та  $\Phi_I$ , а також контури, в яких протікають вихрові струми, що виникають у диску під дією перетинаючих диск змінних потоків  $\Phi_U$  та  $\Phi_I$ . Як результат взаємодії кожного з потоків  $\Phi_U$ ,  $\Phi_I$  та  $-\Phi_I$  з вихровими струмами, викликаними потоком, що знаходиться по сусідству з кожним із них, виникає обертальний момент, під дією якого диск починає обертатись. Обертальний момент дорівнює:

$$M_{об} = C \cdot f \cdot \Phi_U \cdot \Phi_I \cdot \sin \Psi,$$

де  $C$  – постійний коефіцієнт,  $f$  – частота змінного струму,  $\Psi$  – зсув фаз між потоками  $\Phi_U$  та  $\Phi_I$ .

При роботі на лінійних ділянках кривих намагнічування матеріалів осердь електромагнітів маємо:

$$\Phi_I = K_1 \cdot I; \quad \Phi_U = K_2 \cdot I_U = K_2 \cdot U / Z_U,$$

де  $K_1$ ,  $K_2$  – постійні коефіцієнти;  $Z_U$  – повний опір обмотки напруги, який має практично індуктивний характер.

Можна взяти  $Z_U \approx X_U = 2\pi f \cdot L_U$ , де  $L_U$  – індуктивність обмотки напруги. Тоді  $\Phi_U = K_2 \cdot U / 2\pi f \cdot L_U = K_3 \cdot U / f$ , де  $K_3 = K_2 / (2\pi \cdot L_U)$ .

Підставивши вирази  $\Phi_U$  та  $\Phi_I$  в вираз для обертального моменту, одержимо:

$$M_{об} = K \cdot U \cdot I \cdot \sin \Psi,$$

де  $K = C \cdot K_1 \cdot K_3$ .

Щоб обертальний момент був пропорційний потужності  $P$ , необхідно, щоб  $\sin \Psi = \cos \varphi$ . Наведена рівність досягається конструктивними рішеннями.



В результаті отримують:

$$M_{об} = K \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = K \cdot P.$$

Під дією цього обертового моменту диск лічильника обертався б із зростаючою швидкістю, якби на нього не діяли інші моменти. Але диск проходить своїм краєм між полюсами постійного магніту М. В результаті взаємодії магнітного поля постійного магніту із струмами, які наведені в диску в процесі його переміщення між полюсами магніту, виникає гальмівний момент, значення якого пропорційне кутовій швидкості диска  $\omega = d\alpha/dt$ .

$$M_{г} = C_1 \cdot \omega = C_1 \cdot \frac{d\alpha}{dt}.$$

При рівності обертового та гальмівного моментів диск буде обертатись з рівномірною швидкістю, і тоді матимемо

$$K \cdot P = C_1 \cdot d\alpha/dt \text{ або } K \cdot P \cdot dt = C_1 \cdot d\alpha.$$

Проінтегрувавши останню рівність, одержимо:

$$\int_{t_1}^{t_2} K \cdot P \cdot dt = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} C_1 \cdot d\alpha, \text{ або } K \cdot W = C_1 \cdot \alpha, \text{ або } W = (C_1/K) \cdot \alpha.$$

З останнього рівняння видно, що активна енергія, яка вимірюється лічильником за час від  $t_1$  до  $t_2$  в навантаженні, пропорційна куту повороту диска  $\alpha$ . Якщо розділити кут  $\alpha$  на  $2\pi$ , отримаємо кількість обертів диска  $N$ :  $N = \alpha/2\pi$ , звідки  $\alpha = N \cdot 2\pi$ . Підставивши  $\alpha = 2\pi \cdot N$  в (2.96), одержимо  $W = (C_1/K) \cdot 2\pi \cdot N$  або

$$W = C \cdot N,$$

де  $C = (C_1 \cdot 2\pi)/K$  називається **сталюю лічильника**

$$C = \frac{W}{N} = \frac{P \cdot t}{N}$$

та показує, яка енергія проходить через лічильник за один оберт диска.

Величина, обернена сталій лічильника,

$$A = \frac{1}{C}$$

показує, скільки обертів диск лічильника робить при проходженні через нього одиниці енергії (наприклад, 1 кВт·год), і називається **передаточним числом** лічильника. Номінальне передаточне число вказується на щитку лічильника.

## 12.2 Нормування похибок лічильника

Розрізняють номінальну і дійсну сталі лічильника.

Номінальна стала лічильника характеризує, яку номінальну кількість обертів  $N_H$  здійснить алюмінієвий диск при споживанні потужності 1 кВт за 1 годину

$$C_H = \frac{1\text{кВт}\cdot\text{год}}{N_H} = \frac{1000\text{Вт}\cdot 3600\text{сек}}{N_H},$$

де  $N_H$  – паспортні дані лічильника.

Дійсна стала лічильника визначається експериментально

$$C_D = \frac{P_B \cdot t_B}{N_B},$$

де  $P_B$  – вимірне значення потужності ватметром;  $t_B$  – вимірне значення часу хронометром (секундоміром);  $N_B$  – вимірне значення кількості обертів тахометром.

За дійсне беремо значення номінальної сталої лічильника, а за вимірне –  $C_D$ . Тоді абсолютна похибка визначається як різниця

$$\Delta = C_D - C_H,$$

а відносну оцінюють відношенням

$$\delta = \frac{\Delta}{C_H} \cdot 100\% = \frac{C_D - C_H}{C_H} \cdot 100\%.$$

Ми розглядали роботу механізму лічильника у припущенні, що крім обертового та гальмівного моментів ніякі інші моменти на рухому частину механізму не діють. Насправді в опорах, лічильному механізмі має місце тертя. Для компенсації моменту тертя створюється додатковий (компенсаційний) обертовий момент. Але за незмінної напруги компенсаційний момент є величина постійна, а момент тертя залежить від швидкості диска. Компенсація звичайно здійснюється за струму навантаження, що дорівнює 10% від номінального.

Компенсаційний момент може бути більшим від моменту тертя і тоді, навіть при відключеному навантаженні, диск може обертатися. Це явище називається **самоходом лічильника**. Усувається самохід за допомогою гачка Г, який закріплюється на осі, та прапорця Пр пластини, яка використовується для створення компенсаційного моменту (рис.12.1).

До характеристик лічильника відноситься **поріг чутливості**, під яким розуміють найменше значення струму у відсотках від  $I_{\text{НОМ}}$ , за якого починається безперервне обертання диска.

Клас точності лічильника дорівнює максимально допустимій відносній похибці (у відсотках) при номінальних значеннях струму та коефіцієнта потужності.

Наприклад, для лічильника класу точності 1,0 при струмі, який становить 5–10% від номінального та  $\cos\varphi = 1$ , межа допустимої похибки дорівнює  $\pm 2,0\%$ ; для лічильника класу 2,5 при струмі 10–20% від номінального та  $\cos\varphi = 1$  межа допустимої похибки дорівнює  $\pm 3,5\%$ .

Значення порогу чутливості  $S$  залежно від класу точності індукційних лічильників наведено в табл. 12.1.

**Таблиця 12.1 – Залежність порогу чутливості від класу точності**

Клас точності	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Поріг чутливості $S$ , %	0,3	0,4	0,5		1,0	

**Контрольні питання та завдання:**

1. Сформулюйте суть фізичного ефекту, який покладено в основу роботи індукційного вимірювального механізму.
2. Наведіть структурну схему індукційного лічильника і поясніть призначення його основних складових частин.
3. За виконання якої умови магнітні потоки будуть пропорційні струму і напрузі на навантаженні?
4. Якій фізичній величині пропорційний обертальний момент?
5. Якій фізичній величині пропорційний гальмівний момент?
6. Для чого інтегрують рівність обертального і гальмівного моментів?
7. Як визначається стала лічильника? Що вона характеризує?
8. Що характеризує передаточне число лічильника?
9. Як визначити номінальну сталу лічильника?
10. Як визначити дійсну сталу лічильника?
11. Як оцінити абсолютну і відносну похибки лічильника?
12. В чому суть явища «самохід» лічильника електричної енергії і як воно усувається?
13. Яка похибка нормується для індукційних лічильників?
14. Під час повірки індукційного лічильника з номінальною кількістю обертів 3600 отримано такі покази засобів вимірювань: ватметр – 990 Вт, секундомір – 3580 с, тахометр – 3580 об/хв. Навести структурну схему індукційного лічильника і оцінити абсолютну та відносну похибки.
15. В індукційному лічильнику електричної енергії номінальна кількість обертів  $N_n=3600$ , а дійсна стала лічильника  $C_d=995$ . Навести структурну схему індукційного лічильника і визначити сталу номінальну лічильника, передаточне число та оцінити абсолютну і відносну похибки.

## ЕЛЕКТРОННІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ

### **Лекція 13 ЕЛЕКТРОННІ ВОЛЬТМЕТРИ**

**В електронних аналогових приладах** вхідна (вимірювана) величина перетворюється у вихідну аналоговими електронними перетворювачами, достатню для надійної роботи електромеханічного вимірювального перетворювача.

Електронні прилади застосовуються для вимірювання практично всіх електричних величин: напруги, струму, частоти, зсувів фаз, потужності, енергії, параметрів електричних кіл та ін.

Основними перевагами електронних приладів є великий вхідний опір та широкий частотний діапазон. Великий вхідний опір обумовлює малу споживану від об'єкта вимірювання потужність, що не порушує режиму його роботи. Крім того, багато електронних приладів мають більш високу чутливість (і поріг чутливості) порівняно з електромеханічними приладами. Наприклад, вольтметри для вимірювання постійної напруги, в яких використовується перетворення постійної напруги у змінну, мають нижній поріг чутливості в декілька мікрвольт.

При виконанні науково-дослідних робіт та в промислових умовах широке застосування знаходять такі електронні прилади, як електронно-променеві осцилографи, які дозволяють спостерігати форму сигналу та вимірювати його параметри.

Поряд із приладами промисловістю випускаються різні вимірювальні перетворювачі електричних величин з аналоговим уніфікованим вихідним сигналом (у вигляді напруги постійного струму 0–10 В або у вигляді постійного струму 0–5 мА). Ці перетворювачі використовуються для побудови різних пристроїв автоматики та інформаційно-вимірювальних систем.

#### **13.1 Електронні вольтметри постійних напруг**

В електронних вольтметрах вимірювана напруга (постійна чи змінна) перетворюється на постійний струм і вимірюється магнітоелектричним вимірювальним механізмом зі шкалою, яка відградує в одиницях напруги.

Застосування магнітоелектричного вимірювального механізму зумовлено його високою чутливістю та рівномірністю шкали. Електронні вольтметри:

- охоплюють широкий діапазон вимірюваних напруг від десятків нановольт на постійному струмі до десятків кіловольт);
- мають великий вхідний опір, як правило, не нижчий 1 МОм;
- можуть працювати в широкому діапазоні частот – від постійного струму до частот порядку сотень мегагерц.

Але не потрібно думати, що такі переваги має один якийсь універсальний прилад. Різновидів вольтметрів дуже багато і кожен із них має ті чи інші переваги та недоліки.

Крім того, не потрібно думати, що аналогові електронні вольтметри мають високі класи точності. На електронні вольтметри встановлено класи точності від 0,1 до 25. Для вольтметрів постійного струму та змінного струму неширокого діапазону частот – звичайні класи точності 2,5; 4,0, а на підвищених частотах – 6, 10, 15.

Електронні вольтметри поділяються на вольтметри постійного струму та змінного струму. Найбільш прості вольтметри постійного струму будуються за структурною схемою, поданою на рис. 13.1.



**Рисунок 13.1**

Вхідний пристрій призначений для формування високого вхідного опору. Підсилювач постійного струму послаблює або підсилює напругу до значень, необхідних для надійної роботи вимірювального механізму. Одночасно підсилювач забезпечує узгодження високого опору вхідного пристрою з низьким опором вимірювального механізму. Вхідний опір електронного вольтметра становить декілька десятків МОм. Діапазон вимірюваних напруг постійного струму – від десятків мілівольт до декількох кіловольт. Суттєвим недоліком є наявність «дрейфу» нуля у підсилювача постійного струму.

Високочутливі вольтметри для вимірювання особливо малих напруг будуються за структурною схемою, наведеною на рис. 13.2.



**Рисунок 13.2**

Модулятор перетворює постійну напругу на змінну, яка підсилюється підсилювачем змінного струму і демодулятором знову перетворюється на постійну. Така схема дозволяє одержати вольтметри з більш ви-

сокими метрологічними характеристиками, оскільки у підсилювача змінного струму відсутній дрейф нуля. Робочий діапазон таких мікровольтметрів постійного струму –  $10^{-8}$ –1 В. Така схема ще має назву – вольтметр з конвертуванням напруги або модулятор-демодулятор (МДМ).

Крім указаних типів вольтметрів постійного струму існують ще вольтметри з фотогальванометричними підсилювачами, що являють собою поєднання магнітоелектричного гальванометра з фотоперетворювачами та підсилювачами постійного струму. Вольтметри цього типу мають найвищу чутливість. Наприклад, нановольтметр Р341 має нижню межу вимірювання 500 нВ ( $0,5 \cdot 10^{-8}$  В),  $\gamma = 1 \div 2,5\%$ ,  $R_{вх} = 50$  кОм.

### 13.2 Електронні вольтметри змінних напруг

Змінні напруги – це складні функції часу, які характеризуються піковим, середнім квадратичним і середнім випрямленим значеннями.

Пікове (амплітудне) значення напруги – найбільша миттєва напруга за період вимірювання. Пікова напруга може бути різною при позитивній і негативній полярності.

Середнє квадратичне (ефективне) значення напруги – це середнє квадратичне з усіх миттєвих значень напруги за час вимірювання T:

$$U = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T u^2(t) dt} .$$

Середнє випрямлене значення напруги – це середнє арифметичне з абсолютних миттєвих значень за час вимірювання T:

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt .$$

Електронні вольтметри змінного струму виконуються за двома структурними схемами (рис. 13.3, а та 13.3, б).



**Рисунок 13.3**

В першій схемі вимірювана змінна напруга спочатку перетворюється детектором на постійну, потім підсилюється підсилювачем постійного струму (ППС). У другій схемі підсилення проводиться на змінному струмі.

Кожна з цих схем має свої переваги та недоліки. За першою схемою вольтметри мають дуже широкий частотний діапазон (10 Гц–1000 МГц), але не можуть вимірювати малі напруги (менші десятків мілівольт), оскільки детектор не може випрямити малі напруги з високою точністю. Другий недолік – дрейф нуля ППС, що є джерелом випадкової похибки.

За другою схемою будуються вольтметри з нижньою межею вимірювання в одиниці мікрівольт. Однак у них вузький частотний діапазон, оскільки підсилювач змінного струму не може підсилювати напруги в широкому діапазоні частот.

Детектори в електронних вольтметрах змінного струму можуть на виході формувати значення, пропорційні амплітудному, середньому або середньому квадратичному (діючому) значенню вхідної напруги. Відповідно до цього вони мають і назви.

Детектори середнього (або середнього випрямленого) значення являють собою випрямлячі на діодах, такі самі, як у випрямних електро-механічних приладах.

Відповідно до того, який детектор застосовується, вольтметри мають такі ж назви: вольтметри амплітудного, середнього та середнього квадратичного значення.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Аналогові засоби вимірювання – поняття, галузь застосування, переваги.
2. Структурна схема і аналіз основних складових електронних вольтметрів.
3. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії електронного вольтметра з конвертуванням напруги.
4. Дайте поняття значень, якими характеризуються змінні напруги.
5. Наведіть дві структурні схеми електронних вольтметрів змінних напруг і дайте їхню порівняльну характеристику.
6. За якою класифікаційною ознакою електронні вольтметри змінних напруг поділяють на три види?

## Лекція 14 ЕЛЕКТРОННІ ЧАСТОТОМІРИ І ФАЗОМЕТРИ

### 14.1 Електронні частотоміри

В основу побудови електронних частотомірів покладені такі методи вимірювання:

- заряду і розряду конденсатора; резонансний метод; дискретної лічби.

#### 14.1.1 Суть методу заряду і розряду конденсатора

**Цей метод ґрунтується на вимірюванні середнього струму розряду зразкового конденсатора, який перемикається із заряду на розряд з вимірюваною частотою  $f_x$ .**

Структурна схема, яка пояснює суть методу, наведена на рис. 14.1, а часові діаграми – на рис. 14.2.

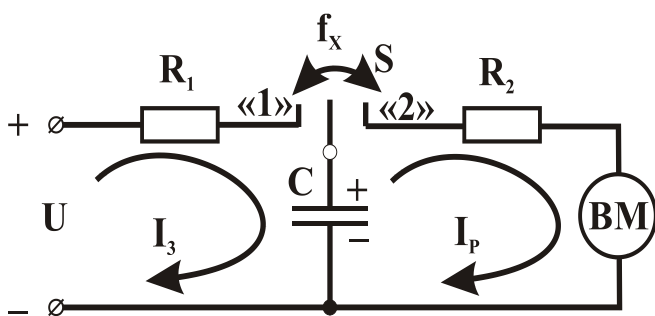


Рисунок 14.1

Основними елементами наведеної схеми є:  $R_1$ ,  $R_2$  – струмообмежувальні резистори;  $C$  – зразковий конденсатор;  $S$  – перемикач;  $BM$  – вимірювальний механізм магнітоелектричної системи;  $I_3$  – струм заряду конденсатора;  $I_p$  – струм розряду конденсатора

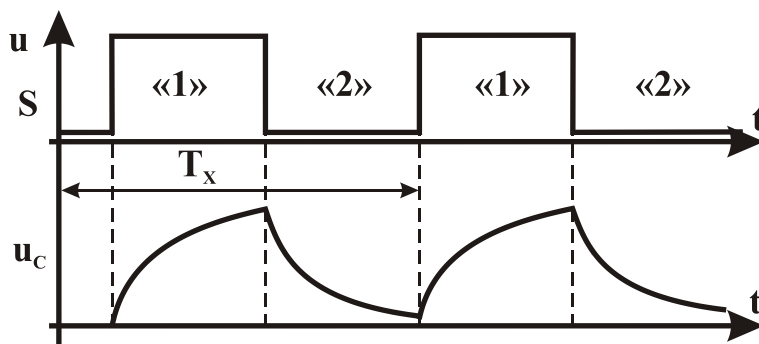


Рисунок 14.2

В положенні «1» перемикача  $S$  конденсатор  $C$  заряджається. Струм заряду проходить такий шлях:

$$+U \rightarrow R_1 \rightarrow S(1) \rightarrow C \rightarrow -U.$$



В положенні «2» перемикача S конденсатор C розряджається. Струм розряду проходить такий шлях:

$$+C \rightarrow S(2) \rightarrow R2 \rightarrow \text{ВМ} \rightarrow -C.$$

Таким чином, за один період  $T_x$  через ВМ проходить заряд  $q = C U$ ,

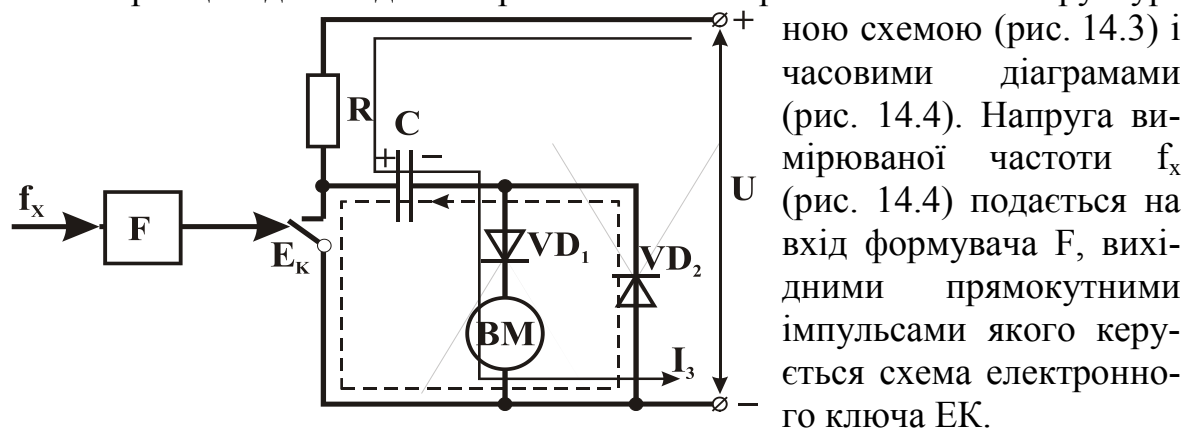
а середнє значення струму в колі пропорційне вимірюваній частоті:

$$I_{\text{ср}} = \frac{q}{T_x} = q f_x = C U \cdot f_x.$$

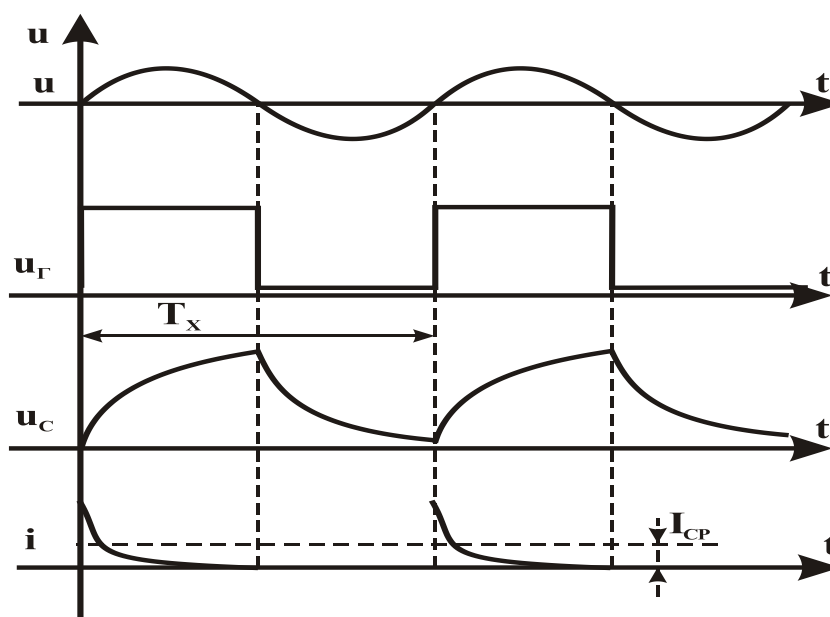
і тому цей метод покладено в основу побудови конденсаторного частотоміра.

### 14.1.2 Електронний конденсаторний частотомір

Принцип дії конденсаторного частотоміра пояснюється структурною схемою (рис. 14.3) і



**Рисунок 14.3**



**Рисунок 14.4**

Припустимо, що при позитивних імпульсах ЕК розімкнено, а при негативних – замкнено.

При розімкненому стані ключа ЕК протягом позитивної половини періоду  $T_x$  конденсатор С через резистор R зарядиться до значення напруги U. Струм заряду  $I_z$  проходить такий шлях:

$$+U \rightarrow R \rightarrow EK \rightarrow C \rightarrow VD1 \rightarrow BM \rightarrow -U.$$

При замиканні ЕК (протягом негативної половини періоду  $T_x$ ) конденсатор С розрядиться через замкнений ЕК і діод VD2. Струм розряду  $I_p$  проходить такий шлях:

$$+C \rightarrow EK \rightarrow VD2 \rightarrow -C.$$

Отже, за один період вимірюваної частоти через рамку вимірювального механізму магнітоелектричної системи протікає струм, середнє значення якого становить

$$I_{cp} = \frac{q}{T_x} = q f_x = C U \cdot f_x.$$

Остаточне рівняння перетворення конденсаторного частотоміра матиме вигляд:

$$\alpha = S_{ВП} I_{cp} = S_{ВП} C U \cdot f_x = K_{\alpha} f_x,$$

де  $K_{\alpha} = S_{ВП} C U = \text{const}$  – стала частотоміра.

Отримане рівняння перетворення лінійне. Воно справедливе за умови, що конденсатор С встигає повністю зарядитися до значення U і повністю розрядитися до нуля.

Електронні частотоміри використовують для вимірювання частоти періодичного сигналу у діапазоні від десятків герц до сотень кілогерц, зведена похибка при цьому не перевищує 2.5%.

## 14.2 Електронні фазометри

Залежно від способу перетворення різниці фаз на проміжну фізичну величину в основу побудови електронних фазометрів покладено такі методи:

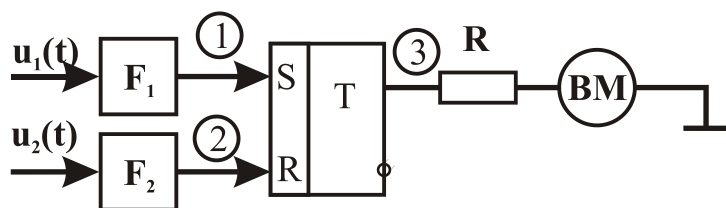
- перетворення різниці фаз на часовий інтервал;
- вимірювання різниці фаз за допомогою осцилографа;
- вимірювання різниці фаз методом дискретної лічби.

### 14.2.1 Електронний фазометр час-імпульсного перетворення

**Суть часового перетворення полягає в перетворенні двох синусоїдних напруг на часовий інтервал, що формується у моменти переходу цих напруг через рівні нуля з похідними однакового знака.**

Структурна схема і часові діаграми роботи електронного фазометра наведені на рис. 14.5 і рис. 14.6, відповідно.

Напруги  $u_1(t)$  і  $u_2(t)$ , різницю фаз  $\varphi_x$  між якими необхідно виміряти,



надходять на входи формувачів F1 і F2. В моменти переходу синусоїдних напруг  $u_1(t)$  і  $u_2(t)$  через рівні нуля на виходах формувачів формуються короткі прямокутні імпульси, які надходять на S і

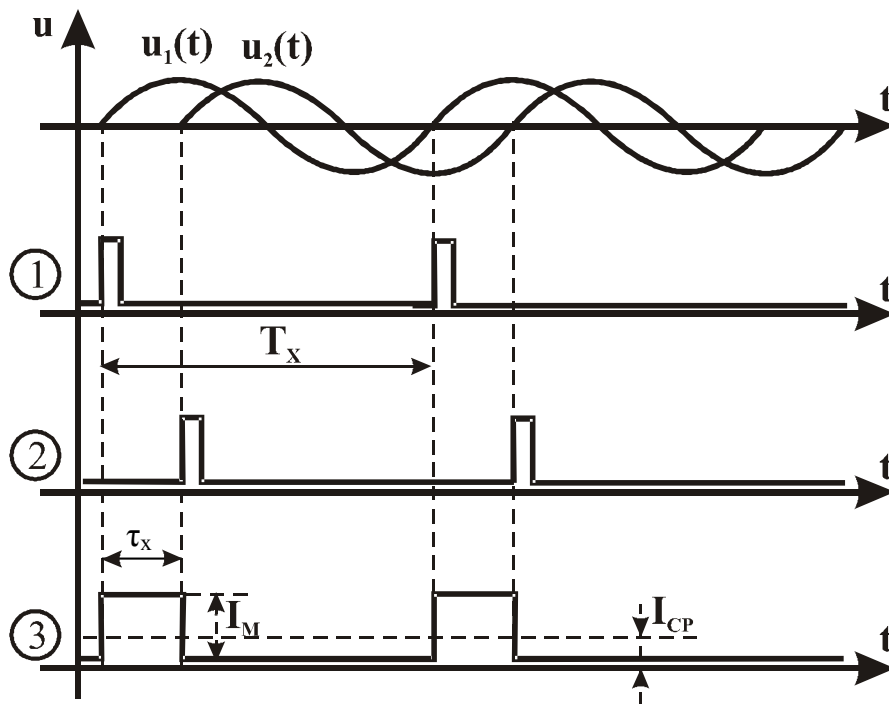
**Рисунок 14.5**

R-входи тригера T. За допомогою SR-тригера T в кожному періоді  $T_x$  синусоїдних напруг  $u_1(t)$  і  $u_2(t)$  формується часовий інтервал  $\tau_x$ , пропорційний різниці фаз  $\varphi_x$ .

Якщо цю послідовність імпульсів  $\tau_x$  подати на магнітоелектричний вимірювальний перетворювач BM, то його покази будуть відповідати середньому значенню струму:

$$I_{cp} = \frac{I_m \tau_x}{T_x} = I_m \tau_x f_x,$$

де  $\tau_x = t_2 - t_1$ ,  $I_m$  – струм, максимальне значення якого задається за допомогою струмообмежувального резистора R.



**Рисунок 14.6**

Для отримання рівняння перетворення для такого фазометра знайдемо залежність між різницею фаз  $\varphi_x$  і часовим інтервалом  $\tau_x$ :

$$\varphi_x = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega \cdot (t_2 - t_1) = \omega \cdot \tau_x = 2\pi f_x \cdot \tau_x,$$

Звідки

$$\tau_x = \frac{\varphi_x}{2\pi f_x}.$$

Підставимо в  $I_{\text{ср}}$  значення  $\tau_x$  отримаємо:

$$I_{\text{ср}} = I_m \frac{\varphi_x}{2\pi f_x} f_x = \frac{I_m}{2\pi} \cdot \varphi_x.$$

Оскільки цей середній струм вимірюється магнітоелектричним перетворювачем, то остаточне рівняння перетворення електронного фазометра матиме такий вигляд:

$$\alpha = S_{\text{вп}} I_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вп}} I_m}{2\pi} \cdot \varphi_x.$$

Якщо останнє рівняння подати у вигляді

$$\alpha = k_\phi \cdot \varphi_x,$$

і врахувати те, що

$$k_\phi = \frac{S_{\text{вп}} I_m}{2\pi} = \text{const},$$

то очевидна лінійність статичної характеристики цього фазометра.

Шкалу магнітоелектричного амперметра градуують в градусах або в значеннях  $\cos \varphi$ .

Оскільки середній струм є результатом усереднення струму в кожному періоді  $T_x$  за час вимірювання, то такі фазометри називають фазометрами середніх значень.

Суттєвою перевагою електронних фазометрів порівняно з електромеханічними є інваріантність показів до частоти  $f_x$ .

**Контрольні питання та завдання:**

1. Які основні методи покладено в основу побудови електронних частотомірів?
2. Розкрийте суть методу заряду-розряду конденсатора.
3. Наведіть структурну схему, часові діаграми роботи і виведіть рівняння перетворення конденсаторного частотоміра.
4. За допомогою конденсаторного частотоміра виконано вимірювання частоти  $f_x=50$  Гц. Частотомір заживлено напругою 10 В, а ємність зразкового конденсатора  $C=100$  мкФ. Чутливість магнітоелектричного вимірювального механізму  $S_{ВП}=10^2$ . Наведіть структурну схему і часові діаграми роботи частотоміра, виведіть рівняння перетворення і визначіть, на який кут відхилиться рухома частина вимірювального механізму.
5. Які основні методи покладено в основу побудови електронних фазометрів?
6. Розкрийте суть методу перетворення різниці фаз на часовий інтервал.
7. Наведіть структурну схему, часові діаграми роботи і виведіть рівняння перетворення електронного фазометра час-імпульсного перетворення.
8. Електронним фазометром виконано вимірювання різниці фаз двох синусоїдних напруг однакової частоти. При максимальному струмі  $I_m=72$  мА магнітоелектричного вимірювального перетворювача з чутливістю  $S_{ВП}=10^3$  його рухома частина відхилилась на кут  $\alpha=10^\circ$ . Наведіть структурну схему електронного фазометра і часові діаграми його роботи. Виведіть рівняння перетворення і визначіть  $\phi_x$ .

## Лекція 15 ЕЛЕКТРОННІ ВАТМЕТРИ

У колах середніх і високих частот (від сотень кілогерц до сотень мегагерц) виконують прямі і опосередковані вимірювання потужності. Аналіз виразів для активної і реактивної потужностей показує, що за реалізації усіх засобів вимірювання потужності у цьому частотному діапазоні, необхідно виконувати операцію множення з наступним усередненнями миттєвих значень потужності за період вимірювання, оскільки

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i dt .$$

З метою підвищення точності операцію множення  $u \cdot i$ , як правило, замінюють операціями додавання і піднесення до квадрата, використавши при цьому відому математичну залежність:

$$a \cdot b = \frac{[(a + b)^2 - (a - b)^2]}{4} .$$

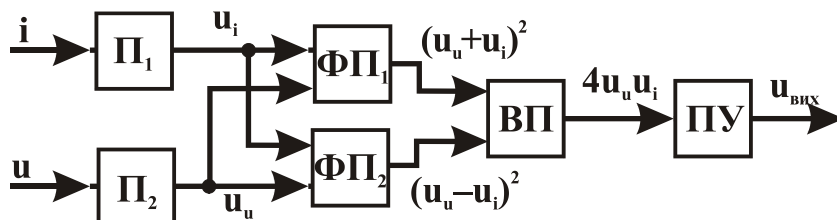
З урахуванням цього, для потужності цю залежність подамо у вигляді:

$$P = u \cdot i = U_u U_I = \frac{[(U_U + U_I)^2 - (U_U - U_I)^2]}{4} ,$$

де  $U_I$ ,  $U_U$  – напруги пропорціональні відповідно струму  $i$  та напрузі у навантаженні.

Для виконання операцій додавання (віднімання) і піднесення до квадрата застосовують суматори і квадратори. При цьому похибка вимірювання потужності, головним чином, визначається метрологічними характеристиками пристроїв, що виконують вказані операції.

На рис. 15.1 наведено структурну схему перетворювача потужності, побудованого на основі реалізації залежності  $4u_i \cdot u_u = [(u_u + u_i)^2 - (u_u - u_i)^2]$ , в якій  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$  – перетворювачі струму  $i$  та напруги  $u$  в напруги  $U_I$  та  $U_U$ , відповідно,  $\Phi\Pi$  – суматори з квадратувальними пристроями,  $В\Pi$  – віднімальний пристрій,  $\Pi У$  – пристрій усереднення.



**Рисунок 15.1**

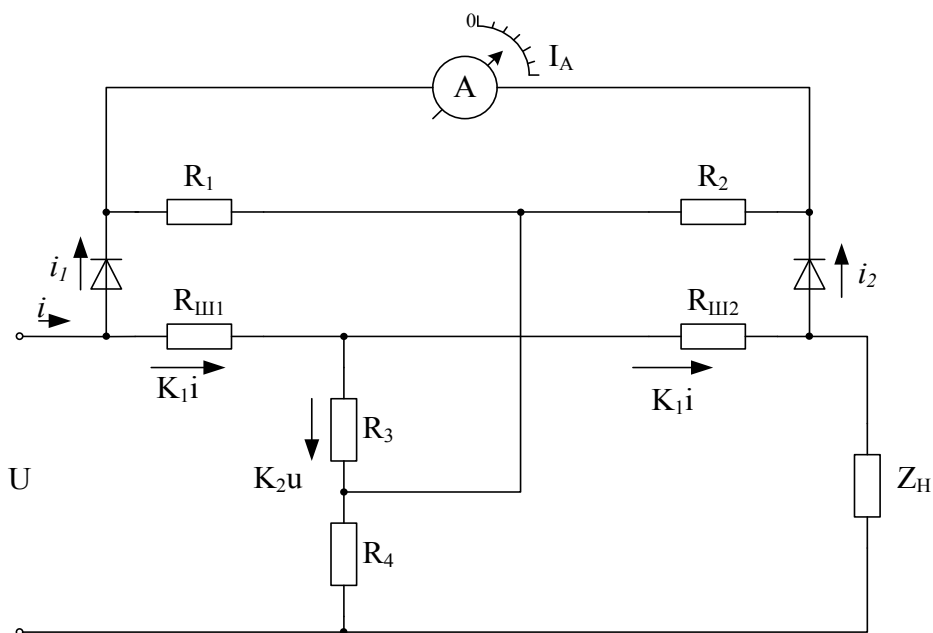
З рисунка видно, що  $U_{\text{вих}}$  прямо пропорційна вимірюваній потужності

$$U_{\text{вих}} = \int_0^T 4K ui dt = 4K \cdot P.$$

Розглянемо одну із можливих схемотехнічних реалізацій цього алгоритму на прикладі електронного ватметра з квадраторами.

### 15.1 Електронний ватметр з квадраторами

Схема електрична електронного ватметра з квадраторами, реалізованими на напівпровідникових діодах, наведена на рис. 15.2.



**Рисунок 15.2**

Схема такого ватметра має два резистора в колі струму, опори яких  $R_{\text{III1}} = R_{\text{III2}}$  набагато менші за опір навантаження  $Z_{\text{H}}$ ,

$$R_{\text{III1}} = R_{\text{III2}} \ll Z_{\text{H}}$$

і два резистори з опорами  $R_3, R_4$  в колі напруги.

Резистори  $R_3, R_4$  виконують функцію подільника напруги, тому

$$R_3 + R_4 \gg Z_{\text{H}}.$$

Спад напруги на резисторах  $R_{\text{III1}} = R_{\text{III2}}$  пропорційний струму навантаження

$$k_1 i,$$

а спад напруги на резисторі  $R_3$  подільника – напрузі на навантаженні

$$k_2 u.$$

На діодах  $VD_1$  і  $VD_2$  напруги відповідно дорівнюють

$$u_1 = k_1 i + k_2 u$$

$$u_2 = k_1 i - k_2 u$$

При ідентичних характеристиках діодів і роботі на квадратичній ділянці вольт-амперної характеристики струми  $i_1$  та  $i_2$  будуть пропорційні квадратам напруг:

$$i_1 = \beta u_1^2 = \beta (k_1 i + k_2 u)^2$$

$$i_2 = \beta u_2^2 = \beta (k_1 i - k_2 u)^2$$

де  $\beta$  – крутизна вольт-амперної характеристики діодів.

Струм у колі амперметра  $A$  дорівнює різниці струмів

$$i_A = (i_2 - i_1) \frac{R}{R_A},$$

де  $R_A$  – внутрішній опір амперметра.

Підставивши значення струмів  $i_1$  та  $i_2$  у вираз для  $i_A$ , отримаємо

$$i_A = \frac{R}{R_A} \beta \cdot [(k_1 i + k_2 u)^2 - (k_1 i - k_2 u)^2] = 4 \frac{R}{R_A} \beta k_1 k_2 \cdot u i = S_p u i = S_p P,$$

де  $S_p = 4 \frac{R}{R_A} \beta k_1 k_2$  – чутливість ватметра.

Отримане рівняння перетворення

$$i_A = S_p \cdot P$$

показує, що струм, який протікає через амперметр, прямо пропорційний вимірюваній потужності.

## 15.2 Електронний ватметр з сенсорами Холла

На практиці для перемноження струму і напруги широко застосовують також сенсори Холла.

**Сутність ефекту Холла** полягає у виникненні ЕРС Холла між двома протилежними гранями зразка металу чи напівпровідника у вигляді паралелепіпеда, якщо перпендикулярно до однієї із складових граней спрямовано рух носіїв зарядів, а перпендикулярно до інших граней діє магнітне поле.

Перетворювач Холла – це чотириполюсник, виконаний у формі тонкої напівпровідникової монокристалічної пластинки.

Струмовими (рис. 15.3) виводами Т-Т перетворювач Холла під'єднується до зовнішнього джерела постійного або змінного струму, а потенціальними виводами Х-Х, між якими виникає ЕРС у момент часу, коли на пластинку діє магнітне поле, – до вольтметра.



Тоді ЕРС Холла визначається

$$e_x = k_x B \cdot i_x,$$

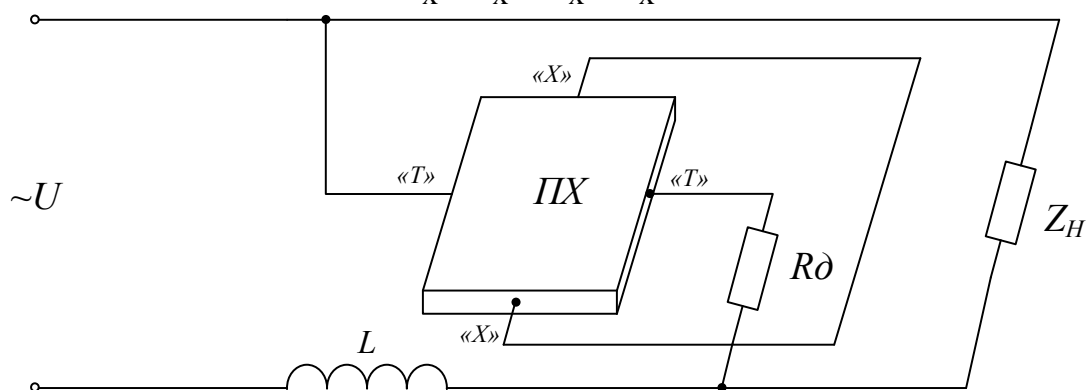
де  $k_x$  – коефіцієнт, значення якого залежить від матеріалу, розмірів і форми пластинки;  $B$  – магнітна індукція.

ЕРС Холла  $e_x$  буде пропорційна потужності, якщо одну із вхідних величин, наприклад магнітну індукцію  $B$ , зробити пропорційною напрузі у навантаженні  $u$ , а другу – струму  $i_x$  у навантаженні  $Z_H$ .

Для реалізації електронного ватметра (рис. 15.3) сенсор Холла розташовують в зазорі електромагніту, намагнічувальна котушка  $L$  якого живиться струмом, пропорційним напрузі на навантаженні  $Z_H$ .

Тоді рівняння перетворення матиме вигляд

$$e_x = S_x u \cdot i_x = S_x P.$$



**Рисунок 15.3**

Переваги таких ватметрів – безінерційність, простота конструкції, надійність.

Недоліки – залежність показів від температури.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Наведіть основне рівняння вимірювання потужності.
2. Покажіть, як замінити арифметичну операцію добутку додаванням і піднесенням до квадрата.
3. Поясніть призначення складових елементів узагальненої схеми електронних вольтметрів.
4. На яких елементах в електронному ватметрі з квадраторами реалізують арифметичну операцію додавання.
5. Поясніть механізм піднесення до квадрата.
6. Чому струм через амперметр дорівнює різниці струмів  $i_1$  та  $i_2$ .
7. Поясніть суть ефекта Холла.
8. Поясніть принцип дії ватметра з сенсором Холла.

## Лекція 16 МОСТОВІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ

Мостові схеми застосовуються для вимірювання параметрів електричних кіл, а також для вимірювання неелектричних величин сумісно з параметричними вимірювальними перетворювачами.

Мостовим називають електричне коло, в якому можна виділити два розгалуження опорів, значення між якими дорівнює нескінченності при відповідному співвідношенні параметрів елементів кола, і скінченному значенню, якщо це співвідношення не виконується.

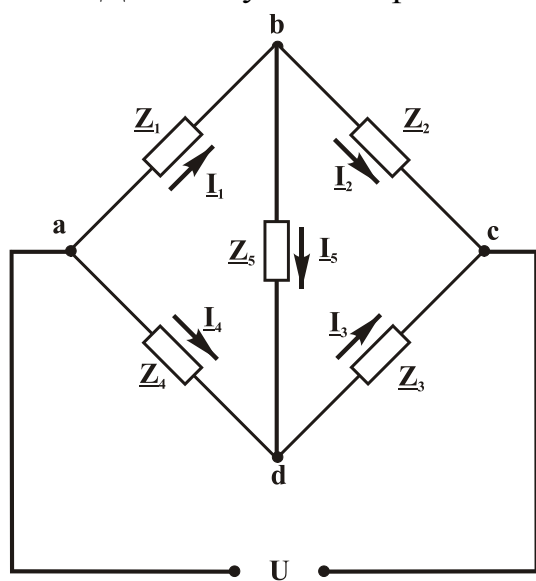
Засіб вимірювання, в основу якого покладено мостове коло, називають вимірювальним мостом.

Вимірювальні мости класифікують за такими ознаками:

- за родом струму, що живить мостове коло, виділяють мости постійного і змінного струму;
- за архітектурою побудови – чотири- і багатоплечі;
- за способом зрівноваження – автоматичні та з ручним зрівноваженням.

### 16.1 Міст Уїтстона. Загальна теорія мостових схем

Для з'ясування принципів побудови мостових схем найчастіше використовують міст Уїтстона, схема якого подана на рис. 16.1.



**Рисунок 16.1**

Такий міст має чотири опори:  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ . Точки  $a, b, c, d$  називають вершинами моста. Електричне коло між двома суміжними вершинами називають плечем моста ( $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  – плечі моста). Електричне коло між двома протилежними вершинами називають діагоналлю моста ( $ac$  – діагональ живлення,  $bd$  – вимірювальна діагональ). В коло вимірювальної діагоналі вмикається індикатор рівноваги  $IP$ , внутрішній опір якого  $Z_5$ .

Виведемо умову рівноваги для моста Уїтстона. Міст вважається зрівноваженим, коли струм  $I_5$  у вимірювальній діагоналі відсутній ( $I_5=0$ ). Отже, у зрівноваженій схемі потенціали точок  $b$  і  $d$  однакові (точки  $b$  і  $d$  еквіпотенціальні). Однакові і спади напруг на першому і четвертому плечах, оскільки точка  $a$  є для них загальною:

$$\underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \underline{I}_4 \cdot \underline{Z}_4.$$

Те саме справедливе і для напруг на другому і третьому плечах моста:

$$\underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3.$$

У зрівноваженому мостовому колі  $\underline{I}_5 = 0$ , отже,

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2,$$

а

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_4.$$

Розділимо почленно наведені вище рівності напруг і одержимо умову рівноваги:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_4.$$

З умови рівноваги у загальному вигляді отримаємо умови рівноваги для мостів змінного струму. Записавши комплексні опори в показниковій формі, одержимо:

$$Z_1 e^{j\varphi_1} \cdot Z_3 e^{j\varphi_3} = Z_2 e^{j\varphi_2} \cdot Z_4 e^{j\varphi_4}.$$

З останнього рівняння матимемо дві умови рівноваги

$$\left. \begin{aligned} Z_1 \cdot Z_3 &= Z_2 \cdot Z_4, & (a) \\ \varphi_1 + \varphi_3 &= \varphi_2 + \varphi_4, & (б) \end{aligned} \right\}$$

Звідси видно, що умова рівноваги моста змінного струму складається завжди із двох частин – (а) та (б). Тому для зрівноваження моста він потрібно мати два регульованих елемента, які дозволяють змінювати модуль та аргумент комплексного числа.

Зрівноваження моста змінного струму здійснюється почерговим регулюванням двох елементів. Число регулювань, необхідних для досягнення рівноваги моста, визначає так звану «збіжність» моста. Кількісно «збіжність» не оцінюють – тільки якісно: хороша (швидка) «збіжність» чи погана «збіжність».

На постійному струмі опори мостової схеми є чисто активними:

$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_2, \quad Z_3 = R_3, \quad Z_4 = R_4.$$

Тому мостова схема на постійному струмі буде зрівноваженою, коли виконується тільки одна умова рівноваги

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4.$$

Порівнявши умови рівноваги мостів на змінному і постійному струмі, можна дійти висновку, що для зрівноваження мостів на змінному струмі необхідно досягти двох умови рівноваги, а на постійному тільки однієї. В цьому і є основна особливість зрівноваження мостів постійного і змінного струму.

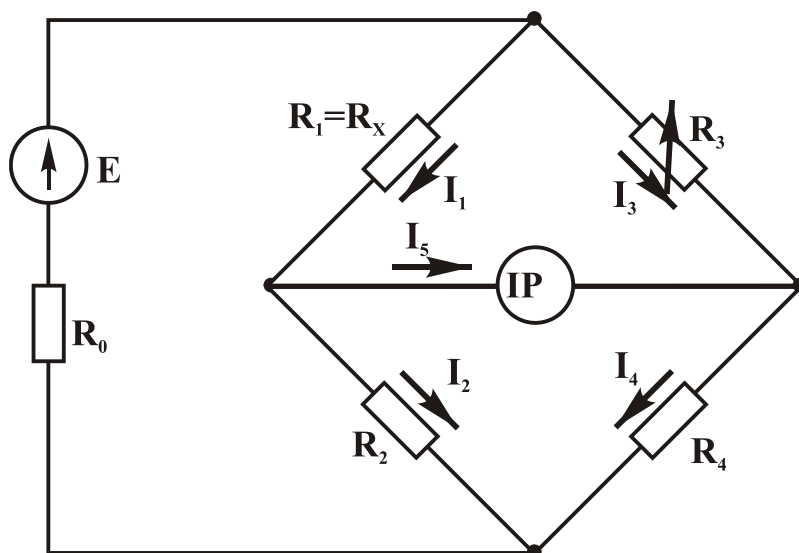
## 16.2 Вимірювальні мости постійного струму

Мости постійного струму застосовуються для вимірювання активних опорів і для вимірювання неелектричних величин сумісно з резистивними параметричними вимірювальними перетворювачами.

З мостів постійного струму практичне поширення одержали чотириплечий (одинарний) та шестиплечий (подвійний) мости.

### 16.2.1 Одинарний (чотириплечий) міст постійного струму

Схема моста наведена на рис. 16.2. Міст живиться від джерела постійного струму (в діагоналі живлення знаходиться джерело живлення з е.р.с.  $E$  та внутрішнім опором  $R_0$ ). У вимірювальній діагоналі ввімкнено індикатор рівноваги (ІР).



**Рисунок 16.2**

Запишемо умову рівноваги для одинарного моста:

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3.$$

Процес вимірювання за допомогою одинарного моста полягає в тому, що в одне з плечей (наприклад,  $R_1$ ) вмикають вимірюваний опір  $R_x$ . Тоді на основі наведених викладок запишемо умову рівноваги:

$$R_x \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3.$$

З останнього рівняння знайдемо:

$$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_4},$$

де  $R_2, R_4$  – плечі відношення,  $R_3$  – плече порівняння.

Із (рис. 16.2) видно, що значення опору  $R_x$  порівнюється із значенням опору  $R_3$  в масштабі  $R_2/R_4$ . Тому міст приводиться в рівновагу регулюванням опору  $R_3$ , а  $R_2/R_4$  – масштабний множник, значення якого вибирається  $10^n$ , де  $n$  – ціле додатне або від’ємне число, або  $n = 0$ .  $R_3$  називають плечем зрівноваження,  $R_2$  та  $R_4$  – плечі відношення (з їх допомогою вибирається межа вимірювання моста).

Змінний опір  $R_3$  виконують у вигляді магазину опорів, перемикачі якого відградуйовано в одиницях вимірювання опору – Ом, кОм (рис. 16.3)

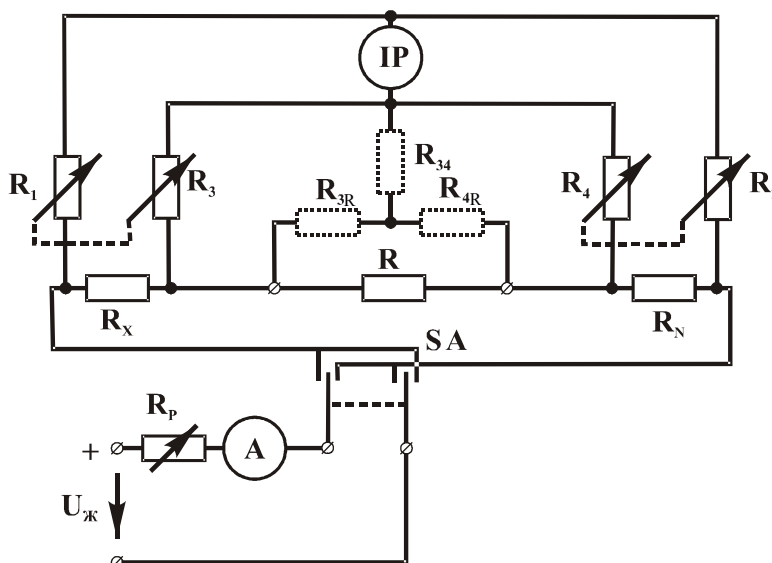


**Рисунок 16.3**

### 16.2.2 Подвійний (шестиплечий) міст постійного струму

При вимірюванні дуже малих опорів чотириплечим мостом навіть при чотирипровідному підключенні вимірюваного опору допускаються методичні похибки. В цих випадках застосовуються подвійні мости, нижня межа вимірювання яких  $10^{-8}$  Ом, а верхня – 100 Ом.

Схема подвійного моста наведена на рис. 16.4 (без урахування  $R_{34}, R_{4R}$  та  $R_{3R}$ ).



**Рисунок 16.4**

Вимірюваний опір  $R_x$  та зразковий  $R_N$  мають по чотири затискичі.  $R$  – опір короткого та товстого провідника, який з’єднує  $R_x$  та  $R_N$ . Він має в своєму складі опори перехідних контактів. Значення цього опору дуже мале.

Для одержання рівняння рівноваги перетворимо трикутник опорів  $R_3$ - $R$ - $R_4$  на еквівалентну зірку:

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R}, \quad R_{3R} = \frac{R_3 R}{R_3 + R_4 + R}, \quad R_{4R} = \frac{R R_4}{R_3 + R_4 + R}.$$

Після цього отримуємо чотириплечий міст, умова рівноваги для якого має вигляд:

$$(R_x + R_{3R}) \cdot R_2 = R_1 \cdot (R_{4R} + R_N),$$

$$R_x \cdot R_2 = R_1 \cdot R_{4R} + R_1 \cdot R_N - R_2 \cdot R_{3R}.$$

Підставимо в попередню формулу вирази для опорів еквівалентної зірки:

$$R_x \cdot R_2 = \frac{R_1 \cdot R_4 \cdot R}{R_3 + R_4 + R} + R_1 \cdot R_N - \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R}{R_3 + R_4 + R},$$

звідки

$$R_x = R_N \cdot \frac{R_1}{R_2} + \frac{R}{R_3 + R_4 + R} \left( \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2} - R_3 \right).$$

З останнього рівняння видно, що  $R_x$  залежить від  $R$ , який входить до другої складової і має дуже мале значення опору. Другу складову можна виключити (зробити її нульовою), якщо виконати умову:

$(R_1 \cdot R_4 / R_2) - R_3 = 0$ . Але точно дотриматись цієї умови на практиці не вдається через неточності виготовлення резисторів  $R_1, R_2, R_3, R_4$ . І для того, щоб друга складова була якомога меншою, потрібно, щоб опір  $R$  був якомога меншим. Тоді можна взяти другу складову в попередньому рівнянні нульовою і вважати що

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_N.$$

Для того, щоб  $(R_1 \cdot R_4 / R_2) - R_3 = 0$ , намагаються забезпечити рівності  $R_1 = R_4$  та  $R_2 = R_4$ . Для цього  $R_1$  та  $R_3$ , а також  $R_2$  та  $R_4$  змінюють одночасно за допомогою однієї регулювальної рукоятки.

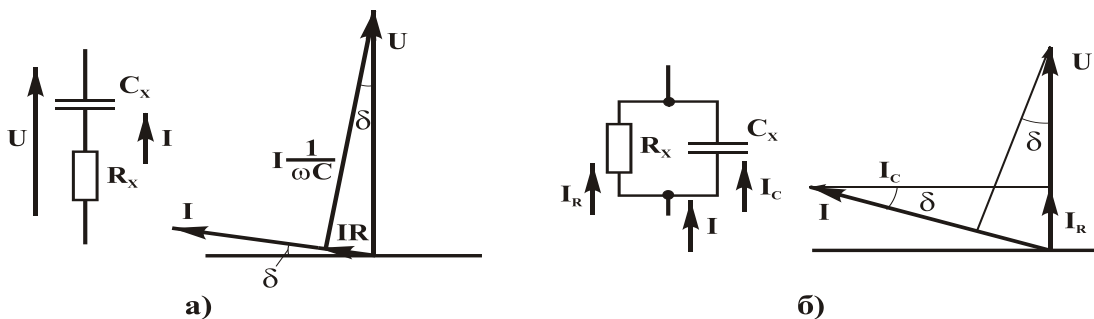
Як уже відмічалось, подвійний міст застосовується для вимірювання малих опорів. Але при малих  $R_x$  та  $R_N$  і спади напруг на них малі ( $\leq 1$  мВ), тому потрібно враховувати дію термо-е.р.с., які виникають в потенціальних контактах  $R_x$  та  $R_N$ . Для зменшення похибки від термо-е.р.с. виконують два вимірювання при двох напрямках струму, які встановлюють за допомогою перемикача SA. Результат вимірювання  $R_x$  визначають як середнє арифметичне двох вимірювань.

Промисловість випускає комбіновані мости, в яких за допомогою простих перемикачів можна одержати одинарний та подвійний мости.

### 16.3 Вимірювальні мости змінного струму. Мости для вимірювання ємності

При вимірюванні ємності, наприклад конденсатора, необхідно враховувати, що в ньому виникають втрати, які спричинені поглинанням активної потужності.

Реальний конденсатор подається еквівалентною схемою заміщення, послідовно (рис. 16.5, а) чи паралельно (рис. 16.5, б) з'єднаної ідеальної ємності з активним опором.



**Рисунок 16.5**



Струм в колі такого конденсатора випереджає напругу на кут, менший  $90^\circ$ .

Для послідовної схеми

$$\operatorname{tg}\delta = I \cdot R_x / (I / \omega C_x) = \omega R_x C_x;$$

для паралельної

$$\operatorname{tg}\delta = I_R / I_C = (U / R_x) / (U \cdot \omega C_x) = 1 / \omega \cdot R_x \cdot C_x .$$

Виходячи зі схем заміщення конденсаторів, в табл. 16.1 наведено повні опори плечей мостів для вимірювання ідеальної ємності та ємності конденсаторів з малими і великими втратами.

**Таблиця 16.1 – Повні опори плечей мостових схем**

Назва моста	Плечі моста			
	$\underline{Z}_x$	$\underline{Z}_2$	$\underline{Z}_3$	$\underline{Z}_4$
Ідеальна ємність	$\frac{1}{j\omega C_x}$	$\frac{1}{j\omega C_2}$	$R_3$	$R_4$
З малими втратами	$R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$	$R_2$	$R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}$	$R_4$
З великими втратами	$\frac{R_x}{1 + j\omega C_x R_x}$	$\frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$	$R_3$	$R_4$

На прикладі моста для вимірювання ємності з малими втратами наведемо загальну методику виведення умови рівноваги для мостів змінного струму.

1. Введемо такі позначення:

$$\underline{Z}_x, \quad \underline{Z}_2, \quad \underline{Z}_3, \quad \underline{Z}_4$$

2. Використавши позначення, запишемо умову рівноваги для такого моста

$$\underline{Z}_x \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 .$$

3. Отримаємо залежності для повних опорів кожного із позначених плечей моста

$$\underline{Z}_x = R_x + 1/j\omega C_x; \quad \underline{Z}_2 = R_2; \quad \underline{Z}_3 = R_3 + 1/j\omega C_3; \quad \underline{Z}_4 = R_4.$$

4. Підставимо опори повних плечей у вихідну умову рівноваги і матимемо:

$$\left( R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \right) \cdot R_4 = R_2 \cdot \left( R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right).$$



5. Розкриємо дужки в:

$$R_x R_4 + \frac{R_4}{j\omega C_x} = R_2 R_3 + \frac{R_2}{j\omega C_3}.$$

Останнє рівняння є рівністю двох комплексних чисел. А два комплексних числа будуть дорівнювати одне одному тоді, коли будуть дорівнювати одна одній їхні дійсні і уявні частини.

6. Прирівняємо дійсні частини рівності комплексних чисел

$$R_x R_4 = R_2 R_3$$

і знайдемо

$$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_4}.$$

Оскільки  $R_x$  порівнюється з  $R_3$  у співвідношенні  $R_2/R_4$ , то резистор  $R_3$  має бути змінним (регульованим).

7. Прирівняємо уявні частини цієї ж рівності

$$\frac{R_4}{j\omega C_x} = \frac{R_2}{j\omega C_3}$$

і знайдемо

$$C_x = C_3 \cdot \frac{R_4}{R_2}.$$

Для зрівноваження моста конденсатор  $C_3$  має бути конденсатором змінної ємності.

8. Знаходимо тангенс кута втрат

$$\operatorname{tg}\delta = \omega R_x \cdot C_x = \omega R_3 \cdot C_3.$$

Застосувавши наведену методику і формули для повних опорів мостів для вимірювання ємності конденсатора в табл. 16.2 наведемо кінцеві вирази для визначення  $R_x$  і  $C_x$ .

**Таблиця 16.2 – Аналітичні залежності**

Назва моста	$R_x$	$C_x$	$\operatorname{tg}\delta$
<b>Ідеальна ємність</b>	-	$C_x = C_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$	-
<b>З малими втратами</b>	$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_4}$	$C_x = C_3 \cdot \frac{R_4}{R_2}$	$\operatorname{tg}\delta = \omega R_3 \cdot C_3$
<b>З великими втратами</b>	$R_x = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_4}$	$C_x = C_3 \cdot \frac{R_4}{R_2}$	$\operatorname{tg}\delta = 1/\omega R_3 \cdot C_3$

### 16.4 Мости для вимірювання параметрів котушок індуктивності

Для котушки індуктивності застосовується переважно послідовна схема заміщення (рис. 16.6). За допомогою моста визначаються параметри  $R$ ,  $L$  та добротність  $Q = \omega L/R$ . Потрібно відмітити, що  $\text{tg} \delta$  та  $Q$  характеризують властивості конденсатора та котушки на певній частоті. Звичайно в мостах змінного струму вимірювання проводяться на фіксованих частотах.

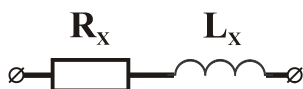


Рисунок 16.6

Котушка індуктивності, параметри якої вимірюються, вмикається в одне з плечей моста. Щоб міст можна було зрівноважити, хоча б одне з плечей, що залишились, має містити або змінну індуктивність, або змінну ємність. Найчастіше застосовують змінну ємність, оскільки конденсатор змінної ємності можна виготовити з більшою точністю та з меншими затратами, ніж котушку зі змінною індуктивністю.

Схема моста наведена на рис. 16.7, а. Умова рівноваги для цього випадку запишеться у вигляді:

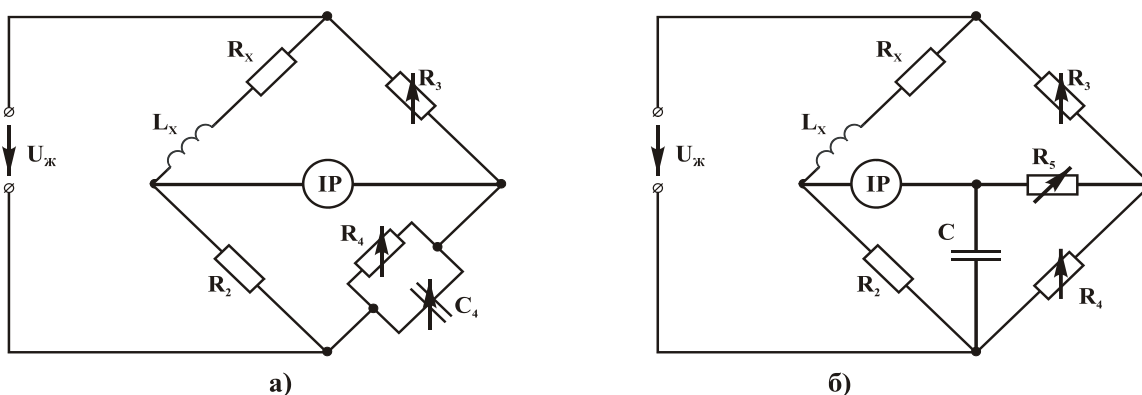


Рисунок 16.7

$$R_x + j\omega L_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{\left( R_4 + \frac{1}{j\omega C_4} \right)} \cdot \left( R_4 + \frac{1}{j\omega C_4} \right),$$

або після перемноження та ділення правої частини на

$$j\omega C_4: R_x + j\omega L_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} \cdot (j\omega R_4 C_4),$$

звідки

$$R_x = \frac{R_2}{R_4} \cdot R_3; L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4.$$

Добротність котушки  $Q = \omega L_x / R_x = \omega R_4 C_4$ . Зрівноважується такий міст регулюванням  $R_3$  та  $R_4$ . Але, як видно з виразів для  $R_x$  та  $L_x$ , при виконанні однієї рівності регулюванням (наприклад, рівності  $L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4$ ) порушується інша (яка досягається регулюванням  $R_4$ ).

Недоліком цієї схеми моста є погана збіжність, особливо при низьких добротностях котушки. Якщо  $Q = 1$ , процес зрівноважування вже викликає труднощі, а при  $Q < 0,5$  зрівноважування моста практично неможливе.

Вимірювання параметрів котушок індуктивності з низькою добротністю відбувається за допомогою шестиплечого моста (рис. 16.7, б). Для одержання умови рівноваги цього моста потрібно трикутник, створений елементами  $R_4$ ,  $R_5$  та  $C$ , перетворити на зірку. Після такого перетворення виходить чотириплечий міст, умова рівноваги якого відома. З неї випливає вираз для знаходження параметрів котушки (одержати самостійно).

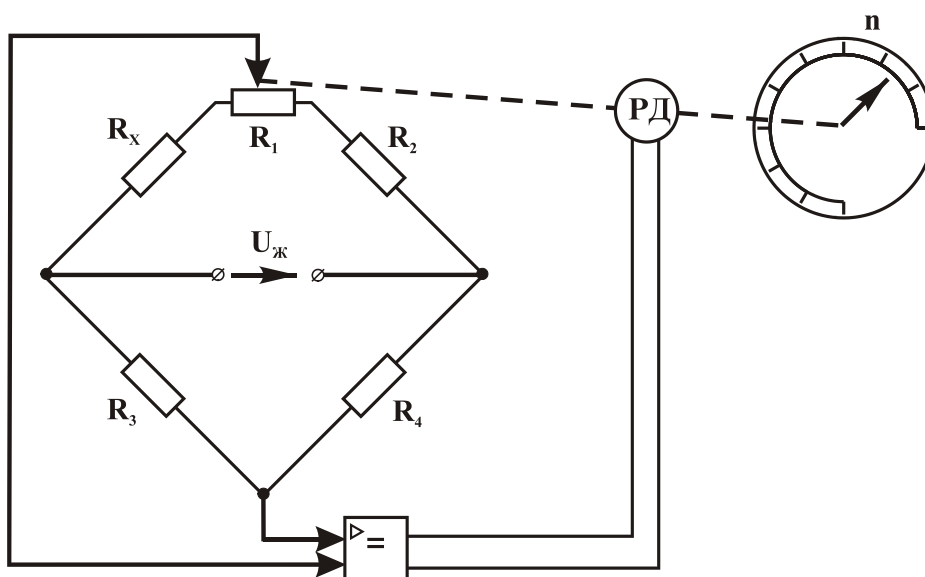
Міст зрівноважується регулюванням  $R_4$  та  $R_5$ . Спочатку регулюванням  $R_4$  добиваються виконання першої умови рівноваги, потім регулюванням  $R_5$  міст наближається до умови рівноваги.  $R_5$  не впливає на першу умову, тому міст має хорошу збіжність.

### 16.5 Автоматичний міст постійного струму

Мости з автоматизованим процесом зрівноваження називаються автоматичними. Вони використовуються не тільки для вимірювання параметрів електричних елементів, але й для автоматичного управління різними процесами.

Схема автоматичного моста для вимірювання опорів  $R_x$  наведена на рис. 16.8.

Якщо міст зрівноважений, напруга у вимірювальній діагоналі дорівнює нулю, і ротор реверсивного двигуна РД нерухомий. При вимірюванні опору  $R_x$  на вимірювальній діагоналі з'явиться напруга. Значення цієї напруги визначається опором  $R_x$ . Ця напруга підсилюється підсилювачем та подається на реверсивний двигун, який пересуває повзун  $R_1$  до тих пір, поки напруга у вимірювальній діагоналі не дорівнюватиме нулю (або буде дуже мало відрізнятись від нуля). Одночасно двигун повертає вказівник П, може переміщати перо для запису вимірюваної величини, керувати виконавчими органами для регулювання процесу (наприклад, вмикати або вимикати нагрівач печі).



**Рисунок 16.8**

Автоматичні мости постійного струму мають основну зведену похибку  $\pm(0,25\div 1)\%$ . В автоматичних мостах змінного струму необхідно для досягнення рівноваги регулювати два елементи. Через це та в силу інших причин автоматичні мости змінного струму поступаються точністю автоматичним мостам постійного струму.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Наведіть основні поняття та означення для мостових засобів вимірювання.
2. За якими ознаками класифікують мостові засоби вимірювань?
3. Виведіть рівняння рівноваги для моста Уїтстона.
4. Які особливості в зрівноваженні мостів постійного і змінного струму?
5. Наведіть методику виведення рівняння рівноваги мостів на прикладі схеми для вимірювання ємності з малими втратами.
6. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму визначіть  $R_x$ ,  $L_x$ , і  $Q_x$  якщо  $R_2=5$  Ом,  $L_2=0.1$  Гн,  $R_3=20$  Ом,  $R_4=10$  Ом. Наведіть структурну схему і виведіть умову рівноваги. Наведіть методику вимірювання.
7. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму визначіть  $R_x$ ,  $L_x$ , і  $Q_x$ , якщо  $R_2=5$  Ом,  $R_3=20$  Ом,  $R_4=10$  Ом.,  $L_2=0.1$  Гн. Наведіть структурну схему і виведіть умову рівноваги. Наведіть методику вимірювання.
8. Одинарний міст. Методика вимірювання активних опорів.
9. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму визначіть  $R_x$ ,  $L_x$ , і  $Q_x$ , якщо  $R_2=10$  Ом,  $R_3=20$  Ом,  $C_3=0.1$  мкФ,  $R_4=20$  Ом. Наведіть структурну схему і виведіть умову рівноваги. Наведіть методику вимірювання.
10. Подвійний міст. Схема, умова рівноваги. Галузь застосування.
11. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму для вимірювання ємності з малими втратами визначіть  $R_x$  і  $C_x$ , якщо  $R_2=100$  Ом,  $C_2=0.1$  мкФ,

- $R_3=100$  Ом,  $R_4=200$  Ом. Виведіть умову рівноваги і наведіть структурну схему. Наведіть методику вимірювання.
12. Автоматичний міст постійного струму: структурна схема, принцип дії, галузь застосування.
  13. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму для вимірювання ємності з малими втратами визначіть  $R_x$  і  $C_x$ , якщо  $R_2=100$  Ом,  $R_3=100$  Ом,  $R_4=200$  Ом,  $C_4=0.1$  мкФ, Виведіть умову рівноваги і наведіть структурну схему. Наведіть методику вимірювання.
  14. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму для вимірювання ємності з великими втратами визначіть  $R_x$  і  $C_x$ , якщо  $R_2=100$  Ом,  $C_2=0.1$  мкФ,  $R_3=100$  Ом,  $R_4=200$  Ом. Виведіть умову рівноваги і наведіть структурну схему. Наведіть методику вимірювання.
  15. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму для вимірювання ємності з великими втратами визначіть  $R_x$  і  $C_x$ , якщо  $R_2=100$  Ом,  $R_3=100$  Ом,  $R_4=200$  Ом,  $C_2=0.1$  мкФ. Виведіть умову рівноваги і наведіть структурну схему. Наведіть методику вимірювання.
  16. Наведіть схеми заміщення конденсаторів ідеальної ємності, з малими та великими втратами.
  17. В зрівноваженій мостовій схемі змінного струму для вимірювання ідеальної ємності визначіть  $C_x$ , якщо  $R_2=100$  Ом,  $R_3=100$  Ом,  $C_4=0.1$  мкФ. Виведіть умову рівноваги і наведіть структурну схему.
  18. Наведіть схему заміщення котушки індуктивності. Дайте поняття активного і реактивного опору та добротності.

## Лекція 17 КОМПЕНСАЦІЙНІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ

**Принцип дії компенсатора полягає в компенсації (протиставленні) двох спрямованих назустріч фізичних величин, одна з яких вимірювана, а інша – зразкова (відома з високою точністю).**

В електровимірювальній техніці як такі величини використовують напруги, струми, е.р.с. Останні на практиці зустрічаються рідко, тому надалі розглядаються тільки компенсатори з компенсацією напруг.

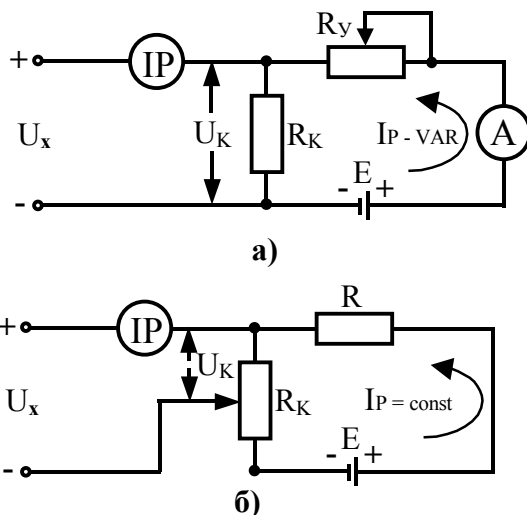
### 17.1 Компенсатори постійного струму.

#### Дві схеми компенсації напруги

На рис. 17.1, а показана принципова схема вимірювального кола компенсації напруг. Вимірювана напруга  $U_x$  компенсується зразковою напругою  $U_k$ , яка створюється у вигляді спаду напруги робочого струму  $I_p$  на опорі  $R_k$ , значення якого відомо з високою точністю. Змінюючи значення робочого струму  $I_p$  установочним резистором  $R_y$ , домагаються рівності вимірюваної  $U_x$  і компенсувальної  $U_k$  напруг. Момент рівності  $U_x=U_k$  характеризується відсутністю струму в індикаторі рівноваги  $IP$ , тоді

$$U_x = U_k = I_p \cdot R_k \quad \left| \begin{array}{l} I_p \rightarrow \text{var} \\ R_k = \text{const} \end{array} \right.$$

Аналіз рівняння рівноваги показує, що вимірювана напруга пропорційна значенню робочого струму  $I_p$ . Тому шкалу амперметра  $A$  градуують у вольтах.



**Рисунок 17.1**

Компенсувальну напругу  $U_k$  можна змінювати також, змінивши значення опору резистора  $R_k$  (рис. 17.1, б) при сталому робочому струмі  $I_p$  :

$$U_x = U_k = I_p \cdot R_k \quad \left\{ \begin{array}{l} I_p = \text{const} \\ R_k \rightarrow \text{var} \end{array} \right.$$

В цьому випадку вимірювана напруга  $U_x$  буде пропорційна значенню резистора  $R_k$ . Лінійні або кутові положення цього резистора градують у вольтах.

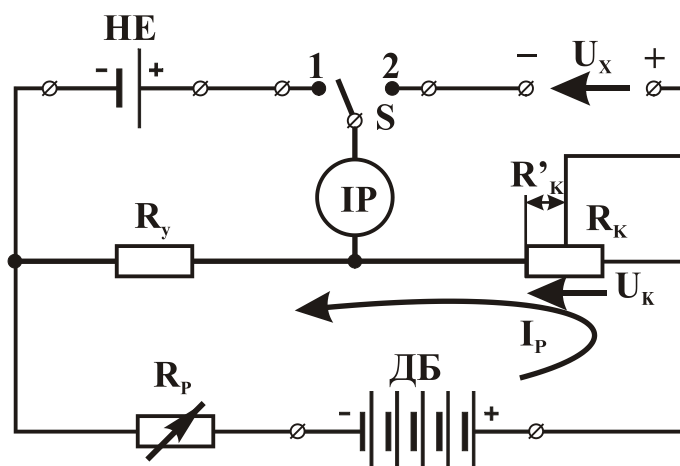
У момент повної компенсації компенсатор не споживає енергію від об'єкта вимірювання (струм у колі індикатора рівноваги відсутній  $I_{IP}=0$ ), отже, режим роботи об'єкта вимірювання не порушується. Крім того, відсутність струму в колі  $IP$  дозволяє суттєво зменшити вплив на результати вимірювання спаду напруги на з'єднувальних провідниках, за допомогою яких компенсатор з'єднано з об'єктом вимірювання.

Ці дві важливі переваги мають місце тільки в компенсаторах.

### 17.2 Компенсатор постійного струму

Найпоширенішою є схема компенсатора постійного струму, наведена на рис. 17.2. В схемі НЕ – нормальний елемент, який є зразковою мірою е.р.с.; ДБ – допоміжна батарея. В положенні 1 ключа  $S$  регулюванням реостата  $R_p$  установлюється робочий струм компенсатора  $I_p$ . При нульових показках  $IP$  спад напруги на зразковому резисторі  $R_y$  дорівнює е.р.с. нормального елемента  $E_N$ :  $I_p \cdot R_y = E_N$ .

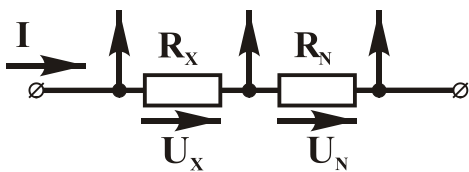
При точних значеннях  $E_N$  та  $R_y$  і високій чутливості  $IP$  значення робочого струму встановлюється з високою точністю.



**Рисунок 17.2**

Після встановлення робочого струму перемикач  $S$  переводиться в положення 2. Регулюванням зразкового опору  $R_k$  добиваються нульового показу  $I_p$ . При цьому  $I_p \cdot R'_k R_k = U_k = U_x$ , де  $R'_k$  – частина зразкового опору  $R_k$ , яка відповідає нульовому показу  $I_p$ . З останньої рівності випливає, що при встановлених з високою точністю робочому струмі та  $R_k$  визначається з відповідною точністю значення  $U_x$ . При незмінному для такого компенсатора значенні робочого струму  $I_p$  регульований зразковий опір  $R_k$  можна проградувати безпосередньо у вольтах.

Для вимірювання струму в деякій вітці кола в цю вітку вмикається зразковий опір  $R_N$ . Вимірявши спад напруги на цьому опорі, за законом Ома визначають струм:  $I = U_N / R_N$ . Для вимірювання опору його вмикають послідовно з  $R_N$  (рис. 17.3).



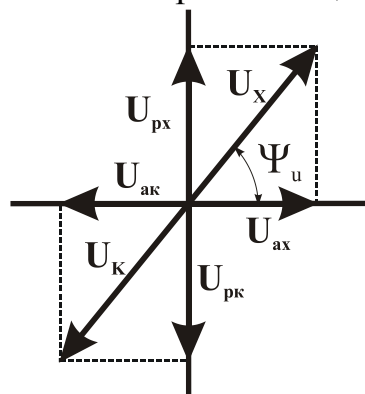
**Рисунок 17.3**

За спадом напруги на  $R_N$  визначають струм в колі  $I$ , а вимірявши  $U_x$  та знаючи  $I$ , обчислюють  $R_x = U_x / I$ . За допомогою компенсаторів можна виміряти е.р.с. та напруги з високою точністю. Класи точності компенсаторів постійного струму лежать у межах від 0,005 до 0,5. При цьому верхня межа вимірювання не перевищує 1,5–2,5 В. Нижня межа вимірювання може становити одиниці нановольт. Якщо замість НЕ використати стабілізоване джерело напруги, то верхня межа вимірювання може бути підвищена до декількох десятків вольт.

### 17.3 Компенсатори змінного струму

Вимірювана синусоїдна напруга може бути подана вектором  $\underline{U}_x$ , розташованим на площині (рис. 17.4).

Вектор на площині може бути визначений двома способами: 1) до-



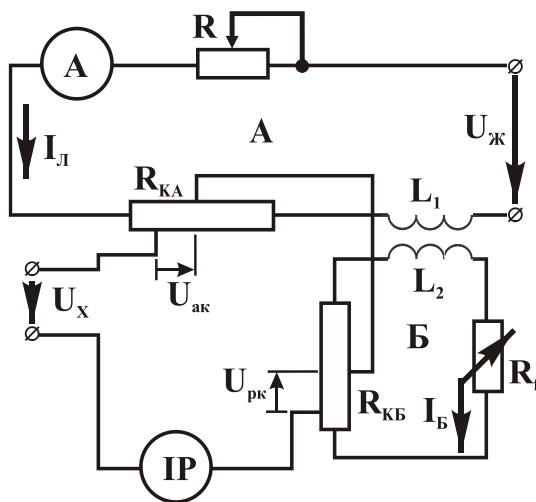
**Рисунок 17.4**

вжиною вектора  $U_x$  та початковою фазою  $\Psi_u$ ; 2) взаємно перпендикулярними складовими вектора  $U_{ax}$  та  $U_{rx}$  (активна та реактивна складові). В обох випадках вектор змінної напруги  $\underline{U}_x$  визначається двома параметрами, а не одним, як постійна напруга. Відповідно до способу визначення змінної напруги розрізняють компенсатори полярно-координатні та прямокутно-координатні.



В полярно-координатному компенсаторі для компенсації вимірюваної напруги  $U_x$  необхідно створити напругу  $U_k = U_x$ , але зсунуту відносно  $U_x$  на  $180^\circ$ . У прямокутно-координатному необхідно створити дві напруги:  $U_{ак}$  та  $U_{рк}$ , які зрівноважують напруги  $U_{ах}$  та  $U_{рх}$ , відповідно. Полярно-координатні компенсатори не випускаються через необхідність мати в них фазорегулятор з високими метрологічними характеристиками. В компенсаторах змінного струму необхідно також, щоб вимірювана та компенсувальна напруги мали однакову частоту.

Схема прямокутно-координатного компенсатора подана на рис. 17.5.



**Рисунок 17.5**

В ній є два контури А та Б з двома реохордами  $R_{КА}$  та  $R_{КБ}$ , серединні точки яких з'єднані між собою. Робочий струм компенсатора в контурі А встановлюється за амперметром реостатом  $R$ . В контурі Б струм  $I_B$  створюється за допомогою котушки взаємної індуктивності  $M$ :

$$I_B = \frac{E_B}{R_B} = j \frac{\omega M}{R_B} \cdot I_A,$$

де  $R_B$  – сумарний опір контура Б.

Значення опорів  $R_{КБ}$  та  $R_f$  вибираються такими, щоб  $(R_{КБ} + R_f) \gg \omega L_2$ .

Струм  $I_B$  зсунутий відносно  $I_A$  на  $90^\circ$ , тому напруги  $U_{ак}$  та  $U_{рк}$  на реохордах  $R_{КА}$  та  $R_{КБ}$  також зсунуті на  $90^\circ$ . Переміщуючи повзуни реохордів, змінюють величини та знаки напруг  $U_{ак}$  та  $U_{рк}$  до повного зрівноваження вимірюваної напруги  $U_x$ , настання якого визначається за нульовим показом  $IP$ .

Точність вимірювання напруги  $U_x$  компенсатором змінного струму обмежена, насамперед, неможливістю точного встановлення робочого струму  $I_A$ . Амперметри, що застосовуються для цього, мають класи точності не вищі 0,1-0,2. Крім того, похибки вносять і інші елементи, так що сумарна похибка компенсатора звичайно знаходиться у межах  $\pm 0,5\%$ .

Компенсатори постійного та змінного струму можуть бути забезпечені пристроями для автоматичної компенсації вимірюваної напруги. Так само, як і в автоматичних мостах, напруга небалансу після підсилення підсилювачем подається на двигун, увімкнений в коло зворотного

зв'язку. За допомогою двигунів (одного в компенсаторі постійного та двох в компенсаторі змінного струму) переміщуються повзунки реохордів (регульованих опорів) до настання компенсації.

**Контрольні питання та завдання:**

1. Структурна схема та суть нульового методу вимірювання.
2. Суть компенсаційного методу вимірювання. Схема компенсації напруги зі зміною робочого струму.
3. Визначіть значення робочого струму і значення резистора  $R_k$  в момент компенсації компенсатора постійного струму, якщо відомі ЕРС нормального елемента  $E_{nc}=1.0186$  В, опір зразкового резистора  $R_0=10.186$  кОм і вимірювана напруга  $U_x=1$  В. Наведіть структурну схему компенсатора.
4. В момент рівноваги схеми компенсації напруги із зміною компенсувального резистора  $R_k = 0.1$  кОм, а значення робочого струму  $I_p=0.5$  А. Яке значення напруги на вході компенсатора. Наведіть структурну схему з необхідними поясненнями.
5. Чотири умови компенсації змінних напруг. Наведіть графічне пояснення.
6. Дві форми подання змінних напруг: в полярній і в прямокутній системах координат.
7. Наведіть графічні приклади компенсації напруг в полярній і в прямокутній системах координат.
8. Компенсатор змінного струму в полярній системі координат: структурна схема, принцип дії.
9. Структурна схема компенсатора в прямокутній системі координат: структурна схема, принцип дії.
10. На вхід компенсатора змінного струму подано вимірювану напругу  $U_x = 217 U_m \sin 314 t$ . На одному графіку наведіть графічну інтерпретацію вимірюваної та компенсувальної  $U_k$  напруги і її параметри за умови, що  $U_x$  і  $U_k$  однакової форми.
11. В момент рівноваги компенсатора змінної напруги в прямокутній системі координат на проградуйованих реохордах отримано такі значення компенсувальної напруги:  $U_k' = 150$  В,  $U_k'' = 200$  В. Отримайте значення модуля  $U_{xm}$  і фази  $\varphi_x$  вимірюваної напруги. Подайте результат в показниковій формі. Наведіть схему компенсатора з необхідними поясненнями.
12. В момент рівноваги схеми компенсації напруги із зміною робочого струму  $I_p=0.5$  А, а значення компенсувального резистора  $R_k = 0.1$  кОм. Яке значення напруги на вході компенсатора. Наведіть структурну схему з необхідними поясненнями.
13. В момент рівноваги схеми компенсації напруги із зміною компенсувального резистора  $R_k = 0.1$  кОм, а значення робочого струму  $I_p=0.5$  А. Яке значення напруги на вході компенсатора. Наведіть структурну схему з необхідними поясненнями.

## Лекція 18 ОСЦИЛОГРАФИ

**Осцилограф** – це прилад, призначений для спостереження, реєстрації та вимірювання параметрів досліджуваного сигналу (напруги), який залежить від часу.

В електронному осцилографі реєстрація здійснюється шляхом фотографування зображення з екрана.

Крім електронних осцилографів існують електромеханічні. Їх називають ще світлопроменевими. В них використовуються електромеханічні (переважно магнітоелектричні) механізми з малим моментом інерції, які перетворюють досліджуваний сигнал в переміщення променя світла.

### 18.1 Світлопроменевий осцилограф

**Світлопроменеві осцилографи** являють собою електромеханічні прилади, призначені для реєстрації та спостережень змінних у часі електричних сигналів за допомогою світлового променя.

Вони застосовуються для дослідження процесів з верхньою частотою, яка не перевищує 30 кГц. Перевагою цих приладів є простота побудови, можливість реєстрації великої кількості (до 36) процесів.

Побудова та принцип дії світлопроменевого осцилографа пояснюються схемою на рис. 18.1.

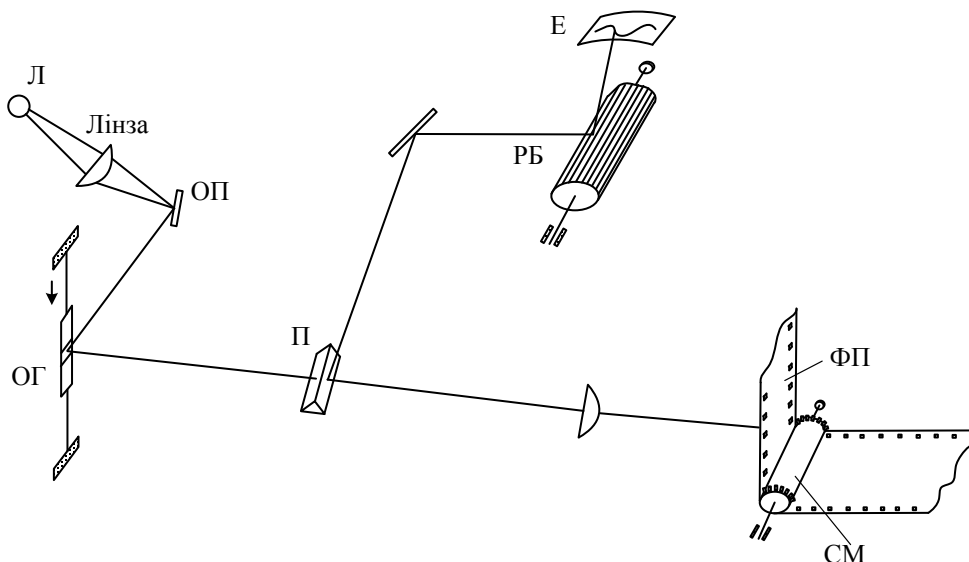


Рисунок 18.1

Основними вузлами найпоширеніших світлопроменевих осцилографів є: магнітний блок з осцилографічними гальванометрами (ОГ), оптична система, пристрій розгортки та відмітник часу.

Тонкий промінь світла за допомогою оптичного пристрою від лампочки Л направляється на дзеркальце осцилографічного гальванометра ОГ. Осцилографічний гальванометр являє собою закріплену на розтяжках мініатюрну рухома рамку магнітоелектричного вимірювального механізму, поміщену в металевий немагнітний кожух з полюсними наконечниками з магнітом'якого матеріалу. Зазвичай зовнішній діаметр кожуха дорівнює 6 мм. Така конструкція гальванометра з кожухом та ручкою для встановлення в гнізда магнітного блока називається гальванометром–вставкою. Магнітний блок складається з одного спільного для декількох вставок постійного магніту з магнітопроводом із гніздами для вставок. Таким чином, рамка ОГ знаходиться в сильному магнітному полі постійного магніту.

Промінь світла від дзеркальця ОГ, проходячи через призму П, розділяється на два, один з них потрапляє на фотоплівку, яка рухається із швидкістю  $V$ , а другий – спочатку на гранований дзеркальний барабан розгортки РБ, а потім – на матовий екран Е. При протіканні струму  $i$ , пов'язаного з досліджуванним процесом, через рамку ОГ, вона відхиляється. Ці відхилення фіксуються на фотоплівці ФП і спостерігаються на екрані Е. Стрічкопротяжний механізм для фотоплівки і дзеркальний барабан приводяться в рух двигуном.

В деяких світлопроменевих осцилографах екран для спостереження за процесом відсутній. В таких осцилографах здійснюється тільки реєстрація процесів на фотоносії.

Для вибору масштабу часу застосовуються спеціальні відмітники часу, за допомогою яких на носій наносяться мітки через певні інтервали часу. Інтервали між мітками на носії залежать від швидкості руху носія  $V$ , яка задається двигуном з редуктором. За наявності багатоступеневого редуктора можна вибрати швидкість носія, обертання дзеркального барабана та частоту міток, відповідні частоти досліджуваного сигналу.

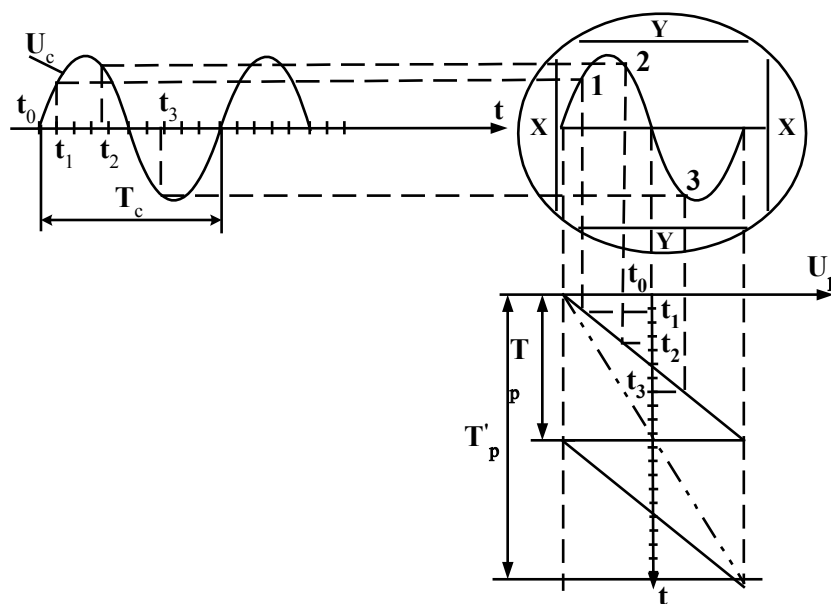
Нині з'явилися світлопроменеві осцилографи, у яких замість ОГ використовуються мініатюрні електронно-променеві трубки. Це дозволяє реєструвати процеси з широким частотним спектром (до 100 кГц). Прикладом такого осцилографа може служити осцилограф типу НОБЗ. У ньому є сім ЕПТ, одна з яких використовується для одержання міток часу. Недолік такого осцилографа – низька чутливість (0,14 мм/В).

## 18.2 Електронно-променевий осцилограф

В електронних осцилографах досліджуваний сигнал перетворюється на відхилення потоку електронів (електронного променя), який, потрапивши на люмінесцентний екран електронно-променевої трубки (ЕПТ), створює лінію, що світиться. Форма цієї лінії відповідає сигналу, який змінюється в часі.

Для спостереження сигналів у вигляді поодиноких (що не повторюються періодично) імпульсів використовуються осцилографи з тривалим світінням ЕПТ. В осцилографах, призначених для спостереження періодичних сигналів, післясвітіння невелике. Тому в таких осцилографах для одержання нерухомого чітко видимого зображення необхідно, щоб електронний промінь періодично прокреслював на екрані ЕПТ лінію, що є графіком досліджуваного сигналу.

На рис. 18.2 показано принцип одержання нерухомого зображення періодичного сигналу.

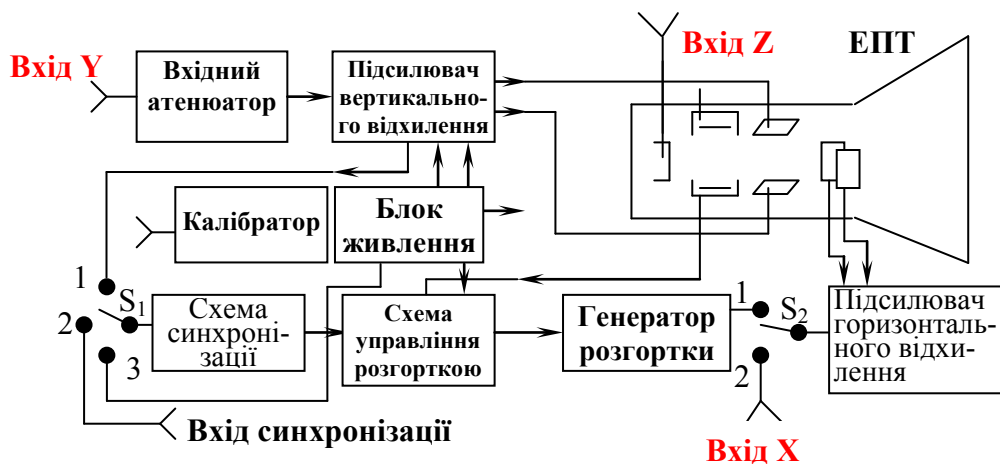


**Рисунок 18.2**

На вертикально-відхиляльній пластині Y-Y подається досліджувана напруга  $u_c$ , а на горизонтально-відхиляльній пластині X-X – напруга розгортки  $u_p$ , яка змінюється у часі лінійно. Штриховими лініями на рисунку показано одержання точок 0, 1, 2, 3 на екрані осцилографа в моменти  $t_0, t_1, t_2$  та  $t_3$ . У цьому випадку періоди повторення напруг сигналу та розгортки однакові:  $T_p = T_c$ .

Для управління променем, установлення потрібних розмірів зображення, установлення масштабів на осях осцилограми та виконання

інших операцій осцилограф має комплекс функціональних вузлів. Структурна схема з набором найбільш використовуваних вузлів (блоків) в осцилографі наведена на рис. 18.3.



**Рисунок 18.3**

Якщо період напруги розгортки  $T_p$  дорівнював би  $2T_c$ , напруга розгортки змінювалась би по штрих-пунктирній лінії. На екрані осцилографа вмістилося б дві хвилі досліджуваної синусоїдної напруги. Для одержання нерухомого зображення на екрані осцилографа потрібно, щоб період  $T_p$  був в ціле число  $n$  разів більший за період  $T_c$ :  $T_p = nT_c$ . Крім того, необхідно, щоб розгортка починалась кожного разу в момент часу, який відповідає одній і тій самій фазі сигналу, наприклад, в момент  $t_0$  на (див. рис. 18.2). Це означає, що напруги сигналу та розгортки мають змінюватись у часі синхронно, тобто ці напруги будуть синхронізовані між собою.

І ще необхідно, щоб за час зміни напруги  $u_p$  від максимального додатного до максимального від'ємного значення пучок електронів (електронний промінь) не потрапляв на екран, інакше на екрані буде видно горизонтальну лінію (під час зворотного ходу променя).

Досліджувана напруга подається на вхід Y каналу вертикального відхилення. За допомогою вхідного атенюатора вхідна напруга зменшується до такого значення, щоб вона могла бути без спотворень підсилена підсилювачем вертикального відхилення, напруга з виходу якого потрапляє на вертикально-відхиляльні пластини. З підсилювача вертикального відхилення в моменти  $(t_0 + n2\pi)$ , де  $n = 0, 1, 2, \dots$  (див. рис. 18.3) в положенні 1 перемикача  $S_1$  подається короткий імпульс, який запускає схему синхронізації. Сигнал зі схеми синхронізації надходить на вхід схеми управління розгорткою і далі на генератор пилоподібної напруги, через перемикач  $S_2$  в положенні 1 на підсилювач горизонтального відхилення і, нарешті, на горизонтально-відхиляльні пластини ВПТ.

Якщо для запуску схеми синхронізації використовується досліджуваний сигнал (ключ  $S_1$  в положенні 1), то така синхронізація називається внутрішньою, при положенні 2 ключа  $S_1$  синхронізація може бути здійснена зовнішнім сигналом, а в положенні 3 ключа  $S_1$  – напругою мережі живлення.

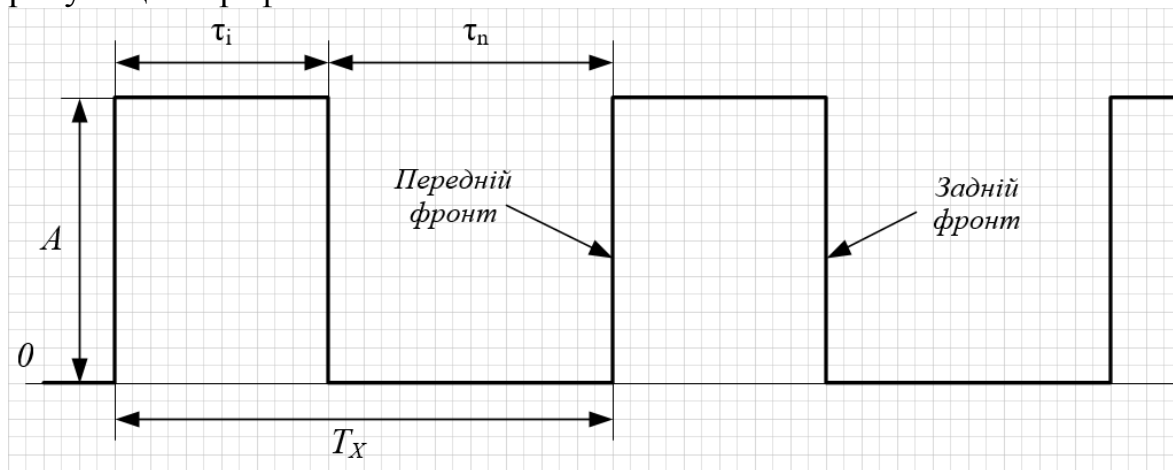
В положенні 1 перемикача  $S_2$  напруга з генератора, яка змінюється лінійно, надходить на вхід підсилювача горизонтальної напруги і далі на горизонтально-відхиляльні пластини для розгортки у часі досліджуваної напруги. У положенні 2 перемикача  $S_2$  на вхід підсилювача горизонтального відхилення можна подати напругу від іншого джерела, наприклад, для вимірювання частоти за допомогою фігур Ліссажу.

Для контролю за коефіцієнтами вертикального та горизонтального відхилення та їх коректування у багатьох осцилографіях є калібратор – генератор, який виробляє стабільну за амплітудою та частотою напругу.

Промисловістю випускається велика кількість осцилографів різного призначення та з різноманітними характеристиками. Осцилографи поділяються на універсальні, швидкісні, стробоскопічні, запам'ятовувальні, багатопроменеві, спеціальні. Найбільш поширеними є універсальні.

### 18.3 Вимірювання параметрів сигналів. Метод каліброваних шкал

Вимірювання параметрів прямокутного сигналу, який наведено на рис. 18.4. Цей рисунок подано з тим припущенням, що він є копією екрану осцилографа.



**Рисунок 18.4**

На рис. 18.4 наведено такі позначення:

$A$  – амплітуда досліджуваного сигналу:

$\tau_i$  – тривалість імпульсу (інтервал часу від переднього до заднього фронту);



$\tau_{\text{п}}$  – тривалість паузи (інтервал часу від заднього до переднього фронту);

$T_x$  – період сигналу (інтервал часу від переднього до переднього, або від заднього до заднього фронту);

Припустимо також, що калібратори на передній панелі осцилографа установлені в такі положення:

- калібратор амплітуди –  $0.5 \frac{\text{В}}{\text{кЛ}}$  (0.5 вольт в одній клітинці шкали осцилографа по осі Y);

- калібратор тривалості –  $1 \frac{\text{мкс}}{\text{кЛ}}$  (1 мікросекунда в одній клітинці шкали осцилографа по осі X).

Маючи значення ціни поділки по осі X і Y, знайдемо числові значення параметрів сигналу:

- амплітуди,  $A_x = 0.5 \frac{\text{В}}{\text{кЛ}} \cdot 16 \text{ кЛ} = 8 \text{ В};$

- тривалості імпульсу,  $\tau_i = 1 \frac{\text{мкс}}{\text{кЛ}} \cdot 12 \text{ кЛ} = 12 \text{ мкс};$

- тривалості паузи,  $\tau_{\text{п}} = 1 \frac{\text{мкс}}{\text{кЛ}} \cdot 16 \text{ кЛ} = 16 \text{ мкс};$

- періоду,  $T_x = 1 \frac{\text{мкс}}{\text{кЛ}} \cdot 28 \text{ кЛ} = 28 \text{ мкс};$

- частоти,  $f_x = \frac{1}{T_x} = \frac{1}{28 \cdot 10^{-6} \text{ с}} = \frac{10^6}{28} = \approx 35714 \text{ Гц}.$

**Контрольні питання та завдання:**

1. Поясніть принцип одержання нерухомого зображення на екрані електронно-променевої трубки.
2. Наведіть структурну схему електронно-променевого осцилографа. Розкрийте призначення кожного блока осцилографа.
3. Який елемент виконує функції розгортки? Покажіть форму сигналу на виході генератора розгортки.
4. Наведіть методику вимірювання тривалості імпульсу, періоду, частоти, різниці фаз, амплітуди за допомогою осцилографа.
5. Наведіть структурну схему і поясніть принцип дії світлопроменевого осцилографа.
6. Який елемент виконує функції розгортки в цьому осцилографі?
7. До якої системи електромеханічних вимірювальних перетворювачів відносять осцилографічний гальванометр?
8. Які переваги і недоліки світлопроменевого осцилографа порівняно з електронно-променевим?
9. Наведіть методику вимірювання амплітуди, тривалості імпульсу і паузи, періоду і частоти за допомогою осцилографа.



**ЛІТЕРАТУРА**

1. Бурдун Г. Д. Основы метрологии / Г. Д. Бурдун, Б. Н. Марков.– М. : Изд-во стандартов, 1985. – 225 с.
2. Володарський Є. Т. Статистична обробка даних : навч. посібник / Є. Т. Володарський, Л. О. Кошева. – К. : НАУ, 2008. – 308 с.
3. Володарский Е. Т. Планирование и организация измерительного эксперимента / Е. Т. Володарский, Б. Н. Малиновский, Ю. М. Туз – К. : Выща школа, 1987. – 247 с.
4. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю / [Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк]. – Вінниця : ВДТУ, 2001. – 219 с.
5. Головка Д. Б. Основы метрології та вимірювань / Головка Д. Б., Рего К. Г., Скрипник Ю. О. – К. : Либідь, 2001. – 408 с.
6. Грановский В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
7. Демидова-Панферова Р. М. Задачи и примеры расчетов по электроизмерительной технике / Демидова-Панферова Р. М., Малиновский В. Н., Солодов Ю. С. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.
8. ДСТУ 2681-94. Метрологія. Терміни та визначення. – [Чинний від 1995-01-01]. – К. : Держстандарт України, 1994. – 68 с.
9. ДСТУ 3651.0-97. Метрологія. Одиниці фізичних величин. Основні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць. Основні положення, назви та позначення. – [Чинний від 1999-01-01]. – К. : Держстандарт України, 1998. – 14 с.
10. Куликовский К. Л. Методы и средства измерений. Для студентов вузов / К. Л. Куликовский, В. Я. Купер. – М. : Энергоатомиздат, 1966. – 452 с.
11. Метрологія та вимірювальна техніка : навч. посібник / [Кухарчук В. В., Кучерук В. Ю., Долгополов В. П., Грумінська Л. В.]. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 252 с.
12. Основы метрології та електричних вимірювань : підручник / [Кухарчук В. В., Кучерук В. Ю., Володарський Є. Т., Грабко В. В. ]. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 522 с.
13. Основы метрології та електричних вимірювань : підручник / [Кухарчук В. В., Кучерук В. Ю., Володарський Є. Т., Грабко В. В. ]. – Херсон : Олді-плюс, 2013. – 538 с.
14. Лебег Г. Об измерении величин / Лебег Г. – М. : Учпедгиз, 1938. – 210 с.
15. Маликов М. Ф. Основы метрологии. Ч. I. / Маликов М. Ф. – М. : Изд-во по делам мер и измерительных приборов, 1949. – 573 с.
16. Методи і засоби вимірювання електричних величин у прикладах та задачах : навчальний посібник для електротехнічних спеціальностей / [В. І. Бондаренко, О. П. Давиденко, В. І. Дякін та ін.]. – Київ : УМК ВО, 1990. – 143 с.

**ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ та ЭЛЕКТРИЧНЫХ ВИМІРЮВАНЬ**

17. Новицкий П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
18. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / Орнатский П. П. – К. : Выща школа, 1983. – 455 с.
19. Орнатський П.П. Вступ до методології науки про вимірювання / Орнатський П. П. – К. : ІСДО, 1994. – 246 с.
20. Орнатский П.П. Автоматические измерения и приборы / Орнатский П. П. – К. : Выща школа, 1980. – 458 с.
21. Основы метрологии и электрические измерения : учебник для вузов / [Б. Я. Авдеев, Антонюк Е. М., Душин Е. М. и др.] ; под ред. Е. М. Душина. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.
22. Основы метрології та вимірювальної техніки: у 2 т. : підручник / [М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник та ін.] ; за ред. Б. Стадника. – Львів : НУ «Львівська політехніка», 2005. – Т. 1. Основы метрології. – 2005. – 532 с.
23. Основы метрології та вимірювальної техніки: у 2 т. : підручник / [М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник та ін.] ; за ред. Б. Стадника. – Львів : НУ «Львівська політехніка», 2005. – Т. 2. Вимірювальна техніка. – 2005. – 656 с.
24. Поджаренко В. О. Вимірювання і комп'ютерно-вимірювальна техніка / В. О. Поджаренко, В. В. Кухарчук. – Київ : УМК ВО, 1991. – 240 с.
25. Метрологія та вимірювальна техніка : підручник / [Є. С. Поліщук, М. М. Дорожовець, Яцук В. О. та ін.]. – Львів : «Бескид-Біт», 2003. – 544 с.
26. Поліщук Є. С. Методи та засоби вимірювань неелектричних величин : підручник / Поліщук Є. С. – Львів : Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. – 360 с.
27. Сена Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Сена Л. А. – М. : Наука, 1977. – 336 с.
28. Спектор С. А. Электрические измерения физических величин. Методы измерений / Спектор С. А. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 320 с.
29. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор – М. : Мир, 1985. – 272 с.
30. Шишкин И. Ф. Теоретическая метрология : учебник для втузов / Шишкин И. Ф. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 471 с.
31. Шульц Ю. Электроизмерительная техника: 1000 понятий для практиков / Шульц Ю. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 288 с.
32. Электрические измерения : учебное пособие для вузов / [В. Н. Малиновский, Р. М. Демидова-Панферова, Ю. Н. Евланов и др.] ; под ред. В. Н. Малиновского. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 416 с.
33. Электрические измерения / [Л. И. Байда, Н. С. Добротворский, Е. М. Душин и др.] ; под ред. А. В. Фремке и Е. М. Душина. – Л. : Энергия, 1980. – 357 с.
34. Электрические измерения электрических и неэлектрических величин / [М. А. Гаврилюк, Е. С. Полищук, С. С. Обозовский и др.] ; под ред. Е. С. Полищука. – К. : Выща школа, 1984. – 359 с.

## Додаток А

### Основні одиниці системи SI

ВЕЛИЧИНА			ОДИНИЦЯ		
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення: українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське; міжнародне
<b>1. Основні одиниці</b>					
Довжина	l, L	L	метр	м; m	км, km; см, cm; мкм, mm; мкм, $\mu\text{m}$ ; нм, nm; пм, pm; фм, fm
Маса	m	M	кілограм	кг; kg	Мг, Mg; г, g; мг, mg; мкг, $\mu\text{g}$
Час	t, T	T	секунда	с; s	кс, ks; мс, ms; мкс, $\mu\text{s}$ ; нс, ns
Сила електричного струму	I	I	ампер	А; A	кА, kA; mA, mA; мкА, $\mu\text{A}$ ; нА, nA
Термодинамічна температура	T, $\Theta$	$\Theta$	кельвін	К; K	МК, MK; кК, kK; мК, mK; мкК, $\mu\text{K}$
Сила світла	$I_v$	J	кандела	кд; cd	
Кількість речовини	N, v	N	моль	моль; mol	кмоль, kmol; ммоль, mmol; мкмоль, $\mu\text{mol}$

### Додаткові одиниці системи SI

ВЕЛИЧИНА			ОДИНИЦЯ		
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення: українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське; міжнародне
<b>2. Додаткові одиниці</b>					
Площинний кут	$\varphi$	1	радіан	рад; rad	мрад, mrad; мкрад, $\mu\text{rad}$
Просторовий кут	$\Omega$	1	стерадіан	ср; sr	

## Додаток Б

### Похідні одиниці електричних і магнітних величин

ВЕЛИЧИНА			ОДИНИЦЯ		
Назва	Символ	Розмірність	Назва	Позначення: українське, міжнародне	Позначення рекомендованих кратних та частинних одиниць: українське; міжнародне
<b>3. Похідні одиниці електричних і магнітних величин</b>					
Електричний заряд	Q	T	кулон	Кл; C	кКл; кС; мкКл; мС нКл; нС; пКл; рС
Електричний потенціал	V, φ	$\frac{L^2 M}{T^3 I^1}$	вольт	В; V	МВ; MV кВ; kV мВ; mV мкВ; μV
Різниця потенціалів	U (V)				
Напруга					
Електрорушійна сила	E				
Електрична потужність	P	$\frac{L^2 M}{T^3}$	ват	Вт; W	МВт; MW; кВт; kW; мВт; mW; мкВт; μW
Повна потужність	S <sub>1</sub> (P <sub>s</sub> )	$\frac{L^2 M}{T^3}$	вольт-ампер	V•A; В•А	
Реактивна потужність	Q <sub>1</sub> (P <sub>Q</sub> )		вольт-ампер реактивний	- ; Вар	
Активна потужність	P	$\frac{L^2 M}{T^3}$	ват	Вт; W	ТВт; TW; ГВт; GW; МВт; MW; кВт; kW; мВт; mW; мкВт; μW; нВт; nW
Активна електрична енергія, робота	W (W <sub>p</sub> )	$\frac{L^2 M}{T^2}$	джоуль ват-година	Дж; J Вт·год; Wh	ТДж; TJ; ГДж; GJ; МДж; MJ; кДж; kJ кВт·год; kW·h
Електрична ємність	C	$\frac{L^2 M^{-1}}{T^4 I^2}$	фарада	Ф; F	мФ; mF; мкФ; μF; нФ; nF; пФ; pF
Індуктивність	L	$\frac{LM}{T^2 I^2}$	генрі	Гн; H	мГн; mH; мкГн; μH; нГн; nH; пГн; pH
Взаємоіндуктивність	M (L <sub>mn</sub> )				
Електричний опір	R	$\frac{L^2 M}{T^3 I^2}$	ом	Ом; Ω	Гом; GΩ; Мом; MΩ; кОм; kΩ; мОм; mΩ; мкОм; μΩ
Електрична провідність	G	$\frac{L^2 M^{-1}}{T^3 I^2}$	сіменс	См; S	кСм; kS; мСм; mS; мкСм; μS
Частота, колова частота	f, ν	T <sup>-1</sup>	герц секунда <sup>-1</sup>	Гц; Hz; с <sup>-1</sup> ; s <sup>-1</sup>	ГГц; GHz; МГц; MHz; кГц; kHz

## Додаток В

### Множники та префікси кратних і частинних величин

Множник	Префікс	Позначення: українське, міжнародне
$10^{24}$	йота	Й, Y
$10^{21}$	зета	ЗТ, Z
$10^{18}$	екса	Е, E
$10^{15}$	пета	П, P
$10^{12}$	тера	Т, T
$10^9$	гіга	Г, G
$10^6$	мега	М, M
$10^3$	кіло	к, k
10	дека	дк, da
$10^{-1}$	деци	д, d
$10^{-2}$	санті	с, c
$10^{-3}$	мілі	м, m
$10^{-6}$	мікро	мк, $\mu$
$10^{-9}$	нано	н, n
$10^{-12}$	піко	п, p
$10^{-15}$	фемто	ф, f
$10^{-18}$	ато	а, a
$10^{-21}$	зепто	зп, z
$10^{-24}$	йокто	й, y

*Навчальне видання*

**Кухарчук Василь Васильович**

# **ОСНОВИ МЕТРОЛОГІЇ ТА ЕЛЕКТРИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ**

Частина I

**Конспект лекцій**

Рукопис оформив В. Кухарчук

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет виготовив О. Ткачук

Підписано до друку 26.02.2020 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 8,66.  
Наклад 50 (1-й запуск 1–21) пр. Зам. № 2020-036.

Видавець та виготовлювач  
Вінницький національний технічний університет,  
інформаційний редакційно-видавничий центр,  
ВНТУ, ГНК, к. 114, Хмельницьке шосе, 95,  
м. Вінниця, 21021.  
Тел. (0432) 65-18-06.  
**press.vntu.edu.ua;**  
*Email: irvc.vntu@gmail.com.*  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.