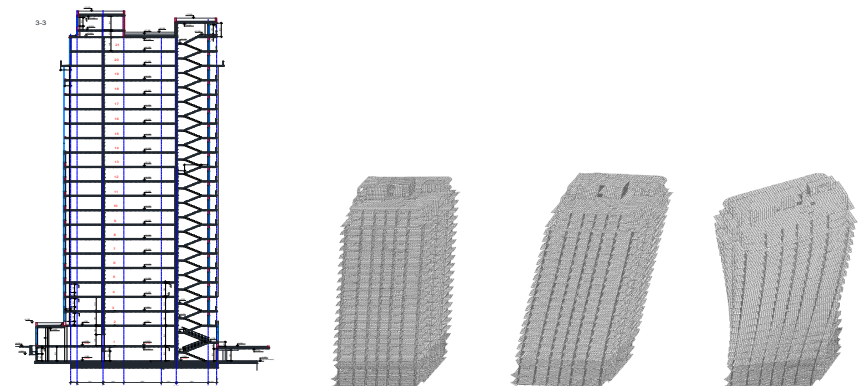


А. С. Моргун, М. М. Сорока

**ОЦІНКА, ПРОГНОЗ, УПРАВЛІННЯ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИМ СТАНОМ
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

**ОЦІНКА, ПРОГНОЗ, УПРАВЛІННЯ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИМ СТАНОМ
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2020

УДК 681.3.06:69
C40

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 4 від 28.11.2019 р.).

Рецензенти:

Карпюк В. М., доктор технічних наук, професор

Огородніков В. А., доктор технічних наук, професор

Друкований М. Ф., доктор технічних наук, професор

Сорока, М. М.

C40

Оцінка, прогноз, управління напружено-деформованим станом будівельних конструкцій : навчальний посібник / А. С. Моргун, М. М. Сорока. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 107 с.

В навчальному посібнику на сучасному рівні викладено уявлення про математичне опрацювання реальних прикладних задач будівництва, аналіз напружень, методи визначення параметрів рівнянь стану, методи розв'язування. Розвинено систематизований підхід до числового розв'язання задач із визначення НДС наземної та підземної частин споруд. На основі сучасних числових методів (методу скінченних елементів, методу граничних елементів) розглянуто нові методики і ефективні обчислювальні алгоритми. Значна увага приділена формулюванню і аналізу контактних моделей основ. Наведено реалізацію МСЕ та МГЕ з залученням ЕОМ для конкретних будівельних об'єктів та конструкцій. Викладення всіх поставлених питань супроводжується розрахунковим матеріалом.

Посібник призначений для студентів вищих технічних закладів, фахівців у галузі механіки суцільних середовищ, будівельної механіки, систем автоматизованого проектування.

УДК 681.3.06:69

© ВНТУ, 2020

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	4
ВСТУП	5
РОЗДІЛ 1 ЧИСЛОВА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ	
НДС НАЗЕМНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ МСЕ	7
1.1 Механіка суцільних середовищ – загальна основа розвитку термодинаміки як єдиного цілого	7
1.2 Сучасні числові методи визначення НДС будівельних конструкцій ..	9
1.3 Загальна характеристика існуючих програмних комплексів, що дозволяють виконувати математичне моделювання, їх переваги та недоліки	11
РОЗДІЛ 2 ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	16
2.1 Постановка задач будівельної механіки. Основні рівняння теорії пружності. Історія розвитку МСЕ	16
2.2 МСЕ як математична основа числового моделювання будівельних конструкцій та споруд. Основні етапи розрахунку за МСЕ.....	17
2.3 Бібліотека скінченних елементів	26
2.4 Основні критерії складання розрахункових моделей висотних будівель	30
2.5 Етапи створення конструктивної схеми будівель.....	33
РОЗДІЛ 3 ПРАКТИЧНІ ПРИКЛАДАННЯ ЧИСЛОВОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МСЕ.....	37
3.1 Скінченно-елементна модель будівлі. Вибір розрахункової схеми... 37	
3.2 Методологія розрахунку наземної частини будівлі	40
РОЗДІЛ 4 ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ НДС ЕЛЕМЕНТІВ КАРКАСУ БУДІВЕЛЬ	46
4.1 Об'ємно-планувальне рішення будівлі	46
4.2 Конструктивні особливості будівлі.....	50
4.3 Сейсмологічна характеристика майданчика будівництва	50
4.4 Розрахункова модель будівлі	50
4.5 Результати розрахунку пальового фундаменту	57
4.6 Результати розрахунку елементів верхньої частини будівлі.....	62
РОЗДІЛ 5 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗА МГЕ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЇ ІНЖЕНЕРНОЇ ПРАКТИКИ.....	71
5.1 Основні положення методу граничних елементів	71
5.2 Особливості поведінки дискретних ґрунтових основ під навантаженням.....	77
5.3 Оптимізація палевого поля висотної 9-ти поверхової будівлі за числовим МГЕ	84
5.4 Числові дослідження НДС буронабивних паль за методом граничних елементів.....	95
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	102

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

- Г – границя досліджуваного елемента
- ДБН – державні будівельні норми
- МСЕ – метод скінченних елементів
- МГЕ – метод граничних елементів
- НДС – напружено-деформований стан
- СЕ – скінченний елемент
- САПР – системи автоматизованого проектування
- ГЕ – граничний елемент
- СЛАР – система лінійних алгебраїчних рівнянь
- p_{ij}^*, u_{ij}^* – напруження та переміщення в фундаментальних розв'язках Р. Міндліна в пружному півпросторі
- ξ – точка прикладання сили (точка збурення) в фундаментальних розв'язках Р. Міндліна в пружному півпросторі
- x – точка нагляду в фундаментальних розв'язках Р. Міндліна в пружному півпросторі

ВСТУП

Нарощування виробничого потенціалу України на новій технічній основі є актуальною технічною задачею сьогодення. З огляду на це необхідні розробка і впровадження більш досконалих і економічних методів розрахунку та проектування будівельних конструкцій, конструкцій фундаментів, направлених на виявлення і реалізацію їх резервів.

Збільшення зусиль для отримання нових і здешевлення наявних джерел сировини та енергії потребують нових досліджень, лабораторних і натурних замірів і в сфері будівництва.

Проникнення математичних методів в усі сфери людської діяльності дає можливість користуватись новими, вельми результативними засобами досліджень. Математичні методи на сьогодні стали інструментом наукового дослідження, їх суть складається в переведенні нашого так званого «реального світу» на мову математики, що дозволяє нам отримати більш точне уявлення про його найсуттєвіші властивості і, як ми сподіваємось, певною мірою передбачити майбутні явища. Ця обставина якраз і відображає термін «математичне моделювання». Хілл (1963) сказав, що метою прикладної математики є математичне осмислення реальності.

Умови сумісності деформацій і рівноваги внутрішніх напружень в формі диференціальних рівнянь встановлені ще на початку дев'ятнадцятого сторіччя в класичних трудах основоположників теорії пружності і залишаються незмінними до наших днів. І лише в проблемі побудови так званих «визначальних» співвідношень, що описують властивості реальних матеріалів в формі зв'язку між напруженнями і деформаціями в нелінійній стадії їх роботи, залишились можливості для створення нових моделей.

Пружна форма визначальних рівнянь є достатньо надійною основою для розв'язання багатьох задач проектування конструкцій, аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь 15-го порядку (рівняння статички, геометричні рівняння, фізичні рівняння) можна отримати лише для найпростіших випадків. На практиці в більшості випадків знайти точний розв'язок цього математичного аналогу реальної задачі не вдається. Тому важливого значення набувають сучасні числові методи (метод скінченних елементів, метод граничних елементів), особливо через зростання застосування математичних методів в різних сферах науки і техніки та появу сучасних ЕОМ.

Інтенсивний розвиток та широке застосування ЕОМ суттєво наблизило фундаментальні математичні проблеми до прикладних, посилило їх взаємовплив. Поява нового, потужного методу досліджень – числового експерименту, – як ніколи раніше, тісно пов'язала фізичний зміст задачі, математичне формулювання і числовий спосіб розв'язання. Проблеми прогнозу поведінки споруд під навантаженням можна вирішити, використовуючи сучасні числові методи та сучасні ЕОМ.

При розв'язанні практичних задач необхідно вміння відтворити в правильну логічну послідовність викладених в ДБН думок і фактів, застосувати ці положення до нестандартних ситуацій. При розв'язанні практичних задач необхідне застосування всіх типів мислення:

- математичного (логічного або дедуктивного);
- асоціативного (образного чи мислення за аналогіями);
- комунікаційного (здатність на виявлення потрібної інформації з різних джерел);
- ініціативного мислення (здатність оцінювання постановки задачі, досліджень, визначати стратегію розв'язання, рефлексувати набуті результати у власну систему знань).

РОЗДІЛ 1 ЧИСЛОВА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ НДС НАЗЕМНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ МСЕ

1.1 Механіка суцільних середовищ – загальна основа розвитку термодинаміки як єдиного цілого

Механіка суцільних середовищ займається дослідженням рухів і рівноваги «твердих» деформованих тіл. Теорія пружності є основою для проектування споруд, визначення їх міцності.

Рух суцільного середовища відбувається як результат того, що на частинки середовища здійснюється вплив зовнішніх матеріальних об'єктів. За означенням, *зовнішні сили* є кількісна міра впливів зовнішніх об'єктів на частинки суцільного середовища. Крім зовнішніх сил в механіці суцільних середовищ вводяться в розгляд *внутрішні сили*, які характеризують взаємний вплив частинок, з яких складається суцільне середовище. В механіці суцільних середовищ визначення внутрішніх сил – одна із основних задач.

Під дією зовнішніх сил тіло деформується, в ньому виникають внутрішні сили, для визначення яких виходять із *принципу рівноваги*: якщо частина суцільного середовища, обмежена замкнутою поверхнею, знаходиться в спокої чи рухається, то масові сили, діючі в цей момент на цю частину, *знаходяться в рівновазі* з поверхневими силами, які діють в цей момент на поверхню, причому при русі середовища сили інерції мають бути внесені в масові сили.

Для того, щоб розрахувати теоретично процеси деформування суцільних тіл, необхідно використати фізичні закони, які управляють цими процесами. Ці закони можна розділити на дві групи:

- до першої групи входять фізичні залежності універсального характеру, які дійсні для будь-яких тіл,
- друга група закономірностей визначає часткові властивості середовища.

До закономірностей першої групи відносяться закони збереження маси, кількості руху, енергії, закон ентропії.

Закон збереження енергії і балансу ентропії відносяться до законів феноменологічної термодинаміки і для їх формулювання необхідно визначити, що розуміють під термодинамічною системою в механіці деформованих середовищ.

За термодинамічну систему в механіці деформованих середовищ береться мала підобласть суцільного середовища, яка містить, однак, досить велику кількість атомів і молекул для того, щоб основні гіпотези механіки неперервних (суцільних) середовищ залишались дійсними.

Історично термодинаміка виникла як наука, яка вивчає перехід теплоти в механічну роботу, що диктувалось, передусім, необхідністю дати теоретичні основи роботи теплових машин.

Сучасна термодинаміка – це наука, що вивчає взаємний зв'язок між різними видами енергії і вплив цього зв'язку на властивості фізичних тіл. Таким чином, особливістю термодинаміки є розгляд процесів, що проходять в природі, з точки зору перетворення енергії в цих процесах.

Термодинаміка є логічний розвиток трьох законів, які лежать в її основі і є узагальненням величезного людського досвіду.

– Перше начало термодинаміки є закон збереження і перетворення енергії.

– Друге начало термодинаміки характеризує напрям протікання термодинамічного процесу.

– Третє начало термодинаміки стверджує, що абсолютний нуль температури недосяжний.

Закон збереження енергії (*перший закон термодинаміки*) звучить так: при замкненому процесі (тобто процесі, який можна зобразити неперервною замкненою кривою в просторі станів) повний *притік енергії* до системи *дорівнює нулю*.

Повний притік енергії подається у вигляді трьох складових:

$$\delta A^e + \delta Q^e + \delta Q^{**} \quad (1.1)$$

δA^e – притік механічної енергії, тобто робота зовнішніх масових і поверхневих сил;

δQ^e – притік тепла (відповідно до сучасних уявлень – невидимий рух мікроскопічних частинок середовища);

δQ^{**} – об'єднує всі решта притоки енергій, які різняться від механічної і теплової.

Висновком з цього закону є те, що вираз (1.1) являє собою повний диференціал деякої функції E , яку називають повною енергією:

$$E = \delta A^e + \delta Q^e + \delta Q^{**}. \quad (1.2)$$

Внутрішня енергія системи є *потенціалом* при постійній ентропії.

Щодо другого закону термодинаміки: існує функція стану системи, яку називають *ентропія*, така, що для будь-якого незворотного процесу, який пов'язує два нескінченно близьких стани, має місце співвідношення

$$TdS = \delta Q^e + \delta Q', \quad (1.3)$$

де T – параметр стану, який називають температурою;

величина $dQ' \geq 0$ (1.4)

називається некомпенсованою теплотою.

Рівняння (1.3) називається рівнянням балансу ентропії, а сукупність (1.3) і (1.4) – це математичне формулювання *другого закону термодинаміки*. Поняття ентропії ввів в 1865 р. Клаузіус (від грецького *τροπή* – перетворення). Коротке формулювання першого та другого закону термодинаміки Клаузіуса:

1 – Енергія Всесвіту постійна.

2 – Ентропія Всесвіту прямує до максимуму.

Згідно з зауваженнями Д. Тер Хаара та Г. Вергеланда [54] ці формулювання не можна признати удачними, оскільки закони термодинаміки, знайдені для обмежених систем, не бажано екстраполювати на весь Всесвіт.

Для адіабатичних процесів (процеси, за яких система, що розглядається, не обмінюється теплом з навколишнім середовищем):

$$S_2 \geq S_1, \quad (1.5)$$

де S – ентропія.

Із виразу (1.5): якщо процес $1 \rightarrow 2$ здійснюється спонтанно, то ентропія кінцевого стану 2 має бути більшою, ніж ентропія початкового стану. В цьому і полягає зміст тверджень Клаузіуса «Ентропія Всесвіту прямує до максимуму».

Рівняння стану – одне із основних понять термодинаміки. Це функціональна залежність між параметрами термодинамічної системи: тиском p , об'ємом V і температурою T :

$$F(p, V, T) = 0, \quad (1.6)$$

де кожна із змінних є функцією двох інших.

Рівняння стану можна отримати експериментально і теоретично. Подібне рівняння має сенс лише для *рівновісних* систем, в яких температура і тиск однакові у всіх точках системи.

1.2 Сучасні числові методи визначення НДС будівельних конструкцій

Під впливом гравітаційних сил тяжіння та техногенного зовнішнього навантаження в елементах будівельних конструкцій виникає напружено-деформований стан (НДС). Для забезпечення надійного прогнозування НДС будівельних конструкцій використовуються сучасні ЕОМ та числові методи (МСЕ, МГЕ), але тема залишається актуальною науковою задачею, оскільки відповідає пріоритетним напрямкам в будівництві із забезпечення міцності та стійкості споруд.

Підвищення достовірності прогнозу міцності та ефективності будівельних конструкцій потребує дослідження аналізу впливів основних чинників з метою напрацювання математичних моделей для прогнозу та управління НДС споруд.

Орієнтація на використання ЕОМ обумовлена складністю задач практичного будівництва та необхідністю використання бібліотек предметно орієнтованих програм.

Серед сучасних числових методів виділилась основна група розв'язання крайових задач будівельної механіки та механіки твердого деформованого тіла – метод скінченних елементів (МСЕ) та метод граничних елементів (МГЕ).

МСЕ, МГЕ привернули до себе увагу дослідників переважно тією властивістю, що суцільне середовище розбивається на ряд елементів, які можна розглянути як окремі частини. В цих числових методах реалізовано запропоновану Пуассоном ідею – розв'язання задачі про напружено-деформований стан складної конструкції виконувати шляхом подання її з елементарних фрагментів [27].

При вивченні курсу будівельної механіки проводиться класифікація споруд. За геометричними признаками їх можна розділити на:

- стержневі системи, тобто системи, що складаються із одновимірних елементів,
- двовимірні конструкції типу пластин та оболонок,
- тривимірні масивні споруди.

Для розрахунків різних типів конструкцій існують різні методи. Якщо в основу розрахунку покласти диференціально малий елемент, то задача зведеться до диференціальних рівнянь. Розв'язання багатьох реальних задач за допомогою диференціальних рівнянь з огляду на наявність складного контуру, покрової зміни жорсткості і т. д. викликає великі складнощі.

Давно виявленими засобами розв'язку важких прикладних задач є варіаційні методи, які поряд з МСЕ широко використовуються в сучасних програмних комплексах. МСЕ мінімізацією потенціальної енергії системи дозволяє звести задачу до системи лінійних алгебраїчних рівнянь [50].

МСЕ – числовий метод розв'язання диференціальних рівнянь чи систем диференціальних рівнянь.

Основна концепція МСЕ – будь-яку неперервну величину (температуру, тиск, переміщення) можна апроксимувати дискретною моделлю, що будується на множині кусково-неперервних функцій.

Неперервна величина апроксимується в кожному скінченному елементі (СЕ) поліномом, який підбирається так, щоб зберігалась неперервність переміщень u та напружень q по всіх СЕ.

Вузлові значення поліномів мають бути «відрегульовані» так, щоб забезпечувалось найкраще наближення до дійсного значення шуканої функції (u чи q).

Це «регулювання» здійснюється шляхом мінімізації деякої величини, пов'язаної з фізичною суттю задачі. В задачах механіки деформованого тіла мінімізується потенціальна енергія системи.

Із всіх переміщень, що задовольняють кінематичні граничні умови, стаціонарне (екстремальне) значення потенціальної енергії забезпечать ті переміщення, які задовольняють рівняння рівноваги.

В цьому посібнику розглядаються споруди як системи, що складаються із ідеально пружних і лінійно деформованих тіл. Переміщення і деформації лінійно деформованих систем підлягають принципу незалежності дії сил, відповідно до якого ефект сумісної дії сил дорівнює сумі ефектів дії кожної сили окремо.

- В основу теорії пружності покладено 2 співвідношення:
- закон Гука,
 - співвідношення між деформаціями та переміщеннями:

$$\begin{aligned}
 |\sigma| &= |D| \cdot |\varepsilon|; & \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\
 |\varepsilon| &= |B| \cdot |U| & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x};
 \end{aligned}
 \tag{1.7}$$

N – матриця форми, пов’язує переміщення вузлів з переміщеннями СЕ, це інтерполяційна функція.

B – матриця градієнтів, похідна від матриці форми N .

K – матриця жорсткості – отримується шляхом мінімізації функціоналу енергії деформацій (із використання варіаційного принципу Лагранжа, принципу можливих переміщень: якщо система в рівновазі, сума робіт внутрішніх і зовнішніх сил на будь-яких можливих переміщеннях дорівнює нулю).

D – матриця піддатливості, матриця, обернена до матриці жорсткості.

1.3 Загальна характеристика існуючих програмних комплексів, що дозволяють виконувати математичне моделювання, їх переваги та недоліки

Потужний сучасний метод досліджень – числовий експеримент (для деяких задач єдино можливий) об’єднує єдиний фізичний зміст задачі, її математичне формулювання і числовий спосіб вирішення. Проблему прогнозування поведінки сучасної висотної споруди (системи «будівля–фундамент–основа») можна вирішити лише засобами числового моделювання з використанням швидкодійних ЕОМ та сучасних числових методів розв’язання крайових задач – методу скінченних елементів та методу граничних елементів.

Сучасні ЕОМ та інформаційні технології ліквідували бар’єр між проектувальником та програмним забезпеченням. Зараз ЕОМ незмінний інструмент, без якого немислима робота інженера-будівельника. Насамперед це програми для підготовки креслень та, звичайно, розрахункові програмні комплекси (ПК). Сучасні ПК дають можливість глибокого аналізу конструктивних рішень. Інколи задача проектування поставлена недостатньо чітко і можливі зміни під час проектування. Тому процес проектування досить часто має ітераційний характер, при виконанні цих ітерацій вирішуються проблеми економічності, міцності та безпеки споруди.

Сучасна картина розрахункового обґрунтування проєктованих конструкцій будівель, їх фундаментів і основ передбачає проведення

досліджень НДС повної системи «будівля – основа – фундамент» на обчислювальних комплексах, що реалізують метод скінченних елементів.

Нині існує більше сотні програмних комплексів, більшою або меншою мірою орієнтованих на розрахунок конструкцій [15, 29, 30]. Всіх їх об'єднує реалізація МСЕ в переміщеннях. Це говорить про те, що ще не знайдена дієва альтернатива МСЕ в переміщеннях, хоча цей метод має деякі недоліки при розрахунках наземної частини споруди: не враховуються граничні умови на межі лінійного контакту сусідніх елементів, які відображають значення зусиль і напружень в цій зоні, збіжність рішень за напруженнями значно менша, ніж за переміщеннями, навіть у разі, коли дослідника цікавлять параметри НДС в локальній зоні, у будь-якому випадку необхідно розглядати скінченно-елементну модель всієї конструкції [22].

Як наслідок, ейфорія від можливостей МСЕ, характерна для перших етапів його розвитку, вже давно пройшла. Короткі відомості про сучасні програмні комплекси, в яких реалізується МСЕ, подано в табл. 1.1, яка містить таку інформацію:

Таблиця 1.1 – Відомості про програмні комплекси

Назва програмного комплексу	Повнота БСЕ	Суперелементи	Фізична нелінійність	Геометрична нелінійність	Системи конструювання			Монтаж
					залізобетон	метал	грунт	
STRAP		-	-	-	+	+		-
COSAR	3D, 2D*	-	+	-	-	-		-
PLAXIS			+	-			+	
Z-SOIL			+	-			+	
CRISP			+	-			+	
LS-DYNA			+	-			+	
ABAQUS			+	-			+	
CAM-CLAY			+	+			+	
SCAD		+	+	+	+	+	+	-
NASTRAN		+	+	+	-	-		-
STRUDL		+	+	+	+	+		-
ANSYS		+	+	+	-	-	+	+
LUSAS		-	-	-	-	-		-
ROBOT	3D, 2D*	-	-	-	+	+		-
CADFEM		-	+	+	-	-		-
ADINA		-	+	-	-	-		-
DIANA		-	+	+	+	+		-
SOLVIA		-	+	+	-	-		-
LISA		-	+	+	-	-		-
COSMOS		-	+	+	-	-		-
STARK		+	-	-	+	+		-
LIRA		+	+	+	+	+	+	+

3D – дозволяють виконувати тривимірні скінченно-елементні розрахункові схеми;

2D* – лише двовимірні скінченно-елементні розрахункові схеми.

- Назва відповідного програмного комплексу;
- «Повнота бібліотеки скінченних елементів» – для універсального програмного комплексу дуже важливо, щоб клас вирішуваних задач (стержневі системи, комбіновані системи) був достатньо широким;

- «Суперелементи» – реалізація суперелементного підходу [32] нині має велике значення через те, що, як правило, для сучасних об'єктів будівництва (багатопогонові покриття, висотні будівлі) використовується багаторозмірна скінченно-елементна модель. Оскільки практично у всіх програмних комплексах для розв'язання систем лінійних рівнянь реалізований метод виключень Гаусса та його численні модифікації (фронтальний метод, метод Халецького, метод хмарочосів, стрічковий метод), кількість розв'язуваних рівнянь, як правило, обмежується 200-300 тисячами невідомих (через погіршення обумовленості матриці при збільшенні кількості невідомих), суперелементний підхід, у багатьох випадках, вирішує цю проблему [68];

- «Фізична і геометрична нелінійність» [53, 55, 68] – ця характеристика програмного комплексу також дуже важлива, оскільки комп'ютерне моделювання будівельних об'єктів, що не мають аналогів, дозволяє застосування моделей, максимально наближених до дійсної роботи матеріалу (тріщиноутворення і повзучість бетону, суттєва зміна геометрії під навантаженням для таких конструкцій як вантові покриття, мембрани, тонкостінні бункери, силоси);

- «Системи конструювання: залізобетон, метал, ґрунт» – для проектування будівельних конструкцій дуже важливо, щоб програмний комплекс автоматизував не тільки статичний і динамічний розрахунок, але й операції, пов'язані з проектуванням залізобетонних і металевих конструкцій [60, 52]. Якщо алгоритмування скінченно-елементної процедури нині вже стало долею окремих науковців або навіть студентів, то формалізація проектних операцій (підбір і перевірка перерізів залізобетонних і металевих елементів як мінімум, і видача робочих креслень як максимум) може бути здійснена аналітиками, що мають великий досвід проектування і знають не тільки набір національних норм, але й специфіку проектування того чи іншого регіону. Тому, якщо відомих програмних комплексів, що реалізують МСЕ достатньо (більше сотні), то число конструюючих підсистем явно обмежене [27];

- «Монтаж» – наявність цієї процедури нині викликає великий інтерес у фахівців, оскільки процес зведення складної споруди пов'язаний з

багатостадійною зміною конструктивної схеми. Причому, кожна стадія зведення може бути визначальною для того чи іншого конструктивного елемента.

Для фахівця, що займається безпосередньо проектуванням будівельних об'єктів, безумовно, зручнішим у використанні буде програмний комплекс, що має конструктивні підсистеми, в яких реалізовані стандарти і норми того регіону, для якого фахівець виконує проектування [27]. Американські програми, що мають конструювальні підсистеми, в основному реалізують норми США і Канади. Європейські програми, включно й програмні комплекси STARK і LIRA реалізують Єврокод. В програмних комплексах STARK і LIRA реалізовані також норми країн СНД, тому для цього регіону саме ці програмні комплекси є найпривабливішими.

Поява ПЕОМ в кінці 80-х змістила акценти в процесі створення і функціонування проектуючих систем [29]. У проектувальників з'явилась можливість виконувати проектування в режимі реального часу і повною мірою використовувати переваги системи «інженер-комп'ютер».

Першим результатом у цьому напрямку було створення потужної графічної системи AutoCAD. На початку 90-х років багато спеціалістів із САПР дійшли висновку, що графічні системи і створювані на їхній основі моделі об'єктів мають стати ядром майбутніх проектувальних систем [27]. Таким чином, можна виділити декілька основних напрямків розвитку сучасних проектувальних систем:

- графічні системи типу (AutoCAD) з потужним апаратом створення на екрані комп'ютера графічного відображення об'єкта;
- графічні системи типу ArhiCAD, InteAR, Arhitektural Desktop з потужним апаратом графічного діалогу, що дозволяє створювати графічну модель об'єкта, відображати його геометричні та візуальні характеристики, 3D-моделювання [30];
- проблемно-орієнтовані проектувальні наукоємні системи типу ЛІРА, SCAD, NISA, ANSYS, COSMOS з товарицьким вузькопрофесійним оформленням діалогу спілкування. Ці програмні комплекси мають добре структуровану числову модель об'єкта, містять цілий ряд чисто проектних процедур. Однак такі комплекси мають досить обмежене коло вирішуваних задач, а тому потребують від користувача (інженера, науковця) глибоких професійних знань предметної області.

Вітчизняний ПК «ЛІРА 9.4» – це багатофункціональний програмний комплекс для розрахунку, дослідження і проектування конструкцій різного призначення.

ПК «ЛІРА 9.4» з успіхом застосовується в розрахунках об'єктів будівництва, машинобудування, мостобудування, атомної енергетики,

нафтодобувної промисловості і в багатьох інших сферах, де актуальні методи будівельної механіки.

Окрім загального розрахунку моделі об'єкта на всі можливі види статичних навантажень, температурних, деформаційних і динамічних впливів (вітер з урахуванням пульсації, сейсмічні впливи) ПК ЛІРА автоматизує ряд процесів проектування: визначення розрахункових сполучень навантажень і зусиль, призначення конструктивних елементів, підбір і перевірка перерізів металевих і залізобетонних конструкцій з формуванням ескізів робочих креслень колон і балок.

ПК ЛІРА дозволяє досліджувати загальну стійкість розраховуваних моделей, перевіряти міцність перерізів елементів за різними теоріями руйнувань, надає можливість проводити розрахунки з врахуванням фізичної і геометричної нелінійності, моделювати процес зведення споруди з урахуванням монтажу і демонтажу елементів. ПК ЛІРА має інформаційний зв'язок з найбільш поширеними графічними і архітектурними системами AutoCAD, ArhiCAD, Allplan [53].

ПК Structure SCAD реалізований як інтегрована система міцнісного аналізу і проектування конструкцій на основі методу скінченних елементів та дозволяє визначити напружено-деформований стан конструкцій від статичних і динамічних впливів, а також виконати ряд функцій моделювання та проектування елементів конструкцій [24].

В основу комплексу покладена система функціональних модулів, пов'язаних між собою єдиним інформаційним середовищем. Це середовище називається проектом і містить повну інформацію про розрахункову схему, подану у внутрішніх форматах комплексу. В процесі формування розрахункової схеми проект наповнюється інформацією і зберігається на диску у файлі (з розширенням SPR). Імена проекту і файлу задаються при створенні нової схеми.

Створити проект можна і шляхом імпорту даних, що описують розрахункову схему або її частину на вхідній мові. В процесі імпорту виконується перетворення з текстового подання схеми у внутрішні формати, тобто в проект. Можливість переходу від текстового подання схеми до проекту забезпечує мовну сумісність з комплексами SCAD DOS, Міраж, ЛІРА і сумісними з ними за вхідною мовою програмними комплексами [24].

Геометрія розрахункової схеми також може бути сформована і за допомогою системи AutoCAD. В цьому випадку створюється *.dxf файл, який імпортується в SCAD. Номери вузлів і елементів розрахункової схеми, а також типи елементів в процесі імпорту призначаються автоматично.

Розділ 2 ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

2.1 Постановка задач будівельної механіки. Основні рівняння теорії пружності. Історія розвитку МСЕ

Напружено-деформований стан (НДС) довільної системи можна знайти за допомогою двох еквівалентних підходів: локального і інтегрального.

Локальний класичний підхід базується на записі повної системи рівнянь будівельної механіки (рівнянь статичних, геометричних, фізичних), котрі записують для нескінченно малого елемента. Це приводить до розрахункових рівнянь в частинних похідних. Така повна система рівнянь містить 15 невідомих: 6 – напружень (тензор напружень $T\sigma$), 6 – деформацій (T), 6 – переміщень (3 – лінійні, 3 – кутові).

Запис повної системи рівнянь будівельної механіки [49] з використанням узгоджень про підсумовування Ейнштейна (похідні за просторовими координатами позначаються комою):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad (2.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

В рамках лінійної теорії пружності зв'язок між σ – ε підлягає узагальненому закону Гука. В області малих деформацій він досить точно описує стан багатьох реальних матеріалів.

Матричний запис розрахункових рівнянь :

$$\begin{aligned} |A| * \{S\} &= \{F\} \\ \{\varepsilon\} &= [A]^T * \{\Delta\} \\ \{\varepsilon\} &= [D] * \{S\} \end{aligned} \quad , \quad (2.2)$$

де $|A|$ – матриця умов рівноваги; $\{F\}$ – вектор завданого навантаження; $\{S\}$ – шуканий вектор зусиль; $\{\Delta\}$ – шуканий вектор переміщень; $\{\varepsilon\}$ – шуканий вектор деформацій; $|D|$ – матриця жорсткості; $|A|^T$ – матриця градієнтів від матриці умов рівноваги.

Сучасні ЕОМ, що надійшли в розпорядження дослідників, сприяли швидкому розвитку більш удосконалених методів розрахунку споруд.

Інтегральний метод базується на варіаційному численні, яке лежить в основі методу скінченних елементів (МСЕ), основним поняттям якого є енергія. Енергетичний (термодинамічний) метод вивчення явищ природи розглядає зміни в системі як виділення чи поглинання енергії, перетворення одних видів енергії в інші. Цей метод встановлює загальний напрям процесів, визначає кінцевий стан, але не дозволяє розглянути протікання процесу.

Енергія – це найбільш загальна кількісна характеристика руху. Внутрішня енергія системи – кількісна форма всіх форм руху, що проявляються при взаємодії елементів системи, утворюючих структуру даного рівня.

МСЕ виник в 50-х роках ХХ століття. На сьогоднішній день це один із основних дійових числових методів розрахунку конструкцій на статичні, динамічні впливи, дію температури та вимушені осідання опор. МСЕ відкриває можливість розрахунку споруд за уточненими розрахунковими схемами з більш повним урахуванням фізичних властивостей матеріалів і особливостей роботи конструкцій. Це піднімає надійність і забезпечує економічність споруд.

В сучасних числових методах (МСЕ, МГЕ) реалізована ідея Пуассона розглядати НДС реального об'єкта як складові скінченних елементів його частин.

МСЕ базується на розгляді конструкцій у вигляді сукупності окремих конструктивних елементів, з'єднаних у кінцевому числі вузлових точок. Наявність ЕОМ та програмних комплексів (ПК) дає можливість автоматизувати розрахунковий процес, інженер має описати ідеалізовану конструкцію та навантаження. Все необхідне для повного розрахунку є в бібліотеці ПК і приводиться автоматично в дію в потрібній послідовності.

Оскільки МСЕ розглядає елемент скінченних розмірів, з'являється можливість переходу від системи з нескінченним числом ступенів вільності до системи із скінченним числом параметрів. Вищесказане свідчить про те, що діяльність інженера-будівельника в сучасних умовах неможлива без знань та використання числового МСЕ.

2.2 МСЕ як математична основа для числового моделювання будівельних конструкцій та споруд

Основні етапи розрахунку за МСЕ такі:

1. Дискретизація об'єкта (розбивка на окремі скінченні елементи).
2. Запис основних залежностей. Щоб утворити єдину систему із СЕ, об'єднаних в вузлах, записуються умови (2.1):
 - а) – рівноваги сил в вузлах (статичні рівняння),
 - б) – нерозривності переміщень в вузлах (геометричні умови),
 - в) – залежності між переміщеннями і реакціями (фізичні рівняння).

Умови нерозривності виконуються автоматично, оскільки переміщення вузлів розрахункової схеми є спільними для СЕ, об'єднаних в одному вузлі.

Основна система МСЕ – сукупність СЕ. За умови розгляду МСЕ у формі методу переміщень вузлам розрахункової схеми надаються додаткові зв'язки, в яких виникають реакції (реактивні моменти та реактивні сили). Рівняння рівноваги складаються, виходячи з рівноваги сил в вузлах основної системи МСЕ, на які накладаються додаткові зв'язки (згідно з методом переміщень).

$$\{F\} - \{R\} = 0, \quad (2.3)$$

де $\{F\}$ – вектор вузлових навантажень в вузлі;

$\{R\}$ – вектор сумарних реакцій в вузлі для всіх стержнів, що входять в цей вузол.

Між реакціями і переміщеннями існує в пружній стадії лінійна залежність (фізичні рівняння):

$$\{R\} = [K], \quad (2.4)$$

де $\{R\}$ – вектор шуканих реактивних зусиль та реактивних моментів,

$[K]$ – матриця жорсткості СЕ, пошук якої в МСЕ базується на варіаційних принципах будівельної механіки (запис виразу потенціальної енергії системи та його мінімізація).

Матриця жорсткості $[K]$ характеризує пружні властивості скінченних елементів (стержнів, пластин, оболончастих СЕ....).

Цю ж систему основних залежностей МСЕ можна отримати із умови мінімуму функціонала – виразу повної потенціальної енергії системи, тобто із варіаційного рівняння Лагранжа за принципом найменшої дії:

$$\delta\Pi = \delta(U - A), \quad (2.5)$$

де A – робота зовнішніх сил (потенціал зовнішніх сил) ;

U – робота внутрішніх сил (потенціальна енергія пружних деформацій розтягу, згину, зсуву).

Згідно з принципом можливої роботи І. Бернуллі [17, 26, 47], відомого як загальний принцип рівноваги механіки, в стані рівноваги робота всіх прикладених до неї сил, які сумісні з кінематичними умовами, дорівнює нулю. Тобто, коли $\delta U + \delta A = 0$, система знаходиться в рівновазі.

3. Запис виразу повної потенціальної енергії системи. На понятті енергії оснований багато методів механіки суцільних середовищ. Доцільність їх використання виходить з того, що енергія являє собою добре вивчену інваріантну величину і тому не залежить від системи координат.

4. Апроксимація шуканих переміщень.

5. Мінімізація виразу потенціальної енергії системи.

Як відомо, розв'язати варіаційну задачу – це значить знайти таку систему переміщень, котра забезпечить мінімум функціонала повної потенціальної енергії системи. Для реалізації задачі система переміщень апроксимується рядом [12, 14,17]

$$U = \sum q_i \cdot f_i, \quad (2.6)$$

де f_i – координатна функція,

q_i – ступені вільності; знаходяться з умови мінімуму функціоналу.

$$d\Pi \frac{d\Pi}{dq_i} = 0, \quad (2.7)$$

які і будуть канонічними рівняннями МСЕ.

6. Рішення отриманої СЛАР. Знаходження шуканого НДС системи.

МСЕ дає можливість сучасному проектувальнику розв'язати двоєдину задачу – забезпечити надійність об'єкта при найменших затратах матеріалів.

Задачі будівельної механіки формулюються у вигляді диференціальних рівнянь. Середовище подається як сукупність СЕ малих розмірів. Переміщення, деформації, напруження кожного СЕ виражаються через переміщення і реактивні сили на його кінцях. СЕ пов'язані в вузлових точках (вузлах). Об'єднання скінченних елементів в одну систему здійснюється записом рівнянь рівноваги для вузлів, де прикладаються реакції взаємодії (внутрішні напруження в місцях стиковки). Кінці СЕ переміщуються разом з вузлами, забезпечуючи нерозривність деформацій. НДС всієї моделі визначається переміщеннями у вузлових точках. Такі моделі називають дискретними.

Повна потенціальна енергія деформацій стержня:

$$\Pi = U + A, \quad (2.8)$$

де U – потенціальна енергія деформацій, запис U через внутрішні зусилля:

$$U = \sum \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx + \sum \int_0^l \frac{N^2}{2EA} dx + \eta \sum \int_0^l \frac{Q^2}{2GA} dx, \quad (2.9)$$

запис U через подовжені деформації ε , кривизни χ , кути зсуву γ :

$$U = \int_0^l (M \cdot \chi + N \cdot \varepsilon + Q \cdot \gamma) dx, \quad (2.10)$$

A – потенціал зовнішніх сил (A – від'ємне).

Виразивши потенціальну енергію моделі через визначальні параметри, одержуємо систему рівнянь відносно цих параметрів. Таким чином, задача про рівновагу стержневої системи зводиться до задачі про

рівновагу скінченної кількості вузлів. До отриманої системи рівнянь застосовуються варіаційні методи.

Можливість побудови точних рішень для прикладних задач теорії пружності обмежена. Як для плоских, так і для просторових задач точні рішення можна отримати для областей з геометрично простими границями. З цієї причини давно усвідомлена необхідність використання ефективних числових методів.

Теоретичною основою ПК ЛРА є метод скінченних елементів (МСЕ), реалізований у формі переміщень [53]. В МСЕ в формі переміщень шуканими функціями є переміщення, які визначаються із умови мінімуму функціонала Лагранжа. Вибір саме цієї форми пояснюється простотою її алгоритмізації і фізичної інтерпретації, наявністю єдиних методів побудови матриць жорсткості і векторів навантажень для різних типів скінченних елементів, можливістю врахування довільних граничних умов і складної геометрії конструкції, що розраховується.

Основний принцип МСЕ – поведінка складного суцільного середовища може бути апроксимована сумарною поведінкою складових елементів цього середовища.

Метод скінченних елементів є варіаційним, оскільки його основні розрахункові рівняння можуть бути отримані безпосередньо із варіаційного принципу Лагранжа. Тобто, із множини кінематично-допустимих системою переміщень, що відповідають заданим граничним умовам, ті, які задовольняють вимоги рівноваги, надають потенціальній енергії системи стаціонарного значення. В стані стійкої рівноваги величина виразу потенціальної енергії системи (функціонал) мінімальна.

На варіаційних методах базується більшість сучасних наближених числових методів, які отримали значне поширення завдяки сучасним ЕОМ. Варіаційні методи мають багато характеристик, найважливіші з них: значна узагальненість, універсальність, в силу чого наявні широкі можливості для застосування; інваріантність форми подання рівнянь руху; логічна послідовність.

В варіаційних методах загальною характеристикою є енергія системи, робота зовнішніх та внутрішніх сил.

На понятті енергії оснований багато методів механіки суцільних середовищ, доцільність цих методів базується на тому, що енергія являє собою добре вивчену інваріантну величину і тому не залежить від системи координат.

При застосуванні інтегрального напрямку потрібно знаходити мінімум та максимум функціоналів. В основі розрахункових рівнянь МСЕ лежить класичний варіаційний принцип Лагранжа. Повна потенціальна енергія тривимірної системи:

$$\Pi = U - W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma \varepsilon d\Omega - \int_{\Omega} p u d\Omega = \int_a^b F(x, y, y') dx = \frac{EI}{2} \int_a^b (y'')^2 dx - q \int_a^b y dx, \quad (2.11)$$

де U – потенціал деформацій,

W – потенціал зовнішніх сил, де перша складова – робота внутрішніх сил; друга складова з від'ємним знаком – робота зовнішніх сил.

Невідомі ступені вільності системи (фізичний зміст яких – лінійні та кутові переміщення) визначаються з умови мінімуму функціонала повної потенціальної енергії системи

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \Pi(q) = \frac{\partial}{\partial q_i} U(q) - \frac{\partial}{\partial q_i} W(q) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.12)$$

В (2.11), (2.12) y – невідома шукана функція; F – повна потенціальна енергія одиниці довжини системи – тобто робота зовнішніх і внутрішніх сил системи при переході її із деформованого стану в початковий недеформований; ε – нескінченно мала величина; $\phi(x)$ задовольняє умови неперервності та диференційованості.

Після диференціювання за кожним ступенем вільності системи отримуємо систему визначальних алгебраїчних рівнянь, яка в математичному вигляді записується так:

$$|K| \cdot \{q\} = \{P\}, \quad (2.13)$$

де $|K|$ – матриця жорсткості системи;

$\{q\}$ – вектор ступенів вільності системи;

$\{P\}$ – вектор зовнішніх сил системи.

Дискретизація дослідної системи скінченими елементами приводить до виразу:

$$\Pi = \sum_{\kappa=1}^m \Pi_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^m U_{\kappa} - \sum_{\kappa=1}^m W_{\kappa}. \quad (2.14)$$

А визначальні алгебраїчні рівняння записуються:

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n \Pi_r \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.15)$$

звідки:

$$\frac{\partial}{\partial q_r} U(q_r) = |K_r| \cdot \{q\}_r, \quad \frac{\partial}{\partial q_r} W(q_r) = \{P\}_r. \quad (2.16)$$

З принципу можливих переміщень елемент матриці жорсткості r -го скінченного елемента:

$$k_{ij,r} = \int_{\Omega} \sigma_i \varepsilon_i d\Omega. \quad (2.17)$$

Переміщення по області r -го скінченного елемента:

$$u_r = \sum_{i=1}^n q_i \cdot f_i. \quad (2.18)$$

Апроксимувальному поліному розподілу переміщень f_i відповідає q -ий ступінь вільності. Компоненти НДС r -го скінченного елемента:

$$\{\varepsilon\}_r = |D|_r \cdot |u|_r \cdot \{q\}_r, \quad \{\sigma\}_r = |E|_r \cdot |u|_r \cdot \{\varepsilon\}_r, \quad \{R\}_r = |k|_r \cdot |u|_r \cdot \{q\}_r, \quad (2.19)$$

де $|u|_r$ – матриця апроксимувальних функцій переміщень r -го скінченного елемента;

$\{R\}_r$ – вектор зовнішніх навантажень.

Інтегральний напрямок опирається на екстремальні принципи, з яких можна отримати розв'язки задач статички, динаміки, стійкості, тобто він є універсальним.

Задачі на пошук мінімуму та максимуму функціоналів – це варіаційні задачі, а набувають функціонали стандартного значення, коли швидкість змінення їх в точці дорівнює нулю, тобто дорівнює нулю перша похідна функціонала.

Умови, коли функціонали набувають стаціонарного значення, називаються екстремумами. Нехай на площині маємо 2 зафіксовані точки А та В (рис. 2.1). Проведемо через них криві $y(x)$ та $\bar{y}(x)$, які відрізняються на нескінченно малу величину, названу Лагранжем варіацією.

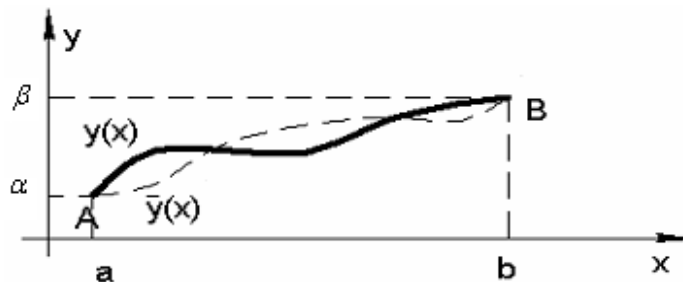


Рисунок 2.1 – До поняття варіації функції

$$\delta y = \varepsilon \cdot \phi(x) = y(x) - \bar{y}(x). \quad (2.20)$$

Символ δy запропонований Лагранжем, щоб підкреслити його віртуальний характер. Варіювання означає нескінченно малу зміну функції при фіксованому значенні x . При цьому $\delta x = 0$ (що фіксується, та не варіюється). Як відомо, варіювання подібно диференціюванню і при звичайному аналізі функції виконується за тими ж правилами, але не

пов'язане з дійсною зміною незалежної змінної. Це свого роду математичний експеримент над сукупністю змінних.

Більшість методів розв'язання варіаційної задачі ґрунтовано на використанні необхідних умов екстремуму функції, якими є диференціальні рівняння плюс граничні умови. Так Ейлер та Лагранж запропонували шукати екстремальні значення функціоналів, перейшовши до розв'язання крайової задачі.

Оскільки розв'язання крайової задачі (2.11) в більшості практичних випадків призводить до значних математичних ускладнень, варіаційні методи замість розв'язку диференціальних рівнянь в частинних похідних розв'язують деяку задачу мінімізації, в якій згідно з методом Рітца шукана функція апроксимується найкраще підібраним аналітичним виразом.

В методі Рітца суттєвим є підбір підходящої базисної функції, яка б задовольняла кінематичні граничні умови і близько апроксимувала дійсний обрис осі чи поверхні. При цьому розрахункові диференціальні рівняння координатна функція може не задовольняти. Точність методу Рітца залежить від того, наскільки точно вибрані для апроксимації базисні функції відповідають дійсній деформованій осі чи поверхні.

Виявляється, що функція (екстремаль), яка забезпечує мінімум виразу повної потенціальної енергії роботи (функціонала) є в той самий час розв'язком вихідного диференціального рівняння в частинних похідних (2.14).

Розрахунок за МСЕ розпочинається з дискретизації розрахункової схеми. Кожний скінченний елемент зберігає всі фізичні та геометричні властивості вихідного середовища і є елементом скінченних розмірів:

- стержень для одновимірних об'єктів,
- для дво- чи тривимірних об'єктів теорії пружності – це трикутні чи чотирикутні скінченні елементи, тетраедри.

На границі області задаються граничні умови, реактивні сили чи переміщення. Саме подання в МСЕ скінченних елементів кінцевих розмірів дає можливість перейти від реальної схеми з нескінченним числом параметрів НДС до системи з скінченним числом параметрів.

Компонування розрахункової схеми МСЕ та дискретизація об'єкта – основні етапи розрахунку. Спрощене зображення реальної споруди, яке присутнє в розрахунку замість самої споруди, є розрахунковою схемою.

Як відмітив проф. Ю. В. Верюжський [13,14], основними принципами створення розрахункових моделей споруд є такі положення:

- методи розрахунку мають витікати із форм руйнування і деформацій, підтверджених досвідом будівельної практики;
- розрахункова гіпотеза має ставити конструкцію в менш прийнятні умови, ніж ті, в яких дійсно знаходиться конструкція;
- набір розрахункових гіпотез має забезпечувати не лише міцність та стійкість, а й економічність конструкції;

– доцільно мати не одну модель, а систему апроксимувальних моделей роботи споруди, кожна з яких має свої межі застосування;

– апроксимувальна модель роботи споруди має не лише правильно відображати роботу реального об'єкта, але й бути настільки простою, щоб розрахунок не був занадто громіздким [15].

Компонування розрахункової схеми – це завжди компроміс. Розрахункову схему споруд komponують із стержнів, пластин, оболонок (завдяки їх вивченості це дає можливість передбачати їх поведінку). Спрощене, ідеалізоване зображення реальної системи, що присутнє в розрахунку замість самої системи – це розрахункова схема.

Вона складається із:

– геометричної схеми елементів конструкції (стержень, пластина, оболонка, масивне тіло), які описані в бібліотеці скінченних елементів з відомими їм базисними функціями, типами вузлових невідомих);

– прикладеного навантаження (розподіленого, зосередженого);

– опорних закріплень (зв'язків з землею, шарнірних чи жорстких);

– модельного середовища (усереднені фізико-механічні показники, які характеризують модельне середовище і для нього вже можна застосовувати математичний аналіз).

При переході від реального матеріалу до його модельного середовища використовують гіпотези суцільності та однорідності.

Розрахункова схема відрізняється від самої споруди вилученням несуттєвих особливостей. Етап вибору розрахункової схеми найважливіший. До методів схематизації відносяться:

– ідеалізація матеріалу у вигляді суцільного однорідного середовища;

– подання елементів будівлі у вигляді набору стандартних скінченних елементів (СЕ) – стержнів, пластин чи оболонок, поєднаних вузлами;

– ідеалізація форми зовнішніх сил.

Наступним є етап опису скінченно-елементної моделі будівлі у формі, придатній до розрахунку. Компонувці скінченно-елементної моделі споруди із «елементарних частинок» відповідає набір СЕ – із бібліотеки скінченних елементів конкретного програмного комплексу.

Всі СЕ та вузли розрахункової схеми нумеруються через необхідність робити на них посилання. Розв'язування проводиться енергетичним методом з використанням варіаційного обчислення.

Розв'язати задачу в варіаційній постановці – це значить знайти таку систему переміщень, **яка доставить мінімум функціонала повної потенціальної енергії системи.**

Як прийнято в варіаційних методах, шукані функції переміщень наближено подають в вигляді набору компонентів (в вигляді координатних функцій):

$$u = \sum_1^n q_i \cdot f_i, \quad (2.21)$$

де f_i – попередньо вибрані апроксимувальні функції (їх ще називають координатними функціями);

q_i – невідомі коефіцієнти (ступені вільності, фізичний зміст яких – вузлові, лінійні чи кутові переміщення).

В результаті введення такого роду апроксимації функціонал повної потенціальної енергії системи стає скінченно-вимірною функцією із ступенями вільності q_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$).

Ступені вільності визначаються із умови мінімуму функціонала повної потенціальної енергії, тобто варіаційного рівняння Лагранжа (2.5)

$$\delta\Pi = \delta(U - W),$$

де W – робота зовнішніх сил (потенціал зовнішніх сил);

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma \varepsilon d\Omega \quad - \quad \text{робота внутрішніх сил (потенціальна енергія}$$

деформації) в області Ω ;

σ, ε – напруження та деформації.

Умова мінімуму функціонала (2.12):

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \Pi(q) = \frac{\partial}{\partial q_i} U(q) - \frac{\partial}{\partial q_i} W(q) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (i = 1, 2, \dots, 4).$$

Після диференціювання функції багатьох змінних отримується система алгебраїчних рівнянь

$$\frac{\partial}{\partial q_i} U(q_1) + \frac{\partial}{\partial q_i} U(q_2) + \dots + \frac{\partial}{\partial q_i} U(q_n) = \frac{\partial}{\partial q_i} W(q_i). \quad (2.22)$$

Елементи правої частини (2.22) фактично є вузловими навантаженнями (реактивними зусиллями), тобто навантаженнями, до яких зведено місцеві навантаження, розподілені по області системи,

$$R_i = P_i = \frac{\partial}{\partial q_i} W(q_i). \quad (2.23)$$

Лівою частиною (2.22) буде добуток $|k| \cdot \{q\}$.

Тоді:

$$|k| \cdot \{q\} = \{R\} \quad (2.24)$$

буде розрахунковим рівнянням МСЕ. В фізичному змісті його можна трактувати як рівняння рівноваги. Елементи матриці жорсткості – це зусилля, що виникають у напрямку i -го ступеня вільності від j -го одиничного переміщення за умови, що всі решта ($i \neq j$) ступені вільності $q_i = 0$.

Як відомо, серцевиною математики є алгоритми, а решта – зручні поняття, доведення теорем про їх властивості. Алгоритмом розв'язування задач за МСЕ є така послідовність:

- побудова функціонала;
- дискретизація системи на СЕ і вибір координат функції;
- побудова матриці жорсткості $|k_{ij}|$ та зведення місцевого навантаження до вузлового для кожного СЕ;
- побудова канонічних рівнянь;
- розв'язування СЛАР;
- визначення компонентів НДС по області СЕ.

2.3 Бібліотека скінченних елементів

Основні скінченні елементи (СЕ) розрахункової схеми будівлі за МСЕ – стержневі та пластинчасті елементи.

Бібліотека скінченних елементів містить різні види стержневих елементів:

- елементи стержнів (рис. 2.3);
- чотирикутні і трикутні елементи задач на площині (плит, оболонки, балок-стінок (рис. 2.2, 2.4);
- елементи просторових задач: тетраедри, паралелепіпеди;

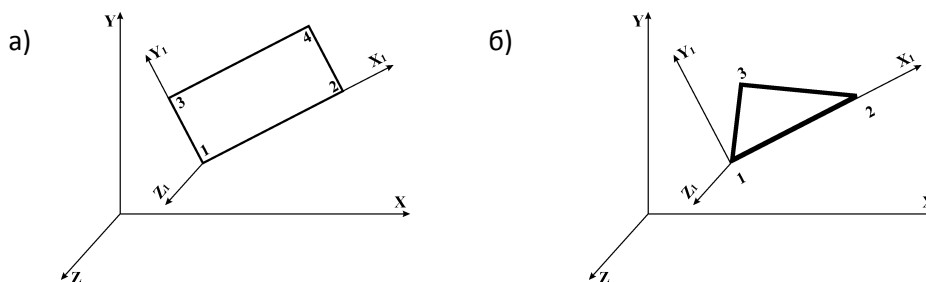


Рисунок 2.2 – Універсальний скінченний елемент плити:
а) прямокутний; б) трикутний

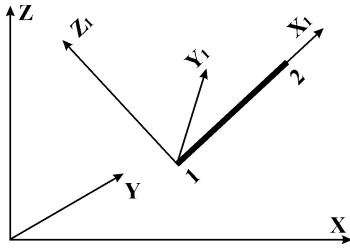


Рисунок 2.3 –
Універсальний стержень

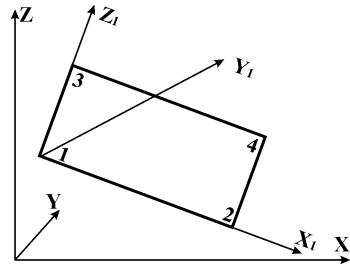


Рисунок 2.4 – Універсальний SE
плоскої задачі теорії пружності
(балка-стінка)

Крім того, в бібліотеці є різні спеціальні елементи, що моделюють зв'язок кінцевої жорсткості, пружну піддатливість між вузлами, елементи, що задаються числовою матрицею жорсткості [15, 27]. Всі скінченні елементи, внесені в бібліотеку, теоретично обґрунтовані, для них отримані оцінки погрішності за енергією і за переміщеннями. Погрішність за напруженнями оцінюється величиною, пропорційною h^τ , де h – максимальний з розмірів скінченних елементів, $\tau = 2$ для прямокутних і чотирикутних елементів плити, $\tau = 1$ для решти елементів. Погрішність за переміщеннями оцінюється величиною, пропорційною h^t , де $t=4$ для прямокутних елементів плити, $t=2$ для решти елементів. Теоретично обґрунтована також можливість завдання криволінійних стержнів прямолінійними елементами і довільних оболонок трикутними і прямокутними (для циліндрових оболонок) елементами плоскої оболонки [29]. Погрішність по напруженнях і переміщенням оцінюється в цьому випадку величиною, пропорційною h .

Після того, як задана конструкція подана у вигляді скінченно-елементної схеми, завдання про визначення переміщень вузлів зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду:

$$A * X = B, \quad (2.25)$$

де A – симетрична позитивно визначена матриця розміром $N \times N$;

B – матриця правих частин (завантажень) розміром $N \times k$ (k = кількість завантажень);

X – шукана матриця переміщень розміром $k \times N$.

Оскільки в більшості випадків матриця A є розрідженою, то для зменшення необхідної оперативної пам'яті, зовнішньої пам'яті і часу рахунку заздалегідь проводиться впорядкування невідомих системи (2.25) з метою мінімізації профілю матриці. Реалізовано декілька методів впорядкування, а саме:

- зворотний алгоритм Катхілла-Маккі,

- алгоритм «фактор дерев»,
- метод вкладених перетинів;
- алгоритм паралельних перетинів.

Користувачеві надана можливість вибору методу впорядкування. За замовчуванням використовується зворотний алгоритм Катхілла-Маккі, оскільки у цього методу мінімальні запити до оперативної пам'яті. Конкретні рекомендації для вибору методу впорядкування не можуть бути дані, оскільки ефективність того або іншого алгоритму істотно залежить від структури конкретної матриці A .

Для розв'язання системи (2.25) заздалегідь проводиться трикутне розкладання матриці A . Якщо в процесі трикутного розкладання матриці A з'ясується, що A вироджена, то проводиться автоматичне накладення зв'язків, які забезпечують геометричну незмінність. При цьому користувачеві надається інформація про номери вузлів і номери ступенів свободи, за якими проведено накладення зв'язків. В цьому випадку рекомендується уважно проаналізувати розрахункову схему і з'ясувати походження геометричної змінності конструкції [29].

Додатковим сервісним засобом є контроль розв'язання системи (2.25). При появі повідомлення про значну величину помилки розв'язку, яке як правило, є наслідком поганої обумовленості матриці A , потрібно уважно проаналізувати величини переміщень вузлів і переконатися в тому, що отриманий розв'язок є прийнятним з інженерної точки зору [15]. Стержні та пластинчасті елементи – основні скінченні елементи (СЕ) розрахункової схеми будівлі за МСЕ.

При визначенні деформацій (рис. 2.5), напружень, зусиль в пластинчастих скінченних елементах використовувались основні положення теорії пружності – класична теорія тонких пластин, що ґрунтують на гіпотезах Кірхгофа. Напруження $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ називаються основними розрахунковими напруженнями, які характеризують міцність пластини від дії поперечного навантаження (рис. 2.5).

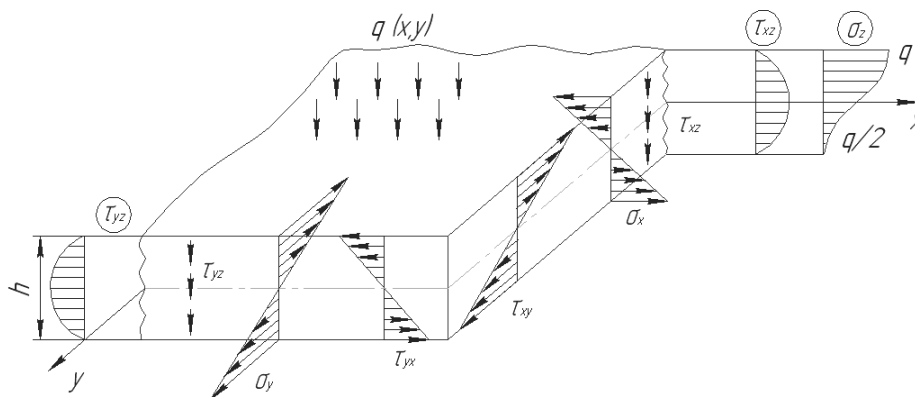


Рисунок 2.5 – Основні розрахункові напруження, що виникають в пластині

$$\delta_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \quad \delta_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

Внутрішні зусилля в пластині є рівнодійними сил, що виникають в перерізах пластини (рис. 2.6).

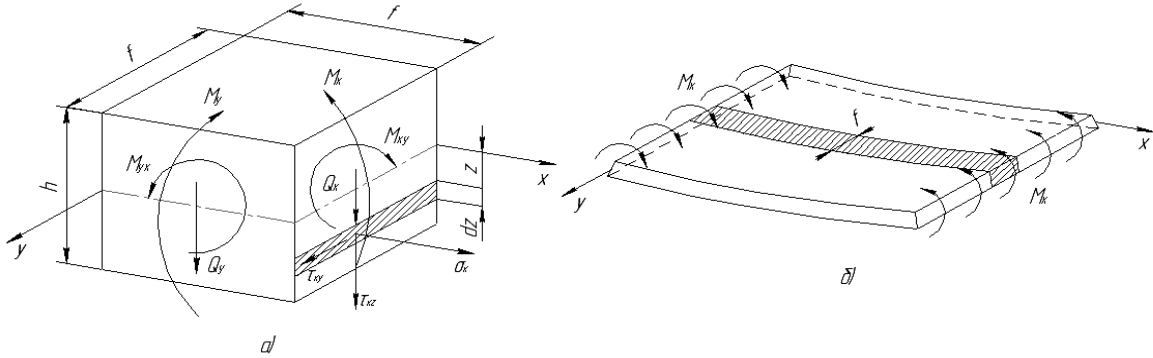


Рисунок 2.6 – Внутрішні зусилля, які виникають в перерізі пластини

Внутрішні зусилля є інтегральними характеристиками напружень, що діють в перерізах пластини і визначаються в процесі числового розрахунку:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad \text{проінтегрувавши:} \quad M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (2.26)$$

де D – циліндрична жорсткість,

$$D = \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)}; \quad (2.27)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); \quad (2.28)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad (2.29)$$

$$Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz; \quad Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz. \quad (2.30)$$

2.4 Основні критерії складання розрахункових моделей висотних будівель

Значення теорії полягає в передбаченні НДС системи. Процес навантаження як конструкцій будівлі, так і основи будівлі можна віднести до квазістатичного. Такі процеси характеризуються нескінченно повільною течією, проходження цього процесу відповідає поступовим термінам забудови будівлі.

Розрахунок фізичної моделі каркасної будівлі неможливий без суттєвої її ідеалізації. Таким ідеалізованим, спрощеним зображенням реальної будівлі є її розрахункова схема [13]. Модель розбивається на скінченні елементи. Для відтворення сумісної роботи СЕ вони з'єднуються у вузлах. Елементи і вузли схеми нумеруються. В опорні вузли потрібно ввести відповідні граничні умови (заборонити переміщення або кути повертання за відповідними ступенями вільності, або обмежити переміщення вузла скінченними елементами, що моделюють роботу зв'язку).

Розрахунок будівель виконується на дію:

- постійних навантажень: від гравітаційної власної ваги конструкцій;
- змінних статичних навантажень: зосереджених, розподілених, моментних та від корисних навантажень на будівлю,
- впливів, що викликані вимушеними переміщеннями, які враховують піддатливість ґрунтів в основі споруди в випадках, коли вона суттєво впливає на роботу конструкції;
- горизонтальних впливів – динамічних, сейсмічних і вітрових,
- навантажень, що викликані перепадом температур.

За характером врахування просторової роботи розрахункові схеми поділяються на:

- одно-,
- дво-,
- тривимірні.

При *одновимірній* розрахунковій схемі будівля розглядається як стержень з деякими узагальненими характеристиками жорсткості, які визначають опір конструкції згину, зсуву, крученню. Така найбільш проста розрахункова схема використовується, як правило, для наближеного визначення динамічних складових вітрового навантаження.

При *двовимірній* розрахунковій схемі будівля розглядається як плоска конструкція, яка здатна сприймати тільки таке зовнішнє навантаження, яке діє в її площині [13]. Такі розрахункові схеми дозволяють врахувати специфічні особливості взаємодії несучих конструкцій при їх згині і завдяки свої простоті вони найчастіше застосовуються в практичних розрахунках. Однак, на основі двовимірних розрахункових схем неможливо розрахувати будівлю на кручення, ці

схеми не враховують просторову взаємодію конструкцій і тому занижують просторову жорсткість будівлі. Просторова робота будівель значною мірою визначається відносною жорсткістю перекриття відносно вертикальних елементів.

При *тривимірних* розрахункових схемах – будівля розглядається як просторова розрахункова схема, яка здатна сприймати прикладену до неї просторову систему сил. Тривимірні розрахункові схеми найбільш точно враховують всі особливості взаємодії несучих конструкцій, але вони складні і тому мають обмежене застосування (наприклад, коли зовнішні горизонтальні навантаження викликають кручення). Використання дво- і тривимірних розрахункових схем, як правило, призводять до розрахунку складних статично-невизначених систем.

Статичні навантаження задаються у вигляді:

- зосереджених сил і моментів як у вузли схеми (вузлове навантаження) за напрямками осей глобальної і локальної систем координат,
- так і на елементи (місьове навантаження) за напрямками місцевої або глобальної систем координат.

Динамічні впливи задаються у вигляді вузлових навантажень, діючих уздовж осей глобальної або локальної систем координат [15].

Гравітаційна вага мас споруди задається як власна вага конструкцій, устаткування і т. д.; при цьому допускається використання як місцевих, так і вузлових навантажень.

За наявності декількох завантажень може бути виконаний вибір найбільш небезпечних їх поєднань, які формують розрахункові сполучення зусиль (РСЗ), необхідні при конструюванні елементів схеми [17].

Також реалізована можливість формування ваги мас для динамічної дії безпосередньо з якого-небудь статичного завантаження.

Питання оцінення точності вирішення задачі є дуже складним, оскільки залежить від багатьох впливових чинників:

- крок дискретизації сітки – з одного боку, згущування сітки підвищує точність, з другого боку, необмежене згущування може спричинити слабку обумовленість матриці канонічних рівнянь і втрату точності;
- фізико-механічні властивості розрахункової моделі, її кінематичний аналіз – розрахункова схема може бути близька до геометрично змінної, містити елементи з жорсткостями, що сильно відрізняються, що також спричинює втрату точності; властивість скінчених елементів – використання високоточних елементів часто приводить до точнішого рішення, ніж використання простих елементів на значно густішій сітці [17].

Призначення сітки треба проводити на основі багатьох чинників. Так, наприклад, густину сітки переважно збільшувати лише в місцях передбачуваного великого градієнта напружень (вхідні вузли, місця зосередження навантажень і под.). Крім того, знання властивостей скінченних елементів також часто допомагає раціонально побудувати кінцеву модель. Особливо ретельно потрібно підходити до побудови скінченно-елементної моделі в тому випадку, коли схема споруди, що розраховується, має властивості, що провокують нестійкий розрахунок. Це відноситься до пологих мембран, конструкцій з гнучкими включеннями, з елементами, що мають малі розміри, але велику жорсткість.

Геометрія скінченних елементів також робить істотний вплив на точність рішення задачі. Рекомендується прагнути до того, щоб елементи були близькі до рівносторонніх [13,17].

Таким чином, сучасні технології розрахунку і проектування конструкцій автоматизовані. Вони основані на технічних платформах і операційних середовищах комп'ютерів, які дуже швидко розвиваються. Це дозволяє інтенсивно вдосконалювати розрахункові схеми, піднімати рівень їх адекватності та ступінь коректності скінченно-елементних моделей. Сучасне моделювання, як правило, реалізується на основі МСЕ – числового, наближеного методу математичної фізики. МСЕ знайшов широкий вжиток в розв'язаннях задач:

- лінійної та нелінійної механіки деформованого твердого тіла;
- теорії конструкцій;

а також в задачах регулювання і оптимізації параметрів будівельних систем. Практичне використання МСЕ крім ознайомлення з його основними положеннями та формальними процедурами потребує вирішення питань збіжності рішень, стійкості, оцінення точності. Дослідженню цих питань присвячено ряд наукових робіт [15, 17, 55, 60]. Оскільки в роботі розглядаються питання розрахунку об'єктів будівництва, актуальними є методи будівельної механіки.

Процедура розв'язання задач за МСЕ повністю відповідає методам будівельної механіки стержневих систем.

В стержневих елементах визначаються екстремальні значення нормальних і дотичних напружень.

Після визначення напруженого стану в елементах будівельних конструкцій необхідно провести аналіз їх міцності. Так в розрахунковому ПК «Ліра» оцінення міцності здійснюється за такими теоріями міцності:

- максимальних головних напружень;
- максимальних головних деформацій;
- максимальних головних дотичних напружень;
- енергетична теорія;
- Д. Друккера – В. Прагера та інших.

Всі теорії міцності використовують головні напруження $\sigma_1 > \sigma_2 \geq \sigma_3$, і є власними значеннями тензора напружень T_σ , обраховуються за формулами Кардана пошуку коренів кубічних рівнянь

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (2.31)$$

Розрахункові схеми і їх компоненти (канонічні рівняння і НДС) при виконанні розрахунків описуються в координатних осях трьох типів: глобальних, місцевих і локальних. Всі названі системи – праві декартові:

- глобальна – відносно цієї системи координат орієнтувалися положенням вузлів і елементів, вузлове та розподілене навантаження, напрямок зв'язків;

- місцева – система, що пов'язана з окремими скінченними елементами, слугує для її описання: X1 – вздовж осі CE, Y1, Z1 – головні центральні осі поперечного перетину CE; Y1 – паралельна площині XOY; в оболончастих CE X1 – від першого вузла до другого (нумерація вузлів відповідає прийнятій в ПК «Ліра»). В плитних CE Y1 – в площині CE, а в балці-стінці Z1 – в площині CE (дивись бібліотеку CE). Відносно місцевої системи координат задаються навантаження, обраховуються зусилля;

- локальна – пов'язана з вузлом, задавалась в вузлах, до яких прикладались навантаження та зв'язки, що не збігалися з напрямом глобальної системи координат.

2.5 Етапи створення конструктивної схеми будівель

Сучасні САПР займаються аналізом проектування технічних об'єктів за допомогою математичного моделювання (процес створення моделі і оперування нею з метою отримання відомостей про реальний об'єкт). Математичною моделлю технічного об'єкта на мікрорівні є система диференціальних рівнянь в частинних похідних, що описує процеси в суцільних середовищах з заданими крайовими умовами.

Формування розрахункової схеми або її частини можна виконати і на основі інформації, імпортованої з AutoCAD, ArchiCAD або інших систем проектування. Однак архітектурна модель не може бути повністю автоматично перетворена на розрахункову схему через наявність в ній великої кількості «архітектурних надмірностей», що не є елементами розрахункової моделі. До елементів моделі відносяться сполучення

елементів, відомості про опирання та прилягання, навантаження, матеріали та інше.

Деякі методи схематизації набули значного поширення і мають спільний характер:

- ідеалізація матеріалу у вигляді суцільного однорідного середовища,

- приведення геометричних форм конструктивних елементів до таких стандартних форм як стержні, пластини, оболонки,
- схематизація зовнішніх сил та впливів).

Та вибір розрахункової схеми — найважливіший елемент аналізу.

На цьому етапі вирішується чи буде розрахунок лінійний, чи нелінійний, чи є в цьому потреба враховувати сили інерції. Прогнозування поведінки конструкції оцінюється на підставі накопиченого досвіду та інженерної інтуїції. Варіанти прийняття рішень аналізуються.

Після встановлення розрахункової схеми її потрібно описати у формі, придатній до виконання розрахунків на ЕОМ за існуючими програмними комплексами (ПК).

Якщо в рівняннях стану можна знехтувати часом, то задачу можна віднести до статичних і розглядати аналіз нерухомої системи. У випадках змінності під навантаженням геометрії системи чи структури задача стає нелінійною.

Створення загальної конструктивної схеми будівлі проводиться на основі проектного завдання, в якому наводиться інформація про властивості будівельного об'єкта:

- район будівництва,
- дані геологічних досліджень,
- глибину закладання фундаменту,
- кількість і висоту поверхів,
- тип перекриття для кожного поверху,
- матеріали конструктивних елементів, їх конструктивні характеристики,

- дані оптимальних і максимальних відсотків армування,
- максимальні і мінімальні розміри елементів тощо.

Досить багато розрахункових схем складаються із стержневих одновимірних скінченних елементів, які мають такі властивості:

- будь-який за формою переріз змінний або постійний по довжині стержня;
- будь-яке місцеве навантаження;
- різного роду примикання до вузлів за допомогою абсолютно жорстких вставок або шарнірів;
- можливість врахування зсуву;

– моделювання таких класів завдань як фермовий стержень, рамний стержень, стержень балкового ростверку, зокрема й на пружній основі [25].

Для моделювання двовимірних СЕ розрахункової схеми (плити, балки-стілки) з бібліотеки скінченних елементів сучасних ПК використовуються чотирикутні та трикутні СЕ площини. Для їх описання потрібно задати граничні умови, зовнішнє навантаження.

Геометрія скінченних елементів та розрахункова схема в цілому описується в правій декартовій системі координат (коли вісь X потрібно повернути на 90° проти годинникової стрілки для збігу з віссю Y , якщо дивитись з кінця осі Z).

Розрахункова схема складається із СЕ, з'єднаних у вузлах, координати яких описуються в загальній – глобальній системі координат. Кожен вузол просторової схеми має 6 ступенів вільності (3 – лінійних переміщень та 3 – кути повороту відносно відповідних осей координат). Відповідно при розрахунку конструкції без врахування основи, на опорні вузли конструкції накладаються усі 6 ступенів вільності. Для опису та фіксації характеристик, властивих конкретному СЕ:

- місцеве навантаження,
- орієнтація власних осей інерції,
- зусилля,
- переміщення,
- армування тощо

вводиться місцева права декартова система координат $X1, Y1, Z1$.

Для одновимірних СЕ місцева система координат має таку орієнтацію:

- вісь $X1$ направлена від початку стержня (вузол з меншим порядковим номером) до кінця (вузол з більшим порядковим номером);
- вісь $Y1$ паралельна площині XOY ;
- головні центральні осі інерції поперечного перерізу стержня $Y1$ і $Z1$ разом з $X1$ утворюють праву трійку.

Система (розрахункова схема) може бути розрахована на декілька різних навантажень (постійні; змінні: короткотривалі, довготривалі, корисні, вітер, сніг, сейсміка).

Навантаження задаються у вигляді як зосереджених, так і розподілених сил та моментів, описується їх місцезнаходження, напрям, вид, порядковий номер.

Елементи просторових задач моделюються тетраедрами та паралелепіпедами.

Конструктивна система висотної багатофункціональної будівлі – це взаємозалежна сукупність її вертикальних та горизонтальних несучих конструкцій, які разом мають забезпечувати міцність, жорсткість та

стійкість будівлі. Використовуючи архітектурні плани проектного завдання, створюються сітки будівельних осей та кординатно-модульних мереж. Наступний етап – створення моделей конструктивних схем поверхів. Використовуючи координатно-модульну мережу, проводиться розстановка на плані поверху конструктивних елементів, що входять у цей поверх – стін, колон, балок, ригелів, діафрагм. Позначається контур плити перекриття та задаються отвори в плитах та діафрагмах. На площі поверху задаються вертикальні навантаження, місця їх прикладання та величини.

Моделі конструктивних елементів містять інформацію про них. Розрахунок будівлі проводиться з врахуванням спільної роботи конструкцій всієї будівлі. Горизонтальні несучі конструкції виконаних будівель, зазвичай однотипні – це жорсткі диски залізобетонні (монолітні, збірно-монолітні, збірні). Вертикальні несучі конструкції більш різноманітні. Вони бувають:

- стержневі (каркасні) несучі конструкції,
- площинні (стінові, діафрагмові),
- об'ємно-просторові внутрішні (ядра жорсткості),
- об'ємно-просторові зовнішні у вигляді тонкостінних оболонок.

Відповідно до застосованого виду вертикальних несучих конструкцій розрізняють основні конструктивні системи висотних будівель:

- каркасну (рамну),
- стінову (безкаркасну, діафрагмову),
- стволу,у,
- оболонкову.

Поряд з основними можуть використовуватись і комбіновані конструктивні системи, де з'єднуються кілька типів вертикальних несучих елементів (стержневі, площинні, об'ємно-просторові) і схеми їхньої роботи (рамно-в'язева чи в'язева). При таких схемах роботи конструктивних систем повністю або частково диференціюються сприйняття навантажень і впливів (наприклад, горизонтальних – стінами жорсткості, а вертикальних – каркасом).

Нова будівельна концепція – каркасні конструкції, що складаються із

- вертикальних несучих елементів – колон, пілонів;
- горизонтальних несучих елементів – плит, балок або ригелів.

В будівлях з несучим каркасом окремі частини конструкцій чітко диференційовані. Фасади і перегородки виконують роль огорожувальних конструкцій, тепло- та звукоізоляції. З точки зору конструктора – вони є навантаженням для другої групи елементів каркасу, єдине призначення яких – сприймати зовнішнє навантаження.

В будівлях з несучими стінами руйнування стіни рівноцінно катастрофі. Те ж можна сказати про крупнопанельні будівлі. Перевагою каркасних конструкцій в тому, що вони мають каркас (скелет), створений за

зразком природи. Скелет є ознакою вищих біологічних видів. Самостійне виділення несучих функцій серед усієї решти є корисним і досягається за наявності скелета. Статичний еквівалент скелета – рама. Жорсткі кутові в'язі між окремими елементами просторової рами не є проблемою монолітного залізобетону. Такі будівлі здійснюють значний опір зовнішнім впливам, різняться великою жорсткістю і стійкістю при різного роду динамічних впливах, землетрусах.

Конструктивна схема будівлі має моделювати :

- рамну структуру (горизонтальні навантаження сприймаються лише рамою);

- в'язову (горизонтальні навантаження сприймаються тільки діафрагмами);

- рамно-в'язову структуру (горизонтальні навантаження сприймаються рамами і діафрагмами).

Розділ 3 ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ НДС ЕЛЕМЕНТІВ КАРКАСУ БУДІВЕЛЬ

3.1 Скінченно-елементна модель будівлі. Вибір розрахункової схеми

В роботі розраховано та проаналізовано НДС триповерхової каркасної будівлі з підвалом, яка зображена на рис. 3.1 а), б).

Скінченно-елементна модель будівлі складається із комбінованих систем (стержнів, пластин) зображених на рис. 3.1 а), б). Досліджено особливості деформування цих комбінованих систем, особливості конструювання вузлів, що мають різну піддатливість при різних впливах, особливості регулювання НДС як окремих конструкцій будівлі, так і системи в цілому з метою оптимізації будівлі в цілому.

При вирішенні міцнісної задачі будівельної механіки зусилля, що передаються в рівні фундаментної конструкції на ґрунтову основу визначались за допомогою досить відомого в Україні ПК «ЛІРА». Це потужний комплекс скінченно-елементного аналізу конструкцій будівлі. «ЛІРА» містить у своєму складі розвинені засоби підготовки даних, розрахунку та аналізу результатів, не має обмежень на розміри та форму проектуємих споруд. Разом з тим у інженера-проектувальника багато часу займають більш прості задачі, такі як визначення геометричних характеристик складових перерізів, збір навантажень на елементи конструкцій, перевірка перерізів балки – це далеко не увесь перелік такого роду рутинних проектних задач.

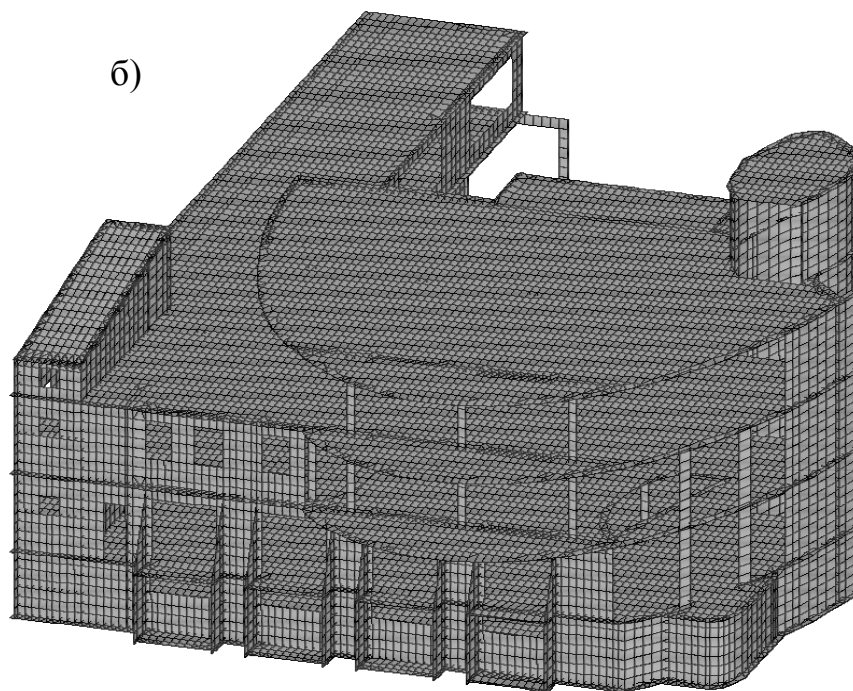
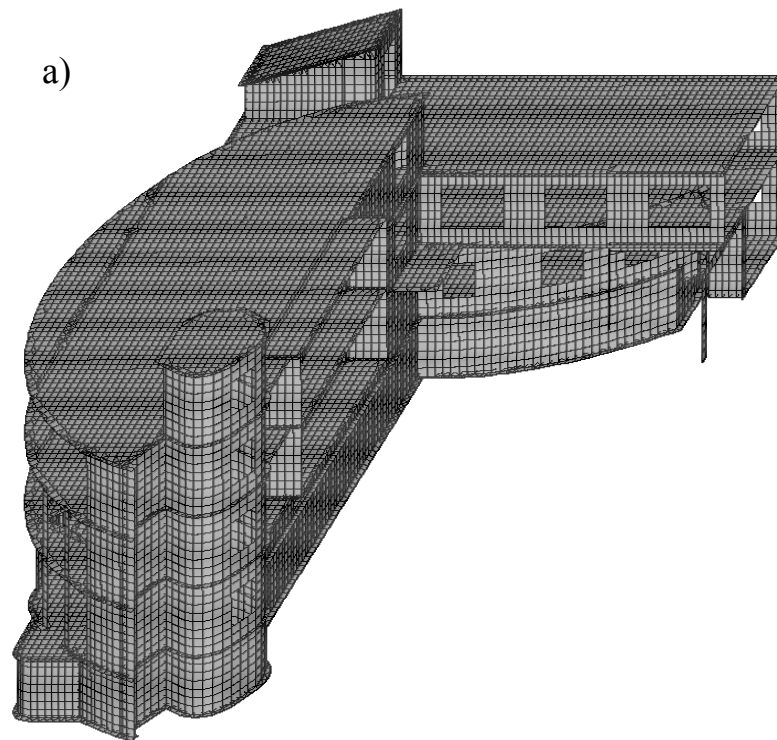


Рисунок 3.1 – Скінченно-елементна модель триповерхової будівлі з підвалом в м. Вінниці по вул. Пирогова, 134;
а) – вигляд збоку, б) – фронтальна сторона

Як відомо «ЛІРА» – це система міцнісного аналізу на основі МСЕ. Розрахунок супроводжується детальним протоколом, який можна аналізувати як під час розрахунку, так і після його завершення.

ПК «ЛІРА» дає можливість при формуванні розрахункової схеми здійснювати імпорт та експорт елементів розрахункової схеми з іншими розрахунковими та архітектурними комплексами, такими як: ArchiCAD, AutoCAD, SCAD, Robot Office та іншими.

Очевидно, що *архітектурна модель не може бути повністю автоматично перетворена на розрахункову схему*. Наявність в ній «архітектурних надмірностей», які не завжди коректно сполучені з елементами моделі, відсутність інформації про умови закріплення та завантаження, *потребують доведення моделі до рівня розрахункової схеми*.

Однак основні розміри, прив'язка колон та несучих стін, обриси перекриттів, розташування отворів є базою, на якій в подальшому будується розрахункова схема:

- сітка скінченних елементів,
- задаються умови опирання та прилягання,
- описуються фізико-механічні характеристики матеріалів,
- відомості про навантаження.

Розрахунковий аналіз будівлі розпочинався зі спроби встановити, що саме в ній є суттєвим, а чим можна знехтувати. Такого роду спрощення задачі здійснюється завжди. Реальна конструкція, звільнена від усіх несуттєвих особливостей – це і є розрахункова схема. Деякі методи схематизації набули значного поширення і мають спільний характер:

- ✓ ідеалізація матеріалу у вигляді суцільного середовища;
- ✓ припущення про однорідність матеріалу;
- ✓ приведення геометричної форми до стандартних скінченних елементів у вигляді стержнів, пластин та оболонок;
- ✓ схематизація зовнішніх сил.

Проте в усіх випадках вибір розрахункових схем – найважливіший елемент аналізу.

Особливо важливим є питання про розбиття елементів розрахункової схеми на скінченні елементи. Надто густа сітка дискретизації може призвести до нестійкості процесу розрахунку, а за надмірного розрідження сітки зростає можливість втрат точності результатів (рис. 3.1 а), б).

Результати міцнісного розрахунку скінченно-елементної моделі будівлі отримано у вигляді таблиць, епюр та ізополів (рис. 3.2 а), б).

За результатами розрахунку визначено несприятливі (розрахункові) сполучення зусиль (РСЗ), на основі яких вибрано зусилля тиску СЕ внизу будівлі на ґрунтову основу.

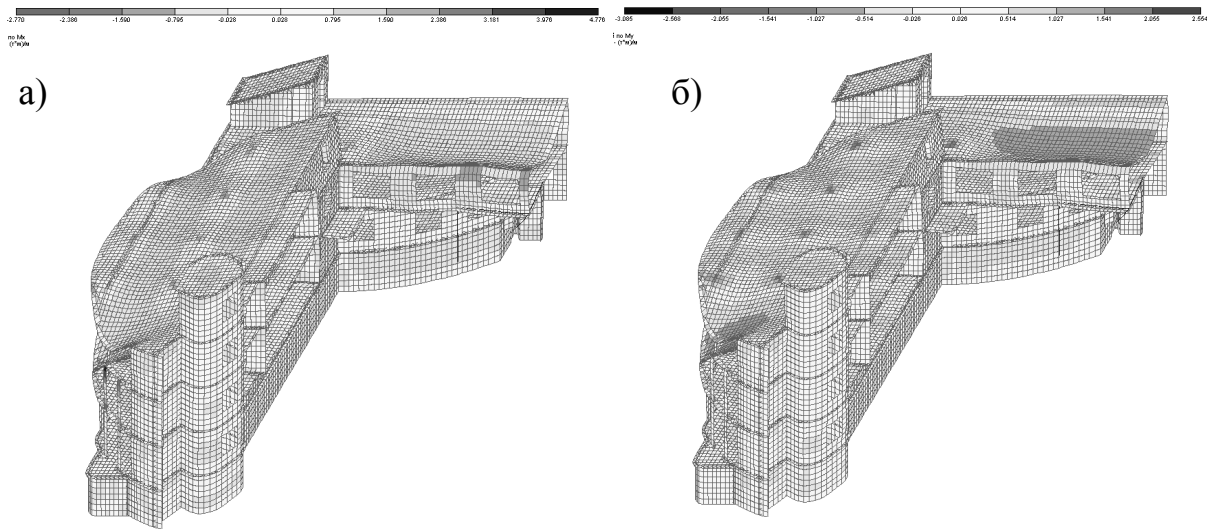


Рисунок 3.2 – Ізополю внутрішніх зусиль скінченно-елементної моделі 3-поверхової будівлі з підвалом
а) – M_x , б) – M_y

3.2 Методологія розрахунку наземної частини будівлі

Таким чином методологія розрахунку наземної частини будівлі відображає основні тенденції сучасних САПР та складається із етапів:

- аналіз прийнятого проектного рішення;
- компонування адекватної розрахункової схеми;
- скінченно-елементне моделювання ;
- реалізацію обчислень, візуалізацію та аналіз результатів.

Збір навантажень, як гравітаційного, так і корисного, виконано за вимогами діючих будівельних норм [18–21].

При діагностуванні наземної частини споруди крайова задача механіки замінювалась задачею знаходження мінімуму функціонала (виразу повної потенціальної енергії роботи системи, потенціалу Лагранжа).

Координатні функції (шукані функції $\sigma - \varepsilon$ стану будівлі) підбирались з точки зору забезпечення збіжності, точності, обумовленості рішень. Це найвідповідальніший етап, оскільки саме він відповідає за збіжність методу.

На етапі дискретизації розміри сітки скінченних елементів були прийняті на основі двох попередніх розрахунків з послідовним згущенням триангуляційної сітки. Це дало можливість отримати уяву про точність числового розрахунку. Відносна похибка результатів розрахунку за попередніми розмірами сітки (400×400 мм) та наступними (300×300 мм, зменшеними в 1,5 раза) не перевищувала 1 %.

Прийнята дискретна розрахункова схема обумовлювала знаходження НДС об'єкта з розв'язків рівнянь системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) високого порядку. Корені СЛАР дають переміщення у вузлах скінченних елементів (СЕ), а за ними знаходиться решта компонент НДС. В процесі компонування моделі будівлі зверталась увага на реалізацію з'єднань СЕ до вузлів системи, що мали різну жорсткість. З'єднання здійснювалось за допомогою спеціальних елементів, що мали задану піддатливість за шуканим напрямком і безмежну жорсткість за рештою напрямків.

За результатами розрахунку було підібрано армування плит перекриттів для кожного поверху. Результати армування для першого та другого поверхів наведено на рис. 3.3 – 3.10.

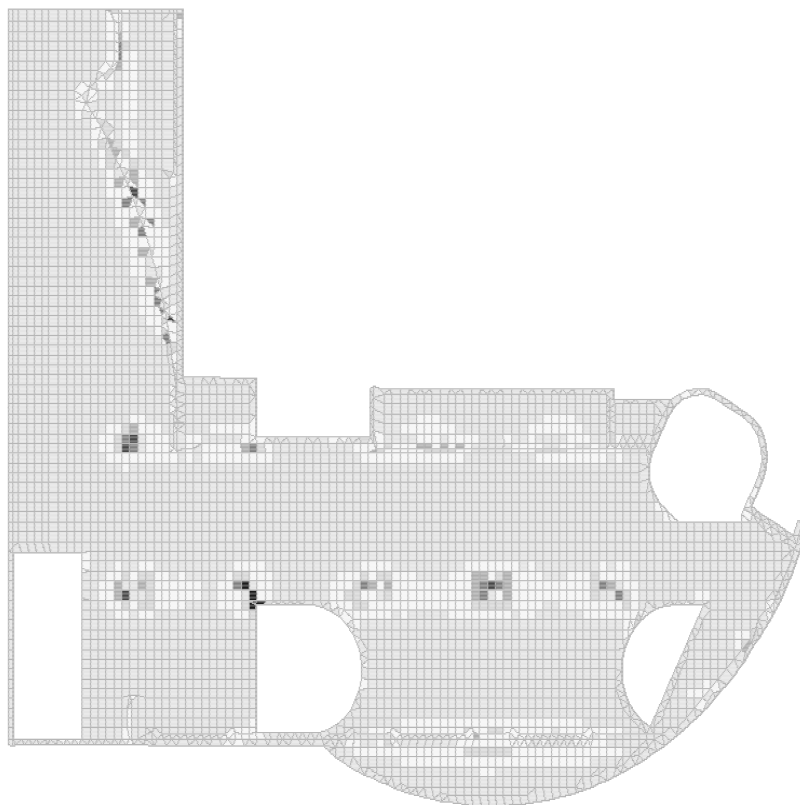
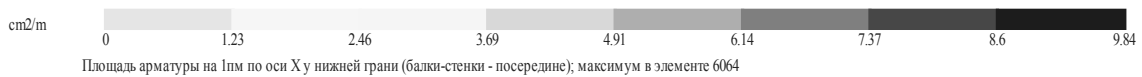
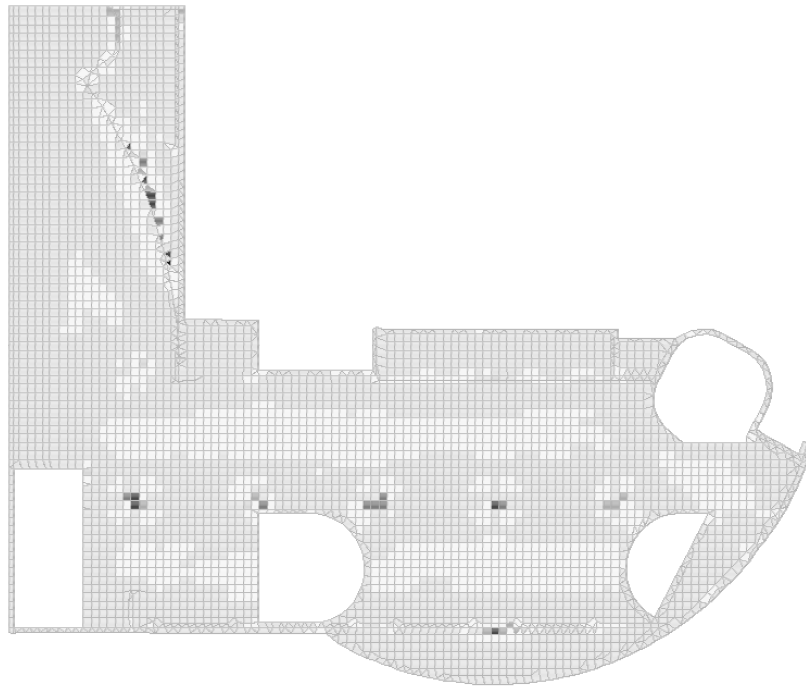
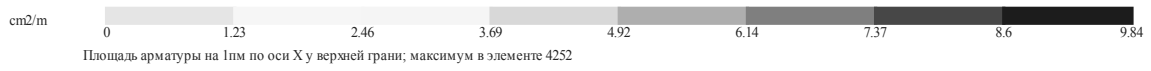
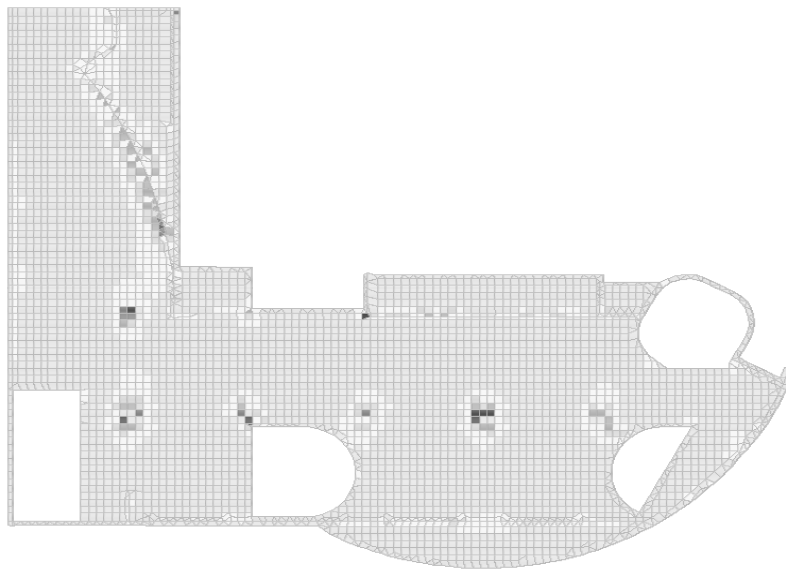
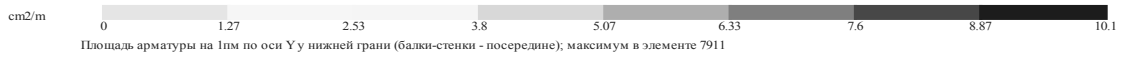


Рисунок 3.3 – Клейонка армування нижньої арматури вздовж осі X для плити перекриття 2-го поверху



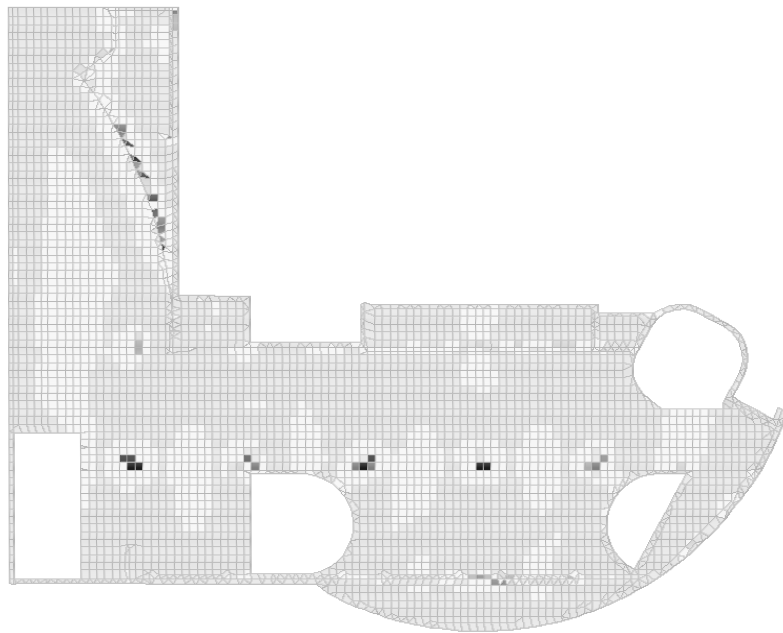
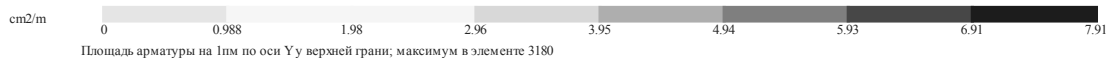
У

Рисунок 3.4 – Клейонка армування верхньої арматури вздовж осі X для плити перекриття 2-го поверху



У

Рисунок 3.5 – Клейонка армування нижньої арматури вздовж осі Y для плити перекриття 2-го поверху



Y

Рисунок 3.6 – Клейонка армування верхньої арматури вздовж осі Y для плити перекриття 2-го поверху

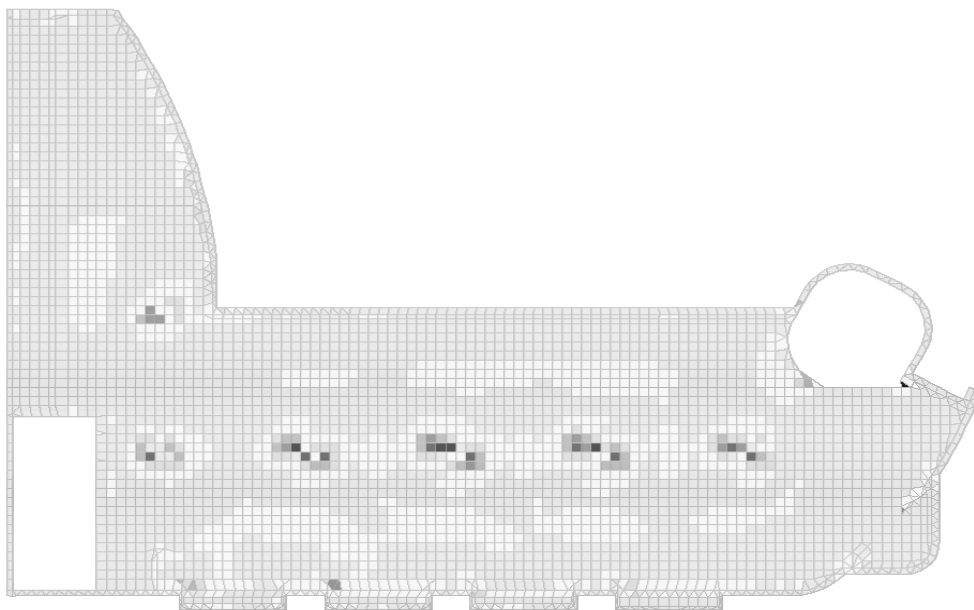
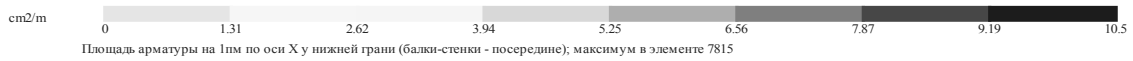


Рисунок 3.7 – Клейонка армування нижньої арматури вздовж осі X для плити перекриття 1-го поверху

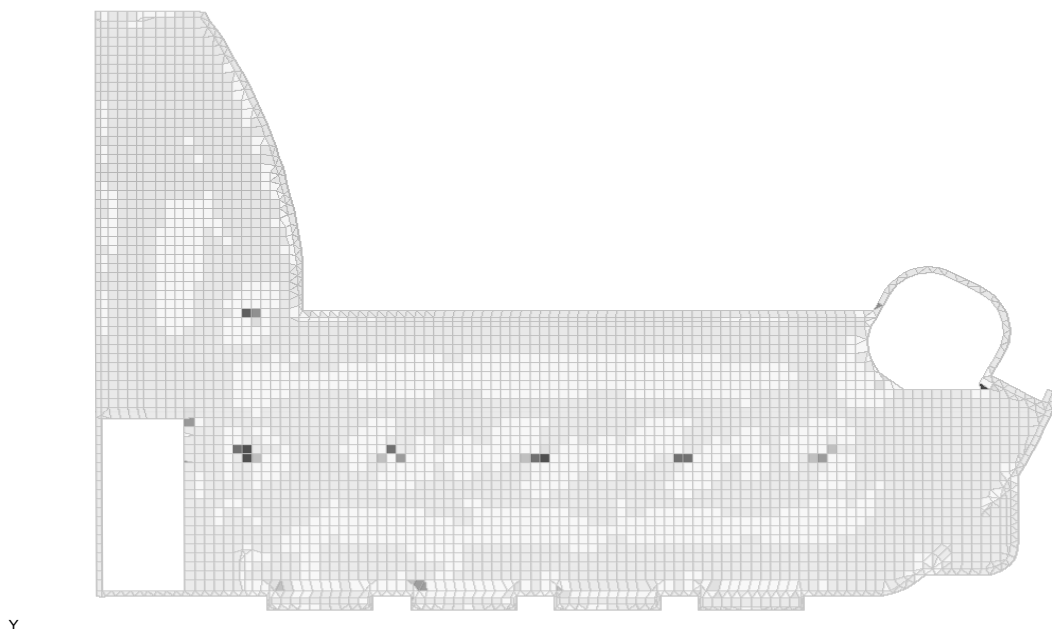


Рисунок 3.8 – Клейонка армування верхньої арматури вздовж осі X для плити перекриття 1-го поверху

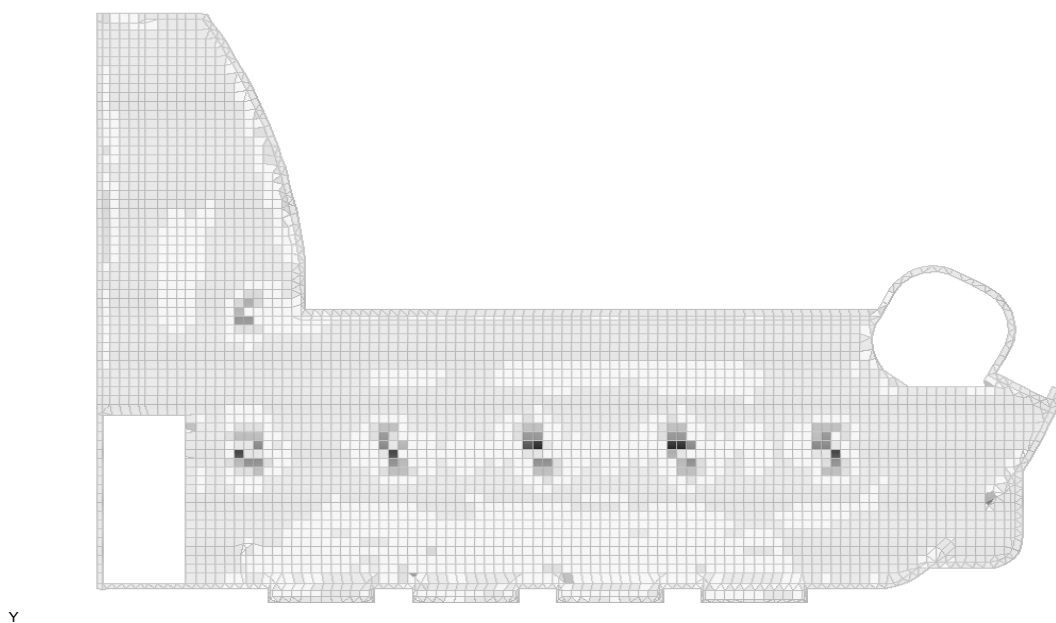
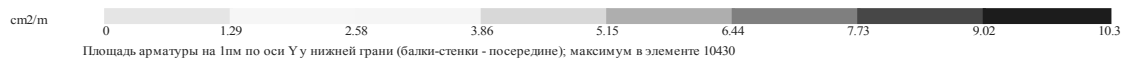


Рисунок 3.9 – Клейонка армування нижньої арматури вздовж осі Y для плити перекриття 1-го поверху

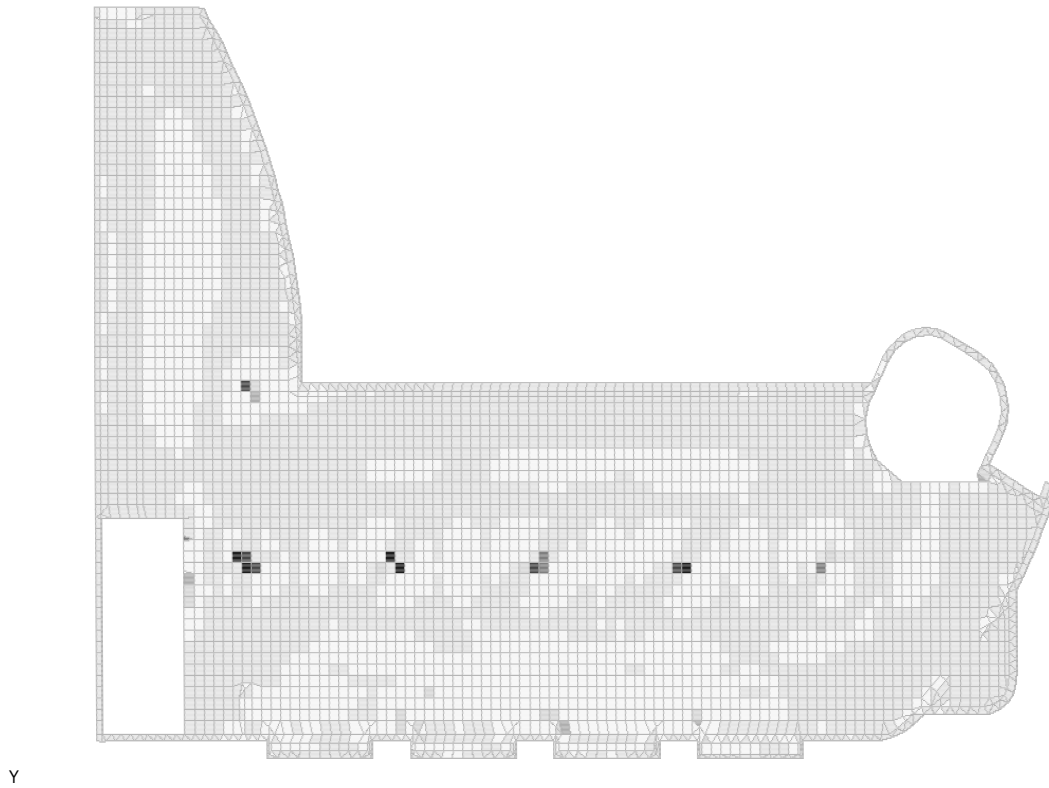
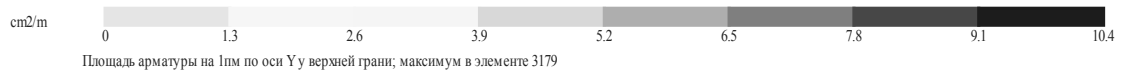


Рисунок 3.10 – Клейонка армування верхньої арматури вздовж осі Y для плити перекриття 1-го поверху

Розділ 4 ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ЗА МСЕ НДС ЕЛЕМЕНТІВ КАРКАСУ БУДІВЕЛЬ

4.1 Об'ємно-планувальне рішення будівлі

Як приклад розглянуто НДС висотної частини 21-поверхового житлового будинку у м. Одеса.

У будинку передбачено підвал на відмітці -3,300 м, де розташована підземна автостоянка. На першому поверсі запроектовано адміністративні, офісні і технічні приміщення. На 2–21 поверхах запроектовано житлові приміщення.

Висота підземного поверху – 3,3 м, першого поверху – 4,5 м, житлових поверхів – 3,15 м. Архітектурно-планувальне вирішення висотної частини будинку показано на рис. 4.1–4.7.

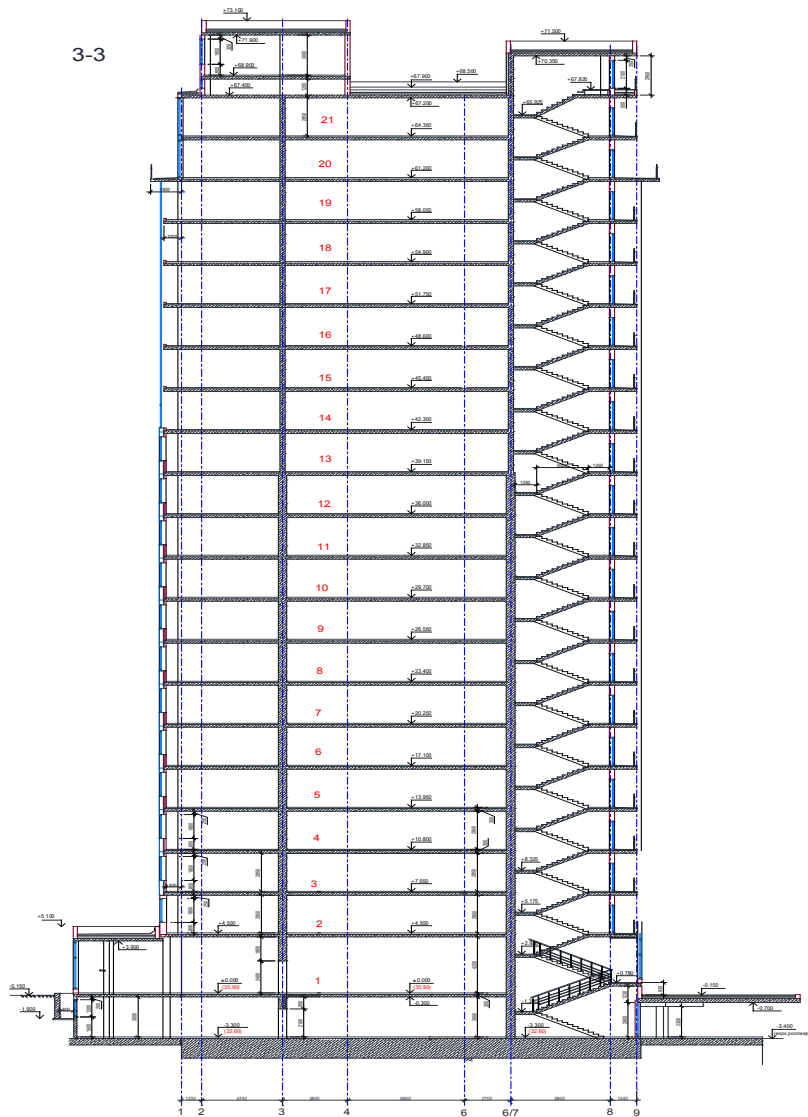


Рисунок 4.1 – Розріз 3-3

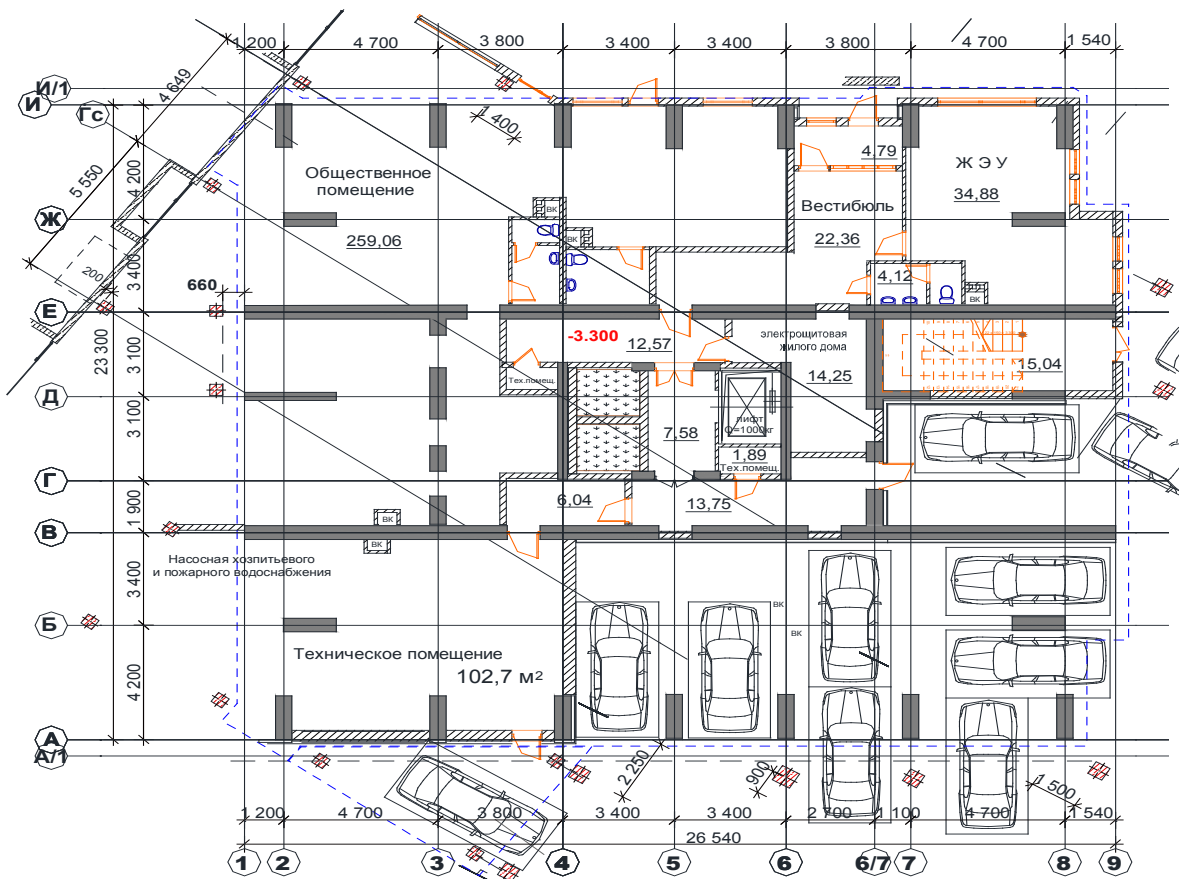


Рисунок 4.2 – План підземного поверху

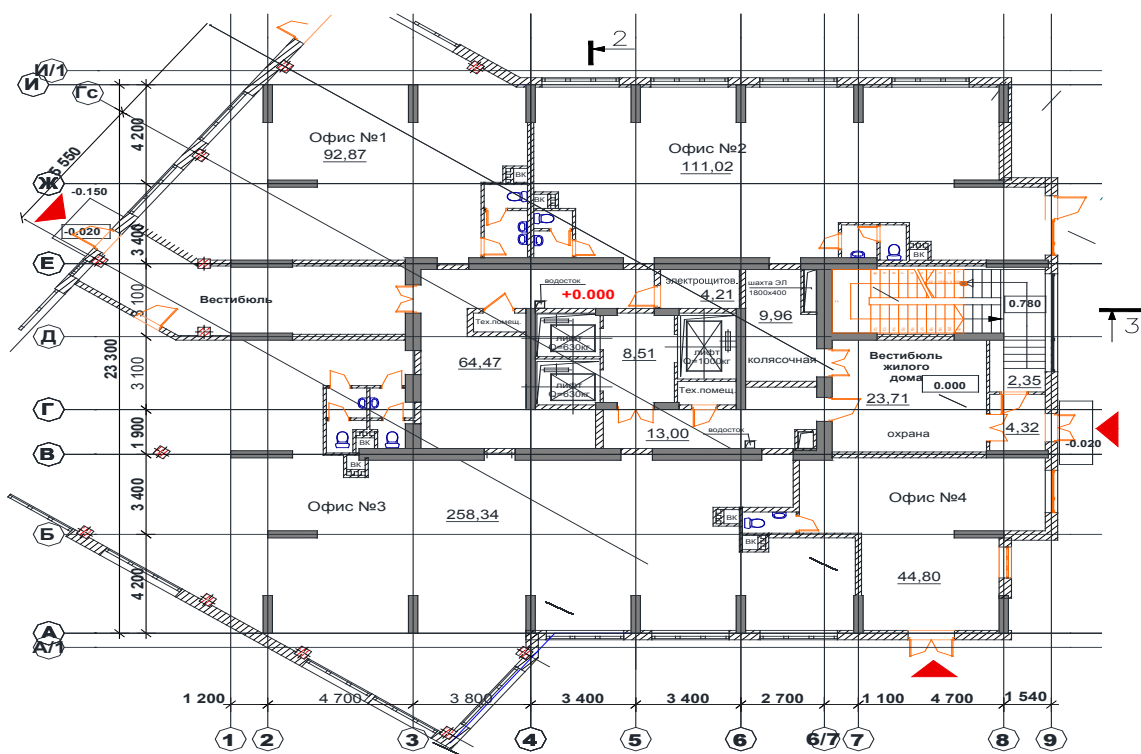


Рисунок 4.3 – План першого поверху

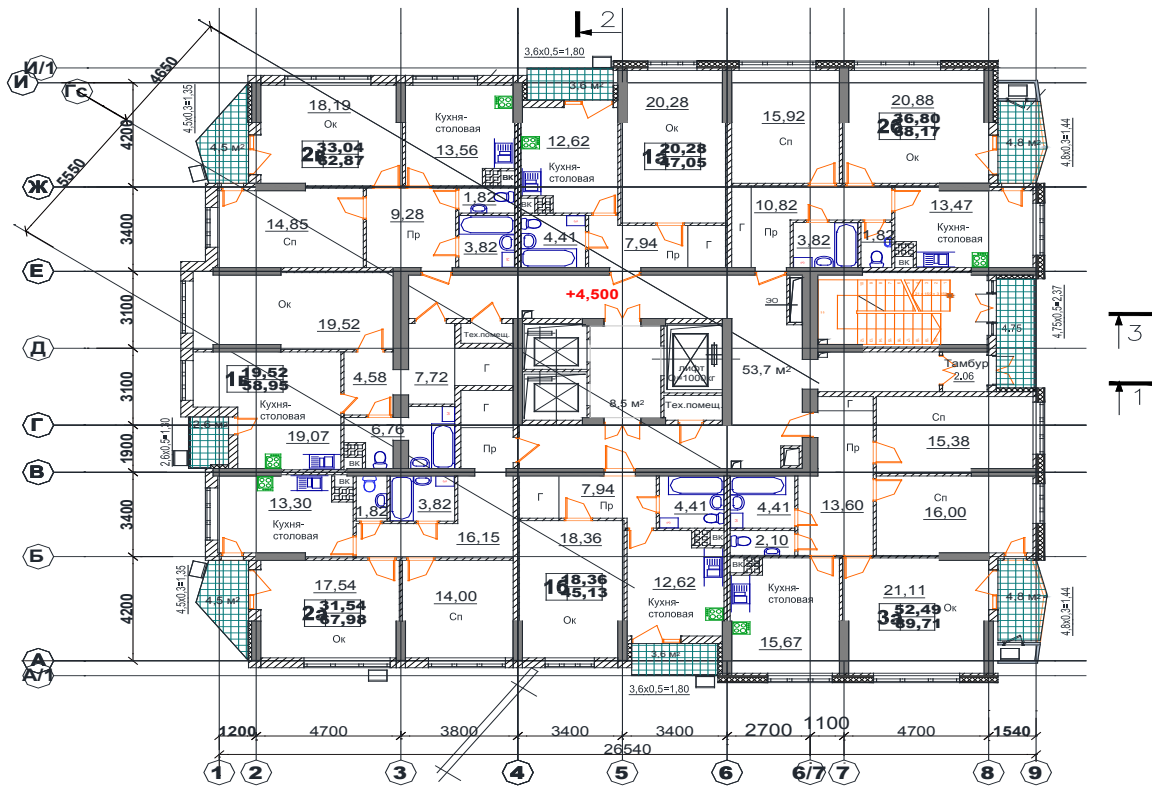


Рисунок 4.4 – План второго поверху

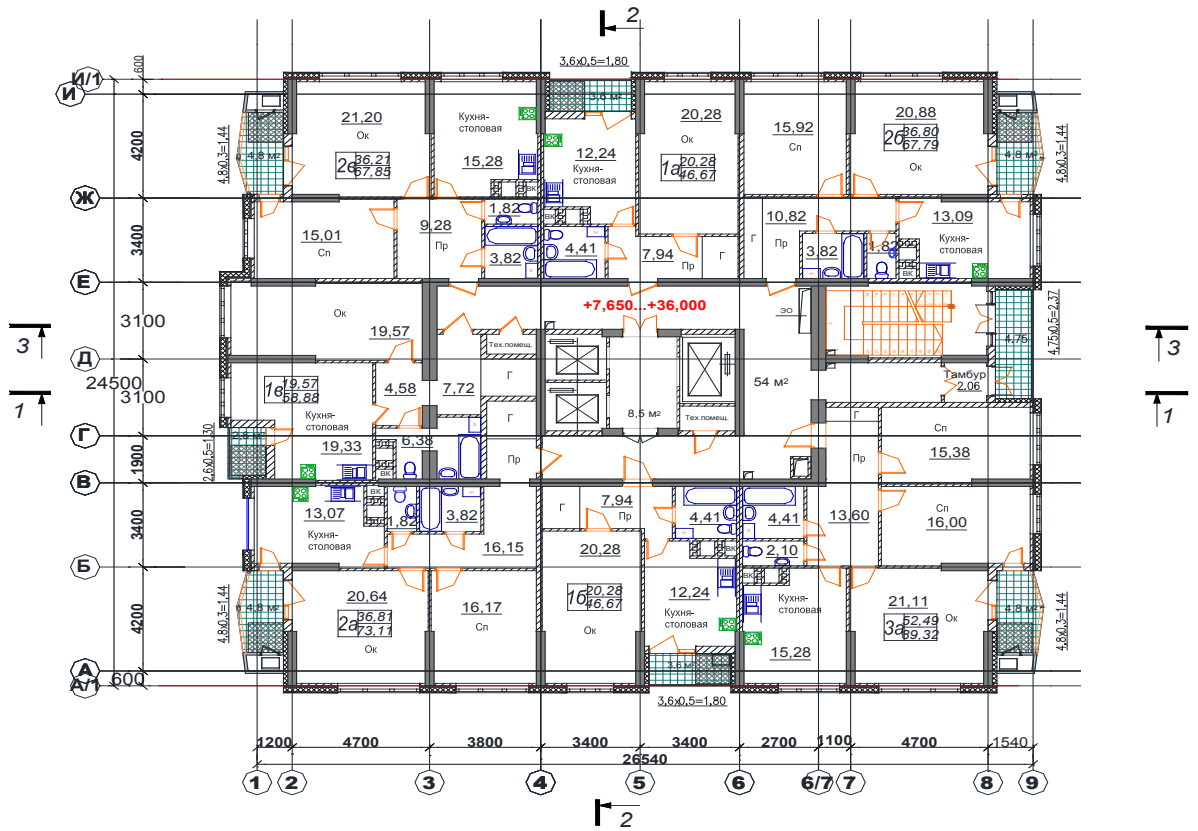


Рисунок 4.5 – План 3-19 поверхів

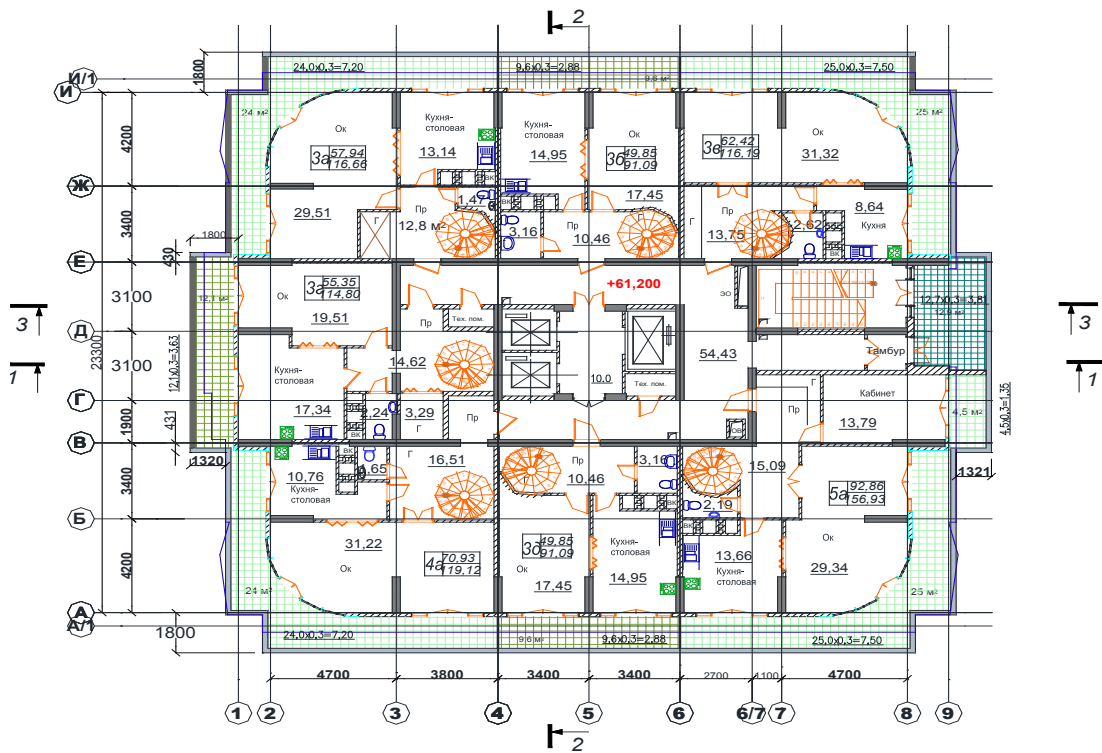


Рисунок 4.5 – План 20 поверху

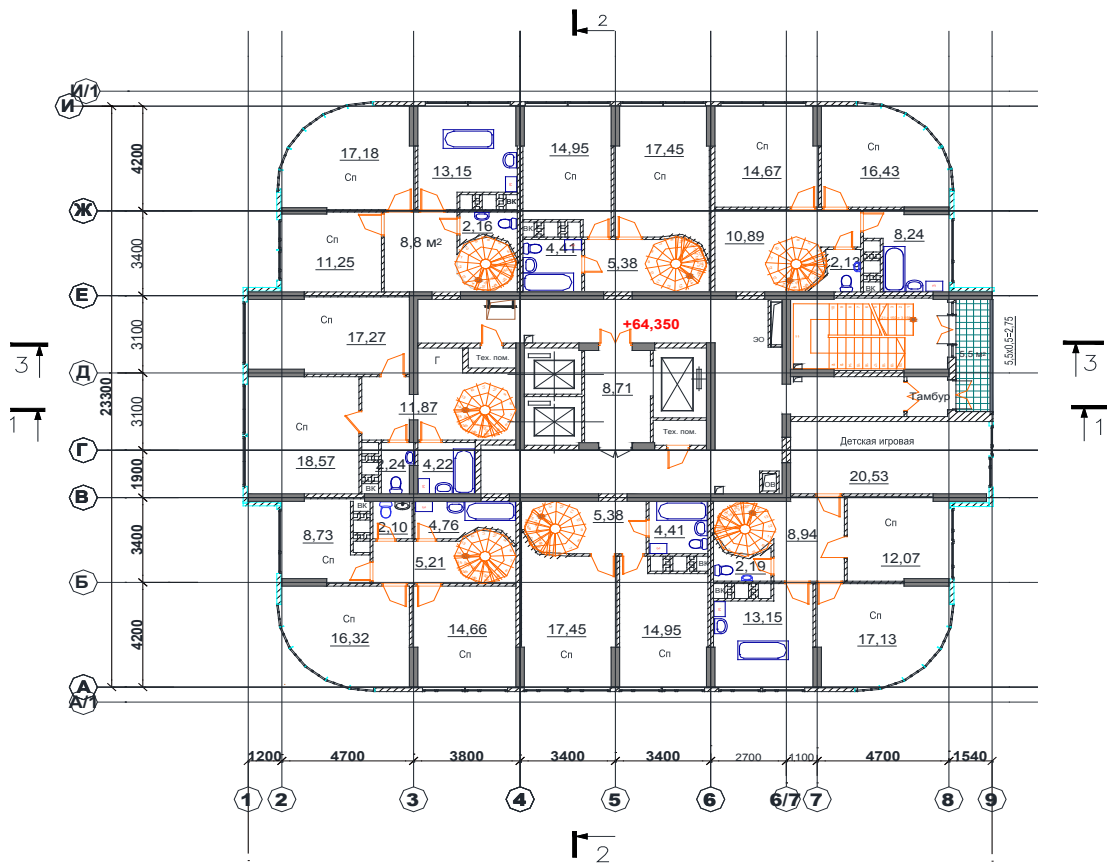


Рисунок 4.7 – План 21 поверху

4.2 Конструктивні особливості будівлі

Будівля вирішена в монолітному залізобетонному каркасі за рамно-в'язевою схемою. Несучими елементами будівлі є:

- діафрагми і ядра жорсткості змінного перерізу по висоті;
- безрігельні міжповерхові перекриття товщиною 200 мм.

З'єднання перекриттів з вертикальними несучими елементами – жорстке.

Покрівля плоска, виконана по монолітному залізобетонному покриттю товщиною 200 мм.

Фундамент – палі залізобетонні буронабивні діаметром 600 мм; ростверк – монолітний, залізобетонний, завтовшки 1500 мм.

Всі монолітні залізобетонні конструкції запроектовані із бетону класу С20/25 із робочою арматурою А400С ДСТУ3760-2006, поперечною арматурою А240С ДСТУ3760-2006.

4.3 Сейсмологічна характеристика майданчика будівництва

Оскільки район будівництва м. Одеса, необхідно виконати розрахунок на сейсмічні впливи. Нормативна інтенсивність сейсмічних впливів для м. Одеса прийнята на основі карти «А» і списку населених пунктів України, наведеного в ДБН В.1.1-12: 2014 [18], і становить 7 балів за шкалою MSK-64.

Відповідно до результатів інженерно-геологічних вишукувань і таблиці 4.1 [18] верхні шари ґрунтів майданчика будівництва відносяться до другої категорії за сейсмічними властивостями.

Таким чином, розрахункова сейсмічність майданчика будівництва становить 7 балів, що підтверджено результатами сейсмічного мікрорайонування.

4.4 Розрахункова модель будівлі

Відповідно до поданих даних у ПК ЛІРА-САПР була розроблена розрахункова модель житлового будинку (рис. 4.8). Розрахункова модель прийнята у вигляді просторової системи, яка складається зі стержневих елементів, що моделюють роботу паль, оболонкових елементів, які моделюють роботу перекриттів, діафрагм і ядра жорсткості, сходових площадок і маршів, фундаментного ростверка (табл. 4.1). З'єднання елементів між собою – жорстке.

Графічне відображення елементів розрахункової схеми на характерних відмітках будівлі наведено на рис. 4.9–4.14.

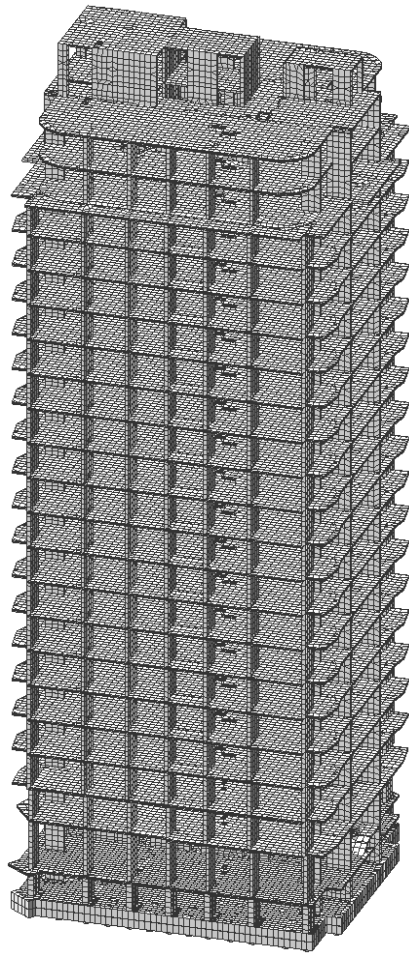


Рисунок 4.8 – Загальний вигляд тривимірної моделі будинку

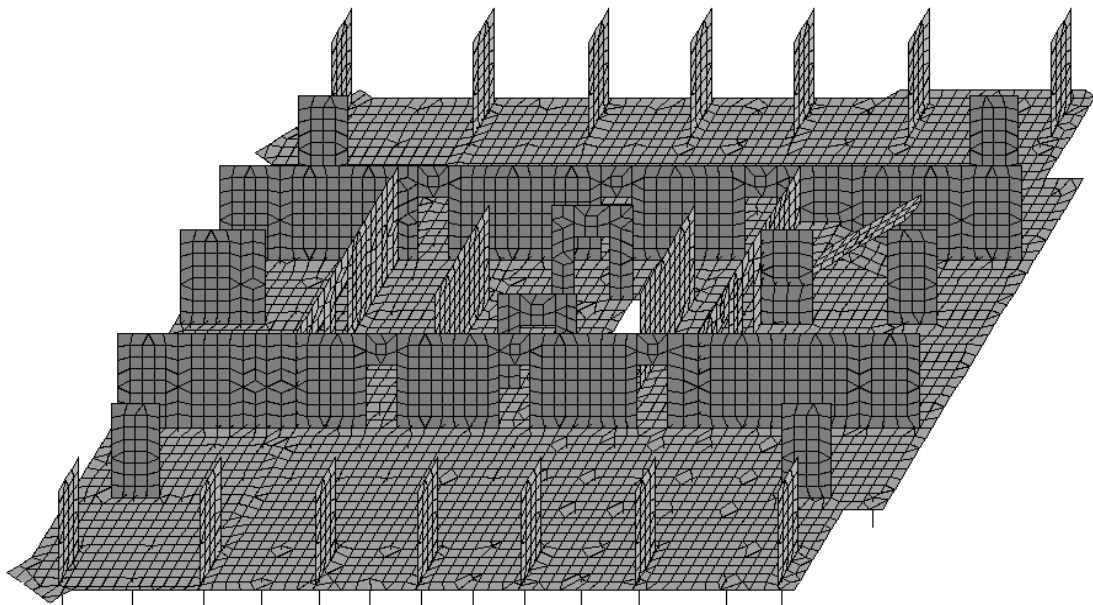


Рисунок 4.9 – Модель підземного поверху

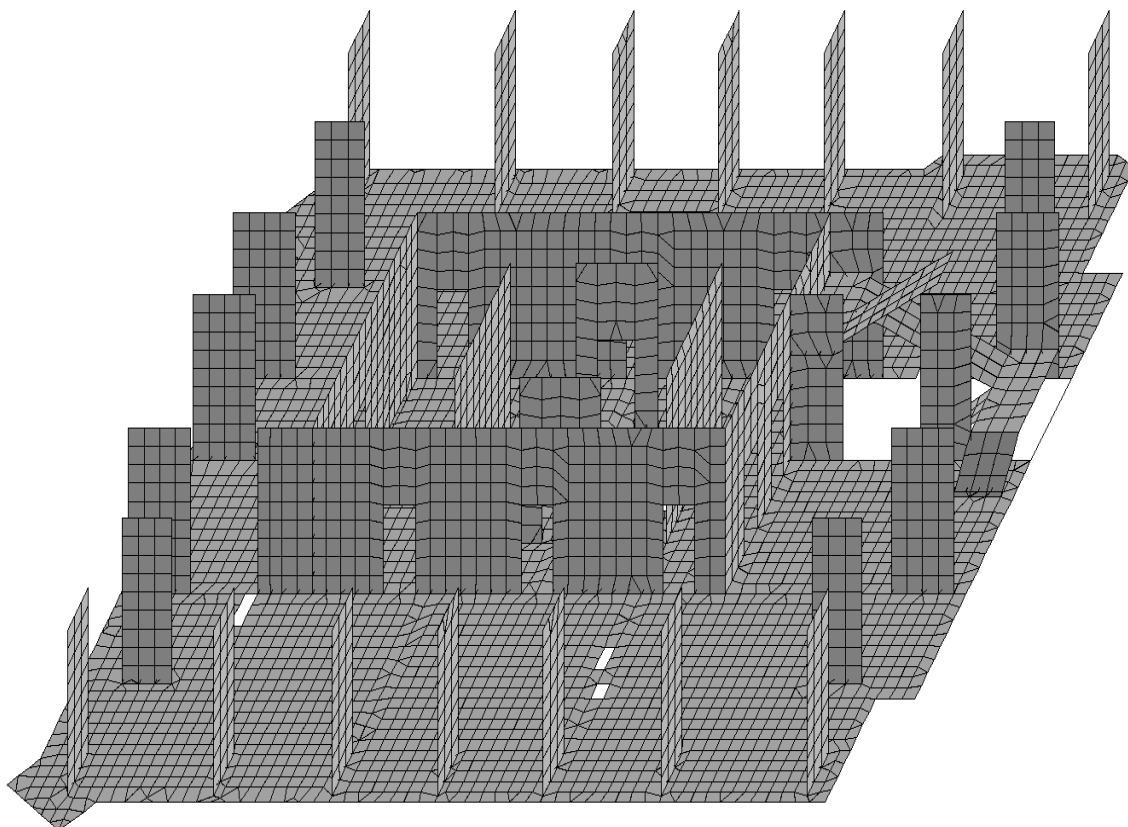


Рисунок 4.10 – Модель первого поверху

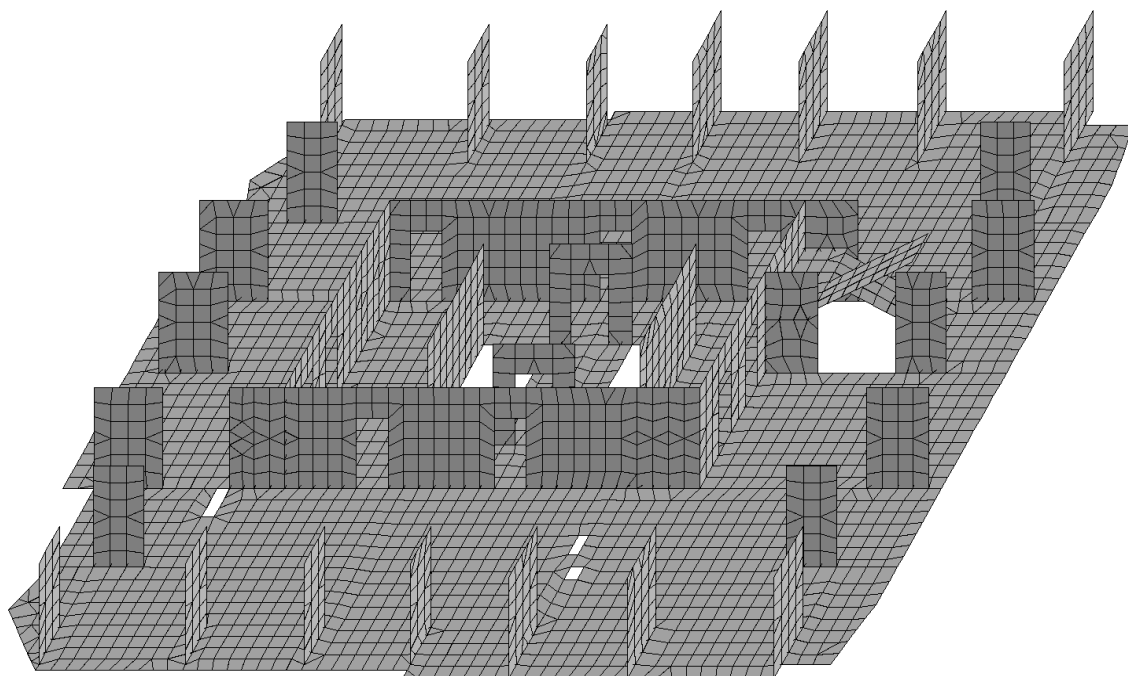


Рисунок 4.11 – Модель другого поверху

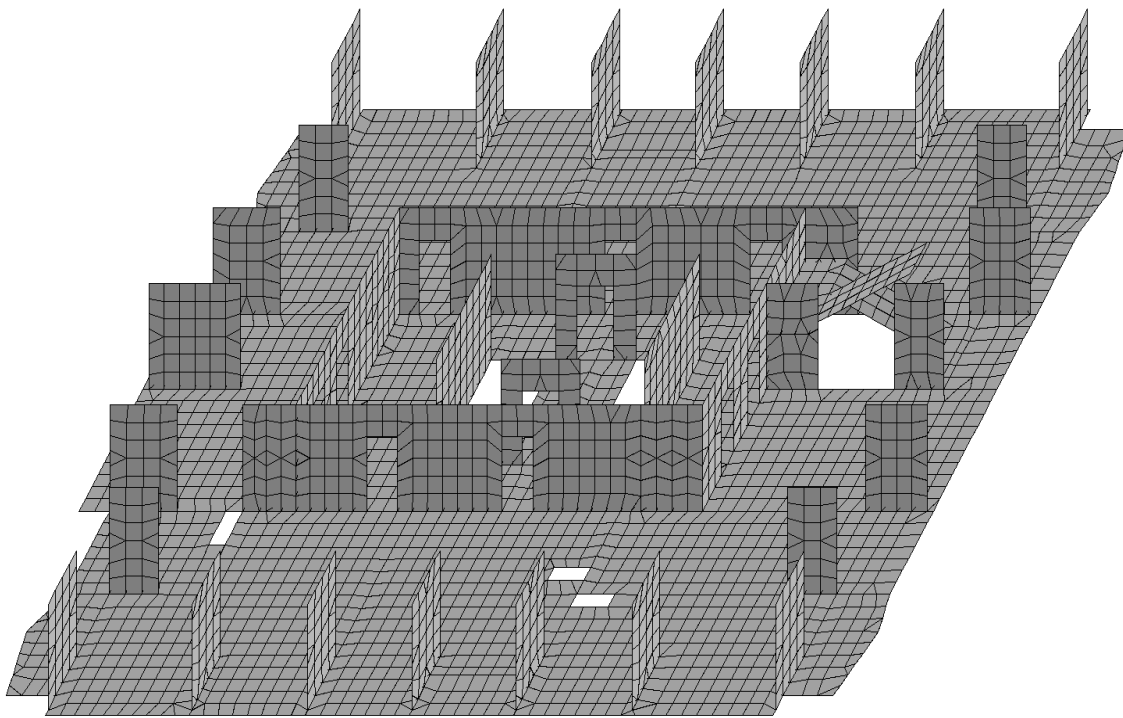


Рисунок 4.12 – Модель 3–19 поверхів

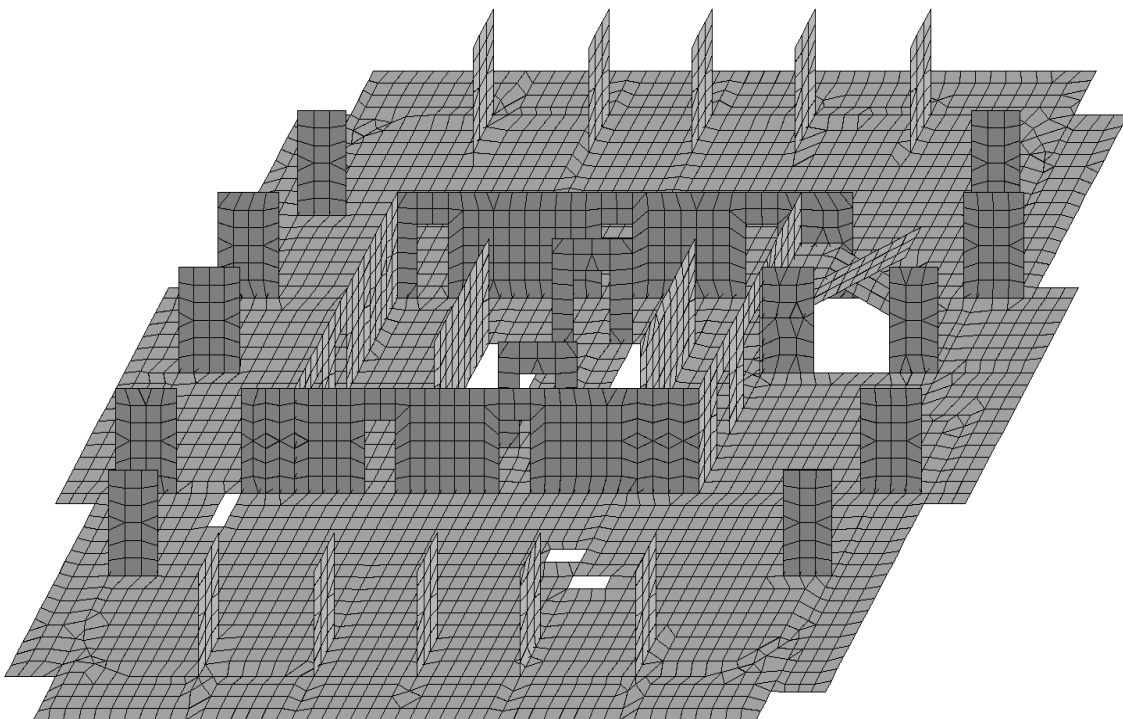


Рисунок 4.13 – Модель 20 поверху

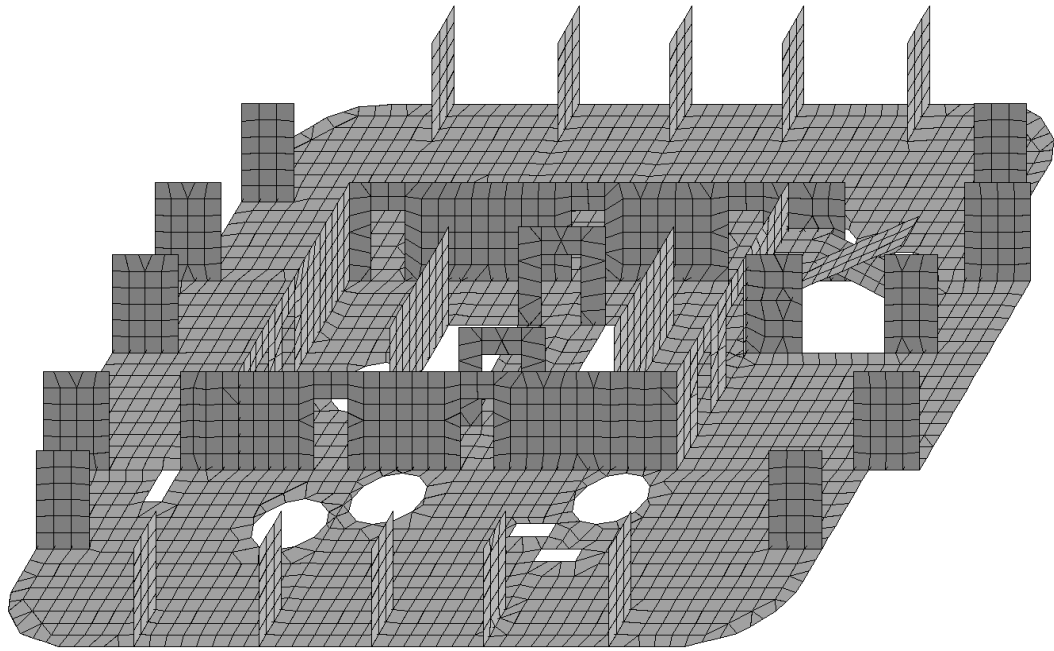


Рисунок 4.14 – Модель 21 поверху

Таблиця 4.1 – Параметри скінченних елементів розрахункової моделі будівлі

№ типу жорсткості	Геометричні параметри, см	Положення в конструктивній схемі будівлі
1	Брус 1 x 1	Фіктивні стержні для реалізації лінійних навантажень від ваги огорожувальних стін і вітрового навантаження.
2	Кільце 60 x 0	Палі
3	Пластина Н 50	Діафрагми і ядро жорсткості
4	Пластина Н 30	Діафрагми і ядро жорсткості
5	Пластина Н 20	Переkritтя, сходові площадки і марші
6	Пластина Н 150	Плитний ростверк
7	КЭ 51 чисельне	Одноузлові пружні в'язі, що моделюють відпір ґрунту у напрямку осі X ($R_x=7500$ тс/м)
8	КЭ 51 чисельне	Одноузлові пружні в'язі, що моделюють відпір ґрунту у напрямку осі Y ($R_y=7500$ тс/м)
9	КЭ 51 чисельне	Одноузлові пружні в'язі, що моделюють відпір ґрунту у напрямку осі Z ($R_z=10000$ тс/м)
<p>Примітка. Всі залізобетонні елементи будівлі запроектовані із бетону класу С20/25 із фізико-механічними характеристиками: $E=3.06 \cdot 10^6$, $\nu=0.2$, $R_0=2.75$, де E – модуль пружності, тс/м²; ν – коефіцієнт Пуассона; R_0 – розрахункова щільність матеріалу елементів розрахункової схеми, тс/м³.</p>		

Всі навантаження прикладаються до розрахункової моделі будівлі у вигляді 9 завантажень (табл. 4.2). Значення навантажень з використанням

архітектурних креслень та відповідно до ДБН В.1.2-2:2014 – Нагрузки и воздействия [19].

Сейсмічні навантаження визначалися відповідно до вимог ДБН В.1.1-12: 2014 [18].

За наданими Замовником даними сейсмічного мікрорайонування, розрахункова сейсмічність майданчика будівництва дорівнює 7 балів, ґрунти II-ї категорії за сейсмічними властивостями.

Відповідно до спектрального методу розрахункові сейсмічні навантаження S_{ik} в k -ій точці будівлі за прийнятим напрямком сейсмічного впливу та i -м тоном власних коливань визначалися за формулою

$$S_{ki} = k_1 k_2 k_3 S_{0ki}, \quad S_{0ki} = Q_k a_0 k_{гр} \beta_i \eta_{ki},$$

де k_1 – коефіцієнт, що враховує непружні деформації і локальні пошкодження елементів будівлі, прийнятий для цієї конструктивної схеми будівлі 0,3;

k_2 – коефіцієнт відповідальності споруди, прийнятий 1;

k_3 – коефіцієнт, що враховує поверховість будівлі більше 5 поверхів, прийнятий

$k_3 = 1 + 0,04 (n-5) = 1 + 0,04 (22-5) = 1,68$ (відповідно до п. 6.3.1 [1] беремо $k_3 = 1.6$);

a_0 – відносне прискорення ґрунту, взято 0,1 для сейсмічності 7 балів;

$k_{гр}$ – коефіцієнт, що враховує нелінійне деформування ґрунту, прийнятий 1,0 для ґрунту 2-ї категорії за сейсмічними властивостями при сейсмічності 7 балів;

Q_k – вага ділянки будівлі, зосереджена в точці k , яка визначається з урахуванням розрахункових навантажень на конструкції;

β_i – коефіцієнт динамічності, що відповідає i -му тону власних коливань будівлі і вибирається згідно з графіками, наведеними в ДБН В.1.1-12: 2014 [18];

η_{ik} – коефіцієнт, що залежить від форми деформації будівлі при власних коливаннях за i -м тоном і від місця розташування навантаження.

При виконанні розрахунку коливальні маси формуються автоматично з вертикальних навантажень з урахуванням коефіцієнтів:

0,9 – для постійних навантажень;

0,8 – для тимчасових тривалих;

0,5 – для тимчасових короткочасних.

Сейсмічні дії прикладаються до будівлі у вигляді двох завантажень за напрямом осей X і Y.

Таблиця 4.2 – Зведена таблиця навантажень

№ завант.	Найменування навантаження	Розрахункове граничне значення
1	Власна вага несучих конструкцій	Визначається автоматично
2	Постійне	
	вага підлоги: - житлові поверхи; - офісні поверхи; - технічний поверх - підвал	0,234 т/м ² 0,143 т/м ² 0,133 т/м ² 0,235 т/м ²
	вага покриття: - яке експлуатується; - яке не експлуатується	0,428 т/м ² 0,306 т/м ²
	вага огороження вентканалів: - 1-й поверх - типовий поверх - дах	0,325 т/м 0,222т/м 0,260т/м
	вага огорожувальних стін: - газобетон 400мм - СФБ+газобетон 100мм - склопакети	1,096т/м 0,645т/м 0.189т/м
	вага парапету	0,570 т/м
	3	Довготривале
на перекриття типового поверху,		0,210 т/м ²
на перекриття технічного поверху, офісних приміщень		0,210 т/м ²
4	Короткочасне 1	
	житлові приміщення	0,195 т/м ²
	офісні приміщення	0,240 т/м ²
	коридори, сходи	0,360 т/м ²
	підвал	0,600 т/м ²
котельня	0,960 т/м ²	
5	Короткочасне 2	
	снігове	0,114 т/м ²
6	Вітрове статичне по Х	Характеристичне значення вітрового тиску 46 кг/м ²
7	Вітрове статичне по Y	
8	Сейсмічне по Х	Розрахункова сейсмічність майданчика 7 балів, категорія грунтів за сейсмічними властивостями - II
9	Сейсмічне по Y	

Для підбору арматури і обчислення зусиль у палях у ПК ЛІРА-САПР були створені таблиці розрахункових сполучень зусиль (РСЗ) і розрахункових сполучень навантажень (РСН). Виходячи з того, що клас наслідків (відповідальності) будівлі СС-2, при створенні таблиць РСЗ і РСН враховано коефіцієнт надійності $\gamma_n = 1,05$ відповідно до ДБН В.1.2-14-2009 – Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ [20].

4.5 Результати розрахунку пальового фундаменту

За проектом як фундамент будинку взято монолітний залізобетонний ростверк з бетону С20/25, товщиною 1500 мм на круглих буронабивних залізобетонних палях діаметром 600 мм. Кількість паль 191 шт., їх довжина від рівня підошви ростверків становить 26,15 м.

Проектом передбачено заглиблення нижніх кінців паль на 2,48 м в шар глини зеленувато-сірої, із включенням карбонатів, напівтвердої і твердої консистенції.

Відповідно до технічного завдання при проектуванні пальового фундаменту допускається вертикальне навантаження на палю, що дорівнює 220 тс.

Моделювання паль здійснювалося за допомогою стержнів довжиною 1 м і одновузлових СЕ-51 із жорсткістю 7500 т/м у вертикальному напрямі і 5000 т/м у горизонтальному напрямі.

В результаті розрахунку визначено розрахункові сполучення навантажень при основних сполученнях і при аварійних сполученнях, при яких в палях виникають найбільші за модулем вертикальні зусилля. Величини зусиль в палях для цих РСН показано на рис. 4.15 і 4.16. Зусилля в палях не перевищують допустиме навантаження 220 т.

Розрахунок армування плитного ростверка проводився за програмою Ліра-Арм ПК ЛІРА_САПР на зусилля, отримані в розрахунках системи «основа - фундамент - верхня будова» з урахуванням сейсмічних впливів при найбільш невідгидних поєднаннях зусиль (РСЗ).

Прив'язка робочої арматури в плиті приймалася для верхньої і нижньої зон $a_1 = a_2 = 55$ мм.

Результати розрахунку армування плитного ростверка наведені на рис. 4.17 – 4.20.

Аналіз результатів розрахунку пальового фундаменту показав:

- вертикальні навантаження на палі при основних і аварійних сполученнях навантажень не перевищують розрахункове допустиме навантаження на стиск (220 тс):

а) при основних сполученнях навантажень найбільше зусилля в палях становить -196 тс;

б) при аварійних сполученнях навантажень найбільше зусилля в палях становить -204 тс;

- прийнята в проекті товщина ростверка достатня для забезпечення міцності перерізу залізобетонного плитного ростверка при всіх розрахункових сполученнях зусиль.

Розрахункове армування плитного ростверка в окремих скінченних елементах досягає значення 5 Ø36 А400С2 – 5 Ø40 А400С2.

Максимальне армування ростверка – 0,4%.

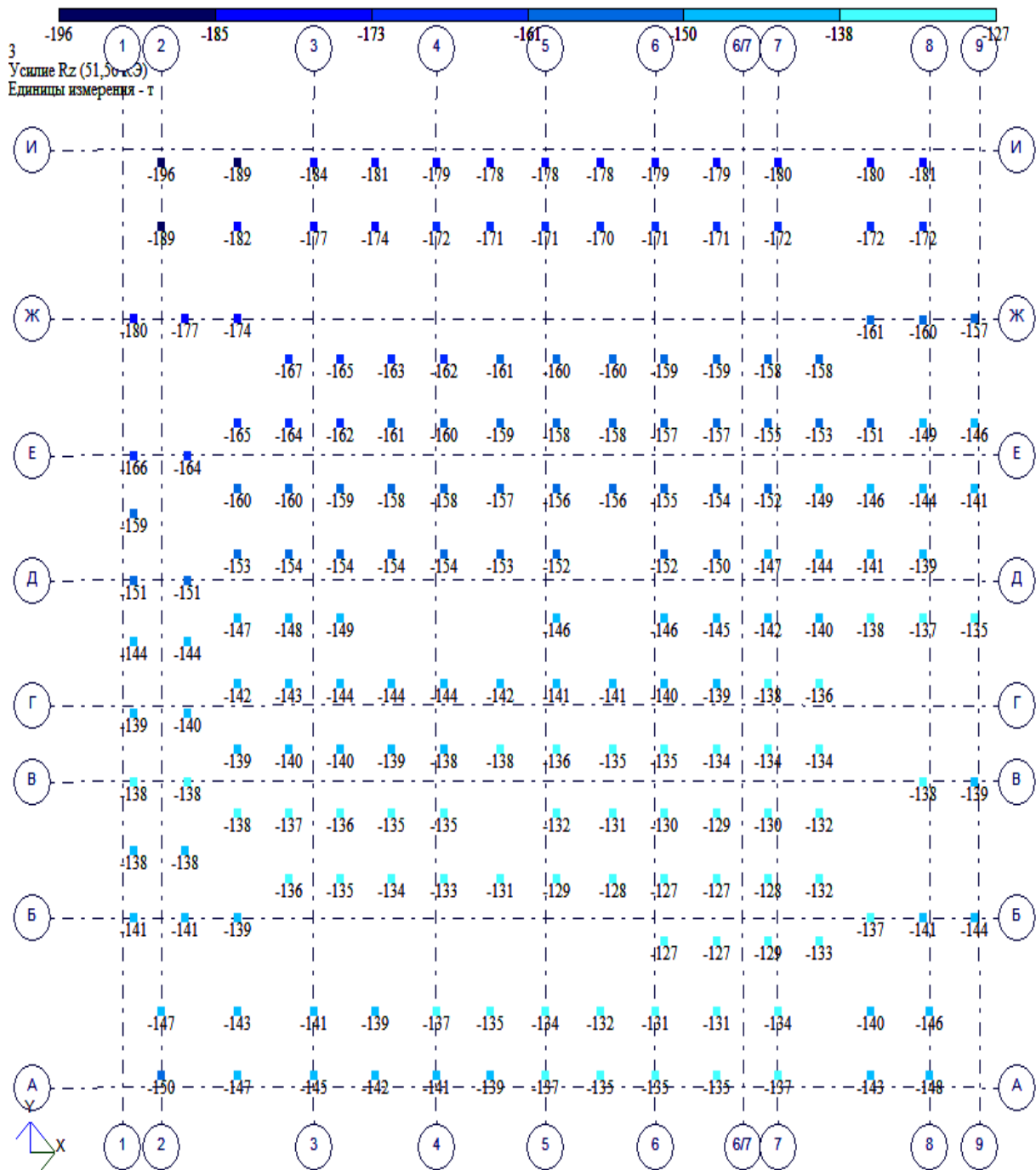


Рисунок 4.15 – Зусилля у палях (тс) при РСН-3 (основне сполучення)

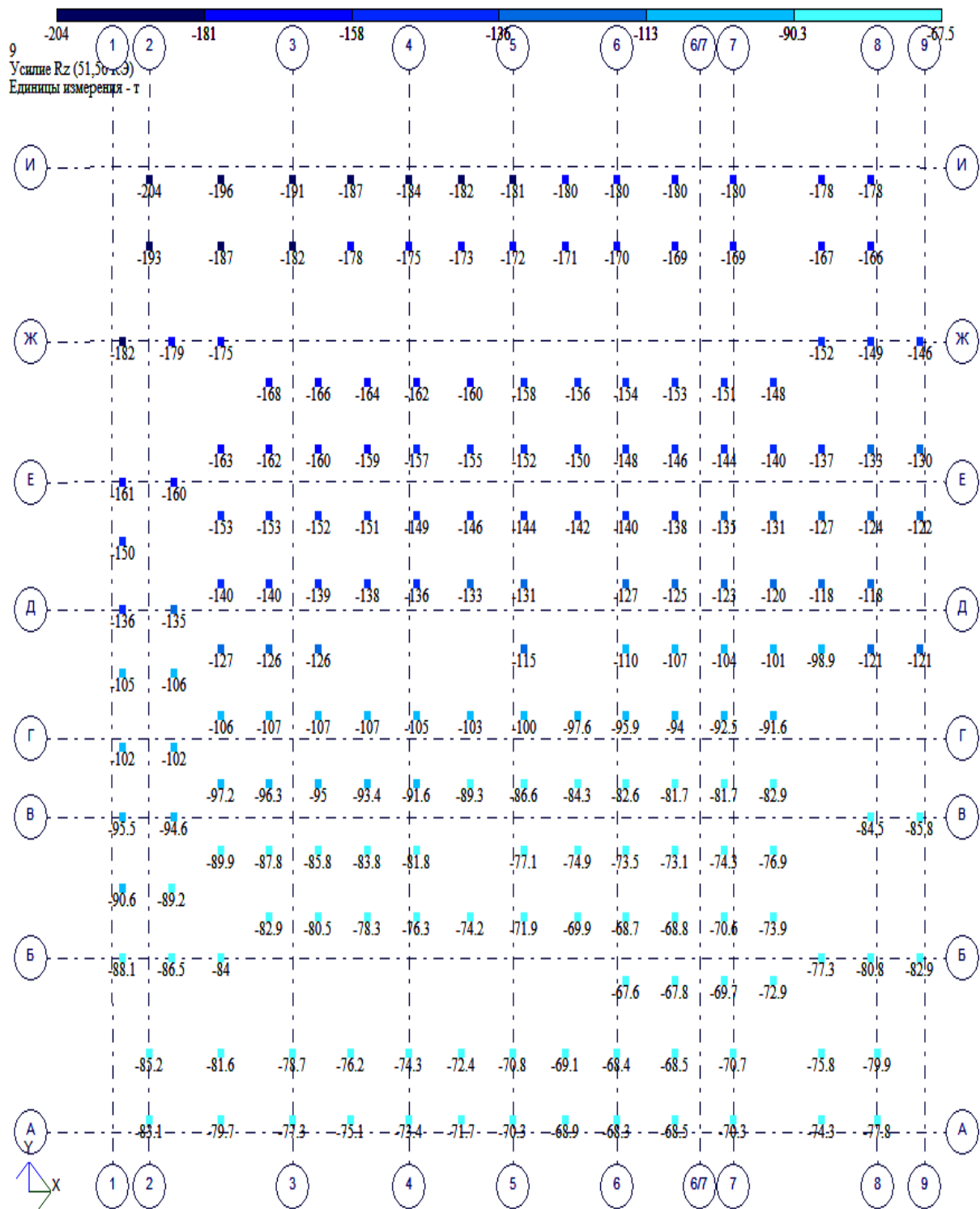


Рисунок 4.16 – Зусилля у палях (тс) при РСН-9 (аварійне сполучення)

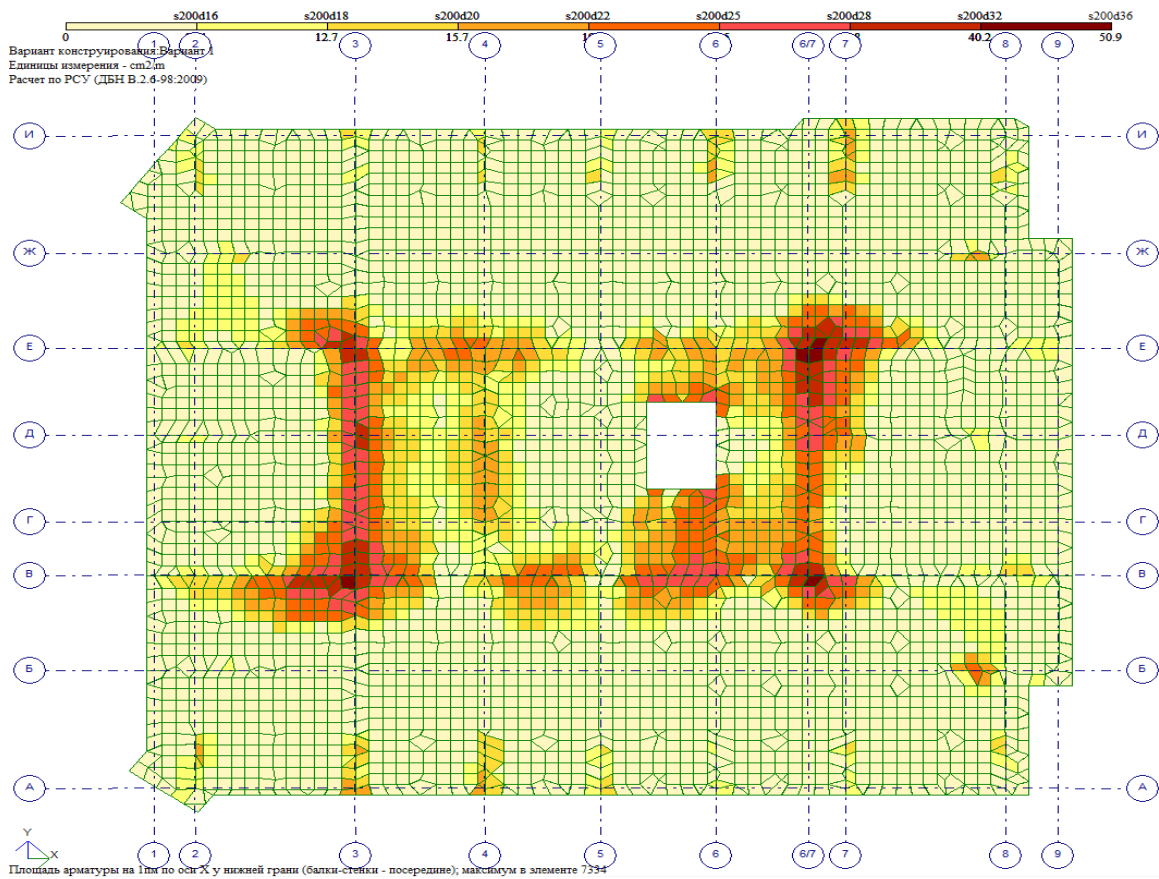


Рисунок 4.17 – Армування біля нижньої грані ростверка по осі X

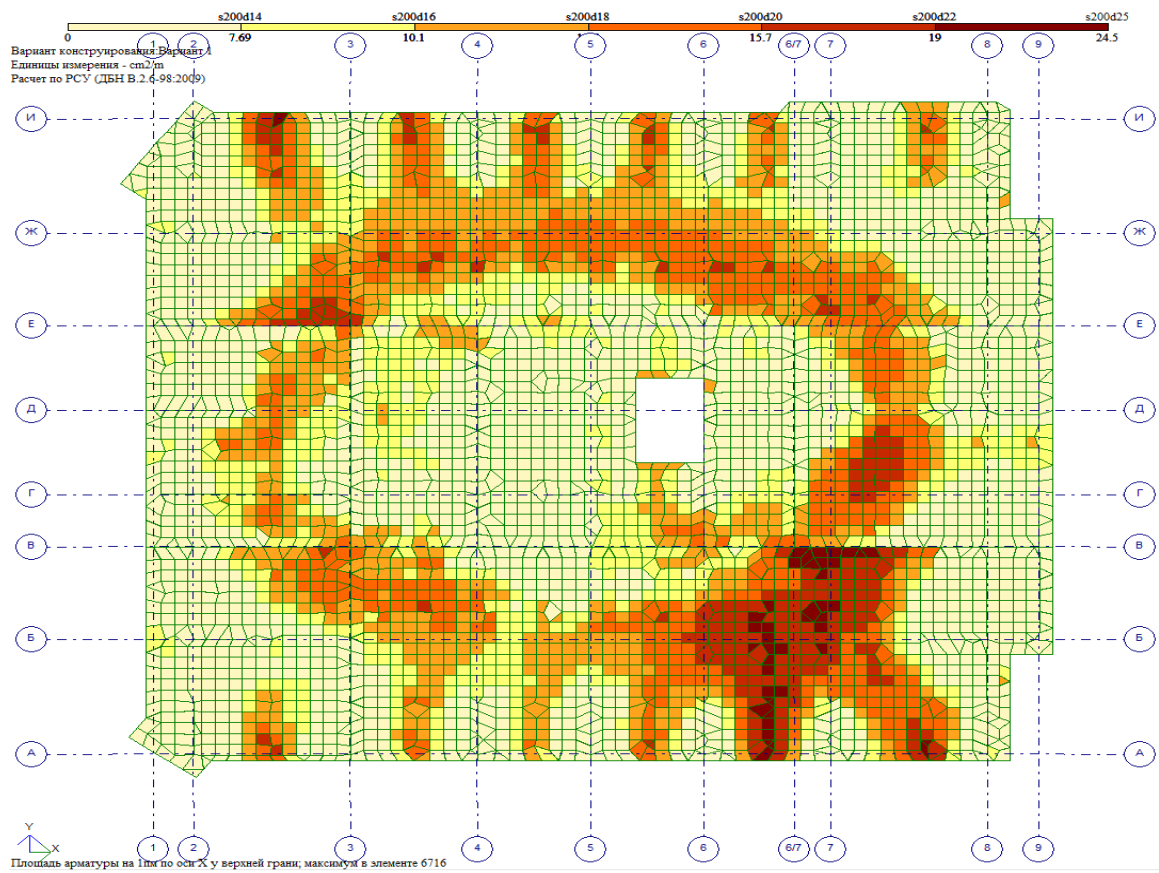


Рисунок 4.18 – Армування біля верхньої грані ростверка по осі X

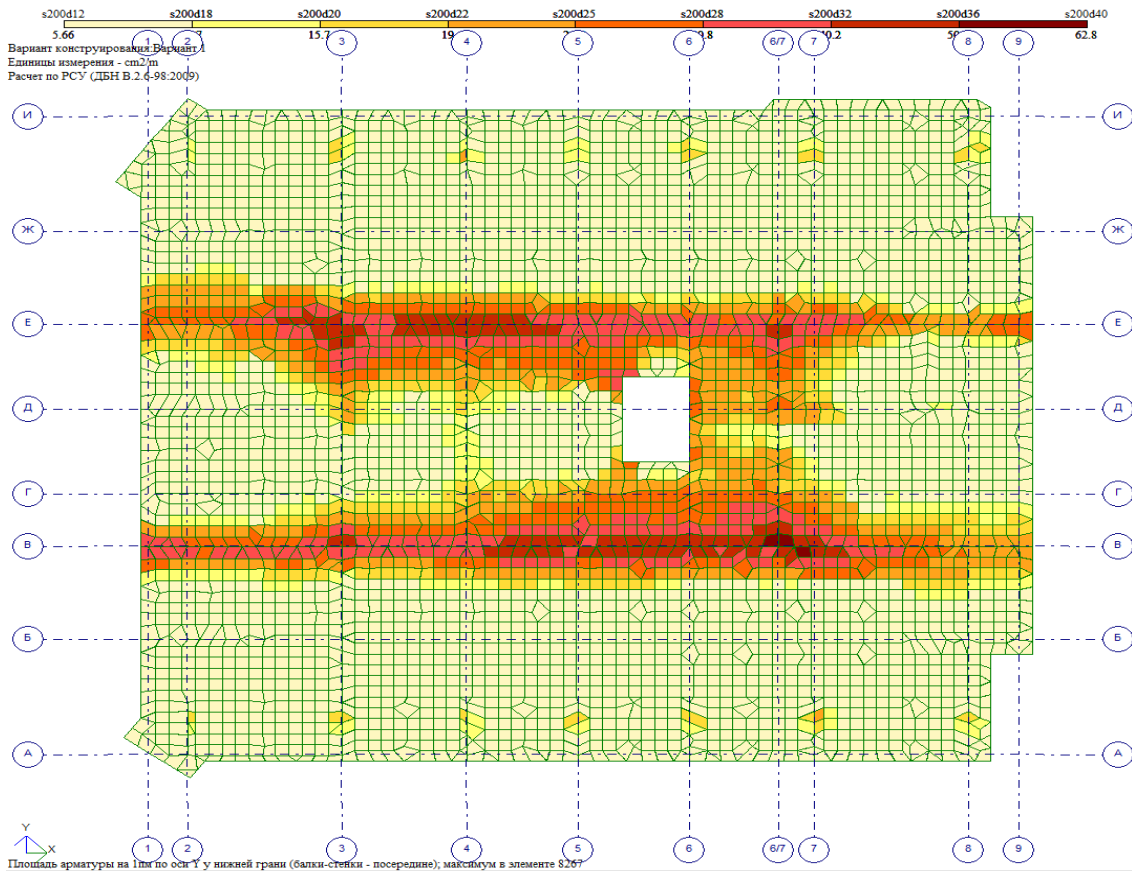


Рисунок 4.19 – Армування біля нижньої грані ростверка по осі Y

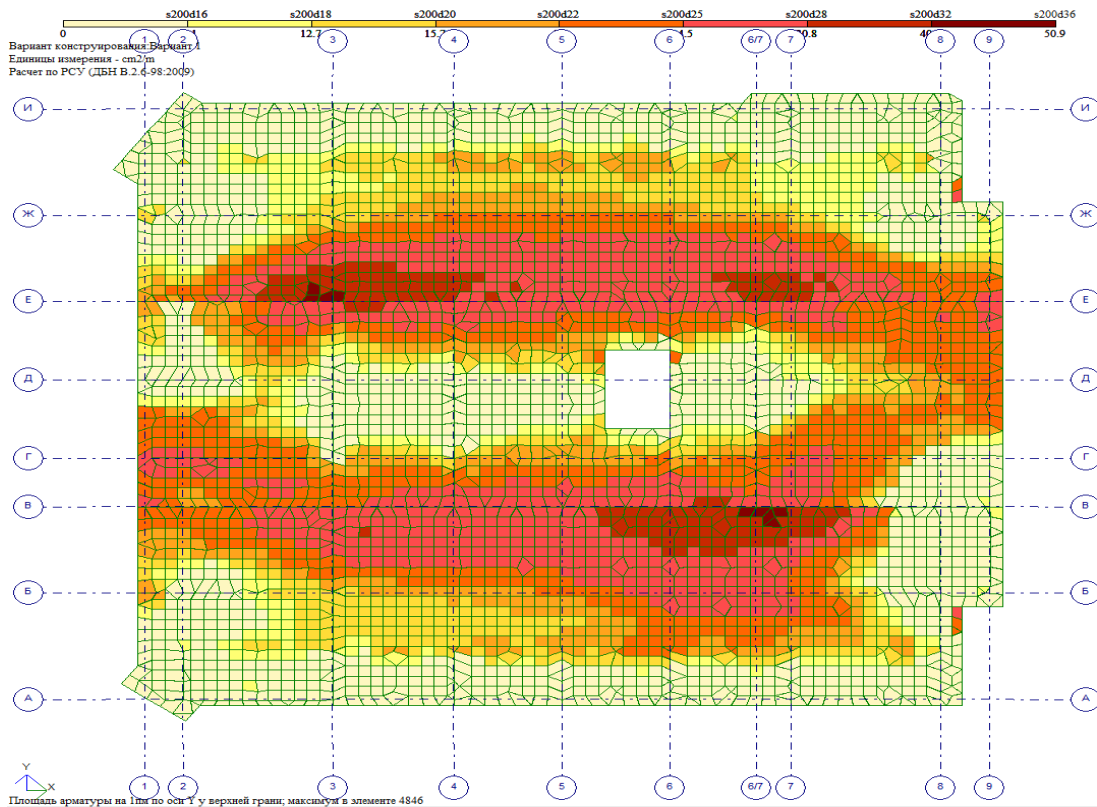


Рисунок 4.20 – Армування біля верхньої грані ростверка по осі Y

4.6 Результати розрахунку елементів верхньої частини будівлі

Оскільки проектування будівлі виконується для сейсмічно небезпечного району, необхідно виконати динамічний розрахунок, одержати динамічні характеристики будівлі і пересвідчитись у відповідності проектних рішень вимогам ДБН [18].

Для визначення РСЗ у конструктивних елементах будівлі рекомендується враховувати таку кількість форм власних коливань, при якій сума модальних мас була б не менше 85% [18].

Для задоволення цієї вимоги розрахункова модель будівлі була розрахована з урахуванням 12 форм власних коливань (таб. 4.3).

Таблиця 4.3 – Розрахункові динамічні характеристики будівлі

Номери форм коливань	Частота коливань, Гц	Період коливань, с	Σ модальних мас,%, при сейсміці по осі:	
			X	Y
1	0.429	2.330	1.032	62.906
2	0.584	1.714	65.202	63.995
3	0.937	1.067	65.207	63.996
4	2.008	0.498	65.425	80.151
5	2.696	0.371	65.438	80.155
6	2.876	0.348	84.330	80.415
7	3.680	0.272	84.331	80.416
8	4.005	0.250	84.379	83.068
9	4.502	0.222	84.403	83.977
10	4.526	0.221	84.473	88.128
11	4.702	0.213	84.475	88.321
12	4.821	0.207	84.475	88.365

Примітка. Заливкою позначені форми коливань, які враховуються у РСЗ.

Форми власних коливань зображено на рис. 4.21.

Перша і друга форми являють собою поступальні коливання, третя форма коливань – кручення.

Такі форми коливань цілком відповідають вимогам нормативного документа [18].

Норми проектування [18] обмежують горизонтальні переміщення будівлі. Конкретно це виражається в обмеженні перекосів поверхів будівлі. Одержані у результаті розрахунку перекоси поверхів будівлі подано у табл. 4.4.

Як видно із таблиці 4.4, максимальне значення перекосу поверхів становить 1/516, що не перевищує допустимого значення [18].

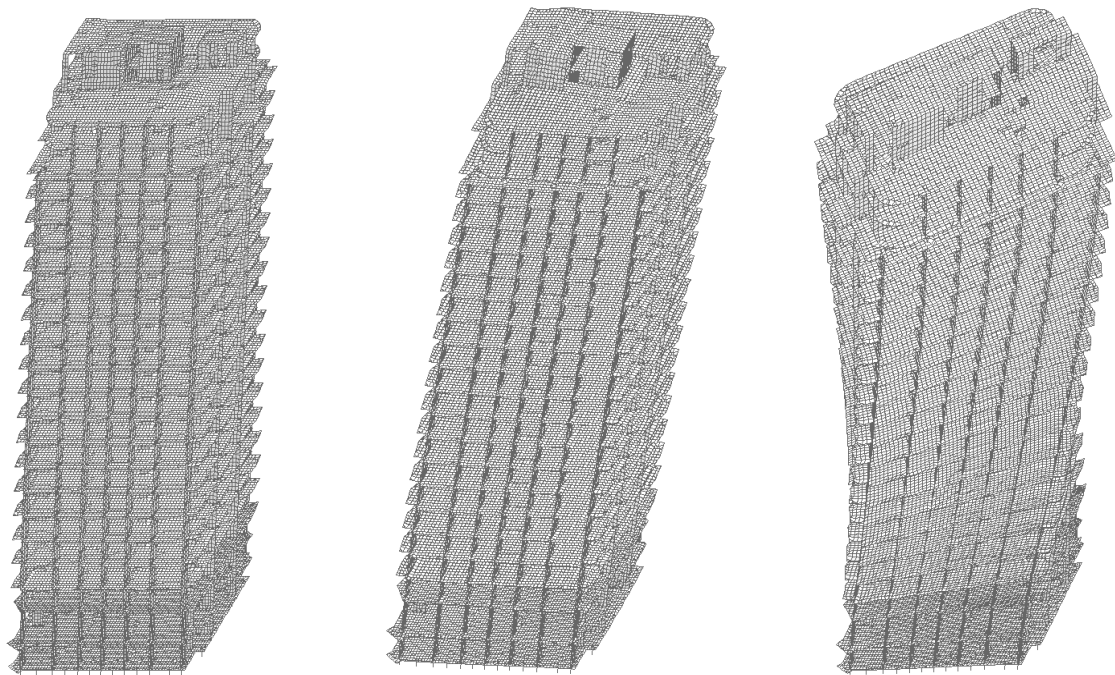


Рисунок 4.21 – Перші три форми власних коливань

Таблиця 4.4 – Деформований стан будівлі при сейсмічних впливах, обчислених за спектральним методом

Z, м	Переміщення $\Sigma X \cup Y$, мм, при сейсміці за напрямом		Перекося поверхів при сейсміці за напрямом	
	X (форма 2)	Y (форма 1)	X	Y
-3.300	1.8	1.6		
0.000	3.7	4.3	1756	1203
4.500	7.4	9.5	1197	858
7.650	10.5	13.8	1032	737
10.800	13.7	18.5	969	667
13.950	17.1	23.5	930	633
17.100	20.6	28.7	898	602
20.250	24.3	34.2	873	578
23.400	27.9	39.8	854	560
26.550	31.7	45.6	840	547
29.700	35.5	51.4	830	537
32.850	39.3	57.4	824	530
36.000	43.1	63.4	820	525
39.150	47.0	69.4	820	522
42.300	50.8	75.5	819	516
45.450	54.7	81.6	822	517
48.600	58.5	87.7	828	521
51.750	62.2	93.6	836	527
54.900	66.0	99.5	846	536

Продовження таблиці 4.4

Z, м	Переміщення $\Sigma X_u Y_u$, мм, при сейсміці за напрямом		Перекуси поверхів при сейсміці за напрямом	
	X (форма 2)	Y (форма 1)	X	Y
58.050	69.6	105.3	859	545
61.200	73.2	111.0	872	555
64.350	76.8	116.6	886	562
67.400	80.2	121.9	901	572
68.900	81.8	124.5	907	570
72.100	85.5	130.5	879	539

Позначення:

Z – аплікати перекриттів з вибраними вузлами розрахункової схеми, розташованими на одній вертикалі.

$\Sigma X_u Y_u$ – геометрична сума пружних переміщень вузлів в горизонтальній площині.

Пружні переміщення – різниця між повними (обчисленими) переміщеннями і кінематичними переміщеннями обраних вузлів за рахунок повороту і лінійного зміщення фундаментної плити.

Перекус – величина, обернена до відношення висоти поверху до різниці пружних переміщень обраних вузлів суміжних поверхів.

Визначення розрахункового армування несучих конструкцій будівлі виконувалося за допомогою модулів ЛІР-АРМ програмного комплексу ЛІРА-САПР. Система ЛІР-АРМ призначена для визначення та перевірки армування в стержневих і пластинчастих елементах відповідно до нормативних вимог ДБН [21].

При визначенні розрахункового армування несучих конструкцій будівлі враховувалися розрахункові сполучення зусиль. Прив'язка робочої арматури в плитах перекриття і діафрагмах та ядрі жорсткості вибиралася для верхньої і нижньої зон $a_1 = a_2 = 30$ мм.

З огляду на конструктивне рішення будівлі, коефіцієнт k_1 , який враховує нелінійне деформування елементів будівлі, взято 0,3 [18]. Тобто допускалися залишкові деформації і пошкодження конструкцій будівлі, що не призводять до її руйнування. З цієї причини ширина розкриття тріщин не обмежувалася і підбір арматури за цим параметром не виконувався. Результати підбору арматури для деяких несучих залізобетонних елементів будівлі наведено на рис. 4.22 – 4.33.

У практиці проектування залізобетонних елементів конструкцій у сейсмічно небезпечних районах вводиться обмеження на їх армування. Прийнято, що площа робочих арматурних стрижнів не має перевищувати 4%. Таке обмеження вводиться для того, щоб запобігти крихкому руйнуванню конструкції.

Відповідно до результатів розрахунку армування залізобетонних елементів будівлі не перевищує 3%.

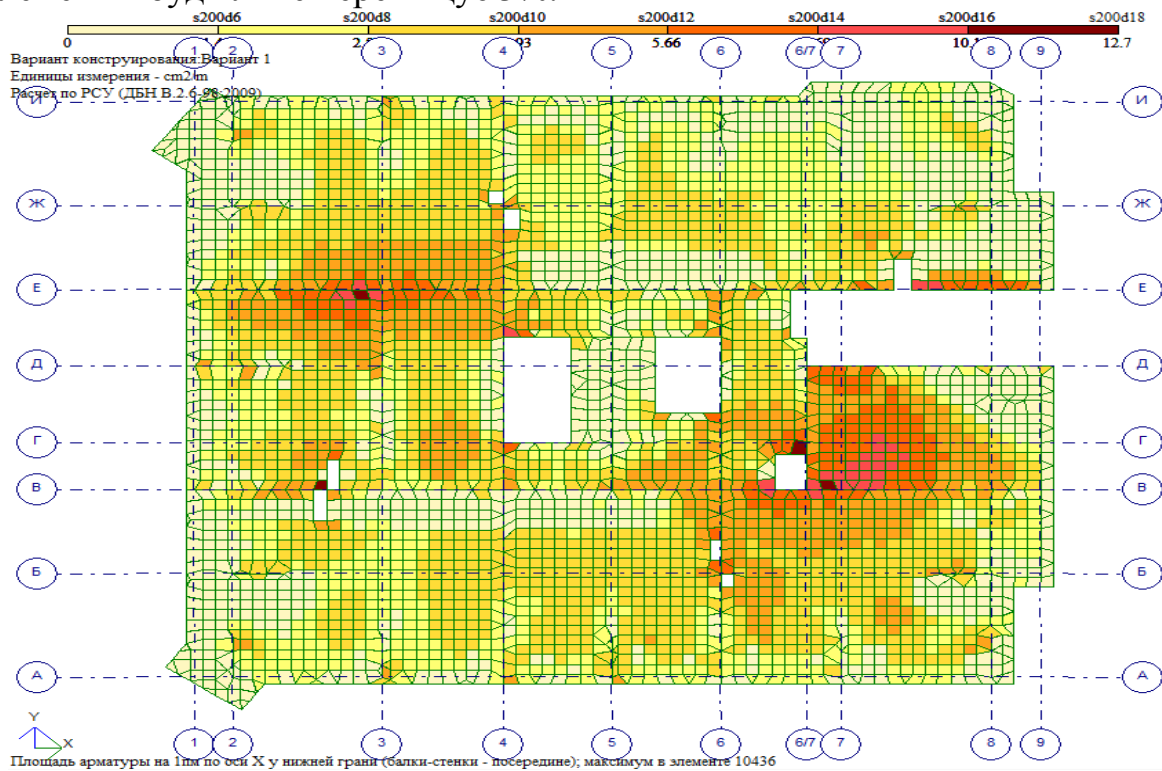


Рисунок 4.22 – Переkritтя на відмітці 0.000 м. Нижня арматура по X

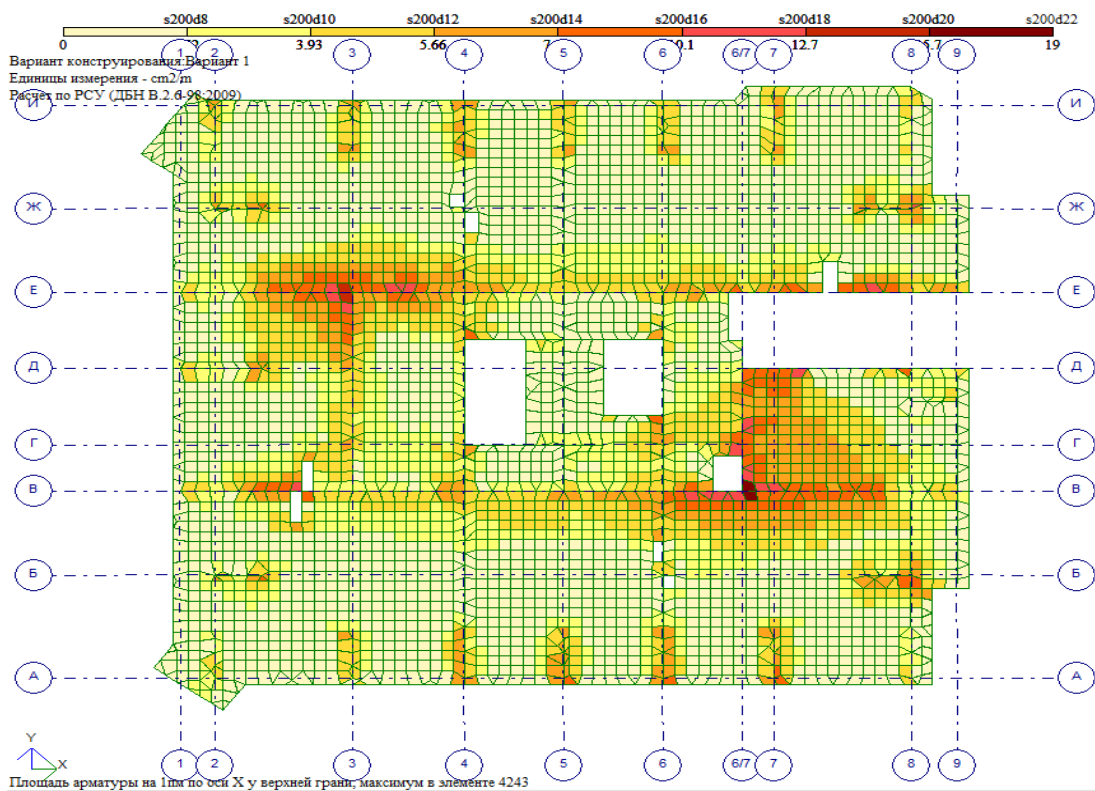


Рисунок 4.23 – Переkritтя на відмітці 0.000 м. Верхня арматура по X

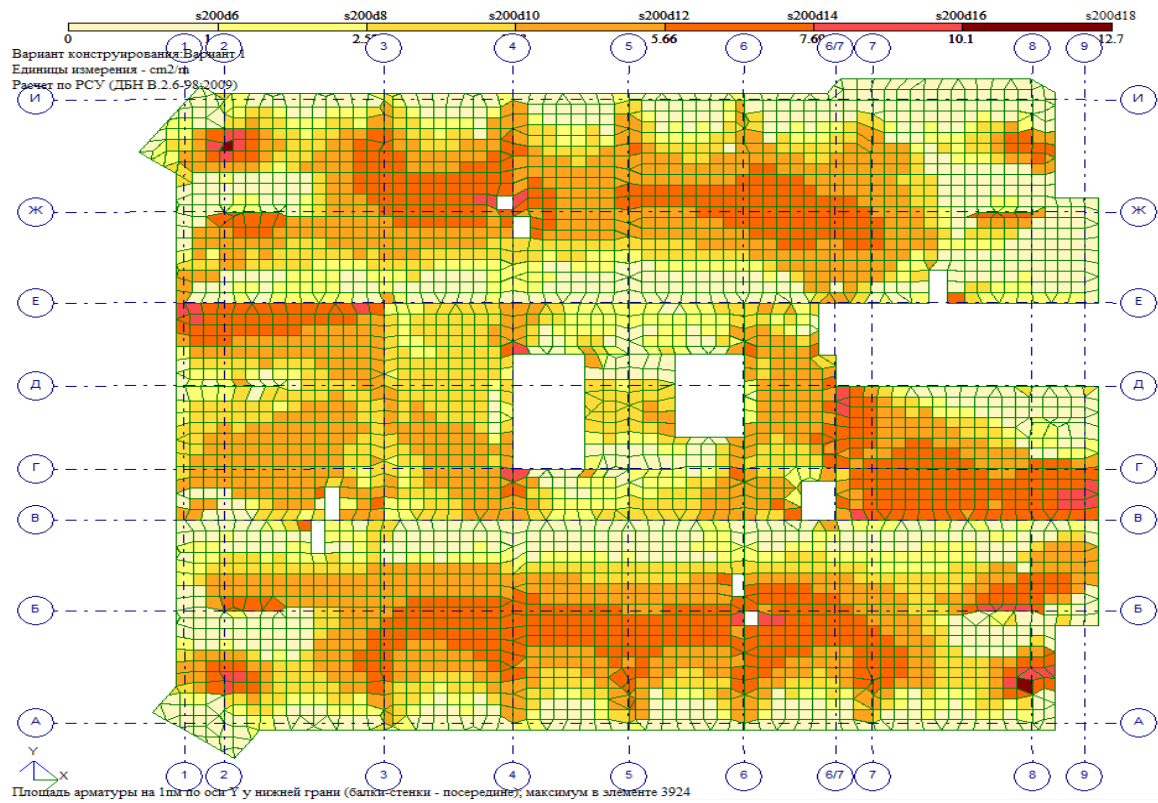


Рисунок 4.24 – Перекрыття на відмітці 0.000 м. Нижня арматура по Y

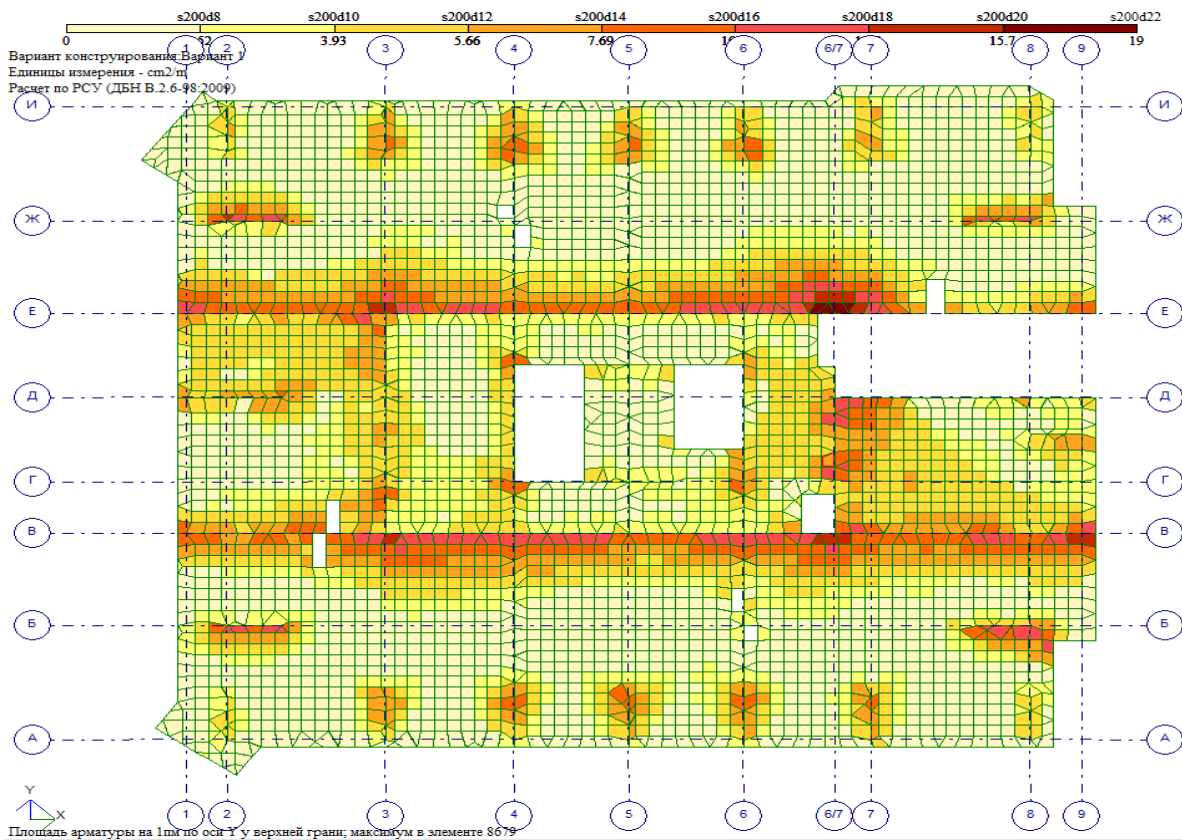


Рисунок 4.25 – Перекрыття на відмітці 0.000 м. Верхня арматура по Y

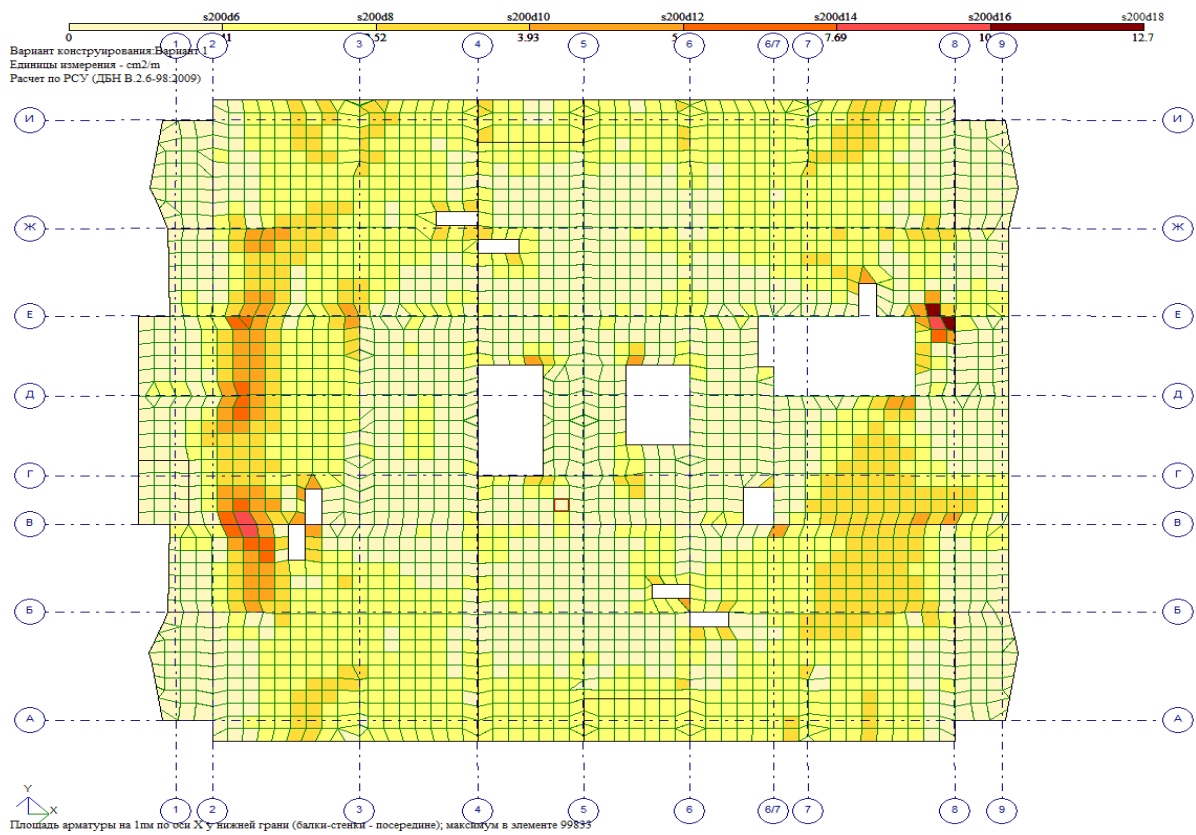


Рисунок 4.26 – Перекрытие на відмітці +36.000 м. Нижня арматура по X

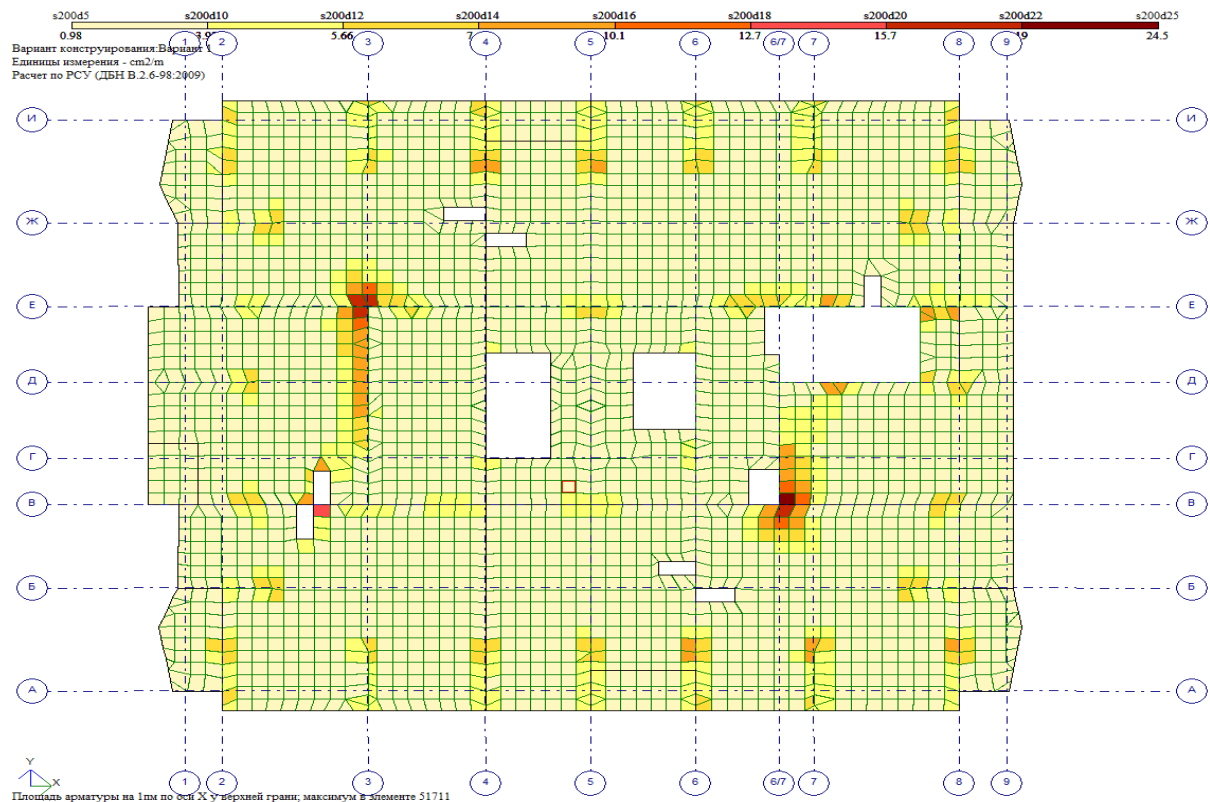


Рисунок 4.27 – Перекрытие на відмітці +36.000 м. Верхня арматура по X

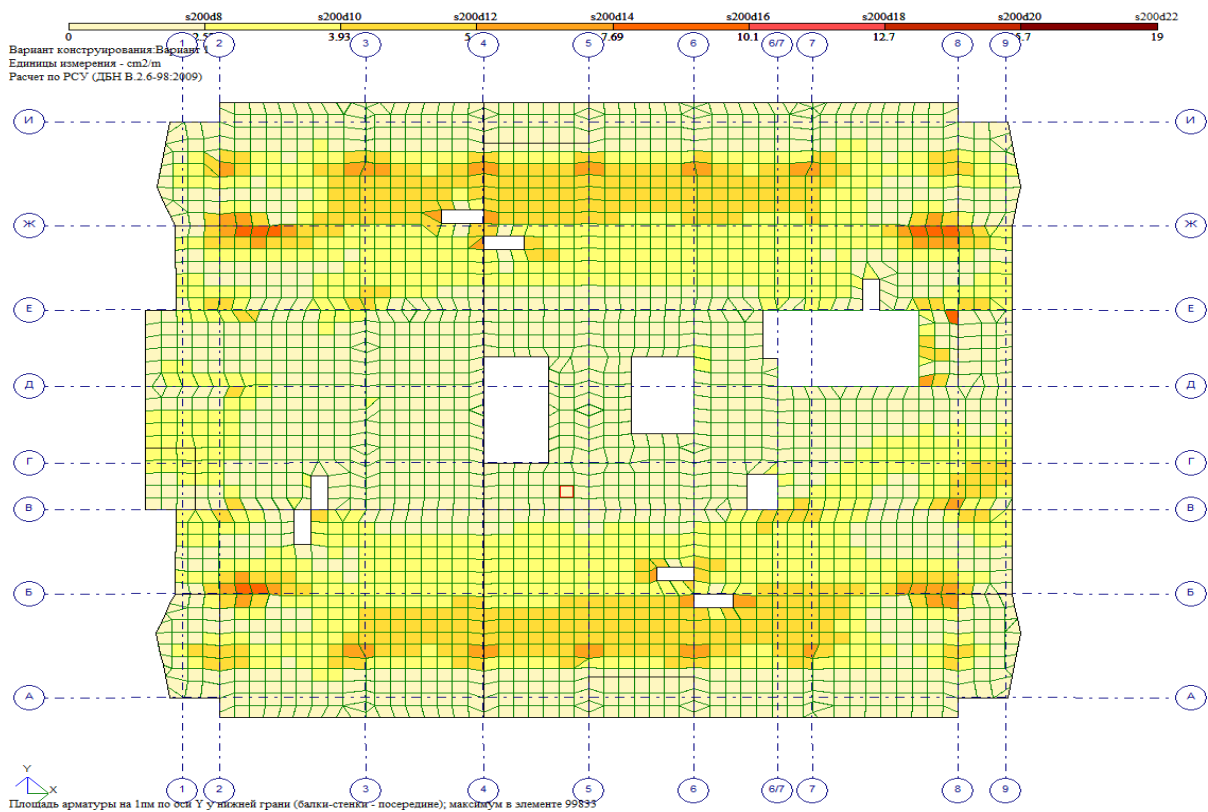


Рисунок 4.28 – Перекрыття на відмітці +36.000 м. Нижня арматура по Y

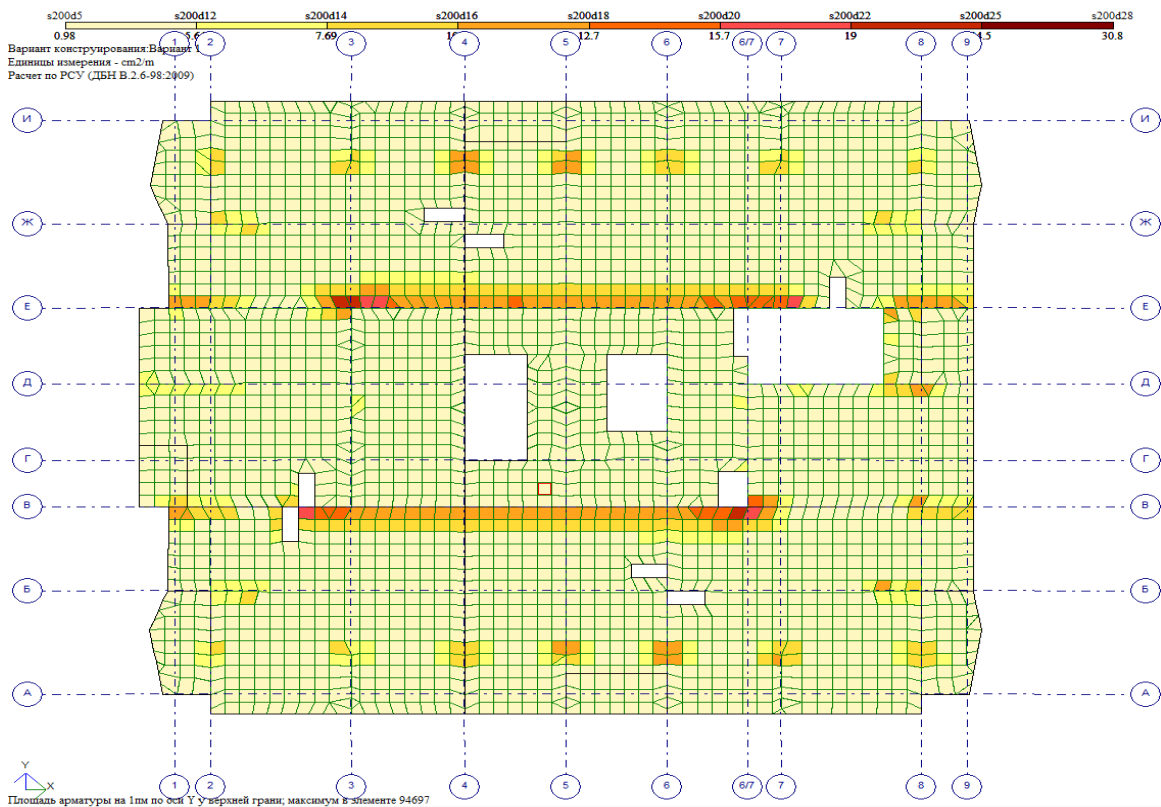


Рисунок 4.29 – Перекрыття на відмітці +36.00 м. Верхня арматура по Y

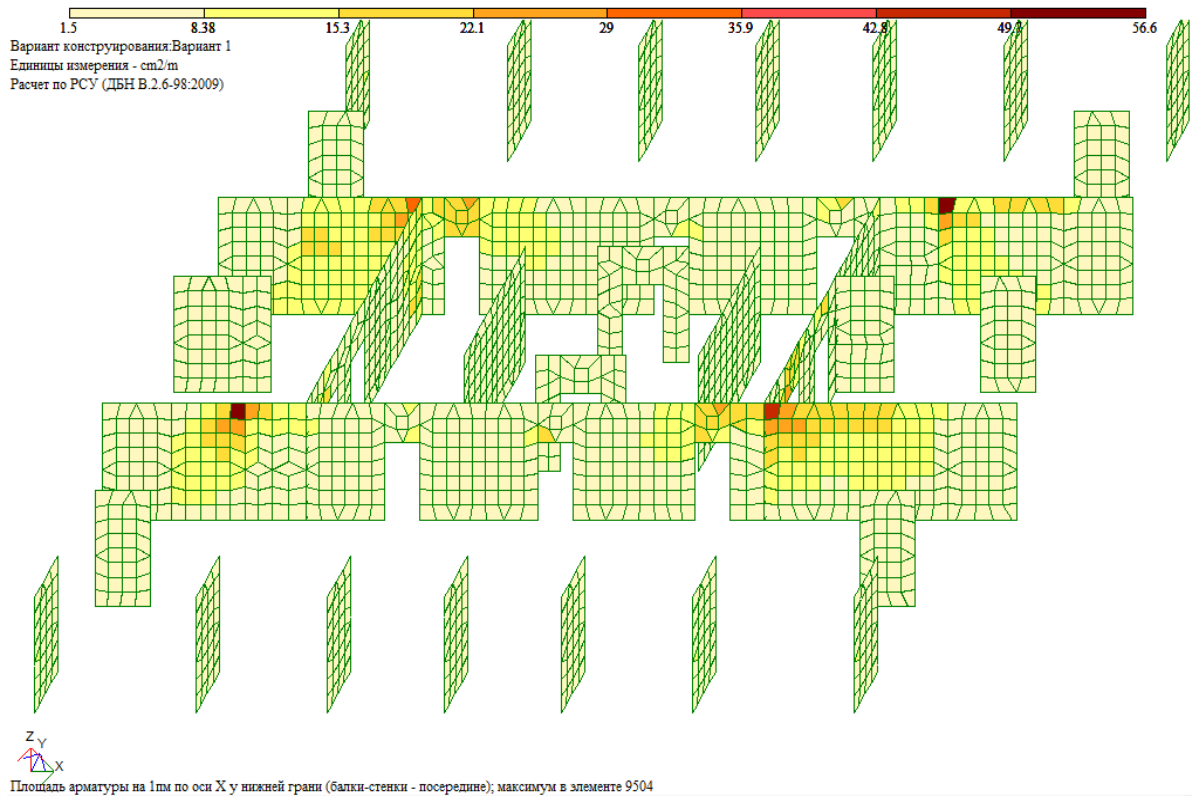


Рисунок 4.30 – Діафрагми і ядро жорсткості підвалу. Нижня арматура по X

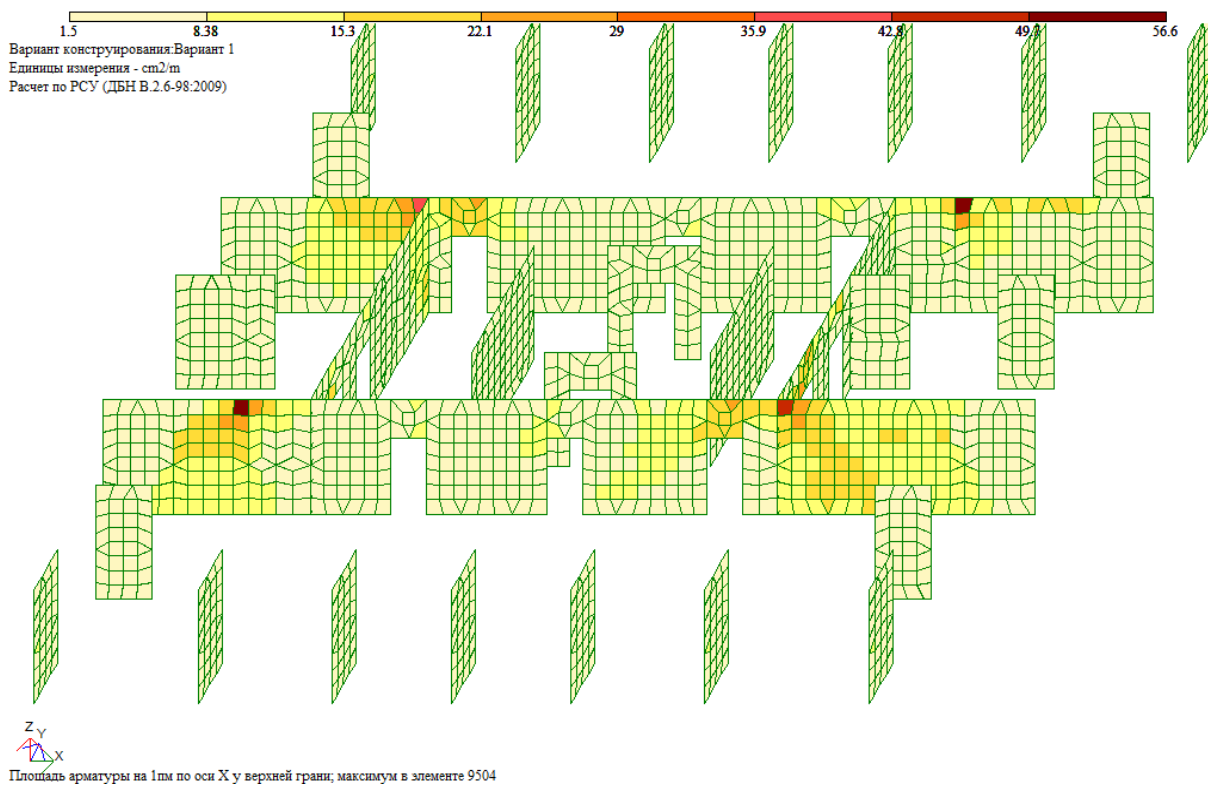


Рисунок 4.31 – Діафрагми і ядро жорсткості підвалу. Верхня арматура по X

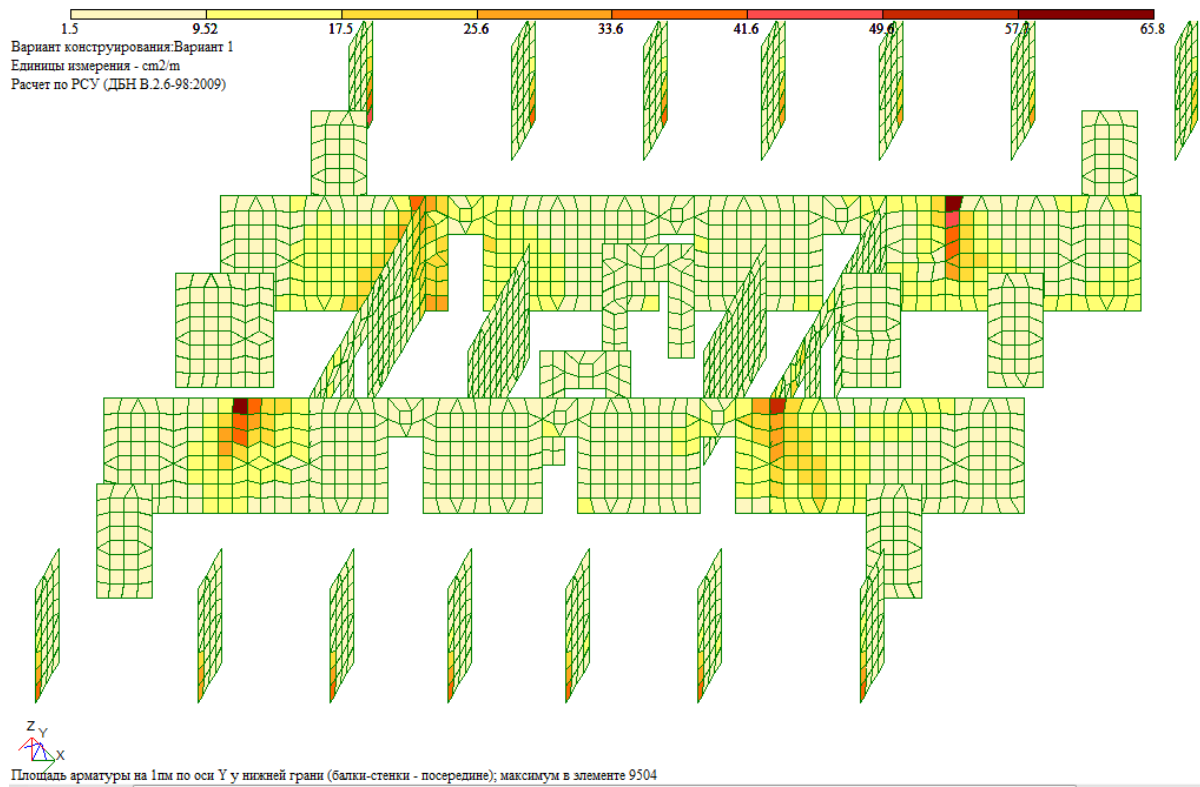


Рисунок 4.32 – Діафрагми і ядро жорсткості підвалу. Нижня арматура по Y

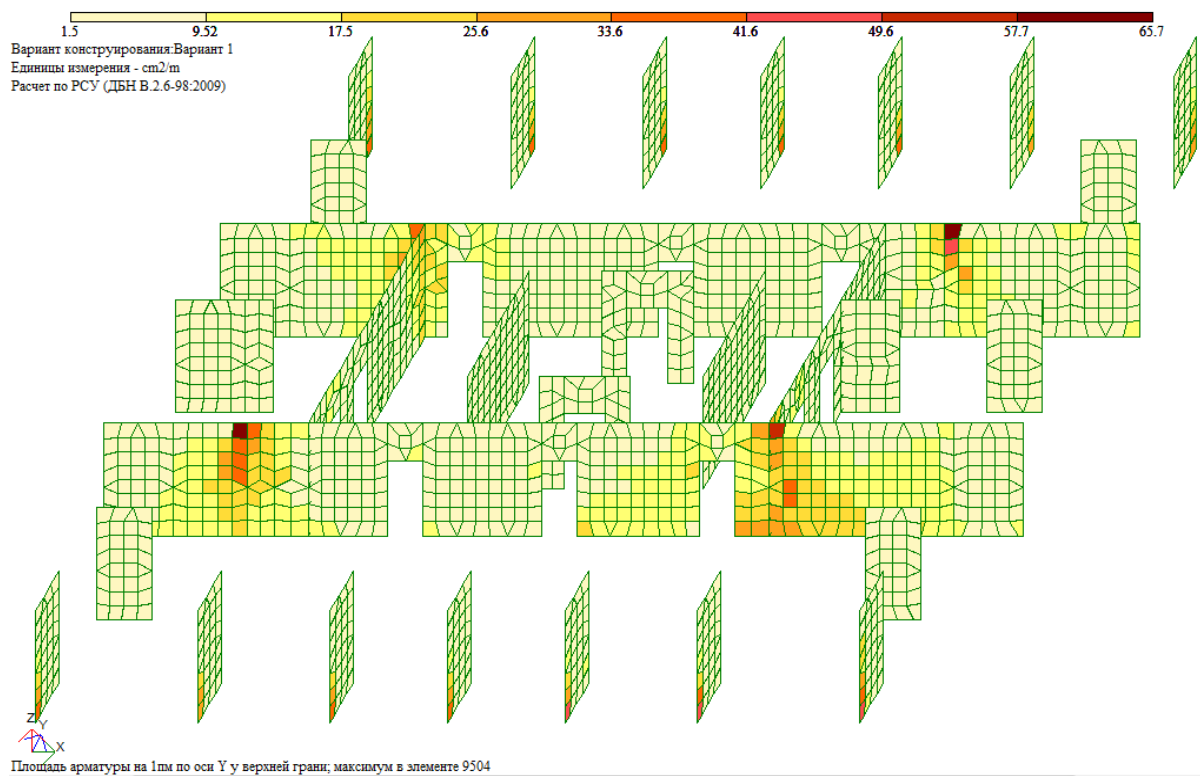


Рисунок 4.33 – Діафрагми і ядро жорсткості підвалу. Верхня арматура по Y

РОЗДІЛ 5 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗА МГЕ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЇ ІНЖЕНЕРНОЇ ПРАКТИКИ

5.1 Основні положення числового методу граничних елементів



Рисунок 5.1 – Розважально-оздоровчий комплекс

Фундаментобудування має за мету розрахунок і конструювання споруд на ґрунтах чи в ґрунтах. Всі споруди в результаті передають своє навантаження на ґрунт, гравітація на нашій планеті цьому сприяє.

Основною задачею при цьому є будівництво споруд з достатнім ступенем надійності.

Порівняно невелика кількість аварій свідчить, що інженери добре справляються з поставленою задачею. Значною мірою цей успіх пояснюється використанням досвіду, накопиченого при будівництві подібних споруд в минулому.

Та сьогодні інженери зустрічаються з новими задачами, які не спостерігались в минулому і потребують знання багатьох властивостей ґрунтів неописового характеру. Сучасне висотне будівництво обумовлює роботу ґрунту за межами пружності в нелінійній стадії, і вирішення цієї проблеми має важливе народногосподарське значення. Це питання отримало наукову трактовку та раціональні наукові методи розрахунку.

Так теорія пружності та пластичності з'явилися лише в середині XIX століття (теорія твердих тіл – Нав'є, Гук, Коші, Пуассон ...), а роботи із дослідження ґрунтів (Харр М. Є., Мізес,...) лише на початку XX століття.

Основою математичного формулювання названих теорій є ідея про неперервне середовище. В основу цієї ідеї покладено передумову про неперервний розподіл матеріалу в дослідній області, що дозволяє застосовувати для його дослідження математичний аналіз.

В складних ґрунтових умовах в переважній більшості випадків причини руйнувань та пошкоджень споруд обумовлені геотехнічними факторами і основними вихідними характеристиками їх впливу на споруди є осідання, нахили, деформації кривизни та розтяг–стиск ґрунтової основи. Тому актуальність задачі визначення напружено-деформованого стану системи «основа-фундамент» в будівництві є незаперечною.

При вирішенні задач фундаментобудування інженер-будівельник шукає рішення між двома протиріччями:

- основи і фундаменти мають бути надійними, забезпечувати нормальні умови експлуатації будівель та споруд весь нормативний термін їх існування;

- в той же час необхідно знижувати їхню вартість та матеріалоємність, використовуючи сучасні теоретичні та технічні досягнення.

Це потребує при проектуванні земляних споруд якісного інженерного оцінення основ для повного використання їх властивостей а також створення нових надійних та економічних конструкцій і прогресивних технологій їх улаштування.

Будь-яке будівництво є втручанням в натуральний стан ґрунтів. Прогнозування поведінки ґрунту під навантаженням потребує розвитку математичних розрахункових моделей, які дають можливість проведення числового аналізу.

Теорія пружності довго розглядалась як розділ математичної фізики, а не як інструмент для практичних розрахунків. На сьогодні теорія пружності – складова сучасного математичного апарату для вирішення складних технічних проблем [12].

Розрахункові моделі, що базуються на уявленні про континуальність (суцільність) ґрунтового середовища значно поширені в механіці ґрунтів. Та ґрунти – дисперсні системи на макрорівні і застосування до них моделей суцільних середовищ обмежене, оскільки ґрунти мають свої особливості деформування.

Складність властивостей ґрунтів та численність визначальних факторів, що впливають на їх механічну поведінку, були бар'єром, перед яким були безсилі сучасні математичні методи механіки суцільних середовищ, ґрунтам не притаманні ідеальні пружні деформації. Вже при дії

експлуатаційних навантажень в них з'являються пластичні деформації, які викликають суттєвий перерозподіл зусиль.

При граничному рівні напружень в ґрунтах з'являються макро-структурні зміни. При досягненні граничної стадії за деформаціями (II граничний стан згідно з ДБН), починають в ґрунті розвиватись незворотні деформації зсувів, несуча спроможність ґрунту при цьому знижується.

В деяких точках досягається межа за напруженнями (перший граничний стан згідно з ДБН), до якої можливий об'ємно-розподільний зсув та з'являється суттєвий рівень напружень. При подальшому пошкодженні зсув локалізується по поверхнях ковзання, здійснюється розкриття тріщин з одночасною релаксацією напружень – елемент ґрунту «скидає» з себе навантаження [9].

Розвиток нових розрахункових моделей з використання ЕОМ став одним із найбільш економічних прийомів прикладного дослідження задач фундаментобудування, оскільки зберігає час і витрати на проведення коштовних натурних експериментів. Отримання нових та здешевлення наявних джерел матеріалів та енергії стимулюють до поглиблення досліджень із вивчення механічних властивостей матеріалів, зокрема й механіки ґрунтів [16, 25].

Загальні механічні властивості ґрунтів з метою їх прогнозного розрахунку мають бути сформульовані у вигляді так званих **визначальних законів (у вигляді рівнянь стану)**.

Для обґрунтування проектних рішень несучої спроможності системи «фундаментна конструкція – основа» доцільно використовувати числовий МГЕ. Проектування поведінки ґрунтів під навантаженням пов'язане з необхідністю аналізу складних фізичних процесів ущільнення та переупакування частинок ґрунту, математичним описанням цих процесів є неголономні диференціальні рівняння в частинних похідних.

Розв'язання задачі про дію зовнішніх сил на деяке тіло має задовольняти рівняння рівноваги, геометричні рівняння, фізичні рівняння. Ці 15 рівностей містять 15 невідомих: шість компонент тензора напружень, шість компонент тензора деформацій, 3 компоненти переміщень. Точний розв'язок цієї системи настільки громіздкий, що до цих пір було отримано лише декілька точних розв'язків. На щастя, ряд задач, що мають велике значення для механіки ґрунтів, відносяться до цієї групи. До таких задач відноситься задача дії в півпросторі зосередженої нахиленої сили, прикладеної в середині напівнескінченного масиву, розв'язана в 1936 р. Р. Міндліним. Задача відповідає умовам будівництва фундаментів. Нахилену силу можна розкласти на нормальну і горизонтальну складові. Графіки напружень і переміщень для нормальної до поверхні зосередженої сили подано на рис. 5.2.

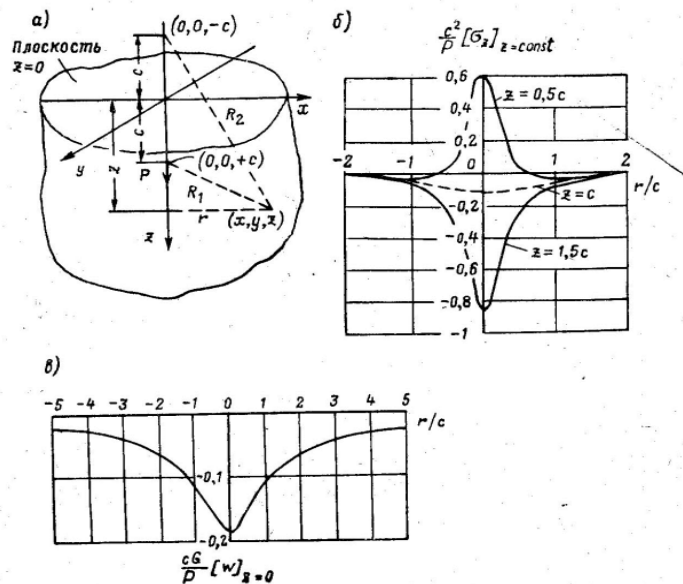


Рисунок 5.2 – Зосереджена сила, що діє всередині півпростору нормально до його границі (розв’язок Міндліна, 1936 р.)

- а) прийняті позначення; б) епюра вертикальних стискальних напружень;
- в) епюра граничних переміщень граничної поверхні

Дослідження механіки ґрунтів та техніки фундаментобудування має своєю метою розрахунок і конструювання споруд на ґрунтах і основною задачею при цьому є будівництво споруд з достатнім ступенем надійності.

Найбільш повне і логічно струнке викладення основ теоретичної механіки ґрунтів було здійснено М. О. Цитовичем в книзі «Механіка ґрунтів» в 1934 р. В книзі викладено основи проблеми стисливості ґрунту, наведено основні залежності теорії пружності, розглянуто визначення напружень та переміщень в ґрунтовому масиві, питання теорії диференціальних рівнянь, які зустрічаються в задачах про граничну рівновагу ґрунту, питання осідань, а також розглянуто питання стійкості ґрунту.

Та сьогодні інженери стикаються з випадками, які не мали місця в минулому. Це спорудження висотних будівель, що передають на ґрунт значні зусилля.

Ґрунтовий масив в загальному випадку являє собою складний конгломерат компактно розташованих дискретних частинок, які мають різну форму і орієнтацію. Їх величина коливається від мікроскопічної частинки глини до макроскопічних валунів скальних порід. На перший погляд, віднайдення математичного еквівалента для такого складного, порівняно з рідинами і твердими тілами, матеріалу є нерозв’язною задачею. Втім, що б являло собою таке формулювання, якби воно існувало.

Фактично, така теорія має задовольняти дві вимоги:

I – вона має передбачати зміну відносного розташування частинок в ґрунтовому масиві під дією навантажень і вплив цієї зміни на елементи споруди.

II – ця теорія має давати можливість оцінювати взаємозв'язок між прикладеними навантаженнями і ступенем наближення до стану руйнування, коли ґрунтовий масив вже в не змозі далі виконувати своє призначення.

Оскільки зміна відносного розташування частинок являє собою деформацію, а вивченням деформацій займається теорія пружності, а явище руйнування відноситься до теорії пластичності, то ці теорії потрібно прикладати до вивчення поведінки ґрунтів, розглядаючи їх як статично макроскопічний еквівалент, доступний для математичного аналізу.

Доцільно залучити механіку суцільних середовищ як основу для аналітичного розгляду цих задач. Та кінцева перевірка будь-якої теорії в техніці ґрунтується на її спроможності передбачати дійсну поведінку споруди. При роботі ґрунту в нелінійній стадії необхідно додаткове залучення дилатансійних співвідношень.

К. Бреббія [10] вихідну систему 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних звів до інтегрального рівняння (5.1), пошук розв'язку якого значно легший. Крім того, числове інтегрування – більш стійкий процес, ніж числове диференціювання. В роботі розв'язок оснований на базі інтегрального рівняння числового МГЕ [34–36], який є синтезом статичних, геометричних, фізичних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (5.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги. Теорія напружень основана на вимогах рівноваги. Вивчення деформацій являє собою геометричний напрям аналізу поведінки системи під навантаженням, відомий під назвою теорія деформацій.

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння.

$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища. Фізичні рівняння являють собою математичну ідеалізацію механізму поведінки матеріалу.

u, p – шукані вектори переміщень та напружень на границі фундаментної конструкції; інтеграл по області Ω (Ω – активна зона навколо фундаментної ґрунтової основи) містить вектор пластичних деформацій ε_p ;

Γ – границя дослідного об'єкта;

u^* , p^* – сингулярні фундаментальні рішення Р. Міндліна, які відповідають одиничним збурювальним впливам $P=1$ в півпросторі [33].

Функціональні залежності (5.1) являють собою математичну ідеалізацію механізму поведінки ґрунту під навантаженням.

Одна із найбільш важливих областей застосування МГЕ – це задачі математичної фізики, в яких розрахунковими рівняннями стану є класичні задачі Лапласа чи Пуассона. Задача поведінки фундаментної конструкції в ґрунтовій основі саме і описується диференціальним рівнянням Лапласа:

$$\int_{\Omega} Z(u)W^* d\Omega = 0. \quad (5.2)$$

Як вагова функція в МГЕ зазвичай вибирається фундаментальне рішення (позначене *), яке обертає на нуль інтеграл по області, зводячи задачу лише до визначення граничних функцій. Для задач механіки ґрунтів – це розв’язання Р. Міндліна для переміщень та напружень від дії одиничної збурювальної сили $P=1$ всередині півпростору.

Відповідно до аналітичних розв’язків Р. Міндліна компонується матриця впливу МГЕ. Оскільки розв’язки Р. Міндліна двоточкові (точка ξ – точка прикладання $P=1$, та точка нагляду B) при компоновці матриці впливу МГЕ точка ξ переміщається по всіх граничних елементах (ГЕ) фундаментної конструкції, що входять в активну зону, яка визначалась згідно з [10].

МГЕ дає можливість розчленувати розрахункову систему рівнянь на основі кожного окремого граничного елемента, що дуже зручно в реалізації і є особливістю методу. Доцільне використання кусково-лінійної апроксимації граничних елементів.

Як ядра (фундаментальні розв’язки) в МГЕ для задач механіки ґрунтів використовується розв’язок Р. Міндліна для півплощини. Оскільки фундаментальний розв’язок задовольняє граничні умови на вільній від напружень поверхні півпростору, потрібно дискретизувати лише граничну поверхню стикання фундаментної конструкції та ґрунту.

Для отримання розв’язку поставлених геотехнічних задач проводиться дискретизація границі контактної області фундаментної конструкції граничними лінійними елементами. Інтенсивність шуканих на границі функцій (напружень) вважається постійною в межах граничного елемента (ГЕ). Активна зона навколо фундаментної конструкції дискретизується трикутними осередками. Після дискретизації границі компонується матриця впливу МГЕ.

Можливість побудови точних розв’язків задач теорії пружності та пластичності обмежені. Як для просторових, так і для плоских задач точні розв’язки можна стримати для областей з геометрично простими границями. З цієї ж причини давно усвідомлена необхідність застосування ефективних наближених методів.

Матриця впливу з точки зору будівельної механіки є матрицею піддатливості, а як відомо, матриця, обернена до матриці піддатливості, дає матрицю жорсткості.

Таким чином, компонування матриці впливу МГЕ дає можливість отримати жорсткість ґрунтової основи по граничній поверхні фундаментної конструкції з урахування реальних властивостей ґрунтів будівельного майданчика та конкретного розташування самих фундаментних конструкцій.

Числовий МГЕ потребує використання ЕОМ, що є загальним для наближених числових методів та зводить розрахункові рівняння до розв'язання СЛАР високих порядків.

5.2 Особливості поведінки дискретних ґрунтових основ під навантаженням

Для прогнозування нелінійної поведінки дисперсних ґрунтів в роботі залучено теорію пластичної течії. Саме пружно-пластичні моделі приводять до таких концентрацій напружень, що спостерігаються в натурі.

В прийнятій математичній моделі ґрунт розглядався як пружно-пластичне середовище, що підлягає неасоційованому закону пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f; \quad (5.3)$$

тобто в дограничному стані ґрунт вважається лінійно-деформованим середовищем, яке переходить при подальшому навантаженні в граничний (пластичний) стан залежно від критерія текучості.

В теорії пружності є 2 визначальні умови:

- повне відновлення початкового стану при розвантаженні;
- залежність зміни стану тільки від кінцевих напружень, а не від попередньої історії навантаження чи траєкторії деформування.

В теорії пластичності ці дві умови не виконуються. Задача формулювання фізичних співвідношень при пластичній течії є складною. Складність обумовлюють нелінійність і незворотність пластичного деформування матеріалу ґрунту.

Характеристики критичного стану багатьох матеріалів визначаються швидкістю деформування.

В рамках лінійної теорії пружності діє загальноприйнятий закон Гука. В області малих деформацій він з достатньою точністю описує стан багатьох реальних матеріалів. Успіхи фундаментобудування в цілому зобов'язані його науковій базі – механіці ґрунтів, основи якої закладено в 20-х – 30-х роках ХХ століття в трудах К. Терцагі, Н. М. Герсіванова та інших вчених [16].

Як відомо, деформування ґрунту – це процес порушення існуючої структури (руйнування ґрунту) і створення нових форм структури ґрунту, його адаптації.

В матеріалах, що мають внутрішнє тертя (ґрунти, бетони), зміна в процесі навантаження середнього напруження (гідростатичного тиску) призводить до порушення колінеарності (паралельності) векторів приростів зсувних напружень та деформацій.

При цьому відхилення вектора зсувних напружень обумовлюється приростом середнього напруження.

Дисперсним ґрунтам властиве явище дилатансії, відкрите О. Рейнольдсом ще в 1885 році.

Дилатансія – фізичне явище порушення структури ґрунту та зміни його об'єму при зсуві. Саме дилатансії різнить ґрунти від конструктивних матеріалів надземної частини споруд (металів, сплавів).

В дисперсних тілах, якими є ґрунти, відносно зміщення твердих частинок може здійснюватись лише в умовах одночасної зміни об'єму та форми. Цей ефект перехресного впливу інваріантів тензора напружень T_σ та тензора швидкостей деформацій T_ε один на одного (одночасність зміни об'єму та зсуву) і названий О. Рейнольдсом дилатансією.

Механізм зміни об'єму в ґрунтах достатньо складний, оскільки він пов'язаний з випадковими зміщеннями частинок ґрунту в зоні зсуву. Такі фактори, як градація і розмір частинок, стан і тип їх упаковки, положення головних площадок, співвідношення головних напружень, історія навантаження – все це здійснює вплив на зміну об'єму в ґрунтах.

В існуючих теоріях із визначення напружено-деформаційного стану (НДС) матеріалів інваріанти тензора напружень (T_σ) та тензора швидкостей деформації (T_ε) розглядаються як основні характеристики НДС в точці, оскільки вони не залежать від вибору системи координат, тобто інваріантні до перетворення координат, тоді як σ і ε є функціями координат.

Процес пластичної поведінки ґрунту являє собою процес утримання слідів минулого стану, тобто проявляє «спадковість» – його можна описати інтегро-диференціальними рівняннями.

Формулювання фізичних законів в теорії пластичності можна здійснювати в варіантах асоційованого чи неасоційованого законів пластичної течії. Це потребує визначення додаткового параметра теорії пластичної течії – коефіцієнта дилатансії λ .

При розрахунку ґрунтових основ широко використовують моделі:

- лінійно-деформованого середовища,
- теорія граничної рівноваги.

«Заграничні» навантаження лежать в основі багатьох технологічних процесів. Вищезгадані моделі є протилежні і взаємовиключаючі одна одну.

Перша модель оснований на припущенні, що ні в одній точці ґрунту немає стану граничної рівноваги.

Друга модель навпаки, основана на міркуваннях, що граничний стан є в наявності у всіх точках ґрунту. В дійсності в ґрунтах є зони як дограничного, так і граничного напружених станів. Тобто, це так звана в механіці ґрунтів *змішана задача* теорії пружності і пластичності. Розв’язок змішаної задачі має задовольняти в пружній і пластичній областях одні і ті ж рівняння рівноваги, геометричні рівняння, але різні в цих областях фізичні рівняння, умови текучості $f=0$ в пластичних областях і відповідні граничні умови.

Таким чином, при переході від одновісного НДС до складного НДС виникає умова компонування умов переходу до пружно-пластичного стану. Узагальнюючи поняття границі текучості, для тривимірного простору вводиться поняття *поверхні текучості*, яка має властивість, що при виході вектора напружень на цю поверхню, матеріал переходить в пластичний стан:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \quad (5.4)$$

Вид поверхні текучості інваріантний до вибору системи координат. Взята в роботі поверхня текучості дає співвідношення між σ_m (гідростатичний тиск) та σ_i (інтенсивність дотичних напружень) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь та кількість невідомих.

Основна задача теорії пластичної течії – описання поверхні текучості в просторі напружень, при досягненні якої виникають пластичні деформації. В простих моделях ця поверхня стаціонарна і є граничною.

В механіці ґрунтів такі поверхні описуються залежностями Мізеса, Треска, Мора-Кулона, Мізеса-Шлейхера-Боткіна.

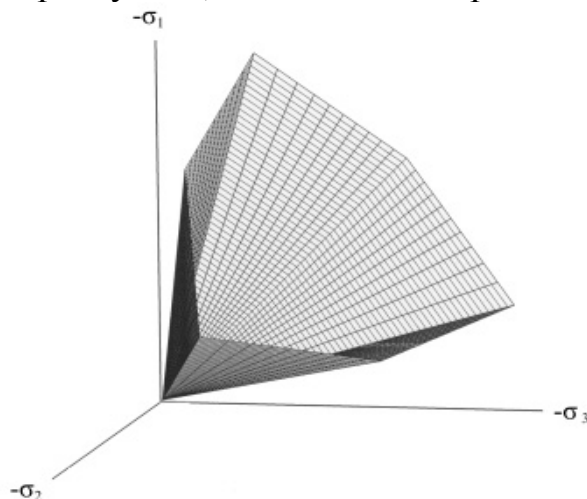


Рисунок 5.3 – Поверхня текучості Мора–Кулона в просторі головних напружень ($c=0$)

Р. Мізес запропонував теорію пластичного потенціалу – зв’язок між $\sigma - \dot{\epsilon}$ (напруженнями та швидкостями деформацій).

Таким чином, пластичний потенціал – це фізичне рівняння.

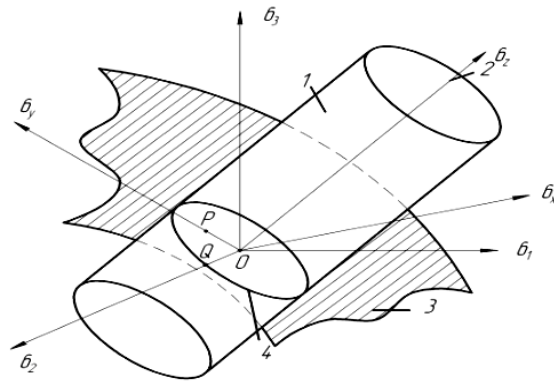


Рисунок 5.4 – Циліндрична поверхня текучості Мізеса:
 1 – поверхня текучості; 2 – гідростатична вісь $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$; 3 – девіаторна площина $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$; 4 – траєкторія руйнування

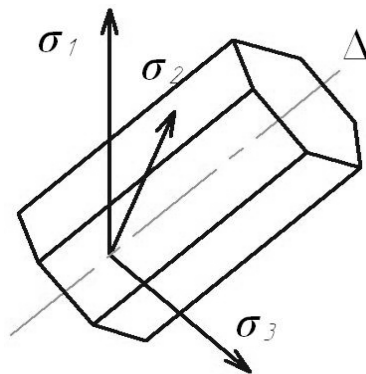


Рисунок 5.5 – Критерій текучості Треска – правильний шестикутник

Коли поверхня текучості збігається з поверхнею пластичного потенціалу, закон течії є асоційованим, в іншому – неасоційованим.

Теорія потенціалу являє собою область класичного математичного аналізу, яка нині інтенсивно розвивається при вивченні теорії функції та її практичного використання. Теорія потенціалу використовує ідеї та методи теорії функцій, функціональний аналіз та топологію.

Це узагальнення здійснилось за рахунок переходу на більш високий ступінь математичної абстракції, що характерно для методів сучасної прикладної математики.

Теорія потенціалу бере свій початок в задачах математичної фізики; основи теорії закладено Пуассоном, Хіллом, Гріном.

Природи пластичних деформацій можна записати у вигляді закону течії, який визначає пластичну течію після початку текучості.

Теорія пластичної течії базується на принципі максимуму Мізеса і швидкості дисипації механічної роботи та визначає приріст компонентів тензора пластичних деформацій пропорційно градієнту деякої функції, що

називається пластичним потенціалом й ототожнюється з функцією навантаження для асоційованого закону пластичної течії. Вибір теорії пластичності визначається складністю задачі.

Найбільш простим є випадок, коли функція текучості f є пластичним потенціалом F , тобто коли умова пластичності і швидкість деформацій пов'язані між собою, що відповідає асоційованому закону пластичної течії.

$$f=F . \quad (5.5)$$

Лише для цього випадку теорії пластичної течії матеріалів, що зміцнюються, доказана теорема унікальності рішення. В цьому випадку рівняння пластичної течії можна подати у вигляді:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} . \quad (5.6)$$

Пластична течія здійснюється у напрямку нормалі до поверхні текучості. Рівняння (5.6) пов'язується (асоціюється) з умовами пластичності, воно основане на принципі максимуму дисипації енергії при пластичній течії для дійсного поля напружень.

Для дійсного поля напружень вираз енергії внутрішніх сил системи $\sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}$ має екстремальні властивості. Це принципи максимуму Мізеса. Із всіх можливих пластичних деформацій дійсні ті, що надають екстремальних значень виразу енергії:

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \cdot \varepsilon_{ij} \geq 0 , \quad (5.7)$$

де σ_{ij} – дійсне поле напружень,

σ_{ij}^* – довільне інше поле напружень.

Таким чином, в нелінійних задачах жорсткість структури залежить від ступеня переміщення і дорівнює локальному градієнту співвідношення між силою і переміщенням матеріалу в довільній точці (5.6).

Грунтам властивий змінний коефіцієнт дилатансії Λ , в них T_σ і T_ε не коаксіальні. Поява неспіввісності T_σ і T_ε потребує використання неасоційованого закону пластичної течії (5.3):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}} , \quad F \neq f ;$$

де F – враховує термічну форму руху ґрунту в результаті тертя його частинок (внутрішнє тертя, яке веде до дисипації енергії при пластичному деформуванні та прояві ефектів дилатансії).

F підбирається таким чином, щоб забезпечити орієнтацію вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ згідно з дослідними даними.

В роботі для моделювання поведінки ґрунту в пластичній стадії з метою врахування дисипативних ефектів крім рівнянь рівноваги вводились ще два додаткових:

– перше – для компонент тензора напружень T_σ (визначає в просторі напружень миттєву поверхню текучості, що проходить через задану точку). Перше рівняння встановлює критерій переходу до граничного стану чи умову граничної рівноваги;

– друге – для компонент тензора швидкостей деформацій T_ε (встановлює орієнтацію в тій самій точці вектора швидкостей пластичних деформацій). Друге рівняння встановлює залежність між $\sigma - \varepsilon$ для пластичного стану (пластичний потенціал); взято неасоційований закон пластичної течії.

До показників текучості матеріалу відносяться інваріанти тензора напружень (T_σ) – гідростатичний тиск, інтенсивність дотичних напружень та інваріанти тензора деформацій (T_ε) – інтенсивність деформацій.

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad (5.8)$$

$$\sigma_U = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}, \quad (5.9)$$

$$\varepsilon_U = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2}. \quad (5.10)$$

В роботі поверхня текучості асоційована з критерієм міцності Мізеса–Шлейхера–Боткіна (руйнування по октаедричних площадках).

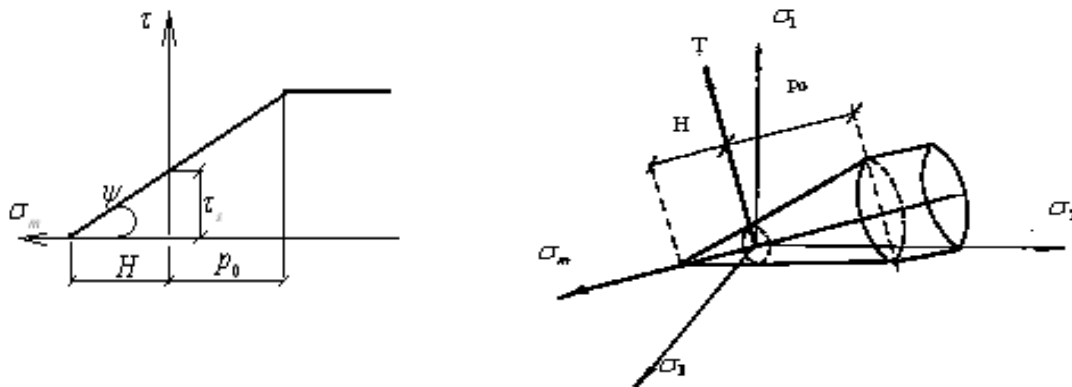


Рисунок 5.5 – Модифікований критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна та меридіональний переріз в площині гідростатичного тиску

Тобто, як критерій переходу до граничного стану використано октаедричну теорію міцності геомеханіки – теорію Мізеса–Шлейхера–Боткіна. Згідно з цією теорією граничне напруження зсуву по октаедричних площадках є функцією середнього нормального тиску.

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}), \quad (5.11)$$

де

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad (5.12)$$

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (5.13)$$

В грунтах гідростатичний тиск здійснює вплив на формозміну, а дотичні напруження можуть впливати на ущільнення:

$$3\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = K \cdot \varepsilon_V, \quad (5.14)$$

$$\varepsilon_V = \frac{dV}{V} = \varepsilon_I + \varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}, \quad (5.15)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \quad (5.16)$$

Як фізичне рівняння для описання пластичної поведінки ґрунту використано неасоційований закон пластичної течії. Це обумовлено неспіввісністю T_σ і T_ε (тензора напружень та тензора швидкостей деформацій) в грунтах (5.3)

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{df}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f,$$

де F – дисипативна функція пористого середовища ґрунту, яка враховує термічну форму руху ґрунту в результаті тертя його частинок.

Тертя веде до дисипації енергії при пластичному деформуванні та появи незворотних об'ємних та зсувних деформацій. F підбиралась таким чином, щоб забезпечити орієнтацію вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ відповідно до дослідних даних. Для цього до таких експериментальних характеристик як E, ϑ, c, φ додавалась швидкість дилатансії ґрунту Λ (додатковий параметр неасоційованої теорії пластичної течії) та параметр зміцнення ρ – щільність ґрунту.

Для визначення відносних об'ємних деформацій (*дилатації* за Рейнером) в роботі використано міру деформацій Генкі:

$$\varepsilon_v = \frac{dV}{V} = \varepsilon_v + \varepsilon_v + \varepsilon_v = \ln \frac{V}{V_0}. \quad (5.17)$$

Порушення лінійної залежності між $\sigma - \varepsilon$ для ґрунтів пояснюється значним розвитком деформацій зсувів та зміни об'єму і не лише від головних напружень, а й від співвідношення між головними та дотичними напруженнями (явищем контракції та дилатансії).

При компонуванні математичної моделі пластичної поведінки ґрунту величина повних деформацій подавалась через складові:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \cdot \delta_{ij} , \quad (5.18)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p(\text{шарове}) + d\varepsilon_{ij}^p(\text{девіаторне}) , \quad (5.19)$$

де ε_{ij}^e – пружна частина деформацій ґрунту,
 $\sum \varepsilon_{ij}^p$ – пластична частина деформацій,
 $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій,
 δ_{ij} – дельта Кронекера.

Введення додаткового дилатансійного співвідношення дозволяє зробити пластичну течію однозначно визначеною.

Приріст незворотних змін об'ємних пластичних деформацій визначався за співвідношеннями сучасної дилатансійної теорії ґрунтового середовища В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка [8,44].

$$d\varepsilon_{ij}^p(\text{шарове}) = \Lambda(\chi)d\gamma^p , \quad (5.20)$$

де Λ – швидкість дилатансії – додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії.

$$\Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma} \quad \text{чи} \quad \Lambda = \frac{\varepsilon_m}{\gamma} , \quad (5.21)$$

де $d\gamma^p$ – приріст інтенсивності деформацій зсуву
 ε_m – швидкість зміни об'ємної деформації на девіаторній площині,
 γ – скалярна характеристика формозміни – другий інваріант девіатора швидкостей деформацій $T_{\varepsilon'}$,
 χ – параметр зміцнення ґрунтового середовища (взято щільність ґрунту).

5.3 Оптимізація пального поля висотної 9-поверхової будівлі за числовим методом граничних елементів

При розв'язанні такої нелінійної задачі оптимізації пального поля крім МГЕ залучено також метод пружних розв'язків О. А. Ільюшина. Ітераційний метод «пружних» рішень О. А. Ільюшина є дієвим наближеним методом, який дозволяє звести розв'язання нелінійної пружно-пластичної задачі до послідовного розв'язання лінійних задач [26].

Для реалізації МГЕ синтезуються рівняння рівноваги, геометричні рівняння, які відповідають розв'язкам теорії пружності, та фізичні рівняння, що відповідають теорії пружно-пластичної течії.



Рисунок 5.6 – Проектована будівля

На кожному n -му етапі наближення ітераційного процесу «пружних» розв’язків О. А. Ільюшина розв’язується СЛАР (система лінійних алгебраїчних рівнянь) з кожний разом з більш уточненою правою частиною. На кожному наступному кроці навантаження використовуються дані з попереднього кроку.

Оскільки зв’язок $\sigma - \varepsilon$ в ґрунтах не носить лінійний характер, то визначення сталих лінійної пропорційності обмежувалось умовами нескінченно малих змін приростів напружень $\Delta\sigma$ і відповідних їм приростів деформацій $\Delta\varepsilon$.

Процес навантаження основи споруди розглядався як квазістатичний, який характеризується нескінченно повільною течією. Саме такий процес і відповідає термінам забудови споруди.

Метод послідовних пружних розв’язків О. А. Ільюшина разом з кроковим способом навантаження дозволяє вести розрахунок задачі шляхом послідовного додавання значень напружень на границях, переміщень і напружень у внутрішніх точках

$$Y = -K(\varepsilon^p + \Delta\varepsilon^p) + \lambda_i M, \quad (5.22)$$

$$\sigma = B(\varepsilon^p + \Delta\varepsilon^p) + \lambda_i N, \quad (5.23)$$

де B – матриця, що враховує інтегрування за внутрішніми осередках ґрунту,

λ_i – приріст навантаження,

M та N – вектори напружень в граничних вузлах та осередках ґрунту,
 K – матриця піддатливості МГЕ (матриця впливу).

Перед використанням квадратурних формул Гаусса для інтегрування рівняння (5.1) граничні елементи перетворювались в канонічні з одиничними межами інтегрування.

Кількість точок інтегрування за ГЕ (граничні елементи) змінюються залежно від відношення відстані (R) між «навантаженим» ГЕ і точкою до розміру «навантаженого» елемента.

При записі розрахункових рівнянь для кожної підобласті граничні вузли можуть належати декільком граничним елементам, це потребує наявності у вхідних даних матриці зв'язків граничних елементів.

Матриця впливу МГЕ компонувалась з урахуванням взаємовпливу всіх паль, що входять в активну зону. Матриця впливу з точки зору будівельної механіки є матрицею піддатливості, а як відомо, матриця обернена до матриці піддатливості дає матрицю жорсткості.

Таким чином, компонування матриці впливу МГЕ *дає можливість отримати жорсткість ґрунтової основи за боковою поверхнею та вістрями всіх паль пальового поля з урахування реальних властивостей ґрунтів будівельного майданчика та конкретного розташування паль.*

При складанні проекту підземної частини споруди важливо мати такі числові показники, які об'єктивно характеризують ґрунти як будівельний матеріал в його натуральному складі.

Параметри математичної моделі, що використані в роботі, мають чіткий фізичний зміст і визначаються на стандартних приборах за нормативними методиками – це фізико-механічні характеристики ґрунту: E, φ, ρ, C, ν .

Оскільки середовище ґрунту анізотропне – взято середньозважені характеристики ґрунту.

Пальові фундаменти в промисловому та цивільному будівництві дозволяють майже виключити земляні роботи, механізувати процес, застосовувати фундаментні конструкції заводського виготовлення.

Пальові фундаменти дозволяють забезпечити для будівель, що на них споруджуються, допустимі значення осадок.

Світовий та вітчизняний досвід проектування і будівництва свідчить про те, що традиційних інженерних методів розрахунку пальових фундаментів явно недостатньо. Розвиток нових розрахункових моделей визначення НДС та несучої спроможності пальового поля з використанням ЕОМ та сучасних числових методів стає одним найбільш актуальних економічних прийомів прикладного дослідження задач фундаментобудування, оскільки економить час, витрати на проведення коштовних натурних експериментів.

Сучасне багатоповерхове монолітне будівництво потребує створення єдиної методологічної платформи вивчення процесу деформування ґрунту за допомогою ЕОМ та сучасних числових методів (МСЕ, МГЕ).

Однією з актуальних задач є врахування сумарної роботи групи паль в складі пальового фундаменту, тобто розвиток нових математичних моделей прогнозування НДС пальового поля будівлі:

- з урахуванням перерозподілу зусиль між сусідніми палями,
- вибору оптимальної відстані між ними,
- їх довжини для конкретних ґрунтів.

Саме врахування ефекту взаємодії паль пальового поля забезпечує економічне і надійне проектне рішення. І ця тема є актуальною в сучасно-му фундаментобудуванні, вона має важливе практичне та наукове значення.

Плитно-пальові фундаменти є найбільш перспективними для сучасного висотного будівництва, оскільки забезпечують допустимі значення осадок і малу вірогідність появи крену. Та робота групи паль різко відрізняється від роботи одиночної палі, це потребує узагальнення існуючих і напрацювання нових методик, які б відображали дійсну картину перерозподілу зусиль в пальовому полі з урахуванням взаємовпливу активних зон сусідніх паль.

В роботі проведено оптимізацію пальового поля будівлі на рис. 5.6 із 728 паль С8.35.

Задача вирішується на основі розгляду основного інтегрального рівняння методу граничних елементів (МГЕ). Основні рівняння теорії пружності, що описують поведінку невідомих функцій σ - ε в середині і на границі області (рівняння статички, геометричні, фізичні) в МГЕ зводяться до інтегрального рівняння, яке потребує дискретизації лише границі досліджуваної області, що значно зменшує число вузлових точок (5.1):

$$C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x) d\Gamma(x),$$

де u_{ij}^* , p_{ij}^* – базисні функції, що відповідають полю вагових функцій, які задовольняють рівняння рівноваги Лапласа в області Ω . Як вагові функції в роботі взято фундаментальні розв'язки Р. Міндіна для переміщень та напружень в півплощині.

Матричний вигляд основного інтегрального рівняння МГЕ (5.1):

$$F = |K| Y, \quad (5.24)$$

де $|K|$ – глобальна матриця коефіцієнтів впливу, що враховує взаємодію паль і основи (з фізичної точки зору коефіцієнти матриці впливу – це переміщення точок бокової поверхні і вістря палі з урахуванням взаємовпливу всіх паль активної зони від дії $P=1$);

Y – вектор-стовпець невідомих (дотичні, радіальні та нормальні напруження на граничних елементах бокової поверхні і вістря палі);

F – заданий вектор переміщень.

Для числової реалізації бокова поверхня та вістря всіх паль пальового поля дискретизуються прямолінійними граничними елементами (ГЕ) з граничними вузлами в середині кожного ГЕ, навколопальова активна зона дискретизується трикутними осередками. Рівняння (5.1) записується в дискретній формі для кожного граничного вузла та обраховуються значення інтегралів за формулами подвійного числового інтегрування Гаусса.

В результаті отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з N невідомими напруженнями в вузлах по границі палі. Корені СЛАР дають шуканий вектор напружень по боковій поверхні та під вістрям паль.

Визначення напружень на контакті палі та основи проводилось з урахуванням глибини прикладання навантаження і передачі навантаження на ґрунт по боковій поверхні і вістря палі. Це ґрунтувалось на аналітичних залежностях Р. Міндліна для визначення переміщень та напружень від дії одиничних сил в півпросторі. При формуванні глобальної матриці коефіцієнтів впливу МГЕ здійснюється обхід граничних елементів бокових поверхонь та вістря всіх паль фундаменту, що входять в активну зону. При цьому коефіцієнти матриці, які відносяться до i -го елемента розглядуваної палі формуються шляхом додавання розв'язків Р. Міндліна, коли «джерело» ξ переміщається по всіх j -х елементах всіх паль активної зони.

Для сприйняття вертикальних та горизонтальних навантажень від дев'ятиповерхової будівлі на рис. 5.6 передбачено як фундаментну конструкцію пальове поле (рис. 5.10) та інженерно-геологічні умови будівельного майданчика (рис. 5.7). Проведено порівняння двох можливих варіантів проектних рішень, виконаних з урахуванням вимог щодо економічних витрат основних будівельних матеріалів. Ці рішення забезпечують найбільш повне використання міцнісних та деформовних характеристик ґрунтів та фізико-механічних характеристик міцності матеріалів фундаменту.

Відстань між осями паль вибрано з міркувань конструктивної доцільності. Прийняте рішення обґрунтовано розрахунком за першою і другою групами граничних станів.

Вибір довжини палі виконано залежно від ґрунтових умов будівельного майданчика при знятті верхнього шару ґрунту (рослинного) товщиною 1,5 м. Нижній кінець паль заглиблено в міцний ґрунт (пісок середньої крупності, середньої щільності, $E=40$ МПа, $I_B<0,1$) більше ніж на 0,5 м (згідно з ДБН В2.1.-10-2009). Палі в плані споруди розташовуються (ґрунтуються) під несучими конструкціями.

В першому наближенні кількість паль визначалась залежно від величини навантаження від споруди, яке передають несучі конструкції, відносно визначеного навантаження на одиночну палу за властивостями ґрунтової основи.

Кількість паль призначалось з умови максимального використання міцності їх матеріалу при розрахованому навантаженні. Фундамент на конструкцію висотної будівлі проектувався згідно з нормативними документами ДБН В2.1.-10-2009 та сучасними досягненнями з використанням числового методу граничних елементів та дилатансійної моделі пористого ґрунтового середовища.

Основа споруди висотної будівлі проектувалась з урахуванням:

- інженерно-геодезичних,
- інженерно-геологічних,
- інженерно-гідрометеорологічних вишукувань;
- даних навантажень, діючих на фундамент, умов його експлуатації;
- техніко-економічного порівняння можливих варіантів проектних рішень для прийняття варіанта, що забезпечує найбільш повне використання міцнісних і деформаційних характеристик ґрунтів і фізико-механічних характеристик матеріалів фундаменту.

Фундаментну конструкцію споруди вибрано на основі результатів техніко-економічних порівнянь. Для моделювання процесу деформування пального поля будівлі необхідні дані інженерно-геологічних вишукувань будівельного майданчика. Фізико-механічні характеристики ґрунтів основи взято із опису пошукових результатів інженерно-геологічних досліджень (рис. 5.7), які містять дані, необхідні для вибору типу основи і фундаментів, визначення глибини закладання і розмірів фундаменту з урахуванням прогнозу можливих змін в процесі будівництва і експлуатації.

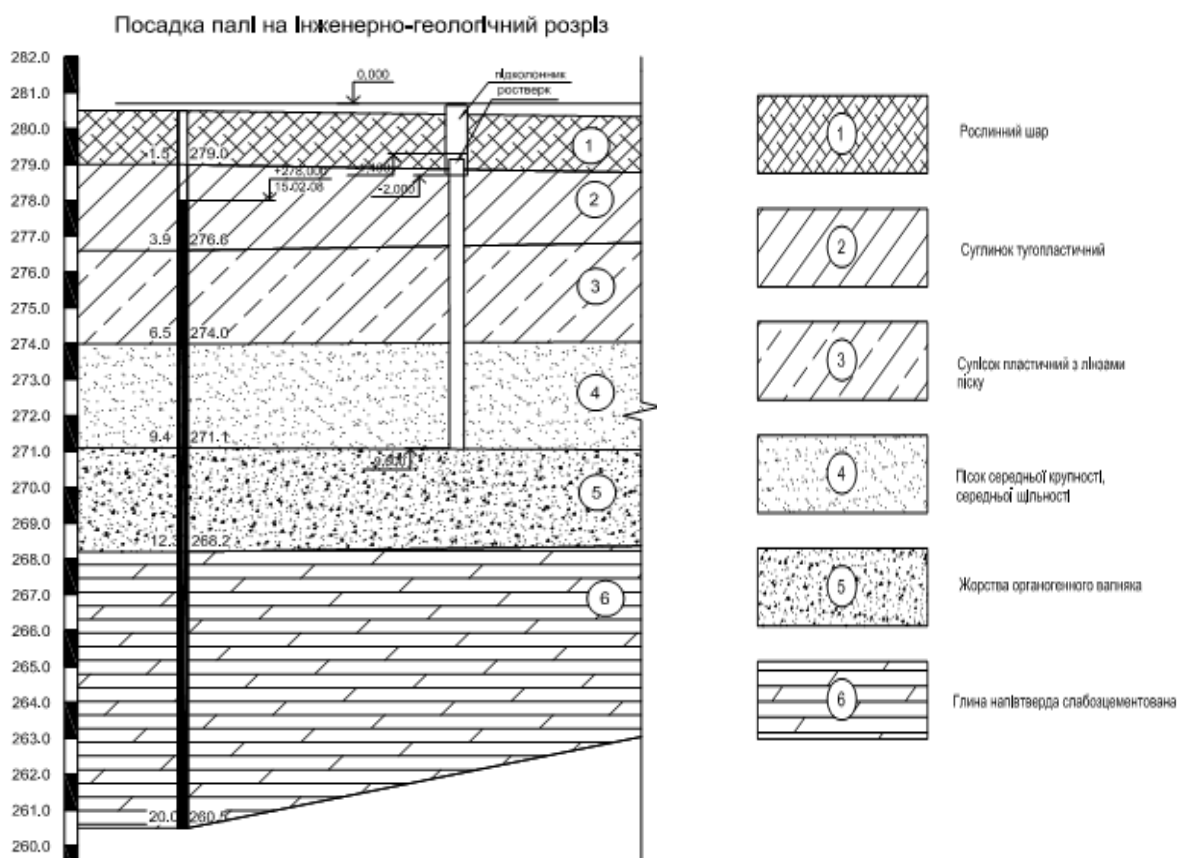


Рисунок 5.7 – Інженерно-геологічний розріз будівельного майданчика

$$E = 15110 \text{ кПа}; \quad \nu = 0.348; \quad \varphi = 19^0; \quad c = 29.385 \text{ кПа};$$

$$\rho = 1.762 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}; \quad \rho^{\min} = 1.61 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}; \quad \rho^{\max} = 2.14 \frac{\text{т}}{\text{м}^3}; \quad p_0 = -1970 \text{ кПа}.$$

Значення ґрунтових умов залежить від обсягу і якості геодезичних вишукувань і є визначальними в прогнозованому проектуванні.

В першому варіанті проекту запропоновано палі 350×350 мм. довжиною 8 метрів кількістю 728 штук. Проектом передбачено зрізання родючого прошарку ґрунту (1,5 м) для наступного використання з метою рекультивації порушених або малопродуктивних сільськогосподарських угідь.

При дослідженні полів напружень і деформацій системи «паля-основа» ґрунт моделювався пружно-пластичним тілом, тобто до границі текучості залежність між σ - ε – лінійна, потім ґрунт переходить в текучий стан, з'являються лінії ковзання (області розриву суцільності ґрунтової основи). Замість геометричних рівнянь Коші (рівнянь нерозривності роботи середовища та залежності між ε - u) теорія пластичної течії регламентує залежність між нормальними та дотичними напруженнями в граничному стані.

Аналітичне визначення умов приходу граничного НДС базувалось на залежності граничного опору зсуву на октаедричних площадках від величини діючих напружень на них $\tau_{окт} = f(\sigma_{окт})$, тобто використано октаедричну теорію міцності Мізеса–Шлейхера–Боткіна [7, 9]:

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \cdot \text{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} \leq p_0 \\ f = T + \rho_0 \cdot \text{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_{окт} > p_0 \end{cases}, \quad (5.25)$$

де T – інтенсивність дотичних напружень (інтенсивність девіатора напруг),

$\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск;

ψ – граничний кут тертя на октаедричній площині, аналогічний куту внутрішнього тертя,

τ_s – значення граничних напружень на октаедричній площині при $\sigma_m=0$;

p_0 – величина гідростатичного тиску на девіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище, межа пластичної стисливості [9, 35, 39] чи максимальний гідростатичний тиск (межа переходу від конуса до циліндра в теорії Мізеса–Шлейхера–Боткіна, (див. рис. 5.5).

Розрахунок проводився з використанням покрокового навантаження з залученням методу пружних розв'язків О. А. Ільюшина [26].

Стан поверхні навантаження f за використання в роботі теорії пластичності змінювався залежно від функцій тензора напружень T_σ та тензора деформацій T_ε . В пружній області роботи ґрунту ($f(\sigma_{ij}) < 0$) прирости пружних деформацій $d\varepsilon_{ij}^e$ визначались із закону Гука.

Приріст повних деформацій ґрунту складався із суми пружних та пластичних приростів (5.18):

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \cdot \delta_{ij}.$$

Для визначення приростів деформацій пластичного відгуку ґрунтів використано неасоційований закон пластичної течії (5.3) та до основних фізико-механічних характеристик ґрунту додався коефіцієнт дилатансії (5.21):

$$\Lambda = \frac{dV}{d\gamma}$$

– швидкість деформування ґрунту в граничному стані.

Відмічений вперше О. Рейнольдсом в 1885 р. ефект дилатансії (зміна об'єму, супутня зсувним деформаціям) характерний для незворотнього деформування ґрунтів.

Як додаткова умова до неасоційованого закону пластичної течії (5.3) замість вимоги ортогональності вектора пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні навантаження f використано дилатансійну теорію ґрунтового середовища Ніколаєвського В. М. – Бойка І. П. (5.20):

$$d\varepsilon_{шар}^p = \Lambda \cdot d\gamma,$$

де $d\varepsilon_{шар}^p$ – приріст непружних змін об'єму, супутніх зсуву;

$d\gamma$ – приріст інтенсивності зсуву.

Рівняння (5.1) записувалось для кожного граничного вузла; провівши підсумовування по всіх елементах, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь, корені якої дають шуканий вектор напружень на границі фундаментної конструкції.

Зведення краєвої задачі до еквівалентного інтегрального рівняння дає можливість розмірність вихідної задачі знизити на одиницю, оскільки в інтегральне рівняння входить значення змінних лише на границі заданої області. Тому наступна дискретизація задачі проводиться тільки на границі досліджувальної області.

Це обумовлює більш високу, порівняно з МСЕ, точність розв'язків та суттєве зменшення обсягу вхідних даних при реалізації МГЕ на ЕОМ.

Таким чином, при реалізації на ЕОМ алгоритм визначення несучої спроможності фундаментної конструкції за МГЕ складається із етапів:

1. Формування вхідних даних.
2. Інтегрування фундаментальних рішень Р. Міндліна для отримання матриці впливу МГЕ.
3. Компонування розрахункової СЛАР.
4. Знаходження коренів СЛАР.
5. Визначення несучої спроможності фундаментної конструкції.

Отриманий графік залежності «навантаження-осідання» для забивної палі С8.35 довжиною $l=8$ м, поперечним перерізом 35×35 см наведено на рис. 5.8.

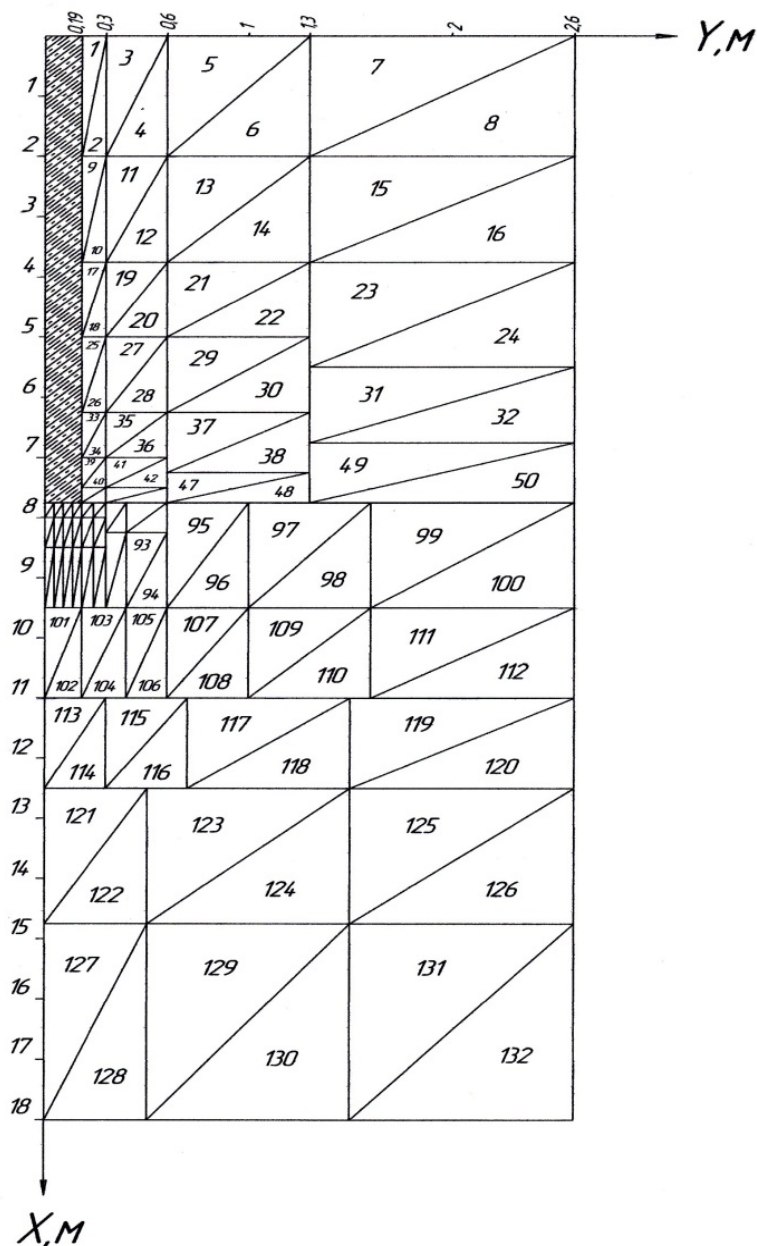


Рисунок 5.8 – Дискретизація активної зони фундаментної основи навколо одиночної палі С8.35

Несуча спроможність одиночної палі С8.35 згідно з розрахунками за МГЕ становить $P=828$ кН (при $S=2$ см) та має задовільний збіг з розрахунком несучої спроможності цієї палі за діючим ДБН – 840 кН.

Проектування фундаментного поля споруди, зображеної на рис. 5.6, проведено за двома групами граничних станів: за першою – за несучою спроможністю та другою – за деформаціями.

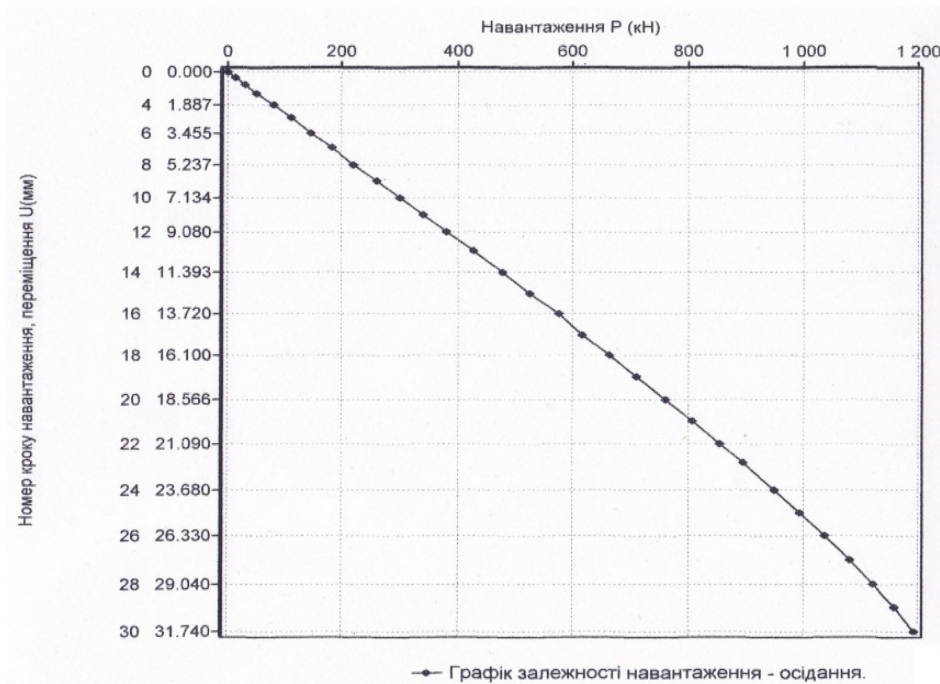


Рисунок 5.9 – Графік «P-S» навантаження–осідання одиночної палі С8.35 для ґрунтових умов будівельного майданчика

Як відомо, метою розрахунку основ за граничним станом є вибір технічного рішення фундаментів, який забезпечує неможливість досягнення основою граничних станів (втрата стійкості форми і положення, крихке, в'язке руйнування, резонансні коливання, значні пластичні деформації, експлуатаційна придатність, недопустимі переміщення, тріщини, коливання).

Розрахункова схема системи «фундамент-основа» вибиралась з урахуванням найбільш суттєвих факторів, що визначали НДС системи «основа-фундамент» (характеру ґрунтових напластунків, властивостей ґрунтів основи), враховано фізичну нелінійність, пластичність дисперсних ґрунтів та їх дилатантність.

Розрахункова схема є сукупністю спрощувальних пропозицій щодо геометричної схеми конструкції, властивостей матеріалів і ґрунтів, характеру взаємодії конструкції з основою і схематизацією можливих граничних станів.

Величина навантаження, яке сприймає таке пальове поле при осіданні $S = 1$ см відповідно до даних розрахунків за МГЕ дорівнює 97036 кН. Видалення паль з мінімальною величиною сприймального навантаження зменшило кількість паль до 588 штук (рис. 5.11).

Зменшення кількості паль пальового поля на 140 штук дало можливість чинити палям опір по боковій поверхні.

Сумарна величина несучої спроможності такого оптимального пальового поля при $S=1$ см становить 98128 кН.

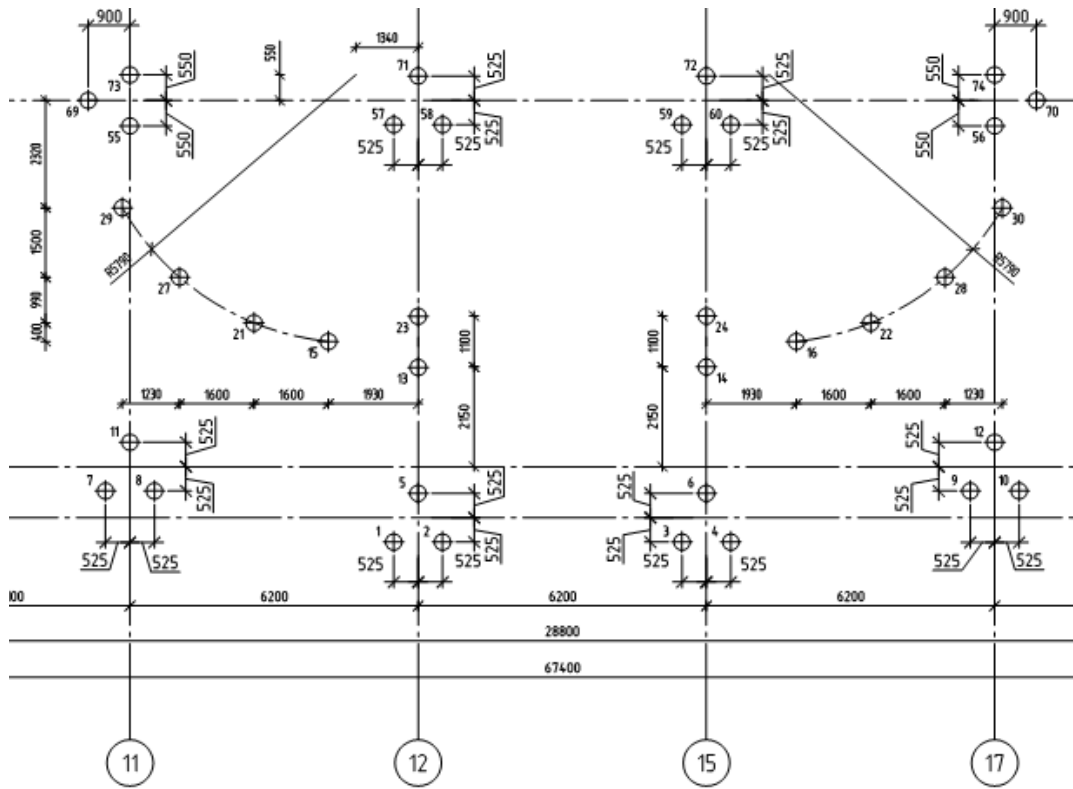


Рисунок 5.10 — Фрагмент плану пальового поля будівлі із 728 паль

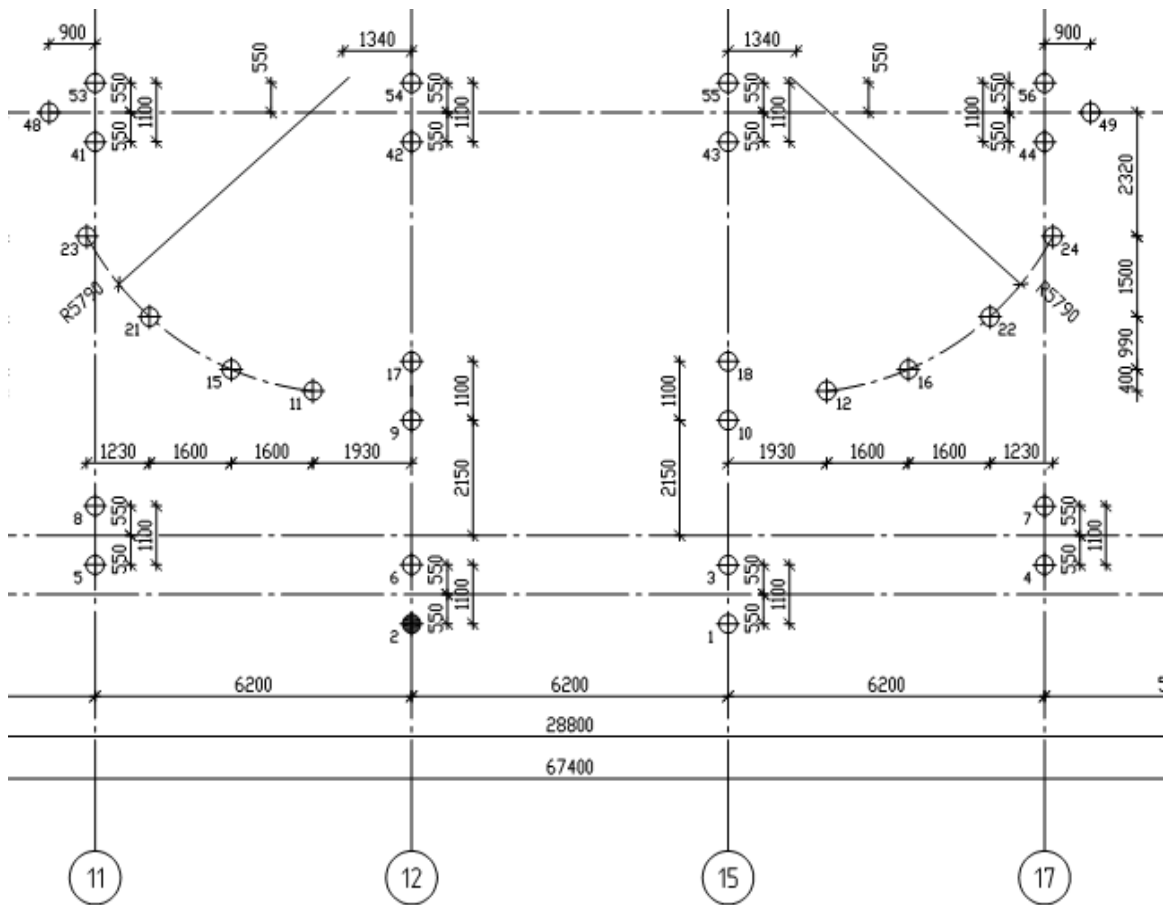


Рисунок 5.11 – Фрагмент плану пальового поля будівлі із 588 паль

Результати числових досліджень перерозподілу зусиль знаходяться у відповідності з нормативними документами і експериментальними дослідженнями А. О. Бартоломія.

Перерозподіл навантаження в результаті сумісної роботи паль пальового поля за МГЕ показав, що *кутові палі* сприймають навантаження *майже в двічі більше, ніж центральні*.

Співвідношення між навантаженням на кутову–крайнюю–центрально палі становило 1,6 – 1 – 0,7, відповідно.

Таким чином, збільшений крок паль не зменшив загальну несучу спроможність пальового поля. Це пояснюється тим, що при кроці 4–6 *d* палі краще реалізують свій опір по боковій поверхні, чим підвищують несучу спроможність, а це дає можливість отримання економічного ефекту.

Розрахунок відповідно до напрацьованої методики за МГЕ дозволяє відслідковувати перерозподіл зусиль в пальовому полі, доцільніше розташовувати палі та більш ефективно використовувати резерви їхньої несучої спроможності.

5.4 Числові дослідження НДС буро набивних паль за методом граничних елементів

Головним недоліком фундаментів на натуральній основі є недосконалість технологій і трудомісткість їх влаштування, а також висока матеріалоемність. Усунути ці недоліки можливо шляхом улаштування фундаментів в порожнинах заданої форми (іноді до поверхні несучого шару), які утворюються в масиві ґрунту. До них відносяться буронабивні фундаменти, які влаштовуються в свердловинах (можливе розширення в нижній частині). На відміну від фундаментів у відкритих котлованах, в такому випадку ґрунт зберігає натуральні утворення (масиви), завдяки чому в роботу «включається» бокова поверхня. Вона сприймає частину вертикального навантаження і здійснює значний опір горизонтальним зусиллям і моментам, покращуючи характер епюри контактних тисків в горизонтальній площині фундаменту.

Пальові фундаменти – найпоширеніший тип фундаментів – вирізняються надійністю при зведенні промислових та цивільних будівель. За останні роки суттєво зросли навантаження на основу, використовуються ділянки зі складними інженерно-геологічними умовами, будівництво відбувається в умовах щільної міської забудови. Це викликало необхідність появи та використання нових типів паль і технологій їх влаштування. Використання динамічних дій для заглиблення паль є недопустимим, особливо за наявності в основах існуючих будівель пісків та супісків, які здатні ущільнюватися під дією коливань. Тому увага звернена до альтернативних – буронабивних паль.

Недосконалість вивчення роботи буронабивних фундаментів і взаємодії з ґрунтом стримує їх широке впровадження в будівельну практику як цивільних, так і промислових споруд, фундаменти яких передають навантаження на основу із значними ексцентриситетами.

Експериментальні дослідження закономірностей роботи показали, що буронабивні фундаменти більш ефективні як для слабких, так і для звичайних ґрунтів.

Через різке збільшення обсягів використання буронабивних палів в будівництві виникає необхідність розробки методики їх розрахунку сучасними числовими методами з урахуванням нелінійності їх роботи. Набивні палі на будівельних майданчиках використовують при складних ґрунтових умовах, з великою товщиною просадкових ґрунтів, при ускладненні використання забивних палів в забудованих районах (можливість деформування сусідніх будинків), при нерівномірному розподілі вертикального навантаження та наявності горизонтальних складових. При їх використанні виключається шум від роботи молотів, легко вирішуються питання збільшення діаметра ствола палі (до 1,5 м і більше) та глибини закладання (до 60 м).

Буронабивні палі мають особливості опору порівняно із забивними, і ще не всі питання особливості їх роботи можна вважати однаково завершеними. Окремі потребують теоретичного та експериментального розвитку.

Проблема проектування несучої здатності основ до сьогодні продовжує залишатися актуальною через зростання обсягів промислового та цивільного будівництва і необхідність проектування надійних та економічних конструкцій споруд. Оцінення міцності основ, необхідність якого регламентується діючими нормативними документами [46, 51], проводиться з різним ступенем достовірності на базі використання різних наближених методів, рішень задач теорії граничної рівноваги, а також нелінійно пружних і пружно-пластичних задач.

Останнім часом при розрахунках основ і ґрунтових споруд надається перевага різним варіантам теорії текучості. Досягнення останніх років в області нелінійної механіки ґрунтів висунуло на передній план модель пружно-пластичної основи В. М. Ніколаєвського [43–45]. Модель характеризує фізичний зміст використання характеристик ґрунту і можливість урахування таких основних властивостей ґрунту, як часткова незворотність деформацій і зміна об'єму при деформації форми і дилатансії. Відповідно до цієї моделі (5.18, 5.19):

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \cdot \delta_{ij}, \quad d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p(\text{шарове}) + d\varepsilon_{ij}^p(\text{девіаторне}),$$

де $d\varepsilon_{ij}^e$ – приріст пружних деформацій,

$d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій.

В модель, за якою проведено числові дослідження напружено-деформованого стану (НДС) палі С14-45, вводились ще додаткові кінематичні умови дилатансії (5.20):

$$d\varepsilon_{ij}^p(\text{шарове}) = \Lambda(\chi) d\gamma^p,$$

де $\Lambda(\chi)$ – швидкість дилатансії,

$d\gamma$ – інтенсивність деформацій зсуву.

Аналіз НДС основи буронабивної палі проводиться на всьому діапазоні її навантаження за дилатансійною моделлю [9, 36], яка базується на пружно-пластичній моделі В. М. Ніколаєвського та поєднує розрахунки основ за обома граничними станами.

Методика досліджень за математичною дилатансійною моделлю базується на таких припущеннях:

1. Розглядається складний напружений стан ґрунту (стиск із зсувом). Фізичні рівняння стану описуються пружно-пластичною діаграмою Прантля із зміцненням з границею пропорційності за Мізесом–Шлейхером–Боткіним (5.25) [9], яка реєструє максимальні досягнені напруження основи;
2. Рівняння рівноваги палі, зануреної в ґрунтове середовище, задовільняє диференціальне рівняння Лапласа;
3. Як геометричні рівняння використано тензор малих напружень деформацій Коші;
4. Деформаційний стан ґрунтової основи в межах пружної роботи описується законом Гука;
5. На стадії пластичного деформування вектори тензора напруг та тензора швидкостей деформацій не співвісні.

Перехід від крайової задачі рівнянь рівноваги палі в ґрунті до інтегрального рівняння здійснюється за допомогою числового методу граничних елементів.

Використана в роботі пружно-пластична дилатансійна модель дозволяє:

- а) схематизувати процес, розбивши його на стадії ущільнення;
- б) скористатись результатами теорії пластичності нестискуваних тіл;
- в) провести аналіз розв'язків нелінійної задачі, виконавши його методом пружних розв'язків О. А. Ільюшина;
- г) враховувати траєкторію навантаження, неспіввісність векторів тензорів напруг та тензора швидкостей деформацій;
- д) перейти до автоматизованого розрахунку поведінки палі в ґрунті, дискретизувавши розрахункову модель і провівши розрахунок за числовим методом граничних елементів (МГЕ).

Числове моделювання прогнозування поведінки під навантаженням буронабивної палі потребує введення вхідних параметрів, їх – 27. Вісім з них характеризують фізико-механічні властивості ґрунту, решта описують геометрію та топологію розрахункової схеми.

Буронабивна паля в числовому розрахунку розглядається як однорідне циліндричне тіло, яке не деформує, з постійним на висоті поперечним перерізом, що несе вертикальне осьове стискальне навантаження.

Згідно з методами, які викристалізовувались в нормативних документах, граничний опір такої конструкції визначається опором ґрунту руйнуванню під нижнім кінцем і опором зсуву по боковій поверхні ствола палі і самого ґрунту.

Як відомо, пальові фундаменти не можуть мати більшу несучу здатність, ніж той ґрунт, на який вони передають навантаження.

Тому довжина палі вибиралась згідно із геологічними умовами будівельного майданчика зі строгою відповідністю нормативним вимогам, що слабкі ґрунти мають бути прорізані палями, а вістря має упиратись в щільні ґрунти на 1,5–1 м.

Особливістю роботи буронабивних паль є відсутність зони ущільнення, яка утворюється при заглибленні забивної палі. Ґрунт під

вістрям та боковою поверхнею в буронабивних палях знаходиться майже в природному стані (в забивних палях вони при заглибленні частково ущільнюються). В дослідженні НДС буронабивної палі використана просторова версія пружно-пластичної дилатансійної моделі ґрунту (рис. 5.12).

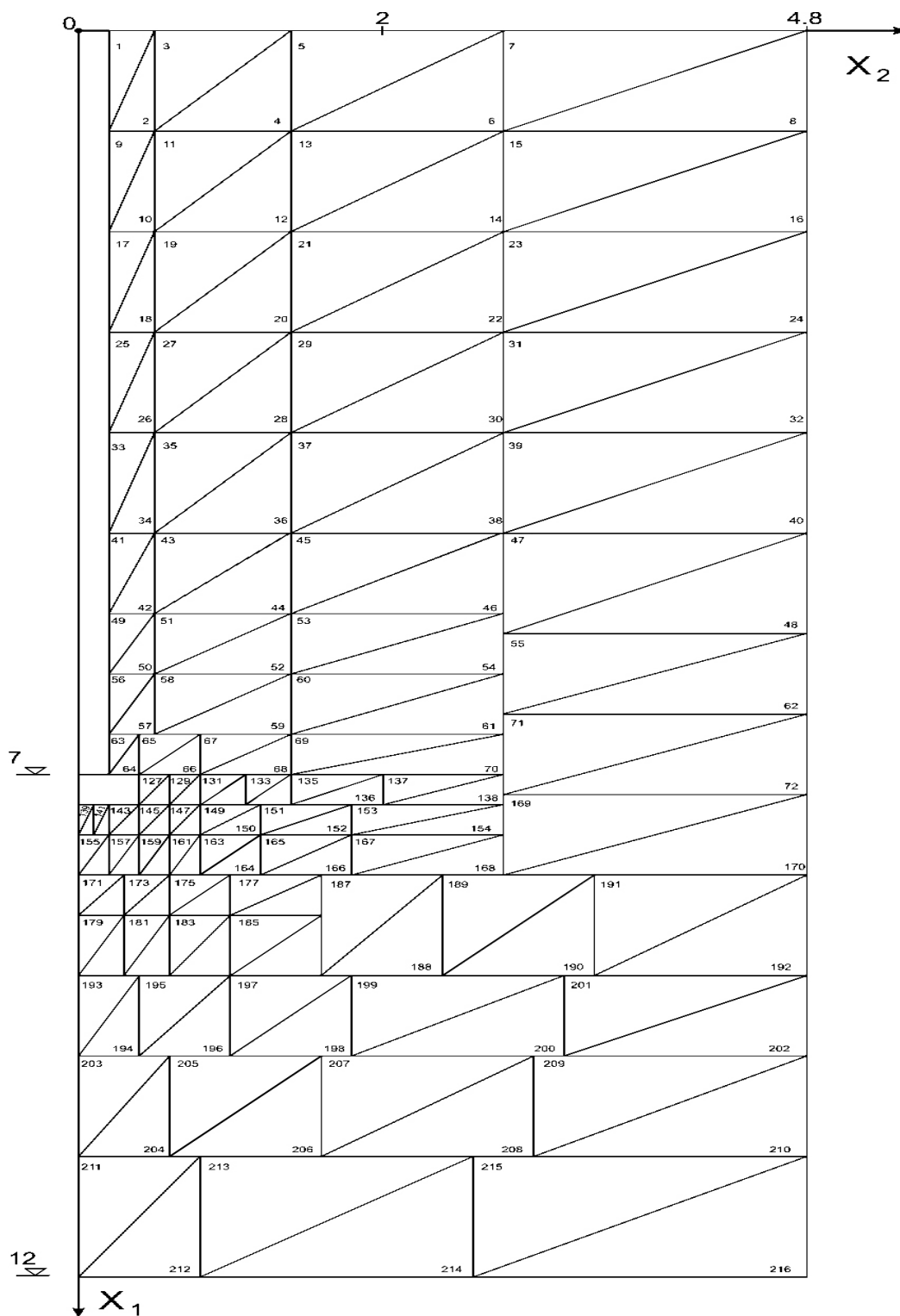


Рисунок 5.12 – Дискретизація навколопального простору основи

За числовим методом граничних елементів (МГЕ) проведено числові дослідження напружено-деформованого стану (НДС) буронабивних паль різного діаметра: 40 см (рис. 5.13) та 50 см (рис. 5.14) при довжині палі 7 м. Напластування основи будівельного майданчика – суглинок тугопластичний, пісок щільний, тверда глина.

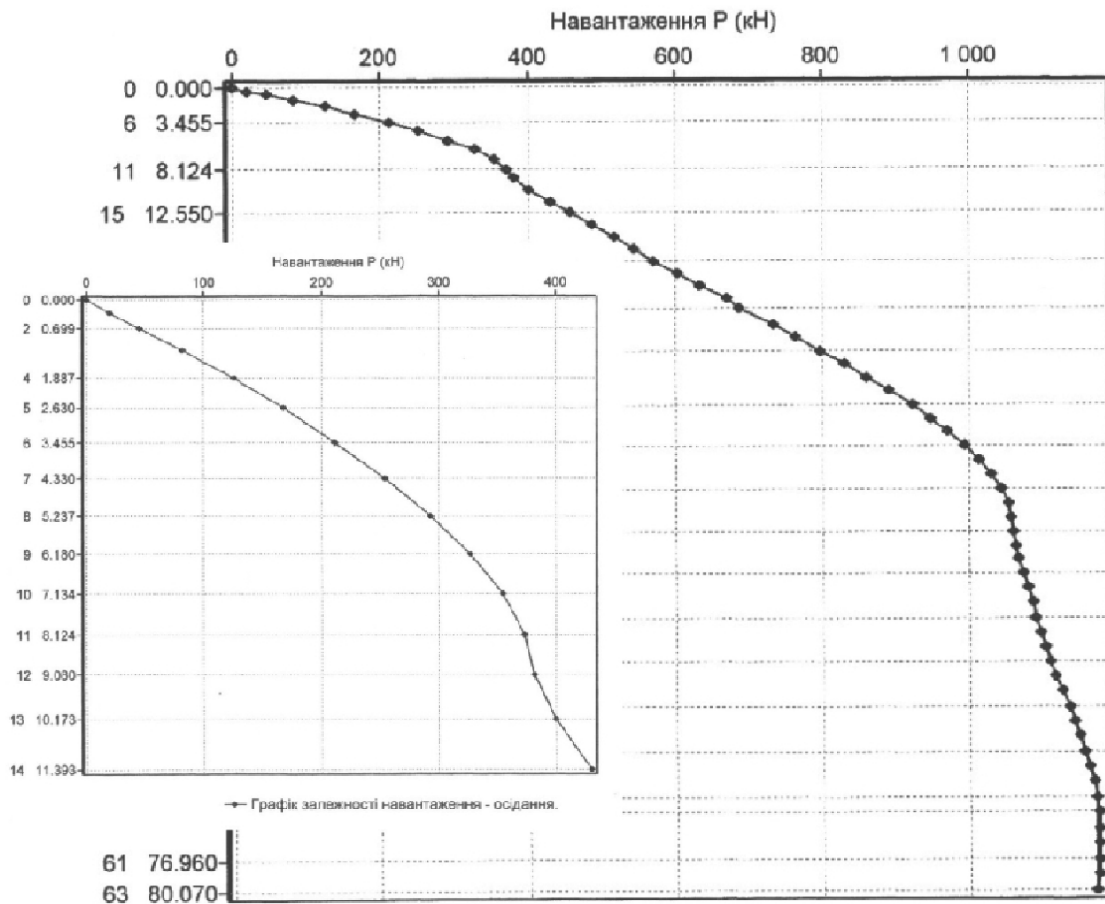


Рисунок 5.13 – Графік залежності «навантаження–осідання» для буронабивної палі діаметром 40 см, довжиною 7 м

Точність математичних моделей, що використовується в розрахунках основ та ґрунтових споруд залежить від найбільш суттєвих особливостей деформування ґрунтів.

Нині для описання нелінійного деформування ґрунтів перевага надається моделі пружно-пластичного середовища в рамках теорії пластичної течії (5.6):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}},$$

де F – пластичний потенціал,

σ_{ij} – тензор напружень,

$d\lambda$ – скаляр простого навантаження.

Головною задачею є знаходження умови текучості і відповідної поверхні навантаження, при досягненні якої виникають пластичні

деформації. В роботі використано варіант неасоційованої пластичної течії для дилатувальної моделі ґрунтової основи.

Прийнято, що площадка текучості збігається з октаедричною (площадкою мобілізації дотичних напружень), а умова текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна пов’язує $\sigma_m - T$ (5.21):

$$f = \tau + \sigma_m \operatorname{tg} \psi - \tau_s, \quad \text{при } \sigma_m \leq P_0;$$

$$f = \tau + \sigma_m \operatorname{tg} \psi, \quad \text{при } \sigma_m \geq P_0.$$

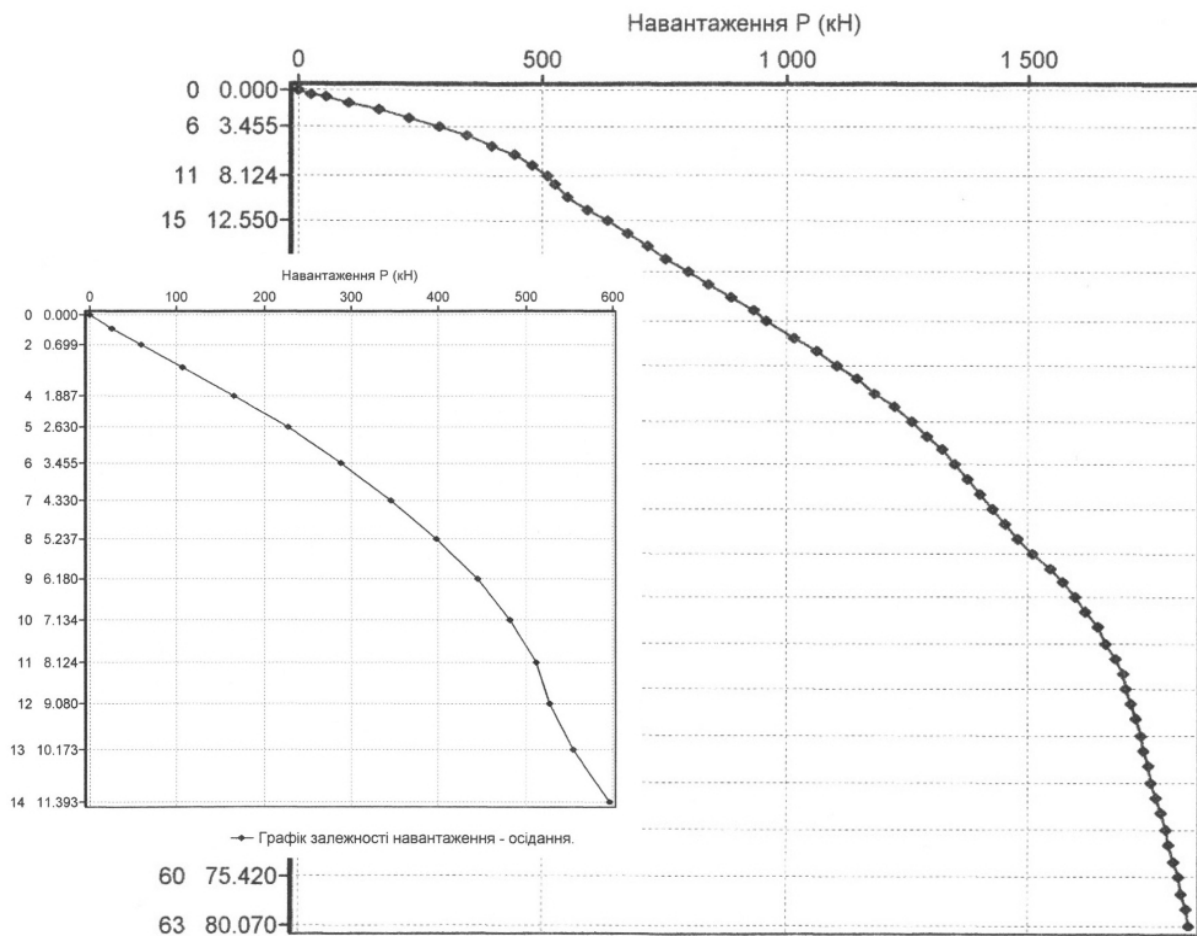


Рисунок 5.14 – Графік залежності «навантаження–осідання» для буронабивної палі діаметром 50 см, довжиною 7 м

Неасоційований закон пластичної течії доповнювався дилатансійним співвідношенням В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка (5.20):

$$d\varepsilon_{ij(\text{шарове})}^P = \lambda(\chi) \cdot d\gamma^P,$$

де $d\gamma^P$ – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині.

В алгоритмі розрахунку використовується МГЕ в формі методу початкових деформацій. При кроковому методі навантаження визначалися прирости пружних напружень $\Delta\sigma$ в кожному граничному елементі. Отримані $\Delta\sigma$ додавалися до отриманих напружень на попередньому кроці та обраховувалися сумарні напруження, вектор яких порівнювався з границями поверхні текучості. Коли діючі напруження не виходили за межі поверхні текучості, деформації ґрунту вважалися пружними. Коли вектор σ був за межею поверхні текучості, деформації ґрунту визначалися законом пластичної течії.

За даними числового моделювання роботи буронабивних паль можна зробити такі висновки:

1) результати числового моделювання процесу деформування пружно-пластичної основи буронабивних паль за запропонованою методикою відповідають загальноприйнятим уявленням та даним експериментальних досліджень.

Експериментальна величина несучої спроможності буронабивних паль діаметром 40 і 50 см становить відповідно 380 і 520 кН [35]. Прогноз за МГЕ – 390 і 510 кН, відповідно (рис. 5.13, 5.14);

2) аналіз графіків «осідання–навантаження» (рис. 5.13, 5.14) показує, що при малих навантаженнях спостерігається практично лінійна закономірність. При збільшенні величини навантаження залежність набуває нелінійності, внаслідок значного розвитку зон пластичної деформації в основі навколопального ґрунту;

3) із збільшенням діаметра бурових паль їх несуча спроможність на вертикальні і горизонтальні навантаження зростає. З точки зору величини несучої спроможності можна говорити про абсолютну перевагу паль великих діаметрів;

4) використання буронабивної технології дозволяє влаштовувати заглиблення паль на проектну позначку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А. В. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 399 с.
2. Алейников С. М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований / Алейников С. М. – М. : Изд-во «АСВ», 2000. – 754 с.
3. Бартоломей А. А. Основы расчета ленточных свайных фундаментов по предельно допустимым осадкам / Бартоломей А. А. – М. : Стройиздат, 1982. – 223 с.
4. Бартоломей А. А. Расчет осадок ленточных свайных фундаментов / Бартоломей А. А. – М. : Стройиздат, 1972. – 128 с.
5. Бойко І. П. Проблемні питання геотехніки в Україні / Бойко І. П. // Основи і фундаменти. – К. : КНУБА, 2002.– Вип. 27. – С. 3–6.
6. Бенерджи П. Методы граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Батерфилд ; пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 494 с.
7. Бойко І. П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упруго-пластическом основании / Бойко І. П. // Основания и фундаменти. – К. : Будівельник. – 1985. – № 18. – С. 11–18.
8. Бойко І. П. Свайные фундаменты на нелинейно-деформируемом основании : автореф. дис. на стиск. степ. д-ра техн. наук : спец. 05.23.02 / І. П. Бойко. – М. : НИИ оснований и подземных сооружений, 1989. – 45 с.
9. Бойко І. П. Напряженно-деформируемое состояние упруго-пластического дилатирующего основания свайных фундаментов / Бойко І. П. // Основания и фундаменти. – К. : Будівельник, 1986. – № 19. – С. 7–9.
10. Бреббия К. Методы граничных элементов / Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1987. – 524 с.
11. Бреббия К. Применение метода граничных элементов в технике / К. Бреббия, С. Уокер ; пер. с англ. – М. : Мир, 1984. – 248 с.
12. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений / Вольтерра В. ; пер. с англ. – М. : Наука, 1982. – 304 с.
13. Верюжский Ю. В. Численные методы потенциала в некоторых задачах прикладной механики / Верюжский Ю. В. – К. : Вища школа, 1978. – 182 с.
14. Верюжский Ю. В. Метод потенциала в задачах изгиба пластин : автореф. дис. на соиск. степ. канд. техн. наук : спец. 01.02.03 / Ю. В. Верюжский. – К. : КИСИ, 1970. – 18 с.

15. Компьютерные технологии проектирования железобетонных конструкций : учебное пособие / [Верюжский Ю. В., Колчунов В. И., Барабаш М. С., Гензерский Ю. В.]. – К. : Изд-во НАУ, 2006. – 808 с.
16. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов / Гольдштейн М. Н. – М. : Стройиздат, 1971. – 367 с.
17. Городецкий А. С. Информационные технологии расчета и проектирования строительных конструкций / Городецкий А. С., Шмуклер В. С., Бондарев А. В. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2003. – 889 с.
18. ДБН В.1.1-12:2014. Строительство в сейсмических районах Украины. – К.: Министерство регионального развития, строительства и жилищно-коммунального хозяйства Украины, 2014 г. – 110 с.
19. ДБН В.1.2-2:2006. Нагрузки и воздействия / Минстрой Украины. – Киев, 2006 г. – 60 с.
20. ДБН В.1.2-14:2009. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2009.
21. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування. – Київ : Мінрегіонбуд України, 2009. – 97 с.
22. ДБН В.3.2-2:2009. Житлові будинки. Реконструкція та капітальний ремонт. – [Чинний від 2010-01-01]. – К. : Мінбуд України, 2009. – 22 с. – (Національні стандарти України).
23. ДБН В.2.6-163:2010. Конструкції будинків і споруд. Сталеві конструкції. – [Чинний від 2011-12-01]. – К. : Мінрегіонбуд України, 2011. – 202 с. – (Національні стандарти України).
24. Закон України «Про будівельні норми» / Відомості Верховної Ради України. – Офіц. вид. – К. : Парлам. вид-во, 2009.
25. Зоценко М. Л. Математичне моделювання геотехнічних процесів на основі рішень пружно-пластичної задачі нелінійної механіки ґрунтів / Зоценко М. Л. // Збірник наукових праць, Серія: галузеве машинобудування, будівництво. – Вип. 12. – Полтава : ПолтНТУ, 2003. – С. 96–104.
26. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды / Ильюшин А. А. – М. : МГУ, 1978. – 287 с.
27. Информационное обеспечение, поддержка и сопровождение жизненного цикла изделия / [Бакаев В. В., Судов Е. В., Гомозов В. А. и др.] ; под ред. В. В. Бакаева. – М. : Машиностроение-1, 2005. – 624 с.
28. Круз Т. Метод граничных интегральных уравнений / Круз Т., Риццо Ф. // Вычислительные аспекты и приложения в механике. – М. : Мир, 1978. – С. 210–216.
29. Краснощеков П. С. Оптимизация в автоматизированном проектировании / Краснощеков П. С., Морозов В. В., Попов Н. М. – М. : МАКС Пресс, 2008. – 323 с.
30. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / Ли К. – СПб. : Питер, 2004. – 560 с.

31. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Мейз Дж. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1974. – 318 с.
32. Матвійчук В. В. Використання технологій інтегрованого проектування для підвищення інвестиційної привабливості будівництва [Електронний ресурс] / В. В. Матвійчук // XL регіональна науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу, співробітників та студентів університету з участю працівників науково-дослідних організацій та інженерно-технічних працівників підприємств м. Вінниці та області (Вінниця, 9-11 березня 2011 р.). – Вінниця : ВНТУ, 2011. – Режим доступу : <http://conf.vntu.edu.ua/allvntu/2011/inbtegp/txt/matviychuk.pdf>
33. Миндлин Р. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве / Миндлин Р., Чень Д. // Механика. Сборник сокращенных переводов иностранной периодической литературы. – № 4. – М. – 1952.
34. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках паль : монографія / Моргун А. С. – Вінниця : Універсум-Вінниця, 2000. – 130 с.
35. Моргун А. І. Конструкції бірамідальних паль та їх розрахунок за методом граничних елементів / Моргун А. І., Моргун А. С. – Вінниця : Універсум-Вінниця, 2001. – 127 с.
36. Моргун А. С. Застосування методу граничних елементів у розрахунках паль в пластичному середовищі ґрунту / Моргун А. С. – Вінниця : Універсум-Вінниця, 2001. – 64 с.
37. Моргун А. І. Програмування та чисельні методи в розрахунках інженерних споруд : навчальний посібник / Моргун А. І., Шкодін М. М., Моргун А. С. – К. : НМК ВО, 1992. – 207 с.
38. Моргун А. С. Теорія споруд, «Будівельна механіка», ч. III : навчальний посібник / Моргун А. С. – Вінниця : ВДТУ, 1997. – 90 с.
39. Моргун А. С. Числове моделювання поведінки палі в лінійному середовищі ґрунту за МГЕ / Моргун А. С., Сорока М. М. // Вісник ОДАБА. – 2002. – Вип. № 7. – С. 125–131.
40. Моргун А. С. Пластичний аналіз поведінки системи «паля-основа» за МГЕ / Моргун А. С., Сорока М. М. // Вісник ОДАБА. - 2002. – Вип. № 8. – С. 148–155.
41. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Мусхелишвили Н. И. – М. : Физматгиз, 1966.
42. Надаи А. Пластичность и разрушения твердых тел / Надаи А. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1956. – 287 с.
43. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред / Николаевский В. Н. – М. : Недра, 1984. – 232 с.
44. Николаевский В. Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды / Николаевский В. Н. // Прикл. матем. и механ. – 1971. – Т. 35, Вып. 6. – С. 1070–1082.

45. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов / Николаевский В. Н. // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Стройиздат, 1975. – С. 210–227.
46. Основания и фундаменты / Н. А. Цытович, В. Г. Березанцев, Б. И. Далматов, М. Ю. Абелев ; под редакцией Н. А. Цытовича. – М. : Высшая школа, 1970. – 378 с.
47. Рейнер М. Деформация и течение / Рейнер М. ; пер. с англ. – М. : Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963. – 391 с.
48. Соколовский В. В. Теория пластичности / Соколовский В. В. – М. : Высшая школа, 1969. – 608 с.
49. Седов Л. И. Механика сплошной среды : в 2-х т. / Седов Л. И. – М. : Наука, 1976. – Т. 1 – 536 с., Т. 2 – 574 с.
50. Сегерлинд Л. Применение методов конечных элементов / Сегерлинд Л. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1979. – 392 с.
51. СНиП 2.02.03-85.Свайные фундаменты. – М., 1986.
52. Сталезалізобетонні конструкції : ДБН В.2.6-160:2010. – [Чинний від 2011-09-01]. – К. : Мінбуд України, 2011. – 104 с.
53. Талапов В. В. BIM и американские чиновники [Электронный ресурс] / В. В. Талапов // Всё о САПР, PLM, ERP. – Режим доступа : http://isicad.ru/ru/articles.php?article_num=14238
54. Тер Хаар Д. Элементарная термодинамика / Д. Тер Хаар, Г. Вергеланд. – М. : Мир, 1968. – 220 с.
55. Талапов В. В. BIM: Кому нужна такая модель? [Электронный ресурс] / В. В. Талапов // Всё о САПР, PLM, ERP. – Режим доступа : http://isicad.ru/ru/articles.php?article_num=14315
56. Теллес Д. К. Применение метода граничных элементов для решения неупругих задач / Теллес Д. К. ; пер. с англ. – М. : Стройиздат, 1987. – 160 с.
57. Хан Х. Теория упругости / Хан Х. ; пер. с нем. – М. : Мир, 1988. – 344 с.
58. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов / Харр М. Е. ; пер. с англ. – М. : Из-во литературы по строительству, 1971. – 320 с.
59. Шукле Л. Реологические проблемы механики грунтов / Шукле Л. – М. : Стройиздат, 1976. – 485 с.
60. Шмуклер В. С. Метод интегральных градиентов в оптимизационных задачах САПР / Шмуклер В. С. // Системы автоматизированного проектирования. – К. : Будівельник, 1989. – Вып. 6. – С. 56 – 62.
61. Banerjee P.K. and Batterfield R. Boundary element method in Geomechanics. In Finite Element Methods in Geomechanics, Gudehu G.- (Ed.), John Wiley and Sons, New York, 1977, pp. 529 – 570.
62. Banerjee P.K. Analysis of axially and laterally loaded pilegroups. In developments in soils mechanics. Ed. By C.R.Scott, Applied science Publishers, 1978, pp. 317-346.

63. Banerjee P.K., Driscoll R.M. Three dimensional analysis of rared pile groups. Proc. Inst. Civil Engrs., Part 2, 1976, Dec., pp.653-671.
64. Banerjee P.K. and Davies T.G. Analysis of pile groups emwedded in Gibson Soil. Proc. Ninth Ipt. Conf. on soil mechanics and foundations engineering, Vol. 1,1977, pp.381-386, Tokyo, Japan.
65. Banerjee P.K. and Davies T. G. The behaviour of axially and laterally loaded single piles emwedded in non homogeneous soils.Geotechnique 28, № 3, 1978. pp.309- 326.
66. Boyko I. P. Advanced methods of computer design of bases and foundations. Kiev: Znaniye publishers. 1986.
67. Industry Foundation Classes [Электронный ресурс] // Википедия. Свободная энциклопедия. – Режим доступа : http://ru.wikipedia.org/wiki/Industry_Foundation_Classes

Навчальне видання

**Моргун Алла Серафимівна
Сорока Микола Миколайович**

**ОЦІНКА, ПРОГНОЗ, УПРАВЛІННЯ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИМ СТАНОМ
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Навчальний посібник

Рукопис оформлено А. Моргун

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет виготовлено О. Ткачуком

Підписано до друку 29.01.2020 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк 6,42.
Наклад 50 (1 – 21) пр. Зам. № 2020-016.

Видавець та виготовлювач
інформаційний редакційно-видавничий центр.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua;
E-mail: kivc.vntu@gmail.com.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.