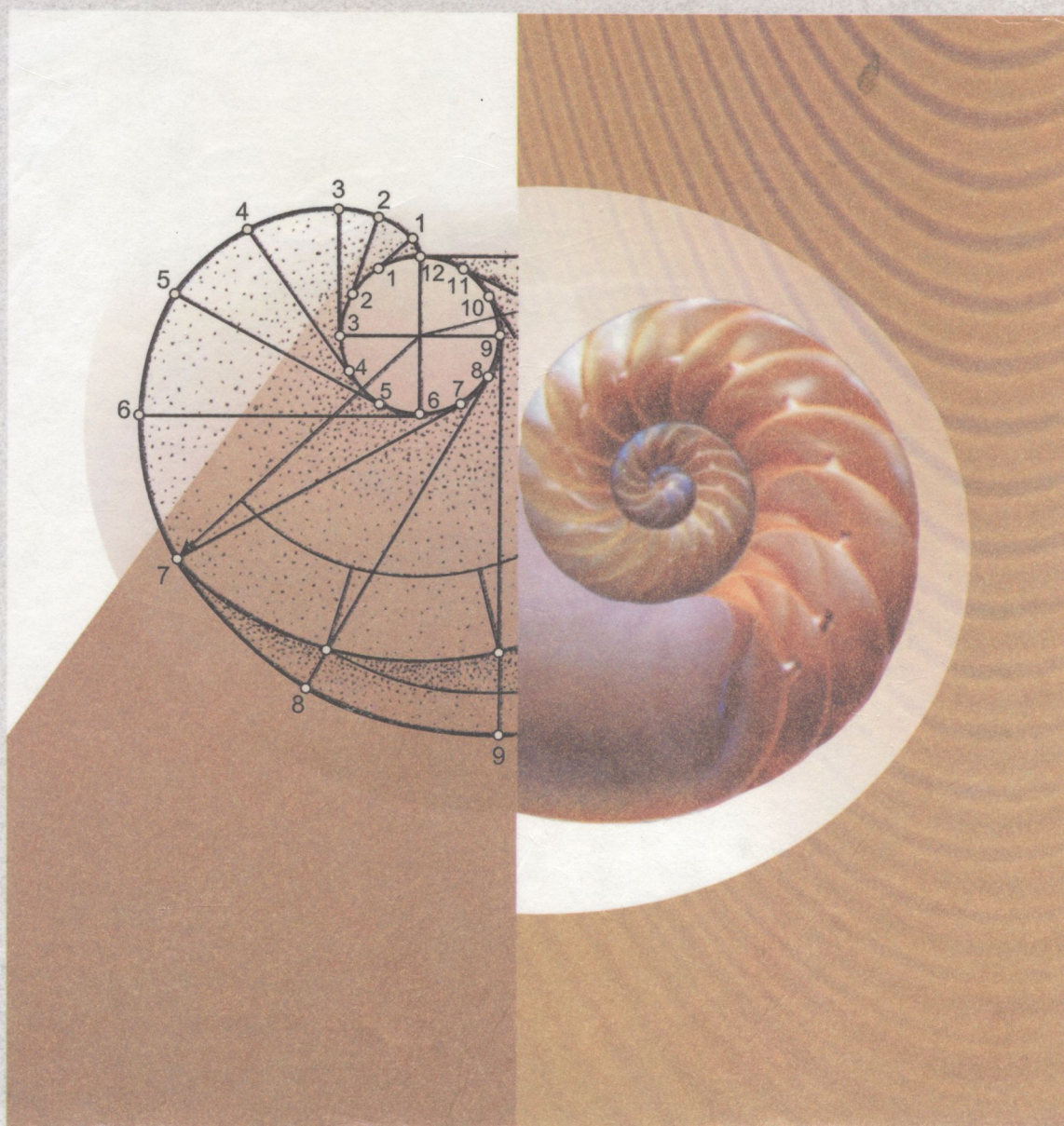
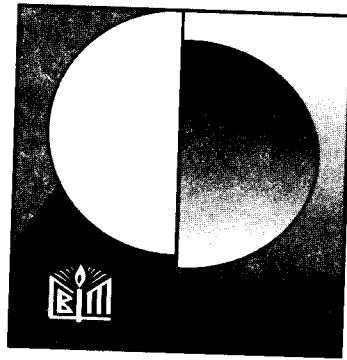


Є.А.Антонович, Я.В.Василишин, О.В.Фольта, В.А.Шпільчак, П.В.Юрковський

нарисна
ГЕОМЕТРІЯ
П Р А К Т И К У М

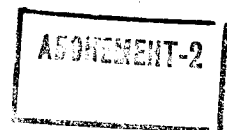




Є.А.Антонович, Я.В.Василишин, О.В.Фольта, В.А.Шпільчак, П.В.Юрковський

нарисна
ГЕОМЕТРІЯ
П Р А К Т И К У М

За редакцією проф. Є.А.Антоновича
Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний
посібник для студентів педагогічних спеціальностей вищих
навчальних закладів



ЛЬВІВ
ВИДАВНИЦТВО "СВІТ"
2004

ББК 22.151.34

A 72

УДК 514.18

Рецензенти:

д-р техн. наук, проф., акад. Є.І.Крижанівський
(Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу)
д-р. фіз.-мат. наук, проф. Я.М.Жовнір, канд. психол. наук, доц. О.О.Данилевич
(Харківський державний педагогічний університет ім. Г.С.Сковороди)

Редактор Л.В.Дячишин

"Рекомендовано Міністерством освіти і науки України"

(Лист Міністерства освіти і науки України
№ 14/11.2-549 від 18.03.2002 р.)

420493

Антонович Є.А. та ін.

A 72 Нарисна геометрія. Практикум: Навч. посібник /За ред. проф.
Є.А.Антоновича. — Львів: Світ, 2004. — 528 с., іл.

ISBN 966-603-177-9.

У навчальному посібнику наведено короткі теоретичні відомості з кожної теми курсу нарисної геометрії, вправи для самоперевірки, типові приклади та хід розв'язання, запропоновано задачі для самостійного розв'язання, а також багатоваріантні завдання для комплексних графічних робіт з прикладами виконання кожного з них. Показано доцільність використання комп'ютерної техніки для розв'язування задач нарисної геометрії з ілюстрацією прикладів.

Для студентів художньо-графічних і загальнотехнічних факультетів педагогічних інститутів, а також технічних університетів. Може бути корисний для викладачів та учнів коледжів, технікумів, училищ, ліцеїв, гімназій і шкіл.

ББК 22.151.34

© Антонович Є.А., Василюшин Я.В.,
Фольта О.В. та ін., 2004
© Антонович Є.А., Шпільчак В.А.,
Юрковський П.В., ілюстрації, 2004

ISBN 966-603-177-9



ПЕРЕДМОВА

Навчальний посібник є першою спробою створити практикум з нарисної геометрії українською мовою для студентів художньо-графічних і загальнотехнічних факультетів педагогічних інститутів та університетів, де курс нарисної геометрії вивчається найбільш повно і де, окрім методу ортогональних проекцій та аксонометрії, також вивчаються теорії тіней і перспектива.

Практикум з нарисної геометрії передбачений для використання в комплекті з підручником О.В.Фольти, Є.А.Антоновича та П.В.Юрковського "Нарисна геометрія", але придатний для роботи і з будь-яким іншим навчальним посібником з нарисної геометрії.

Практикум складається із семи розділів, що відповідають розділам згаданого підручника, та додатка, який містить багатоваріантні завдання на графічні роботи, що охоплюють основні розділи нарисної геометрії. Крім цього, наведені приклади виконання кожного завдання. Тобто навчальний посібник має на меті дати достатній і різноманітний матеріал для практичних аудиторних та індивідуальних занять і цим сприяти засвоєнню теоретичних основ нарисної геометрії.

У розділі 6 показано доцільність використання комп'ютерної техніки для розв'язування задач нарисної геометрії з ілюстрацією прикладів складання схем послідовно здійснюваних операцій. Використання комп'ютерної техніки стане основою професійної та психологічної підготовки студентів для подальшого засвоєння складних проблем автоматизації проектування та конструювання.

На основі багаторічних спостережень занять студентів автори радять такий порядок роботи:

- 1) вивчити теорію відповідного розділу з підручника;*
- 2) прочитати короткі теоретичні пояснення до відповідного розділу практикуму і відповіді на запропоновані питання для самоперевірки з метою визначити якість засвоєного матеріалу і виділити з нього важливе й істотне;*
- 3) самостійно виконати всі побудови прикладів, розв'язаних у даному розділі, дотримуючись тексту посібника;*
- 4) розпочати послідовне розв'язування задач — за вказівкою викладача або за особистим вибором.*

Наявність у практикумі великої кількості задач і багатоваріантних завдань для комплексних графічних робіт значно полегшує добір матеріалу для вправ, контрольних, домашніх та екзаменаційних завдань.

Посібник рекомендується для студентів усіх форм навчання, ним можуть користуватися також ті, хто вивчає нарисну геометрію самостійно.

Автори щиро вдячні рецензентам, а також заслуженому діячеві науки України, доктору технічних наук, професорові В.Є.Михайленку за допомогу в підготовці рукопису до друку.

1. ПРОЕКЦІЇ ТОЧКИ І ПРЯМОЇ

1.1. Точка в системі двох площин проекцій

1. Положення точки в просторі визначається її проекціями на дві взаємно перпендикулярні площини проекцій.

Фронтальна та горизонтальна проекції точки завжди розташовані на одній вертикальній лінії проекційного зв'язку.

2. Залежно від положення точки в тій чи іншій чверті буде визначатися розташування її проекцій на епюрі:

а) якщо точка розташована в першій чверті, то горизонтальна проекція точки — під віссю проекцій, а фронтальна — над цією віссю (точка A на рис. 1.1);

б) якщо точка розташована в другій чверті, то обидві проекції точки — горизонтальна і фронтальна — над віссю проекцій (точка B на рис. 1.1);

в) якщо точка розташована в третій чверті, то горизонтальна проекція точки — над віссю проекцій, а її фронтальна проекція — під цією віссю (точка C на рис. 1.1);

г) якщо точка розташована в четвертій чверті, то і горизонтальна, і фронтальна проекції розташовані під віссю проекції (точка D на рис. 1.1).

Якщо точка належить площині проекцій, то одна її проекція збігається з точкою, а інша лежить на осі проекцій. Наприклад, точка E лежить у передній півплощині H , точка F — у верхній півплощині V (рис. 1.1).

3. Якщо точка задана координатами X, Y, Z , то:

відстань від точки до фронтальної площини проекцій визначається координатою Y ; на епюрі — це відстань від горизонтальної проекції точки до осі проекцій. Координата Y додатна для точок, розташованих перед фронтальною площиною проекцій, і від'ємна для точок, розташованих за нею;

відстань від точки до горизонтальної площини проекцій визначається координатою Z ; на епюрі — це відстань від фронтальної проекції точки до осі проекцій. Координата Z додатна для точок, розташованих над горизонтальною площиною проекцій, і від'ємна для точок, розташованих під нею;

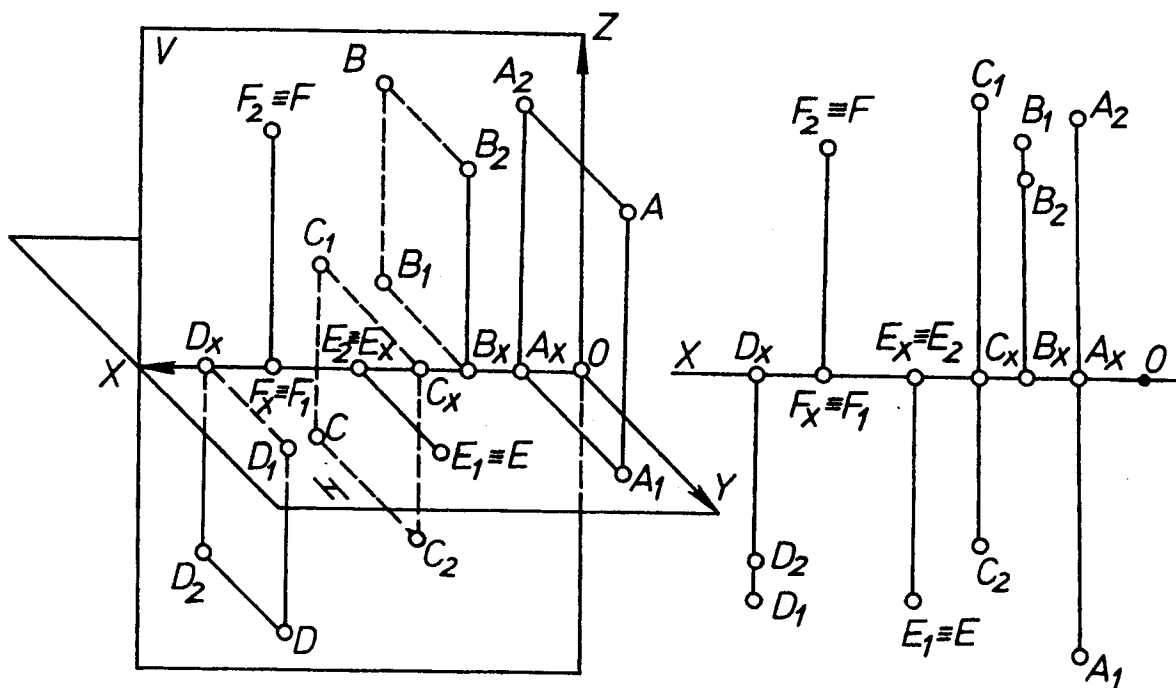


Рис. 1.1

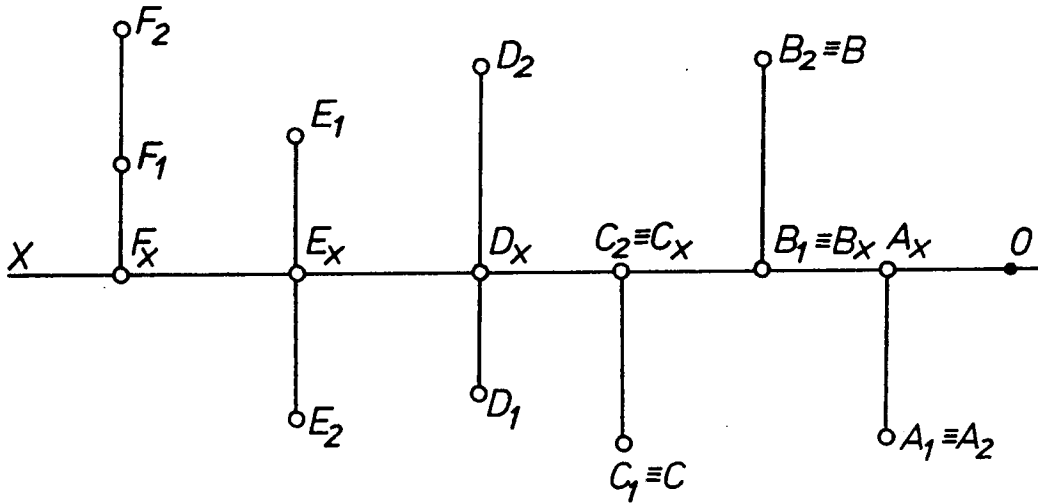


Рис. 1.2

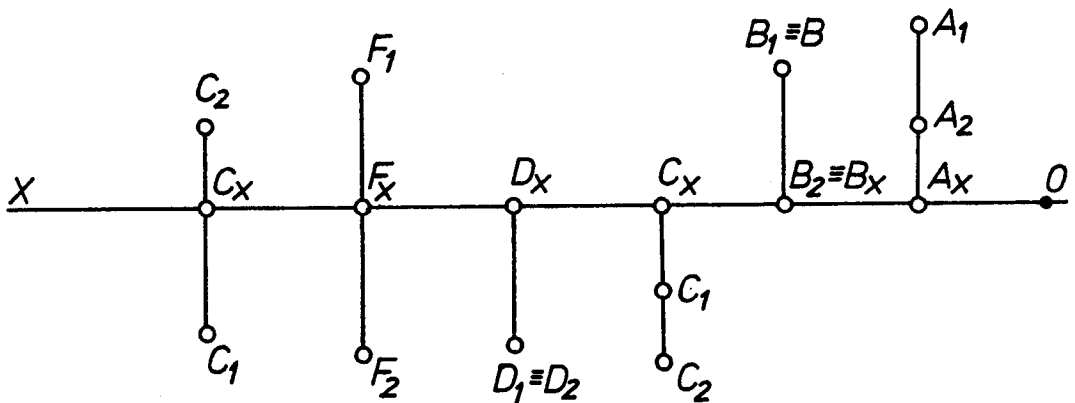


Рис. 1.3

координата X може бути визначена лише у випадку, якщо на епюрі задана точка O (початок координат); тоді точки, розташовані ліворуч від точки O , будуть мати додатні координати X .

Отже, якщо точка розташована в тій чи іншій чверті простору, то її координати Y і Z мають такі знаки:

Чверть простору	Знаки координат	
	Y	Z
Перша	+	+
Друга	-	+
Третя	-	-
Четверта	+	-

4. Якщо координати Y і Z деякої точки однакові, то ця точка рівновіддалена від площин проекцій, тобто кажуть, що така точка розташована у бісекторній площині (у бісекторі тієї чи іншої чверті).

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Вкажіть місце розташування заданих на епюрі точок (рис. 1.2).

2. Задані координати чотирьох точок: $A(20, 10, 0)$, $B(20, 10, 15)$, $C(40, 0, 40)$, $D(30, -15, 15)$.

Яка з точок належить фронтальній площині проекцій?

Яка з точок лежить у бісекторі другої чверті?

Яка з точок найбільш віддалена від горизонтальної площини проекцій?

3. Задано епюрі декількох точок (рис. 1.3).

Яка з точок розташована у другій чверті?

Яка з точок належить горизонтальній площині проекцій?

Яка з точок рівновіддалена від площин проекцій?

Яка з точок найбільш віддалена від фронтальної площини проекцій?

Координата Z якої точки дорівнює нулю?

4. Які точки симетричні одна одній відносно фронтальної площини проекцій: $A(40, 30, 20)$, $B(40, 30, -20)$, $C(40, -30, -20)$, $D(40, -30, 20)$?

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Побудувати епюр довільної точки A , яка розташована в четвертій частині простору і віддалена від горизонтальної площини проєкцій на 15 од. виміру, а від фронтальної — на 25 од.

Розв'язання. Задамо на осі проєкцій довільну точку A_x і через неї проведемо вертикальну лінію проєкційного зв'язку (рис. 1.4).

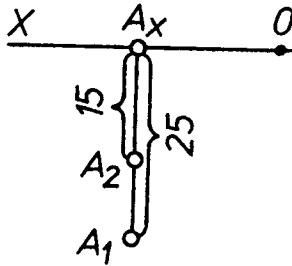


Рис. 1.4

Оскільки за умовою задачі задана точка A розташована в четвертій частині, то обидві проєкції (A_1 і A_2) цієї точки будуть лежати на згадуваній лінії проєкційного зв'язку під віссю проєкцій. Щоб витримати задані відстані від точки A до площин проєкцій, необхідно відкласти вниз на лінії проєкційного зв'язку від точки A_x відрізок завдовжки 15 од. Отримаємо фронтальну проєкцію точки A_2 , оскільки відстань від точки до горизонтальної площини проєкцій дорівнює відстані від фронтальної проєкції точки до осі проєкцій. На тій же лінії проєкційного зв'язку від точки A_x вниз відкладемо відрізок завдовжки 25 од. Отримаємо горизонтальну проєкцію точки A_1 , оскільки відстань від точки до фронтальної площини проєкцій дорівнює відстані від горизонтальної проєкції точки до осі проєкцій.

Приклад 2. Побудувати епюр та аксонометричне зображення точок:

$A(10, -30, 20), B(25, 25, 0), C(40, 0, -20)$.

Розв'язання. 1. Точка A задана в другій частині, оскільки ордината її від'ємна, а апліката додатна. Отже, обидві проєкції точки (A_1 і A_2) будуть лежати на одній лінії проєкційного зв'язку вище від осі проєкцій. Вибираємо на осі проєкцій точку O і ліворуч від неї відкладаємо відрізок завдовжки 10 од. (рис. 1.5, а). Отримаємо точку A_x . Провівши через неї лінію проєкційного зв'язку, відкладемо догори відрізок $A_x A_1$ завдовжки 30 од. і відрізок $A_x A_2$ завдовжки 20 од. Одержані проєкції точки дійсно відповідають розташуванню точки в другій частині.

Аксонометричне зображення точки A будемо в такій послідовності (рис. 1.5, б):

а) вибираємо початок координат на осі проєкцій (точка O) і ліворуч від точки O відкладаємо відрізок завдовжки 10 од. Отримаємо точку A_x ;

б) від точки A_x паралельно осі OY у від'ємному напрямі осі ординат відкладаємо відрізок $A_x A_1$ завдовжки 15 од. ($30:2=15$), тобто при побудові аксонометричного зображення значення ординати зменшено удвічі;

в) від точки A_x паралельно осі OZ догори (у напрямі додатних значень аплікату) відкладаємо відрізок $A_x A_2$ завдовжки 20 од.;

г) із точок A_1 і A_2 проводимо перпендикуляри ($A_1 A_1' \perp AA_2, A_x A_2' \perp AA_1$), на перетині яких і визначається положення точки у другій частині простору.

2. Точка B задана у передній півплощині проєкцій H , оскільки апліката точки дорівнює нулю, а ордината — додатна. Отже, на епюрі фронтальна проєкція точки B_2 лежатиме на осі проєкцій, а горизонтальна — нижче від осі проєкцій. Відкладемо ліворуч точки O відрізок $OB_x = 25$ од. (рис. 1.5, а). Від точки B_x униз прове-

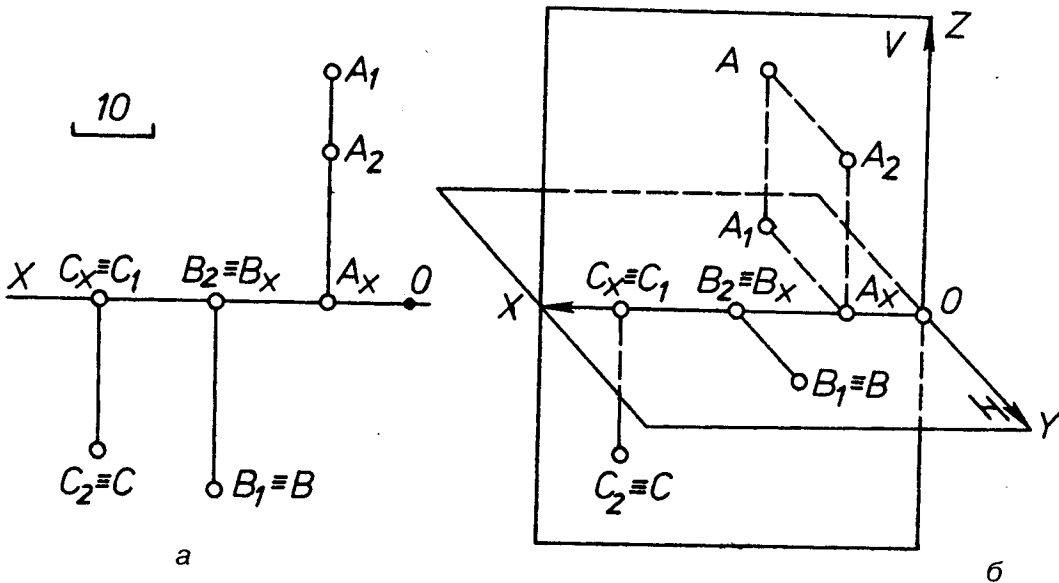


Рис. 1.5

демо перпендикуляр, на якому відкладемо $B_x B_1 = 25$ од. Точка B збігається (тотожна) з горизонтальною проєкцією B_1 . Одержані проєкції точки B_1 і B_2 дійсно відповідають розташуванню точки у передній півплощині проєкцій H .

Аксонетричне зображення точки B будемо так (рис. 1.5, б):

а) ліворуч від точки O відкладаємо відрізок $OB_x = 25$ од.;

б) від точки B_x паралельно осі OY у додатному напрямі осі ординат відкладаємо відрізок $B_x B_1$ завдовжки 12,5 од., скоротивши значення координати Y удвічі ($25:2=12,5$);

в) фронтальна проєкція точки B_2 розташована на осі OX , збігаючись із точкою B_x ;

г) горизонтальна проєкція точки B_1 збігається з точкою B .

3. Точку C задано у нижній півплощині проєкцій V , оскільки ордината точки дорівнює нулю, а апліката — від'ємна. Отже, на епюрі горизонтальна проєкція точки C_1 буде розташована на осі проєкцій, а фронтальна C_2 — на відстані 20 од. від точки C_x нижче від осі проєкцій. Точка C збігається з фронтальною проєкцією C_2 (рис. 1.5, а).

При побудові аксонетричного зображення відкладено відрізок $OC_x = 40$ од.;

від точки C_x паралельно осі OZ у від'ємному напрямі осі аплікат (вниз) відкладено відрізок $C_x C_2 = 20$ од. Отже, горизонтальна проєкція точки C_1 розташована на осі OX , збігаючись із точкою C_x , а фронтальна проєкція точки C_2 збігається з точкою C (рис. 1.5, б).

Приклад 3. Задана точка $A(30, -25, -10)$. Побудувати:

1) епюр точки B , симетричної точці A відносно горизонтальної площини проєкцій;

2) епюр точки C , симетричної точці A відносно фронтальної площини проєкцій;

3) епюр точки D , симетричної точці A відносно осі проєкцій.

Розв'язання. Точка $A(A_1, A_2)$ задана в третій чверті.

1. Точка B , симетрична точці A відносно горизонтальної площини проєкцій, буде розташована в другій чверті, тобто $B(30, -25, 10)$. Побудувавши епюр точки $A(A_1, A_2)$, відкладемо на спільній лінії проєкційного зв'язку догори відрізки $B_x B_1 = 25$ од. і $B_x B_2 = 10$ од. (рис. 1.6).

2. Точка C , симетрична точці A відносно фронтальної площини проєкцій, буде розташована в четвертій чверті, тобто $C(30, 25, -10)$. Побудувавши епюр точки A , відкладемо на спільній лінії проєкційного зв'язку вниз відрізки $C_x C_1 = 25$ од. і $C_x C_2 = 10$ од. (рис. 1.7).

3. Точка D , симетрична точці A відносно осі проєкцій, буде розташована в першій чверті, тобто $D(30, 25, 10)$. Побудувавши, як у попередніх випадках, епюр точки A , відкладемо на спільній лінії проєкційного зв'язку вниз відрізок $D_x D_1 = 25$ од., а догори відрізок $D_x D_2 = 10$ од. (рис. 1.8).

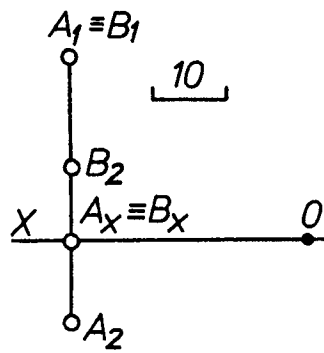


Рис. 1.6

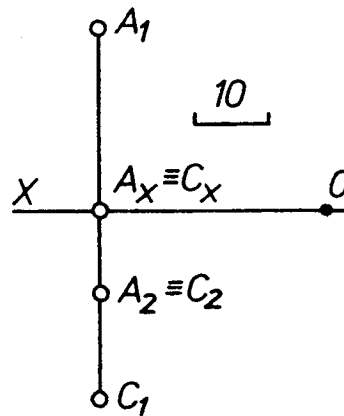


Рис. 1.7

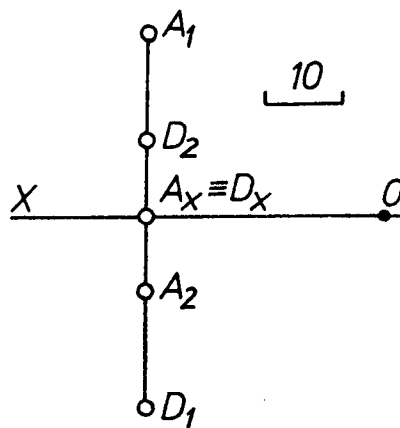


Рис. 1.8

ЗАДАЧІ

1. За заданим аксонетричним зображенням точок A, B, C, D побудувати їх проєкції на епюрі й визначити (у міліметрах) їх координати X, Y, Z (рис. 1.9).

2. Визначити (у міліметрах) координати X, Y, Z точок A, B, C, D , заданих на епюрі, й побудувати їх аксонетричне зображення (рис. 1.10).

3. Побудувати епюр точок за їх координатами:

$A(20, 30, 40), B(40, 15, 0), C(60, -15, -30), D(80, 0, -20)$.

4. Побудувати проєкції точок C і D , симетричних відносно фронтальної площини проєкцій відповідно точкам A і B . Записати координати точок і вказати місце їх розташування (рис. 1.11).

5. Побудувати проєкції точок K і L , симетричних відносно горизонтальної площини проєкцій відповідно точкам E і F . Записати координати точок і вказати місце їх розташування (рис. 1.12).

6. Побудувати проєкції точок C і D , симетричних відносно осі проєкцій відповідно точкам A і B . Записати координати точок і вказати місце їх розташування (рис. 1.13).

7. Зобразити на епюрі частковий положення точки A , якщо її горизонтальна і фронтальна проєкції збігаються.

8. Провести вісь OX і позначити початок координат, якщо абсциса точки C дорівнює 20 мм, апліката точки B — (-35 мм). Визначити координати точок та місце їх розташування (рис. 1.14).

9. Провести вісь OX і позначити початок координат, якщо:

точка A розташована в першій чверті, абсциса цієї точки — 20 мм, а відношення між її координатами $Z:Y = 2:1$ (рис. 1.15);

точка B розташована у четвертій чверті, абсциса цієї точки — 15 мм, а відношення між її координатами $Z:Y = 3:1$ (рис. 1.16).

10. Побудувати на епюрі та в аксонометричному зображенні:

точку A , яка належить бісектору першої чверті на відстані 20 мм від горизонтальної площини проєкцій;

точку B , яка належить бісектору другої чверті на відстані 30 мм від фронтальної площини проєкцій.

11. Задана точка $A (A_1, A_2)$. Побудувати на епюрі та в аксонометрії точку B , їй симетричну, відносно бісектора четвертої чверті (рис. 1.17).

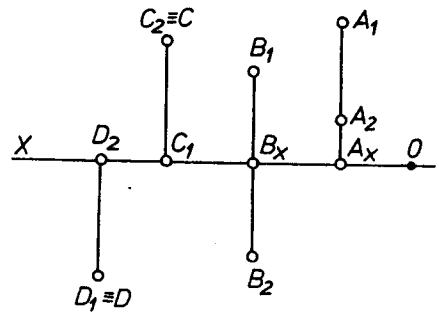


Рис. 1.10

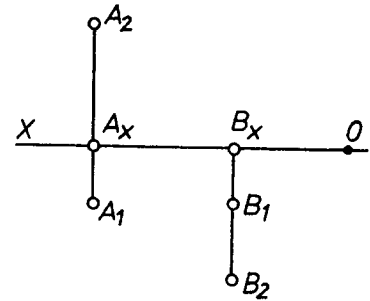


Рис. 1.11

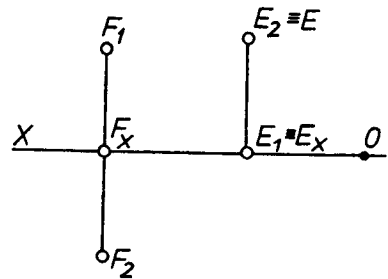


Рис. 1.12

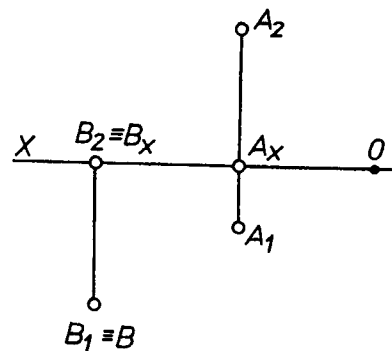


Рис. 1.13

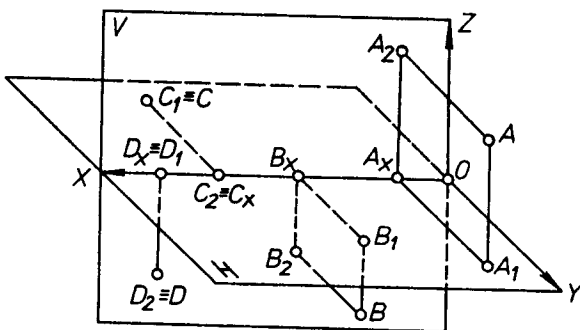


Рис. 1.9

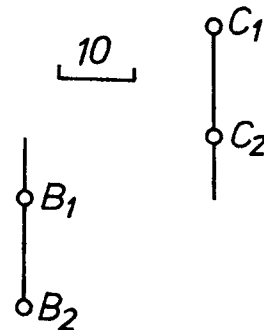


Рис. 1.14



Рис. 1.15



Рис. 1.16

1.2. Точка в системі трьох площин проекцій

1. Щоб визначити форму складної фігури, користуються способом проєкціювання на три площини проєкцій. Цю третю площину W — профільну площину проєкцій — розташовують праворуч від спостерігача, перпендикулярно одночасно до горизонтальної H і фронтальної V площин проєкцій (рис. 1.18).

2. Три площини проєкцій у своєму перетині утворюють вісім тригранних кутів, поділяючи простір на вісім частин — вісім октантів. Відлік октантів показаний на рис. 1.18. Ребрами цих октантів (тригранних кутів) є осі OX , OY , OZ , а площинами — відповідні частини площин проєкцій H , V , W . Точку перетину трьох осей O називають початком осей проєкцій. Додатні напрями осей проєкцій показані на рис. 1.18.

Отже, за напрямом осей проєкцій відносно точки O легко уявити кожний октант. У таблиці знаками «+» та «-» позначено напрями осей проєкцій для кожного октанта.

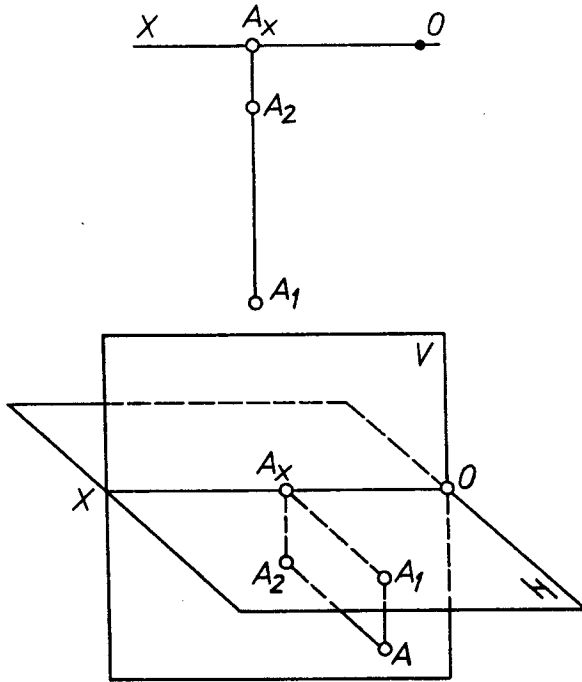


Рис. 1.17

Осі проєкцій	Октанти							
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
OX	+	+	+	+	-	-	-	-
OY	+	-	-	+	+	-	-	+
OZ	+	+	-	-	+	+	-	-

3. Щоб перейти від просторової системи трьох взаємно перпендикулярних площин проєкцій до плоскої (до еюра), потрібно

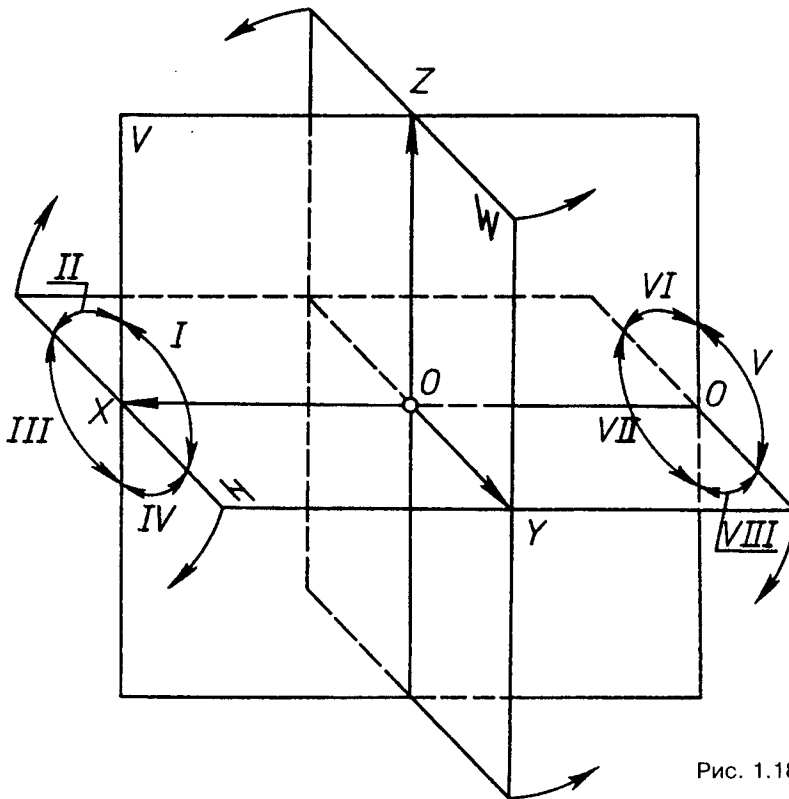


Рис. 1.18

горизонтальну площину проєкцій обернути навколо осі OX , як і в системі H, V , а профільну — навколо осі OZ у напрямі проти руху годинникової стрілки до суміщення її з фронтальною площиною проєкцій. Обертання цих площин проєкцій на рис. 1.18 показано стрілками. Вісь OY при цьому неначе роздвоюється, тобто одна її частина належить H , а інша — W .

Розгортка координатних осей показана на рис. 1.19.

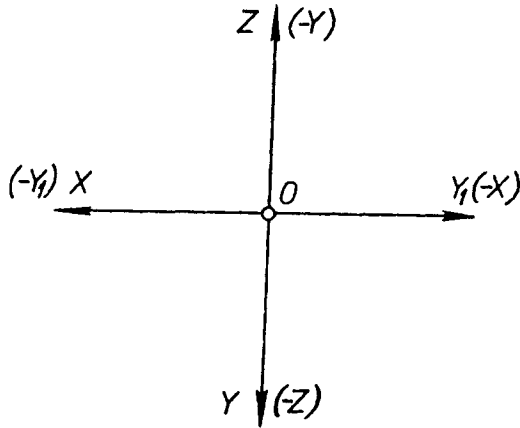
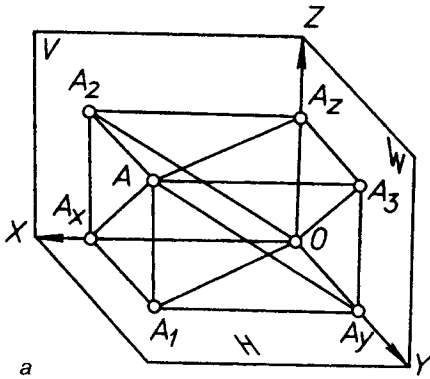
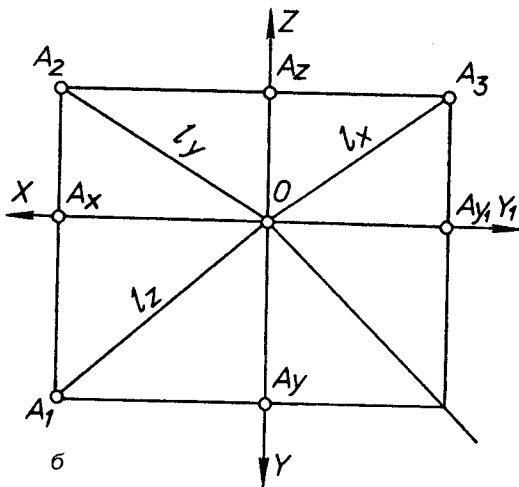


Рис. 1.19

4. На рис. 1.20,а наочно зображено якусь точку A в просторі першого октанта, а на рис. 1.20,б — епюр цієї точки.



а



б

Рис. 1.20

Як бачимо з епюра, горизонтальна A_1 і фронтальна A_2 проєкції точки A лежать на вертикальній лінії проєкційного зв'язку, фронтальна A_2 та профільна A_3 проєкції — на горизонтальній лінії проєкційного зв'язку.

Відстані до осей OX, OY, OZ на епюрі (рис. 1.20, б) визначаються відповідно відрізками l_x, l_y, l_z .

5. Проєкції точки на епюрі визначаються такими координатами:

горизонтальна — X і Y ; фронтальна — X і Z ; профільна — Y_1 і Z .

6. За горизонтальною і фронтальною проєкціями точки можна визначити її профільну проєкцію або графічною побудовою (рис. 1.21, 1.22), або перенесенням величини координати Y з горизонтальної площини проєкцій на профільну (рис. 1.23) (координатний спосіб).

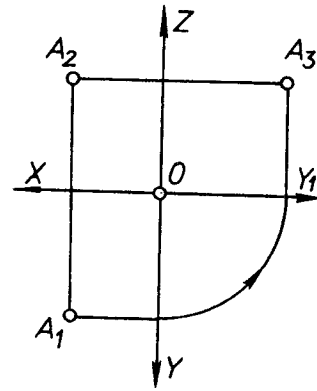


Рис. 1.21

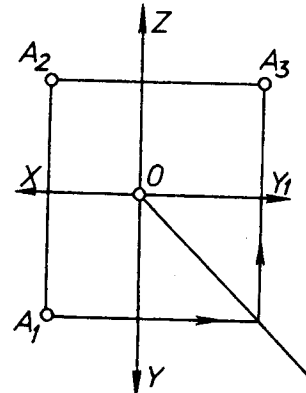


Рис. 1.22

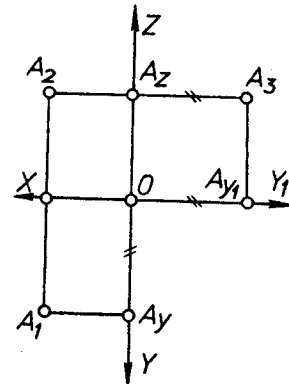


Рис. 1.23

Запитання і завдання для самоперевірки

1. По якій осі перетинаються площини проєкцій: горизонтальна і фронтальна, горизонтальна і профільна, фронтальна і профільна?

2. Який октант симетричний першому відносно:

горизонтальної площини проєкцій;
фронтальної площини проєкцій;
профільної площини проєкцій;
початку осей проєкцій?

3. Які октанти розташовані над горизонтальною площиною проєкцій, перед фронтальною площиною проєкцій, праворуч від профільної площини проєкцій?

4. По якій осі відкладається відстань від точки до:

горизонтальної площини проєкцій;
фронтальної площини проєкцій;
профільної площини проєкцій?

5. У якій площині проєкцій розташовані точки, які мають такі координати:

а) $X \neq 0, Y \neq 0, Z = 0$;

б) $X \neq 0, Y = 0, Z \neq 0$;

в) $X = 0, Y \neq 0, Z \neq 0$?

6. На якій осі проєкцій розташовані точки, які мають такі координати:

а) $X \neq 0, Y = 0, Z = 0$;

б) $X = 0, Y \neq 0, Z = 0$;

в) $X = 0, Y = 0, Z \neq 0$?

7. Вкажіть місце розташування точок $A(-20, 30, 40), B(0, 30, 0), C(-10, -30, 20), D(40, -15, 0), E(50, 0, -10)$.

8. Вкажіть місце розташування заданих на епюрі точок (рис. 1.24).

9. Чи можуть накладатися одна на одну дві, а то й три проєкції точки? Якщо так, то в якому випадку (в яких октантах)?

ПРИКЛАДИ

Приклад 4. Побудувати наочне зображення та епюр точки $A(30, -20, 40)$.

Розв'язання. Точка A задана в другому октанті, оскільки абсциса й апліката її додатні, а ордината від'ємна.

Аксонетричне зображення точки A будемо в такій послідовності (рис. 1.25,а):

Від точки O (початку осей проєкцій) ліворуч відкладаємо відрізок завдовжки 30 од. Отримаємо точку A_x . Від точки O вздовж від'ємного напрямку осі ординат відкладаємо відрізок OA_y завдовжки 10 (20:2). Від точки O догори по осі аплікат відкладаємо відрізок OA_z завдовжки 40.

Із точки A_x і A_y паралельно відповідно осям OY і OX проведемо промені, які в перетині утворюють горизонтальну проєкцію точки A_1 . З точок A_x і A_z паралельно відповідно осям OZ і OX проведемо промені, які в перетині утворюють фронтальну проєкцію точки A_2 . З точок A_y і A_z паралельно відповідно осям OZ і OY проведемо промені, які в перетині утворюють профільну проєкцію точки A_3 .

Із точок A_1, A_2, A_3 проведемо перпендикуляри, на перетині яких визначається положення точки A в другому октанті.

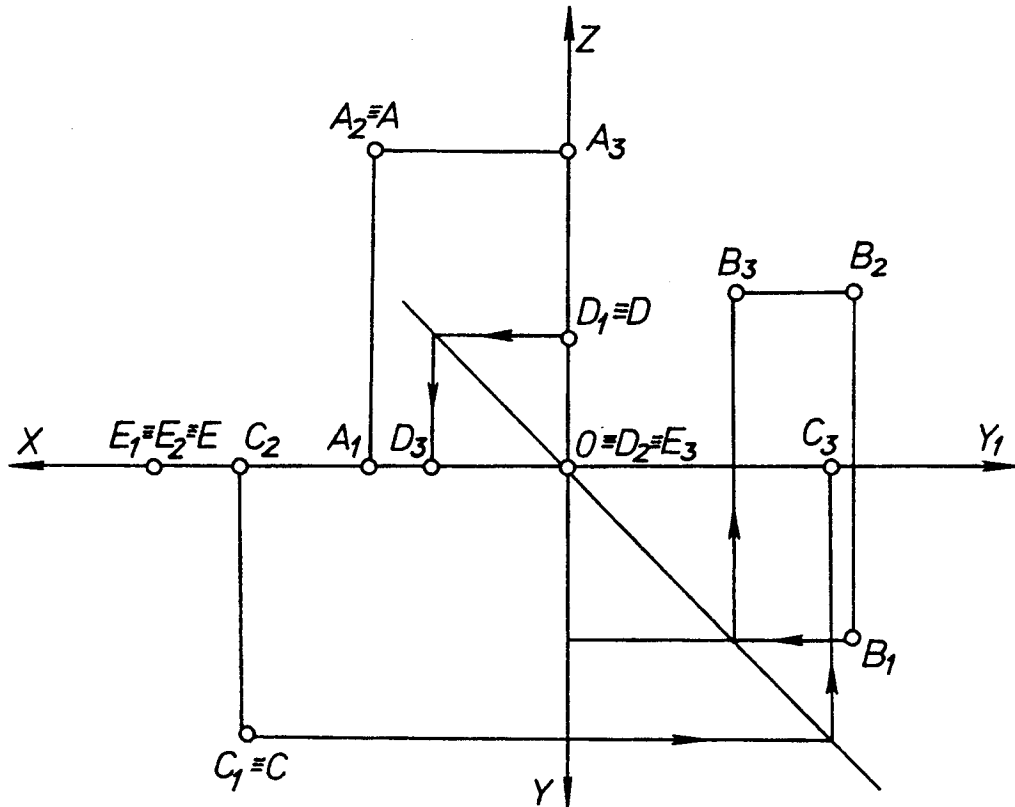


Рис. 1.24

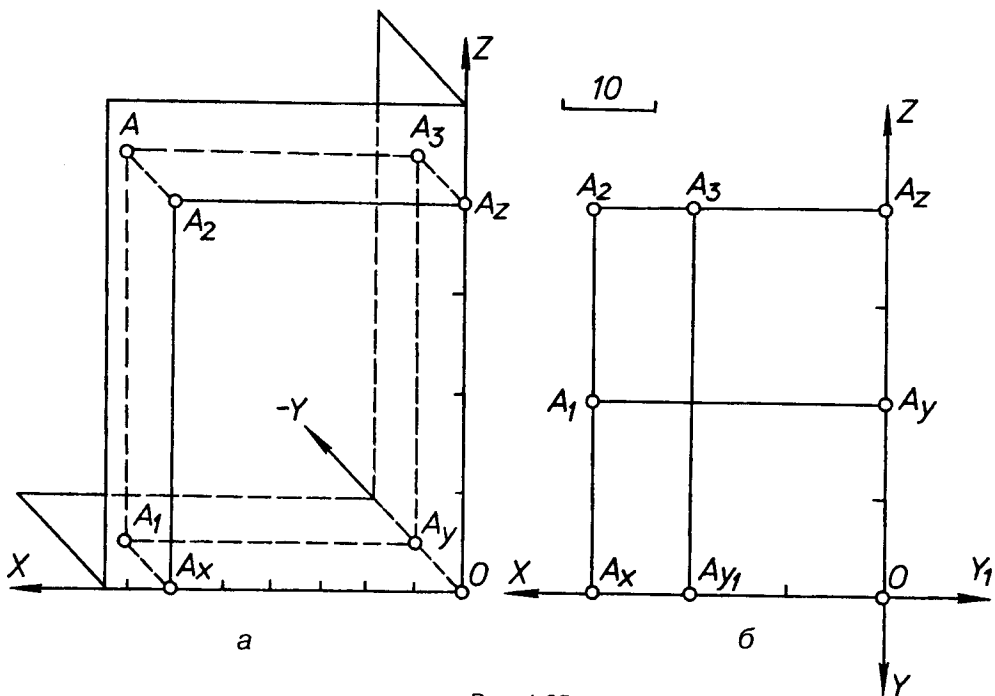


Рис. 1.25

Для побудови епюра точки A викреслюємо розгортку координатних осей (рис. 1.25, б). Від точки O ліворуч відкладаємо відрізок OA_x довжиною 30 од. Вверх від точки O відкладаємо два відрізки: OA_y довжиною 20 ($Y_A = -20$) і OA_z довжиною 40 ($Z_A = 40$).

Для побудови горизонтальної проекції точки A_1 , з точок A_x і A_y проведемо перпендикуляри, на перетині яких визначається точка A_1 . Для побудови фронтальної проекції точки A_2 з точок A_x і A_z проводимо перпендикуляри, на перетині яких визначається точка A_2 . Профільну проекцію точки A_3 отримуємо на перетині перпендикулярів, проведених з точок A_{y1} і A_z , при цьому $A_y = A_{y1}$.

Побудову епюра точки A можемо здійснювати і в такій послідовності. Від точки O ліворуч відкладаємо відрізок OA_x довжиною 30 од. Провівши через точку A_x вертикальну лінію проекційного зв'язку, відкладемо на ній дотри відрізок $A_x A_1$ довжиною 20 і відрізок $A_x A_2$ довжиною 40 од. Для визначення профільної проекції A_3 точки A проводимо через точку

A_2 перпендикулярно до осі OZ пряму і відкладаємо на ній ліворуч від точки A_2 відрізок $A_2 A_3$ довжиною 20 ($Y_1 = -20$).

Одержані проекції точки дійсно відповідають розташуванню точки в другому октанті, причому, що дуже важливо для перевірки правильності побудови епюра, горизонтальна A_1 і фронтальна A_2 проекції точки лежать на вертикальній лінії проекційного зв'язку, а фронтальна A_2 і профільна A_3 — на горизонтальній лінії проекційного зв'язку.

Приклад 5. Побудувати третю проекцію точки A (рис. 1.26).

Розв'язання. Визначаємо розташування точки A в системі октантів. Аналізуючи положення проекцій A_1 і A_2 точки A , доходимо висновку, що точка A розташована в третьому октанті. Аналіз, як звичайно, починається з фронтальної проекції точки, оскільки фронтальна площина проекцій при утворенні плоского зображення (епюра) не обертається. Тому за положенням проекції A_2 визначаємо, що точка A може лежати або в третьому, або

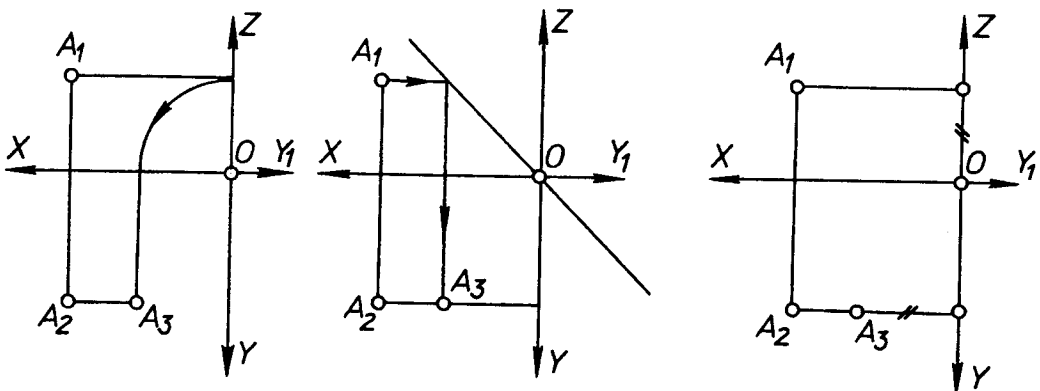


Рис. 1.26

в четвертому октанті. Положення горизонтальної проєкції A_1 визначає розташування точки — третій октант. Аналізуючи положення профільної площини проєкцій після обертання при утворенні епіюра, стверджуємо, що профільна проєкція точки A_3 буде розташована ліворуч від осі ($-Z$) і знизу від осі ($+X$).

Побудова профільної проєкції точки виконана трьома способами (див. рис. 1.26). Хід побудови показаний стрілками. Слід пам'ятати, що фронтальна і профільна проєкції точки розташовані на одній горизонтальній лінії проєкційного зв'язку.

Приклад 6. Задана точка $A (-30, -25, 40)$.

Побудувати епіюр:

точки B , симетричної точці A , відносно горизонтальної площини проєкцій;

точки C , симетричної точці A , відносно фронтальної площини проєкцій;

точки D , симетричної точці A , відносно профільної площини проєкцій.

Розв'язання. Аналізуючи знаки координат точки, доходимо висновку, що точка розташована в шостому октанті. Будуємо її епіюр (рис. 1.27). Відкладаємо на від'ємній осі OX відрізок OA_x довжиною 30. Провівши через точку A_x пряму перпендикулярно до осі OX , відкладемо на ній догори два відрізки: A_xA_1 довжиною 25, оскільки координата Y від'ємна, і A_xA_2 довжиною 40, оскільки координата Z додатна. За двома проєкціями A_1 і A_2 знаходимо профільну проєкцію A_3 точки A .

1. Точка B , симетрична заданій точці відносно горизонтальної площини проєкцій, розташована в сьомому октанті, тобто $B (-30, -25, -40)$. Відкладаємо на спільному перпендикулярі (оскільки $OB_x = OA_x = -30$) догори

відрізок B_xB_1 довжиною 25 (координата $Y = -25$) і вниз $-B_xB_2$ довжиною 40 (координата $Z = -40$). За двома проєкціями B_1 і B_2 знаходимо профільну проєкцію B_3 точки B .

2. Точка C , симетрична заданій точці A відносно фронтальної площини проєкцій, розташована в п'ятому октанті, тобто $C (-30; 25; 40)$. Побудувавши епіюр точки A (рис. 1.28), відкладемо на спільному перпендикулярі (оскільки $OA_x = OC_x = -30$) вниз відрізок C_xC_1 довжиною 25 (координата $Y = 25$) і догори $-C_xC_2$ довжиною 40 (координата $Z = 40$). За двома проєкціями C_1 і C_2 будемо профільну проєкцію C_3 точки C .

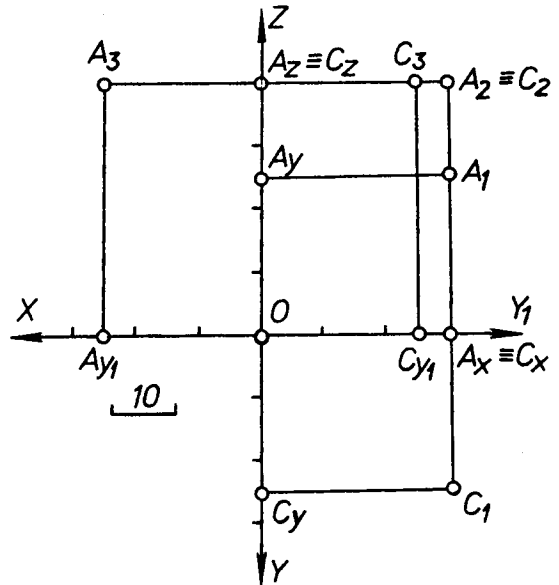


Рис. 1.28

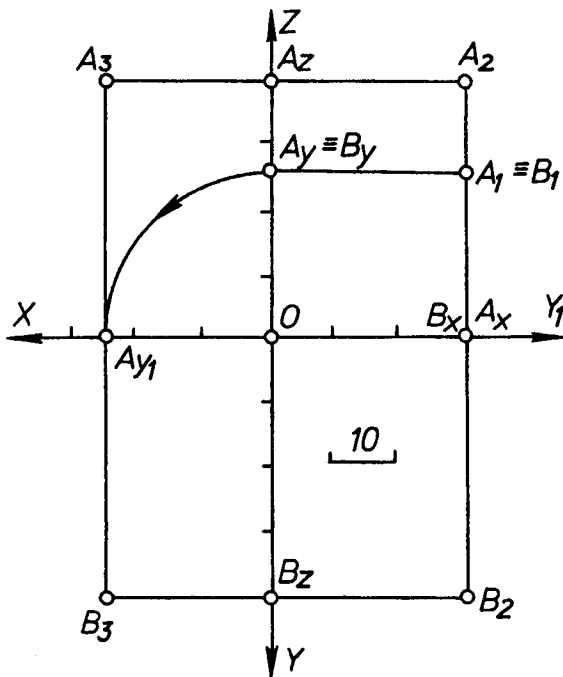


Рис. 1.27

3. Точка D , симетрична заданій точці A відносно профільної площини проєкцій, розташована в другому октанті, тобто $D (30; -25; 40)$. Побудувавши епіюр точки A (рис. 1.29),

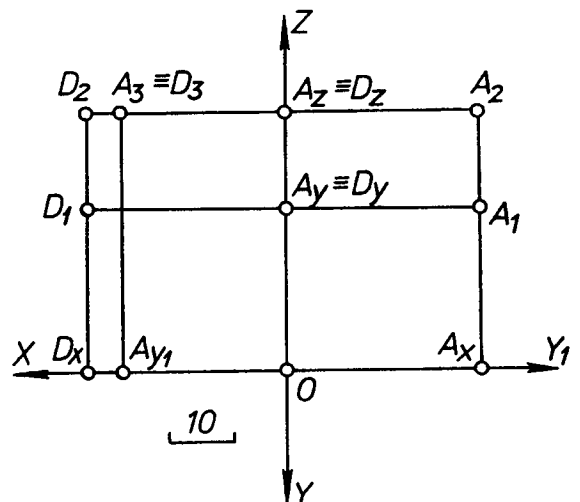


Рис. 1.29

відкладемо на додатній осі OX відрізок OD_x довжиною 30 (координата $X = 30$) і, провівши через точку D_x пряму перпендикулярно до осі OX , відкладемо на ній відрізки догори: $D_x D_1$ довжиною 25 (координата $Y = -25$) і $D_x D_2$ довжиною 40 (координата $Z = 40$). За двома проекціями D_1 і D_2 будуюмо профільну проекцію D_3 точки D .

Приклад 7. Задана точка $A(30, -40, 20)$.

Побудувати епюр точки B , симетричної точці A , відносно осі проекцій OX та епюр точки C , симетричної точці A відносно початку осей координат O .

Розв'язання. Аналізуючи знаки координат точки A , доходимо висновку, що точка A розташована ліворуч від профільної площини проекцій за фронтальною площиною проекцій і над горизонтальною площиною проекцій, тобто в другому октанті. Будуюмо епюр точки A (рис. 1.30). Відкладаємо на додатній осі OX відрізок OA_x довжиною 30 (координата X); провівши через точку A_x пряму перпендикулярно до осі OX , відкладаємо на ній догори відрізки $A_x A_1$ довжиною 40 (координата Y) і $A_x A_2$ довжиною 20 (координата Z). Далі будуюмо профільну проекцію A_3 точки A .

1. Точка B , симетрична цій точці відносно осі OX , розташована в четвертому октанті, тобто $B(30, 40, -20)$. Відкладаємо на спільному перпендикулярі вниз відрізки $B_x B_1$ довжиною 40 (координата Y) і $B_x B_2$ довжиною 20 (ко-

ордината Z) (рис. 1.30). Далі будуюмо профільну проекцію B_3 точки B за координатами $Y_1 = 40$ і $Z = -20$, пам'ятаючи, що проекції B_2 і B_3 повинні лежати на одній горизонтальній лінії проекційного зв'язку.

2. Точка C , симетрична точці A відносно початку осей координат, розташована у восьмому октанті, тобто $C(-30, 40, -20)$. Відкладаємо на від'ємній осі OX відрізок OC_x довжиною 30 (координата X) (див. рис. 1.30); провівши через точку C_x пряму перпендикулярно до осі OX , відкладаємо на ній униз відрізки $C_x C_1$ довжиною 40 (координата Y) і $C_x C_2$ довжиною 20 (координата Z). Далі будуюмо профільну проекцію C_3 точки C за координатами $Y_1 = 40$ і $Z = -20$.

ЗАДАЧІ

12. Побудувати проекції точок A, B, C, D , які розташовані відповідно в четвертому, шостому, сьомому і першому октантах (рис. 1.31-1.34). Побудувати епюри цих точок.

13. Побудувати епюри точок: $A(50, 35, 40)$, $B(30, -30, -15)$, $C(-20, 10, 20)$, $D(-30, 0, 30)$, $E(20, 25, 0)$, $F(0, 0, 45)$. Вказати місце їх розташування.

14. За двома заданими на епюрі проекціями точок побудувати їх треті проекції (рис. 1.35).

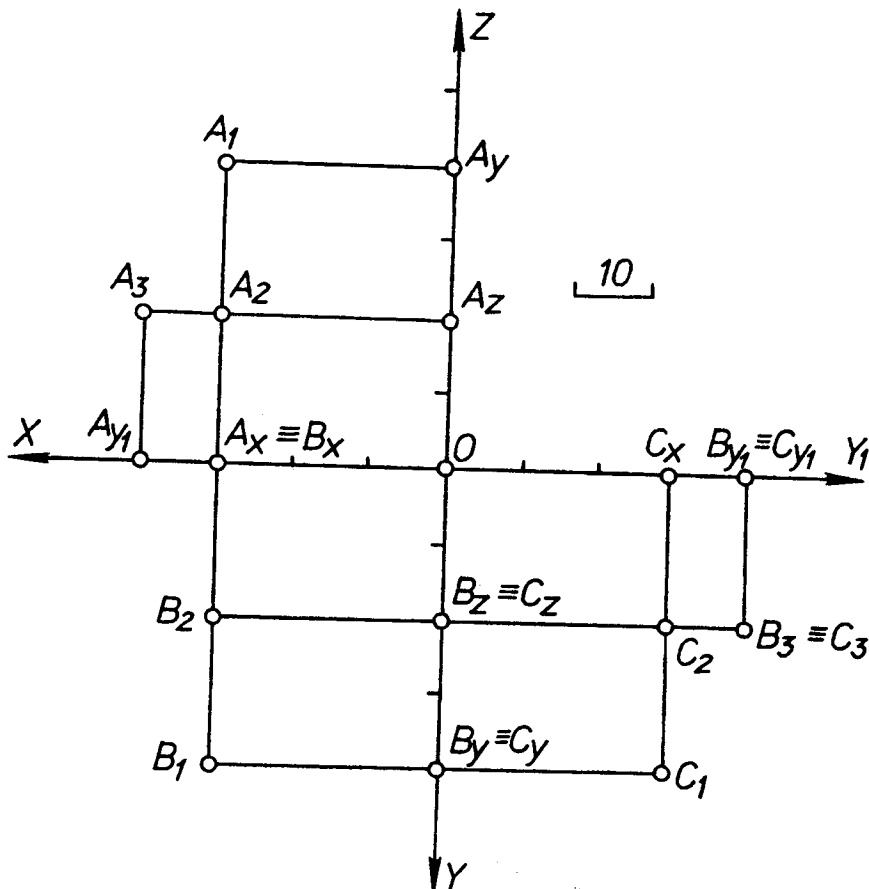


Рис. 1.30

15. За проєкцією A_2 побудувати проєкції A_1 і A_3 так, щоб $Z = 2Y$ (рис. 1.36).

16. За проєкцією B_3 побудувати проєкції B_1 і B_2 так, щоб $Y = X/2$ (рис. 1.37).

17. Задана точка A (-30, -25, -40). Побудувати епюр:

точки B , симетричної точці A , відносно горизонтальної площини проєкцій;

точки C , симетричної точці A , відносно фронтальної площини проєкцій;

точки D , симетричної точці A , відносно профільної площини проєкцій.

18. Задано епюр точки A (рис. 1.38).

Побудувати епюр точки B , симетричної точці A , відносно осі проєкцій OY та епюр точки C , симетричної точці A , відносно осі проєкцій OZ .

19. Побудувати відсутні проєкції:

точки A , розташованої в першому октанті.

$Z_A = (Y_A + 5)$ мм (рис. 1.39);

точки B , розташованої в третьому октанті.

$Z_B : X_B = 1$ (рис. 1.40);

точки C , розташованої в п'ятому октанті.

$Y_C = (Z_C - 10)$ мм (рис. 1.41);

точки D , для якої задані профільна проєкція D_3 і точка D_x (рис. 1.42).

20. Визначити і нанести відсутню вісь проєкцій, а також визначити третю проєкцію:

точки A , розташованої в першому октанті.

$X_A : Y_A = 1 : 2$ (рис. 1.43);

точки B , розташованої в п'ятому октанті.

$Y_B : Z_B = 2$ (рис. 1.44).

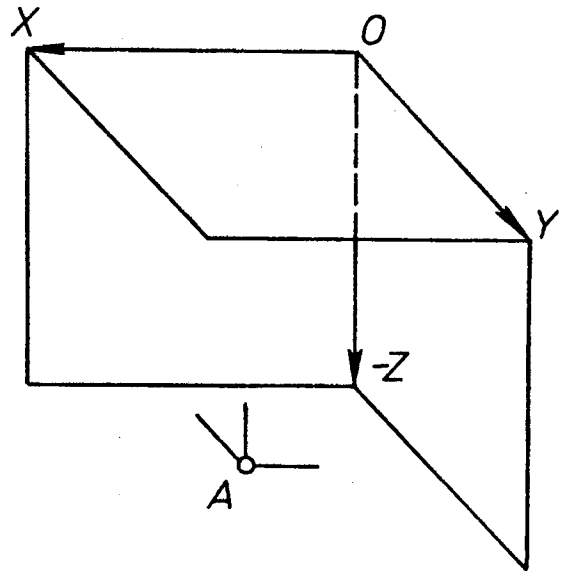


Рис. 1.31

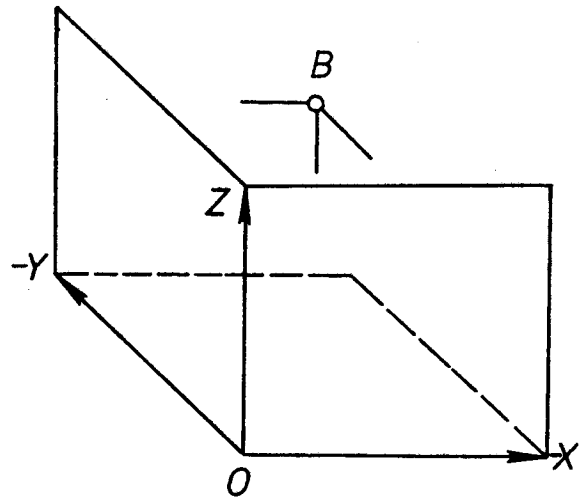


Рис. 1.32

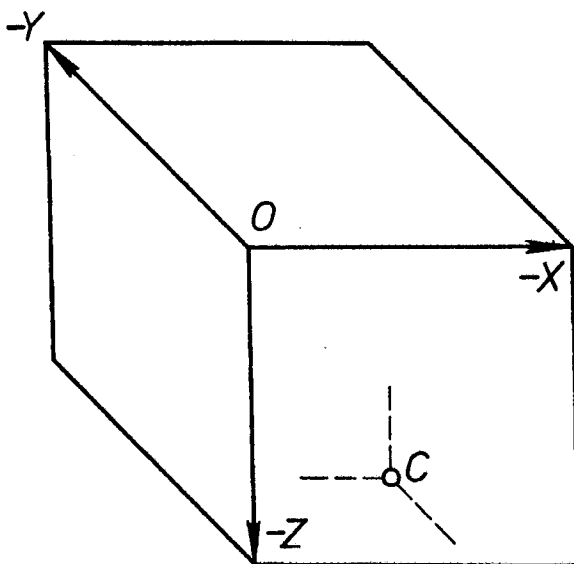


Рис. 1.33

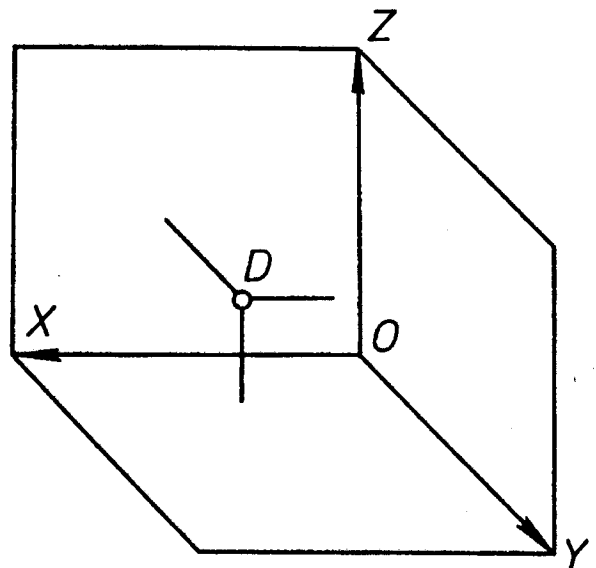


Рис. 1.34

420493

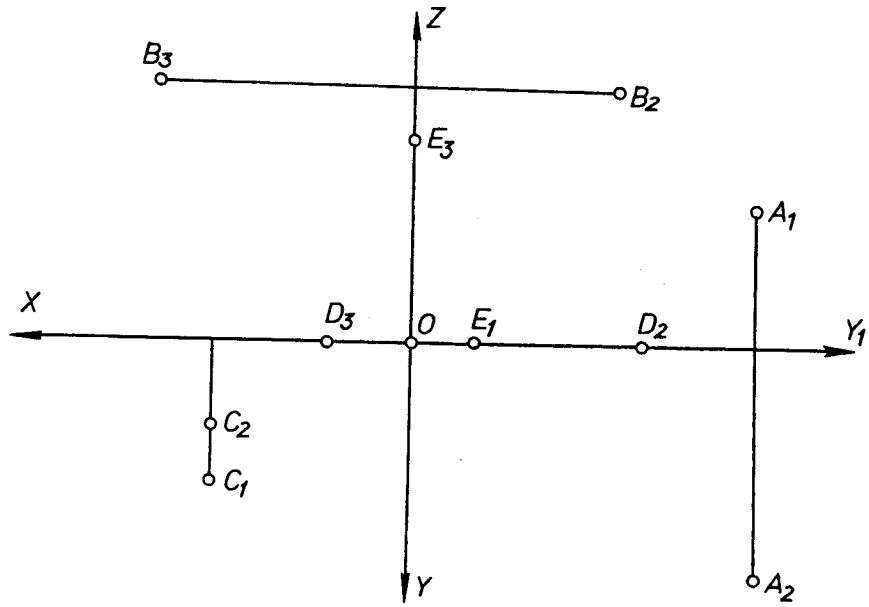


Рис. 1.35

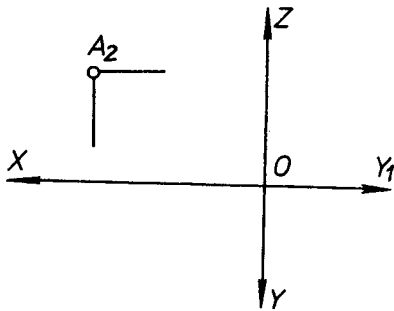


Рис. 1.36

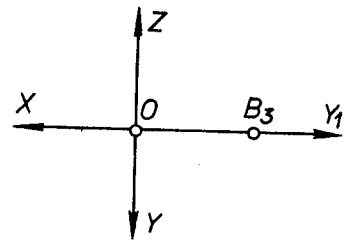


Рис. 1.37

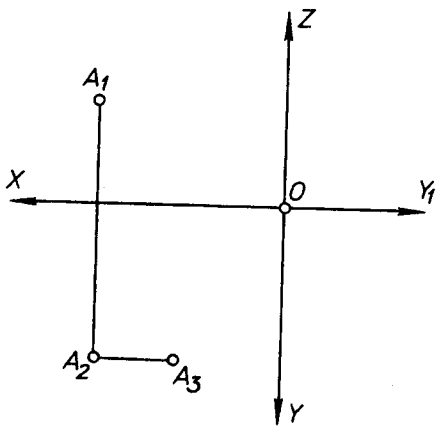


Рис. 1.38

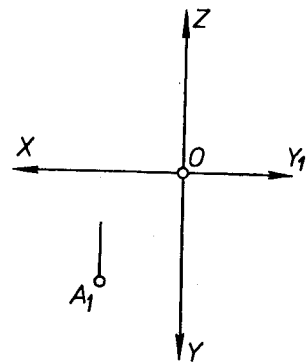


Рис. 1.39

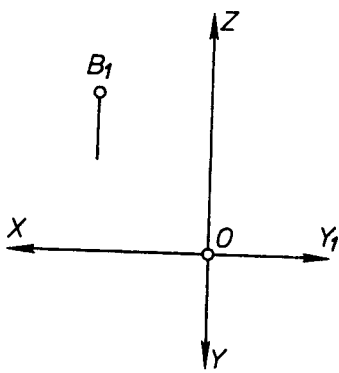


Рис. 1.40

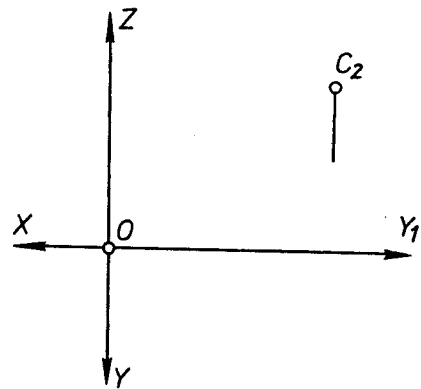


Рис. 1.41

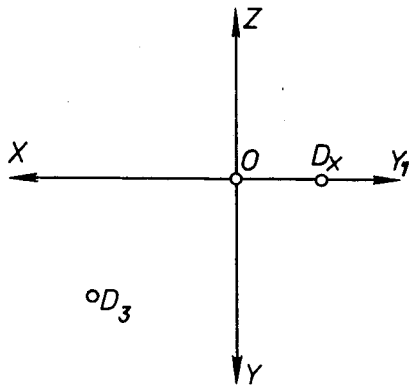


Рис. 1.42

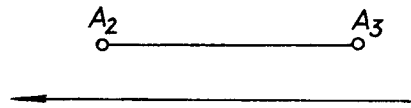


Рис. 1.43



Рис. 1.44

1.3. Задання прямої на кресленні

1. Кожна пряма в просторі проєкціюється на площину проєкцій у вигляді прямої лінії.

2. Пряма в просторі визначається двома точками, які належать цій прямій. Тому для побудови проєкції прямої лінії досить обмежитися проєкціюванням на площини проєкцій H і V будь-яких двох точок, що належать їй, наприклад, кінців A і B відрізка AB (рис. 1.45). Сполучивши прямими лініями однойменні проєкції цих двох точок, отримуємо горизонтальну (A_1B_1) і фронтальну (A_2B_2) проєкції відрізка AB .

3. Довільним вважається таке положення прямої, коли вона перетинає всі три площини проєкцій під довільними кутами, тобто пряма не паралельна і не перпендикулярна до жодної з площин проєкцій (рис. 1.45).

1.4. Класифікація прямих та побудова їх проєкцій

1. Крім довільного, пряма може мати особливе (часткове) положення.

Пряма, паралельна одній площині проєкцій, називається:

а) горизонтальною, якщо вона паралельна H ; її фронтальна проєкція паралельна осі проєкцій, а горизонтальна утворює з віссю проєкцій довільний кут (рис. 1.46). На цьому рисунку β — кут нахилу відрізка AB до V , A_1B_1 — справжня величина відрізка;

б) фронтальною, якщо вона паралельна V ; її горизонтальна проєкція паралельна осі проєкцій, а фронтальна утворює з віссю проєкцій довільний кут (рис. 1.47). На цьому рисунку α — кут нахилу відрізка CD до H , C_2D_2 — справжня величина відрізка;

в) профільною, якщо вона паралельна W ; її

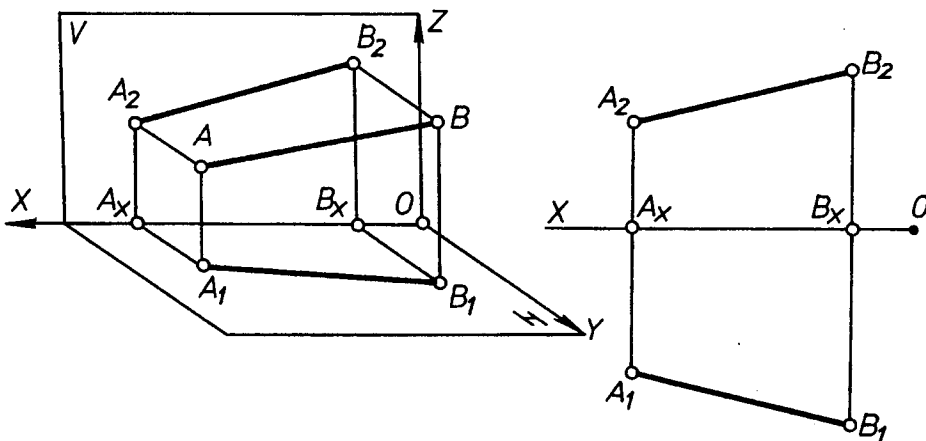


Рис. 1.45

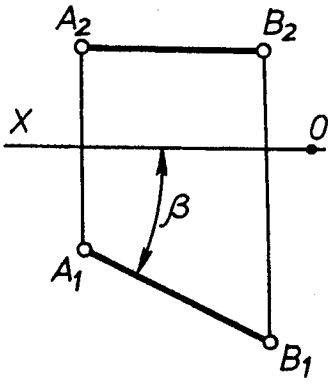


Рис. 1.46

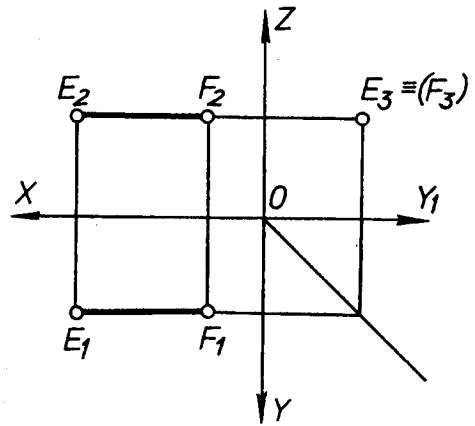


Рис. 1.51

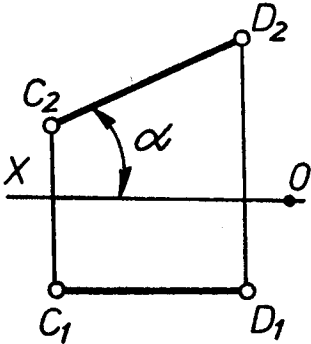


Рис. 1.47

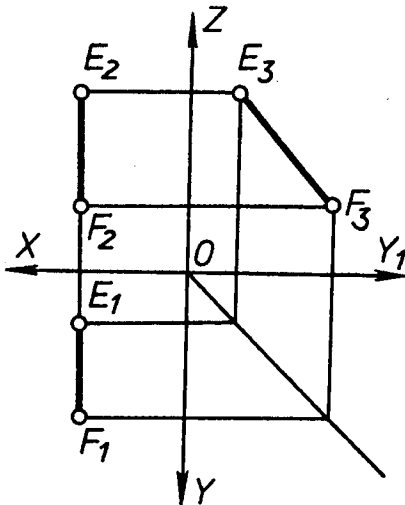


Рис. 1.48

горизонтальна і фронтальна проекції розташовані на одному перпендикулярі до осі OX (рис. 1.48). На цьому рисунку E_3F_3 — справжня величина відрізка.

2. Пряма називається горизонтально-проекційною, якщо вона перпендикулярна до площини проєкцій H (рис. 1.49), фронтально-проекційною, якщо перпендикулярна до площини проєкцій V (рис. 1.50), профільно-проекційною, якщо перпендикулярна до площини проєкцій W (рис. 1.51).

1.5. Взаємне положення прямої і точки. Поділ у заданому відношенні відрізка прямої

1. Якщо в просторі точка лежить на прямій, то на епюрі проекції точки лежать на однойменних проекціях прямої.

Якщо в просторі пряма проходить через точку, то на епюрі проекції прямої проходять через однойменні проекції точки.

2. Для поділу відрізка прямої в заданому пропорційному відношенні досить поділити одну з проєкцій відрізка, а потім за допомогою лінії зв'язку перенести точки поділу на інші проєкції відрізка.

Запитання для самоперевірки

1. Як називаються прямі, зображені на рис. 1.52 і 1.53?

2. Які відрізки проєкціюються на площину проєкцій H у справжню величину (рис. 1.54)?

3. Як називаються прямі, задані відрізками AB, CD, EF, KM , якщо:

$A(25, 20, 10), B(40, 15, 10)$;

$C(40, 30, 5), D(50, 30, 15)$;

$E(10, 20, 60), F(10, 20, 20)$;

$K(5, 15, 30), M(5, 45, 30)$?

4. Яка з точок належить прямій l (рис. 1.55)?

5. В якому співвідношенні відрізок AB поділений точкою C , починаючи від точки A (рис. 1.56)?

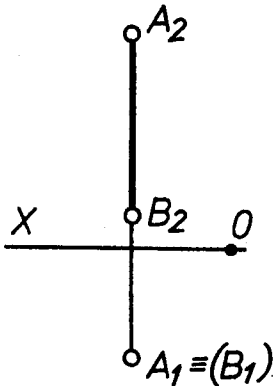


Рис. 1.49

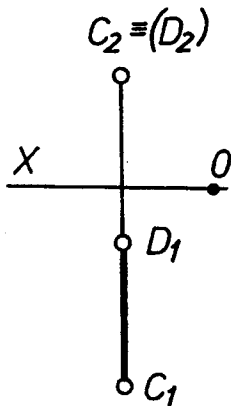


Рис. 1.50

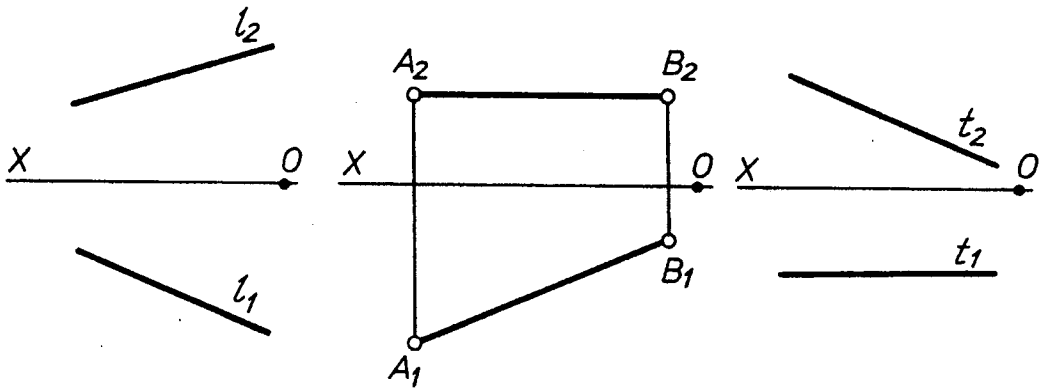


Рис. 1.52

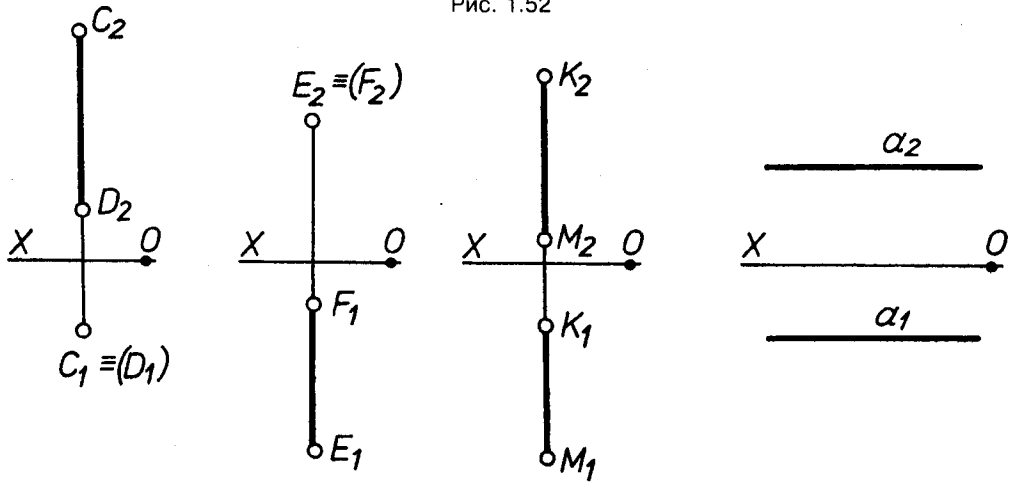


Рис. 1.53

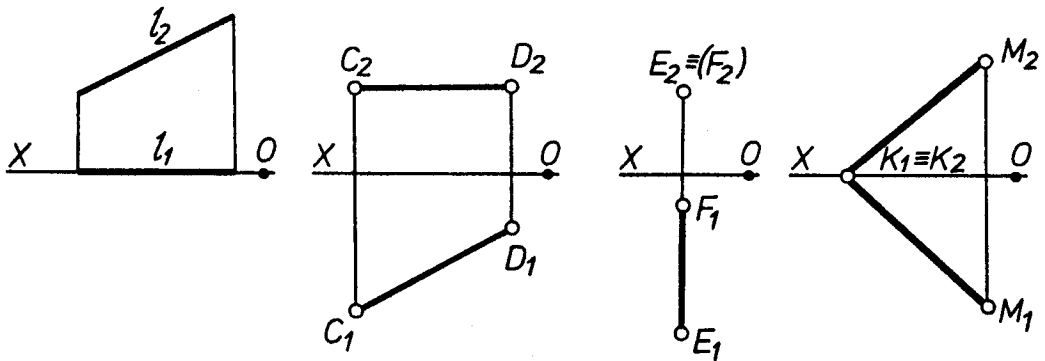


Рис. 1.54

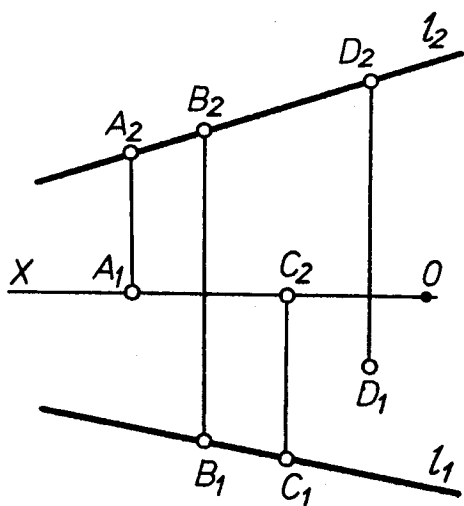


Рис. 1.55

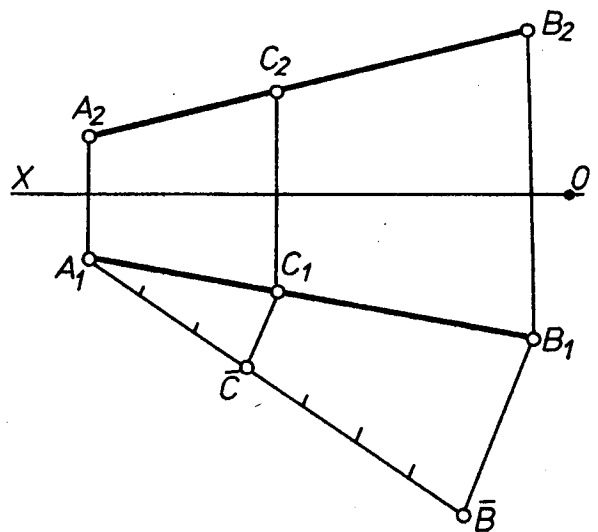


Рис. 1.56

ПРИКЛАДИ

Приклад 8. За заданими проєкціями точок A і B побудувати фронтальну пряму f і визначити справжню величину відрізка AB цієї прямої та кут нахилу її до горизонтальної площини проєкцій (рис. 1.57).

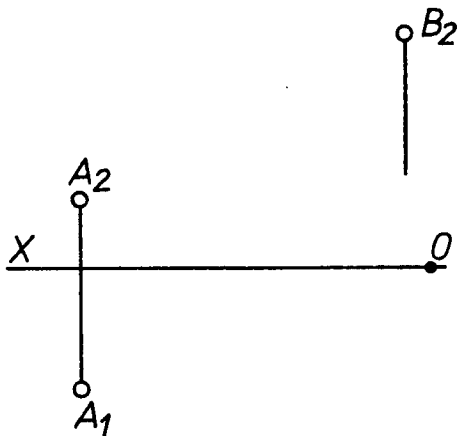


Рис. 1.57

Розв'язання. Фронтальна пряма — це пряма, паралельна фронтальній площині проєкцій. Усі точки цієї прямої розташовуються на однаковій відстані від фронтальної площини проєкцій, тому горизонтальна проєкція її паралельна осі проєкцій OX , а фронтальна — визначається проєкціями A_2 і B_2 . Причому фронтальна проєкція A_2B_2 і буде справжньою величиною відрізка AB .

Побудову виконуємо так (рис. 1.58):

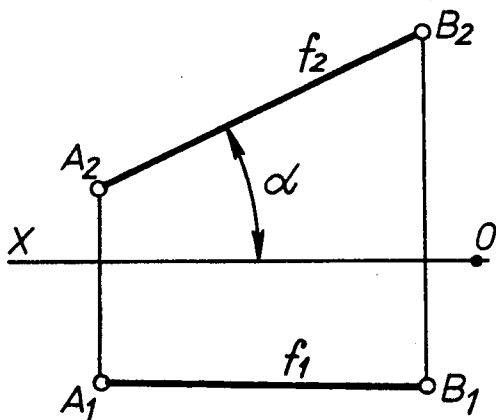


Рис. 1.58

а) сполучаємо точки A_2 і B_2 прямою; отримуємо фронтальну проєкцію відрізка, яка й буде справжньою величиною відрізка AB ;

б) через точку A_1 проводимо пряму, паралельну осі OX , до перетину з перпендикуляром, проведеним через точку B_2 до осі OX ; знаходимо точку B_1 — горизонтальну проєкцію точки B . A_1B_1 буде горизонтальною проєкцією відрізка AB прямої f ;

в) кут нахилу фронтальної прямої f до площини проєкцій H дорівнює куту α між фронтальною проєкцією f_2 та віссю OX .

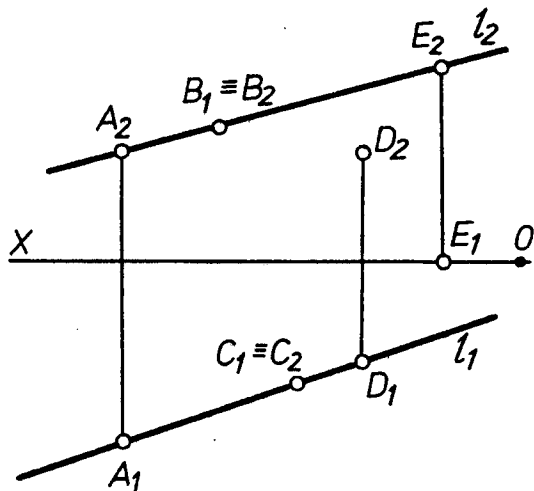


Рис. 1.59

Приклад 9. Чи лежать точки A, B, C, D, E на прямій l (рис. 1.59)?

Розв'язання. Точка $A (A_1, A_2)$ лежить на прямій $l (l_1, l_2)$, оскільки фронтальна проєкція точки A_2 лежить на фронтальній проєкції прямої l_2 , а горизонтальна A_1 — на горизонтальній проєкції прямої l_1 .

Приклад 10. Побудувати на прямій t точку K так, щоб її відстань від горизонтальної площини проєкцій дорівнювала 20 (рис. 1.60).

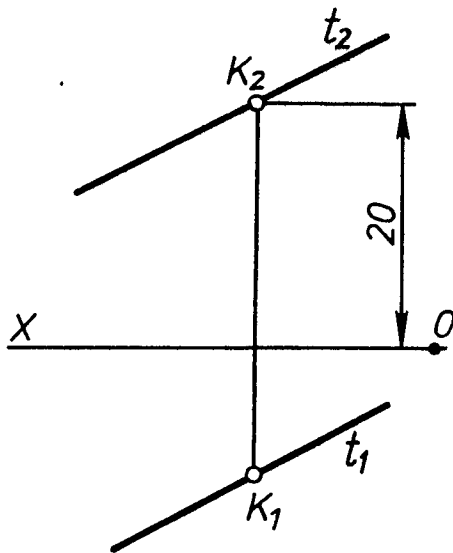


Рис. 1.60

Розв'язання. Оскільки відстань точки від горизонтальної площини проєкцій дорівнює відстані її фронтальної проєкції від осі OX , на відстані 20 від осі OX проводимо пряму, паралельну осі OX , і знаходимо фронтальну проєкцію K_2 шуканої точки K . Далі по K_2 визначаємо K_1 .

Приклад 11. Розділити відрізок AB у відношенні 1:3, починаючи від точки A (рис. 1.61).

Розв'язання. Через A_1 довільно проводимо промінь t , на якому відкладаємо чотири відрізки $(1 + 3 = 4)$ довільної довжини, але

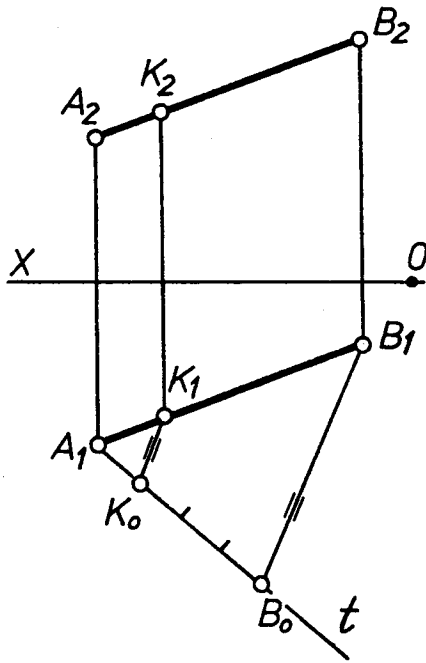


Рис. 1.61

рівні між собою. Візьмемо тепер $A_1K_0 = 1$, а $K_0B_0 = 3$. Сполучаємо точку B_0 з точкою B_1 і, провівши із точки K_0 пряму, паралельну B_0B_1 , отримуємо точку K_1 , а потім K_2 . Точка K поділить відрізок AB у відношенні $AK : KB = 1 : 3$.

Приклад 12. Знайти на прямій AB точку C , знаючи відношення її координат $Y : Z = 1 : 2$ (рис. 1.62).

Розв'язання. Координати Y і Z визна-

чають профільну проекцію C_3 точки C . Геометричним місцем точок площини в системі ZOY з відношенням координат $Y : Z = 1 : 2$ є пряма $y = 1/2 z$. Профільна проекція C_3 повинна лежати на профільній проекції A_3B_3 заданої прямої AB і на прямій $y = 1/2 z$, тобто на їх перетині. Отже, за заданими проекціями прямої AB знаходимо її профільну проекцію A_3B_3 (див. рис. 1.62), проводимо в системі ZOY пряму $y = 1/2 z$ і на їх перетині отримуємо профільну проекцію C_3 точки C . Потім знаходимо горизонтальну C_1 і фронтальну C_2 проекції шуканої точки на однойменних проекціях прямої AB .

ЗАДАЧІ

21. За заданим аксонометричним зображенням побудувати проекції відрізка AB і визначити (у міліметрах) координати Y і Z його кінців (рис. 1.63).

22. Побудувати аксонометричне зображення відрізка CD , заданого своїми проекціями, і визначити координати Y і Z його кінців (рис. 1.64).

23. За заданим аксонометричним зображенням побудувати проекції відрізка EF і визначити (у міліметрах) координати Y і Z його кінців (рис. 1.65).

24. Побудувати аксонометричне зображення відрізка AB , заданого своїми проекціями, і визначити координати Y і Z його кінців (рис. 1.66).

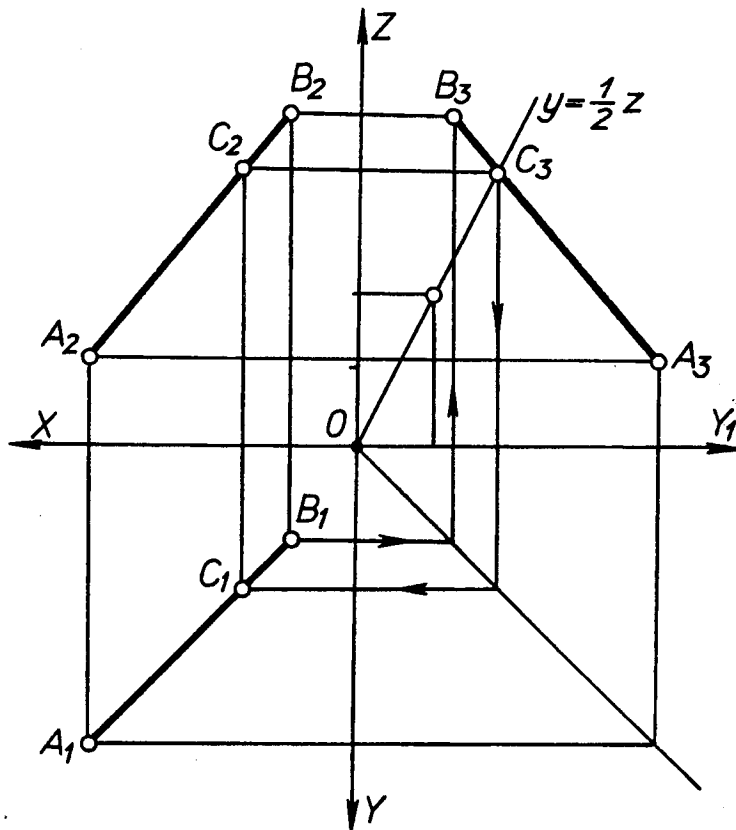


Рис. 1.62

25. Побудувати епюр відрізка AB , якщо він:
а) лежить довільно у передній півплощині горизонтальної площини проєкцій;

б) лежить у верхній півплощині фронтальної площини проєкцій і паралельний осі проєкцій;

в) розташований у третій чверті, перпендикулярний до фронтальної площини проєкцій і впирається кінцем A в цю площину проєкцій;

г) розташований у першій чверті, паралельний фронтальній площині проєкцій і впирається кінцем B у горизонтальну площину проєкцій;

д) довільного положення, розташований у

другій чверті і впирається кінцем A у фронтальну площину проєкцій;

е) розташований у четвертій чверті, перпендикулярний до горизонтальної площини проєкцій, і його кінець B однаково віддалений від площин проєкцій;

є) розташований у бісекторній площині першої чверті і паралельний осі проєкцій.

26. Задано: горизонтальні проєкції точок A і B і фронтальні проєкції точок C і D . Побудувати пряму, на якій лежать усі чотири точки (рис. 1.67).

27. Визначити, чи лежать точки A , B і C на одній прямій (рис. 1.68).

28. На прямій AB знайти точку M , віддалену від площини проєкцій V на 20 (рис. 1.69).

29. На прямій AB знайти точку K , рівновіддалену від площин проєкцій (рис. 1.70).

30. На прямій AB знайти точку C , віддалену від площини проєкцій H на 20, а від площини проєкцій V — на 10 (рис. 1.71).

31. На прямій AB знайти точку N , для якої $Z = 2Y$ (рис. 1.72).

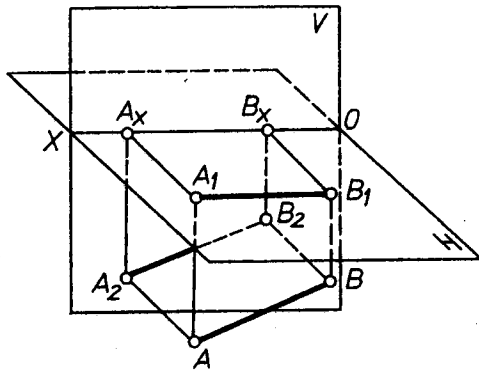


Рис. 1.63

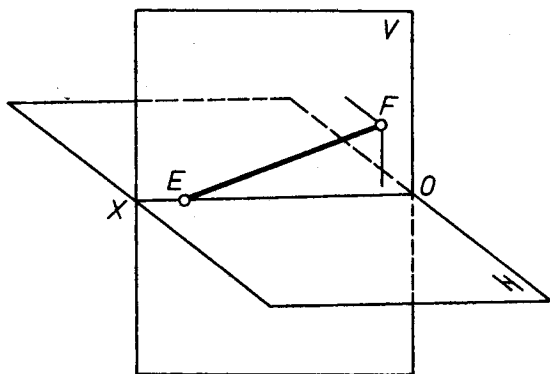


Рис. 1.65

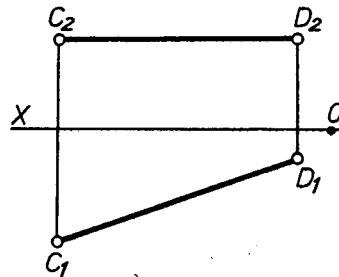


Рис. 1.64

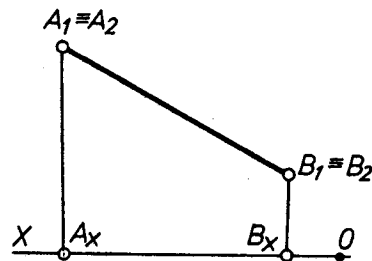


Рис. 1.66

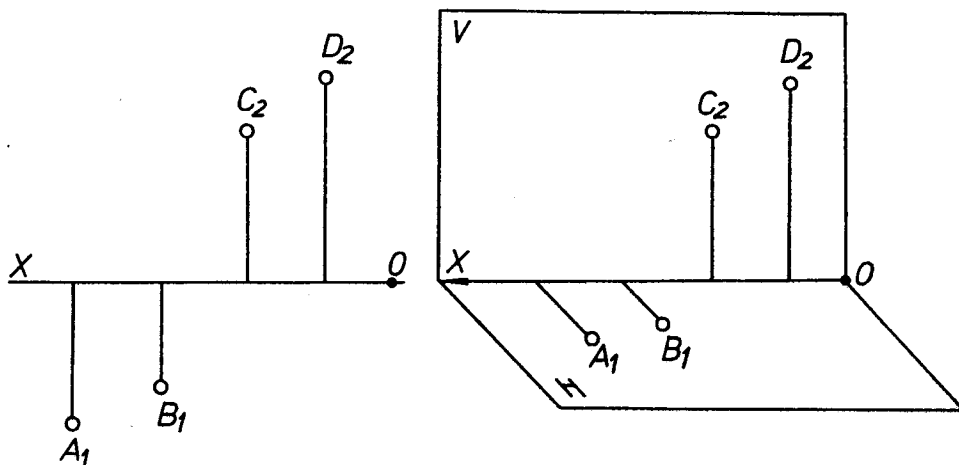


Рис. 1.67

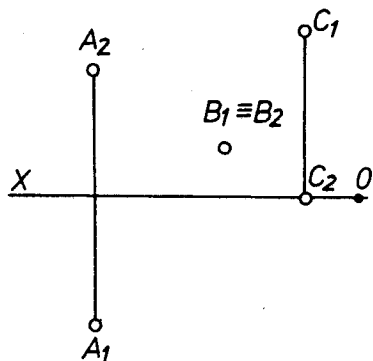


Рис. 1.68

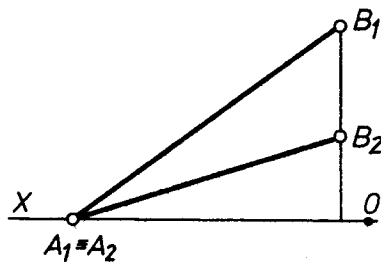


Рис. 1.69

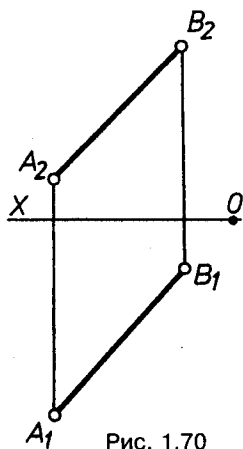


Рис. 1.70

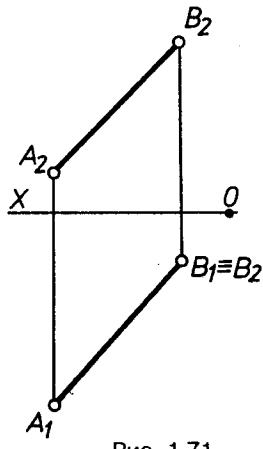


Рис. 1.71

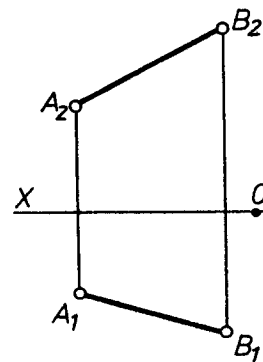


Рис. 1.72

1.6. Сліди прямої

1. Слідами прямої називають точки перетину її з площинами проекцій.

2. Горизонтальним слідом прямої називають точку її перетину з горизонтальною площиною проекцій. Умовимося горизонтальний

слід позначати літерою M , його проекції — M_1, M_2, M_3 . Для визначення горизонтального сліду прямої l досить продовжити фронтальну проекцію прямої l_2 до перетину з віссю OX у точці M_2 (рис. 1.73); з отриманої точки провести перпендикуляр до перетину його з горизонтальною проекцією прямої l_1 у точці M_1 , яка й буде горизонтальним слідом M .

3. Фронтальним слідом прямої називають точку її перетину з фронтальною площиною проекцій. Умовимося фронтальний слід позначати літерою N , його проекції — N_1, N_2, N_3 . Для визначення фронтального сліду прямої l досить продовжити горизонтальну проекцію прямої l_1 до перетину з віссю OX у точці N_1 (рис. 1.73); з отриманої точки провести перпендикуляр до перетину його з фронтальною проекцією прямої l_2 у точці N_2 , яка й буде фронтальним слідом N .

4. Профільним слідом прямої називають точку її перетину з профільною площиною проекцій. Профільний слід збігається зі своєю профільною проекцією, а горизонтальна і фронтальна його проекції лежать відповідно на осях OY і OZ (рис. 1.73).

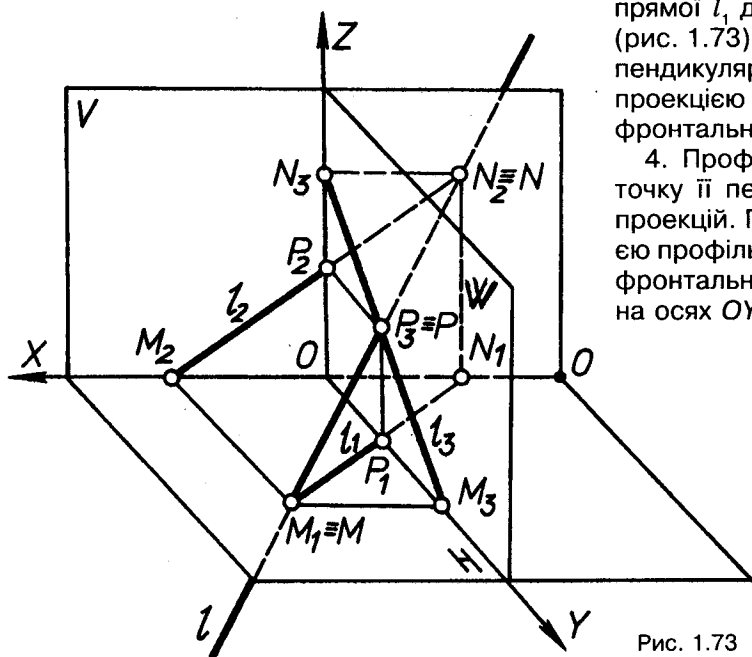


Рис. 1.73

1.7. Справжня величина відрізка прямої лінії та кути нахилу її до площин проекцій

1. Справжню величину відрізка довільної прямої за його проекціями визначають як гіпотенузу прямокутного трикутника, побудованого на одній проекції як на катеті. Другим катетом трикутника є різниця відстаней кінцевих точок відрізка від тієї площини проекцій, проекція на яку прийнята за перший катет (рис. 1.74).

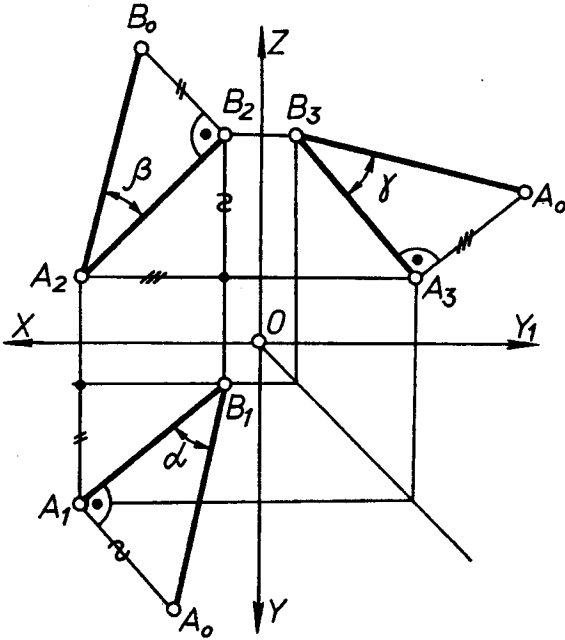


Рис. 1.74

2. Кут між проекцією і справжньою величиною відрізка є кутом між прямою і відповідною площиною проекцій: α — кут між прямою AB і площиною проекцій H ; β — кут між прямою AB і площиною проекцій V ; γ — кут між прямою AB і площиною проекцій W (рис. 1.74).

Запитання для самоперевірки

1. Через скільки октантів проходять: пряма довільного положення, лінія рівня, проек-

ційна пряма? Скільки слідів відповідно має кожна пряма?

2. Які з зазначених точок є слідами прямої l на горизонтальній і фронтальній площинах проекцій (рис. 1.75)?

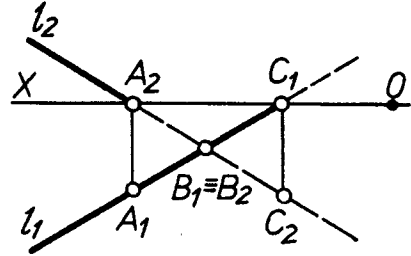


Рис. 1.75

3. Якою величиною повинен бути другий катет прямокутного трикутника для визначення справжньої величини відрізка, якщо один катет дорівнює A_1B_1 ; A_2B_2 ; A_3B_3 (рис. 1.76)?

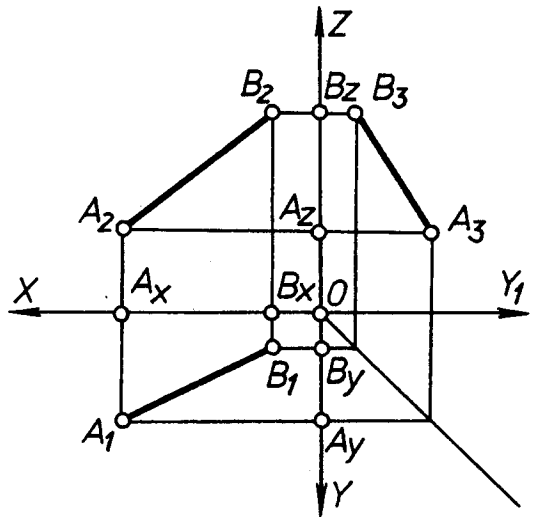


Рис. 1.76

4. Потрібно визначити кут нахилу відрізка прямої до площини проекцій H , V , W . Яку проекцію відрізка слід використати (як один із катетів) для побудови?

5. В якому варіанті допущено помилку під час визначення справжньої величини відрізка прямої способом прямокутного трикутника (рис. 1.77)?

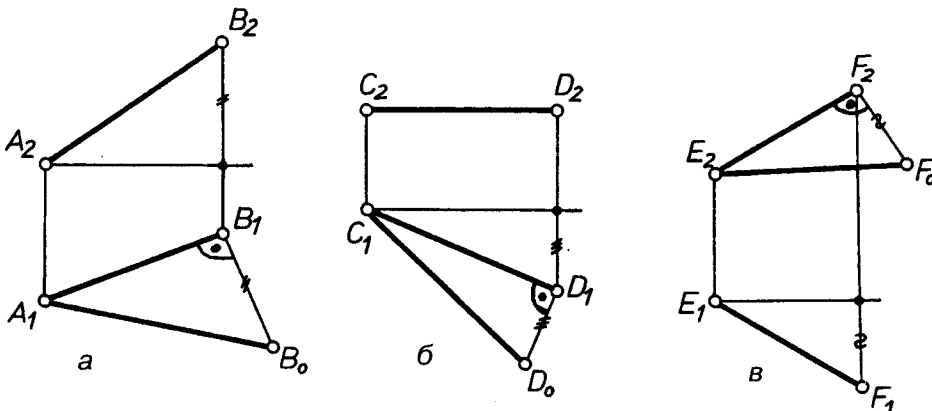


Рис. 1.77

ПРИКЛАДИ

Приклад 13. Знайти сліди прямої l і визначити, через які чверті вона проходить (рис. 1.78).

Розв'язання. Для побудови фронтального сліду продовжуємо горизонтальну проєкцію l_1 прямої до перетину з віссю OX у точці N_1 . У цій точці проводимо перпендикуляр до осі проєкцій до перетину з фронтальною проєкцією прямої в точці $N_2 \equiv N$. Це і є фронтальний слід прямої.

Для побудови горизонтального сліду продовжуємо фронтальну проєкцію l_2 прямої до перетину з віссю проєкцій у точці M_2 . У цій точці проводимо перпендикуляр до осі проєкцій до перетину з горизонтальною проєкцією прямої в точці $M_1 \equiv M$. Одержуємо горизонтальний слід прямої.

Отже, задана пряма має горизонтальний слід на задній півплощині проєкцій H і фронтальний — на верхній півплощині проєкцій V . Пряма проходить через першу, другу і третю чверті простору. Відрізок прямої, який лежить у першій чверті, вважається видимим: він зображений суцільною лінією. Невидима частина прямої показана штриховою лінією (рис. 1.78).

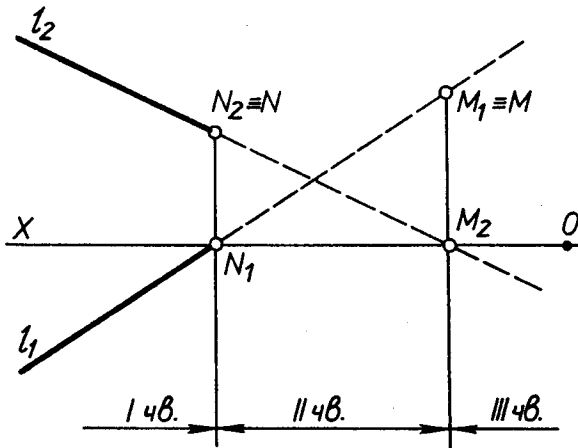


Рис. 1.78

Приклад 14. Побудувати проєкції прямої l , знаючи її сліди.

Визначити, через які чверті проходить пряма (рис. 1.79, а).

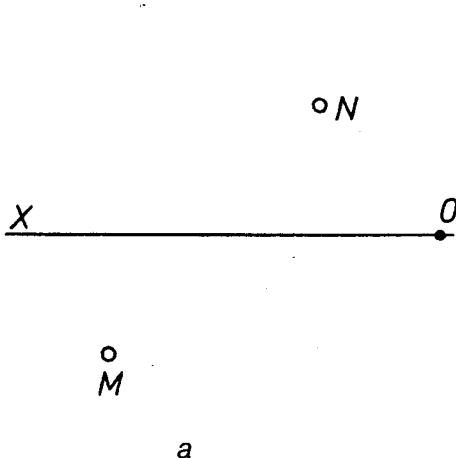
Розв'язання. Шукана пряма проходить через сліди — точки M і N . Отже, проєкції прямої повинні пройти через однойменні проєкції цих точок. Знаходимо проєкції цих точок і проводимо горизонтальну проєкцію прямої через точки M_1 і N_1 і фронтальну проєкцію прямої — через точки M_2 і N_2 (рис. 1.79, б). Видима частина прямої зображена суцільною лінією, невидима — штриховою.

Приклад 15. Побудувати три сліди прямої, заданої відрізком AB , і визначити, через які октанти вона проходить (рис. 1.80).

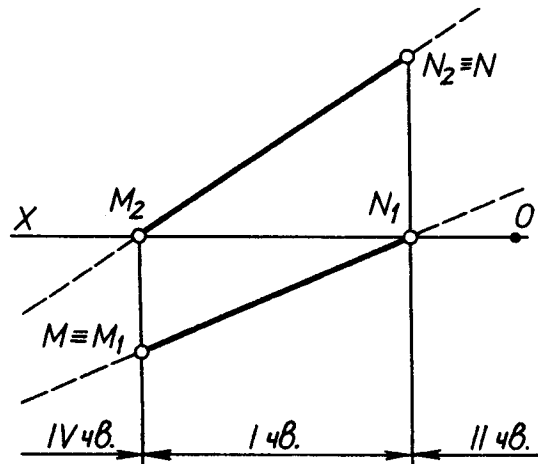
Розв'язання. Для побудови фронтального сліду продовжуємо горизонтальну проєкцію A_1B_1 прямої до перетину з віссю OX у точці N_1 . З цієї точки проводимо перпендикуляр від осі OX до перетину з фронтальною проєкцією прямої A_2B_2 в точці $N_2 \equiv N$. За проєкціями N_1 і N_2 будуємо N_3 — профільну проєкцію фронтального сліду.

Для побудови горизонтального сліду продовжуємо фронтальну проєкцію A_2B_2 прямої до перетину з віссю OX у точці M_2 . З цієї точки проводимо перпендикуляр від осі OX до перетину з горизонтальною проєкцією A_1B_1 прямої в точці $M_1 \equiv M$. За проєкціями M_1 і M_2 будуємо M_3 — профільну проєкцію горизонтального сліду.

Перш ніж побудувати профільний слід, визначаємо його горизонтальну проєкцію P_1 як точку перетину горизонтальної проєкції A_1B_1 прямої з віссю OY ; далі визначаємо його фронтальну проєкцію P_2 як точку перетину фронтальної проєкції A_2B_2 прямої з віссю OZ . За проєкціями P_1 і P_2 визначаємо профільну проєкцію P_3 профільного сліду, з якою збігається профільний слід P . Необхідно пам'ятати, що точки M_1, N_1, P_1 повинні лежати на горизонтальній проєкції прямої, M_2, N_2, P_2 — на фронтальній проєкції прямої, M_3, N_3, P_3 — на профільній проєкції прямої.



а



б

Рис. 1.79

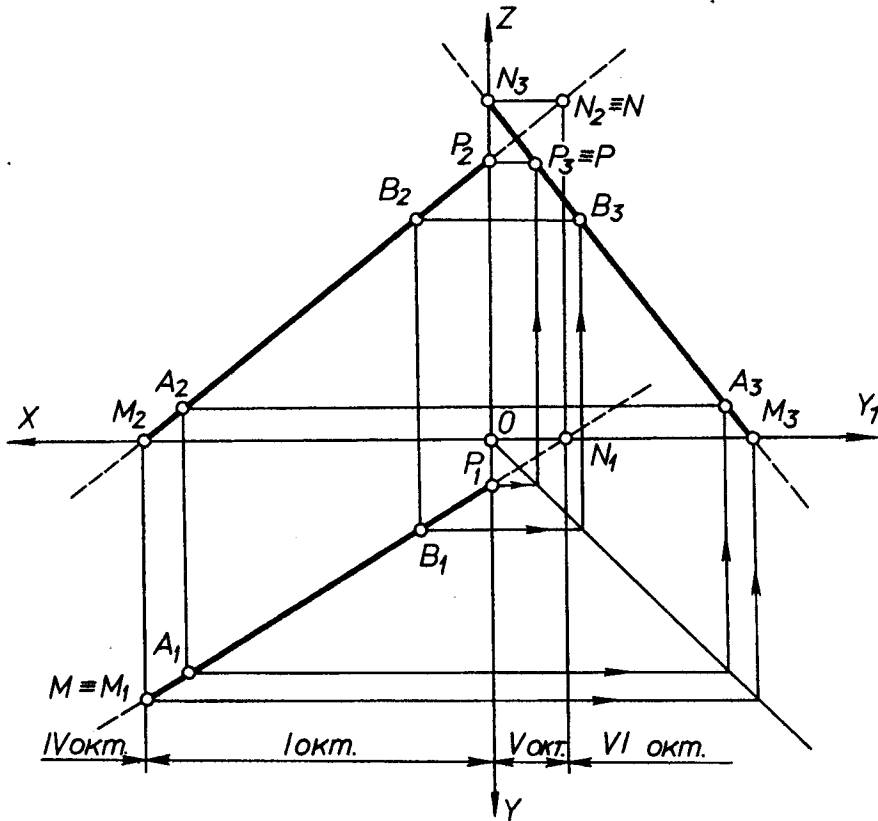


Рис. 1.80

Отже, задана пряма має горизонтальний слід у передній лівій півплощині проєкцій H , профільний — у верхній передній півплощині проєкцій W і фронтальний — у верхній правій півплощині V .

Задана пряма проходить через четвертий, перший, п'ятий і шостий октанти.

Приклад 16. Визначити справжню величину відрізка AB та кути нахилу його до площин проєкцій (рис. 1.81).

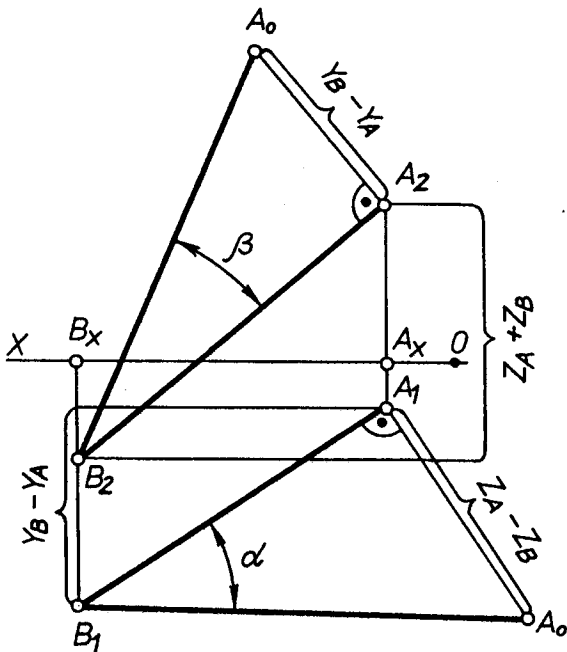


Рис. 1.81

Розв'язання. Щоб визначити кут нахилу прямої AB до горизонтальної площини проєкцій, будемо прямокутний трикутник $A_1A_0B_1$ за двома катетами: один — горизонтальна проєкція A_1B_1 відрізка, інший — відрізок довжина якого $Z_A - (-Z_B) = Z_A + Z_B$. Гіпотенуза A_0B_1 цього трикутника дає нам справжню величину відрізка, α — кут нахилу прямої AB до площини проєкцій H .

Щоб визначити кут нахилу прямої AB до фронтальної площини проєкцій, будемо прямокутний трикутник $A_2B_2A_0$ за двома катетами: один — фронтальна проєкція A_2B_2 відрізка, інший — відрізок довжиною $Y_B - Y_A$. Гіпотенуза A_0B_2 цього трикутника дає нам справжню величину відрізка; β — кут нахилу прямої AB до площини проєкцій V .

Оскільки A_0B_1 і A_0B_2 — справжні величини одного й того ж відрізка AB , то $A_0B_1 = A_0B_2$.

Приклад 17. Вибрати на прямій AB довільну точку C і відкласти від неї відрізок завдовжки 40 мм у напрямку від точки A до точки B (рис. 1.82).

Розв'язання. Вибираємо на прямій довільну точку C ($C_1 \in A_1B_1$, $C_2 \in A_2B_2$). Виділяємо на прямій AB довільний відрізок CD (C_1D_1 , C_2D_2) і визначаємо його справжню величину. Для цього будемо прямокутний трикутник $C_1D_1D_0$ за двома катетами: C_1D_1 і $D_1D_0 = D_xD_2 - C_xC_2$. Відкладаємо на гіпотенузі побудованого трикутника відрізок C_1K_0 завдовжки 40 мм і проводимо з точки K_0 перпендикуляр на пряму A_1B_1 до перетину з нею в точці K_1 . За точ-

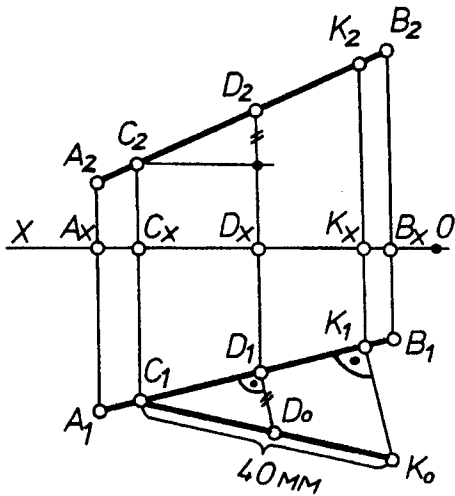


Рис. 1.82

кою K_1 знаходимо точку K_2 на прямій A_2B_2 . Проекціями шуканого відрізка є C_1K_1 і C_2K_2 .

ЗАДАЧІ

- 32. Які прямі в системі H, V мають лише один слід?
- 33. Які прямі в системі H, V, W мають:
 - а) лише один слід;
 - б) два сліди?
- 34. Через скільки октантів проходить фронтально-проєкційна пряма?
- 35. Через скільки октантів проходить профільна пряма?
- 36. Побудувати проєкції прямої за заданими її слідами (рис. 1.83).
- 37. Знайти сліди прямої, яка проходить через точки A і B (рис. 1.84).
- 38. Побудувати сліди заданих прямих (рис. 1.85-1.88). Вказати, через які чверті проходить кожна пряма.
- 39. Через задану точку $A(20, 30, 40)$ провести пряму, яка пройшла б через перший і другий квадранти. Побудувати її сліди.
- 40. Побудувати три сліди прямої l , заданої точками A і B , якщо:
 - а) $A(65, 25, 5), B(-45, 5, 40)$;
 - б) $A(-30, -40, -5), B(-75, -60, -40)$.
- 41. Задано сліди прямої AB : горизонтальний $M(50, 20, 0)$ і фронтальний $N(10, 0, 20)$. Побудувати три проєкції цієї прямої.
- 42. Задано сліди (або слід і окрему проєкцію кожного з двох інших слідів) прямої. Побудувати три проєкції шуканої прямої (рис. 1.89-1.91).
- 43. Визначити справжню величину відрізка прямої AB та кути її нахилу до площин проєкцій H і V (рис. 1.92, 1.93).
- 44. На заданій прямій l побудувати проєкції відрізка AB , який дорівнює 40 мм (рис. 1.94).
- 45. Побудувати проєкції відрізка AB прямої l , якщо він нахилений до площини проєкцій

цій H під кутом 45° і дорівнює 40 мм (рис. 1.95).

46. Визначити справжню величину відрізка прямої AB та кути нахилу її до площин проєкцій H, V, W , якщо:

- а) $A(45, 20, 5), B(-65, 5, 40)$;
- б) $A(50, -10, 40), B(-75, 50, 5)$.



Рис. 1.83

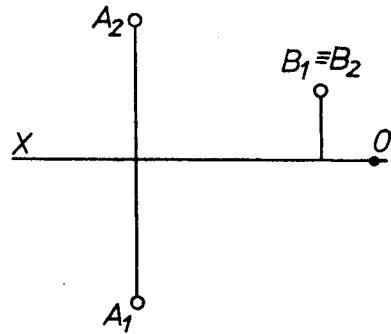


Рис. 1.84

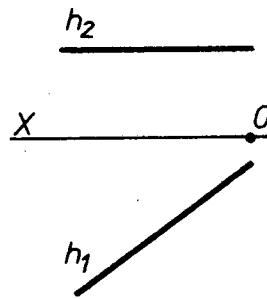


Рис. 1.85

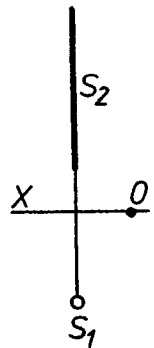


Рис. 1.86

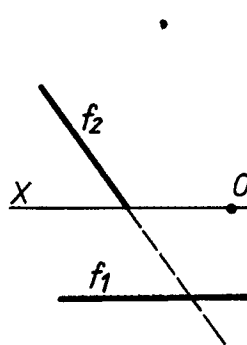


Рис. 1.87

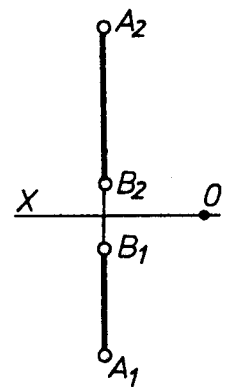


Рис. 1.88

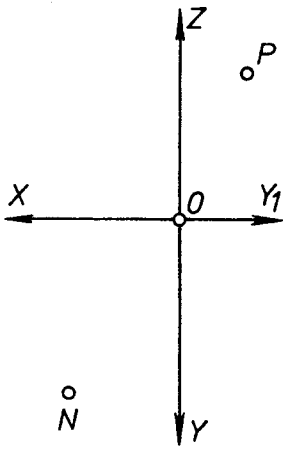


Рис. 1.89

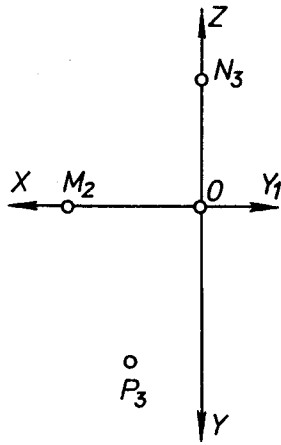


Рис. 1.90

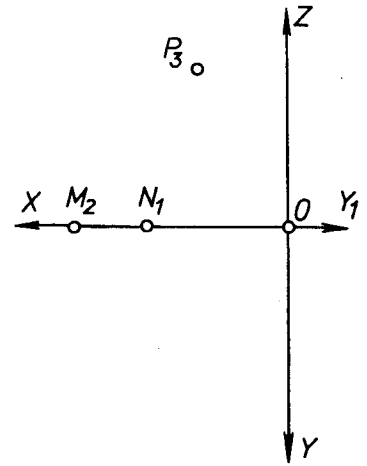


Рис. 1.91

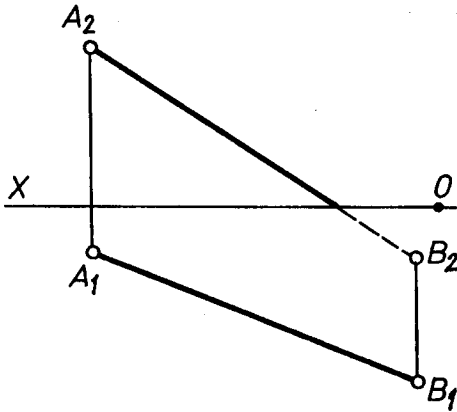


Рис. 1.92

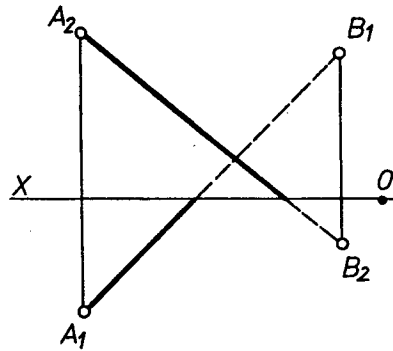


Рис. 1.93

1.8. Взаємне положення двох прямих

1. Прямі в просторі можуть бути:

- паралельні;
- перетинні;
- мимобіжні.

2. Якщо в просторі дві прямі паралельні між собою, то їх однойменні проєкції також будуть паралельні між собою (рис. 1.96).

3. Якщо в просторі дві прямі перетинаються, то на епюрі їх однойменні проєкції перетинаються між собою в точках, які є проєкціями точки перетину прямих (рис. 1.97).

4. Якщо дві прямі не паралельні і не перетинаються між собою, то вони називаються мимобіжними (рис. 1.98).

5. Точки, що лежать на одній лінії проєкційного зв'язку і належать різним лініям, називаються конкуруючими.

Із двох конкуруючих точок A і B на фронтальній площині проєкцій видима та, що розташована в просторі далі від площини проєкцій V . Про це можна судити за горизонтальними проєкціями точок (рис. 1.99).

Із двох конкуруючих точок C і D на горизонтальній площині проєкцій видима та, що розташована у просторі далі від площини проєкцій H . Про це можна судити за фронтальними проєкціями точок (рис. 1.99).

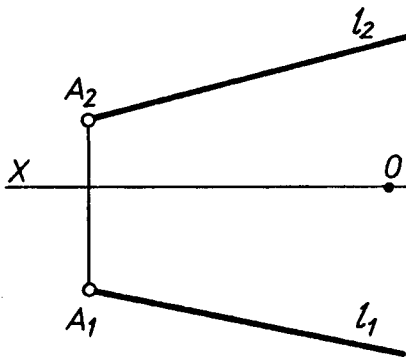


Рис. 1.94

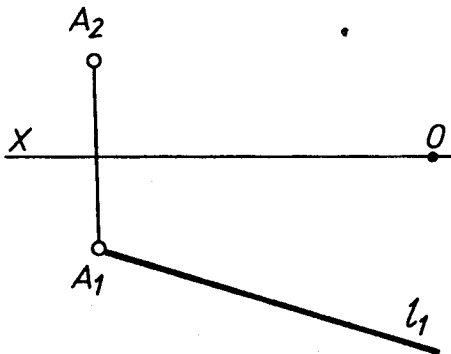


Рис. 1.95

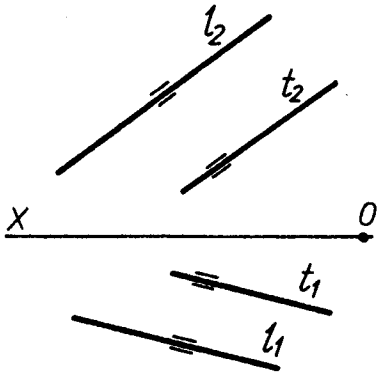


Рис. 1.96

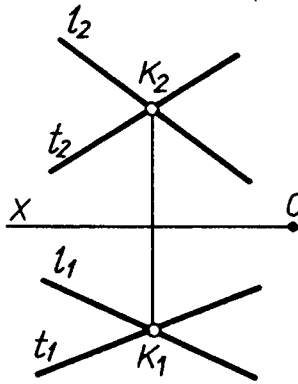


Рис. 1.97

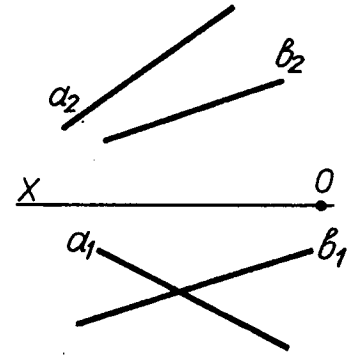


Рис. 1.98

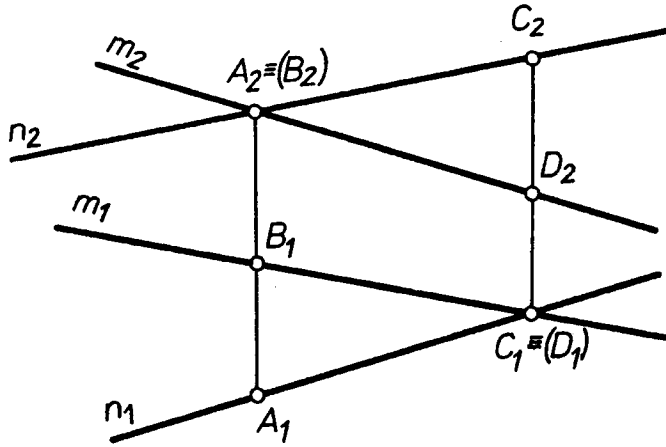


Рис. 1.99

1.9. Проекції плоских кутів

1. Якщо площина, в якій розташований деякий кут, перпендикулярна до площини проєкцій, то кут проєкціюється на площину проєкцій у вигляді прямої лінії.

2. Якщо обидві сторони будь-якого кута паралельні до площини проєкцій, то його проєкція дорівнює за величиною проєкційованому куту.

3. Прямий кут, хоча б одна сторона якого паралельна площині проєкцій, проєкціюється на цю площину також у вигляді прямого кута.

4. Гострий кут, одна сторона якого паралельна будь-якій площині проєкцій, проєкціюється на цю площину у гострий, але зі спотворенням у бік зменшення.

5. Якщо одна сторона тупого кута паралельна будь-якій площині проєкцій, то на цю площину він проєкціюється в тупий кут зі спотворенням у бік збільшення.

Запитання для самоперевірки

1. На якому кресленні зображено дві перетинні прямі (рис. 1.100)?

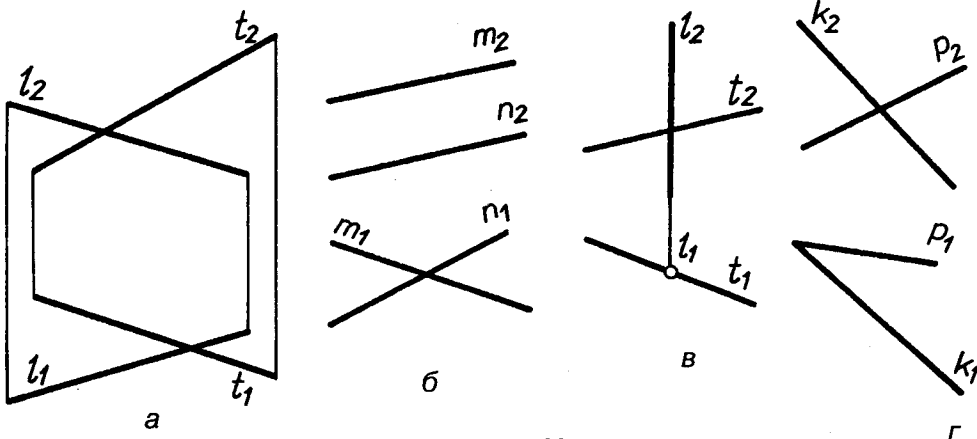


Рис. 1.100

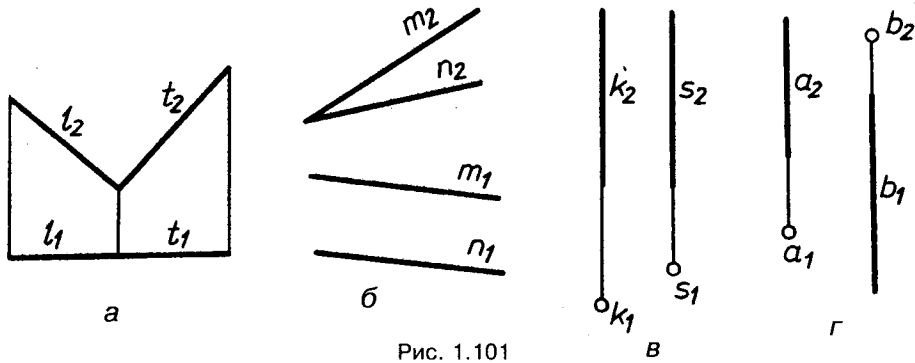


Рис. 1.101

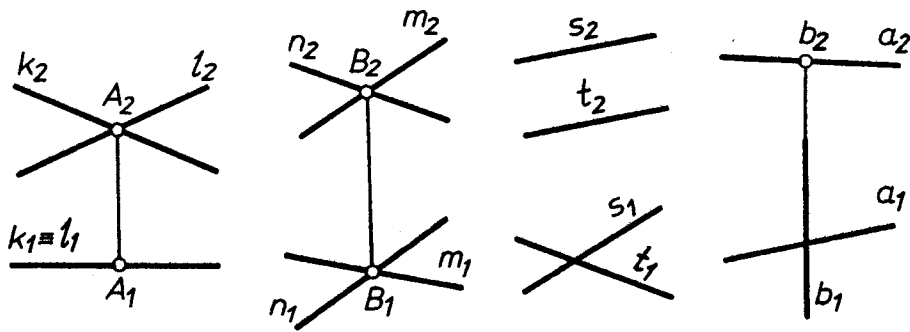


Рис. 1.102

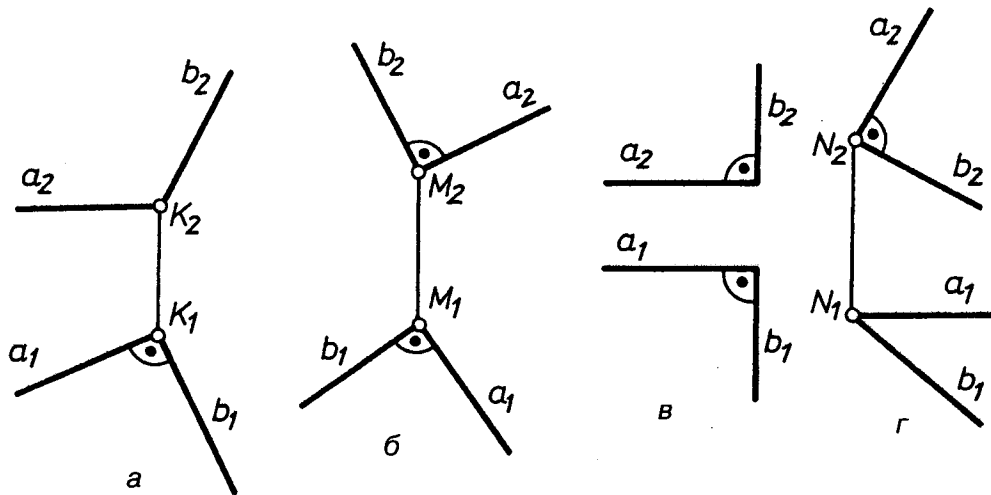


Рис. 1.103

2. На якому кресленні зображено дві паралельні прямі (рис. 1.101)?

3. На якому кресленні зображено дві мимобіжні прямі (рис. 1.102)?

4. На яких кресленнях пряма a перпендикулярна до прямої b (рис. 1.103)?

ПРИКЛАДИ

Приклад 18. З'ясувати взаємне розташування прямих l і t у просторі (рис. 1.104).

Розв'язання. Точка перетину однойменних проєкцій заданих прямих лежить на одному перпендикулярі до осі проєкцій. Позначивши перетин горизонтальних проєкцій прямих через K_1 і перетин їх фронтальних проєкцій через K_2 , з'ясуємо, що точка K (K_1, K_2)

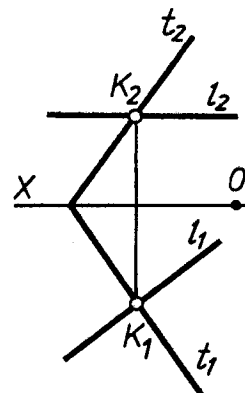


Рис. 1.104

лежить на прямих l і t , тобто є їх спільною точкою. Отже, прями l і t в просторі перетинаються.

Приклад 19. З'ясувати взаємне розташування прямих AB і CD (рис. 1.105).

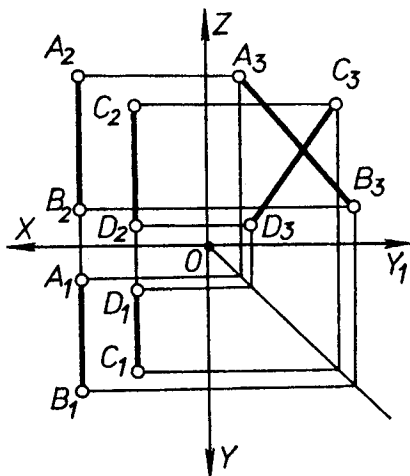


Рис. 1.105

Розв'язання. Горизонтальні та фронтальні проекції двох профільних прямих, які не лежать на одній площині, завжди паралельні між собою. Тому для з'ясування взаємного розташування таких прямих необхідно побудувати їх профільні проекції A_3B_3 і C_3D_3 . З епюра бачимо, що профільні проекції прямих AB і CD перетинаються між собою. Звідси прями AB і CD у просторі мимобіжні.

Приклад 20. Задано пряму AB і точку C . Провести через точку пряму, яка була б паралельна горизонтальній площині проекцій і перетинала пряму AB (рис. 1.106).

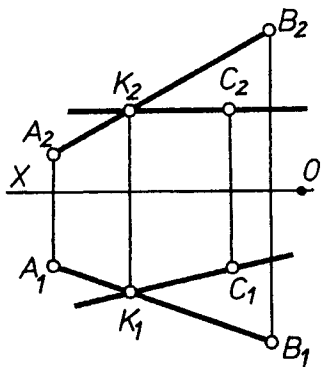


Рис. 1.106

Розв'язання. Проекції шуканої прямої повинні проходити через однойменні проекції точки C ; оскільки пряма повинна бути паралельна горизонтальній площині проекцій, її фронтальна проекція буде паралельна осі проекцій. Отже, проводимо через точку C_2 фронтальну проекцію шуканої прямої паралельно осі проекцій до перетину з прямою A_2B_2 у точці K_2 . За точкою K_2 знаходимо точку K_1 і проводимо горизонтальну проекцію прямої через точки K_1 і C_1 .

Приклад 21. Задано пряму AB і точку E . Провести через точку E пряму, паралельну прямій AB (рис. 1.107).

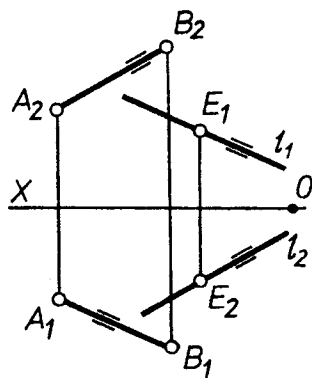


Рис. 1.107

Розв'язання. Проекції шуканої прямої повинні проходити через однойменні проекції точки E . При цьому однойменні проекції прямих — заданої та шуканої — повинні бути паралельні між собою. Отже, проводимо проекції шуканої прямої: горизонтальну l_1 через точку E_1 паралельно прямій A_1B_1 і фронтальну l_2 через точку E_2 паралельно прямій A_2B_2 .

Приклад 22. Паралельні прями l і t перетнути довільною прямою, паралельною фронтальній площині проекцій (рис. 1.108).

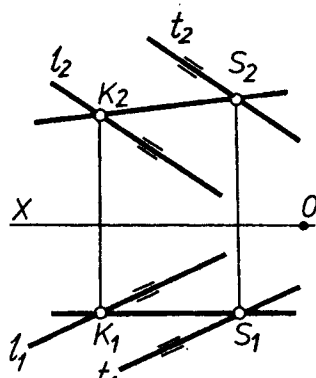


Рис. 1.108

Розв'язання. Перетинаємо горизонтальні проекції l_1 і t_1 прямою, паралельною осі проекцій, оскільки горизонтальна проекція фронтальної прямої паралельна осі проекцій. Позначаємо точки K_1 і S_1 . За точкою K_1 знаходимо K_2 на фронтальній проекції l_2 прямої l і за точкою S_1 знаходимо S_2 на фронтальній проекції прямої t_2 . Проводимо через отримані точки K_2 і S_2 фронтальну проекцію шуканої прямої.

Приклад 23. Визначити, який із відрізків — AB чи CD — розташований далі від фронтальної площини проекцій (рис. 1.109).

Розв'язання. Прями, зображені на рис. 1.109, мимобіжні. Розглянемо дві конкуруючі точки: точку 1 ($1_1, 1_2$), яка належить відрізку CD (C_1D_1, C_2D_2), і точку 2 ($2_1, 2_2$), яка належить відрізку AB (A_1B_1, A_2B_2). Точки 1 і 2 однаково

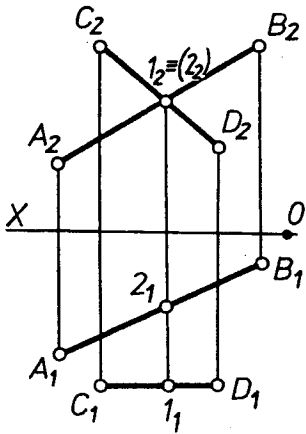


Рис. 1.109

віддалені від горизонтальної площини проєкцій, але їх відстані від фронтальної площини проєкцій різні. Точка 1 розташована далі від площини проєкцій V , ніж точка 2; це бачимо з горизонтальних проєкцій 1_1 і 2_1 ; координата Y точки 1 більша, ніж точки 2. Отже, відрізок CD розташований далі від площини проєкцій V , ніж відрізок AB . Проєкція невидимої точки 2_2 на фронтальній площині проєкцій взята в дужки.

Приклад 24. Задано пряму l і точку A . Провести через точку таку пряму, щоб вона перетинала пряму l під прямим кутом (рис. 1.110).

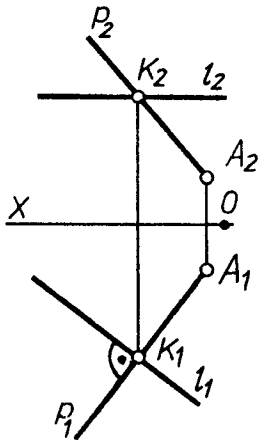


Рис. 1.110

Розв'язання. Ця задача розв'язується на основі правила проєкціювання прямих кутів, а саме: прямий кут проєкціюється на площину проєкцій у справжню величину, якщо хоча б одна з його сторін паралельна площині проєкцій. Оскільки задана пряма l горизонтальна, то вона паралельна площині проєкцій H . Проводимо через точку A_1 горизонтальну проєкцію p_1 шуканої прямої p перпендикулярно до прямої l_1 (до перетину з нею в точці K_1). За точкою K_1 знаходимо точку K_2 на фронтальній проєкції l_2 прямої l і через неї проводимо фронтальну проєкцію p_2 шуканої прямої.

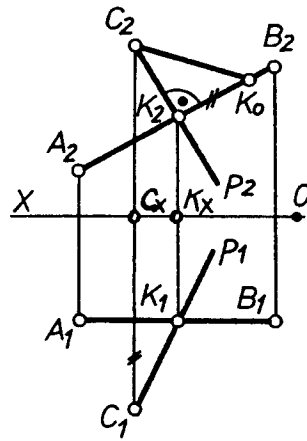


Рис. 1.111

Приклад 25. Задано пряму AB і точку C . Знайти відстань від точки C до прямої AB (рис. 1.111).

Розв'язання. Оскільки відстань від точки до прямої визначається довжиною перпендикуляра, проведеного з точки на пряму, то з точки C (C_1, C_2) проводимо промінь p (p_1, p_2), перпендикулярний до прямої AB (A_1B_1, A_2B_2). Для цього на епюрі через точку C_2 проводимо пряму p_2 перпендикулярно до відрізка A_2B_2 ; отримавши на їх перетині точку K_2 , знайдемо точку K_1 . Отже, C_1K_1 і C_2K_2 — відповідно горизонтальна і фронтальна проєкції відстані від точки C до прямої AB . Справжню величину відстані визначаємо способом прямокутного трикутника, побудувавши останній за катетами C_2K_2 і $K_2K_0 = (C_xC_1 - K_xK_1)$; C_2K_0 — справжня величина відстані від точки C до прямої AB .

Приклад 26. Задано пряму l , паралельну фронтальній площині проєкцій, і горизонтальну проєкцію перпендикулярної до неї прямої AB . Побудувати прямокутник $ABCD$ з основою AC на прямій l , виходячи з умови, що довжина основи AC дорівнює $1,5 AB$ (рис. 1.112).

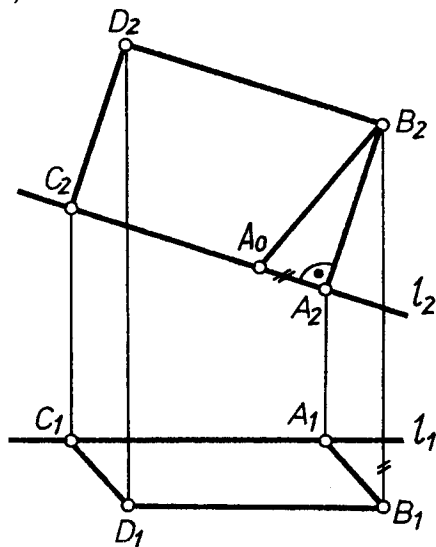


Рис. 1.112

Розв'язання. Визначаємо точку A_2 на l_2 . Оскільки пряма l (l_1, l_2) фронтальна, то з точки A_2 проводимо до l_2 перпендикуляр, на якому визначаємо фронтальну проекцію B_2 точки B . Тому A_2B_2 — фронтальна проекція однієї сторони прямокутника. Знаходимо справжню величину A_0B_2 сторони AB (A_1B_1, A_2B_2), побудувавши прямокутний трикутник $A_2B_2A_0$ на катетах A_2B_2 і A_2A_0 . Оскільки $AC = 1,5 AB = 1,5 A_0B_2$, то відкладаємо на прямій l_2 від точки A_2 відрізок $A_2C_2 = 1,5 A_0B_2$. Знайшовши точку C_1 на прямій l_1 , проведемо через точки C_1 і B_1 пряму, паралельну відповідно A_1B_1 і A_1C_1 , а через точки C_2 і B_2 пряму, паралельну відповідно A_2B_2 і A_2C_2 . Отже, проекції прямокутника $ABCD$ побудовані.

ЗАДАЧІ

47. Визначити взаємне розташування прямих AB і CD (рис. 1.113–1.118).

48. Задано пряму l (l_1, l_2) і точку A (A_1, A_2). Провести через точку A пряму, паралельну прямій l (рис. 1.119).

49. Через точку A (A_1, A_2) провести пряму t , яка перетинала б задану пряму l (l_1, l_2) у точці, що розташована на відстані 25 мм від площини проекцій H (рис. 1.120).

50. Через точку A (A_1, A_2) провести пряму, яка перетинала б задану пряму l (l_1, l_2) у точці, розташованій на відстані 20 мм від фронтальної площини проекцій (рис. 1.121).

51. Провести на висоті 30 мм горизонтальну пряму, яка перетиналася б із двома заданими прямими l (l_1, l_2) і t (t_1, t_2) (рис. 1.122).

52. Провести через точку C пряму, яка перетинає пряму AB та вісь проекцій (рис. 1.123–1.124).

53. Провести пряму, яка була б паралельною осі проекцій OX та перетиналася б із заданими прямими l (l_1, l_2) і t (t_1, t_2) (рис. 1.125).

54. Перетнути прямі AB і CD прямою l , яка проходить через точку M (M_1, M_2) (рис. 1.126–1.127).

55. Перетнути прямі AB, CD і EF довільною прямою (рис. 1.128).

56. Побудувати проекції прямої l , яка паралельна відрізку AB і перетинає відрізки CD і EF (рис. 1.129).

57. Визначити взаємне розташування у просторі відрізків прямих AB і CD (рис. 1.130) та EF і MN (рис. 1.131).

58. Побудувати проекції фронтально-проекційної прямої l , яка перетинає прямі a і b (рис. 1.132).

59. Через точку M провести пряму t , яка перетинала б пряму l і вісь проекцій OZ (рис. 1.133).

60. Через точку A провести над прямою l мимобіжну з нею пряму t (рис. 1.134).

61. Побудувати паралелограм, діагоналлю

якого був би відрізок AB , а вершиною — точка C (рис. 1.135).

62. Задана фронтальна проекція $A_2B_2C_2S_2$ піраміди $ABCS$. Побудувати горизонтальну проекцію піраміди так, щоб ребро AC було паралельне площині проекцій V , а ребро AB мало нахил до площини проекцій V під кутом 30° . Визначити видимість ребер на проекціях (рис. 1.136).

63. Провести через точку C пряму, яка перетинала б пряму AB під прямим кутом (рис. 1.137, 1.138).

64. Визначити відстань від точки A до прямої l (рис. 1.139).

65. Визначити відстань між паралельними прямими AB і CD (рис. 1.140, 1.141).

66. Визначити відсутню проекцію точки C за умови, що відстань від точки C до прямої AB становить 30 мм (рис. 1.142, 1.143).

67. Побудувати прямокутний трикутник ABC з прямим кутом B на прямій l (рис. 1.144).

68. Побудувати прямокутний трикутник ABC , катет якого $AB = 30$ мм і лежить на фронтальній прямій t (t_1, t_2). Для катета BC задана горизонтальна проекція B_1C_1 (рис. 1.145).

69. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з основою BC на прямій f , виходячи з умови, що довжина бічної сторони вдвічі більша від висоти трикутника (рис. 1.146).

70. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з основою BC на прямій h , виходячи з умови, що кут при основі дорівнює 30° (рис. 1.147).

71. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з основою BC на прямій l , виходячи з умови, що довжина основи удвічі більша від висоти трикутника (рис. 1.148).

72. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з основою BC на прямій f і з вершиною A на прямій t , виходячи з умови, що точка K є основою висоти AK , а бічна сторона вдвічі більша, ніж висота (рис. 1.149).

73. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з вершиною A на прямій l (рис. 1.150).

74. Побудувати рівносторонній трикутник ABC з основою BC на прямій f (рис. 1.151).

75. Побудувати прямокутну трапецію $ABCD$ з більшою основою BC на прямій h , виходячи з умови, що $AD = AB$; $DC = 1,5 AB$ (рис. 1.152).

76. Побудувати рівносторонній трикутник ABC з основою BC на прямій f , виходячи з умови, що його висота $AD = 35$ мм і лежить на прямій l , перпендикулярній до прямої f . Пряма l задана однією проекцією l_1 (рис. 1.153).

77. Побудувати прямокутний трикутник ABC з катетом BC на прямій f , виходячи з умови, що гіпотенуза в півтора рази довша, ніж катет AB (рис. 1.154).

78. Побудувати прямокутний рівнобедрений трикутник ABC з катетом BC на прямій h (рис. 1.155).

79. Побудувати прямокутник $ABCD$ з довгою стороною BC на прямій f і з вершиною A на прямій l , виходячи з умови, що його діагональ дорівнює $2AB$ (рис. 1.156).

80. Побудувати прямокутник $ABCD$ з вершиною A на прямій l (рис. 1.157).

81. Побудувати квадрат $ABCD$ зі стороною BC на прямій f (рис. 1.158).

82. Побудувати квадрат $ABCD$ з діагоналлю BD на прямій h (рис. 1.159).

83. Побудувати квадрат $ABCD$ зі стороною BC на прямій h (рис. 1.160).

84. Побудувати квадрат $ABCD$ з діагоналлю BD на прямій h (рис. 1.161).

85. Побудувати ромб $ABCD$ за стороною BC на прямій f , за умови, що його сторона в півтора разу більша від висоти (рис. 1.162).

86. Побудувати ромб $ABCD$ з вершиною A на прямій l (рис. 1.163).

87. Задано діагональ AC ($AC \parallel V$) ромба $ABCD$. Вершина B належить площині проєкцій H , вершина D рівновіддалена від площин проєкцій H і V . Побудувати проєкції ромба (рис. 1.164).

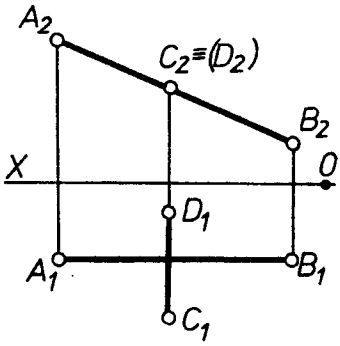


Рис. 1.113

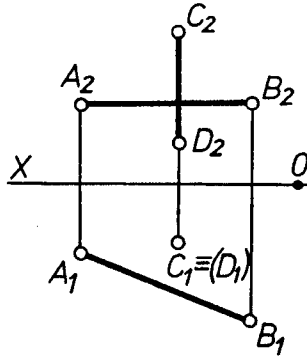


Рис. 1.114

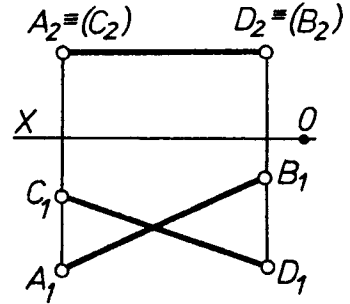


Рис. 1.115

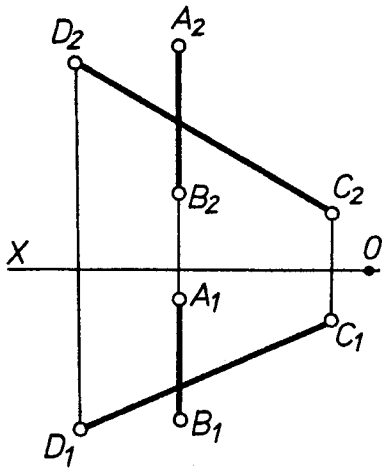


Рис. 1.116

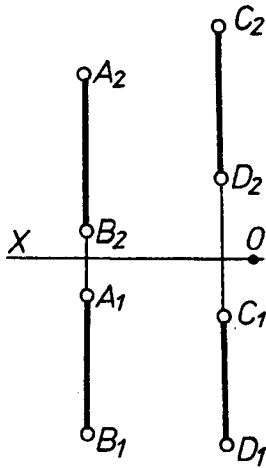


Рис. 1.117

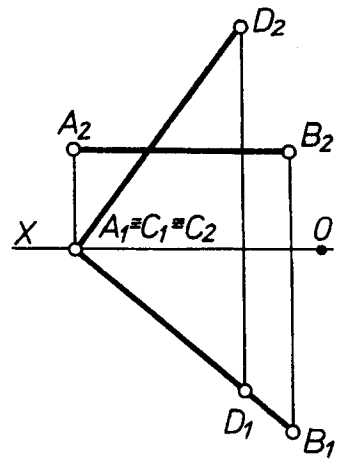


Рис. 1.118

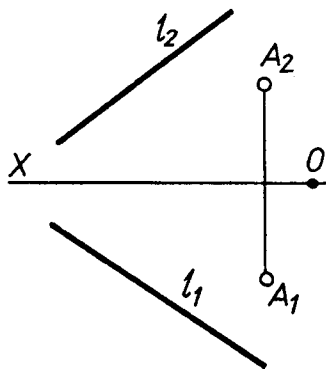


Рис. 1.119

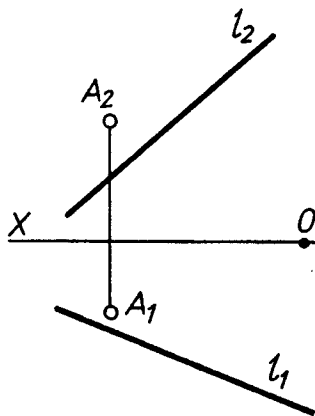


Рис. 1.120

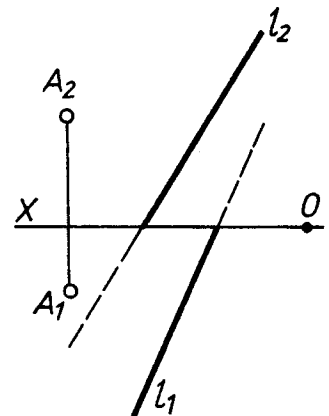


Рис. 1.121

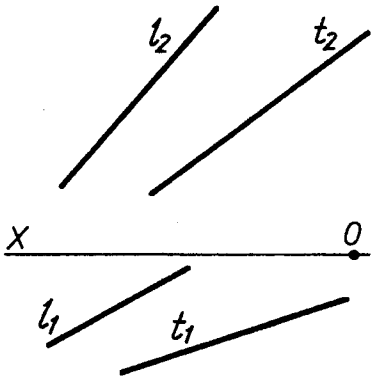


Рис. 1.122

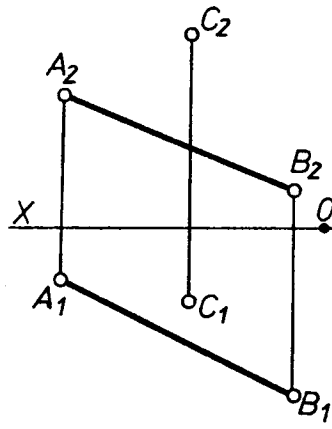


Рис. 1.123

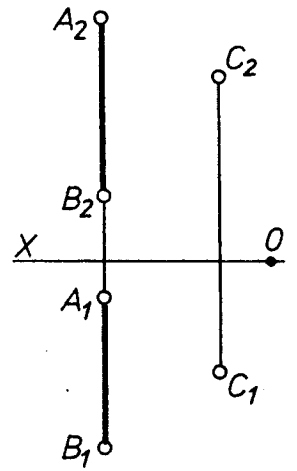


Рис. 1.124

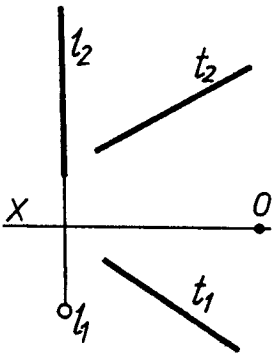


Рис. 1.125

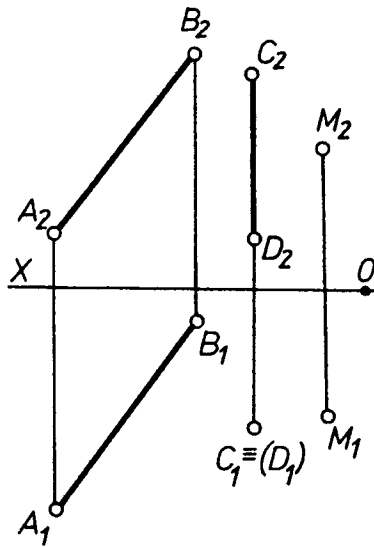


Рис. 1.126

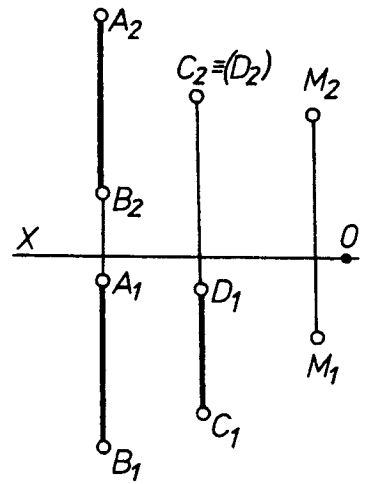


Рис. 1.127

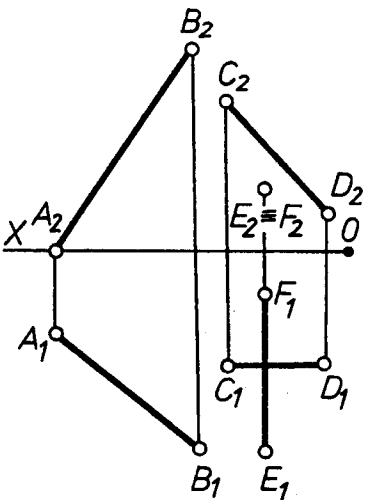


Рис. 1.128

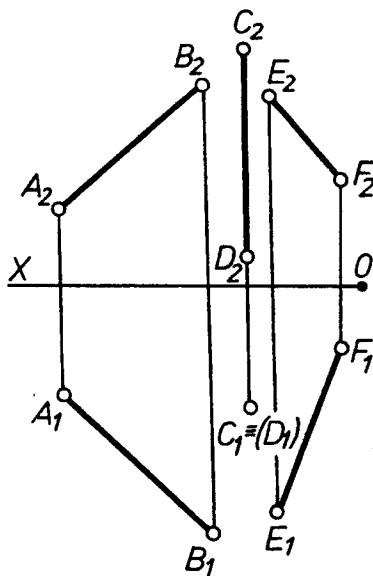


Рис. 1.129

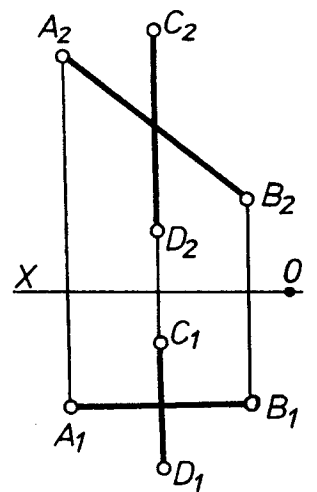


Рис. 1.130

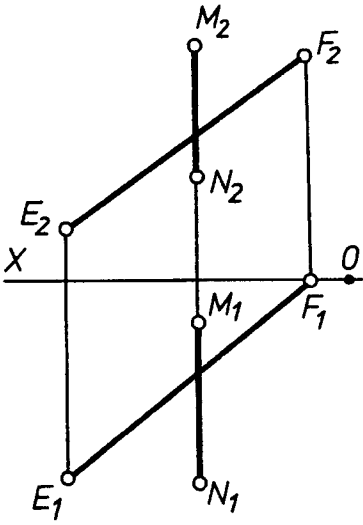


Рис. 1.31

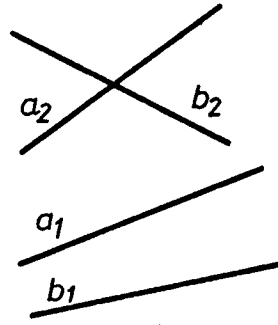


Рис. 1.32

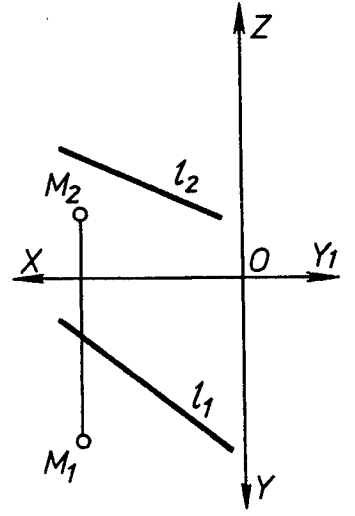


Рис. 1.33

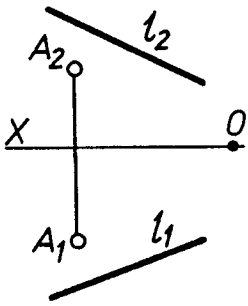


Рис. 1.34

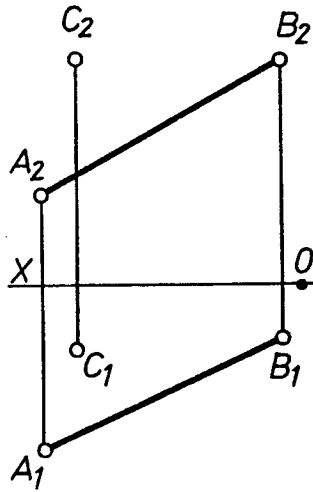


Рис. 1.35

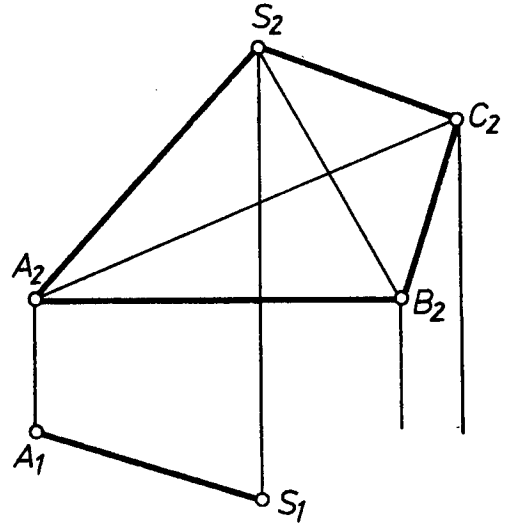


Рис. 1.36

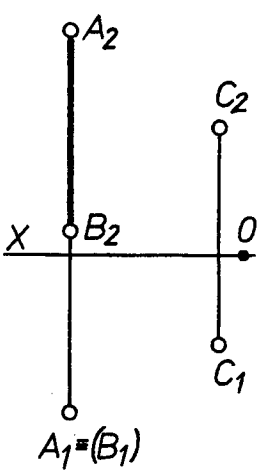


Рис. 1.37

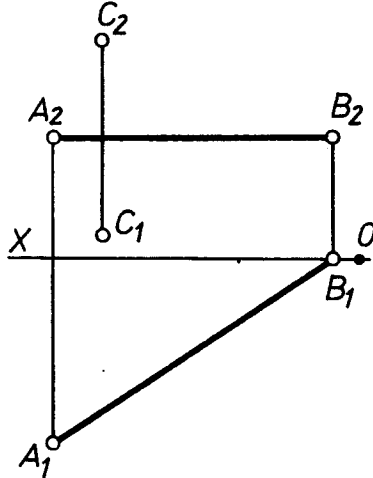


Рис. 1.38

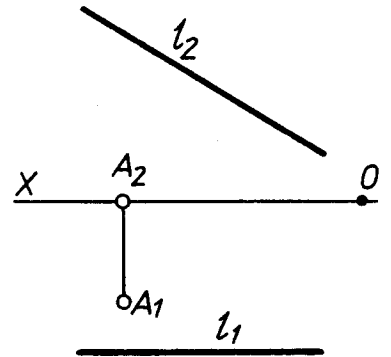


Рис. 1.39

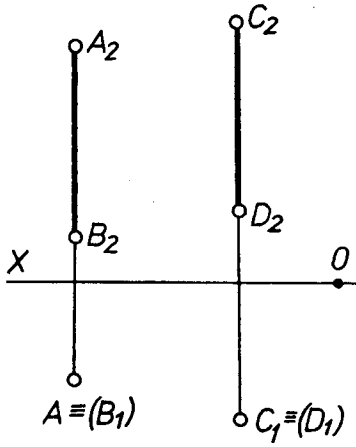


Рис. 1.40

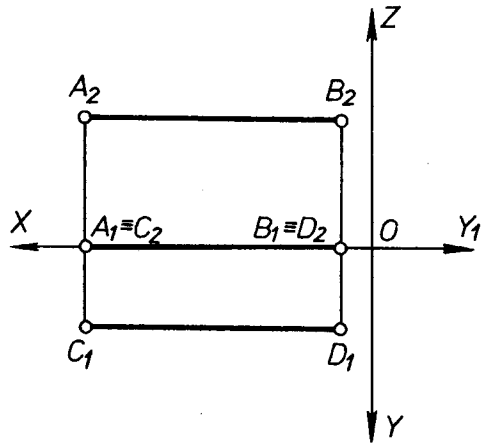


Рис. 1.41

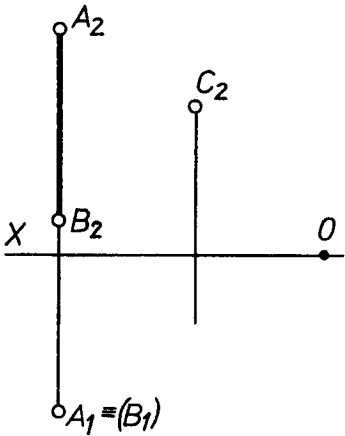


Рис. 1.42

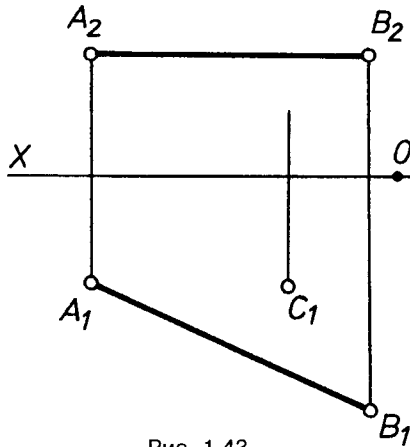


Рис. 1.43

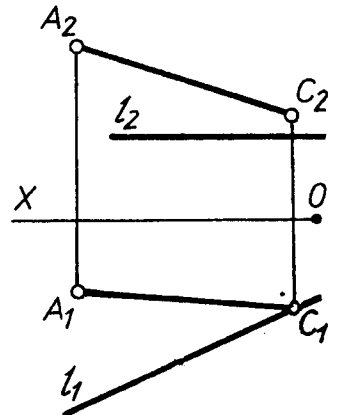


Рис. 1.44

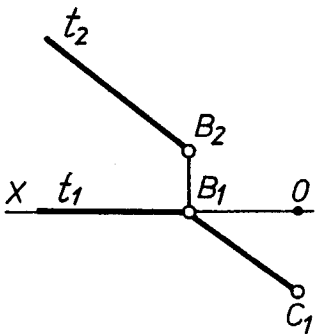


Рис. 1.45

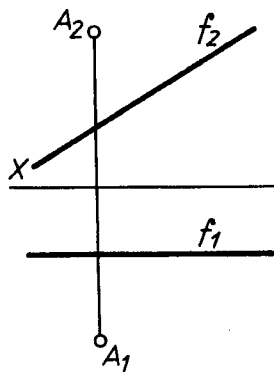


Рис. 1.46

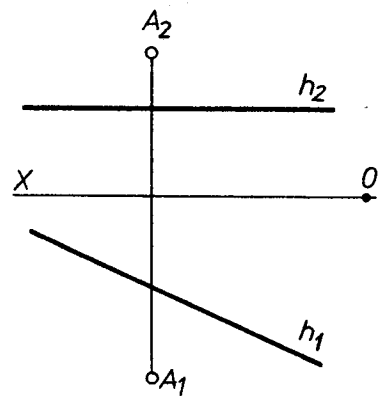


Рис. 1.47

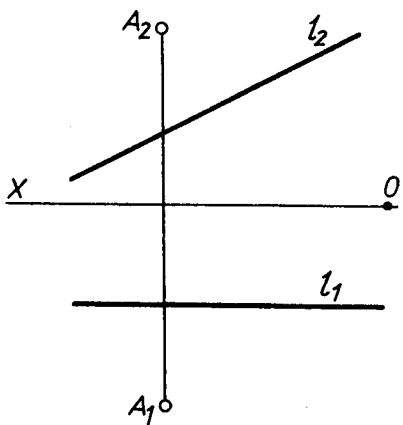


Рис. 1.48

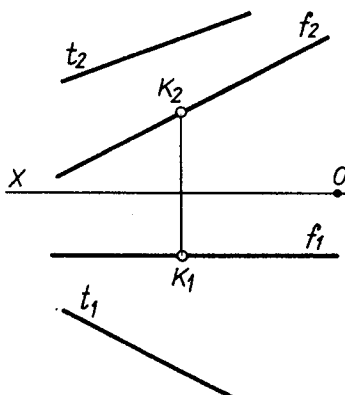


Рис. 1.49

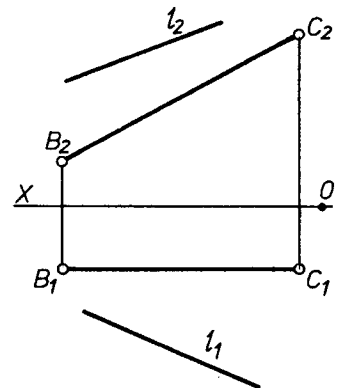


Рис. 1.50

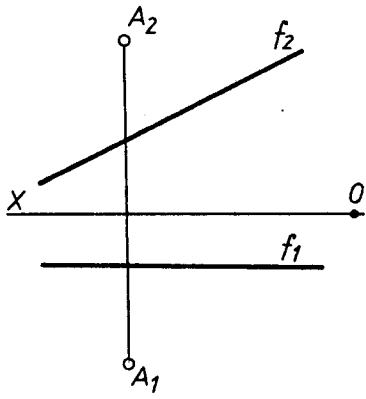


Рис. 1.151

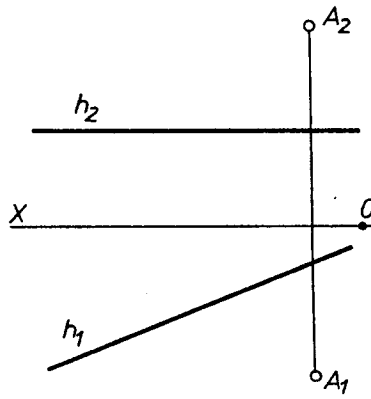


Рис. 1.152

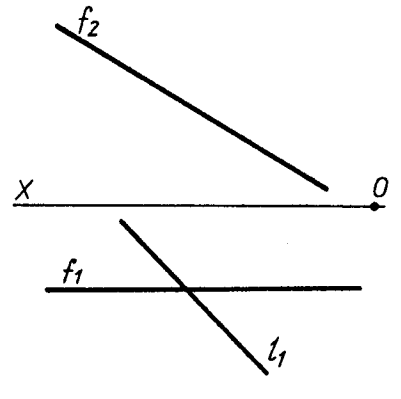


Рис. 1.153

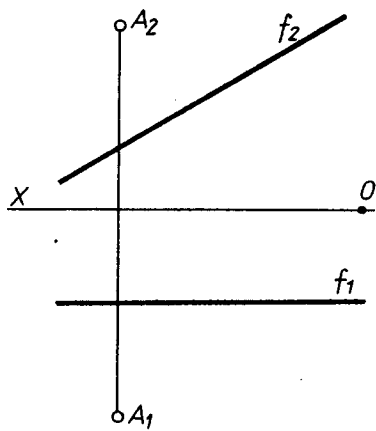


Рис. 1.154

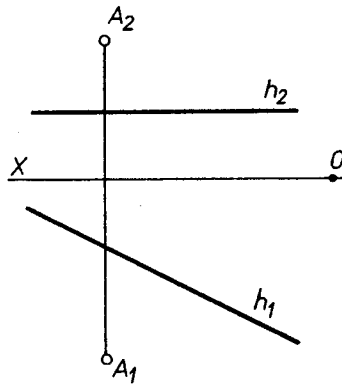


Рис. 1.155

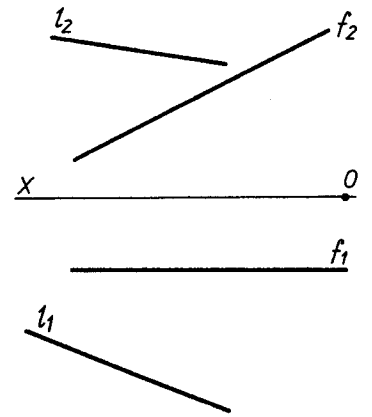


Рис. 1.156

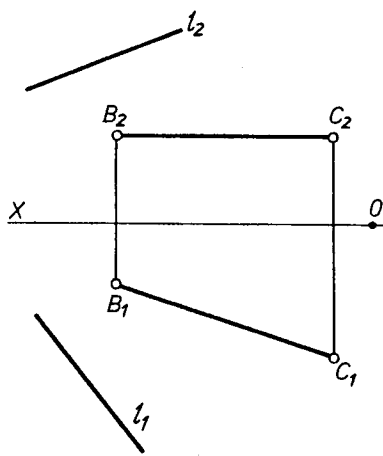


Рис. 1.157

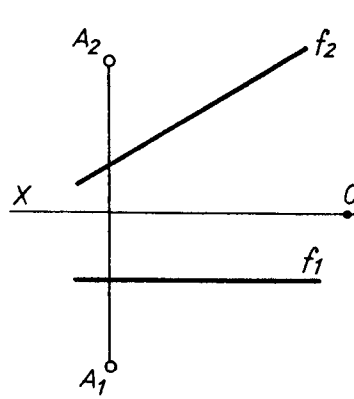


Рис. 1.158

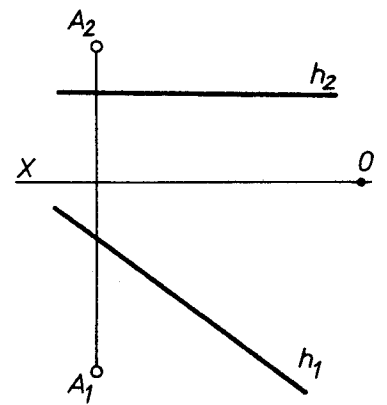


Рис. 1.159

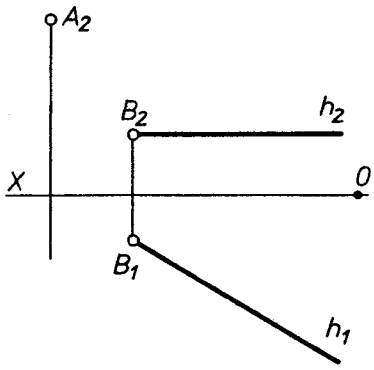


Рис. 1.160

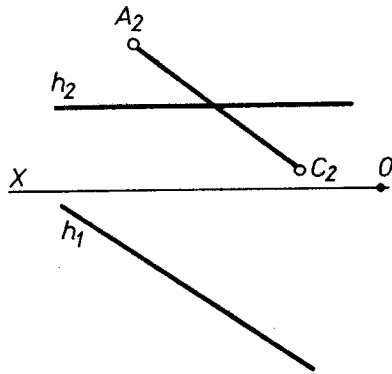


Рис. 1.161

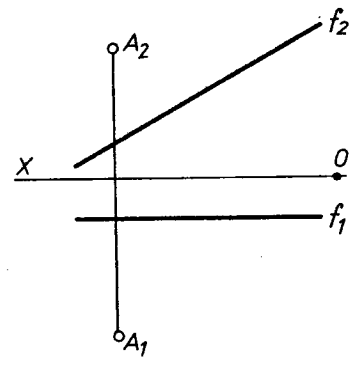


Рис. 1.162

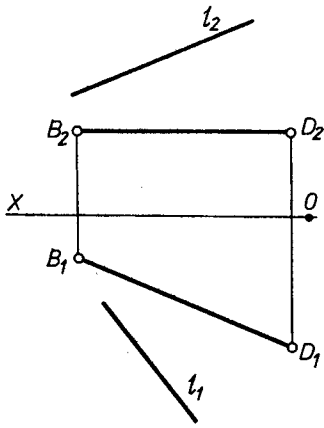


Рис. 1.163

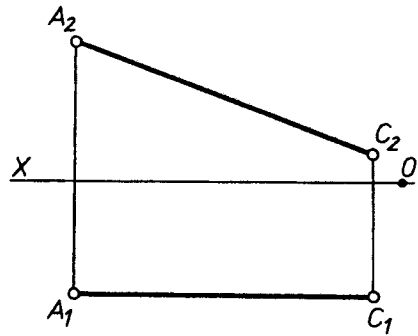


Рис. 1.164

2. ЗОБРАЖЕННЯ ПЛОЩИНИ

2.1. Способи задання площини на кресленні

1. Площина на епюрі може бути задана:

а) проєкціями трьох точок, що не лежать на одній прямій (рис. 2.1);

б) проєкціями прямої та точки, яка не належить прямій (рис. 2.2);

в) проєкціями паралельних прямих (рис. 2.3);

г) проєкціями перетинних прямих (рис. 2.4);

д) проєкціями плоскої фігури (рис. 2.5);

е) слідами (рис. 2.6).

Слідом площини називають пряму лінію, по якій площина перетинається з площиною проєкцій. Загалом площина може мати три сліди: горизонтальний (P_H), фронтальний (P_V), профільний (P_W) (рис. 2.6).

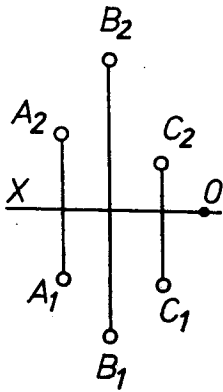


Рис. 2.1

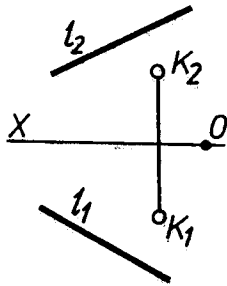


Рис. 2.2

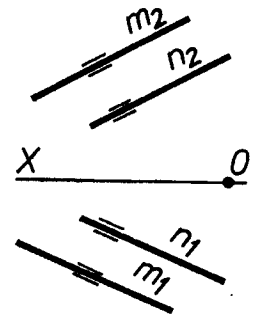


Рис. 2.3

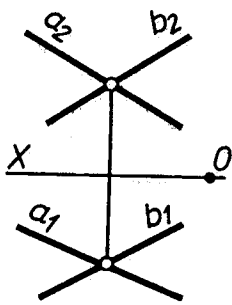


Рис. 2.4

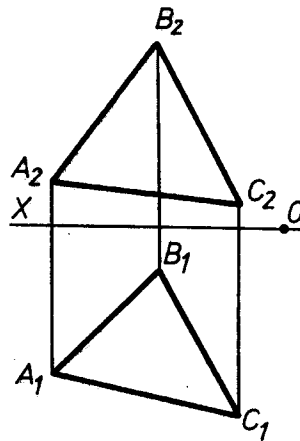


Рис. 2.5

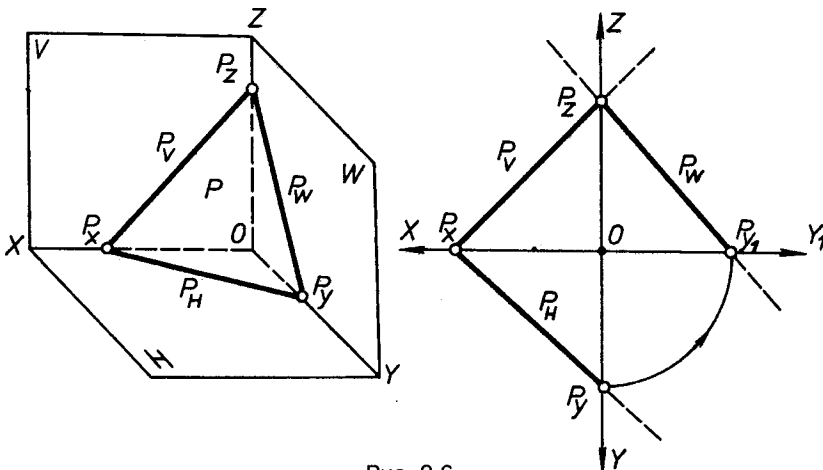


Рис. 2.6

2.2. Класифікація площин

1. Площину, не перпендикулярну і не паралельну до жодної з площин проєкцій, називають площиною довільного (загального) положення (рис. 2.1–2.6).

Характерною ознакою довільної площини, заданої слідами, є те, що останні не перпендикулярні до осей проєкцій OX , OY , OZ .

Серед довільних площин виділимо рівнопохилу, епюр якої характеризується тим, що горизонтальний P_H і фронтальний P_V сліди лежать на одній похилій прямій до осі OX , а профільний слід P_W розташований завжди під кутом 45° до осей OY_1 і OZ (рис. 2.7.).

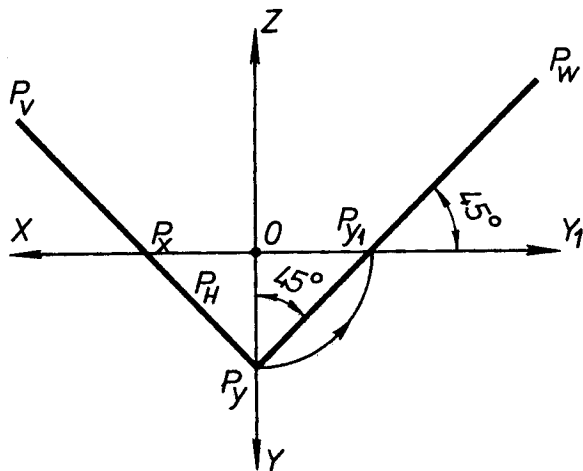


Рис. 2.7

2. Площину, перпендикулярну до одної або двох площин проєкцій, називають особливою, перпендикулярну до одної площини проєкцій — проєкційною; перпендикулярну до двох площин проєкцій — площиною рівня.

У таблиці наведені характерні ознаки площин особливою положення.

Площина	Площина проєкцій	H	V	W	Номер рисунка
Рівня	Горизонтальна		⊥	⊥	2.8
	Фронтальна	⊥		⊥	2.9
	Профільна	⊥	⊥		2.10
Проєкційна	Горизонтально-проєкційна	⊥	$\neq \alpha$	$\neq \alpha$	2.11
	Фронтально-проєкційна	$\neq \alpha$	⊥	$\neq \alpha$	2.12
	Профільно-проєкційна	$\neq \alpha$	$\neq \alpha$	⊥	2.13

На рис. 2.11-2.13 позначено: α — кут між зображеною і горизонтальною площинами проєкцій, β — кут між зображеною і фронтальною площинами проєкцій.

На рис. 2.13, б зображено профільно-проєкційну площину, яка проходить через вісь проєкцій OX . Така площина називається осьовою. Положення її визначено точкою $K(K_1, K_2)$.

3. Точки, лінії та плоскі фігури, що розташовані у проєкційній площині, мають одну зі своїх проєкцій на однойменному сліду площини. Таку властивість використано для проведення проєкційної площини через точку або пряму. Для цього один зі слідів площини проводять через однойменну проєкцію точки (рис. 2.14) або прямої (рис. 2.15).

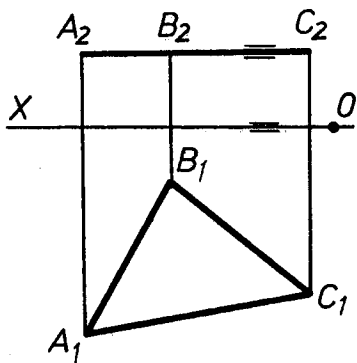
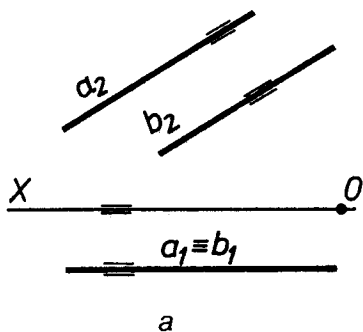
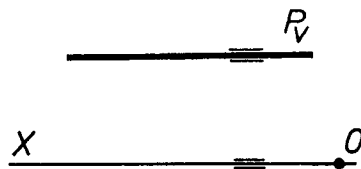
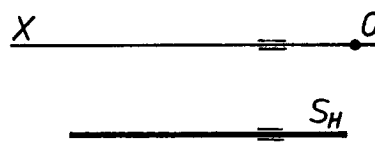


Рис. 2.8



а



б

Рис. 2.9

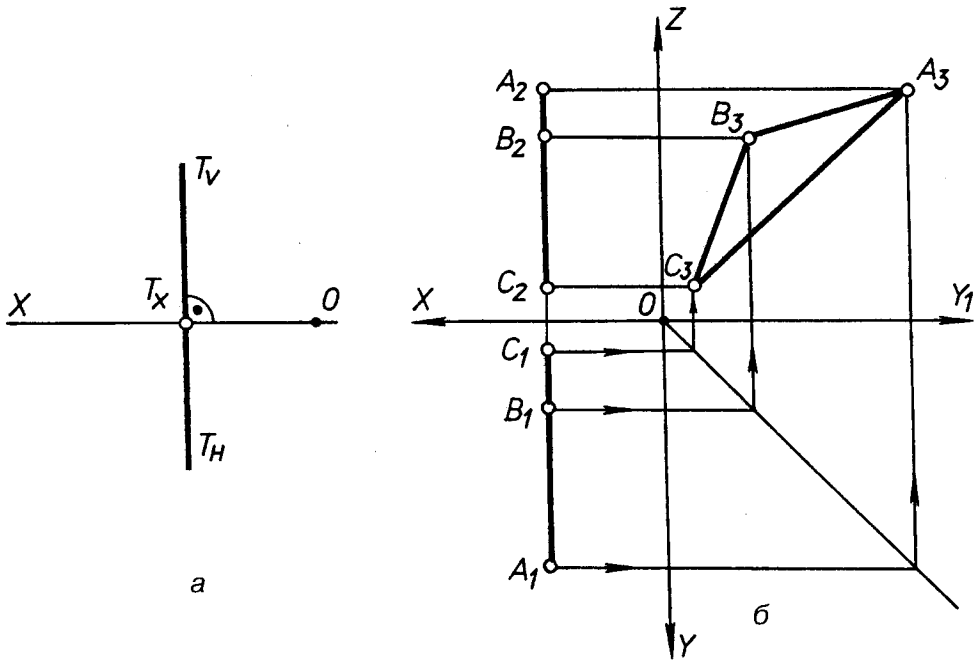


Рис. 2.10

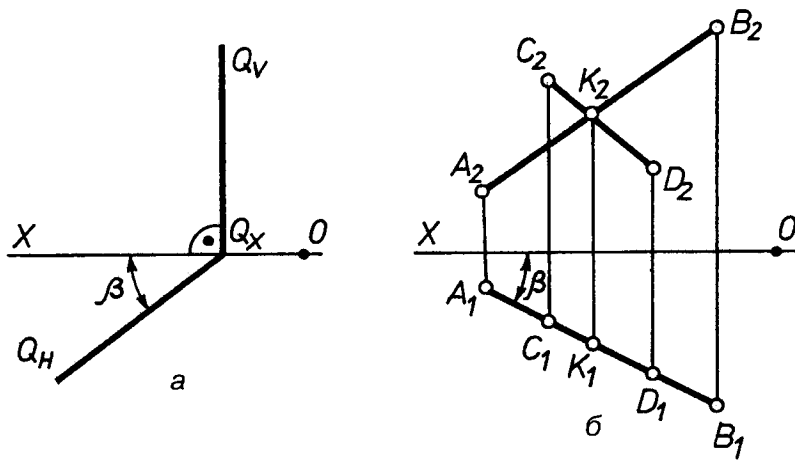


Рис. 2.11

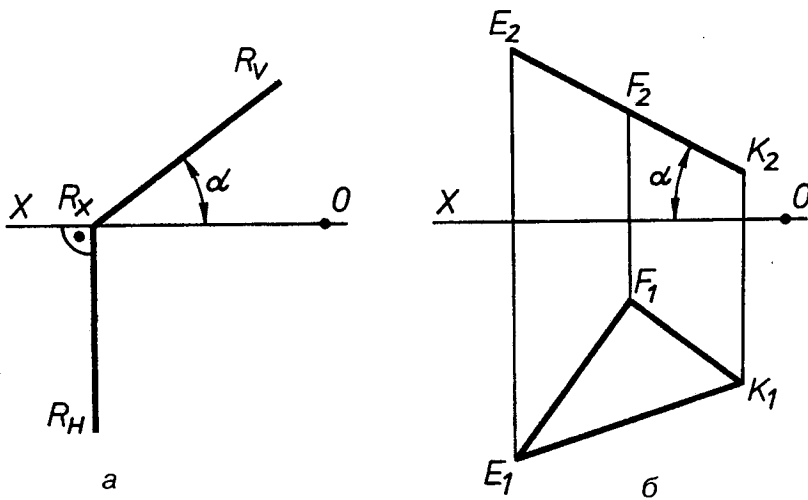


Рис. 2.12

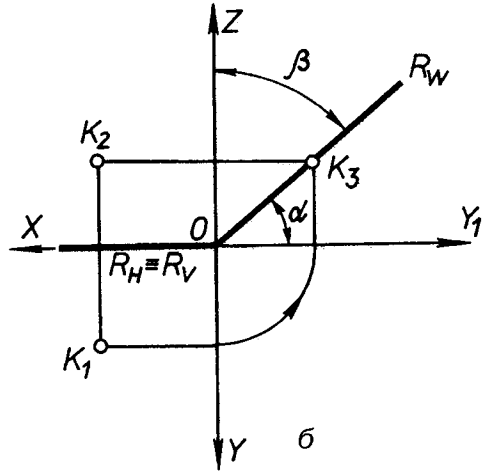
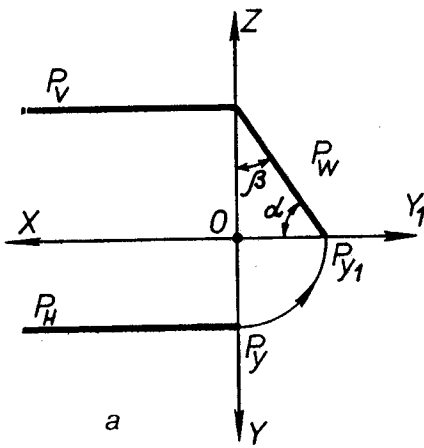


Рис. 2.13

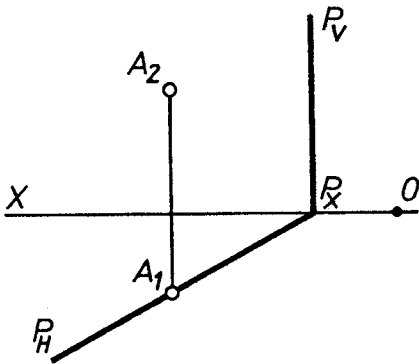


Рис. 2.14

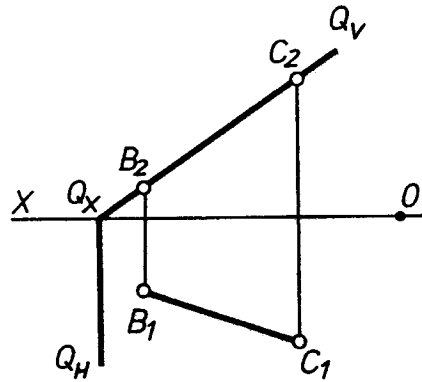


Рис. 2.15

2.3. Належність прямої і точки площині

1. Пряма належить площині, якщо вона проходить: через дві точки, які належать цій площині; через точку, яка належить цій площині і паралельна прямій, що розташована в цій площині або паралельній їй.

Якщо площина задана слідами, то пряма належить площині, якщо сліди прямої розташовані на однойменних слідах площини; пряма паралельна одному зі слідів цієї площини і має з іншим слідом спільну точку.

2. Точка належить площині, якщо вона належить будь-якій прямій цієї площини.

щині й перпендикулярні до одного зі слідів площини.

У системі двох площин проєкцій горизонталь h (h_1, h_2) має лише один фронтальний слід N (N_1, N_2), який лежить на фронтальному сліді площини; її фронтальна проєкція паралельна осі OX , а горизонтальна — горизонтальному сліді площини (рис. 2.16). Фронталь f (f_1, f_2) має лише один горизонтальний слід M (M_1, M_2), який лежить на горизонтальному сліді площини; її горизонтальна проєкція паралельна осі OX , а фронтальна — фронтальному сліді площини (рис. 2.16).

2.4. Прямі особливого положення в площині

Особливими прямими у площині є:

а) горизонталі — прямі, що лежать у площині й паралельні горизонтальній площині проєкцій;

б) фронталі — прямі, що лежать у площині й паралельні фронтальній площині проєкцій;

в) профілі — прямі, що лежать у площині й паралельні профільній площині проєкцій;

г) лінії найбільшого нахилу площини до площини проєкцій — прямі, що лежать у пло-

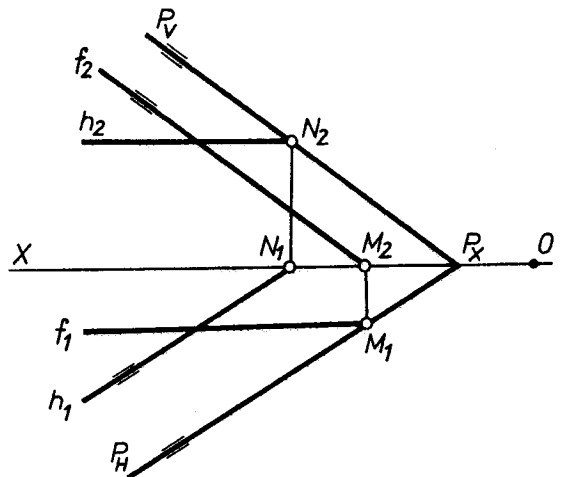


Рис. 2.16

Запитання для самоперевірки

1. На яких із рис. 2.17-2.22 задані лінії визначають площину?

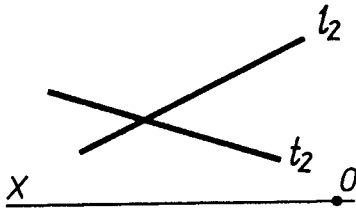


Рис. 2.17

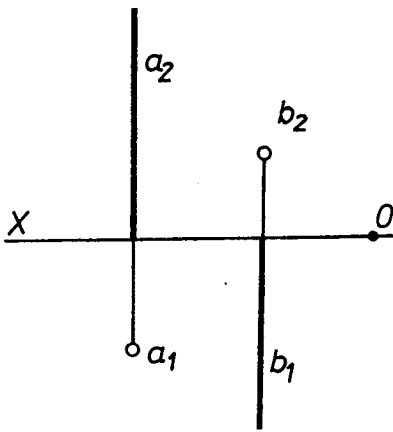


Рис. 2.18

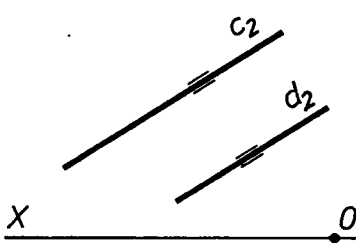


Рис. 2.19

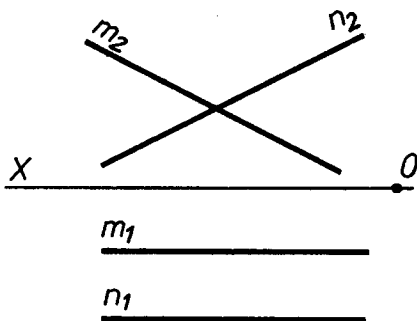


Рис. 2.20

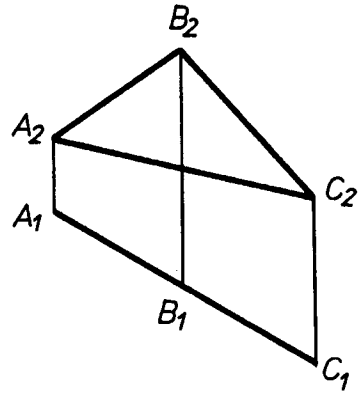


Рис. 2.21

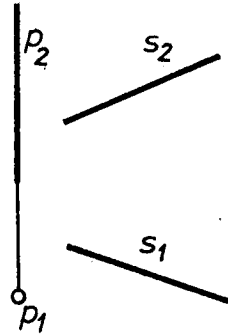


Рис. 2.22

2. Як називається кожна із зображених на рис. 2.23-2.28 площин?

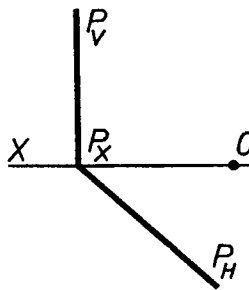


Рис. 2.23

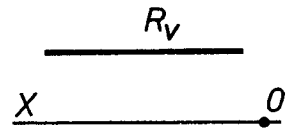


Рис. 2.24

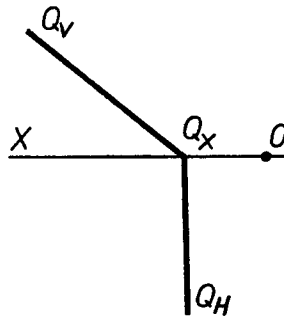


Рис. 2.25

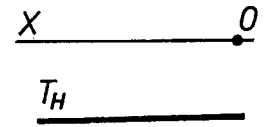


Рис. 2.26

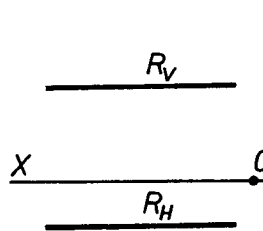


Рис. 2.27

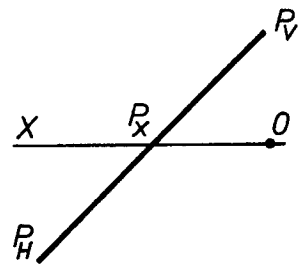


Рис. 2.28

3. На яких із рис. 2.29-2.34 зображена пряма AB , що не належить площині?

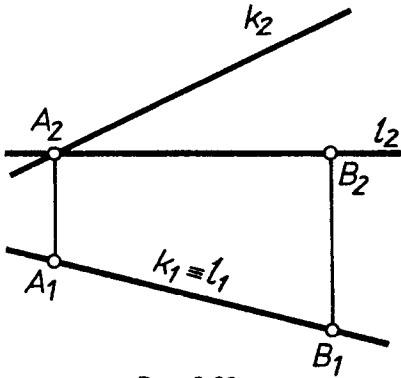


Рис. 2.29

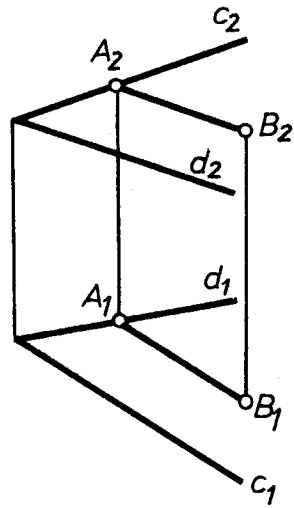


Рис. 2.33

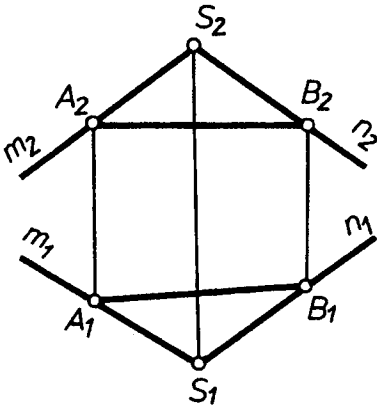


Рис. 2.30

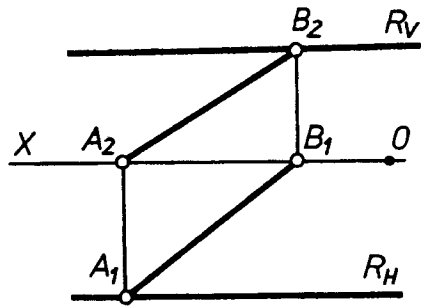


Рис. 2.34

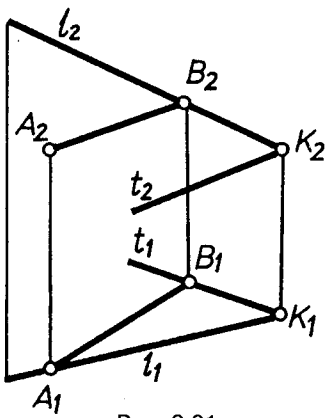


Рис. 2.31

4. На яких із рис. 2.35-2.41 зображена точка A , що належить площині?

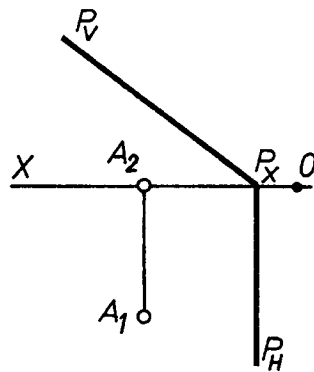


Рис. 2.35

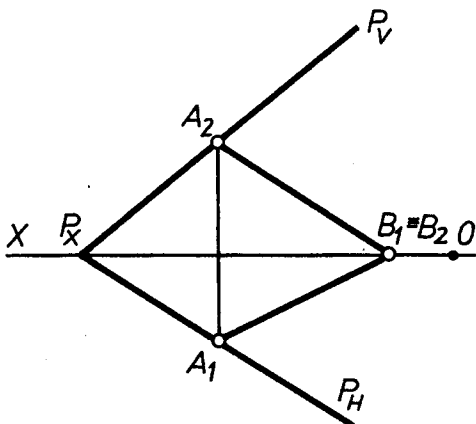


Рис. 2.32

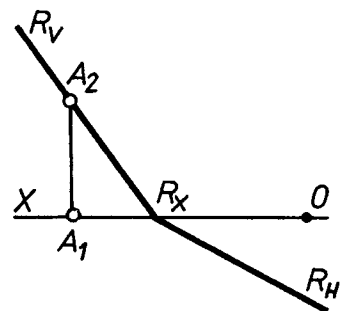


Рис. 2.36

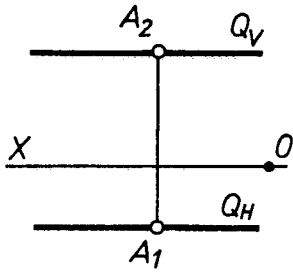


Рис. 2.37

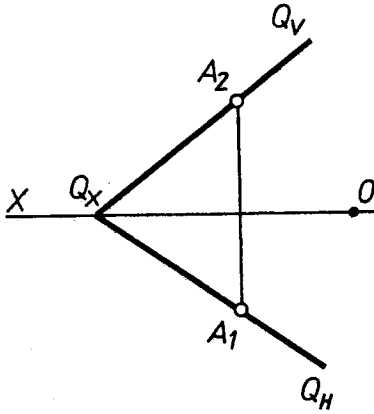


Рис. 2.38

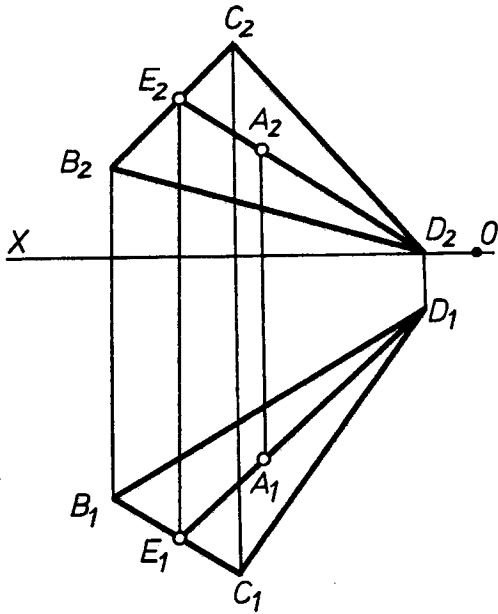


Рис. 2.39

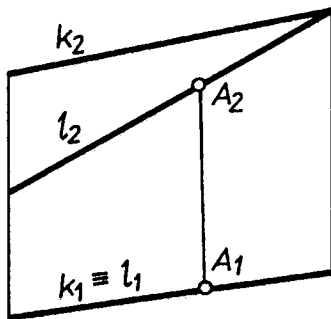


Рис. 2.40

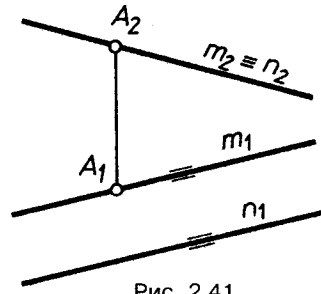


Рис. 2.41

5. Які з вказаних прямих, що лежать у площині, є горизонталіми цієї площини (рис. 2.42)?

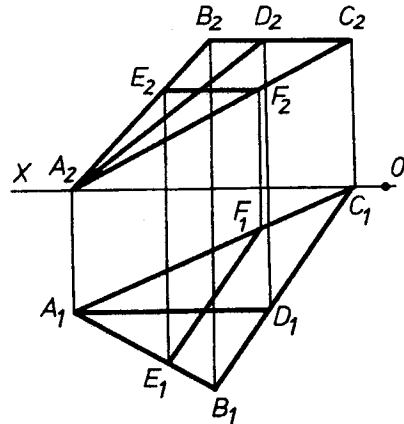


Рис. 2.42

6. Яка з вказаних прямих, що лежать у площині, є фронталлю цієї площини (рис. 2.43)?

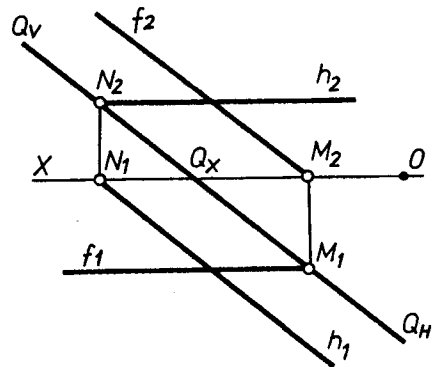


Рис. 2.43

7. Яка з вказаних прямих, що належать заданій площині, є лінією найбільшого нахилу площини до горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.44)?

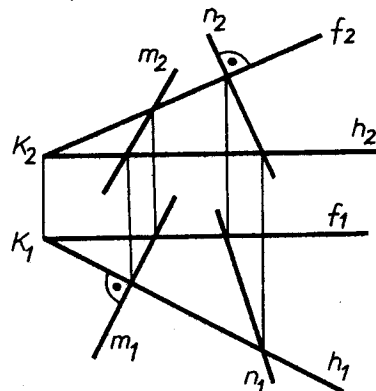


Рис. 2.44

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. У площині, заданій паралельними прямими l і t , провести довільну пряму (рис. 2.45).

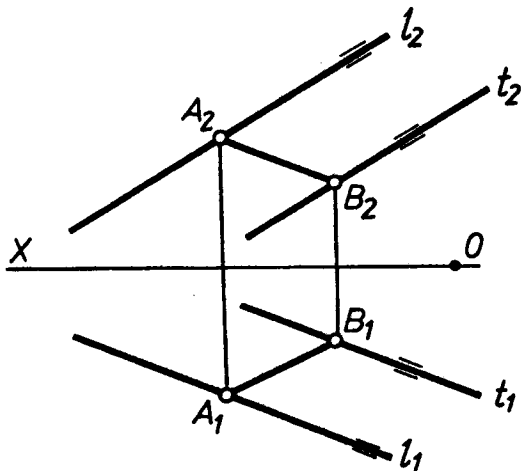


Рис. 2.45

Розв'язання. Задаємо на прямих l (l_1, l_2) і t (t_1, t_2) довільні точки A (A_1, A_2) і B (B_1, B_2). Проводимо через них пряму AB (A_1B_1, A_2B_2), яка належить площині, тому що проходить через дві точки цієї площини.

Приклад 2. Задано площину перетинними прямими l і t . Чи лежить пряма S у цій площині (рис. 2.46)?

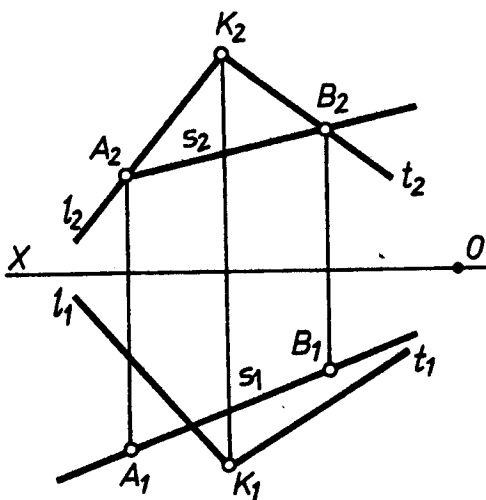


Рис. 2.46

Розв'язання. Позначимо точки перетину фронтальних проєкцій прямих l_2 і S_2 через A_2 і прямих t_2 і S_2 через B_2 . Будуємо їх горизонтальні проєкції — точки A_1 і B_1 на горизонтальній проєкції S_1 прямої S . Як бачимо, точки A (A_1, A_2) і B (B_1, B_2) прямої S у заданій площині не лежать. Отже, пряма S у площині ($l \cap t$) не лежить.

Приклад 3. Задано площину ($AB \parallel CD$) і горизонтальну проєкцію l_1 прямої l , яка лежить у цій площині. Знайти її фронтальну проєкцію (рис. 2.47).

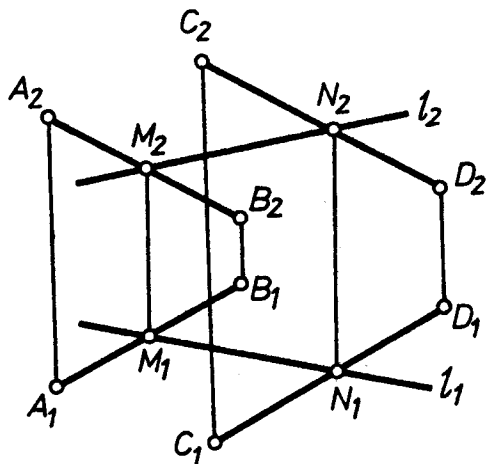


Рис. 2.47

Розв'язання. Позначимо точку перетину горизонтальних проєкцій A_1B_1 і l_1 через M_1 і точку перетину горизонтальних проєкцій C_1D_1 і l_1 через N_1 . Визначивши за точками M_1 і N_1 точки M_2 на A_2B_2 і N_2 на прямій C_2D_2 , проведемо шукану фронтальну проєкцію l_2 прямої через знайдені точки M_2 і N_2 .

Приклад 4. Задано площину прямою AB і точкою C та точку K (рис. 2.48). Чи лежить точка K в площині?

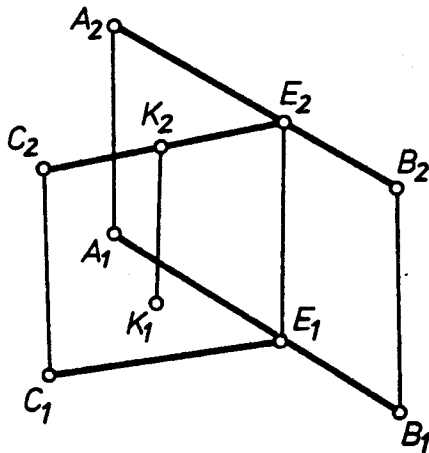


Рис. 2.48

Розв'язання. Проводимо через точки C_2 і K_2 фронтальну проєкцію допоміжної прямої до перетину з прямою A_2B_2 у точці E_2 . Знаходимо точку E_1 на прямій A_1B_1 і проводимо через точки C_1 і E_1 горизонтальну проєкцію C_1E_1 допоміжної прямої. Пряма CE (C_1E_1, C_2E_2) лежить у заданій площині, а, як бачимо з рис. 2.48, точка K (K_1, K_2) на цій прямій не лежить. Отже, точка K не лежить у заданій площині.

Приклад 5. Задано площину трикутником ABC і горизонтальну проєкцію K_1 точки K , що лежить у цій площині. Знайти фронтальну проєкцію K_2 точки K (рис. 2.49).

Розв'язання. Проводимо через точку K_1 довільну пряму l_1 , яка перетинає прямі A_1B_1 і B_1C_1 у точках 1_1 і 2_1 . Знаходимо точки 1_2 і 2_2 на прямих A_2B_2 і B_2C_2 і проводимо через них

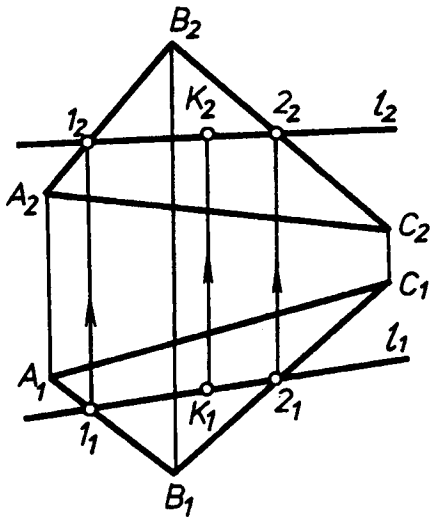


Рис. 2.49

фронтальну проекцію l_2 прямої l . Пряма l (l_1, l_2) належить заданій площині, оскільки проходить через дві точки (1 і 2) цієї площини. Для того щоб точка K (K_1, K_2) лежала у площині, будуємо точку K_2 на прямій l_2 .

Приклад 6. Побудувати сліди площини, заданої прямою AB і точкою C (рис. 2.50).

Розв'язання. Для того щоб побудувати фронтальний слід площини, потрібно мати дві точки цієї площини, які лежали б у фронтальній площині проекцій. Одна така точка C (C_1, C_2) вже задана. Другою точкою буде фронтальний слід N (N_1, N_2) прямої AB (A_1B_1, A_2B_2). Знаходимо точку N (N_1, N_2) і проводимо через точки N_2 і C_2 фронтальну проекцію шуканого фронтального сліду площини (позначимо цей слід, наприклад, P_V) до перетину з віссю проекцій у точці P_X . Горизонтальна проекція цього сліду збігається з віссю проекцій, тобто проходить через точки N_1 і C_1 . Як звичайно, ця проекція на епюрі не позначається. Знайшовши горизонтальний слід M (M_1, M_2) прямої AB , проведемо через точки M_1 і P_X горизонтальну проекцію шуканого горизонтального сліду P_H заданої площини. Фронтальна проекція цього сліду збігається з віссю проекцій; ця проекція на епюрі, як звичайно, не позначається.

Приклад 7. Побудувати сліди площини, заданої двома перетинними прямими AB і CD (рис. 2.51).

Рис. 2.50

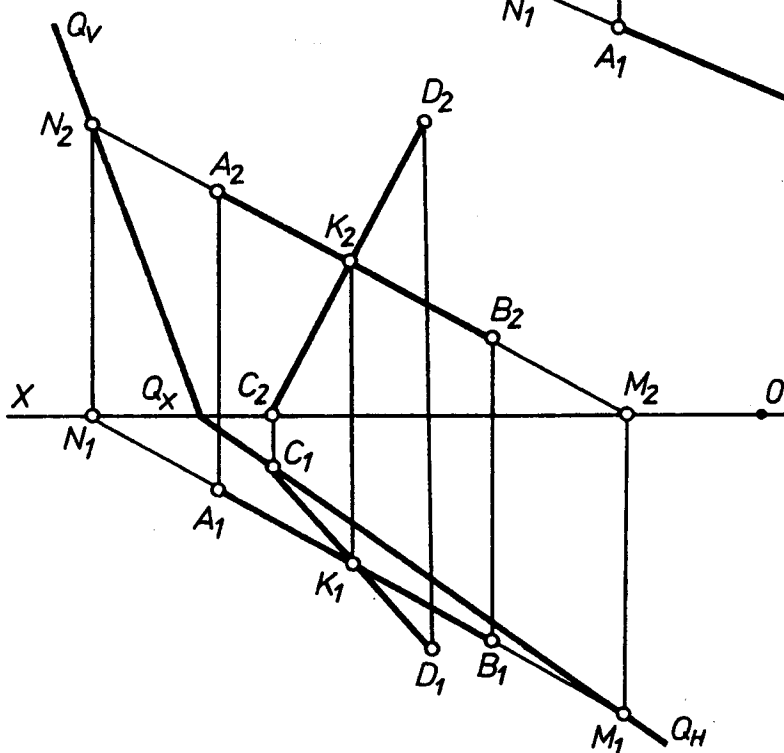
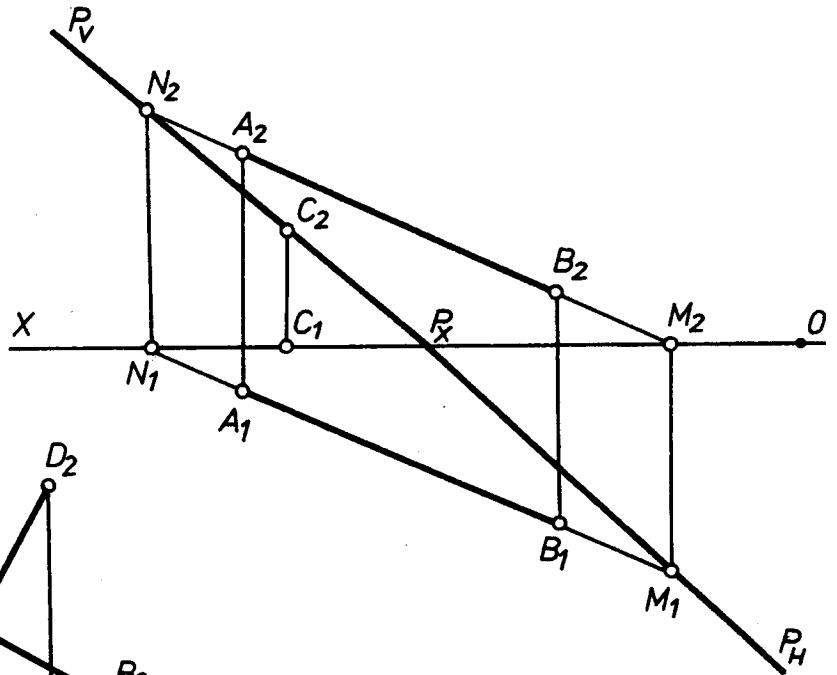


Рис. 2.51

Розв'язання. Знаходимо горизонтальний слід $M (M_1, M_2)$ прямої $AB (A_1B_1, A_2B_2)$. Горизонтальним слідом прямої $CD (C_1D_1, C_2D_2)$ є точка $C (C_1, C_2)$. Тому через точки M_1 і C_1 проводимо горизонтальний слід площини, наприклад Q_x . Цей слід перетинає вісь проєкцій у точці Q_x . Знайшовши фронтальний слід $N (N_1, N_2)$ прямої AB , проведемо через точки N_2 і Q_x фронтальний слід Q_v заданої площини. Якщо фронтальний слід Q_v заданої площини проходить через фронтальний слід прямої CD , задача розв'язана правильно.

Приклад 8. Чи лежить пряма AB у площині P (рис. 2.52)?

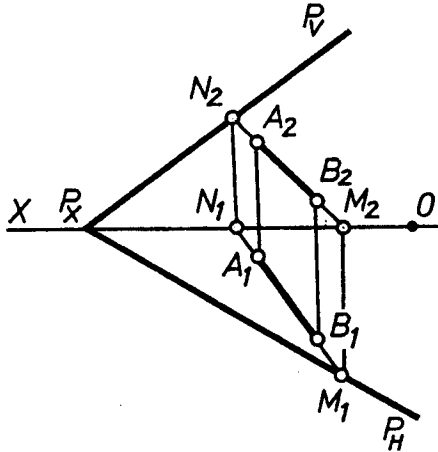


Рис. 2.52

Розв'язання. Будемо горизонтальний $M (M_1, M_2)$ і фронтальний $N (N_1, N_2)$ сліди прямої AB . Сліди заданої прямої AB лежать на однойменних слідах площини. Отже, пряма AB лежить у площині P .

Приклад 9. Чи лежить пряма AB у профільно-проєкційній площині Q (рис. 2.53)?

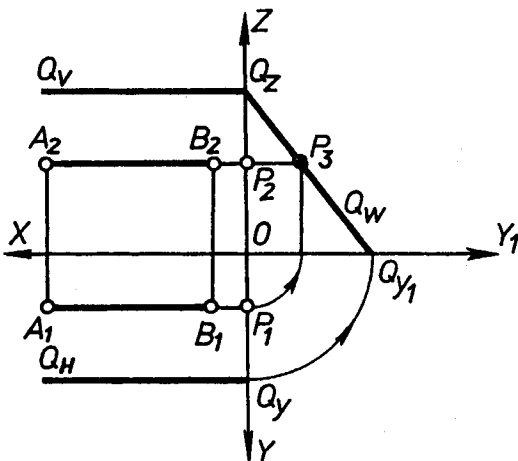


Рис. 2.53

Розв'язання. Оскільки задана пряма AB — профільно-проєкційна, то вона має єдиний профільний слід. Будемо слід прямої і профільний слід заданої площини. Профільний слід P_3 прямої лежить на профільному сліді Q_w площини. Отже, пряма AB лежить у площині Q .

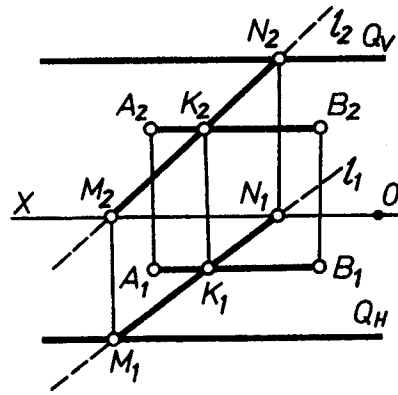


Рис. 2.54

Цю задачу можна розв'язати без профільної площини проєкцій (рис. 2.54). Вибираємо на прямій $AB (A_1B_1, A_2B_2)$ довільну точку $K (K_1, K_2)$ і проводимо через неї допоміжну пряму $l (l_1, l_2)$. Будуємо горизонтальний M і фронтальний N сліди цієї прямої. Як бачимо з рис. 2.54, горизонтальний слід $M (M_1, M_2)$ лежить на горизонтальному сліді площини Q_v , а фронтальний слід N — на фронтальному сліді площини Q_v . Отже, пряма l лежить у площині Q . Таким чином, пряма AB проходить через точку K , що лежить у площині, тому пряма AB належить площині Q .

Приклад 10. У площині R провести довільну пряму, яка проходила б через другу, першу і четверту чверті простору (рис. 2.55).

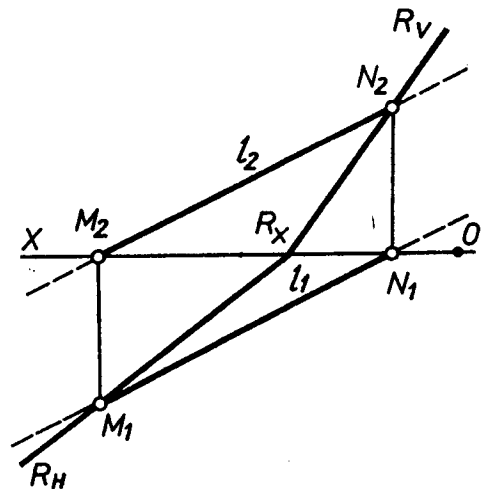


Рис. 2.55

Розв'язання. Довільна пряма, що проходить через другу, першу і четверту чверті простору, має горизонтальний слід у передній півплощині горизонтальної площини проєкцій і фронтальний слід у верхній півплощині фронтальної площини проєкцій, які на епюрі розташовуються так: фронтальний — над віссю проєкцій, а горизонтальний — під нею.

На горизонтальному сліду R_v площини задаємо точку-слід $M (M_1, M_2)$, а на фронтальному сліду R_v — точку-слід $N (N_1, N_2)$ і проводимо проєкції шуканої прямої: горизонтальну — через точки M_1 і N_1 , фронтальну — через точки M_2 і N_2 .

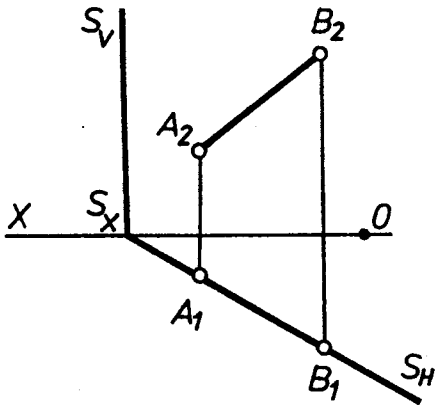


Рис. 2.56

Приклад 11. Через пряму AB провести горизонтально-проекційну площину S (рис. 2.56).

Розв'язання. Горизонтальна проекція довільної прямої, що лежить у горизонтально-проекційній площині, збігається з горизонтальним слідом площини, і навпаки — горизонтальний слід S_H площини, в якій лежить довільна пряма, збігається з горизонтальною проекцією A_1B_1 заданої прямої. Отже, продовжуємо горизонтальну проекцію A_1B_1 прямої до перетину з віссю проекцій у точці S_x і через неї проводимо фронтальний слід S_V площини — перпендикулярно до осі проекцій.

Приклад 12. У площині, заданій прямою AB і точкою C , провести горизонталь на відстані 20 мм від горизонтальної площини проекцій (рис. 2.57).

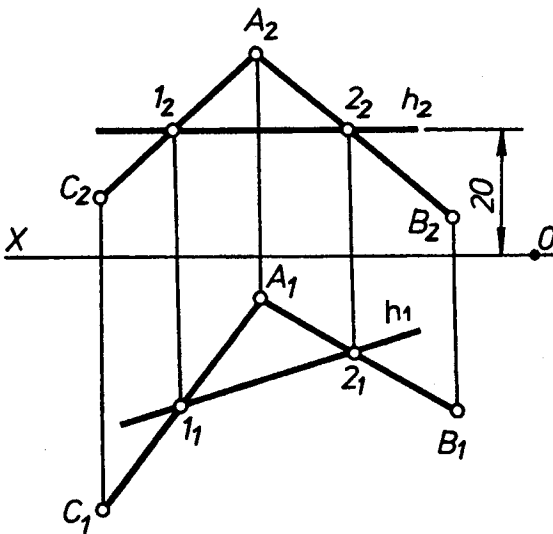


Рис. 2.57

Розв'язання. Від задання площини прямою і точкою перейдемо до задання площини двома перетинними прямими AB і AC . Потім на відстані 20 мм від осі проекцій проводимо паралельну їй фронтальну проекцію h_2 горизонталі, яка перетинає прямі A_2C_2 і A_2B_2 в точках 1_2 і 2_2 . Далі знаходимо точки 1_1 і 2_1 на прямих A_1C_1 і A_1B_1 і через них проводимо горизонтальну проекцію h_1 горизонталі.

Приклад 13. У площині, заданій двома паралельними прямими AB і CD , провести фронталь на відстані 15 мм від фронтальної площини проекцій (рис. 2.58).

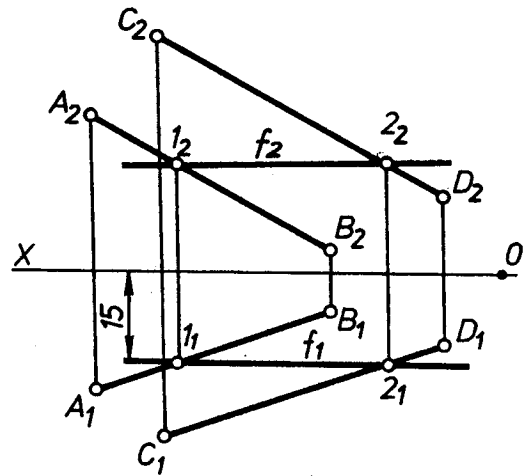


Рис. 2.58

Розв'язання. Проводимо на відстані 15 мм від осі проекцій паралельну їй горизонтальну проекцію f_1 фронталі, яка перетинає прямі A_1B_1 і C_1D_1 у точках 1_1 і 2_1 . Потім знаходимо точки 1_2 і 2_2 на прямих A_2B_2 і C_2D_2 і проводимо через них фронтальну проекцію f_2 фронталі.

Приклад 14. У площині, заданій перетинними прямими AB і BC , провести лінію найбільшого нахилу до площини проекцій H (рис. 2.59).

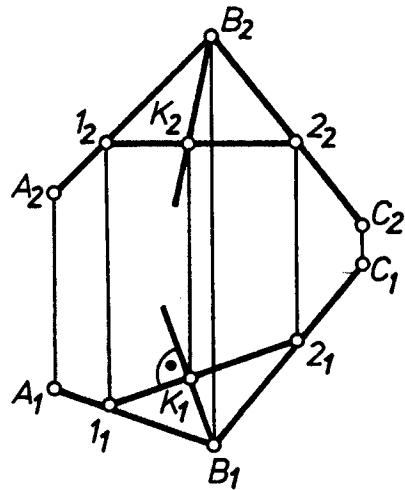


Рис. 2.59

Розв'язання. Проводимо довільну горизонталь площини 12 ($1_1, 2_1$, $1_2, 2_2$). Оскільки лінія найбільшого нахилу до горизонтальної площини проекцій повинна бути перпендикулярна до цієї горизонталі, то, наприклад, через точку B (B_1 , B_2) проводимо її горизонтальну проекцію B_1K_1 перпендикулярно до горизонтальної проекції $1_1, 2_1$ горизонталі (ця побудова ґрунтується на теоремі проєкціювання прямого кута, одна сторона якого паралельна площині проєкцій H). За горизонталь-

ною проекцією B_1K_1 лінії найбільшого нахилу до горизонтальної площини проєкцій знаходимо її фронтальну проєкцію B_2K_2 .

Приклад 15. Задано площину T і фронтальну проєкцію A_2 точки A , що лежить у цій площині. Знайти її горизонтальну проєкцію A_1 (рис. 2.60).

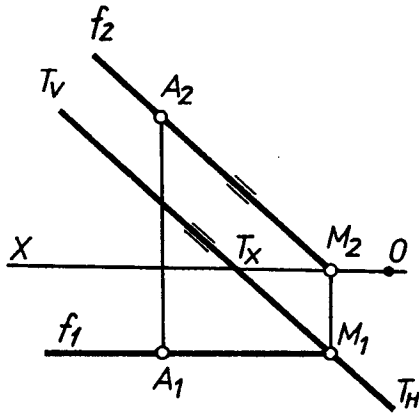


Рис. 2.60

Розв'язання. Використовуємо побудову фронталі. Проводимо через фронтальну проєкцію A_2 точки фронтальну проєкцію фронталі f_2 паралельно фронтальному слідові T_V площини до перетину з віссю проєкцій у точці M_2 . За точкою M_2 знаходимо на горизонтальному сліду T_H площини точку M_1 і проводимо через неї горизонтальну проєкцію фронталі f_1 паралельно осі проєкцій. За точкою A_2 знаходимо точку A_1 на горизонтальній проєкції фронталі.

Для розв'язання можна використовувати горизонталь площини.

Приклад 16. Задано горизонтальний слід P_H площини P і точку A , що лежить у цій площині. Знайти фронтальний слід P_V площини (рис. 2.61).

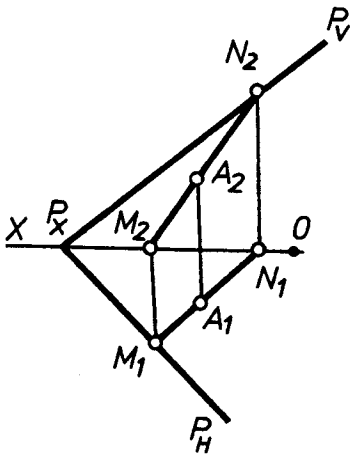


Рис. 2.61

Розв'язання. Оскільки задана площина — довільного положення, то скористаємося якою-небудь допоміжною прямою. Проводимо в площині P через горизонтальну проєкцію A_1 точки горизонтальну проєкцію M_1N_1

допоміжної прямої і за нею знаходимо її фронтальну проєкцію M_2N_2 . Шуканий фронтальний слід P_V площини проводимо через точки N_2 і P_X .

У розв'язанні використовується горизонталь (рис. 2.62) або фронталь (рис. 2.63).

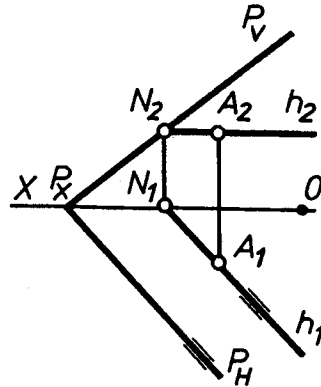


Рис. 2.62

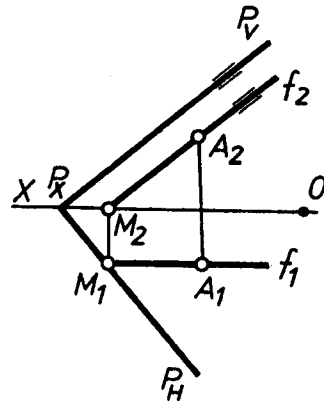


Рис. 2.63

Приклад 17. Задано площину трикутником ABC . Побудувати в цій площині точку K на відстані 20 мм від горизонтальної площини проєкцій і 15 мм — від фронтальної (рис. 2.64).

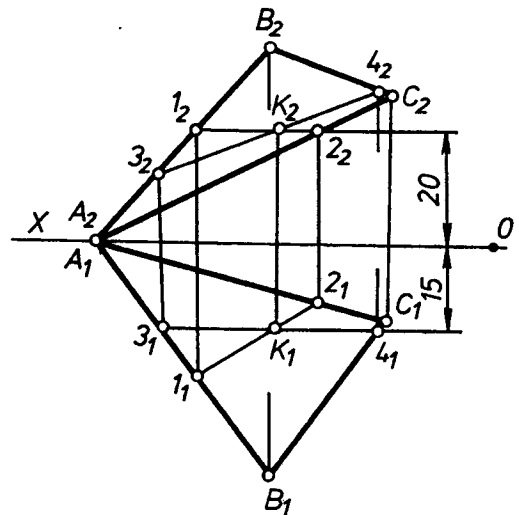


Рис. 2.64

Розв'язання. Геометричним місцем точок, що належать площині й віддалені на 20 мм від площини проєкцій H , буде горизонталь цієї площини, побудована на відстані 20 мм від горизонтальної площини проєкцій: спочатку проведено фронтальну проєкцію $1_2 2_2$ горизонталі на відстані 20 мм паралельно осі проєкцій, далі побудовано її горизонтальну проєкцію $1_1 2_1$. Геометричним місцем точок, що належать площині й віддалені на 15 мм від фронтальної площини проєкцій, буде фронталь цієї площини, проведена на відстані 15 мм від площини проєкцій V : спочатку проведено горизонтальну проєкцію $3_1 4_1$ фронталі на відстані 15 мм паралельно осі проєкцій, далі побудовано її фронтальну проєкцію $3_2 4_2$. Точка перетину горизонталі 12 і фронталі 34 — точка $K(K_1, K_2)$, яка і буде шуканою точкою.

ЗАДАЧІ

- Перелічити назви площин та записати символічно, якими елементами задана кожна з них (рис. 2.65–2.70).
- Побудувати на епюрі:
 - горизонтально-проєкційну площину, задану двома перетинними прямими;
 - фронтально-проєкційну площину, задану двома паралельними прямими;
 - горизонтальну площину, задану прямою і точкою;
 - фронтальну площину, задану трикутником ABC ;
 - профільно-проєкційну площину, задану трьома точками;
 - профільну площину, задану трикутником KMN .
- Задати слідами довільну горизонтально-проєкційну площину. Визначити кут нахилу цієї площини до фронтальної площини проєкцій.
- Задати слідами фронтально-проєкційну площину. Визначити кут нахилу цієї площини до горизонтальної площини проєкцій.
- Задати слідами площину, паралельну горизонтальній площині проєкцій, яка проходить: а) через першу і другу чверті; б) через третю і четверту чверті.
- Задати слідами площину, паралельну фронтальній площині проєкцій, яка проходить: а) через першу й четверту чверті; б) через другу і третю чверті.
- Задати слідами профільно-проєкційну площину, яка проходить через: а) другу, першу й четверту чверті; б) першу, другу і третю чверті; в) першу, четверту і третю чверті.
- Задати площину, яка проходить через вісь проєкцій і через: а) першу і третю чверті; б) другу й четверту чверті.
- Що на епюрі характерне для точок, ліній, плоских фігур, які лежать:
 - у горизонтально-проєкційній площині;
 - у фронтально-проєкційній площині;
 - у профільно-проєкційній площині?
- У площині P взяти точку A , віддалену від площини проєкцій H на 25 мм (рис. 2.71).
- У площині T взяти довільний відрізок (рис. 2.72).
- У горизонтально-проєкційній площині S побудувати довільний трикутник ABC (рис. 2.73).
- Побудувати горизонтальну проєкцію прямої l , що належить площині $(a \cap b)$ (рис. 2.74).
- Визначити, чи лежать точки A, B, C, D в одній площині (рис. 2.75)?
- Побудувати проєкції l_1 та t_2 прямих l і t , які лежать у площині трикутника ABC (рис. 2.76).
- Визначити відсутні проєкції точок M і N за умови, що точки належать заданій площині P (рис. 2.77).
- Знайти горизонтальні проєкції точок E і F , які належать площині, заданій трикутником ABC (рис. 2.78).
- Задана горизонтальна проєкція трикутника ABC , що лежить у площині, заданій паралельними прямими l і t . Знайти його фронтальну проєкцію (рис. 2.79).
- Побудувати горизонтальну проєкцію плоского п'ятикутника (рис. 2.80).
- Провести через точку $A(-20, -30, 0)$ горизонтально-проєкційну площину P , яка нахилена до фронтальної площини проєкцій під кутом 45° .
- Провести через точку $B(30, -20, 0)$ фронтально-проєкційну площину з кутом нахилу до горизонтальної площини проєкцій 30° .
- Провести через точку $C(-20, 30, 0)$ профільно-проєкційну площину, яка утворює з площиною проєкцій H кут 30° , а з площиною проєкцій V — кут 45° .
- Побудувати сліди площини P , яка проходить через пряму AB , за умови, що площина:
 - горизонтально-проєкційна (рис. 2.81, 2.82);
 - фронтально-проєкційна (рис. 2.83, 2.84);
- Знайти сліди площини, заданої:
 - двома перетинними прямими AB і CD (рис. 2.85);
 - двома паралельними прямими l і t (рис. 2.86);
 - прямою AB і точкою C (рис. 2.87);
 - прямою AB і точкою C (рис. 2.88).
- Побудувати горизонтальну проєкцію прямої AB , що належить площині P (рис. 2.89).
- Визначити відсутні проєкції точок A і B , що лежать у площині (рис. 2.90–2.93).
- Визначити відсутній слід площини P , яка задана одним слідом і точкою, що лежить у цій площині (рис. 2.94–2.96).

28. У площині довільного положення P провести горизонталь на відстані 20 мм від площини проєкцій H (рис. 2.97).

29. У площині, заданій паралельними прямими l і t , провести фронталь на відстані 15 мм від площини проєкцій V (рис. 2.98).

30. Побудувати у площині P геометричне місце точок, віддалених від фронтальної площини проєкцій на 15 мм (рис. 2.99).

31. Побудувати у площині, заданій трикутником ABC , геометричне місце точок, віддалених від горизонтальної площини проєкцій на 20 мм (рис. 2.100).

32. У площині загального положення P провести фронталь на відстані 20 мм від фронтальної площини проєкцій, знайти на фронталі точку A на відстані 15 мм від горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.101).

33. У площині загального положення P знайти точку A , віддалену від площин проєкцій H і V на 25 мм (рис. 2.102).

34. Побудувати в площині P точку A з такими координатами: $Y_A = 15$ мм; $Z_A = 25$ мм (рис. 2.103).

35. У площині, заданій трикутником ABC , побудувати точку K з координатами: $Y_K = 20$ мм; $Z_K = 30$ мм (рис. 2.104).

36. У площинах P (рис. 2.105, 2.106) провести горизонталь на відстані 20 мм від площини проєкцій H та фронталь на відстані 30 мм від площини проєкцій V .

37. Добудувати фронтальну проєкцію трикутника ABC , який належить площині P (рис. 2.107).

38. За заданою фронтальною проєкцією $A_2B_2C_2$ трикутника ABC , що належить площині P , побудувати його горизонтальну проєкцію (рис. 2.108).

39. За заданою горизонтальною проєкцією $A_1B_1C_1$ трикутника ABC , який належить площині P , побудувати його фронтальну проєкцію (рис. 2.109).

40. За заданою фронтальною проєкцією $A_2B_2C_2$ трикутника ABC , що належить осьовій площині P , побудувати його горизонтальну проєкцію (рис. 2.110).

41. Побудувати фронтальний слід площини P за умови, що точка A належить цій площині (рис. 2.111).

42. Побудувати фронтальну проєкцію фронталі f , яка лежить у профільно-проєкційній площині Q (рис. 2.112).

43. Побудувати через точку A , що належить площині P , лінію найбільшого нахилу цієї площини до горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.113).

44. Побудувати лінію найбільшого нахилу заданої площини ($l \parallel t$) до фронтальної площини проєкцій (рис. 2.114).

45. Побудувати сліди площини, яка задана відрізком AB лінії найбільшого нахилу до горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.115).

46. Визначити кут нахилу довільної площини P до горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.116).

47. Визначити кут нахилу площини, заданої трикутником ABC , до фронтальної площини проєкцій (рис. 2.117).

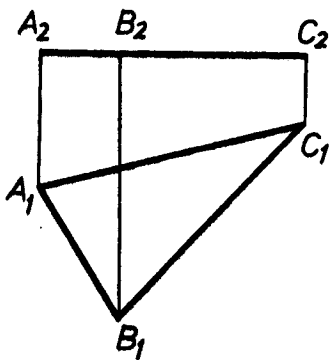


Рис. 2.65

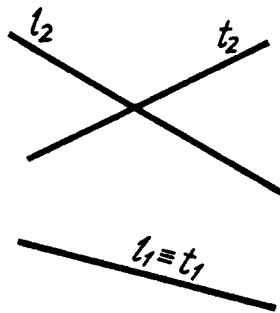


Рис. 2.66

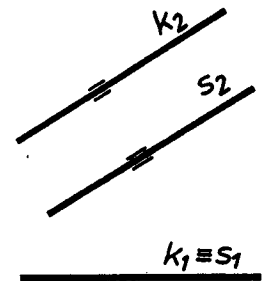


Рис. 2.67

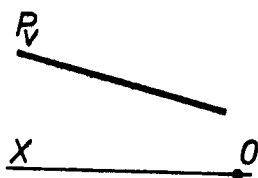


Рис. 2.68

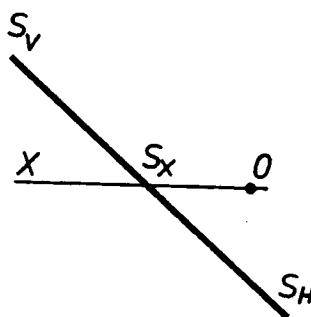


Рис. 2.69

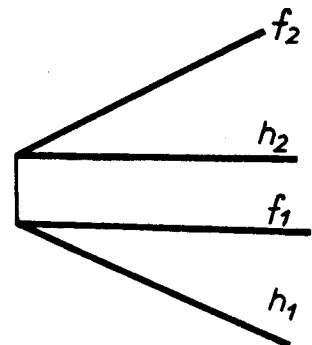


Рис. 2.70

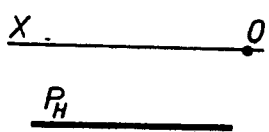


Рис. 2.71

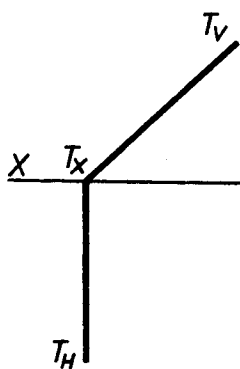


Рис. 2.72

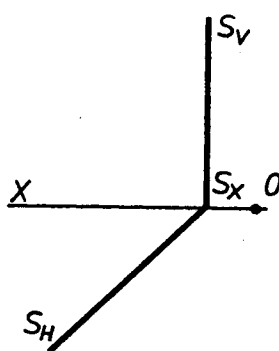


Рис. 2.73

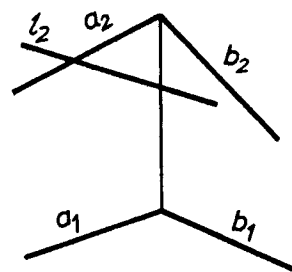


Рис. 2.74

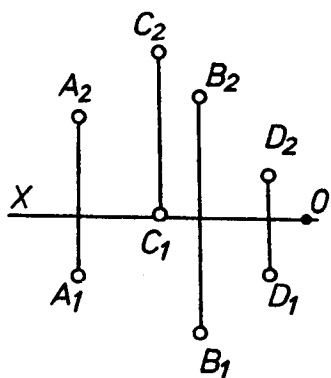


Рис. 2.75

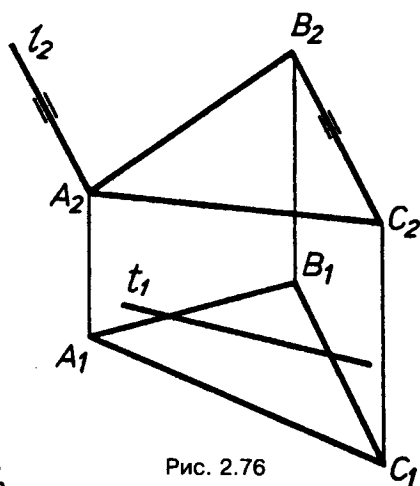


Рис. 2.76

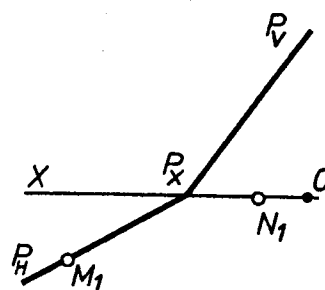


Рис. 2.77

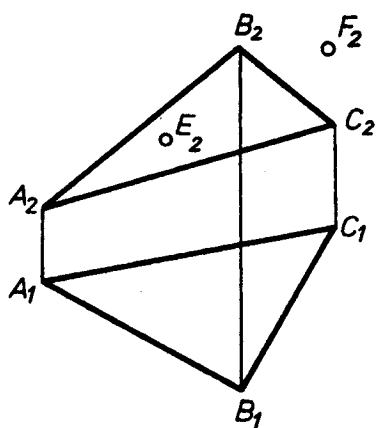


Рис. 2.78

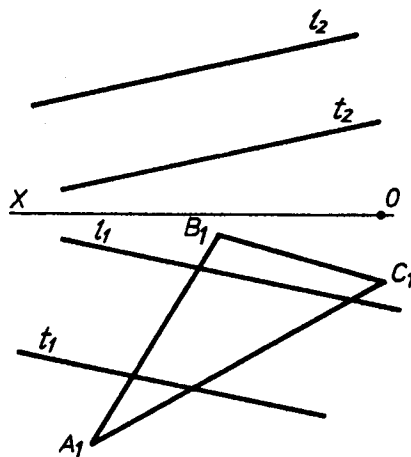


Рис. 2.79

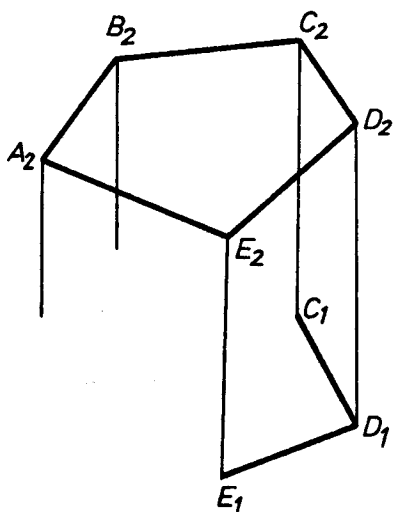


Рис. 2.80

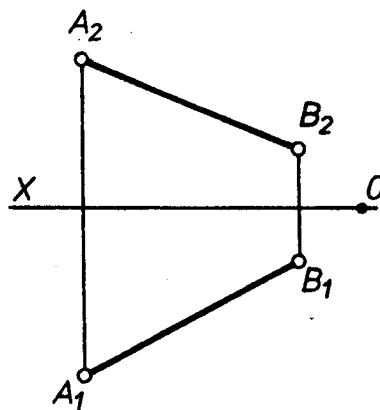


Рис. 2.81

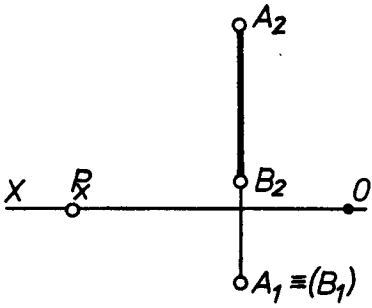


Рис. 2.82

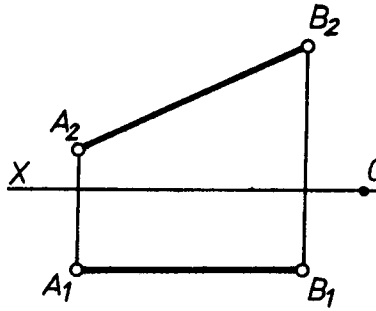


Рис. 2.83

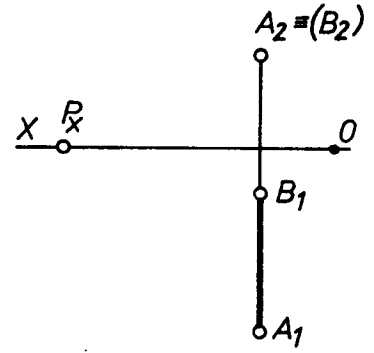


Рис. 2.84

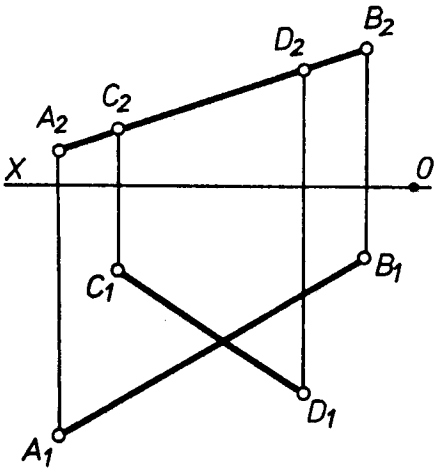


Рис. 2.85

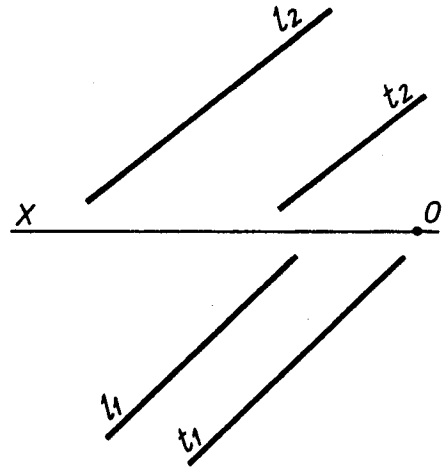


Рис. 2.86

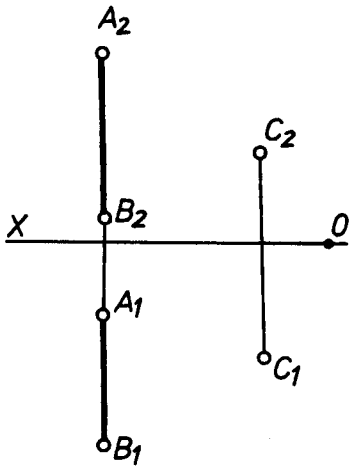


Рис. 2.87

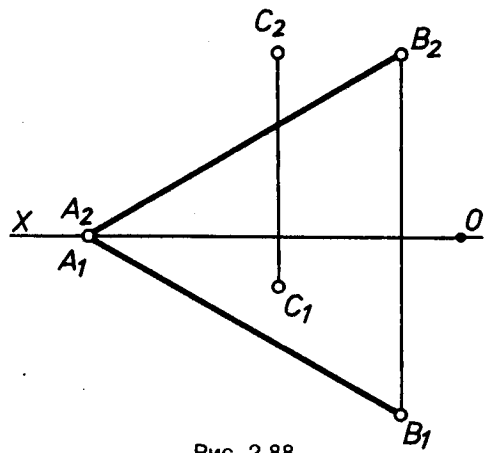


Рис. 2.88

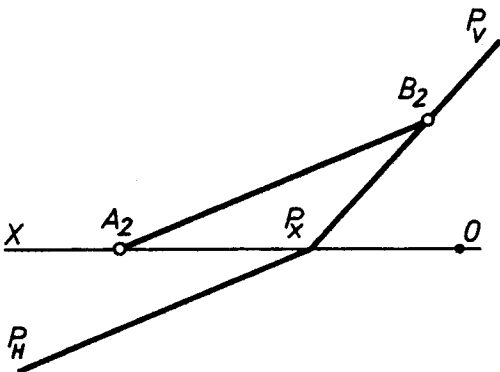


Рис. 2.89

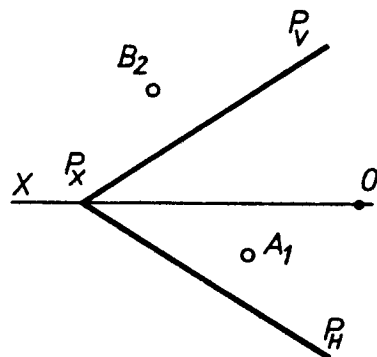


Рис. 2.90

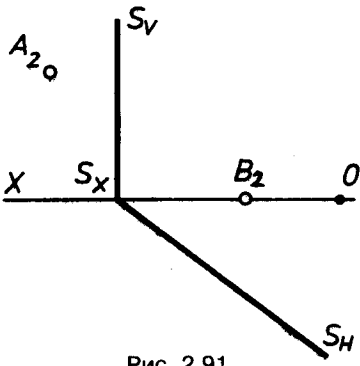


Рис. 2.91

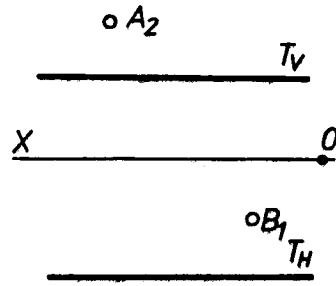


Рис. 2.92

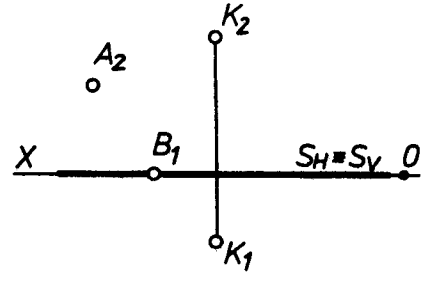


Рис. 2.93

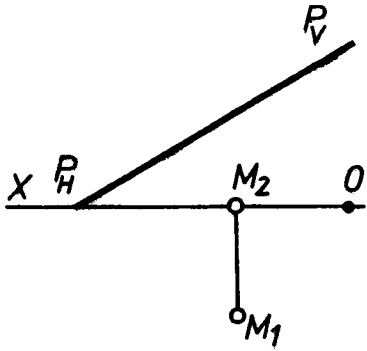


Рис. 2.94

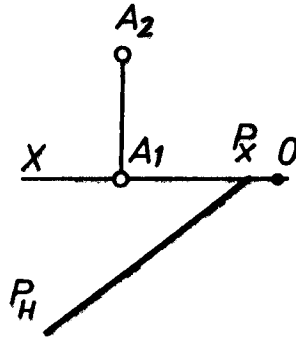


Рис. 2.95

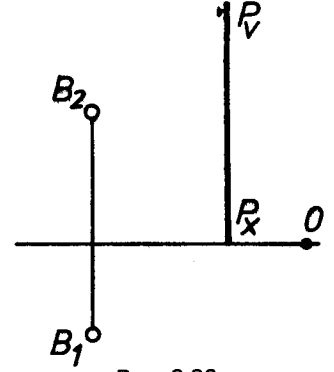


Рис. 2.96

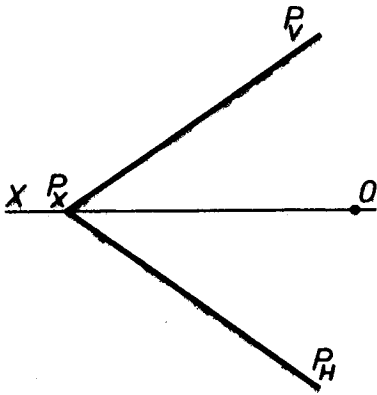


Рис. 2.97

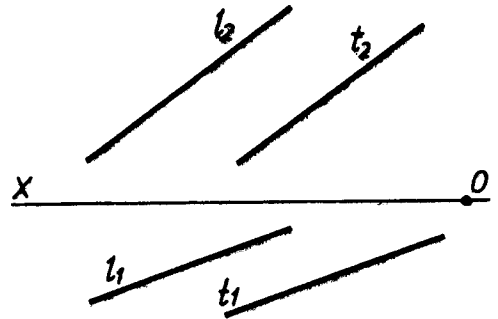


Рис. 2.98

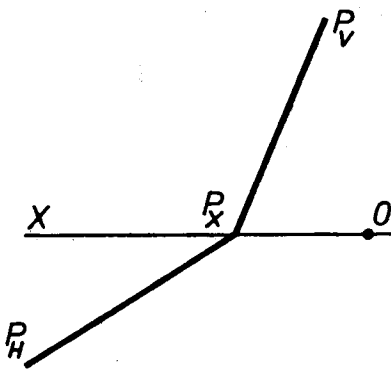


Рис. 2.99

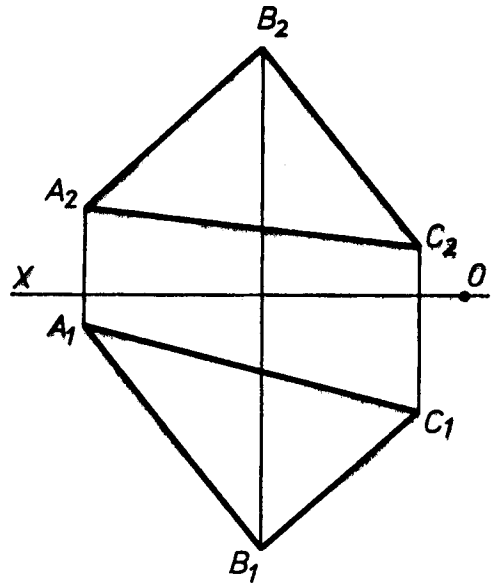


Рис. 2.100

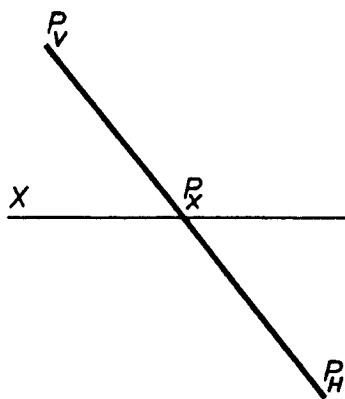


Рис. 2.101

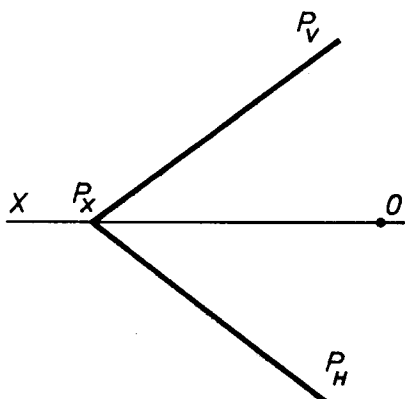


Рис. 2.102

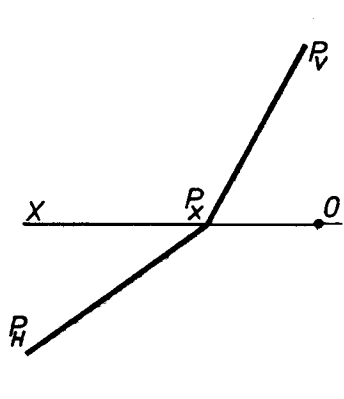


Рис. 2.103

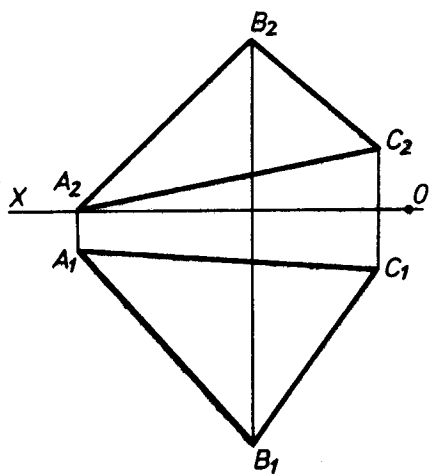


Рис. 2.104

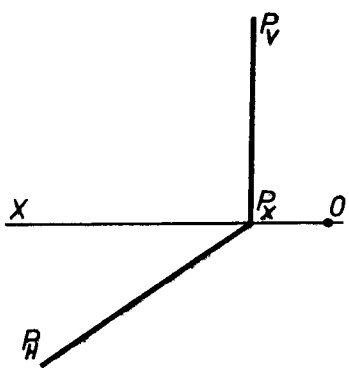


Рис. 2.105

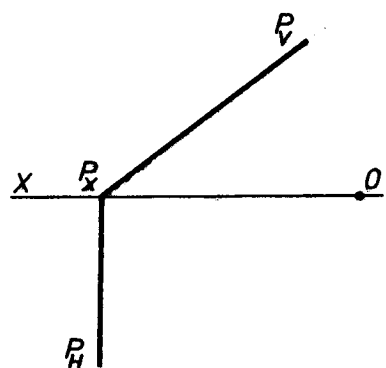


Рис. 2.106

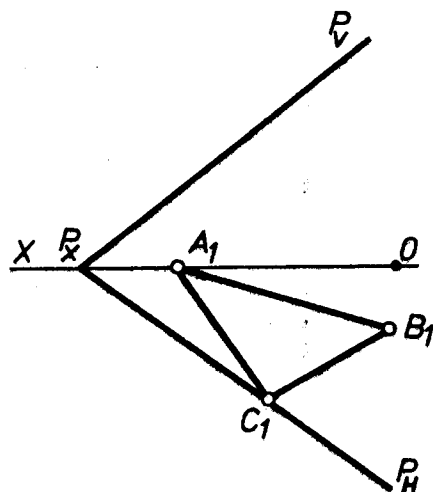


Рис. 2.107

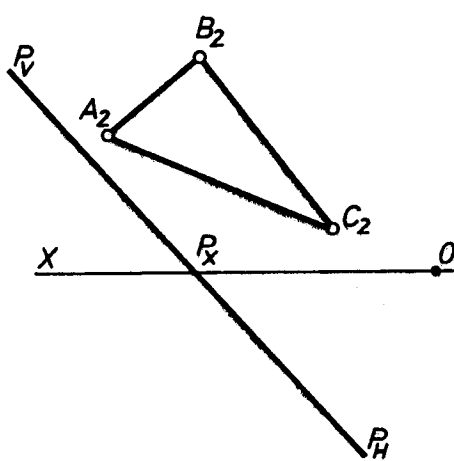


Рис. 2.108

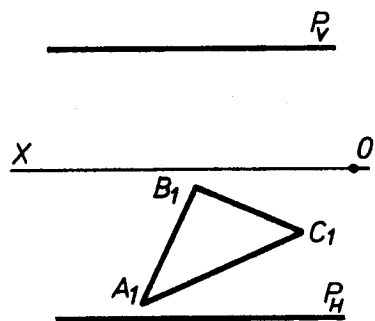


Рис. 2.109

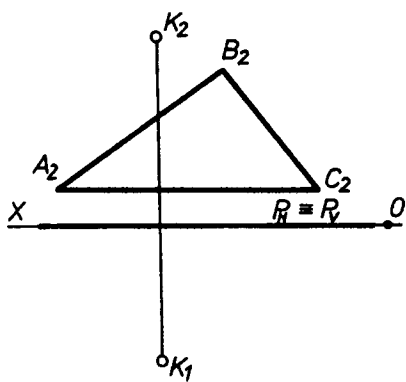


Рис. 2.110

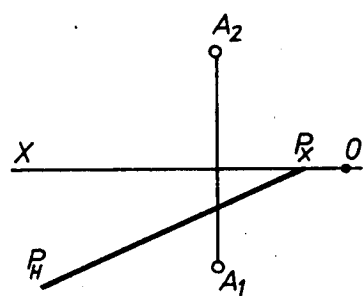


Рис. 2.111

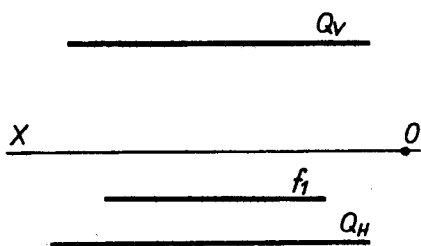


Рис. 2.112

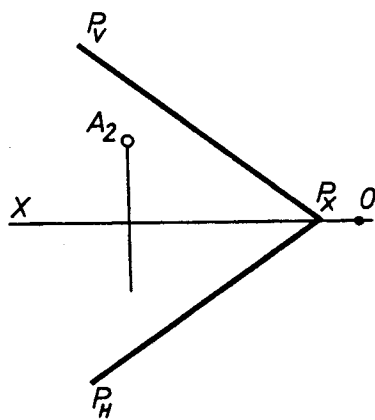


Рис. 2.113

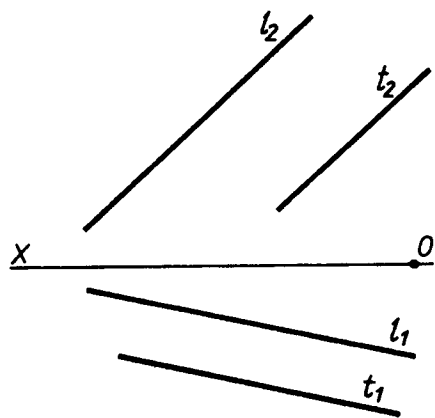


Рис. 2.114

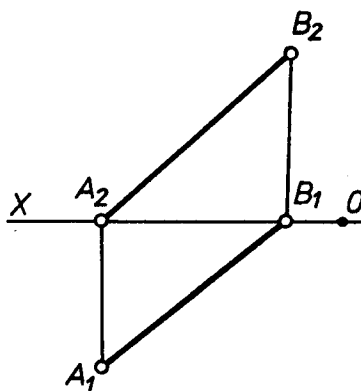


Рис. 2.115

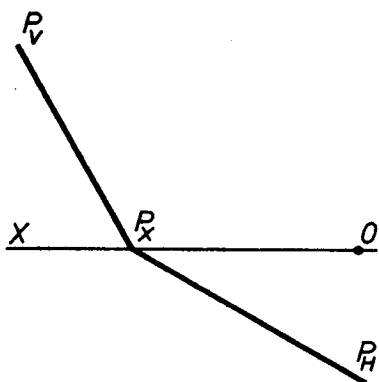


Рис. 2.116

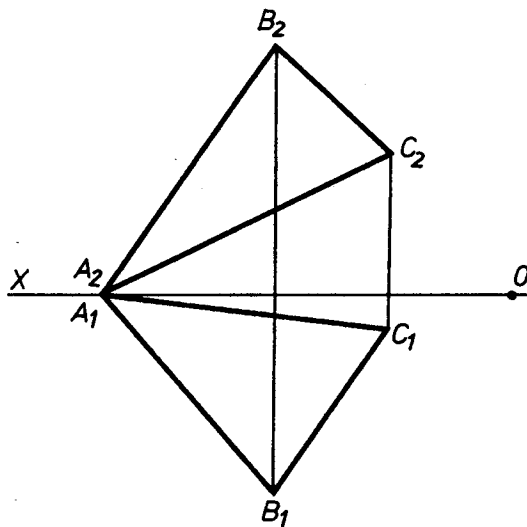


Рис. 2.117

2.5. Перетин площин, заданих слідами

1. Оскільки дві площини перетинаються по прямій лінії, то для її побудови досить визначити:

- а) дві точки, які одночасно належать обом площинам;
- б) одну спільну точку і напрям лінії перетину.

2. Якщо площини задані своїми слідами, лінія перетину визначається точками перетину однойменних слідів площин.

На рис. 2.118 задані дві площини P і Q , однойменні сліди яких перетинаються в точках M і N . Очевидно, що ці точки будуть спільні для обох площин, тому лінія MN (M_1N_1, M_2N_2) є лінією перетину заданих площин.

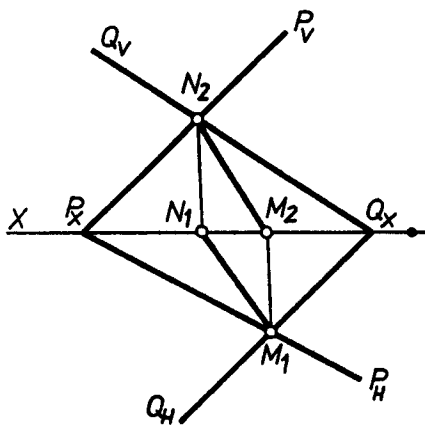


Рис. 2.118

3. Якщо хоча б одна пара однойменних слідів перетинається, то площини перетинаються.

4. Залежно від розташування у просторі перетинних площин лінія їх перетину може мати в системі H, V два сліди (горизонтальний і фронтальний), один (горизонтальний чи фронтальний) або не мати жодного. Якщо пряма перетину має два сліди, то це — або пряма довільного положення, або профільна пряма, або пряма, яка перетинає вісь проєкцій. Якщо пряма перетину має один горизонтальний слід, то ця пряма паралельна фронтальній площині проєкцій (фронталь); якщо пряма перетину має один фронтальний слід, то вона паралельна горизонтальній площині проєкцій (горизонталь). Якщо пряма перетину має один профільний слід, то ця пряма паралельна осі проєкцій.

5. Для побудови лінії перетину площин, одна пара однойменних слідів яких не перетинається в межах креслення, використовують площину-посередник. Якщо ж обидві пари однойменних слідів не перетинаються в межах креслення, то використовують дві площини-посередники. За допомогою таких площин визначається напрям лінії перетину.

2.6. Перетин прямої з площиною

1. Для побудови точки перетину прямої з площиною загального положення необхідно (рис. 2.119, 2.120):

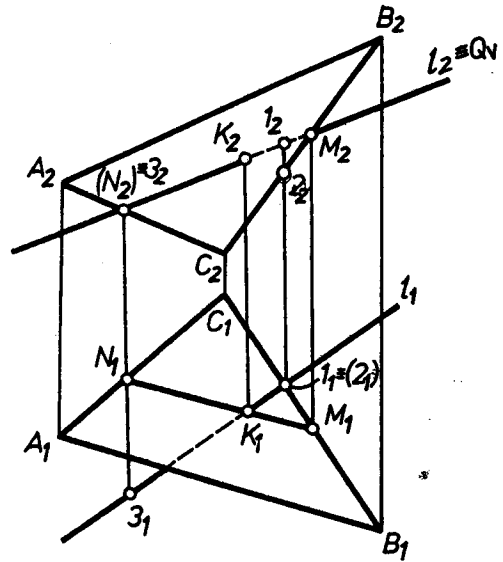


Рис. 2.119

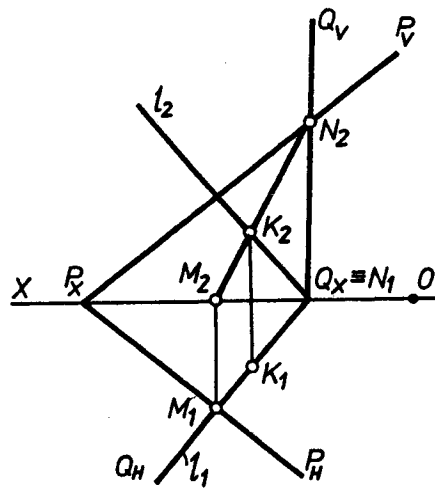


Рис. 2.120

а) через задану пряму l (l_1, l_2) провести деяку допоміжну площину Q ;

б) побудувати пряму MN (M_1N_1, M_2N_2) перетину заданої площини з допоміжною;

в) визначити положення точки K (K_1, K_2) перетину прямих: заданої l і побудованої MN .

2. При побудові точки перетину прямої з площиною особливого положення побудова спрощується, оскільки одна з проєкцій точки перетину міститься на прямій, у вигляді якої площина проєкціюється на ту чи іншу площину проєкцій. На рис. 2.121 побудовано точку перетину K (K_1, K_2) прямої l з горизонтально-проєкційною площиною ($\triangle ABC$).

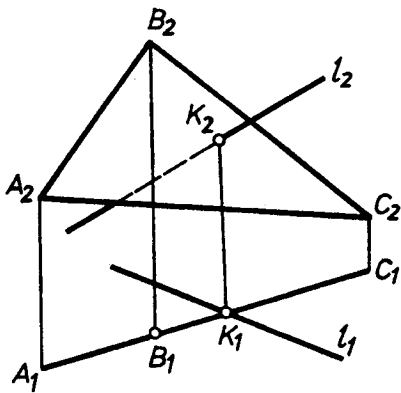


Рис. 2.121

наються по прямій MN . Використано допоміжну площину T , яка перетинається з площинами P і Q відповідно по прямих a і b , та допоміжну площину R , яка перетинається з площинами P і Q відповідно по прямих c і d .

Запитання для самоперевірки

1. Якою буде лінія перетину двох площин, якщо одна з них горизонтальна?
2. На якому з креслень (рис. 2.124–2.126) лінією перетину двох площин буде пряма довільного положення; горизонтальна пряма?

2.7. Перетин двох площин довільного положення

Задачу на перетин двох площин довільного положення розв'язують двома способами:

1) побудувати точки перетину двох прямих однієї площини з іншою площиною, тобто двічі використати алгоритм пошуку точки перетину прямої з площиною. На рис. 2.122 площина, задана трикутником ABC , перетинається з площиною P по прямій MN ;

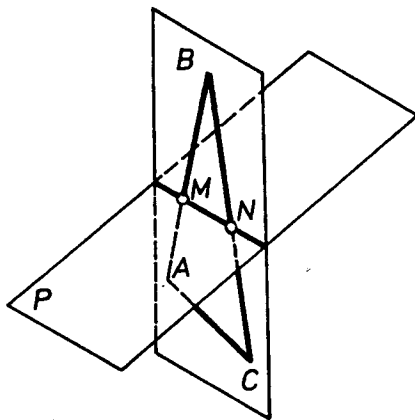


Рис. 2.122

2) використавши дві допоміжні січні площини особливого положення, побудувати лінії їх перетину з заданими площинами. Дві відповідні точки перетину цих ліній визначають шукану пряму перетину заданих площин. На рис. 2.123 задані площини P і Q перети-

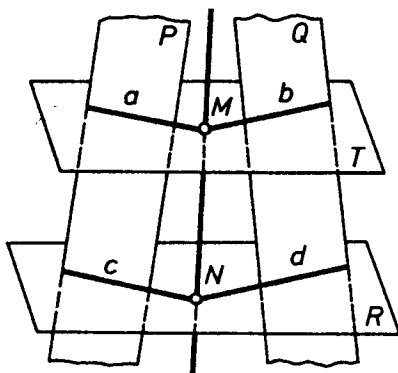


Рис. 2.123

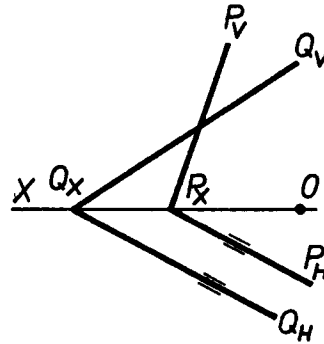


Рис. 2.124

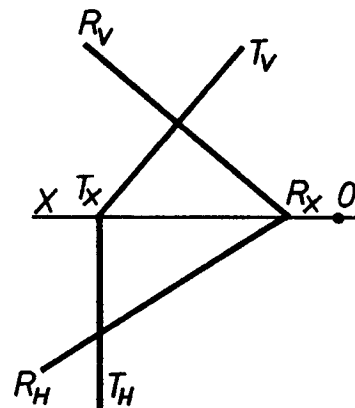


Рис. 2.125

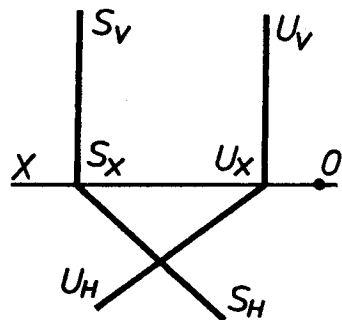


Рис. 2.126

3. На якому кресленні (рис. 2.127–2.129) помилково показана видимість прямої l , яка перетинається з площиною?

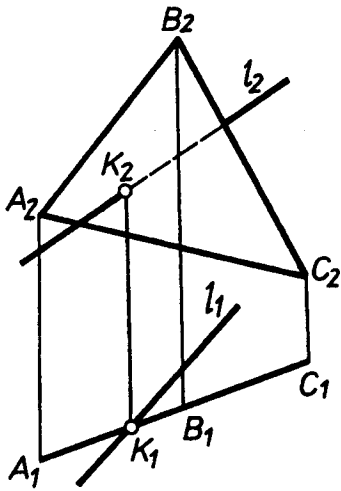


Рис. 2.127

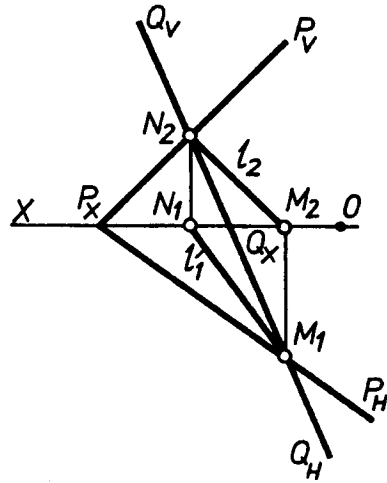


Рис. 2.130

N . Точка N , яка є точкою перетину фронтальних слідів, лежить у площині проєкцій V , її фронтальна проєкція N_2 — на перетині слідів P_V і Q_V , а горизонтальна N_1 — на осі проєкцій OX . Точка перетину горизонтальних слідів M лежить у площині проєкцій H , її горизонтальна проєкція M_1 — на перетині горизонтальних слідів P_H і Q_H , а фронтальна M_2 — на осі проєкцій. Сполучивши однойменні проєкції точок M і N прямими, а саме: M_1 з N_1 і M_2 з N_2 , знайдемо на епюрі горизонтальну l_1 і фронтальну l_2 проєкції прямої перетину цих площин (рис. 2.130).

Приклад 19. Побудувати пряму перетину площин S і T , фронтальні сліди яких не перетинаються в першій чверті (рис. 2.131).

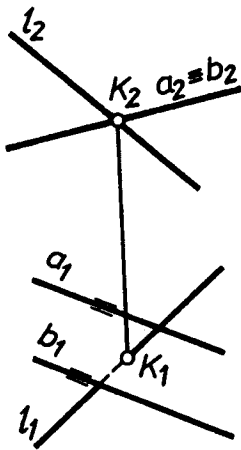


Рис. 2.128

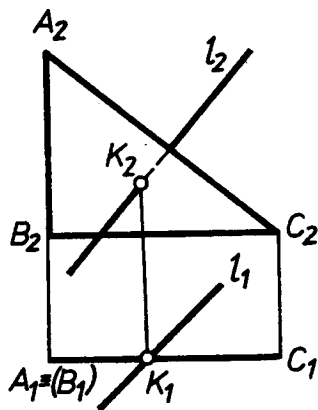


Рис. 2.129

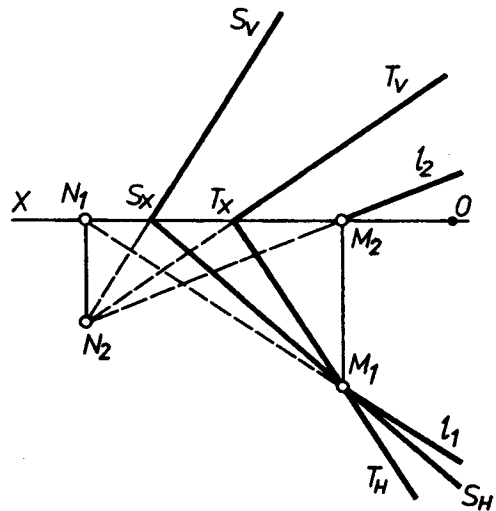


Рис. 2.131

ПРИКЛАДИ

Приклад 18. Побудувати пряму перетину площин P і Q , заданих своїми слідами (рис. 2.130).

Розв'язання. Спільними для цих площин точками є: точка N перетину фронтальних слідів P_V і Q_V і точка M перетину горизонтальних слідів P_H і Q_H . Лінія перетину l даних площин P і Q проходить через точки M і

Розв'язання. Горизонтальні сліди заданих площин перетинаються в точці M (M_1, M_2) — одній з точок, через які пройде пряма перетину. Другою точкою шуканої прямої буде точка N (N_1, N_2) перетину фронтальних слідів T_V і S_V . На рис. 2.131 показано, що ця точка лежить не на верхній півплощині проєкцій V , а на нижній. Сполучивши точку M_1 з точкою N_1 і точку M_2 з точкою N_2 , отримаємо

горизонтальну та фронтальну проекції прямої перетину l (l_1, l_2), видимої лише в першій чверті.

Приклад 20. Побудувати пряму перетину площин P і Q , горизонтальні сліди яких перетинаються, а фронтальні — паралельні між собою (рис. 2.132).

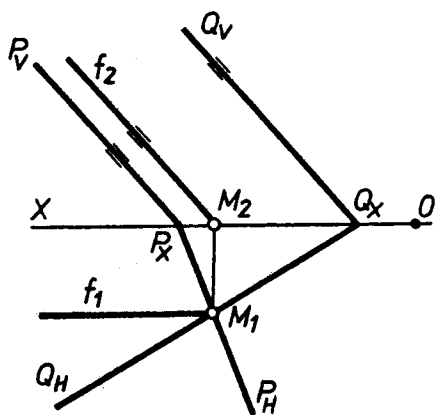


Рис. 2.132

Розв'язання. У цьому випадку пряма перетину площин P і Q буде розташована паралельно площині проекцій V , тобто буде спільною фронталлю обох площин. Отже, для побудови прямої перетину цих площин на епюрі проводять спільну для площин P і Q фронталь через точку M (M_1, M_2), у якій перетинаються горизонтальні сліди P_H і Q_H . Фронтальна проекція горизонталі f_2 пройде через точку M_2 паралельно слідам P_V і Q_V , а горизонтальна f_1 — паралельно осі проекцій.

Приклад 21. Побудувати пряму перетину площин P і Q (рис. 2.133).

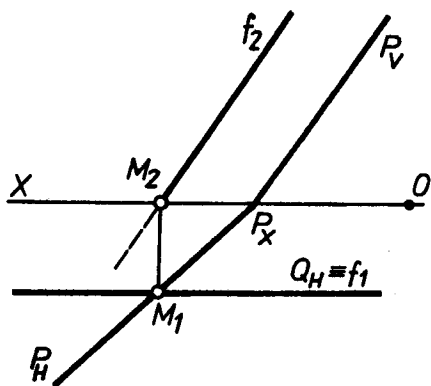


Рис. 2.133

Розв'язання. Площини P і Q перетинаються по прямій — фронталі, яка проходить через точку-слід M (M_1, M_2), на перетині горизонтальних слідів площин. Проводимо проекції шуканої прямої: горизонтальну — через точку M_1 паралельно осі проекцій, яка збігається з горизонтальним слідом Q_H площини Q , і фронтальну — через точку M_2 паралельно фронтальному сліду P_V площини P . Пряма перетину проходить через першу і четверту чверті.

Зауваження. Площина довільного положення перетинається з площиною, паралельною площині проекцій V , по фронталі. Площина довільного положення перетинається з площиною, паралельною площині проекцій H , по горизонталі.

Приклад 22. Побудувати пряму перетину площин S і T (рис. 2.134).

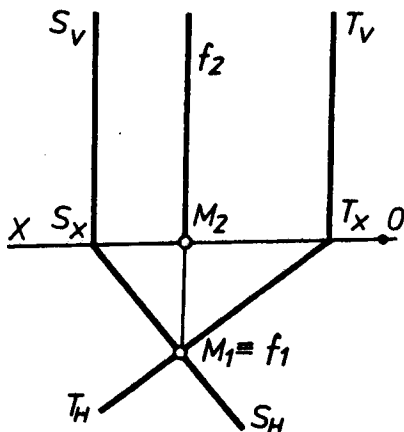


Рис. 2.134

Розв'язання. Горизонтально-проекційні площини S і T перетинаються по прямій — фронталі, перпендикулярній до горизонтальної площини проекцій. Горизонтальна проекція шуканої прямої збігається з точкою M_1 , фронтальна її проекція проходить через точку M_2 і перпендикулярна до осі проекцій. Пряма f перетину (фронталь) проходить через першу і четверту чверті.

Зауваження. Дві горизонтально-проекційні площини перетинаються по прямій, перпендикулярній до горизонтальної площини проекцій. Дві фронтально-проекційні площини перетинаються по прямій, перпендикулярній до фронтальної площини проекцій.

Приклад 23. Побудувати пряму перетину площин Q і S (рис. 2.135–2.136).

Розв'язання. Площина Q — профільно-проекційна, площина S — горизонтальна.

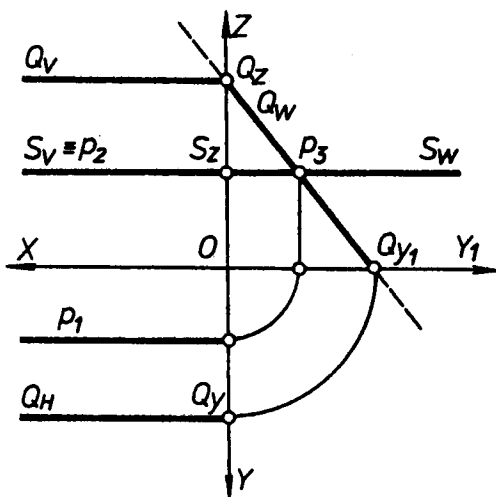


Рис. 2.135

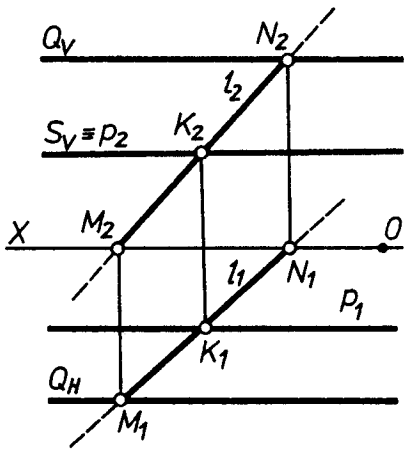


Рис. 2.136

Перший спосіб (рис. 2.135). Профільна проекція P_3 шуканої прямої збігається з профільним слідом останньої, який, як відомо, розташований на перетині профільних слідів Q_w і S_w площин. Знаходимо профільні сліди заданих площин. Їх перетином є профільна проекція шуканої прямої. Потім за профільною проекцією прямої одержуємо її горизонтальну p_1 і фронтальну p_2 проекції, які повинні бути паралельні осі проекцій.

Другий спосіб (рис. 2.136). Через те що шукана пряма p лежить у площині S , її фронтальна проекція p_2 збігається з фронтальним слідом S_v площини. Маючи фронтальну проекцію p_2 прямої, отримуємо її горизонтальну проекцію p_1 , не користуючись профільною площиною проекцій. З цією метою задаємо довільну точку K_2 на прямій p_2 і знаходимо горизонтальну проекцію K_1 точки, знаючи, що точка $K(K_1, K_2)$ лежить і в площині Q , для чого через точку K у площині Q проведемо довільну пряму $l(l_1, l_2)$. Знайшовши точку K_1 , проведемо через неї горизонтальну проекцію p_1 шуканої прямої паралельно осі проекцій.

Приклад 24. Побудувати пряму перетину площин P і Q (рис. 2.137).

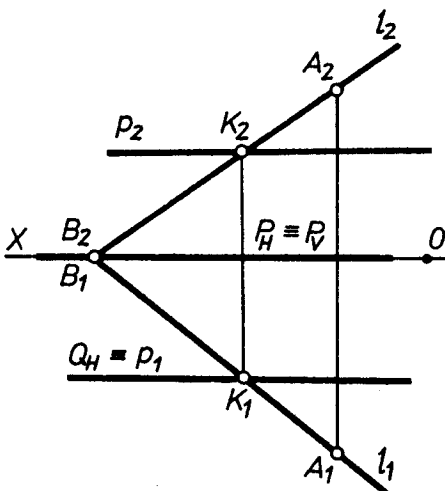


Рис. 2.137

Розв'язання. Осьова площина P задана слідами $P_H \equiv P_V$ і точкою $A(A_1, A_2)$; площина Q — фронтальна. Оскільки шукана пряма лежить у площині Q , то її горизонтальна проекція p_1 збігається з горизонтальним слідом Q_H площини. Маючи горизонтальну проекцію p_1 прямої, знаходимо її фронтальну проекцію p_2 , не користуючись профільною площиною проекцій. Для цього задаємо на прямій p_1 точку K_1 і знаходимо фронтальну проекцію K_2 точки, використовуючи допоміжну пряму $l(l_1, l_2)$ площини P , яка проходить через точки A і K . Знайшовши точку K_2 , проведемо через неї фронтальну проекцію p_2 шуканої прямої паралельно осі проекцій.

Задачу можна розв'язати і за допомогою профільної площини проекцій, як у попередньому прикладі.

Приклад 25. Побудувати пряму перетину площин P і Q , не користуючись профільною площиною проекцій (рис. 2.138).

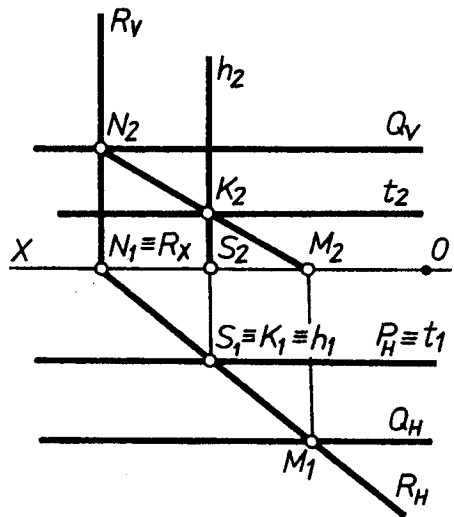


Рис. 2.138

Розв'язання. Площини P і Q перетинаються по прямій t , яка паралельна осі проекцій (див. приклади 23 і 24). Знаючи напрям шуканої прямої, знайдемо ще одну її точку, для чого введемо довільну горизонтально-проекційну площину R . Площина R перетинає площину Q по прямій $MN(M_1N_1, M_2N_2)$, а площину P — по горизонтально-проекційній прямій $h(h_1, h_2)$, що проходить через точку $S(S_1, S_2)$. На їх перетині одержуємо точку $K(K_1, K_2)$. Проводимо проекції t_1 і t_2 шуканої прямої (паралельно осі проекцій) через однойменні проекції знайденої точки $K(K_1, K_2)$.

Приклад 26. Побудувати пряму перетину площин P і Q , фронтальні сліди яких не перетинаються в межах креслення (рис. 2.139).

Розв'язання. Площини P і Q перетинаються по прямій довільного положення, яка проходить через точку-слід $M(M_1, M_2)$ перетину горизонтальних слідів площин. Точка перетину фронтальних слідів площин недоступна, оскільки ці сліди площин не перети-

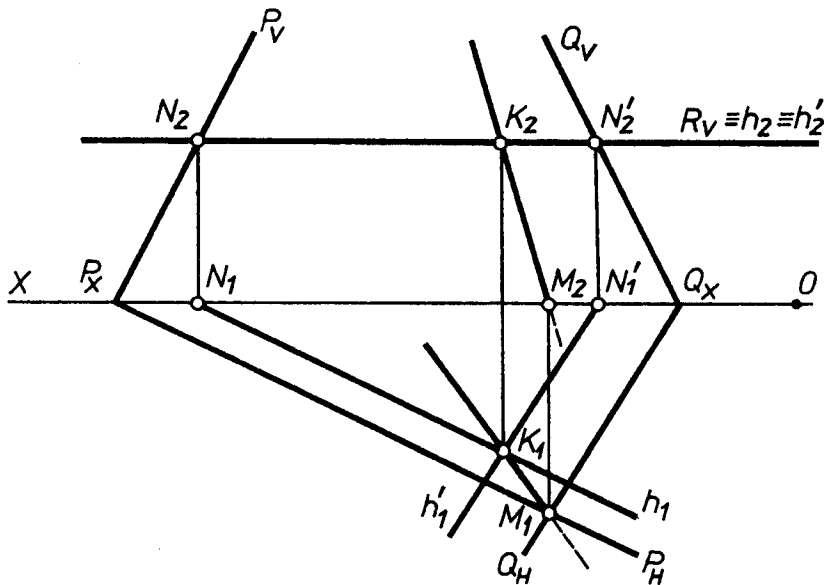


Рис. 2.139

наються в межах креслення. Замість цієї точки потрібно знайти іншу — довільну точку прямої перетину, спільну для заданих площин. Для цього вводимо допоміжну площину R , наприклад, паралельну площині проєкцій H , яка перетинає кожну з цих площин по горизонталі. На їх перетині одержуємо допоміжну точку $K(K_1, K_2)$, спільну для заданих площин. Знайшовши цю другу точку $K(K_1, K_2)$ прямої, проводимо її проєкції: горизонтальну — через точки M_1 і K_1 і фронтальну — через точки M_2 і K_2 .

Приклад 27. Побудувати пряму перетину двох профільно-проєкційних площин P і Q (рис. 2.140).

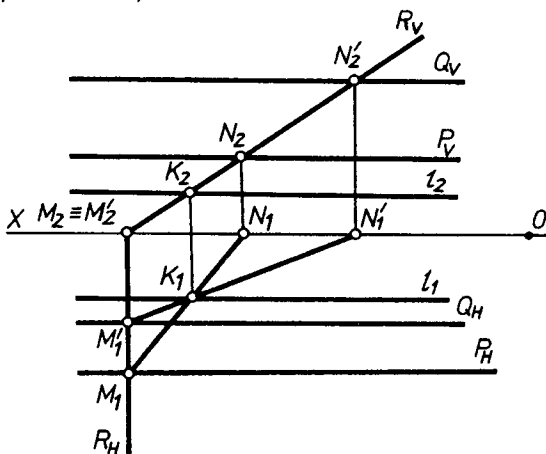


Рис. 2.140

Розв'язання. Дві профільно-проєкційні площини перетинаються по прямій l , яка паралельна осі проєкцій. Знаючи напрям шуканої прямої, знаходимо ще одну її точку, для чого вводимо допоміжну фронтально-проєкційну площину R , яка перетинає площину P по прямій $MN(M_1N_1, M_2N_2)$, а площину Q — по прямій $M'N'(M'_1N'_1, M'_2N'_2)$. На їх перетині отримуємо точку $K(K_1, K_2)$. Проводимо проєк-

ції l_1 і l_2 шуканої прямої (паралельно осі проєкцій) через однойменні проєкції знайденої точки $K(K_1, K_2)$.

Приклад 28. Знайти точку перетину прямої AB з горизонтально-проєкційною площиною P (рис. 2.141).

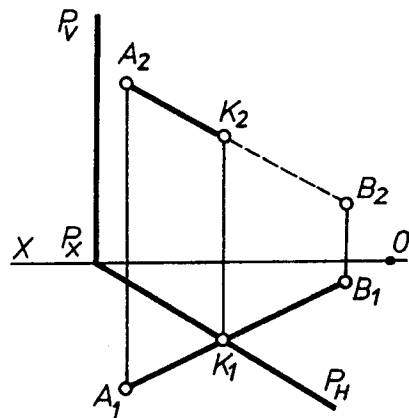


Рис. 2.141

Розв'язання. Горизонтальна проєкція K_1 шуканої точки повинна лежати на горизонтальному сліді P_H площини і на горизонтальній проєкції A_1B_1 прямої, тобто на їх перетині. Знаючи горизонтальну проєкцію K_1 шуканої точки, знаходимо її фронтальну проєкцію K_2 на фронтальній проєкції A_2B_2 прямої. Невидима частина фронтальної проєкції прямої показана штриховою лінією.

Зауваження. Горизонтальна проєкція точки перетину довільної прямої з горизонтально-проєкційною площиною розташована на перетині горизонтального сліду площини з горизонтальною проєкцією прямої. Фронтальна проєкція точки перетину довільної прямої з фронтально-проєкційною площиною міститься на перетині фронтального сліду площини з фронтальною проєкцією прямої.

Приклад 29. Знайти точку перетину прямої CD з горизонтальною площиною Q (рис. 2.142).

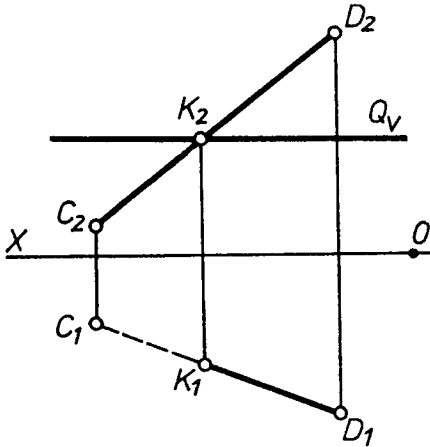


Рис. 2.142

Розв'язання. Фронтальна проекція K_2 шуканої точки повинна лежати на фронтальному сліду Q_V площини і на фронтальній проекції C_2D_2 прямої, тобто в точці їх перетину. Знаючи фронтальну проекцію K_2 шуканої точки, знаходимо її горизонтальну проекцію K_1 на горизонтальній проекції C_1D_1 прямої. Невидима частина горизонтальної проекції прямої показана штриховою лінією.

Зауваження. Фронтальна проекція точки перетину довільної прямої з горизонтальною площиною розташована на перетині фронтального сліду площини з фронтальною проекцією прямої. Горизонтальна проекція точки перетину довільної прямої з фронтальною площиною лежить на перетині горизонтального сліду площини з горизонтальною проекцією прямої.

Приклад 30. Знайти точку перетину прямої EF з фронтальною площиною S (рис. 2.143).

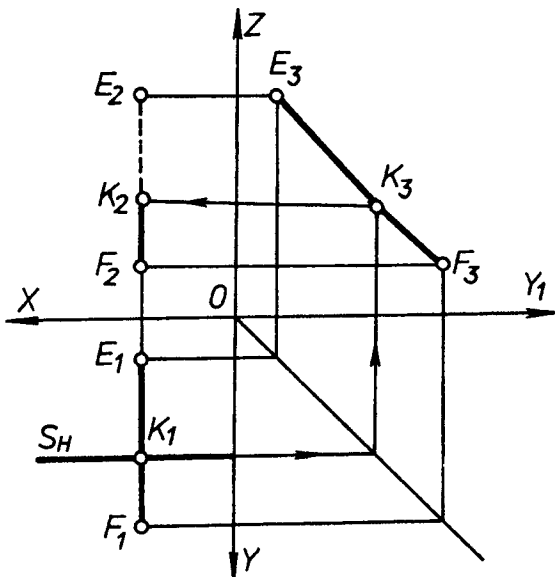


Рис. 2.143

Розв'язання. Оскільки площина S перпендикулярна до площини проєкцій H , то горизонтальну проєкцію K_1 шуканої точки знаходимо на перетині сліду S_H і E_1F_1 . Позаяк задана пряма EF — профільна, то, користуючись профільною площиною проєкцій, за проєкцією K_1 знаходимо профільну проєкцію точки K_3 на проєкції E_3F_3 , а потім за точкою K_3 — точку K_2 на прямій E_2F_2 . Невидима частина фронтальної проєкції прямої зображена штриховою лінією.

Приклад 31. Знайти точку перетину прямої AB з профільно-проєкційною площиною Q (рис. 2.144).

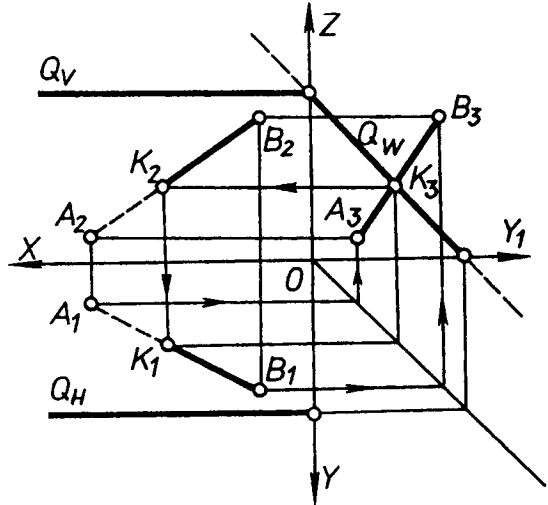


Рис. 2.144

Розв'язання. Профільна проекція K_3 шуканої точки повинна лежати на профільному сліду Q_W площини і на профільній проєкції A_3B_3 прямої, тобто в точці їх перетину. Знайшовши профільний слід площини і профільну проєкцію прямої, отримаємо на їх перетині профільну проєкцію K_3 шуканої точки. Знаючи профільну проєкцію K_3 шуканої точки, знаходимо дві інші її проєкції на однойменних проєкціях прямої.

Невидимі частини фронтальної і горизонтальної проєкцій прямої зображені штриховою лінією.

Зауваження. Профільна проекція точки перетину будь-якої прямої з профільно-проєкційною площиною лежить на перетині профільного сліду площини з профільною проєкцією прямої.

Це завдання можна розв'язати, не користуючись профільною площиною проєкцій. Проведемо через пряму AB горизонтально-проєкційну площину R , яка перетинає задану площину Q по прямій MN (M_1N_1 , M_2N_2) (рис. 2.145). На перетині фронтальних проєкцій прямих — допоміжної і заданої — отримаємо фронтальну проєкцію K_2 шуканої точки. За фронтальною проєкцією K_2 точки знайдемо її горизонтальну проєкцію K_1 на горизонтальній проєкції A_1B_1 прямої.

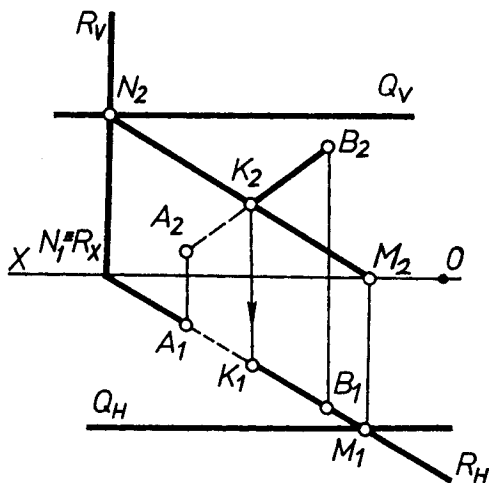


Рис. 2.145

Приклад 32. Знайти точку перетину прямої AB з осьюовою площиною P , задану слідами $P_H \equiv P_V$ і точкою M (рис. 2.146).

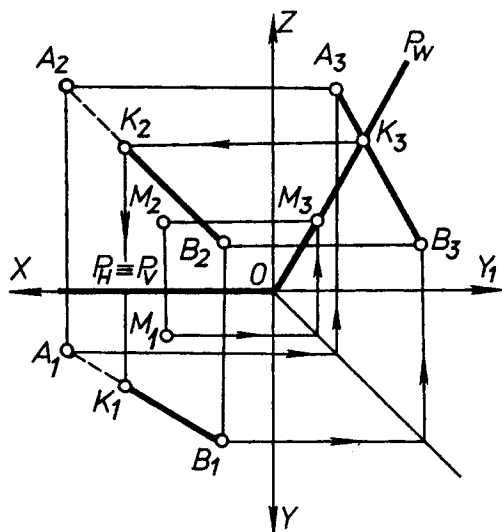


Рис. 2.146

Розв'язання. Задана площина P , що проходить через вісь проєкцій, — профільно-проєкційна. Отже, профільну проєкцію K_3 шуканої точки знаходимо на перетині профільного сліду P_w площини і профільної проєкції A_3B_3 прямої. Знаючи профільну проєкцію K_3 шуканої точки, отримуємо дві інші проєкції на однойменних проєкціях прямої. Невидимі частини фронтальної і горизонтальної проєкції прямої зображені штриховою лінією.

Приклад 33. Знайти точку перетину прямої t з площиною Q (рис. 2.147).

Розв'язання. Пряма $t(t_1, t_2)$ горизонтально-проєкційна, тому горизонтальна проєкція K_1 шуканої точки повинна збігатися з горизонтальною проєкцією t_1 прямої. Знаючи горизонтальну проєкцію K_1 точки, знаходимо її фронтальну проєкцію K_2 за умови, що точка K лежить і в заданій площині. Для цього користуємося фронталлю площини, горизонтальна проєкція f_1 якої проходить через

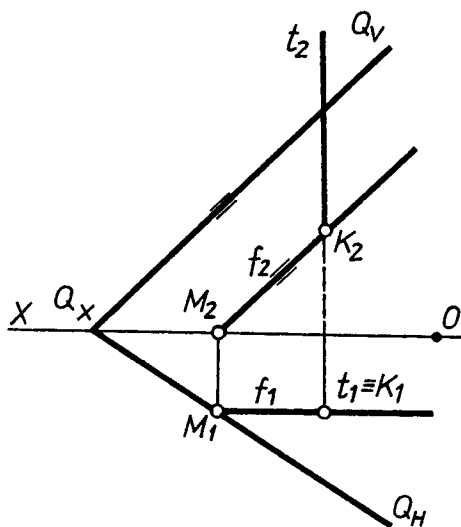


Рис. 2.147

точку K_1 паралельно осі проєкцій, а фронтальна проєкція f_2 — через точку M_2 паралельно фронтальному сліду Q_V площини. На перетині t_2 і f_2 отримуємо фронтальну проєкцію K_2 шуканої точки (для побудови цієї проєкції можна використати і горизонталь). Невидима частина фронтальної проєкції t_2 прямої t зображена штриховою лінією.

Приклад 34. Знайти точку перетину прямої l з осьовою площиною T , задану $T_H \equiv T_V$ і точкою M (рис. 2.148).

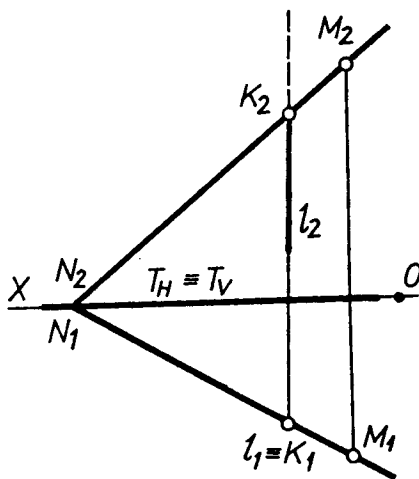


Рис. 2.148

Розв'язання. Пряма $l(l_1, l_2)$ горизонтально-проєкційна, тому горизонтальна проєкція K_1 шуканої точки повинна збігатися з горизонтальною проєкцією l_1 прямої. Знаючи горизонтальну проєкцію K_1 точки, знаходимо її фронтальну проєкцію K_2 за умови, що точка K лежить і в заданій площині. Для цього використовуємо допоміжну пряму MN (M_1N_1, M_2N_2), що належить площині T . На перетині l_2 і M_2N_2 визначаємо фронтальну проєкцію K_2 шуканої точки.

Приклад 35. Знайти точку перетину прямої l з площиною P (рис. 2.149).

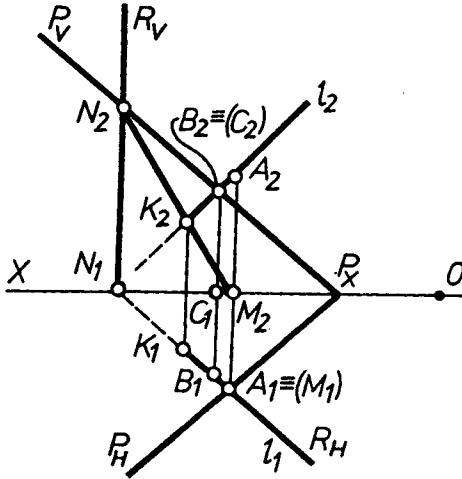


Рис. 2.149

Розв'язання. Пряма l (l_1, l_2) і площина P — довільного розташування. Проводимо через пряму l горизонтально-проекційну площину R (можна і фронтально-проекційну), яка перетинає задану площину по прямій MN (M_1N_1, M_2N_2). На перетині фронтальних проекцій M_2N_2 і l_2 прямих отримуємо фронтальну проекцію K_2 шуканої точки. Потім за фронтальною проекцією K_2 точки знаходимо її горизонтальну проекцію K_1 на горизонтальній проекції l_1 прямої. Взаємна видимість прямої l і площини P на горизонтальній площині проекцій визначена за допомогою конкуруючих точок A (A_1, A_2) і M (M_1, M_2), а на фронтальній площині проекцій — за допомогою точок B (B_1, B_2) і C (C_1, C_2).

Приклад 36. Знайти точку перетину прямої t з площиною Q (рис. 2.150).

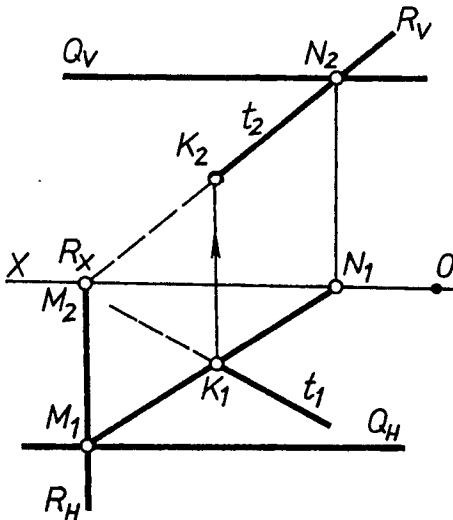


Рис. 2.150

Розв'язання. Проводимо через пряму t фронтально-проекційну площину R , яка перетинає задану профільно-проекційну пло-

щину Q по прямій MN (M_1N_1, M_2N_2). На перетині горизонтальних проекцій прямих — заданої і допоміжної — отримуємо горизонтальну проекцію K_1 шуканої точки. Потім за горизонтальною проекцією K_1 точки знаходимо її фронтальну проекцію K_2 на фронтальній проекції t_2 прямої.

Приклад 37. Знайти точку перетину прямої l з площиною, заданою паралельними прямими m і n (рис. 2.151).

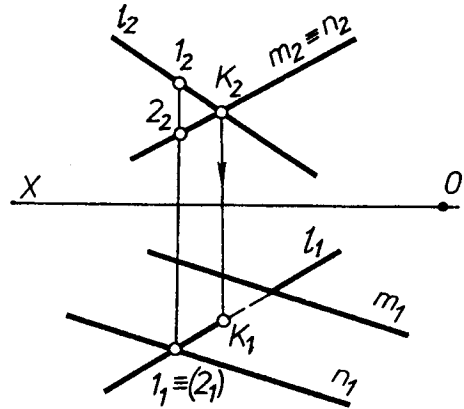


Рис. 2.151

Розв'язання. Оскільки задана площина — фронтально-проекційна, знаходимо фронтальну проекцію K_2 шуканої точки на перетині прямих $m_2 \equiv n_2$ і l_2 . За фронтальною проекцією K_2 точки знаходимо її горизонтальну проекцію K_1 на горизонтальній проекції l_1 прямої. Взаємна видимість прямої l і площини ($m \parallel n$) на горизонтальній площині проекцій визначена за допомогою конкуруючих точок 1 ($1_1, 1_2$) і 2 ($2_1, 2_2$).

Приклад 38. Знайти лінію перетину площини P з площиною трикутника ABC (рис. 2.152).

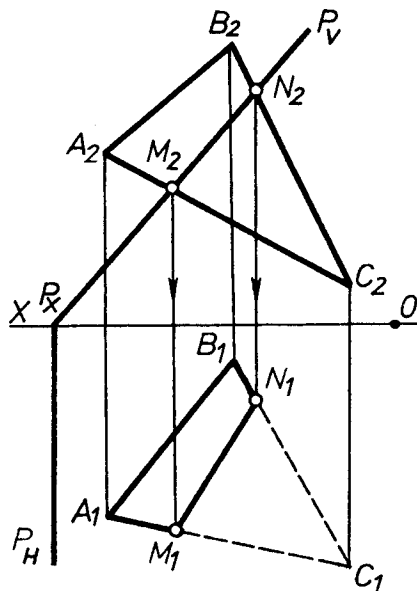


Рис. 2.152

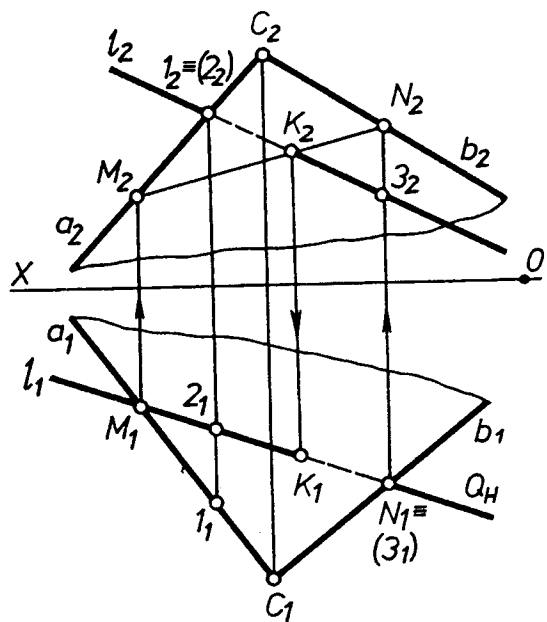


Рис. 2.153

Розв'язання. Лінія перетину буде побудована, якщо визначимо дві точки, що належать площинам. Знаходимо точки $M (M_1, M_2)$ і $N (N_1, N_2)$ перетину сторін $AC (A_1C_1, A_2C_2)$ і $BC (B_1C_1, B_2C_2)$ трикутника з площиною P . Пряма $MN (M_1N_1, M_2N_2)$, яка проходить через знайдені точки M і N , є шуканою. Невидима частина горизонтальної проекції $A_1B_1C_1$ трикутника зображена штриховою лінією.

Приклад 39. Знайти точку перетину прямої l з площиною, заданою перетинними прямими a і b (рис. 2.153).

Розв'язання. Через прямую $l (l_1, l_2)$ проводимо допоміжну горизонтально-проекційну площину Q і знаходимо лінію $MN (M_1N_1, M_2N_2)$ перетину площин. Шукану точку $K (K_1, K_2)$ одержимо в перетині прямих l і MN , отримавши спочатку K_2 , а потім — K_1 . Взаємну видимість прямої і площини у горизонтальній площині проєкцій визначаємо за допомогою конкуруючих точок $N (N_1, N_2)$ і $3 (3_1, 3_2)$, у фронтальній площині проєкцій — за допомогою конкуруючих точок $1 (1_1, 1_2)$ і $2 (2_1, 2_2)$.

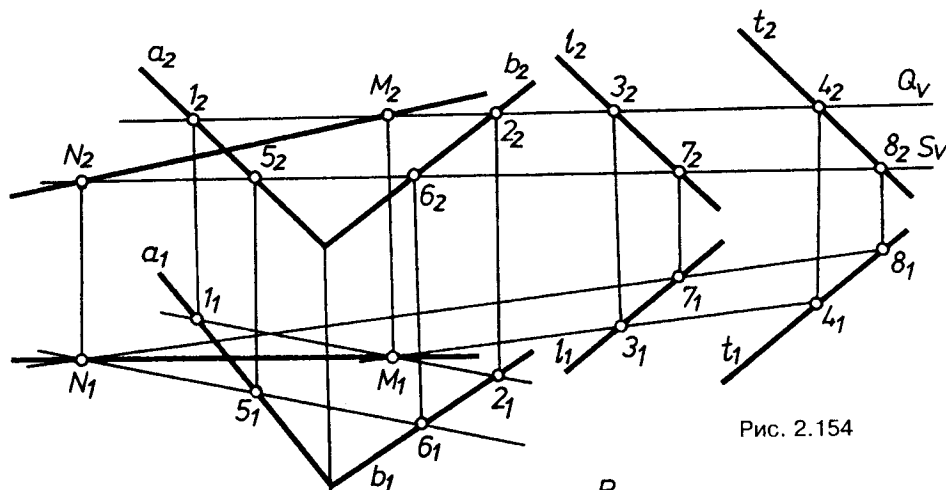


Рис. 2.154

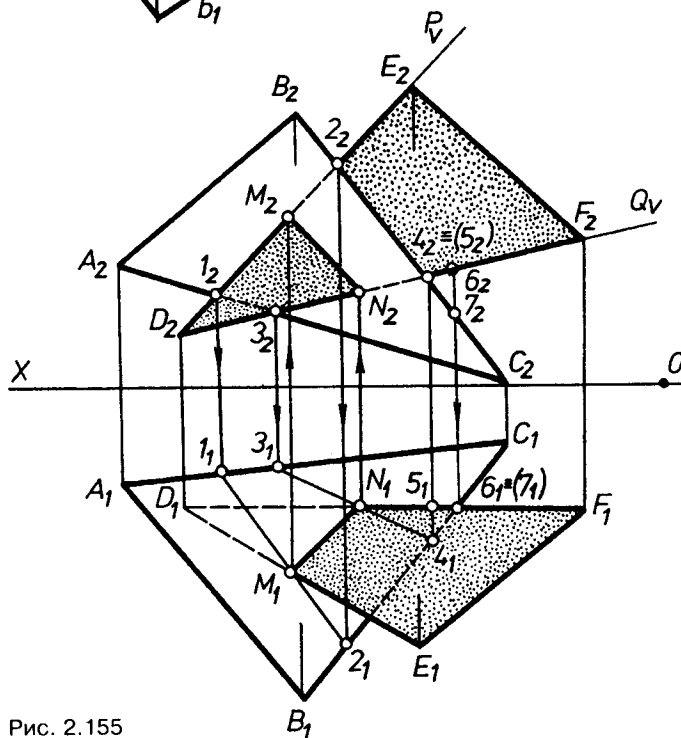


Рис. 2.155

Приклад 40. Побудувати лінію перетину площин, заданих перетинними прямими a і b та паралельними прямими l і t (рис. 2.154).

Розв'язання. Точки $M(M_1, M_2)$ і $N(N_1, N_2)$, спільні для заданих площин, знаходимо за допомогою двох горизонтальних площин-посередників Q і S . Площина Q перетинає площину $a \cap b$ по горизонталі $12(1_1, 2_1, 1_2, 2_2)$, а площину $l \parallel t$ — по горизонталі $34(3_1, 4_1, 3_2, 4_2)$. Точка M перетину цих горизонталей буде спільною точкою для двох заданих площин. Друга спільна точка $N(N_1, N_2)$ визначена на перетині горизонталей $56(5_1, 6_1, 5_2, 6_2)$ і $78(7_1, 8_1, 7_2, 8_2)$, по яких допоміжна площина S перетинає задані площини. Пряма $MN(M_1N_1, M_2N_2)$, що проходить через знайдені точки M і N , є шуканою.

Приклад 41. Побудувати пряму перетину трикутників ABC і DEF (рис. 2.155).

Розв'язання. Щоб визначити лінію перетину заданих трикутників, треба знайти дві спільні точки для обох трикутників. Ними будуть точки $M(M_1, M_2)$ і $N(N_1, N_2)$. Точку M знаходимо як точку перетину сторони DE трикутника DEF з трикутником ABC (для чого вводимо допоміжну фронтально-проекційну площину P , проведену через сторону DE). Точку N знаходимо як точку перетину сторони DF з трикутником ABC (для чого вводимо допоміжну фронтально-проекційну площину Q , проведену через сторону DF). Сполучивши однойменні проекції точок M і N , знайдемо горизонтальну M_1N_1 і фронтальну M_2N_2 проекції лінії перетину трикутників. Далі визначаємо взаємну видимість трикутників за допомогою конкуруючих точок. На рис. 2.155 показано такі пари точок: $4(4_1, 4_2)$, $5(5_1, 5_2)$ і $6(6_1, 6_2)$, $7(7_1, 7_2)$.

ЗАДАЧІ

48. Побудувати пряму перетину площини довільного положення P з площиною рівня Q (рис. 2.156–2.159).

49. Побудувати пряму перетину площин довільного положення, фронтальні (рис. 2.160) або горизонтальні (рис. 2.161) сліди яких паралельні між собою.

50. Побудувати пряму перетину площин особливого положення (рис. 2.162–2.165).

51. Побудувати пряму перетину двох довільних площин P і Q (рис. 2.166–2.169).

52. Побудувати пряму перетину двох довільних площин P і Q , однойменні сліди яких не перетинаються в межах креслення (рис. 2.170).

53. Побудувати пряму перетину профільно-проекційної площини S з площиною рівня T (рис. 2.171–2.173).

54. Побудувати пряму перетину довільної площини P з профільно-проекційною площиною Q (рис. 2.174–2.175).

55. Побудувати пряму перетину двох профільно-проекційних площин R і S (рис. 2.176).

56. Побудувати пряму перетину осьової площини P з площиною рівня Q (рис. 2.177–2.179).

57. Побудувати пряму перетину осьової площини S з проекційною площиною R (рис. 2.180–2.182).

58. Побудувати пряму перетину осьової площини P з довільною площиною Q (рис. 2.183, 2.184).

59. Знайти горизонтальні сліди двох перетинних площин P і Q , якщо відомі їх фронтальні сліди і точка K , що належить прямій перетину слідів (рис. 2.185, 2.186).

60. Побудувати пряму перетину двох площин по паралельних між собою їх фронтальних слідах P_V і Q_V та точці A , що належить прямій перетину (рис. 2.187).

61. Визначити пряму перетину площини P з площиною Q , якщо відомі фронтальний слід Q_V і фронтальна проекція точки K , що належить прямій перетину (рис. 2.188).

62. Побудувати проекції точки K , яка належить трьом площинам P , Q , S (рис. 2.189).

63. Побудувати точку перетину фронтально-проекційної прямої t з площиною P (рис. 2.190, 2.191).

64. Побудувати точку перетину прямої рівня l із площиною Q (рис. 2.192–2.194).

65. Побудувати точку перетину прямої S із площиною, заданою паралельними прямими a та b (рис. 2.195).

66. Побудувати точку перетину прямої l із площиною трикутника ABC (рис. 2.196).

67. Побудувати точку перетину профільної прямої AB з площиною (рис. 2.197–2.202).

68. Побудувати точку перетину прямої довільного положення AB з площиною (рис. 2.203–2.209).

69. Знайти точку перетину прямої l із площиною P (рис. 2.210).

70. Побудувати точку перетину прямої AB з осьовою площиною P (рис. 2.211–2.212).

71. Побудувати точку перетину прямої AB з бісектором P першого двогранного кута, використовуючи і не використовуючи профільну площину проекцій.

72. Побудувати проекції прямої перетину заданих площин. Виділити видиму частину площини трикутника KLM (рис. 2.213).

73. Знайти пряму перетину двох площин P і $Q(l \parallel t)$ (рис. 2.214–2.215). Визначити взаємну видимість площин.

74. Побудувати пряму перетину площин P і $Q(\triangle ABC)$ (рис. 2.216–2.217). Визначити взаємну видимість площин.

75. Побудувати пряму перетину площин $P(\triangle ABC)$ і $Q(l \parallel t)$ (рис. 2.218). Визначити взаємну видимість площин.

76. Побудувати пряму перетину площин $P(l \parallel t)$ і $Q(m \cap n)$ (рис. 2.219).

77. Побудувати пряму перетину площин P ($\triangle ABC$) і Q ($\triangle DEF$) (рис. 2.220). Визначити взаємну видимість площин.

78. Побудувати пряму перетину площин P ($\triangle ABC$) і Q ($DEFK$) (рис. 2.221). Визначити взаємну видимість площин.

79. Побудувати точку перетину трьох площин: горизонтальної P , горизонтально-проекційної Q та горизонтально-проекційної S ($\triangle ABC$) (рис. 2.222).

80. Побудувати точку перетину трьох площин: фронтально-проекційної T , довільного положення S та довільного положення R ($h \cap f$) (рис. 2.223).

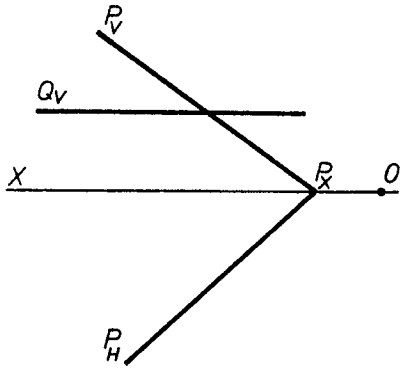


Рис. 2.156

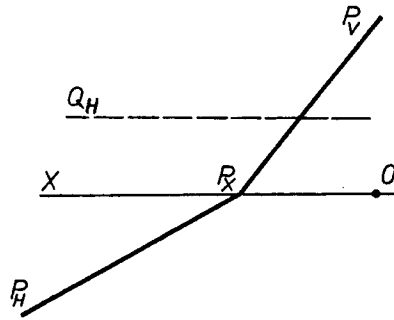


Рис. 2.157

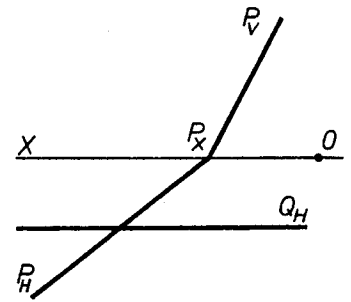


Рис. 2.158

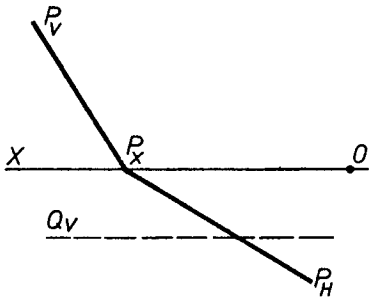


Рис. 2.159

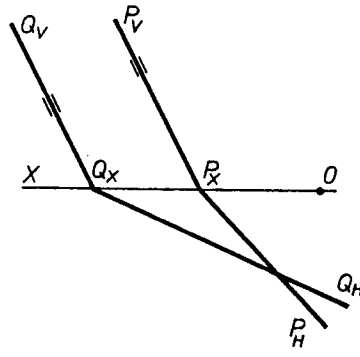


Рис. 2.160

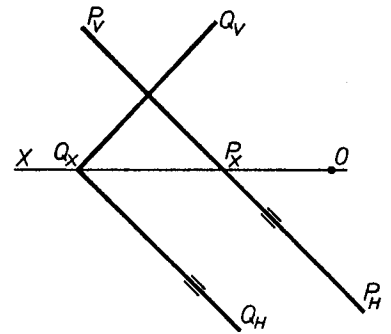


Рис. 2.161

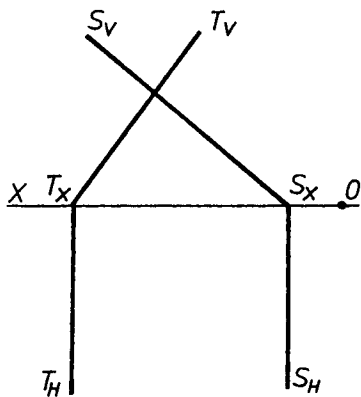


Рис. 2.162

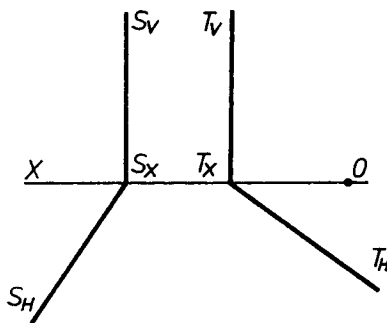


Рис. 2.163

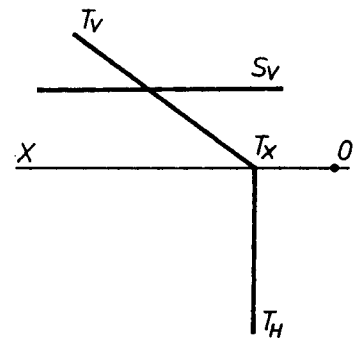


Рис. 2.164

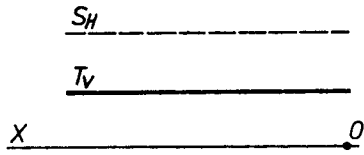


Рис. 2.165

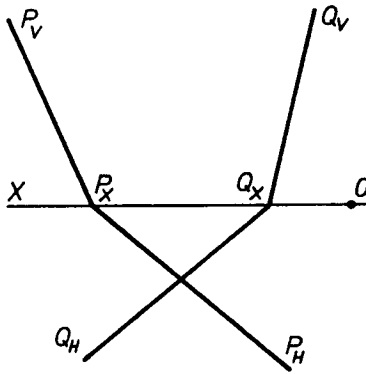


Рис. 2.166

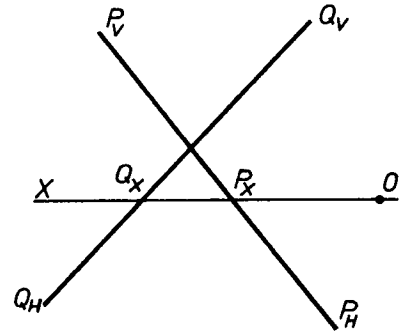


Рис. 2.167

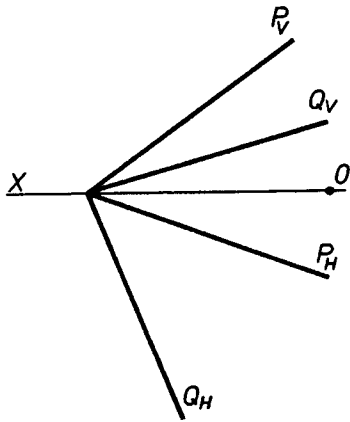


Рис. 2.168

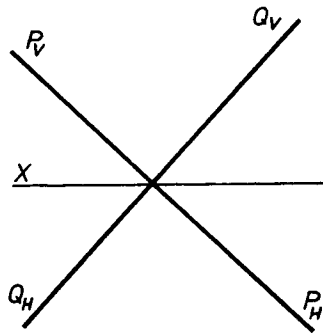


Рис. 2.169

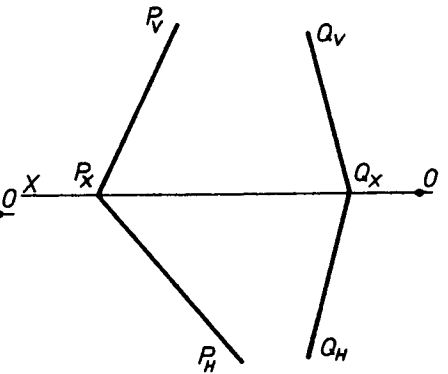


Рис. 2.170

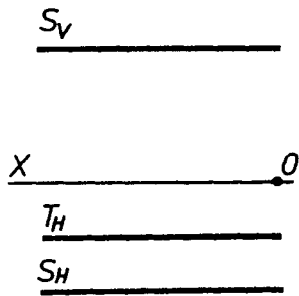


Рис. 2.171

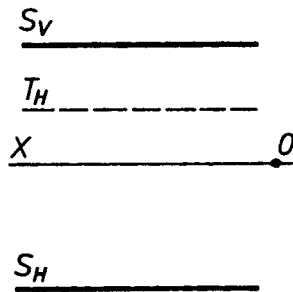


Рис. 2.172

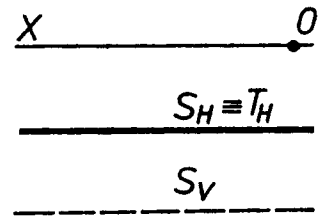


Рис. 2.173

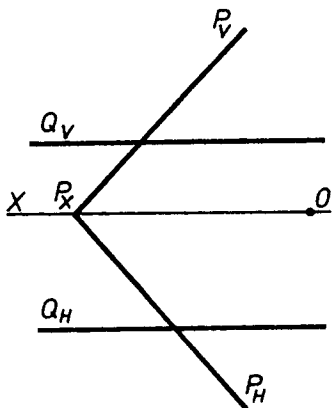


Рис. 2.174

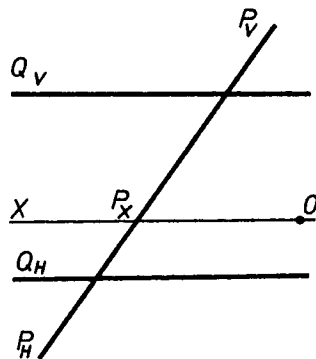


Рис. 2.175

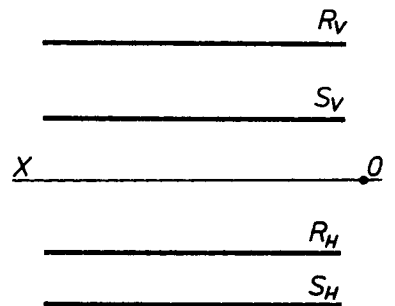


Рис. 2.176

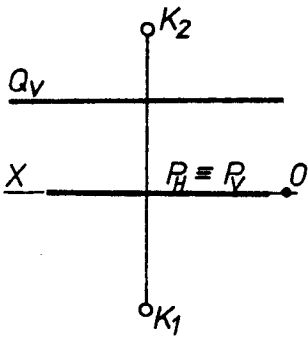


Рис. 2.177

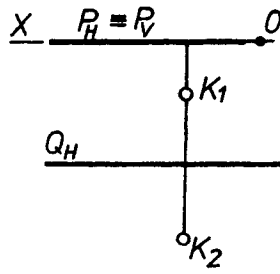


Рис. 2.178

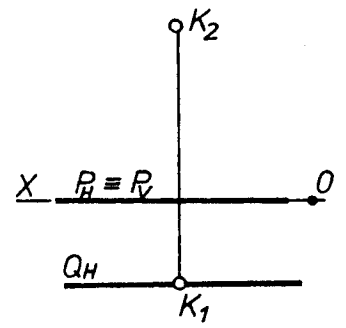


Рис. 2.179

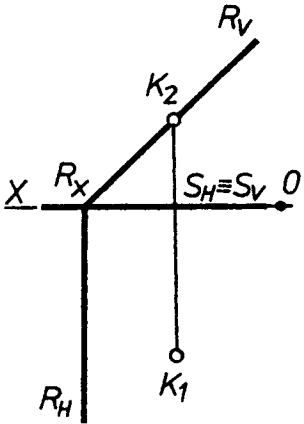


Рис. 2.180

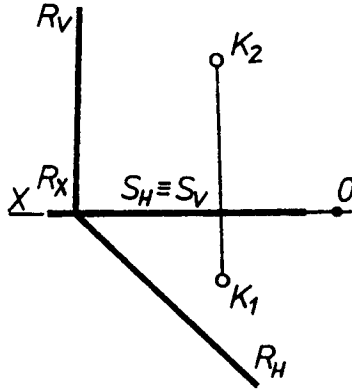


Рис. 2.181

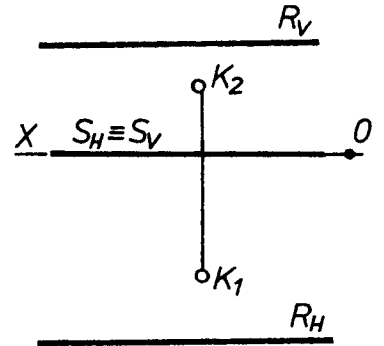


Рис. 2.182

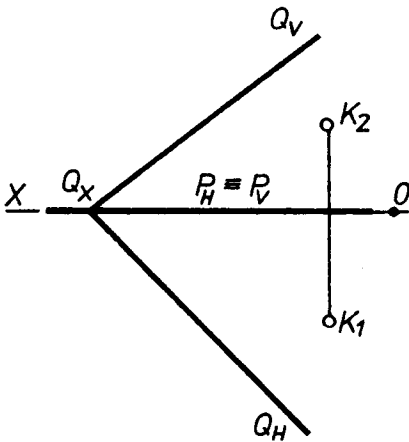


Рис. 2.183

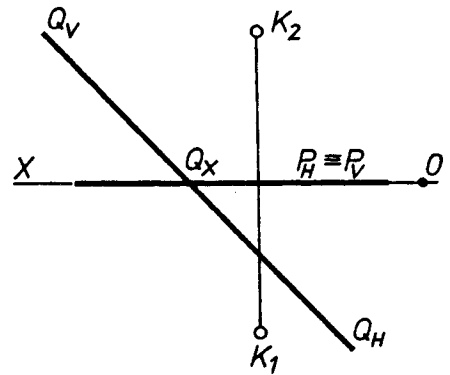


Рис. 2.184

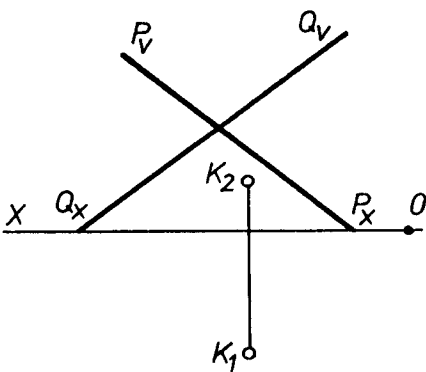


Рис. 2.185

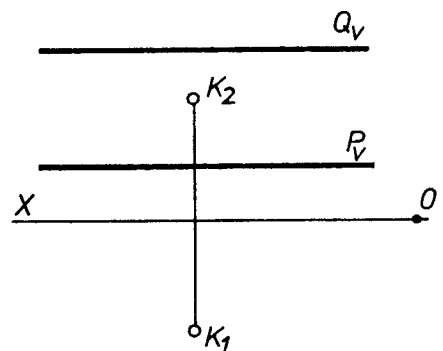


Рис. 2.186

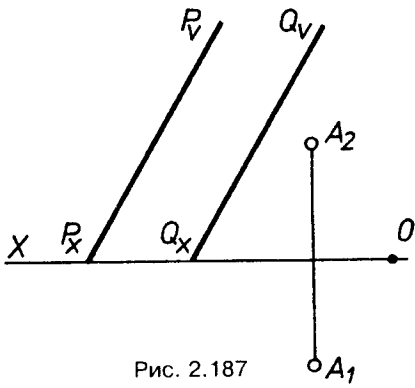


Рис. 2.187

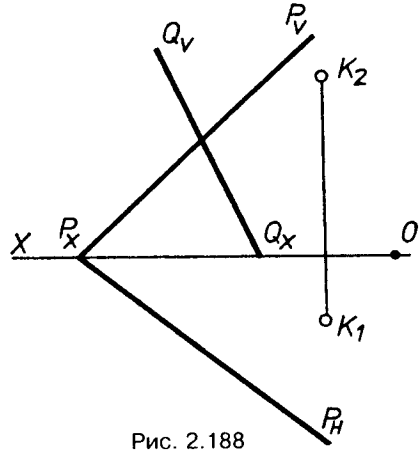


Рис. 2.188

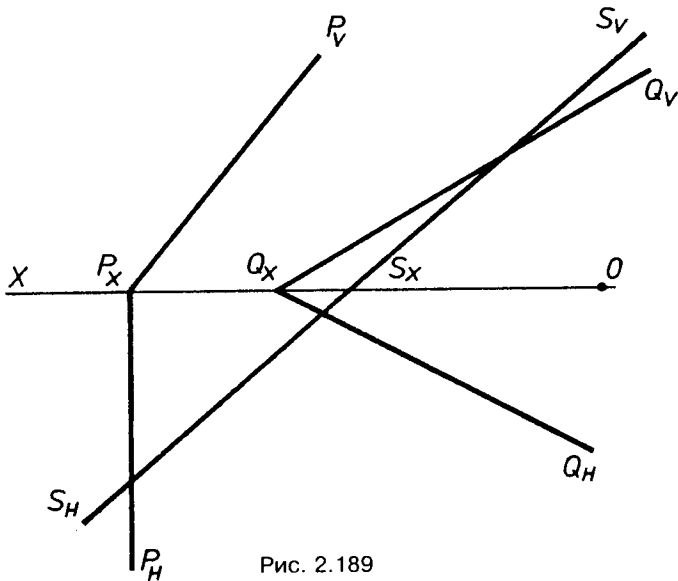


Рис. 2.189

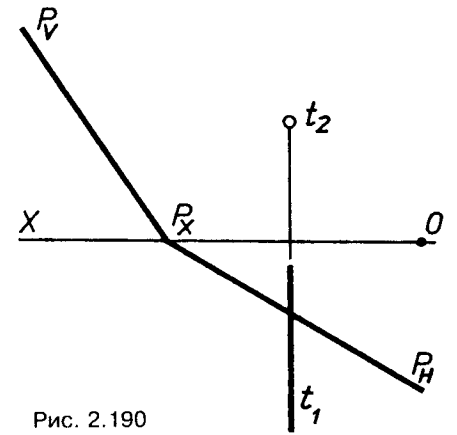


Рис. 2.190

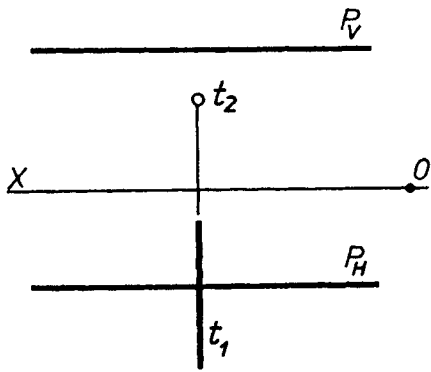


Рис. 2.191

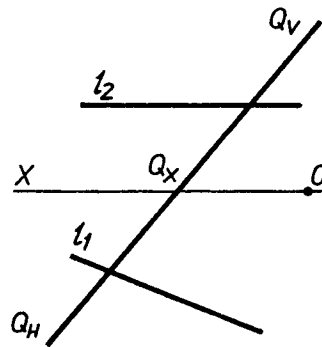


Рис. 2.192

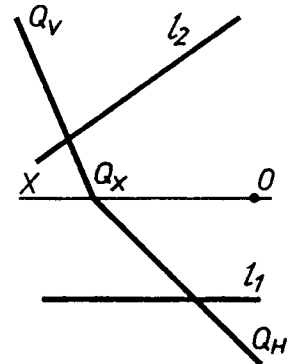


Рис. 2.193

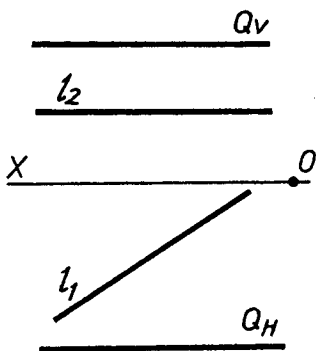


Рис. 2.194

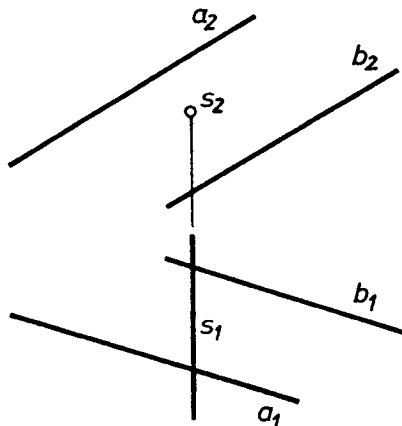


Рис. 2.195

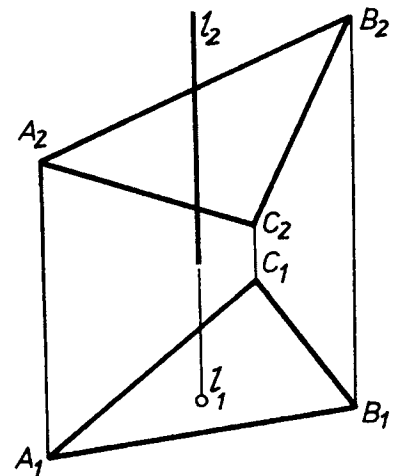


Рис. 2.196

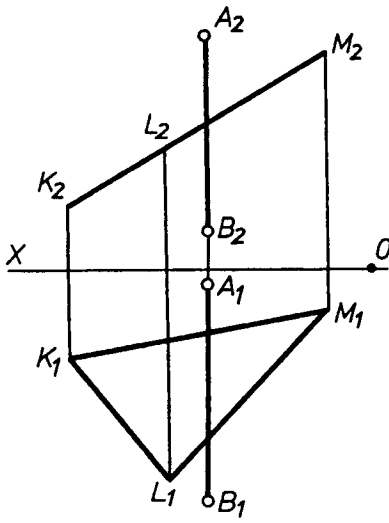


Рис. 2.197

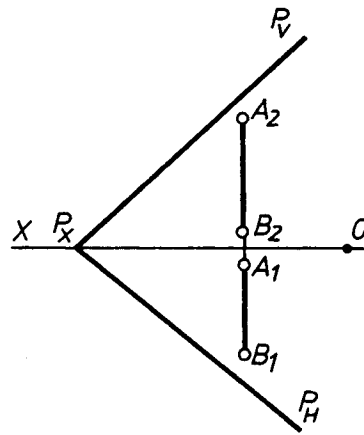


Рис. 2.198

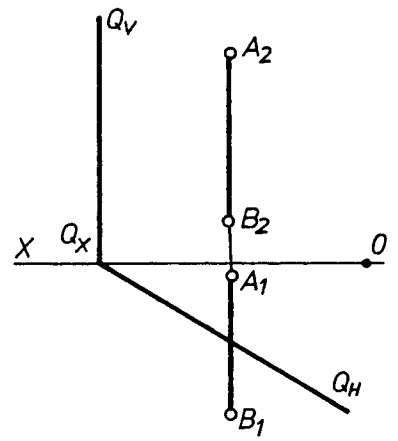


Рис. 2.199

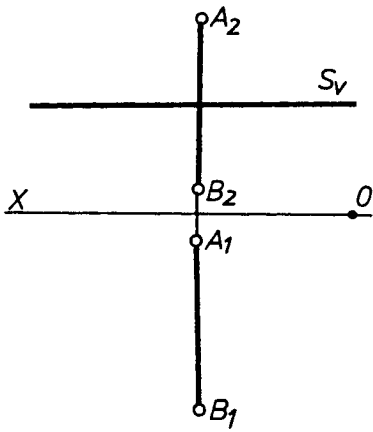


Рис. 2.200

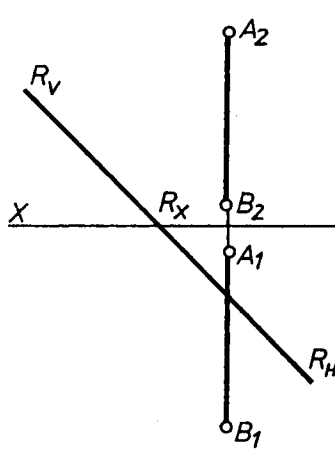


Рис. 2.201

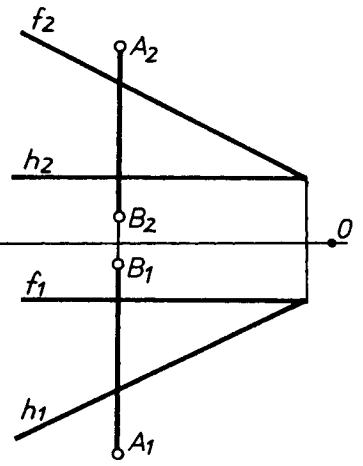


Рис. 2.202

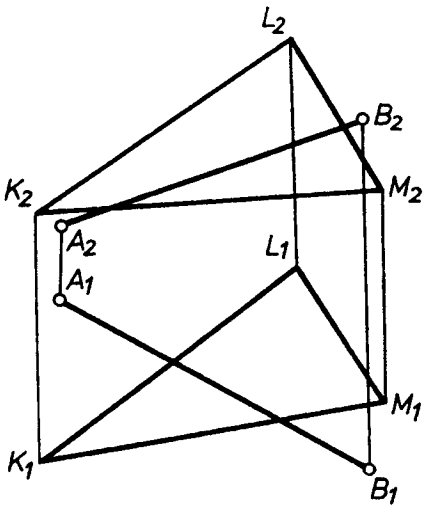


Рис. 2.203

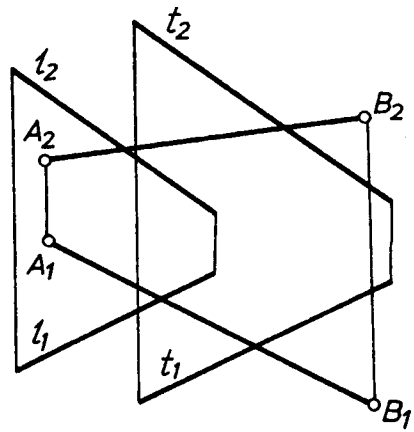


Рис. 2.204

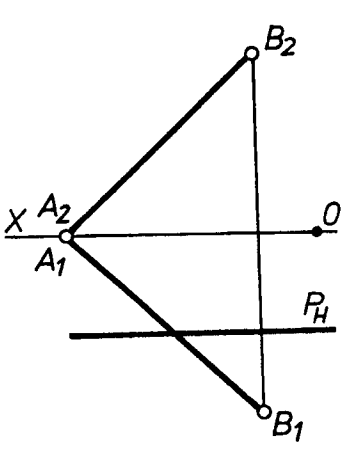


Рис. 2.205

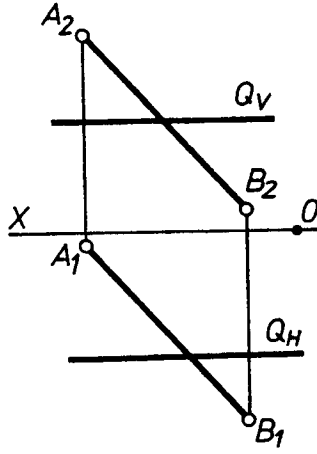


Рис. 2.206

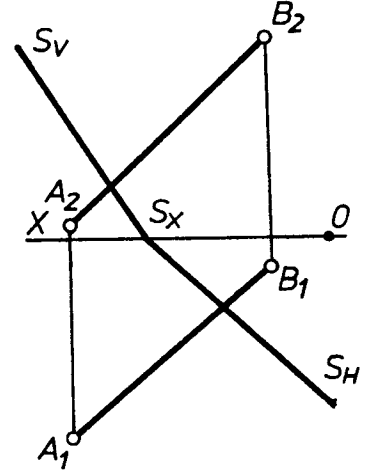


Рис. 2.207

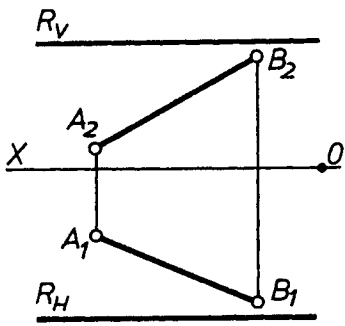


Рис. 2.208

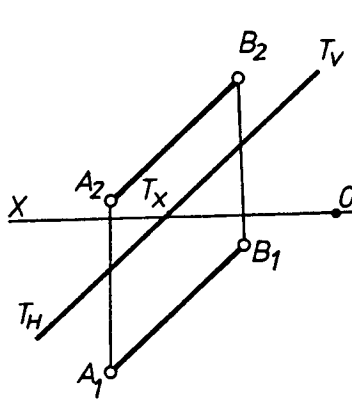


Рис. 2.209

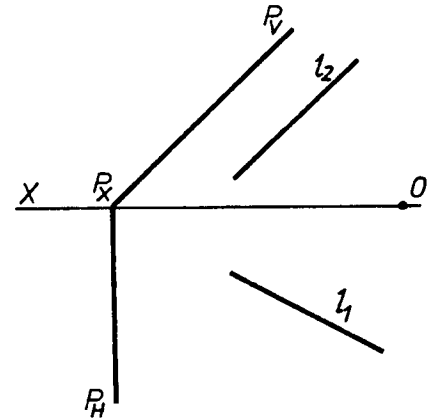


Рис. 2.210

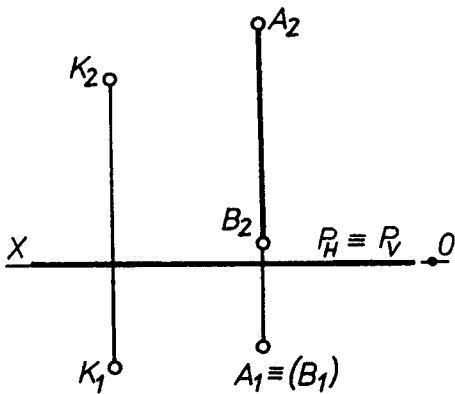


Рис. 2.211

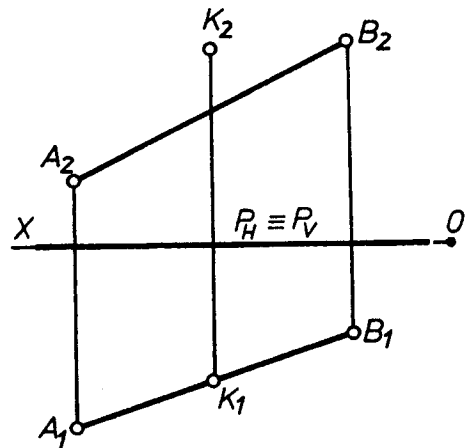


Рис. 2.212

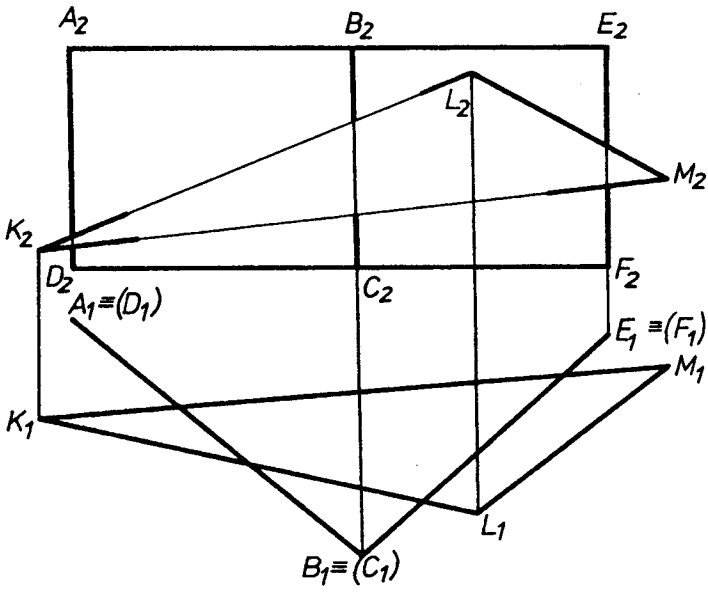


Рис. 2.213

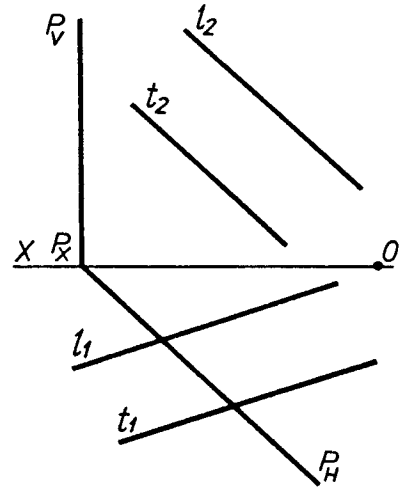


Рис. 2.214

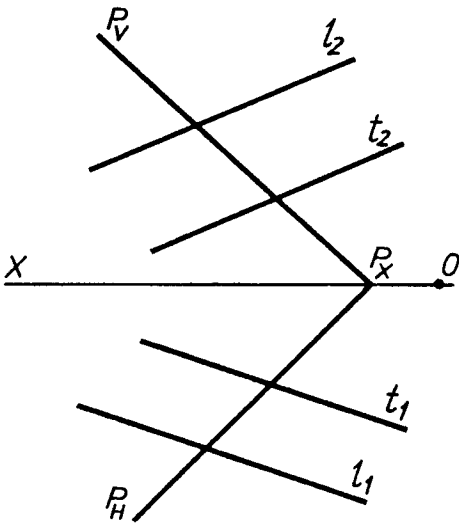


Рис. 2.215

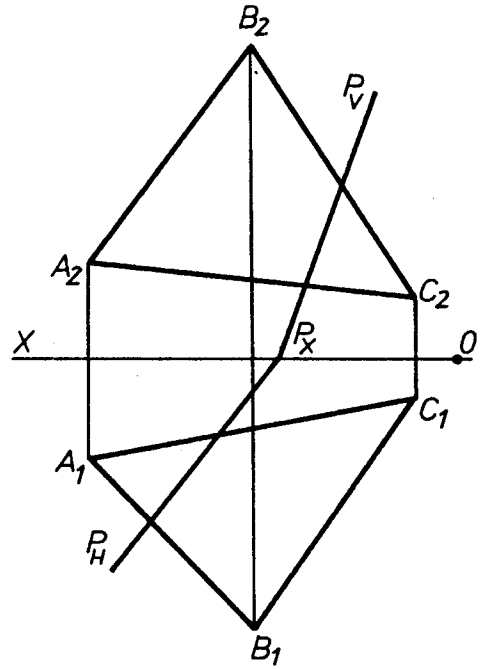


Рис. 2.216

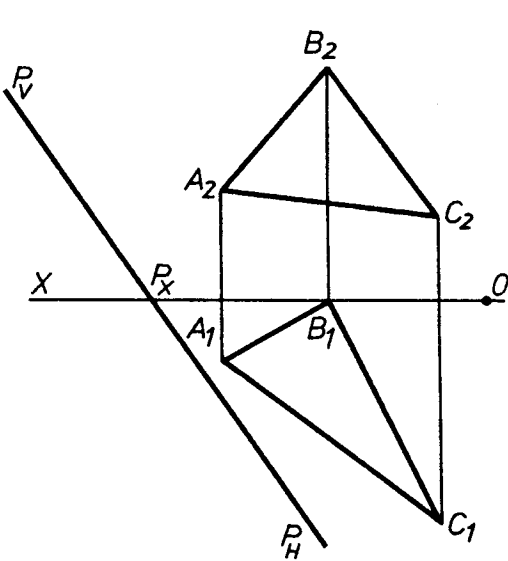


Рис. 2.217

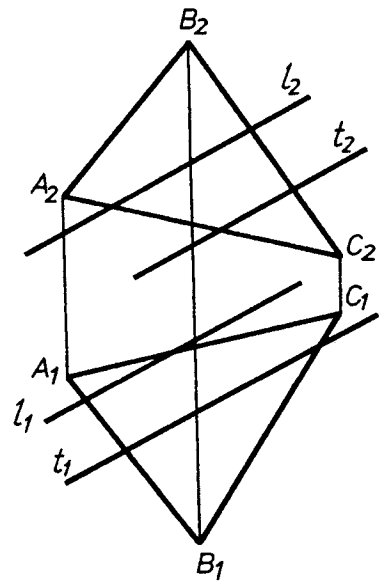


Рис. 2.218

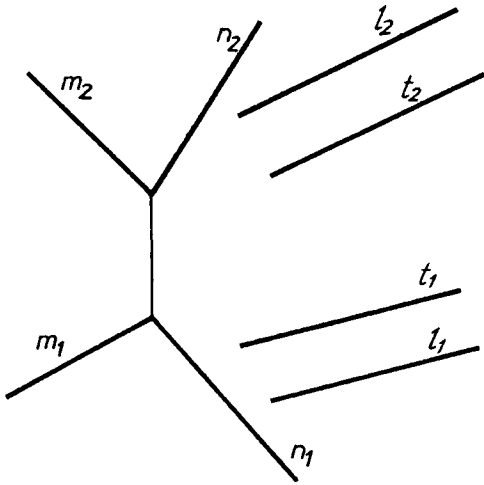


Рис. 2.219

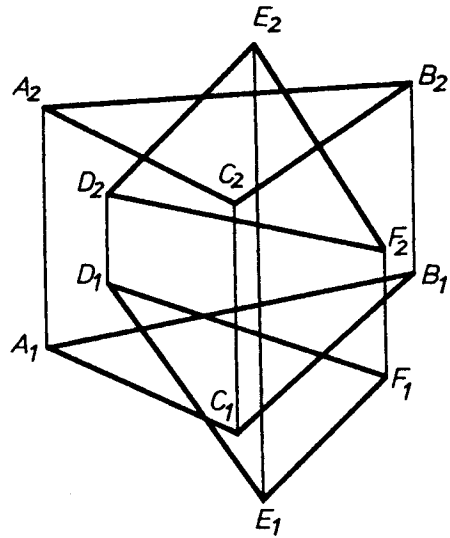


Рис. 2.220

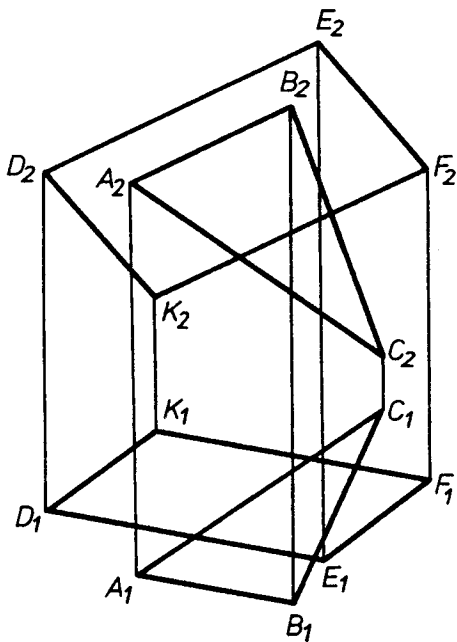


Рис. 2.221

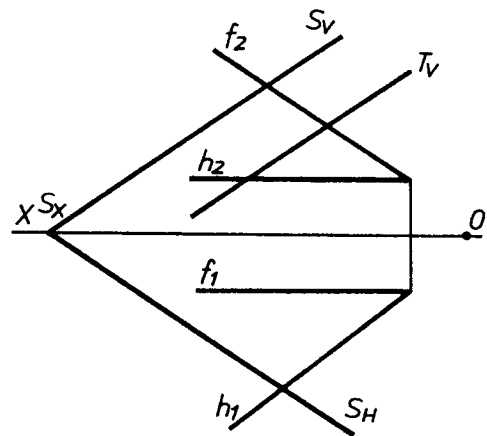


Рис. 2.223

2.8. Паралельність прямої та площини. Паралельні площини

1. Ознакою паралельності площини і прямої є паралельність прямої будь-якій прямій цієї площини.

2. Ознакою паралельності проекційної площини і прямої є паралельність сліду — проекції площини відповідній проекції заданої прямої.

3. Дві площини, задані слідами, взаємно паралельні, якщо їх однойменні сліди паралельні між собою.

4. Площини, задані перетинними (паралельними) прямими, паралельні, якщо перетинні (паралельні) прямі однієї площини відповідно паралельні прямим другої площини.

5. Горизонталі і фронталі двох паралельних площин паралельні між собою. Ця особливість паралельних площин використовується для з'ясування паралельності двох площин, якщо одна з площин або обидві задані не слідами.

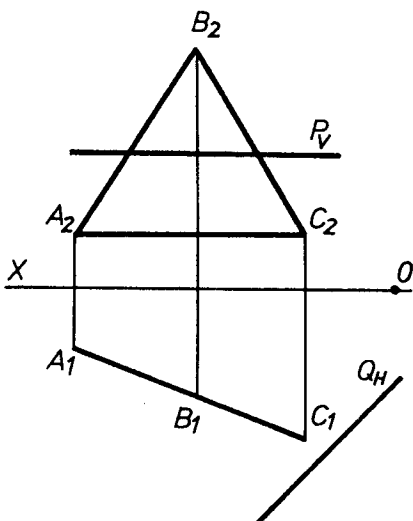


Рис. 2.222

Запитання для самоперевірки

1. На якому кресленні задана пряма l не паралельна площині P ($\triangle ABC$) (рис. 2.224–2.227)?

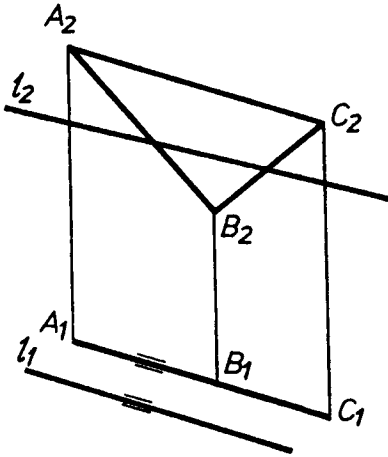


Рис. 2.224

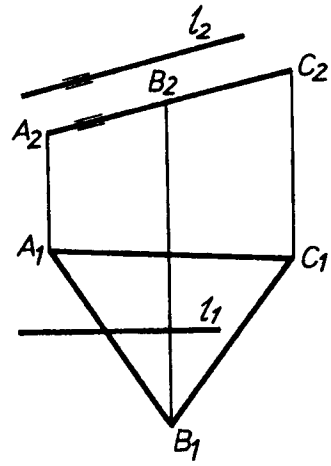


Рис. 2.227

2. На яких кресленнях задана пряма t паралельна площині (рис. 2.228–2.233)?

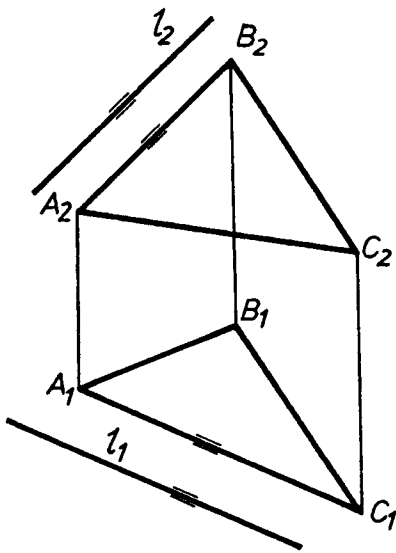


Рис. 2.225

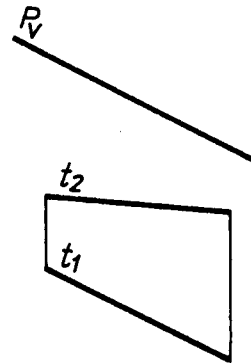


Рис. 2.228

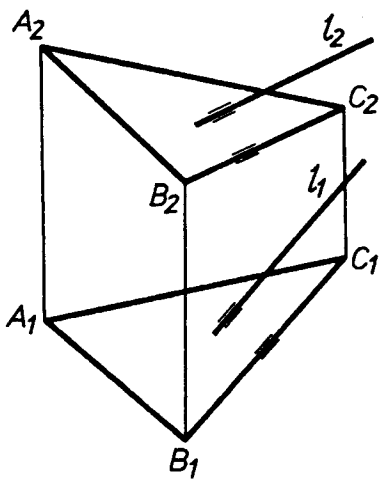


Рис. 2.226

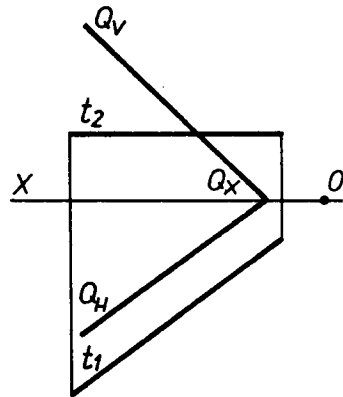


Рис. 2.229

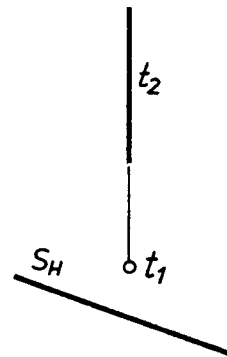


Рис. 2.230

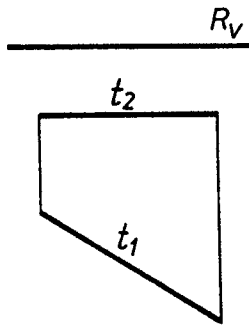


Рис. 2.231

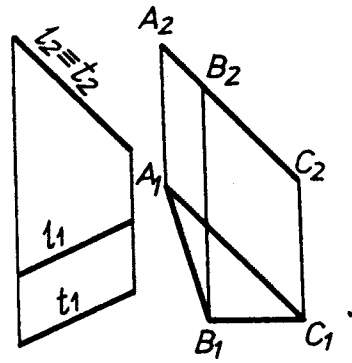


Рис. 2.235

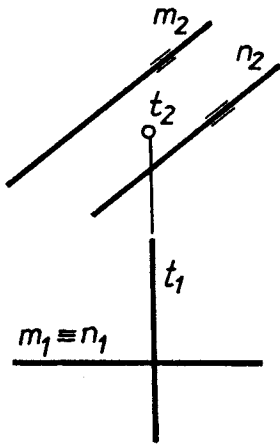


Рис. 2.232

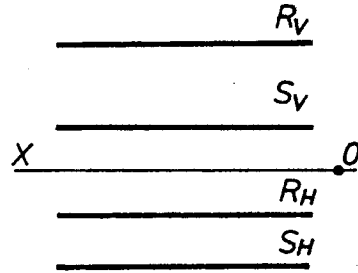


Рис. 2.236

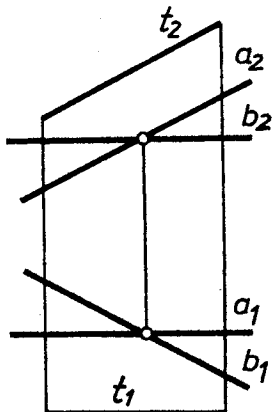


Рис. 2.233

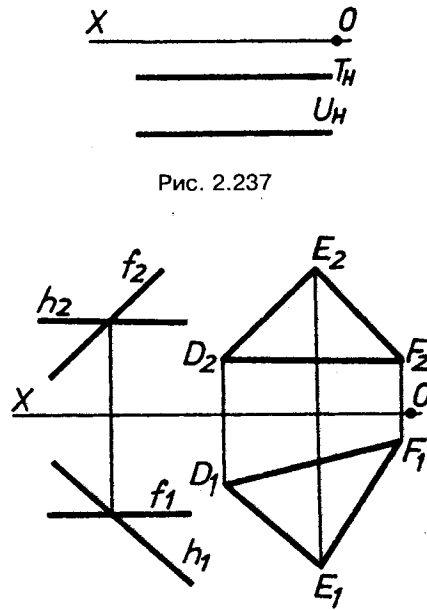


Рис. 2.237

3. На яких кресленнях задані площини взаємно паралельні (рис. 2.234–2.239)?

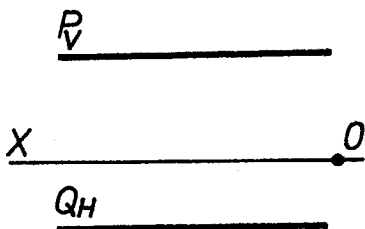


Рис. 2.234

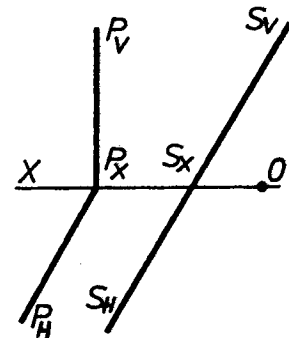


Рис. 2.239

ПРИКЛАДИ

Приклад 42. Через точку $K(K_1, K_2)$ провести пряму, паралельну заданій площині P (рис. 2.240).

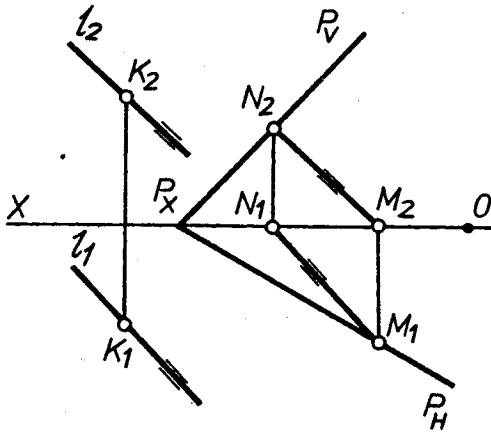


Рис. 2.240

Розв'язання. Задаємо в площині будь-яку пряму $MN(M_1N_1, M_2N_2)$. Через точку $K(K_1, K_2)$ проводимо пряму $l(l_1, l_2)$, паралельну прямій MN , тобто $l_1 \parallel M_1N_1, l_2 \parallel M_2N_2$. Оскільки пряма MN задається в площині довільно, то, очевидно, через точку можна провести безліч прямих, паралельних площині P .

Приклад 43. Задані точка K і площина $Q(A, B, C)$. Провести через точку довільну пряму, паралельну заданій площині (рис. 2.241).

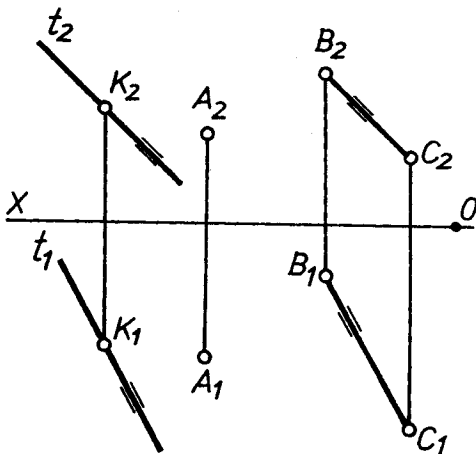


Рис. 2.241

Розв'язання. Задаємо в площині будь-яку пряму $BC(B_1C_1, B_2C_2)$ і через точку $K(K_1, K_2)$ проводимо пряму $t(t_1, t_2)$, паралельну їй, тобто $t_1 \parallel B_1C_1, t_2 \parallel B_2C_2$. Завдання має безліч розв'язків.

Приклад 44. Довести, чи паралельна пряма AB площині P (рис. 2.242).

Розв'язання. Пряма AB паралельна площині P , якщо в останній можна провести пряму, паралельну заданій прямій AB . Проводимо фронтальну проекцію M_2N_2 прямої, що лежить у площині, паралельно прямій A_2B_2 і

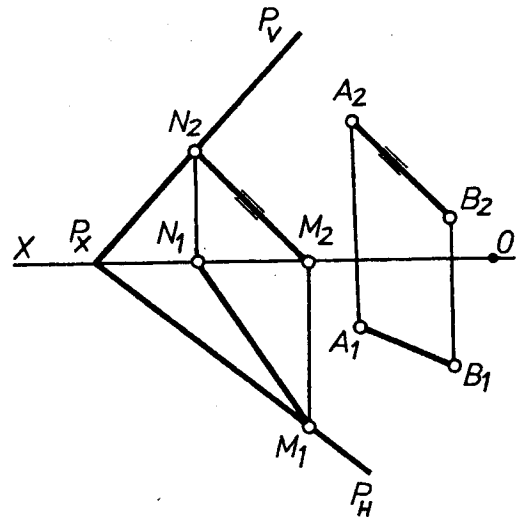


Рис. 2.242

потім знаходимо її горизонтальну проекцію M_1N_1 . Якщо M_1N_1 паралельна прямій A_1B_1 , то й пряма AB паралельна площині P , і навпаки. У цьому завданні пряма AB і площина P не паралельні.

Зауваження. Розв'язування задачі можна розпочати з проведення горизонтальної проекції прямої, що належить площині.

Приклад 45. Довести паралельність прямої l площині $Q(\triangle ABC)$ (рис. 2.243).

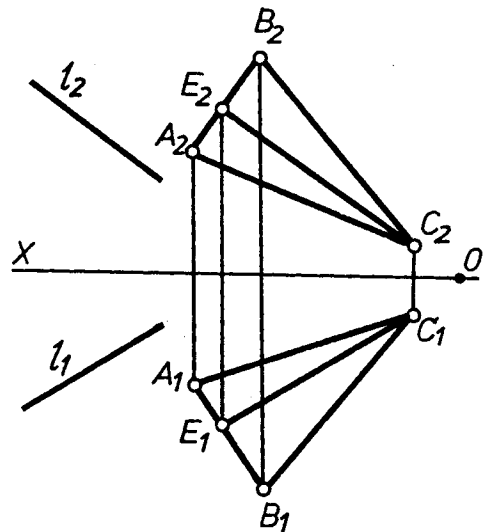


Рис. 2.243

Розв'язання. Проводимо довільно фронтальну проекцію C_2E_2 допоміжної прямої, що лежить у заданій площині, паралельно прямій l_2 , і знаходимо її горизонтальну проекцію C_1E_1 . Оскільки $C_2E_2 \parallel l_2$ і $C_1E_1 \parallel l_1$, то прямі CE (C_1E_1, C_2E_2) і l (l_1, l_2) паралельні між собою. Отже, задана пряма l паралельна площині $Q(\triangle ABC)$.

Приклад 46. Через точку A провести площину довільного положення, паралельну довільній прямій BC . Площину задати двома перетинними прямими (рис. 2.244).

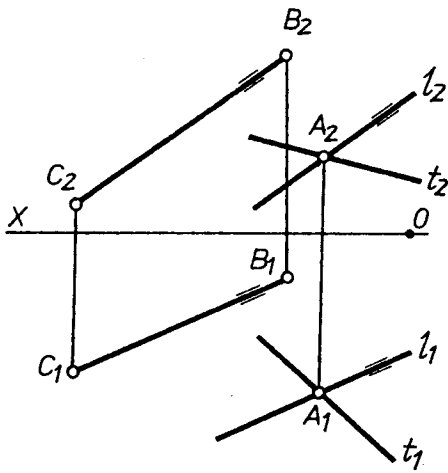


Рис. 2.244

Розв'язання. Для того щоб площина, яка проходить через точку A , була паралельною прямій BC , вона повинна містити пряму, паралельну прямій BC . Проводимо через точку $A (A_1, A_2)$ пряму $l (l_1, l_2)$, паралельну прямій $BC (B_1C_1, B_2C_2)$; іншу пряму $t (t_1, t_2)$, перетинну з прямою $l (l_1, l_2)$, проводимо довільно.

Приклад 47. Через пряму AB провести площину P , паралельну заданій прямій CD . Шукану площину задати слідами (рис. 2.245).

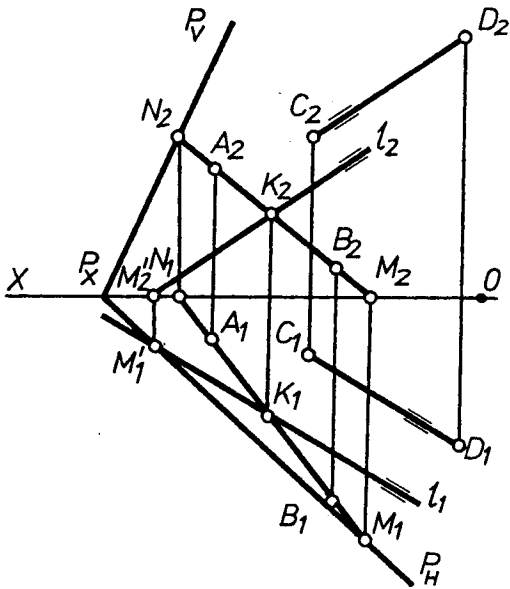


Рис. 2.245

Розв'язання. Для того щоб площина, яка проходить через пряму AB , була паралельною прямій CD , вона повинна містити пряму, паралельну прямій CD . Проводимо через довільну точку $K (K_1, K_2)$ прямої $AB (A_1B_1, A_2B_2)$ пряму $l (l_1, l_2)$, паралельну прямій $CD (C_1D_1, C_2D_2)$. Прямі AB і l визначають шукану площину. Щоб шукану площину задати слідами, знаходимо горизонтальні сліди M і M' відповідно прямих AB і l . Через знайдені точки-сліди проводимо горизонтальний слід P_H шуканої площини. Отримавши фронтальний слід

N прямої AB , через точку збігу слів P_X і знайдену точку-слід N_2 проведемо фронтальний слід P_V шуканої площини.

Приклад 48. Задані площина P і точка збігу слів площини Q , паралельної площині P . Побудувати сліди площини Q (рис. 2.246).

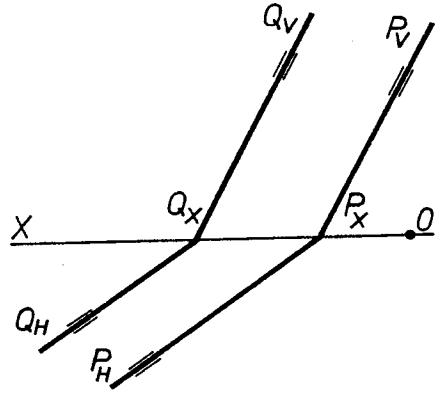


Рис. 2.246

Розв'язання. Сліди площини Q мають бути паралельні однойменним слідам площини P . Проводимо через точку Q_X сліди: Q_H — паралельно P_H і Q_V — паралельно P_V .

Приклад 49. Задані профільно-проекційною площиною S і точка A . Провести через точку A площину T , паралельну площині S (рис. 2.247).

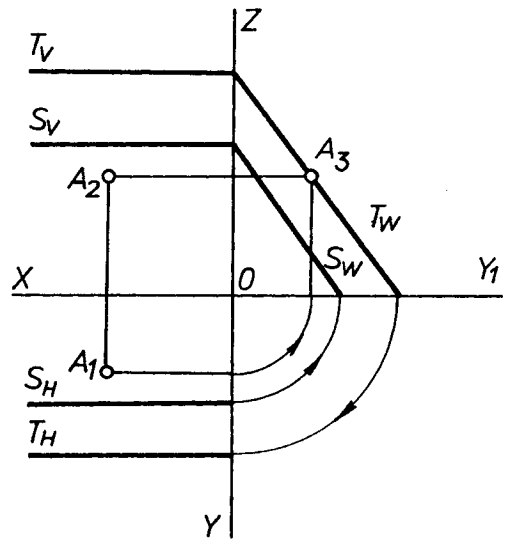


Рис. 2.247

Розв'язання. Шукана площина T має бути профільно-проекційною. Зауважимо, що необхідною умовою паралельності двох профільно-проекційних площин є паралельність їх профільних слів. Знаходимо профільний слід S_W площини S і профільну проекцію A_3 точки A . Оскільки площина T повинна проходити через точку A , то проводимо профільний слід T_W площини T паралельно сліду S_W через профільну проекцію A_3 точки. Маючи слід T_W , отримуємо сліди T_H і T_V , паралельні осі проекцій.

Приклад 50. Задані площина P і точка A . Провести через точку A площину Q , паралельну площині P (рис. 2.248).

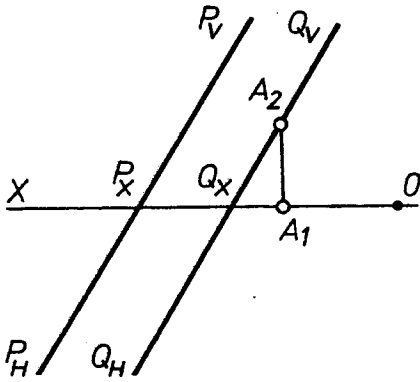


Рис. 2.248

Розв'язання. Шукана площина Q — загального положення, рівнонахилена. Оскільки точка A (A_1, A_2), через яку проходить площина Q , лежить у фронтальній площині проєкцій, то вона має лежати і на фронтальному сліді Q_V площини Q . Отже, проводимо через точку A_2 фронтальний слід Q_V площини до перетину з віссю проєкцій у точці Q_X ; його продовженням є горизонтальний слід Q_H площини.

Приклад 51. Задані площина P і точка A . Провести через точку A площину Q , паралельну площині P (рис. 2.249).

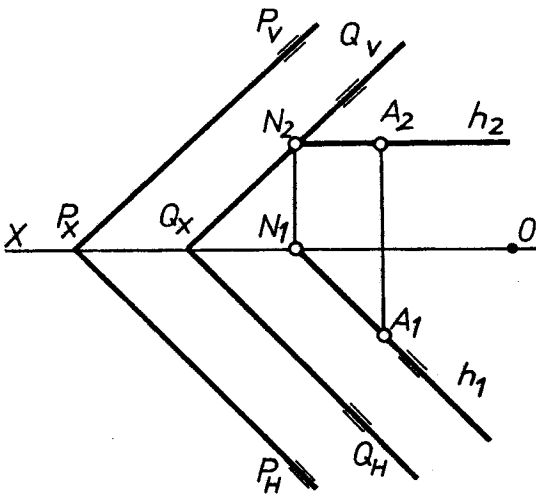


Рис. 2.249

Розв'язання. Через точку A проводимо паралельно заданій площині P допоміжну пряму, через яку проводимо площину, що задовольняє умову задачі.

Паралельно довільній горизонталі площини P проводимо через точку A (A_1, A_2) горизонталь h (h_1, h_2) шуканої площини Q . Її горизонтальна проєкція має проходити через точку A_1 паралельно сліду P_H , а фронтальна — через точку A_2 паралельно осі проєкцій. Знайшовши слід N (N_1, N_2) цієї горизонталі, проведемо сліди шуканої площини: спочатку фронтальний

слід Q_V через точку N_2 паралельно сліду P_V до перетину з віссю проєкцій у точці Q_X , а потім через точку Q_X — горизонтальний слід Q_H паралельно сліду P_H .

Приклад 52. Через точку K (K_1, K_2) провести площину Q , паралельну заданій площині P ($\triangle ABC$) (рис. 2.250).

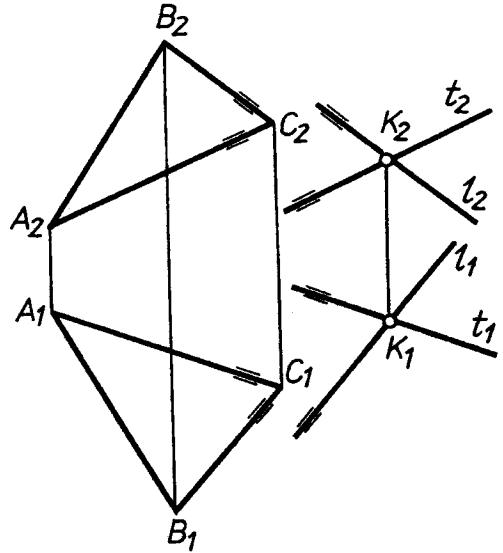


Рис. 2.250

Розв'язання. Через задану точку K проводимо дві прямі, які перетинаються, паралельно яким-небудь двом прямим, що лежать у цій площині. Пряма l проходить через точку K паралельно стороні BC трикутника, а пряма t — через цю ж точку паралельно стороні AC . Нова площина, визначена двома перетинними лініями l і t , буде паралельна площині трикутника ABC .

Приклад 53. Довести, чи паралельна площина P площині трикутника ABC (рис. 2.251).

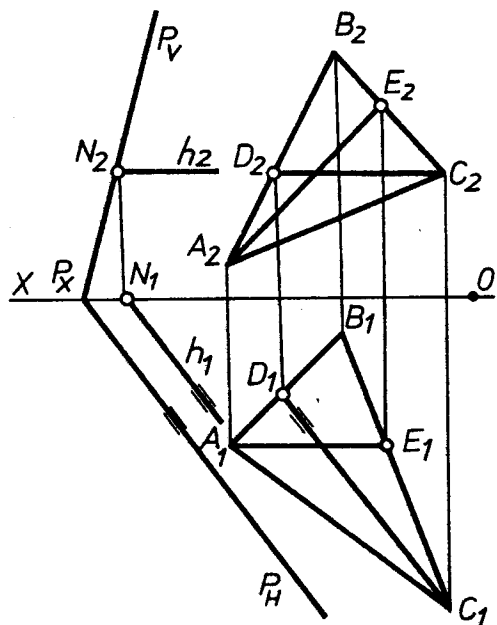


Рис. 2.251

Розв'язання. Використаємо властивість, що в паралельних площинах можна провести паралельні прямі. Проводимо довільно горизонталі площини P і площини трикутника ABC . У випадку паралельності горизонталей проводимо довільно фронталі тих же площин. Якщо фронталі також паралельні, то й площини паралельні між собою. У цьому завданні маємо випадок, коли горизонталі площин паралельні, а фронталі не паралельні. Отже, площина P і площина трикутника ABC не паралельні.

Зауваження. 1. Завдання можна розв'язати, побудувавши попередньо сліди площин трикутника, а потім, використавши теорему про розташування однойменних слідів площин, визначити розташування площин. 2. Для площини, заданої слідами, горизонталь (фронталь) можна не проводити, тому що ці особливі лінії паралельні відповідним слідам площини.

ЗАДАЧІ

81. Через точку A провести пряму, паралельну площині, яка задана перетинними прямими l і t (рис. 2.252).

82. Через точку A провести пряму, паралельну площині P (рис. 2.253).

83. Через задану точку A провести пряму, паралельну площині трикутника KLM і горизонтальній площині проєкцій (рис. 2.254).

84. Провести через точку A пряму, паралельну заданій площині P (рис. 2.255).

85. Побудувати фронтальну проєкцію відрізка AB , паралельного заданій площині P (рис. 2.256).

86. Побудувати горизонтальну проєкцію відрізка AB , паралельного заданій площині Q (рис. 2.257).

87. Провести через точку A довільну пряму, паралельну осьовій площині R , що задана слідами $R_H = R_V$ і точкою $K(K_1, K_2)$ (рис. 2.258).

88. Чи паралельна пряма l площині P (рис. 2.259)?

89. Чи паралельна пряма l площині, яка задана прямою AB і точкою C (рис. 2.260)?

90. Чи паралельна пряма AB площині трикутника KLM (рис. 2.261)?

91. Через точку A провести пряму, паралельну двом заданим площинам P і Q (рис. 2.262).

92. Через точку $K(Y = 20; Z = 20)$ провести пряму AB , що належить бісектору першої чверті й паралельна площині довільного положення.

93. Через точку M паралельно горизонталю площини $\triangle ABC$ провести відрізок прямої $MN = 30$ мм (рис. 2.263).

94. Через точку K паралельно площині P ($a \parallel b$) провести довільний відрізок прямої $KL = 40$ мм (рис. 2.264).

95. Через точку C провести горизонтально-проєкційну площину P , паралельну прямій AB (рис. 2.265).

96. Через точку C провести площину довільного положення Q , паралельну прямій AB . Точка збігу слідів Q_x задана (рис. 2.266).

97. Задані пряма $l(l_1, l_2)$ і точка $K(K_1, K_2)$. Провести через точку K довільну площину P так, щоб сліди останньої збігалися і площина була б паралельна заданій прямій l (рис. 2.267).

98. Задані прямі AB і CD . Провести через пряму AB площину, паралельну прямій CD (рис. 2.268).

99. Через пряму $l(l_1, l_2)$ провести площину P , паралельну заданій прямій $t(t_1, t_2)$. Шукану площину визначити слідами (рис. 2.269).

100. Через точку K провести площину P (побудувати її сліди), паралельну двом заданим мимобіжним прямим l і t (рис. 2.270).

101. Побудувати фронтальний слід площини P , паралельної прямій $t(t_1, t_2)$ (рис. 2.271).

102. Побудувати сліди площини Q , паралельної площині P , якщо задана точка збігу слідів Q_x площини Q (рис. 2.272–2.274).

103. Побудувати горизонтальну проєкцію трикутника ABC , площина якого паралельна заданій горизонтально-проєкційній площині P (рис. 2.275).

104. Побудувати сліди площини Q , яка проходить через точку K і паралельна площині P (рис. 2.276–2.279).

105. Чи паралельні площини R і S (рис. 2.280, 2.281)?

106. Через задані прямі AB і CD провести взаємно паралельні площини P і Q (рис. 2.282, 2.283).

107. Через точку K провести площину, паралельну площині, заданій прямою AB і точкою C (рис. 2.284).

108. Через точку A провести площину, паралельну площині, заданій паралельними прямими l і t (рис. 2.285).

109. Побудувати сліди площини, яка проходить через точку K і паралельна площині P (рис. 2.286, 2.287).

110. Через точку A провести площину P (знайти її сліди), паралельну площині, заданій двома паралельними прямими (сліди не проводити) (рис. 2.288).

111. Побудувати сліди площини Q , яка проходила б через точку K паралельно площині трикутника ABC (рис. 2.289).

112. Провести пряму l , що перетинає дві мимобіжні прямі m і n і паралельна третій прямій t (рис. 2.290).

Вказівка. Шукана пряма належить площині, паралельній t , і проходить через одну з мимобіжних прямих. Площину можна задати двома перетинними прямими.

113. Провести через точку K пряму, яка перетинає пряму l і паралельна площині P (рис. 2.291).

Вказівка. Шукана пряма належить площині, яка проходить через точку K і паралельна площині P .

114. Провести через точку A пряму, яка перетинає пряму BC і паралельна площині Q (DE, K) (рис. 2.292).

115. Провести пряму, яка перетинає задані прямі l і t і паралельна площині P (рис. 2.293).

Вказівка. Шукана пряма належить площині, яка паралельна площині P і проходить через довільну точку, взяту на одній із заданих прямих.

116. Провести через точку K пряму, яка перетинає пряму l і паралельна площині трикутника ABC (рис. 2.294).

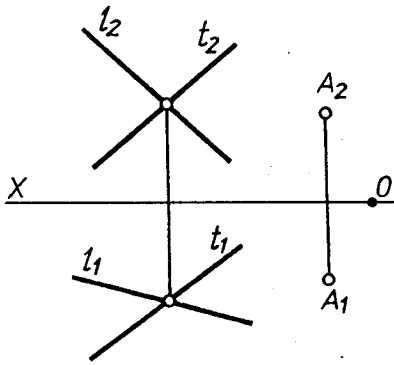


Рис. 2.252

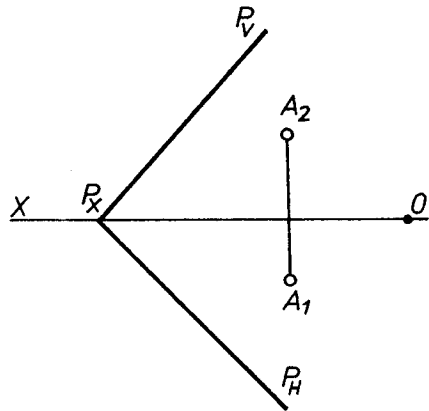


Рис. 2.253

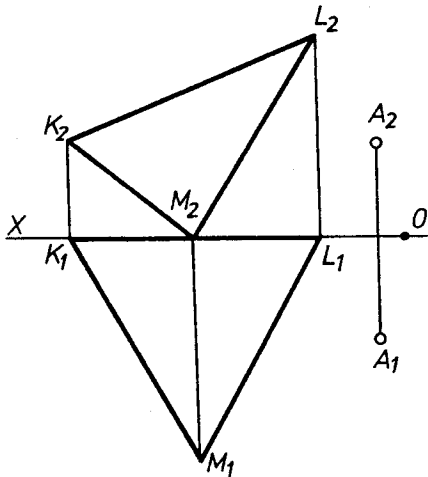


Рис. 2.254

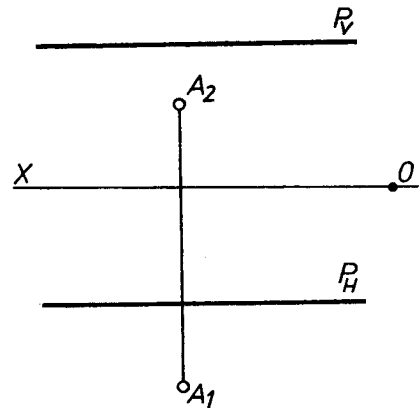


Рис. 2.255

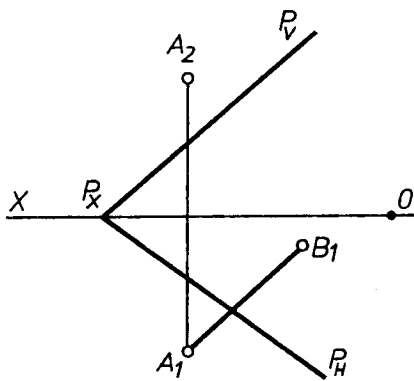


Рис. 2.256

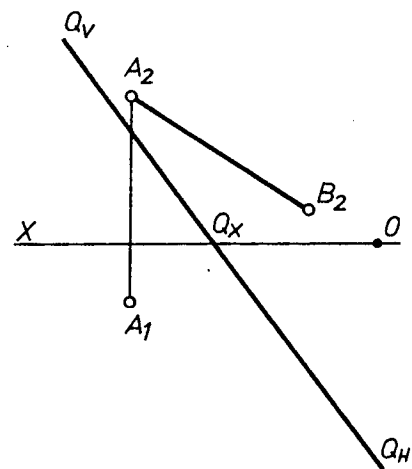


Рис. 2.257

117. Провести площину Q , паралельну площині P , так, щоб відрізок заданої прямої l , який міститься між площинами, мав довжину 30 мм (рис. 2.295).

Вказівка. Від точки перетину прямої l з площиною P відкласти на заданій прямій відрізок завдовжки 30 мм і через одержану точку (кінець відрізка) провести площину Q , паралельну заданій площині.

118. Провести площину P , паралельну площині, заданій паралельними прямими m і n , так, щоб відрізок заданої прямої l , який міститься між площинами, мав довжину 25 мм (рис. 2.296).

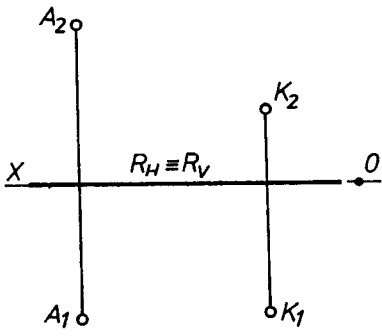


Рис. 2.258

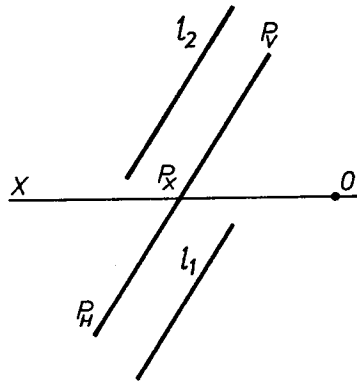


Рис. 2.259

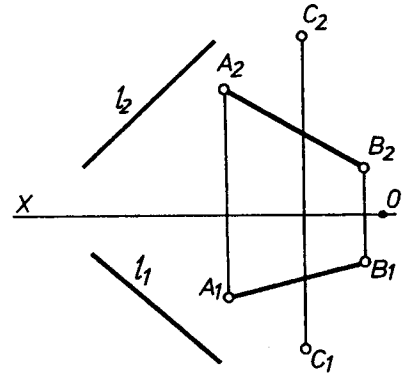


Рис. 2.260

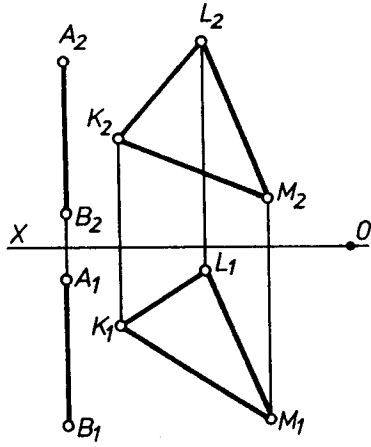


Рис. 2.261

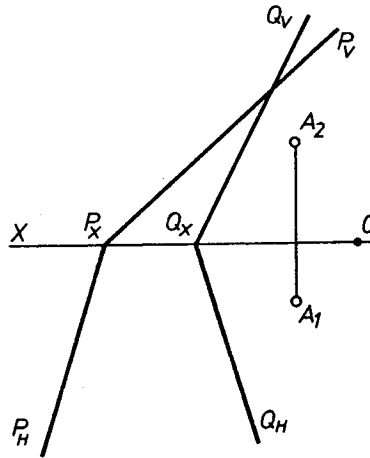


Рис. 2.262

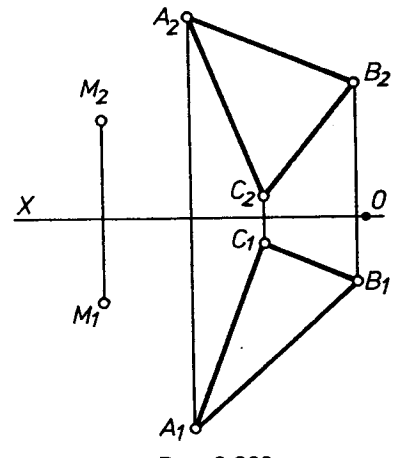


Рис. 2.263

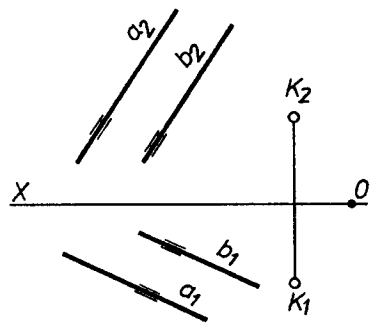


Рис. 2.264

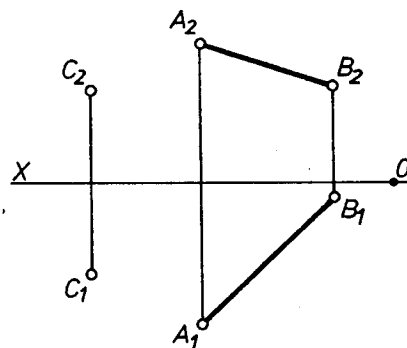


Рис. 2.265

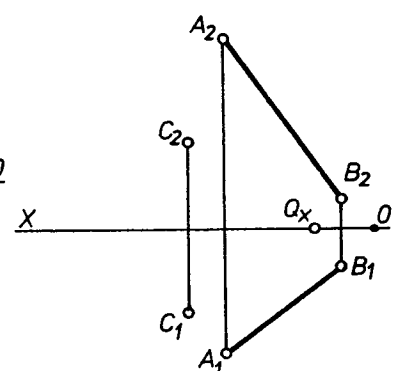


Рис. 2.266

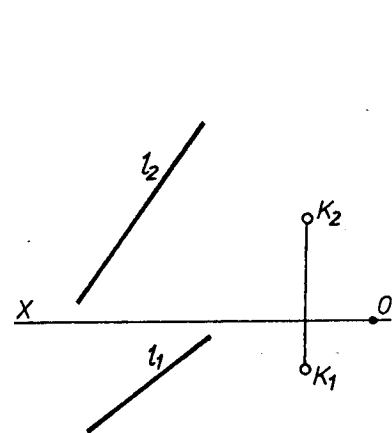


Рис. 2.267

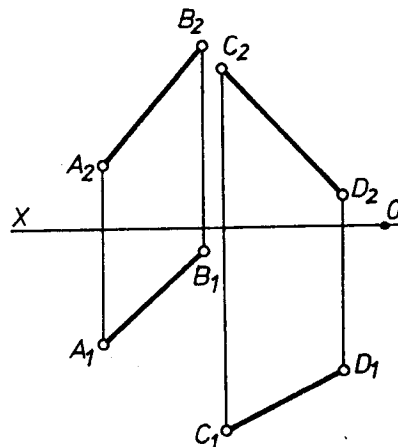


Рис. 2.268

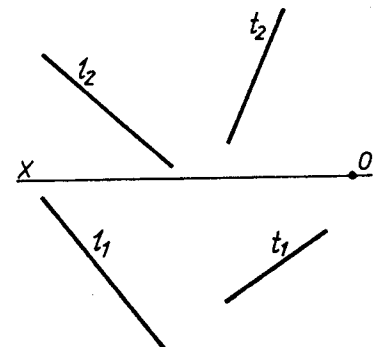


Рис. 2.269

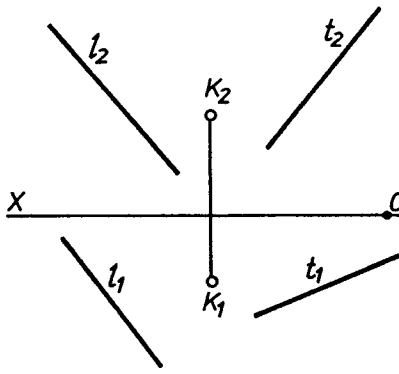


Рис. 2.270

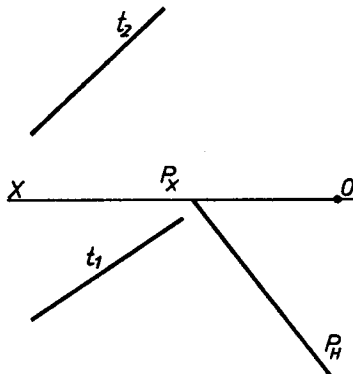


Рис. 2.271

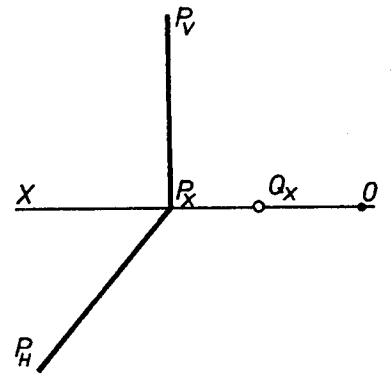


Рис. 2.272

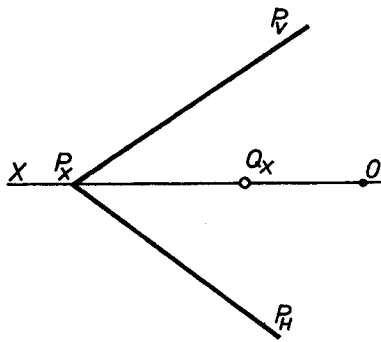


Рис. 2.273

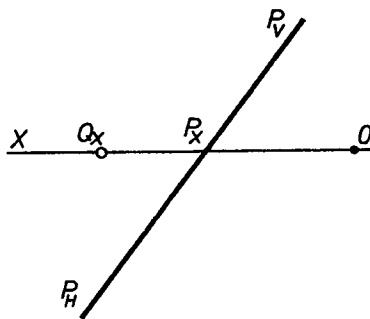


Рис. 2.274

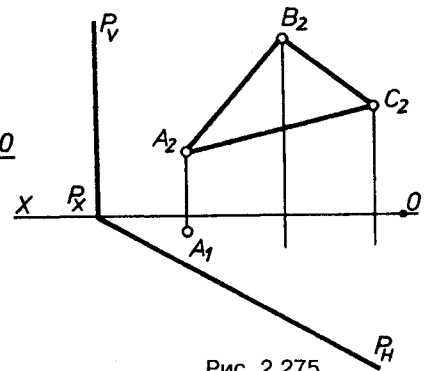


Рис. 2.275

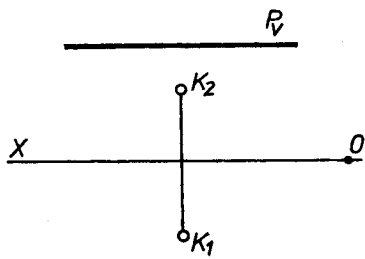


Рис. 2.276

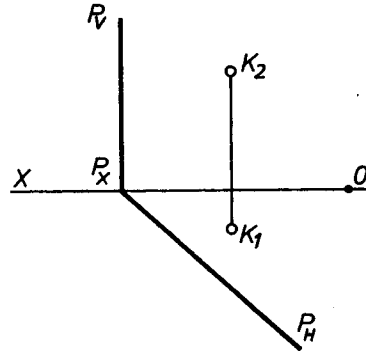


Рис. 2.277

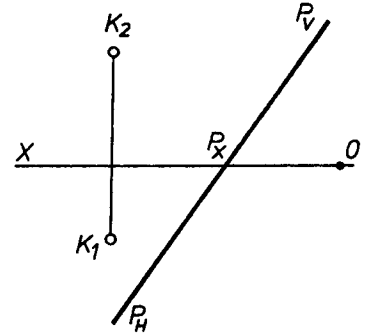


Рис. 2.278

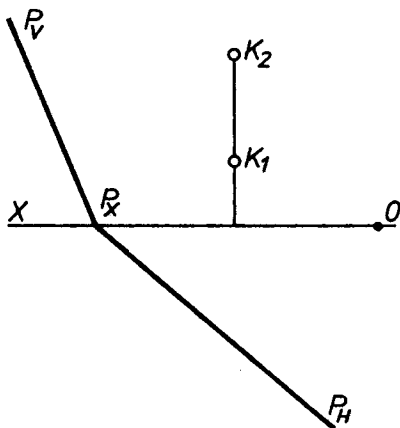


Рис. 2.279

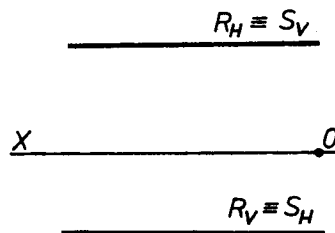


Рис. 2.280

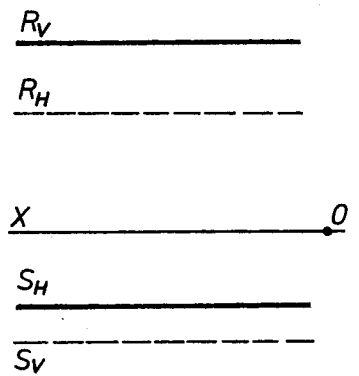


Рис. 2.281

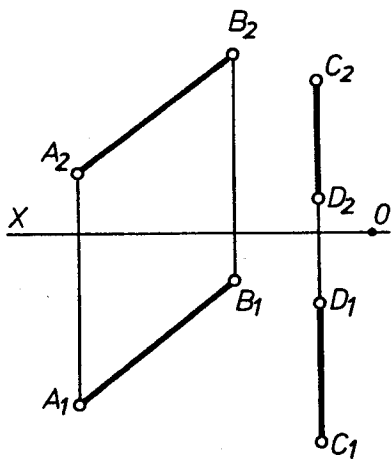


Рис. 2.282

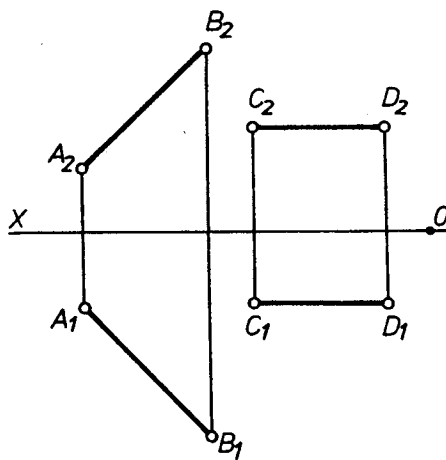


Рис. 2.283

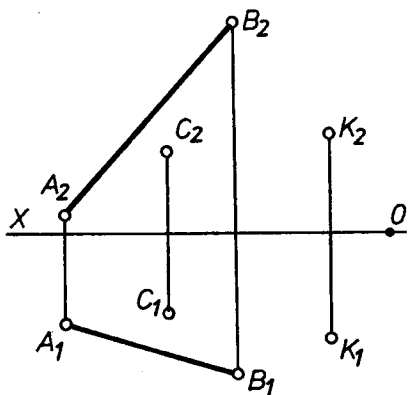


Рис. 2.284

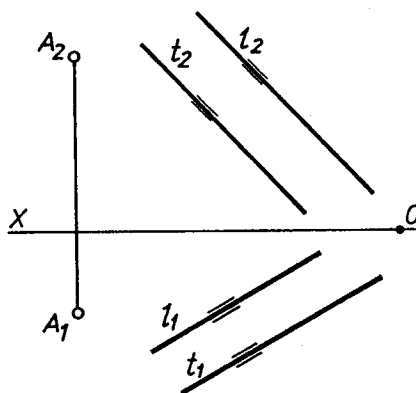


Рис. 2.285

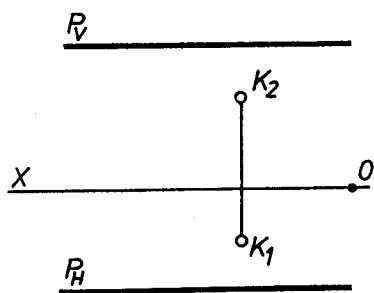


Рис. 2.286

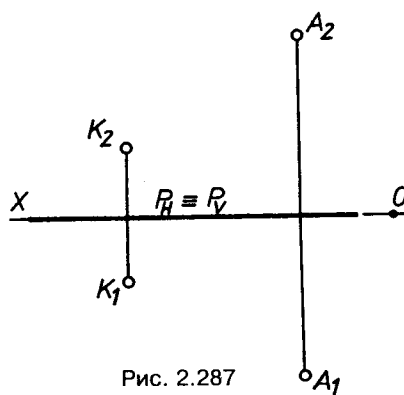


Рис. 2.287

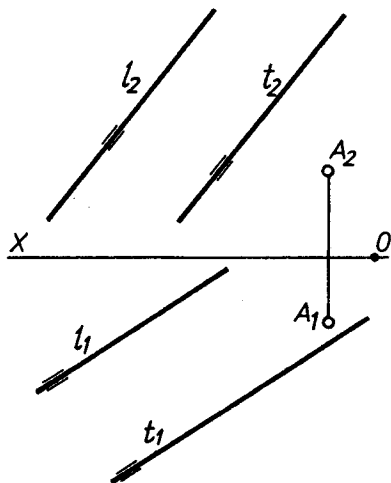


Рис. 2.288

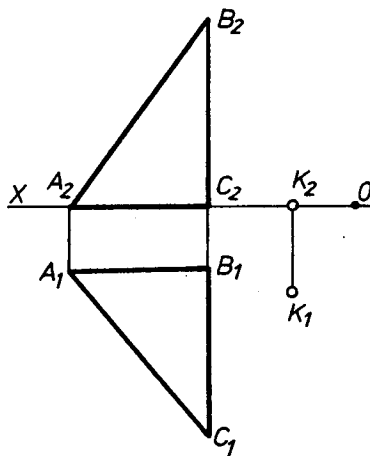


Рис. 2.289

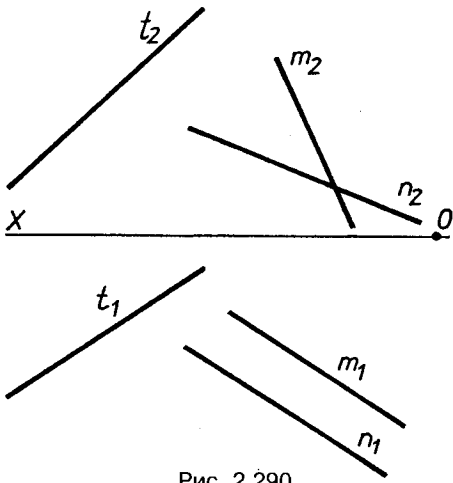


Рис. 2.290

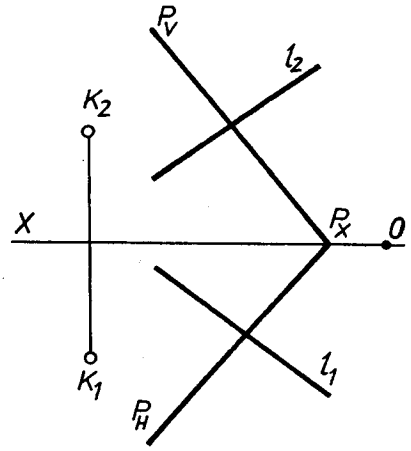


Рис. 2.291

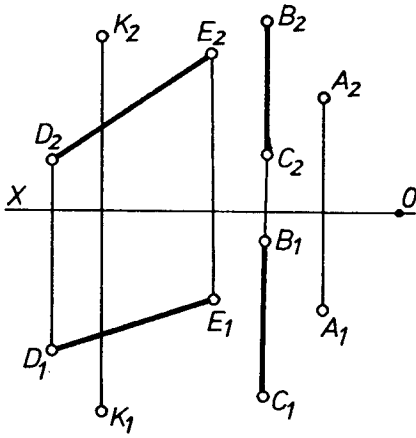


Рис. 2.292

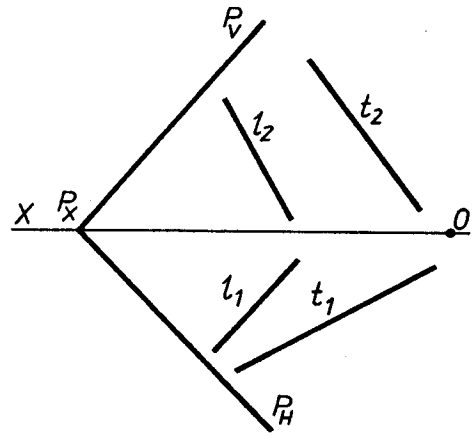


Рис. 2.293

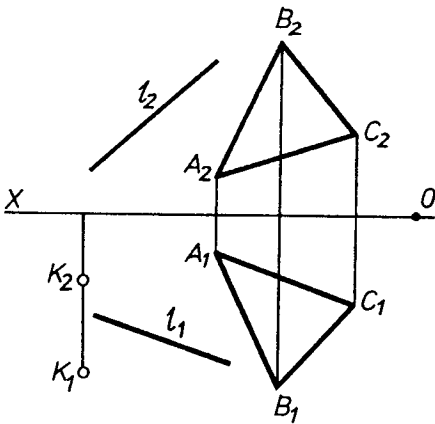


Рис. 2.294

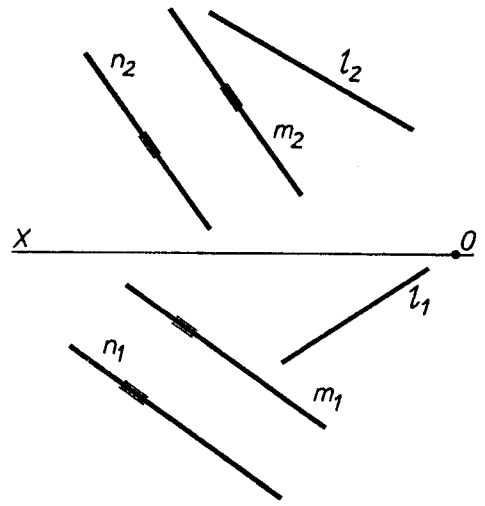


Рис. 2.295

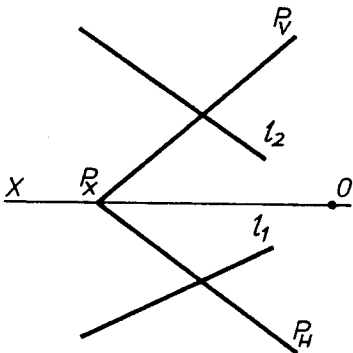


Рис. 2.296

2.9. Перпендикулярність прямої і площини

1. Пряма і площина взаємно перпендикулярні, якщо горизонтальна проекція прямої перпендикулярна до горизонтальної проекції горизонталі, а фронтальна — до фронтальної проекції фронталі площини.

На рис. 2.297 пряма l перпендикулярна до площини трикутника ABC , оскільки $l_1 \perp A_1D_1$, а $l_2 \perp C_2E_2$ (AD — горизонталь, CE — фронталь площини).

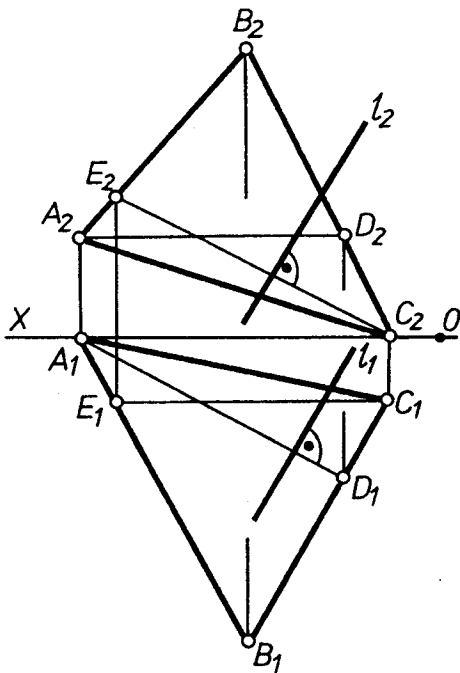


Рис. 2.297

2. Якщо пряма перпендикулярна до площини, заданої слідами, то проекції цієї прямої перпендикулярні до відповідних слідів площини.

На рис. 2.298 пряма t перпендикулярна до площини P , оскільки $t_1 \perp P_H$, а $t_2 \perp P_V$.

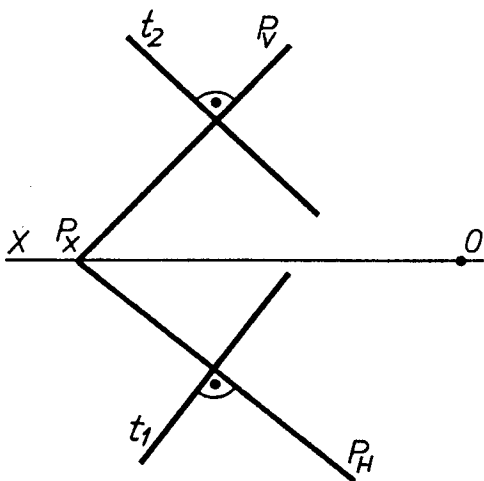


Рис. 2.298

3. Відстань від точки до площини визначають довжиною перпендикуляра, проведеного з точки на площину. Алгоритм цього визначення такий:

- а) проведення перпендикуляра із заданої точки на площину;
- б) знаходження точки перетину перпендикуляра з площиною;
- в) визначення справжньої довжини знайденого перпендикуляра.

2.10. Взаємно перпендикулярні прямі

Дві прямі взаємно перпендикулярні, якщо одна з них лежить у площині, перпендикулярній до другої прямої.

Щоб провести через точку A пряму P , перпендикулярну до заданої прямої l (рис. 2.299), через задану точку проводимо площину Q , перпендикулярну до прямої l (цю площину вигідно задавати горизонталлю і фронталлю). Далі знаходимо точку перетину K прямої l з площиною Q і проводимо через неї та задану точку A шуканий перпендикуляр.

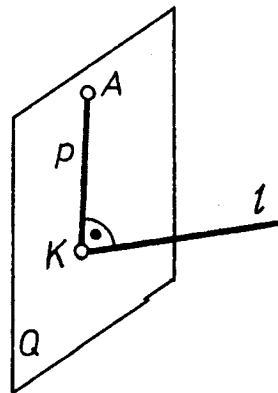


Рис. 2.299

2.11. Взаємно перпендикулярні площини

1. Щоб одна площина була перпендикулярна до іншої, досить, щоб одна з них проходила через перпендикуляр до іншої.

2. Побудову площини Q , перпендикулярної до площини P , можна виконати двома способами: а) площину Q проводимо через пряму, перпендикулярну до площини P ; б) площину Q проводимо перпендикулярно до прямої, що лежить у площині P . Щоб одержати єдиний розв'язок, потрібні додаткові умови.

3. Якщо горизонтальні сліди двох горизонтально-проекційних площин взаємно перпендикулярні, то й площини взаємно перпендикулярні. Якщо фронтальні сліди двох фронтально-проекційних площин взаємно перпендикулярні, то й площини взаємно перпендикулярні.

4. Перпендикулярність горизонтальних слідів площини довільного положення і горизонтально-проекційної площини відповідає взаємній перпендикулярності цих площин. Перпендикулярність фронтальних слідів площини довільного положення і фронтально-проекційної площини відповідає взаємній перпендикулярності цих площин.

5. Якщо однойменні сліди двох площин довільного положення взаємно перпендикулярні, то ці площини не перпендикулярні між собою.

2.12. Кут між прямою і площиною та між двома площинами

1. Кутом між прямою і площиною називають кут між цією прямою та її проекцією на даній площині.

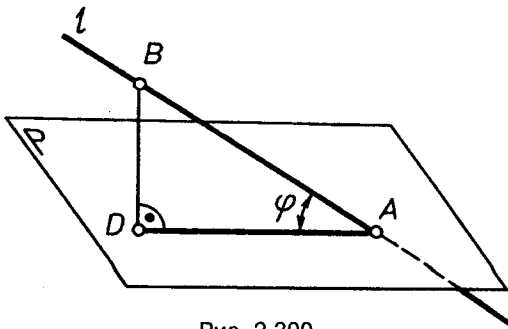


Рис. 2.300

Алгоритм визначення кута такий (рис. 2.300):
а) пошук точки А перетину прямої l із площиною P ;

б) проведення перпендикуляра із точки B на площину P ;

в) пошук точки D перетину цього перпендикуляра з площиною P ;

г) кут $BAD = \varphi$ — шуканий кут.

2. Мірою кута між двома площинами є лінійний кут, утворений двома прямими перетину граней цього кута площиною, перпендикулярною до граней.

Запитання для самоперевірки

1. На яких кресленнях пряма l перпендикулярна до площини (рис. 2.301–2.306)?

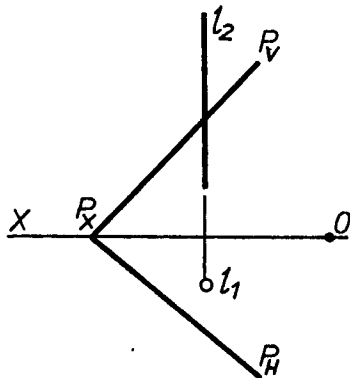


Рис. 2.301

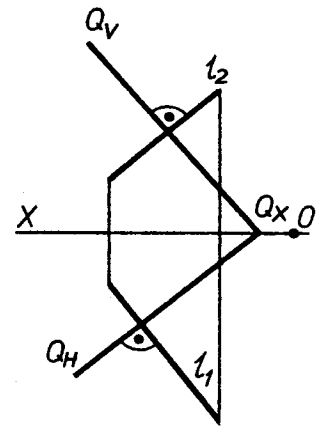


Рис. 2.302

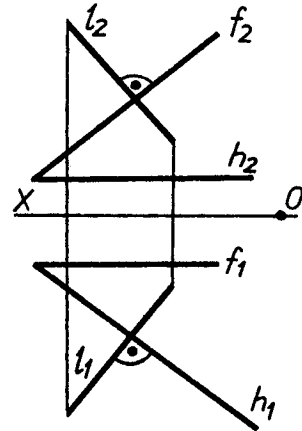


Рис. 2.303

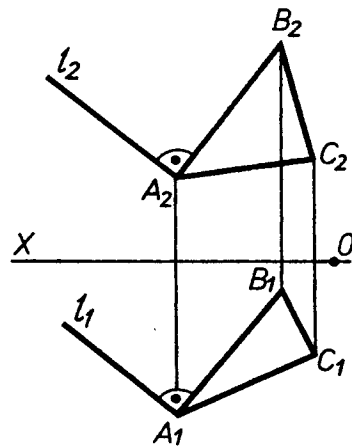


Рис. 2.304

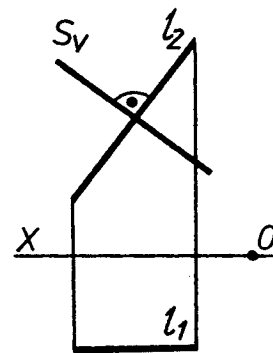


Рис. 2.305

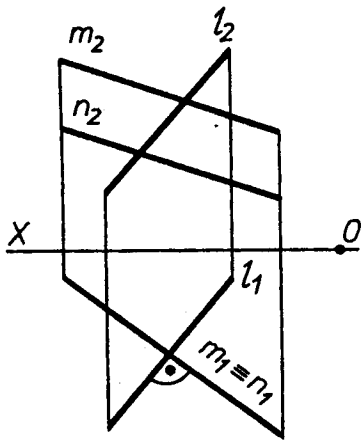


Рис. 2.306

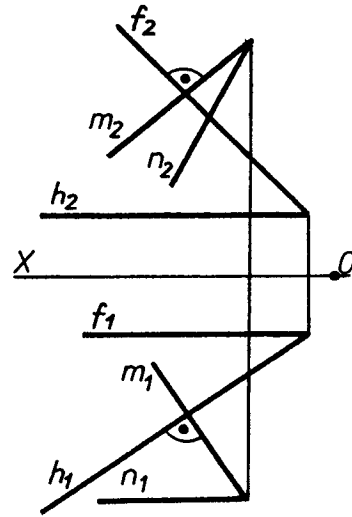


Рис. 2.309

2. На яких кресленнях задані площини взаємно перпендикулярні (рис. 2.307–2.312)?

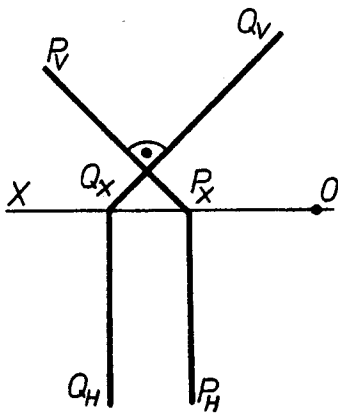


Рис. 2.307

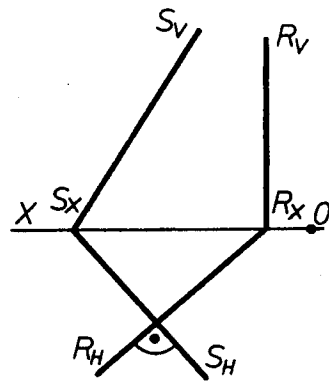


Рис. 2.310

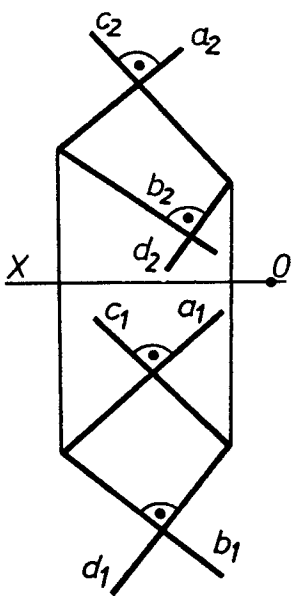


Рис. 2.308

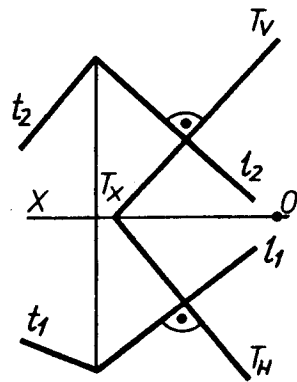


Рис. 2.311

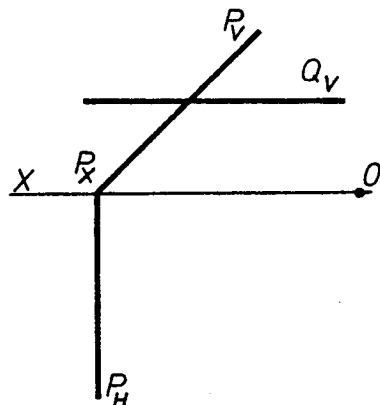


Рис. 2.312

ПРИКЛАДИ

Приклад 54. Задані площина P і точка A . Провести з точки A перпендикуляр на площину P (рис. 2.313).

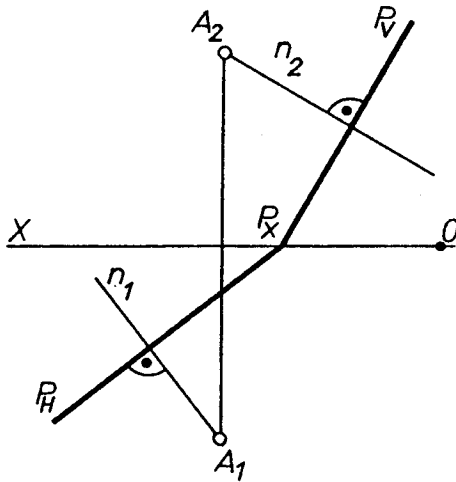


Рис. 2.313

Розв'язання. Проводимо через проекції заданої точки однойменні проекції шуканої прямої перпендикулярно до відповідних слідів площини, тобто $n_1 \perp P_H, n_2 \perp P_V$.

Приклад 55. Задані площина двома паралельними прямими l і t та точка K . Опустити перпендикуляр з точки на цю площину (рис. 2.314).

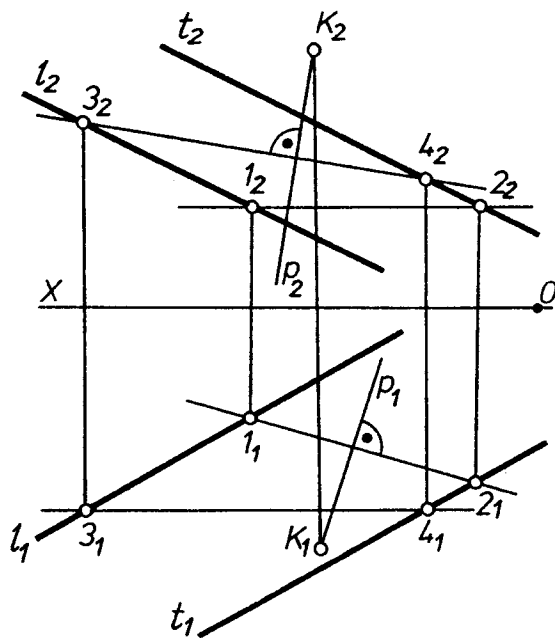


Рис. 2.314

Розв'язання. Проводимо довільно горизонталь і фронталь заданої площини. Потім будуємо проекції перпендикуляра: горизонтальну p_1 — через точку K_1 перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі $1_1 2_1$ і фронтальну p_2 — через точку K_2 перпендикулярно до фронтальної проекції фронталі $3_2 4_2$.

Приклад 56. Задані площина R ($\triangle ABC$) і точка K . Визначити відстань від точки до площини (рис. 2.315).

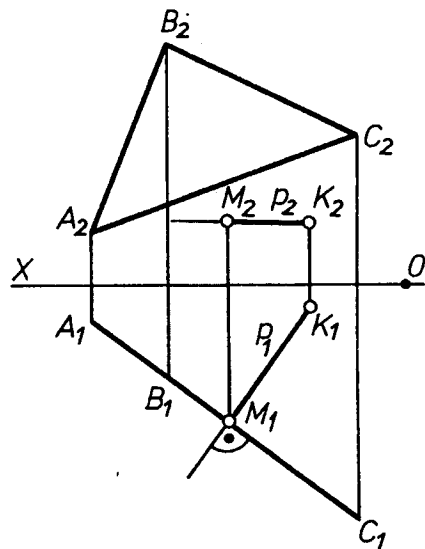


Рис. 2.315

Розв'язання. Відстань від точки до площини вимірюється відрізком перпендикуляра від його основи на площині до заданої точки. Опускаємо з точки K (K_1, K_2) перпендикуляр на площину R і визначаємо його основу M (M_1, M_2), тобто точку перетину перпендикуляра з площиною. Оскільки відрізок KM ($K_1 M_1, K_2 M_2$) розташований паралельно горизонтальній площині проекцій, його горизонтальна проекція $K_1 M_1$ дає справжню відстань від точки K до площини R .

Зауваження. Відстань від довільної точки до горизонтально-проекційної площини вимірюється на епюрі відстанню від горизонтальної проекції точки до горизонтального сліду площини, до фронтально-проекційної площини — відстанню від фронтальної проекції точки до фронтального сліду площини, до профільно-проекційної площини — відстанню від профільної проекції точки до профільного сліду площини.

Приклад 57. Задані площина P і точка A . Визначити відстань від точки A до площини P (рис. 2.316).

Розв'язання. З точки A (A_1, A_2) опускаємо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину P , для чого з A_1 проводимо його горизонтальну проекцію ($p_1 \perp P_H$), а з A_2 — фронтальну ($p_2 \perp P_V$). Знаходимо точку перетину цього перпендикуляра з площиною, для чого через перпендикуляр p проводимо проекційну площину Q (в цьому випадку проведена горизонтально-проекційна площина) і будуємо лінію перетину MN ($M_1 N_1, M_2 N_2$) площин P і Q , на якій позначаємо точку перетину K (K_1, K_2). Методом побудови прямокутного трикутника знаходимо справжню довжину відрізка AK ; один катет цього трикутника — горизонтальна проекція $A_1 K_1$, відстані від точки A до площини P ,

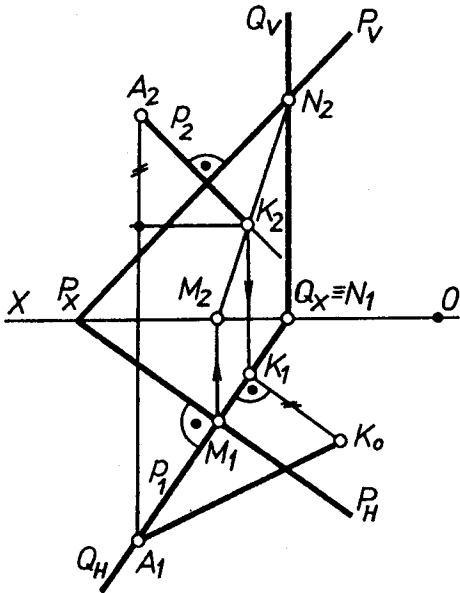


Рис. 2.316

другий катет K_1K_0 дорівнює перевищенню точки A_2 над точкою K_2 . Гіпотенуза A_1K_0 буде шуканою відстанню точки A від площини P .

Приклад 58. Знайти відстань від точки A до площини трикутника BCD (рис. 2.317).

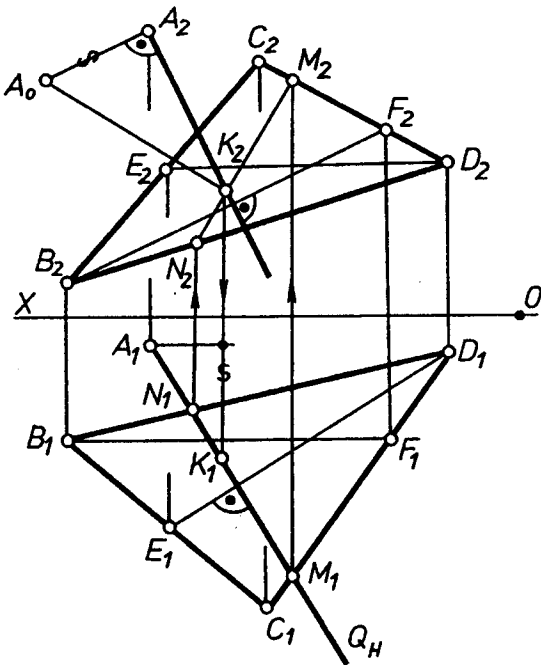


Рис. 2.317

Розв'язання. Проводимо в площині трикутника горизонталь DE (D_1E_1, D_2E_2) і фронталь BF (B_1F_1, B_2F_2). Потім із точки A_1 опускаємо перпендикуляр на горизонтальну проекцію горизонталі D_1E_1 , а з точки A_2 — перпендикуляр на фронтальну проекцію фронталі B_2F_2 , тобто з точки A опускаємо перпендикуляр на площину трикутника BCD . Точку K (K_1, K_2) перетину цього перпендикуляра з площиною $\triangle BCD$ знаходимо за допомогою горизонтально-проекційної площини Q , прове-

деної через перпендикуляр. Відрізок AK є відстанню від точки A до площини трикутника BCD . Методом побудови прямокутного трикутника знаходимо справжню відстань A_0K_2 .

Приклад 59. Задані взаємно паралельні горизонтально-проекційні площини P і Q . Визначити відстань між ними (рис. 2.318).

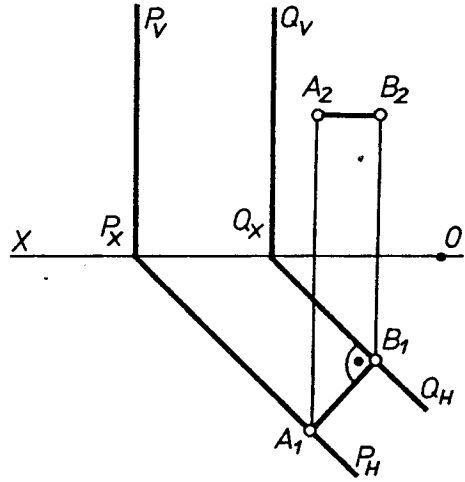


Рис. 2.318

Розв'язання. Відстань між паралельними горизонтально-проекційними площинами вимірюється на епюрі відстанню між їх горизонтальними слідами. Тому, взявши на площині P , наприклад, точку A (A_1, A_2), опускаємо перпендикуляр на іншу площину. A_1B_1 — справжня відстань між площинами P і Q .

З а у в а ж е н н я. Відстань між паралельними фронтально-проекційними площинами вимірюється на епюрі відстанню між їх фронтальними слідами; відстань між паралельними профільно-проекційними площинами вимірюється на епюрі відстанню між їх профільними слідами.

Приклад 60. Задані площина Q і точка A цієї площини (точка задана своєю фронтальною проекцією A_2). Провести з точки A перпендикуляр завдовжки 30 мм до площини (рис. 2.319).

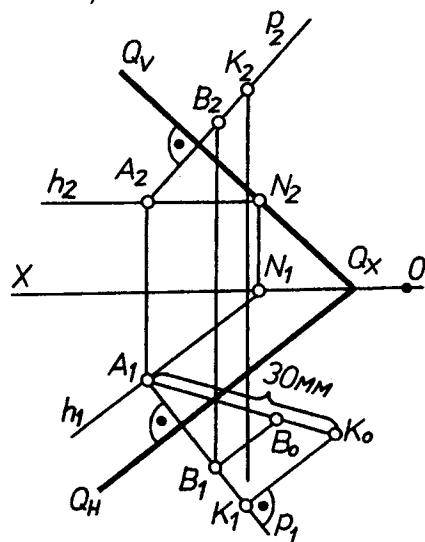


Рис. 2.319

Розв'язання. Спочатку знаходимо горизонтальну проекцію A_1 заданої точки, наприклад, за допомогою горизонталі h (h_1, h_2). Проводимо проєкції перпендикуляра p (p_1, p_2) на площину через точку A (A_1, A_2). Обмеживши перпендикуляр умовним відрізком AB (A_1B_1, A_2B_2), на справжній довжині цього відрізка відкладаємо відрізок AK завдовжки 30 мм. Далі знаходимо його проєкції A_1K_1 і A_2K_2 .

Приклад 61. Задана площина трикутником ABC . Провести з точки A перпендикуляр завдовжки 30 мм до площини (рис. 2.320).

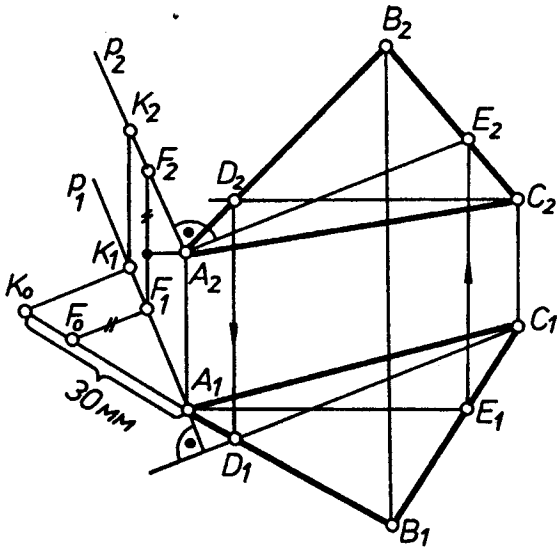


Рис. 2.320

Розв'язання. Проводимо горизонталь CD (C_1D_1, C_2D_2) і фронталь AE (A_1E_1, A_2E_2) заданої площини. З точки A (A_1, A_2) проводимо проєкції перпендикуляра p (p_1, p_2) на площину: горизонтальну p_1 — перпендикулярно до горизонтальної проєкції горизонталі C_1D_1 і фронтальну p_2 — перпендикулярно до фронтальної проєкції фронталі A_2E_2 . Обмежуємо перпендикуляр умовним відрізком AF (A_1F_1, A_2F_2); на справжній довжині цього відрізка (A_1F_0) відкладаємо відрізок A_1K_0 завдовжки 30 мм; знаходимо його проєкції A_1K_1 і A_2K_2 .

Приклад 62. Задані пряма AB і точка Q_x . Побудувати сліди площини Q , перпендикулярної до прямої AB (рис. 2.321).

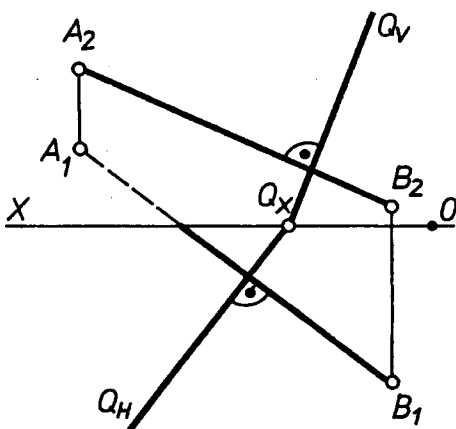


Рис. 2.321

Розв'язання. Шукана площина буде площиною довільного положення. Проводимо її сліди через точку Q_x : горизонтальний Q_H — перпендикулярно до прямої A_1B_1 і фронтальний Q_V — перпендикулярно до прямої A_2B_2 .

Зауваження. Якщо задана пряма горизонтальна, то шукана площина буде горизонтально-проєкційною, якщо фронтальна — фронтально-проєкційною, якщо профільна — профільно-проєкційною.

Приклад 63. Задані пряма AB і точка C . Провести через точку площини P , перпендикулярну до прямої (рис. 2.322).

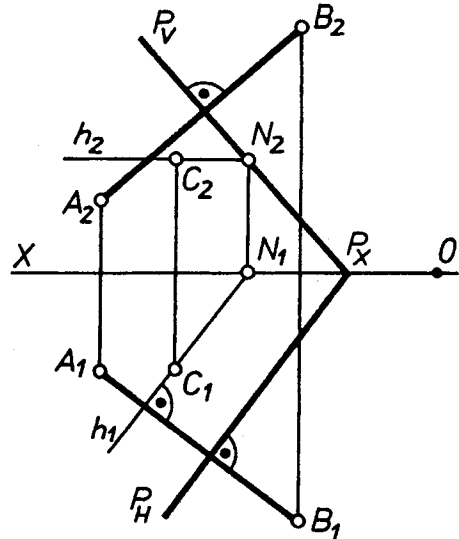


Рис. 2.322

Розв'язання. Проводимо проєкції горизонталі шуканої площини через однойменні проєкції заданої точки: фронтальну — через точку C_2 паралельно осі проєкцій, і горизонтальну — через точку C_1 перпендикулярно до прямої A_1B_1 . Знайшовши слід N (N_1, N_2) горизонталі, побудуємо сліди площини: спочатку фронтальний P_V — через точку N_2 перпендикулярно до прямої A_2B_2 до перетину з віссю проєкцій у точці P_x , а потім горизонтальний P_H — через цю точку перпендикулярно до прямої A_1B_1 .

Зауваження. Для побудови шуканої площини можна скористатися фронталлю, проведеною через точку C .

Приклад 64. Визначити відстань від точки A до прямої BC (рис. 2.323).

Розв'язання. Через точку A проводимо площину Q ($h \cap f$), перпендикулярну до BC , при цьому $l_1 \perp B_1C_1, f_2 \perp B_2C_2$. Визначимо точку K (K_1, K_2) перетину прямої BC з площиною Q , використавши допоміжну горизонтально-проєкційну площину R . Сполучаємо точки A (A_1, A_2) і K (K_1, K_2) відрізком прямої лінії. Отже, прямі AK і BC взаємно перпендикулярні. Справжня довжина відрізка AK (A_1K_1, A_2K_2) визначена за допомогою прямокутного трикутника $A_1K_1K_0$, у якому гіпотенуза A_1K_0 — справжня відстань від точки A до прямої BC .

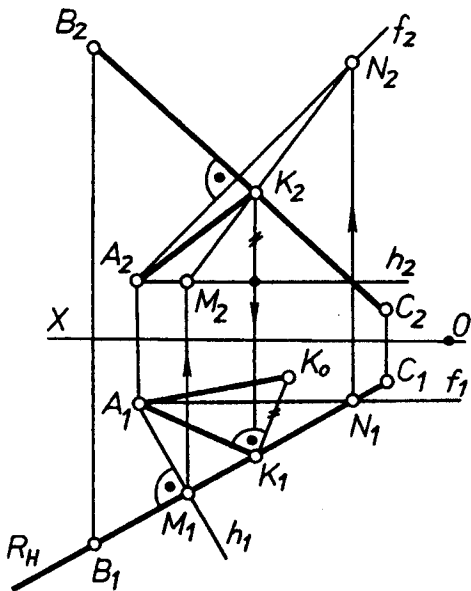


Рис. 2.323

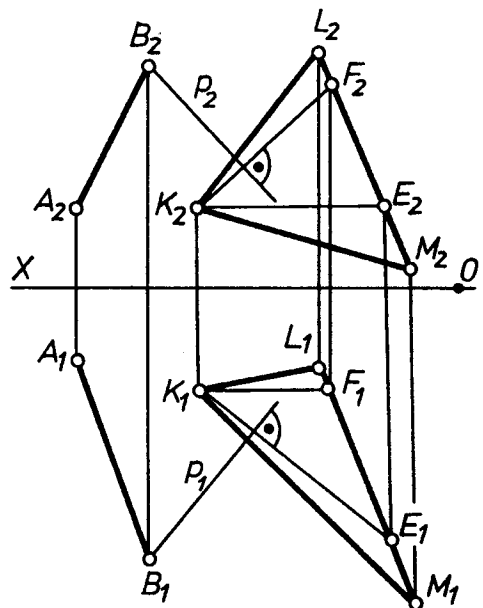


Рис. 2.325

Приклад 65. Через пряму l провести площину, перпендикулярну до площини Q (рис. 2.324).

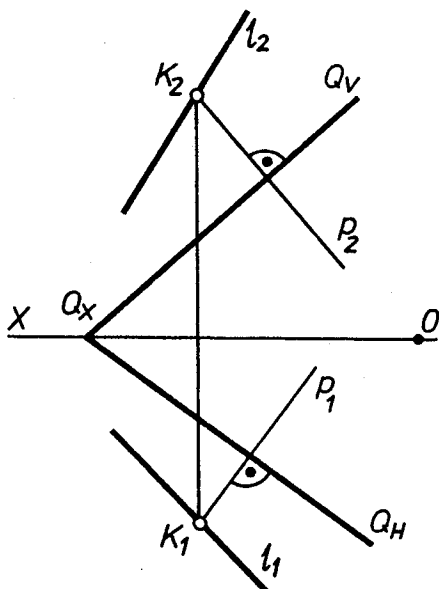


Рис. 2.324

Розв'язання. З довільної точки K (K_1, K_2) заданої прямої проводимо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину Q , при цьому $p_1 \perp Q_H, p_2 \perp Q_V$. Перетинні прямі l (l_1, l_2) і p (p_1, p_2) визначають шукану площину.

Приклад 66. Через пряму AB провести площину, перпендикулярну до площини трикутника KLM (рис. 2.325).

Розв'язання. Шукана площина визначається прямою AB і перпендикуляром до площини трикутника. Для проведення цього перпендикуляра до площини трикутника KLM у ній беремо горизонталь KE (K_1E_1, K_2E_2) і фронталь KF (K_1F_1, K_2F_2); з точки B (B_1, B_2) проводимо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину, при цьому $p_1 \perp K_1E_1, p_2 \perp K_2F_2$. Утворена перетинними прямими AB (A_1B_1, A_2B_2) і p (p_1, p_2) площина перпендикулярна до площини трикутника, оскільки проходить через перпендикуляр до цієї площини.

Приклад 67. Через точку A провести площину Q , яка була б перпендикулярна до заданої площини S і перетинала б вісь проєкцій у точці Q_x (рис. 2.326).

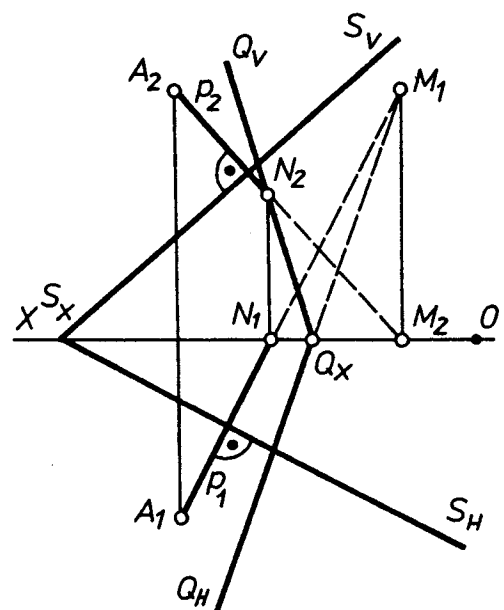


Рис. 2.326

Розв'язання. З точки A (A_1, A_2) опускаємо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину S і знаходимо його горизонтальний M (M_1, M_2) і фронтальний N (N_1, N_2) сліди. Потім через точки Q_x і M_1 проводимо горизонтальний слід Q_H , а через точки Q_x і N_2 — фронтальний слід Q_V . Площина Q і буде шуканою.

Приклад 68. Через пряму l провести площину Q (побудувати її сліди) перпендикулярно до заданої площини R (рис. 2.327).

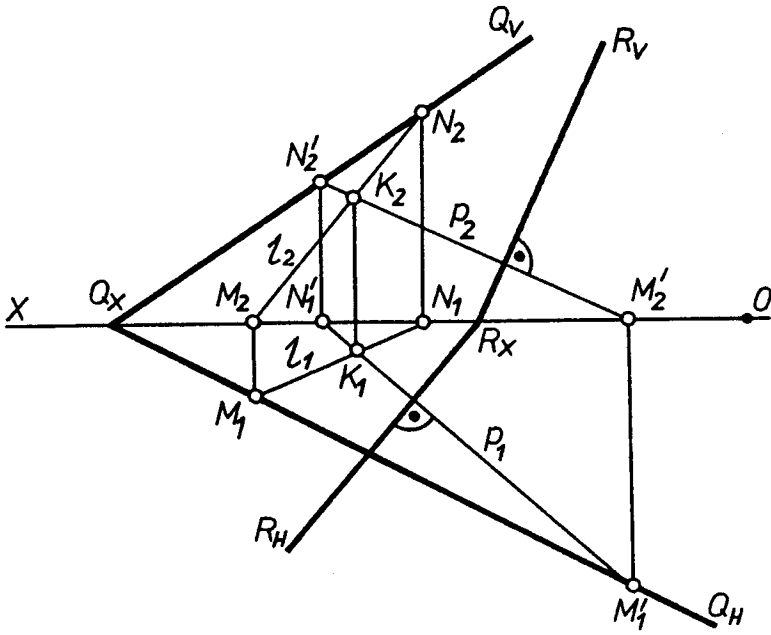


Рис. 2.327

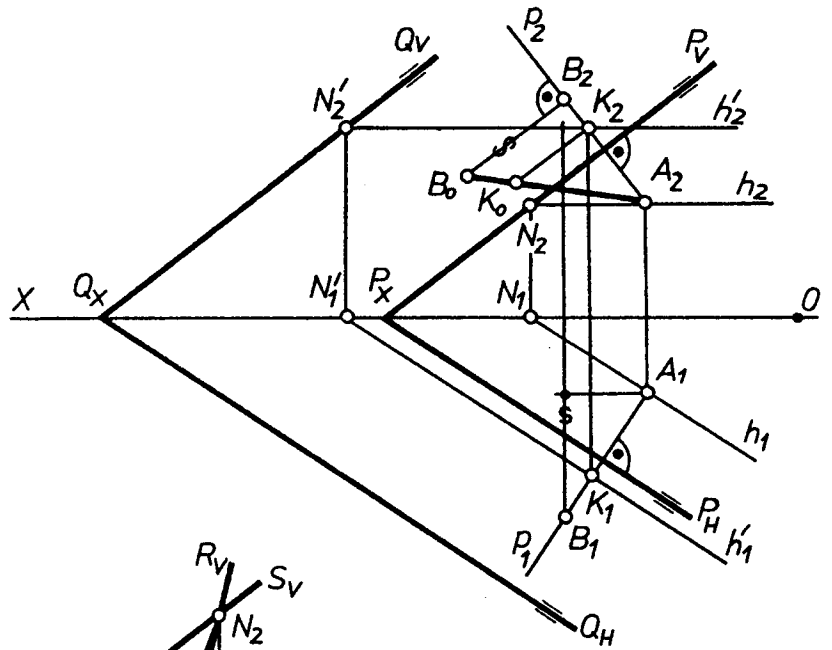


Рис. 2.328

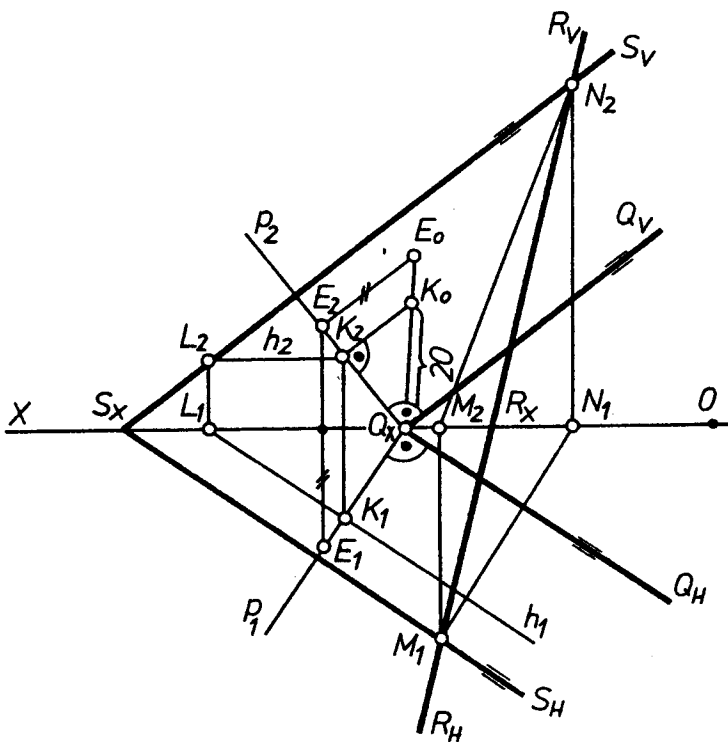


Рис. 2.329

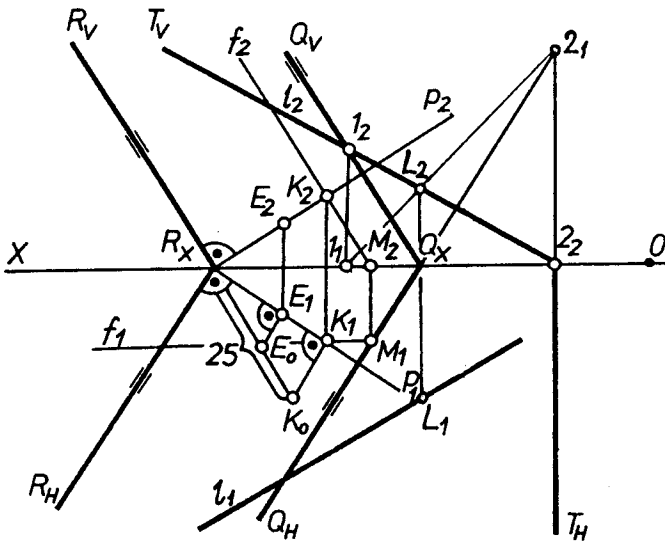


Рис. 2.330

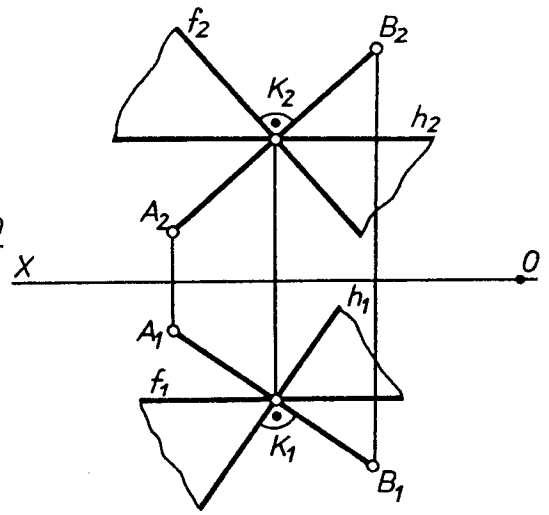


Рис. 2.331

Розв'язання. На прямій l (l_1, l_2) беремо довільно точку K (K_1, K_2), через яку проводимо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину R , при цьому $p_1 \perp R_H$ і $p_2 \perp R_V$. Перпендикуляр p і пряма l , перетинаючись, визначають площину Q , перпендикулярну до площини R . Знаходимо горизонтальні й фронтальні сліди прямої l (M і N) та перпендикуляра p (M' і N'). Сполучивши M_1 і M'_1 та N_2 і N'_2 , отримаємо сліди Q_H і Q_V шуканої площини Q .

Приклад 69. Задано площину P . Побудувати площину Q , паралельну площині P , на відстані 20 мм від останньої (рис. 2.328).

Розв'язання. У заданій площині беремо довільну точку A (A_1, A_2), яка належить площині, тому що лежить на горизонталі h (h_1, h_2) цієї площини. З точки A проводимо перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину, при цьому $p_1 \perp P_H$, $p_2 \perp P_V$. Відкладаємо на цьому перпендикулярі відрізок завдовжки 20 мм (див. приклад 60) ($A_2K_0 = 20$ мм). Проводимо через точку K (K_1, K_2) (кінець перпендикуляра) площину Q , паралельну площині P (див. приклад 51).

Зауваження.

1. Площина Q є геометричним місцем точок простору, які розташовані від площини P на відстані 20 мм.

2. Є два варіанти розв'язання.

Приклад 70. Побудувати геометричне місце точок у площині R , які розташовані від площини Q на відстані 20 мм (рис. 2.329).

Розв'язання. Шуканим геометричним місцем буде пряма перетину площини R з площиною S , паралельною заданій площині Q і розташованою на відстані 20 мм від неї.

Вибираємо на площині Q довільну точку; нехай такою буде точка збігу слідов Q_X .

Проводимо з цієї точки перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину Q , при цьому $p_1 \perp Q_H$, $p_2 \perp Q_V$, і відкладаємо на ньому відрізок завдовжки 20 мм. Через точку L (L_1, L_2), яка є фронтальним слідом горизонталі h (h_1, h_2), що проходить

через точку K (K_1, K_2), проводимо площину S , паралельну площині Q , знаходимо пряму MN (M_1N_1, M_2N_2) перетину площин R і S , яка і є шуканим геометричним місцем точок на площині R , що розташовані від площини Q на відстані 20 мм.

Зауваження. Є два варіанти розв'язання.

Приклад 71. Знайти на прямій l точку, розташовану від площини R на відстані 25 мм (2.330).

Розв'язання. Шуканою точкою буде точка перетину прямої l із площиною Q , паралельною площині R і розташованою на відстані 25 мм від неї.

Беремо у заданій площині R довільну точку; нехай це точка R_X . Проводимо з цієї точки перпендикуляр p (p_1, p_2) на площину R . Відкладаємо на цьому перпендикулярі відрізок завдовжки 25 мм. Проводимо через кінець перпендикуляра (точку K) площину Q , паралельну заданій площині R (використана фронталь f (f_1, f_2)). Знаходимо точку перетину L (L_1, L_2) прямої l (l_1, l_2) з площиною Q (використана фронтально-проекційна площина T).

Зауваження. Є два варіанти розв'язання.

Приклад 72. Побудувати геометричне місце точок простору, рівновіддалених від кінців відрізка AB (рис. 2.331).

Розв'язання. Шуканим геометричним місцем буде площина, що проходить перпендикулярно до заданого відрізка через його середину. Ділимо відрізок точкою K (K_1, K_2) навпіл. Проводимо через цю точку площину, перпендикулярну до цього відрізка; площину задаємо перетинними в точці K горизонталлю h (h_1, h_2) і фронталлю f (f_1, f_2), при цьому $h_1 \perp A_1B_1$, $f_2 \perp A_2B_2$.

Приклад 73. Побудувати геометричне місце точок у площині P , рівновіддалених від кінців відрізка AB (рис. 2.332).

Розв'язання. Шуканим геометричним місцем буде пряма перетину площини P з

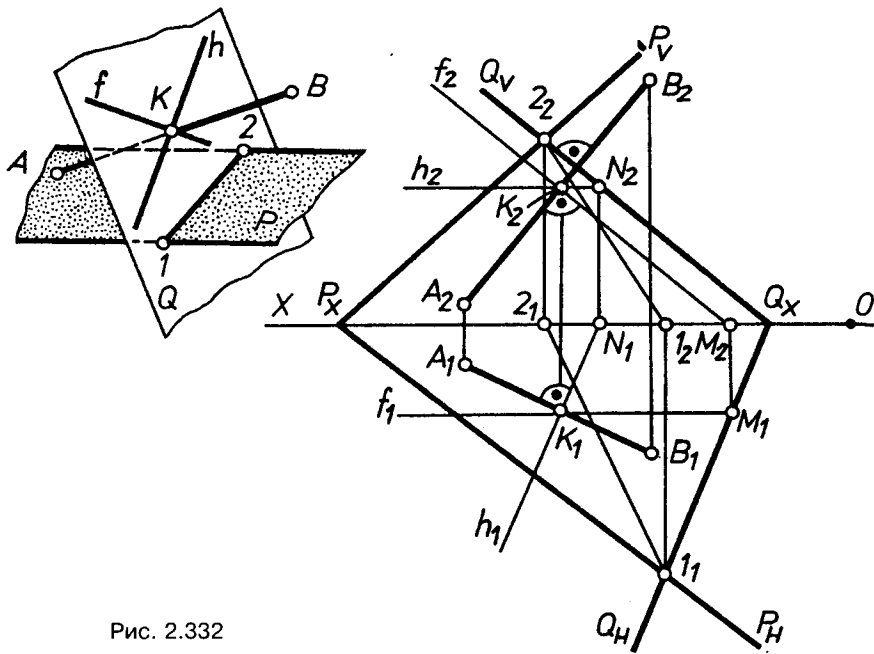


Рис. 2.332

площиною Q ; площина Q проходить перпендикулярно до відрізка AB через його середину. Ділимо заданий відрізок AB (A_1B_1, A_2B_2) точкою K (K_1, K_2) навпіл. Проводимо через цю точку площину Q , перпендикулярну до даного відрізка; площину Q спочатку задаємо перетинними в точці K горизонталлю h (h_1, h_2) і фронталлю f (f_1, f_2). Далі знаходимо горизонтальний слід M (M_1, M_2) фронталі та фронтальний слід N (N_1, N_2) горизонталі. Через точку M_1 перпендикулярно до A_1B_1 проводимо горизонтальний слід Q_H площини, а через точку N_2 перпендикулярно до A_2B_2 — фронтальний слід Q_V площини Q . Знаходимо пряму l_2 (l_1, l_2) перетину площин P і Q .

Приклад 74. Знайти на прямій l точку, рівновіддалену від кінців відрізка AB (рис. 2.333).

Розв'язання. Шуканою точкою буде точка перетину прямої l з площиною, яка перпендикулярна до відрізка AB і проходить через його середину. Ділимо заданий відрізок AB (A_1B_1, A_2B_2) точкою K (K_1, K_2) навпіл. Про-

водимо через цю точку площину, перпендикулярну до заданого відрізка; площину задаємо перетинними в точці K горизонталлю h (h_1, h_2) і фронталлю f (f_1, f_2). Знаходимо точку L (L_1, L_2) перетину прямої l з площиною ($h \cap f$); використано фронтально-проекційну площину R .

Приклад 75. Знайти відсутню проекцію прямої CD , яка перетинається з прямою AB , виходячи з умови, що ці прямі перпендикулярні між собою (рис. 2.334).

Розв'язання. Геометричним місцем прямих простору, які перпендикулярні до будь-якої прямої і перетинають її, буде перпендикулярна до цієї прямої площина, що проходить через точку перетину прямих. Знаходимо проекції K_2 і K_1 точки перетину прямих AB і CD . Проводимо через цю точку площину ($h \cap f$), перпендикулярну до прямої AB , при цьому $h_1 \perp A_1B_1, f_2 \perp A_2B_2$.

За заданою проекцією C_2D_2 відрізка CD , який належить площині ($h \cap f$), знаходимо його

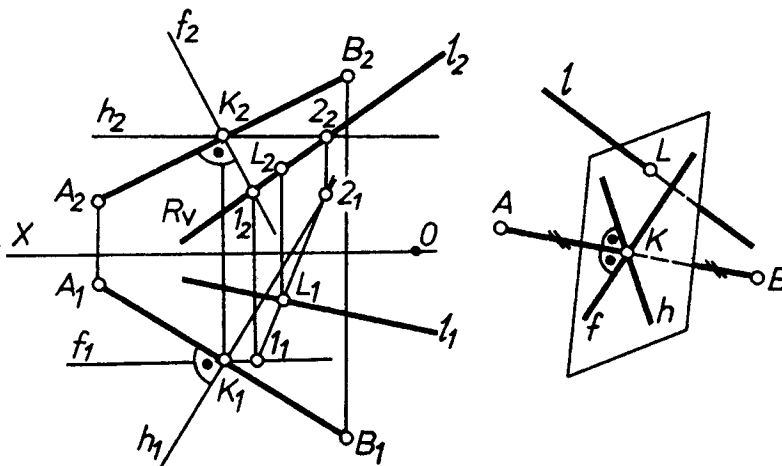


Рис. 2.333

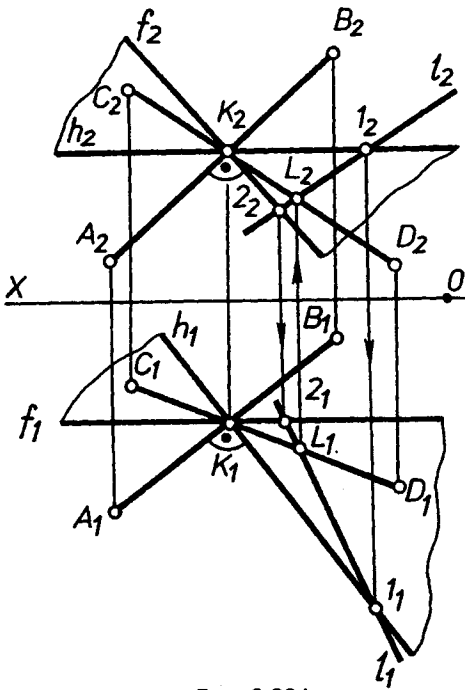


Рис. 2.334

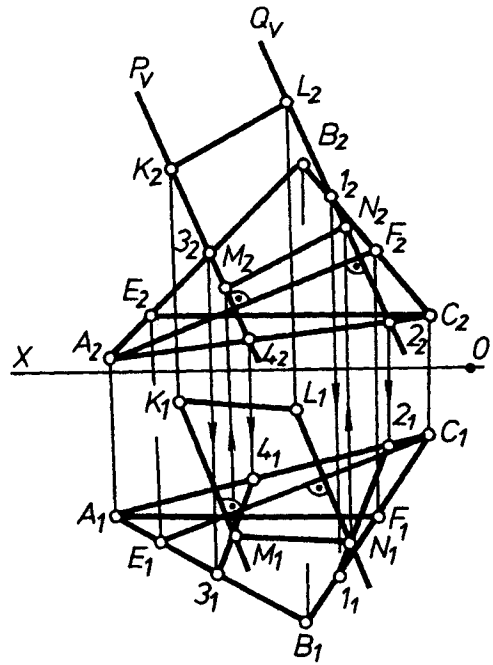


Рис. 2.335

горизонтальну проекцію C_1D_1 . Для цього в площині $(h \cap f)$ проведена довільна пряма l (l_1, l_2), яка перетинає пряму CD в точці L (L_1, L_2). Через точки K_1 і L_1 проводимо горизонтальну проекцію прямої C_1D_1 .

Приклад 76. Побудувати у площині, заданій трикутником ABC , геометричне місце основ перпендикулярів, проведених із точок прямої KL до цієї площини (рис. 2.335).

Розв'язання. Шуканим геометричним місцем точок є лінія перетину заданої площини і перпендикулярної до неї, проведеної через пряму KL (рис. 2.335).

Будуємо в заданій площині горизонталь CE

(C_1E_1, C_2E_2) і фронталь AF (A_1F_1, A_2F_2). Фронтальні проекції перпендикулярів, проведених із точок K_2 і L_2 , перпендикулярні до A_2F_2 , а горизонтальні, проведені з точок K_1 і L_1 , перпендикулярні до C_1E_1 . Для побудови шуканого геометричного місця точок знаходимо точки M (M_1, M_2) і N (N_1, N_2) перетину проведених перпендикулярів із заданою площиною; для цього використані фронтально-проекційні площини P і Q . Пряма MN (M_1N_1, M_2N_2) і є шуканим геометричним місцем.

Приклад 77. Побудувати геометричне місце точок, рівновіддалених від заданих точок A, B і C (рис. 2.336).

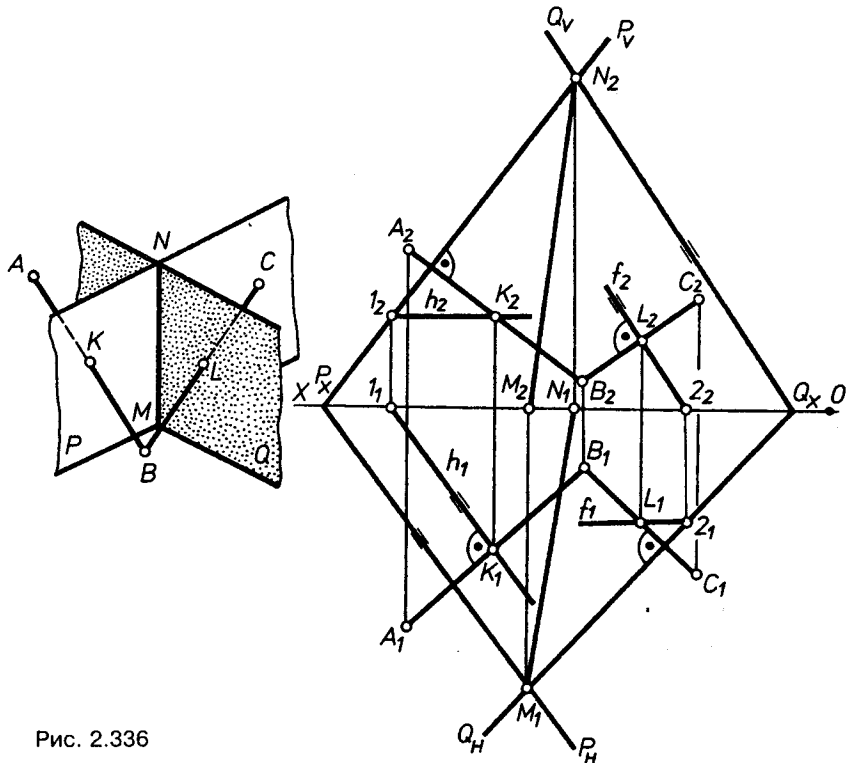


Рис. 2.336

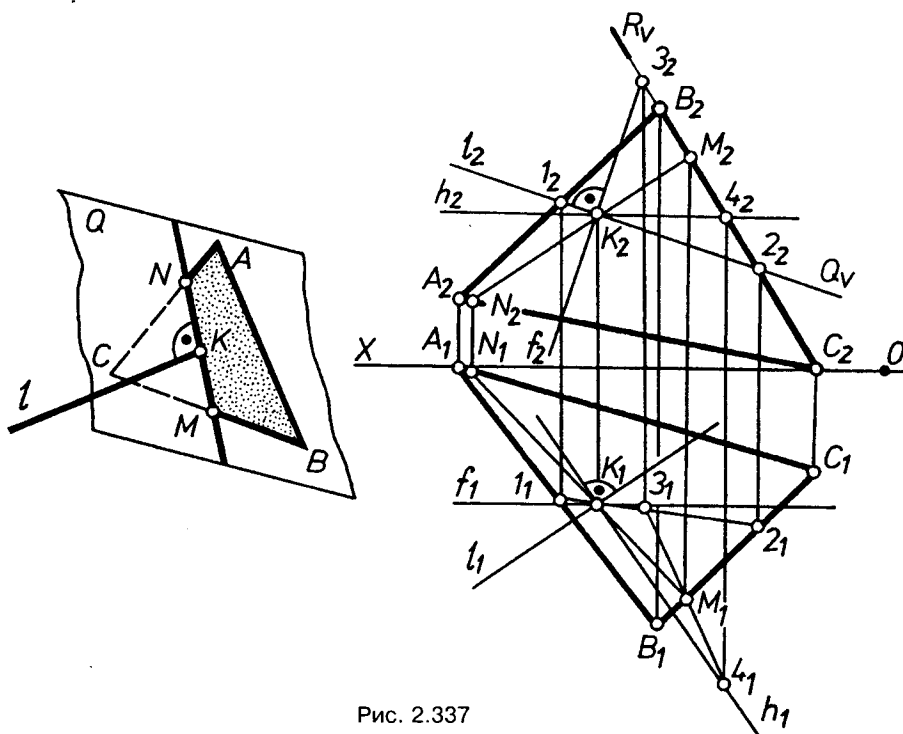


Рис. 2.337

ЗАДАЧІ

Розв'язання. Шуканим геометричним місцем буде лінія перетину MN площин P і Q , які відповідно перпендикулярні до відрізків AB і BC та проходять через середини цих відрізків. Поділивши навпіл відрізок AB (A_1B_1 , A_2B_2) точкою K (K_1 , K_2), а відрізок BC (B_1C_1 , B_2C_2) точкою L (L_1 , L_2), проводимо через точку K горизонталь h (h_1 , h_2) площини P ($h_1 \perp A_1B_1$), а через точку L — фронталь f (f_1 , f_2) площини Q ($f_2 \perp B_2C_2$). Далі будуюмо площини P і Q , відповідно перпендикулярні до відрізків AB і BC . Лінія перетину площин MN (M_1N_1 , M_2N_2) є шуканим геометричним місцем точок, рівновіддалених від заданих точок A , B , C .

Приклад 78. Задані площина трикутником ABC і пряма l . Провести в цій площині пряму, яка б перетинала пряму l під прямим кутом (рис. 2.337).

Розв'язання. Шукана пряма утвориться як лінія MN перетину площини трикутника ABC з площиною Q ($h \cap f$). Остання перпендикулярна до l і проходить через точку K перетину прямої l із заданою площиною. Тому знаходимо точку K (K_1 , K_2) перетину прямої l із площиною трикутника ABC . Для цього використана фронтально-проекційна площина Q , проведена через пряму l . Проводимо через проєкції K_1 і K_2 проєкції горизонталі і фронталі площини, перпендикулярної до l , при цьому $l_1 \perp h_1$, $l_2 \perp f_2$. Для побудови шуканої лінії перетину площин знаходимо точку M (M_1 , M_2) перетину сторони трикутника BC з проведеною через точку K площиною; використана фронтально-проекційна площина R , проведена через сторону BC . Пряма MK (M_1K_1 , M_2K_2) є шуканою прямою.

119. З точки A опустити перпендикуляр на фронтально-проекційну площину P і знайти його основу (рис. 2.338).

120. З точки K опустити перпендикуляр на площину, задану трикутником ABC , і знайти його основу (рис. 2.339).

121. З точки K опустити перпендикуляр на профільно-проекційну площину Q і знайти його основу (рис. 2.340).

122. З точки L опустити перпендикуляр на фронтальну площину, задану паралельними прямими m і n , і знайти його основу (рис. 2.341).

123. З точки A опустити перпендикуляр на площину довільного положення P і знайти його основу (рис. 2.342).

124. З точки A , що лежить на осі проєкцій, опустити перпендикуляр на площину довільного положення Q і знайти його основу (рис. 2.343).

125. З точки A опустити перпендикуляр на площину P ($h \cap f$) і знайти його основу (рис. 2.344).

126. З точки A опустити перпендикуляр на площину Q ($l \parallel t$) і знайти його основу (рис. 2.345).

127. Через точку A , що лежить у площині Q ($l \cap t$), провести пряму, перпендикулярну до цієї площини (точка A задана проєкцією A_2) (рис. 2.346).

128. Через центр ваги трикутника ABC провести пряму, перпендикулярну до його площини (рис. 2.347).

129. Визначити відстань від точки A до площини P (рис. 2.348).

130. Визначити відстань від точки E до площини, заданої трикутником ABC (рис. 2.349).

131. З точки A на площину P провести перпендикуляр завдовжки 40 мм, якщо горизонтальна проекція точки A_1 заданої площини відома (рис. 2.350).

132. Задані площина P (l, C) і точка A , що належить площині. Точка A задана фронтальною проекцією A_2 . З точки A провести від площини перпендикуляр завдовжки 30 мм (рис. 2.351).

133. З точки A , яка належить площині P , провести перпендикуляр завдовжки 35 мм. Фронтальна проекція точки A_2 відома (рис. 2.352).

134. Провести з точки K , що належить площині трикутника ABC , перпендикуляр завдовжки 40 мм. Фронтальна проекція точки K_2 відома (рис. 2.353).

135. Побудувати геометричне місце точок простору, що розташовані від площини P на відстані 20 мм (рис. 2.354, 2.355).

136. Побудувати геометричне місце точок простору, які розташовані від площини, заданої паралельними прямими l і t , на відстані 30 мм (рис. 2.356).

137. Побудувати геометричне місце точок простору, які розташовані від площини трикутника ABC на відстані 35 мм (рис. 2.357).

138. Визначити відстань між двома паралельними площинами P і Q (рис. 2.358, 2.359).

139. Знайти на прямій AB точку, яка розташована від площини P на відстані 25 мм (рис. 2.360, 2.361).

140. Знайти на прямій AB точку, відстань від якої до площини, заданої паралельними прямими l і t , 25 мм (рис. 2.362).

141. Знайти на прямій EF точку, що розташована від площини трикутника ABC на відстані 20 мм (рис. 2.363).

142. Визначити відсутню проекцію точки A , яка розташована від площини Q на відстані 20 мм (рис. 2.364, 2.365).

143. Визначити відсутню проекцію точки A , яка розташована від осьової площини P на відстані 20 мм (рис. 2.366).

144. Визначити відсутню проекцію точки B , яка розташована від площини S на відстані 25 мм (рис. 2.367).

145. Визначити відсутню проекцію точки K , яка розташована від площини трикутника ABC на відстані 25 мм (рис. 2.368).

146. Побудувати сліди площини P , перпендикулярної до прямої AB , якщо задано точку збігу слів цієї площини (рис. 2.369).

147. Побудувати відсутній слід площини Q , яка перпендикулярна до прямої AB (рис. 2.370).

148. Побудувати сліди площини S , що проходить через точку K перпендикулярно до прямої l (рис. 2.371).

149. Побудувати геометричне місце точок, рівновіддалених від заданих точок A і B (рис. 2.372, 2.373).

150. У площині P побудувати геометричне місце точок, рівновіддалених від точок A і B (рис. 2.374, 2.375).

151. Побудувати у площині трикутника ABC геометричне місце точок, рівновіддалених від кінців відрізка EF (рис. 2.376).

152. Знайти відсутню проекцію точки K , яка однаково віддалена від кінців відрізка AB (рис. 2.377).

153. На прямій AB знайти точку K , рівновіддалену від заданих точок C і D (рис. 2.378).

154. На осі проекцій знайти точку C , рівновіддалену від заданих точок A і B (рис. 2.379).

155. Побудувати геометричне місце точок, рівновіддалених від заданих точок A , B і C (рис. 2.380).

156. У площині P знайти точку, рівновіддалену від заданих точок A , B і C (рис. 2.381).

157. Визначити відстань від точки C до прямої l (рис. 2.382).

158. Визначити відстань від точки E до горизонталі площини трикутника ABC , проведеної через точку A (рис. 2.383).

159. Визначити відстань між паралельними прямими l і t (рис. 2.384).

160. Визначити відстань від точки A до горизонтального сліду площини P (рис. 2.385).

161. Провести через точку A перпендикулярно до площини P : а) горизонтально-проекційну площину Q (рис. 2.386); б) фронтально-проекційну площину S (рис. 2.387).

162. Провести через точку K перпендикулярно до площини, заданої двома паралельними прямими l і t , фронтально-проекційну площину R (рис. 2.388).

163. Провести через точку L перпендикулярно до площини трикутника ABC профільно-проекційну площину S (рис. 2.389).

164. Провести через точку A перпендикулярно до площини P ($l \cap t$) горизонтально-проекційну площину Q (рис. 2.390).

165. Через точку A провести площину S , перпендикулярну до площини P , яка перетинала б вісь проекцій у точці S_x (рис. 2.391).

166. Через пряму AB провести площину Q (побудувати її сліди), перпендикулярну до заданої площини P (рис. 2.392).

167. Через пряму AB провести площину S , перпендикулярну до заданої профільно-проекційної площини R (рис. 2.393).

168. Через пряму l провести площину P (побудувати її сліди), перпендикулярну до площини трикутника ABC (рис. 2.394).

169. Через точку A провести площину S (побудувати її сліди), перпендикулярну до заданих площин P і Q , не будуючи лінії їх перетину (рис. 2.395).

170. Через точку перетину прямої l із заданою площиною P провести в площині P пряму, перпендикулярну до прямої l (рис. 2.396).

171. Через точку A на прямій AB провести пряму AC , перпендикулярну до AB , яка перетиналася б із прямою l (рис. 2.397).

172. Побудувати фронтальну проекцію прямої AB за її горизонтальною проекцією A_1B_1 , знаючи, що AB перетинає пряму CD під прямим кутом (рис. 2.398).

173. Через точку A провести пряму t , перпендикулярну до прямої l і паралельну площині P (рис. 2.399).

174. Побудувати проекції рівнобедреного трикутника ABC з основою BC на прямій l (рис. 2.400).

175. Побудувати проекції рівнобедреного трикутника ABC з основою BC на прямій l , знаючи, що висота дорівнює горизонтальній проекції B_1C_1 основи (рис. 2.401).

176. Побудувати проекції рівнобедреного трикутника ABC з основою BC на прямій l , знаючи, що довжина основи 50 мм (рис. 2.402).

177. Побудувати проекції прямокутного трикутника з катетом BC на прямій t (горизонтальна проекція B_1 задана) (рис. 2.403).

178. Побудувати проекції прямокутного трикутника з катетом BC на прямій t , знаючи, що фронтальна проекція B_2C_2 катета BC дорівнює катетові AC (рис. 2.404).

179. Побудувати проекції прямокутника

$ABCD$ зі стороною BC на прямій l , знаючи, що BC дорівнює 40 мм (рис. 2.405).

180. Побудувати проекції прямокутника $ABCD$ зі стороною BC на прямій t і стороною AB на прямій l , знаючи, що AB дорівнює 30 мм (рис. 2.406).

181. Побудувати проекції ромба $ABCD$, якщо проекції A_1C_1 і A_2C_2 діагоналі AC відомі (рис. 2.407).

182. Побудувати проекції ромба $ABCD$ з діагоналлю AC на прямій t (рис. 2.408).

183. Побудувати проекції ромба $ABCD$ з вершиною A , що лежить на прямій l (рис. 2.409).

184. Побудувати прямокутник $ABCD$ з вершиною A на прямій t (рис. 2.410).

185. Побудувати рівнобедрений трикутник ABC з вершиною A на прямій l (рис. 2.411).

186. Побудувати проекції кута між прямою AB і площиною Q ($h \cap f$) (рис. 2.412).

187. Побудувати проекції кута між прямою l і площиною P (рис. 2.413).

188. Побудувати проекції кута між площинами P і H , P і V (рис. 2.414).

189. Побудувати проекції кута між площинами R і Q (рис. 2.415).

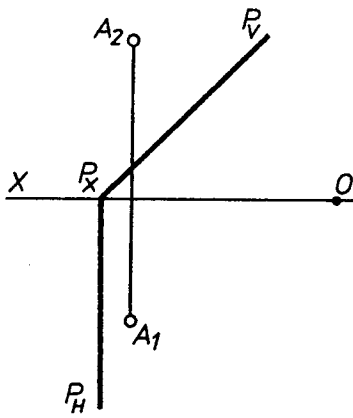


Рис. 2.338

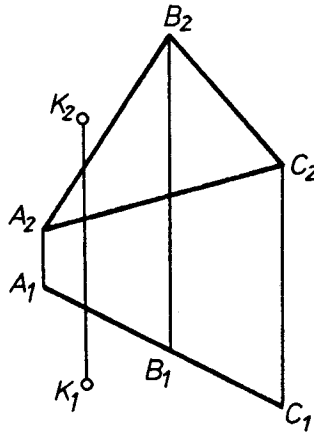


Рис. 2.339

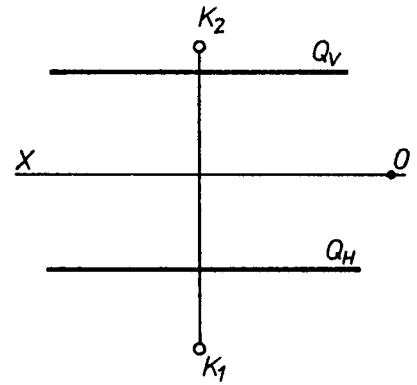


Рис. 2.340

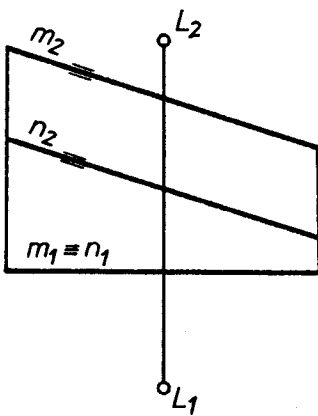


Рис. 2.341

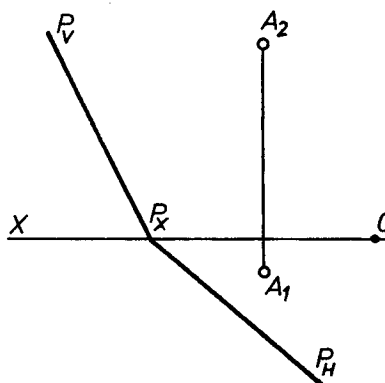


Рис. 2.342

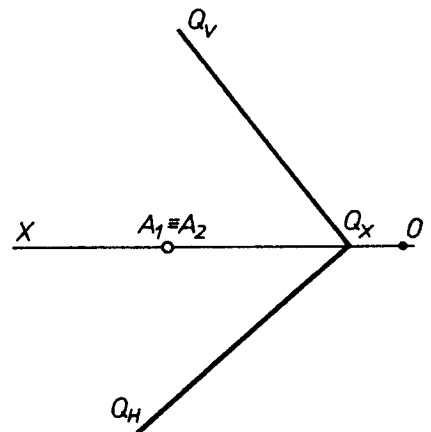


Рис. 2.343

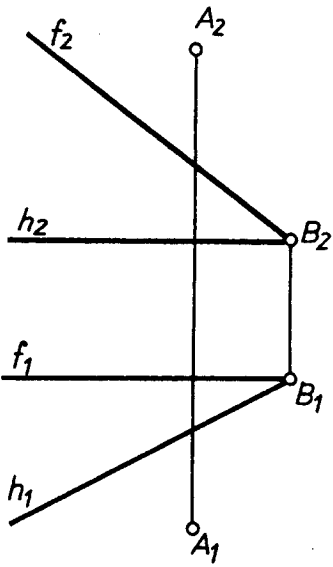


Рис. 2.344

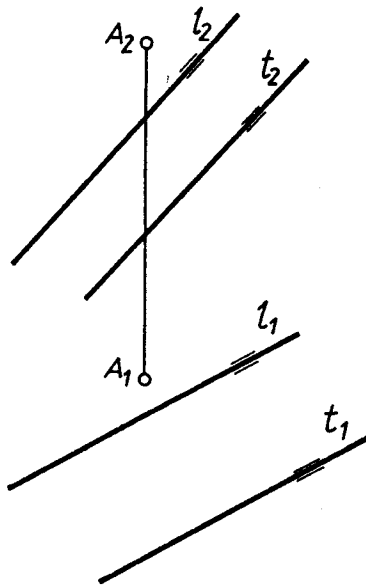


Рис. 2.345

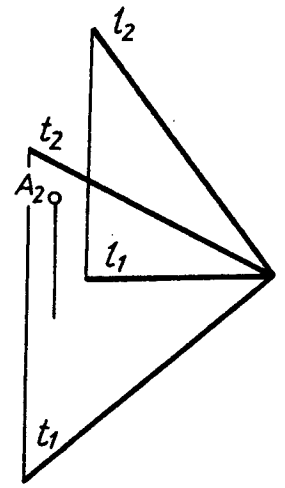


Рис. 2.346

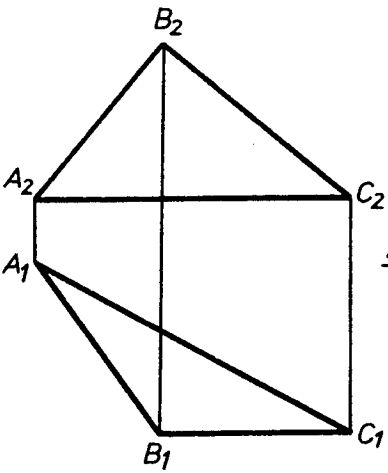


Рис. 2.347

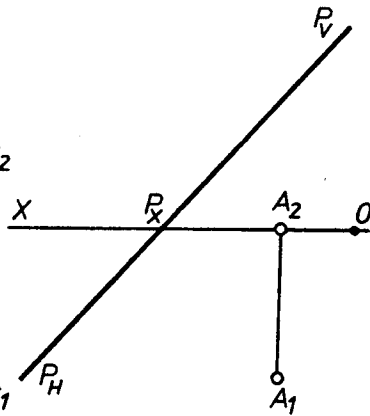


Рис. 2.348

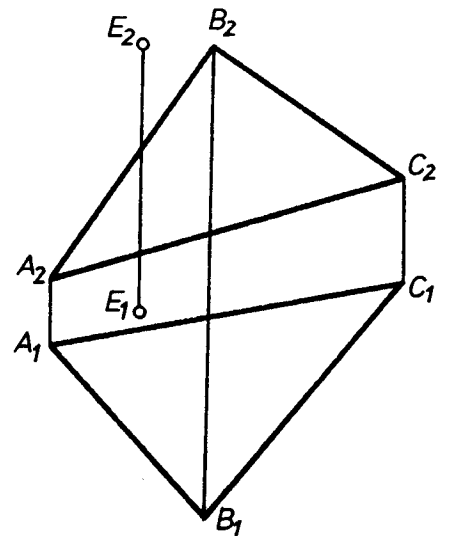


Рис. 2.349

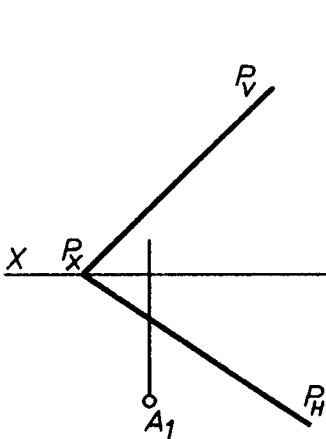


Рис. 2.350

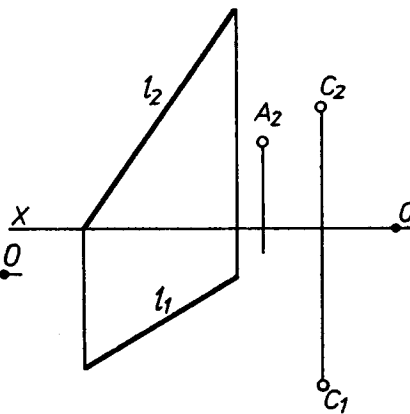


Рис. 2.351

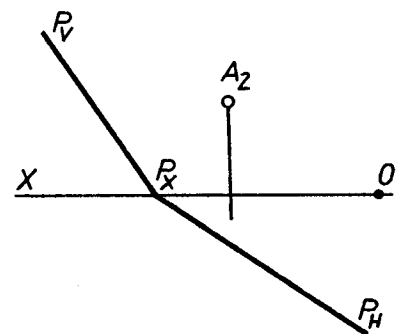


Рис. 2.352

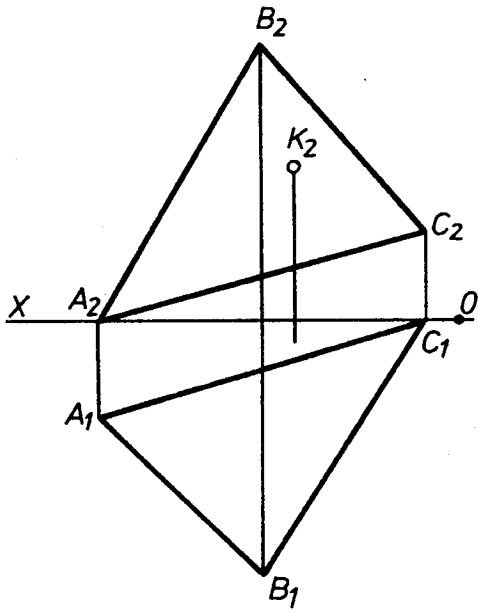


Рис. 2.353

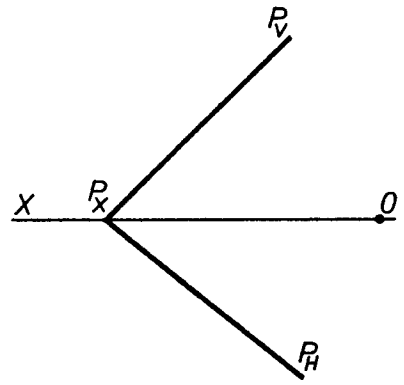


Рис. 2.354

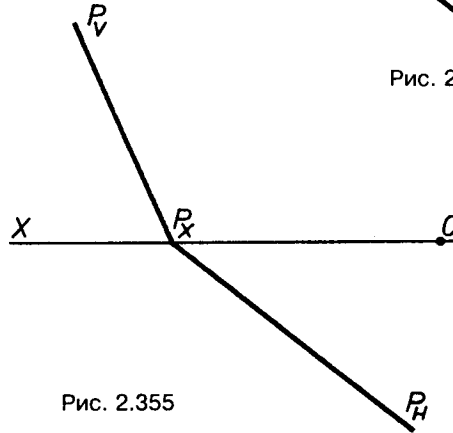


Рис. 2.355

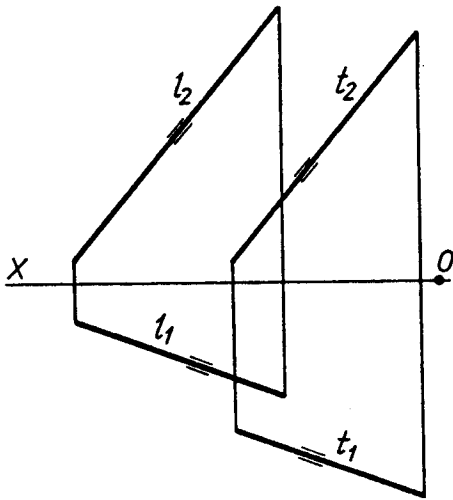


Рис. 2.356

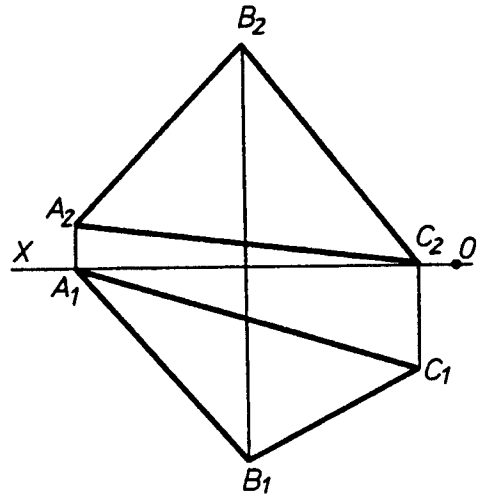


Рис. 2.357

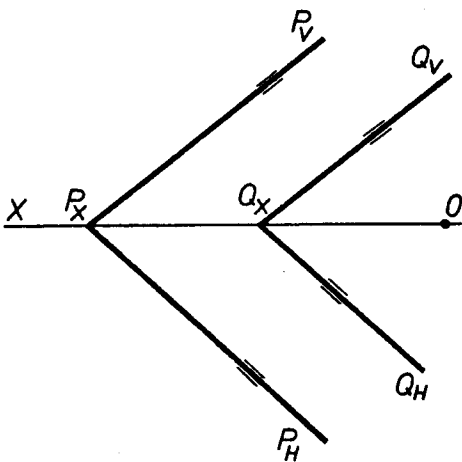


Рис. 2.358

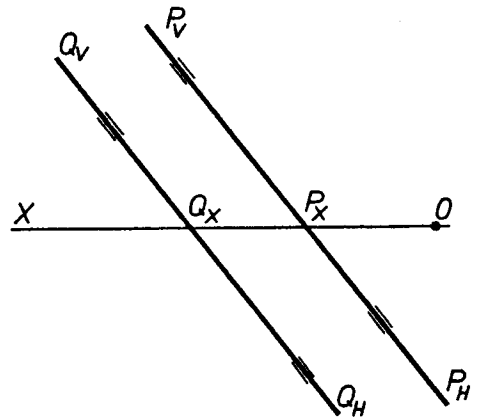


Рис. 2.359

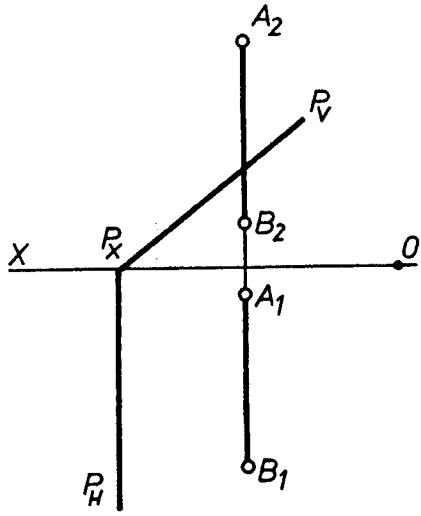


Рис. 2.360

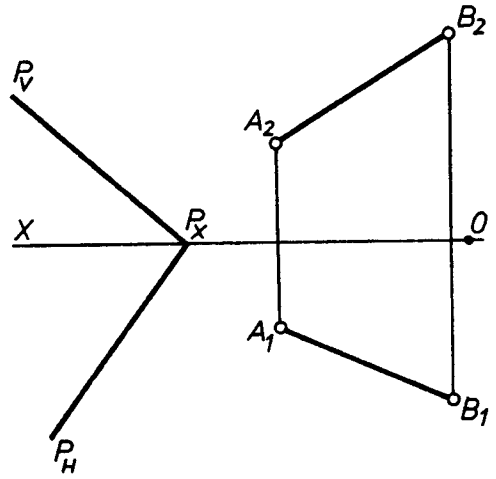


Рис. 2.361

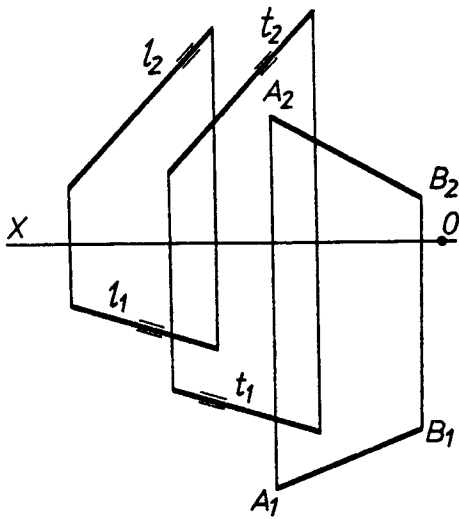


Рис. 2.362

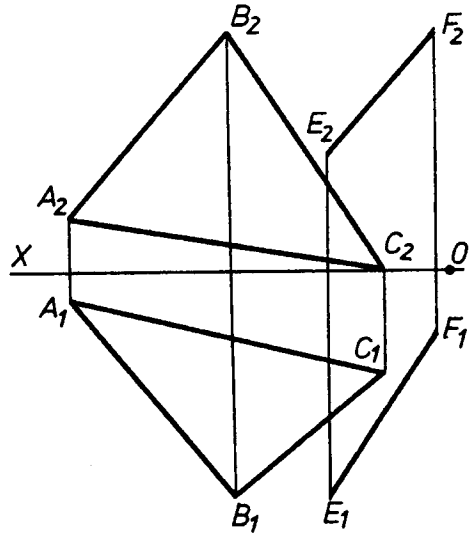


Рис. 2.363

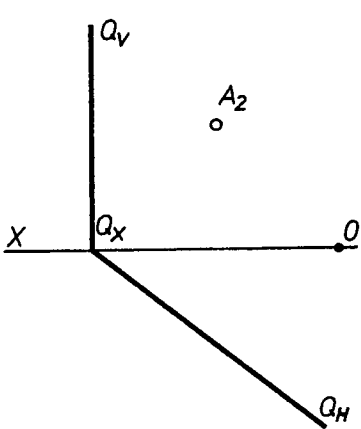


Рис. 2.364

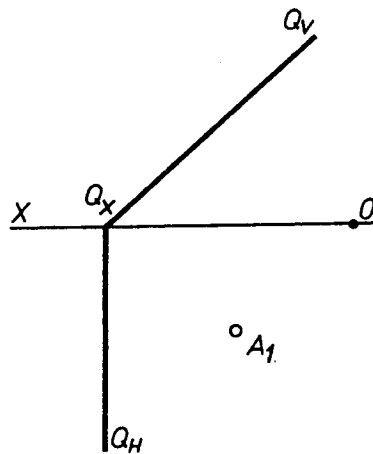


Рис. 2.365

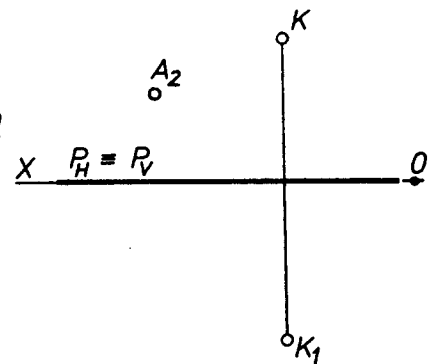


Рис. 2.366

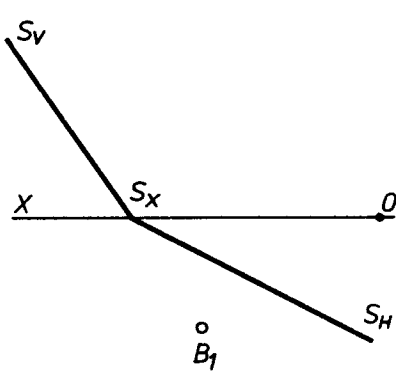


Рис. 2.367

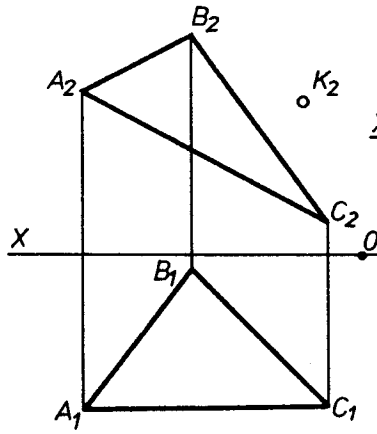


Рис. 2.368

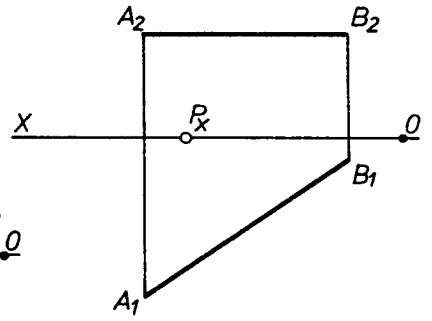


Рис. 2.369

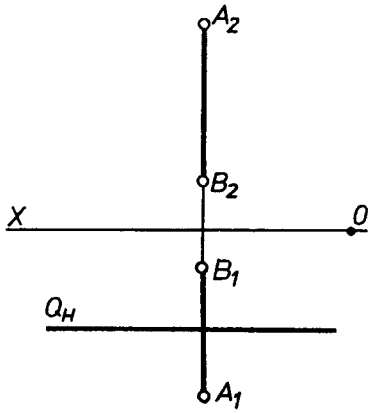


Рис. 2.370

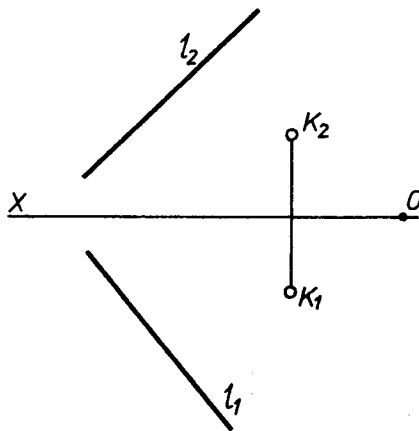


Рис. 2.371

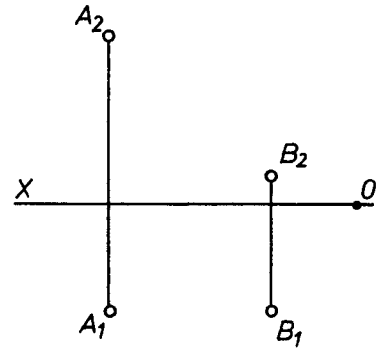


Рис. 2.372

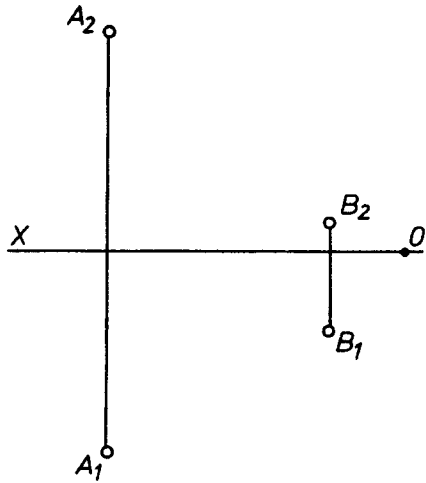


Рис. 2.373

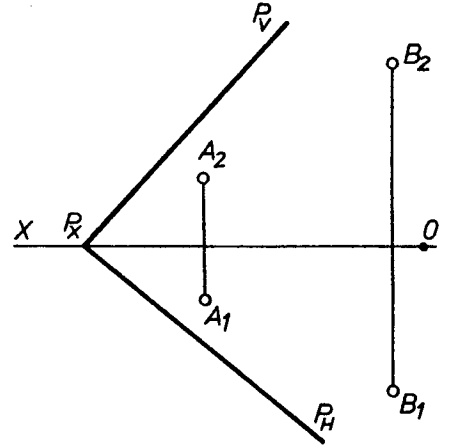


Рис. 2.374

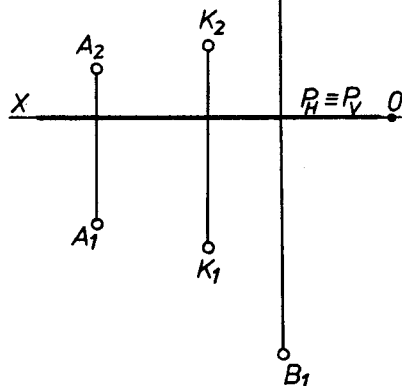


Рис. 2.375

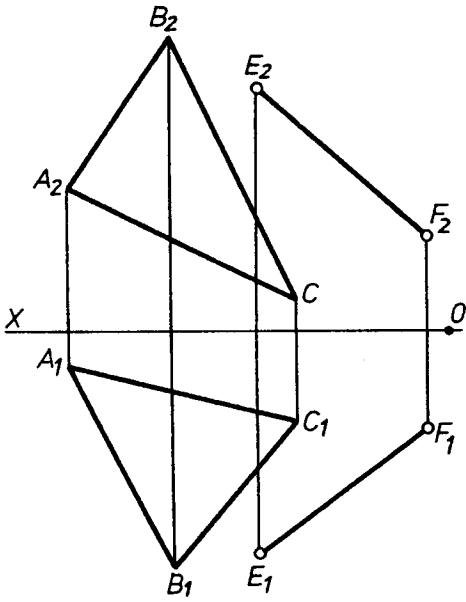


Рис. 2.376

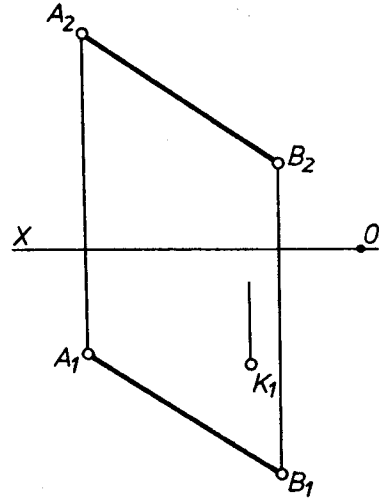


Рис. 2.377

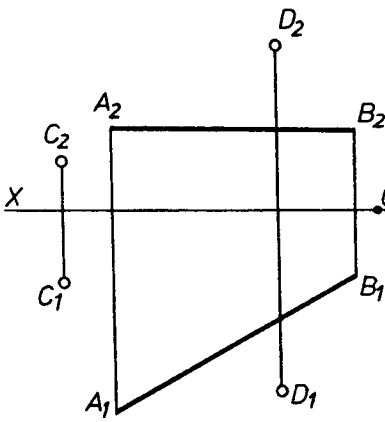


Рис. 2.378

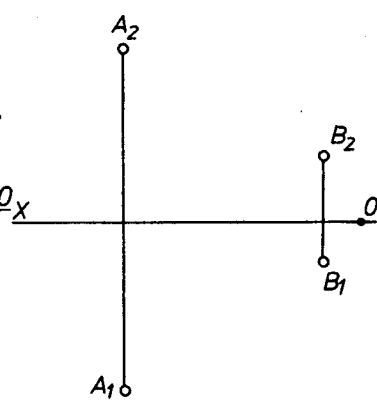


Рис. 2.379

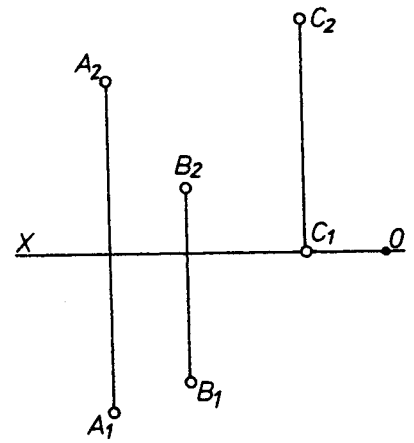


Рис. 2.380

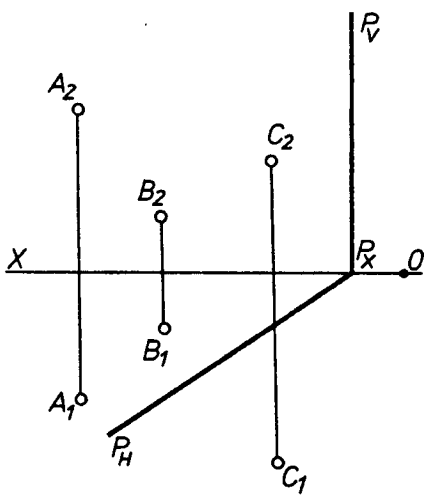


Рис. 2.381

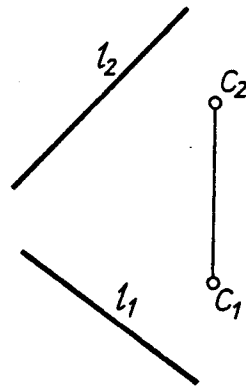


Рис. 2.382

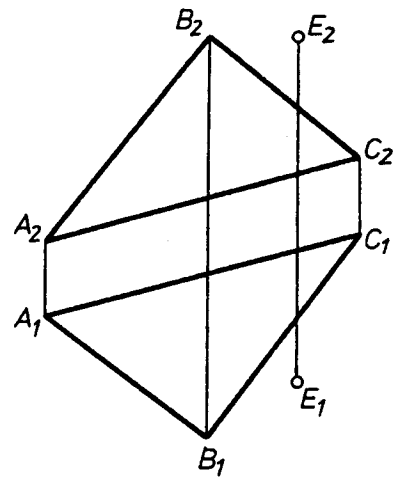


Рис. 2.383

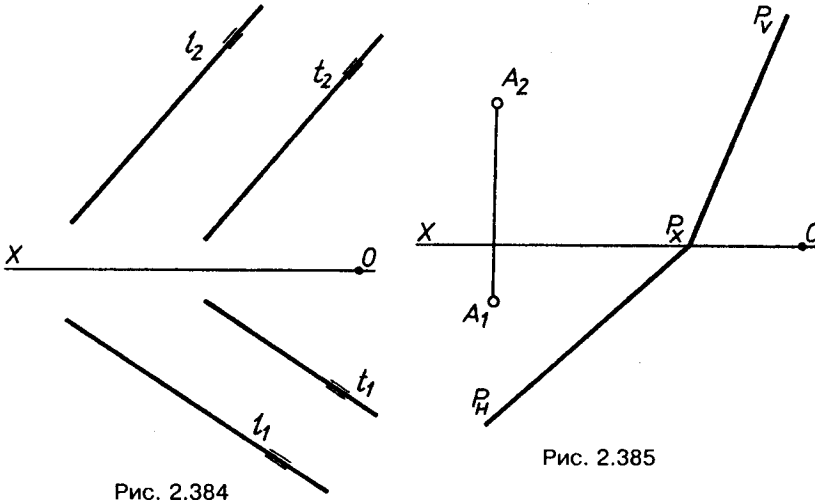


Рис. 2.384

Рис. 2.385

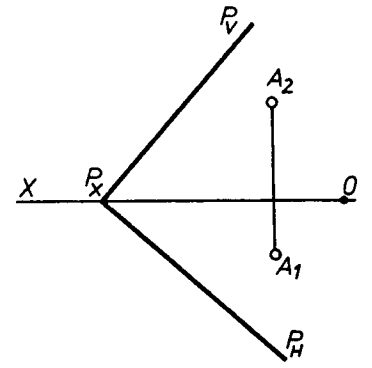


Рис. 2.386

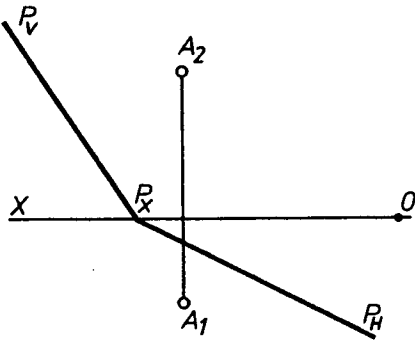


Рис. 2.387

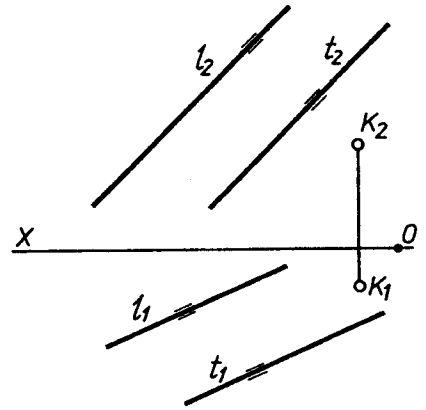


Рис. 2.388

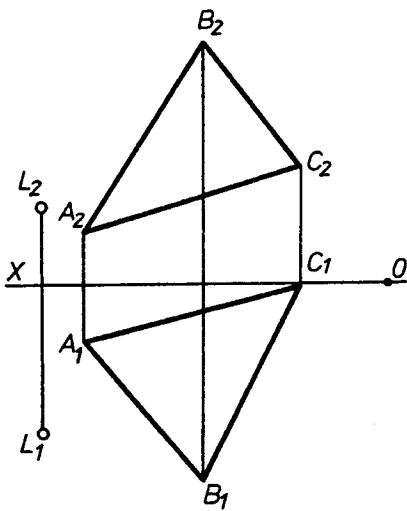


Рис. 2.389

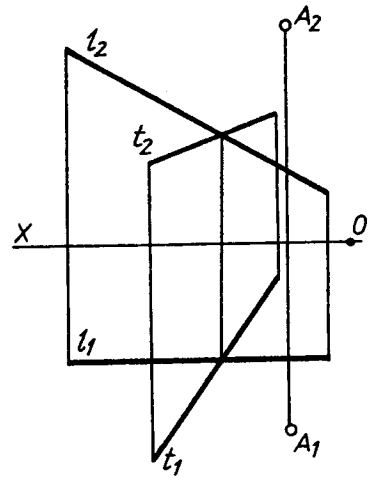


Рис. 2.390

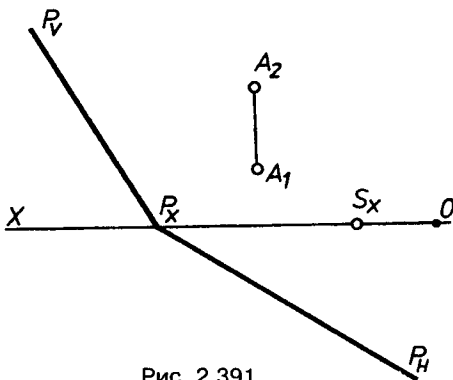


Рис. 2.391

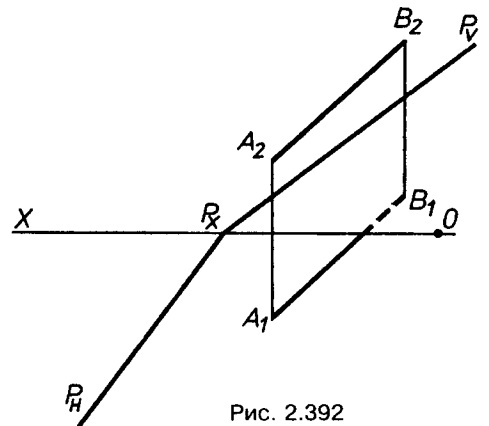


Рис. 2.392

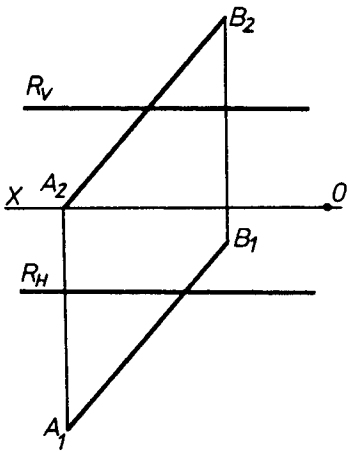


Рис. 2.393

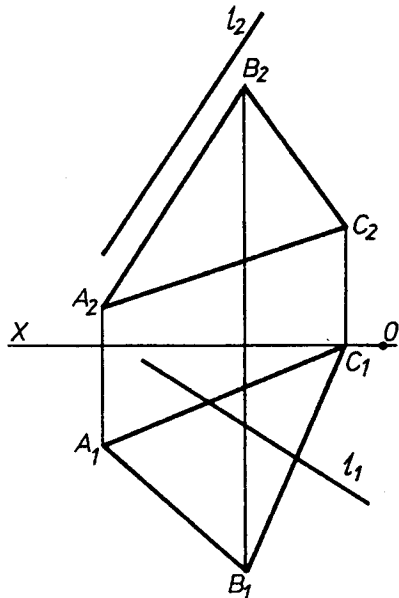


Рис. 2.394

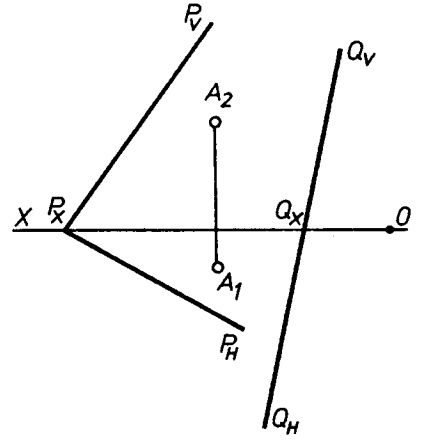


Рис. 2.395

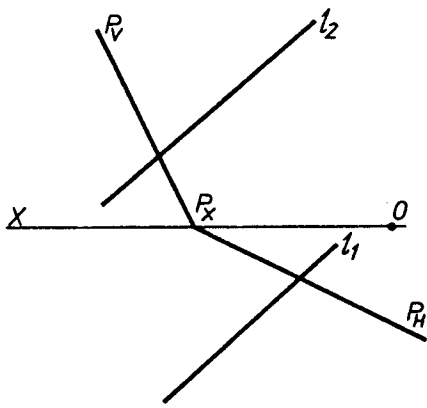


Рис. 2.396

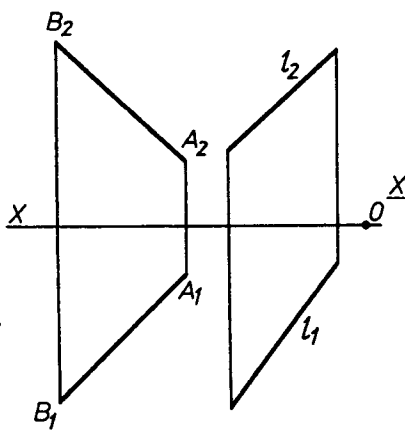


Рис. 2.397

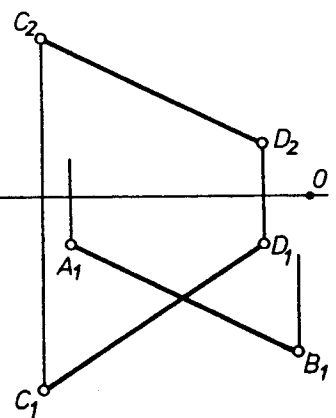


Рис. 2.398

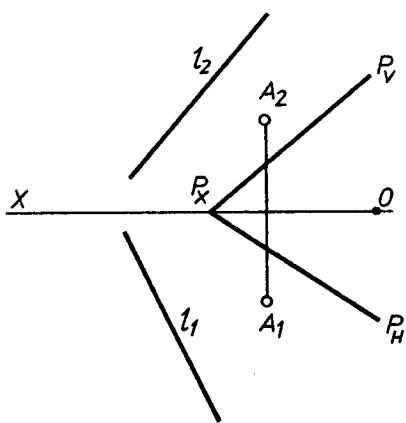


Рис. 2.399

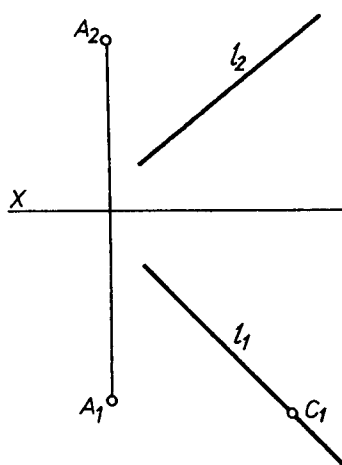


Рис. 2.400

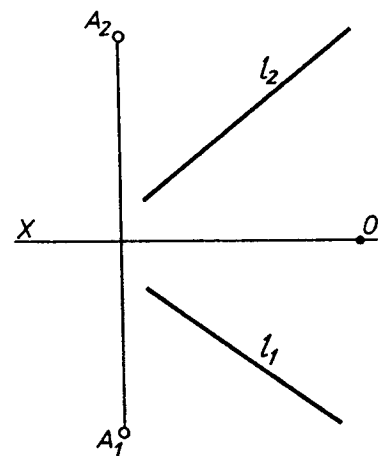


Рис. 2.401

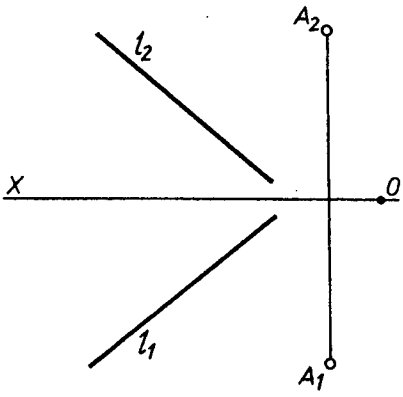


Рис. 2.402

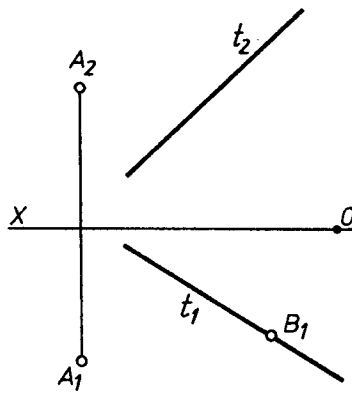


Рис. 2.403

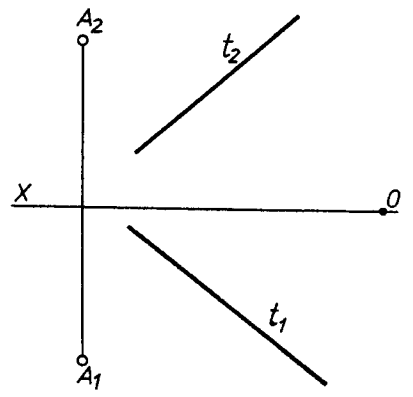


Рис. 2.404

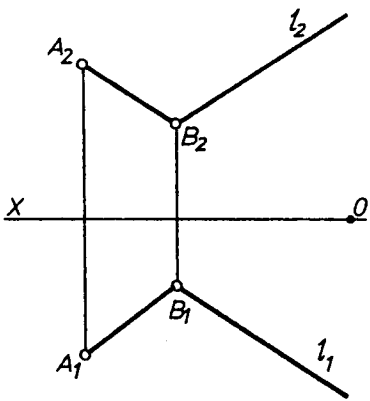


Рис. 2.405

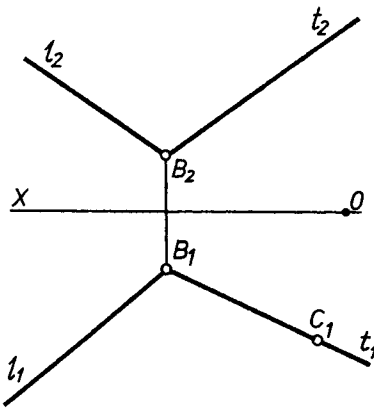


Рис. 2.406

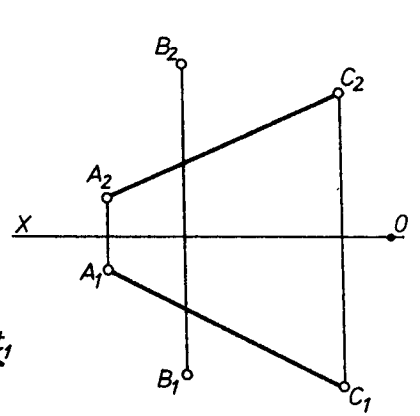


Рис. 2.407

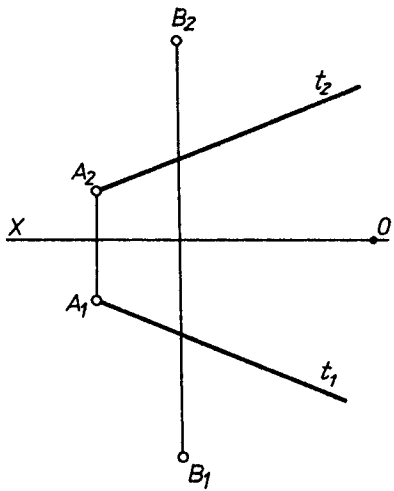


Рис. 2.408

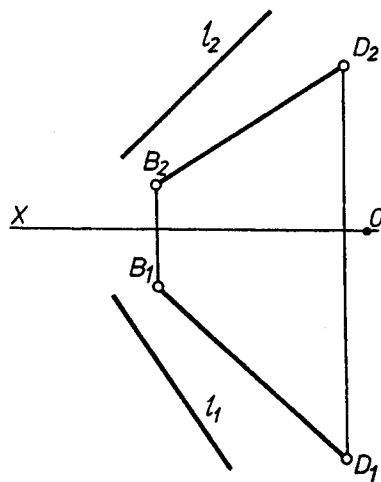


Рис. 2.409

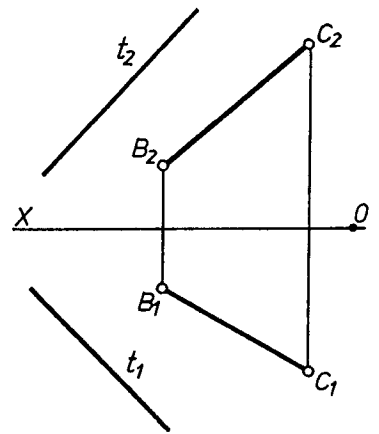


Рис. 2.410

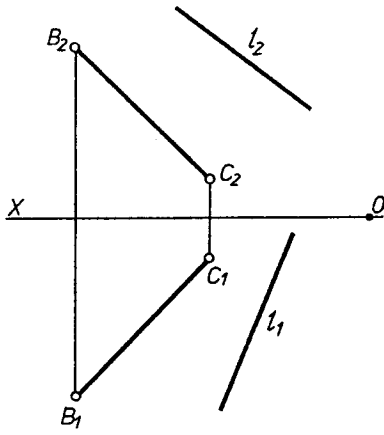


Рис. 2.411

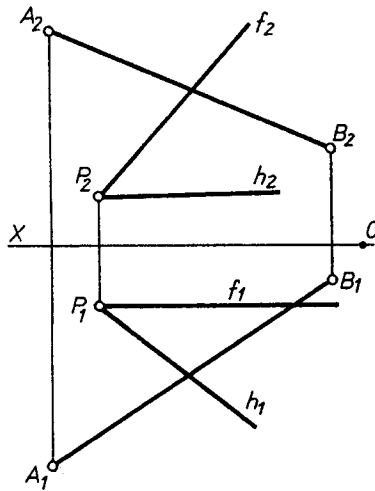


Рис. 2.412

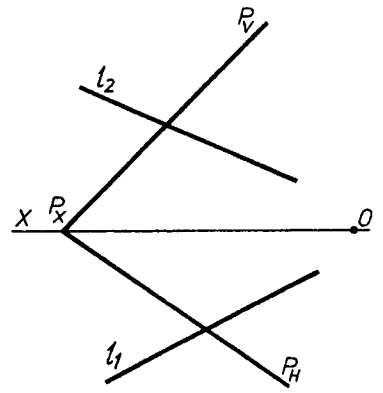


Рис. 2.413

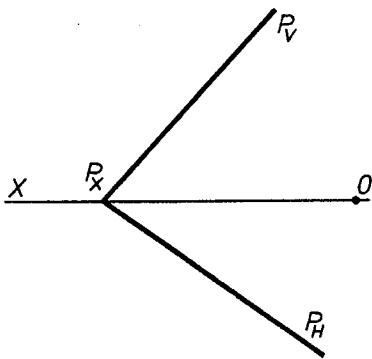


Рис. 2.414

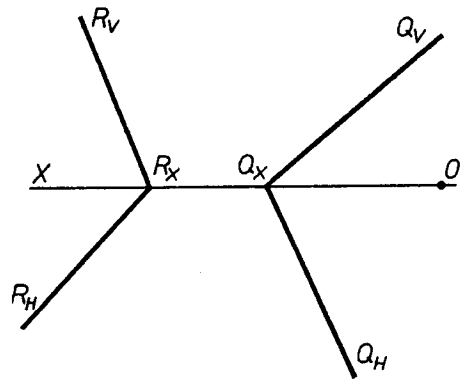


Рис. 2.415

3. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОЕКЦІЙ

3.1. Спосіб заміни площин проекцій

1. Основи способу: введення додаткових площин проекцій так, щоб плоский геометричний образ, не змінюючи свого положення в просторі, опинився в якомусь особливому положенні в новій системі площин проекцій.

2. Положення точок, ліній, плоских фігур у просторі не змінюється, а система H, V доповнюється площинами, які утворюють з H або V або між собою системи двох взаємно перпендикулярних площин, які приймають за площини проекцій.

3. Заміною однієї площини проекцій можна:

а) пряму довільного положення перетворити на лінію рівня, якщо нову площину проекцій вибрати паралельно заданій прямій. Тоді на епюрі вісь нової системи буде паралельна відповідній проекції прямої;

б) лінію рівня перетворити на проекційну пряму, якщо нову площину проекцій вибрати перпендикулярно до неї. На епюрі вісь нової системи проходить під прямим кутом до тієї проекції лінії рівня, яка є її справжньою величиною;

в) площину загального положення можна перетворити на проекційну, якщо нову площину проекцій вибрати перпендикулярно до лінії рівня заданої площини;

г) проекційну площину можна перетворити на площину рівня, якщо нову площину проекцій вибрати паралельно проекційній площині. На епюрі вісь нової системи паралельна сліду-проекції заданої площини.

4. Послідовною заміною двох площин проекцій можна:

а) пряму довільного положення перетворити на проекційну. Першою заміною вона перетворюється на лінію рівня, а відтак — на проекційну;

б) площину довільного положення перетворити на площину рівня. Першою заміною площина перетворюється на проекційну, а наступною — на площину рівня.

Запитання для самоперевірки

1. Скільки і в якій послідовності потрібно ввести допоміжних площин в систему V/H , щоб задана пряма довільного положення була перпендикулярна до допоміжної площини проекцій?

2. Скільки і в якій послідовності потрібно ввести допоміжних площин, щоб отримати справжню величину фігури загального положення?

3. На якому з рис. 3.1–3.3 допущена помилка при визначенні справжньої величини відрізка AB ?

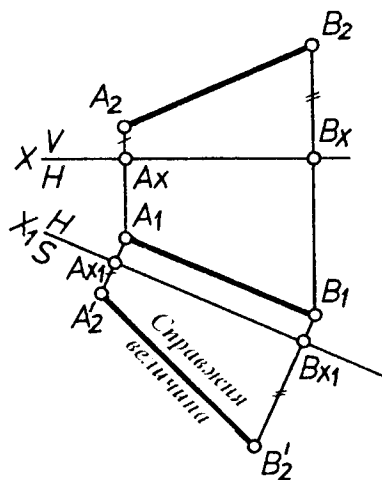


Рис. 3.1

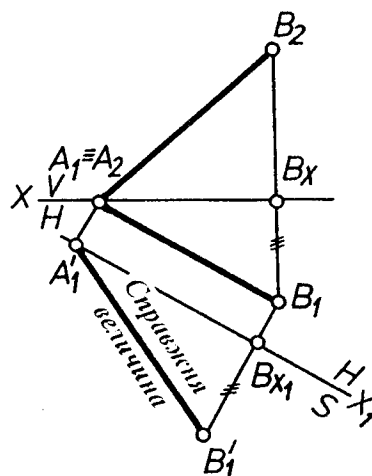


Рис. 3.2

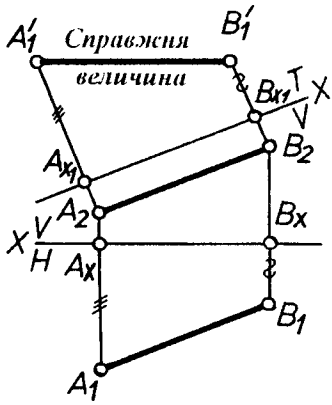


Рис. 3.3

4. На якому з рис. 3.4.–3.7 досить однієї заміни площини проєкцій для визначення справжньої величини трикутника ABC?

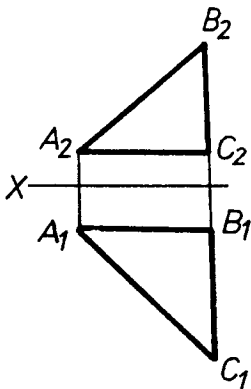


Рис. 3.4

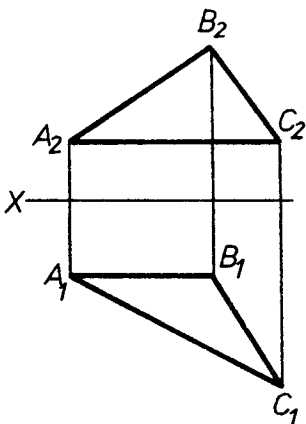


Рис. 3.5

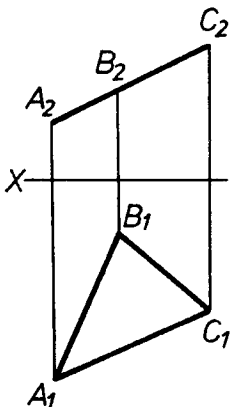


Рис. 3.6

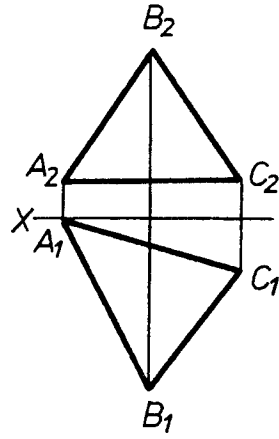


Рис. 3.7

5. Перпендикулярно до якої прямої необхідно розташувати нову площину проєкцій, щоб задана площина трикутника ABC була в новій системі проєкційною (рис. 3.8)?

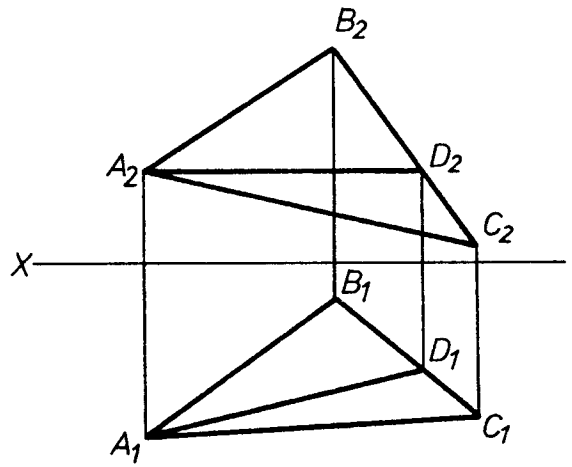


Рис. 3.8

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Визначити справжню величину відрізка AB (рис. 3.9).

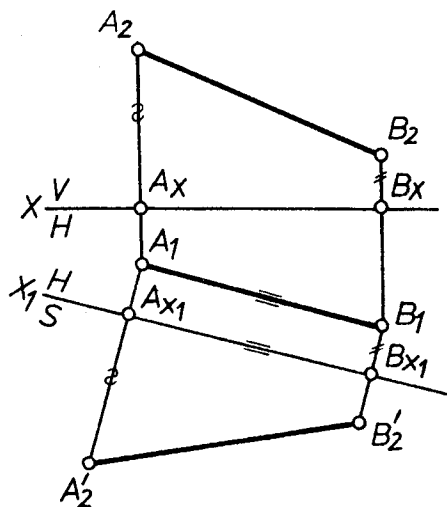


Рис. 3.9

Розв'язання. Замінімо площину проєкцій V на нову площину S , перпендикулярну до площини проєкцій H і паралельну заданому відрізку AB . Тоді нова вісь X_1 (H/S) буде паралельна горизонтальній проєкції A_1B_1 , а відрізок AB спроектується на нову площину S у справжню величину. Щоб отримати цю нову проєкцію відрізка, опустимо з A_1 і B_1 на нову вісь перпендикуляри і відкладемо на них $A_{x_1}A'_{x_1} = A_xA_2$ і $B_{x_1}B'_{x_1} = B_xB_2$. Сполучивши точки A'_{x_1} і B'_{x_1} , отримаємо справжню довжину $A'_2B'_2$ заданого відрізка AB .

Приклад 2. Послідовно замінити площини проєкцій так, щоб відрізок AB у новій системі S/T був перпендикулярний до нової площини S (рис. 3.10).

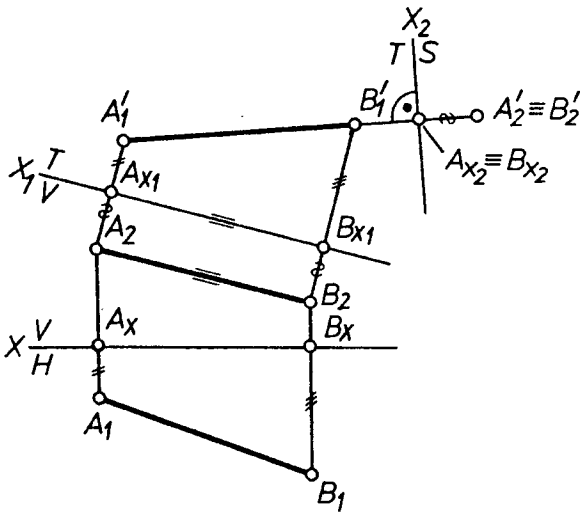


Рис. 3.10

Розв'язання. Відрізок AB займе шукане положення, якщо його проєкцією буде точка. Цього можна досягти, замінивши обидві площини проєкцій, оскільки в початковій системі відрізок займає довільне положення. Отже, після першої заміни приводимо відрізок у положення, паралельне площині проєкцій T , яку вводимо замість H так, щоб нова вісь X_1 була паралельна фронтальній проєкції A_2B_2 відрізка AB . Після цього відомим способом будуємо нову проєкцію $A'_1B'_1$ відрізка в системі V/T . Далі здійснюємо другу заміну площин проєкцій, вводячи площину S замість V . При цьому нова вісь X_2 має бути перпендикулярна до $A'_1B'_1$. Тоді нова проєкція відрізка в системі S/T буде точкою $A'_2 \equiv B'_2$, тобто відрізок AB стане перпендикулярним до площини проєкцій S .

Приклад 3. Побудувати проєкції точки перетину двох профільних прямих AB і CD , що лежать у спільній для них профільній площині (рис. 3.11).

Розв'язання. За допоміжну площину проєкцій обрана площина S , перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій H . Провівши з точок A_1, B_1, C_1, D_1 лінії проєкційного зв'язку перпендикулярно до нової осі

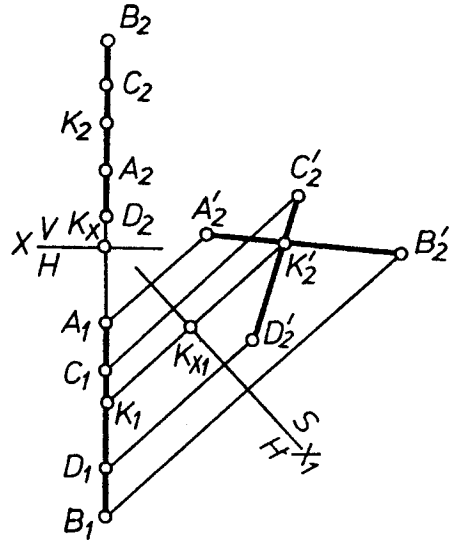


Рис. 3.11

X_1 (S/H), відкладемо від неї відповідно відрізки $A_2A_x = A'_2A_{x_1}$; $B_2B_x = B'_2B_{x_1}$; $C_2C_x = C'_2C_{x_1}$; $D_2D_x = D'_2D_{x_1}$. Сполучивши A'_{x_1} і B'_{x_1} з D'_{x_1} і C'_{x_1} з D'_{x_1} , отримаємо нові проєкції відрізків $A'_2B'_2$ і $C'_2D'_2$, на перетині яких визначається точка K'_2 — проєкція точки перетину заданих прямих. Після цього знаходимо горизонтальну проєкцію точки перетину прямих K_1 ; щоб одержати проєкцію K_2 , треба відкласти відрізок $K_2K_{x_1}$, який дорівнює відрізку $K'_2K_{x_1}$.

Приклад 4. Визначити відстань від точки A до прямої BC (рис. 3.12).

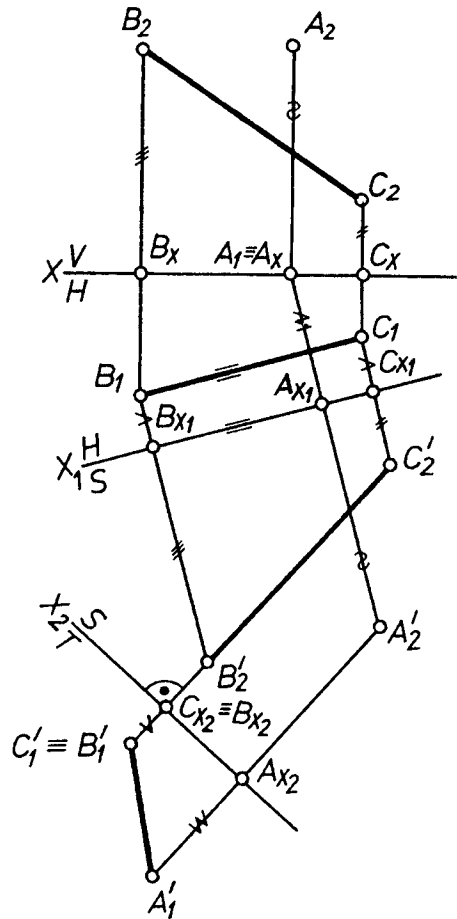


Рис. 3.12

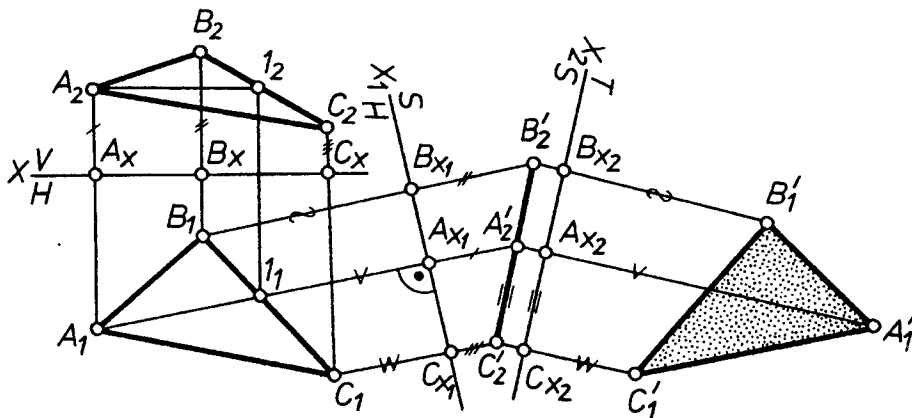


Рис. 3.13

Розв'язання. Відстань від точки до прямої вимірюється відрізком перпендикуляра, проведеного з точки на пряму. Якщо пряма перпендикулярна до якоїсь площини, то відстань від точки до прямої вимірюється відстанню між проєкцією точки і точкою, в яку проєкціюється пряма на цю площину. Якщо пряма займає в системі V/H загальне положення, то, щоб визначити відстань від точки до прямої, потрібно ввести в систему V/H дві додаткові площини. Спочатку вводимо площину S , паралельну до відрізка BC (нова вісь X_1 паралельна до B_1C_1), і будуємо відомим способом проєкції $B'_2C'_2$ і A'_2 ($B'_2B_{x_1} = B_2B_{x_1}$, $A'_2A_{x_1} = A_2A_{x_1}$, $C'_2C_{x_1} = C_2C_{x_1}$). Далі вводимо ще одну площину T , перпендикулярну до прямої BC (нова вісь X_2 перпендикулярна до $B'_2C'_2$). Будуємо проєкцію прямої $B'_1 \equiv C'_1$ і точки A'_1 . Відстань між точками A'_1 і $B'_1 \equiv C'_1$ дорівнює відстані від точки A до прямої BC .

Приклад 5. Визначити справжню величину трикутника ABC , який у системі V/H займає довільне положення (рис. 3.13).

Розв'язання. Відомо, що площа фігура проєкціюється в справжню величину тоді, коли вона паралельна будь-якій площині проєкцій. Для розв'язання цієї задачі необхідно замінити обидві площини проєкцій. Спочатку вводимо таку площину проєкцій, до якої трикутник був би перпендикулярний, тобто спроекціювався б у пряму. Потім вводимо ще одну площину проєкцій паралельно площині трикутника ABC . Щоб трикутник зайняв положення, перпендикулярне до нової площини проєкцій, використаємо горизонталь, яку для зручності проведемо через точку A (проєкції горизонталі A_11_1 , A_21_2). Спочатку замінимо площину проєкцій V на S , перпендикулярну до площини проєкцій H ; нова вісь проєкцій X_1 буде перпендикулярна до горизонтальної проєкції A_11_1 горизонталі $A1$. Будемо відомим способом фронтальну проєкцію $A'_2B'_2C'_2$ трикутника в системі S/H . Вершини трикутника виявилися на одній прямій. Це означає, що площина трикутника перпендикулярна до площини S . Потім виконаємо другу заміну площин проєкцій заміною площини

H на T , перпендикулярної до S , при цьому площина T повинна бути паралельна площині трикутника ABC . У цьому випадку вісь проєкцій $X_2(S/T)$ паралельна фронтальній проєкції трикутника $A'_2C'_2B'_2$. Нарешті, будемо в системі S/T горизонтальну проєкцію $A'_1B'_1C'_1$ трикутника ABC , яка є його справжньою величиною.

Приклад 6. Визначити відстань від точки E до площини $Q(AB \parallel CD)$ (рис. 3.14).

Розв'язання. Відомо, що відстань від точки до площини вимірюється величиною перпендикуляра, проведеного з точки на площину. Цей перпендикуляр проєкціюється на площину проєкцій у справжню величину, якщо площина перпендикулярна до площини проєкцій. Такого положення площини можна досягти, замінивши, наприклад, площину V на S , перпендикулярну до заданої площини $Q(AB \parallel CD)$. Для цього проводимо в площині Q горизонталь $D1(D_11_1, D_21_2)$ і розташовуємо вісь проєкцій X_1 перпендикулярно до горизонтальної проєкції D_11_1 горизонталі. Будемо проєкції точки E'_2 і площини — відрізок $B'_2C'_2$. Провівши з точки E'_2 перпендикуляр на відрізок $B'_2C'_2$ — проєкцію площини Q на площині проєкцій S , отримаємо відрізок $E'_2K'_2$, який і є справжньою величиною відстані від точки E до площини Q . Проєкції цього відрізка можна отримати так: спочатку будемо його горизонтальну проєкцію E_1K_1 , причому $E_1K_1 \parallel X_1$, потім відкладаємо $K_2K_x = K'_2K_x$; отримаємо фронтальну проєкцію E_2K_2 відстані від точки E до площини $Q(AB \parallel CD)$.

Приклад 7. Визначити відстань від точки A до площини P (рис. 3.15).

Розв'язання. Якщо площина P у новій системі площин проєкцій буде проєкційною, то відстань від точки до цієї площини можна визначити на епюрі без додаткової побудови. Тому замінюємо площину проєкцій V на S так, щоб площина P стала фронтально-проєкційною. У зв'язку з цим площина S має бути перпендикулярна не лише до площини H , а й до P , тобто до лінії їх перетину — горизонтального сліду P_H . Тому нова вісь проєкцій X_1 буде перпендикулярна до P_H , а точка P_{x_1} —

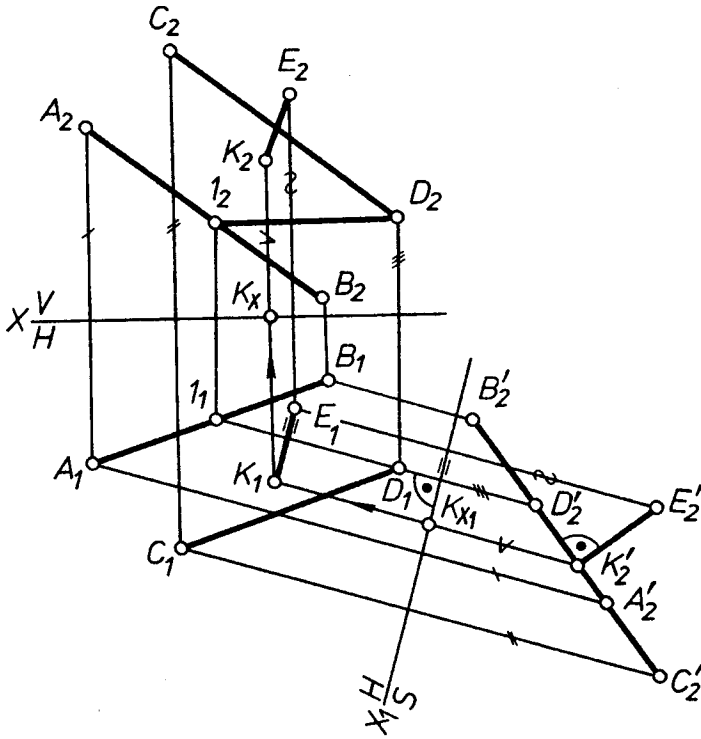


Рис. 3.14

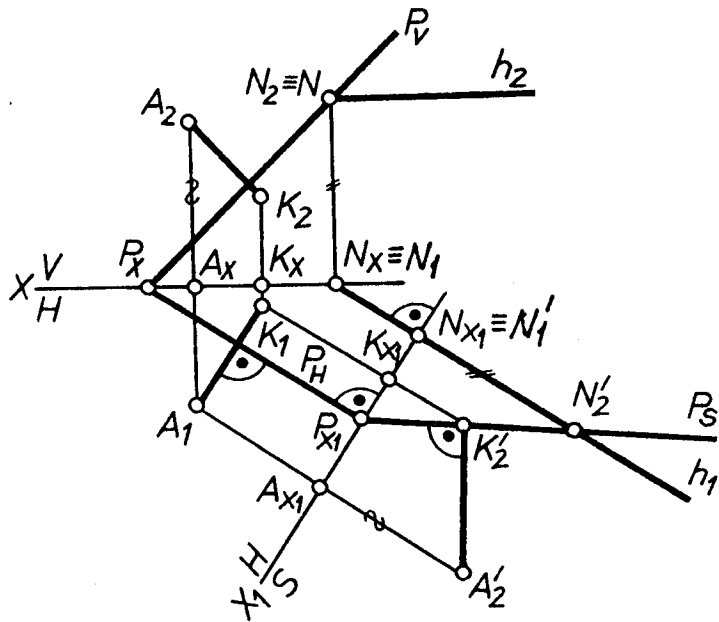


Рис. 3.15

новою точкою збігу слідів у системі S/H . Для побудови фронтального сліду P_s проводимо в площині P горизонталь h (h_1, h_2). Горизонтальна проекція h_1 не змінює своє положення і в перетині з віссю X_1 утворює точку N'_1 — горизонтальну проекцію фронтального сліду горизонталі. Далі визначаємо точку N'_2 — фронтальну проекцію фронтального сліду горизонталі, для чого на перпендикулярі з точки N'_1 до осі X_1 відкладаємо відрізок $N'_1N'_2 = N_1N_2$, беручи до уваги, що відстань горизонталі h від площини H залишається незмінною. Для побудови шуканого сліду P_s сполучаємо P_{x_1} і N'_2 . Площина P в системі S/H

є фронтально-проекційною. Одночасно знаходимо нову проекцію A'_2 точки A в системі S/H . Зрозуміло, що довжина перпендикуляра з точки A'_2 до сліду P_s визначає відстань від точки A до площини P . Проекції цього відрізка можна побудувати так: спочатку визначаємо горизонтальну проекцію A_1K_1 , причому $A_1K_1 \parallel X_1$ або $A_1K_1 \perp P_H$; далі, відклавши $K_2K_x = K'_2K_{x_1}$, отримаємо фронтальну проекцію A_2K_2 відстані від точки A до площини P , причому $A_2K_2 \perp P_V$.

Приклад 8. Побудувати проекції найкоротшої відстані між двома мимобіжними прямими AB і CD (рис. 3.16).

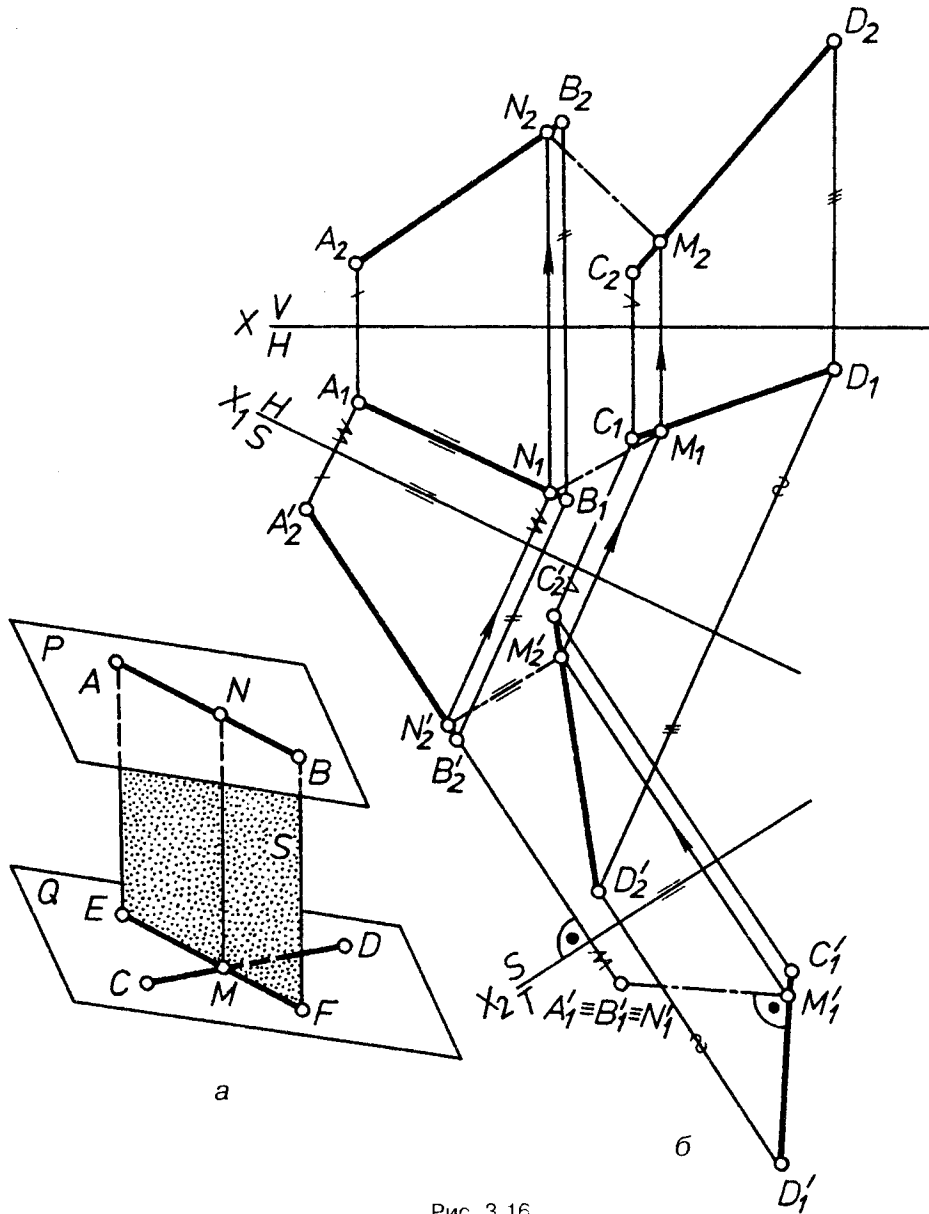


Рис. 3.16

Розв'язання. Найкоротша відстань між двома мимобіжними прямими є водночас і відстанню між паралельними площинами, в яких лежать мимобіжні прямі.

На рис. 3.16, а показаний спільний перпендикуляр до мимобіжних прямих AB і CD . Якщо через AB і CD провести паралельні між собою площини P і Q , а потім через одну з цих прямих, наприклад через AB , провести площину S , перпендикулярну до P і Q , і знайти пряму EF перетину площин S і Q (ця пряма EF паралельна прямій AB), то в точці M перетину прямих CD і EF буде проходити шуканий перпендикуляр до прямих AB і CD .

На рис. 3.16, б показано побудову, де одна з мимобіжних прямих (AB) спроекційована в точку на додаткову площину проєкцій T .

Для побудови від системи V/H здійснено перехід до системи S/H , де $S \perp H$ і $S \parallel AB$, а від системи S/H до системи T/S , де $S \perp T$ і $S \perp AB$. Отримавши на площині проєкцій S проєкцію прямої AB у вигляді точки $A'_1 \equiv B'_1$, і проєкцію

другої прямої $C'D'_1$, і провівши з $A'_1 \equiv B'_1$ перпендикуляр на $C'D'_1$, знайдемо шукану відстань між заданими мимобіжними прямими AB і CD .

Далі побудуємо проєкції спільного для AB і CD перпендикуляра. Проєкція $M'_2N'_2$ проведена паралельно осі $X_2(T/S)$.

З а у в а ж е н н я. Відрізок найкоротшої відстані $M'_1N'_1$ завжди більший за будь-яку проєкцію ($M'_2N'_2$, M_1N_1 чи M_2N_2).

Приклад 9. Визначити величину двогранного кута, утвореного трикутними гранями ABC і ABD (рис. 3.17).

Розв'язання. Ребрам двогранного кута є відрізок AB . Якщо AB виявиться перпендикулярним до додаткової площини проєкцій, то обидві грані спроектуються на неї у вигляді відрізків, кут між якими дорівнює лінійному куту цього двогранного кута (рис. 3.17, а).

Побудова на рис. 3.17, б виконана за такою схемою: від системи V/H здійснено перехід до системи S/H , де $S \perp H$ і $S \parallel AB$, а від системи S/H — до системи T/S , де $T \perp S$, $T \perp AB$.

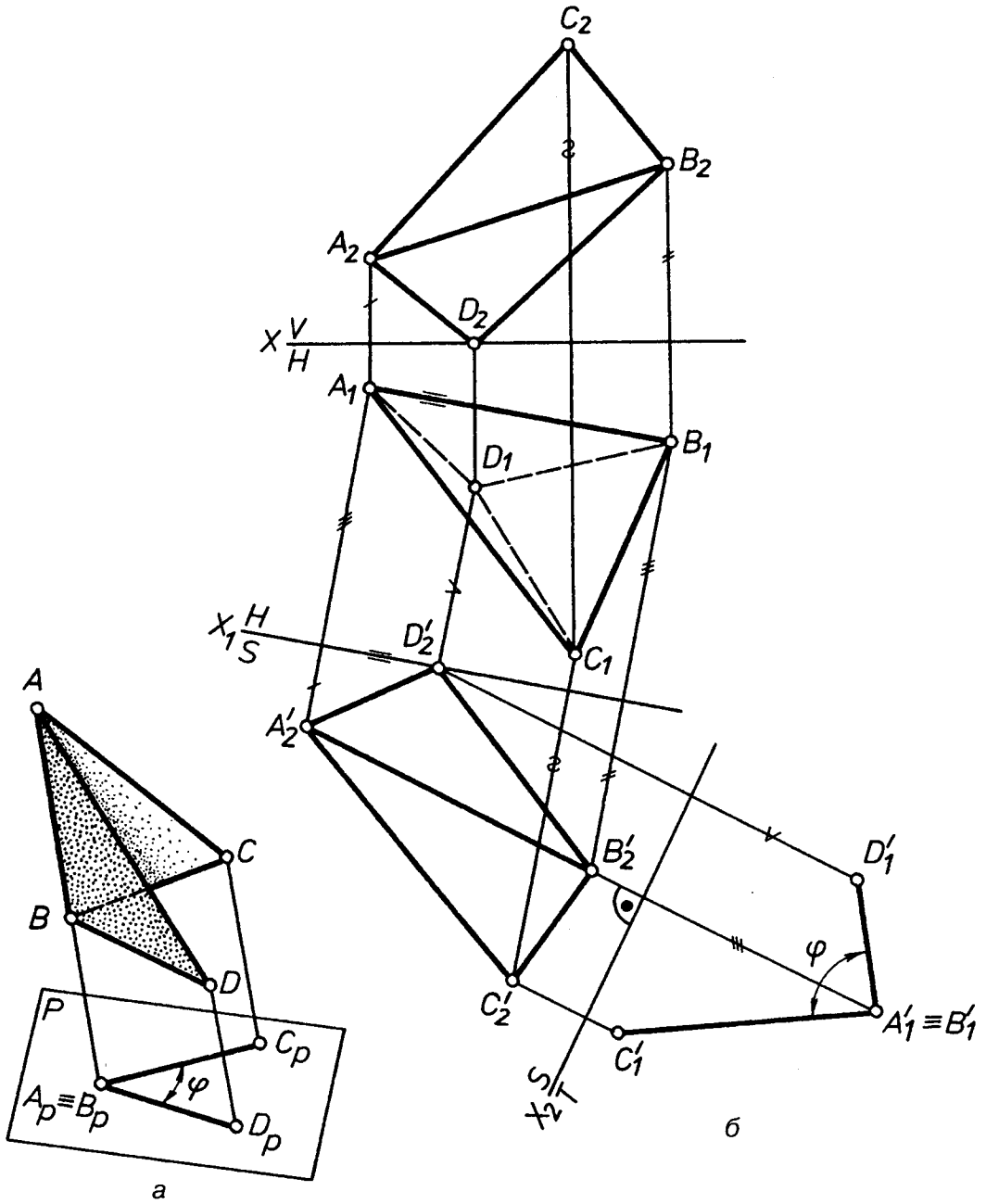


Рис. 3.17

Приклад 10. Задані площина P і фронтальна проекція A_2 точки A , віддаленої від площини P на 20 мм. Знайти горизонтальну проекцію цієї точки (рис. 3.18).

Розв'язання. Замінюємо горизонтальну площину проєкцій новою T , яка перпендикулярна до площини P . Будуємо новий горизонтальний слід P_T за допомогою довільної точки M (M_1, M_2), вибраної на сліду P_H . Провівши допоміжну пряму, паралельну слідові P_T , на відстані 20 мм від нього, отримуємо на перетині з перпендикуляром, опущеним з фронтальної проекції A_2 точки на вісь X_1 , точку A'_1 . Далі, знаючи відстань $A'_1 A_{X_1}$, знаходимо шукану горизонтальну проекцію (A_1) точки, при цьому $A_1 A_{X_1} = A'_1 A_{X_1}$.

Існує два розв'язки.

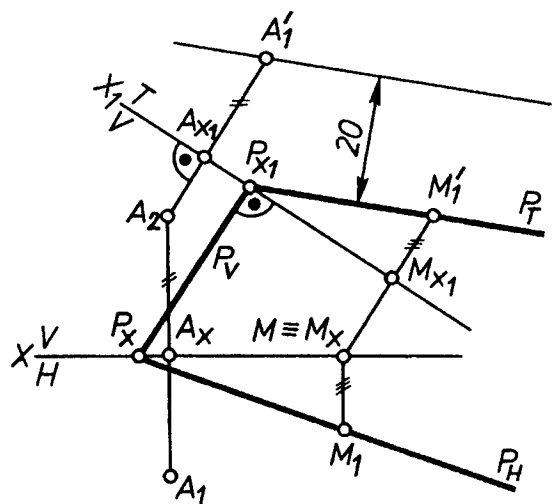


Рис. 3.18

Приклад 11. Задані пряма AB і горизонтальна проєкція C_1D_1 прямої CD , паралельної AB . Знайти фронтальну проєкцію прямої CD , якщо відстань між заданими прямими дорівнює 20 мм (рис. 3.19).

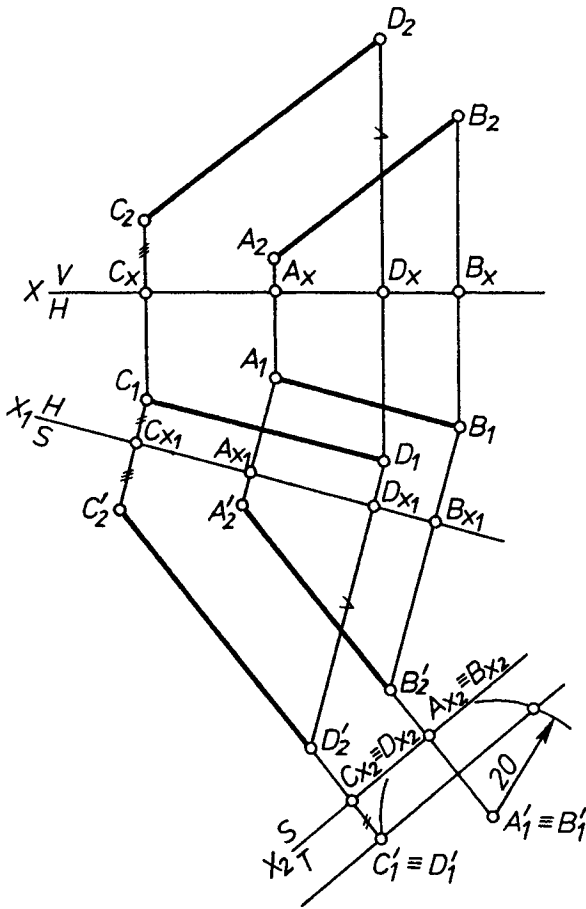


Рис. 3.19

Розв'язання. Заміною площин проєкцій на нові надаємо їм такого положення, коли горизонтальна площина проєкцій буде перпендикулярна до заданих прямих. У цьому випадку відстань між цими прямими вимірюється відстанню між їх горизонтальними проєкціями $A'_1 \equiv B'_1$ і $C'_1 \equiv D'_1$, зображенням яких є точки.

Отже, замінюємо фронтальну площину проєкцій на нову S , паралельну заданим прямим, і знаходимо лише фронтальну проєкцію $A'_2B'_2$ прямої AB . Потім замінюємо горизонтальну площину проєкцій на нову T , перпендикулярну до заданих прямих, і знаходимо знову лише горизонтальну проєкцію $A'_1 \equiv B'_1$, тієї ж прямої. Описавши з цієї точки коло радіусом 20 мм і провівши пряму, паралельну осі проєкцій X_2 на відстані C_1C_{x1} , отримуємо на перетині з колом точку $C'_1 \equiv D'_1$ — горизонтальну проєкцію прямої CD . Знайшовши фронтальну проєкцію $C'_2D'_2$ прямої зворотною побудовою, отримуємо її фронтальну проєкцію C_2D_2 в початковому положенні.

Існує два розв'язки.

ЗАДАЧІ

1. Побудувати проєкції точок A і B у заданій новій системі (рис. 3.20–3.23).
2. Замінити площину V на S так, щоб задана точка A була віддалена від нової площини S на 25 мм (рис. 3.24).
3. Замінити площину H на T так, щоб задана точка B була віддалена від нової площини T на 20 мм (рис. 3.25).
4. Замінити площину V на S так, щоб точка A була рівновіддалена від площин H і S (рис. 3.26).
5. Побудувати проєкції прямої AB у новій системі так, щоб пряма була паралельна горизонтальній площині проєкцій (рис. 3.27).
6. Побудувати проєкції прямої CD в новій системі так, щоб пряма була паралельна фронтальній площині проєкцій (рис. 3.28).
7. Визначити справжню величину відрізка AB та кути нахилу його до площин проєкцій H і V (рис. 3.29).
8. Побудувати проєкції прямої CD у новій системі так, щоб пряма була перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій T (рис. 3.30, 3.31).
9. Побудувати проєкції прямої AB у новій системі так, щоб пряма була перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій S (рис. 3.32, 3.33).
10. Визначити відстань від точки C до прямої AB (рис. 3.34, 3.35).
11. Визначити відстань від точки N , що належить фронтальній площині проєкцій, до прямої AB , що належить горизонтальній площині проєкцій.
12. Побудувати проєкції висоти трикутника ABC , яка проходить через точку A (рис. 3.36).
13. Побудувати горизонтальну проєкцію відрізка AB , що дорівнює 50 мм (рис. 3.37).
14. Визначити відстань між двома паралельними прямими AB і CD (рис. 3.38).
15. Визначити проєкції найкоротшої відстані між двома мимобіжними прямими (рис. 3.39).
16. Побудувати горизонтальну проєкцію прямої AB , паралельної прямій CD , знаючи, що відстань між прямими дорівнює 20 мм (рис. 3.40).
17. Провести пряму, паралельну двом заданим паралельним прямим AB і CD і віддалену від них відповідно на 20 і 30 мм (рис. 3.41).
18. Побудувати сліди площини P у заданій новій системі (рис. 3.42, 3.43).
19. Визначити відстань від точки A до площини P (рис. 3.44, 3.45).
20. Визначити відстань між двома паралельними площинами P і Q (рис. 3.46, 3.47).
21. Задано: фронтальний слід P_v площини довільного положення P і дві проєкції точки A , віддаленої від площини P на 25 мм. Побу-

дувати горизонтальний слід площини P (рис. 3.48).

22. Провести площину Q , паралельну заданій площині P , на відстані 20 мм від останньої (рис. 3.49).

23. Провести площину S , паралельну площині R так, щоб площини S і R відтинали на прямій AB відрізок, який дорівнює 15 мм (рис. 3.50).

24. Задана горизонтальна проекція A_1 точки A , віддаленої від заданої площини P на 20 мм. Побудувати фронтальну проекцію точки A (рис. 3.51).

25. Площину довільного положення P ($AB \parallel CD$) перевести в горизонтально-проекційну (рис. 3.52).

26. Площину довільного положення Q ($AB \cap BC$) перевести у фронтально-проекційну (рис. 3.53).

27. Визначити справжню величину трикутника ABC (рис. 3.54).

28. Знайти проекції центра кола, описаного навколо трикутника ABC (рис. 3.55).

29. Визначити відстань від точки K до площини Q ($\triangle ABC$) (рис. 3.56).

30. Визначити відстань від точки K до площини Q ($AB \parallel CD$) (рис. 3.57).

31. Знайти проекції точки перетину прямої MN з площиною, заданою трикутником ABC (рис. 3.58).

32. Знайти проекції точки перетину прямої AB з площиною Q ($h \cap f$) (рис. 3.59).

33. Знайти точку перетину прямої AB з площиною P (рис. 3.60).

34. Знайти на прямій MN точку, віддалену від заданої площини Q ($\triangle ABC$) на 20 мм (рис. 3.61).

35. Знайти величину двогранного кута при ребрі AB (рис. 3.62).

36. Провести бісектрису кута A трикутника ABC (рис. 3.63).

37. Визначити кут між перетинними прямими AB і AC (рис. 3.64, 3.65).

38. Визначити кути нахилу заданої площини до площин проекцій (рис. 3.66, 3.67).

39. Знайти відсутній слід площини P , якщо кут, утворений цією площиною з фронтальною площиною проекцій, дорівнює 45° (рис. 3.68).

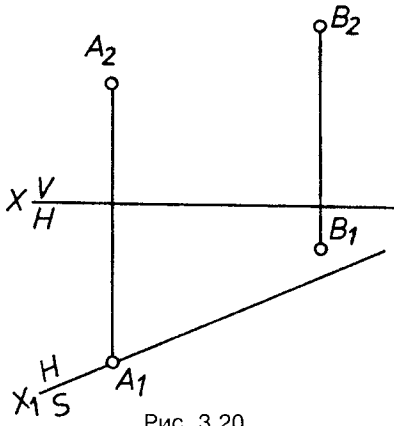


Рис. 3.20

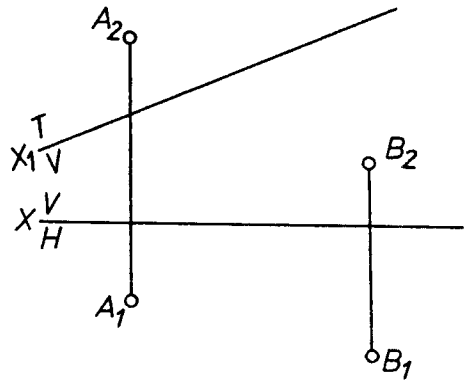


Рис. 3.21

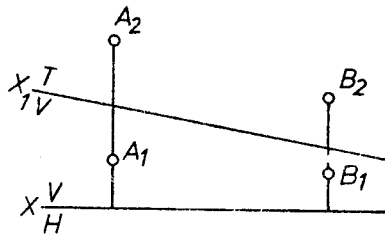


Рис. 3.22

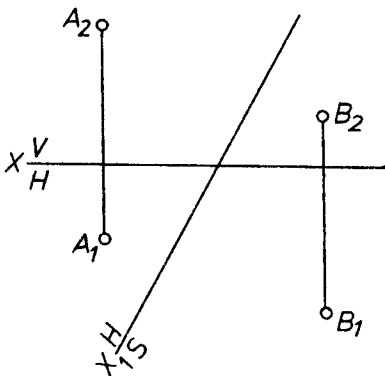


Рис. 3.23

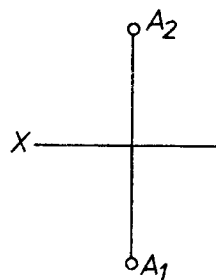


Рис. 3.24

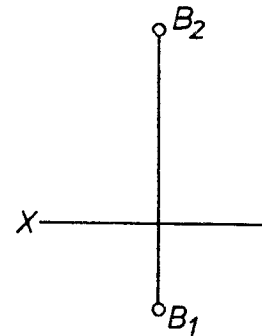


Рис. 3.25

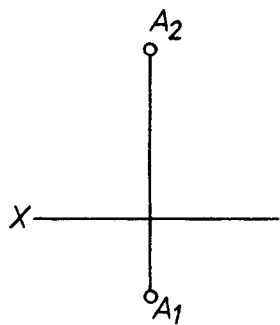


Рис. 3.26

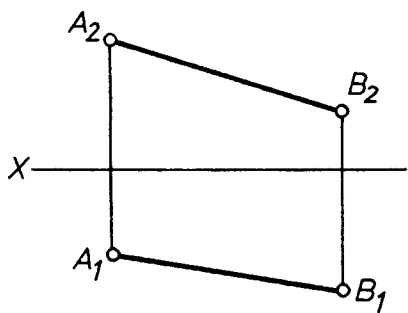


Рис. 3.27

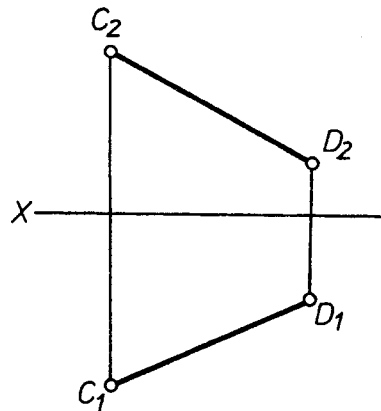


Рис. 3.28

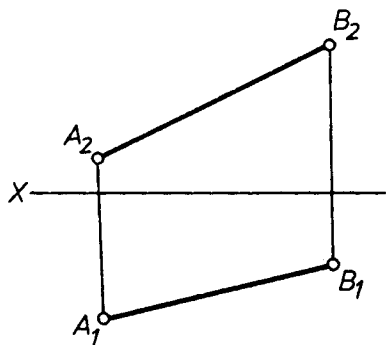


Рис. 3.29

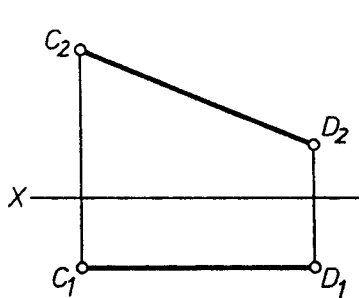


Рис. 3.30

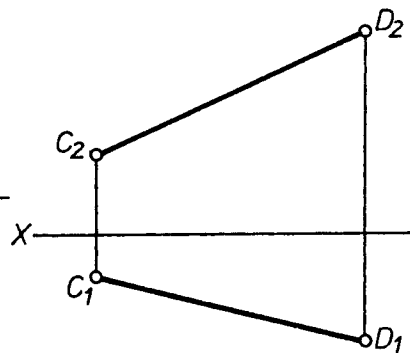


Рис. 3.31

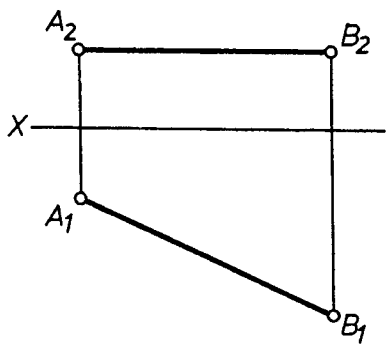


Рис. 3.32

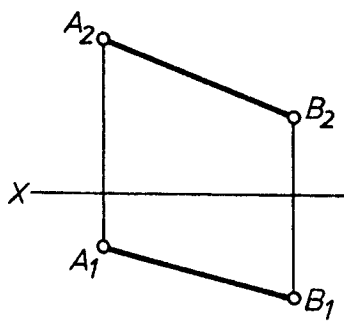


Рис. 3.33

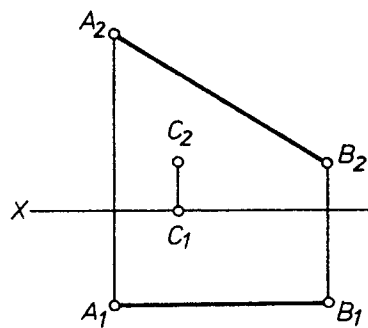


Рис. 3.34

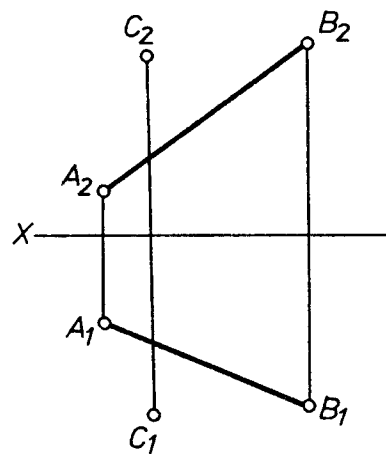


Рис. 3.35

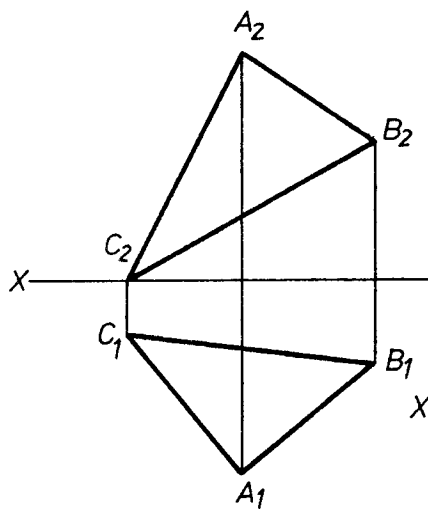


Рис. 3.36

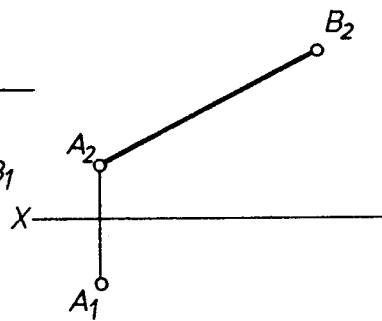


Рис. 3.37

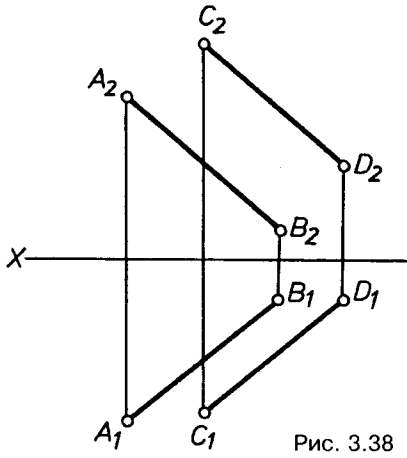


Рис. 3.38

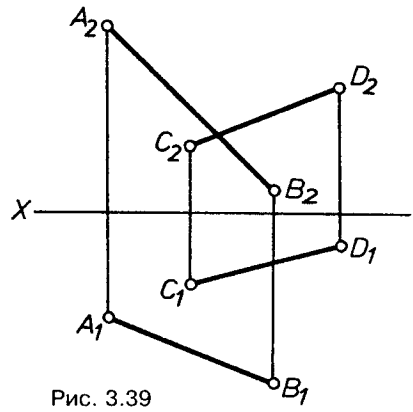


Рис. 3.39

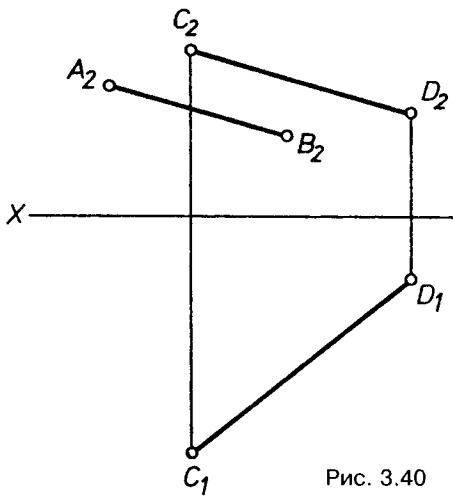


Рис. 3.40

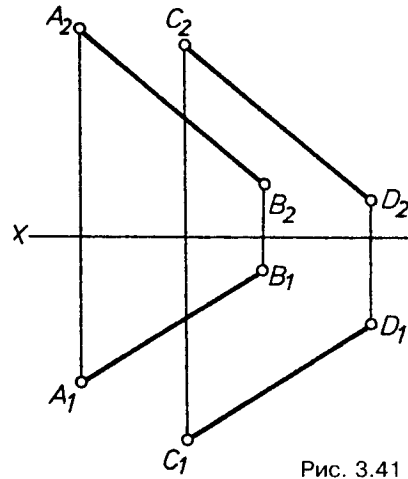


Рис. 3.41

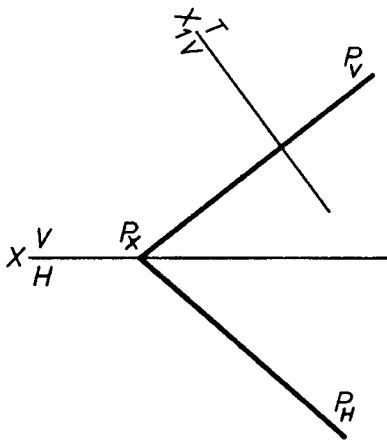


Рис. 3.42

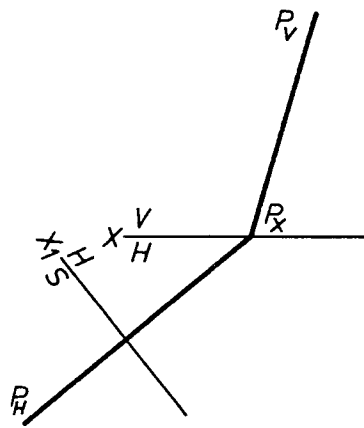


Рис. 3.43

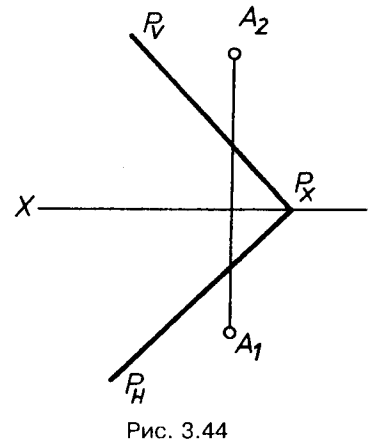


Рис. 3.44

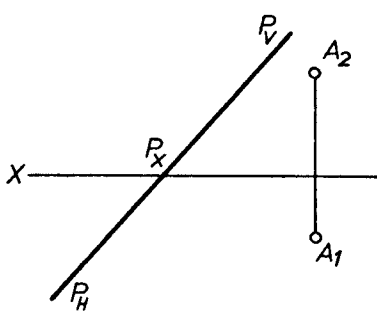


Рис. 3.45

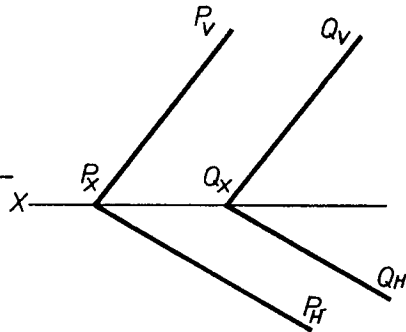


Рис. 3.46

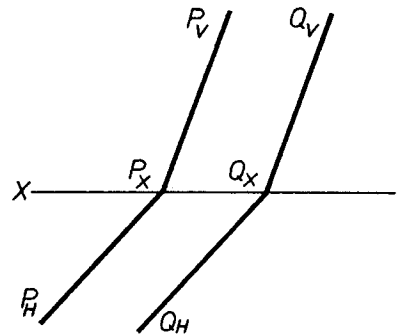


Рис. 3.47

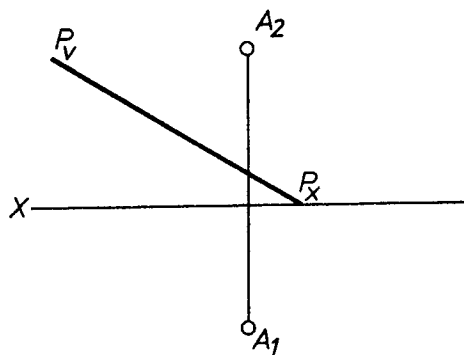


Рис. 3.48

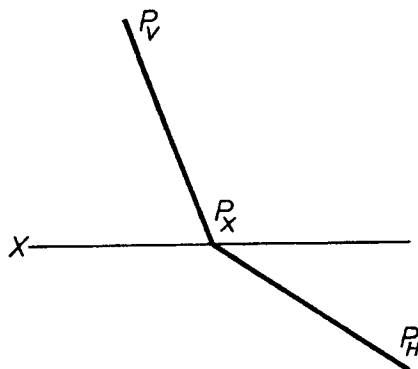


Рис. 3.49

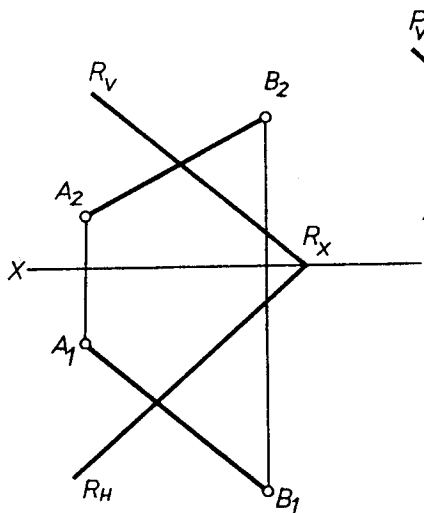


Рис. 3.50

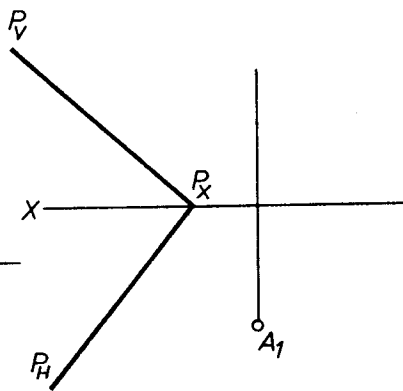


Рис. 3.51

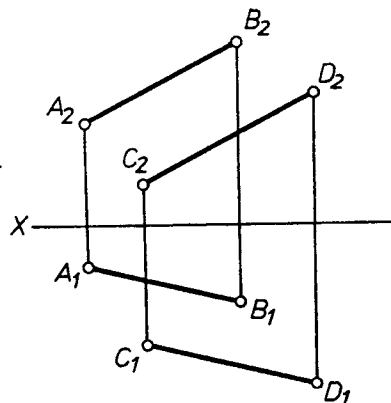


Рис. 3.52

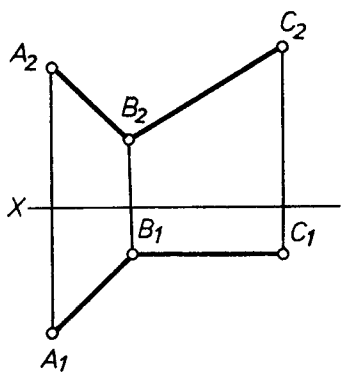


Рис. 3.53

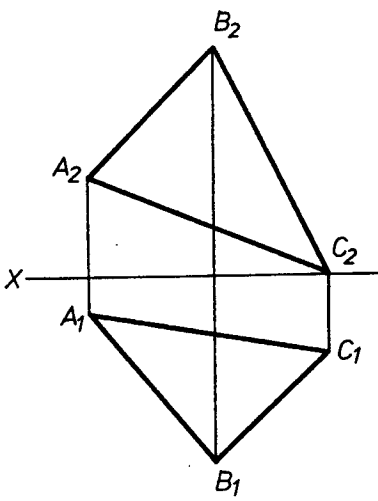


Рис. 3.54

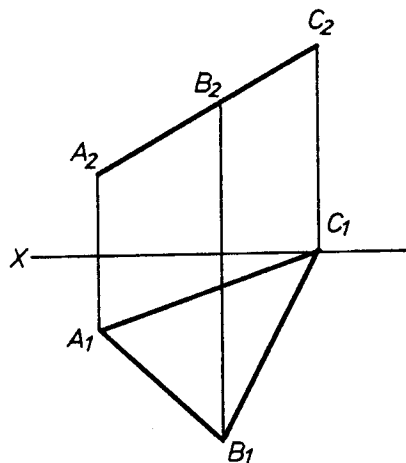


Рис. 3.55

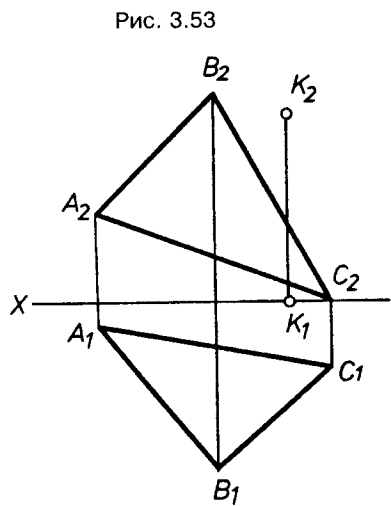


Рис. 3.56

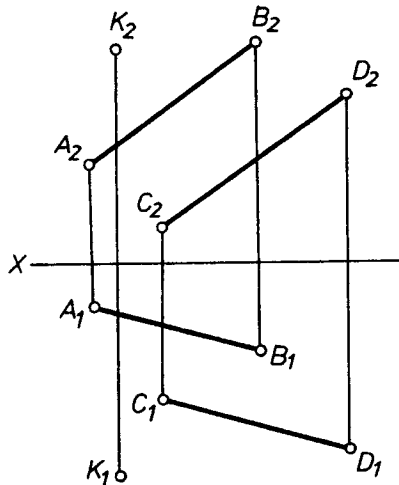


Рис. 3.57

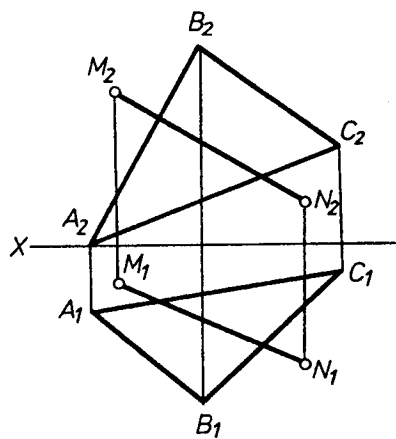


Рис. 3.58

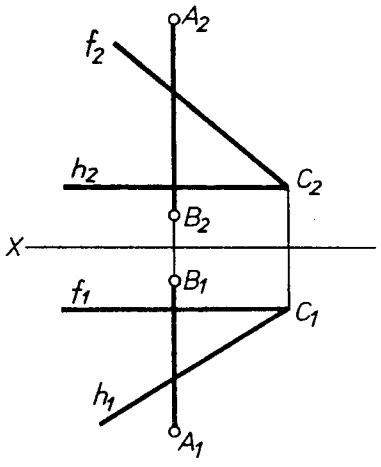


Рис. 3.59

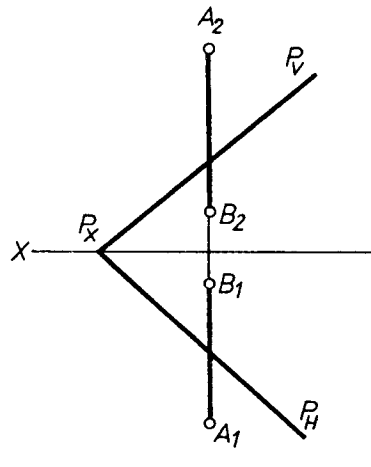


Рис. 3.60

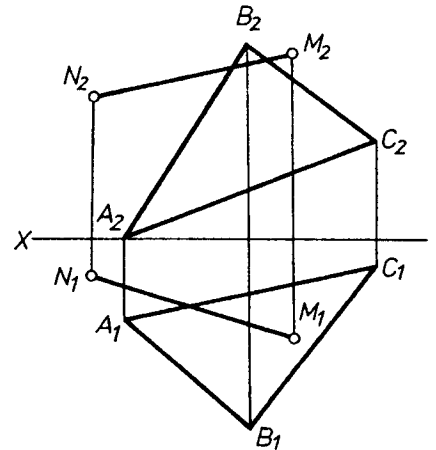


Рис. 3.61

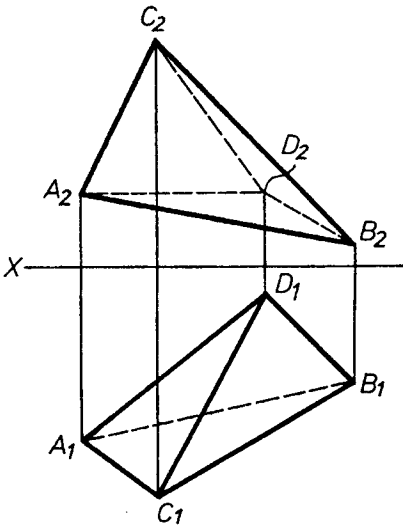


Рис. 3.62

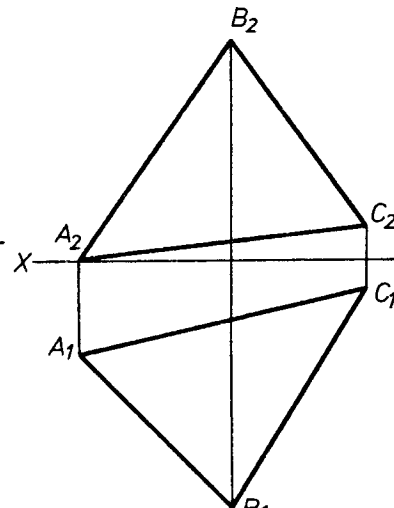


Рис. 3.63

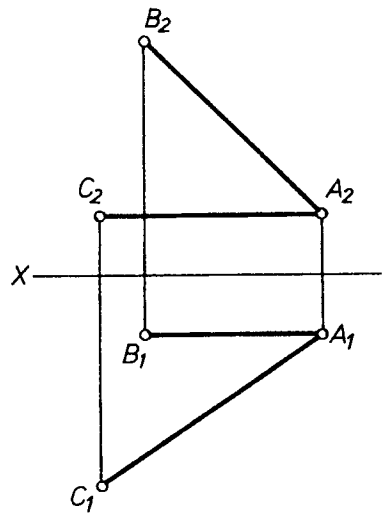


Рис. 3.64

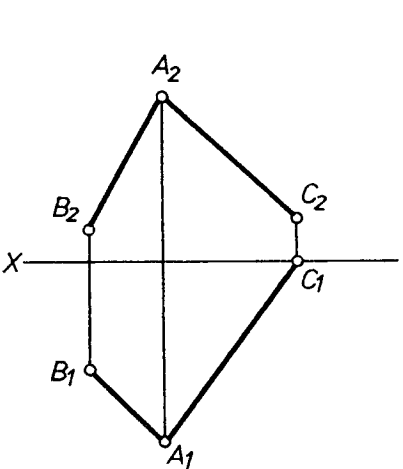


Рис. 3.65

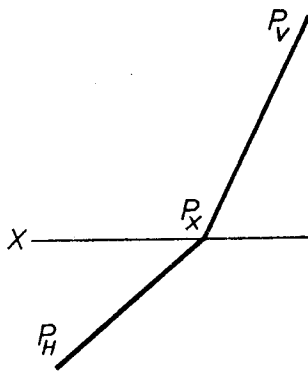


Рис. 3.66

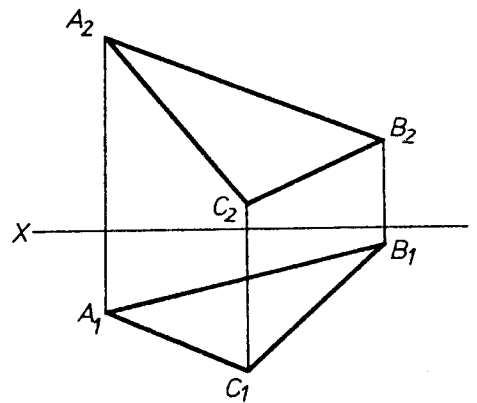


Рис. 3.67

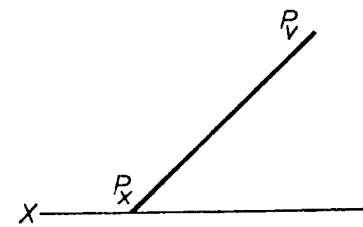


Рис. 3.68

3.2. Спосіб обертання

Суть способу обертання полягає в тому, що геометричним фігурам, які проєкціюються, обертанням навколо відповідних осей обертання надають певного положення відносно даної системи площин проєкцій, яка не змінюється. Потрібно мати такі елементи (рис. 3.69) обертання точки A навколо осі l :

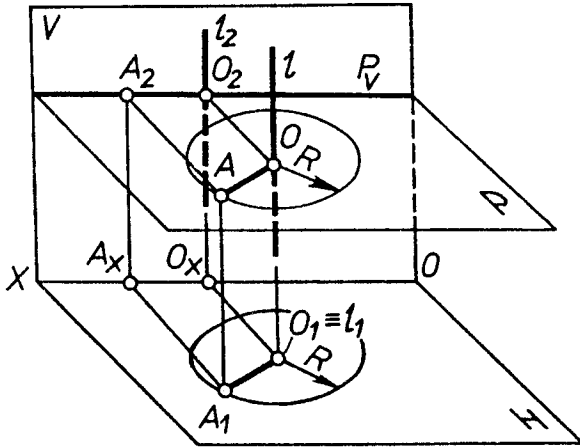


Рис. 3.69

- 1) об'єкт обертання — точку A ;
- 2) вісь обертання — пряму, навколо якої обертають точку (вісь може бути задана або обрана). На рис. 3.69 вісь l , перпендикулярна до площини проєкцій H ;
- 3) площину обертання — площину, в якій переміщається точка; ця площина завжди перпендикулярна до осі обертання. На рис. 3.69 точка A обертається в горизонтальній площині P ;
- 4) центр обертання — точку перетину осі обертання з площиною обертання. На рис. 3.69 — точка O (O_1, O_2);
- 5) радіус обертання — відстань точки від центра обертання (завжди потрібно визначити справжню величину радіуса обертання). На рис. 3.69 справжня величина радіуса обертання дорівнює його горизонтальній проєкції O_1A_1 .

3.2.1. Обертання точки, прямої та площини навколо осі, перпендикулярної до площини проєкцій

1. Під час обертання точки навколо осі, перпендикулярної до горизонтальної (фронтальної) площини проєкцій, горизонтальна (фронтальна) проєкція точки описує коло з центром у горизонтальній (фронтальній) проєкції осі обертання, а фронтальна (горизонтальна) проєкція точки переміщається по прямій, паралельній осі проєкцій (ця пряма є слідом площини, в якій буде обертатися точка). На

рис. 3.70 точка A повернута навколо заданої осі $l \perp H$ на кут 90° у напрямі проти руху годинникової стрілки.

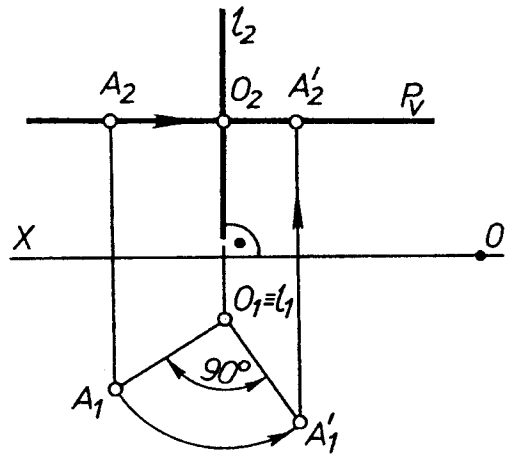


Рис. 3.70

2. Обертання відрізка прямої лінії навколо проєкційної осі виконується обертанням двох його точок на заданий кут. На рис. 3.71 відрізок AB повернутий на кут α навколо осі $l \perp H$.

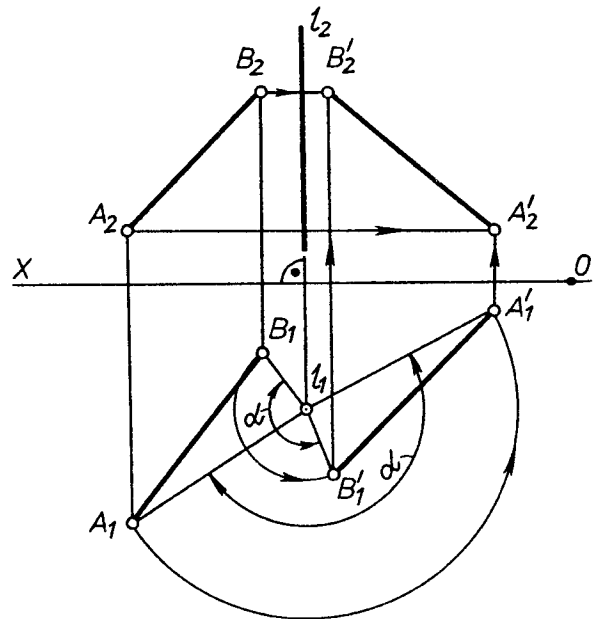


Рис. 3.71

3. Під час обертання площини, заданої слідами, треба повернути один зі слідів і горизонталь або фронталь площини. Якщо площина задана плоскою фігурою (або трьома неколінеарними точками, або точкою і прямою), то потрібно в одному й тому ж напрямі повернути на заданий кут усі елементи і знайти їх нові положення. Ці нові положення елементів цілком визначають нове положення площини, повернутої на заданий кут. На рис. 3.72 знайдено справжню величину фронтально-проєкційного трикутника ABC обертанням навколо осі $l \perp V$.

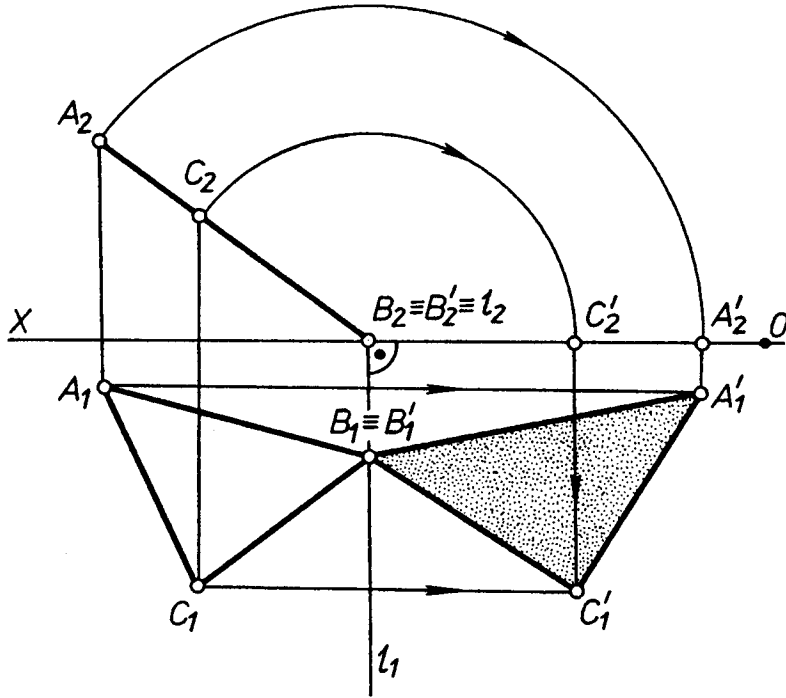


Рис. 3.72

3.2.2. Спосіб плоскопаралельного переміщення

1. Плоскопаралельне переміщення є, по суті, способом обертання навколо осей — проєкційних прямих без визначення на епюрі радіуса і осей обертання. Цей спосіб вигідно застосовувати, щоб уникнути накладання зображень фігур, які обертаються, на їх задані проєкції.

2. На рис. 3.73 відрізок довільного положення AB переведений у положення, перпендикулярне до площини проєкцій H . Спочатку переведено відрізок у лінію рівня — фронтальну пряму. Для цього пряма AB переміщена

навколо осі, перпендикулярної до горизонтальної площини проєкцій. Далі плоскопаралельним переміщенням відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій V , пряму $A'B'$ переведено в горизонтально-проєкційне положення; α — кут між прямою AB і горизонтальною площиною проєкцій.

3. На рис. 3.74 проєкцію трикутника ABC загального положення переведено у фронтальну площину (площину рівня). Виконано послідовно два плоскопаралельні переміщення трикутника ABC : спочатку відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій V , потім відносно осі, перпендикулярної до площини проєкцій H . При першому плоскопара-

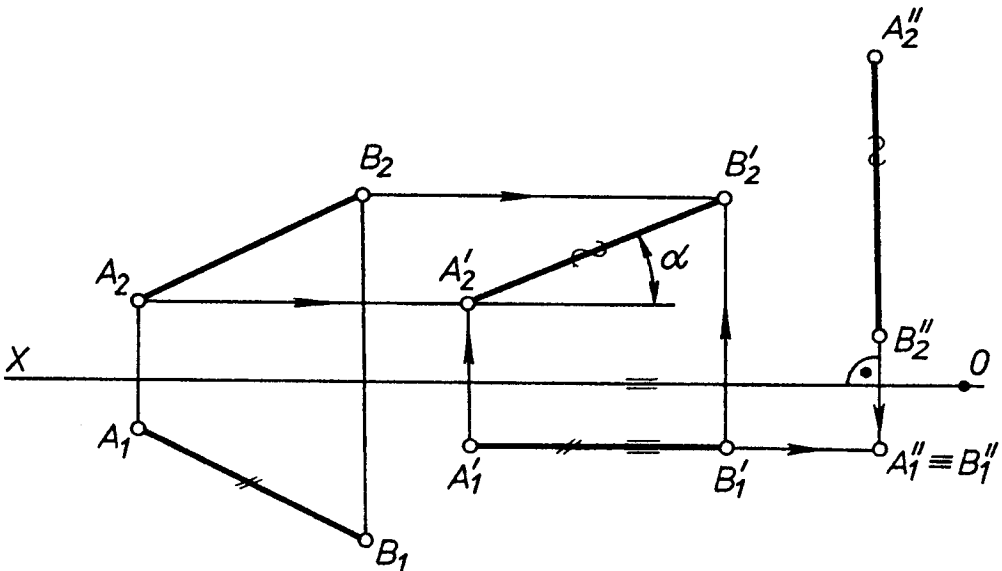


Рис. 3.73

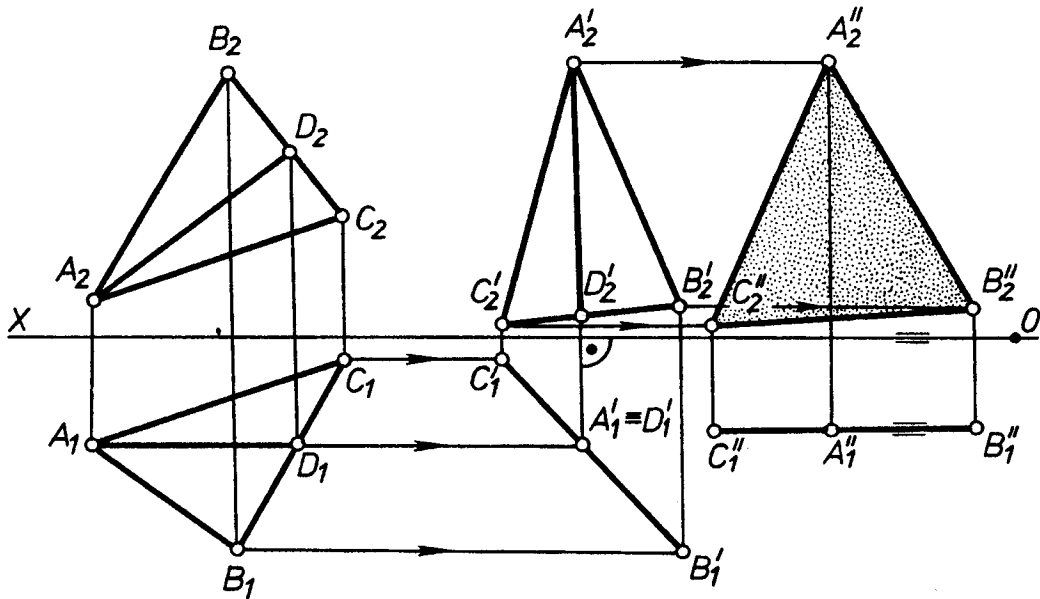


Рис. 3.74

лельному переміщенні площину трикутника перетворено на горизонтально-проекційну, при цьому фронталь AD трикутника переведена в горизонтально-проекційне положення ($A_2D_2 \perp X$). Другим плоскопаралельним переміщенням трикутник $A'B'C'$ перетворено на трикутник $A''B''C''$, при цьому фронтальна проекція $A''_2B''_2C''_2$ визначає справжні розміри трикутника ABC .

ня і, очевидно, є горизонтально-проекційною. Якщо радіус OA займе положення, паралельне площині проєкцій H , то проєкція $O_1A'_1$ дорівнюватиме OA' , тобто справжній величині радіуса OA .

2. Щоб побудувати справжню величину трикутника, досить повернути його навколо горизонталі або фронталі до положення, паралельного відповідно горизонтальній або фронтальній площині проєкцій.

3.2.3. Обертання точки, прямої і площини навколо осі, паралельної площині проєкцій

3.2.4. Обертання площини навколо її сліду (суміщення)

1. На рис. 3.75 зображено повертання точки A навколо деякої горизонтально розташованої осі h (h_1, h_2); точка A при цьому описує дугу кола, що лежить у площині Q , яка своєю чергою перпендикулярна до осі обертання

1. Спосіб суміщення є окремим випадком обертання площини навколо горизонталі або фронталі, якщо за вісь обертання беруть не довільну горизонталь чи фронталь площини, а її горизонтальний або фронтальний слід

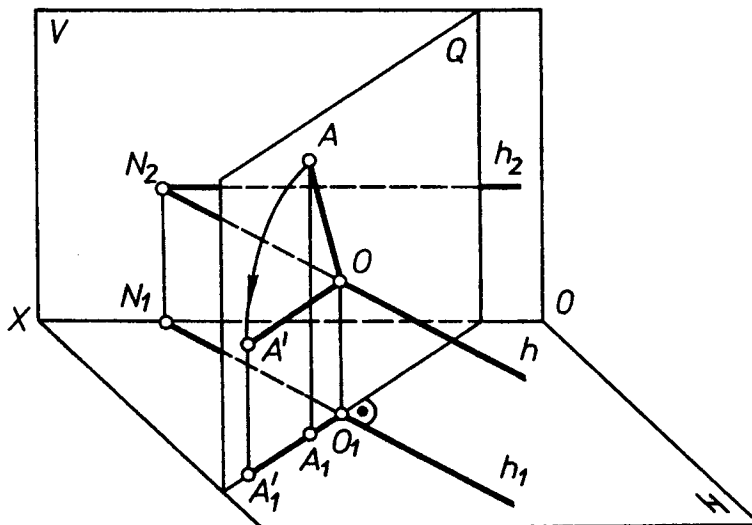


Рис. 3.75

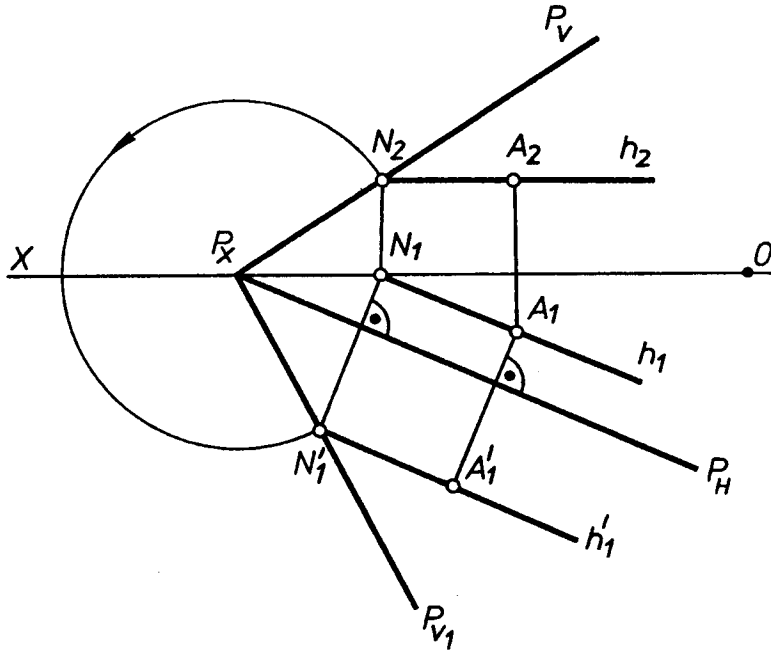


Рис. 3.76

(«нульові» горизонталь чи фронталь). У цьому випадку внаслідок обертання площини вона збігається з площиною проєкцій H , якщо обертання здійснюється навколо горизонтального сліду площини, або з площиною проєкцій V — при обертанні навколо її фронтального сліду.

2. На рис. 3.76 показано суміщене положення точки A , яка належить площині P , з горизонтальною площиною проєкцій.

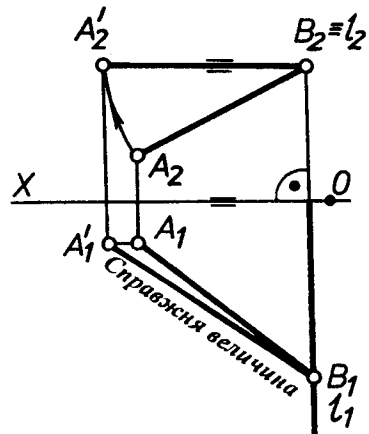


Рис. 3.78

Запитання для самоперевірки

1. На якому з рис. 3.77–3.79 допущена помилка під час визначення справжньої величини відрізка AB (A_1B_1, A_2B_2) обертанням його навколо проєкційної осі l (l_1, l_2)?

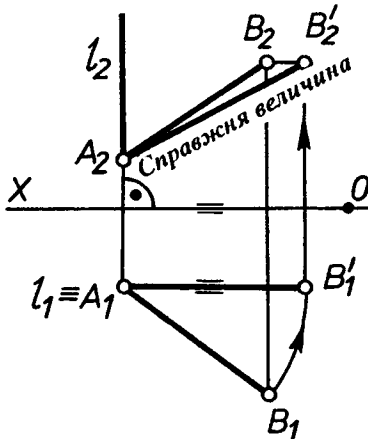


Рис. 3.77

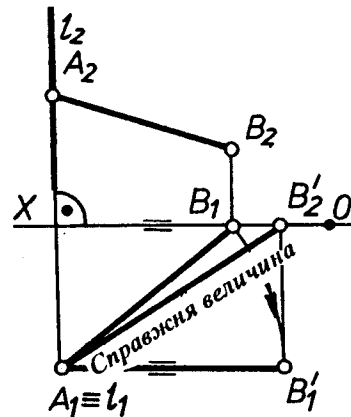


Рис. 3.79

2. Яку пряму необхідно перемістити в проєкційне положення, щоб площина трикутника ABC стала фронтально-проєкційною (рис. 3.80)?

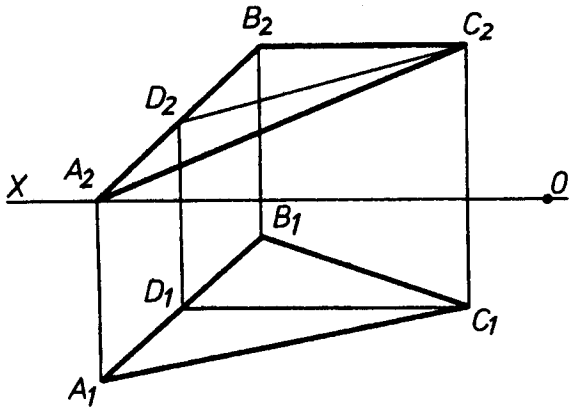


Рис. 3.80

3. На якому з рис. 3.81–3.83 допущена помилка при визначенні справжньої величини відрізка AB (A_1B_1, A_2B_2) способом плоскопаралельного переміщення?

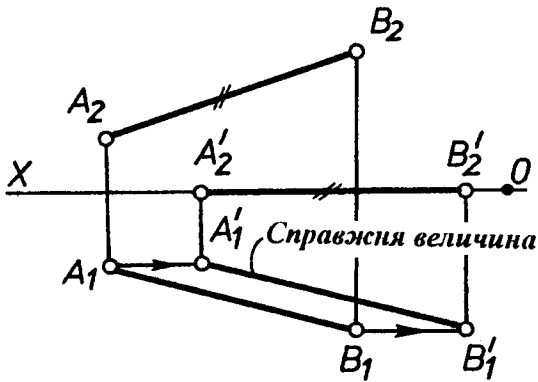


Рис. 3.81

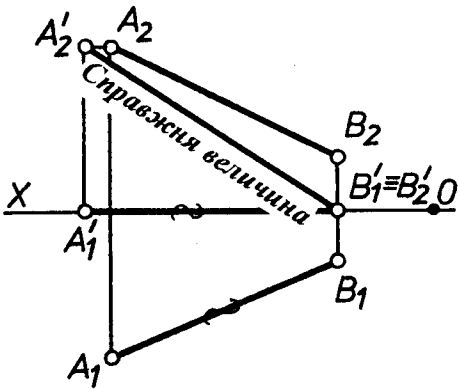


Рис. 3.82

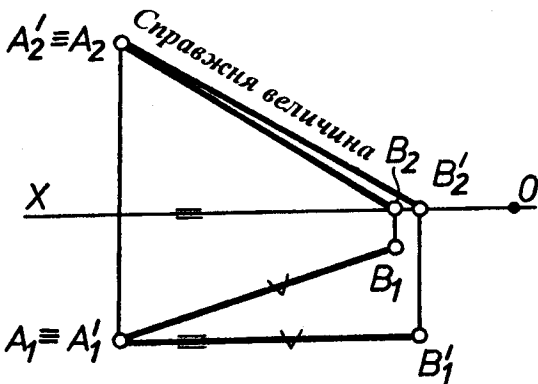


Рис. 3.83

4. На якому з рис. 3.84–3.87 помилково побудоване суміщене з горизонтальною площиною проєкцій положення площини P ?

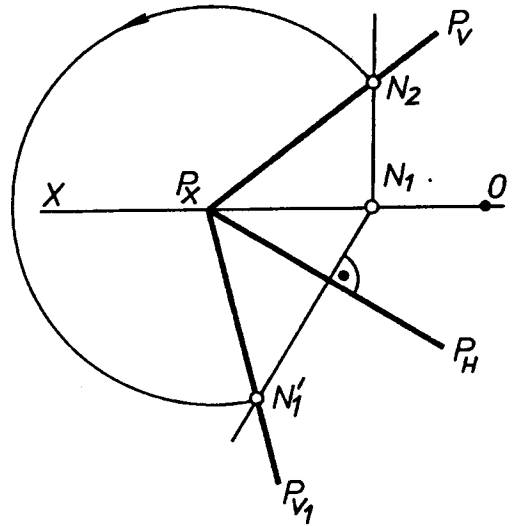


Рис. 3.84

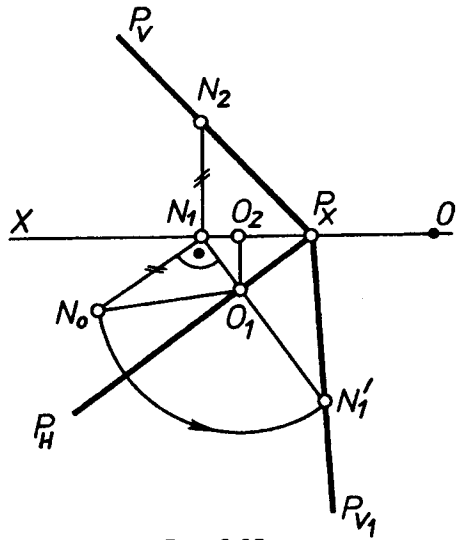


Рис. 3.85

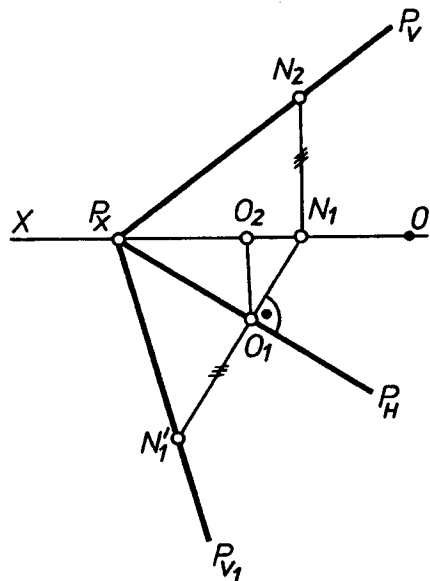


Рис. 3.86

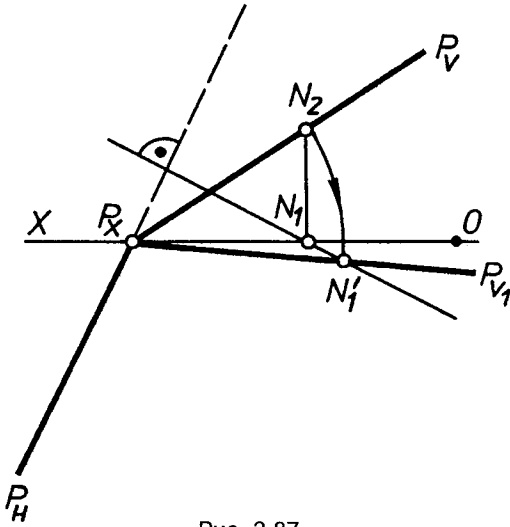


Рис. 3.87

ПРИКЛАДИ

Приклад 12. Повернути точку A навколо заданої осі l у напрямі руху годинникової стрілки на кут 120° (рис. 3.88).

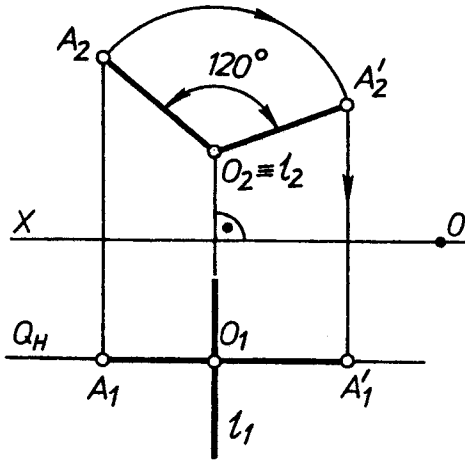


Рис. 3.88

Розв'язання. Елементи обертання:

- 1) об'єкт обертання — точка A (A_1, A_2);
- 2) вісь обертання — фронтально-проекційна пряма l (l_1, l_2);

3) площина обертання — фронтальна площина Q ; горизонтальний слід Q_H цієї площини проходить через точку A_1 ;

4) центр обертання — точка O (O_1, O_2) — точка перетину осі обертання з площиною обертання;

5) радіус обертання — відрізок OA (O_1A_1, O_2A_2); справжня довжина радіуса обертання дорівнює довжині фронтальної проекції O_2A_2 .

За рухом стрілки годинника від точки A_2 проводимо дугу (з центром у точці O_2) з центральним кутом 120° . У цей час горизонтальна проекція A_1 рухається по прямій, паралельній осі проекцій (по сліду Q_H). Визначивши точку A'_2 , знайдемо A'_1 .

Приклад 13. Задані точка A своєю горизонтальною проекцією A_1 і пряма l (l_1, l_2). Побудувати фронтальну проекцію точки A , якщо відомо, що при обертанні навколо осі $t \perp H$ точка A збігається з прямою l (рис. 3.89).

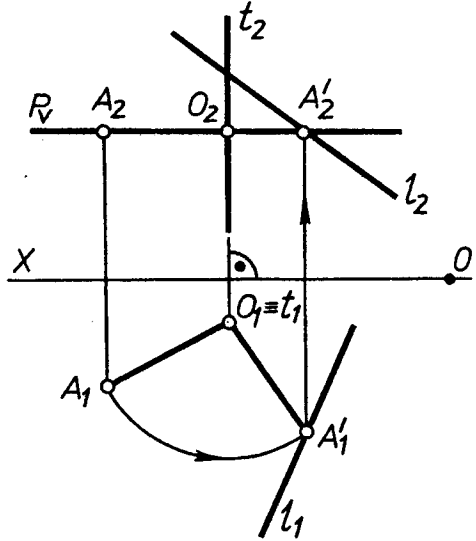


Рис. 3.89

Розв'язання. Елементи обертання:

- 1) об'єкт обертання — точка A ;
- 2) вісь обертання — горизонтально-проекційна пряма t ;

3) площина обертання — горизонтальна площина P ; фронтальний слід P_V цієї площини повинен пройти через шукану точку A_2 ;

4) центр обертання — точка O ; її горизонтальна проекція O_1 збігається з t_1 , а фронтальна буде знайдена пізніше;

5) радіус обертання — відрізок OA ; горизонтальна проекція O_1A_1 дорівнює його справжній величині.

Із точки O_1 , як із центра, радіусом O_1A_1 опишемо дугу до перетину з горизонтальною проекцією l_1 прямої l і одержуємо горизонтальну проекцію A'_1 , за якою знаходимо фронтальну проекцію A'_2 точки A на фронтальній проекції l_2 прямої l . Далі зворотним рухом (паралельно осі проекцій) будемо фронтальну проекцію A_2 точки A . Якщо потрібно, позначимо слід P_V та фронтальну проекцію O_2 центра обертання точки A .

Приклад 14. Повернути навколо осі $l \perp H$ точку A до її суміщення із заданою площиною P (рис. 3.90).

Розв'язання. Елементи обертання:

- 1) об'єкт обертання — точка A (A_1, A_2);
- 2) вісь обертання — горизонтально-проекційна пряма l ;

3) площина обертання — горизонтальна площина S ; фронтальний слід S_V цієї площини проходить через точку A_2 ;

4) центр обертання — точка O (O_1, O_2);

5) радіус обертання — відрізок OA (O_1A_1, O_2A_2); горизонтальна проекція O_1A_1 дорівнює його справжній величині.

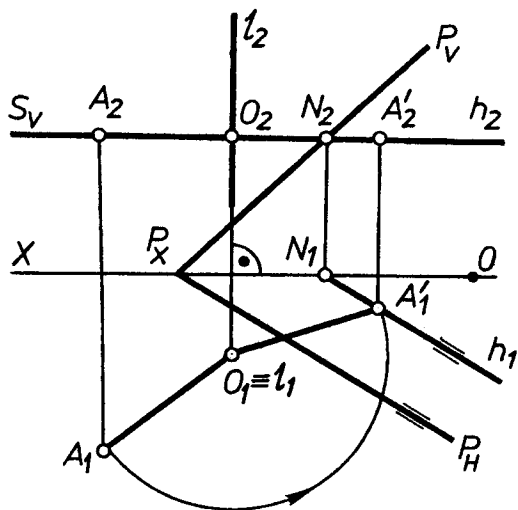


Рис. 3.90

Обертаючись навколо осі l , точка A описує коло, яке лежить у горизонтальній площині S . Тому проводимо через точку A площину S і будемо лінію перетину її з площиною P . Лінія перетину цих площин буде горизонталлю h (h_1, h_2). Точка A' (A'_1, A'_2), знайдена на перетині горизонталі з колом радіуса O_1A_1 , і буде шуканою.

Приклад 15. Повернути відрізок AB навколо осі $l \perp H$ на кут 90° у напрямі руху годинникової стрілки (рис. 3.91).

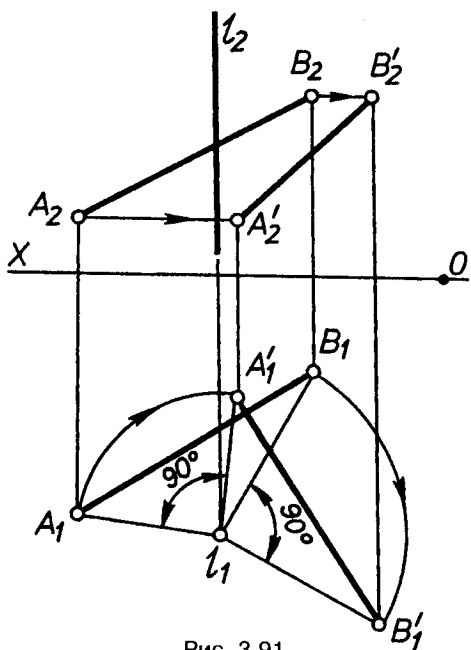


Рис. 3.91

Розв'язання. Щоб повернути відрізок на заданий кут, досить повернути на цей кут (обов'язково в одному напрямі) точки A і B відрізка. За рухом стрілки годинника від точки A_1 проводимо дугу (з центром у точці l_1) із центральним кутом 90° . У цей час фронтальна проекція A_2 рухається по прямій, паралельній осі проєкцій. Визначивши точку A'_1 , знайдемо A'_2 . Аналогічно будемо точки B'_1 і B'_2 . Із побудови бачимо, що довжина горизон-

тальної проєкції A_1B_1 відрізка не змінюється; змінюється лише її положення відносно осі проєкцій. Ця обставина дає змогу обмежитись обертанням на заданий кут лише точки K (K_1, K_2) відрізка, найближчої до осі l (l_1, l_2) (рис. 3.92). Повернувши точку K_1 на кут 90° у положення K'_1 , проведемо через неї пряму, перпендикулярну до радіуса ($l_1K'_1$), і на ній відкладемо відрізки $A'_1K'_1 = A_1K_1$ і $B'_1K'_1 = B_1K_1$. Знаючи горизонтальну проєкцію $A'_1B'_1$ відрізка, знаходимо його фронтальну проєкцію $A'_2B'_2$.

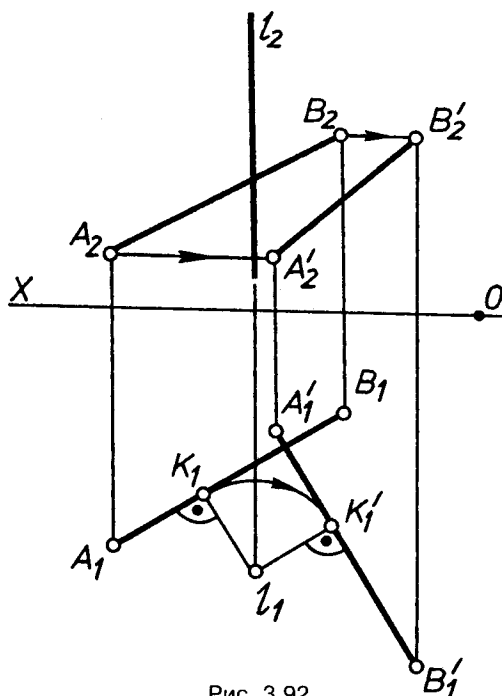


Рис. 3.92

Приклад 16. Визначити справжню величину відрізка AB обертанням навколо проєкційної осі (рис. 3.93).

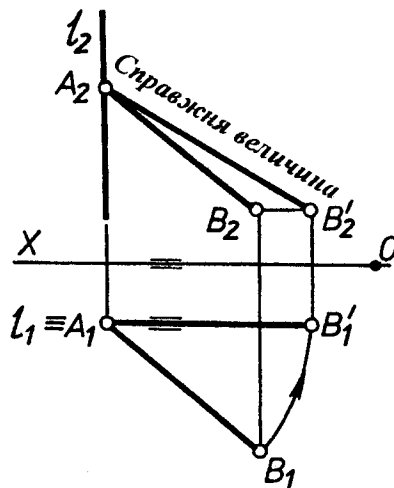


Рис. 3.93

Розв'язання. Відрізок спроеціюється на площину проєкцій у справжню величину, якщо буде розташований паралельно цій площині. Проведемо через кінець A заданого відрізка вісь l перпендикулярно до площини про-

екцій H , і будемо повертати точку B до положення, щоб відрізок AB зайняв положення, паралельне площині проєкцій V . Тоді його горизонтальна проєкція займе положення $A_1B'_1$, паралельне осі проєкцій, а фронтальна проєкція $A_2B'_2$ в новому положенні буде справжньою величиною відрізка AB .

Приклад 17. Повернути площину P , задану своїми слідами, навколо осі l , перпендикулярної до площини проєкцій H , на кут 120° (рис. 3.94).

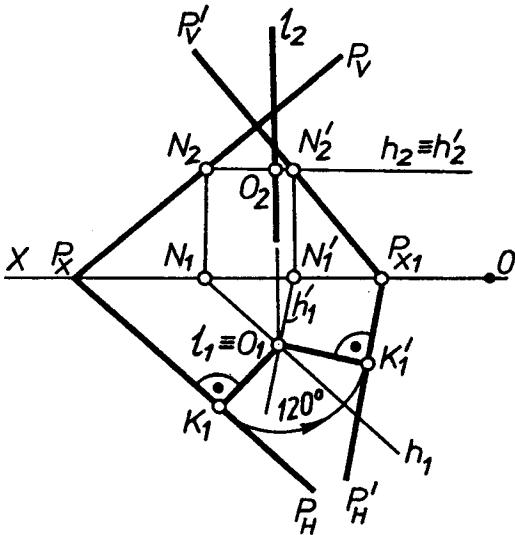


Рис. 3.94

Розв'язання. Щоб повернути на заданий кут площину, досить повернути на той же кут дві довільно взяті в ній прямі, наприклад, її горизонтальний слід P_H і горизонталь, що проходить через точку O , в якій вісь обертання перетинається з площиною P . Проведемо цю горизонталь h (h_1, h_2) і повернемо потім слід P_H на заданий кут 120° . Для цього скористаємося перпендикуляром O_1K_1 , опущеним з точки O_1 на слід P_H . Після повертання на заданий кут перпендикуляр займе нове положення $O_1K'_1$, а горизонтальний слід площини — нове положення P'_H , перетинаючи вісь проєкцій у новій точці P_{X_1} . Разом з площиною буде обертатися навколо нерухомої точки O і горизонталь, залишаючись паралельною слідові P_H . Щоб побудувати фронтальний слід P'_V , знайдемо новий фронтальний слід горизонталі — точку N'_2 . Сполучивши P_{X_1} з точкою N'_2 , отримаємо новий фронтальний слід P'_V повернутої площини P .

Завдання спрощується, якщо вісь обертання l (l_1, l_2) розташована в площині проєкцій, у даному випадку в площині проєкцій V , і перетинає слід P_V у деякій точці O (O_1, O_2), яка при обертанні площини залишається нерухомою (рис. 3.95). Повернувши за допомогою перпендикуляра O_1M_1 слід P_H на заданий кут і одержавши нову точку збігу слів P_{X_1} , побудуємо фронтальний слід P'_V , сполучивши точки P_{X_1} і O_2 .

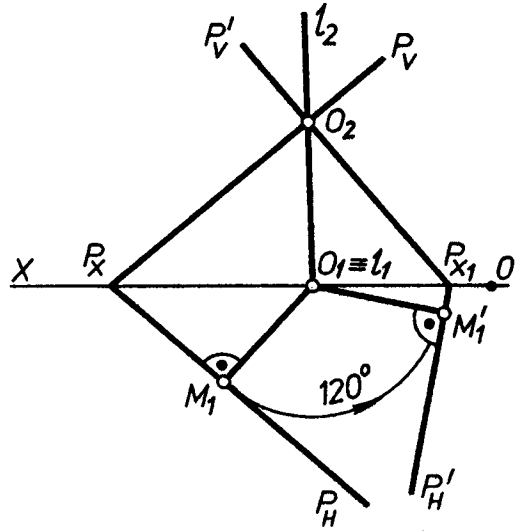


Рис. 3.95

Приклад 18. Повернути довільну площину P до положення фронтально-проєкційної площини (рис. 3.96).

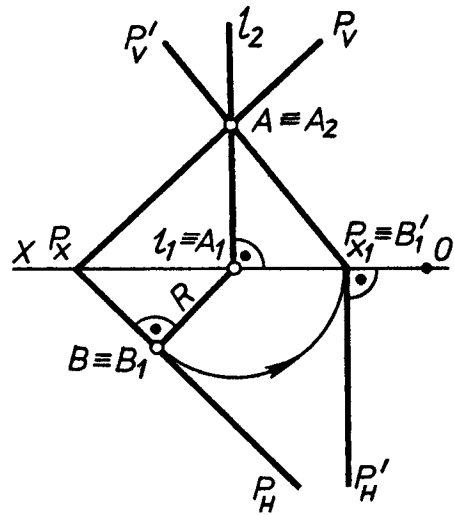


Рис. 3.96

Розв'язання. Відомо, що фронтально-проєкційна площина має горизонтальний слід, перпендикулярний до осі проєкцій. Щоб одержати таке положення слів P_H , вибираємо вісь обертання l так, щоб вона була перпендикулярна до площини проєкцій H і належала площині V . З цією метою проводимо через будь-яку точку $A \equiv A_2$ на сліву P_V пряму l_2 , перпендикулярну до осі X , і визначаємо горизонтальну проєкцію l_1 осі l , яка збігається з точкою A_1 . Обертаємо горизонтальний слід P_H площини P . Для цього з точки $l_1 \equiv A_1$ опускаємо перпендикуляр на слід P_H і переміщуємо його основу $B \equiv B_1$ по дузі радіусом R до положення B'_1 на осі X . Дотична до дуги $B_1B'_1$ у точці B'_1 є новим положенням P'_H сліву P_H , перпендикулярного до осі X . Точка P_{X_1} є новою точкою збігу слів площини у новому положенні. Через цю точку пройде слід P'_V . Другою точкою нового фронтального сліву є нерухомою точка A_2 , що лежить на перетині

фронтального сліду P'_V і прямої l_2 . Отже, сліди P'_V і P'_H площини P зображують її після обертання у новому фронтально-проекційному положенні.

Приклад 19. Побудувати справжню величину трикутника ABC способом обертання навколо осей, перпендикулярних до площин проекцій (рис. 3.97).

Розв'язання. Трикутник обертається навколо двох осей, причому перша вісь може бути вибрана перпендикулярно, наприклад, до фронтальної площини проекцій, тоді друга вісь повинна бути вибрана перпендикулярно до горизонтальної площини проекцій. Унаслідок першого обертання площина трикутника стане горизонтально-проекційною. Другий оберт повинен поставити трикутник у положення, паралельне фронтальній площині проекцій.

Отже, проводимо через точку C (C_1, C_2) першу вісь обертання, перпендикулярну до площини проекцій V , і фронталь CD (C_1D_1, C_2D_2).

На рис. 3.97 вісь обертання не показана. Відомо, що коли площина перпендикулярна до площини проекцій H , то фронтальна проекція її фронталі перпендикулярна до осі проекцій. Тому повертаємо трикутник так, щоб фронтальна проекція його фронталі була перпендикулярною до осі проекцій. Тоді площина трикутника буде перпендикулярна до площини проекцій H , тобто горизонтально-проекційною, фронтальною її проекцією буде трикутник $A'_2B'_2C'_2$, а горизонтальна перетвориться на пряму $A'_1B'_1C'_1$. Другу вісь обертання беремо перпендикулярною до площини проекцій H у точці A' і обертаємо навколо неї трикутник так, щоб його горизонтальна проекція була паралельною осі проекцій, тоді фронтальна проекція $A''_2B''_2C''_2$ спроеціюється у справжню величину трикутника ABC .

Приклад 20. Способом плоскопаралельного переміщення повернути відрізок довільної прямої AB у положення фронтально-проекційної прямої (рис. 3.98).

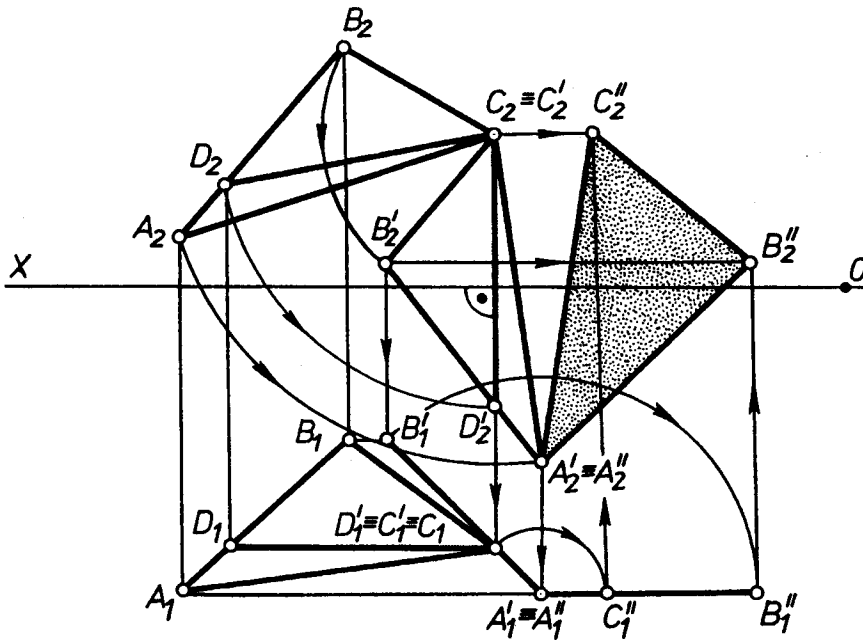


Рис. 3.97

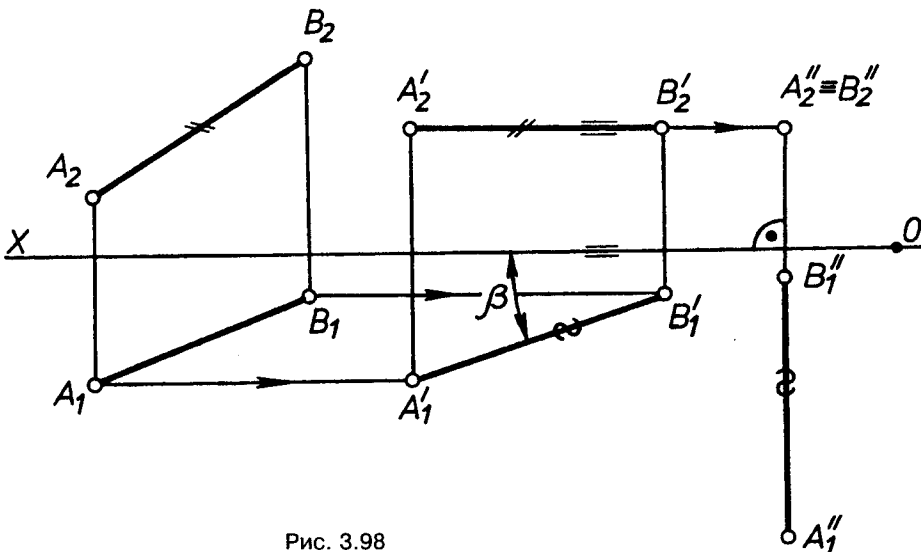


Рис. 3.98

Розв'язання. Спочатку поставимо відрізок у положення, паралельне площині H , виконавши фронтальне переміщення. Для цього фронтальну проекцію A_2B_2 відрізка розміщуємо на новому місці паралельно осі проєкцій, не змінюючи величину проєкції, тобто $A'_2B'_2 = A_2B_2$. Нова горизонтальна проєкція $A'_1B'_1$, визначена відомим способом, — справжня величина відрізка. Кут β — кут між прямою і фронтальною площиною проєкцій. Горизонтальним переміщенням переносимо горизонтальну проєкцію $A'_1B'_1$ у нове положення $A''_1B''_1 = A'_1B'_1$, перпендикулярно до осі проєкцій. Тоді нова фронтальна проєкція перетворюється на точку $A''_2 \equiv B''_2$. Отже, відрізок AB у положенні $A''B''$ буде перпендикулярний до площини проєкцій V .

Зауваження. Якщо відрізок необхідно привести в горизонтально-проєкційне положення, то спочатку виконується горизонтальне переміщення, а потім — фронтальне.

Приклад 21. Способом плоскопаралельного переміщення визначити відстань від точки A до прямої BC (рис. 3.99).

Розв'язання. Відстань від точки до пря-

мої — довжина перпендикуляра, проведеного з точки на пряму. Якщо пряма перпендикулярна до якої-небудь площини, то відстань від точки до прямої вимірюється відстанню між проєкцією точки і точкою, в яку проєціюється пряма на цю площину. Якщо пряма загального положення, то, щоб визначити відстань від точки до прямої, необхідно виконати два переміщення. Наприклад, спочатку горизонтальну проєкцію B_1C_1 розташуємо паралельно осі проєкцій так, щоб $B'_1C'_1 = B_1C_1$. Точка A'_1 зорієнтована відносно $B'_1C'_1$ так, як A_1 відносно B_1C_1 . Фронтальним переміщенням переносимо фронтальну проєкцію $B'_2C'_2$ у нове положення $B''_2C''_2 = B'_2C'_2$ перпендикулярно до осі проєкцій. Точка A''_2 зорієнтована відносно $B''_2C''_2$ так, як A'_2 відносно $B'_2C'_2$. Нова горизонтальна проєкція відрізка BC перетворюється на точку $B''_1 \equiv C''_1$. Відстань між точками A''_1 і $B''_1 \equiv C''_1$ дорівнює відстані від точки A до прямої BC .

Приклад 22. Способом плоскопаралельного переміщення побудувати проєкції найкоротшої відстані між двома мимобіжними прямими AB і CD (рис. 3.100).

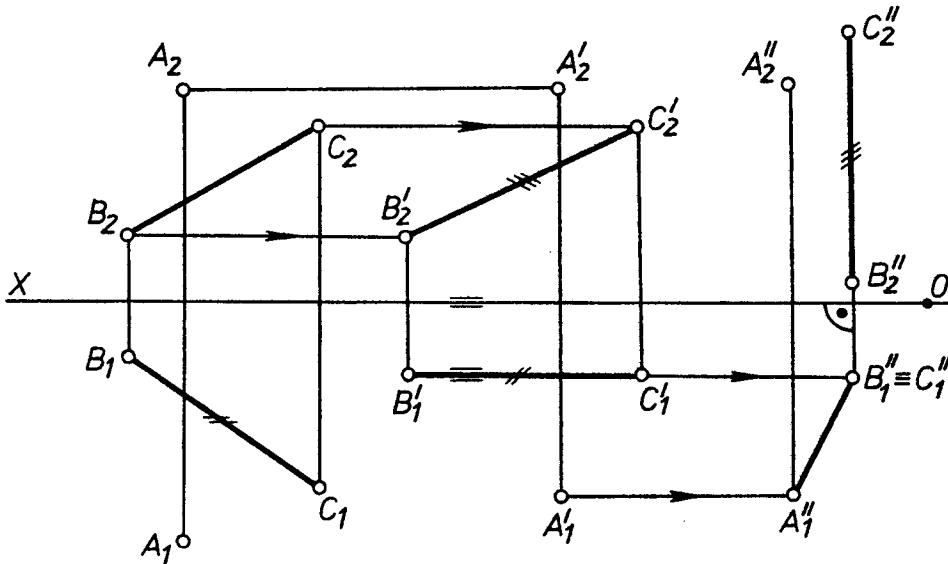


Рис. 3.99

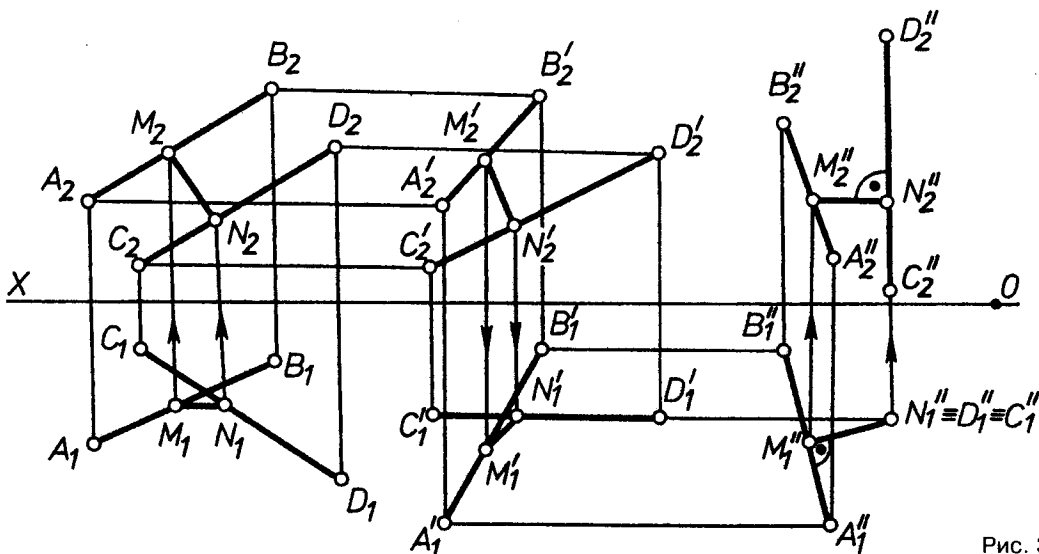


Рис. 3.100

Розв'язання. Спочатку розташуємо горизонтальну проекцію C_1D_1 паралельно осі проєкцій так, щоб $C'_1D'_1 = C_1D_1$. Відрізок $A'_1B'_1$ зорієнтований відносно $C'_1D'_1$ так, як A_1B_1 відносно C_1D_1 . Фронтальним переміщенням переносимо фронтальну проекцію $C'_2D'_2$ у нове положення $C''_2D''_2 = C'_2D'_2$ перпендикулярно до осі проєкцій. Відрізок $A''_2B''_2$ зорієнтований відносно $C''_2D''_2$ так, як $A'_2B'_2$ відносно $C'_2D'_2$. Нова горизонтальна проекція відрізка CD перетворюється на точку $C''_1 = D''_1$. Перпендикуляр $M''_1N''_1$, проведений з точки $C''_1 = D''_1$ до відрізка $A''_1B''_1$, буде найкоротшою відстанню між двома мимобіжними прямими AB і CD .

Далі побудовано проєкції спільного для AB і CD перпендикуляра. Проекція $M''_2N''_2$ проведена перпендикулярно до $C''_2D''_2$, а $M''_2N''_2 = M''_1N''_1$, $M'_1N'_1 = M_1N_1$.

Приклад 23. Способом плоскопаралель-

ного переміщення визначити справжню величину чотирикутника $ABCD$ (рис. 3.101).

Розв'язання. Спочатку ставимо чотирикутник у положення горизонтально-проєкційної площини; для цього проводимо в площині $ABCD$ фронталь AE (A_1E_1, A_2E_2) і проєкцію $A_2B_2C_2D_2$ переводимо в положення $A'_2B'_2C'_2D'_2$, при якому фронтальна проєкція A_2E_2 фронталі буде перпендикулярна до осі проєкцій, тобто $A'_2E'_2 \perp X$. Нова горизонтальна проєкція чотирикутника перетворюється на лінію $B'_1A'_1C'_1D'_1$. Далі переводимо чотирикутник у положення, паралельне фронтальній площині проєкцій, тоді $B''_1A''_1C''_1D''_1 = B'_1A'_1C'_1D'_1$, а проєкція $B''_1A''_1C''_1D''_1$ — паралельна осі проєкцій. Проекція $A''_2B''_2C''_2D''_2$ буде справжньою величиною чотирикутника $ABCD$.

Приклад 24. Обертанням навколо горизонталі побудувати справжню величину трикутника ABC (рис. 3.102).

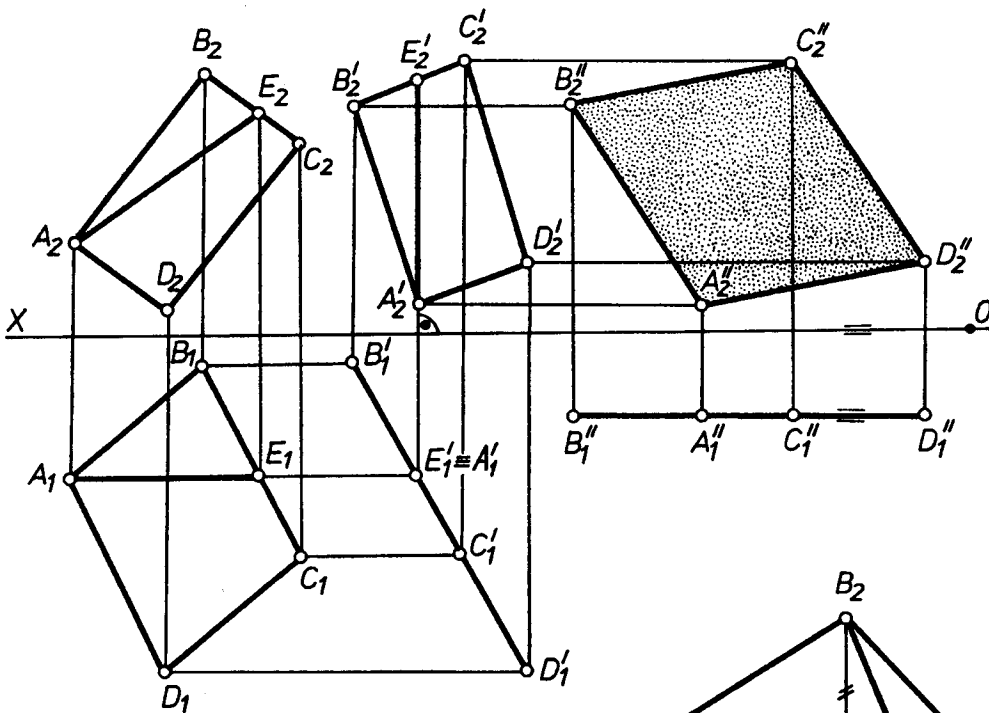


Рис. 3.101

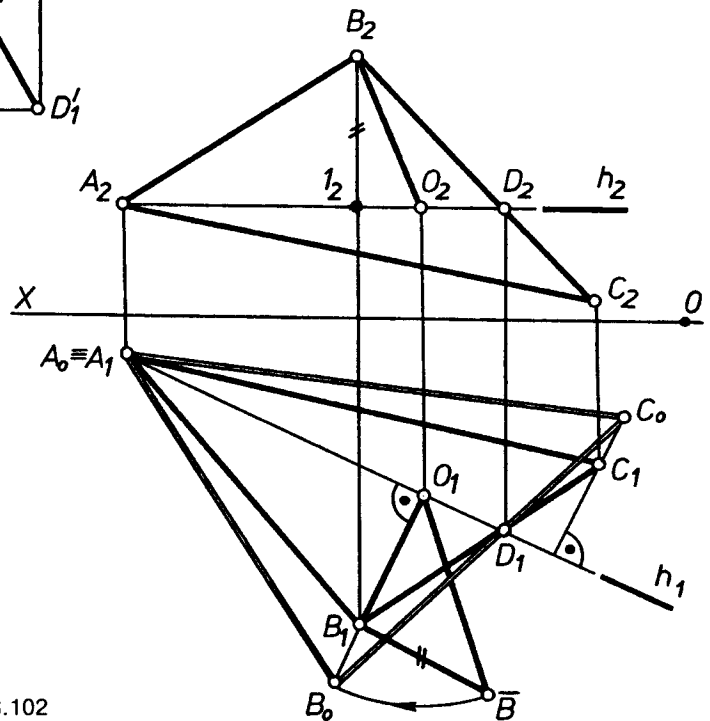


Рис. 3.102

Розв'язання. За вісь обертання беремо горизонталь h (h_1, h_2), що проходить через вершину A (A_1, A_2) трикутника ABC .

Проводимо з точки B_1 перпендикуляр до горизонтальної проекції горизонталі h_1 , знаходимо горизонтальну проекцію центра обертання — точку O_1 і горизонтальну проекцію радіуса обертання точки B — відрізок O_1B_1 , а потім визначаємо фронтальну проекцію центра обертання — точку O_2 і фронтальну проекцію радіуса обертання точки B — відрізок O_2B_2 . За катетами O_1B_1 і $B_1\bar{B} = B_2\bar{1}_2$ будемо прямокутний трикутник $O_1B_1\bar{B}$; його гіпотенуза $O_1\bar{B}$ буде справжньою величиною радіуса обертання точки B , за допомогою якого визначаємо точку B_0 , яку сполучаємо з точкою A_1 ; з точкою A_1 збігається A_0 , оскільки точка A (A_1, A_2) розташована на осі обертання.

Точку C_0 можна визначити так само, як і точку B_0 , тобто з точки C_1 опустити перпендикуляр на горизонтальну проекцію горизонталі й визначити центр обертання та радіус обертання. Але простіше точку C_0 можна побудувати так: точку B_0 сполучаємо з точкою D_1 (оскільки остання лежить на осі обертання) і продовжуємо лінію до перетину з перпендикуляром, опущеним із точки C_1 на горизонтальну проекцію горизонталі h_1 , одержуємо точку C_0 , яку сполучаємо з точкою A_0 .

Трикутник $A_0B_0C_0$ буде справжньою величиною заданого трикутника ABC .

Приклад 25. Визначити справжню фігуру трикутника ABC , який лежить у площині P , якщо задана його фронтальна проекція $A_2B_2C_2$ (рис. 3.103).

Розв'язання. Горизонтальну проекцію $A_1B_1C_1$ трикутника ABC визначаємо за допомогою горизонталей площини P , проведених через відомі проекції точок A_2, B_2, C_2 .

Справжню величину трикутника визначимо способом суміщення. Спочатку сумістимо площину P з горизонтальною площиною проекцій. Для цього використаємо точку 1 ($1_1, 1_2$) на фронтальному сліду P_V (точка 1 — фронтальний слід горизонталі h^A (h^A_1, h^A_2), яка проходить через точку A (A_1, A_2)). Далі сумістимо горизонталі h^A, h^B, h^C з площиною проекцій H : спочатку визначимо суміщене положення їх фронтальних слідів $1', 2', 3'$ на суміщеному фронтальному сліду P_{V_1} . Потім через ці точки проведемо суміщені горизонталі $\bar{h}^A, \bar{h}^B, \bar{h}^C$. При суміщенні з площиною H горизонталі зберезуть положення, паралельне сліду P_H , а точки A, B, C займуть суміщене положення A_0, B_0, C_0 на суміщених горизонталях на перетині останніх з відповідними перпендикулярами до сліду P_H , проведеними з точок A_1, B_1, C_1 . Наприклад, суміщена точка A_0 буде лежати на суміщеній горизонталі \bar{h}^A на перетині з перпендикуляром A_1A_0 до сліду P_H .

Сполучивши побудовані таким чином точки A_0, B_0, C_0 , одержимо справжню фігуру трикутника ABC .

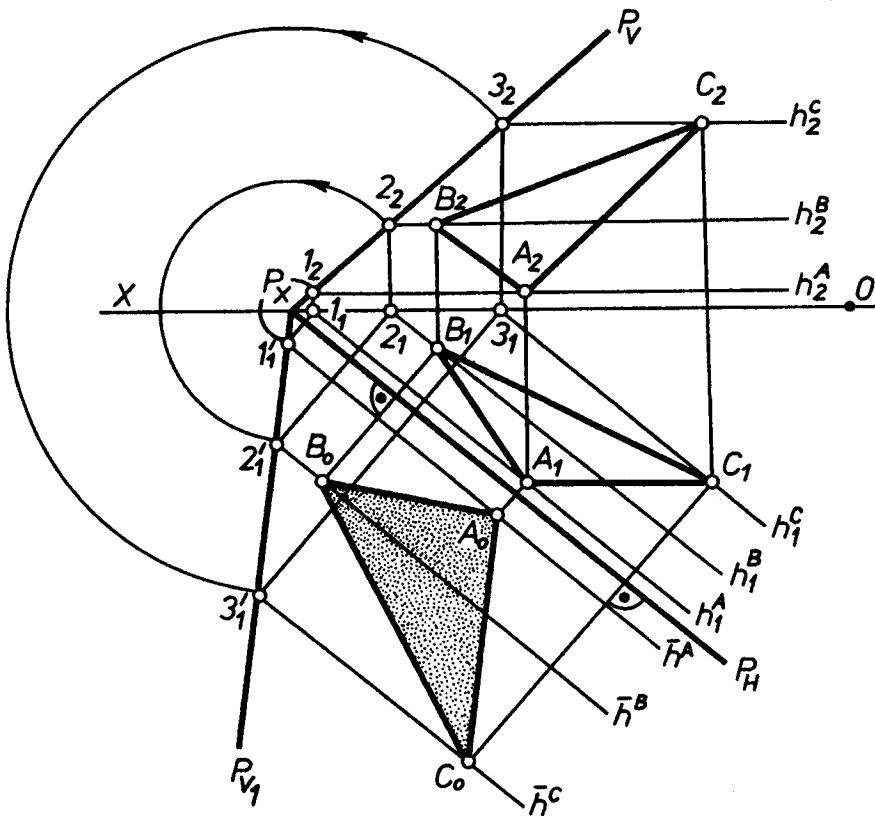


Рис. 3.103

Зауваження.

1. Завдання можна розв'язати і за допомогою суміщених з площиною проєкцій H фронталей, проведених через точки A, B, C .

2. Задану площину P можна сумістити з фронтальною площиною проєкцій.

Приклад 26. Побудувати в площині P проєкції прямокутника, суміщене положення $A_0 B_0 C_0 D_0$ якого задано (рис. 3.104).

Розв'язання. Необхідно розв'язати завдання, обернене до завдання (прикладу) 25, тобто відновити точки A, B, C, D із суміщеного положення A_0, B_0, C_0, D_0 в початкове. Очевидно, передусім необхідно «підняти в простір» площину P , зокрема, слід P_{V_1} . Для цього на суміщеному сліду P_{V_1} вибираємо, в загальному випадку, довільну точку і визначаємо її початкове положення, тобто горизонтальну і фронтальну проєкції. Зокрема, на сліду P_{V_1} вибрано точку $1'_1$ — суміщений слід суміщеної горизонталі \bar{h}^B , проведеної через точку B_0 , при цьому $\bar{h}^B \parallel P_H$. Радіусом, що дорівнює відрізку $P_X 1'_1$, з центром у точці P_X проводимо дугу до її перетину з перпендикуляром, проведеним із точки 1_1 до осі проєкцій; точка 1_1 одержана на перетині прямої, проведе-

ної з точки $1'_1$ перпендикулярно до сліду P_H , з віссю проєкцій. Через точки P_X і 1_2 проводимо фронтальний слід P_V площини P .

Початкове положення точки D (D_1, D_2) визначається безпосередньо як точки, що лежить на горизонтальному сліду P_H площини P , тобто D_1 збігається з D_0 , а D_2 лежить на осі проєкцій. Оскільки A_0 лежить на P_{V_1} , то A_2 повинна лежати на P_V на відстані $P_X A_2 = P_X A_0$. Якщо A_2 лежить на фронтальному сліду P_V , то A_1 лежить на осі проєкцій.

Щоб знайти початкові положення точок B і C , через B_0 і C_0 проводимо суміщені горизонталі \bar{h}^B і \bar{h}^C , при цьому $\bar{h}^B \parallel P_H$ і $\bar{h}^C \parallel P_H$. Далі знаходимо початкове положення суміщеного сліду $2'_1$ суміщеної горизонталі \bar{h}^C аналогічно як і для точки $1'_1$. Маючи проєкції 1_1 і 2_1 та 1_2 і 2_2 , проводимо початкове положення горизонталей h^B (h^{B_1}, h^{B_2}) і h^C (h^{C_1}, h^{C_2}). На проєкціях горизонталей визначаємо початкові положення точок B (B_1, B_2) і C (C_1, C_2).

Сполучивши однойменні проєкції вершин прямокутника прямими лініями, одержимо проєкції $A_1 B_1 C_1 D_1$ і $A_2 B_2 C_2 D_2$ шуканого прямокутника, розташованого в площині P .

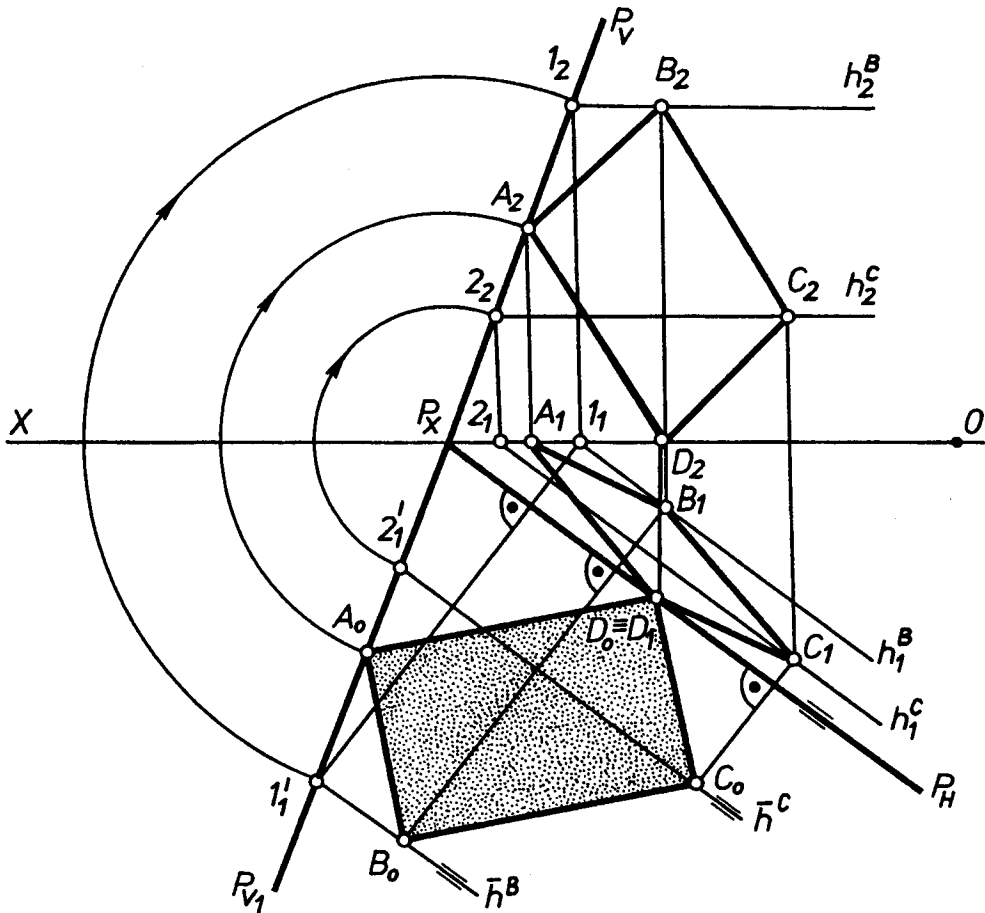


Рис. 3.104

ЗАДАЧІ

40. Повернути навколо заданої осі l точку A до її суміщення з площиною P (рис. 3.105).
41. Повернути навколо заданої осі t точку A до її суміщення з площиною Q (рис. 3.106).
42. Повернути навколо заданої осі l точку A до її суміщення з площиною P (рис. 3.107).
43. Навколо заданої осі t повернути точку B до її суміщення з бісектором першої чверті (рис. 3.108).
44. Навколо заданої осі l повернути точку A так, щоб у новому положенні вона була на віддалі 20 мм від заданої прямої S (рис. 3.109).
45. Побудувати фронтальну проекцію точки A , якщо відомо, що при обертанні її навколо заданої осі t вона суміщається із заданою прямою l (рис. 3.110).
46. Визначити справжню величину відрізка AB обертанням навколо горизонтально-проекційної осі l , що проходить через точку B (рис. 3.111).
47. Послідовним обертанням навколо осей, перпендикулярних до площин проекцій, привести відрізок AB в положення, перпендикулярне до площини проекцій P (рис. 3.112).
48. Повернути відрізок AB прямої навколо осі l , перпендикулярної до фронтальної площини проекцій так, щоб він був у профільній площині проекцій (рис. 3.113).
49. Визначити кут нахилу площини P , заданої слідами P_H і P_V , до фронтальної та горизонтальної площин проекцій (рис. 3.114).
50. Обертанням навколо осей, перпендикулярних до площин проекцій, повернути площину Q , задану слідами, в положення, паралельне площині проекцій H (рис. 3.115).
51. Обертанням визначити відстань між двома паралельними площинами P і Q (рис. 3.116).
52. Обертанням визначити справжню фігуру п'ятикутника $ABCDE$ (рис. 3.117).
53. Задане коло повернути навколо осі l на кут 120° за рухом годинникової стрілки (рис. 3.118).
54. Способом плоскопаралельного переміщення визначити справжню величину відрізка AB та кути нахилу його до площин проекцій (рис. 3.119).
55. Способом плоскопаралельного переміщення перевести відрізок CD у горизонтально-проекційне положення (рис. 3.120).
56. Способом плоскопаралельного переміщення перевести площину чотирикутника $ABCD$ у горизонтально-проекційне положення (рис. 3.121).
57. Визначити справжню величину трикутника ABC способом плоскопаралельного переміщення (рис. 3.122).
58. Визначити відстань між паралельними прямими AB і CD способом плоскопаралельного переміщення (рис. 3.123).

59. Способом плоскопаралельного переміщення побудувати проекції найкоротшої відстані між мимобіжними прямими AB і CD (рис. 3.124).

60. Визначити відстань від точки E до площини, заданої трикутником ABC способом плоскопаралельного переміщення (рис. 3.125).

61. Визначити величину двогранного кута, утвореного гранями ABC і ABD , використавши спосіб плоскопаралельного переміщення (рис. 3.126).

62. Визначити справжню величину кута A (рис. 3.127) обертанням навколо горизонтальної або фронтальної прямої.

63. Визначити справжню величину трикутника ABC обертанням навколо його горизонталі або фронталі (рис. 3.128).

64. Сумістити площину P і точку A , що належить цій площині, з горизонтальною площиною проекцій (рис. 3.129, 3.130).

65. Сумістити площину Q і точку B , що належить цій площині, з фронтальною площиною проекцій (рис. 3.131, 3.132).

66. Визначити справжню форму трикутника ABC , який лежить у площині P , користуючись способом суміщення (рис. 3.133).

67. Побудувати проекції кола, що належить площині P , суміщене положення якого задане (рис. 3.134).

68. Побудувати проекції бісектриси кута між слідами P_H і P_V (рис. 3.135).

69. Задана фронтальна проекція A_2B_2 відрізка AB , що належить площині P . Побудувати в цій площині рівносторонній трикутник, який має дві вершини в точках A і B (рис. 3.136).

70. Побудувати фронтальний слід Q_V площини Q , знаючи, що кут у просторі між слідами Q_H і Q_V дорівнює 60° (рис. 3.137).

71. Задана площина P і в ній точка O . Приймаючи її за центр описаного кола, побудувати в площині P правильний шестикутник (рис. 3.138).

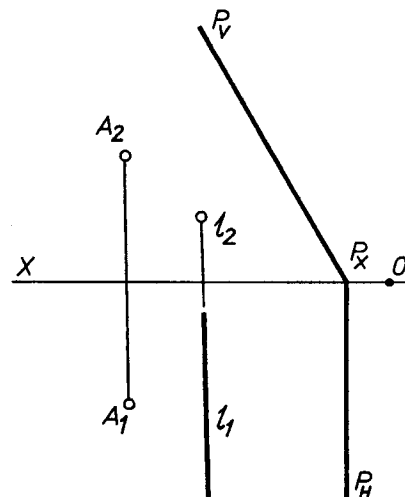


Рис. 3.105

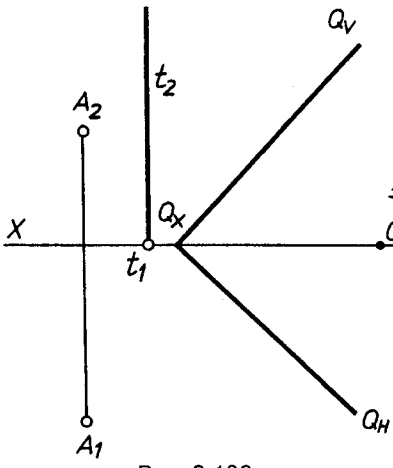


Рис. 3.106

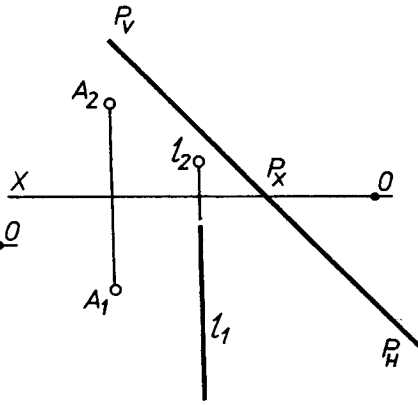


Рис. 3.107

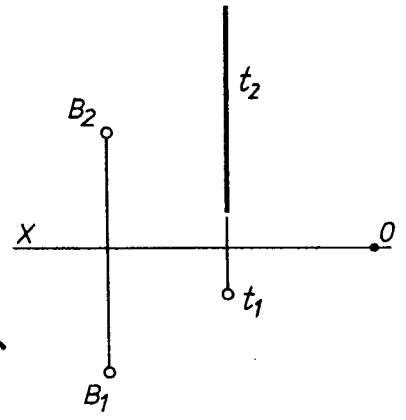


Рис. 3.108

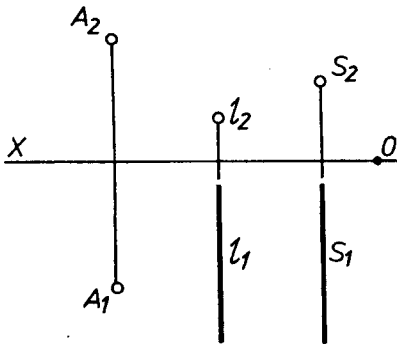


Рис. 3.109

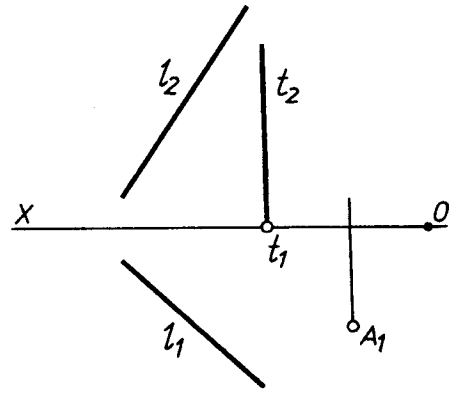


Рис. 3.110

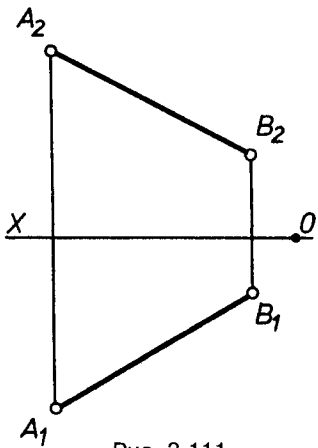


Рис. 3.111

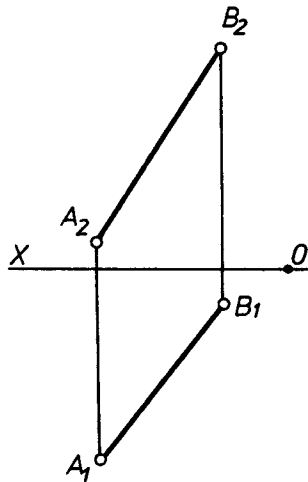


Рис. 3.112

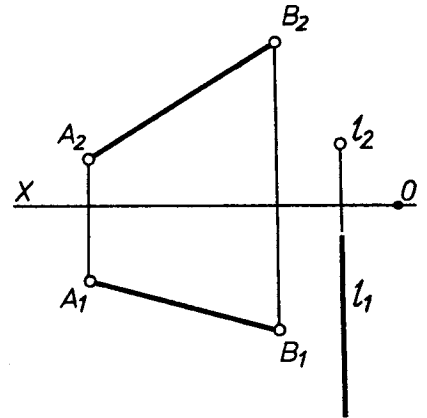


Рис. 3.113

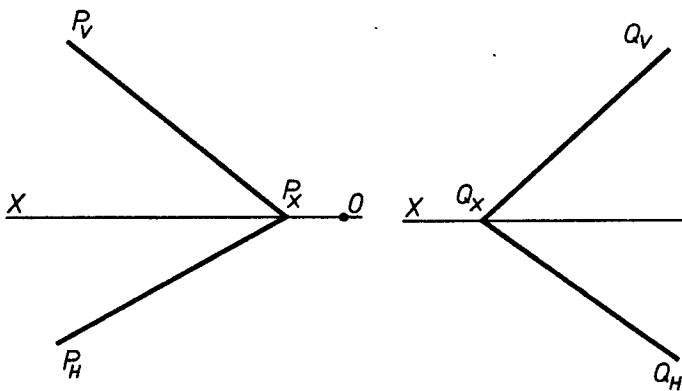


Рис. 3.114

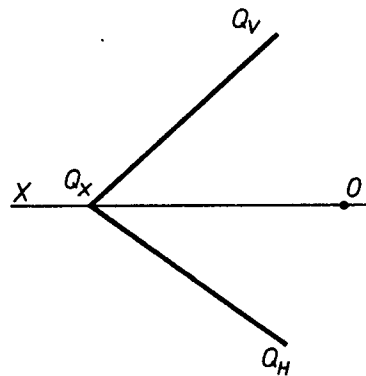


Рис. 3.115

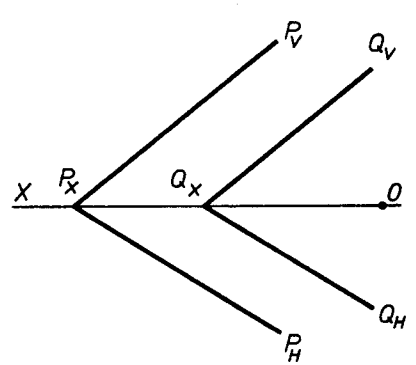


Рис. 3.116

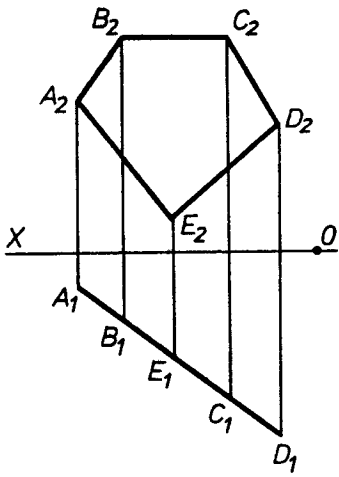


Рис. 3.117

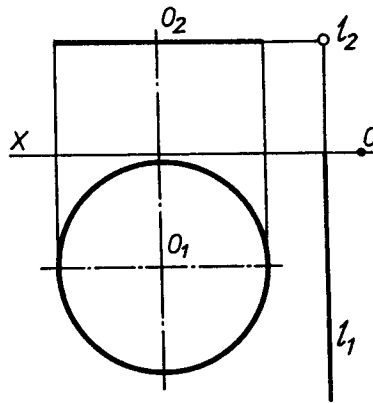


Рис. 3.118

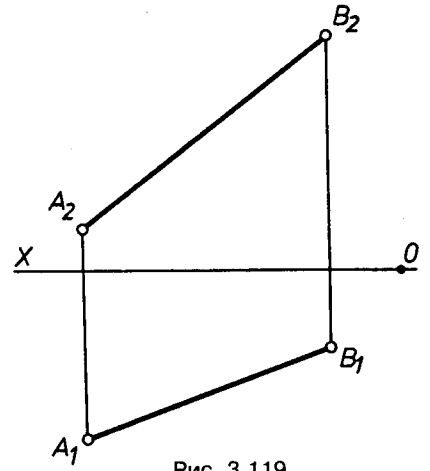


Рис. 3.119

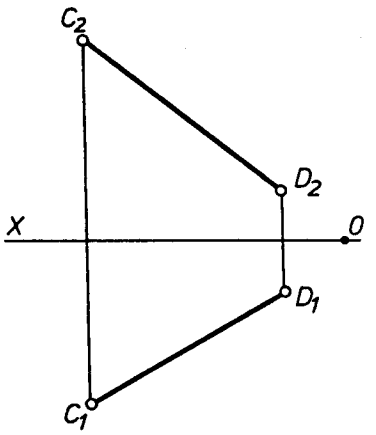


Рис. 3.120

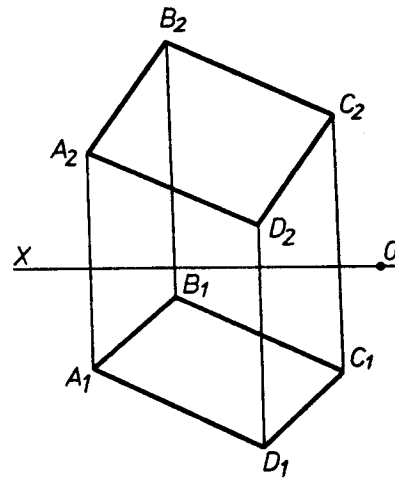


Рис. 3.121

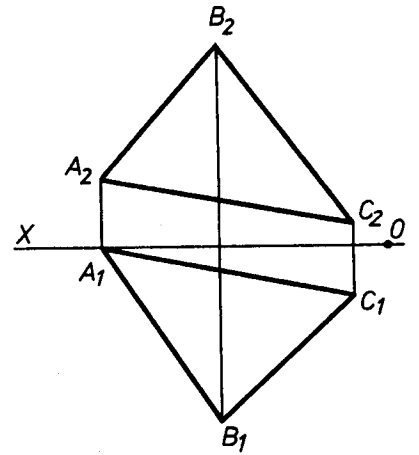


Рис. 3.122

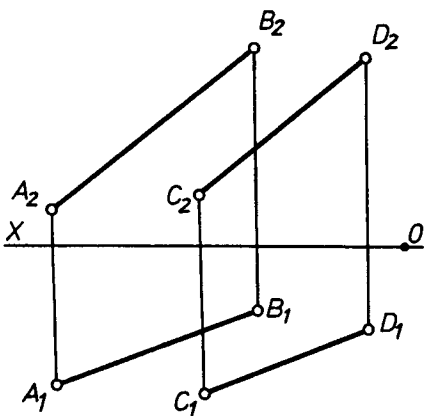


Рис. 3.123

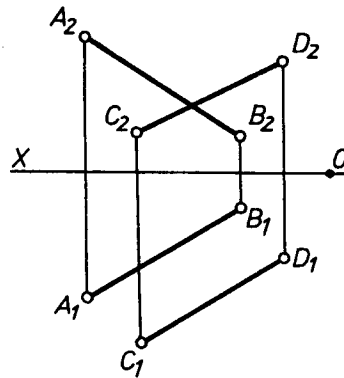


Рис. 3.124

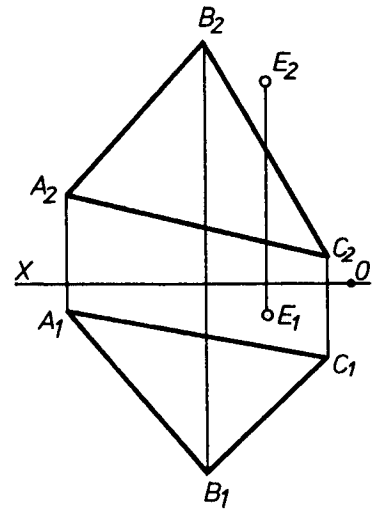


Рис. 3.125

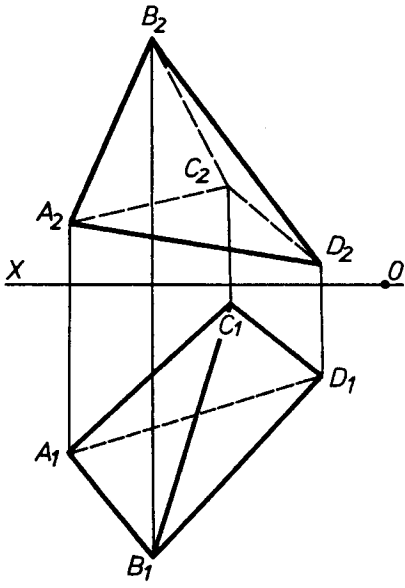


Рис. 3.126

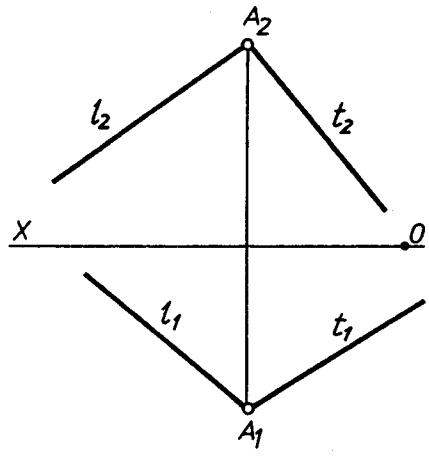


Рис. 3.127

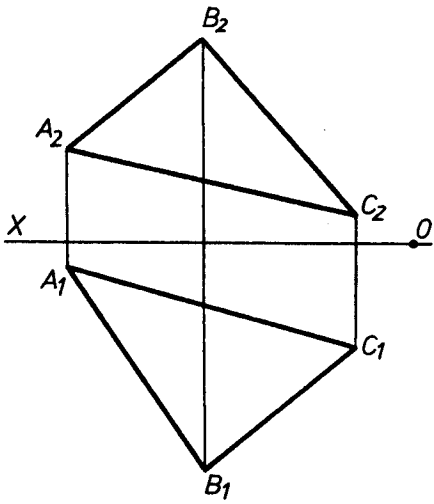


Рис. 3.128

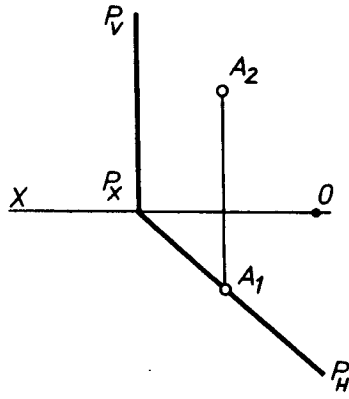


Рис. 3.129

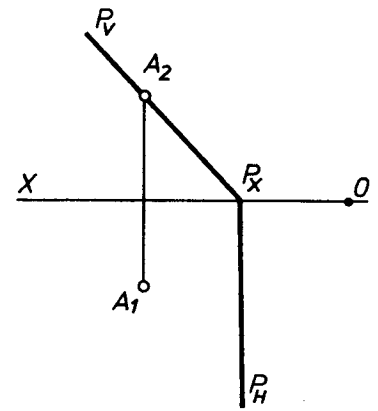


Рис. 3.130

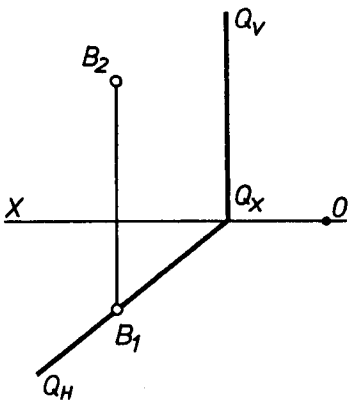


Рис. 3.131

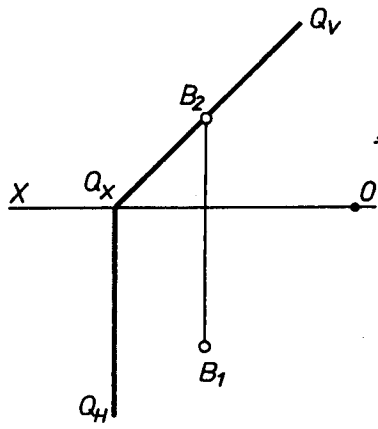


Рис. 3.132

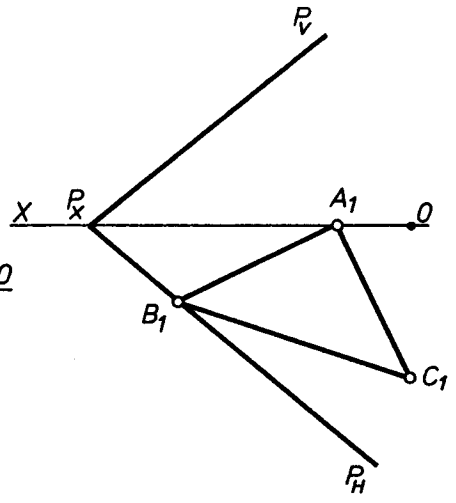


Рис. 3.133

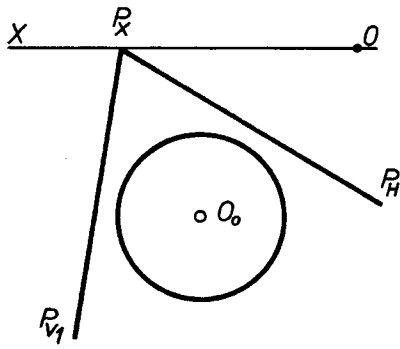


Рис. 3.134

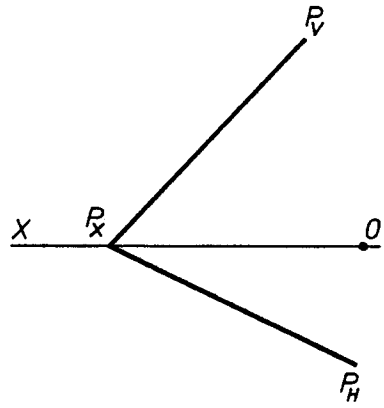


Рис. 3.135

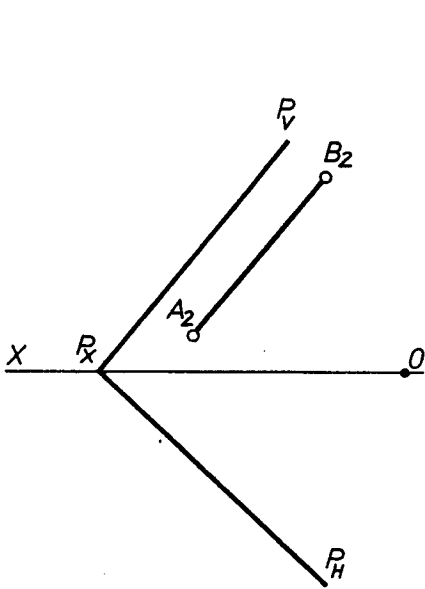


Рис. 3.136

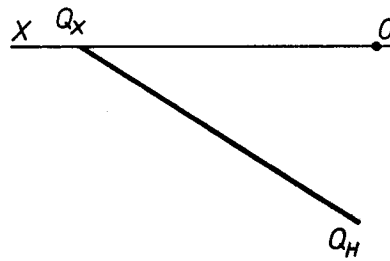


Рис. 3.137

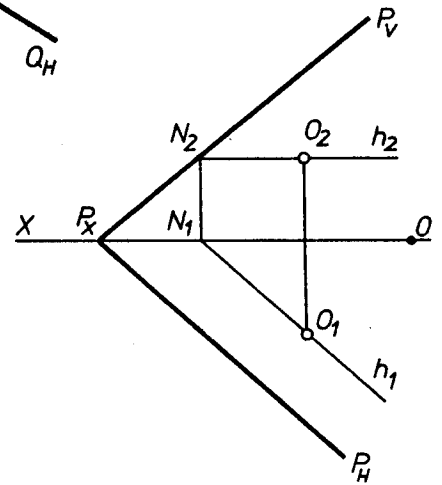


Рис. 3.138

4. ПОВЕРХНІ

4.1. Гранні поверхні та многогранники

4.1.1. Гранні поверхні

1. Многогранною називається поверхня, утворена частинами перетинних площин.

2. Декілька площин (але не менше трьох), які перетинаються в якійсь точці, утворюють пірамідальну поверхню (рис. 4.1.). Ця точка (на рис. 4.1 — точка S) є вершиною, в якій перетинаються всі ребра піраміди (на рис. 4.1 — ребра a, b, c, d).

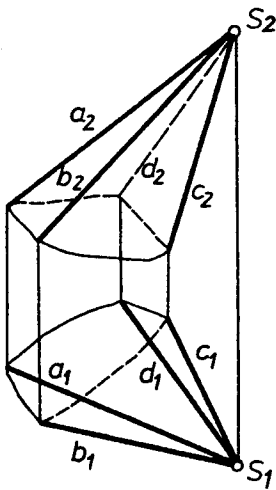


Рис. 4.1

3. Призматична поверхня є окремим випадком пірамідальної з невласною вершиною. Всі ребра такої поверхні взаємно паралельні (рис. 4.2).

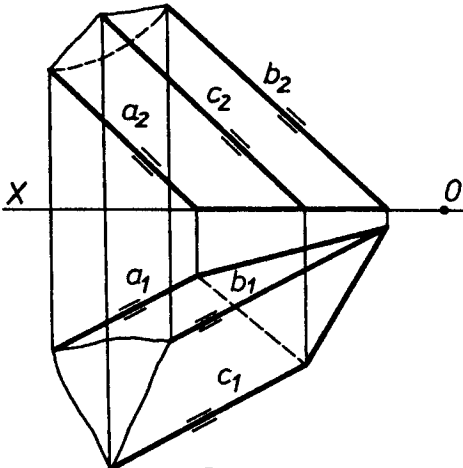


Рис. 4.2

4.1.2. Многогранники

1. Многогранником називається тіло, обмежене многогранною поверхнею.

2. Сукупність усіх ребер і вершин многогранника є його сіткою.

3. Якщо многогранник розташований з одного боку площини будь-якої його грані, то він називається випуклим.

4. Для отримання проєкцій многогранника будують проєкції його сітки (рис. 4.3).

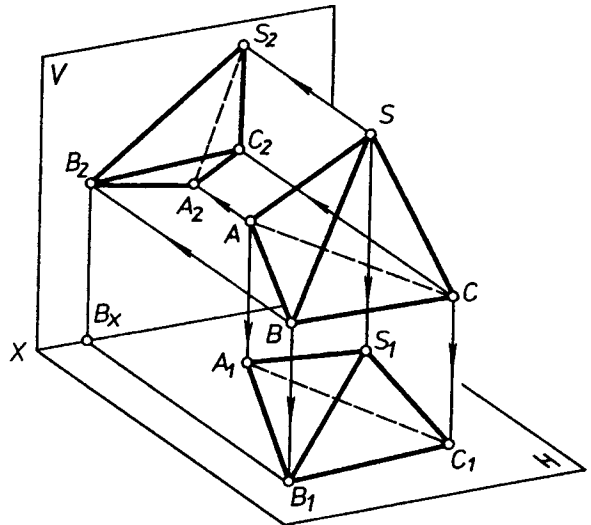


Рис. 4.3

5. Пірамідою називають многогранник, усі грані якого, крім однієї, мають спільну вершину; її називають вершиною піраміди. Звичайно піраміду задають на кресленні проєкціями її основи і вершини (рис. 4.4), а зрізану

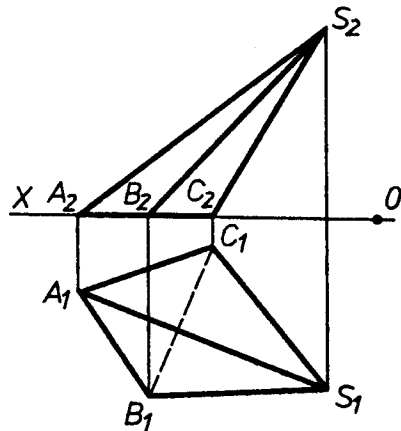


Рис. 4.4

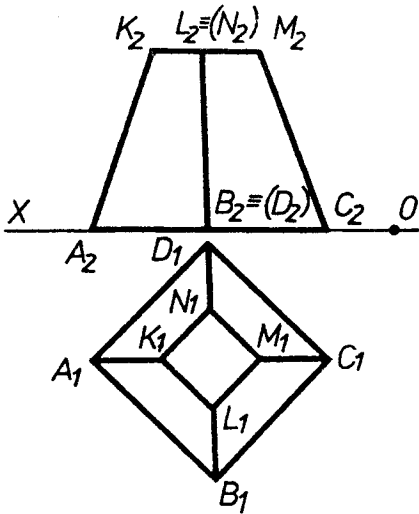


Рис. 4.5

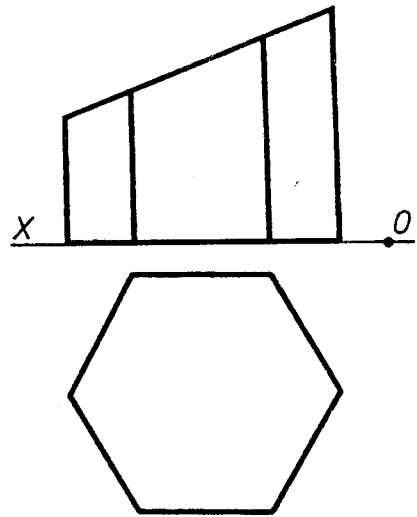


Рис. 4.7

піраміду — проєкціями обох основ (рис. 4.5). Якщо висота піраміди проходить через центр основи піраміди, то піраміда вважається прямою. Пряму піраміду називають правильною, якщо її основа — правильний многокутник.

6. Призма — це многогранник, обмежений призматичною поверхнею і двома площинами, паралельними між собою, але не паралельними ребрам призми (рис. 4.6). Ці дві грані (рівні многокутники) називаються основами призми. Якщо основи не паралельні між собою, призма є зрізаною (рис. 4.7).

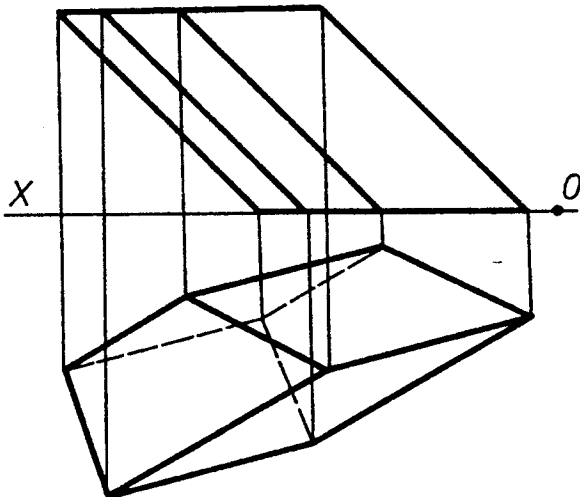


Рис. 4.6

7. Многогранники, в яких усі ребра, грані, плоскі, двогранні та просторові кути рівні між собою, називаються правильними випуклими многогранниками (тілами Платона).

Існує п'ять таких тіл:

- а) тетраедр (чотиригранник), гранями якого є чотири рівносторонні трикутники;
- б) октаедр (восьмигранник), гранями якого є вісім рівносторонніх трикутників;

- в) ікосаедр (двадцятигранник), утворений з двадцяти рівносторонніх трикутників;
 - г) гексаедр (шестигранник), або куб, гранями якого є шість квадратів;
 - д) додекаедр (дванадцятигранник), утворений з дванадцяти правильних п'ятикутників.
- Навколо всіх правильних многогранників можна описати сферу.

4.1.3. Точки і прямі на поверхні многогранника

Щоб побудувати точку або пряму на поверхні многогранника, необхідна така ж побудова на відповідній грані многогранника, яка виконується при розв'язуванні подібних задач на площині, заданій плоскою фігурою.

На рис. 4.8 побудовані проєкції M_1 і M_2 точки M , що лежить на прямій SD , яка належить площині грані SAB .

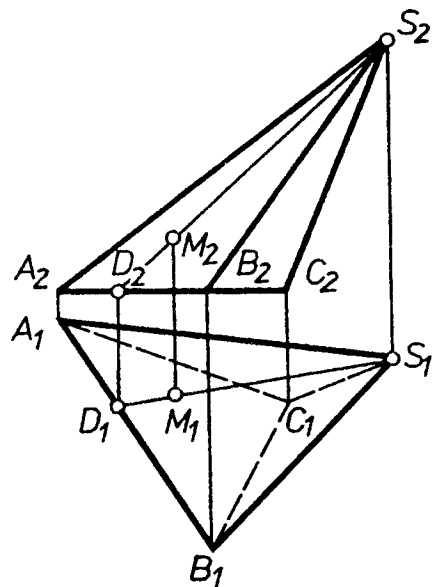


Рис. 4.8

Запитання для самоперевірки

1. На якому кресленні помилково показана видимість ребер піраміди (рис. 4.9–4.11)?

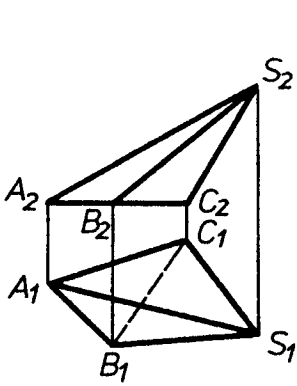


Рис. 4.9

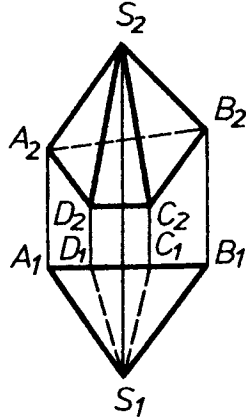


Рис. 4.10

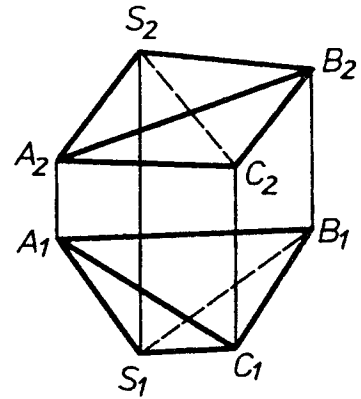


Рис. 4.11

2. На якому кресленні зображена піраміда, основа якої розташована на горизонтальній площині проєкцій (S — вершина піраміди) (рис. 4.9–4.11)?

3. На якому кресленні правильно побудована профільна проєкція призми (рис. 4.12)?

4. Яка з точок не належить поверхні призми (рис. 4.13)?

5. Яка з точок не належить поверхні піраміди $SABC$ (рис. 4.14)?

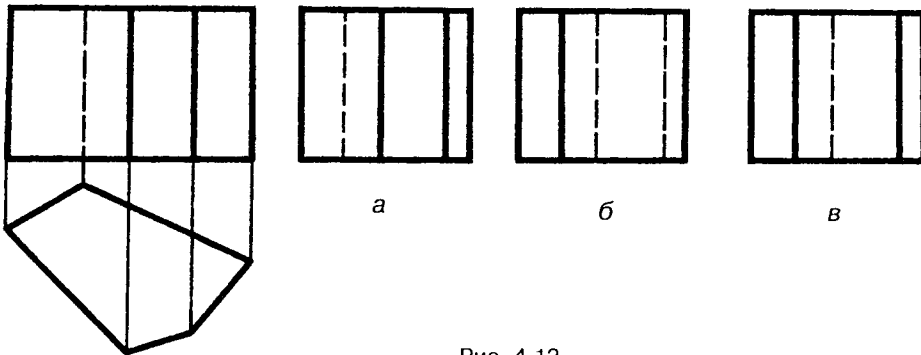


Рис. 4.12

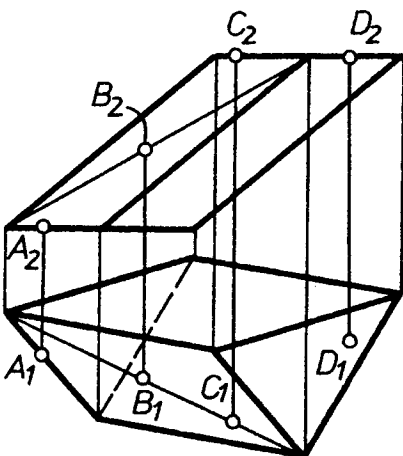


Рис. 4.13

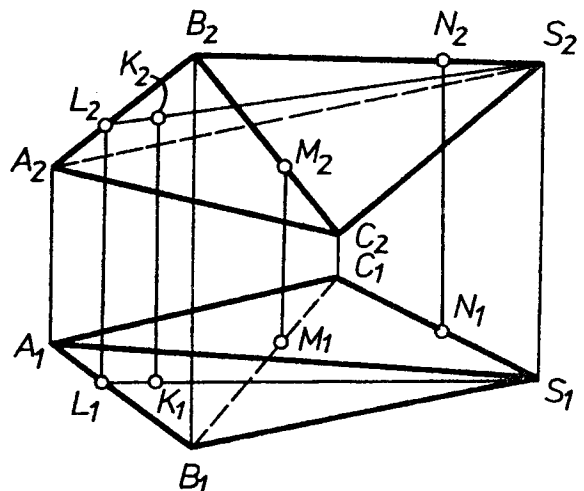


Рис. 4.14

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Побудувати призматичну поверхню, ребра якої проходять через точки A, B, C і паралельні заданій прямій l (рис. 4.15).

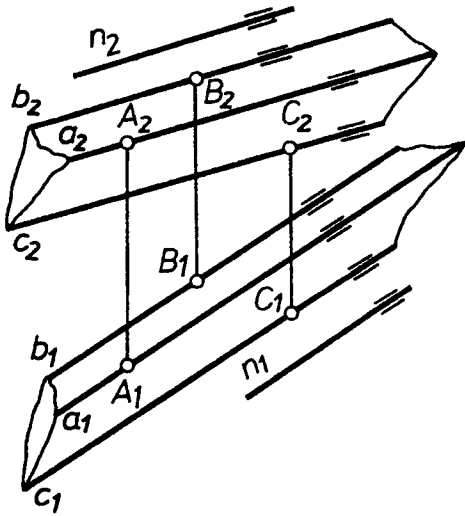


Рис. 4.15

Розв'язання. Оскільки ребра призматичної поверхні взаємно паралельні, то для побудови горизонтальної проекції заданої призматичної поверхні досить через точки A_1, B_1 і C_1 провести прямі a_1, b_1, c_1 паралельно горизонтальній проекції n_1 прямої l ; для побудови фронтальної проекції призматичної поверхні через точки A_2, B_2 і C_2 необхідно провести прямі a_2, b_2 і c_2 паралельно фронтальній проекції n_2 прямої l . Прямі a, b і c є ребрами призматичної поверхні.

Приклад 2. Побудувати пірамідальну поверхню за заданою напрямною ABC і твірною t (рис. 4.16).

Розв'язання. Оскільки ребра пірамідальної поверхні перетинаються в одній точці (вершині названої поверхні), то, вибравши на

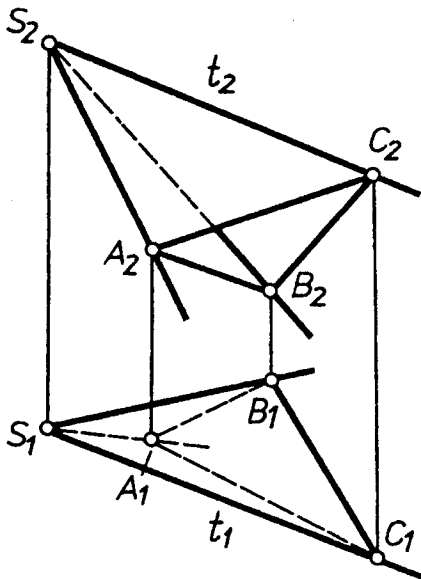


Рис. 4.16

твірній $t(t_1, t_2)$ будь-яку точку $S(S_1, S_2)$, проведемо твірну через точку S і точки A, B і C закритої ламаної напрямної. Твірна t являє собою ребра поверхні, а площини, що лежать між двома сусідніми ребрами, утворюють грані пірамідальної поверхні.

Зауваження. Задача має безліч розв'язків, тому що на твірній $t(t_1, t_2)$ можна вибрати безліч точок S — вершин пірамідальної поверхні.

Приклад 3. Побудувати проєкції неправильної похилої піраміди за заданими проєкціями її вершини S і чотирикутника основи $ABCD$. Визначити видимість ребер піраміди (рис. 4.17).

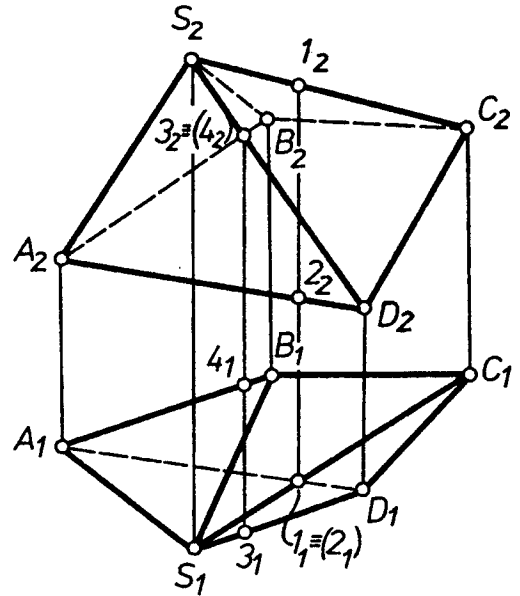


Рис. 4.17

Розв'язання. Побудова проєкцій піраміди зводиться до сполучення прямими лініями точки S_1 з точками A_1, B_1, C_1 і D_1 і точки S_2 з точками A_2, B_2, C_2 і D_2 . Прямі S_1A_1, S_1B_1, S_1C_1 і S_1D_1 є горизонтальними проєкціями бічних ребер піраміди, а прямі S_2A_2, S_2B_2, S_2C_2 і S_2D_2 — фронтальними. Горизонтальними проєкціями бічних граней піраміди будуть трикутники $S_1A_1B_1, S_1B_1C_1, S_1C_1D_1$ і $S_1D_1A_1$, фронтальними — $S_2A_2B_2, S_2B_2C_2, S_2C_2D_2$ і $S_2D_2A_2$.

Видимість ребер піраміди можна визначити за допомогою конкуруючих точок. Наприклад, із двох мимобіжних ребер піраміди AD і SC на горизонтальній площині проєкцій видимим буде ребро SC , про що свідчать проєкції точок $1(1_1, 1_2)$ і $2(2_1, 2_2)$. Із двох мимобіжних ребер піраміди SD і AB на фронтальній площині проєкцій видимим буде ребро SD , про що свідчать проєкції точок $3(3_1, 3_2)$ і $4(4_1, 4_2)$.

Приклад 4. Довести, що пряма l лежить на поверхні піраміди $SABC$ (рис. 4.18).

Розв'язання. Оскільки проєкції l_1 і l_2 прямої l відповідно паралельні проєкціям S_1A_1 і S_2A_2 ребра SA і проходять через проєкції D_1 і D_2 точки D , яка лежить на ребрі AC ($D_1 \in A_1C_1,$

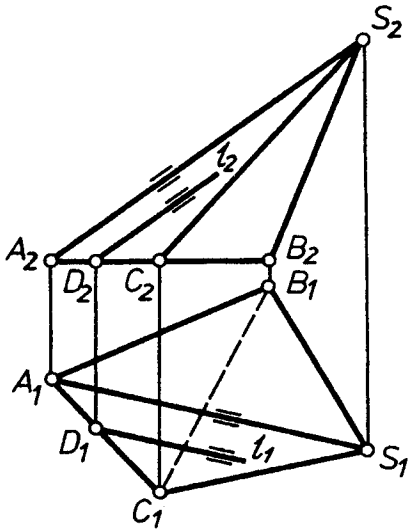


Рис. 4.18

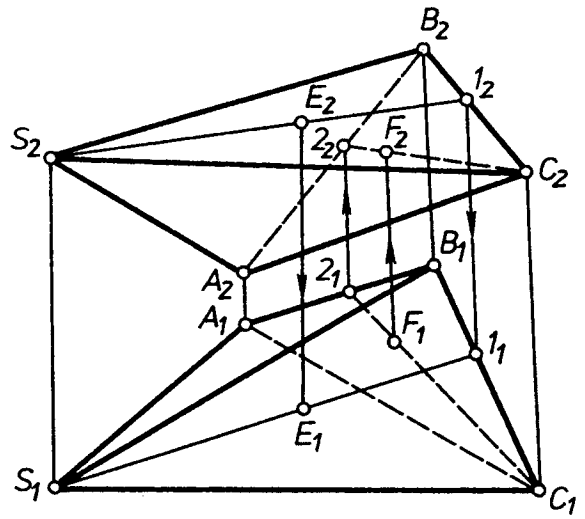


Рис. 4.19

$D_2 \in A_2C_2$), то пряма l лежить у площині грані ASC , оскільки проходить через точку (D) , що лежить у площині, і паралельна прямій (AS) цієї площини.

Отже, пряма l лежить на поверхні заданої піраміди.

Приклад 5. Побудувати горизонтальну проекцію точки E , що належить грані SBC піраміди $SABC$, та фронтальну проекцію точки F , що належить основі ABC цієї піраміди (рис. 4.19).

Розв'язання. Щоб побудувати горизонтальну проекцію точки E , що належить грані SBC , потрібно в площині цієї грані через точку E провести довільну пряму. На рис. 4.19

спочатку через S_2 і E_2 проведена пряма S_2I_2 , причому I_2 лежить на B_2C_2 . Далі знайдено I_1 на B_1C_1 і через I_1 і S_1 проведено пряму S_1I_1 , на якій і визначено E_1 — горизонтальну проекцію точки E .

Для побудови фронтальної проекції точки F , що належить основі ABC піраміди, через відому проекцію F_1 проведена лінія C_1I_1 , яка належить трикутнику $A_1B_1C_1$. Далі знайдена фронтальна проекція C_2I_2 , на якій відповідно визначена шукана проекція F_2 точки F .

Приклад 6. За заданою сумщеною основою $A_0B_0C_0$ і висотою h побудувати проекції правильної трикутної піраміди, що стоїть на площині P (рис. 4.20).

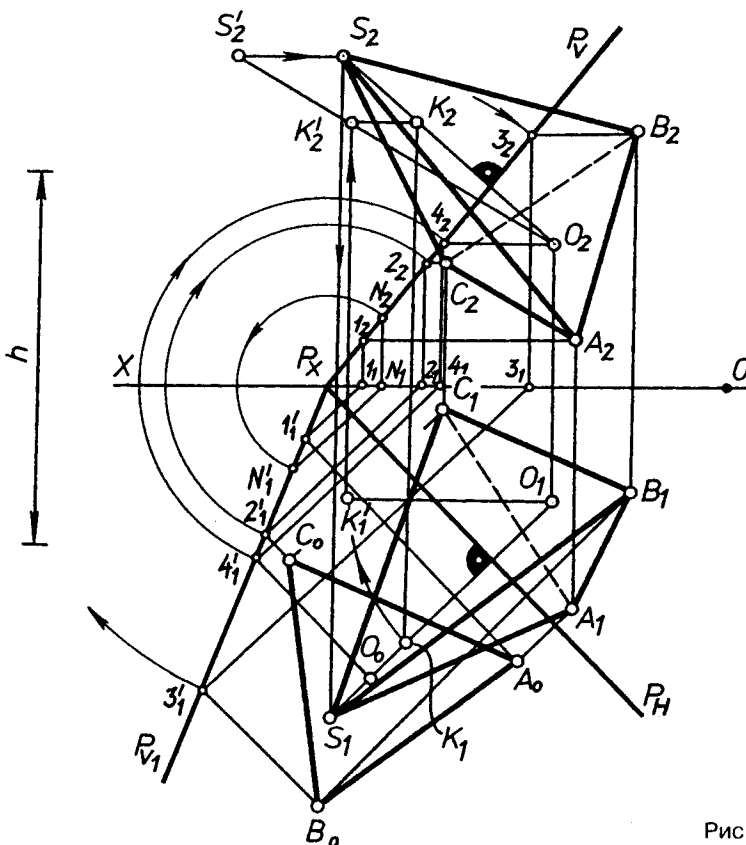


Рис. 4.20

Розв'язання. Сумістимо площину P з горизонтальною площиною проєкцій, використавши довільну точку $N(N_1, N_2)$, що належить фронтальному сліду P_V площини P/P_{V_1} (суміщений фронтальний слід). Через вершини трикутника $A_0B_0C_0$ і його центр O_0 (оскільки піраміда правильна, то в її основі лежить рівносторонній трикутник, тому центр останнього лежить на перетині висот (бісектрис, медіан)) проведемо суміщені з горизонтальною площиною проєкцій горизонталі $A_01', B_03', C_02', O_04'$. Далі, обертаючи площину P разом з трикутником у зворотному напрямі, приведемо її в початкове положення і за допомогою горизонталей побудуємо проєкції $A_1B_1C_1$ і $A_2B_2C_2$ основи піраміди та її центра $O(O_1, O_2)$.

Щоб побудувати вершину піраміди, проведемо в точці O перпендикуляр до площини P , тобто горизонтальна його проєкція перпендикулярна до горизонтального сліду P_H площини, а фронтальна — до фронтального сліду P_V площини. Користуючись довільною точкою $K(K_1, K_2)$, повернемо відрізок перпендикуляра $OK(O_1K_1, O_2K_2)$ до положення $(O_2K'_2)$, паралельного фронтальній площині проєкцій. У цьому положенні відкладемо відрізок $O_2S'_2$, що дорівнює заданій висоті h піраміди. Маючи точку S'_2 , зворотною побудовою знаходимо проєкції S_1 і S_2 вершини піраміди.

Проєкції піраміди побудуємо, сполучивши проєкції її вершини S з вершинами відповідних проєкцій основи ABC .

ЗАДАЧІ

Зауваження. При побудові проєкцій многогранників необхідно визначити взаємну видимість їх ребер і невидимі ребра накреслювати штриховими лініями, незважаючи на те, що в графічних частинах умов задач вони накреслені суцільними товстими лініями.

1. Побудувати в трьох проєкціях пряму призму за заданими основою $ABCD$ і висотою h (рис. 4.21).

2. Побудувати в трьох проєкціях похилу призму за заданою основою $ABCD$ і ребром AA' , заданим своїми проєкціями $A_1A'_1$ і $A_2A'_2$ (рис. 4.22).

3. Побудувати в трьох проєкціях піраміду за заданими основою $ABCDE$ і вершиною S (рис. 4.23).

4. Побудувати в трьох проєкціях піраміду за заданими основою $ABCD$ і вершиною S (рис. 4.24).

5. Побудувати правильну шестикутну піраміду, що стоїть на горизонтальній площині проєкцій.

6. Побудувати неправильну трикутну піраміду, основа якої розташована у фронтальній площині проєкцій, а бічні ребра однакові.

Зауваження. Основою піраміди буде вписаний у коло довільний трикутник, а фронтальною проєкцією вершини — центр цього кола.

7. Визначити видимість ребер многогранника, зображеного на рис. 4.25.

8. Побудувати в трьох проєкціях піраміду за заданими основою ABC і вершиною S (рис. 4.26). На грані SAB вибрати довільну точку E .

9. Побудувати проєкції призми за заданою основою $ABCD$ і горизонтальною проєкцією $C_1C'_1$ її ребра, яке нахилене до площини основи під кутом 45° (рис. 4.27).

10. Побудувати проєкції призми, заданої основою ABC і фронтальною проєкцією $A_2A'_2$ ребра AA' довжиною 35 мм (рис. 4.28).

11. Побудувати проєкції прямої призми, нижня основа якої $ABCD$ задана, а висота дорівнює 40 мм (рис. 4.29).

12. У горизонтальній площині проєкцій заданий рівносторонній трикутник ABC , сторона AB якого — профільно-проєкційний відрізок. Побудувати правильний тетраедр, основою якого був би заданий трикутник.

13. Задані горизонтальна проєкція $S, A_1B_1C_1$ трикутної піраміди $SABC$ і фронтальна проєкція S_2 її вершини. Побудувати фронтальну проєкцію цієї піраміди, якщо відомі довжини її ребер SA, SB, SC (рис. 4.30).

14. Побудувати проєкції тригранної призми $ABCA'B'C'$, якщо бічні ребра мають напрям l , а точка K лежить у площині верхньої основи (рис. 4.31).

15. За заданою суміщеною з H основою і висотою h побудувати проєкції прямої призми $ABCA'B'C'$, яка стоїть на фронтально-проєкційній площині P (рис. 4.32).

16. Задані проєкції S_1 і S_2 вершини чотирикутної піраміди $SABCD$ та суміщене з H положення $A_0B_0C_0D_0$ основи. Побудувати проєкції піраміди, якщо вона стоїть на фронтально-проєкційній площині Q (рис. 4.33).

17. За заданим суміщеним ребром A_0B_0 побудувати проєкції куба, що стоїть на фронтально-проєкційній площині P (рис. 4.34).

18. За заданою основою ABC і висотою h побудувати проєкції прямої призми, що стоїть на площині P (рис. 4.35).

19. За заданою суміщеною основою побудувати проєкції куба, який стоїть на площині P (рис. 4.36).

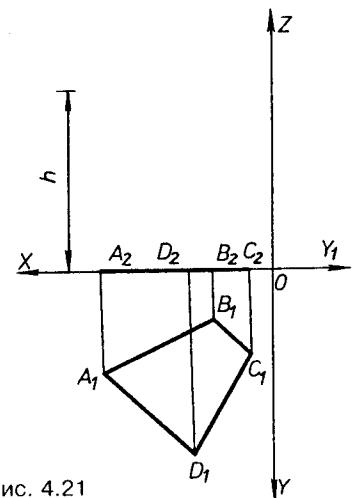


Рис. 4.21

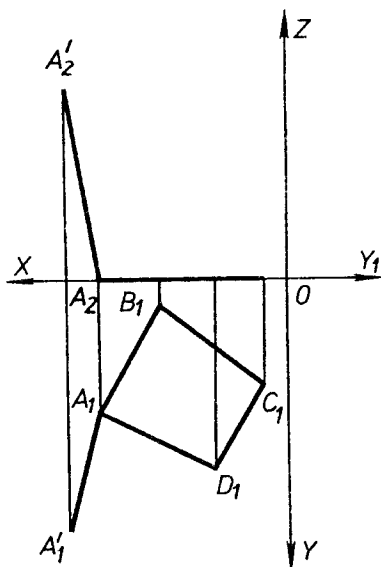


Рис. 4.22

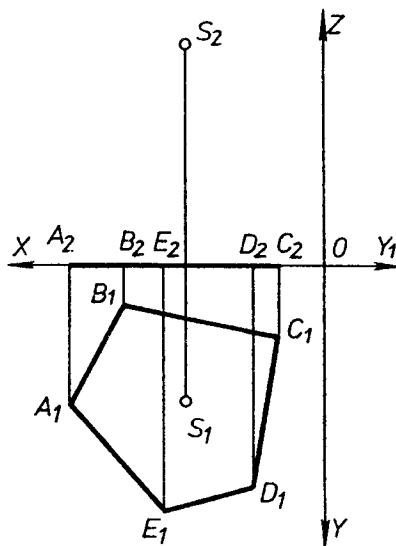


Рис. 4.23

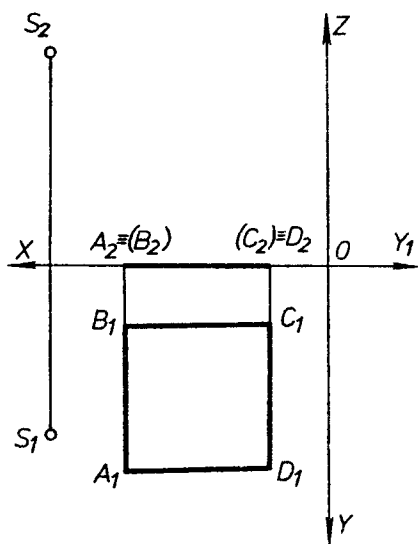


Рис. 4.24

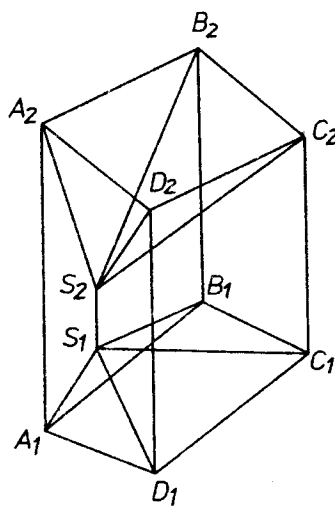


Рис. 4.25

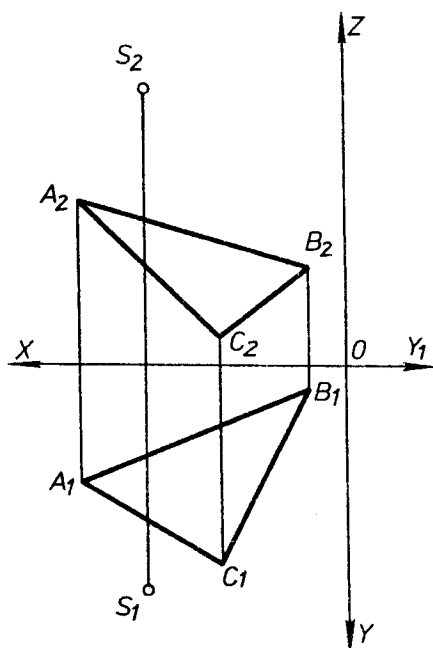


Рис. 4.26

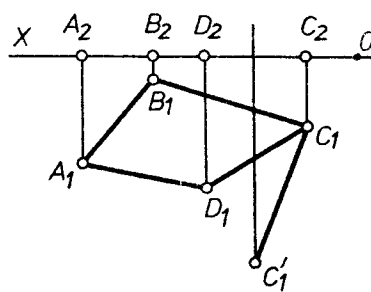


Рис. 4.27

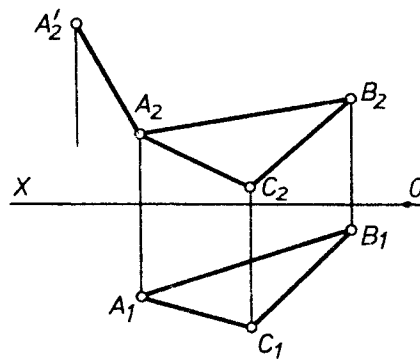


Рис. 4.28

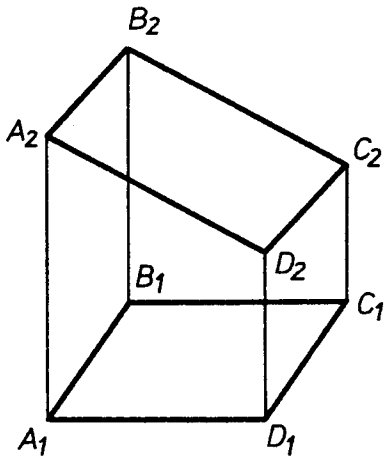


Рис. 4.29

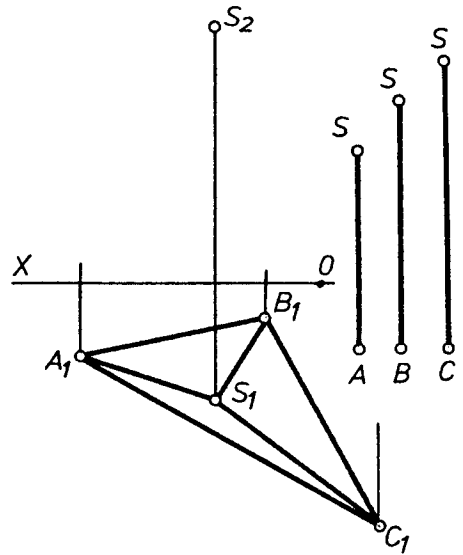


Рис. 4.30

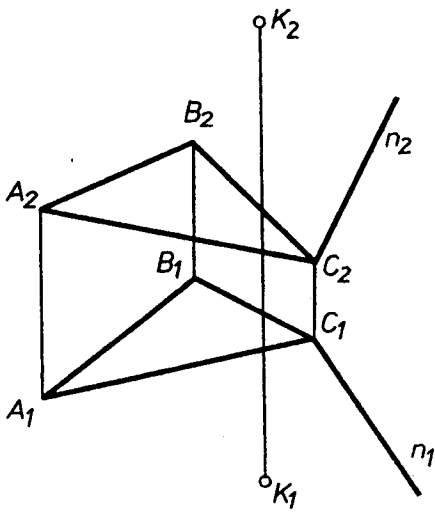


Рис. 4.31

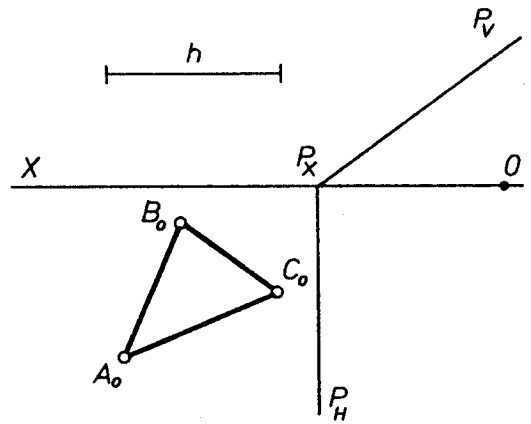


Рис. 4.32

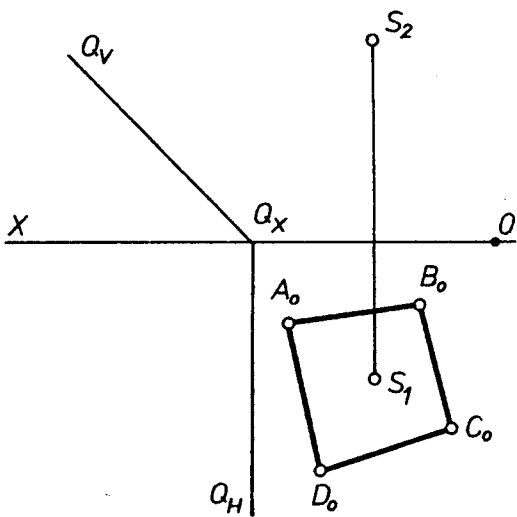


Рис. 4.33

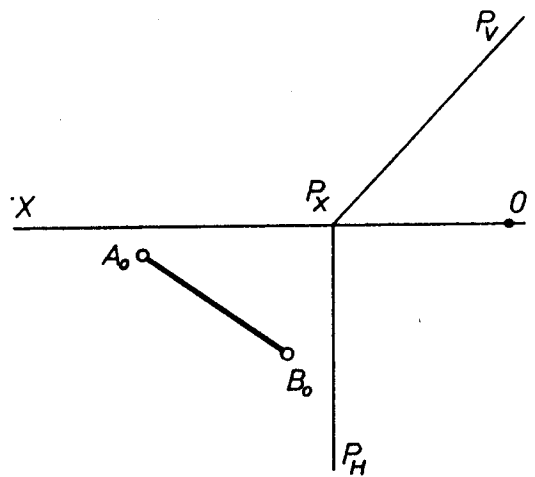


Рис. 4.34

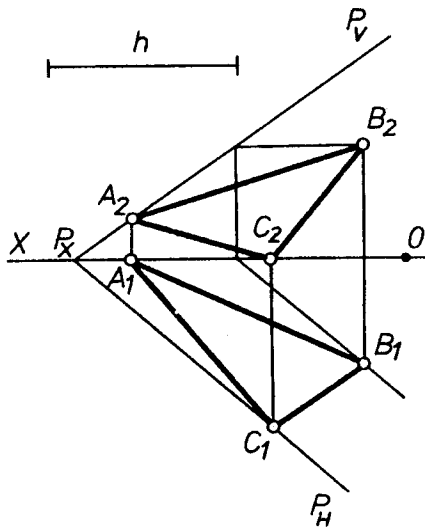


Рис. 4.35

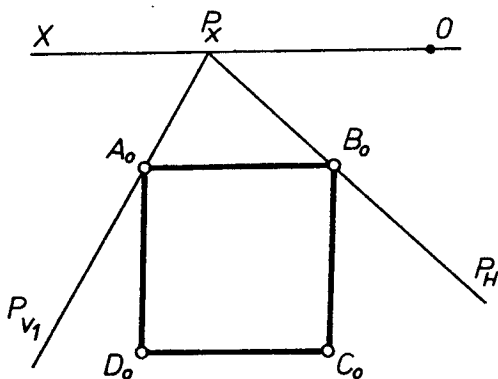


Рис. 4.36

4.2. Криві поверхні

4.2.1. Загальні відомості

1. Основні способи задання поверхні:

а) **аналітичний**; поверхня розглядається як неперервна двопараметрична (двовимірна) множина точок. Координати точок цієї множини задовольняють деяке рівняння $F(x, y, z) = 0$ — многочлен n -го степеня. Довільна пряма в загальному випадку перетинає поверхню n -го степеня в n точках (справжніх або уявних);

б) **кінематичний**; поверхня розглядається як неперервна множина положень деякої лінії, що переміщається в просторі за певним законом. Лінії, які утворюють поверхню, називаються твірними. Закон переміщення твірної у просторі доцільно задавати нерухомими лініями, які називаються напрямними; ці лінії твірна перетинає в будь-якому своєму положенні;

в) **задання поверхні каркасом** — множиною ліній, які заповнюють поверхню так, що через кожну точку поверхні проходить одна лінія каркаса. Каркаси поверхонь поділяються на точкові та лінійчаті.

2. Поверхня вважається заданою на кресленні, якщо відносно будь-якої точки, заданої

на тому ж кресленні, можна однозначно визначити, чи належить точка цій поверхні, чи ні.

3. Кожну поверхню вигідно задавати за допомогою визначника — сукупності незалежних геометричних умов, що визначають цю поверхню в просторі. Визначник складається з двох частин: геометричної, в якій задаються деякі основні елементи та величини, й алгоритмічної, яка свідчить про характер зміни форми твірної і закону її переміщення.

4. Поверхні, твірною яких є пряма лінія, називаються лінійчатыми. Нелінійчаті, або криві поверхні утворюються за допомогою криволінійних твірних.

5. Усі поверхні можна поділити на розгортні й нерозгортні. До розгортних належать ті, які можна розгорнути без деформації — сумістити з площиною так, що всі елементи поверхні зображаються у справжній величині. Нерозгортні поверхні при розгортанні не можна сумістити з площиною.

4.2.2. Розгортні лінійчаті поверхні

Залежно від характеру руху твірної утворюються різні види розгортних лінійчатих поверхонь:

а) **конічна**; утворюється прямою лінією (твірною) t , яка перетинає криву напрямну l і проходить через власну точку S — вершину поверхні (рис. 4.37);

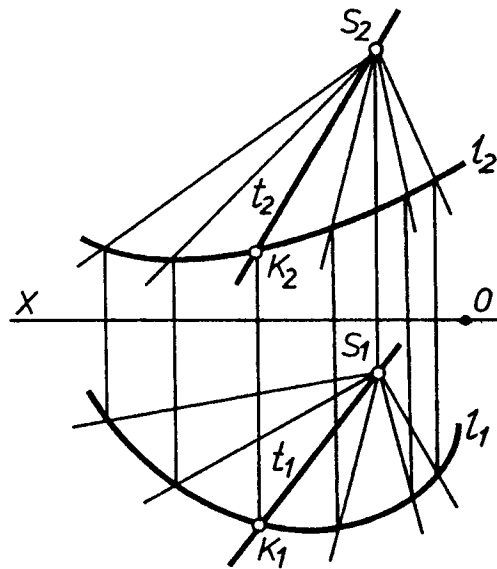


Рис. 4.37

б) **циліндрична**; утворюється прямою лінією t , яка перетинає криву напрямну l і проходить через невластну точку, задану напрямом $n(n_1, n_2)$ (рис. 4.38);

в) **поверхня з ребром звороту (торс)**; утворюється неперервним рухом прямої твірної t , дотичної в усіх її положеннях до деякої просторової кривої m , що називається ребром повороту (рис. 4.39).

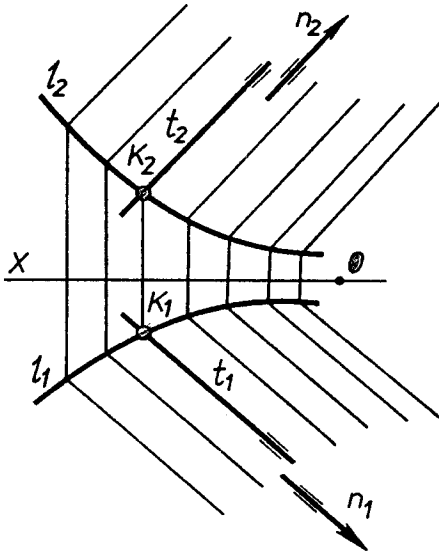


Рис. 4.38

4.2.3. Косі (нерозгортні) лінійчаті поверхні

1. Нерозгортні лінійчаті поверхні повністю визначаються заданням на кресленні трьох напрямних.

2. Можливі такі випадки:

а) усі напрямні — прямолінійні; утворена поверхня, що називається лінійчатим (одно-порожнинним) гіперболоїдом, утворюється під час руху прямої твірної t по трьох мимобіжних прямих напрямних a , b і c (рис. 4.40). Якщо одна з прямих напрямних розташована в нескінченності, то поверхня, що утвориться при цьому, називається гіперболічним параболоїдом, або косою площиною. На рис. 4.41 зображена косою площиною, яка задана двома мимобіжними прямолінійними напрямними a і b та горизонтально-проекційною площиною паралелізму P , яка замінює третю

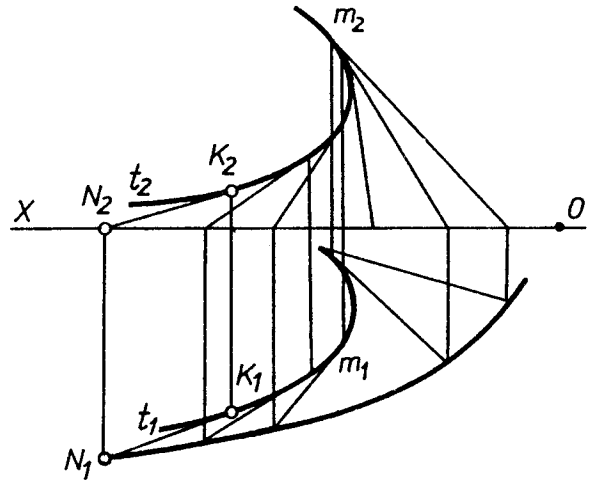


Рис. 4.39

прямолінійну напрямну, тобто всі твірні поверхні паралельні цій площині;

б) дві напрямні — прямолінійні, а третя — крива. На рис. 4.42 зображено поверхню — коноїд, яка утворена кривою напрямною a , прямою напрямною b , а третя прямолінійна твірна замінена фронтальною площиною паралелізму. Якщо прямолінійна напрямна перпендикулярна до площини паралелізму, то коноїд називається прямим;

в) дві напрямні — криві, одна — прямолінійна. На рис. 4.43 зображено поверхню — циліндроїд, яка утворена двома криволінійними напрямними a і b і горизонтальною площиною паралелізму, що замінює невластну прямолінійну напрямну. Якщо одна з гладких криволінійних напрямних належить площині, перпендикулярній до площини паралелізму, то циліндроїд називається прямим;

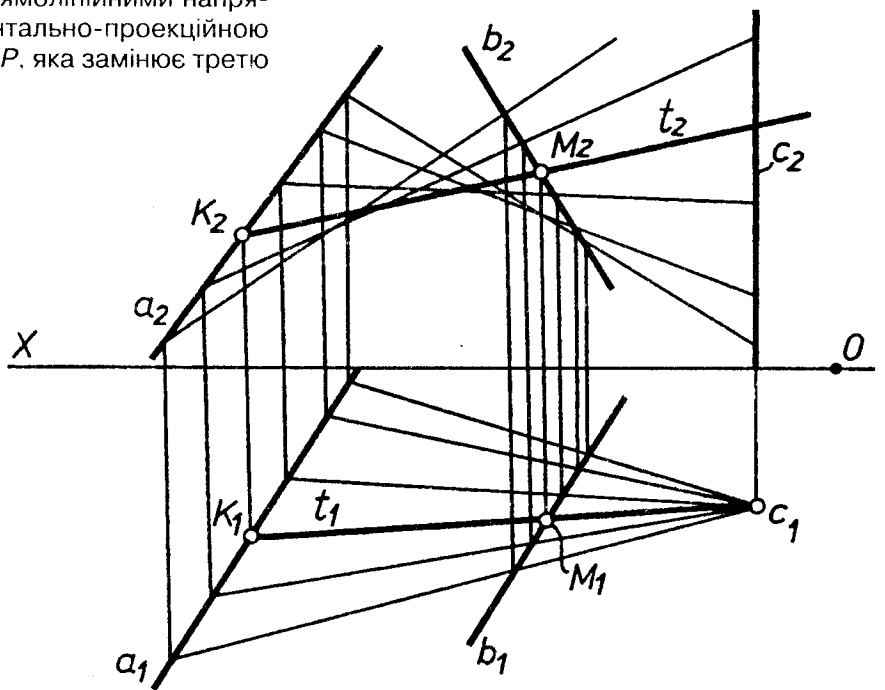


Рис. 4.40

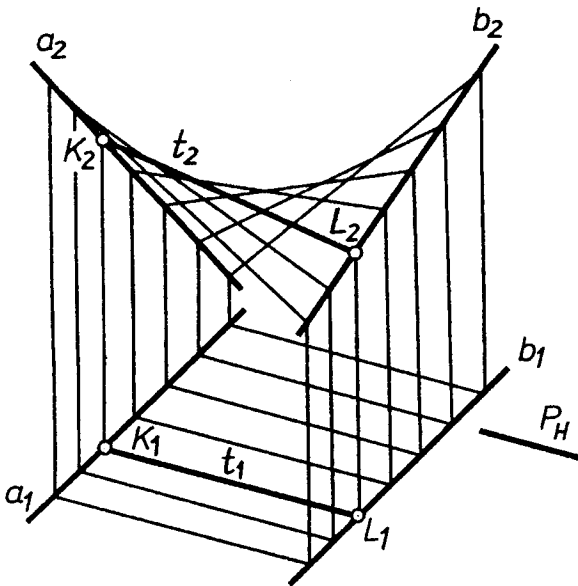


Рис. 4.41

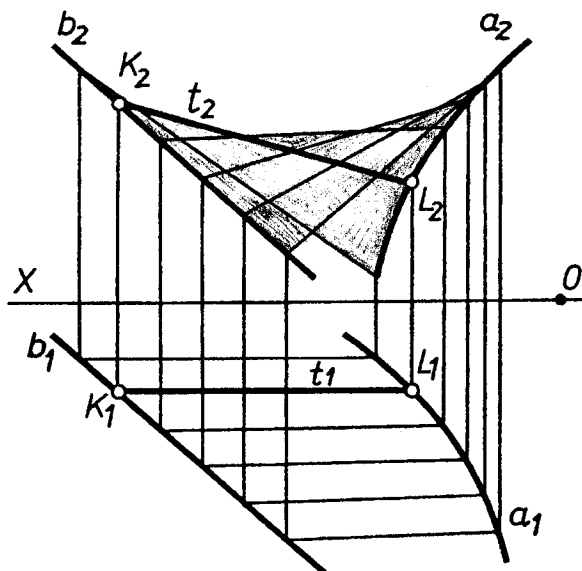


Рис. 4.42

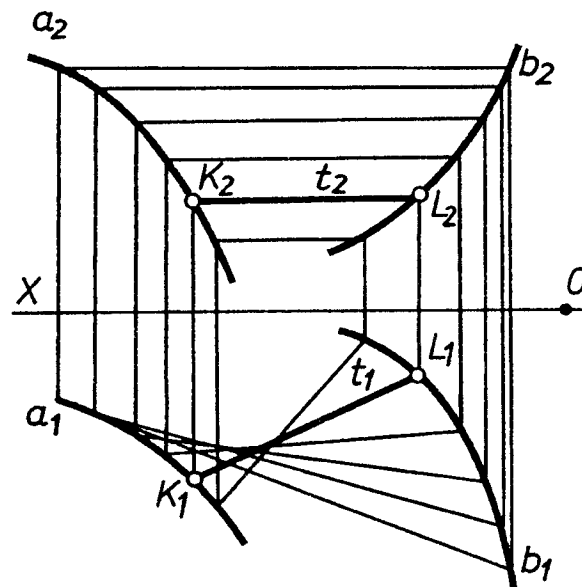


Рис. 4.43

г) усі напрямні — криволінійні; утворена поверхня називається косим циліндром із трьома напрямними.

4.2.4. Нелінійчаті поверхні

Криволінійні нерозгортні поверхні утворюються під час руху еліпса, осі якого змінюють свою довжину, ковзаючи кінцями по кривих напрямних. Такими напрямними можуть бути, зокрема, криві другого порядку — еліпс, парабола та гіпербола.

Відповідно утворюються поверхні:

а) еліпсоїд (рис. 4.44). Еліпс $ABCD$ є твірною поверхні, а еліпси $CDEF$ і $ABEF$ — напрямними;

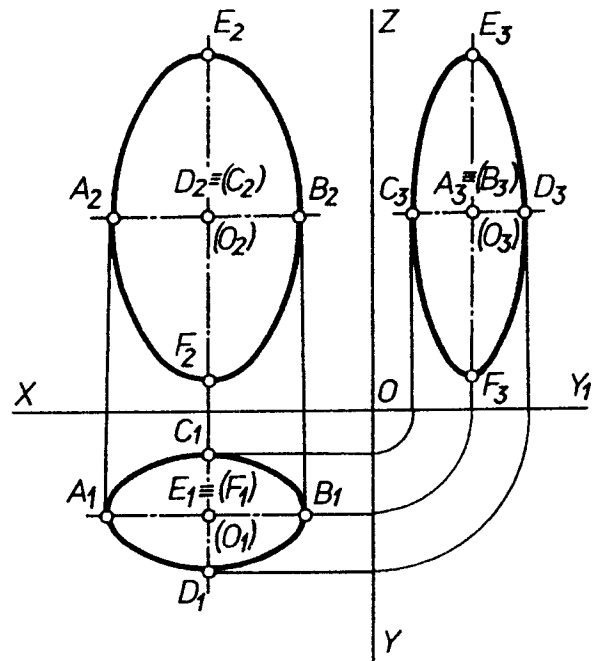


Рис. 4.44

б) еліптичний параболоїд (рис. 4.45). Еліпс $ABCD$ є твірною поверхні, а параболи AOB і COD — напрямними;

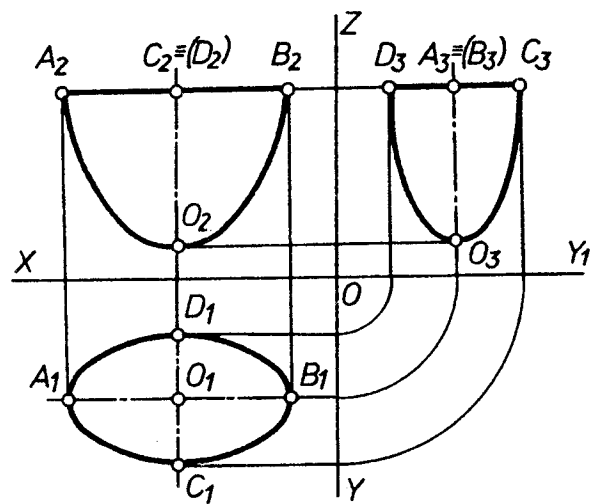


Рис. 4.45

в) двопорожнинний гіперолоїд; утворюється рухом еліпса $ABCD$, кінці осей якого ковзають по двох гіперболах.

4.2.5. Поверхні обертання

1. Поверхнею обертання називають поверхню, утворену обертанням будь-якої твірної навколо нерухомої прямої — осі. Твірною можуть бути пряма, крива, ламана і комбінована, плоска, просторова, замкнута і розімкнута лінії.

Кола, по яких переміщуються всі точки твірної t в процесі обертання навколо осі, називають паралелями поверхні.

Проведені через вісь поверхні обертання площини, які в перерізі з поверхнями обертання утворюють лінії — меридіани, називають меридіальними.

2. Обертанням прямої навколо осі утворюється поверхня обертання другого порядку. На рис. 4.46 зображено циліндричну поверхню обертання, на рис. 4.47 — конічну, а на рис. 4.48 — поверхню однопорожнинного гіперолоїда обертання (t — прямолінійна твірна, i — вісь обертання).

3. Обертанням кривої другого порядку навколо осі, що лежить у площині симетрії кривої, утворюється поверхня обертання другого порядку. Якщо прийняти за твірні плоскі криві — еліпс, параболу чи гіперболу і обертати їх навколо заданих осей i , то в результаті обертання утворяться поверхні: еліпсоїд обертання (рис. 4.49), параболоїд обертання (рис. 4.50) та гіперолоїди обертання — однопорожнинний (рис. 4.51) і двопорожнинний (рис. 4.52).

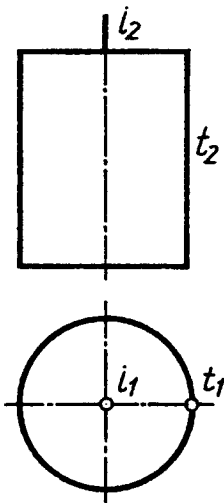


Рис. 4.46

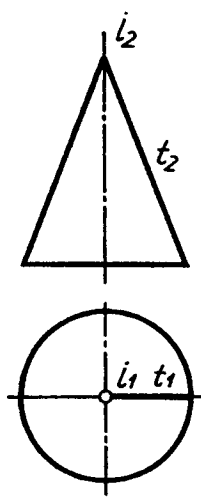


Рис. 4.47

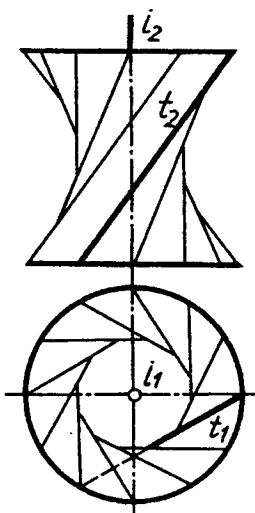


Рис. 4.48

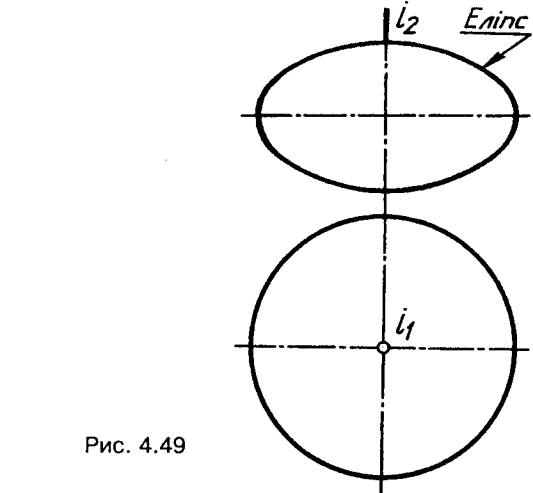


Рис. 4.49

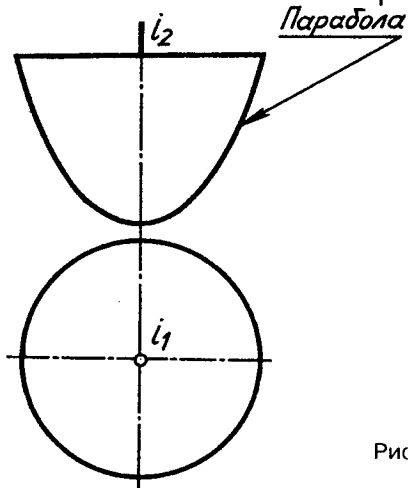


Рис. 4.50

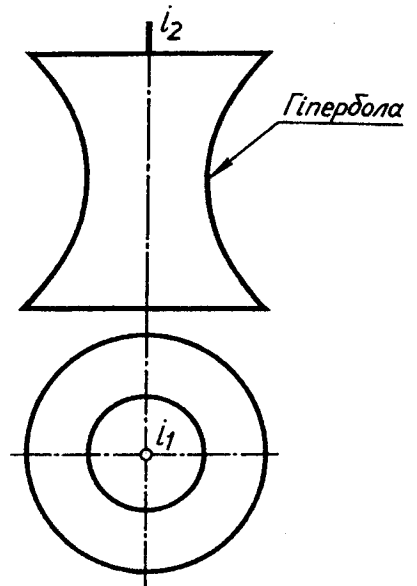


Рис. 4.51

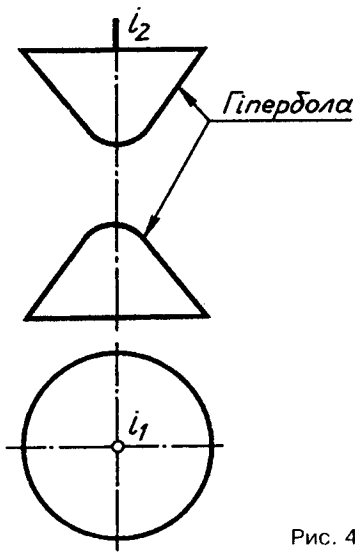


Рис. 4.52

4. При обертанні кола навколо осі, яка не проходить через його центр, утворюється поверхня — тор. На рис. 4.53 зображено відкритий тор (коло d не перетинає вісь обертання i), на рис. 4.54 — закритий тор (коло d перетинає вісь обертання i).

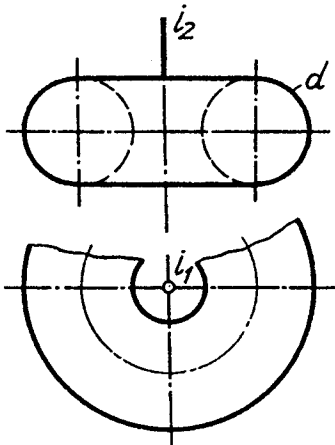


Рис. 4.53

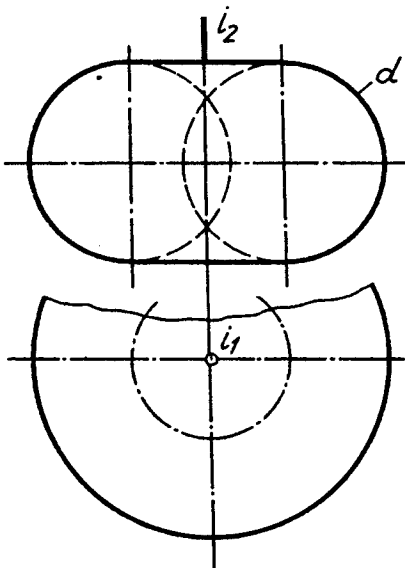


Рис. 4.54

5. Якщо центр кола належить осі обертання, то утворюється кульова поверхня, тобто кулю можна розглядати як окремий випадок тора.

4.2.6. Циклічні, гвинтові та деякі інші поверхні

1. Циклічні поверхні утворюються внаслідок руху за певним законом кола постійного або змінного радіуса (рис. 4.55). Циклічними вважають будь-які поверхні обертання, а також каналові й трубчасті поверхні.

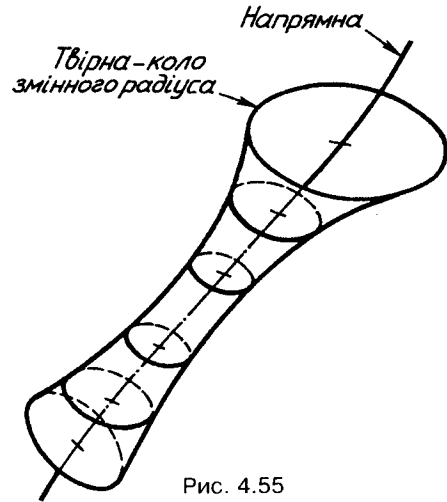


Рис. 4.55

Каналова поверхня утворюється рухом кола змінного радіуса вздовж кривої напрямної за умови збереження перпендикулярності площини кола стосовно напрямної.

Для трубчастої поверхні твірною є коло з постійним радіусом.

2. Поверхня називається гвинтовою, якщо вона утворюється гвинтовим переміщенням твірної (прямолінійної або криволінійної), тобто обертанням її навколо осі з одночасним поступальним рухом, паралельним цій осі. На рис. 4.56 зображені проєкції такої поверхні,

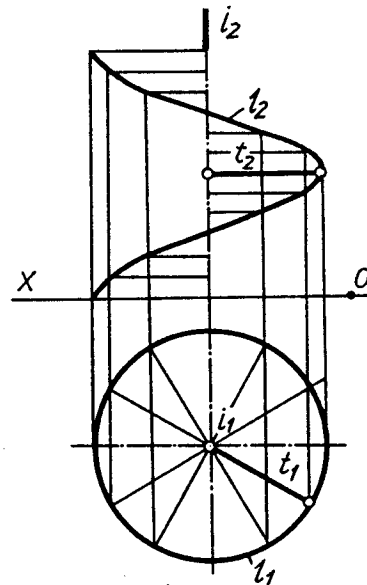


Рис. 4.56

яка називається гвинтовим коноїдом, або гелікоїдом. Залежно від кута нахилу твірної до осі гелікоїда, останні бувають прямі, якщо цей кут дорівнює 90° , і косі (похилі), якщо кут довільний, але не дорівнює 0° і 90° .

Якщо твірна і вісь перетинаються, то гелікоїд називають закритим, якщо вони мимобіжні, то відкритим.

3. Каркасними називають поверхні, які задаються дискретною множиною точок чи ліній, що належать такій поверхні.

4. Топографічні поверхні задаються на кресленні сукупністю деяких ліній — горизонталей, які утворюються при умовному перетині земної поверхні горизонтальними площинами.

4.2.7. Точки та лінії на кривих поверхнях

Положення точок на кривій поверхні, подібно до положення точок на гранній поверхні, визначаються за допомогою ліній — прямих (рис. 4.57, 4.58) або кривих (рис. 4.59, 4.60), які проходять через ці точки на заданій поверхні.

Побудова лінії, яка належить поверхні, принципово не відрізняється від побудов, необхідних для визначення проєкції точки, що належить поверхні. Різниця полягає в тому, що визначаються проєкції не однієї, а n точок, які належать лінії.

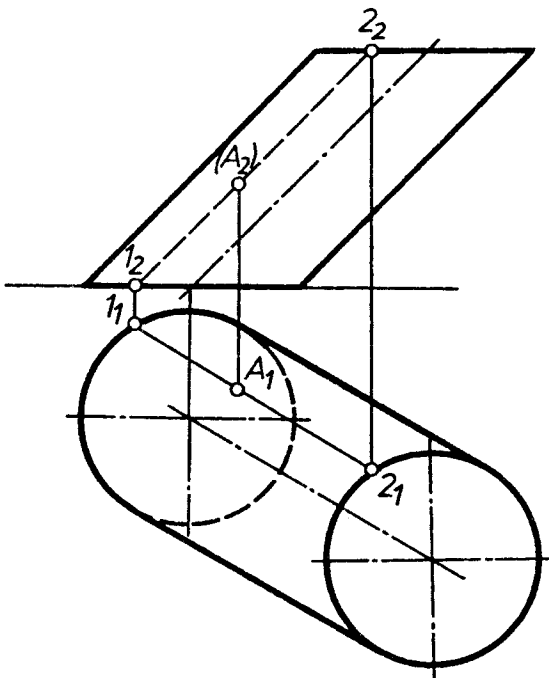


Рис. 4.57

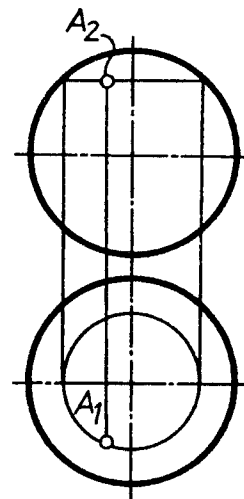


Рис. 4.59

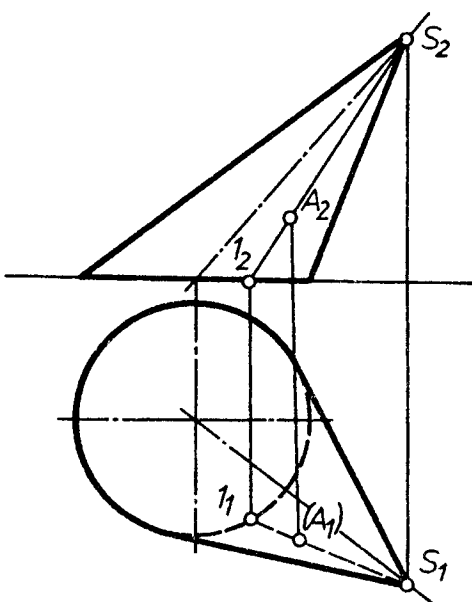


Рис. 4.58

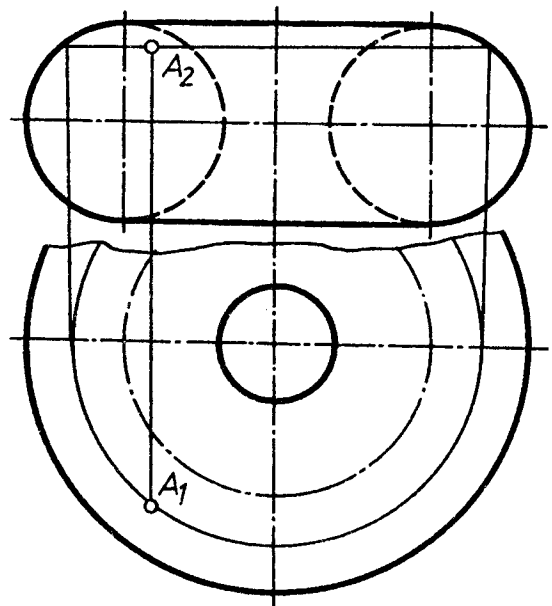


Рис. 4.60

Запитання для самоперевірки

1. Які поверхні, зображені на рис. 4.61–4.63 (i — вісь обертання, t — твірна, l — напрямна)?

2. Якими поверхнями обмежене тіло (рис. 4.64)?

3. Який порядок має поверхня тора?

4. Яка різниця між трубчастою і циклічною поверхнями?

5. Яка різниця між поверхнями циліндроїда і коноїда?

6. Які точки не належать поверхням (рис. 4.65, 4.66)?

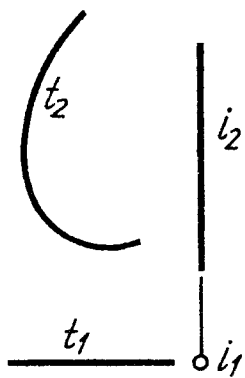


Рис. 4.61

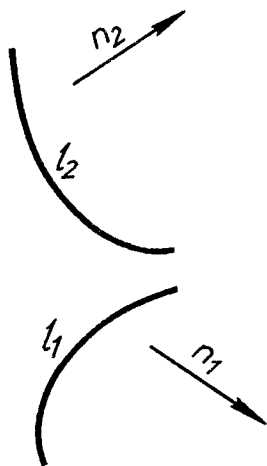


Рис. 4.62

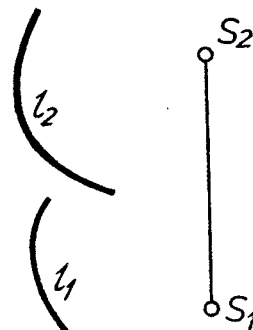


Рис. 4.63

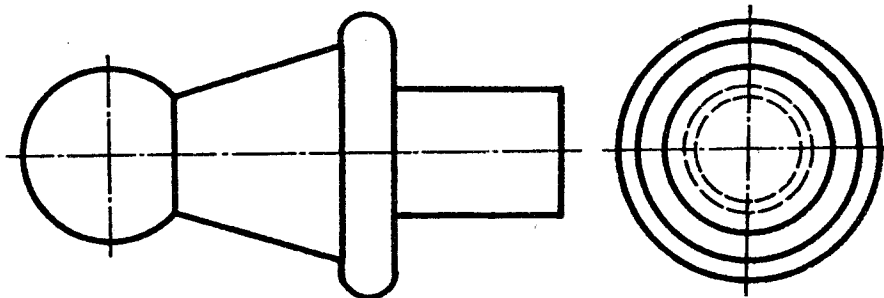


Рис. 4.64

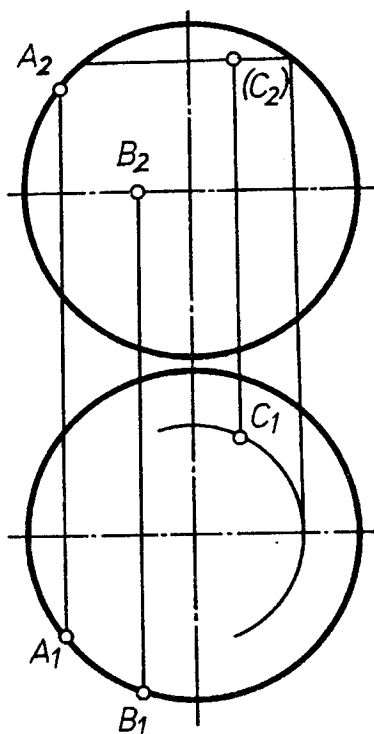


Рис. 4.65

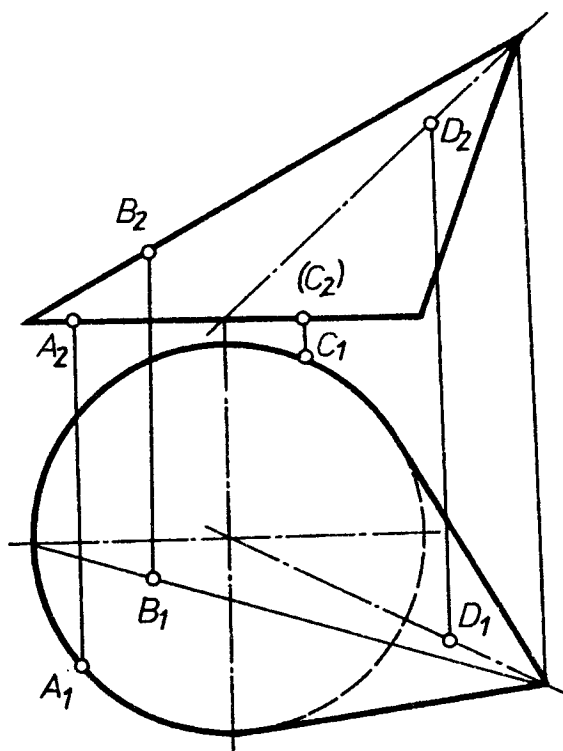


Рис. 4.66

ПРИКЛАДИ

Приклад 7. Побудувати проєкції одноповерхнинного гіперboloїда за заданими прямолінійними напрямними a, b і c (рис. 4.67).

Розв'язання. Оскільки одноповерхнинний гіперboloїд — лінійчата поверхня, то твірною останньої є пряма лінія, а напрямними — довільні мимобіжні прямолінійні напрямні a, b, c .

Через напрямну a (a_1, a_2) проводимо ряд твірних, які перетинають напрямні b (b_1, b_2) і c (c_1, c_2). Спочатку будемо фронтальні проєкції точок перетину твірних $t^1_2, t^2_2, t^3_2, \dots$ з напрямними b і c ($1_2, 2_2, 3_2, \dots$ і $1'_2, 2'_2, 3'_2, \dots$). Потім — горизонтальні проєкції цих точок на відповідних горизонтальних проєкціях твірних b і c .

Завершальним етапом побудови є проведення горизонтальних проєкцій твірних $t^1_1, t^2_1, t^3_1, \dots$ з визначенням їх взаємної видимості.

Приклад 8. Побудувати проєкції гіпербolicного параболоїда (косої площини) за прямолінійними напрямними a і b та фронтальною площиною паралелізму (рис. 4.68).

Розв'язання. Оскільки гіпербolicний параболоїд — лінійчата поверхня, то твірною останньої є пряма лінія, а напрямними — мимобіжні прямі a і b та фронтальна площина паралелізму.

На одній з напрямних, наприклад на a (a_1, a_2), наносимо послідовний ряд точок 1 ($1_1, 1_2$), 2 ($2_1, 2_2$), 3 ($3_1, 3_2$), На горизонтальній площині проєкцій через ці точки проводимо твірні $t^1_1, t^2_1, t^3_1, \dots$ косої поверхні паралельно фронтальній площині паралелізму. Позначаємо

спочатку горизонтальні проєкції $1'_1, 2'_1, 3'_1, \dots$ точок $1, 2, 3, \dots$ перетину твірних з напрямною b , а потім відповідно будемо фронтальні проєкції $1'_2, 2'_2, 3'_2, \dots$ цих точок. Сполучивши точки 1_2 з $1'_2, 2_2$ з $2'_2, 3_2$ з $3'_2, \dots$, отримаємо фронтальні проєкції твірних $t^1_2, t^2_2, t^3_2, \dots$, які проводимо з урахуванням їх взаємної видимості.

Приклад 9. Побудувати проєкції циліндроїда за двома криволінійними напрямними a і b та горизонтально-проєкційною площиною паралелізму P (рис. 4.69).

Розв'язання. Твірною циліндроїда є пряма лінія, а напрямними — криві a і b та горизонтально-проєкційна площина паралелізму P .

Будемо послідовний ряд горизонтальних проєкцій $t^1_1, t^2_1, t^3_1, \dots$ твірних t^1, t^2, t^3, \dots , які паралельні горизонтальному сліду P_H площини паралелізму P . За горизонтальними проєкціями $1, 2, 3, \dots$ і $1'_1, 2'_1, 3'_1, \dots$ точок перетину твірних відповідно з напрямними a і b будемо їх фронтальні проєкції $1_2, 2_2, 3_2, \dots$ і $1'_2, 2'_2, 3'_2, \dots$. Сполучивши 1_2 з $1'_2, 2_2$ з $2'_2, 3_2$ з $3'_2, \dots$, отримаємо фронтальні проєкції $t^1_2, t^2_2, t^3_2, \dots$ твірних, які проводимо з урахуванням їх взаємної видимості.

Приклад 10. За заданою горизонтальною проєкцією A_1 точки A побудувати її фронтальну проєкцію (рис. 4.70).

Розв'язання. У загальному випадку положення точки на кривій поверхні визначається за допомогою ліній, які проходять через ці точки на заданій поверхні. В даному випадку задано конус обертання. Положення точки

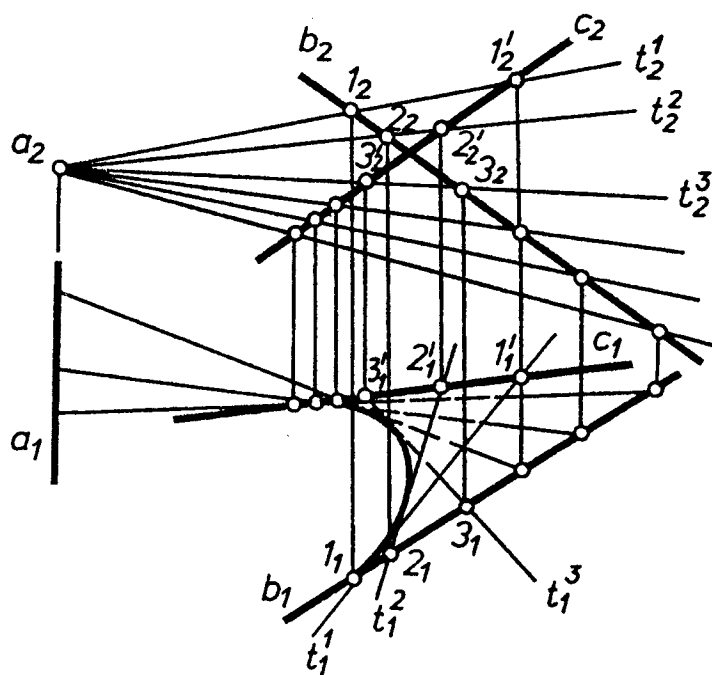


Рис. 4.67

на поверхні обертання визначається за допомогою кола, яке проходить через цю точку на поверхні обертання (рис. 4.70, а). Але це не виключає можливість застосування пря-

молінійних твірних у випадку лінійчатих поверхонь обертання (рис. 4.70, б).

Приклад 11. Задана фронтальна проєкція l_2 лінії l , яка належить циліндричній поверх-

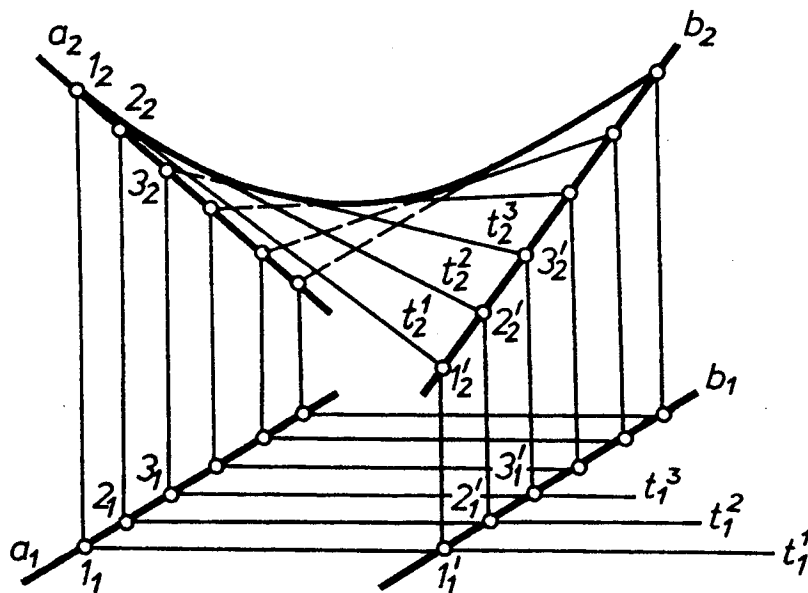


Рис. 4.68

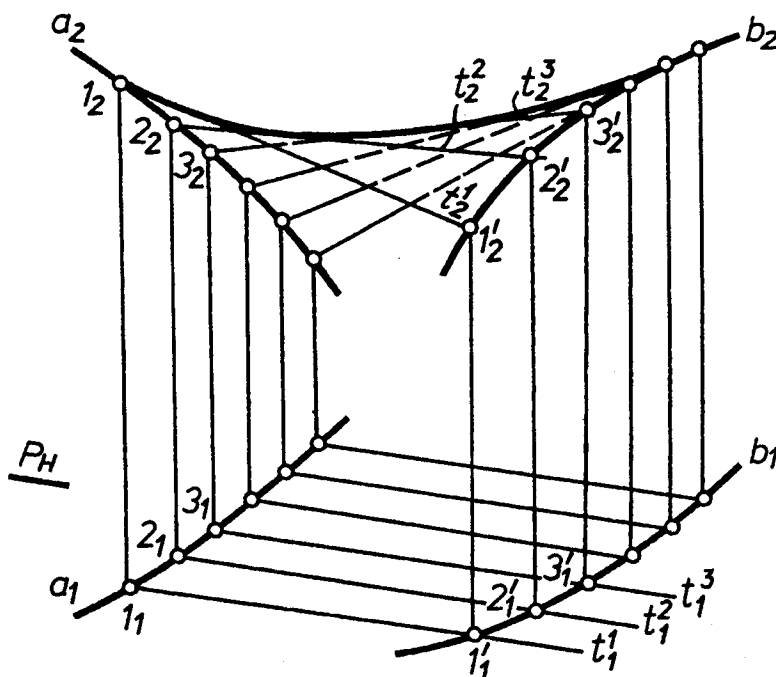


Рис. 4.69

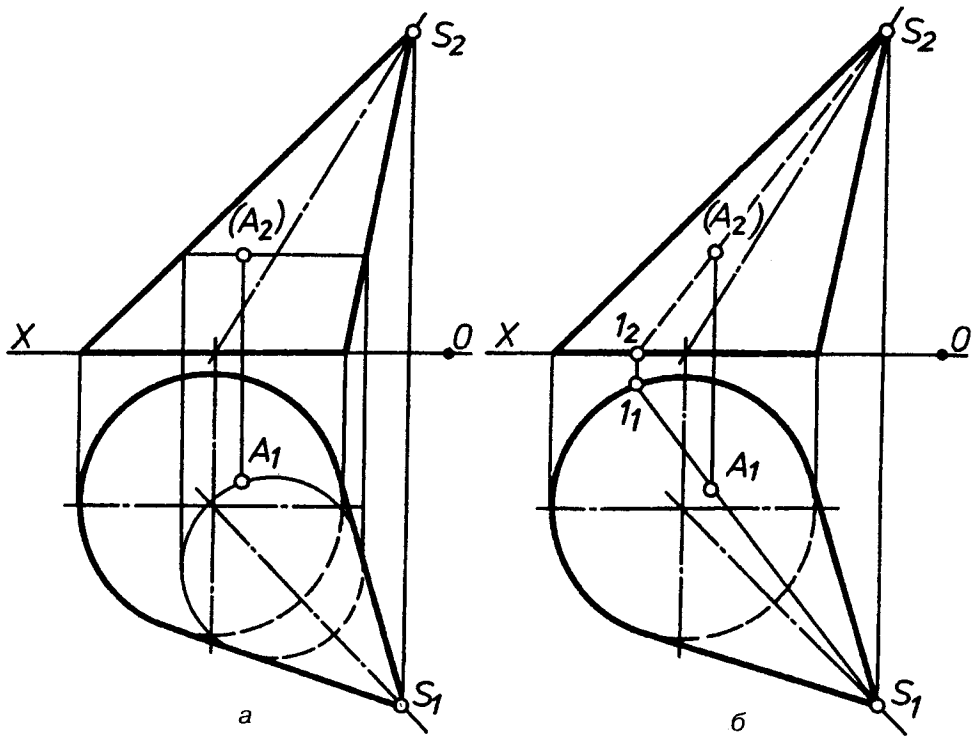


Рис. 4.70

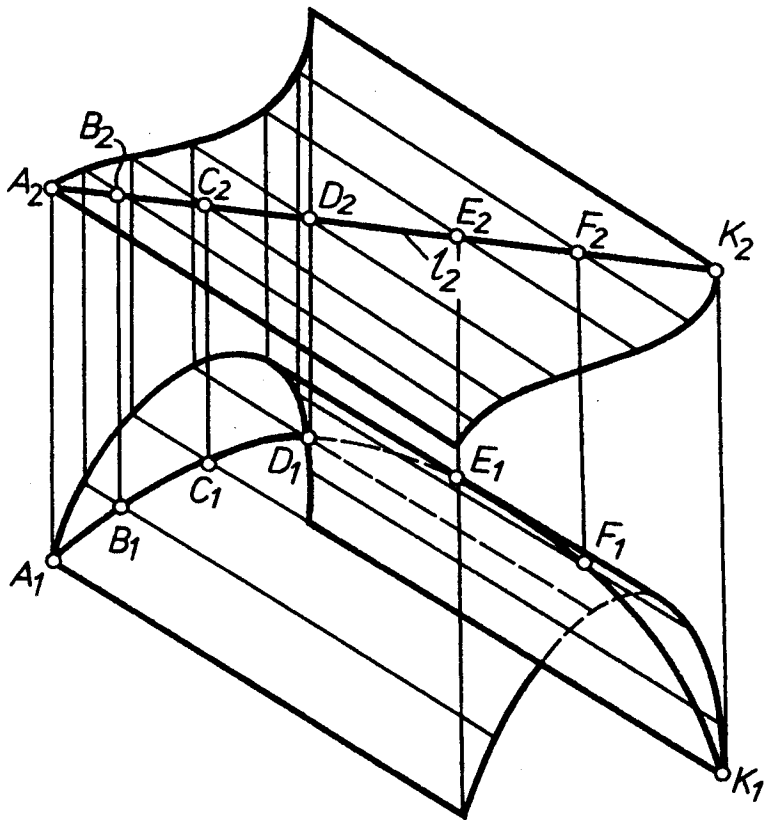


Рис. 4.71

хні. Побудувати горизонтальну проекцію цієї лінії (рис. 4.71).

Розв'язання. Побудуємо лінійчатий каркас поверхні, позначимо точки A_2, B_2, \dots, K_2 , в яких фронтальні проекції прямих твір-

них перетинаються з однойменною проекцією l_2 заданої лінії. Далі будемо горизонтальні проекції $A_1, B_1, C_1, \dots, K_1$ тих же точок і сполучаємо їх лекальною кривою.

ЗАДАЧІ

20. За заданою проекцією t_1 твірної конічної поверхні побудувати t_2 . Знайти твірні конічної поверхні за напрямною l і вершиною S (рис. 4.72).

21. Побудувати твірні циліндричної поверхні за заданою напрямною l і напрямом n твірних (рис. 4.73).

22. Побудувати проекції декількох прямолінійних твірних поверхні коноїда, заданого на рис. 4.74.

23. Побудувати граничні твірні циліндричної поверхні, яка задана напрямною l і твірною t . Задати на поверхні будь-яку точку A , яка була б видимою на фронтальній і горизонтальній проекціях (рис. 4.75).

24. Побудувати конічну поверхню, задану вершиною S і напрямною l (рис. 4.76). Знайти фронтальну проекцію точки K , що належить цій поверхні.

25. Побудувати поверхню прямого циліндроїда.

26. Побудувати поверхню прямого коноїда.

27. Гіперболічний параболоїд заданий прямими a і b та фронтальною площиною паралелізму. За горизонтальною проекцією точки N , що належить згаданій поверхні, побудувати її фронтальну проекцію (рис. 4.77).

28. Поверхня коноїда задана фронтальною проекційною прямою a , параболою b і фронтальною площиною паралелізму. За горизонтальною проекцією точки K побудувати її фронтальну проекцію (рис. 4.78). Скільки розв'язків має задача?

29. Поверхня циліндроїда задана криволінійними напрямними a і b і горизонтальною площиною паралелізму. За горизонтальною проекцією точки M , що належить згаданій поверхні, побудувати її фронтальну проекцію (рис. 4.79).

30. Побудувати проекції поверхні торса, якщо ребром повороту її є циліндрична гвинтова лінія d . За горизонтальною проекцією точки A , що належить цій поверхні, побудувати її фронтальну проекцію (рис. 4.80).

31. Однопорожнинний гіперболоїд заданий прямими напрямними загального положення a , b і c . Провести його твірну, що проходить через точку K (рис. 4.81).

Зауваження. Через точку $K \in \sigma$ проходить єдина твірна — лінія перетину двох площин $P(K, b)$ і $Q(K, c)$.

32. На поверхні коноїда, заданого кривою σ , прямою b та фронтальною площиною паралелізму, вказати будь-яку точку, віддалену від горизонтальної площини проекцій на відстань h (рис. 4.82).

33. Побудувати проекції похилого циліндра, який заданий основою і напрямом твірної AB . Знайти горизонтальну проекцію точки K , що лежить на бічній поверхні цього циліндра (рис. 4.83).

34. Побудувати проекції циліндра, заданого його основою і горизонтальною проекцією A_1B_1 твірної. Точка M лежить на поверхні циліндра (рис. 4.84).

35. Побудувати проекції конуса, заданого основою, що лежить у горизонтальній площині проекцій, і вершиною S , яка лежить у фронтальній площині проекцій. Побудувати фронтальну проекцію точки K , що належить бічній поверхні конуса (рис. 4.85).

36. Задані вісь i та фронтальна проекція поверхні обертання. Побудувати горизонтальну проекцію цієї поверхні та знайти горизонтальні проекції точок A і B , що належать згаданій поверхні (рис. 4.86).

37. Задано горизонтальну проекцію тора, який лежить у горизонтальній площині проекцій. Побудувати його фронтальну проекцію і знайти на поверхні довільну точку (рис. 4.87).

38. Побудувати фронтальну проекцію кривої $ABCDEF$, яка лежить на поверхні кулі (рис. 4.88).

39. Побудувати горизонтальну проекцію кривої $ABCDE$, яка лежить на поверхні конуса (рис. 4.89).

40. Побудувати фронтальну проекцію кривої $ABCDE$, яка лежить на поверхні циліндра обертання (рис. 4.90).

41. Побудувати фронтальну проекцію кривої l , що належить поверхні однопорожнинного гіперболоїда, який заданий прямолінійними напрямними a і b та площиною паралелізму Q , якщо відома горизонтальна проекція l_1 кривої l (рис. 4.91).

42. Поверхня обертання задана віссю i та прямолінійною твірною t . Побудувати проекції головного меридіана поверхні. Визначити назву цієї поверхні (рис. 4.92).

43. Побудувати проекції трубчастої поверхні, яка утворена рухом кулі, центр якої переміщується по правій циліндричній гвинтовій лінії. Крок P і радіус R гвинтової лінії задані (рис. 4.93).

44. Побудувати поверхню прямого гелікоїда, заданого напрямними m та i , де m — права циліндрична гвинтова лінія діаметром D і кроком P ; i — вісь цієї лінії; площиною паралелізму є горизонтальна площина проекцій. Поверхню обмежити лініями m та i (рис. 4.94).

45. Побудувати поверхню похилого (косоного) гелікоїда, заданого віссю i , напрямною m (права циліндрична гвинтова лінія діаметром D і кроком P) та напрямним конусом з кутом при вершині $\alpha = 45^\circ$. Поверхню обмежити лініями m та i (рис. 4.95).

46. За заданою висотою h і суміщеною основою побудувати проекції циліндра обертання, який стоїть на площині P (рис. 4.96).

47. Побудувати проекції конуса обертання, який стоїть на площині Q і вершиною якого є точка S . Діаметр основи конуса становить половину його висоти (рис. 4.97).

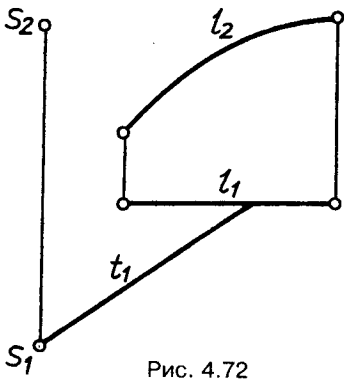


Рис. 4.72

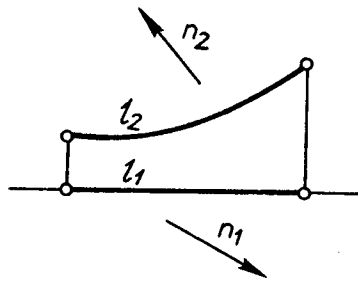


Рис. 4.73

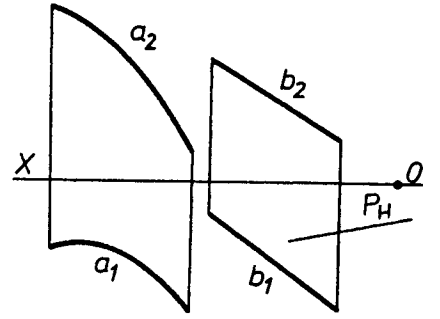


Рис. 4.74

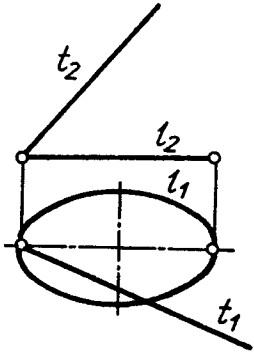


Рис. 4.75

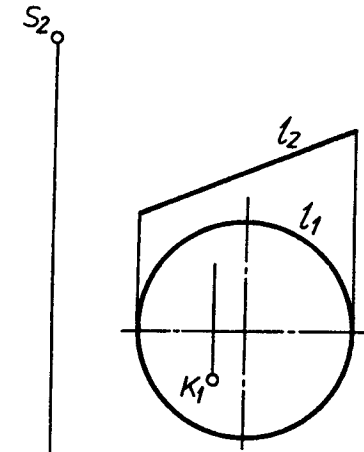


Рис. 4.76

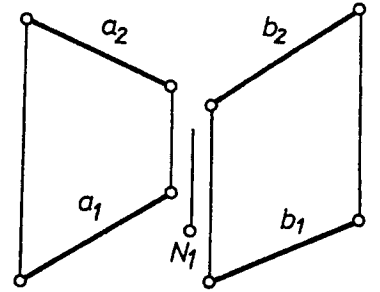


Рис. 4.77

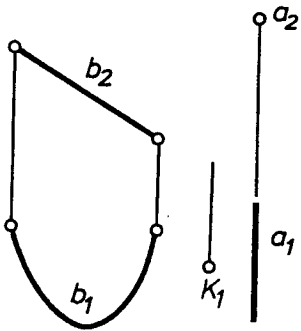


Рис. 4.78

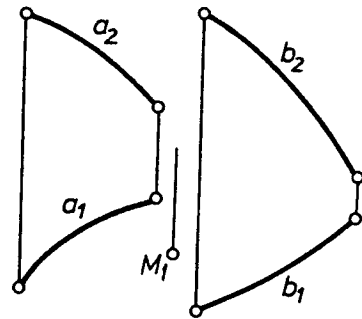


Рис. 4.79

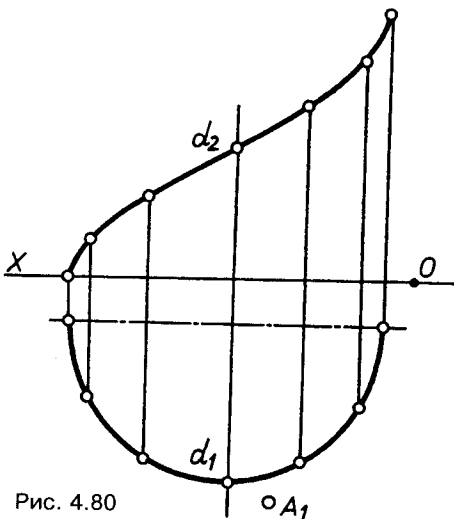


Рис. 4.80

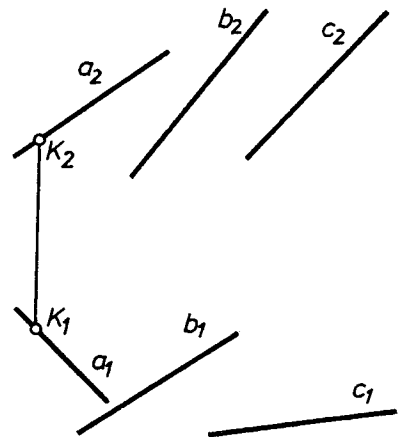


Рис. 4.81

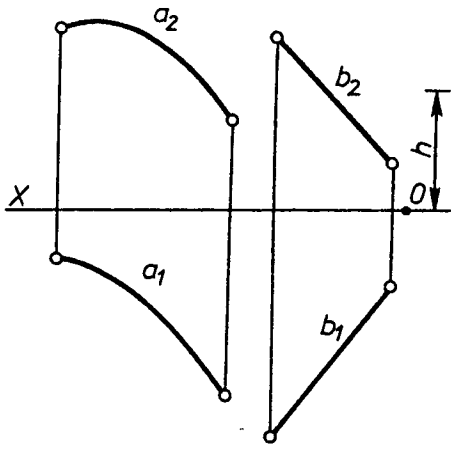


Рис. 4.82

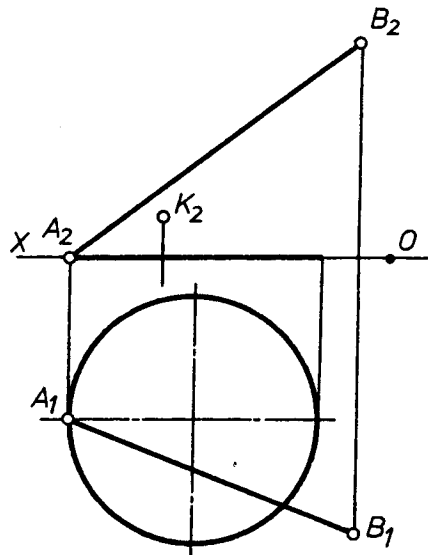


Рис. 4.83

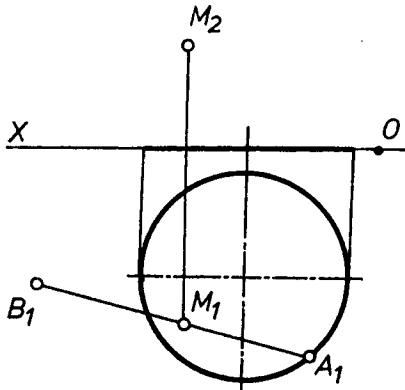


Рис. 4.84

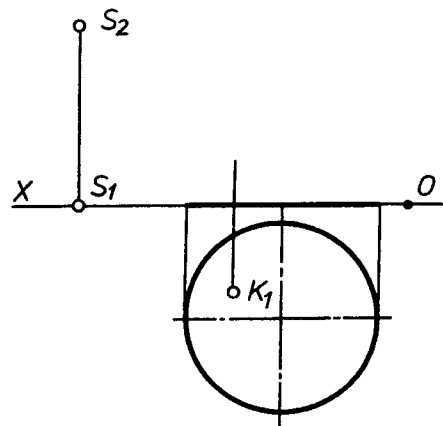


Рис. 4.85

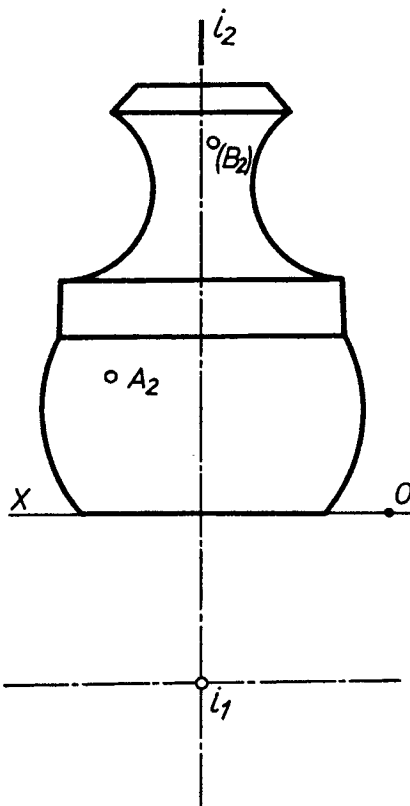


Рис. 4.86

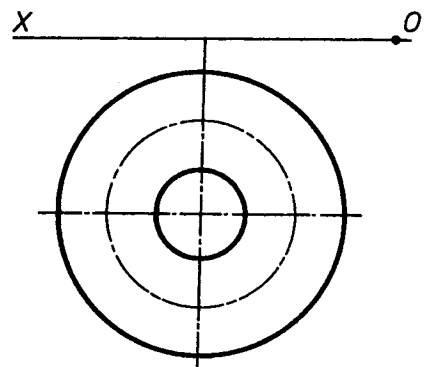


Рис. 4.87

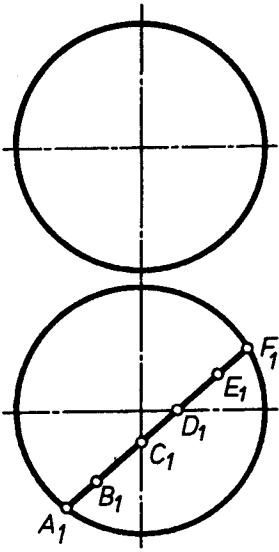


Рис. 4.88

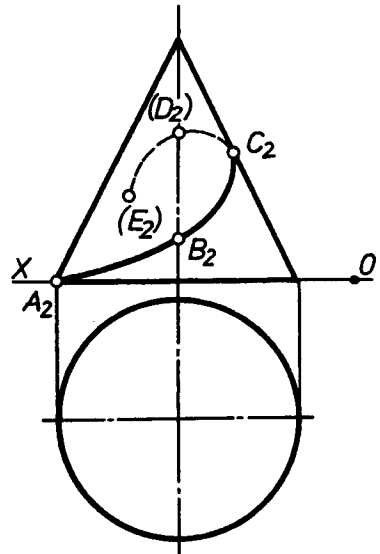


Рис. 4.89

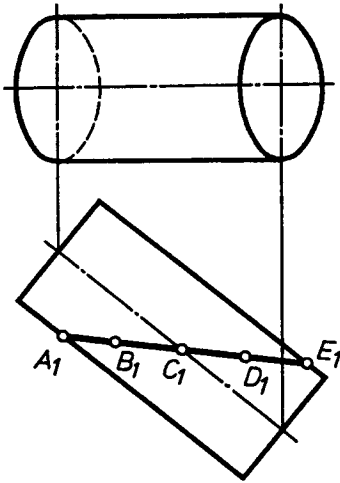


Рис. 4.90

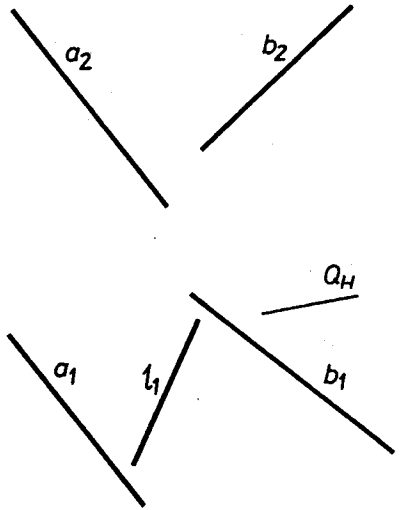


Рис. 4.91

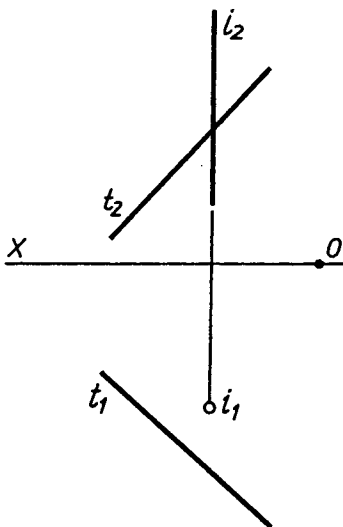


Рис. 4.92

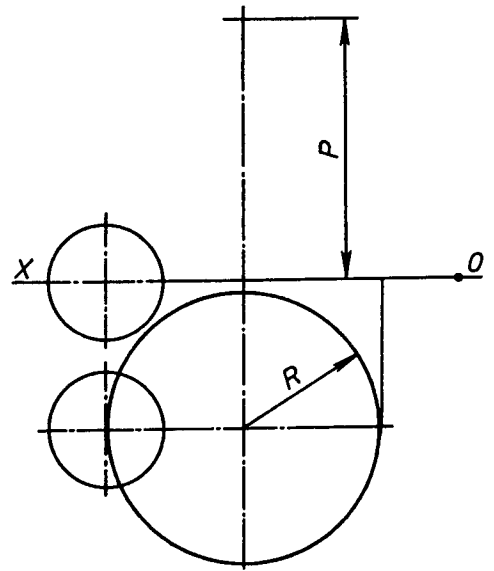


Рис. 4.93

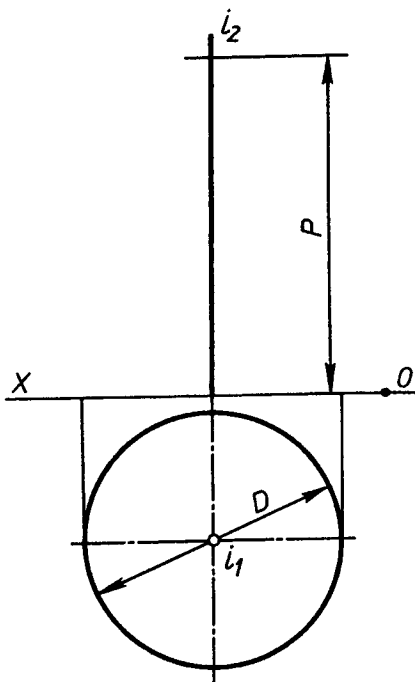


Рис. 4.94

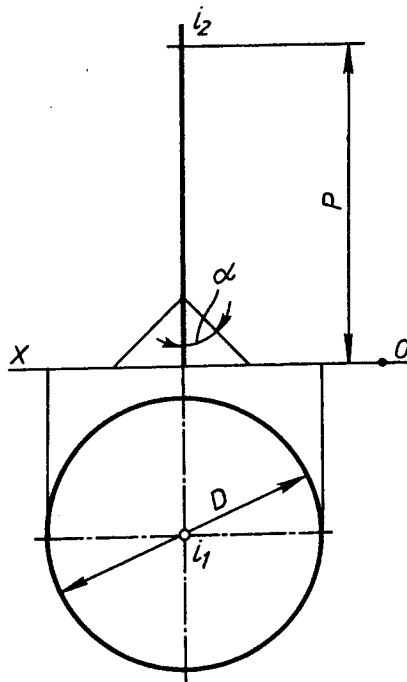


Рис. 4.95

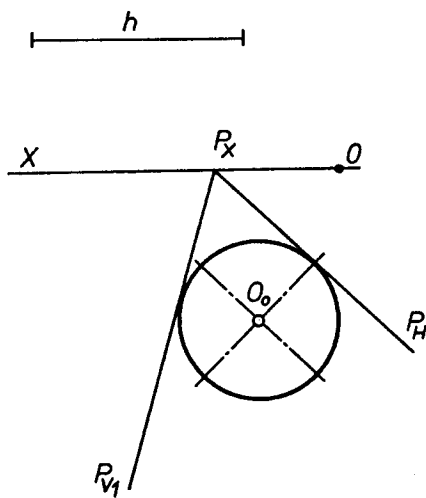


Рис. 4.96

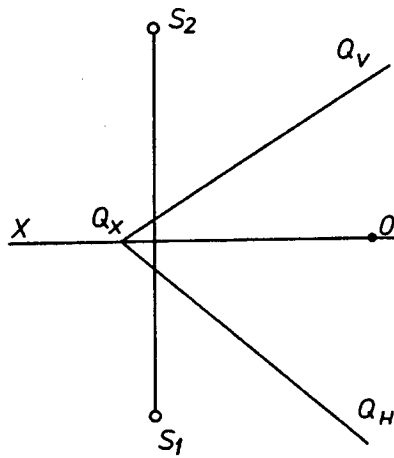


Рис. 4.97

4.3. Перетин поверхонь площиною і лінією

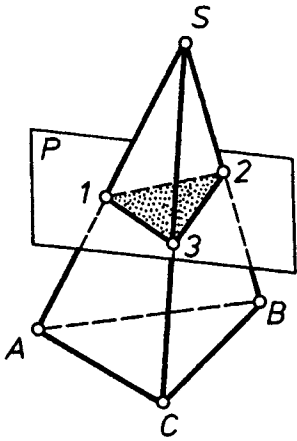
4.3.1. Загальні відомості

1. Лінія перетину многогранника площиною визначається або за точками перетину ребер многогранника, або за лініями перетину граней многогранника з цією площиною (рис. 4.98). У першому випадку («спосіб ребер») знаходимо точку перетину прямої з площиною, у другому («спосіб граней») — визначаємо лінію перетину площин.

2. Многокутник, утворений від перетину многогранника площиною, називається фігурою перерізу. Кількість сторін многокутника

перерізу дорівнює кількості граней, які перетинаються січною площиною.

3. При перетині кривих поверхонь площиною в загальному випадку криві лінії утворюються шляхом знаходження точок перетину твірних поверхні з січною площиною (рис. 4.99). Якщо ж крива поверхня нелінійчата, то для побудови лінії перетину такої поверхні площиною необхідно застосовувати допоміжні площини (рис. 4.100). Точки шуканої лінії знаходять на перетині ліній, по яких допоміжні січні площини перетинають поверхню і площину. Здебільшого слід користуватися проєкційними площинами, оскільки вони перетинають поверхні по лініях, які легко побудувати, — прямих і колах.



Метод ребер

1 ⇒ SA ∩ P

2 ⇒ SB ∩ P

3 ⇒ SC ∩ P

Метод граней

12 ⇒ ASB ∩ P

23 ⇒ BSC ∩ P

13 ⇒ ASC ∩ P

Рис. 4.98

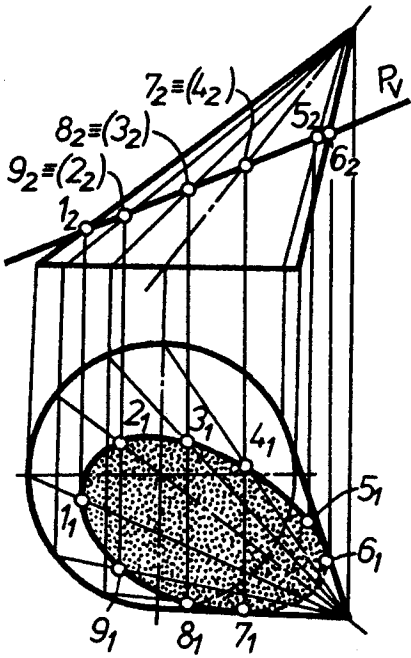


Рис. 4.99

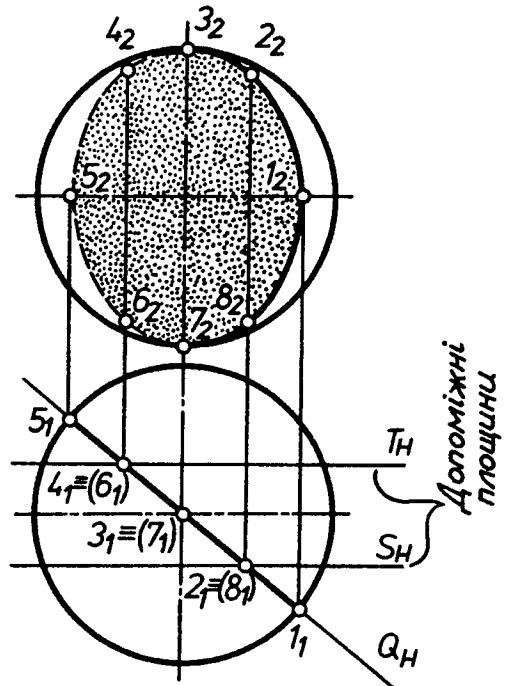


Рис. 4.100

4.3.2. Плоскі перерізи многогранників і кривих поверхонь

1. Фігура перерізу поверхонь проєкціюється на площину проєкцій без спотворення (у справжню величину), якщо січна площина паралельна площині проєкцій (рис. 4.101, 4.102).

2. Проєкції фігури перерізу можуть перетворюватися й на відрізки прямих на ті площини проєкцій, до яких площина перерізу перпендикулярна (рис. 4.99–4.102).

3. Залежно від положення січної площини стосовно осі прямого кругового циліндра у перерізі можуть утворюватися кола, еліпси, чотирикутники; січна площина при цьому відповідно перпендикулярна, нахилена під певним кутом, паралельна осі циліндра.

4. Січна площина завжди перетинає сферу по колу, яке проєкціюється у вигляді відрізка прямої лінії (на рис. 4.100 — горизонтальна проєкція фігури перерізу), у вигляді еліп-

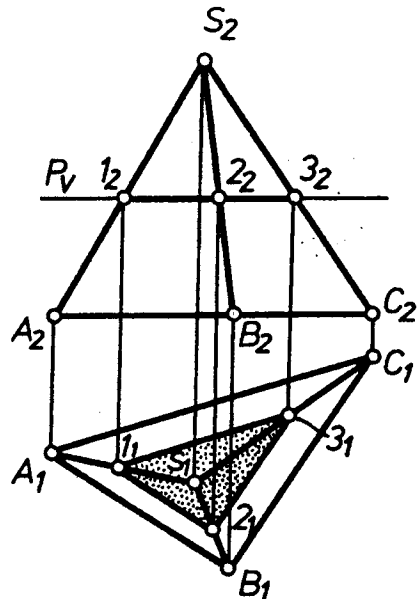


Рис. 4.101

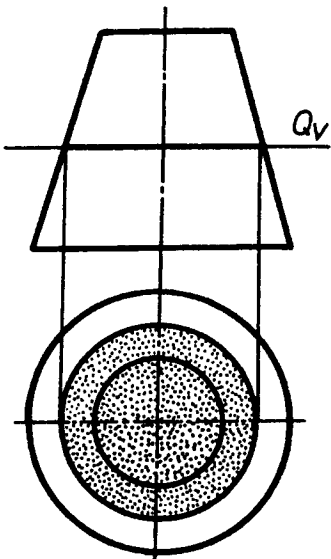


Рис. 4.102

са (на рис. 4.100 — фронтальна проекція фігури перерізу) або кола залежно від положення січної площини щодо площини проєкцій.

4.3.3. Конічні перерізи

1. Залежно від кута нахилу січної площини до осі конуса обертання в перерізі можуть бути: еліпс, парабола, гіпербола, в окремих випадках — коло, подвійна пряма, дві перетинні прямі, точка.

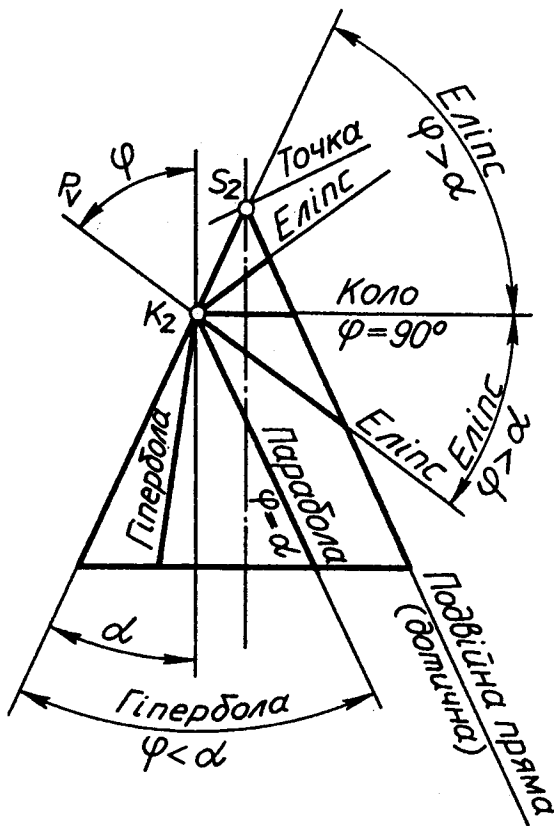


Рис. 4.103

2. Якщо площина P перетинає всі твірні конуса обертання, тобто якщо $\varphi > \alpha$, то лінією перерізу є еліпс (рис. 4.103). Така площина перетинає кожен твірну у скінченній (дійсній) точці. В окремому випадку ($\varphi = 90^\circ$) площина перетинає конус обертання по колу; переріз перетворюється на точку, якщо площина проходить через вершину конуса обертання.

3. Якщо площина P паралельна одній твірній конуса обертання, тобто $\varphi = \alpha$, то лінією перетину є парабола — крива другого порядку, що має одну нескінченно віддалену точку. В окремому випадку, коли площина дотична до поверхні конуса, переріз перетворюється на пряму, яка розглядається як подвійна пряма (рис. 4.103).

4. Якщо площина P паралельна двом твірним конуса обертання, тобто $\varphi < \alpha$, то лінією перетину є гіпербола — крива другого порядку, яка, окрім скінченних (дійсних) точок, має дві нескінченно віддалені (невласні) точки (рис. 4.103). В окремому випадку, коли площина проходить через вершину конуса обертання, гіпербола перетворюється на дві перетинні прямі.

4.3.4. Перетин многогранників і кривих поверхонь прямими лініями

1. Перетин многогранника прямою лінією — дві точки, які іноді називають «точками входу і виходу». Щоб визначити ці точки, треба провести згадану пряму допоміжною площиною і знайти лінії її перетину з гранями. Отримані лінії на гранях розташовані в одній площині з цією прямою і їх перетин дає точки, в яких пряма перетинає поверхню (рис. 4.104).

2. Побудова точок перетину прямої лінії з кривою поверхнею здійснюється, як і у випадках з многогранником, за допомогою допоміжних січних площин. Якщо пряма перетинає лінійчасту поверхню, наприклад, конус чи циліндр, то допоміжну площину потрібно вибирати так, щоб вона, проходячи через цю пряму, перетинала поверхню по прямим лініях або по колу.

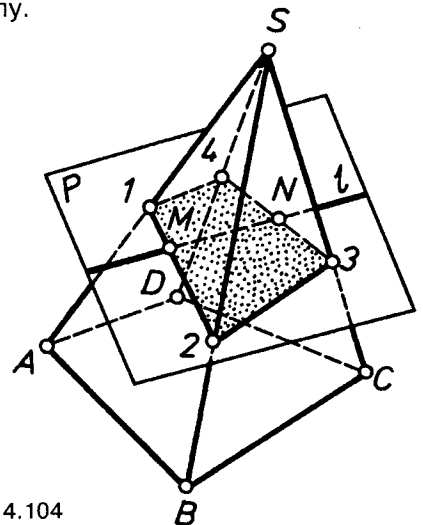


Рис. 4.104

Запитання для самоперевірки

1. Яку найбільшу кількість ребер куба може перетнути одна площина?
2. Яка з площин перетинає куб, утворюючи чотирикутник (рис. 4.105)?
3. Яка фігура утвориться в перерізі трикутної призми площиною, що перетинає два бічні ребра і трикутник основи?
4. Яка фігура утвориться в перерізі чотирикутної піраміди площиною, що перетинає два бічні ребра і чотирикутник основи?
5. Який переріз призми відповідає положенню січної площини P (рис. 4.106)?
6. Який переріз кулі відповідає положенню січної площини Q (рис. 4.107)?
7. Яка площина перетинає конус обертаня по гіперболі (рис. 4.108)?
8. Який переріз тора відповідає положенню січної площини R (рис. 4.109)?
9. На якому рисунку помилково визначені точки перетину прямої l із поверхнею (рис. 4.110–4.112)?

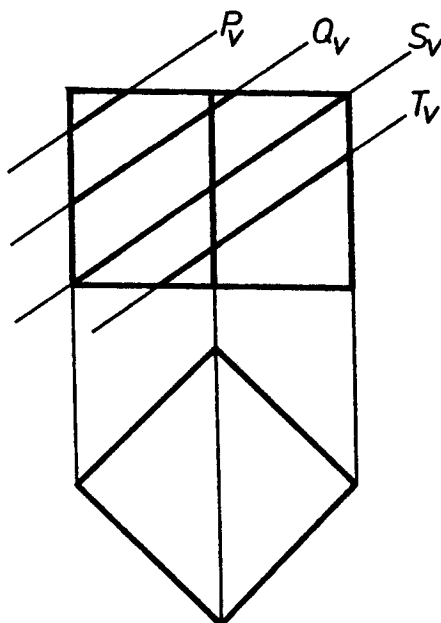


Рис. 4.105

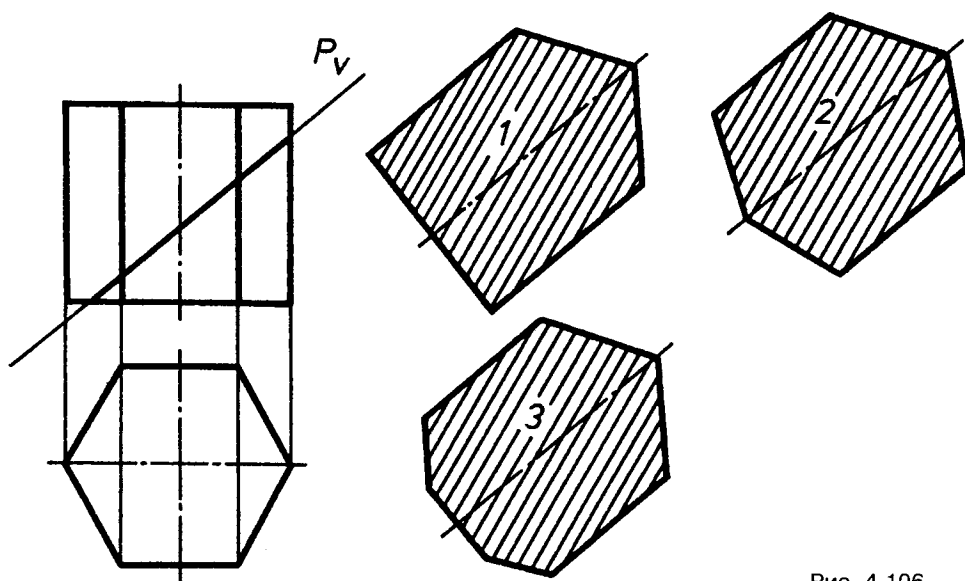


Рис. 4.106

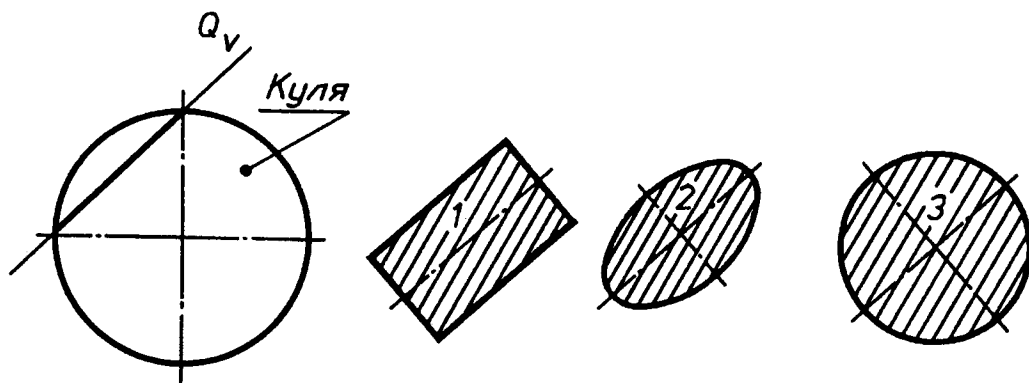


Рис. 4.107

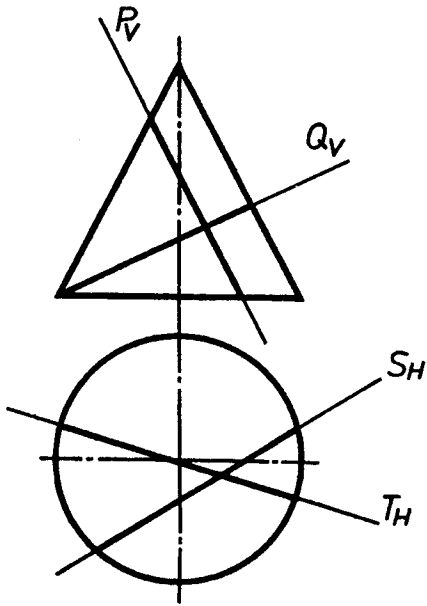


Рис. 4.108

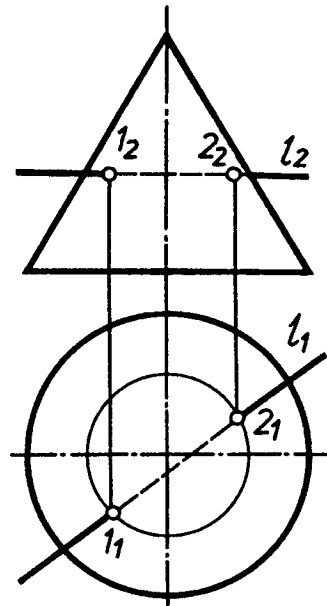


Рис. 4.110

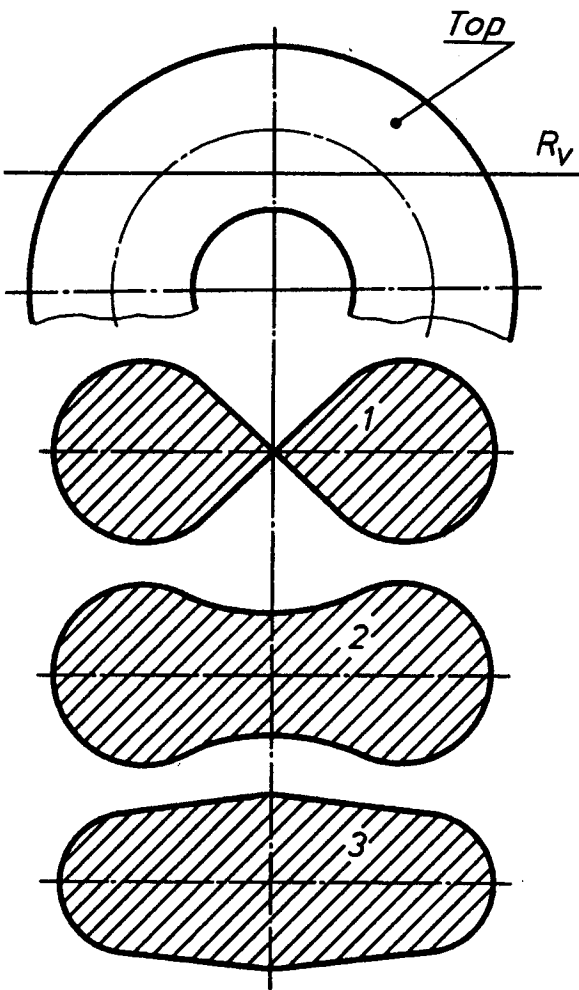


Рис. 4.109

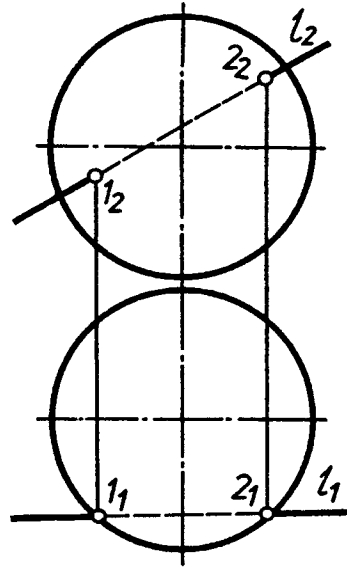


Рис. 4.111

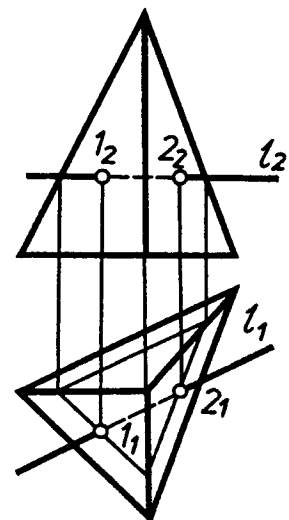


Рис. 4.112

ПРИКЛАДИ

Приклад 12. Побудувати переріз піраміди фронтально-проекційною площиною P_V (рис. 4.113).

Розв'язання. Переріз повинен мати вигляд чотирикутника, фронтальна проекція якого $1_2 4_2 3_2 2_2$ збігається зі слідом P_V і не вимагає побудов. Горизонтальну проекцію $1_1 2_1 3_1 4_1$ отримаємо, проекціюючи точки $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ на

горизонтальні проекції відповідних ребер піраміди, тобто $1_1 \in S_1 A_1, 2_1 \in S_1 B_1, 3_1 \in S_1 C_1, 4_1 \in S_1 D_1$.

Справжню величину фігури (чотирикутника) перерізу визначимо, наприклад, способом плоскопаралельного переміщення. Обертаємо навколо осі, перпендикулярної до фронтальної площини проєкцій, чотирикутник 1234 до горизонтального положення, тобто паралельного горизонтальній площині проєкцій. $1' 2' 3' 4'$ — справжня величина фігури перерізу.

Приклад 13. Побудувати переріз призми горизонтально-проекційною площиною P (рис. 4.114).

Розв'язання. Переріз повинен мати вигляд чотирикутника, оскільки площина P перетинає два бічні ребра (AA', BB') цієї призми і трикутник (ABC) нижньої основи.

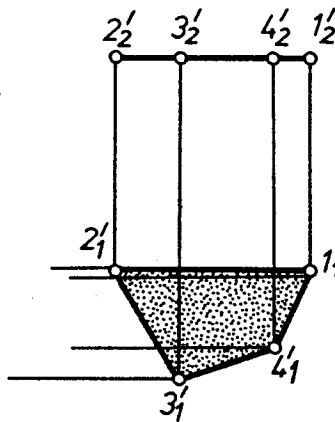
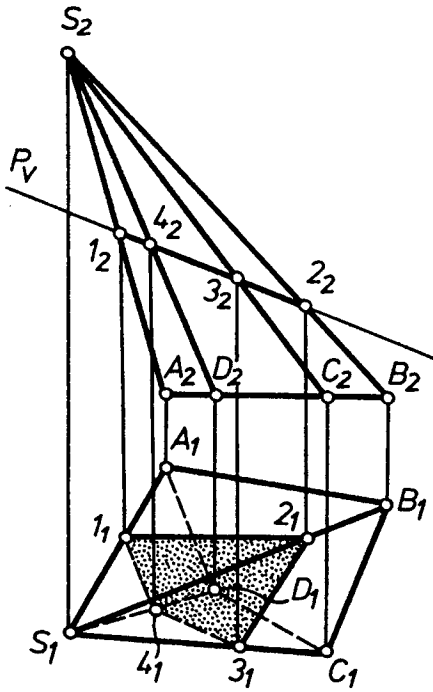


Рис. 4.113

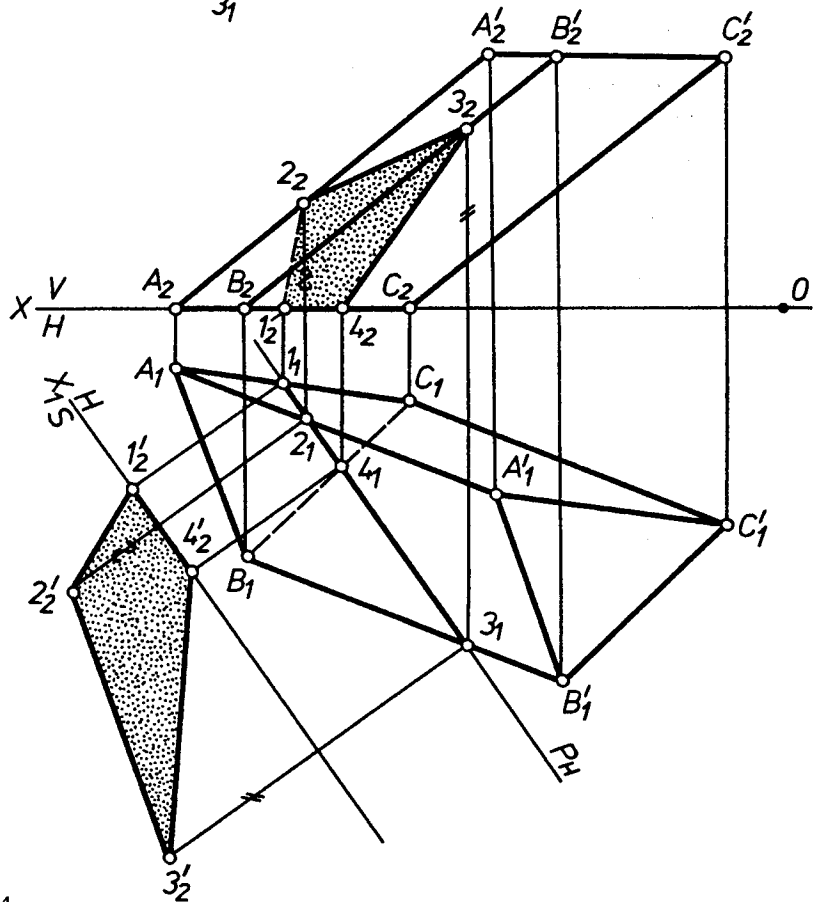


Рис. 4.114

Горизонтальна проекція $1_1 2_1 3_1 4_1$ фігури перерізу збігається зі слідом P_H і не вимагає побудов. Фронтальну проекцію $1_2 2_2 3_2 4_2$ отримуємо, проєкціюючи точки $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ на фронтальні проєкції відповідних ребер і сторін трикутника основи, тобто $1_2 \in A_2 C_2, 2_2 \in A_2 A'_2, 3_2 \in B_2 B'_2, 4_2 \in B_2 C_2$.

Справжню величину фігури (чотирикутника) перерізу визначимо, наприклад, способом заміни площин проєкцій. Вводимо нову площину S , тобто від системи V/H переходимо до системи S/H і будемо відомим способом проєкцію $1'_2 2'_2 3'_2 4'_2$, яка і є справжньою величиною фігури перерізу.

Приклад 14. Побудувати проєкції фігури перерізу піраміди $SABC$ при перетині площиною P ($l \parallel t$) загального положення (рис. 4.115).

Розв'язання. Для побудови проєкцій фігури перерізу визначаємо точки перетину ребер піраміди з площиною P , тобто застосовуємо «спосіб ребер», вводячи допоміжні січні площини R, T, Q . Щоб знайти точку K , у якій ребро SC перетинає площину P , через ребро SC проводимо фронтально-проєкційну площину R (R_V — фронтальний слід цієї площини), яка перетинається з площиною P по прямій 12 . Точку K_1 знаходимо на перети-

ні відрізка $1_1 2_1$ з горизонтальною проєкцією $S_1 C_1$ ребра SC , точку K_2 — на перетині лінії зв'язку з проєкцією $S_2 C_2$.

Щоб побудувати точки L і M , де ребра SB і SA перетинають площину P , проводимо через ребро SB фронтально-проєкційну площину T (T_V — фронтальний слід) і через ребро SA — фронтально-проєкційну площину Q (Q_V — фронтальний слід). За допомогою площини T знаходимо точку L_1 , а за нею — точку L_2 ; за допомогою площини Q — точку M_1 , а потім — точку M_2 .

Послідовно сполучивши прямими точки K_1, L_1, M_1 , отримуємо горизонтальну проєкцію $K_1 L_1 M_1$ фігури перерізу, а точки K_2, L_2, M_2 — фронтальну проєкцію $K_2 L_2 M_2$.

Приклад 15. Побудувати проєкції кривої лінії перетину конічної поверхні з горизонтально-проєкційною площиною Q . Поверхня задана напрямною кривою l і вершиною S (рис. 4.116).

Розв'язання. Будуємо ряд твірних SA, SB, \dots, SF конічної поверхні. Визначаємо точки перетину послідовного ряду цих твірних із заданою площиною Q , множина яких $1, 2, \dots, 6$ утворює лінію перетину поверхні з площиною. Прямолінійна твірна SA перетинає горизонтально-проєкційну площину Q в точці 1 .

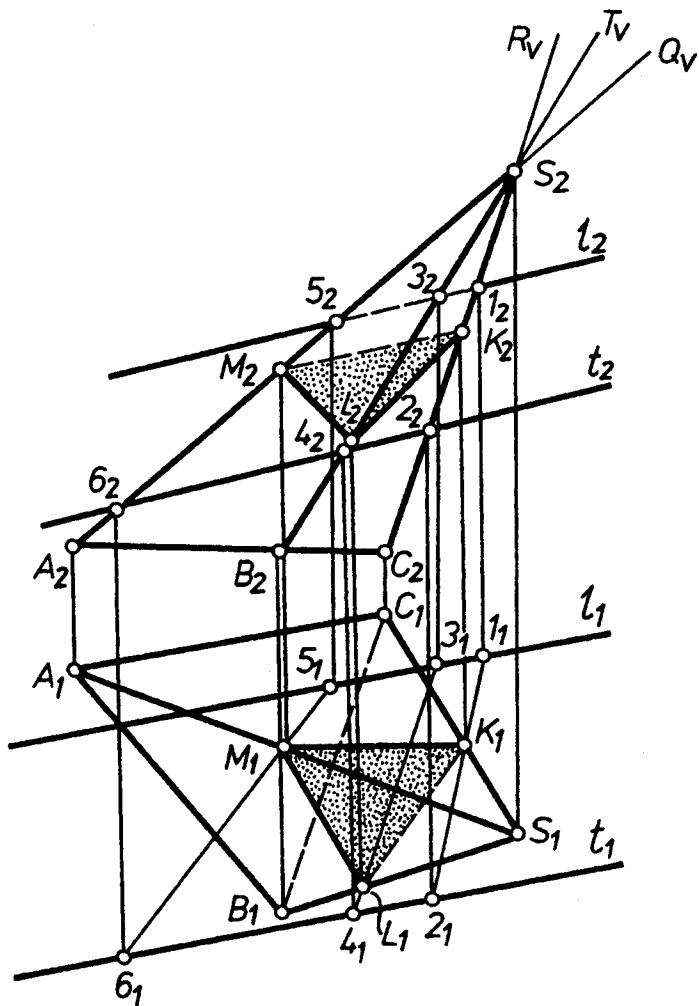


Рис. 4.115

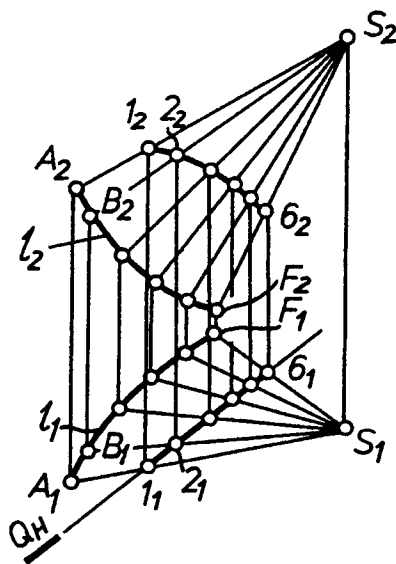


Рис. 4.116

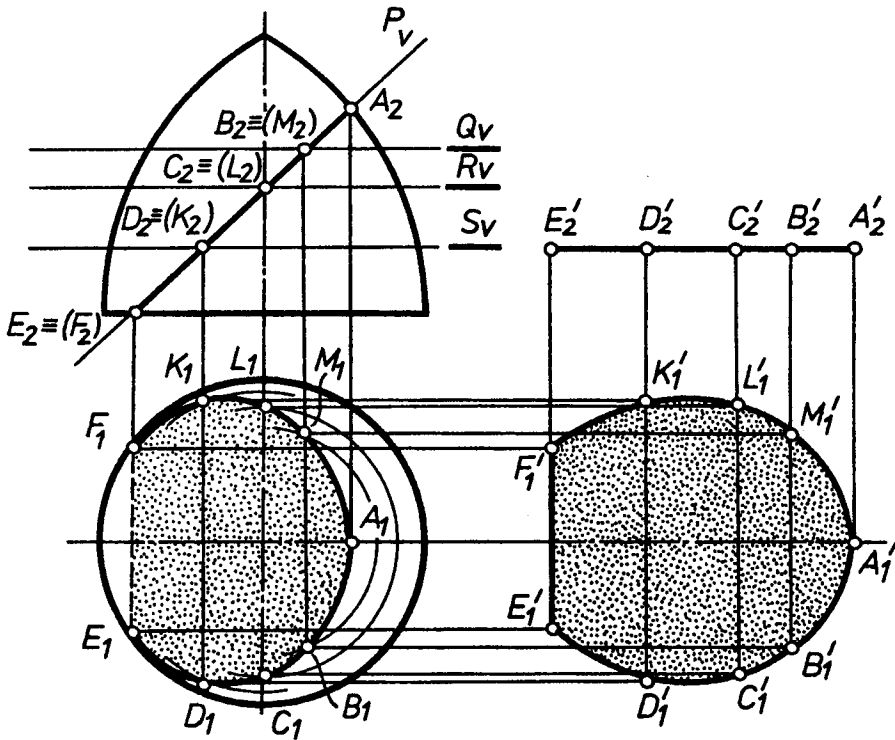


Рис. 4.117

Спочатку визначається горизонтальна проєкція 1_1 точки 1 як точка перетину горизонтальної проєкції S_1A_1 твірної зі слідом Q_H площини. Фронтальна проєкція 1_2 точки 1 визначається в проєкційному зв'язку на фронтальній проєкції S_2A_2 твірної SA . Аналогічно визначені точки $2, \dots, 6$.

Отже, горизонтальна проєкція $1_1, 2_1, \dots, 6_1$ кривої збігається зі слідом Q_H площини, а фронтальну отримуємо, сполучивши послідовно плавною кривою точки $1_2, 2_2, \dots, 6_2$.

Приклад 16. Визначити справжню величину перерізу поверхні обертання заданою фронтально-проєкційною площиною P (рис. 4.117).

Розв'язання. Фронтальна проєкція перерізу збігається з фронтальним слідом P_V заданої площини і дорівнює прямій A_2E_2 . Точка A (A_1, A_2) визначена на перетині головного меридіана поверхні з площиною P . Задана площина перетинає основу поверхні (круг) по лінії EF (E_1F_1, E_2F_2).

Для побудови інших потрібних точок перерізу беремо допоміжні площини Q, R, S , паралельні горизонтальній площині проєкцій, які проводимо через довільно вибрані точки B_2, C_2, D_2 на фронтальній проєкції перерізу і які перетинають поверхню обертання по колах, а січну площину P — по прямих, перпендикулярних до фронтальної площини проєкцій. У перетині кіл з відповідними прямими знаходимо горизонтальні проєкції точок $B_1, C_1, D_1, K_1, L_1, M_1$ перерізу. Сполучивши між собою плавною кривою точки $A_1, B_1, C_1, \dots, M_1, A_1$, отримуємо горизонтальну проєкцію перерізу.

Справжню величину фігури перерізу визначаємо плоскопаралельним переміщенням, розташувавши фігуру перерізу горизонтально. Тоді $A'_1B'_1C'_1, \dots, M'_1A'_1$ — справжня величина фігури перерізу.

Приклад 17. Визначити справжню величину перерізу конуса обертання горизонтально-проєкційною площиною P (рис. 4.118).

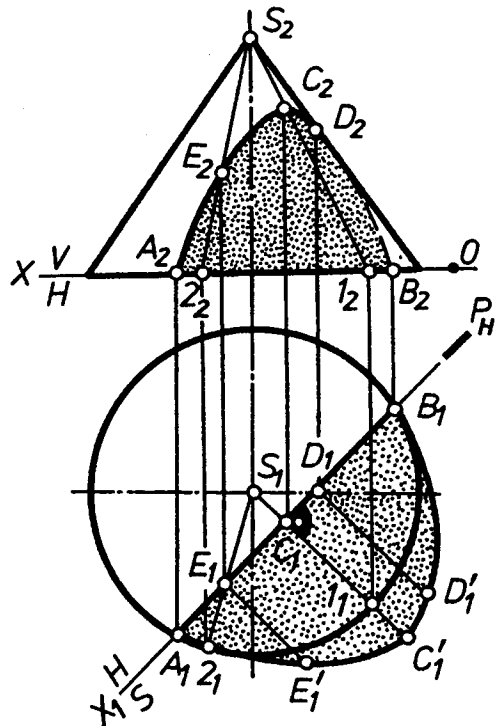


Рис. 4.118

Розв'язання. Перерізом конуса буде гіпербола, оскільки площина P паралельна двом твірним конуса і не проходить через вісь конуса. Проекція гіперболи на горизонтальній площині проєкцій має вигляд прямої, яка збігається зі слідом P_H . Характерні точки гіперболи A і B , в яких вона перетинає площину H , розташовані на перетині кола основи конуса зі слідом P_H . Точки A_2 і B_2 лежать на осі OX і визначаються за точками A_1 і B_1 . Для побудови вершини гіперболи — точки C — проведемо спочатку твірну $S1$ (S_11_1 , S_21_2) конуса так, щоб горизонтальна проєкція S_11_1 була перпендикулярна до сліду P_H . Точку C (C_1 , C_2) отримуємо на перетині твірної $S1$ з площиною P (спочатку визначено C_1 , потім — C_2). Точку D (D_1 , D_2) визначаємо безпосередньо на правій крайній твірній конуса; фронтальна проєкція D_2 поділяє фронтальну проєкцію гіперболи на видимі і невидимі частини. Проекції інших допоміжних точок гіперболи можна знайти за допомогою твірних конуса, як це зроблено для визначення точки E (E_1 , E_2), або за допомогою горизонтальних січних площин аналогічно побудові точок K , L , M , N , O , P у прикладі 16. Сполучивши плавною кривою

фронтальні проєкції побудованих точок, знайдемо фронтальну проєкцію гіперболи.

Справжню величину фігури перерізу визначено способом заміни площин проєкцій (див. приклад 13).

Приклад 18. Побудувати проєкції лінії перетину тора горизонтально-проєкційною площиною P (рис. 4.119).

Розв'язання. Побудова кривої перетину тора площиною здійснюється за допомогою площин, які перетинають тор і січну площину. При цьому для тора добираються площини, які перетинають його по колах. Тут такими площинами будуть горизонтальні площини, наприклад, Q , T , S , U , G , які перпендикулярні до осі тора і перетинають його по колах. Коло радіусом R є лінією перетину тора (кругового кільця) горизонтальною допоміжною площиною Q . Це коло перетинається зі слідом P_H у точках 5_1 і 6_1 ; на сліду Q_V знаходимо 5_2 і 6_2 . Ця ж площина Q перетинає тор по колу радіусом R_1 , за допомогою якого отримуємо точки 7 (7_1 , 7_2) і 8 (8_1 , 8_2). Точка 3 (3_1 , 3_2) визначена за допомогою кола, дотичного до сліду P_H . Точки 9_2 і 10_2 поділяють фронтальну проєкцію лінії перетину на видимі і не-

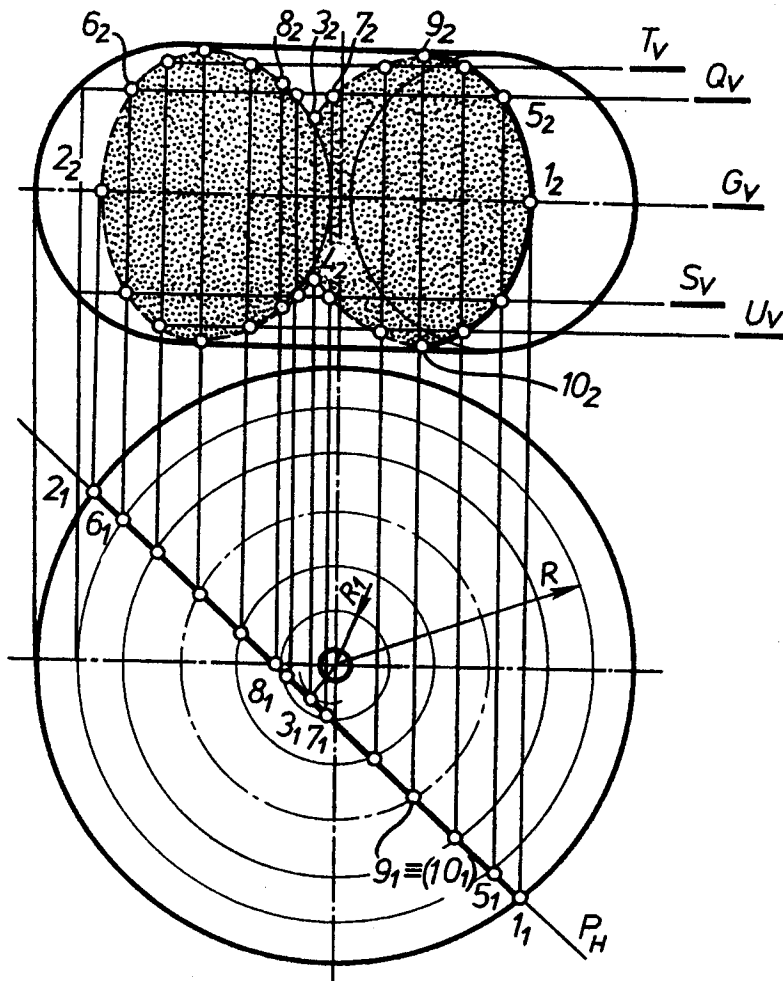


Рис. 4.119

видиму частини. Крайня права $1(1, 1_2)$ і крайня ліва $2(2, 2_2)$ точки побудовані за допомогою площини G .

Інші проміжні точки лінії перетину знайдені за допомогою площин T, S, U .

Сполучивши плавною кривою фронтальні проєкції побудованих точок, визначимо фронтальну проєкцію лінії перерізу. Проєкція лінії перерізу на горизонтальну площину має вигляд прямої, яка збігається зі слідом P_H .

Приклад 19. Визначити проєкції перерізу прямого кругового циліндра площиною довільного положення P (рис. 4.120).

Розв'язання. Січна площина, похила до циліндра, перетинає всі його твірні, тому в перерізі буде еліпс. Горизонтальна проєкція еліпса проєкціюється в коло, яке збігається з горизонтальною проєкцією циліндра. Фронтальна проєкція перерізу — еліпс, для побудови якого слід визначити велику й малу осі. Велика вісь еліпса лежить на лінії найбільшого нахилу площини P . Цією лінією є лінія перетину площини P з горизонтально-проєкційною площиною Q , проведеною через вісь циліндра перпендикулярно до площини P ; на епюрі слід Q_H перпендикулярний до сліду P_H . Площина Q перетинає площину P по прямій

MN , а циліндр — по твірних 1 і 2 . Великою віссю еліпса є відрізок AB (A, B_1, A_2, B_2) на прямій MN . Поділивши точкою O (O_1, O_2) велику вісь навпіл, через точку поділу проведемо горизонтальну площину R , яка із заданою площиною P перетинається по горизонталі h (h_1, h_2), а циліндр перетинає по колу, що дорівнює колу основи.

Малою віссю еліпса є відрізок CD (C, D_1, C_2, D_2) на горизонталі h .

Допоміжна площина S , проведена через контурні твірні 3 й 4 і паралельна фронтальній площині проєкцій (фронтальна площина), перетинає площину P по фронталі f (f_1, f_2), а циліндр — по крайніх лівій 3 і правій 4 твірних відповідно в точках E і F . Ці точки є межею видимої й невидимої частин фігури перерізу на фронтальній площині проєкцій.

Для визначення точок перетину осьових твірних 5 і 6 з площиною P через останні проводимо фронтальні площини T і G , які перетинаються з твірними 5 і 6 у точках K і L .

Для побудови будь-якої іншої точки лінії перетину можна скористатися або горизонтальними, або фронтальними, або горизонтально-проєкційними площинами, тобто такими, які у перерізі з циліндром утворюють

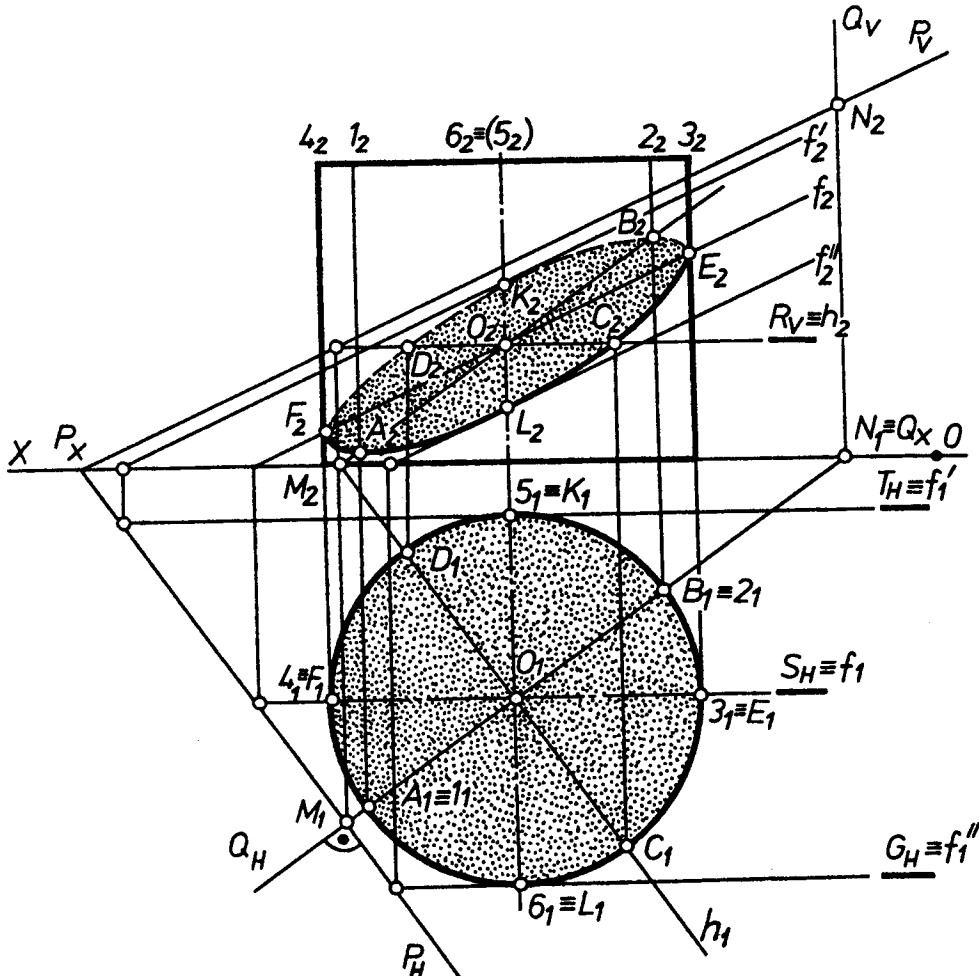


Рис. 4.120

найпростіші фігури — кола, прямі лінії, а з січною площиною — прямі.

Сполучивши плавною кривою точки $A, L, C, E, B, K, D, F, A$, отримаємо фігуру перерізу (еліпс) циліндра площиною довільного положення P .

Приклад 20. Визначити проєкції перерізу прямого кругового конуса площиною довільного положення P ($h \cap f$) (рис. 4.121).

Розв'язання. Для побудови проєкцій перерізу знаходять точки, які лежать на обрисі фронтальної проєкції конуса. Для цього через вісь конуса проведена допоміжна січна площина Q , паралельна фронтальній площині проєкцій, слід цієї площини — Q_H . Площина Q перетинає площину P по фронталі f' (f'_1, f'_2), а конус — по двох твірних. Точки A і B , отримані при перетині фронталі з твірними, належать шуканій лінії перерізу конуса з площиною P . У точках A_2 і B_2 фронтальна проєкція лінії перерізу дотикається до обрису фронтальної проєкції конуса і поділяється на дві частини: видиму та невидиму.

Для побудови найвищої і найнижчої точок перерізу проведена допоміжна горизонтально-проєкційна площина T , яка перпендикулярна до h_1 і проходить через вісь конуса. Пло-

щина T перетинає конус по твірних $S1$ (S_{11}, S_{21}) і $S2$ (S_{12}, S_{22}), а площину P — по лінії 34 ($3_{14}, 3_{24}$). Точки C і D , отримані в перетині твірних $S1$ і $S2$ з прямою 34 , будуть шуканими точками. Відрізок CD є великою віссю еліпса, який знаходимо при перетині заданого конуса площиною P .

Поділивши точкою O (O_1, O_2) відрізок CD навпіл, отримаємо положення центра еліпса.

Для знаходження проміжних точок лінії перерізу доцільно користуватися горизонтальними січними площинами, оскільки вони перетинають поверхню конуса по колах, а площину P — по горизонталях. Для цієї побудови придатні лише ті площини, у яких фронтальні сліди розташовані в межах між C_2 і D_2 , тому що в цьому випадку вище точки C_2 і нижче точки D_2 не може бути точок, які належать лінії перерізу. На рис. 4.121 одна з таких площин R (R_V — фронтальний слід цієї площини) проведена через точку O , завдяки чому визначені проєкції E_1F_1 і E_2F_2 малої осі еліпса, який отримують при перетині конуса площиною P .

За допомогою площини G визначені проєкції точок L і L' , що належать лінії перерізу.

За допомогою площини U , проведеної через основу конуса, визначено точки M і N , а

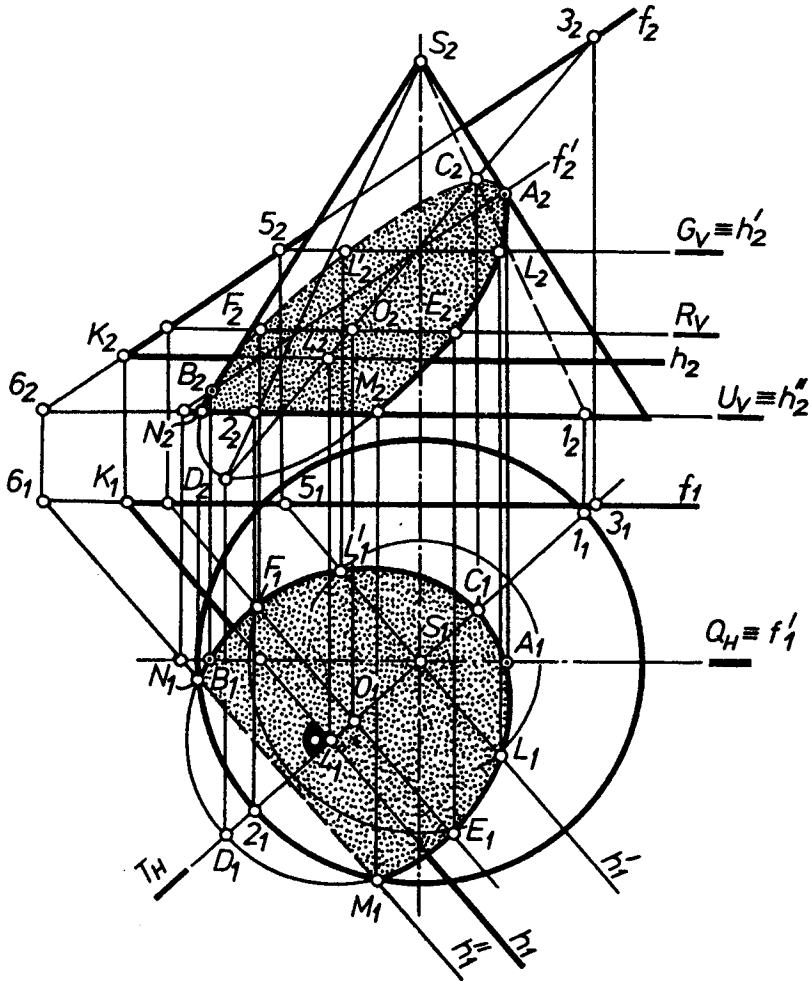


Рис. 4.121

отже, відрізок MN (M_1N_1, M_2N_2), по якому фігура перерізу перетинається з основою конуса.

Сполучивши плавною кривою відповідні проєкції побудованих точок, знайдемо проєкції фігури перерізу конуса площиною P ; фігура перерізу обмежена частиною еліпса $MELACL'FBN$ та лінією MN .

Приклад 21. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею похилої призми (рис. 4.122).

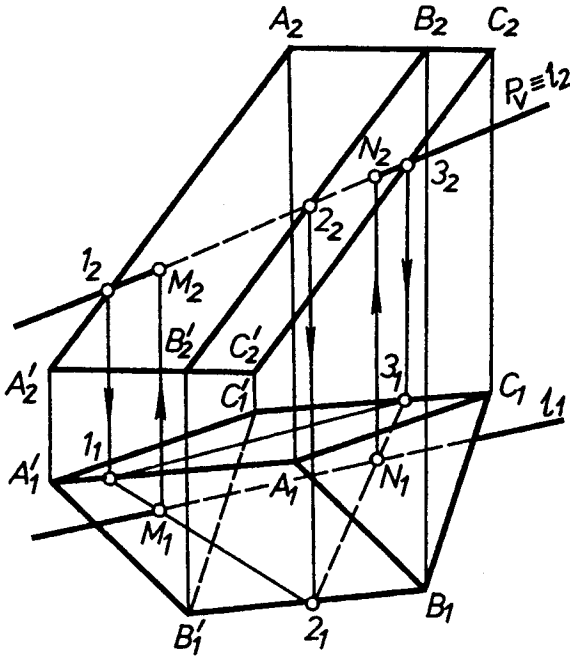


Рис. 4.122

Розв'язання. Проводимо через пряму l допоміжну фронтально-проєкційну площину P , яка перерізає призму по трикутнику 123 . Визначаємо точки M_1 і N_1 перетину прямої l_1 з горизонтальною проєкцією $1_2, 3_1$ фігури перерізу. Потім знаходимо їх фронтальні проєкції M_2 і N_2 , які лежатимуть на перетині ліній зв'язку з фронтальною проєкцією l_2 . Точки M (M_1, M_2) і N (N_1, N_2) — шукані.

Невидима частина прямої l (l_1, l_2) зображена штриховою лінією.

Приклад 22. Побудувати точки перетину прямої t з поверхнею конуса (рис. 4.123).

Розв'язання. Задана пряма t (t_1, t_2) — горизонтально-проєкційна. Горизонтальна проєкція K_1 точки перетину прямої t з бічною поверхнею прямого кругового конуса збігається з горизонтальною проєкцією прямої. Провівши горизонтальну проєкцію твірної S_1A_1 і побудувавши її фронтальну проєкцію S_2A_2 , знайдемо фронтальну проєкцію K_2 шуканої точки.

Приклад 23. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею конуса (рис. 4.124).

Розв'язання. Відомо, що допоміжну площину, яку проводять через пряму при перетині останньою будь-якої поверхні, необхідно вибирати так, щоб отримати найпростіші перерізи. При перетині кінчної поверхні прямою такою є площина, що проходить через вершину і, як наслідок, перетинає цю поверхню по прямих лініях.

Отже, точки перетину прямої l з поверхнею конуса знаходимо за допомогою площини

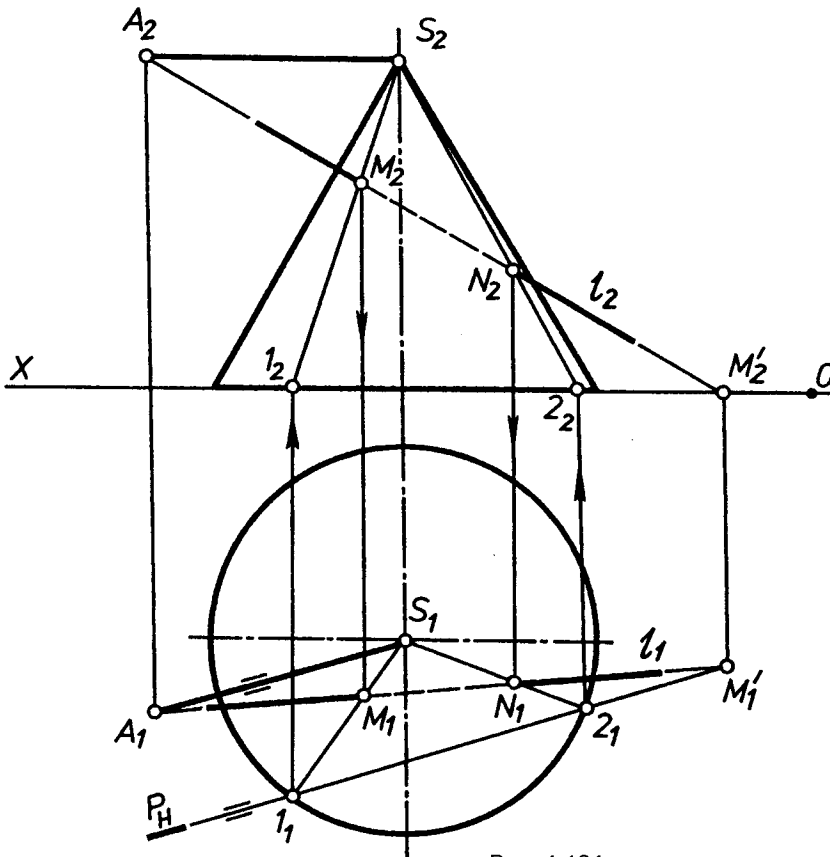


Рис. 4.124

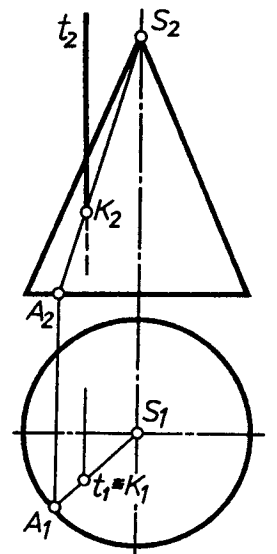


Рис. 4.123

ни P , яка визначається вершиною конуса і цією прямою. Для побудови твірних, по яких площина P перетинає конус, потрібно, крім точки S , знайти ще по одній точці на кожній твірній. Ці точки можуть бути знайдені на перетині сліду площини P , побудованого на площині основи конуса, з колом цієї основи. На рис. 4.124 площина основи конуса розташована в горизонтальній площині проєкцій. Тому для побудови горизонтального сліду P_H цієї площини взяти допоміжна пряма SA (S_1A_1, S_2A_2) — горизонталь площини P і знайдений горизонтальний слід прямої l . Слід P_H проходить через точку M'_1 (горизонтальна проєкція горизонтального сліду прямої l) паралельно проєкції S_1A_1 . Через точки 1 ($1_1, 1_2$) і 2 ($2_1, 2_2$) пройдуть шукані твірні $S1$ (S_11_1, S_21_2) і $S2$ (S_12_1, S_22_2). Точки M (M_1, M_2) і N (N_1, N_2) є точками входу і виходу при перетині прямою l поверхні конуса.

Приклад 24. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею обертання (рис. 4.125).

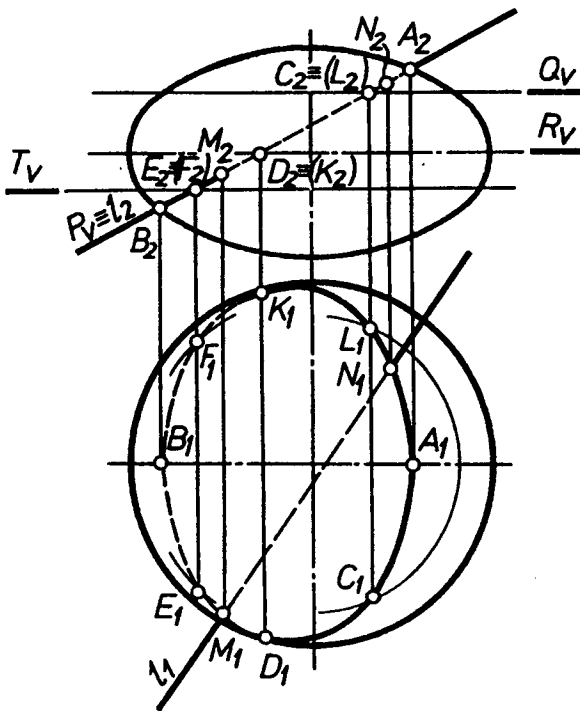


Рис. 4.125

Розв'язання. Через пряму l проводимо фронтально-проєкційну площину P . Будуємо лінію перерізу площини P з поверхнею обертання. Для пошуку точок лінії перерізу доцільно користуватися горизонтальними січними площинами, оскільки вони перетинають поверхню обертання по колах, а площину P — по фронтально-проєкційних прямим. Фронтальна проєкція лінії перерізу збігається з фронтальним слідом P_V площини P . Для отримання горизонтальної проєкції лінії перерізу будуємо горизонтальні проєкції $A_1, C_1, D_1, E_1, B_1, F_1, K_1, L_1$ точок, що належать кривій перерізу, за їх фронтальними проєкці-

ями $A_2, C_2, D_2, E_2, B_2, F_2, K_2, L_2$. Послідовно сполучаючи плавною кривою точки $A_1, C_1, \dots, L_1, A_1$, отримуємо горизонтальну проєкцію лінії перерізу.

Горизонтальні проєкції шуканих точок M_1 і N_1 визначаємо за перетином горизонтальної проєкції лінії перерізу і прямої l_1 . За проєкціями M_1 і N_1 будуємо фронтальні проєкції M_2 і N_2 .

ЗАДАЧІ

48. Побудувати переріз прямої п'ятикутної призми площиною P . Визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.126).

49. Побудувати переріз похилої чотирикутної призми площиною Q ($l \parallel t$). Визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.127).

50. Побудувати переріз похилої трикутної призми площиною S ($\sigma \cap b$). Визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.128).

51. Побудувати проєкції та справжній переріз піраміди площиною P (рис. 4.129).

52. Побудувати проєкції та справжній переріз піраміди площиною Q ($l \parallel t$) (рис. 4.130).

53. Побудувати проєкції та справжній переріз піраміди площиною Q (рис. 4.131).

54. Побудувати переріз прямої тригранної призми площиною P і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.132).

55. Побудувати проєкції та справжній переріз прямої чотиригранної призми площиною Q (рис. 4.133).

56. Побудувати переріз прямої тригранної призми площиною P ($h \cap f$) і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.134).

57. Побудувати проєкції та справжній переріз похилої призми площиною P (рис. 4.135).

58. Побудувати проєкції перерізу похилої призми площиною R ($l \parallel t$) (рис. 4.136).

59. Побудувати проєкції та справжній переріз прямої піраміди площиною P (рис. 4.137).

60. Побудувати проєкції перерізу правильної чотирикутної піраміди площиною Q (рис. 4.138).

61. Побудувати проєкції та справжній переріз правильної шестикутної піраміди площиною R ($l \parallel t$) (рис. 4.139).

62. Побудувати нормальний переріз заданої призми площиною, яка проходить через точку K . Визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.140).

63. Прямокутну призму перерізати площиною P так, щоб у перерізі отримати квадрат. Побудувати фронтальний слід P_V і проєкції перерізу (рис. 4.141).

64. Побудувати лінію перерізу поверхні піраміди площиною, заданою трикутником ABC . Виділити видимі частину площини трикутника (рис. 4.142).

65. Побудувати справжню фігуру перерізу циліндра площиною P (рис. 4.143).
66. Побудувати справжню фігуру перерізу циліндра площиною Q ($l \parallel t$) (рис. 4.144).
67. Побудувати проекції фігури перерізу циліндра площиною T (рис. 4.145).
68. Побудувати проекції нормального перерізу заданого циліндра (рис. 4.146).
69. Побудувати проекції та справжню величину перерізу заданого конуса площиною P ($l \parallel t$) (рис. 4.147).
70. Побудувати проекції та справжній переріз заданого конуса площиною Q (рис. 4.148).
71. Побудувати проекції та справжній переріз конуса площиною T (рис. 4.149).
72. Побудувати проекції фігури перерізу конуса площиною P ($\sigma \parallel b$) (рис. 4.150).
73. Побудувати переріз параболоїда обертання площиною Q і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.151).
74. Побудувати переріз однопорожнинного гіперболоїда обертання площиною P і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.152).
75. Побудувати переріз однопорожнинного гіперболоїда обертання площиною T (рис. 4.153).
76. Побудувати переріз параболоїда обертання площиною R ($l \parallel t$) (рис. 4.154).
77. Побудувати переріз кулі площиною P (рис. 4.155).
78. Побудувати переріз кулі площиною Q ($l \parallel t$) (рис. 4.156).
79. Побудувати проекції та справжній переріз циліндра площиною довільного положення P (рис. 4.157).
80. Побудувати переріз циліндра площиною Q (рис. 4.158).
81. Побудувати проекції та справжній переріз циліндра площиною S ($h \cap f$) (рис. 4.159).
82. Побудувати переріз заданого циліндра площиною P (рис. 4.160).
83. Побудувати проекції та справжній переріз конуса обертання площиною P (рис. 4.161).
84. Побудувати переріз конуса обертання площиною Q (рис. 4.162).
85. Побудувати переріз конуса обертання площиною T ($h \cap f$) (рис. 4.163).
86. Побудувати переріз конуса площиною P (рис. 4.164).
87. Побудувати переріз поверхні кулі площиною довільного положення Q (рис. 4.165).
88. Побудувати переріз тора площиною P (рис. 4.166).
89. Побудувати переріз тора площиною Q і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.167).
90. Побудувати проекції лінії перерізу поверхні тора площиною R (рис. 4.168).
91. Побудувати переріз тора площиною P і визначити справжню фігуру перерізу (рис. 4.169).
92. Побудувати точки перетину призми прямою l (рис. 4.170).
93. Визначити точки перетину призми прямою t (рис. 4.171).
94. Побудувати точки перетину похилої призми прямою l (рис. 4.172).
95. Побудувати точки перетину горизонтально-проекційної прямої S із гранями похилої призми (рис. 4.173).
96. Визначити точки перетину горизонтальної прямої σ з поверхнею піраміди (рис. 4.174).
97. Побудувати точки перетину горизонтально-проекційної прямої l з поверхнею піраміди (рис. 4.175).
98. Побудувати точки перетину фронтально-проекційної прямої t з поверхнею піраміди (рис. 4.176).
99. Визначити точки перетину прямої l з поверхнею піраміди (рис. 4.177).
100. Визначити точки перетину фронтальної прямої l з поверхнею циліндра (рис. 4.178).
101. Побудувати точки перетину прямої t з поверхнею циліндра (рис. 4.179).
102. Визначити точки перетину горизонтальної прямої s з поверхнею конуса (рис. 4.180).
103. Побудувати точки перетину проекційних прямих m і n з поверхнею обертання (рис. 4.181).
104. Побудувати точки перетину горизонтальної прямої h з поверхнею однопорожнинного гіперболоїда (рис. 4.182).
105. Побудувати точки перетину проекційних прямих t і s з поверхнею тора (рис. 4.183).
106. Визначити точки перетину горизонтальної прямої h з поверхнею тора (рис. 4.184).
107. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею конуса (рис. 4.185).
108. Побудувати точки перетину прямої t з поверхнею зрізаного конуса (рис. 4.186).
109. Побудувати точки перетину прямої l з поверхнею похилого конуса (рис. 4.187).
110. Побудувати точки перетину прямої t з поверхнею похилого циліндра (рис. 4.188).
111. Побудувати точки перетину відрізка AB з поверхнею кулі (рис. 4.189).
112. Визначити точки перетину прямої MN з поверхнею обертання. Пряма MN перетинає вісь поверхні обертання (рис. 4.190).

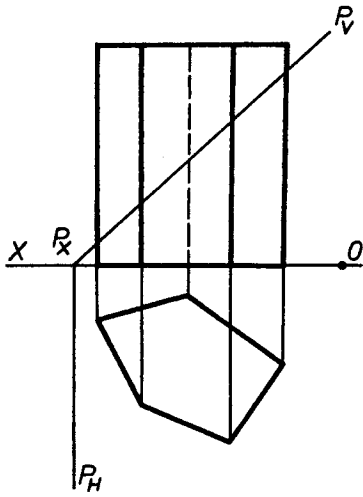


Рис. 4.126

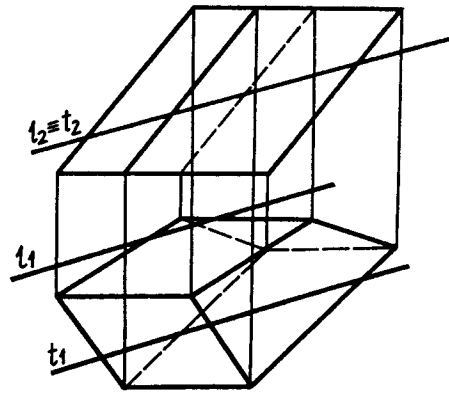


Рис. 4.127

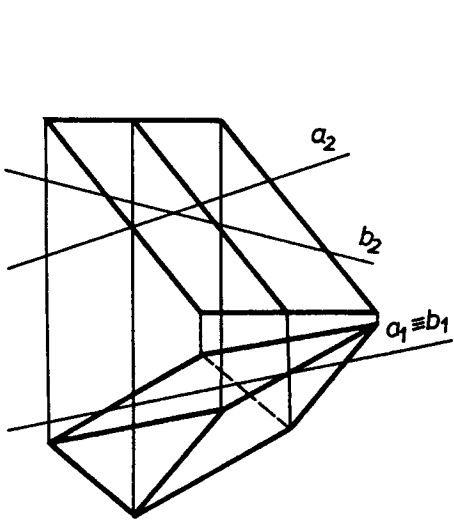


Рис. 4.128

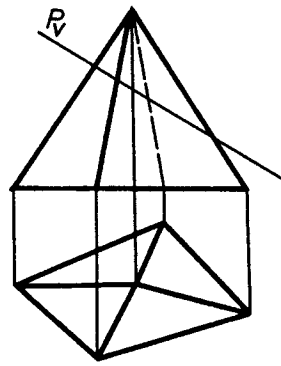


Рис. 4.129

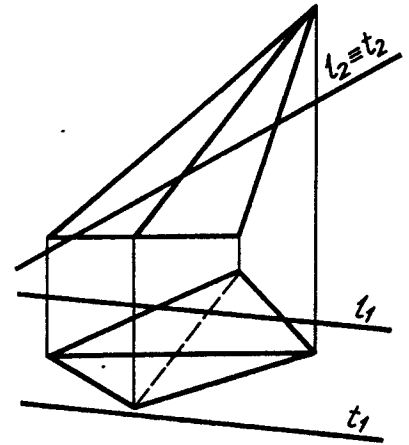


Рис. 4.130

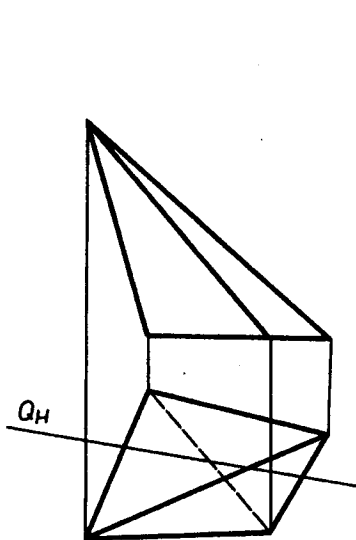


Рис. 4.131

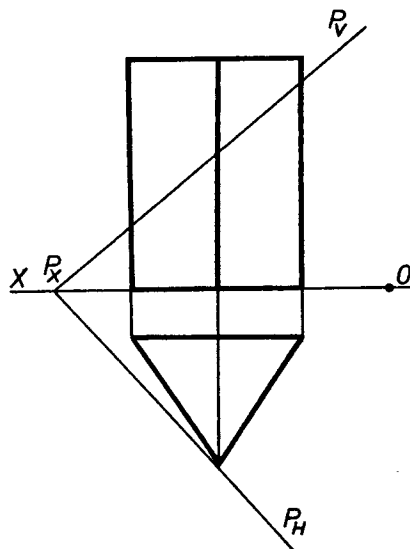


Рис. 4.132

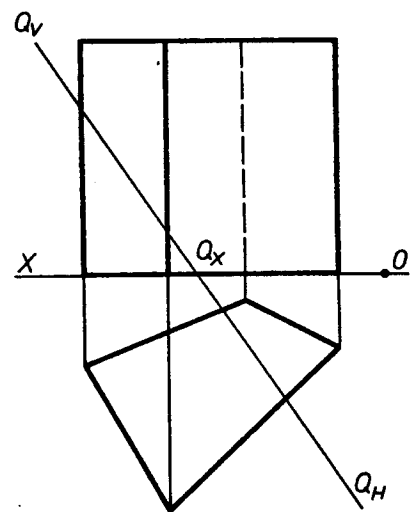


Рис. 4.133

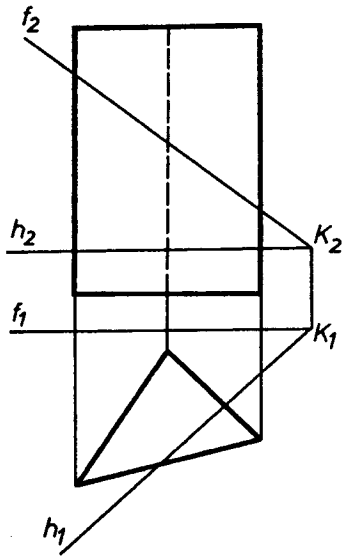


Рис. 4.134

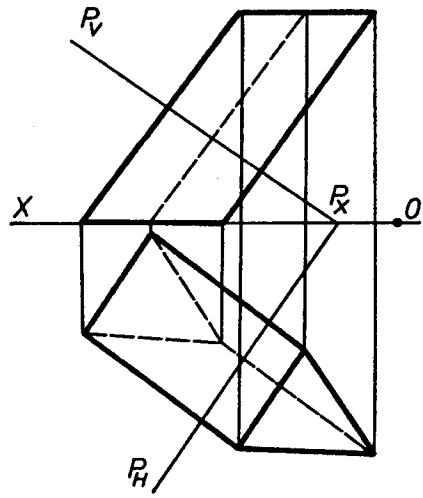


Рис. 4.135

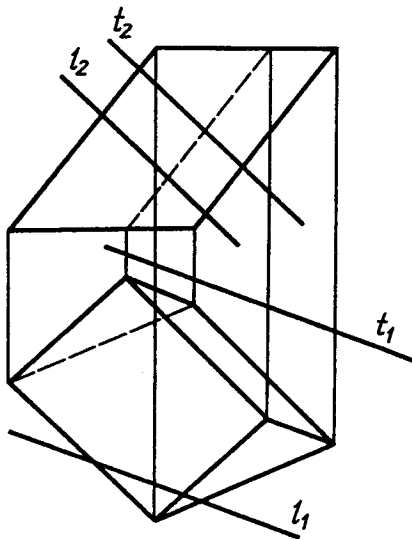


Рис. 4.136

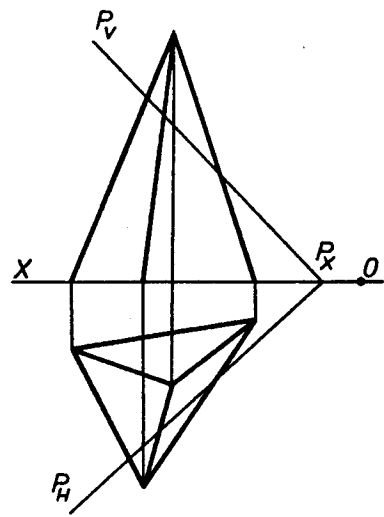


Рис. 4.137

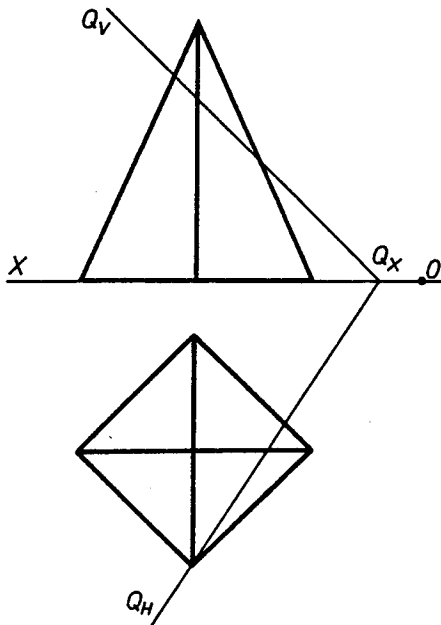


Рис. 4.138

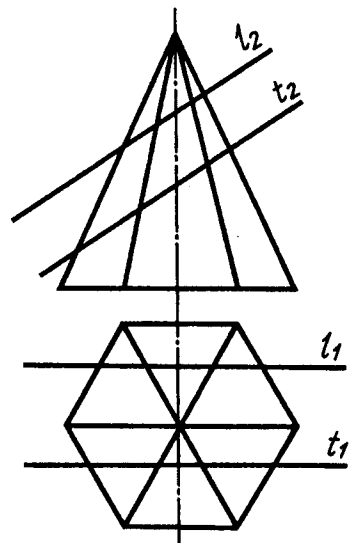


Рис. 4.139

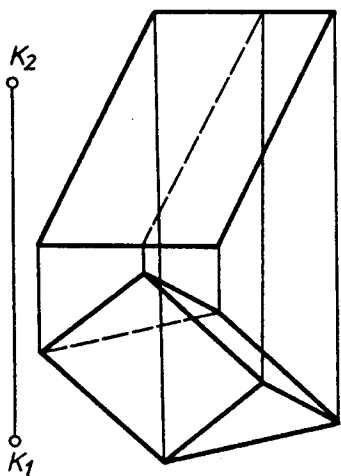


Рис. 4.140

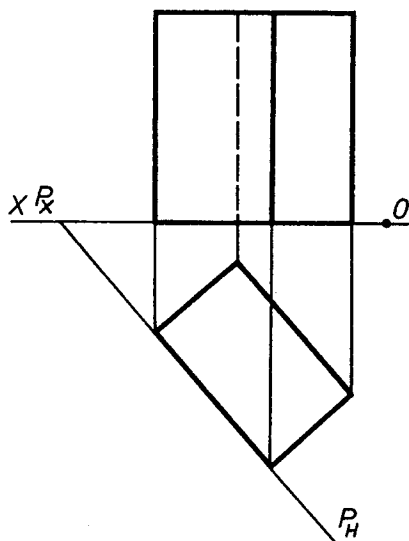


Рис. 4.141

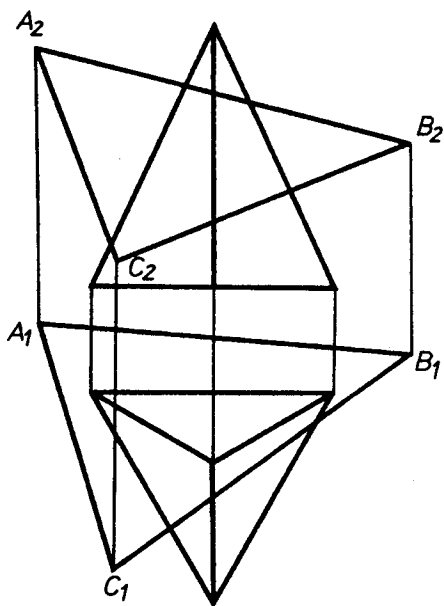


Рис. 4.142

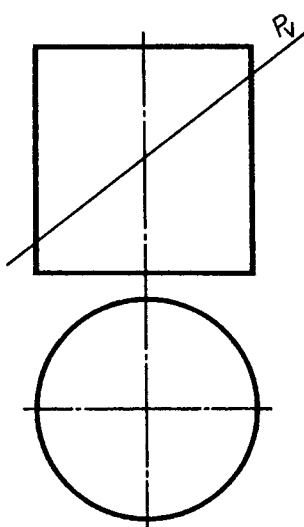


Рис. 4.143

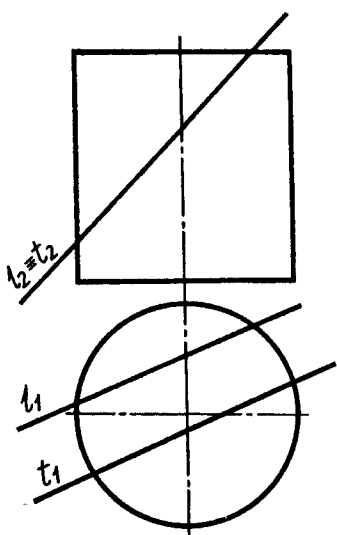


Рис. 4.144

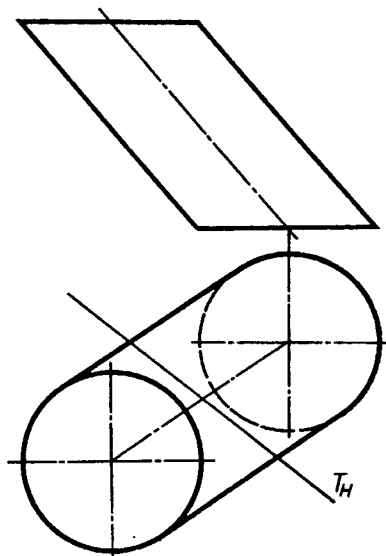


Рис. 4.145

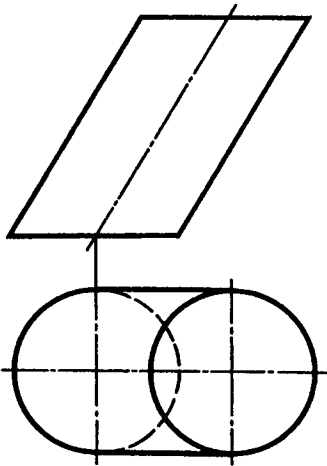


Рис. 4.146

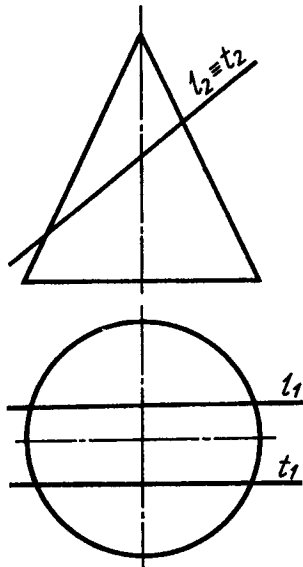


Рис. 4.147

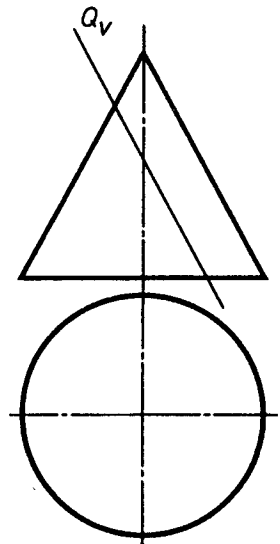


Рис. 4.148

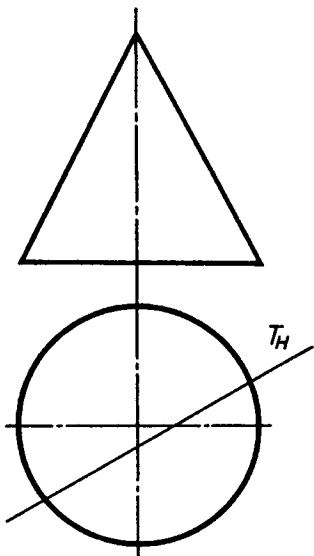


Рис. 4.149

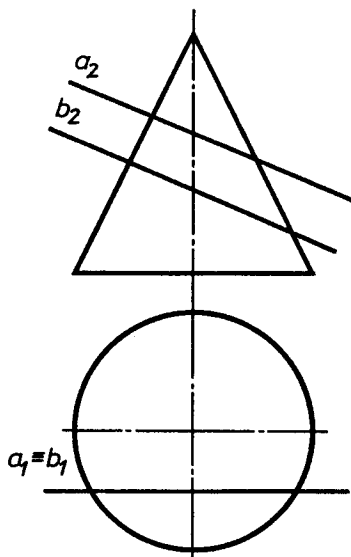


Рис. 4.150

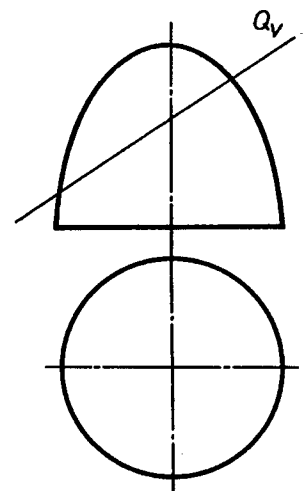


Рис. 4.151

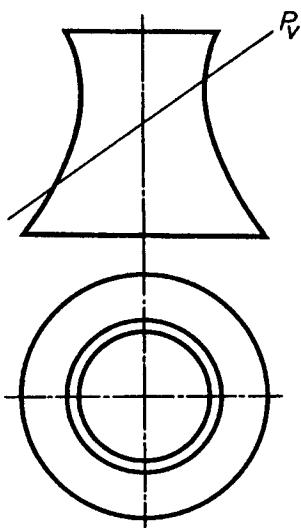


Рис. 4.152

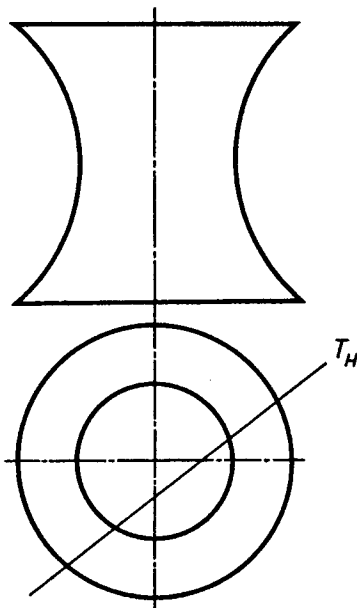


Рис. 4.153

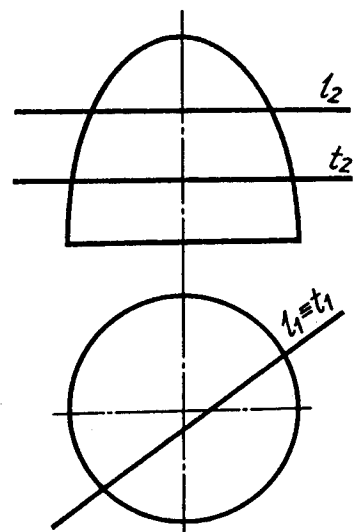


Рис. 4.154

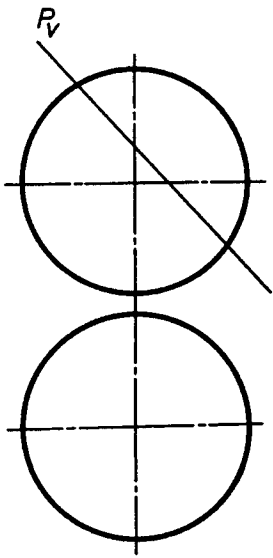


Рис. 4.155

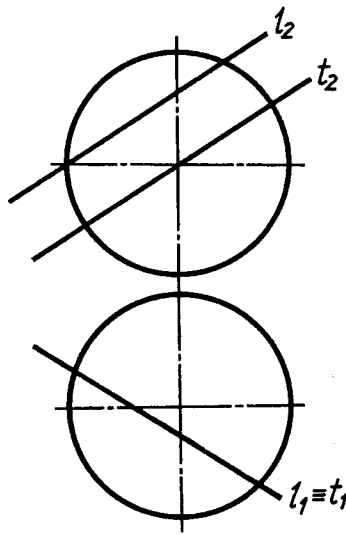


Рис. 4.156

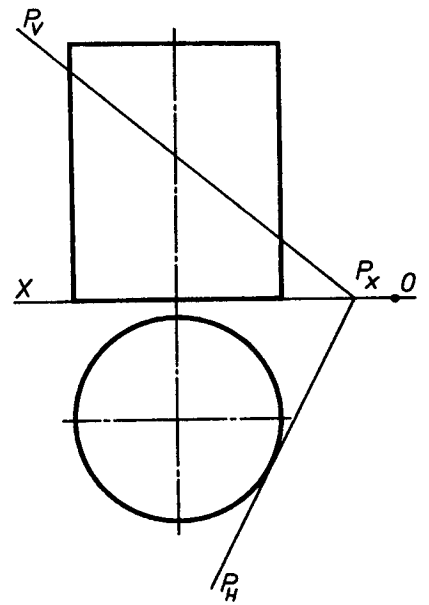


Рис. 4.157

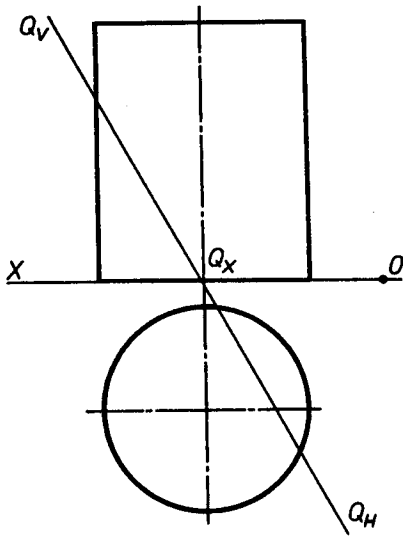


Рис. 4.158

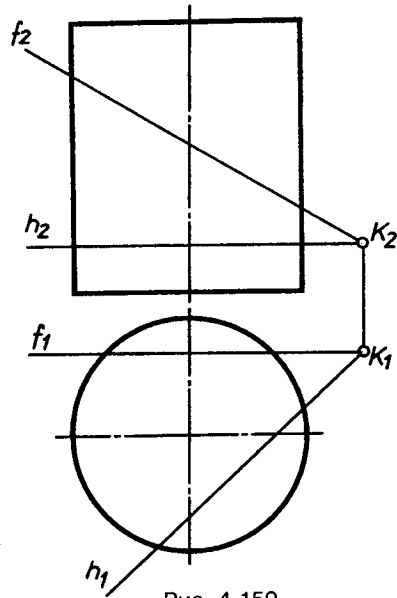


Рис. 4.159

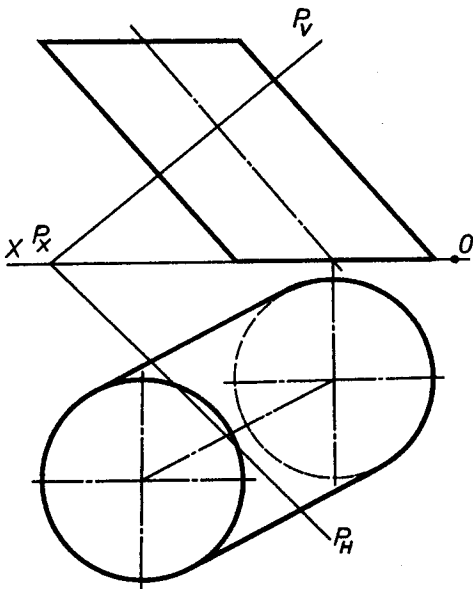


Рис. 4.160

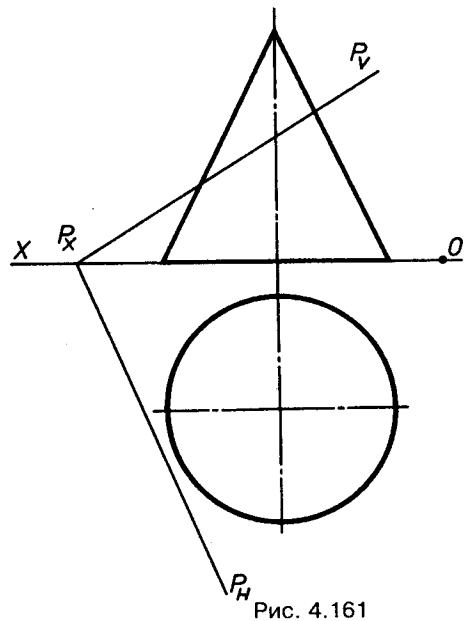


Рис. 4.161

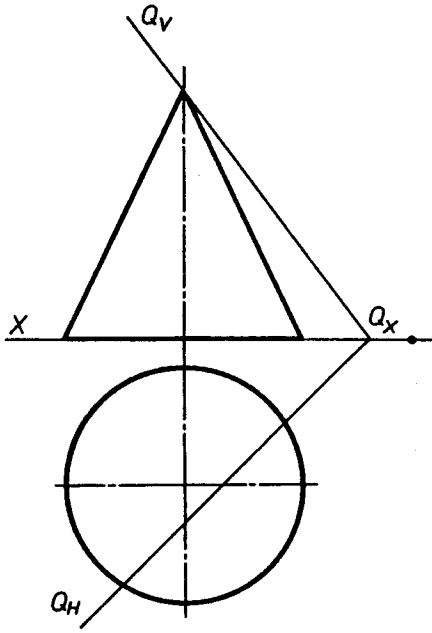


Рис. 4.162

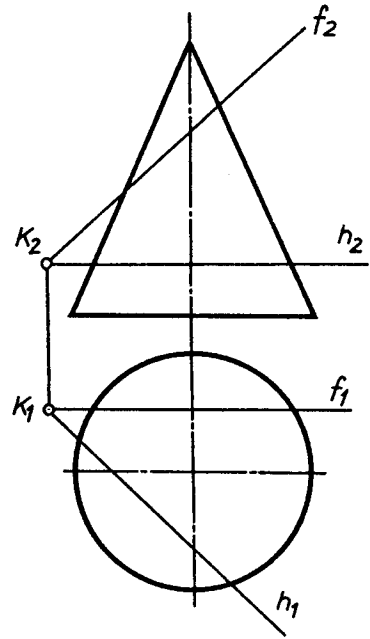


Рис. 4.163

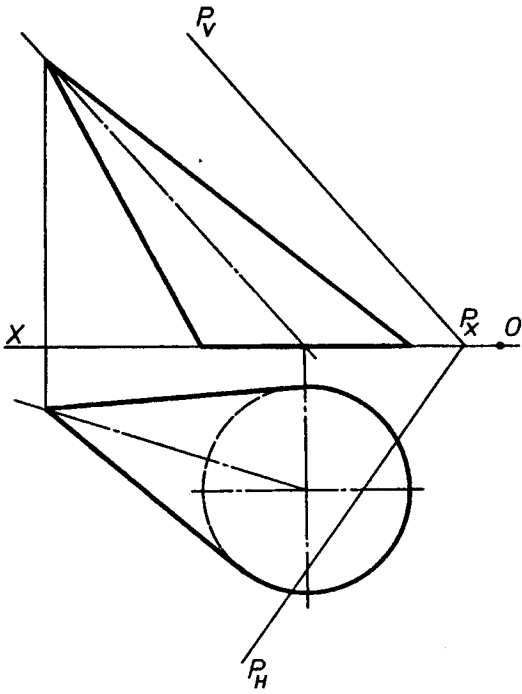


Рис. 4.164

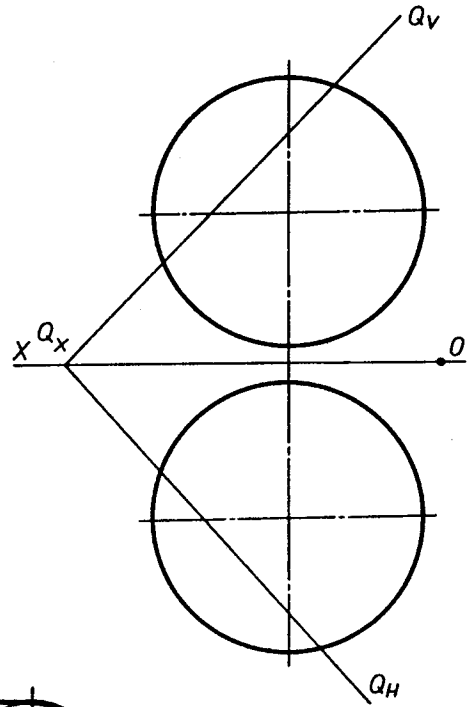


Рис. 4.165

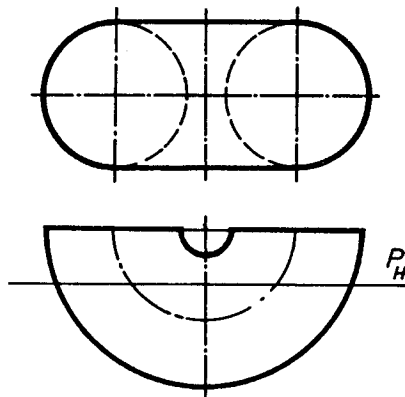


Рис. 4.166

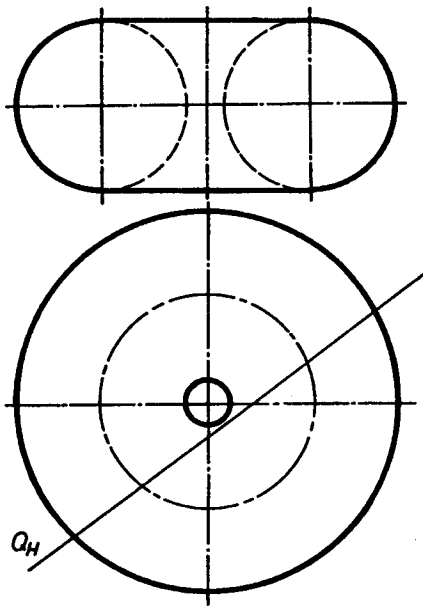


Рис. 4.167

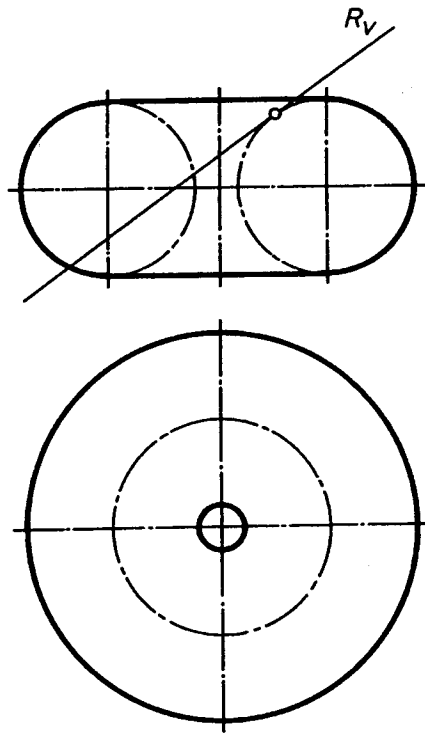


Рис. 4.168

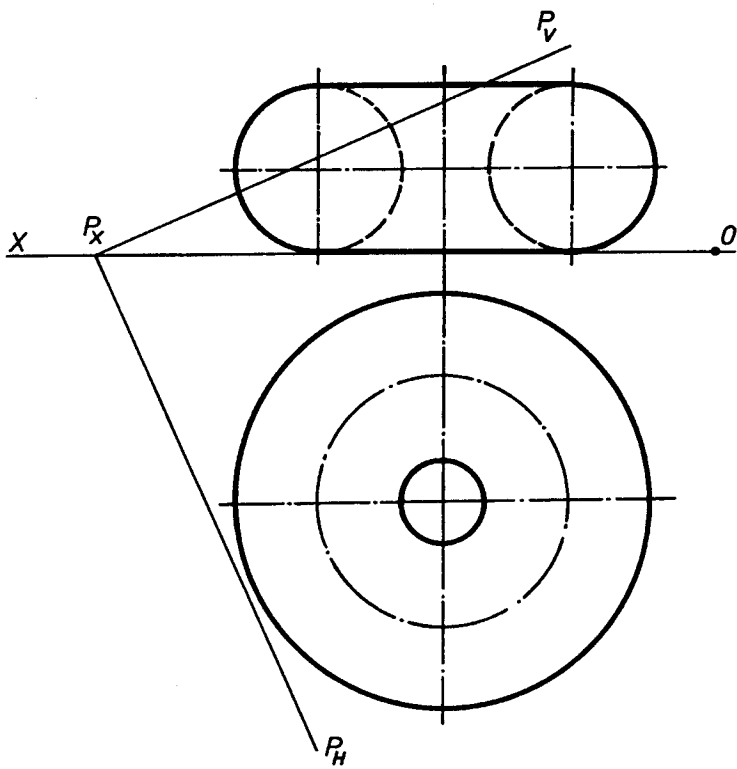


Рис. 4.169

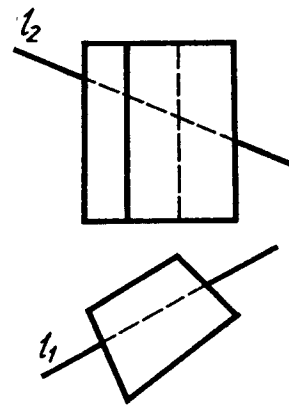


Рис. 4.170

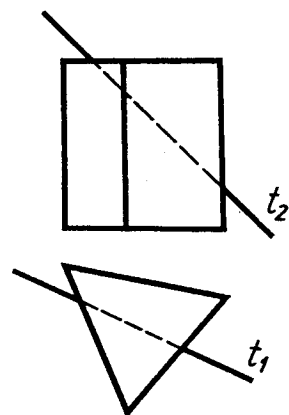


Рис. 4.171

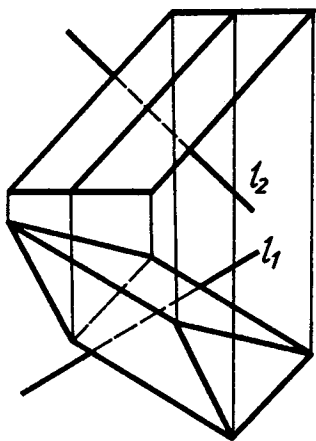


Рис. 4.172

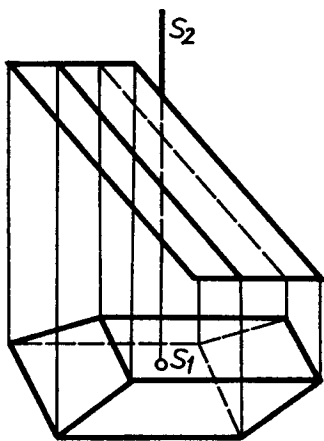


Рис. 4.173

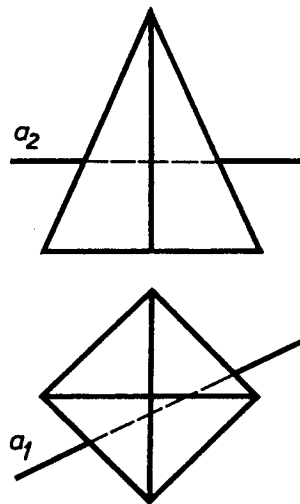


Рис. 4.174

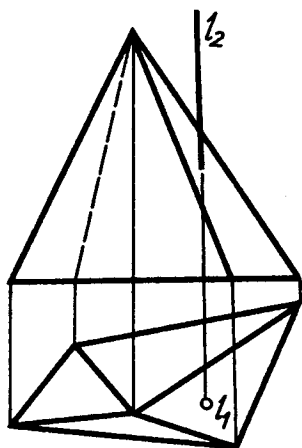


Рис. 4.175

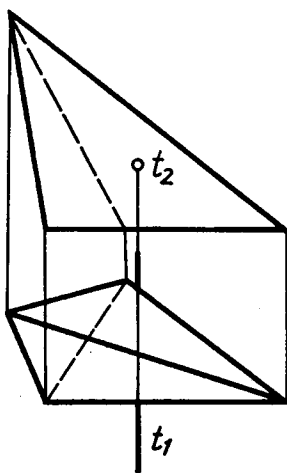


Рис. 4.176

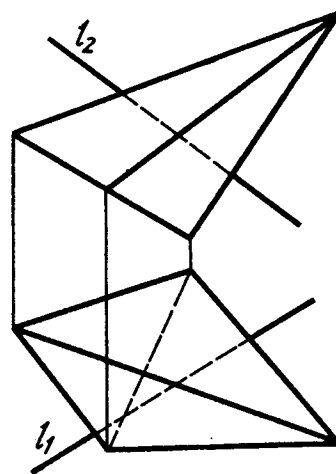


Рис. 4.177

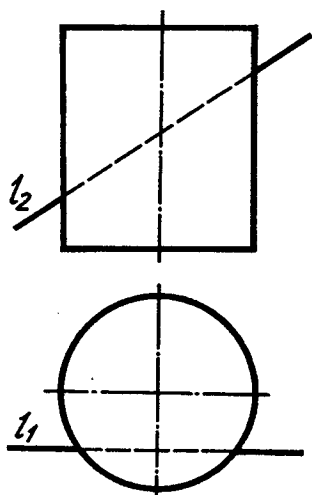


Рис. 4.178

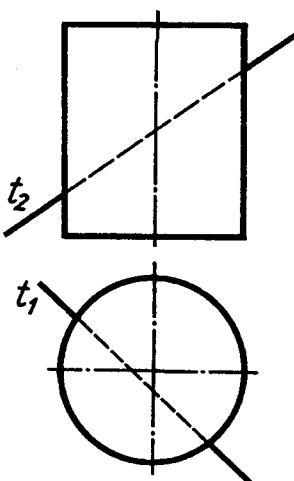


Рис. 4.179

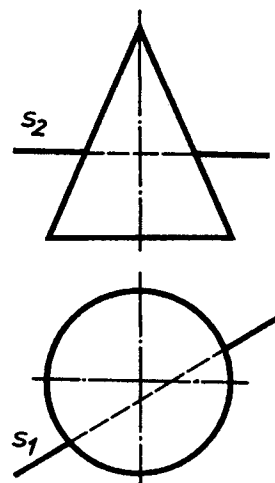


Рис. 4.180

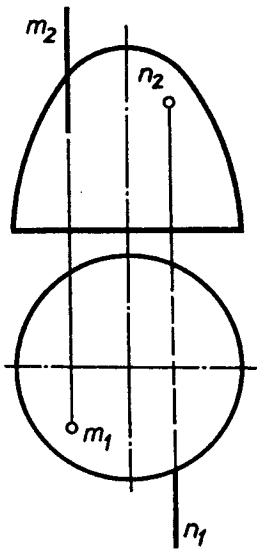


Рис. 4.181

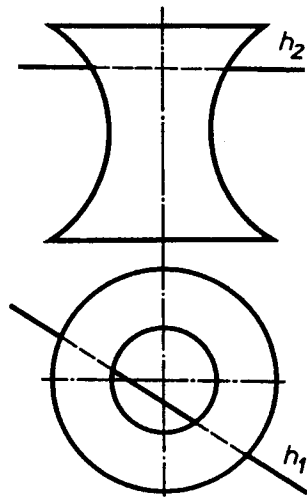


Рис. 4.182

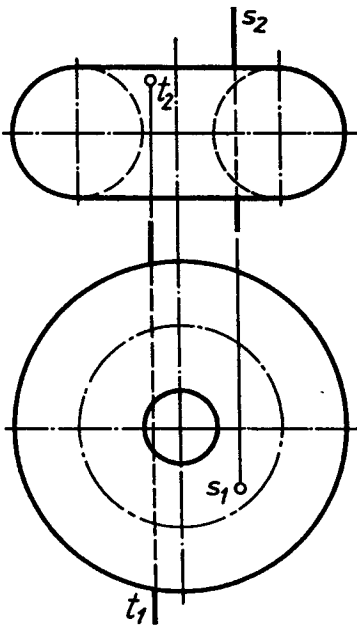


Рис. 4.183

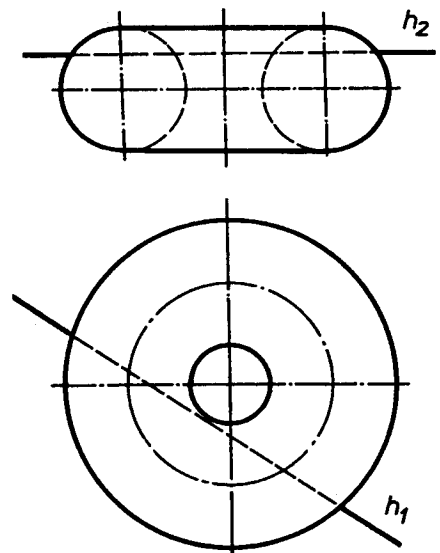


Рис. 4.184

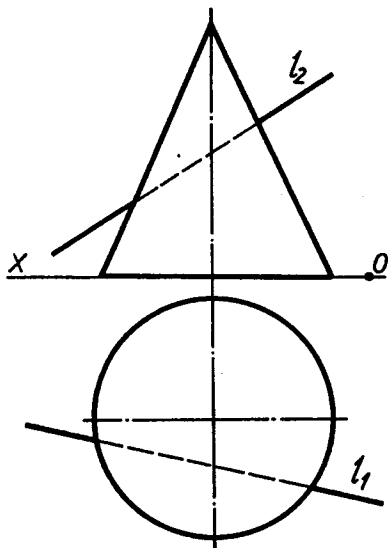


Рис. 4.185

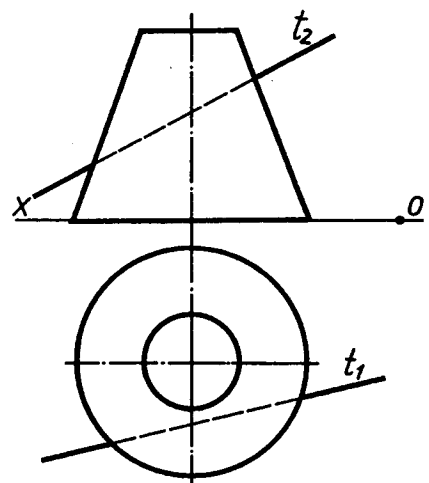


Рис. 4.186

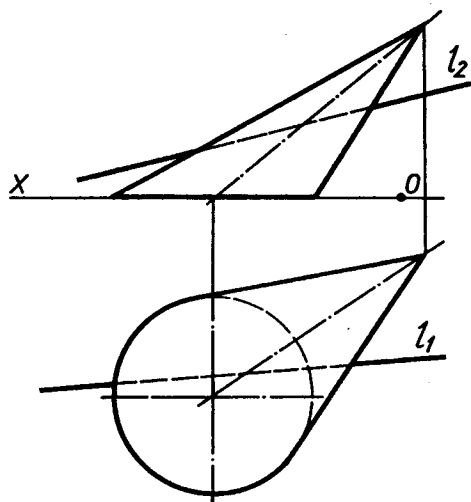


Рис. 4.187

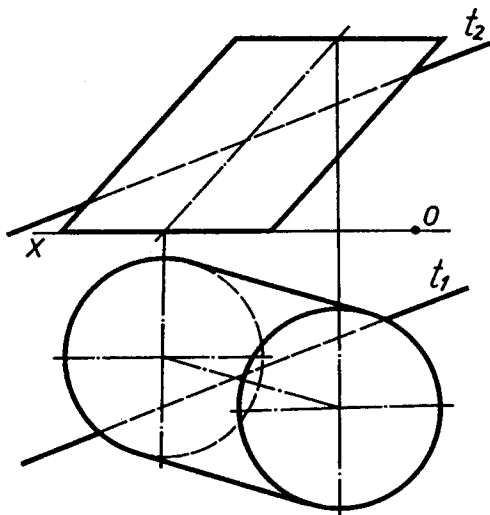


Рис. 4.188

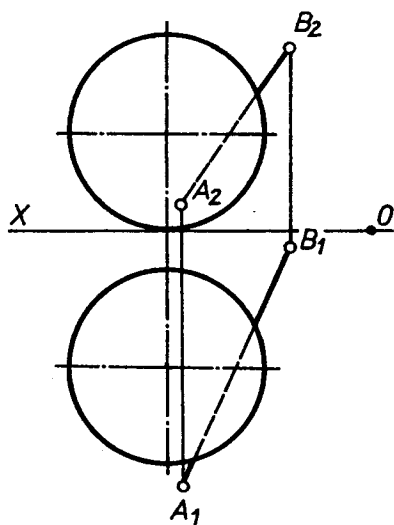


Рис. 4.189

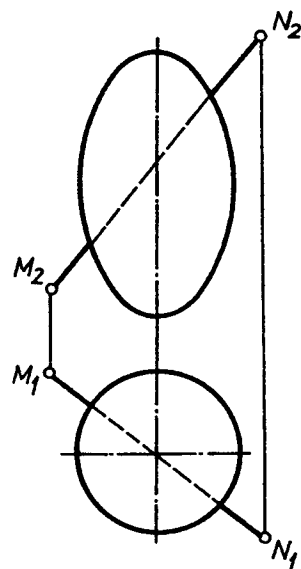


Рис. 4.190

4.4. Взаємний перетин поверхонь

4.4.1. Загальні відомості

Узагальнений алгоритм розв'язання задач на визначення лінії перетину двох поверхонь Σ і Δ такий:

1. Введення допоміжної січної поверхні Λ , яка перетинає кожен із заданих поверхонь Σ і Δ по найбільш простих і вигідних для побудови лініях l і t .

2. Визначення ліній перетину $l = \Sigma \cap \Lambda$ і $t = \Delta \cap \Lambda$.

3. Знаходження точки (або N точок) перетину одержаних ліній $K_i = l \cap t$.

Виконавши зазначені побудови n разів, отримуємо n (або $n \cdot N$) точок. Сполучивши однойменні проєкції цих точок плавними кривими, отримуємо проєкції шуканої лінії перетину.

Перетинні поверхні Σ і Δ можуть бути лінійчатыми і нелінійчатыми, займати довільне чи особливе положення; допускаються різноманітні задання поверхонь.

Лінією перетину може бути: просторова крива — при перетині двох кривих поверхонь або кривої поверхні та многогранника; просторова ламана лінія — при перетині двох многогранників. В окремих випадках лінія перетину двох поверхонь може виявитися плоскою — прямою лінією, колом, еліпсом тощо.

4.4.2. Побудова лінії перетину поверхонь способом допоміжних січних площин

При визначенні лінії перетину поверхонь користуються не окремими площинами, а в'язками площин, причому вісь в'язки може бути як власною, так і невласною прямою.

1. Побудова лінії перетину поверхонь за допомогою в'язки площин, вісь якої — власна пряма, застосовується для знаходження лінії перетину:

- а) двох конічних поверхонь;
- б) конічної і циліндричної поверхонь;
- в) конічної поверхні з поверхнею піраміди або призми;
- г) двох циліндричних поверхонь;
- д) циліндричної поверхні з поверхнею піраміди або призми.

2. Побудова лінії перетину площин за допомогою в'язки площин, вісь якої — невласна пряма, є окремим випадком попереднього способу, тобто допоміжні січні площини паралельні їй перетинають задані поверхні не тільки по прямих, а й по колах або комбінації з цих ліній (одну поверхню площина перетинає по прямій, іншу — по колу).

4.4.3. Побудова лінії перетину поверхонь способом допоміжних кульових поверхонь

Дві будь-які співвісні поверхні обертання перетинаються по колах, які проходять через точки перетину меридіанів поверхонь.

В окремому випадку, якщо центр січної кулі розташований на осі поверхні обертання, то куля перетне цю поверхню по колах, кількість яких дорівнює кількості точок перетину головних меридіанів поверхонь.

Якщо вісь поверхні обертання перпендикулярна до площини проєкцій H (або V), то кола проєкціюються на площину H (або V) без спотворення, а на площину V (або H) — у відрізки прямих, перпендикулярних до фронтальної (горизонтальної) проєкції осі обертання.

Побудувати лінії перетину поверхонь за допомогою січних куль можна способами концентричних і ексцентричних куль.

Спосіб концентричних куль застосовується для побудови лінії перетину двох поверхонь обертання, осі яких перетинаються. Для спрощення графічного розв'язку потрібно, щоб площина, яка визначається осями поверхонь обертання, була паралельна будь-якій площині проєкцій.

Спосіб ексцентричних куль може бути використаний для побудови лінії перетину двох поверхонь, що мають спільну площину симетрії. При цьому кожна поверхня повинна мати сім'ю кіл. Площина симетрії має бути паралельна одній з площин проєкцій.

4.4.4. Побудова лінії перетину поверхонь другого порядку (окремі випадки)

Дві поверхні другого порядку завжди перетинаються по кривій четвертого порядку. За певних умов ця крива поділяється на декілька ліній нижчого порядку.

Умови поділу кривої четвертого порядку на дві криві другого порядку можна сформулювати так.

1. Якщо дві поверхні другого порядку перетинаються по одній плоскій кривій, то вони перетинаються ще по одній плоскій кривій. На рис. 4.191 показані фронтальні проєкції кіл d_2^1 і d_2^2 , які одержані при перетині поверхонь кулі і еліптичного циліндра.

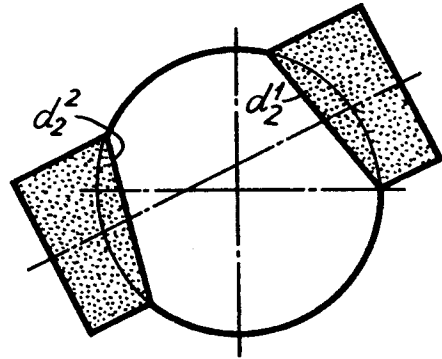


Рис. 4.191

2. Якщо дві поверхні другого порядку дотикаються у двох точках, то лінія їх перетину поділяється на дві криві другого порядку, площини яких проходять через пряму, що сполучає точки дотику. На рис. 4.192 конічна і циліндрична поверхні, які перетинаються, мають дві спільні дотичні площини і відповідно дві спільні точки дотику A і B . Тому ці поверхні перетинаються по двох кривих другого порядку, розташованих у площинах P і Q , які проходять через пряму AB .

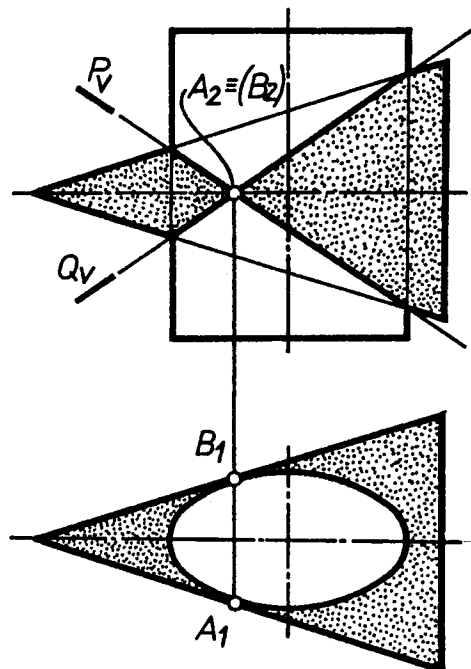


Рис. 4.192

3. Якщо дві поверхні другого порядку описані навколо третьої поверхні другого порядку або вписані в неї, то лінія їх перетину поділяється на дві криві другого порядку, площини яких проходять через пряму, що сполучає точки перетину ліній дотику.

Практичне використання цього положення можливе тоді, коли дві поверхні обертання другого порядку можуть бути описані навколо кулі або вписані в неї.

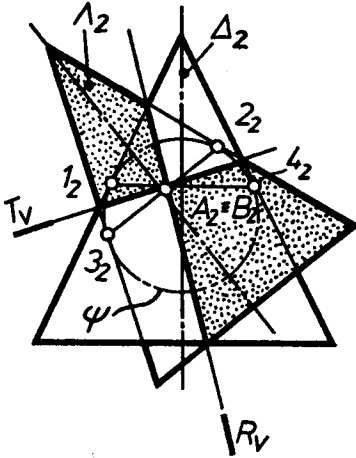


Рис. 4.193

На рис. 4.193 дві конічні поверхні Δ і Λ описані навколо кулі ψ . Поверхня Δ дотикається до кулі ψ по колу, фронтальна проекція якого $1_2 4_2$, а з поверхнею Λ — по колу $2_2 3_2$. Точки перетину цих кіл A і B є точками дотику поверхонь Δ і Λ . Тому фронтально-проекційні площини R і T лінії перетину конічних поверхонь проходять через пряму AB .

4.4.5. Взаємний перетин многогранників

Лінію перетину двох многогранників (Φ^1 і Φ^2) можна знайти так:

- 1) будуємо точки перетину ребер першого многогранника (Φ^1) з гранями другого (Φ^2);
- 2) будуємо точки перетину ребер другого многогранника (Φ^2) з гранями першого (Φ^1);
- 3) побудовані точки сполучаємо в певному порядку прямими лініями, отримуючи ламану, ланки якої є лініями перетину граней першого многогранника з гранями другого. Ця ламана і буде лінією перетину двох многогранників.

Сполучати можна лише ті точки, які лежать на одних і тих же гранях кожного многогранника. Видимими лініями в кожній проекції будуть лінії перетину видимих граней.

Запитання для самоперевірки

1. Які рекомендації добору допоміжних січних площин можна зробити для випадків перетину циліндрів, конусів, призм, пірамід?

2. По яких лініях перетинаються між собою:
а) циліндричні поверхні, твірні яких паралельні між собою;

б) конічні поверхні зі спільною вершиною?

3. По яких лініях перетинаються між собою співвісні поверхні обертання?

4. В яких випадках можна і доцільно застосовувати допоміжні січні кулі?

5. Використання яких допоміжних площин дає змогу на рис. 4.194–4.197 знаходити точки ліній перетину заданих поверхонь без побудови лекальних кривих?

6. На якому з рисунків 4.198–4.200 можна використати допоміжні січні кулі для побудови лінії перетину заданих поверхонь?

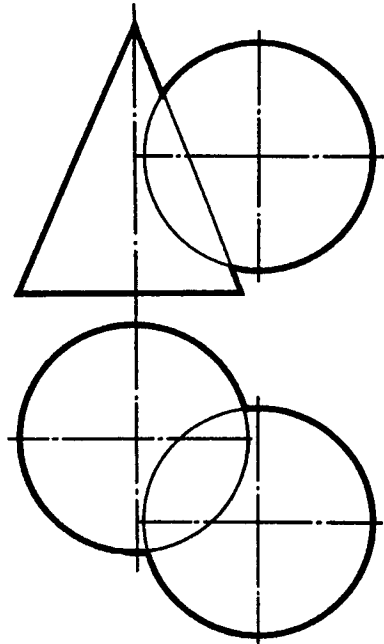


Рис. 4.194

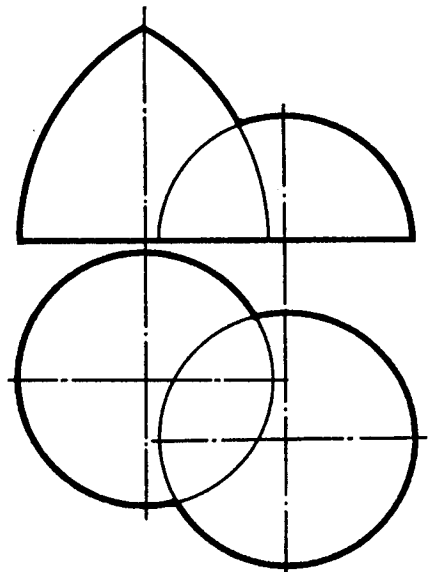


Рис. 4.195

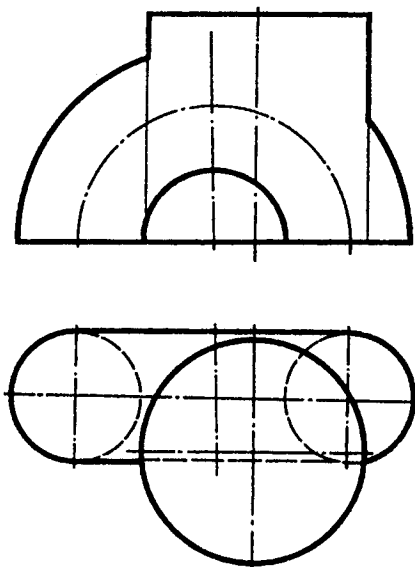


Рис. 4.196

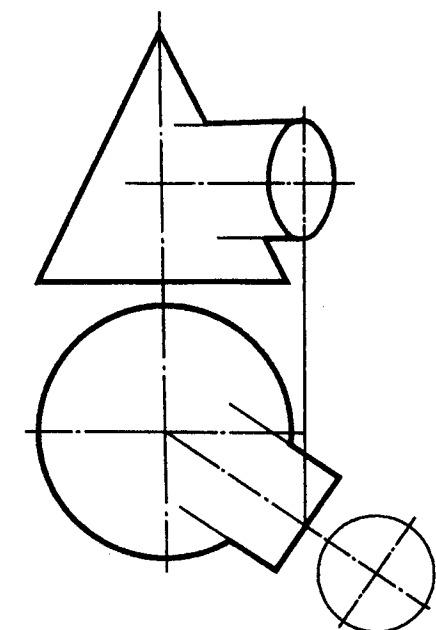


Рис. 4.197

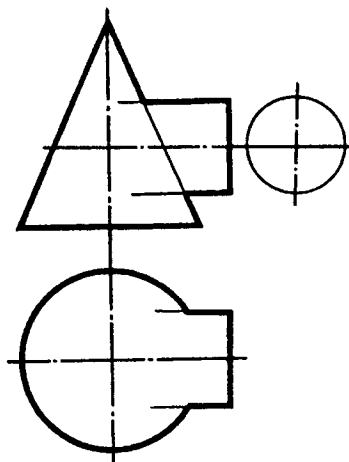


Рис. 4.199

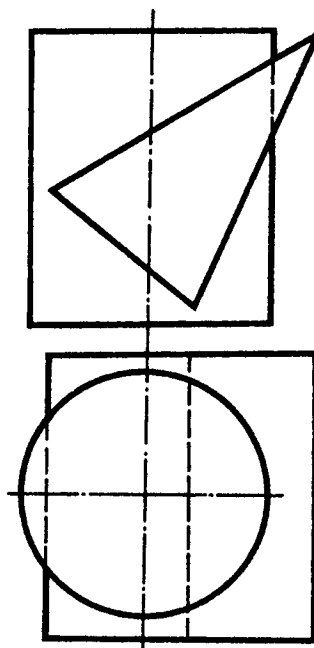


Рис. 4.200

ПРИКЛАДИ

Приклад 25. Побудувати лінію перетину циліндра з кулею (рис. 4.201).

Розв'язання. Знаходимо характерні точки:

а) у точках $A(A_1, A_2)$ і $B(B_1, B_2)$ крайні ліва і права твірні циліндра перетинаються з поверхнею кулі;

б) у точках $C(C_1, C_2)$ і $D(D_1, D_2)$ головний меридіан кулі перетинається з твірними циліндра;

в) точки $E(E_1, E_2)$ і $F(F_1, F_2)$ лежать у профільній площині, що проходить через центр кулі;

г) найближча $K(K_1, K_2)$ до спостерігача і найдальша $L(L_1, L_2)$ від нього точки визначені за допомогою січних площин Q і T .

Проміжні точки лінії перетину знаходимо, вводячи допоміжні фронтальні площини. Наприклад, площина P перетинає поверхню кулі

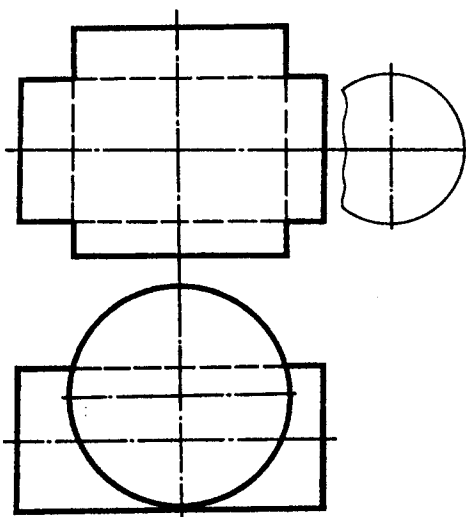


Рис. 4.198

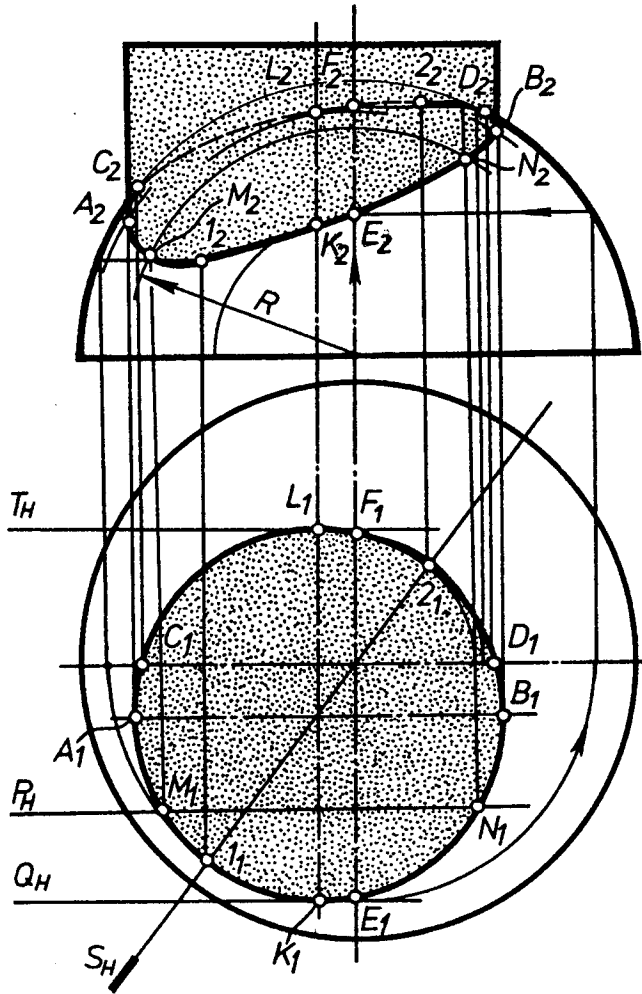


Рис. 4.201

по колу, а поверхню циліндра — по твірних; на їх перетині одержуємо точки M (M_1, M_2) і N (N_1, N_2). Аналогічно можна визначити ще декілька проміжних (довільних) точок.

Найнижчу 1 ($1_1, 1_2$) і найвищу точки 2 ($2_1, 2_2$) знаходимо на перетині з поверхнею кулі тих твірних циліндра, які розташовані в горизонтально-проекційній площині S , що проходить через вісь циліндра і центр кулі.

Сполучивши (з урахуванням видимості) всі знайдені точки кривою, отримаємо шукану лінію перетину.

Приклад 26. Побудувати лінію перетину конуса з циліндром обертання (рис. 4.202).

Розв'язання. Лінія перетину є кривою, фронтальна проекція якої збігається з колом фронтальної проекції циліндра.

Для побудови горизонтальної проекції кривої скористаємося проекційними площинами, які проходять через вершину конуса. Кожна така площина перетинає конус і циліндр по їх твірних, а останні перетинаються в точках, що належать лінії перетину.

Проведемо будь-яку фронтально-проекційну площину P , яка перетинає циліндр по його твірних 1 і 2 , а конус — по твірних I і II . На

перетині горизонтальних проекцій цих ліній знаходимо проекції чотирьох спільних точок — A, A', B і B' .

Фронтально-проекційна площина Q , дотична до поверхні циліндра по твірній 3 , перетинає конус по твірних III й IV і дає проекції спільних точок C і C' .

Фронтально-проекційна площина R , дотична до поверхні конуса по крайній твірній V , перетинає циліндр по твірних 4 й 5 і дає проекції точок D і E .

Горизонтально-проекційна площина T , дотична до поверхні конуса по крайній його твірній VI , перетинає циліндр по еліпсу, фронтальна проекція якого збігається з колом фронтальної проекції циліндра. На перетині одержуємо проекції спільних точок F і K .

Фронтально-проекційна площина U перетинає циліндр по твірних 8 і 9 , а конус — по твірних VII і $VIII$ і дає проекції точок L, L', M, M' .

Сполучивши горизонтальні проекції побудованих точок плавною кривою, отримаємо горизонтальну проекцію шуканої лінії перетину. Фронтальна проекція, як уже зазначалося, збігається з колом фронтальної проекції циліндра.

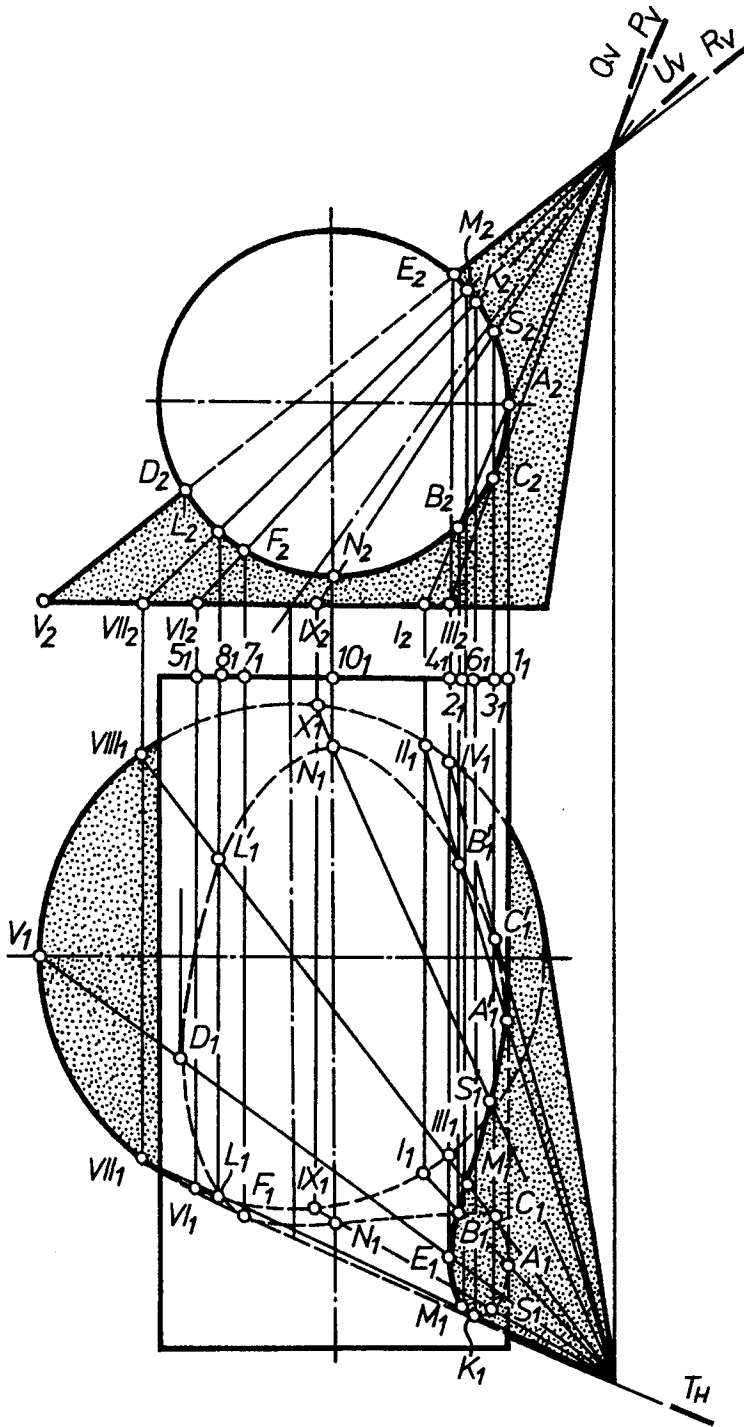


Рис. 4.202

Зауваження. Фронтальні проєкції твірних циліндра 1, 2, ..., 10 не позначені, вони збігаються з фронтальними проєкціями точок лінії перетину.

Приклад 27. Побудувати лінію перетину поверхні еліптичного циліндра з поверхнею кулі (рис. 4.203).

Розв'язання. Використовуємо допоміжні січні площини P^1, P^2, P^3, P^4, P^5 , паралельні фронтальній площині проєкцій. Кожна з цих площин перетинає циліндричну поверхню по прямолінійних твірних, а поверхню кулі — по колах.

Площини P^1 і P^5 , паралельні площині проєкцій V і дотичні до циліндричної поверхні (на рис. 4.203 вказані горизонтальні сліди P^1_H і P^5_H цих площин) по твірних $11'$ ($1_1, 1'_1$, $2_2, 2'_2$) і $22'$ ($2_2, 2'_2$, $2_2, 2'_2$), перетинають кулю відповідно по колах d^1_2 і d^2_2 . Перетин цих твірних і кіл дає характерні точки A, A' та B, B' — відповідно найближчі та найдальші від спостерігача точки.

Для визначення точок C, C' та D, D' проведена площина P^4 (P^4_H — горизонтальний слід цієї площини), яка перетинає циліндричну поверхню по твірних $33'$ і $44'$, а кулю — по головному меридіану.

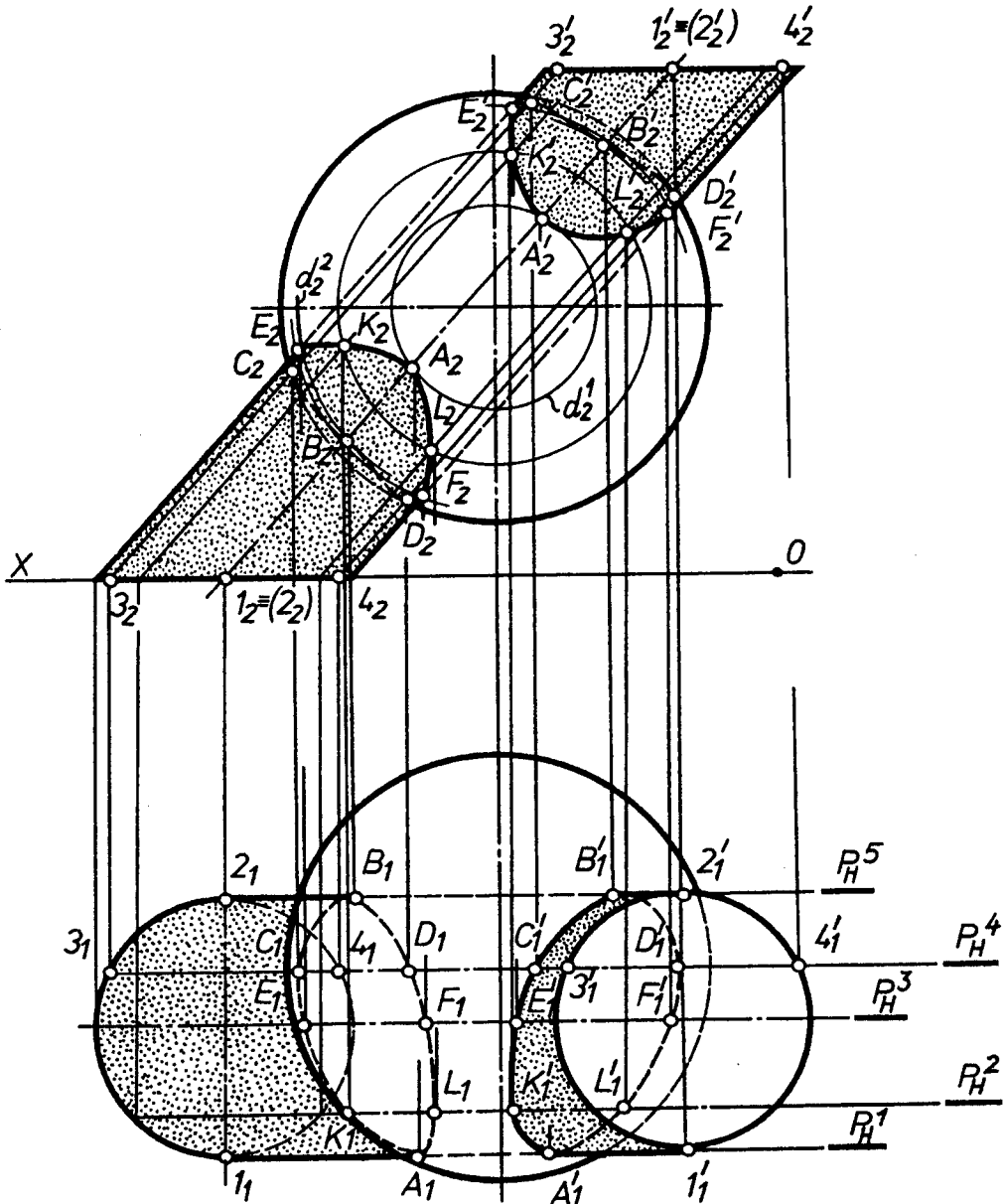


Рис. 4.203

За допомогою площини P^3 , проведеної через вісь циліндричної поверхні, визначаємо точки E, E' та F, F' , які показують межі видимості лінії перетину на фронтальній проекції.

За допомогою фронтальної площини P^2 знайдені точки K, K' та L, L' .

Сполучивши однойменні проекції побудованих точок плавною кривою, одержуємо проекції лінії перетину.

Приклад 28. Побудувати лінію перетину двох циліндрів Φ^1 і Φ^2 (рис. 4.204).

Розв'язання. Визначаємо напрям допоміжних січних площин. Для цього через довільну точку простору $T(T_1, T_2)$ проводимо прямі $m(m_1, m_2)$ і $m'(m'_1, m'_2)$, паралельні твірним циліндрів. Горизонтальні сліди цих прямих M_1 і M'_1 визначають слід допоміжної січної площини P . Ця площина загального положення, отже, допоміжні січні площини також загаль-

ного положення. Досить задаватися горизонтальними слідами таких площин, проводячи їх паралельно сліду P_H ; напрямів прямих, по яких ці площини перетинають обидва циліндри, відомі — вони паралельні їх твірним.

Проводимо січну площину P^1 (P_H^1 — горизонтальний слід цієї площини), паралельну площині P . Така площина перетинає циліндричну поверхню Φ^1 по твірних 1 і 2, а циліндричну поверхню Φ^2 по твірних 3 і 4. Взаємний перетин цих твірних визначає точки A, A' та B, B' , що належать шуканій лінії перетину.

За допомогою січної площини P^2 (P_H^2 — горизонтальний слід площини) знаходимо точки C, C' та D, D' .

Площина P^3 дає точки E, E' та F, F' , а площина P^4 — точки K, K' та L, L' .

Сполучивши певним чином (з урахуванням видимості) однойменні проекції точок, отри-

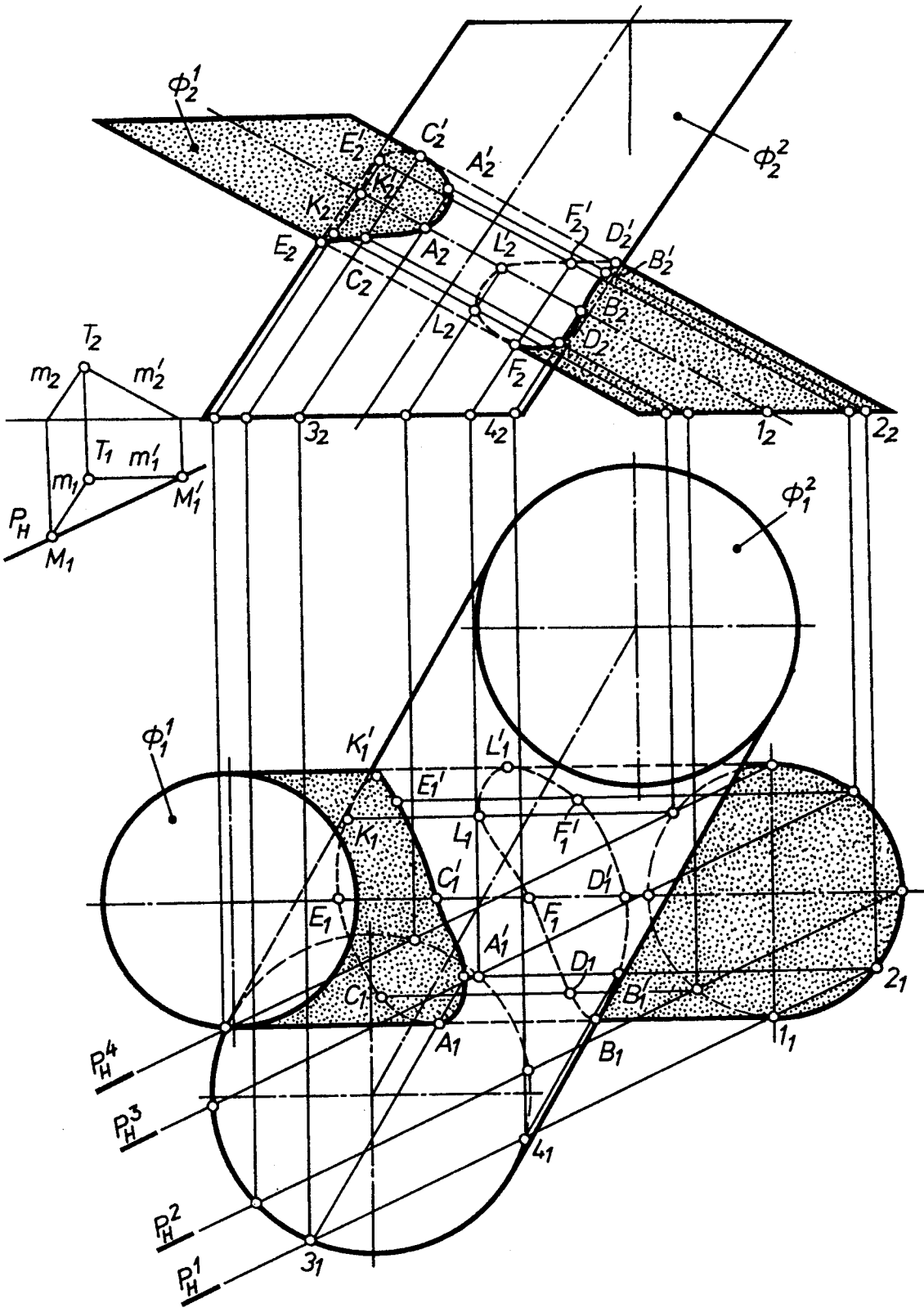


Рис. 4.204

маємо шукані проекції лінії перетину двох циліндрів.

Приклад 29. Побудувати лінію перетину двох конічних поверхонь обертання Δ і Λ з перетинними осями (рис. 4.205).

Розв'язання. Побудову виконаємо за допомогою січних концентричних куль, про-

ведених з центра O (O_1, O_2) — точки перетину осей цих поверхонь. Вибираючи радіуси січних куль, слід мати на увазі, що радіусом найбільшого кола є відстань від точки O_2 до точки B_2 — однієї з характерних точок A, B, C і D , в яких перетинаються контурні твірні поверхонь. Радіус найменшого кола — відстань від

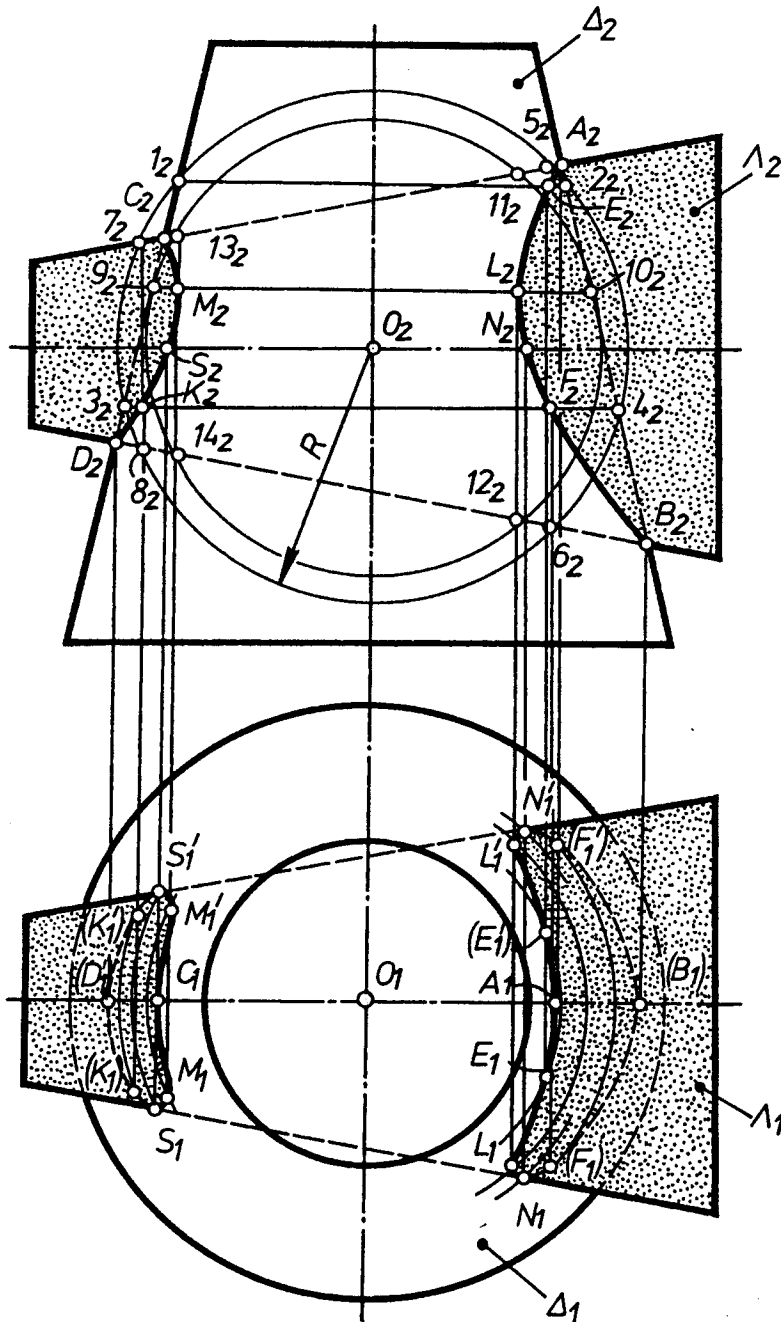


Рис. 4.205

точки O до найдальшої твірної конічної поверхні Δ .

Для визначення проміжних точок, що належать лінії взаємного перетину, у проміжку між найбільшою і найменшою кулями розміщуємо ще кілька куль.

Побудову виконуємо в такій послідовності. На площині проєкцій V проводимо коло радіусом R з точки O_2 і приймаємо це коло за фронтальну проєкцію січної кулі, яка перетинається з конічними поверхнями по колах. Ці кола проєкціюються на фронтальну площину проєкцій у відрізки $1_2 2_2, 3_2 4_2, 5_2 6_2$ і $7_2 8_2$. На перетині цих відрізків знаходимо точки E_2 і E'_2, F_2 і F'_2 та K_2 і K'_2 , що є фронтальними

проєкціями точок E, E', F, F', K, K' лінії перетину заданих поверхонь.

Найменшим радіусом проводимо коло з центром O_2 і, взявши його за проєкцію січної кулі, побудуємо проєкції кіл, по яких ця куля перетинається з конічними поверхнями. Це будуть відрізки $9_2 10_2, 11_2 12_2$ і $13_2 14_2$, оскільки кола на площину проєкцій V проєкціюються у їх діаметри. На перетині цих відрізків точки L_2 і M_2 — фронтальні проєкції точок L і L' та M і M' лінії взаємного перетину поверхонь.

Характерні точки N і S та N' і S' знаходимо як точки перетину найближчої і найдальшої твірних конічної поверхні Δ з колом, отриманим від перерізу конічної поверхні Δ горизон-

тальною площиною, проведеною через точку O . Спочатку знаходимо точки N_1, N'_1, S_1, S'_1 , за ними на лініях зв'язку — точки N_2, N'_2, S_2, S'_2 (на рис. 4.205 позначено тільки точки N_2 і S_2). Ці точки є границями видимості лінії перетину на горизонтальній площині проєкції.

Сполучивши однойменні проєкції побудованих точок плавною лінією, отримаємо дві замкнуті лінії перетину: $A_1E_1\dots L'_1E'_1A_1$ і $C_1M_1S_1\dots M'_1C_1$. Знайдені лінії симетричні, враховуючи характер і взаємне розташування поверхонь (на рис. 4.205 фронтальні проєкції симетричних точок не позначені).

Приклад 30. Побудувати лінію перетину поверхні тора і кулі, осі яких визначають площину, паралельну фронтальній площині проєкції (рис. 4.206).

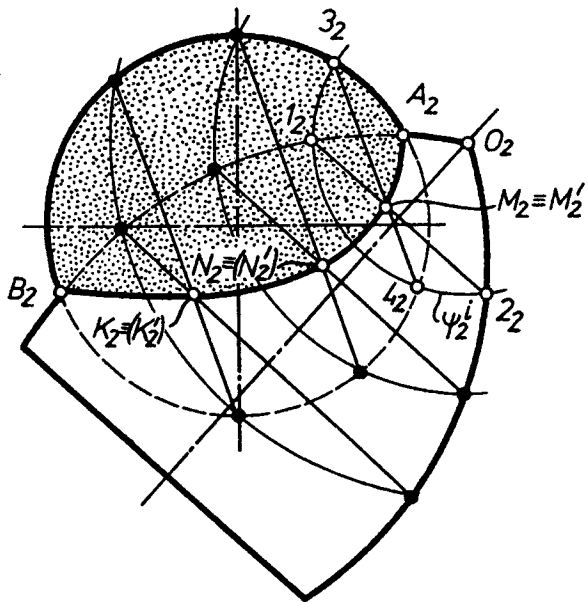


Рис. 4.206

Розв'язання. Оскільки віссю кульової поверхні може бути будь-яка пряма, що проходить через центр цієї поверхні, то за центр допоміжних кульових поверхонь можна прийняти довільну точку на осі поверхні обертання (тора). Тому графічне розв'язання задачі на визначення лінії перетину заданих поверхонь зводиться до виконання таких геометричних побудов.

1. Приймаємо точку O_2 за центр кіл — фронтальних проєкцій допоміжних січних куль.
2. Проводимо фронтальну проєкцію допоміжної кульової поверхні ψ' .
3. Визначаємо відрізки 1_22_2 і 3_24_2 — фронтальні проєкції кіл, по яких кульова поверхня ψ' перетинається відповідно з заданими поверхнями тора і кулі.
4. Точки перетину кіл (відрізків 1_22_2 і 3_24_2) M_2 і M'_2 належать шуканій лінії перетину.
5. Фронтальні проєкції характерних точок A_2 і B_2 визначаються перетином фронтальних проєкцій меридіанів заданих поверхонь.
6. Провівши ще декілька допоміжних кульових поверхонь, визначимо точки, які належать лінії перетину, наприклад, точки K_2, K'_2, N_2, N'_2 .
7. Сполучивши плавною кривою побудовані точки, знайдемо фронтальну проєкцію лінії перетину.
8. Горизонтальні проєкції лінії перетину визначаються за допомогою паралелей заданої кулі (на рис. 4.206 горизонтальні проєкції заданих поверхонь не зображені).

Приклад 31. Побудувати лінію перетину прямого кругового циліндра з тором за умови, що вісь циліндра лежить у площині, яка проходить через середню лінію тора (рис. 4.207).

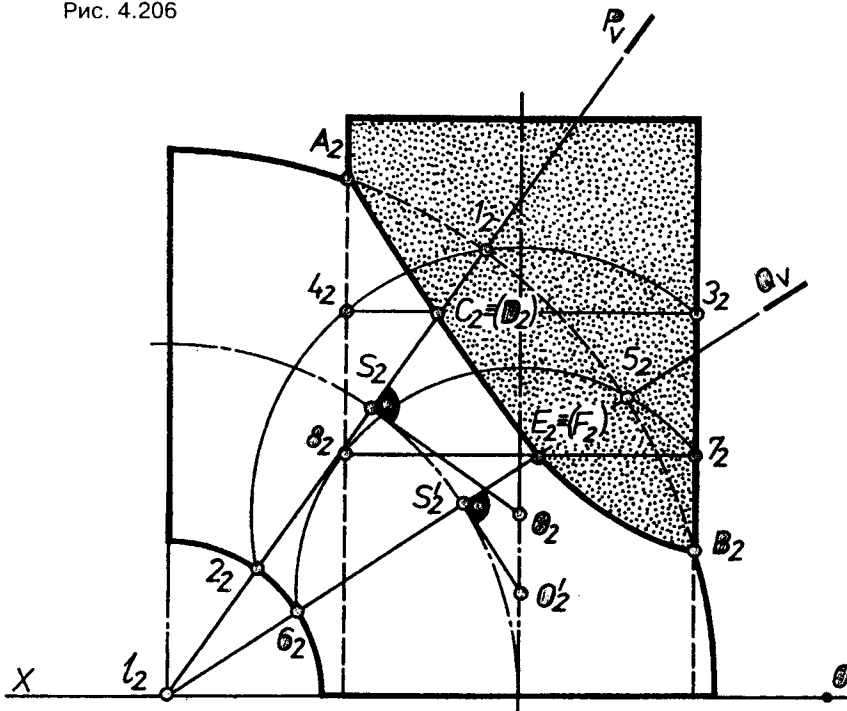


Рис. 4.207

Розв'язання. Лінію перетину побудуємо за допомогою ексцентричних куль (куль із ковзними центрами), оскільки вісь однієї із заданих поверхонь (тора) є крива лінія — коло.

Спочатку знаходимо характерні точки — найвищу A і найнижчу B .

Для побудови проміжних точок знаходимо центри січних куль. Для цього проводимо кілька фронтально-проекційних площин, наприклад P і Q , які проходять через вісь тора й перетинають його по колах з центрами в точках S_2 і S'_2 . Далі через центр S_2 проводимо пряму, перпендикулярну до площини P , а отже, і до площини кола, та продовжуємо її до перетину з віссю циліндра в точці O_2 . Проведена пряма дотична до середньої лінії тора.

Беремо точку O_2 за центр і проводимо коло так, щоб воно пройшло через кінці відрізка, у який проєкціюється коло з центром S_2 , тобто

через кінці 1_2 і 2_2 діаметра цього кола. Приймаючи коло за січну кулю, легко помітити, що вона перетинає кільце і циліндр по колах, проєкціями яких на площині проєкцій V є відрізки $1_2 2_2$ і $3_2 4_2$. Перетин відрізків визначає спільні точки C і D лінії перетину цих поверхонь.

Аналогічно знаходимо центр O'_2 для другої січної кулі, від перетину якої з тором і циліндром знаходимо точки E і F лінії їх перетину.

Сполучивши плавною кривою одержані точки, отримаємо фронтальну проєкцію лінії перетину тора і циліндра.

Зауваження. Незалежно від кількості застосовуваних січних куль, центри їх лежать у різних точках, але обов'язково на осі циліндра.

Приклад 32. Побудувати лінію перетину кулі з трикутною призмою (рис. 4.208).

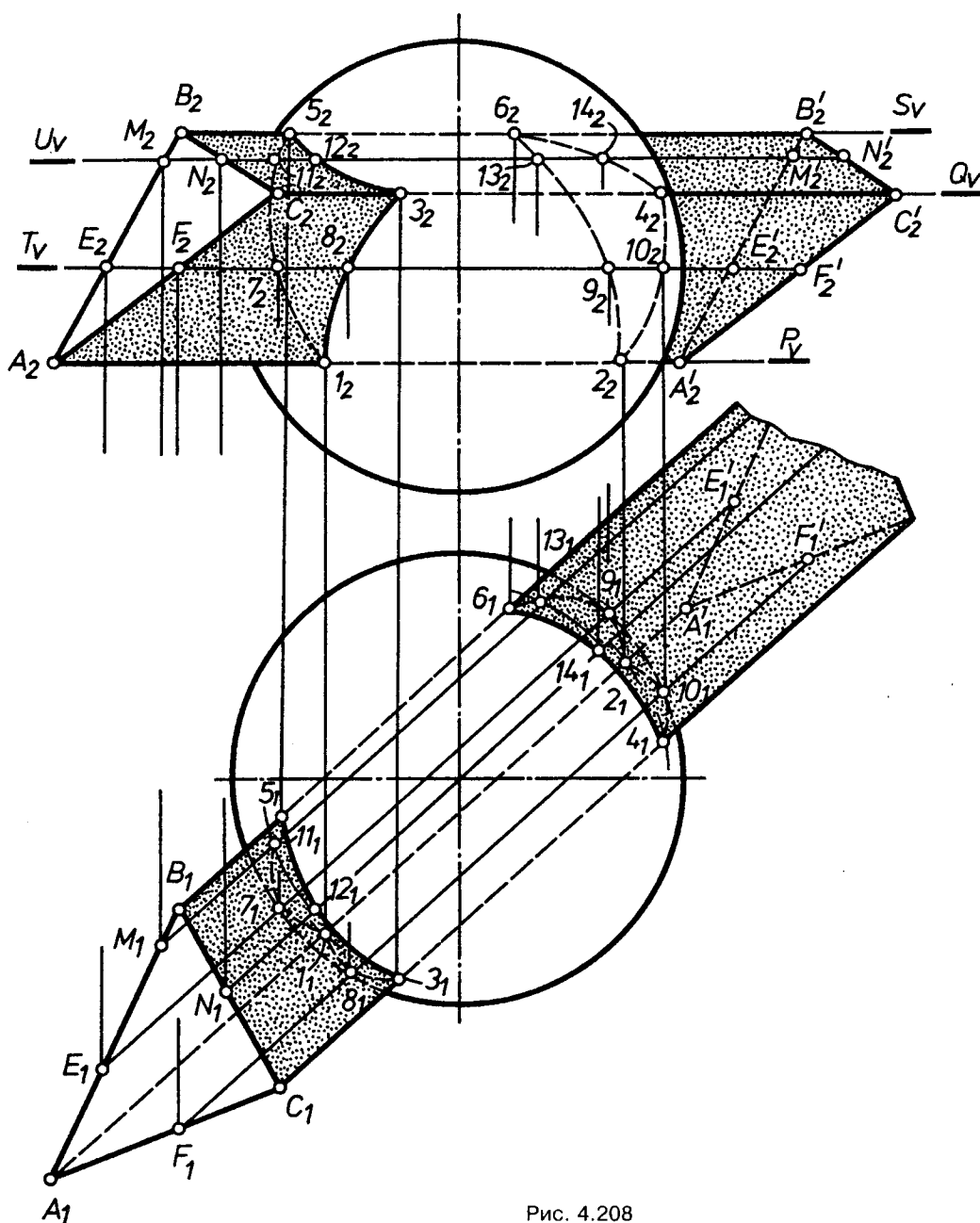


Рис. 4.208

Розв'язання. Спочатку будуюмо точки 1, 2, 3, 4, 5, 6, у яких відповідно ребра AA' , CC' та BB' призми перетинаються з поверхнею кулі. Завдання зводиться до пошуку точок «входу» і «виходу» горизонтальної прямої з поверхнею кулі. Використано допоміжні горизонтальні площини P , S і Q , які проходять відповідно через ребра AA' , BB' і CC' призми і перетинають кулю по колах. На перетині горизонтальних проєкцій відповідних кіл з горизонтальними проєкціями відповідних ребер знаходимо горизонтальні проєкції 1, 2, 3, 4, 5, 6, точок перетину ребер призми з поверхнею кулі. Потім відомим способом визначаємо фронтальні проєкції цих точок.

Далі знаходимо лінії перетину граней призми з поверхнею кулі. Для цього скористаємося горизонтальними площинами, які перетинають кулю по колах, а грані призми — по прямих. На перетині цих ліній спільні точки належать шуканій лінії перетину кулі з призмою.

На рис. 4.208 показано дві допоміжні площини T і U , за допомогою яких отримано відповідно точки 7, 8, ..., 14, що належать шуканій лінії перетину.

Сполучивши плавними кривими відповідні однойменні проєкції точок, знайдемо проєкції лінії перетину призми з поверхнею кулі.

Приклад 33. Побудувати лінію перетину призми з пірамідою (рис. 4.209).

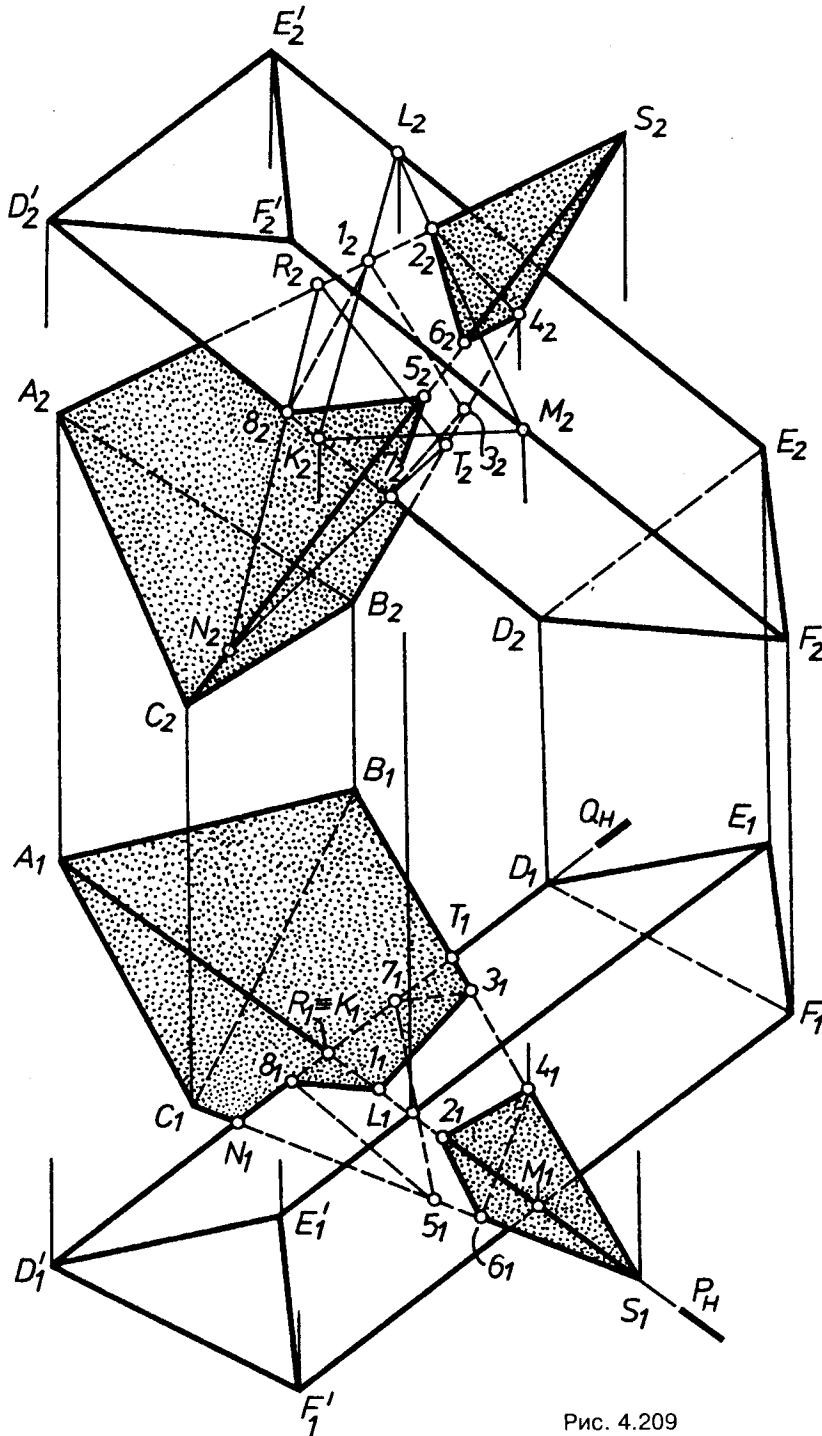


Рис. 4.209

Розв'язання. Побудова базується на пошуку точок перетину ребер одного многогранника з гранями іншого. На рис. 4.209 показана побудова точок 1 і 2, в яких ребро піраміди SA перетинає грані $DEE'D'$ та $EFFE'$ призми. Через ребро SA проведена горизонтально-проекційна площина P , яка на горизонтальній проекції перетинає ребра призми в точках K_1, L_1, M_1 ; за цими проекціями знайдені фронтальні проекції точок перетину площини P з ребрами призми K_2, L_2, M_2 . Далі позначено точки 1_2 і 2_2 , в яких S_2A_2 перетинається з контуром $K_2L_2M_2$. Точки 1_2 і 2_2 — фронтальні проекції точок перетину ребра SA з гранями призми; горизонтальні проекції цих точок — точки 1_1 і 2_1 — лежать на горизонтальній проекції ребра SA . Аналогічно знаходимо точки 3, 4, 5, 6, у яких відповідно ребра SB і SC піраміди перетинаються з гранями призми.

Далі знаходимо точки перетину ребер призми з гранями піраміди, також проводячи допоміжні горизонтально-проекційні площини (можна, звичайно, в цьому випадку, як і в попередньому, скористатися фронтально-проекційними площинами). Знаходимо точки 7 і 8 перетину ребра DD' призми з гранями піраміди. Ребра EE' і FF' призми з гранями піраміди не перетинаються.

Отже, піраміда з призмою перетинаються по двох многокутниках: 2462 і 137581.

Приклад 34. Побудувати лінію перетину прямої призми з пірамідою (рис. 4.210).

Розв'язання. Будуємо спочатку точки перетину ребер піраміди з гранями призми. За горизонтальними проекціями $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1$ цих точок, що не вимагають спеціальних побудов, визначаємо їх фронтальні проекції $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2, 6_2$.

Ребра призми EE' і FF' не перетинають поверхню піраміди, про що свідчать горизонтальні проекції, де E_1 і F_1 лежать за межами контуру горизонтальної проекції піраміди.

Слід визначити перетин з пірамідою ребра DD' . З цією метою проведемо через ребро DD' і вершину піраміди S горизонтально-проекційну площину P , яка перетне грань SAC по прямій SM , а грань SAB — по прямій SN . Точки 7 і 8 перетину ребра DD' з цими прямими будуть точками його перетину з поверхнею піраміди.

Горизонтальні проекції ліній перетину суміщаються з горизонтальними проекціями граней призми. Щоб знайти фронтальну проекцію ліній перетину призми з пірамідою, сполучимо побудовані точки прямими в такому порядку: $2_2-3_2, 3_2-8_2; 8_2-1_2; 1_2-7_2; 7_2-2_2$. Інша ламана лінія буде така: $4_2-6_2; 6_2-5_2; 5_2-4_2$.

Пряму 2_2-3_2 , що належить видимим граням, проведемо суцільною лінією. Так само проведемо суцільні лінії $3_2-8_2, 5_2-6_2$ і 5_2-4_2 . Інші прямі: $4_2-6_2, 2_2-7_2, 7_2-1_2, 1_2-8_2$, що розташовані на невидимих гранях, проведемо штриховими лініями.

Отже, 172381 — лінія «входу» піраміди в призму, а 4564 — лінія «виходу» піраміди з неї.

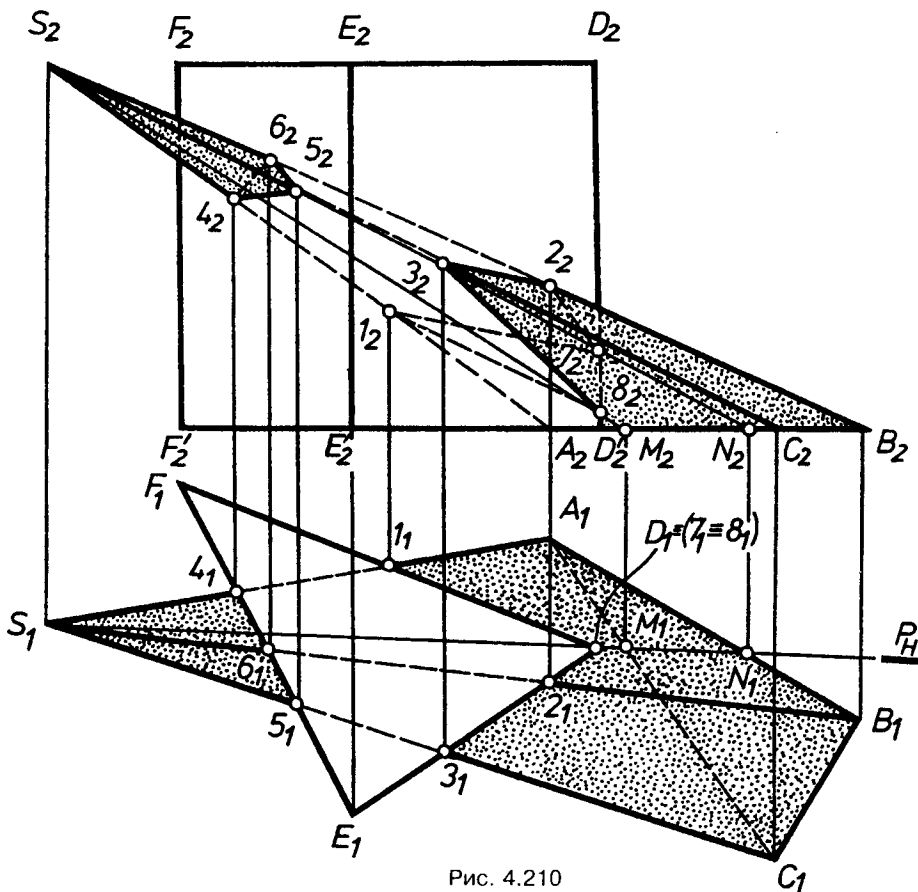


Рис. 4.210

ЗАДАЧІ

113. Побудувати лінії перетину піраміди з прямою призмою (рис. 4.211).

114. Побудувати лінії перетину двох призм (рис. 4.212).

115. Знайти третю проекцію і побудувати лінії перетину правильної трикутної піраміди з паралелепіпедом (рис. 4.213).

116. Знайти третю проекцію і побудувати лінії перетину трикутної зрізаної піраміди з призмою (рис. 4.214).

117. Знайти третю проекцію і побудувати лінії перетину зрізаної піраміди з прямою призмою (рис. 4.215).

118. Знайти третю проекцію і побудувати лінії перетину шестикутної зрізаної піраміди з прямою призмою (рис. 4.216).

119. Побудувати лінії перетину трикутної піраміди з похилою призмою (рис. 4.217).

120. Побудувати лінії перетину двох пірамід (рис. 4.218).

121. Побудувати лінію перетину конуса обертання з фронтально-проекційним циліндром обертання (рис. 4.219).

122. Побудувати лінію перетину конуса обертання з горизонтально-проекційним циліндром обертання (рис. 4.220).

123. Побудувати лінію перетину конуса обертання з циліндром обертання (рис. 4.221).

124. Побудувати лінію перетину горизонтально-проекційного циліндра обертання з похилим циліндром обертання (рис. 4.222).

125. Побудувати лінію перетину горизонтально-проекційного циліндра обертання з кулею (рис. 4.223).

126. Побудувати лінію перетину конуса обертання з кулею (рис. 4.224).

127. Побудувати лінію перетину двох конусів обертання. Осі конусів розташовані в одній фронтальній меридіональній площині (рис. 4.225).

128. Побудувати фронтальну проекцію лінії перетину двох циліндрів обертання (рис. 4.226).

129. Побудувати лінію перетину двох конусів обертання, осі яких перетинаються під прямим кутом і розташовані у їх фронтальній площині симетрії (рис. 4.227).

130. Побудувати лінію перетину закритого тора з циліндром обертання. Осі поверхонь обертання перетинаються і розташовані у їх фронтальній площині симетрії (рис. 4.228).

131. Побудувати лінію перетину тора (четвертини кільця) зі зрізаним конусом обертання. Вісь конуса обертання і середня лінія кільця розташовані у їх фронтальній площині симетрії (рис. 4.229).

132. Побудувати лінію перетину двох циліндрів обертання однакового діаметра, осі яких перетинаються під прямим кутом (рис. 4.230).

133. Побудувати лінію перетину двох циліндрів обертання однакового діаметра, осі яких перетинаються (рис. 4.231).

134. Побудувати лінію перетину циліндра обертання з конусом обертання. Точки перетину осей поверхонь є центром вписаної у них кулі (рис. 4.232).

135. Побудувати лінію перетину двох конусів обертання. Точка перетину осей конусів є центром вписаної у них кулі (рис. 4.233).

136. Побудувати лінію перетину зрізаного конуса обертання з фронтально-проекційною трикутною призмою (рис. 4.234).

137. Побудувати лінію перетину кулі з фронтально-проекційною чотирикутною призмою (рис. 4.235).

138. Побудувати лінію перетину циліндра обертання з многогранником (рис. 4.236).

139. Побудувати лінію перетину двох циліндрів обертання (рис. 4.237).

140. Побудувати лінію перетину поверхні відкритого (четвертини кільця) тора з фронтально-проекційним циліндром обертання (рис. 4.238).

141. Побудувати лінію перетину поверхні відкритого (четвертини кільця) тора з трикутною горизонтально-проекційною призмою (рис. 4.239).

142. Побудувати лінії перетину циліндра обертання з трикутною пірамідою (рис. 4.240).

143. Побудувати лінії перетину циліндра обертання з похилою тригранною призмою (рис. 4.241).

144. Побудувати лінію перетину двох конічних поверхонь (рис. 4.242)

145. Побудувати лінію перетину двох циліндричних поверхонь (рис. 4.243).

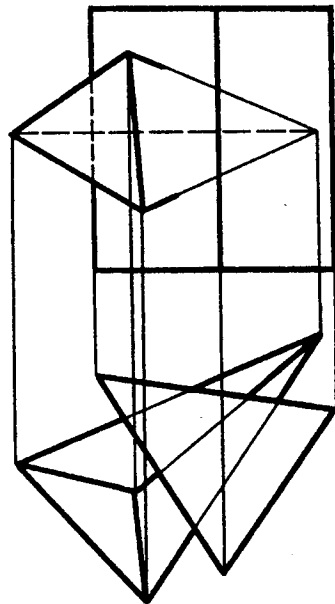


Рис. 4.211

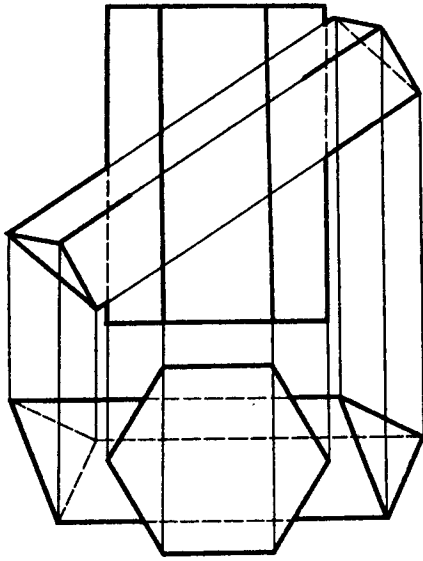


Рис. 4.212

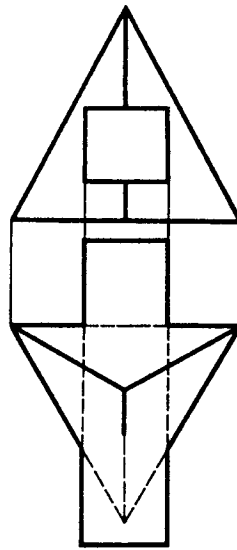


Рис. 4.213

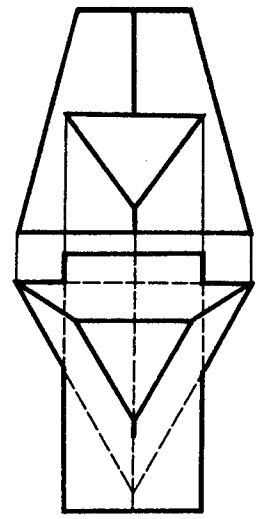


Рис. 4.214

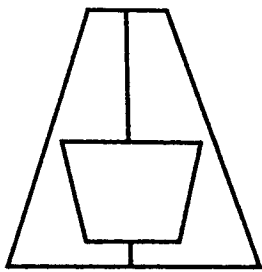


Рис. 4.215

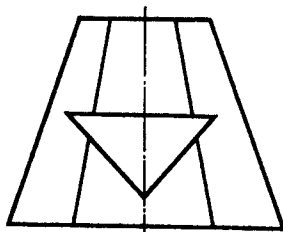


Рис. 4.216

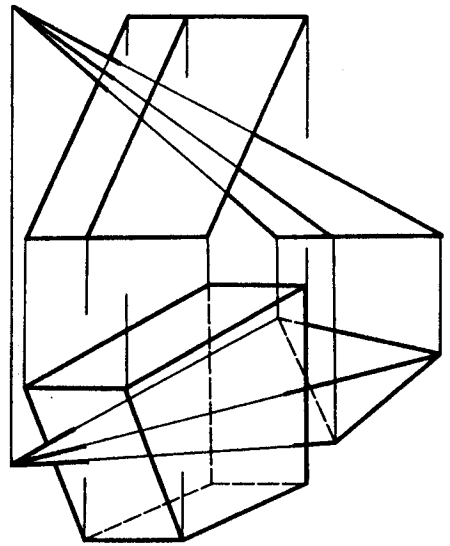
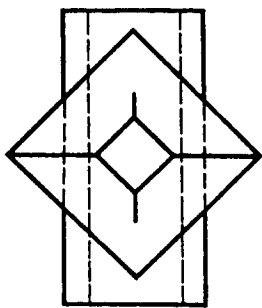


Рис. 4.217

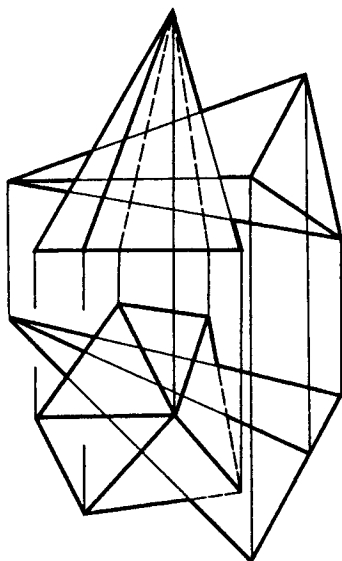


Рис. 4.218

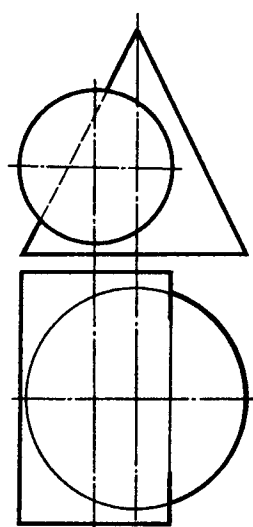


Рис. 4.219

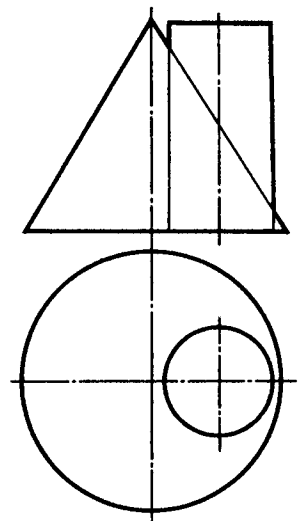


Рис. 4.220

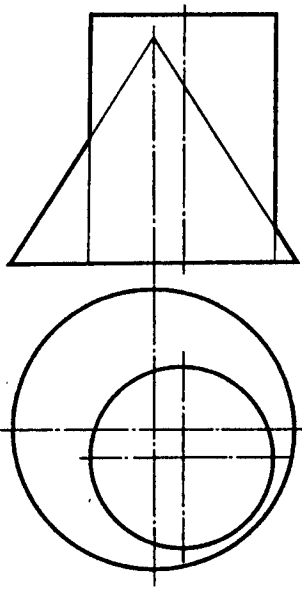


Рис. 4.221

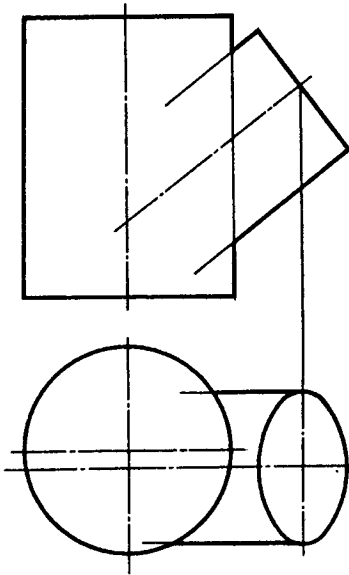


Рис. 4.222

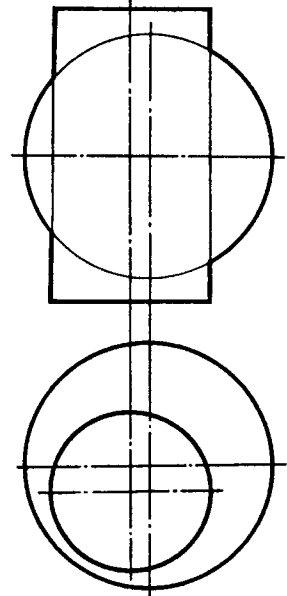


Рис. 4.223

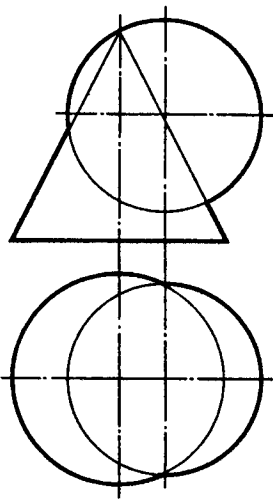


Рис. 4.224

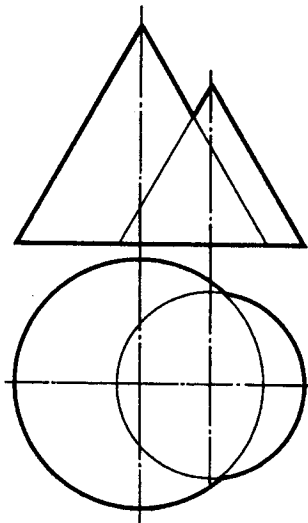


Рис. 4.225

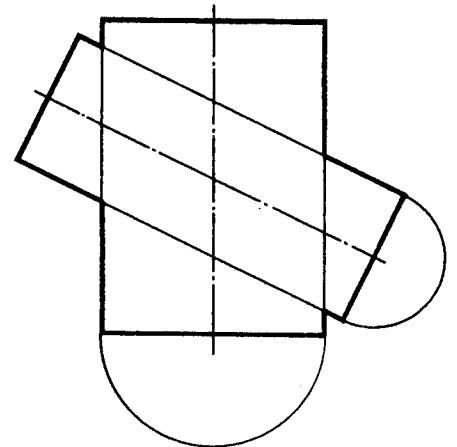


Рис. 4.226

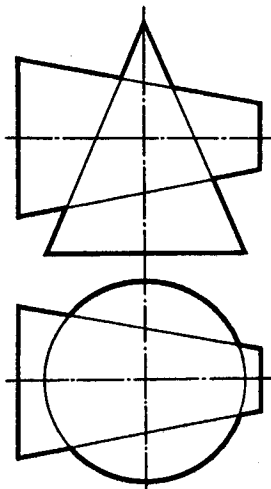


Рис. 4.227

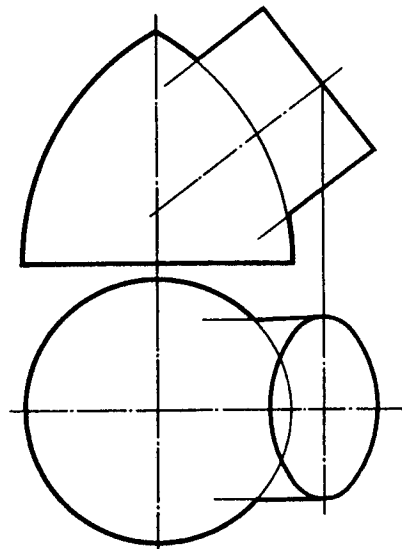


Рис. 4.228

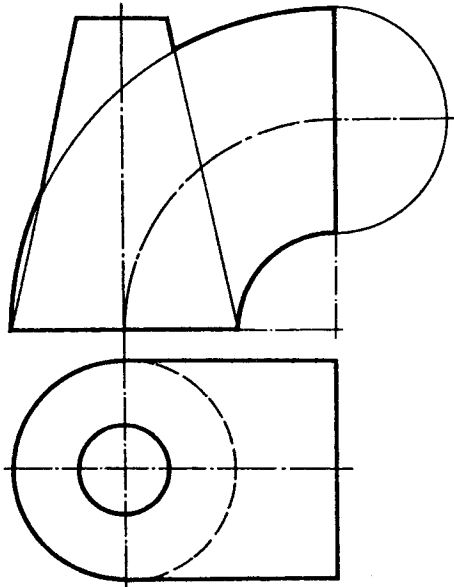


Рис. 4.229

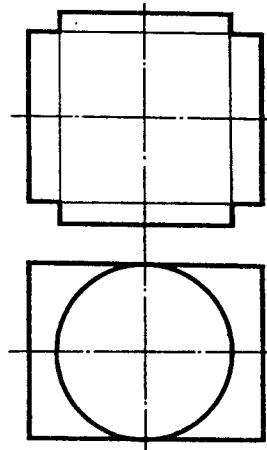


Рис. 4.230

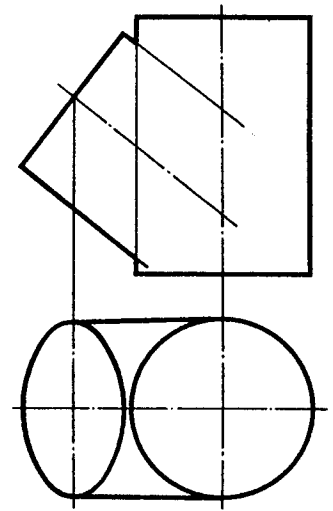


Рис. 4.231

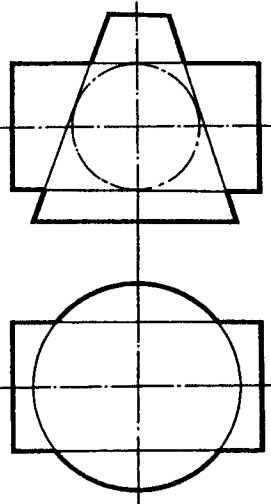


Рис. 4.232

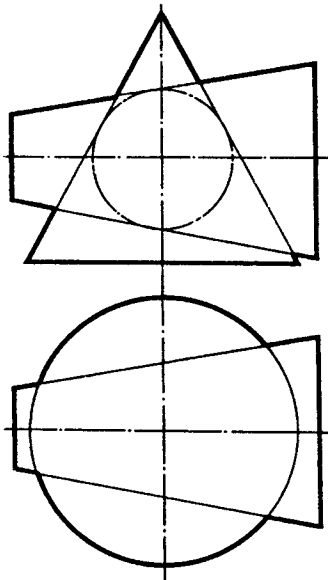


Рис. 4.233

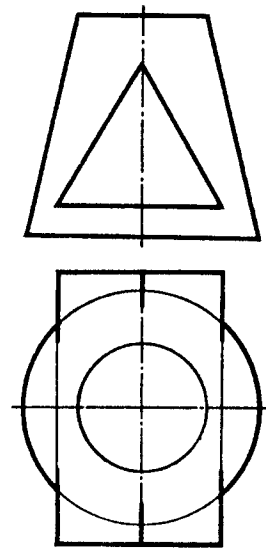


Рис. 4.234

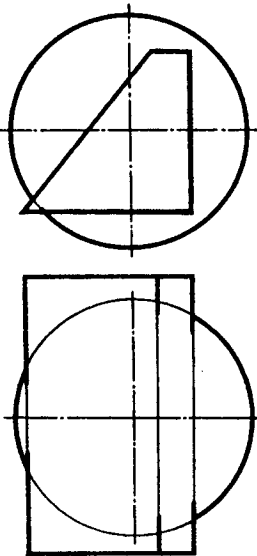


Рис. 4.235

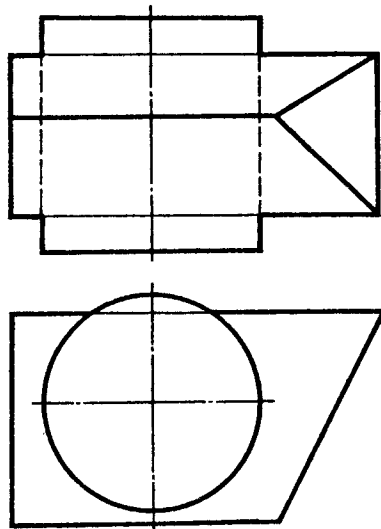


Рис. 4.236

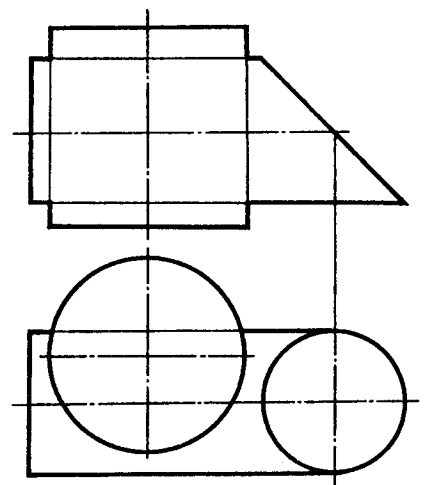


Рис. 4.237

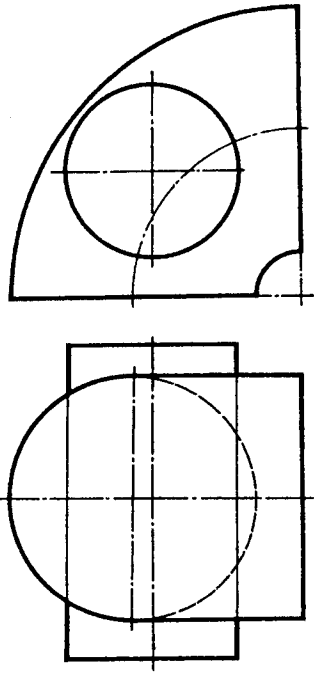


Рис. 4.238

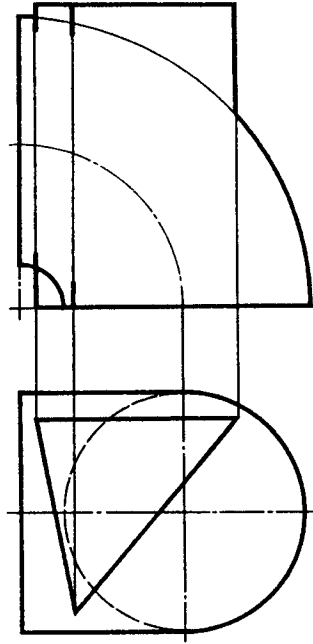


Рис. 4.239

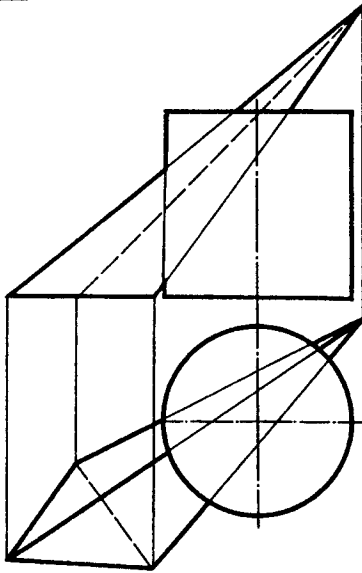


Рис. 4.240

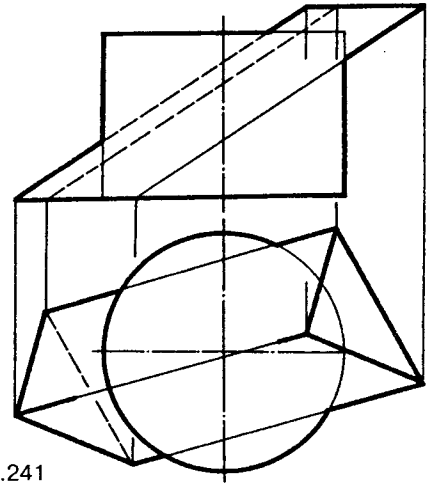


Рис. 4.241

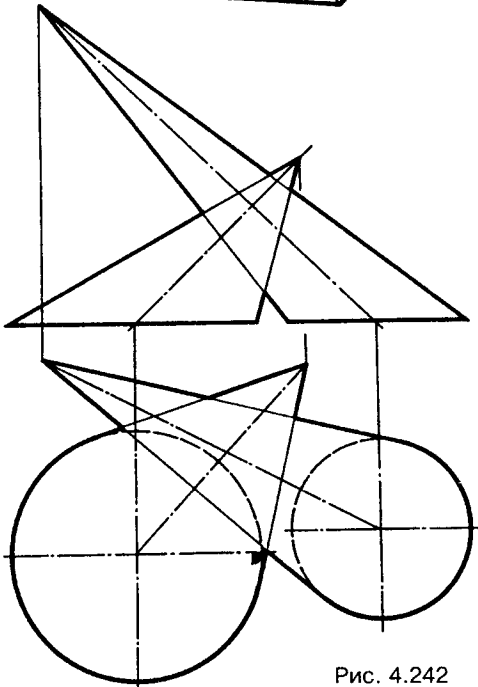


Рис. 4.242

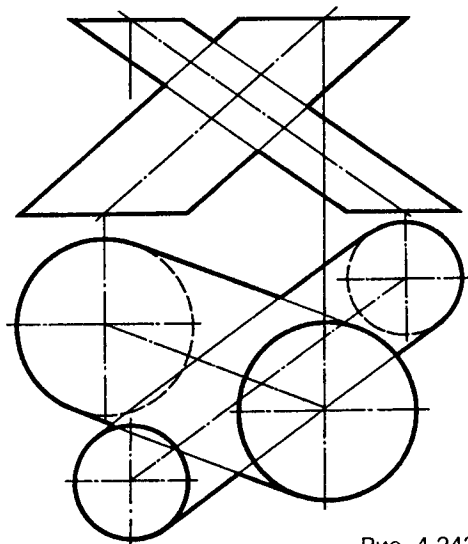


Рис. 4.243

4.5. Побудова розгорток поверхонь

4.5.1. Розгортки поверхонь многогранників

1. Розгорткою многогранника називається плоска фігура, яку одержали послідовним суміщенням усіх граней многогранника з площиною креслення, тобто на розгортці многогранника усі його грані повинні бути побудовані в справжню величину.

2. Існує три способи побудови розгортки многогранних поверхонь:

а) спосіб нормального перерізу (див. приклад 36);

б) спосіб розгортання (див. приклад 37);

в) спосіб трикутників. Суть способу полягає в тому, що чотирикутні грані призми розбивають діагоналями на трикутники, які легко будувати, визначивши справжні розміри сторін трикутників будь-яким із відомих способів побудови довжини відрізків. Тим же способом будується розгортка піраміди.

4.5.2. Побудова наближених розгорток розгортних кривих поверхонь

1. Розгортка будь-якої розгортної поверхні наближена. При розгортанні такої поверхні останню апроксимують поверхнями вписаних або описаних многогранників, що мають грані у формі прямокутників або трикутників.

2. Для побудови розгортки циліндричної

поверхні використовуються ті ж способи нормального перерізу і розгортання, які застосовуються під час розгортання бічної поверхні призми. В обох випадках циліндричну поверхню замінюють призматичною поверхнею, вписаною (або описаною) у циліндричну.

3. Задача на побудову розгортки конічної поверхні розв'язується так, як у випадку побудови розгортки бічної поверхні піраміди — способом трикутників. Для цього конічна поверхня апроксимується вписаною у неї пірамідальною поверхнею.

Запитання для самоперевірки

1. Зі скількох плоских фігур складається повна розгортка правильної шестикутної призми?

2. Зі скількох плоских фігур складається повна розгортка правильної чотирикутної піраміди?

3. Чому дорівнює довжина розгортки бічної поверхні прямого циліндра обертання, якщо його радіус основи R ?

4. Яку форму має розгортка бічної поверхні прямого конуса обертання з основою, перпендикулярною до осі конуса?

5. Яка з прямих ліній, що належить поверхні конуса, зобразиться на розгортці прямою?

ПРИКЛАДИ

Приклад 35. Побудувати розгортку нижньої частини правильної шестигранної призми, розрізаної площиною P (рис. 4.244).

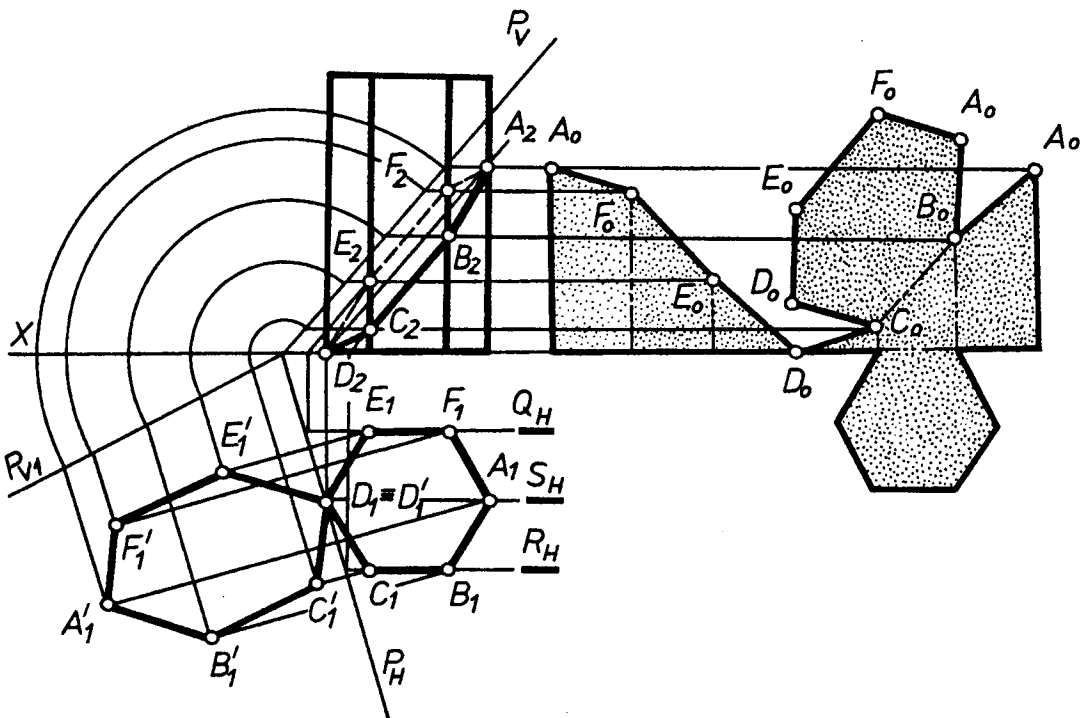


Рис. 4.244

Розв'язання. Побудувавши спочатку проекції фігури перерізу $ABCDEF$ за допомогою фронтальних площин Q, S, R , далі визначимо справжню величину цієї фігури суміщенням площини P з площиною проєкцій H .

Побудувати розгортку бічної поверхні прямої призми неважко, бо фронтальні її ребра проєкціюються на площину проєкцій V у справжню величину, а ребра нижньої основи, зображені на H теж без спотворення довжини, при розгортанні лягають на одну пряму.

Починаємо будувати розгортку з того, що на будь-якій горизонтальній прямій (у даному випадку — на осі OX) відкладаємо від вибраної точки шість відрізків, кожний з яких дорівнює довжині ребра основи призми. Потім через позначені точки проводимо вертикальні прямі й послідовно переносимо на них з площини проєкцій V довжини бічних ребер нижньої зрізаної частини призми. Точки $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0$ і A_1 сполучаємо ламаною лінією.

Побудувавши таким чином розгортку бічної поверхні призми, до однієї з її сторін приєднуємо справжню величину фігури перерізу і нижню основу. Одержане зображення є повною розгорткою нижньої зрізаної частини призми.

Приклад 36. Побудувати розгортку похилої тригранної призми $ABCDEF$ (рис. 4.245).

Розв'язання. Переріжемо призму площиною P , перпендикулярною до бічних ребер призми. Побудуємо переріз заданої призми цією площиною — $\Delta 123$. Визначимо довжини сторін трикутника 123 будь-яким відомим способом. На рис. 4.245 використаний спосіб плоскопаралельного переміщення.

На вільному місці креслення проведемо пряму l . Від будь-якої точки, наприклад, 1_0 , взятій на цій прямій, відкладемо відрізки $1_0 2_0$,

$2_0 3_0, 3_0 1_0$, які дорівнюють сторонам трикутника 123 . Через точки $1_0, 2_0, 3_0, 1_0$ проведемо прямі, перпендикулярні до прямої l , і відкладемо на них від точок $1_0, 2_0, 3_0, 1_0$ відрізки, що дорівнюють відповідним довжинам бічних ребер ($1A, 1D, 2B, 2E, 3C, 3F$). Одержані точки $A_0, B_0, C_0, A_1, D_0, E_0, F_0, D_1$ сполучаємо прямими. Плошка фігура $A_0 B_0 C_0 A_1 D_0 F_0 E_0 D_1$ є розгорткою бічної поверхні призми.

Щоб отримати повну розгортку призми, потрібно до розгортки бічної поверхні добудувати основи призми — $\Delta A_0 B_0 C_0$ і $\Delta D_0 E_0 F_0$, попередньо визначивши їх справжні розміри.

Зауваження. На рис. 4.245 ребра AD, BE і CF паралельні горизонтальній площині проєкцій, тому вони проєкціюються на неї без спотворення. Якщо ребра призми займають довільне положення, то перш ніж будувати розгортку потрібно за допомогою способів перетворення проєкцій перевести їх у положення, паралельне будь-якій площині проєкцій.

Приклад 37. Побудувати розгортку бічної поверхні похилої тригранної призми $ABCDEF$ (рис. 4.246).

Розв'язання. Прийmemo за площину розгортки площину P , що проходить через ребро AD , паралельну фронтальній площині проєкцій. Сумістимо грань $ADEB$ з площиною P . Для цього уявно розріжемо бічну поверхню призми по ребру AD , а потім здійснимо обертання грані $ADEB$ навколо ребра AD ($A_2 D_2$).

Для знаходження суміщеного з площиною P положення ребра $B_0 E_0$ з точки B_2 проводимо промінь, перпендикулярний до $A_2 D_2$. На цьому промені позначаємо описаною з центра A_2 дугою радіуса $A_1 B_1$ точку B_0 . Через B_0 проводимо пряму $B_0 E_0$, паралельну $A_2 D_2$.

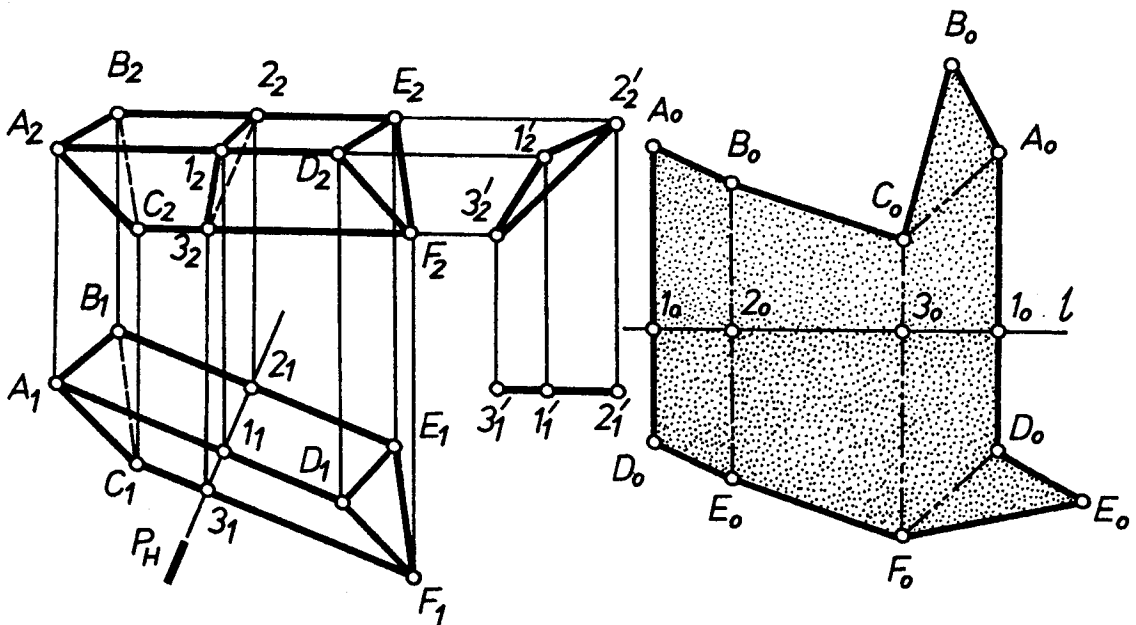


Рис. 4.245

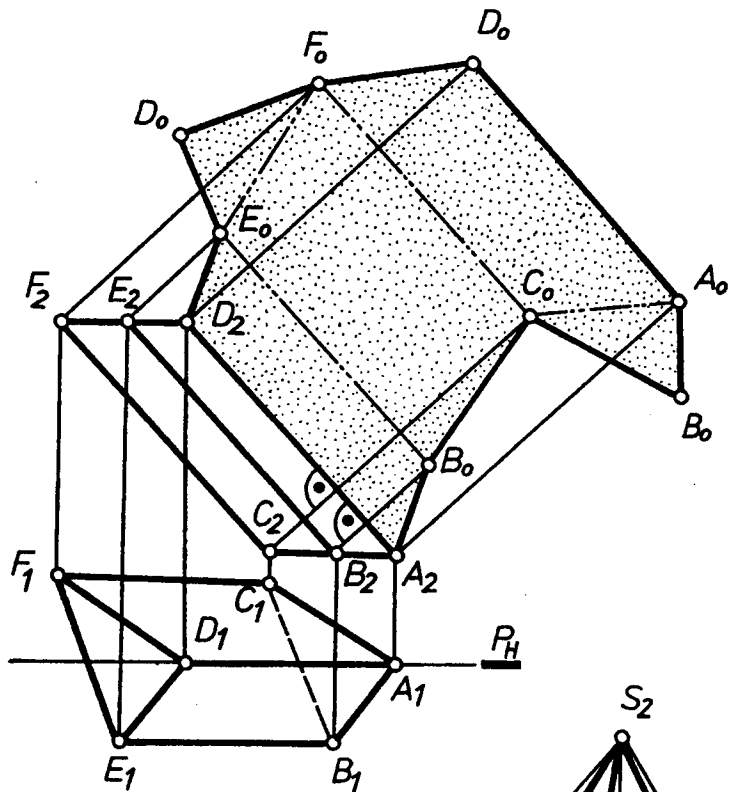


Рис. 4.246

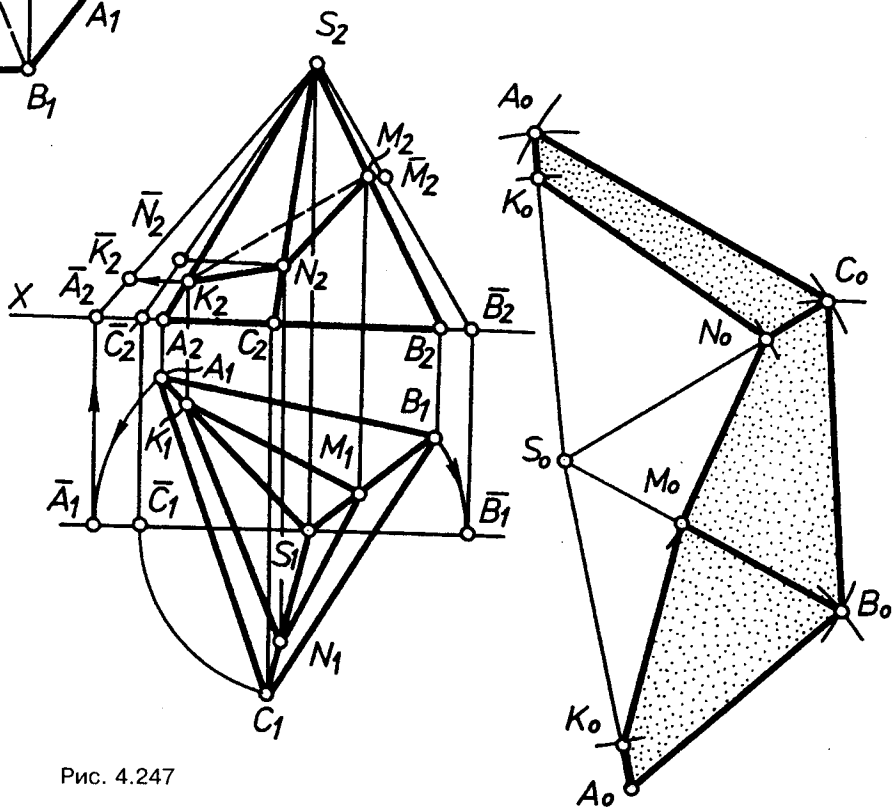


Рис. 4.247

Приймаємо суміщене положення ребра B_0E_0 за нову вісь обертання і повертаємо навколо неї грань $BEFC$ до суміщення з площиною P . Для цього з точки C_2 проводимо промінь, перпендикулярний до суміщеного ребра B_0E_0 , а з точки B_0 — дугу кола радіусом довжиною B_1C_1 ; перетин дуги з променем визначить положення точки C_0 . Через C_0 проводимо C_0F_0 паралельно B_0E_0 . Аналогічно знаходимо положення ребра A_0D_0 . Сполучивши точки A_2, B_0, C_0, A_0 і D_2, E_0, F_0, D_0 прямими, одержимо фігуру $A_2B_0C_0A_0D_0F_0E_0D_2$ — розгортку

бічної поверхні призми. Щоб отримати повну розгортку призми, достатньо до будь-якої ланки ламаної лінії $A_2B_0C_0A_0$ і $D_2E_0F_0D_0$ добудувати трикутники основ $A_0B_0C_0$ і $D_0E_0F_0$.

Приклад 38. Побудувати розгортку бічної поверхні піраміди з нанесеними на її грані сторонами трикутного перерізу піраміди деякою площиною (рис. 4.247).

Розв'язання. Знаходимо довжини кожного з ребер способом обертання навколо горизонтально-проекційної осі, що проходить через точку S (вершину піраміди). Далі буду-

ємо трикутник $A_0S_0B_0$ за трьома сторонами: основа A_0B_0 дорівнює горизонтальній проекції A_1B_1 , а бічні сторони — справжнім величинам ребер SA і SB , тобто відрізкам S_2A_2 і S_2B_2 .

На стороні S_0B_0 побудований другий трикутник, причому дві інші сторони мають розміри: $B_0C_0=B_1C_1$, $S_0C_0=S_2C_2$.

Аналогічно побудований і третій трикутник $S_0A_0C_0$.

Отже, $S_0A_0B_0C_0A_0S_0$ — розгортка бічної поверхні піраміди. Якщо тепер на сторонах S_0A_0 , S_0B_0 і S_0C_0 відкласти відрізки $S_0K_0=S_2K_2$, $S_0M_0=S_2M_2$ і $S_0N_0=S_2N_2$, то отримаємо ламану лінію $K_0M_0N_0K_0$, яка складається зі сторін фігури перерізу.

Приклад 39. Побудувати розгортку нижньої частини поверхні циліндра обертання, перерізаного фронтально-проекційною площиною P (рис. 4.248).

Розв'язання. Оскільки вісь циліндра перпендикулярна до площини проєкцій H , то горизонтальна проєкція фігури перерізу суміщається з горизонтальною проєкцією циліндра, а фронтальна — зі слідом площини P_v , тобто проєкціюється у відрізок A_2B_2 .

Справжній вигляд перерізу являє собою еліпс, велика вісь якого — відрізок $A_0B_0=A_2B_2$, мала — відрізок C_0D_0 , що дорівнює діаметру циліндра.

Будуємо розгортку зрізаної нижньої частини циліндричної поверхні. Для цього коло основи циліндра поділено на 12 однакових частин; розгорнуте коло основи також поділене на 12 однакових частин. Відрізки твір-

них відкладені на перпендикулярах, проведених у точках поділу розгорнутого кола основи циліндра, тобто $7_0B_0=7_2B_2$, $8_0E_0=8_2E_2, \dots, 6_0F_0=6_2F_2$, $7_0B_0=7_2B_2$. Кінці цих відрізків відповідають точкам еліпса. Тому, провівши через них криву, отримаємо розгорнутий еліпс (ця лінія є синусоїдою) — верхній край розгортки бічної поверхні циліндра.

До розгортки бічної поверхні приєднано круг основи і еліпс — справжній вигляд перерізу. Одержана фігура буде розгорткою зрізаної нижньої частини циліндра.

Приклад 40. Побудувати розгортку циліндричної поверхні (рис. 4.249).

Розв'язання. Розгортку будуємо способом нормального перерізу, для цього:

- 1) перерізаємо циліндричну поверхню площиною P , перпендикулярною до прямої твірної циліндричної поверхні;
- 2) ділимо коло d — лінію перерізу на однакову кількість частин, наприклад, на дванадцять;
- 3) проводимо на вільному місці креслення пряму l і відкладаємо на ній відрізок 1_01_0 , який дорівнює довжині кола перерізу;
- 4) ділимо 1_01_0 на таку ж, як і коло основи, кількість однакових частин, тобто на дванадцять;
- 5) через точки поділу $1_0, 2_0, 3_0, \dots, 12_0, 1_0$ проводимо прямі, перпендикулярні до прямої l , і відкладаємо на них від точок $1_0, 2_0, \dots, 12_0, 1_0$ відрізки, що дорівнюють довжині відповідних твірних нижньої і верхньої частин циліндричної поверхні;

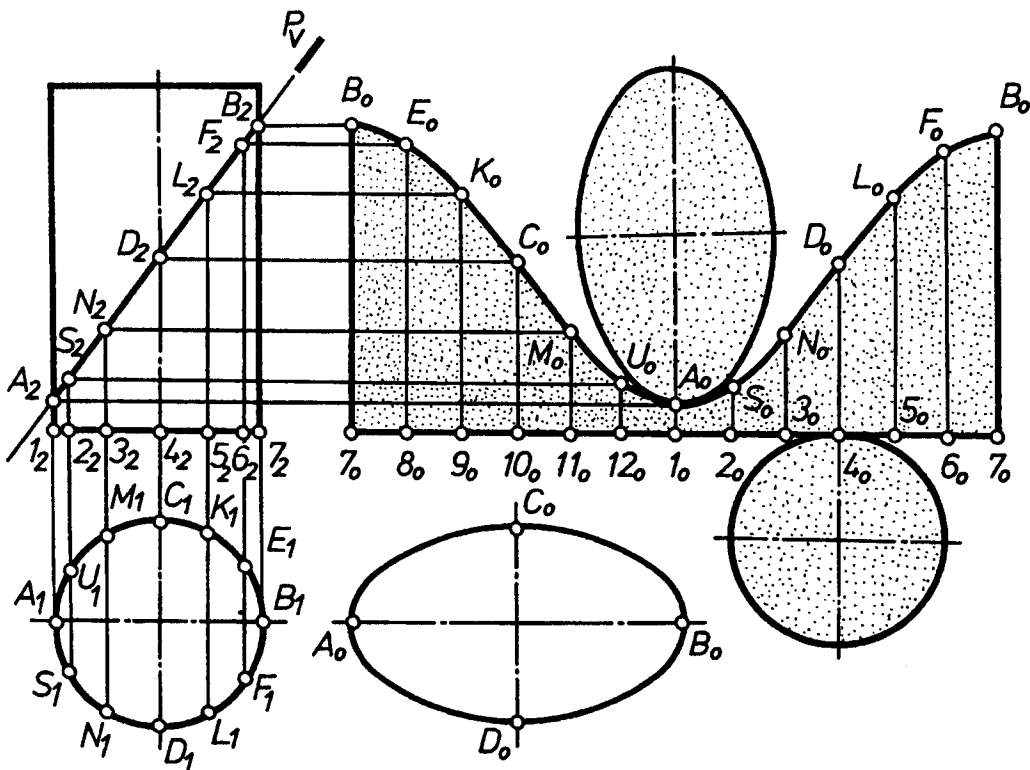


Рис. 4.248

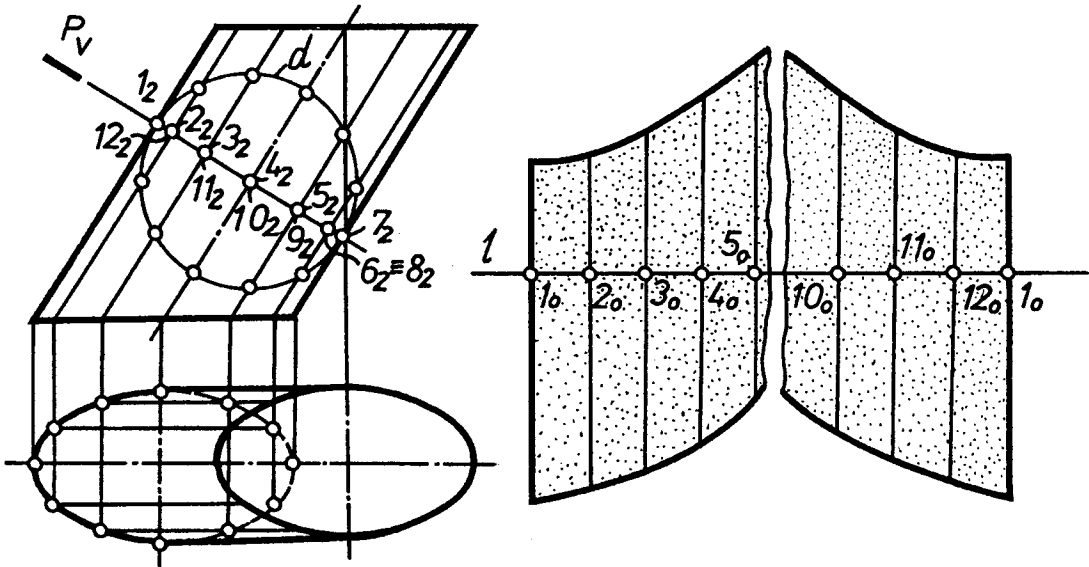


Рис. 4.249

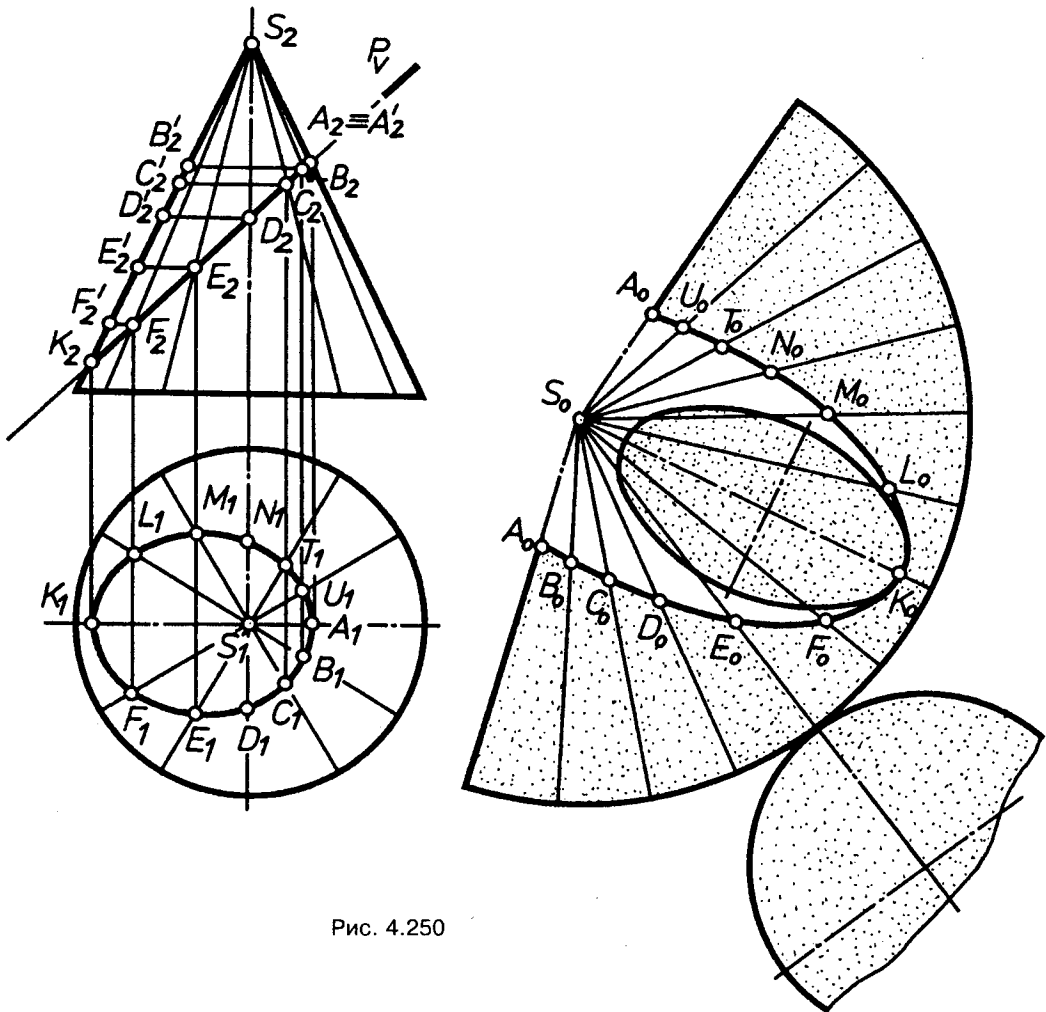


Рис. 4.250

6) сполучивши кінці твірних плавною кривою, отримуємо розгортку циліндричної поверхні.

Приклад 41. Побудувати повну розгортку нижньої частини прямого кругового конуса, зрізаного площиною P (рис. 4.250).

Розв'язання. Будуємо розгортку бічної

поверхні прямого кругового конуса. Для цього вписуємо в основу конуса правильний 12-кутник. Далі, описавши з будь-якої точки S_0 дугу радіусом, що дорівнює довжині твірної конуса, позначаємо послідовно від довільної точки 12 дуг, хорди яких дорівнюють сторонам 12-кутника.

Отже, розгортку бічної поверхні прямого кругового конуса замінено з достатньою точністю розгорткою правильної 12-кутної піраміди, вписаної в заданий конус.

Проводимо через точки поділу кола основи твірні і знаходимо точки їх перетину з площиною P . Наносимо ці твірні на розгортку і на кожній з них відкладаємо довжину відрізка відповідної твірної конуса від його вершини до точки перетину з площиною. Тобто $S_0A_0 = S_2A'_2$, $S_0B_0 = S_2B'_2$, ..., $S_0E_0 = S_2E'_2$, ..., $S_0U_0 = S_2U'_2$, $S_0A_0 = S_2A'_2$.

Далі кінці цих відрізків сполучаємо плавною кривою.

Щоб отримати повну розгортку нижньої частини конуса, необхідно приєднати до розгортки його бічної поверхні: основу — круг і фігуру перерізу — еліпс, визначивши попередньо його справжню величину.

Приклад 42. Побудувати розгортку бічної поверхні конуса (рис. 4.251).

Розв'язання. Апроксимуємо конічну поверхню многогранною пірамідальною з ребрами, що проходять відповідно через точки 1, 2, 3, ..., вибрані на однакових або різних відстанях одна від одної на основі конічної поверхні, тобто основу замінюємо многокутником зі сторонами $1_2, 2_3, 3_4, \dots, 14_1$, а бічну поверхню — поверхнею піраміди з трикутними гранями $S-1-2, S-2-3, S-3-4, \dots, S-14-1$. У розгорнутому стані поверхня є сукупністю цих трикутників.

Визначивши (способом обертання) довжину відрізка $S1$ — відрізок $S_21'_1$ і довжину від-

різка $S2$ — відрізок $S_22'_2$, побудуємо трикутник за трьома його сторонами $S_21'_2, S_22'_2$ і 1_2 (хорда). Потім будуємо другий трикутник, для чого визначаємо довжину відрізка $S3$ — відрізок $S_23'_2$ і беремо хорду 2_3 і т.д. Ламану $8_0, 7_0, 6_0, 5_0, \dots, 10_0, 9_0, 8_0$ можна замінити кривою, що проходить через ті ж точки. Фігуру $S_0, 8_0, 7_0, 6_0, \dots, 9_0, 8_0$ беруть за розгортку бічної поверхні конуса. Чим більше число граней вписаної піраміди, тим менша різниця між справжньою та наближеною розгортками конічної поверхні.

Приклад 43. Побудувати розгортку поверхні, що складається з поверхні циліндроїда, який спрягає два кола однакового діаметра (рис. 4.252).

Розв'язання. Принцип розв'язання задачі на побудову умовної розгортки нерозгортної поверхні (циліндроїд — нерозгортна поверхня) полягає в тому, що відсіки заданої поверхні апроксимуються відсіками розгортних поверхонь — гранними, циліндричними або конічними. Задану нерозгортну поверхню циліндроїда апроксимуємо вписаними в неї відсіками конічної поверхні, які, своєю чергою, замінюємо трикутниками.

Щоб замінити поверхню циліндроїда відсіками конічних поверхонь, проводимо на поверхні циліндроїда прямолінійні твірні, паралельні площині паралелізму, якою є фронтальна площина проєкцій.

На ділянці поверхні між двома суміжними твірними, наприклад $1A$ і $2B$, проводимо діагональ $2A$; отримані відсіки поверхні $1A2$ і $A2B$

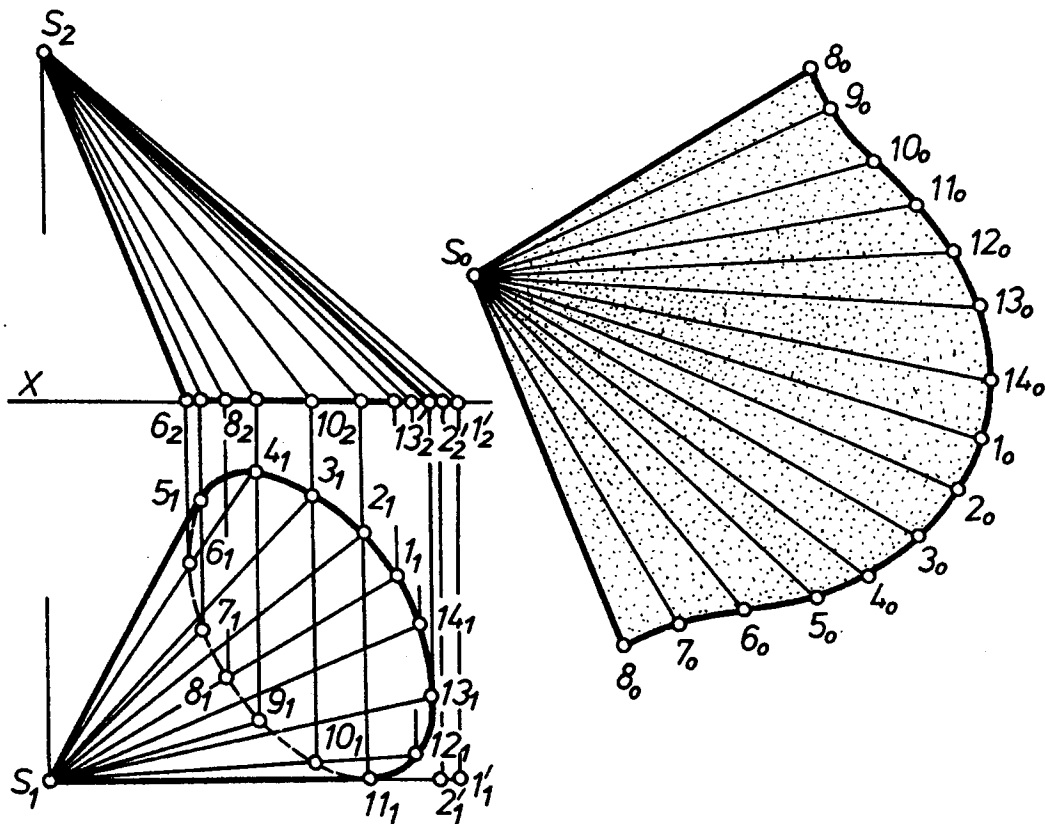


Рис. 4.251

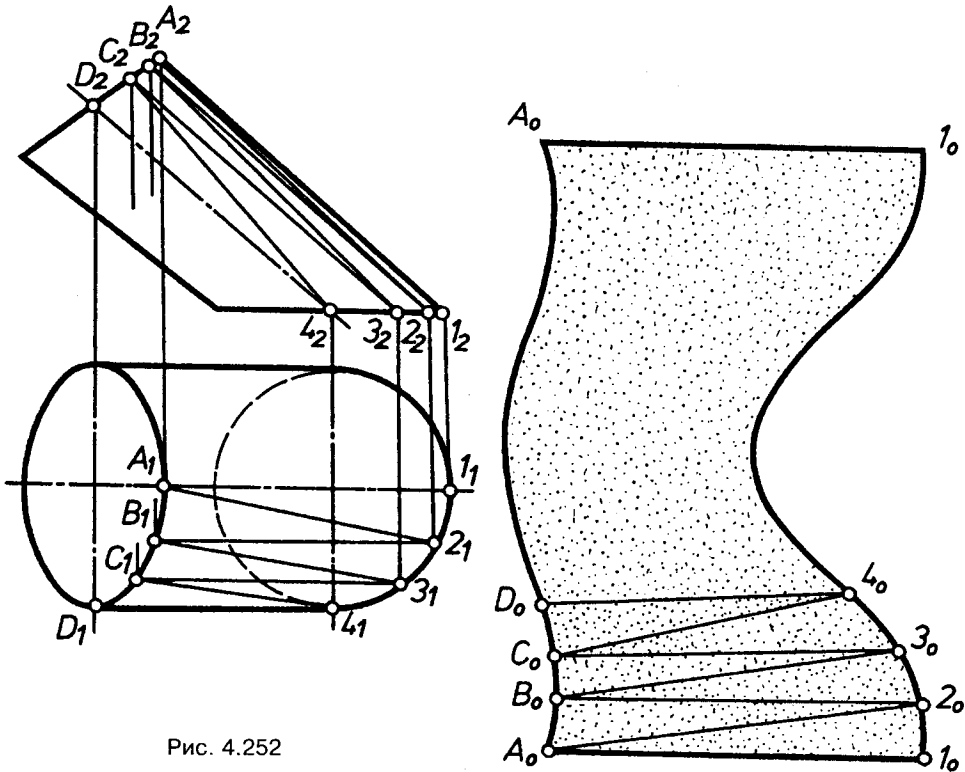


Рис. 4.252

приймаємо за плоскі трикутники. Таким же чином будемо всі інші відсіки поверхні циліндроїда. Після цього будемо розгортку многогранної поверхні, складеної з трикутників. Точки $1_0, 2_0, \dots$ і A_0, B_0, \dots сполучаємо плавними кривими; отримуємо розгортку заданої поверхні.

З а у в а ж е н н я. Слід пам'ятати, що при побудові розгортки повинні бути визначені справжні довжини всіх сторін трикутників (відсіків поверхні).

ЗАДАЧІ

146. Побудувати повну розгортку нижньої, зрізаної площиною P , частини прямої призми (рис. 4.253).

147. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямої призми, розрізаної площиною Q (рис. 4.254, 4.255).

148. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямої призми, розрізаної площиною R (рис. 4.256, 4.257).

149. Побудувати розгортку бічної поверхні будь-якої частини призми, розрізаної площиною Q (рис. 4.258, 4.259).

150. Побудувати розгортку бічної поверхні однієї з частин призми, розрізаної площиною R (рис. 4.260, 4.261).

151. Побудувати повну розгортку нижньої частини прямої піраміди, зрізаної площиною P (рис. 4.262, 4.263).

152. Побудувати повну розгортку однієї з частин піраміди, зрізаної площиною T (рис. 4.264, 4.265).

153. Побудувати розгортку бічної поверхні піраміди і нанести лінію перетину її площиною P (рис. 4.266, 4.267).

154. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямого кругового циліндра, розрізаного площиною P (рис. 4.268).

155. Побудувати розгортку нижньої частини прямого кругового циліндра, зрізаного площиною Q (рис. 4.269).

156. Побудувати розгортку бічної поверхні нижньої частини прямого кругового циліндра, розрізаного площиною S (рис. 4.270).

157. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямого кругового циліндра, розрізаного площиною довільного положення R (рис. 4.271).

158. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямого кругового конуса, розрізаного фронтальною площиною P (рис. 4.272).

159. Побудувати повну розгортку однієї з частин прямого кругового конуса, розрізаного фронтально-проекційною площиною Q (рис. 4.273).

160. Побудувати розгортку бічної поверхні нижньої частини прямого кругового конуса, розрізаного площиною R (рис. 4.274).

161. Побудувати повну розгортку будь-якої з частин прямого кругового конуса, розрізаного площиною T (рис. 4.275).

162. Знайти найкоротшу відстань між точками A і B на поверхні циліндра (рис. 4.276).

163. Знайти найкоротшу відстань між точками A і B на поверхні конуса (рис. 4.277).

164. Побудувати повну розгортку зрізаного конуса (рис. 4.278).

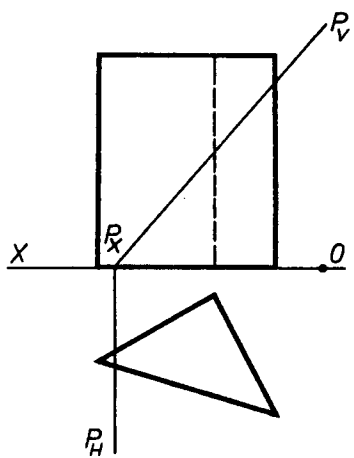


Рис. 4.253

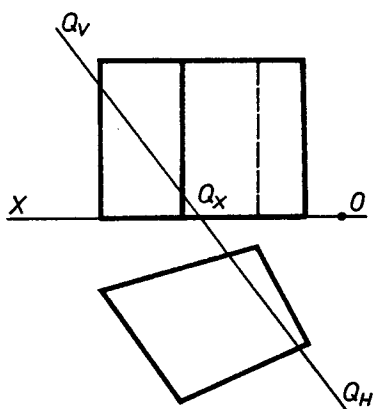


Рис. 4.254

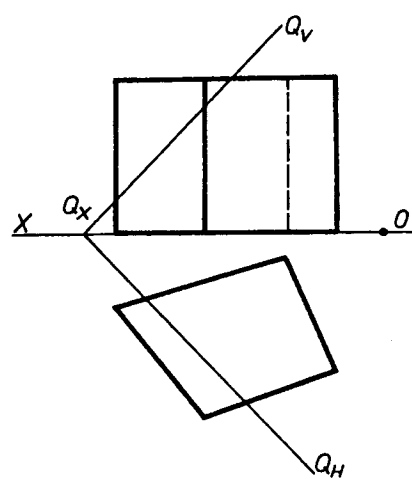


Рис. 4.255

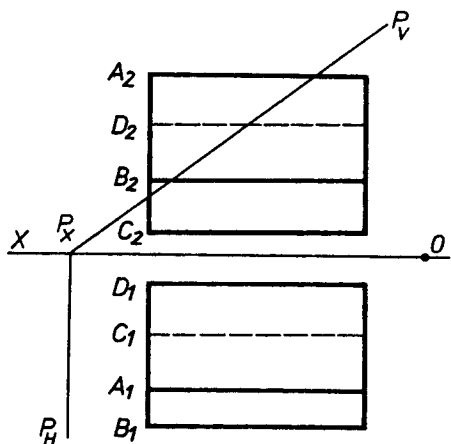


Рис. 4.256

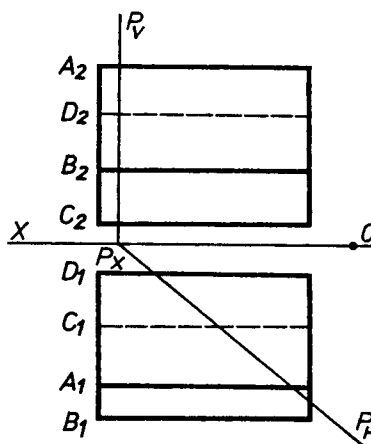


Рис. 4.257

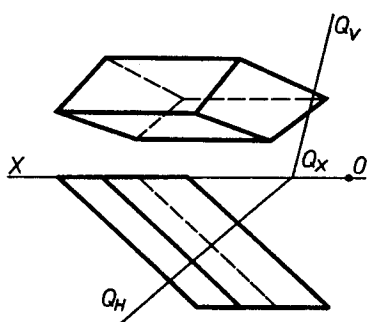


Рис. 4.258

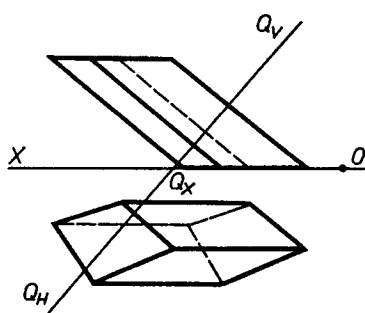


Рис. 4.259

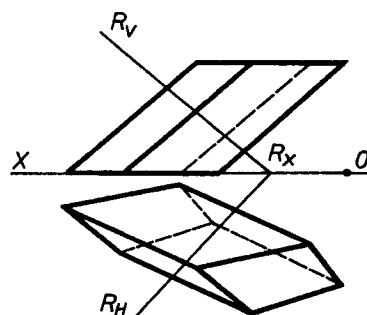


Рис. 4.260

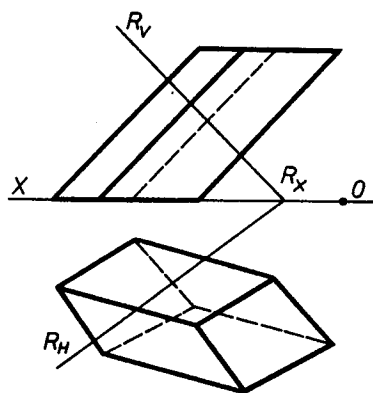


Рис. 4.261

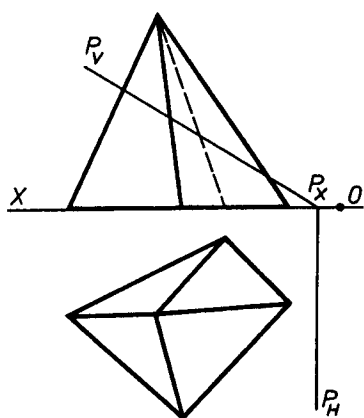


Рис. 4.262

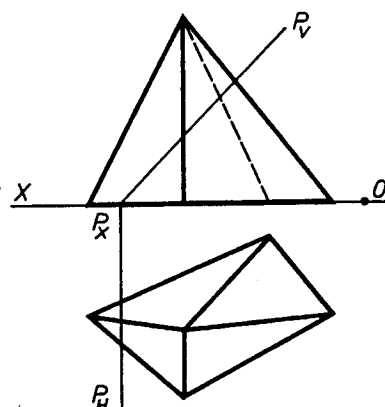


Рис. 4.263

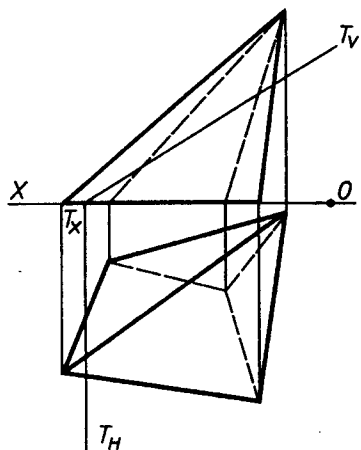


Рис. 4.264

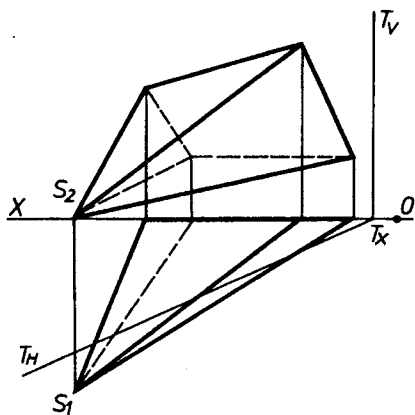


Рис. 4.265

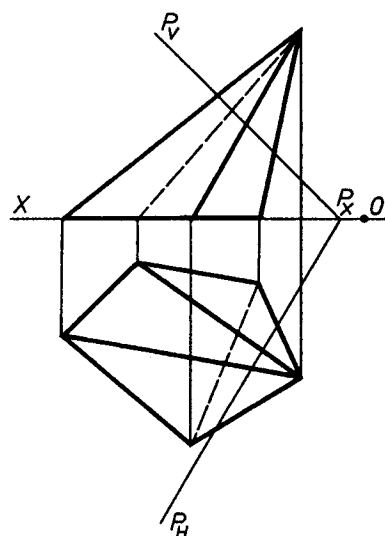


Рис. 4.266

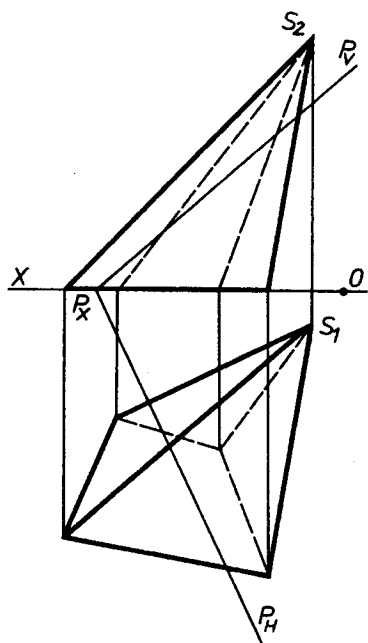


Рис. 4.267

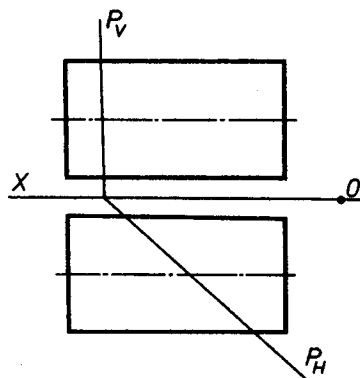


Рис. 4.268

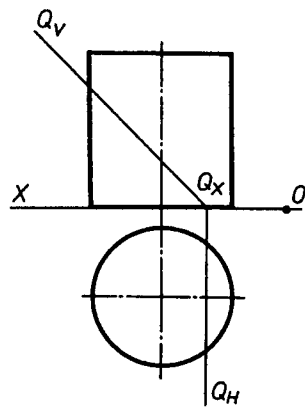


Рис. 4.269

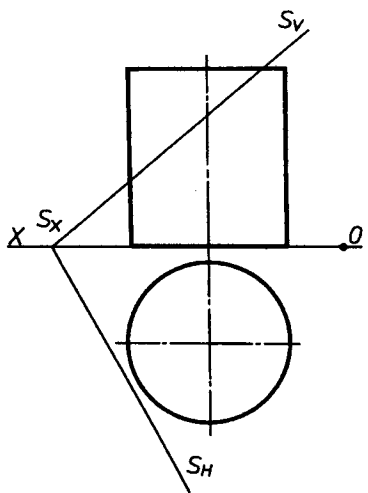


Рис. 4.270

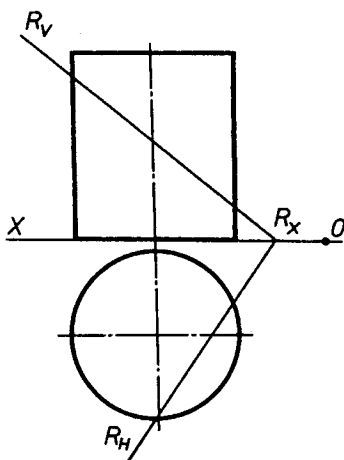


Рис. 4.271

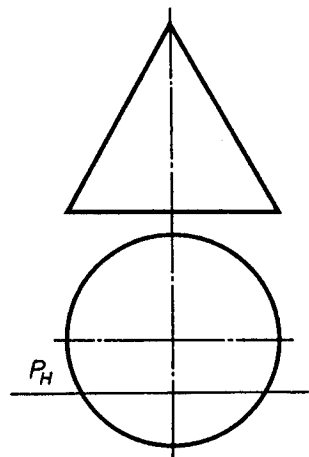


Рис. 4.272

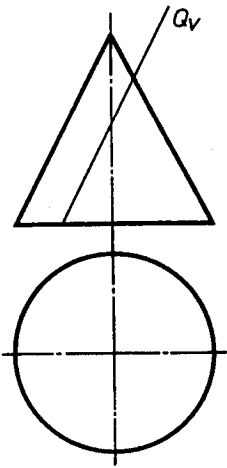


Рис. 4.273

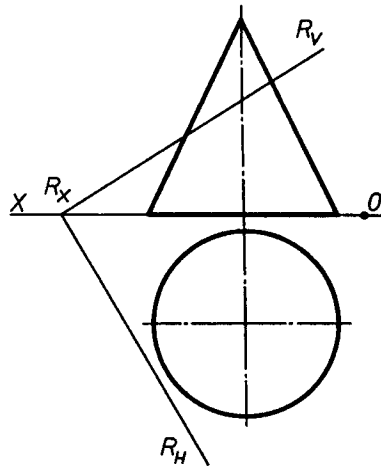


Рис. 4.274

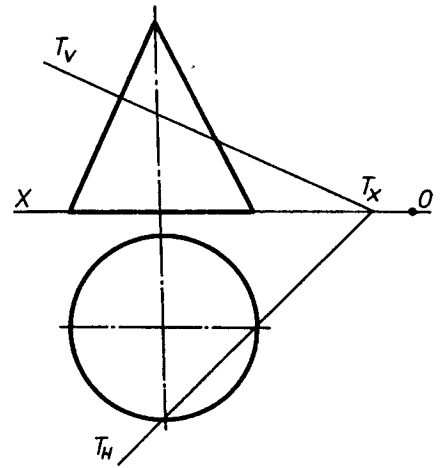


Рис. 4.275

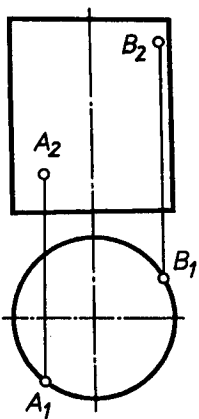


Рис. 4.276

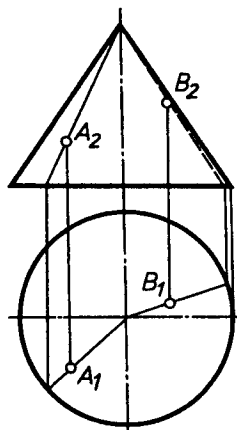


Рис. 4.277

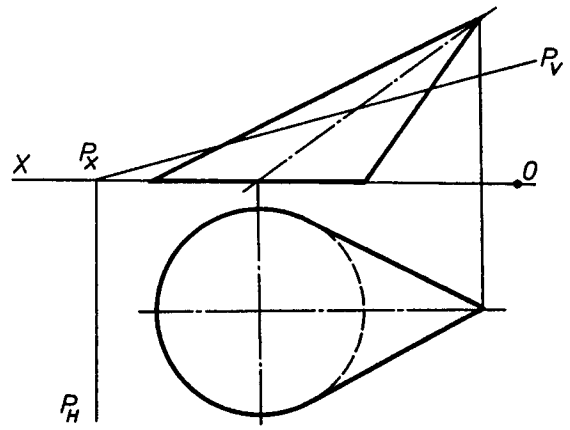


Рис. 4.278

4.6. Площини, дотичні до кривих поверхонь

1. Залежно від вигляду кривої поверхні дотична площина може мати з нею:

- одну спільну точку;
- декілька спільних точок, які належать одній прямій або кривій лінії поверхні;
- одну точку дотику і лінію перетину у вигляді двох прямих або прямої і кривої, або двох кривих ліній.

2. Задачі на побудову дотичних площин до кривих поверхонь можна поділити на дві групи:

проведення дотичної площини в точці, заданій на поверхні;

пошук точки (або лінії) дотику за певної умови, що визначає положення дотичної площини.

3. Задача на побудову дотичних площин, що проходять через точку на поверхні, розв'язується таким чином. Через точку на кривій поверхні проводять дві будь-які січні площини, знаходять лінії перерізу поверхні цими площинами і будують дотичні в цій точці до

ліній перерізу. Дві дотичні і визначають шукану площину. При виборі січних площин прагнуть отримати найпростіший вигляд перерізу — пряму лінію або коло.

4. Особливість розв'язання задач на проведення дотичної площини через зовнішню власну точку полягає в тому, що будується кінчна поверхня з вершиною в цій точці, що оточує криву поверхню. Тоді будь-яка площина, дотична до конуса, буде дотикатися до поверхні і проходити через задану точку. Залежно від вигляду кривої поверхні і положення заданої точки стосовно цієї поверхні кінчна поверхня, що оточує криву поверхню, може перетворюватися на площини, дотичні до поверхні, і, отже, задача буде мати або безліч розв'язків, або декілька, або один.

5. Задачі на проведення дотичної площини через невластну точку розв'язуються так. Проводимо в невластну точку декілька дотичних до кривої поверхні. Ці дотичні паралельні між собою, оскільки є в'язкою прямих з невластним центром. Вони утворюють циліндр, що оточує дану поверхню. Будь-яка площина, дотична до цього циліндра, є дотичною

площиною до кривої поверхні. Залежно від вигляду поверхні задача може мати один, декілька або безліч розв'язків.

6. Дотичну площину до кривої поверхні не завжди можна провести через довільно розташовану пряму. До конуса і циліндра можна провести дотичну площину через задану пряму лише тоді, коли пряма дотикається до поверхні або проходить через власну чи не-власну вершину. В останньому випадку пряма повинна бути паралельна твірним циліндра. До випуклих поверхонь обертання дотичну площину через задану пряму можна провести, якщо пряма не перетинає поверхонь.

7. Задача на проведення дотичної площини через навласну пряму може розглядатися як задача на проведення дотичної площини паралельно заданій площині. Загалом для розв'язання задач цього типу можна використати властивості дотичних площин у проєкційному положенні. В процесі перетворення проєкцій задана площина, яка визначає не-власну пряму, займає проєкційне положення; тоді проводять проєкцію площини, яка паралельна їй і дотична до контуру поверхні.

Запитання для самоперевірки

1. Скільки дотичних площин можна провести через задану точку:

- до циліндра;
- до конуса;
- до кулі?

2. Чи можна в загальному випадку провести площину, дотичну:

- до двох конусів;
- до циліндра і конуса?

3. Як буде перетинати гіперболічний параболоїд дотична площина, проведена до цієї поверхні в заданій на ній точці:

- по одній прямій і одній кривій;
- по двох прямих;
- по двох кривих?

4. Скільки можна провести дотичних площин до еліпсоїда обертання через зовнішню власну точку:

- одну;
- дві;
- безліч?

5. За яких умов можна провести площину, дотичну до конуса обертання і паралельну заданій площині:

а) якщо задана площина паралельна осі конуса;

б) якщо задана площина паралельна будь-якій твірній конуса;

в) якщо в заданій площині можна вибрати пряму, паралельну лише одній будь-якій твірній конуса?

ПРИКЛАДИ

Приклад 44. Через точку A , що належить поверхні конуса обертання, провести дотичну площину (рис. 4.279).

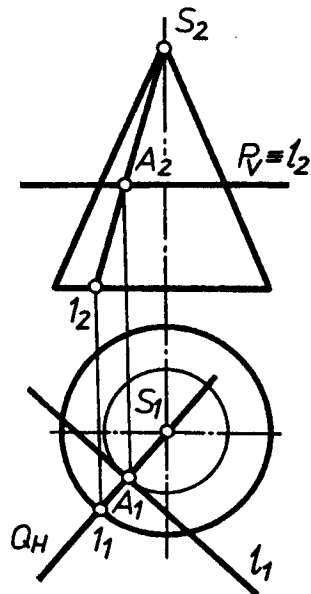


Рис. 4.279

Розв'язання. Через точку на поверхні конуса обертання проводимо дві будь-які січні площини, знаходимо лінії перетину конуса цими площинами і будемо дотичні в заданій точці до ліній перерізу.

Одну січну площину проведено через задану точку A і вершину конуса. Ця площина перетне поверхню конуса по твірній, яка служить лінією дотику, і тому є однією з прямих, які визначають дотичну площину. Друга пряма l , дотична до кола перерізу конуса горизонтальною площиною P , проведена через задану точку A .

Зауваження. Дотична l могла бути проведена і до кола основи конуса.

Приклад 45. Побудувати сліди площини P , дотичної до кулі в точці A на її поверхні (рис. 4.280).

Розв'язання. Загальний спосіб розв'язання полягає у проведенні через точку A двох прямих — дотичних h і f до горизонтального і фронтального кіл як перетинів кулі горизонтальною і фронтальною площинами через точку A (рис. 4.280,а).

Інший спосіб розв'язання передбачає, що площина, дотична до кулі в точці A , перпендикулярна до радіуса кулі, проведеного через цю точку. Тоді сполучаємо центр кулі O з заданою точкою A і через останню проводимо площину P , перпендикулярну до радіуса OA . Сліди площини P_H і P_V займуть при цьому положення, перпендикулярне до одноіменних проєкцій радіуса OA (рис. 4.280,б).

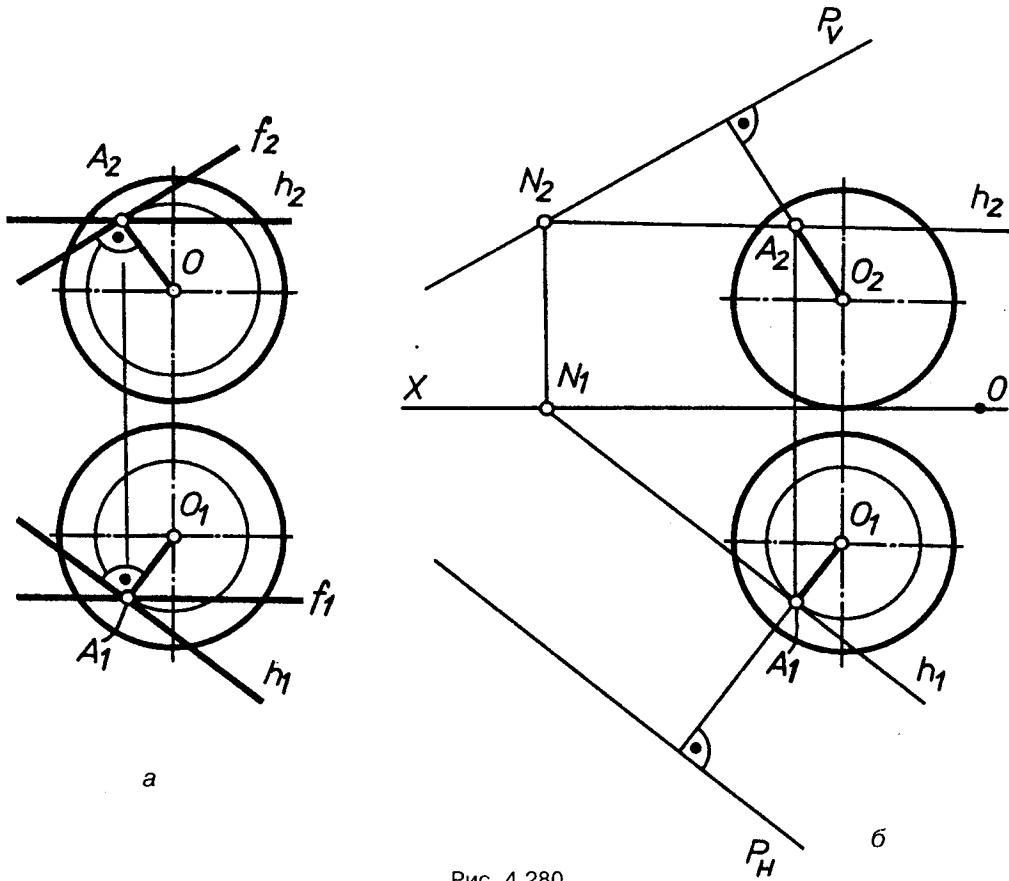


Рис. 4.280

Приклад 46. Через точку A провести площину, дотичну до поверхні конуса (рис. 4. 281).

Розв'язання. Конічна поверхня з вершиною в точці S , що оточує задану конічну поверхню, перетворюється на дві площини, які дотикаються до заданого конуса по двох твірних. Побудуємо ці твірні. Для цього сполучимо точку A з вершиною конуса S , через яку проходять шукані твірні. Пряма AS є однією з

прямих, які визначають шукані площини, а також лінією їх перетину. Далі знайдемо слід M прямої AS на площині основи конуса. Через цей слід проведемо дотичні l і t до основи конуса. Ці дотичні разом з прямою SM визначають дві дотичні площини. Будуємо твірні дотику $S1$ і $S2$.

Приклад 47. Провести площину, дотичну до циліндра і паралельну прямій AB (рис. 4.282).

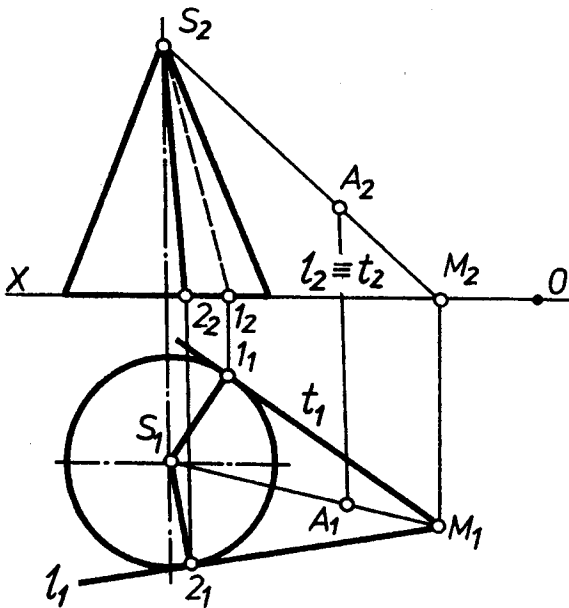


Рис. 4.281

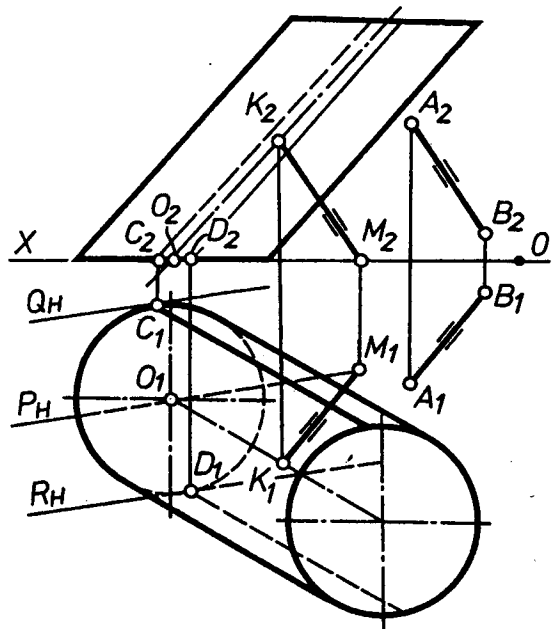


Рис. 4.282

Розв'язання. Проводимо через вісь циліндра площину P , паралельну заданій прямій AB , для чого через довільну точку K , що лежить на осі циліндра, проводимо пряму KM , паралельну прямій AB . Пряма, проведена через точки O_1 і M_1 , є горизонтальним слідом P_H цієї площини. Площина P проходить через вісь циліндра, тому вона перерізає циліндр по твірних. Площини Q і R , паралельні площині P , горизонтальні сліди яких Q_H і R_H дотичні до кола основи циліндра, будуть шуканими площинами. Лінії дотику цих площин до циліндра є його твірними, що проходять через точки дотику слідів C або D .

Приклад 48. Побудувати площину, дотичну до конуса і паралельну прямій l (рис. 4.283).

Розв'язання. Через вершину S проводимо пряму, паралельну l , і знаходимо її горизонтальний слід M . Потім через точку M проводимо дотичні до кола основи конуса. Ці дотичні будуть горизонтальними слідами P_H і Q_H шуканих площин P і Q , а твірні AS і BS — прямими дотику.

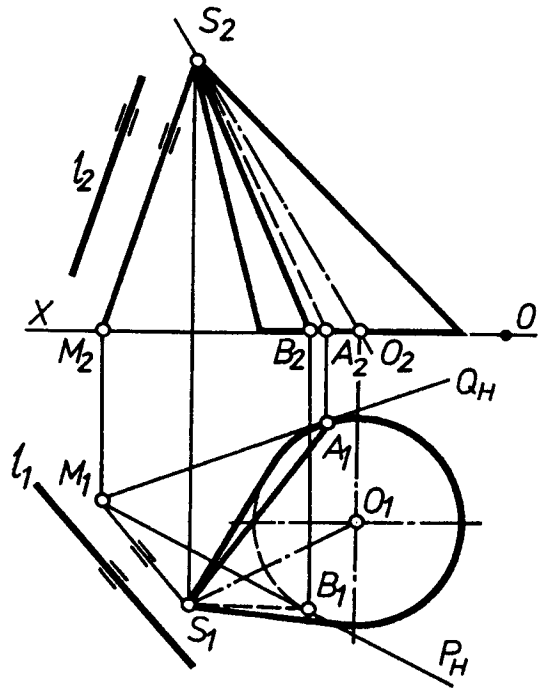


Рис. 4.283

Приклад 49. Побудувати площину, дотичну до кулі й паралельну площині P (рис. 4.284).

Розв'язання. Можна провести дві такі площини; точки дотику їх з кулею розташуються на кінцях її діаметра, перпендикулярного до заданої площини.

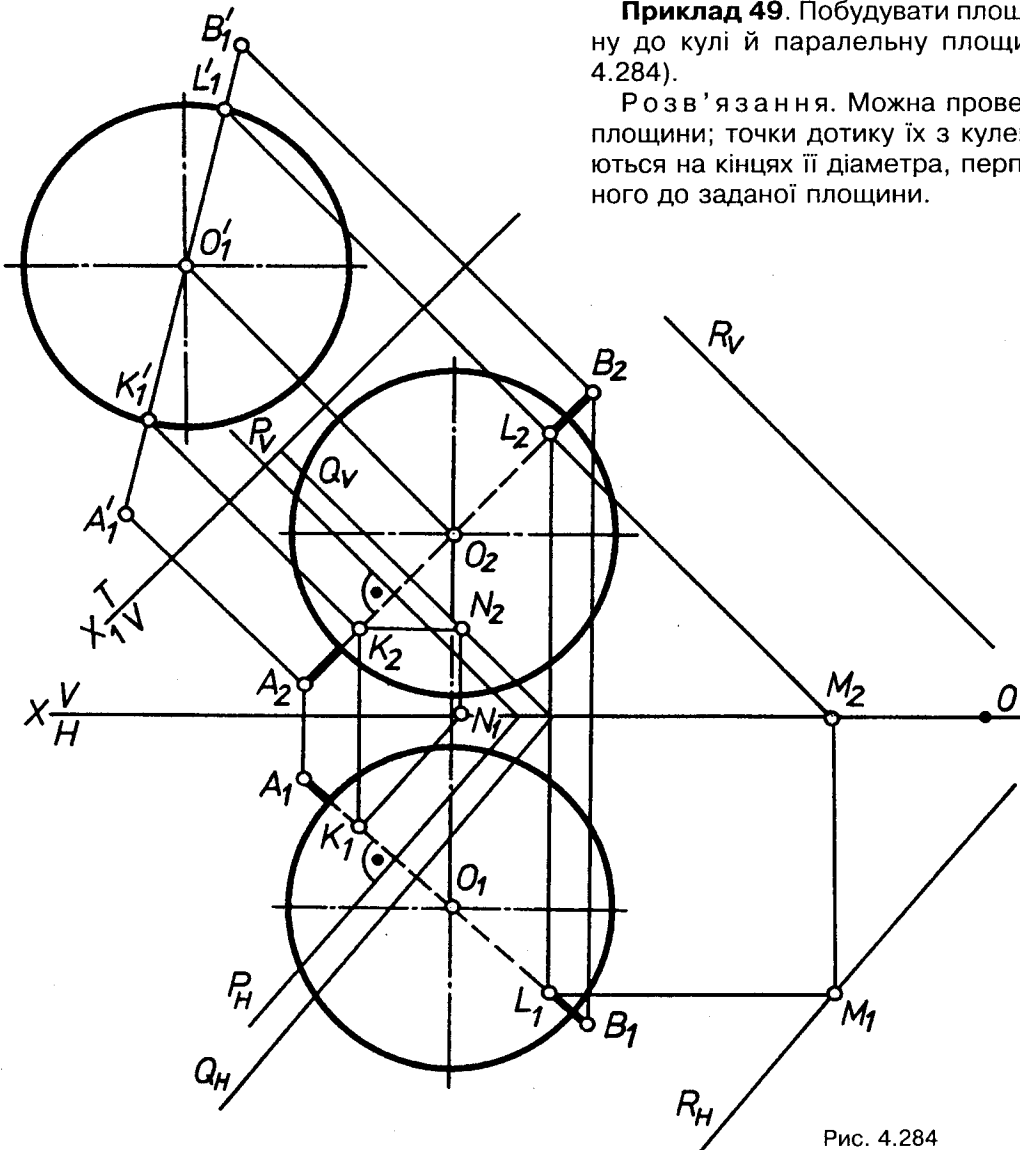


Рис. 4.284

Отже, щоб побудувати таку площину, проведемо через центр кулі O перпендикуляр AB до площини P і знайдемо точки K і L , в яких пряма AB перетинає поверхню кулі. Користуємося заміною площин проекцій. Відрізок AB на паралельну йому допоміжну площину T спроектується у справжню величину проекцією $A'B'_1$. Ця проекція перетинає проекцію кулі на площині T у точках K' і L' , які й будуть проекціями кінців діаметра KL .

Побудувавши оберненим проєкціюванням проєкції цих точок на площинах проєкцій V і H , проведемо через точки K і L шукані площини Q і R , паралельні площині P , за допомогою горизонталі KN і фронталі LM , паралельних тій же площині P .

ЗАДАЧІ

165. Провести площину, дотичну до циліндра в заданій на ньому точці A (рис. 4.285).

166. Побудувати площину, дотичну до еліпсоїда обертання в заданій на ньому точці A (рис. 4.286).

167. Побудувати площину, дотичну до конічної поверхні в заданій на ній точці A (рис. 4.287).

168. Провести площину, дотичну до поверхні обертання в заданій на ній точці A (рис. 4.288).

169. Провести площину, дотичну до косої гелікоїди в будь-якій точці на ньому.

170. Через точку A на поверхні циліндра провести площину P (слідами), дотичну до цієї поверхні (рис. 4.289).

171. Через точку A провести площину, дотичну до поверхні циліндра (рис. 4.290).

172. Через точку A провести площину, дотичну до поверхні конуса (рис. 4.291).

173. Провести площину P (слідами), дотичну до поверхні конуса і паралельну заданій прямій l (рис. 4.292).

174. Провести площину Q (слідами), дотичну до поверхні циліндра і паралельну заданій прямій l (рис. 4.293).

175. Провести дотичну до кулі площину, що проходить через задану пряму AB (рис. 4.294).

176. Побудувати проєкції кулі ($D = 40$ мм), дотичної до площини P у точці A (рис. 4.295).

177. Побудувати проєкції кулі з центром у точці O , яка дотикається до площини P (рис. 4.296).

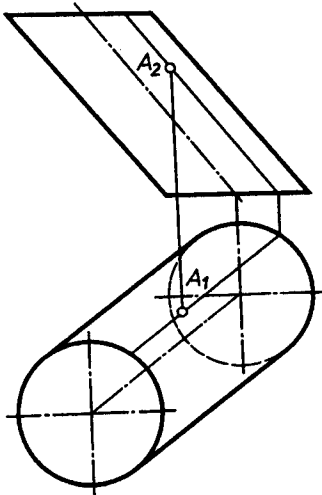


Рис. 4.285

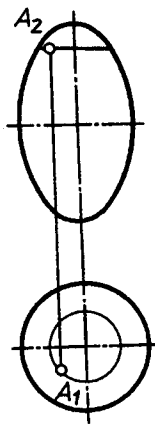


Рис. 4.286

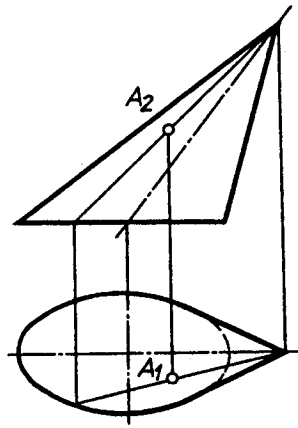


Рис. 4.287

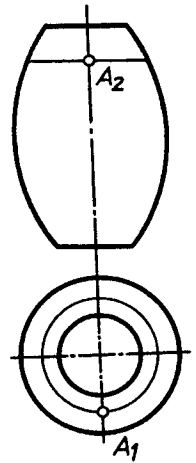


Рис. 4.288

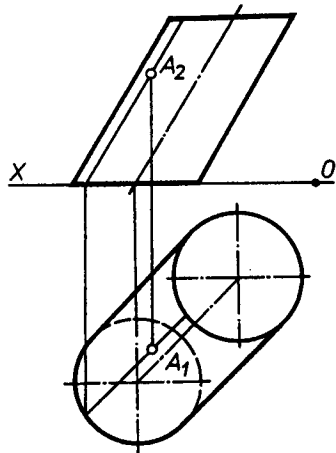


Рис. 4.289

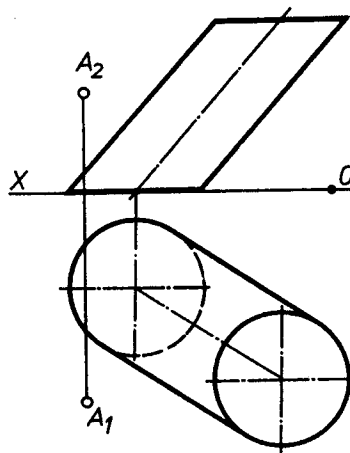


Рис. 4.290

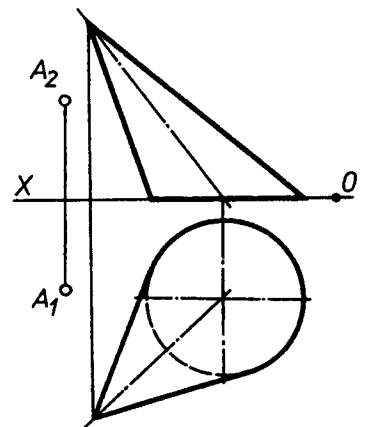


Рис. 4.291

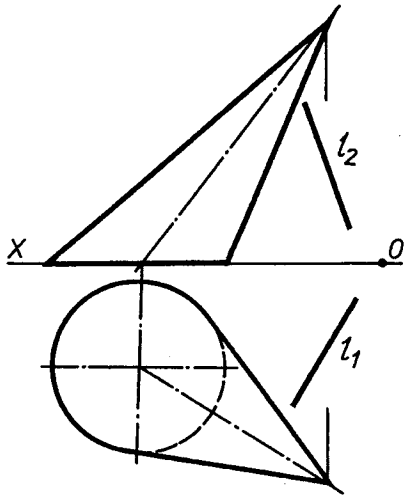


Рис. 4.292

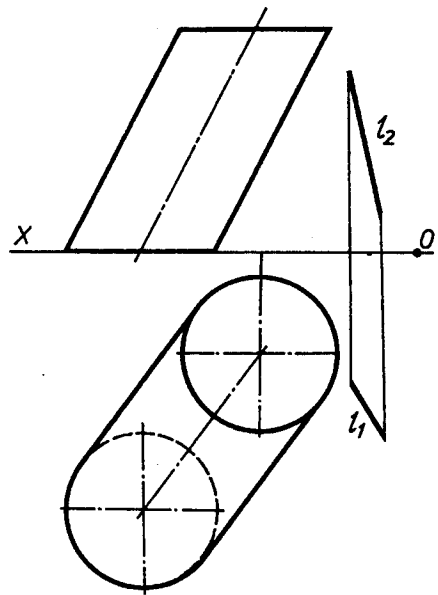


Рис. 4.293

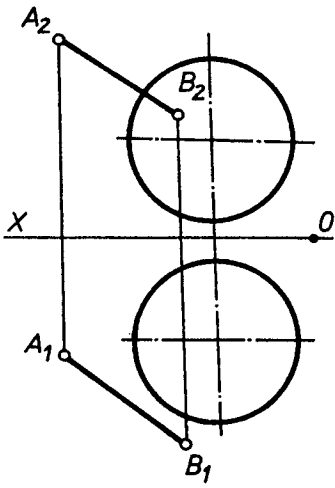


Рис. 4.294

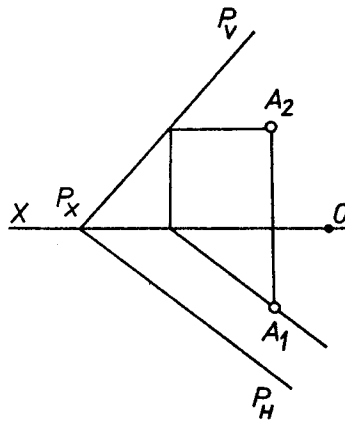


Рис. 4.295

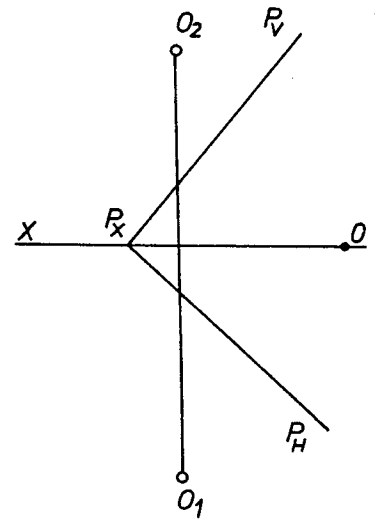


Рис. 4.296

5. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

5.1. Загальні положення

АксонOMETРИЧНІ проекції застосовуються для побудови наочного зображення предметів.

За методом аксонOMETРИЧНОГО проєкціювання предмет разом з осями прямокутних координат, до яких цей предмет віднесений у просторі, проєкціюється паралельно на площину, яка називається площиною аксонOMETРИЧНИХ проєкцій. Якщо проєкційні лінії утворюють з аксонOMETРИЧНОЮ площиною проєкцій прямий кут, то маємо прямокутну аксонOMETРИЧНУ проєкцію фігури. Якщо ж проєкційні лінії утворюють з аксонOMETРИЧНОЮ площиною проєкцій непряий кут, то отримуємо косокутну аксонOMETРИЧНУ проєкцію.

До стандартних прямокутних аксонOMETРИЧНИХ проєкцій належать ізометрична та диметрична проєкції.

До стандартних косокутних аксонOMETРИЧНИХ проєкцій належать фронтальна ізометрична, горизонтальна ізометрична та фронтальна диметрична проєкції.

5.2. Прямокутні аксонOMETРИЧНІ проєкції

5.2.1. Прямокутна ізометрична проєкція

1. На рис. 5.1 показано положення аксонOMETРИЧНИХ осей.

2. Коефіцієнт спотворення на осях X_p , Y_p і Z_p дорівнює 0,82.

3. Для спрощення побудови рекомендується виконувати ізометричну проєкцію, якщо коефіцієнт спотворення на осях X_p , Y_p і Z_p дорівнює 1 (тобто без спотворення).

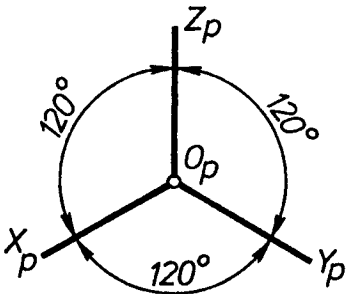


Рис. 5.1

4. Кола, розташовані в площинах рівня, проєкціюються на аксонOMETРИЧНУ площину проєкцій у вигляді однакових еліпсів, великі осі яких розташовані: в еліпсі 1 — під кутом 90° до осі Y_p ; в еліпсі 2 — під кутом 90° до осі Z_p (тобто горизонтально); в еліпсі 3 — під кутом 90° до осі X_p (рис. 5.2).

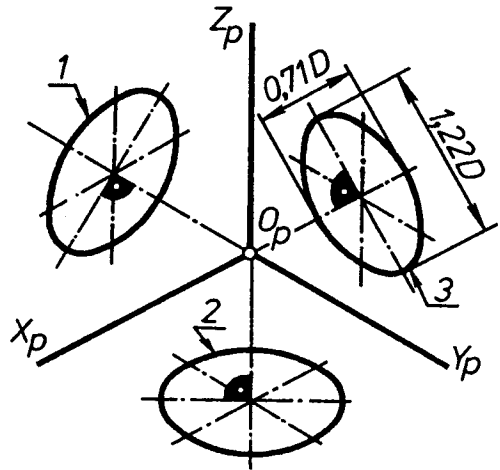


Рис. 5.2

Зауваження. Еліпс 1 (рис. 5.2) розташований у фронтальній, еліпс 2 — у горизонтальній і еліпс 3 — у профільній площині рівня.

Для всіх трьох еліпсів при визначенні ізометричної проєкції кола із застосуванням коефіцієнта спотворення 0,82 їх великі осі дорівнюють діаметру кола, а малі осі — 0,58 діаметра кола; при виконанні ізометричної проєкції без спотворення по осях X_p , Y_p і Z_p великі осі дорівнюють 1,22, а малі — 0,71 діаметра кола.

5.2.2. Прямокутна диметрична проєкція

1. На рис. 5.3 показано положення аксонOMETРИЧНИХ осей.

2. Коефіцієнт спотворення на осях X_p і Z_p дорівнює 0,94, а на осі Y_p — 0,47.

3. Для спрощення побудови рекомендується диметричну проєкцію виконувати без спотворення на осях X_p і Z_p (тобто застосовувати коефіцієнт спотворення 1), а на осі Y_p — із застосуванням коефіцієнта спотворення 0,5.

4. Кола, розташовані в площинах рівня, проєкціюються на аксонOMETРИЧНУ площину проєкцій у вигляді еліпсів, великі осі яких оріє-

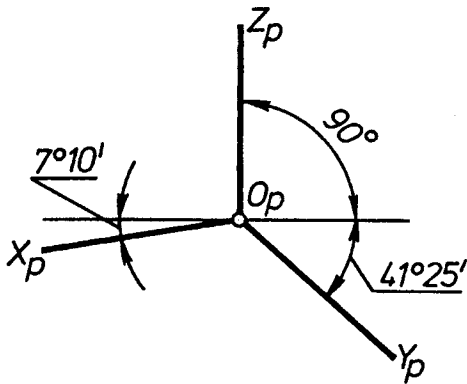


Рис. 5.3

товані відносно осей X_p , Y_p і Z_p так само, як і в ізометричній проекції (рис. 5.4).

Якщо диметричну проекцію виконують з коефіцієнтом спотворення 0,94 на осях X_p і Z_p , то велика вісь еліпсів 1, 2 і 3 дорівнює діаметру кола, мала вісь еліпса 1 дорівнює 0,9, а еліпсів 2 і 3 — 0,33 діаметра кола.

Якщо диметричну проекцію виконують без спотворення на осях X_p і Z_p , велика вісь еліпсів 1, 2 і 3 дорівнює 1,06 діаметра кола, мала вісь еліпса 1 дорівнює 0,95, еліпсів 2 і 3 — 0,35 діаметра кола (рис. 5.4).

5.3. Косокутні аксонометричні проекції

5.3.1. Косокутна фронтальна ізометрична проекція

1. Положення аксонометричних осей показано на рис. 5.5. Кут нахилу осі Y_p становить 45° , але допускається застосовувати фронтальну ізометричну проекцію з кутами нахилу осі Y_p 30° , а також 60° (рис. 5.5).

2. Фронтальну ізометричну проекцію потрібно виконувати без спотворення на осях X_p , Y_p і Z_p .

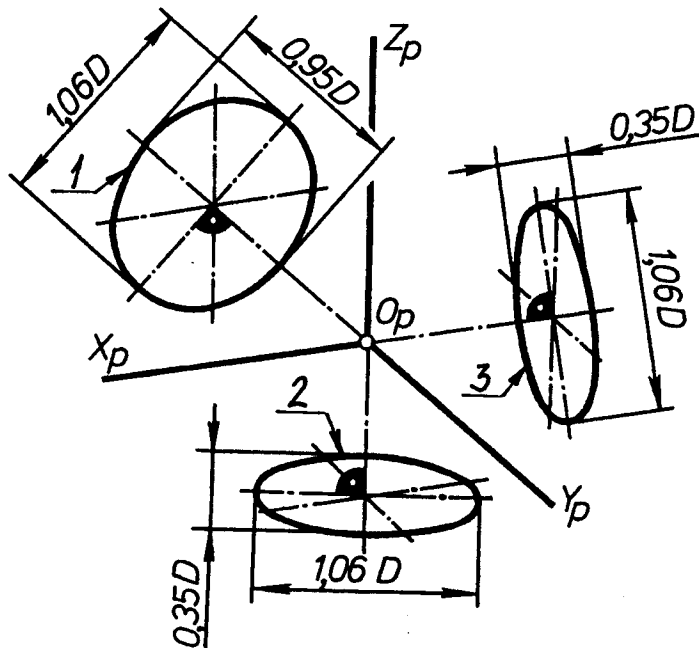


Рис. 5.4

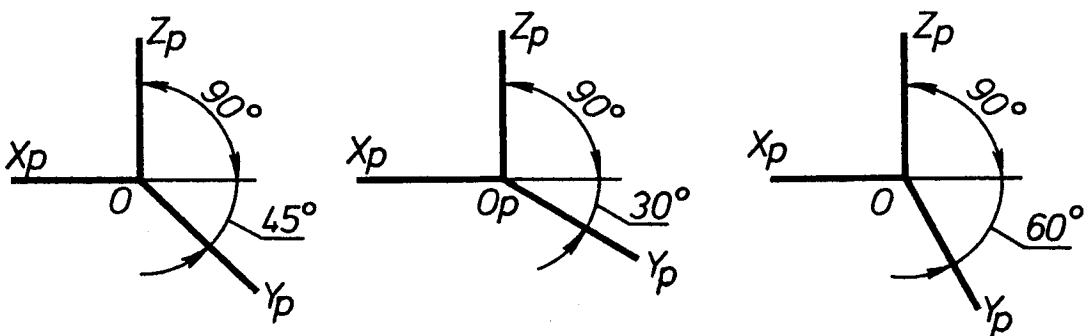


Рис. 5.5

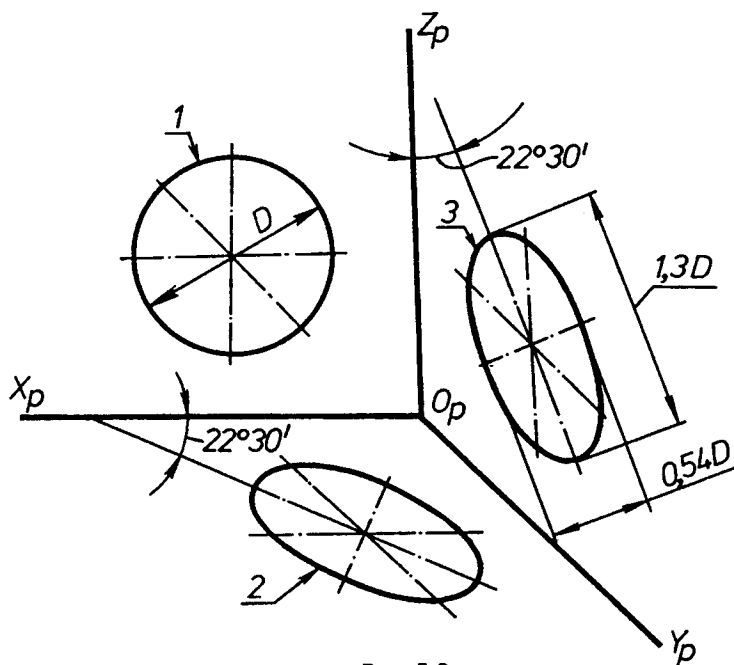


Рис. 5.6

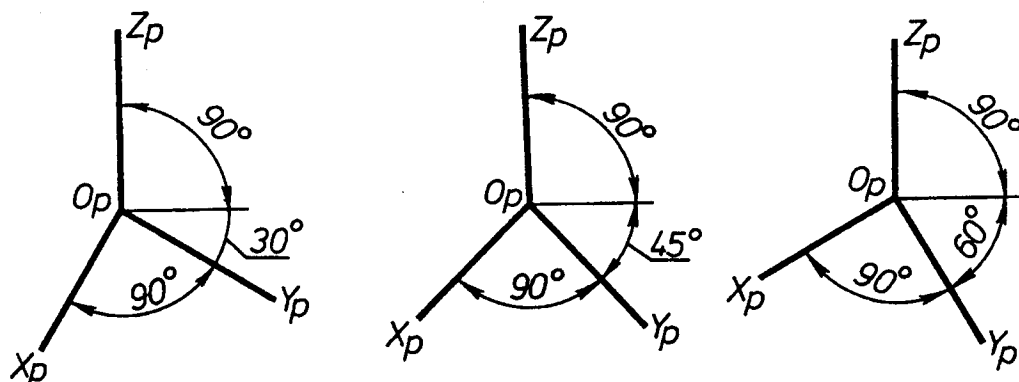


Рис. 5.7

3. Кола, розташовані в площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій так, як показано на рис. 5.6.

5.3.2. Косокутна горизонтальна ізометрична проєкція

1. Положення аксонометричних осей показано на рис. 5.7. Як звичайно, вісь Y_p проводять під кутом 30° , але допускається проводити вісь Y_p під кутом 45° або 60° . Слід зауважити, що кут між осями X_p і Y_p в усіх випадках повинен дорівнювати 90° .

2. Горизонтальну ізометричну проєкцію виконують без спотворення на всіх трьох осях — X_p , Y_p і Z_p .

3. Кола, розташовані в площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій так, як показано на рис. 5.8.

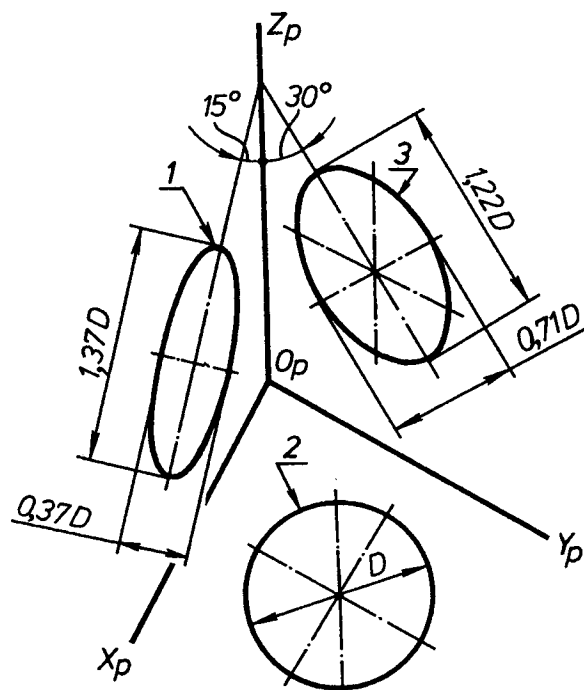


Рис. 5.8

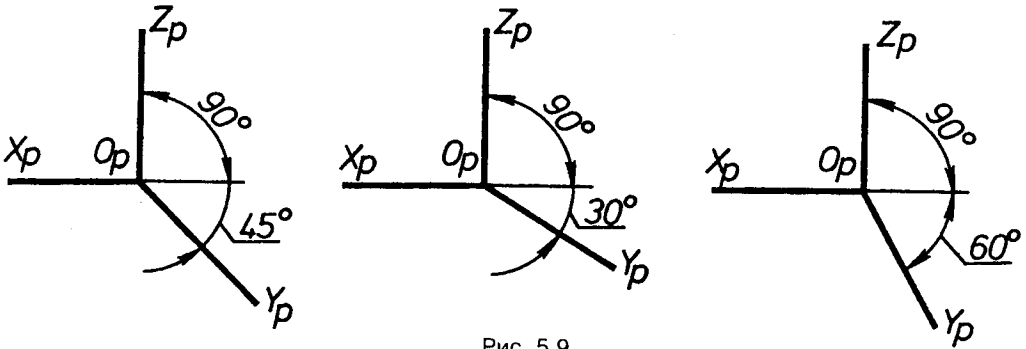


Рис. 5.9

5.3.3. Косокутна фронтальна диметрична проекція

1. Положення аксонометричних осей показано на рис. 5.9. Кут нахилу осі Y_p дорівнює 45° , але допускається застосовувати фронтальну диметричну проекцію з кутами нахилу осі Y_p 30° і 60° .

2. Коефіцієнт спотворення на осях X_p і Z_p дорівнює 1, а на осі Y_p — 0,5.

3. Кола, розташовані в площинах рівня, проєкціюються на аксонометричну площину проєкцій так, як показано на рис. 5.10.

5.4. Побудова аксонометричних проєкцій геометричних фігур. Розв'язання задач в аксонометричних проєкціях

1. У практиці побудови аксонометричних креслень найчастіше користуються зведеною (практичною) ізометричною проєкцією, для якої показники спотворення $k=m=n=1$, і зведеною (практичною) диметричною проєкцією,

для якої показники спотворення $k=m=1$, $n=0,5$.

При цьому одержане креслення за своїм виглядом нічим не відрізняється від точної аксонометрії, лише зображення в ізометрії збільшується в 1,22 разу, а в диметрії — в 1,06 разу.

2. Для побудови аксонометричного зображення прямої l досить знайти аксонометричні проєкції двох точок, що належать прямій; ці точки визначають пряму l_p — аксонометричну проєкцію прямої l .

3. Побудова аксонометричних проєкцій многогранників, зокрема многокутників, зводиться до визначення аксонометричних проєкцій їх вершин, які потім сполучають між собою відрізками прямих ліній.

4. У загальному випадку аксонометричною проєкцією кривої лінії (або поверхні) буде також крива лінія (поверхня).

5. Лінії штрихування перерізів в аксонометричних проєкціях наносять паралельно одній із діагоналей проєкцій квадратів, які лежать у відповідних координатних площинах і сторони яких паралельні аксонометричним осям. На рис. 5.11 показано нанесення лінії штри-

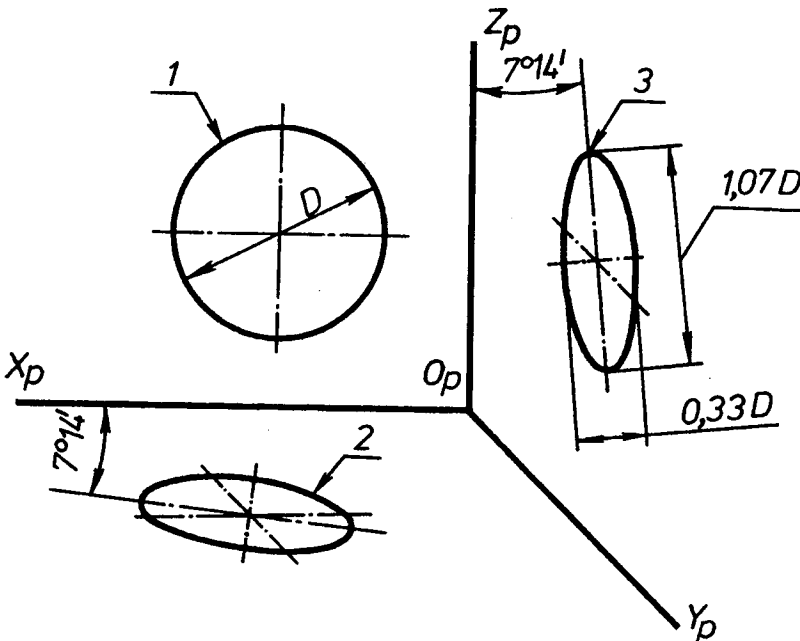


Рис. 5.10

хування для ізометрії, а на рис. 5.12 — для диметрії.

Приклади штрихування розрізів в аксонометричних проєкціях показані на рис. 5.13–5.15.

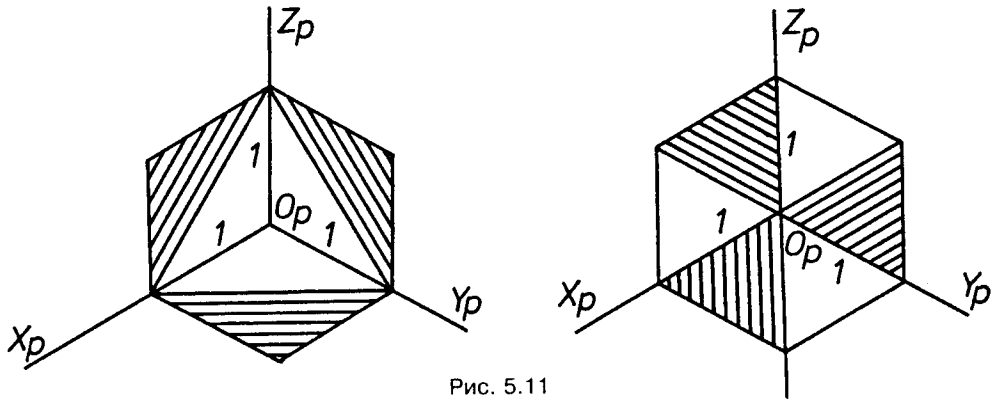


Рис. 5.11

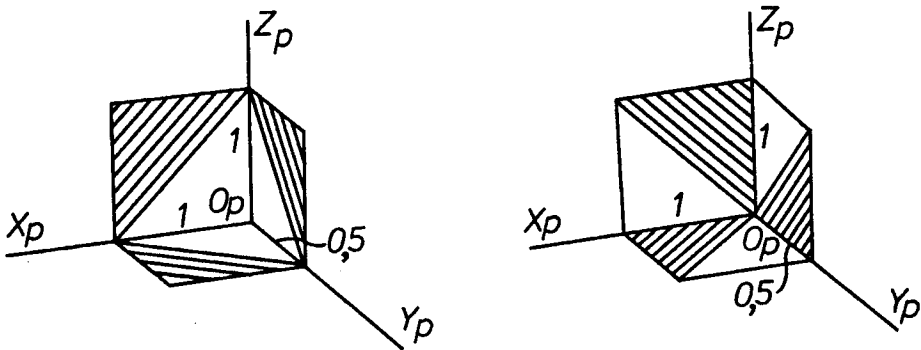


Рис. 5.12

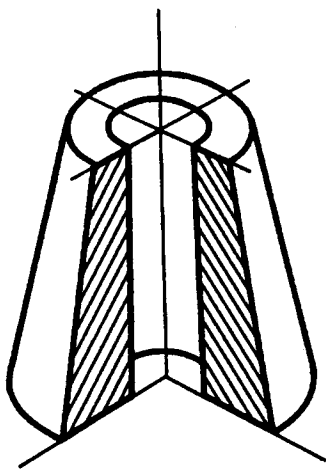


Рис. 5.13

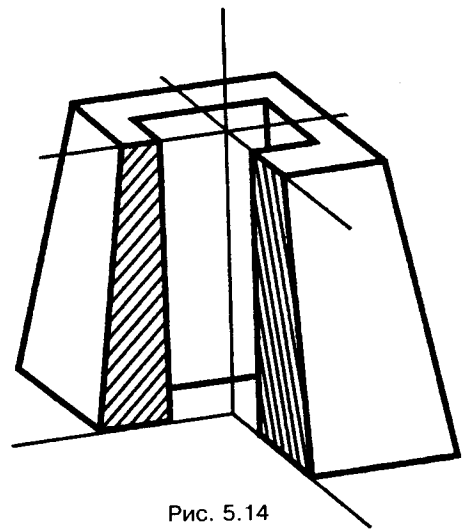


Рис. 5.14

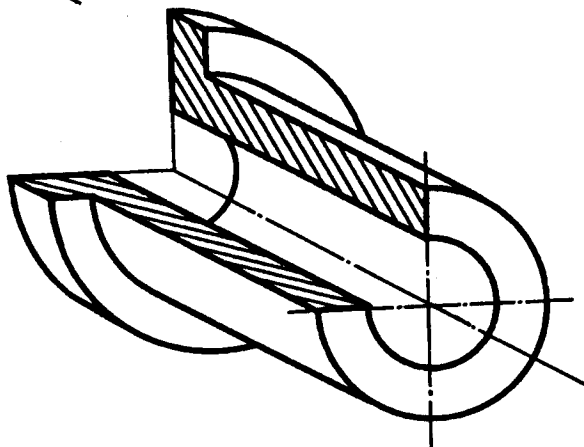


Рис. 5.15

6. Розв'язання позиційних задач на аксонометричному кресленні не відрізняється від розв'язання цих задач в ортогональних проєкціях на епюрі Монжа. Алгоритми розв'язання задач для визначення лінії перетину двох поверхонь і пошуку точок перетину лінії з поверхнею залишаються без зміни при розв'язуванні аналогічних задач в аксонометричних проєкціях.

7. Розв'язання метричних задач на аксонометричних проєкціях пов'язане з певними труднощами. Тому доцільно під час з'ясування метричних характеристик геометричної фігури, заданої в аксонометричних проєкціях, перейти до задання цієї фігури в ортогональних проєкціях і розв'язувати задачу відомими способами.

Запитання для самоперевірки

1. На якому кресленні (рис. 5.16) зображені аксонометричні осі прямокутної диметричної проєкції?

2. Яке ізометричне зображення має шестикутник, заданий в ортогональній проєкції і розташований паралельно горизонтальній площині проєкцій (рис. 5.17)?

3. Яке диметричне зображення має трапеція, задана в ортогональній проєкції і розташована паралельно фронтальній площині проєкцій (рис. 5.18)?

4. Заданий п'ятикутник, площина якого паралельна горизонтальній площині проєкцій. Які з точок помилково побудовані в прямокутній ізометрії (рис. 5.19)?

5. Яке з ізометричних зображень кола відповідає розташуванню його в площині $X_p O_p Y_p$ (рис. 5.20)?

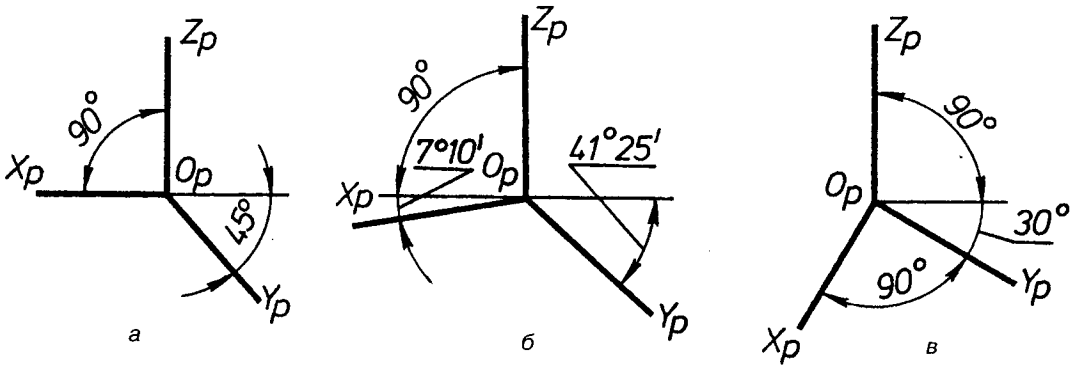


Рис. 5.16

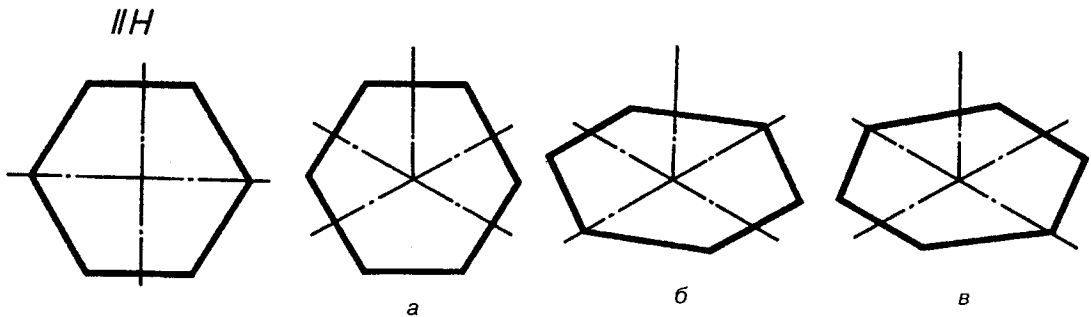


Рис. 5.17

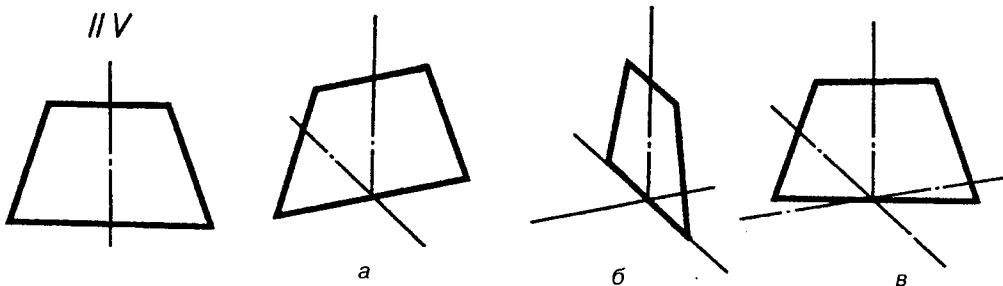


Рис. 5.18

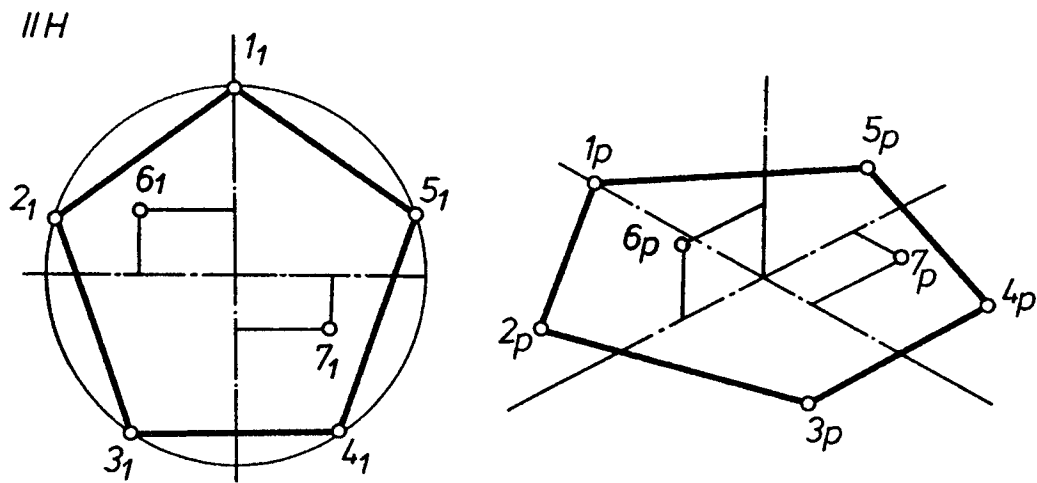


Рис. 5.19

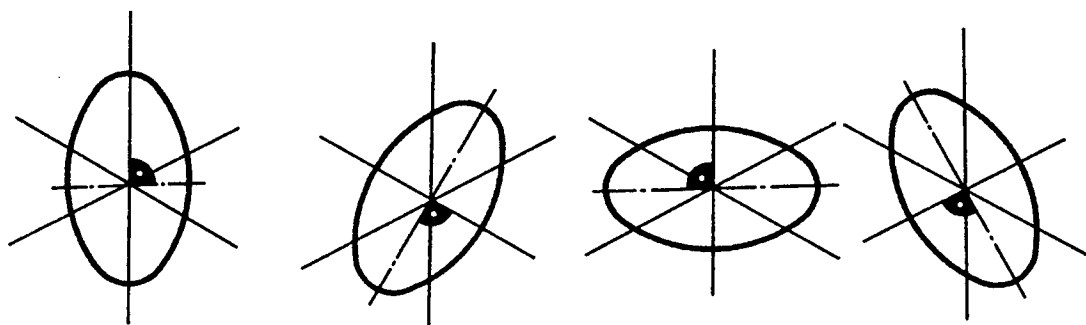


Рис. 5.20

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Побудувати прямокутну ізометричну проєкцію точки *A* за її координатами: $x = 50$, $y = 30$ і $z = 40$.

Розв'язання. Якщо точка *A* задана в прямокутній системі площин проєкцій координатами, то аксонометрична проєкція A_p цієї

точки будується за аксонометричними координатами. Для цього координати точки *A* переводять у аксонометричні координати за допомогою коефіцієнта спотворення $K = 0,82$. Звідки $X_p = 0,82 \cdot 50 = 41$; $Y_p = 0,82 \cdot 30 = 24,6$; $Z_p = 0,82 \cdot 40 = 32,8$. Одержані аксонометричні координати відкладаємо в системі ізометричних осей $X_p Y_p Z_p$ (рис. 5.21).

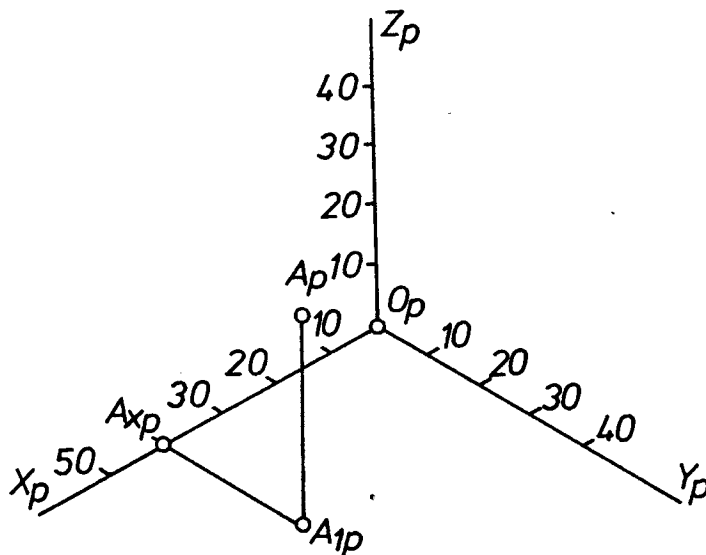


Рис. 5.21

На осі X_p відкладаємо відрізок $O_p A_{xp} = 41$ і проводимо відрізок $A_{xp} A_{1p} = 24,6$, паралельний осі Y_p . Потім з точки A_{1p} проводимо відрізок $A_{1p} A_p = 32,8$, паралельний осі Z_p . Точка A_p і буде ізометричним зображенням точки A .

Приклад 2. Побудувати у практичній (зведеній) ізометрії зображення відрізка AB , заданого прямокутними проекціями $A_1 B_1$ і $A_2 B_2$ (рис. 5.22, а).

Розв'язання. Для побудови практичної ізометрії відрізка треба знайти ізометричні проекції двох його точок. З цією метою відкладаємо (рис. 5.22, б) на аксонометричній

осі X_p відрізки $O_p A_{xp} = OA_x$ і $O_p B_{xp} = OB_x$, а на прямих, паралельних осям Y_p і Z_p — відповідно відрізки $A_{xp} A_{1p} = A_x A_1$, $B_{xp} B_{1p} = B_x B_1$ і $A_{1p} A_p = A_x A_2$, $B_{1p} B_p = B_x B_2$. Сполучивши точки A_p і B_p , отримаємо наочне зображення відрізка AB у практичній ізометрії.

Приклад 3. Побудувати у практичній (зведеній) ізометрії зображення довільної просторової кривої l , заданої прямокутними проекціями l_1 і l_2 (рис. 5.23).

Розв'язання. Побудова аксонометричних проекцій точок, що належать кривій l , здійснюється в такій послідовності:

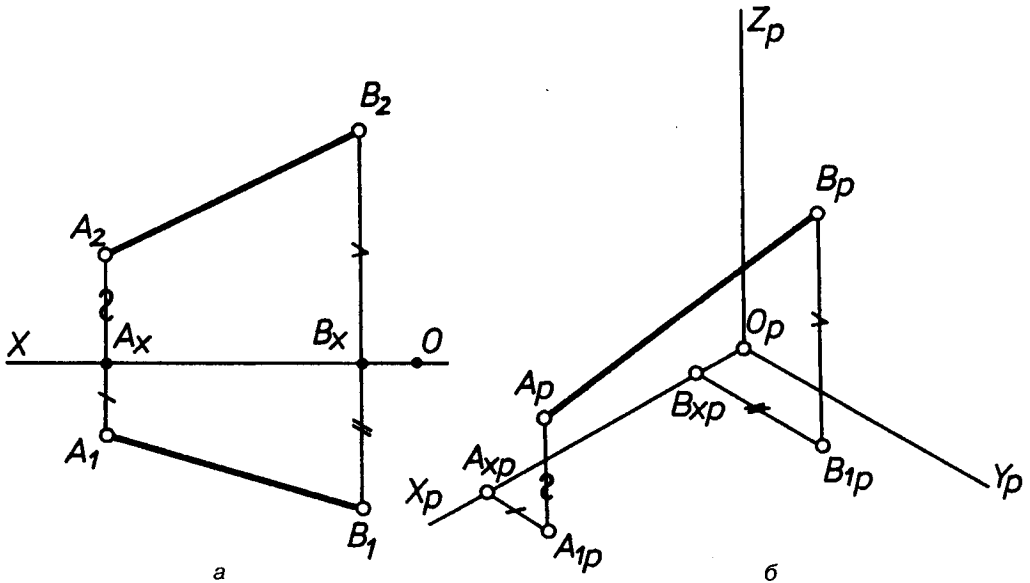


Рис. 5.22

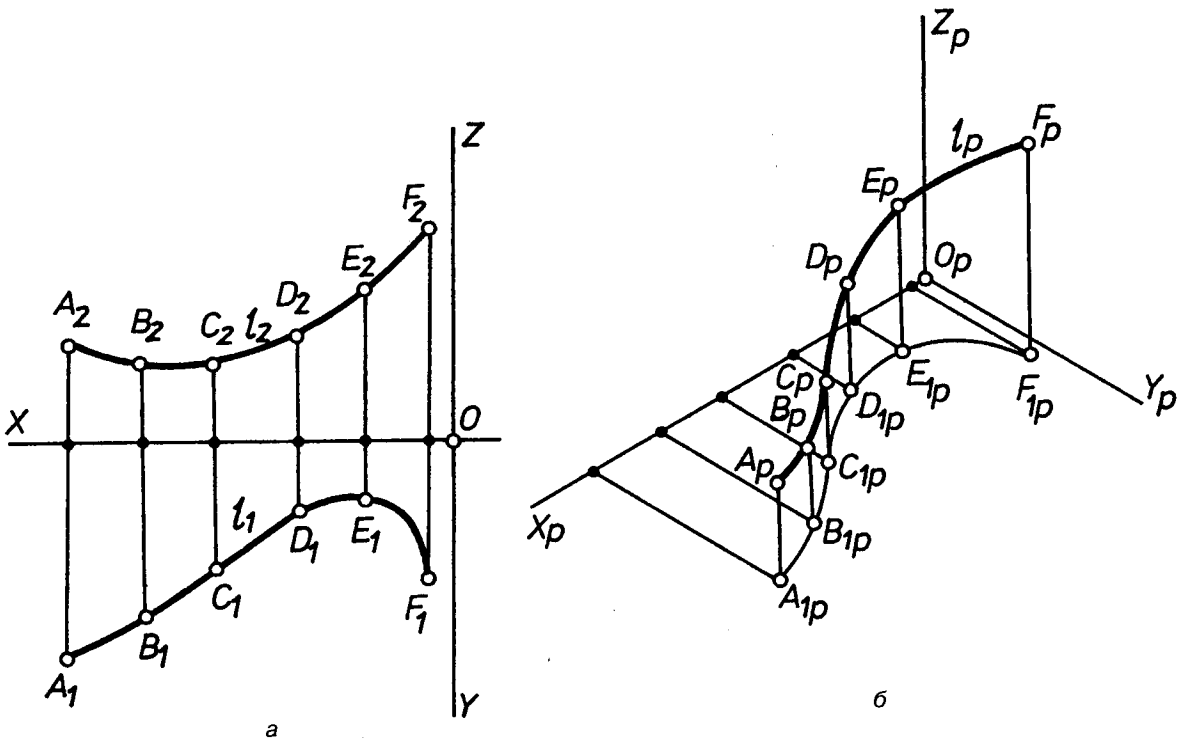


Рис. 5.23

1) позначаємо на кривій l точки A, B, C, \dots і знаходимо їх ортогональні координати (рис. 5.23, а);

2) за координатами точок A, B, C, \dots будуємо вторинні проєкції $A_{1p}, B_{1p}, C_{1p}, \dots$ (рис. 5.23, б);

3) через вторинні проєкції точок проводимо прямі, паралельні аксонометричній осі Z_p , і відкладаємо на ній відрізки, що дорівнюють значенню відповідних аплікат точок A, B, C, \dots ; знаходимо точки A_p, B_p, C_p, \dots ;

4) сполучивши знайдені аксонометричні проєкції точок A_p, B_p, C_p, \dots плавною лінією, отримуємо аксонометричну проєкцію кривої l_p .

Приклад 4. Побудувати практичну ізометрію шестигранної піраміди, ортогональні проєкції якої задані на рис. 5.24, а.

Розв'язання. Проводимо прямі x, y, z , які приймаємо за осі натуральної системи координат з початком координат у точці $O(O_1, O_2)$ (рис. 5.24, а). Далі проводимо аксонометричні осі X_p, Y_p, Z_p (рис. 5.24, б). Вимірявши на ортогональному кресленні натуральні координати вершин основи піраміди (точки $1, 2, 3, 4, 5, 6$) і її вершини (точка S), побудуємо їх аксонометричні проєкції (точки $1_p, 2_p, 3_p, 4_p, 5_p, 6_p, S_p$). Щоб отримати ізометричну проєкцію піраміди, сполучаємо отримані точки відрізками прямих ліній у тій же послідовності, в якій вони з'єднані на ортогональних проєкціях.

Приклад 5. Побудувати практичну ізометричну проєкцію заданого циліндра обертання з циліндричним отвором (рис. 5.25, а).

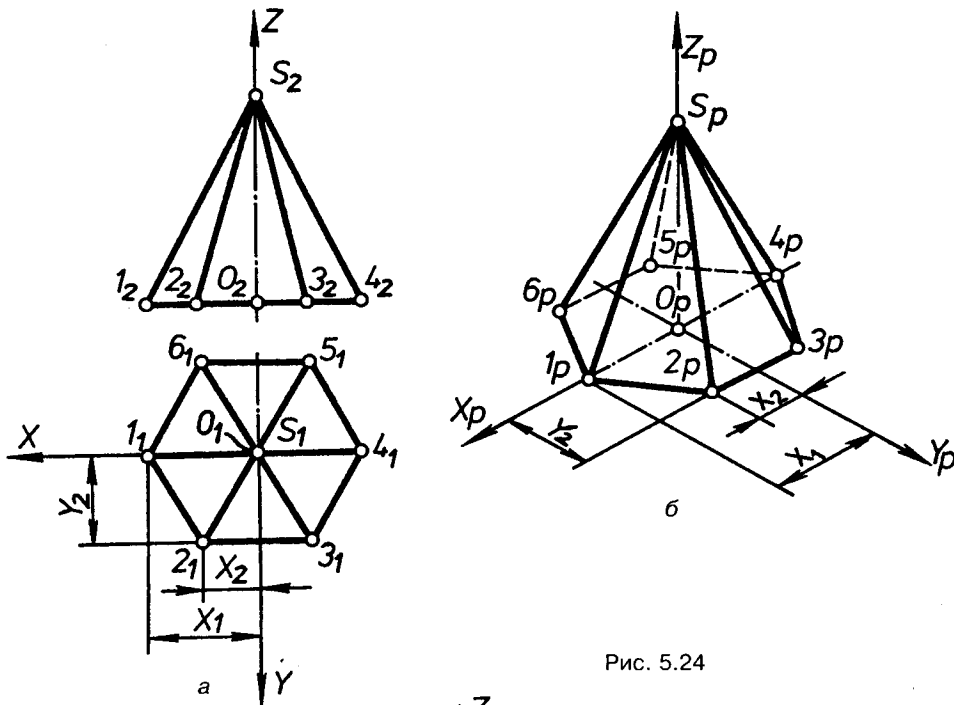


Рис. 5.24

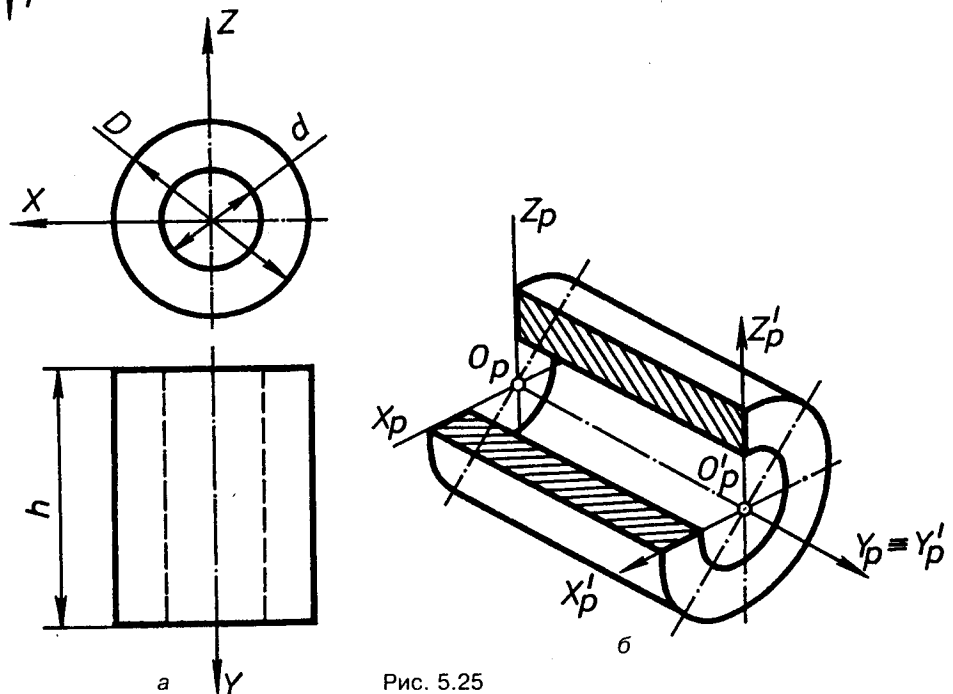


Рис. 5.25

Розв'язання. Прийнемо вісь обертання циліндра за аксонометричну вісь $O_p Y_p$ і відкладемо на ній справжню висоту циліндра $O_p O'_p$ (рис. 5.25, б). Кола основ будуть мати вигляд еліпсів, центри яких збігаються з точками O_p і O'_p .

Проведемо через ці точки перпендикуляри до осі $O_p Y_p$ і на них відкладемо великі осі еліпсів. Останні побудуємо способом збільшеної ізометрії, користуючись такими розмірами: велика вісь еліпса зовнішнього циліндра дорівнює $1,22 D$, а мала вісь — $0,7 D$; велика вісь циліндричного отвору дорівнює $1,22 d$, а мала вісь — $0,7d$. Спряжені діаметри еліпсів паралельні аксонометричним осям $O_p X_p$ та $O_p Z_p$ і дорівнюють D і d . Побудову завершимо проведенням контурних твірних зовнішньої поверхні циліндра, дотичних до його основ.

Щоб побачити внутрішню будову циліндра, шляхом розрізу вилучають четверту частину циліндра.

Приклад 6. Побудувати практичну диметричну проекцію зрізаного конуса з вертикальним призматичним отвором, заданого своїми ортогональними проекціями (рис. 5.26, а).

Розв'язання. Зображення побудуємо способом збільшеної диметрії, для чого скористаємося такими розмірами: велика вісь еліпса нижньої основи дорівнює $1,06 D$, а мала вісь — $0,35 D$; велика вісь еліпса верхньої основи дорівнює $1,06 d$, а мала вісь — $0,35 d$. Висоту h відкладаємо на осі $O_p Z_p$ без зменшення (рис. 5.26, б). Далі проведемо контурні твірні конуса, дотичні до обох еліпсів, і, користуючись відповідно розмірами a і b , побудуємо призматичний отвір. При цьому пам'ятаємо, що розмір b на осі $O_p Y_p$ зменшується удвічі. На рис. 5.26, б зображений також розмір по аксонометричних осях $O_p X_p$ і $O_p Y_p$.

Приклад 7. У прямокутній диметрії визначити точку K перетину прямої l із заданою площиною R (рис. 5.27).

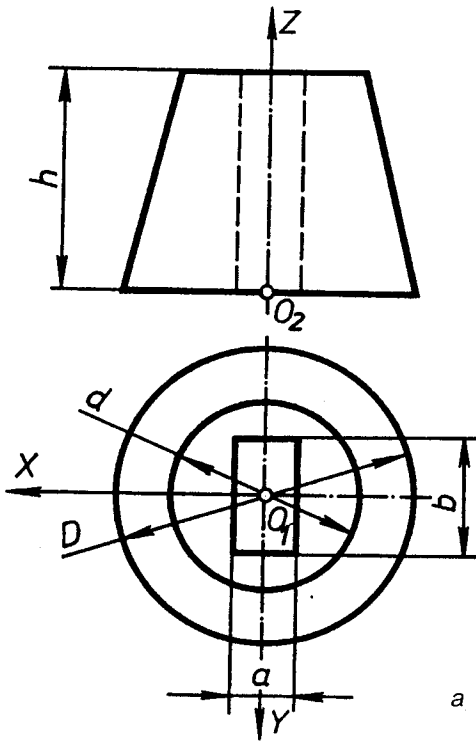


Рис. 5.26

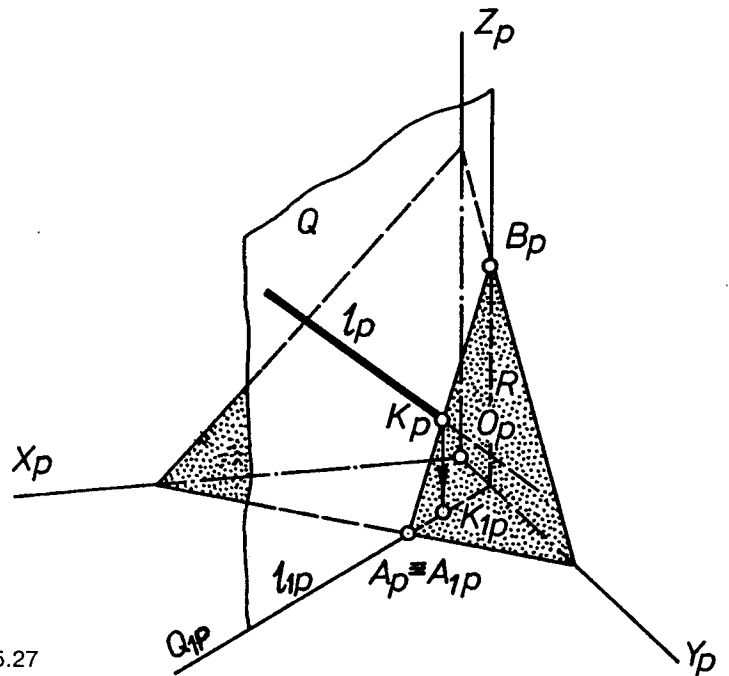
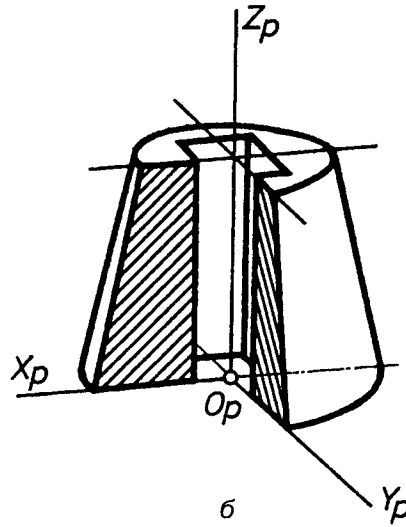


Рис. 5.27

Розв'язання. Через задану пряму l проводимо допоміжну площину Q , перпендикулярну до будь-якої координатної площини (на рис. 5.27 площина Q перпендикулярна до $X_p O_p Y_p$). Горизонтальний слід Q_{1p} площини Q збігається з вторинною проєкцією l_{1p} прямої l . Позначаємо лінію $A_p B_p$, по якій перетинаються площини R і Q . Знаходимо точку K_p на перетині l_{1p} і $A_p B_p$. Це і є диметрична проєкція точки перетину прямої l з площиною R .

Знаючи K_p , визначаємо вторинну проєкцію K_{1p} .

Приклад 8. Побудувати в аксонометричній проєкції лінії перетину трикутної піраміди плоскою фігурою (трикутником) ABC . Піраміда і трикутник задані аксонометричними і вторинними проєкціями їх вершин (рис. 5.28).

Розв'язання. Через сторону AC трикутника ABC проводимо допоміжну площину Q , перпендикулярну, наприклад, до координатної площини $X_p O_p Y_p$. Горизонтальний слід Q_{1p} площини Q збігається з вторинною проєкцією $A_{1p} C_{1p}$ сторони AC . Позначаємо лінії $1_{1p} 3_{1p}$ і $2_{1p} 3_{1p}$, по яких площина Q перетинається відповідно з гранями $S_p E_p F_p$ і $S_p E_p D_p$ піраміди. Знаходимо точки M_p і N_p перетину сторони $A_p C_p$ трикутника з поверхнею піраміди. Щоб знайти точку K_p , в якій ребро $S_p E_p$ піраміди перетинається з площиною трикутника, через ребро SE проводимо допоміжну площину T , перпендикулярну до $X_p O_p Y_p$.

5. Сполучивши точки K_p, M_p, N_p , отримаємо в аксонометричній проєкції лінію перетину трикутника ABC з поверхнею піраміди.

Приклад 9. Побудувати лінію l_p перетину конічної Φ^1 і циліндричної Φ^2 поверхонь (рис. 5.29).

Розв'язання. Існує два способи розв'язання.

Спосіб 1. Цю задачу розв'язують в ортогональних проєкціях, а потім будують аксонометричну проєкцію одержаної лінії перетину.

Спосіб 2. Будують шукану лінію перетину безпосередньо на аксонометричній проєкції. При цьому використовують алгоритм, складений для розв'язання аналогічної задачі в ортогональних проєкціях.

Як бачимо з рис. 5.29, для визначення точок шуканої лінії перетину, використовуються площини, що належать в'язці площин, які проходять через пряму SA . Будь-яка площина цієї в'язки перетинає поверхні Φ^1 і Φ^2 по прямих m_p^i і n_p^i ; точки перетину останніх і є точками лінії перетину двох поверхонь.

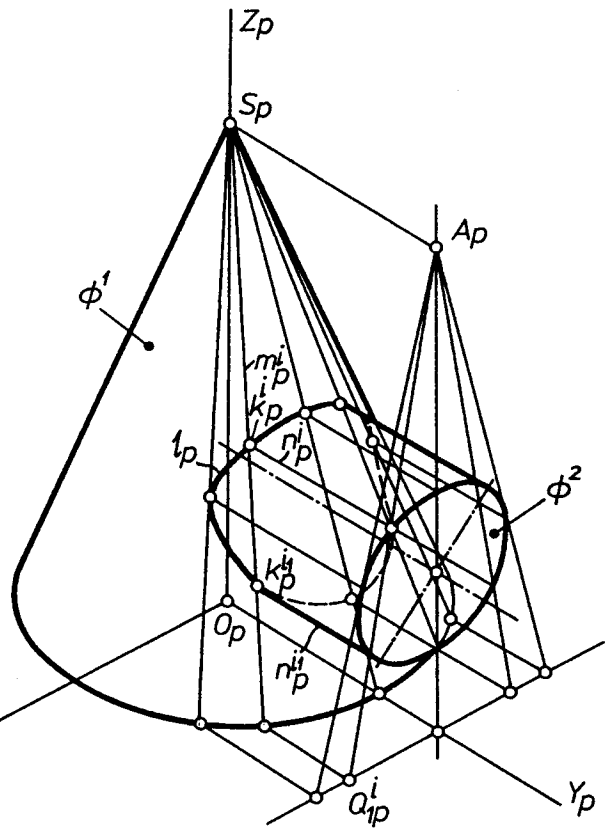


Рис. 5.29

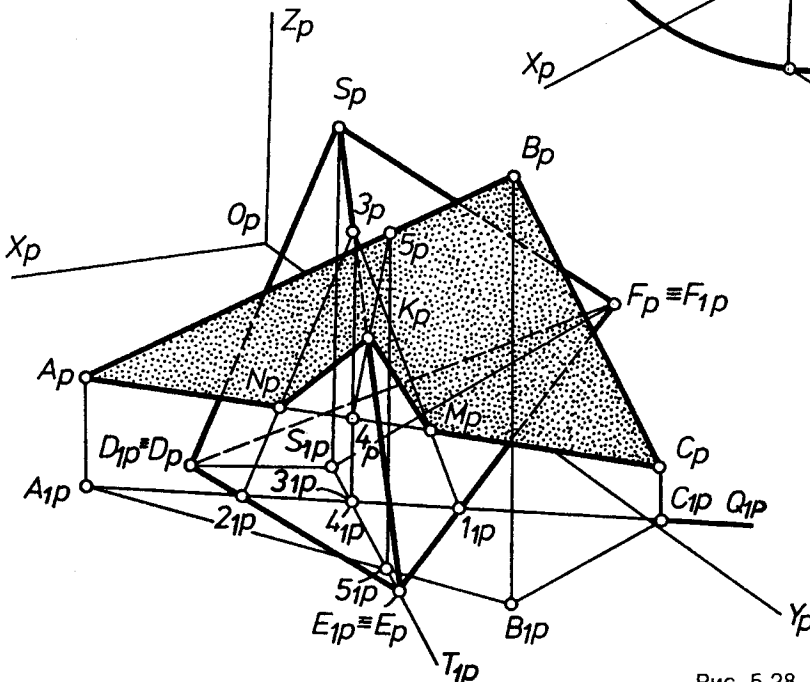


Рис. 5.28

ЗАДАЧІ

1. За ортогональними проекціями точки A (A_1, A_2) побудувати її прямокутні ізометрію та диметрію (рис. 5.30).
2. Побудувати ізометрію паралельних відрізків AB та CD (рис. 5.31).
3. Побудувати ізометрію кута ABC (рис. 5.32).
4. Побудувати диметричну проекцію мимобіжних прямих l і t (рис. 5.33).
5. Побудувати диметрію трикутника ABC (рис. 5.34).
6. Побудувати практичну ізометрію прямої тригранної призми, проекції якої задані (рис. 5.35).
7. Побудувати практичну диметрію прямокутного паралелепіпеда (рис. 5.36).
8. Побудувати практичну ізометрію циліндра з вертикальним циліндричним отвором (рис. 5.37).
9. Побудувати ізометричну проекцію похилої піраміди (рис. 5.38).
10. Побудувати практичну ізометрію похилої призми (рис. 5.39).
11. Побудувати практичну диметрію фігури (рис. 5.40).
12. Побудувати практичну ізометрію фігури (рис. 5.41).

13. Побудувати диметрію циліндра з прямокутним отвором (рис. 5.42).
14. Задане ортогональне креслення правильної чотиригранної призми з наскрізним отвором (рис. 5.43). Побудувати прямокутну диметрію призми.
15. Побудувати ізометрію зрізаного циліндра (рис. 5.44).
16. Побудувати в прямокутній ізометрії точку перетину прямої l з площиною R (рис. 5.45).
17. Побудувати в прямокутній диметрії точку перетину прямої l з площиною трикутника ABC (рис. 5.46).
18. Побудувати в аксонометричній проекції лінію перетину циліндра зі зрізаною прямою трикутною призмою. Нижня основа циліндра і основа призми розташовані в одній горизонтальній площині координат (рис. 5.47).
19. Побудувати в аксонометричній проекції лінію перетину двох циліндричних поверхонь (рис. 5.48).
20. Побудувати прямокутну диметричну проекцію конуса обертання з вирізом за заданим ортогональним кресленням фігури (рис. 5.49).
21. Побудувати аксонометричну проекцію заданої фігури (рис. 5.50).
22. Побудувати аксонометричну проекцію заданої фігури (рис. 5.51).

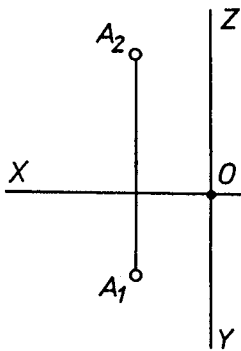


Рис. 5.30

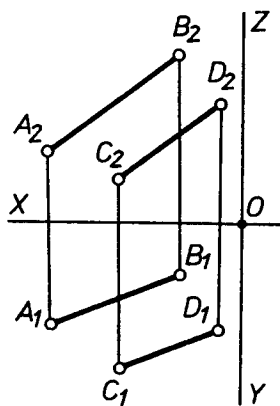


Рис. 5.31

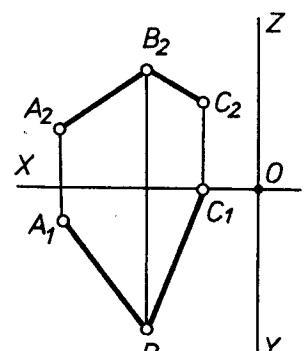


Рис. 5.32

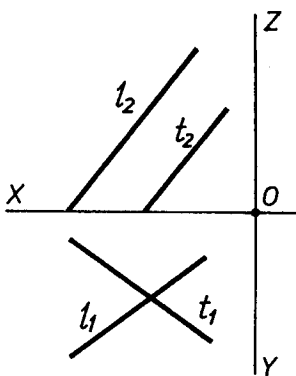


Рис. 5.33

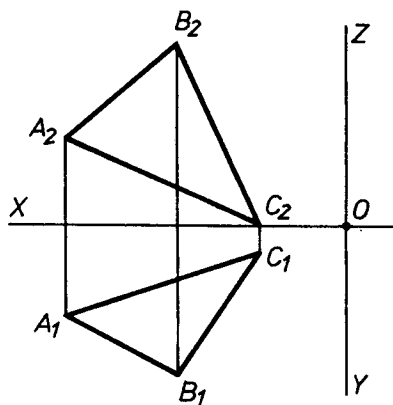


Рис. 5.34

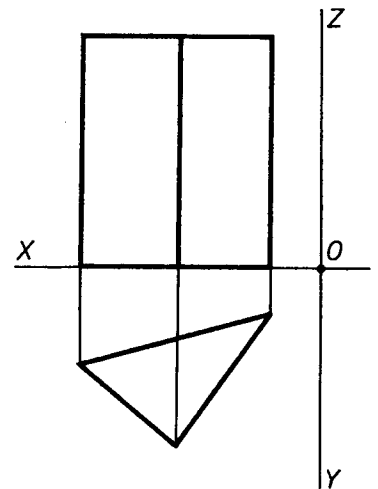


Рис. 5.35

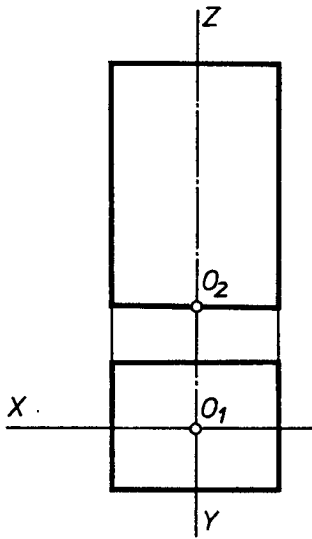


Рис. 5.36

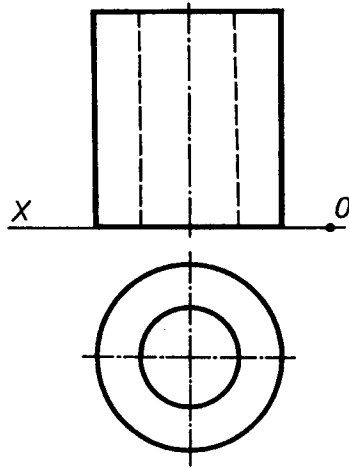


Рис. 5.37

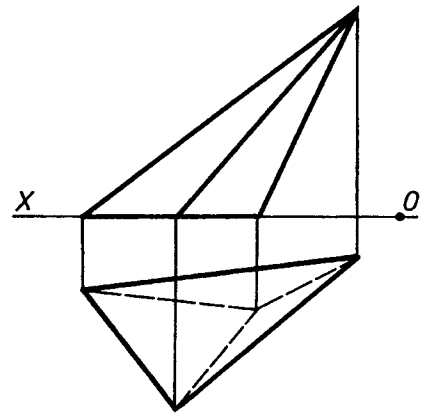


Рис. 5.38

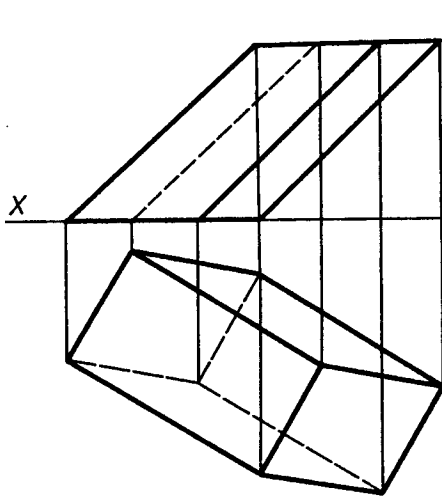


Рис. 5.39

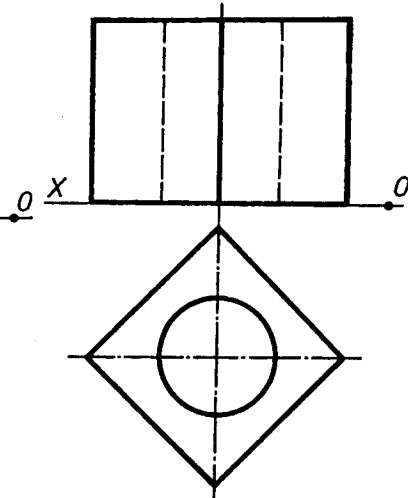


Рис. 5.40

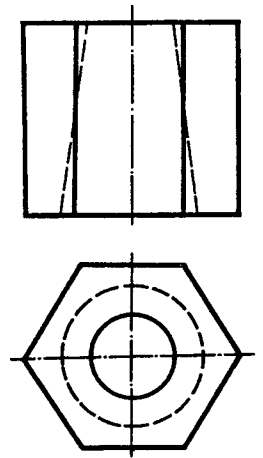


Рис. 5.41

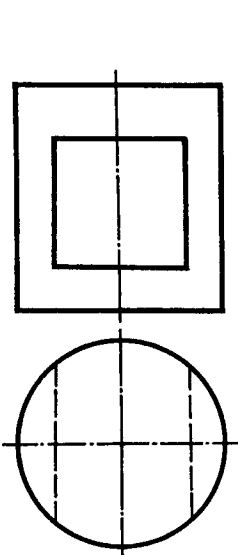


Рис. 5.42

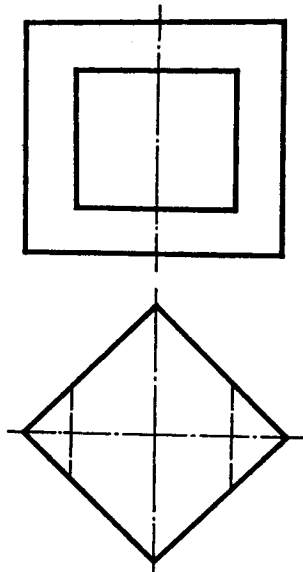


Рис. 5.43

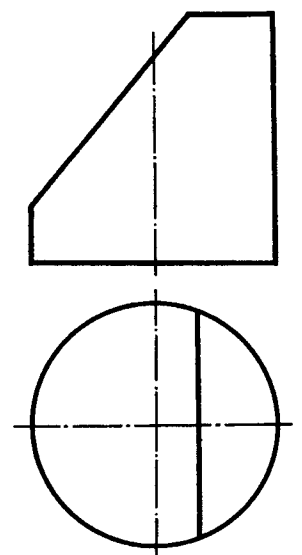


Рис. 5.44

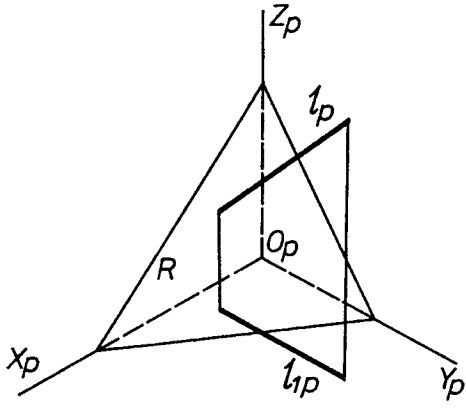


Рис. 5.45

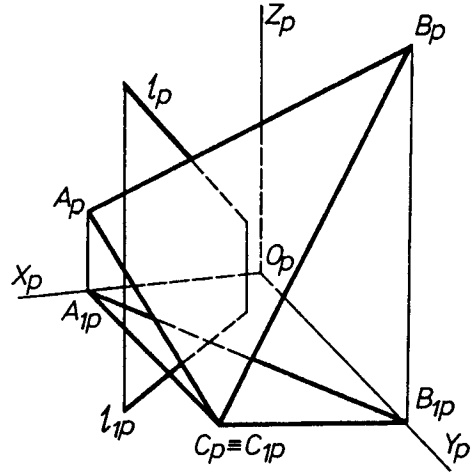


Рис. 5.46

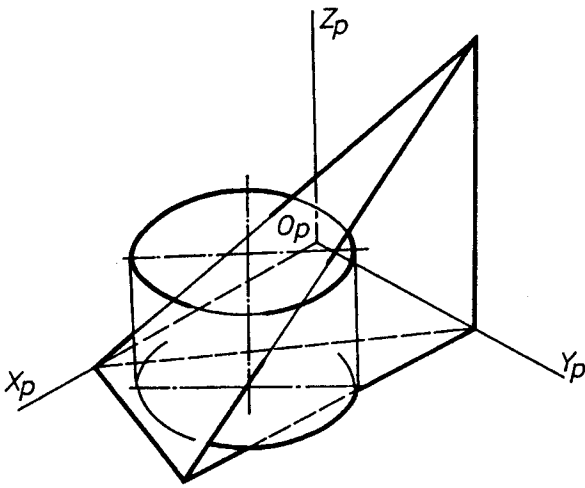


Рис. 5.47

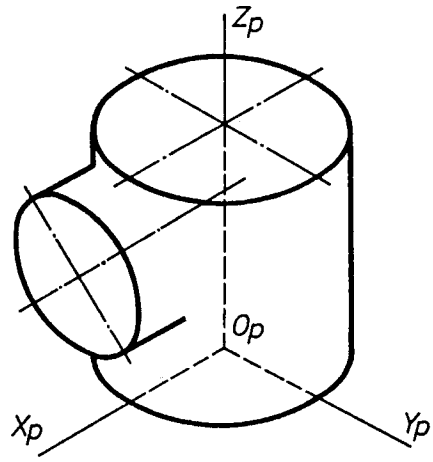


Рис. 5.48

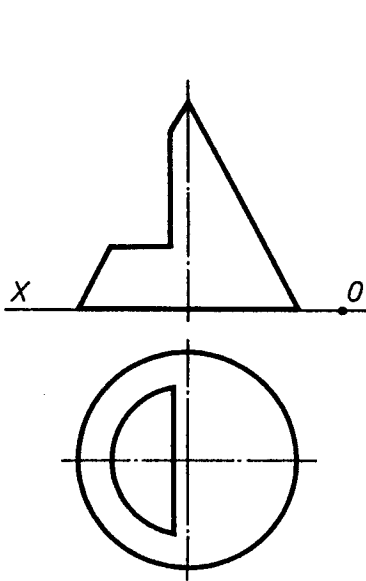


Рис. 5.49

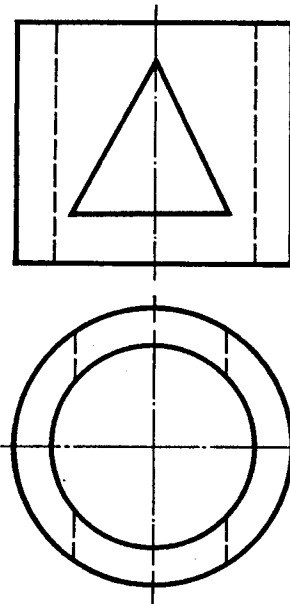


Рис. 5.50

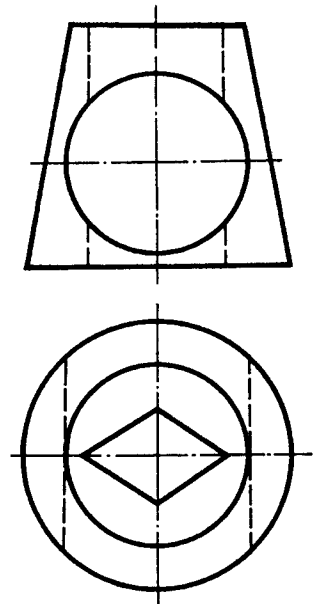


Рис. 5.51

6. ВИКОРИСТАННЯ ЕОМ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

6.1. Можливість використання ЕОМ у нарисній геометрії

Розвиток обчислювальної техніки і здешевлення її елементної бази спричинилися до широкого застосування ЕОМ в усіх галузях народного господарства, зокрема, у сферах обчислювальної геометрії та креслярсько-конструкторських робіт.

Використання комп'ютерної техніки для розв'язування задач нарисної геометрії на першому курсі вузу стане основою професійної та психологічної підготовки студентів до подальшого засвоєння складних проблем автоматизації проектування та конструювання, зокрема автоматизації креслярсько-графічних робіт*.

У геометрії будь-яку фігуру можна уявити як множину точок. В алгебрі така фігура описується аналітичними залежностями або дискретною множиною цифр, які фіксують координати вузлових точок. Таку подібність між алгеброю і геометрією використовують, розв'язуючи графічні задачі на ЕОМ, оскільки ЕОМ оперує числами, і «рисунок» у пам'яті ЕОМ зберігається в цифровому вигляді.

Цифрова модель геометричного об'єкта просто зберігається в пам'яті ЕОМ, а це дає низку переваг для її подальшого використання:

геометрична форма об'єкта міститься в пам'яті комп'ютера у вигляді суто цифрових даних. Труднощі, які виникали передусім унаслідок деформації креслярського паперу або неточностей виконання креслень, при цьому відсутні;

ЕОМ легко обчислює такі геометричні характеристики об'єкта, як об'єми його частин, контури поперечних перерізів або їх площі;

легко здійснюється перехід від одних одиниць вимірювання до інших; інформацію щодо геометричної форми об'єкта можна візуалізувати за допомогою графічних дисплеїв, креслити зображення на графопобудовниках або виводити на друкувальні пристрої. В окремому випадку можна одержати перфострічку для верстатів з числовим програмним керуванням.

Якщо традиційне проекційне зображення перетворити на дискретний цифровий код, то ЕОМ зможе зберігати його в пам'яті, виконувати різні перетворення, виводити на екран дисплея графічне зображення або документувати це зображення на графопобудовнику. Проекційне креслення при ручному виконанні будується з визначеної послідовності простих операцій і складається лише з точок, відрізків, кіл або дуг кіл і символічної інформації. Цифрова модель такого креслення може бути подана у вигляді масиву цифр, які описують координати вузлових точок креслення із зазначенням правил з'єднання цих точок між собою.

Часто вживані графічні операції, за допомогою яких можна побудувати проекційне креслення будь-якої складності, назвемо базовими графічними операціями (БГО).

Кожна БГО має власне ім'я, їй відповідає під таким же іменем підпрограма на алгоритмічній мові високого рівня Фортран-77. Для кожної БГО знайдені обчислювальні еквіваленти за допомогою формул аналітичної геометрії і на їх основі розроблені універсальні підпрограми, які відповідно відтрансльовані й записані в бібліотеку прикладних програм BGO.LIB на твердий диск комп'ютера.

Звертаючись до цих підпрограм з прикладної програми у послідовності, яка описується графічним алгоритмом розв'язування задачі, можна легко переходити від алгоритму до Фортран-програми, яка автоматично сформує цифрову модель креслення.

Тут наведені базові графічні операції, описані структура їх викликів, вхідні та вихідні параметри, а також розв'язано типові задачі нарисної геометрії з використанням запропонованого методу.

* В Україні координатором зусиль з розвитку і впровадження цього напрямку в умовах вищої школи є кафедра нарисної геометрії та інженерної графіки Київського національного університету будівництва і архітектури під керівництвом заслуженого діяча науки України, доктора технічних наук, професора В.Є. Михайленко.

6.2. Задання геометричних фігур на координатованому комплексному кресленні

Графічне задання вхідних даних у задачах нарисної геометрії унеможлиблює її читання та «розуміння» ЕОМ і подальше використання лише аналітичного або графічного методів у їх «чистому» вигляді. Тому слід розробити новий метод розв'язування графічних задач, що враховує характер задання вхідних даних і можливості сучасного комп'ютера.

Для розв'язування задач графічним методом не потрібний аналітичний опис геометричних фігур; під час аналітичного розв'язування немає потреби в геометричних побудовах. При створенні нового методу досить, щоб логіка графічного способу розв'язування підтримувалася аналітичними методами. Алгебра замінює геометричні побудови, які в геометрії виконуються за допомогою лінійки та циркуля при побудові точок перетину прямих, кіл та дуг між собою в певній послідовності.

Для автоматизації процесу графічного розв'язування задач за допомогою ЕОМ її функції зводяться до виконання арифметичних операцій з визначення координат точки перетину двох ліній і з'ясування логічного зв'язку та послідовності, у якій визначаються координати вузлових точок рисунка, а також виведення цих результатів на периферійні пристрої у потрібному вигляді.

Розв'язування задач нарисної геометрії характеризується виконанням деякої послідовності графічних операцій, тоді як робота ЕОМ зводиться до обчислювальних операцій над числами.

Щоб поставити у відповідність геометричній фігурі її математичну модель, а графічній операції — її обчислювальний еквівалент, необхідно перейти від епюра, який являє собою графічну модель простору, до координатної моделі простору.

Виберемо в просторі прямокутну декартову систему координат $OXYZ$ (рис. 6.1). Площина XOY — горизонтальна (позначена H), площина XOZ — фронтальна (V) і YOZ — профільна (W).

Після суміщення площин проєкцій разом з проєкціями точки A з фронтальною площиною проєкцій отримуємо координований комплексний рисунок (рис. 6.2).

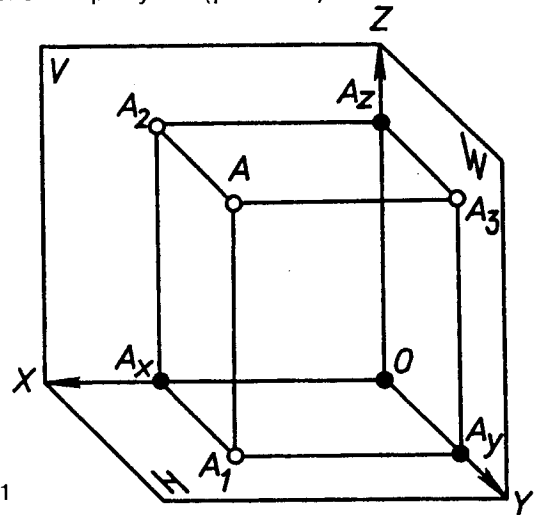


Рис. 6.1

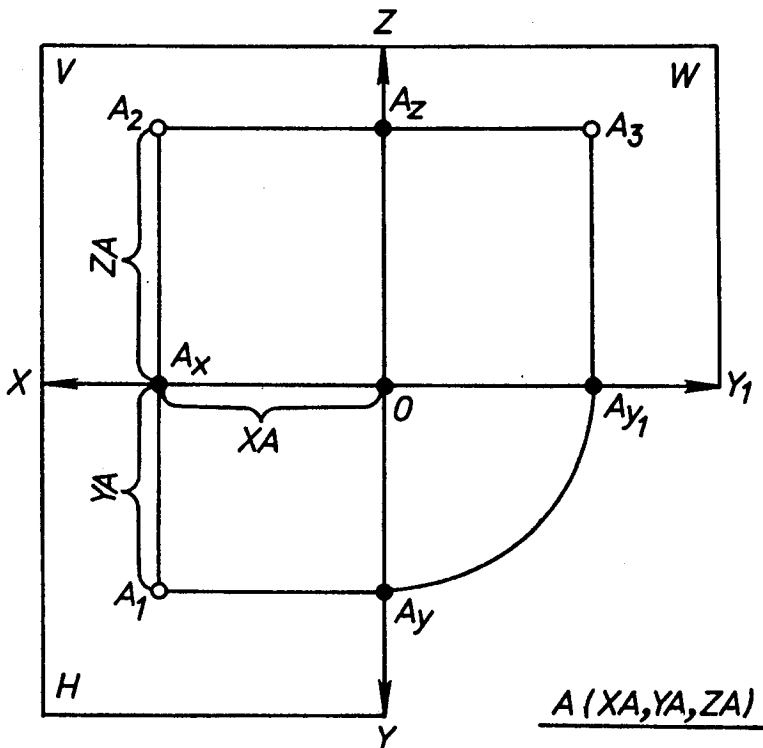


Рис. 6.2

Маємо змогу одночасно розглядати дві моделі евклідового простору: графічну, у вигляді комплексного рисунка, і координатну, у вигляді впорядкованих трійок чисел $A(XA, YA, ZA)$.

Ці моделі рівноправні, і завжди можна перейти від однієї до іншої. Такий координований комплексний рисунок служить графоаналітичною моделлю простору, і на ньому під час розв'язування задач можуть використовуватися як графічні, так і аналітичні методи одночасно. На такому рисунку основною гео-

метричною фігурою є точка, тому всі геометричні фігури мають точкову структуру.

Розглянемо приклади задання геометричних фігур.

1. Точка на координатованому комплексному кресленні задається трьома параметрами (див. рис. 6.1, 6.2) — своїми координатами, які попарно визначають її проекції: $A_1(XA, YA)$, $A_2(XA, ZA)$, $A_3(YA, ZA)$.

2. Пряма задається двома точками. Пряму AB на рис. 6.3, а задано координатами точки

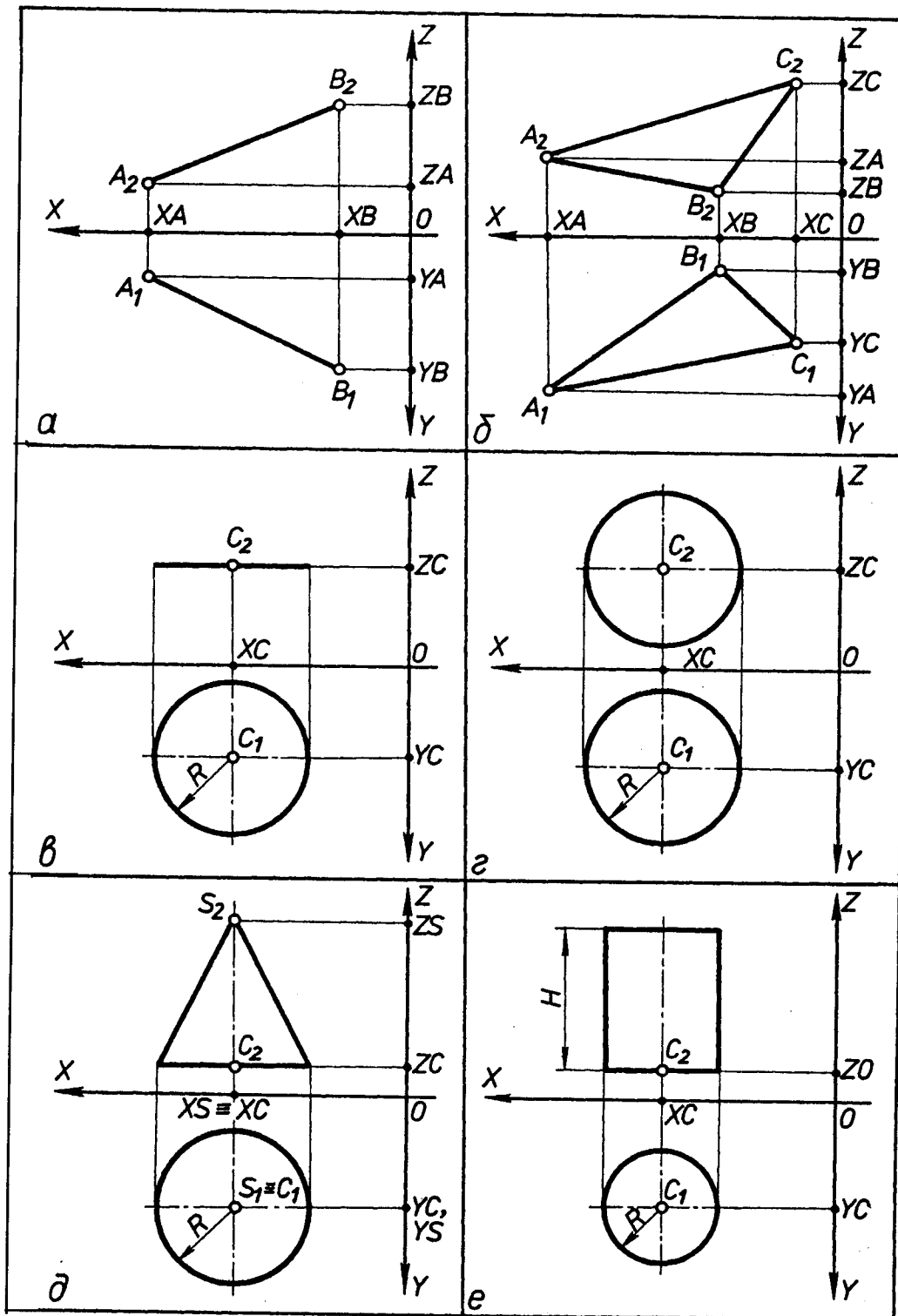


Рис. 6.3

A (XA, YA, ZA) і точки B (XB, YB, ZB). Пряма визначається шістьма параметрами.

3. Площина загального положення задається трьома точками. Площина ABC (рис. 6.3, б) задана дев'ятьма параметрами — координатами трьох точок A (XA, YA, ZA), B (XB, YB, ZB), C (XC, YC, ZC).

4. Коло, яке паралельне площині проєкцій, задається чотирма параметрами — координатами центра C (XC, YC, ZC) і радіусом R (рис. 6.3, в).

5. Сфера задається також чотирма параметрами — координатами центра C (XC, YC, ZC) і радіусом R (рис. 6.3, г).

6. Круговий конус задають сім параметрів — координати центра основи C (XC, YC, ZC), радіус R та координати вершини S (XS, YS, ZS) (рис. 6.3, д).

7. Прямий круговий циліндр задають п'ять параметрів — координати центра основи C (XC, YC, ZC), радіус R та висота циліндра H (рис. 6.3, е).

6.3. Базові графічні операції формування проєкційного рисунка

Відомо, що будь-яке проєкційне креслення складається з різного поєднання найпростіших геометричних фігур, проєкції яких взаємозв'язані. Своєю чергою, геометричні фігури будуються з найпростіших геометричних елементів: точок, відрізків прямих, кіл або дуг.

Із множини графічних операцій, які виконуються при побудові проєкційного креслення над найпростішими геометричними фігурами, можна виділити ситуації, які найчастіше трапляються на практиці. Наприклад, перетин двох відрізків, проведення лінії проєкційного зв'язку, побудова перпендикуляра, перетин прямої і кола, перетин двох кіл. Набором таких ситуацій можна описати алгоритм розв'язування будь-якої проєкційної задачі.

Базовими графічними операціями (БГО) називають найчастіше застосовувану в практиці побудови проєкційного рисунка графічну операцію над геометричними елементами.

Інші способи визначення геометричних елементів можуть бути реалізовані за допомогою комбінації кількох БГО на основі модульного принципу.

Усім БГО присвоєні мнемонічні імена залежно від їх функціонального призначення. Наприклад, TK — точка перетину двох прямих, TP — точка на перпендикулярі, OP — точки перетину кола з прямою лінією, OO — точки перетину двох кіл і т.д. (табл. 6.1).

Кожний БГО відповідає підпрограма на мові Фортран-77 з таким самим ім'ям. Підпрограма характеризується ідентифікатором

(ім'ям, яке складається з двох символів) і списком формальних параметрів, які при зверненні до підпрограми замінюються фактичними значеннями цих параметрів. Фактичні параметри можуть бути як вхідними, так і вихідними. Вхідні параметри описують положення і форму геометричних елементів стосовно узагальненої декартової системи координат OUV , а вихідні — забезпечують передачу з підпрограми в основну програму результатів розв'язування.

Для позначення геометричних фігур і їх проєкцій, зображення відношень між ними, а також скорочення запису геометричних алгоритмів розв'язування задач користуються загальноприйнятою системою позначень, яка складається з позначень і символів. Нижче наведено найбільш використовувані з них:

A, B, C, D, \dots	— точки;
$1, 2, 3, 4, \dots$	— прямі та криві лінії;
a, b, c, d, \dots	— площини і поверхні;
P, Q, R, S, \dots	— площини проєкцій;
V, H, W	— горизонтальна, фронтальна і профільна проєкції точки A ;
A_1, A_2, A_3	— горизонтальна, фронтальна і профільна проєкції прямої a ;
a_1, a_2, a_3	— горизонталь, фронталь, профіль;
h, f, p	— координати точки A ;
XA, YA, ZA —	— відстань від точки A до точки B ;
AB	— відстань від точки A до прямої a ;
Aa	— відстань від точки A до площини G ;
AG	— рівність;
$=$	— тотожність;
\equiv	— подібність;
\sim	— конгруентність;
\equiv	— паралельність;
\parallel	— перпендикулярність;
\perp	— відображення;
\rightarrow	— перетин множин;
\cap	— дотик;
\square	— знак операції.
$:$	

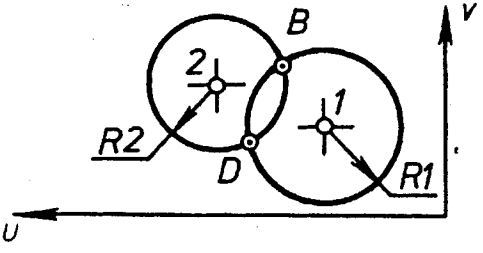
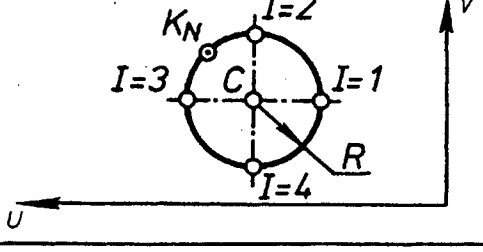
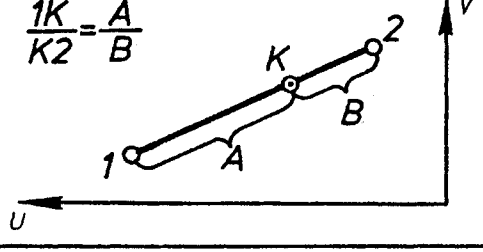
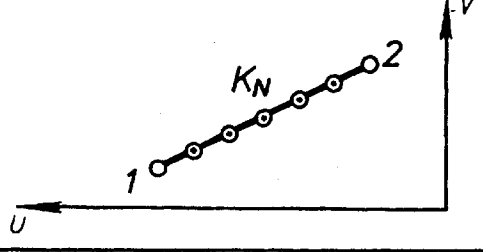
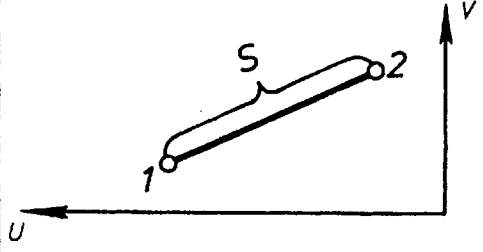
Точно визначене правило дій, для якого вказано, як і в якій послідовності його необхідно застосовувати до початкових даних задачі, щоб отримати її розв'язок, називається *алгоритмом*.

Алгоритм графічного розв'язання задачі можна записати за допомогою наведених раніше спеціальних математичних знаків (символів) у так званій символній формі. В результаті такого запису отримують графічний алгоритм у символній формі (ГРАСФ).

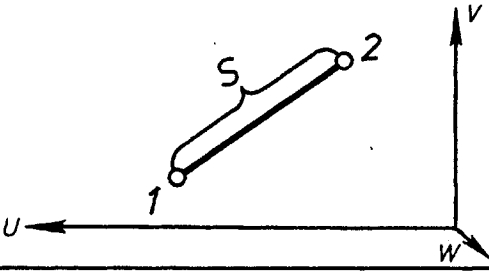
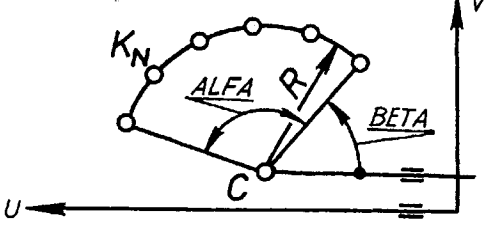
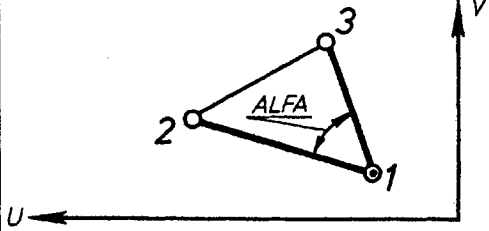
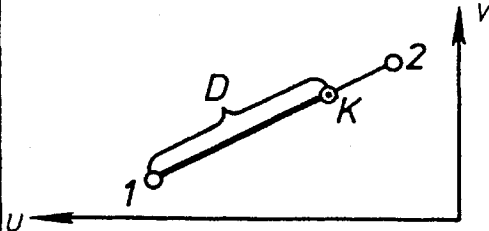
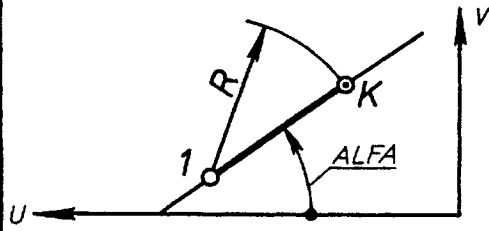
Опис алгоритму можна зобразити у вигляді блок-схеми. Схеми алгоритмів складають з урахуванням вимог стандартів.

Таблиця 6.1

№	Зображення графічної операції в узагальненій системі координат	Призначення операції
Структура оператора виклику підпрограми на Фортрані		
① TK		<p>Визначає координати UK, VK точки K перетину прямих 12 та 34</p>
<p>CALL TK(UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3, U4, V4)</p>		
② TV		<p>Визначає координату VK точки K перетину прямої 12 з вертикальною прямою, що проходить через точку 3</p>
<p>CALL TV(VK, U3, U1, V1, U2, V2)</p>		
③ TH		<p>Визначає координату UK точки K перетину прямої 12 з горизонтальною прямою, що проходить через точку 3</p>
<p>CALL TH(UK, V3, U1, V1, U2, V2)</p>		
④ TP		<p>Визначає координати UK, VK точки K основи перпендикуляра, опущеного на пряму 12 з довільної точки 3</p>
<p>CALL TP(UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3)</p>		
⑤ TS		<p>Визначає координати UK, VK точки K, симетричної точці 3 відносно прямої 12</p>
<p>CALL TS(UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3)</p>		

№	Зображення графічної операції в узагальненій системі координат	Призначення операції
<i>Структура оператора виклику підпрограми на Фортрані</i>		
6 OO		<p>Визначає координати UB, VB „ближньої“ точки B та UD, VD „дальньої“ точки D перетину двох кіл радіусами R1 та R2 з центрами в точках 1 та 2</p>
CALL OO(UB,VB,UD,VD,R1,U1,V1,R2,U2,V2)		
7 OD		<p>Визначає координати UK(N), VK(N) точок KN поділу кола радіуса R з центром в точці C на N рівних частин, починаючи з I-i точки</p>
CALL OD(UK,VK,R,UC,VC,N,I)		
8 DP	<p>$\frac{1K}{K2} = \frac{A}{B}$</p> 	<p>Визначає координати UK, VK точки K поділу відрізка 12 у співвідношенні A: B</p>
CALL DP(UK,VK,U1,V1,U2,V2,A,B)		
9 DN		<p>Визначає координати UK(N), VK(N) точок KN поділу відрізка 12 на N рівних частин</p>
CALL DN(UK,VK,N,U1,V1,U2,V2)		
10 DL		<p>Визначає довжину S проєкції відрізка 12</p>
CALL DL(S,U1,V1,U2,V2)		

№	Зображення графічної операції в узагальненій системі координат	Призначення операції
Структура оператора виклику підпрограми на Фортрані		
11 PL		Визначає координати U_K, V_K точки K на кінці відрізка $3K$, паралельного і рівного відрізку 12
$CALL PL(U_K, V_K, U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3)$		
12 PK		Визначає координати U_K, V_K точки K перетину прямої, паралельної до заданого відрізка 12 з довільною прямою 34
$CALL PK(U_K, V_K, U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3, U_4, V_4, U_5, V_5)$		
13 OP		Визначає координати U_B, V_B „ближньої“ точки B та U_D, V_D „дальньої“ точки D перетину кола радіуса R з відрізком 23
$CALL OP(U_B, V_B, U_D, V_D, R, U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3)$		
14 OV		Визначає координати U_B, V_B „ближньої“ точки B та U_D, V_D „дальньої“ точки D перетину кола радіуса R з вертикальною прямою, що проходить через точку 2
$CALL OV(U_B, V_B, U_D, V_D, R, U_1, V_1, U_2)$		
15 OH		Визначає координати U_B, V_B „ближньої“ точки B та U_D, V_D „дальньої“ точки D перетину кола радіуса R з горизонтальною прямою, що проходить через точку 2
$CALL OH(U_B, V_B, U_D, V_D, R, U_1, V_1, U_2)$		

№	Зображення графічної операції в узагальненій системі координат	Призначення операції
<i>Структура оператора виклику підпрограми на Фортрані</i>		
16 DV		Визначає дійсну величину S відрізка 12 (у просторі)
CALL DV(D,X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2)		
17 DS		Визначає координати $UK(N)$, $VK(N)$ точок K_N поділу дуги радіуса R з центром у точці C на N частин
CALL DS(UK,VK,N,ALFA,BETA,R,UC,VC)		
18 UG		Визначає величину кута трикутника 123 при вершині 1 в градусах - ALFA або в радіанах - ALFAR
CALL UG(ALFA,ALFAR,U1,V1,U2,V2,U3,V3)		
19 TO		Визначає координати UK, VK точки K на прямій 12 на заданій відстані від точки 1
CALL TO(UK,VK,D,U1,V1,U2,V2)		
20 TD		Визначає координати UK, VK точки K на прямій, заданій точкою 1 та кутовим параметром ALFA, яка віддалена від точки 1 на відстань R
CALL TD(UK,VK,ALFA,R,U1,V1)		

Блок-схема алгоритму зображається як набір різних геометричних фігур («блоків»), з'єднаних між собою лініями зі стрілками, що вказують на послідовність виконання тих чи інших операцій. У середині блока подається відповідна функція виконання окремих елементарних дій.

Розробка блок-схеми, що відображає структуру алгоритму машинного розв'язання задачі, передує програмуванню цієї задачі.

Запис програми на обраній мові програмування і виконання її під керуванням конкретної операційної системи при заданому наборі вхідних даних є змістом завершальної стадії розв'язання задачі на ЕОМ.

Приклад заповнення бланка Фортран-програми подається далі.

Коли створювалася мова Фортран, вважалося, що програми будуть розміщені на 80-колонкових перфокартах. Хоча тепер перфокарти не використовуються, форма запису програм на Фортрані-77 відповідає попереднім домовленостям, а саме: рядок програми на Фортрані-77 містить 72 символи, а останні 8 колонок перфокарти використовувалися для ідентифікації програми та номерів перфокарти в колоді перфокарт. З цих же причин позиції символів у рядку програми часто називають колонками. Слід зауважити, що сучасні дисплеї комп'ютерів дають змогу розмістити 80 символів в одному рядку.

Будь-яка програма складається з послідовності інструкцій ЕОМ. Ці інструкції називаються операторами. Кожний оператор програми на Фортрані-77 повинен починатися з нового рядка і розміщуватися з 7-ї по 72-гу позицію.

Позиції з 1-ї по 6-ту мають спеціальне призначення. Може статися, що оператор складається із надто великої кількості символів і не вміщається в одному рядку; тоді його можна продовжити в наступному рядку, заповнивши перші п'ять позицій пропусками, а шосту — будь-яким символом, крім пропуску та нуля. Перший рядок такого оператора називається початковим рядком, а наступні — рядками продовження. Кількість рядків продовження одного оператора не перевищує дев'ятнадцять.

Будь-який рядок програми, в першій позиції якого стоїть латинська літера *C* або зірочка «*», називається рядком коментарю. Компілятор Фортрану-77 ігнорує такі рядки; це означає, що вони не впливають на програму, тому їх можна використовувати в будь-якому місці програми для зручності читання програми та її документування.

Позиції з 1-ї по 5-ту початкового рядка будь-якого оператора Фортрану-77 можуть мати мітку. Мітка — ненульове ціле число без знака, воно дає змогу посилатися на конкретний оператор з будь-якого місця програми.

Мітками позначають лише ті оператори, на які є посилання в інших операторах.

Нарешті, слід зазначити, що символи пропуску не впливають на зміст програми, крім випадків, коли вони містяться всередині символічних констант, тому символи пропуску можна використовувати для поліпшення зовнішнього вигляду програми.

Обробка Фортран-програм на ЕОМ складається з трьох етапів: компіляції, складання та виконання.

Програма на Фортрані-77 перекладається на мову машинних команд на стадії компіляції, яка є першим етапом обробки програми. Компілятор перевіряє синтаксис програми і видає повідомлення про синтаксичні помилки. Перша компіляція програми завжди виявляє помилки, що виникають унаслідок неправильного набору програми з клавіатури, навіть якщо програма написана досвідченим програмістом.

Під час складання, яке є другим етапом обробки програми, до програми підключаються всі необхідні програмні модулі, наприклад, модулі пакета БГО, системні: введення-виведення; внутрішніх функцій.

Останній етап обробки програми — виконання. На цьому етапі ЕОМ виконує написану програму. Інколи програма проходить всі три етапи обробки без помилок, але результатів обчислення не дає або вони неправильні. Помилку в цьому випадку слід шукати в логіці побудови програми або у використанні неправильної формули.

Кожну нову програму слід тестувати з використанням таких наборів вхідних даних, які приводять до відомих результатів. Програміст-початківець повинен знати, що немає такого поняття, як «єдино правильна» програма розв'язання задачі. Можна говорити про те, що одна програма простіша за іншу або одна програма ефективніша за іншу, хоча ці властивості певною мірою залежать від ЕОМ, на якій вони виконують програми. У цьому розділі наведено чотири приклади програм розв'язування задач нарисної геометрії з використанням БГО.

На рис. 6.4 зображені осі координованого комплексного рисунка. Відомо, що зображення в системі осей *OXYZ* будується відповідно до правил проєкційного зв'язку. Проте кожен з трьох площин проєкцій *V*, *H*, *W* розглядаємо як окрему узагальнену декартову систему координат, осі якої позначені *U* — горизонтальна, *V* — вертикальна. При такому позначенні зручніше описувати загальні аналітичні залежності. При переході на конкретну площину проєкцій можна легко замінити узагальнені позначення осей *U*, *V* на загальноприйняті позначення осей координованого комплексного рисунка відповідно до прийнятих позначень осей площини проєкцій, на якій будується зображення (рис. 6.5).

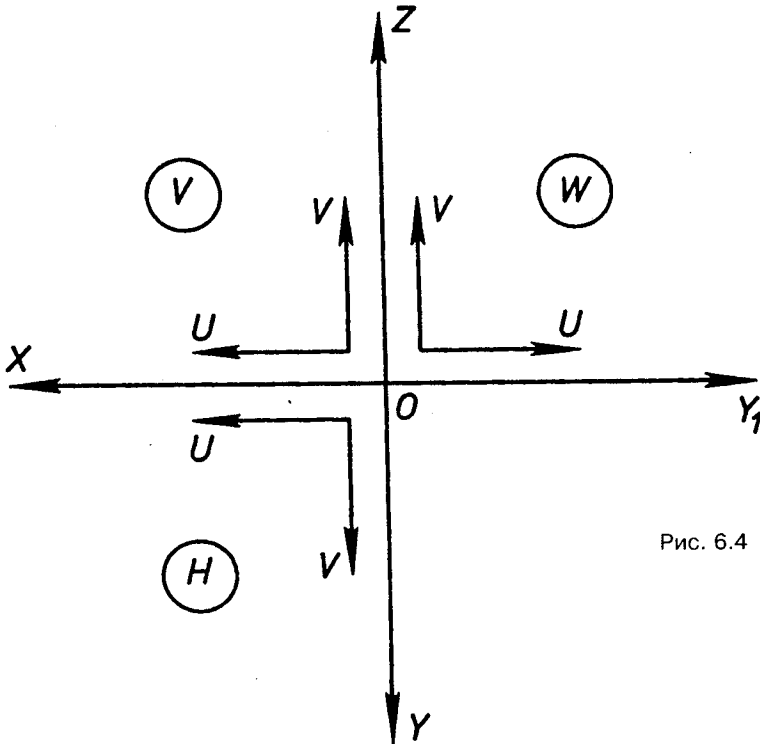


Рис. 6.4

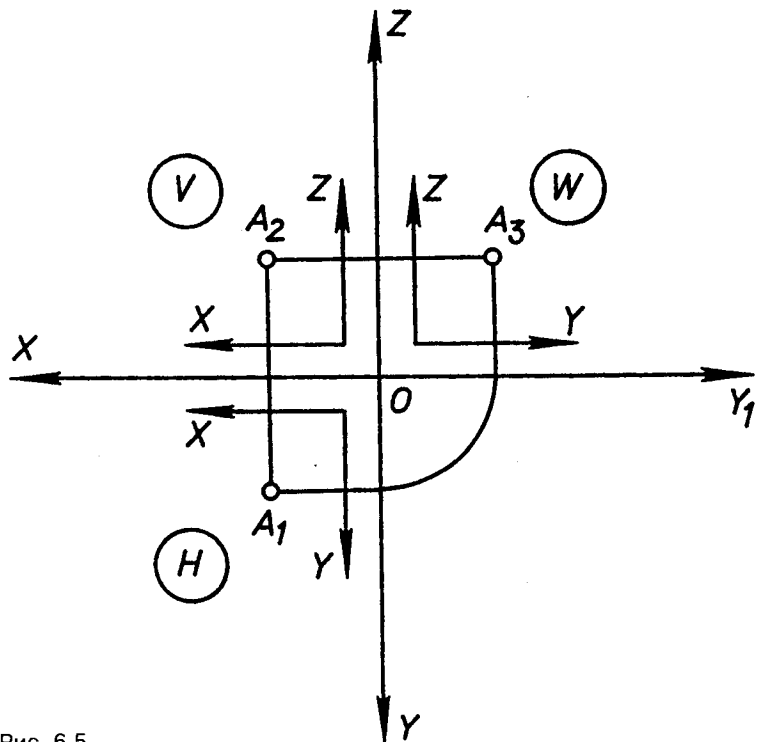


Рис. 6.5

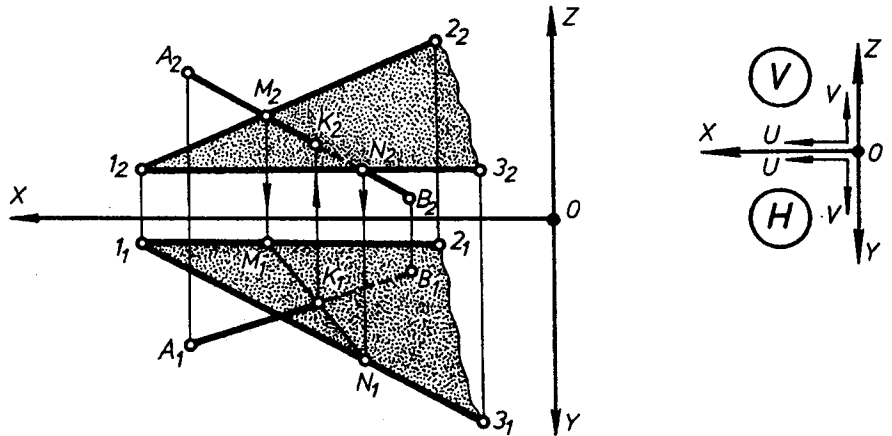
Програмне забезпечення базових графічних операцій написано для узагальненої декартової системи координат у вигляді окремих підпрограм, виклик яких на Фортрані-77 здійснюється за допомогою оператора CALL з указанням імені підпрограми та її параметрів.

Формат виклику кожної підпрограми описаний у табл. 6.1. Число і тип аргументів підпрограми, як звичайно, залежать від характеру виконуваних обчислень. Аргументи підпрограми, подані у визначенні (записані в круглих дужках), називають формальними параметрами. Під час звертання до підпрограми замість них підставляють фактичні параметри, зв'язані з координатами точок, які зада-

ють геометричні елементи креслення (вхідні параметри) та визначають координати точок перетину ліній (вихідні параметри). Передавання результатів обчислення з підпрограми до основної програми здійснюється через вихідні параметри підпрограми, і всі підпрограми, що викликаються, можуть використовувати результати викликаних раніше підпрограм як свої вхідні параметри.

Координований комплексний рисунок у системі двох площин проєкцій V/H , на якому розв'язана графічним методом задача нарисної геометрії на знаходження точки перетину прямої AB з площиною загального положення, заданою своїми горизонталлю 13 та фронталлю 12, зображено на рис. 6.6.

	Позиції 1...5 Мітка оператора	Позиція 6 Продовження оператора	Позиції від 7 по 72 Оператор Фортрану
	1 2 3 4 5 6	7 8 9	72
Коментар	C	Приклад заповнення бланка	
Коментар	*	Фортран-програми	
Заголовок		PROGRAM PROBA	
Оператор з продовженням (2 рядки)		READ (*, *)	XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC,
Оператор		* XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF	
		CALL TK(X1, Z1, XA, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)	
Оператор з міткою	10	FORMAT (2X, 'M(', 3F8.2, ')', 'N(', 3F8.2, ')')	
Оператори кінця програми		STOP	
		END	



Графічний алгоритм у символічній формі

NGØ1
Дано: Координати точок A, B, 1, 2, 3
TK: $M_2 = 1_2 2_2 \cap A_2 B_2$
TV: $M_1 = M_2 \rightarrow 1_1 2_1$
TK: $N_2 = 1_2 3_2 \cap A_2 B_2$
TV: $N_1 = N_2 \rightarrow 1_1 3_1$
TK: $K_1 = A_1 B_1 \cap N_1 M_1$
TV: $K_2 = K_1 \rightarrow A_2 B_2$
Друк XK, YK, ZK
Кінець

Фортран - програма

C	NGØ1 - перетин прямої з площиною
	PROGRAM NGØ1
	READ (*, *) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB,
*	X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3
	CALL TK(XM, ZM, X1, Z1, X2, Z2, XA, ZA, XB, ZB)
	CALL TV(YM, XM, X1, Y1, X2, Y2)
	CALL TK(XN, ZN, X1, Z1, X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB)
	CALL TV(YN, XN, X1, Y1, X3, Y3)
	CALL TK(XK, YK, XA, YA, XB, YB, XM, YM, XN, YN)
	CALL TV(ZK, XK, XA, ZA, XB, ZB)
	WRITE(*, *) XK, YK, ZK
	STOP
	END

Рис. 6.6

Для цієї задачі за допомогою прийнятих позначень записаний ГРАСФ. У першому рядку ГРАСФ записане позначення алгоритму NG01, яке користувач дає за своїм бажанням. Далі описано вхідні дані задачі. Наступна серія рядків є формалізованим записом алгоритму розв'язання геометричної задачі. Тут у порядку, як це робиться при ручному розв'язанні задачі, крок за кроком описується послідовність елементарних графічних операцій визначення координат точок на проєкційному рисунку. Наприклад, запис $TK: M_2 = I_2 Z_2 \cap A_2 B_2$ слід розуміти так: Операція TK означає фронтальну проєкцію M_2 точки як результат перетину фронтальної проєкції відрізка $I_2 Z_2$ з фронтальною проєкцією відрізка $A_2 B_2$.

У кінці ГРАСФ вказуються координати точки, які як результат розв'язання задачі слід вивести на екран дисплея.

Тепер, маючи ГРАСФ і таблицю базових графічних операцій, можна формально перетворити його на Фортран-програму. Першим рядком основної програми NG01 записаний коментар, який нагадує про тип геометричної задачі (якщо потрібно, можна дати інформацію про автора тощо). У другому рядку записаний оператор заголовка програми (він не обов'язковий, проте коли заголовок відсутній, за замовчуванням компілятор Фортрану-77 присвоїть головній програмі ім'я MAIN). Наступний оператор READ вводить указані координати заданих точок рисунка з клавіатури комп'ютера в зазначеному порядку. Зауважимо, що цей довгий оператор зайняв два рядки, тому в шостій позиції рядка продовження записаний символ «зірочка». Оператори, що починаються зі службового слова CALL, викликають відповідні підпрограми базових графічних операцій. Тут програмісту слід бути особливо уважним, щоб під час заміни формальних параметрів підпрограм на фактичні не помилитися, підставляючи значення абсцис, ординат та аплікат конкретних точок на відповідних площинах проєкцій. Як підказка на рисунку ще раз подана схема відповідності осей узагальненої декартової системи координат системі V/H .

Оператор WRITE (*,*) XK, YK, ZK виведе на екран дисплея знайдені координати точки K перетину прямої AB з площиною. Оператори STOP та END завершують основну програму і є обов'язковими.

6.4. Тексти програм розв'язування задач з нарисної геометрії

Приклад 1. Визначити координати точки перетину прямої AB з площиною, заданою двома прямими 12 та 13 , які перетинаються в точці 1 (див. рис. 6.6).

Текст програми розв'язування задачі на перетин прямої з площиною, заданою двома прямими, що перетинаються, готується за допомогою будь-якого текстового редактора і записується на вінчестер комп'ютера у вигляді текстового файлу, якому присвоюється ім'я NG01.FOR:

```
C NG01 — ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ
PROGRAM NG01
READ (*,*) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB,
* X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3
CALL TK (XM, ZM, X1, Z1, X2, Z2, XA, ZA, XB, ZB)
CALL TV (YM, XM, X1, Y1, X2, Y2)
CALL TK (XN, ZN, X1, Z1, X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB)
CALL TV (YN, XN, X1, Y1, X3, Y3)
CALL TK (XK, YK, XA, YA, XB, YB, XM, YM, XN, YN)
CALL TV (ZK, XK, XA, ZA, XB, ZB)
WRITE (*,*) XK, YK, ZK
STOP
END
```

Після успішної трансляції і складання програми на вінчестері комп'ютера створюється файл виконання програми NG01.EXE, який забезпечує багаторазове виконання програми за запрограмованим алгоритмом з різними наборами вхідних даних.

Запустивши програму NG01.EXE на виконання, спостерігаємо на екрані дисплея:

C:\BGO>ng01.exe → Старт програми NG01.EXE

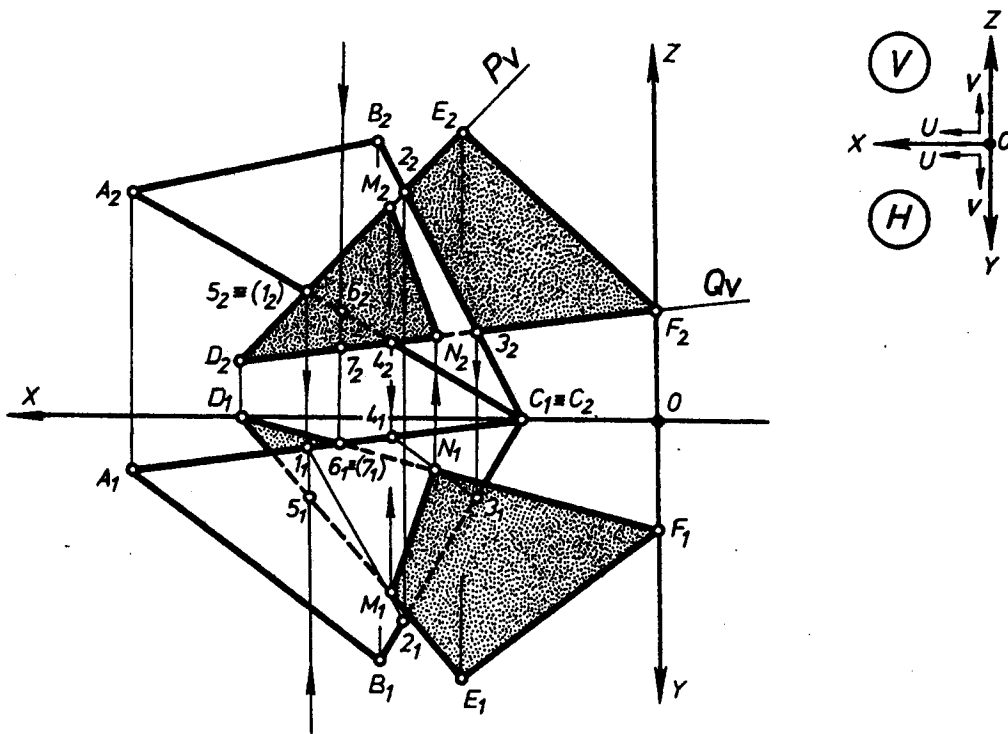
Програма очікує введення координат точок з клавіатури відповідно до списку вхідних параметрів, описаних оператором READ.

```
52 18.5 21.5
20 7.5 3
58.5 3 7.5 → Координати точок A, B, 1, 2, 3
16.5 3 26
10 29 7.5
33.651230 12.192610 10.892110 → Результат
Stop — Program terminated.
```

Приклад 2. Визначити координати двох точок лінії перетину трикутників ABC та DEF (рис. 6.7).

```
C NG02 — ПЕРЕТИН ДВОХ ТРИКУТНИКІВ
PROGRAM NG02
C ВВЕДЕННЯ КООРДИНАТ ВЕРШИН ТРИКУТНИКІВ
READ (*,*) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC,
* XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF
CALL TK (X1, Z1, XA, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TK (X2, Z2, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TK (X3, Z3, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
CALL TK (X4, Z4, XA, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
CALL TV (Y1, X1, XA, YA, XC, YC)
CALL TV (Y2, X2, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Y3, X3, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Y4, X4, XA, YA, XC, YC)
CALL TK (XM, YM, XD, YD, XE, YE, X1, Y1, X2, Y2)
CALL TK (XN, YN, XD, YD, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
CALL TV (ZM, XM, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TV (ZN, XN, XD, ZD, XF, ZF)
WRITE (*,*) XM, YM, ZM, XN, YN, ZN
STOP
END
```

C:\BGO>ng02.exe



<i>Графічний алгоритм у символічній формі</i>
NSØ2
Дано: Координати вершин ДАВС та Δ DEF
TK: 1₂ = A₂C₂ ∩ D₂E₂
TK: 2₂ = B₂C₂ ∩ D₂E₂
TK: 3₂ = B₂C₂ ∩ D₂F₂
TK: 4₂ = A₂C₂ ∩ D₂F₂
TV: 1₁ = 1₂ → A₁C₁
TV: 2₁ = 2₂ → B₁C₁
TV: 3₁ = 3₂ → B₁C₁
TV: 4₁ = 4₂ → A₁C₁
TK: M₁ = D₁E₁ ∩ 1₁2₁
TK: N₁ = D₁F₁ ∩ 3₁4₁
TV: M₂ = M₁ → D₂E₂
TV: N₂ = N₁ → D₂F₂
Друк XM, YM, ZM, XN, YN, ZN
Кінець

Фортран-програма	
C	NSØ2 - перетин двох трикутників
	PROGRAM NSØ2
C	Введення коорд. вершин двох трикутників
	READ (*, *) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC,
*	XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF
	CALL TK(X1, Z1, XA, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
	CALL TK(X2, Z2, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
	CALL TK(X3, Z3, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
	CALL TK(X4, Z4, XA, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
	CALL TV(Y1, X1, XA, YA, XC, YC)
	CALL TV(Y2, X2, XB, YB, XC, YC)
	CALL TV(Y3, X3, XB, YB, XC, YC)
	CALL TV(Y4, X4, XA, YA, XC, YC)
	CALL TK(XM, YM, XD, YD, XE, YE, X1, Y1, X2, Y2)
	CALL TK(XN, YN, XD, YD, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
	CALL TV(ZM, XM, XD, ZD, XE, ZE)
	CALL TV(ZN, XN, XD, ZD, XF, ZF)
	WRITE (*, *) XM, YM, ZM, XN, YN, ZN
	STOP
	END

Рис. 6.7

```

86 8 33
40 35 40
19 0 0
60 0 8
28 38 42
0 16 16
38.669640 25.329800 30.663510
31.751760 7.532864 11.766430
Stop - Program terminated.

```

Приклад 3. Визначити відстань від точки S до площини трикутника ABC (рис. 6.8).

```

С NG03 — ВІДСТАНЬ ВІД ТОЧКИ S ДО ПЛОЩИНИ
ТРИКУТНИКА ABC
PROGRAM NG03
READ (*,*) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC, XS, YS, ZS
CALL TH (X1, ZC, XA, ZA, XB, ZB)
CALL TV (Y1, X1, XA, YA, XB, YB)
CALL TH (X2, YA, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Z2, X2, XB, ZB, XC, ZC)
CALL TP (XE, ZE, XA, ZA, X2, Z2, XS, ZS)
CALL TP (XF, YF, XC, YC, X1, Y1, XS, YS)
CALL TK ( X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB, XS, ZS, XE, ZE)
CALL TK (X4, Z4, XA, ZA, XC, ZC, XS, ZS, XE, ZE)
CALL TV ( Y3, X3, XA, YA, XB, YB)
CALL TV (Y4, X4, XA, YA, XC, YC)
CALL TK (XK, YK, XS, YS, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
CALL TV (ZK, XK, XS, ZS, XE, ZE)
CALL DV (D, XS, YS, ZS, XK, YK, ZK)
С ДРУК РЕЗУЛЬТАТІВ НА ЕКРАН
WRITE (*,*) XK, YK, ZK, D
STOP
END

```

```

C:\BGO>ng03.exe
68 21 0
35 47 53
6.5 6 21
45 0 58
29.825270 29.042460 34.304330 40.437870
Stop — Program terminated.

```

Приклад 4. Визначити координати точок фігури перетину похилої піраміди фронтально-проекційною площиною (рис. 6.9). Результати записати в табличній формі (файл NG04.TAB).

```

С NG04 — ПЕРЕТИН ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ
PROGRAM NG04
DI MENSION XT(5), YT(5), ZT(5), XK(5), YK(5), ZK(5)
WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ТОЧОК
ОСНОВИ'
READ (*,*) (XT (I), YT (I), ZT (I), I=1,5)
WRITE(*,*) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ТОЧОК XS, YS,
ZS, XA, ZA, XB, ZB'
READ (*,*) XS, YS, ZS, XA, ZA, XB, ZB
С ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК К (I) ПЕРЕРІЗУ
DO 10 I = 1, 5
CALL TK (XK (I), ZK (I), XA, ZA, XB, ZB, XS, ZS, XT (I), ZT (I))
CALL TV (YK (I), XK (I), XS, YS, XT (I), YT (I))
10 CONTINUE
С ЗАПИС РЕЗУЛЬТАТІВ ОБЧИСЛЕННЯ НА ДИСК
CALL TABL3 (XK, YK, ZK, 5)
STOP
END

```

```
C:\BGO>ng04.exe
```

Програма запрошує до введення з клавіатури вхідних даних:

Введіть координати точок основи

```

65 36 0
41 49 0
21.5 30 0
38.5 6 0
60 10 0

```

Введіть координати точок XS, YS, ZS, XA, ZA, XB, ZB

```

92 49.5 48.5
100 0 37
14 0 0

```

File name missing or blank — please enter file name
UNIT 6? NG04.TAB

Stop — Program terminated.

На вінчестері записується файл під іменем NG04.TAB результатів обчислень координат точок фігури перерізу, сформований підпрограмою TABL3:

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	68.85	37.93	6.92
2	52.18	49.11	10.63
3	40.67	35.30	13.19
4	50.61	15.84	10.98
5	65.11	16.31	7.75

6.5. ТЕКСТИ ПІДПРОГРАМ «БАЗОВІ ГРАФІЧНІ ОПЕРАЦІЇ»

```

***** ТК***** ТК***** ТК***** ТК*****
ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
ДВОХ ПРЯМИХ

```

```

*****

```

```

* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ОДНОГО
* ВІДРІЗКА, ММ
* U3, V3, U4, V4 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ДРУГОГО
* ВІДРІЗКА, ММ

```

```

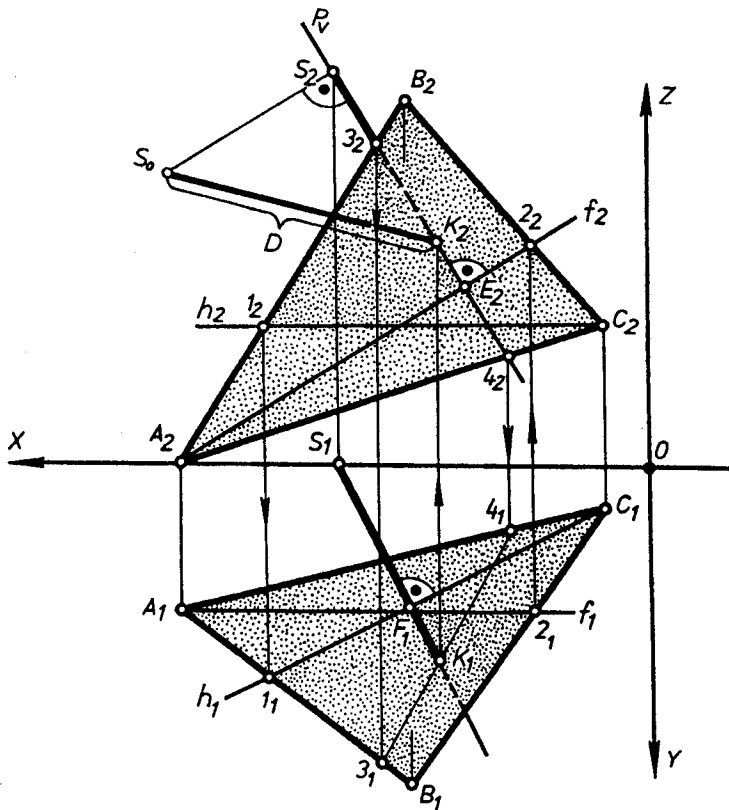
-----
SUBROUTINE TK (UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3, U4, V4)
-----

```

```

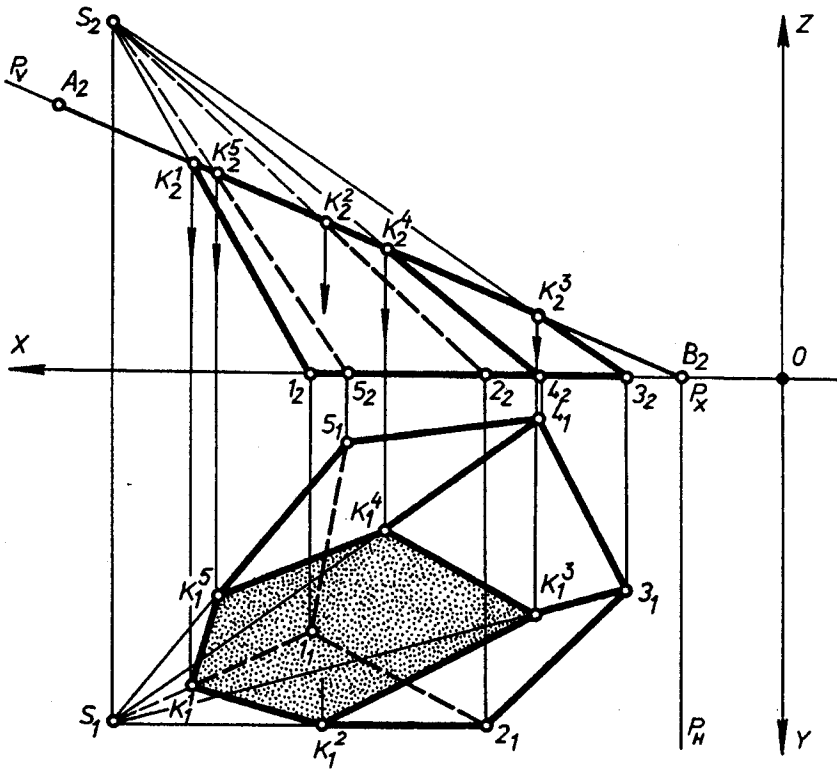
A=U2-U1
B=V2-V1
A1=U4-U3
B1=V4-V3
R=A*B1-A1*B
IF (ABS (R).LE.1.E-07) GO TO 100
AB=ABS (A1*B+ A*B1)
IF (ABS (A).LE.1.E-5) GO TO 2
IF (ABS (B).LE.1.E-5) GO TO 3
IF (ABS (A1).LE.1.E-5) GO TO 4
IF (ABS (B1).LE.1.E-5) GO TO 5
IF (AB.LE.1.E-07) GO TO 1
C=U1*B-V1*A
C1=U3*B1-V3*A1
R1=A*C1-A1*C
UK=R1/R
VK= (UK*B-C)/A
RETURN
1 C=B*U1-A*V1
D=A*U3+ B*V3
UK= (A*D+B*C)/(A*A+ B*B)
VK=(B*UK-C)/A
RETURN
2 UK=U1

```



ГРАСФ	Фортран-програма
	C NGØ3 – відстань від точки S до площини ΔABC
	PROGRAM NGØ3
Дано т. A, B, C, S	READ(*,*) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC, XS, YS, ZS
TH: $1_2 = C_2 \rightarrow A_2 B_2$	CALL TH(X1, ZC, XA, ZA, XB, ZB)
TV: $1_1 = 1_2 \rightarrow A_1 B_1$	CALL TV(Y1, X1, XA, YA, XB, YB)
TH: $2_1 = A_1 \rightarrow B_1 C_1$	CALL TH(X2, YA, XB, YB, XC, YC)
TV: $2_2 = 2_1 \rightarrow B_2 C_2$	CALL TV(Z2, X2, XB, ZB, XC, ZC)
TP: $E_2 = S_2 \perp A_2 C_2$	CALL TP(XE, ZE, XA, ZA, X2, Z2, XS, ZS)
TP: $F_1 = S_1 \perp C_1 B_1$	CALL TP(XF, YF, XC, YC, X1, Y1, XS, YS)
TK: $3_2 = A_2 B_2 \cap S_2 E_2$	CALL TK(X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB, XS, ZS, XE, ZE)
TK: $4_2 = A_2 C_2 \cap S_2 E_2$	CALL TK(X4, Z4, XA, ZA, XC, ZC, XS, ZS, XE, ZE)
TV: $3_1 = 3_2 \rightarrow A_1 B_1$	CALL TV(Y3, X3, XA, YA, XB, YB)
TV: $4_1 = 4_2 \rightarrow A_1 C_1$	CALL TV(Y4, X4, XA, YA, XC, YC)
TK: $K_1 = S_1 F_1 \cap 3_1 4_1$	CALL TK(XK, YK, XS, YS, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
TV: $K_2 = K_1 \rightarrow S_2 E_2$	CALL TV(ZK, XK, XS, ZS, XE, ZE)
DV: $D = [SK]$	CALL DV(D, XS, YS, ZS, XK, YK, ZK)
	C Друк результатів на екран
Друк XS, YS, ZS, D	WRITE(*,*) XS, YS, ZS, D
	STOP
Кінець	END

Рис. 6.8



ГРАСФ
NGØ4
Дано: $T^i, i=1,5$ - координати основи
S-вершина,
A_2B_2 -слід січної площини;
Цикл від $i=1$ до 5
TK: $K_2^i = A_2B_2 \cap S_2T_2^i$
TV: $K_1^i = K_2^i \rightarrow S_1T_1^i$
Кінець циклу
Друк $XK(i), YK(i), ZK(i)$
Кінець

Фортран-програма	
C	NGØ4 – перетин піраміди площиною
	PROGRAM NGØ4
	DIMENSION XT(5), YT(5), ZT(5), XK(5), YK(5), ZK(5)
	WRITE(*,*) 'Введіть координати точок основи'
	READ(*,*) (XT(i), YT(i), ZT(i) i=1,5)
	WRITE(*,*) 'Введіть координати точок S, A, B'
	READ(*,*) XS,YS,ZS, XA,YA,ZA, XB,YB,ZB
C	Розрахунок координат точок K(i) перерізу
	DO 1Ø i=1,5
	CALL TK(XK(i),ZK(i), XA,ZA, XB,ZB, XS,ZS, XT(i),ZT(i))
	CALL TV(YK(i),XK(i), XS,YS, XT(i), YT(i))
1Ø	CONTINUE
C	Друк результатів у табличній формі
	CALL TABL3(XK, YK, ZK, 5)
	STOP
	END

Рис. 6.9

```

VK= ((U1-U3)*B1/A1)+V3
RETURN
3 UK= ((V1-V3)*A1/B1)+U3
VK=V1
RETURN
4 UK=U3
VK= ((U3-U1)* B/A)+V1
RETURN
5 UK=((V3-V1)*A/B)+ U1
VK=V3
RETURN
100 WRITE (*, 101)
101 FORMAT(2X,*--> ПЕРЕТИНУ НЕМАЄ. МОДУЛЬ ТК!)
RETURN
END

```

```

***** TV***** TV***** TV***** TV*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
* ПРЯМОЇ ЗАГАЛЬНОГО
* ПОЛОЖЕННЯ З ВЕРТИКАЛЬНОЮ ПРЯМОЮ
*****
* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА
* ЗАГ. ПОЛОЖ., ММ
* U3 — АБСЦИСА ВЕРТИКАЛЬНОЇ ПРЯМОЇ, ММ
* VK — ОРДИНАТА ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ, ММ

```

SUBROUTINE TV (VK, U3, U1, V1, U2, V2)

```

A=U2-U1
IF (ABS(A).LT.1.E-6) GO TO 1
VK= (U3-U1)*(V2-V1)/A+ V1
RETURN
1 WRITE (*,2)
2 FORMAT(2X,*--> ПЕРЕТИНУ НЕМАЄ. МОДУЛЬ TV!)
RETURN
END

```

```

***** TH***** TH***** TH***** TH*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
* ПРЯМОЇ ЗАГАЛЬНОГО
* ПОЛОЖЕННЯ З ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ ПРЯМОЮ
*****
* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА
* ЗАГ. ПОЛОЖ., ММ
* V3 — ОРДИНАТА ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ПРЯМОЇ, ММ
* UK — АБСЦИСА ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ, ММ

```

SUBROUTINE TH (UK, V3, U1, V1, U2, V2)

```

A=V2-V1
IF (ABS (A).LT.1.E-6) GO TO 1
UK= (V3-V1)*
(U2-U1)/A+ U1
RETURN
1 WRITE (* 2)
2 FORMAT (2X,*--> ПЕРЕТИНУ НЕМАЄ. МОДУЛЬ TH!)
RETURN
END

```

```

***** TP***** TP***** TP***** TP*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ОСНОВИ
* ПЕРПЕНДИКУЛЯРА,
* ОПУЩЕНОГО ІЗ ЗАДАНОЇ ТОЧКИ
* НА ДОВІЛЬНУ ПРЯМУ
*****
* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ ТОЧОК, ЯКІ
* ВИЗНАЧАЮТЬ ДОВІЛЬНУ ПРЯМУ, ММ
* U3, V3 — КООРДИНАТИ ЗАДАНОЇ ТОЧКИ, ММ
* UK, VK — КООРДИНАТИ ТОЧКИ ОСНОВИ
* ПЕРПЕНДИКУЛЯРА, ММ

```

```

-----
SUBROUTINE TP (UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3)
-----
A=U2-U1
B=V2-V1
IF (ABS (A).LT.1.E-6) GO TO 1
IF (ABS (B).LT.1.E-6) GO TO 2
C=B*U1-A*V1
D=A*U3+ B*V3
UK= (A*D+B*C)/(A*A+B*B)
VK= (B*UK-C)/A
RETURN

```

* ПЕРПЕНДИКУЛЯР ДО ВЕРТИКАЛЬНОЇ ПРЯМОЇ

```

1 UK=U1
VK=V3
RETURN

```

* ПЕРПЕНДИКУЛЯР ДО ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ПРЯМОЇ

```

2 UK=U3
VK=V1
RETURN
END

```

```

***** TS***** TS***** TS***** TS*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ,
* СИМЕТРИЧНОЇ ЗАДАНОЇ ТОЧЦІ ВІДНОСНО
* ПРЯМОЇ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ
*****
* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ ТОЧОК, ЯКІ
* ВИЗНАЧАЮТЬ ПРЯМУ СИМЕТРІЇ, ММ
* U3, V3 — КООРДИНАТИ ПОЧАТКОВОЇ ТОЧКИ, ММ
* UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ

```

SUBROUTINE TS (UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3)

```

A=U2-U1
B=V2-V1
IF (ABS (A).LT.1.E-6) GO TO 1
IF (ABS (B).LT.1.E-6) GO TO 2
CALL TP (U4, V4, U1, V1, U2, V2, U3, V3)
UK=2.0*U4-U3
VK=2.0* V4-V3
RETURN

```

```

1 UK=2.0*U1-U3
VK=V3
RETURN
2 UK=2.0*V1-V3
VK=U3
RETURN
END

```

```

***** OO***** OO***** OO***** OO*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ
* ДВОХ КІЛ

```

```

* D1, U1, V1 — РАДІУС І КООРДИНАТИ ЦЕНТРА
* «БЛИЖНЬОГО» КОЛА, ММ
* R2, U2, V2 — РАДІУС І КООРДИНАТИ ЦЕНТРА
* «ДАЛЬНОГО» КОЛА, ММ
* UB, VB — КООРДИНАТИ «БЛИЖНЬОЇ» ТОЧКИ
* ПЕРЕТИНУ, ММ
* UD, VD — КООРДИНАТИ «ДАЛЬНОЇ» ТОЧКИ
* ПЕРЕТИНУ, ММ

```

SUBROUTINE OO (UB, VB, UD, VD, R1, U1, V1, R2, U2, V2)

A=U2-U1

```

*****OD***** OD***** OD***** OD*****
*   ВИЗНАЧАЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПОДІЛУ
*   КОЛА НА N ОДНАКОВИХ ЧАСТИН
*****
*   R, UC, VC — РАДІУС І КООРДИНАТИ. ЦЕНТРА
*   КОЛА, ММ
*   N — ПАРАМЕТР КРОКУ ПОДІЛУ ДУГИ (РОЗМІРИ
*   МАСИВІВ)
*   I — ІНДЕКС, ЯКИЙ ВКАЗУЄ ТОЧКУ ПОЧАТКУ
*   ВІДЛІКУ
*   UK, VK — МАСИВИ КООРДИНАТ ШУКАНИХ
*   ТОЧОК, ММ
-----
SUBROUTINE OD ( UK, VK, R, UC, VC, N, I)
-----
DIMENSION UK (N), VK (N)
AN=N
PI=4.0*ATAN (1.0)
DO 5 J=1, N
A= (2.0*PI*(J-1))/AN
IF (I.EQ.2) GO TO 1
IF (I.EQ.3) GO TO 2
IF (I.EQ.4) GO TO 3
B=A
GO TO 4
1 B=A+(0.5*PI)
GO TO 4
2 B=A+PI
GO TO 4
3 B=A+(0.5*3.0*PI)
4 UK(J)=UC-R*COS(B)
VK(J)=VC+R*SIN(B)
5 CONTINUE
RETURN
END

*****DP*****DP*****DP*****DP*****DP*****DP*****
*   ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ, ЯКА ДІЛИТЬ
*   ВІДРІЗОК У ЗАДАНОМУ СПІВВІДНОШЕННІ А : В
*****
*   U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА, ММ
*   А : В — ЗАДАНЕ ВІДНОШЕННЯ (ВІД ТОЧКИ 1)
*   UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ
-----
SUBROUTINE DP (UK, VK, U1, V1, U2, V2, A, B)
-----
C=A+ B
DELTX=A* (U2-U1)/C
DELTY=A* (V2-V1)/C
UK=DELTX+U1
VK=DELTY+V1
RETURN
END

***** DN***** DN***** DN*****DN*****
*   ВИЗНАЧАЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПОДІЛУ
*   ВІДРІЗКА НА N ЧАСТИН
*****
*   N — ПАРАМЕТР КРОКУ ПОДІЛУ ВІДРІЗКА
*   U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА, ММ
*   UK, VK — МАСИВИ КООРДИНАТ ШУКАНИХ
*   ТОЧОК, ММ
-----
SUBROUTINE DN (UK, VK, N, U1, V1, U2, V2)
-----
DIMENSION UK (N), VK (N)
AN=N
A=U2-U1
B=V2-V1
DELTX=A/AN
DELTY=B/AN
DO 1 I=1, N
UK (I) =U1+ DELTX* I
VK (I) =V1+ DELTY* I
1 CONTINUE
RETURN
END

***** DL***** DL***** DL***** DL*****
*   ОБЧИСЛЮЄ ДОВЖИНУ ПРОЕКЦІЇ ВІДРІЗКА
*****
*   U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА, ММ
*   S — ШУКАНА ДОВЖИНА, ММ
-----
SUBROUTINE DL (S, U1, V1, U2, V2)
-----
A=U2-U1
B=V2-V1
S=SQRT (A* A+ B* B)
RETURN
END

***** PL***** PL***** PL***** PL*****
*   ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ НА КІНЦІ
*   ВІДРІЗКА, ЩО ПАРАЛЕЛЬНИЙ І ДОРІВНЮЄ
*   ЗАДАНОМУ ВІДРІЗКУ
*****
*   U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ЗАДАНОГО
*   ВІДРІЗКА, ММ*
*   U3, V3 — КООРДИНАТИ ФІКСОВАНОЇ ТОЧКИ, ММ
*   UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ
-----
SUBROUTINE PL (UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3)
-----
UK=U2-U1+U3
VK=V2-V1+V3
RETURN
END

***** PK***** PK***** PK***** PK*****
*   ВИЗНАЧАЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
*   ПРЯМОЇ, ПАРАЛЕЛЬНОЇ ЗАДАНОМУ ВІДРІЗКУ
*   З ДОВІЛЬНОЮ ПРЯМОЮ
*****
*   U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ЗАДАНОГО
*   ВІДРІЗКА, ММ
*   U3, V3, U4, V4 — КООРДИНАТИ ТОЧОК ПРЯМОЇ
*   ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ММ
*   U5, V5 — КООРДИНАТИ ФІКСОВАНОЇ ТОЧКИ, ММ
*   UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ
-----
SUBROUTINE PK (UK, VK, U1, V1, U2, V2, U3, V3, U4, V4,
U5, V5)
-----
CALL PL ( U6, V6, U1, V1, U2, V2, U5, V5)
CALL TK (UK, VK, U3, V3, U4, V4, U5, V5, U6, V6)
RETURN
END

***** OP***** OP***** OP***** OP*****
*   ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ
*   КОЛА З ПРЯМОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ,
*   ЗАДАНОЮ ДВОМА ТОЧКАМИ
*****
*   R, U1, V1 — РАДІУС І КООРДИНАТИ ЦЕНТРА КОЛА, ММ
*   U2, V2, U3, V3 — КООРДИНАТИ ТОЧОК, ЯКІ
*   ВИЗНАЧАЮТЬ СІЧНУ ПРЯМУ, ММ
*   UB, VB — КООРДИНАТИ «БЛИЖНЬОЇ» ТОЧКИ
*   ПЕРЕТИНУ, ММ

```

```
* UD, VD — КООРДИНАТИ «ДАЛЬНЬОЇ» ТОЧКИ
* ПЕРЕТИНУ, ММ
-----
SUBROUTINE OP ( UB, VB, UD, VD, R, U1, V1, U2, V2,
U3, V3)
```

```
-----
A=U3-U2
B=V3-V2
RR=R+ R
IF (ABS (A).LE.1.E-5) GO TO 2
IF (ABS (B).LE.1.E-5) GO TO 3
C=B* U2-A* V2
AB=A* A+ B* B
S23=SQRT (AB)
D=B* V1+ A* U1
U4= (A* D+ B* C)/AB
V4= (B* U4-C)/A
S14=SQRT ((U4-U1)** 2+ (V4-V1)** 2)
IF (S14-R) 1, 4, 5
1 S=SQRT (RR-S14* S14)
T=S/S23
AK=T* ABS (A)
UB=U4-AK
VB=(UB*B-C)/A
UD=U4+AK
VD=(UD*B-C)/A
RETURN
```

```
-----
* ПРЯМА ВЕРТИКАЛЬНА
```

```
2 AI=ABS(U2-U1)
IF(AI.GT.R) GO TO 5
V=SQRT(RR-A1*A1)
UB=U2
```

```
***** ОН***** ОН***** ОН*****ОН*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ
* КОЛА З ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ ПРЯМОЮ, ЯКА
* ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ ОБРАНУ ТОЧКУ
*****
* R, U1, V1 — РАДІУС І КООРДИНАТИ ЦЕНТРА КОЛА, ММ
* V2 — ОРДИНАТА ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ПРЯМОЇ, ММ
* UB, UD — АБСЦИСИ «БЛИЖНЬОЇ» І «ДАЛЬНЬОЇ»
* ТОЧОК ПЕРЕТИНУ, ММ
```

```
-----
SUBROUTINE ОН(UB,UD,R,U1,V1,V2)
```

```
-----
A=ABS(V2-V1)
IF (A.GT.R) GO TO 1
U=SQRT (R* R-A* A)
UB=U1-U
UD=U1+U
RETURN
1 WRITE (*, 2)
2 FORMAT (2X, ' * —> ПЕРЕТИНУ НЕМАЄ.
МОДУЛЬ ОН!')
RETURN
END
```

```
***** DV***** DV***** DV***** DV*****
* ОБЧИСЛЮЄ ДОВЖИНУ ВІДРІЗКА В
* ТРИВИМІРНУМУ ПРОСТОРИ
*****
* U1, V1, W1, U2, V2, W2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ
* ВІДРІЗКА, ММ
* S — ШУКАНА ДОВЖИНА, ММ
```

```
-----
SUBROUTINE DV (S, U1, V1, W1, U2, V2, W2)
```

```
A=U2-U1
B=V2-V1
C=W2-W1
S=SQRT (A* A+ B* B+ C* C)
RETURN
END
```

```
***** DS***** DS***** DS***** DS*****
* ВИЗНАЧАЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПОДІЛУ
* ДУГИ НА N ЧАСТИН
```

```
*****
* N — ПАРАМЕТР КРОКУ ПОДІЛУ ДУГИ (РОЗМІРИ
* МАСИВІВ)
* ALFA — КУТ СЕКТОРА ДУГИ, ГРАД
* BETA — КУТ ВІД «БЛИЖНЬОЇ» РАДІАЛЬНОЇ
* ПРЯМОЇ ДО ОСІ OU, ГРАД.
* R, UC, VC — РАДІУС КРИВИЗНИ І КООРДИНАТИ
* ЦЕНТРА ДУГИ, ММ
* UK, VK — МАСИВИ КООРДИНАТ ШУКАНИХ
* ТОЧОК, ММ
```

```
-----
SUBROUTINE DS ( UK, VK, N, ALFA, BETA, R, UC, VC)
```

```
-----
DIMENSION UK (N), VK (N)
```

```
AN=N
PI=4. 0* ATAN (1. 0)
ALFAR=PI* (ALFA/180.0)
BE TAR=PI* (BETA/1 80.0)
DO 1 I=1, N
A= ( ALFAR/AN)* (I-1)+ BETAR
UK (I) =UC-R* COS (A)
VK (I) =VC+ R* SIN (A)
```

```
1 CONTINUE
RETURN
END
```

```
***** UG***** UG***** UG*****UG*****
* ОБЧИСЛЮЄ КУТ МІЖ ДВОМА ПРЯМИМИ
*****
* U1, V1, U2, V2, U3, V3 - КООРДИНАТИ ТОЧОК, ЯКІ
* ВИЗНАЧАЮТЬ КУТ, ММ
* ALFA — ШУКАНИЙ КУТ З ВЕРШИНОЮ В ТОЧЦІ
* I, ГРАД.
* ALFAR — ШУКАНИЙ КУТ, РАД.
```

```
-----
SUBROUTINE UG ( ALFA, ALFAR, U1, V1, U2, V2, U3, V3)
```

```
-----
A=U2-U1
A1=U3-U1
B=V2-V1
B1=V3-V1
C=SQRT (A* A+ B* B )
C1=SQRT (A1* A1+ B1* B1)
ALFAR=ARCOS ((A* A1+ B* B1) /(C* C1))
PI=4.0* ATAN (1.0)
ALFA= (ALFAR/PI)* 180.0
RETURN
END
```

```
***** TO***** TO***** TO***** TO*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ, ЯКА
* ЛЕЖИТЬ НА ПРЯМІЙ,
* ЗАДАНИЙ ВІДРІЗКОМ, І ВІДДАЛЕНА ВІД
* ВКАЗАНОГО ЙОГО КІНЦЯ НА ВІДСТАНЬ D
*****
* D — ВІДДАЛЬ ВІД ЗАДАНОЇ ТОЧКИ ДО
* ШУКАНОЇ, ММ
* U1, V1, U2, V2 — КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА, ММ
* UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ
```

```

-----
SUBROUTINE T0 (UK, VK, D, U1, V1, U2, V2)
-----
A=U2-U1
B=V2-V1
C=SQRT (A* A+ B* B)
UK=D* A/C+ U1
VK=D* B/C+ V1
RETURN
END

***** TD***** TD***** TD***** TD*****
*      ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ, ЩО
*      ЛЕЖИТЬ НА ПРЯМІЙ, ЯКУ ЗАДАНО ТОЧКОЮ І
*      КУТОВИМ ПАРАМЕТРОМ
*****
*      ALFA — КУТ НАХИЛУ ПРЯМОЇ ДО ОСІ ОХ, ГРАД.
*      R — ВІДДАЛЬ ВІД ШУКАНОЇ ТОЧКИ ДО
*      ЗАДАНОЇ, ММ
*      U1, V1 — КООРДИНАТИ ЗАДАНОЇ ТОЧКИ, ММ
*      UK, VK — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ, ММ
-----
SUBROUTINE TD ( UK, VK, ALFA, R, U1, V1)
-----
PI=4.0* ATAN (1.0)
ALFAR=ALFA* (PI/180.0)
UK=U1-R* COS (ALFAR)
VK=V1+ R* SIN ( ALFAR)
RETURN
END

***** PP***** PP***** PP***** PP*****
*      ВИЗНАЧАЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ, ЩО ЛЕЖИТЬ
*      НА ПЕРПЕНДИКУЛЯРІ ДО ЗАДАНОЇ ПРЯМОЇ ТА
*      ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ ОБРАНУ ТОЧКУ
*****
*      X1, Y1, X2, Y2 — КООРДИНАТИ ТОЧОК ЗАДАНОЇ
*      ПРЯМОЇ, ММ
*      X3, Y3 — КООРДИНАТИ ЗАДАНОЇ ТОЧКИ, ММ
*      XX — ЗМІЩЕННЯ ШУКАНОЇ ТОЧКИ ВІДНОСНО
*      ЗАДАНОЇ, ММ
*      XP, YP — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ
-----
SUBROUTINE PP ( XP, YP, X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3, XX)
-----
A=X2-X1
B=Y2-Y1
AS=ABS ( A)
BS=ABS B)
IF (AS.LE.1.E-05) GO TO 1
IF (BS.LE.1.E-05) GO TO 2
XP=X3+ XX
YP=Y3-XX* A/B
RETURN
1  XP=X3+ XX
   YP=Y3
   RETURN
2  XP=X3
   YP=Y3+ XX
   RETURN
   END

***** TABL3***** TABL3***** TABL3*****
*      ФОРМУЄ НА ДИСКУ ФАЙЛ ДЛЯ ДРУКУ У ФОРМІ
*      ТАБЛИЦІ (ТРИ МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК)
*****
*      X, Y, Z — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК
*      N — РОЗМІРНІСТЬ МАСИВІВ
-----
SUBROUTINE TABL3 (X, Y, Z, N)
-----
DIMENSION X(N), Y (N), Z (N)
OPEN ( UNIT=6, FILE='TABL3', STATUS=' NEW')
WRITE (6, 10)
WRITE (6, 20)
WRITE (6, 30)
WRITE (6, 10)
DO 1 I=1, N
WRITE (6, 50) I, X (I), Y (I), Z (I)
1  CONTINUE
WRITE (6, 10)
WRITE (6, 60)
10  FORMAT (4X, 45 (1H-))
20  FORMAT ( 4X, ' |НОМЕР|', 8X, 'КООРДИНАТИ'
      8X, '|')
30  FORMAT (4X, ' |ТОЧКИ|', 36H X| Y |Z |)
50  FORMAT (4X, 1H|, 14, 4H.|, 3 (F9. 2, 3H |))
60  FORMAT (4X, 45 (1H-)/)
CLOSE (UNI T=6, STATUS='KEEP')
RETURN
END

***** TABL6***** TABL6***** TABL6*****
*      ФОРМУЄ НА ДИСКУ ФАЙЛ ДЛЯ ДРУКУ У
*      ФОРМІ ТАБЛИЦІ (ШІСТЬ МАСИВІВ
*      КООРДИНАТ ТОЧОК)
*****
*      X, Y, Z, XX, YY, ZZ — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК
*      N — РОЗМІРНІСТЬ МАСИВІВ
-----
SUBROUTINE TABL6 (X, Y, Z, XX, YY, ZZ, N)
-----
DIMENSION X (N), Y (N), Z (N), XX(N), YY (N), ZZ (N)
OPEN (UNIT=6, FILE='TABL6', STATUS=' NEW')
WRITE (6, 10)
WRITE ( 6, 20)
WRITE (6, 30)
WRITE (6, 10)
DO 1 I=1, N
WRITE (6, 50) I, X (I), Y (I), Z (I), XX (I), YY (I), ZZ (I)
1  CONTINUE
WRITE (6, 10)
WRITE (6, 60)
10  FORMAT (2X, 75 (1H-))
20  FORMAT (2X, '|НОМЕР|', 23X, 'КООРДИНАТИ',
      23X, '|')
30  FORMAT (2X, '|ТОЧКИ|', 2 (33H X | Y | Z |))
50  FORMAT (2X, 1H|, 14, 4H.|, 6 (F8.2, 3H |))
60  FORMAT (2X, 75 (1H-)/)
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
RETURN
END

***** AMINEL ***** AMINEL ***** AMINEL *****
*      ЗНАХОДИТЬ ПЕРШИЙ МІНІМАЛЬНИЙ
*      ЕЛЕМЕНТ МАСИВУ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ТА ЙОГО
*      ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР У МАСИВІ
*****
*      AMAS — ІМ'Я МАСИВУ
*      KOL — КІЛЬКІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАСИВУ AMAS
*      AMIN — МІНІМАЛЬНИЙ ЕЛЕМЕНТ МАСИВУ AMAS
*      NOMER — ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР МІНІМАЛЬ-
*      НОГО ЕЛЕМЕНТА МАСИВУ
-----
SUBROUTINE AMINEL (AMAS, KOL, AMIN, NOMER)
-----
DIMENSION AMAS (KOL)
AMIN=AMAS (1)
NOMER=1
DO 2 I=2, KOL

```



```

IF (AMIN-AMAS (I)) 2, 2, 1
1 AMIN=AMAS ( I)
  NOMER=I
2 CONTINUE
  RETURN
  END
***** AMAXEL***** AMAXEL *****AMAXEL*****
*      ЗНАХОДИТЬ ПЕРШИЙ МАКСИМАЛЬНИЙ
*      ЕЛЕМЕНТ МАСИВУ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ ТА ЙОГО
*      ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР У МАСИВІ
*****
*      AMAS — ІМ'Я МАСИВУ
*      AMAX — ЗНАЧЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО
*      ЕЛЕМЕНТА МАСИВУ AMAS
*      KOL — ЧИСЛО ЕЛЕМЕНТІВ МАСИВУ
*      NOMER — НОМЕР ПЕРШОГО ЕЛЕМЕНТА З
*      МАКСИМАЛЬНИМ ЗНАЧЕННЯМ
*-----
SUBROUTINE AMAXEL (AMAS, KOL, AMAX, NOMER)
*-----
DIMENSION AMAS (KOL)
AMAX=AMAS (1)
NOMER=1
I=2
20 IF (AMAX-AMAS (I)) 21, 22, 22
21 AMAX=AMAS (I)
  NOMER=I
22 I=I+1
  IF (I-KOL) 20, 20, 23
23 RETURN
  END

```

6.6. Особливості розробки прикладних програм з нарисної геометрії, які реалізовуватимуться на персональних комп'ютерах типу IBM

Прикладні програми, описані вище, в реальній роботі мають деякі недоліки.

По-перше, після запуску програми на виконання вона «мовчки» чекає введення вхідних параметрів у визначеній алгоритмом послідовності. Тому користувач повинен чітко знати, в якій саме послідовності треба вводити потрібні значення (цифри). Якщо вхідних параметрів багато, ймовірність помилок під час введення даних досить висока.

По-друге, виконавши необхідні обчислення, програма виводить на екран результати у вигляді ряду цифр. Щоб проаналізувати результат роботи програми, користувач повинен наперед знати послідовність виведення значень. Крім того, при подальшій роботі комп'ютера результати на екрані не зберігаються.

Комп'ютер типу IBM та алгоритмічна мова Фортран-77 дають змогу розробляти такі прикладні програми, в яких перелічені недоліки відсутні. Користувач отримує можливість «діалогу» з комп'ютером, що значно спрощує роботу з програмою.

Коротка інформація про особливості розробки таких програм, а також роботи з ними, подається нижче. Наведені прикладні програми написані мовою Фортран-77 з використанням базових графічних операцій.

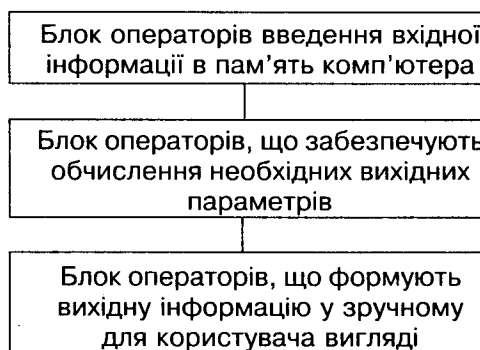
Залежно від складності задачі та кількості вхідних параметрів введення вхідної інформації можна виконувати по-різному:

1. У діалоговому режимі з клавіатури персонального комп'ютера (при невеликій кількості вхідних параметрів).

2. Введенням вхідних параметрів із файла з їх значеннями (якщо параметрів багато).

3. Введенням вхідних параметрів безпосередньо в текст програми за допомогою операторів присвоєння або оператора DATA.

Структуру всіх прикладних програм можна подати у вигляді схеми:



Перший варіант дає змогу багаторазово проводити обчислення, змінюючи щораз вхідні параметри в діалоговому режимі, тобто в процесі роботи прикладної програми. Для програм з великою кількістю вхідних параметрів у цьому варіанті введення даних можуть виникати певні незручності (трудомісткий процес, відчутні затрати часу і досить велика ймовірність введення помилкового значення). Тому частіше в таких програмах використовується другий або третій варіант.

При використанні другого варіанта необхідні значення вхідних параметрів читаються основною програмою з файла даних, який готується окремо. Цей файл не входить у текст основної програми, а підключається до неї в процесі роботи. Маючи декілька варіантів вхідних параметрів, можна створити стільки ж файлів з даними і по черзі їх використовувати для обчислень.

Якщо ж вхідні параметри для програми постійні, то варто використовувати третій варіант введення даних. Параметри вводяться безпосередньо в текст основної програми, і вона транслюється разом з конкретними даними. Недоліком цього варіанта є значно менша оперативність під час роботи з такою програмою: щоб одержати результат при інших значеннях вхідних параметрів, необхідно коректувати їх у текстовій частині програми, після чого програму треба заново транслювати.

Розрахункову частину програми складає блок операторів, розташованих у певній послідовності, яка залежить від алгоритму розв'язування конкретної задачі. Тут можуть використовуватися функціональні підпрограми, які виконують певні прості задачі, що входять в основну задачу.

Блок формування вихідної інформації складається з операторів, які дають змогу виводити значення вихідних параметрів на екран дисплея або записувати їх у текстовий файл для тривалого зберігання одержаної вихідної інформації на твердому диску.

Під час виведення на екран є можливість здійснити аналіз результатів роботи програми зразу ж після виконання програми. При подальшій роботі комп'ютера результати на екрані не зберігаються.

Для тривалого зберігання результатів роботи програми їх треба записати у текстовий файл, який створюється на твердому диску. Якщо необхідно, записану інформацію в будь-який час можна відновити: переглянути на екрані дисплея або ж вивести на друкувальний пристрій (принтер) і мати віддрукований звіт про роботу програми.

Програми подаються у міру зростання їх складності як з точки зору нарисної геометрії, так і з точки зору програмування, і охоплюють майже всі розділи курсу нарисної геометрії та інженерної графіки.

Прикладні програми розв'язування деяких задач із нарисної геометрії

Задача 1. Визначити координати точки перетину довільної прямої AB з площиною загального положення, заданою трьома точками $1, 2$ і 3 (рис. 6.10).

Задачу виконує програма NG_01, текст якої подається нижче.

Текст програми NG_01:

```

***** NG01**** NG01**** NG01**** NG01**** NG01****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
* ДОВІЛЬНОЇ ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ
* ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ЗАДАНОЮ ТРЬОМА
* ТОЧКАМИ
* -----
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XА, YА, ZА, XВ, YВ, ZВ — КООРДИНАТИ КІНЦІВ
* ВІДРІЗКА АВ, ММ
* X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3 — ПАРАМЕТРИ
* ПЛОЩИНИ (КООРДИНАТИ ТРЬОХ ТОЧОК), ММ
* -----
* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XР, YР, ZР — КООРДИНАТИ ШУКАНОЇ ТОЧКИ
* ПЕРЕТИНУ, ММ
***** NG01**** NG01**** NG01**** NG01**** NG01****
PROGRAM NG_01
WRITE (*,*) ''
WRITE (*,*) 'ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_01'
WRITE (*,*) ''

```

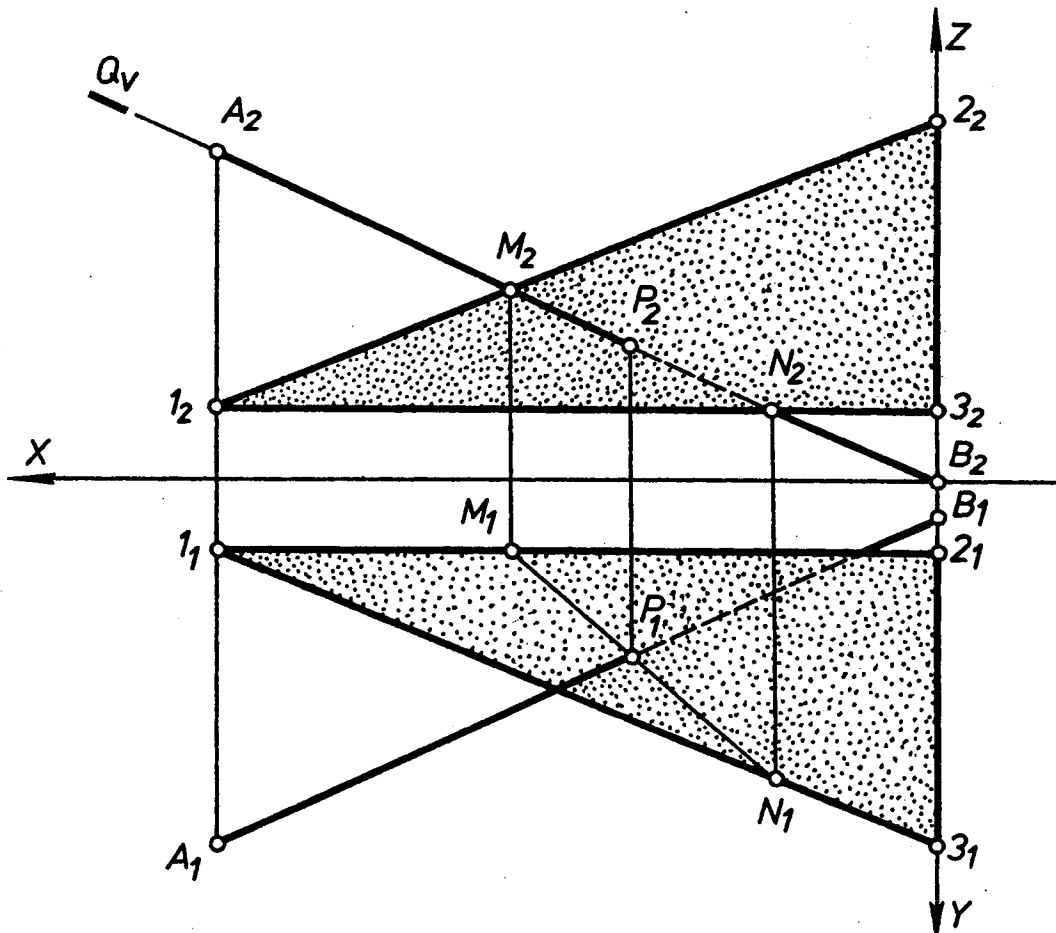


Рис. 6.10

```

C
C ВИБІР ВАРИАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ЕКРАНА
  ЧИ З ФАЙЛА?
C
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ЕКРАНА --> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА --> 2'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.1) GO TO 2
C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
OPEN (UNIT=10,FILE=' ', STATUS='OLD')
READ (10, 1) NV, XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, X1, Y1, Z1, X2,
* Y2, Z2, X3, Y3, Z3
1 FORMAT (////////3X, 12///3 (/3X, F6.0) /3 (/3X, F6.0)/
*///3 (/3X, F6. 0)/3 (/3X, F6. 0) /3 (/3X, F6. 0))
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
GO TO 4
C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ У
  ДІАЛОГОВОМУ РЕЖИМІ
C
2 WRITE(*, '(A\)\') 'НОМЕР ВАРИАНТА NV='
  READ (*, '(12)') NV
  WRITE (*, 10)
10 FORMAT (/6X, 'ТЕМА: ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ З
  ПЛОЩИНОЮ'//
  * 2X, 'КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА АВ' /
  ** XA YA ZA XB YB ZB ', /6F6.1)
  READ (*,*) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB
  WRITE (*, 20)
20 FORMAT (2X, 'ПАРАМЕТРИ ПЛОЩИНИ' /
  ** X1 Y1 Z1 X2 Y2 Z2 X3 Y3 Z3'
  */9F6.1/)
  READ (*,*) X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3
C
C ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЧАСТИНА ПРОГРАМИ
C
C ВИЗНАЧЕННЯ ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ ЗАДАНОЇ
  ПЛОЩИНИ З ФРОНТАЛЬНО-ПРОЕКЦІЙНОЮ
  ПЛОЩИНОЮ, ПРОВЕДЕНОЮ ЧЕРЕЗ ПРЯМУ АВ
C
4 CALL TK (XM, ZM, X1, Z1, X2, Z2, XA, ZA, XB, ZB)
  CALL TV (YM, XM, X1, Y1, X2, Y2)
  CALL TK (XN, ZN, X1, Z1, X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB)
  CALL TV (YN, XN, X1, Y1, X3, Y3)
C
C ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ ПРЯМОЇ З
  ПЛОЩИНОЮ
  CALL TK (XP, YP, XA, YA, XB, YB, XM, YM, XN, YN)
  CALL TV (ZP, XP, XA, ZA, XB, ZB)
C
C ВИВЕДЕННЯ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ НА ЕКРАН
  WRITE (*, 100)
  WRITE (*, 5) NV
5 FORMAT (2X, 6 (1H-' ) НОМЕР ВАРИАНТА
  ЗАВДАННЯ NV=', I2, ', 6 (1H-' )
  WRITE (*, 10) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB
  WRITE (*, 20) X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3
  WRITE (*, 30) XP, YP, ZP
30 FORMAT (2X, 'КООРДИНАТИ ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ
  ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ' /
  * 6X, 'XP=', F5.1, ' YP=', F5.1, ' ZP=', F5.1)
  WRITE (*, 200)
  WRITE (*,*) 'ВАШІ ПОДАЛЬШІ ДІЇ?'
  WRITE (*,*) 'ЗАВЕРШИТИ РОБОТУ ПРОГРАМИ
  --> 0'
  WRITE (*,*) 'ВИВЕСТИ РЕЗУЛЬТАТИ У ФАЙЛ
  --> 1'

```

```

  READ (*,*) ID
  IF (ID.EQ.0) GOTO 1000
C
C ВИВЕДЕННЯ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У
  ТЕКСТОВИЙ ФАЙЛ
C
OPEN (UNIT=6, FILE=' ', STATUS='NEW')
WRITE (6, 5) NV
WRITE (6, 100)
100 FORMAT (/2X, 15 (1H-' ), 'START- NG_01', 15 (1H-' ))
  WRITE (6, 10) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB
  WRITE (6, 20) X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2, X3, Y3, Z3
  WRITE (6, 30) XP, YP, ZP
  WRITE (6, 200)
200 FORMAT (/2X, 15(1H-' ), ENDED - NG_01', 15(1H-' ))
  CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
1000 STOP
  END

```

Робота з програмою NG_01

Програма обчислює координати точки перетину довільної прямої з площиною загального положення, заданою трьома точками.

Вхідні параметри програми — координати кінців відрізка АВ та координати трьох точок, що визначають задану площину.

Вихідні параметри — координати шуканої точки перетину заданої прямої з площиною.

На виконання програму запускає файл NG_01.EXE.

Після запуску програми на виконання вона вступає в діалог із користувачем. Перше питання програми до користувача стосується вибору варіанта введення вхідних даних. Програма видає повідомлення, в якому пропонується обрати один із наведених варіантів:

```

ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG01
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ЕКРАНА -- --> 1
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- --> 2

```

Набравши на клавіатурі цифру «1» або «2», користувач вказує обраний варіант. Якщо обрано перший варіант, програма переходить у діалоговий режим і видає повідомлення, які допомагають вводити вхідні параметри в певній послідовності.

Першим вхідним параметром є номер варіанта завдання. Необхідно ввести цифру з клавіатури і натиснути клавішу «ENTER». Далі програма пропонує ввести значення координат кінців відрізка АВ у вказаній послідовності. Користувач вводить числові значення координат точок, розділяючи їх щонайменше одним «пробілом». Набравши вказані значення параметрів, необхідно натиснути клавішу «ENTER», після чого програма пропонує ввести нову групу вхідних даних. Приклад введення даних у діалоговому режимі подається нижче:

```

----- Номер варіанта NV=10 -----
ТЕМА: ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ
КООРДИНАТИ КІНЦІВ ВІДРІЗКА АВ
XA YA ZA XB YB ZB
100 50 45 0 5 0

```

ПАРАМЕТРИ ПЛОЩИНИ

```
X1 Y1 Z1 X2 Y2 Z2 X3 Y3 Z3
100 10 10 0 10 50 0 50 10
```

Після введення останнього вхідного параметра програма переходить до обчислювальної частини, яка є аналогом графічного алгоритму, але записана за допомогою БГО. Формальні параметри БГО замінюються на фактичні значення і виконуються відповідні обчислення. У цій задачі програма обчислює координати точки перетину довільної прямої з площиною загального положення, заданою трьома точками. Результати обчислення виводяться на екран монітора.

Приклад інформації, яку виводить програма:

```
***** START - NG_01*****
----- Номер варіанта завдання NV=10 -----
ТЕМА: ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ
Координати кінців відрізка АВ
XA YA ZA XB YB ZB
100.0 50.0 45.0 .0 5.0 .0
Параметри площини
X1 Y1 Z1 X2 Y2 Z2 X3 Y3 Z3
100.0 10.0 10.0 .0 10.0 50.0 .0 50. 0 10.0
Координати точки перетину прямої з площиною
XP = 42.3 YP = 24.0 ZP = 19.0
***** ENDED - NG_01*****
```

Після цього програма знову вступає в діалог із користувачем і пропонує обрати напрям, у якому вона буде далі працювати. На екрані дисплея висвічуються запитання та можливі відповіді:

```
ВАШІ ПОДАЛЬШІ ДІЇ?
ЗАВЕРШИТИ РОБОТУ ПРОГРАМИ --> 0
ВИВЕСТИ РЕЗУЛЬТАТИ У ФАЙЛ --> 1
```

Якщо ввести з клавіатури цифру «0», то програма завершить роботу, і вся інформація, одержана в процесі роботи програми, буде знищена. Якщо треба зберігати результати роботи програми тривалий час, необхідно набрати на клавіатурі цифру «1». У цьому випадку програма видасть запитання англійською мовою щодо імені файла, в який і буде записана вся вихідна інформація. Набравши на клавіатурі потрібне ім'я файла (наприклад, n_1.txt), необхідно натиснути на клавішу «ENTER». Програма запише вихідні дані у файл n01.txt на твердий диск і на цьому завершить роботу, про що буде свідчити відповідне повідомлення. Протокол роботи програми на цьому етапі подано нижче:

```
File name missing or blank — please enter file name
UNIT 6? n_1.txt
Stop — Program terminated.
```

Записану на диск інформацію у вигляді текстового файла в будь-який час можна переглянути на екрані дисплея або вивести на друкуючий пристрій (принтер) і одержати протокол результатів роботи програми.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_1.txt:

```
***** START - NG_01*****
----- Номер варіанта завдання NV=10 -----
ТЕМА: ПЕРЕТИН ПРЯМОЇ З ПЛОЩИНОЮ
Координати кінців відрізка АВ
XA YA ZA XB YB ZB
100.0 50.0 45.0 .0 5.0 .0
Параметри площини
X1 Y1 Z1 X2 Y2 Z2 X3 Y3 Z3
100.0 10.0 10.0 .0 10.0 50.0 .0 50.0 10.0
Координати точки перетину прямої з площиною
XP = 42.3 YP = 24.0 ZP = 19.0
***** ENDED - NG_01*****
```

Порядок роботи програми, описаний вище, стосується гілки програми, яка дає змогу вводити значення вхідних даних безпосередньо з клавіатури. Програма ж побудована так, що дає змогу вводити значення вхідних даних, які попередньо зведені у файл даних. Щоб вказати програмі такий шлях роботи, потрібно під час першого звертання програми до користувача набрати на клавіатурі цифру «2». У цьому випадку програма видасть запит англійською мовою стосовно імені файла, який містить вхідну інформацію. Набравши на клавіатурі потрібне ім'я файла (наприклад, ng_01.dat), слід натиснути на клавішу «ENTER». Протокол роботи програми на цьому етапі подано нижче:

```
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ЕКРАНА --> 1
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА --> 2
2
File name missing or blank — please enter file name
UNIT 10? ng_01.dat
```

У процесі роботи по цій гілці програма підключає файл даних ng_01.dat, читає потрібні їй дані, а результати обчислення виводить на екран монітора. Далі з програмою працюють так само, як було описано вище. Такий варіант особливо зручний для використання програми в навчальному процесі. Підготовка файла даних виконується окремо, коли не працює програма. Файл даних оформляється у вигляді звичайного тексту з цифровими даними, який легко сприймається і коректується користувачем при зміні вхідних даних до задачі. Приклад оформлення файла даних для програми подано нижче:

```
*****
* Вхідні параметри для програми NG_01
*****
Номер варіанта завдання
NV=1
Координати кінців відрізка АВ
Координати точки А:
XA=100
YA=50
ZA=45
Координати точки В:
XB=0
YB=5
ZB=0
```

Параметри площини — координати трьох точок

Координати першої точки:

$$X1 = 100$$

$$Y1 = 10$$

$$Z1 = 10$$

Координати другої точки:

$$X2 = 0$$

$$Y2 = 10$$

$$Z2 = 50$$

Координати третьої точки:

$$X3 = 0$$

$$Y3 = 50$$

$$Z3 = 10$$

Розроблено дев'ять прикладних програм для дев'яти задач, які охоплюють майже всі розділи курсу у нарисній геометрії та інженерної графіки. Програми NG_02, NG_03 та NG_04 працюють так само, як і описана вище програма NG_01. Програма NG_05 побудована так, що вхідні дані читаються тільки з файла даних (ng_05.dat). Програма NG_06 має змогу вводити дані аналогічно першим чотирьом, але дещо відрізняється остання стадія роботи. Після запису вихідної інформації у текстовий файл програма може повернутися на початок і повторити роботу з

іншими вхідними даними, не вимагаючи повторного запуску. В програмах NG_07, NG_08 і NG_09 вхідні параметри вводяться або через оператори DATA, або читаються з файла даних.

Умови задач, на які розроблені прикладні програми, тексти програм, тексти файлів з даними, протоколи роботи перелічених програм, а також зразки вихідної інформації, яку виводять ці програми у файл, подані в підрозділі 6.7.

6.7. Умови задач, тексти прикладних програм розв'язування задач з нарисної геометрії, тексти файлів із даними, протоколи роботи програм

Задача 2. Побудувати лінію перетину двох площин загального положення, заданих трикутниками. Трикутники задаються координатами трьох точок (рис. 6.11).

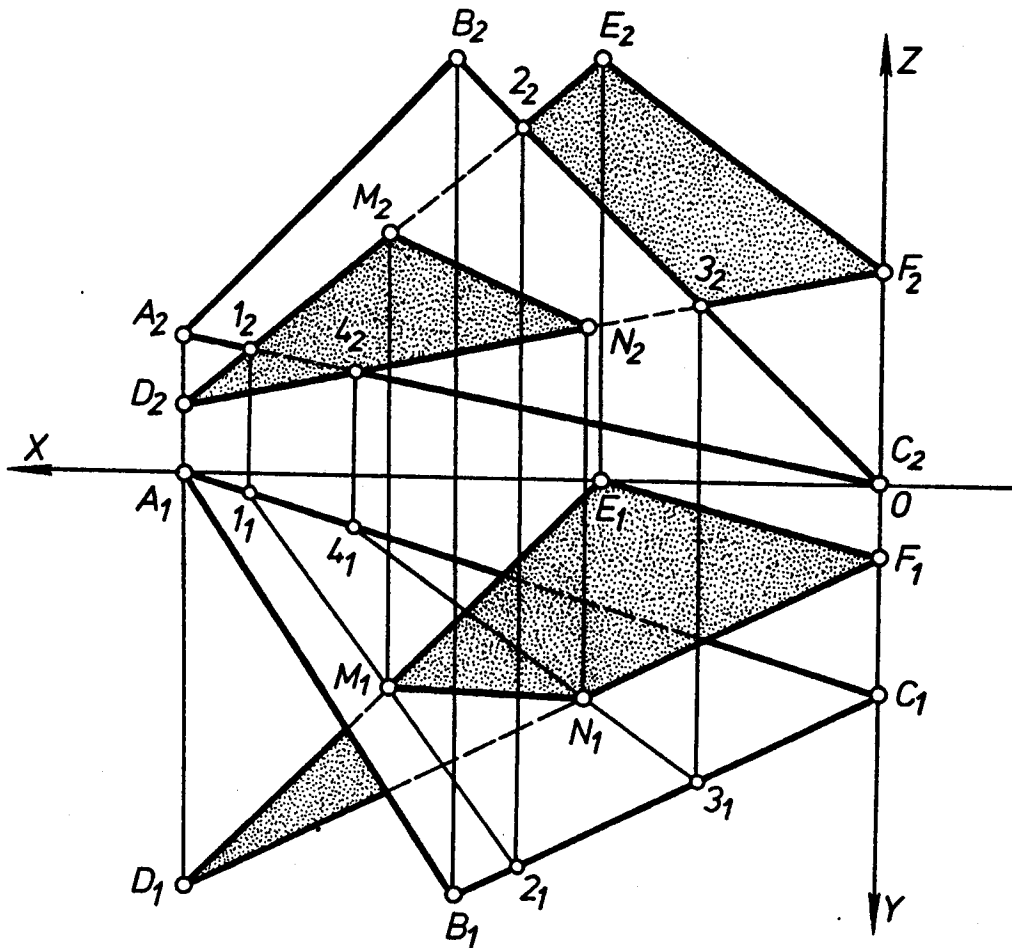


Рис. 6.11

Текст програми NG_02:

```

***** NG02***** NG02***** NG02***** NG02*****
*      ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК, ЯКІ
*      ВИЗНАЧАЮТЬ ЛІНІЮ ПЕРЕТИНУ ДВОХ ПЛОЩИН
*      ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ЗАДАНИХ
*      ТРИКУТНИКАМИ
*****
*      ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*      ХА, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC — ПАРАМЕТРИ
*      ПЕРШОЇ ПЛОЩИНИ
*      XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF — ПАРАМЕТРИ
*      ДРУГОЇ ПЛОЩИНИ
-----
*      ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*      ХМ, YМ, ZМ, ХN, YN, ZN — КООРДИНАТИ ТОЧОК
*      ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ
***** NG02***** NG02***** NG02***** NG02*****
PROGRAM NG_02
WRITE (*,*) ''
WRITE (*,*) 'ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_02'
WRITE (*,*) ''

C
C      ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ЕКРАНА
C      ЧИ З ФАЙЛА?

WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ЕКРАНА -- -> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА -- -> 2'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.1) GO TO 2

C
C      ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
OPEN (UNIT=10,FILE='', STATUS='OLD')
READ (10, 1) NV, ХА, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC,
* XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF
1  FORMAT (/////////3X, 12////9 (/3X, F6. 0))//9 ( /3X,
F6. 0))
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
GO TO 4

C
C      ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ З ЕКРАНА
C
2  WRITE (*, '(A\')') 'НОМЕР ВАРІАНТА NV='
READ (*, '(12)') NV
WRITE (*,*) 'ТЕМА: ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ
ДВОХ ПЛОЩИН'
WRITE (*,*) '(ПЛОЩИНИ, ЗАДАНІ ТРИКУТНИКАМИ)'
WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ВЕРШИН
ТРИКУТНИКІВ'
READ (*,*) ХА, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC,
* XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF

C
C      ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЧАСТИНА ПРОГРАМИ
C
4  CALL TK (X1, Z1, ХА, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TK (X2, Z2, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TK (X3, Z3, XB, ZB, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
CALL TK (X4, Z4, ХА, ZA, XC, ZC, XD, ZD, XF, ZF)
CALL TV (Y1, X1, ХА, YA, XC, YC)
CALL TV (Y2, X2, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Y3, X3, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Y4, X4, ХА, YA, XC, YC)
CALL TK (XM, YМ, XD, YD, XE, YE, X1, Y1, X2, Y2)
CALL TK (XN, YN, XD, YD, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
CALL TV (ZM, XM, XD, ZD, XE, ZE)
CALL TV (ZN, XN, XD, ZD, XF, ZF)
C
C      ВИВЕДЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ НА
C      ЕКРАН
C
WRITE (*, 5) NV
WRITE (*, 30) XM, YМ, ZM, XN, YN, ZN

C
C      ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ТЕКСТОВИЙ
C      ФАЙЛ
C
OPEN (UNIT=6, FILE='', STATUS='NEW')
WRITE (6, 100)
100 FORMAT (//2X, 15 (1H*), ' START - NG_02 ',
15 (1H*)//)
WRITE (6, 5) NV
5  FORMAT(2X,6(1H-)'НОМЕР ВАРІАНТА ЗАВДАННЯ
NV=' , 12, '*' , 6 (1H-))
WRITE (6, 10) ХА, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC
10  FORMAT (/2X, 'ПАРАМЕТРИ ПЕРШОЇ ПЛОЩИНИ'/
*' ХА YA ZA XB YB ZB XC YC ZC' /9F6.1/)
WRITE (6, 20) XD, YD, ZD, XE, YE, ZE, XF, YF, ZF
20  FORMAT (/2X, 'ПАРАМЕТРИ ДРУГОЇ ПЛОЩИНИ'/
*' XD YD ZD XE YE ZE XF YF ZF' /9F6.1/)
WRITE (6, 30) XM, YМ, ZM, XN, YN, ZN
30  FORMAT (2X, 'КООРДИНАТИ ТОЧОК ЛІНІЇ
ПЕРЕТИНУ ПЛОЩИН'/
* 6X, 'XM=' , F5.1, ' YМ=' , F5.1, ' ZM=' , F5.1/
* 6X, 'XN=' , F5.1, ' YN=' , F5.1, ' ZN=' , F5.1)
WRITE (6, 200)
200 FORMAT (//2X, 15 (1H*), ' ENDED - NG_02 ',
15 (1H*)//)
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END

Приклад оформлення файла даних для
програми NG_02:
*****
*      ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_02
*****
Номер варіанта завдання
NV = 1
Параметри площин
Параметри першої площини — трикутник ABC:
ХА=100
YA=0
ZA=20
XB=60
YB=60
ZB=60
XC=0
YC=30
ZC=0
Параметри другої площини — трикутник DEF:
XD=100
YD=60
ZD=10
XE=40
YE=0
ZE=60
XF=0
YF=10
ZF=30
Протокол роботи програми NG_02:
C: \BGO>ng_02. exe
Працює програма NG_02
Введення вхідних даних з екрана -- -> 1
Введення вхідних даних з файла -- -> 2

```

2

File name missing or blank — please enter file name
 UNIT 10? ng_02.dat
 - - - - - Номер варіанта завдання NV = 1 - - - - -
 Координати точок лінії перетину площин
 XM= 70.0 YM= 30.0 ZM= 35.0
 XN= 43.6 YN= 31.8 ZN= 21.3
 'File name missing or blank — please enter file name
 UNIT 6? n_2.txt
 Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_2.txt:

***** START - NG_02*****

- - - - - Номер варіанта завдання NV = 1 - - - - -

Параметри першої площини

XA	YA	ZA	XB	YB	ZB	XC	YC	ZC
100.0	.0	20.0	60.0	60.0	60.0	.0	30.0	.0

Параметри другої площини

XD	YD	ZD	XE	YE	ZE	XF	YF	ZF
100.0	60.0	10.0	40.0	.0	60.0	.0	10.0	30.0

Координати точок лінії перетину площин

XM= 70.0	YM= 30.0	ZM= 35.0
XN= 43.6	YN= 31.8	ZN= 21.3

***** ENDED - NG_02*****

Задача 3. Визначити віддаль від точки S до площини загального положення, заданої трикутником ABC. Трикутник задається координатами трьох точок (рис. 6.12).

Текст програми NG_03:

```

***** NG03***** NG03***** NG03***** NG03*****
*   ОБЧИСЛЮЄ ВІДСТАНЬ ВІД ТОЧКИ ДО
*   ПЛОЩИНИ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ,
*   ЗАДАНОЇ ТРИКУТНИКОМ
-----
*   ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*   XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC — ПАРАМЕТРИ
*   ПЛОЩИНИ
*   XS, YS, ZS — КООРДИНАТИ ЗАДАНОЇ ТОЧКИ
-----
*   ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*   XK, YK, ZK — КООРДИНАТИ ТОЧКИ К — ОСНОВИ
*   ПЕРПЕНДИКУЛЯРА
*   D — ВІДДАЛЬ ВІД ТОЧКИ S ДО ПЛОЩИНИ ABC, ММ
*****NG03***** NG03 ***** NG03 ***** NG03 ****
PROGRAM NG_03
WRITE (*,*) ''
WRITE (*,*) 'ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_03'
WRITE (*,*) ''
C
C   ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ЕКРАНА
C   ЧИ З ФАЙЛА?
C
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ЕКРАНА ---> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА ---> 2'
READ (*,*) M
    
```

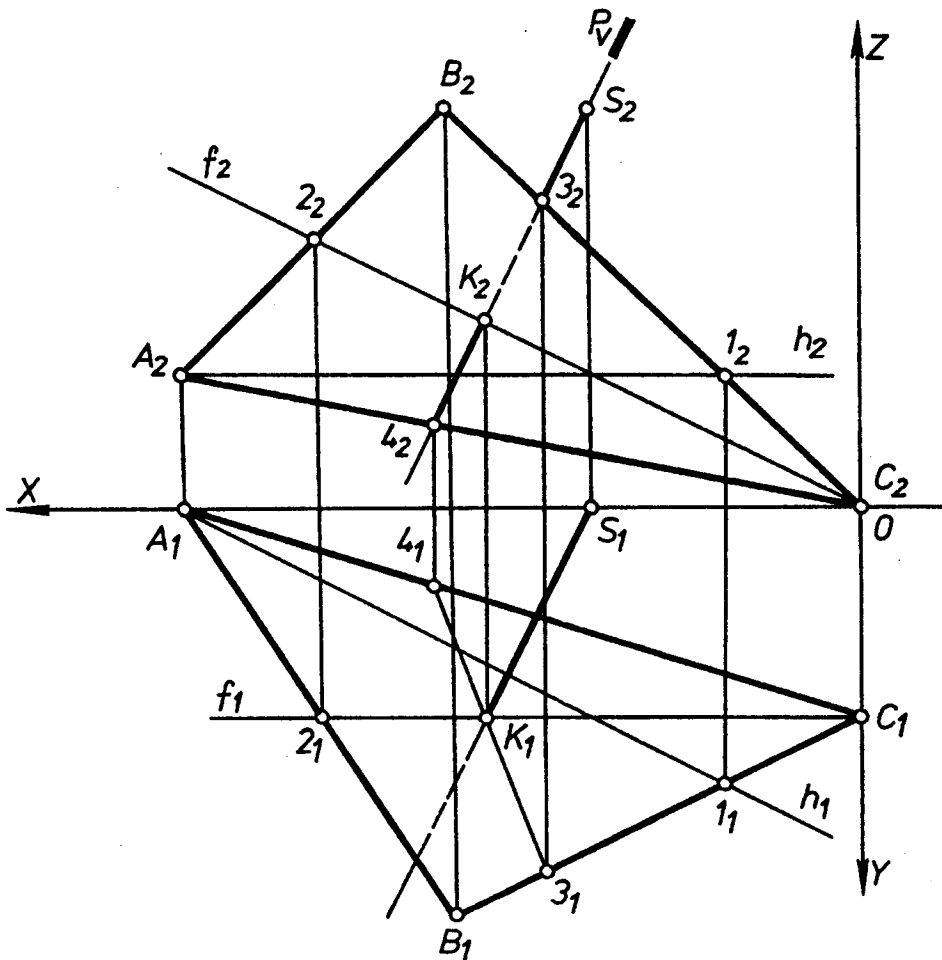


Рис. 6.12

```

IF ( M.EQ.1) GO TO 3
C
C ВВЕДЕННЯ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
OPEN (UNIT=10, FILE='', STATUS='OLD')
READ (10, 1) NV, XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC, XS,
YS, ZS
1 FORMAT (////////3X, 12//9 ( /3X, F6. 0) //3
( /3X, F6. 0))
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
GO TO 4
C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ З ЕКРАНА
3 WRITE (*, '(A\)' ) / НОМЕР ВАРІАНТА NV='
READ (*, '(12)') NV
WRITE (*, *) 'ТЕМА: ПРЯМА, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА
ДО ПЛОЩИНИ'
WRITE (*, *) ''
WRITE(*, *) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ВЕРШИН
ТРИКУТНИКА ABC'
WRITE (*, *) 'I ЗАДАНОЇ ТОЧКИ S'
READ (*, *) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC, XS, YS, ZS
C
C ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЧАСТИНА ПРОГРАМИ
C
4 CALL TH ( X1, ZC, XA, ZA, XB, ZB)
CALL TV (Y1, X1, XA, YA, XB, YB)
CALL TH (X2, YA, XB, YB, XC, YC)
CALL TV (Z2, X2, XB, ZB, XC, ZC)
CALL TP (XE, ZE, XA, ZA, X2, Z2, XS, ZS)
CALL TP (XF, YF, XC, YC, X1, Y1, XS, YS)
CALL TK (X3, Z3, XA, ZA, XB, ZB, XS, ZS, XE, ZE)
CALL TK (X4, Z4, XA, ZA, XC, ZC, XS, ZS, XE, ZE)
CALL TV (Y3, X3, XA, YA, XB, YB)
CALL TV (Y4, X4, XA, YA, XC, YC)
CALL TK (XK, YK, XS, YS, XF, YF, X3, Y3, X4, Y4)
CALL TV (ZK, XK, XS, ZS, XE, ZE)
CALL DV (D, XS, YS, ZS, XK, YK, ZK)
C
C ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ЕКРАН
C
WRITE (*, 5) NV
5 FORMAT (2X, 6 (1H-) 'НОМЕР ВАРІАНТА
ЗАВДАННЯ NV=', 12, ' ', 6(1H-))
WRITE (*, *) ***** РЕЗУЛЬТАТИ
ОБЧИСЛЕННЯ*****
WRITE (*, *) ''
WRITE (*, *) 'КООРДИНАТИ ТОЧКИ К — ОСНОВИ
ПЕРПЕНДИКУЛЯРА'
WRITE (*, *) 'XK YK ZK'
WRITE (*, *) XK, YK, ZK
WRITE (*, *) 'ВІДДАЛЬ ВІД ТОЧКИ ДО ПЛОЩИНИ
ТРИКУТНИКА'
WRITE (*, *) ' D'
WRITE (*, *) D
C
C ВИВЕДЕННЯ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У
C ТЕКСТОВИЙ ФАЙЛ

OPEN (UNIT=6, FILE='', STATUS='NEW')
WRITE (6, 100)
100 FORMAT ( //2X, 15 (1 H*),' START - NG_03 ',
15 ( 1 H* ) /)
WRITE (6, 5) NV
WRITE (6, 10) XA, YA, ZA, XB, YB, ZB, XC, YC, ZC
10 FORMAT (/6X, 'ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:',
* /2X, 'ПАРАМЕТРИ ПЛОЩИНИ'/
* 'XA YA ZA XB YB ZB XC YC ZC' /9F6.1)
WRITE (6, 20) XS, YS, ZS

```

```

20 FORMAT (2X, 'ПАРАМЕТРИ ТОЧКИ S'/
* 'XS YS ZS' /9F6.1/)
WRITE (6, 30) XK, YK, ZK, D
30 FORMAT (/6X, 'ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:/'
* 2X, 'КООРДИНАТИ ТОЧКИ К — ОСНОВИ
ПЕРПЕНДИКУЛЯРА'/
* 6X, 'XK=', F5.1, ' YK=', F5.1, 'ZK=', F5.1/ 2X,
* 'ВІДДАЛЬ ВІД ТОЧКИ ДО ПЛОЩИНИ SK=', F5.1)
WRITE (6, 200)
200 FORMAT (//2X, 15 (1H*),' ENDED - NG_03', 15 (1H*))/
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END

```

Приклад оформлення файлу даних для програми NG_03:

```

*****
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_03
*****

```

Номер варіанта завдання

NV=1

Параметри площини, заданої трикутником ABC:

XA=100

YA=0

ZA=20

XB=60

YB=60

ZB=60

XC=0

YC=30

ZC=0

Параметри точки S:

XS=40

YS=0

ZS=60

Протокол роботи програми NG_03:

C: \BGO>ng_03.exe

ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_03

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ЕКРАНА -- --> 1

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- --> 2

2

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 10? ng_03.dat

-- -- НОМЕР ВАРІАНТА ЗАВДАННЯ NV= 1 -- --

***** РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЕННЯ*****

Координати точки К — основи перпендикуляра

XK	YK	ZK
55.555560	31.111110	28.888890

Віддаль від точки до площини трикутника

D

46.666670

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_3.txt

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_3. txt:

***** START - NG_03*****

-- -- НОМЕР ВАРІАНТА ЗАВДАННЯ NV= 1 -- --

ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

Параметри площини

XA	YA	ZA	XB	YB	ZB	XC	YC	ZC
100.0	.0	20.0	60.0	60.0	60.0	.0	30.0	.0

Параметри точки S

XS	YS	ZS
40.0	.0	60.0

ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

Координати точки К — основи перпендикуляра

XK= 55.6 YK= 31.1 ZK= 28.9

Віддаль від точки до площини SK= 46.7

***** ENDED - NG_03*****

Задача 4. Побудувати проєкції фігури перерізу піраміди фронтально-проєкційною площиною. Фронтально-проєкційна площина задається координатами двох точок (рис. 6.13).

Текст програми NG_04:

***** NG04***** NG04***** NG04***** NG04*****
 * ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
 * ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ (СІЧНА ПЛОЩИНА —
 * ФРОНТАЛЬНО-ПРОЄКЦІЙНА)

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* XT, YT, ZT — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК

* ОСНОВИ ПІРАМІДИ

* XS, YS, ZS — КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ ПІРАМІДИ

* XA, ZA, XB, ZB — ПАРАМЕТРИ ФРОНТАЛЬНО-
 * ПРОЄКЦІЙНОЇ ПЛОЩИНИ

* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* XK, YK, ZK — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК

* ПЕРЕРІЗУ

***** NG04***** NG04***** NG04***** NG04*****

PROGRAM NG_04

DIMENSION XT (50), YT (50), ZT (50), XK (50),
 YK (50), ZK (50)

C

C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ З ЕКРАНА

C

WRITE (*,*) ''

WRITE (*,*) ' ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_04'

WRITE (*,*) ''

C

C ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ЕКРАНА

C

C ЧИ З ФАЙЛА?

C

WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З

ЕКРАНА ---> 1'

WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З

ФАЙЛА ---> 2'

READ (*,*) M

IF (M.EQ.1) GO TO 2

C

C ВВЕДЕННЯ ДАНИХ З ФАЙЛА

C

OPEN (UNIT=10, FILE='', STATUS=' OLD')

READ (10, 1) NV, XA, ZA, XB, ZB, XS, YS, ZS,

* N, XT (1), YT (1), ZT (1), XT (2), YT (2), ZT (2), XT (3),

YT (3), ZT (3),

* XT (4), YT (4), ZT (4), XT (5), YT (5), ZT (5)

1

FORMAT (//////3X, 12//4 (/3X, F6. 0) //3

(/3X, F6. 0) //3X, 12//15 (/3X, F6.0))

CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')

GO TO 4

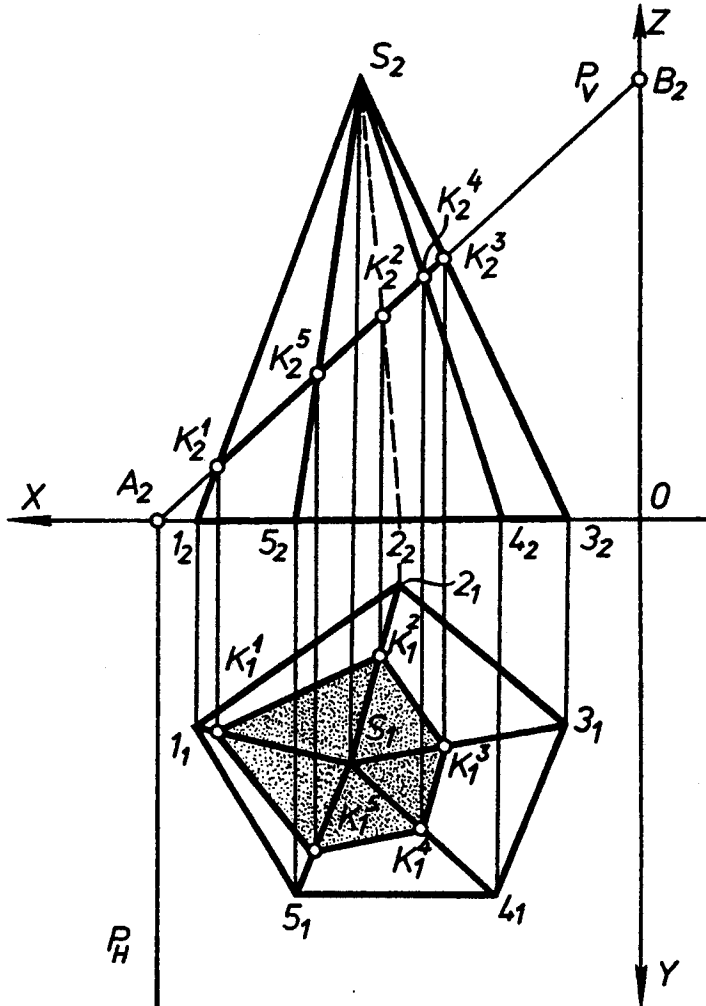


Рис. 6.13

```

WRITE (*,*) ''
2 WRITE (*,*) ТЕМА: ПОБУДОВА ЛІНІЇ ПЕРЕРІЗУ
  ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ
  WRITE (*,*) ''
  WRITE (*,(A\)) 'НОМЕР ВАРІАНТА NV='
  READ (*,(I2)) NV
  WRITE (*,*) ''
  WRITE (*,(A\)) 'КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК ОСНОВИ
  ПІРАМІДИ N='
  READ (*,(I2)) N
  WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ТОЧОК
  ОСНОВИ'
  READ (*,*) ( XT (I), YT (I), ZT (I), I=1, N)
  WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ КООРДИНАТИ ТОЧОК XS,
  YS, ZS, XA, ZA, XB, ZB'
  READ (*,*) XS, YS, ZS, XA, ZA, XB, ZB

C
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК К (I) ПЕРЕРІЗУ
C
4 DO 10 I=1, N
  CALL TK (XK (I), ZK (I), XA, ZA, XB, ZB, XS, ZS, XT (I),
  ZT (I))
  CALL TV (YK (I), XK (I), XS, YS, XT (I), YT (I))
10 CONTINUE
C
C ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НА ЕКРАН У
C ТАБЛИЧНІЙ ФОРМІ
C
  CALL ТЗМ (XK, YK, ZK, N)
C
C ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ТЕКСТОВИЙ
C ФАЙЛ
C
  OPEN (UNIT=6, FILE='', STATUS='NEW')
  WRITE (6, 100)
100 FORMAT(/10X,15(1H*),'START-NG_04', 15(1H*)/)
  WRITE (6, 5) NV
5 FORMAT(10X,6(1H-) 'Номер варіанта завдання
  NV=', I2, '*', 6(1H-))
  CALL T3 (XK, YK, ZK, N)
  WRITE (6, 200)
200 FORMAT (/10X, 15(1H*), 'ENDED - NG_04'/, 15
  (1H*)/)
  CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
  STOP
  END

```

Приклад оформлення файла даних для програми NG_04:

```

*****
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_04
*****

```

Номер варіанта завдання
NV=1

Параметри фронтально-проекційної площини:
XA=70
ZA=0
XB=0
ZB=65

Параметри точки S:
XS=42
YS=36
ZS=65

Кількість точок основи:
N=5

Параметри основи піраміди:
X1 =65
Y1 =30

```

Z1=0
X2=35
Y2=10
Z2=0
X3=10
Y3=30
Z3=0
X4=20
Y4=55
Z4=0
X5=50
Y5=55
Z5=0

```

Протокол роботи програми NG_04:

```

C: \BGO>ng_04. exe
ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_04
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ЕКРАНА -- -> 1
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- -> 2
2
File name missing or blank — please enter file name
UNIT 10? ng_04.dat

```

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	62.55	30.64	6.91
2	38.18	21.82	29.55
3	28.82	33.53	38.24
4	31.96	44.67	35.33
5	47.42	48.87	20.97

```

File name missing or blank — please enter file name
UNIT 6? n_4.txt
Stop — Program terminated.

```

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_4. txt:

```

***** START - NG_04*****
Номер варіанта завдання NV= 1

```

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	62.55	30.64	6.91
2	38.18	21.82	29.55
3	28.82	33.53	38.24
4	31.96	44.67	35.33
5	47.42	48.87	20.97

Задача 5. Побудувати проекції фігури перерізу конуса площиною. Побудувати справжню величину фігури перерізу (рис. 6.14)

Текст програми NG_05:

```

***** NG05***** NG05***** NG05***** NG05*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
* КОНУСА ПЛОЩИНОЮ.
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК
* СПРАВЖНЬОЇ ВЕЛИЧИНИ ПЕРЕРІЗУ
-----
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* АК — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА (КООРДИНАТИ
* ЦЕНТРА КОЛА ОСНОВИ, КООРДИНАТИ
* ВЕРШИНИ КОНУСА, РАДІУС КОЛА)
* X, Y, Z — МАСИВИ ПАРАМЕТРІВ ПЛОЩИНИ
* (КООРДИНАТИ ТОЧОК)
* N — ПАРАМЕТР КРОКУ (КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК
* ПЕРЕРІЗУ)
-----

```

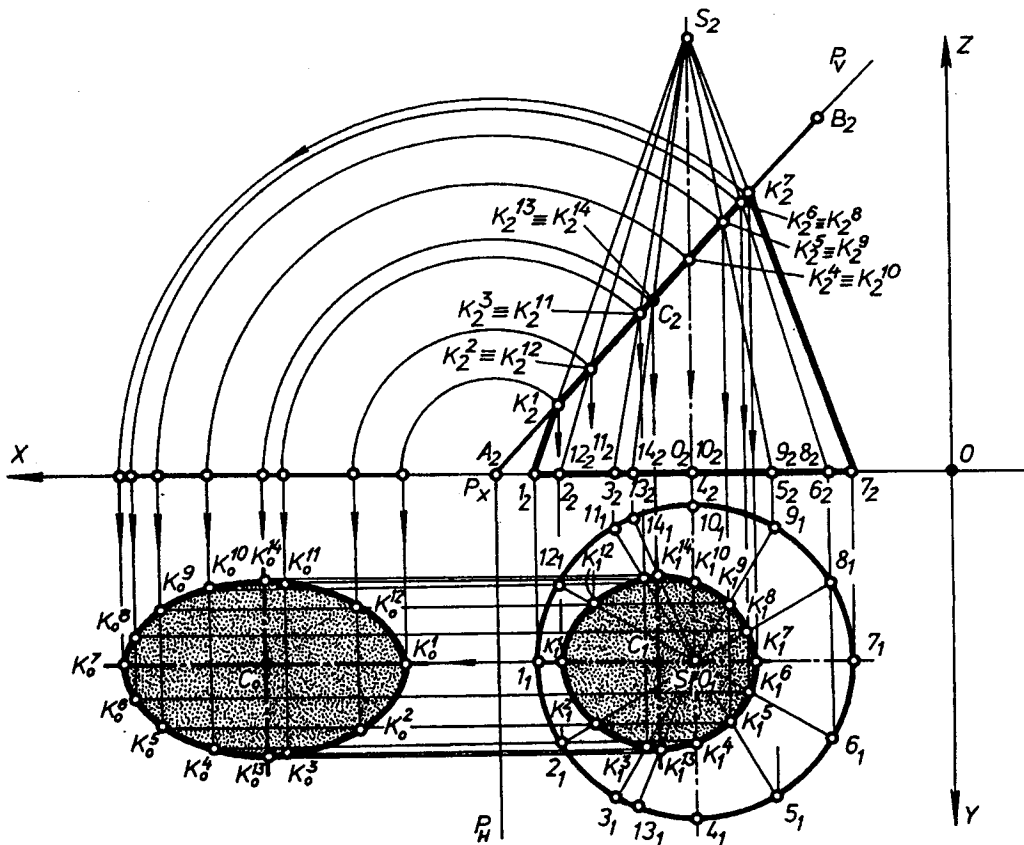


Рис. 6.14

```

*   ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*   XP, YP, ZP — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК
*   ПЕРЕРІЗУ
-----
*   U, V, W — РОБОЧІ МАСИВИ
***** NG05***** NG05***** NG05***** NG05*****
PROGRAM NG_05
DIMENSION AK (7), X (3), Y (3), Z (3)
DIMENSION U (100), V (100), W (100), XP (100),
YP (100), ZP (100)
DIMENSION XD (100), YD (100), ZD (100), S (100)
C
C   ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ
C
OPEN (UNIT=10, FILE='', STATUS='OLD')
READ (10, 1) N, AK, X (1), Y (1), Z (1), X (2), Y (2),
Z (2), X (3), Y (3), Z (3)
1  FORMAT (//////2X, 12////2 ( 3 ( 2X, F5. 0/) /) 2X,
F5.0/
* ///3 ( 3 ( 3X, F5.0//))
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
C   ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЧАСТИНА ПРОГРАМИ
C
CALL TH ( XO, 0, X ( 1), Z ( 1), X ( 2), Z ( 2))
C   ПОДІЛ КОЛА ОСНОВИ НА N ЧАСТИН
CALL OD1 ( U, V, AK ( 7), AK ( 1), AK ( 2), N, 3, -1)
DO 10 I=1, N
W ( I) =AK ( 3)
C   ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ КОНУСА
CALL ZP1 ( XP ( I), YP ( I), ZP ( I), X, Y, Z, AK ( 4),
AK ( 5), AK ( 6),
* U ( I), V ( I), W ( I))
C   ВИЗНАЧЕННЯ СПРАВЖНЬОЇ ВЕЛИЧИНИ
C   ПЕРЕРІЗУ
    
```

```

CALL DL ( S ( I), XO, 0, XP ( I), ZP ( I))
XD ( I) =XO+ S ( I)
IF ( Y ( 2).LT.Y ( 1)) XD ( I) =XO-S ( I)
YD ( I) =YP ( I)
ZD ( I) =0.
10  CONTINUE
C
C   ВИВЕДЕННЯ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ НА ЕКРАН
C
WRITE (*, *) '***** Програма NG_05*****'
CALL T3M (XP, YP, ZP, N)
CALL T3M (XD, YD, ZD, N)
C
C   ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ФАЙЛ
C
OPEN (UNIT=6, FILE='', STATUS='NEW')
WRITE (6, *) '***** Програма NG_05*****'
WRITE (6, *) ''
WRITE (6, *) 'Точки перерізу'
CALL T3 (XP, YP, ZP, N)
WRITE (6, *) ''
WRITE (6, *) 'Точки справжньої величини'
CALL T3 (XD, YD, ZD, N)
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END
    
```

Приклад оформлення файла даних для програми NG_05;

 * ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_05

 Кількість вихідних точок
 N=12

Параметри конуса --> масив АК

Координати центра кола основи:

X=38.

Y=28.

Z=0.

Координати вершини конуса:

X=38.

Y=28.

Z=65.

Радіус кола основи:

R=23.

Параметри площини — масиви трьох точок

Координати першої точки:

X1=67.

Y1=0.

Z1=0.

Координати другої точки:

X2=19.

Y2=0.

Z2=52.

Координати третьої точки:

X3=66.

Y3=55.

Z3=0.

Протокол роботи програми NG_05:

C: \BGO>ng_05.exe

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 10? ng_05.dat

***** Програма NG_05*****

Точки перерізу

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	57.59	28.00	9.65
2	53.74	37.09	13.63
3	45.53	41.04	22.45
4	38.00	40.16	30.63
5	32.91	36.82	36.21
6	30.13	32.55	39.31
7	29.27	28.00	40.32
8	30.17	23.48	39.44
9	32.96	19.27	36.50
10	38.00	16.01	31.10
11	45.42	15.16	23.08
12	53.58	19.01	14.17

Точки справжньої величини

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	80.48	28.00	.00
2	86.02	37.09	.00
3	98.07	41.04	.00
4	109.18	40.16	.00
5	116.73	36.82	.00
6	120.89	32.55	.00
7	122.22	28.00	.00
8	120.96	23.48	.00
9	116.91	19.27	.00
10	109.52	16.01	.00
11	98.60	15.16	.00
12	86.52	19.01	.00

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_5.txt

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_5. txt:

***** Програма NG_05*****

Точки перерізу

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	57.59	28.00	9.65
2	53.74	37.09	13.63
3	45.53	41.04	22.45
4	38.00	40.16	30.63
5	32.91	36.82	36.21
6	30.13	32.55	39.31
7	29.27	28.00	40.32
8	30.17	23.48	39.44
9	32.96	19.27	36.5
10	38.00	16.01	31.10
11	45.42	15.16	23.08
12	53.58	19.01	14.17

Точки справжньої величини

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	80.48	28.00	.00
2	86.02	37.09	.00
3	98.07	41.04	.00
4	109.18	40.16	.00
5	116.73	36.82	.00
6	120.89	32.55	.00
7	122.22	28.00	.00
8	120.96	23.48	.00
9	116.91	19.27	.00
10	109.52	16.01	.00
11	98.60	15.16	.00
12	86.52	19.01	.00

Задача 6. Побудувати гвинтову циліндричну і конічну лінії заданих параметрів (рис. 6.15)

Текст програми NG_06:

***** NG06 ***** NG06 ***** NG06 ***** NG06 *****

* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ГВИНТОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ І КОНІЧНОЇ ЛІНІЙ

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* N — ПАРАМЕТР КРОКУ

* KOL — КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ,

* КООРДИНАТИ ЯКИХ БУДУТЬ ЗВЕДЕНІ У

* ТАБЛИЦЮ (KOL < або = N)

* K — ТИП ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ:

* K=1 — ЦИЛІНДРИЧНА, K=2 — КОНІЧНА

* RC, XC, YC, ZC, ZS — ПАРАМЕТРИ ПОВЕРХНІ

* RC — РАДІУС КОЛА ОСНОВИ ЦИЛІНДРА

* (КОНУСА)

* XC, YC, ZC — КООРДИНАТИ ЦЕНТРА КОЛА

* ОСНОВИ

* ZS — ВИСОТА ЦИЛІНДРА (КОНУСА)

* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* X, Y, Z — КООРДИНАТИ ТОЧОК ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ

* (МАСИВИ)

***** NG06***** NG06***** NG06***** NG06*****

PROGRAM NG_06

DIMENSION X (30), Y (30), Z (30)

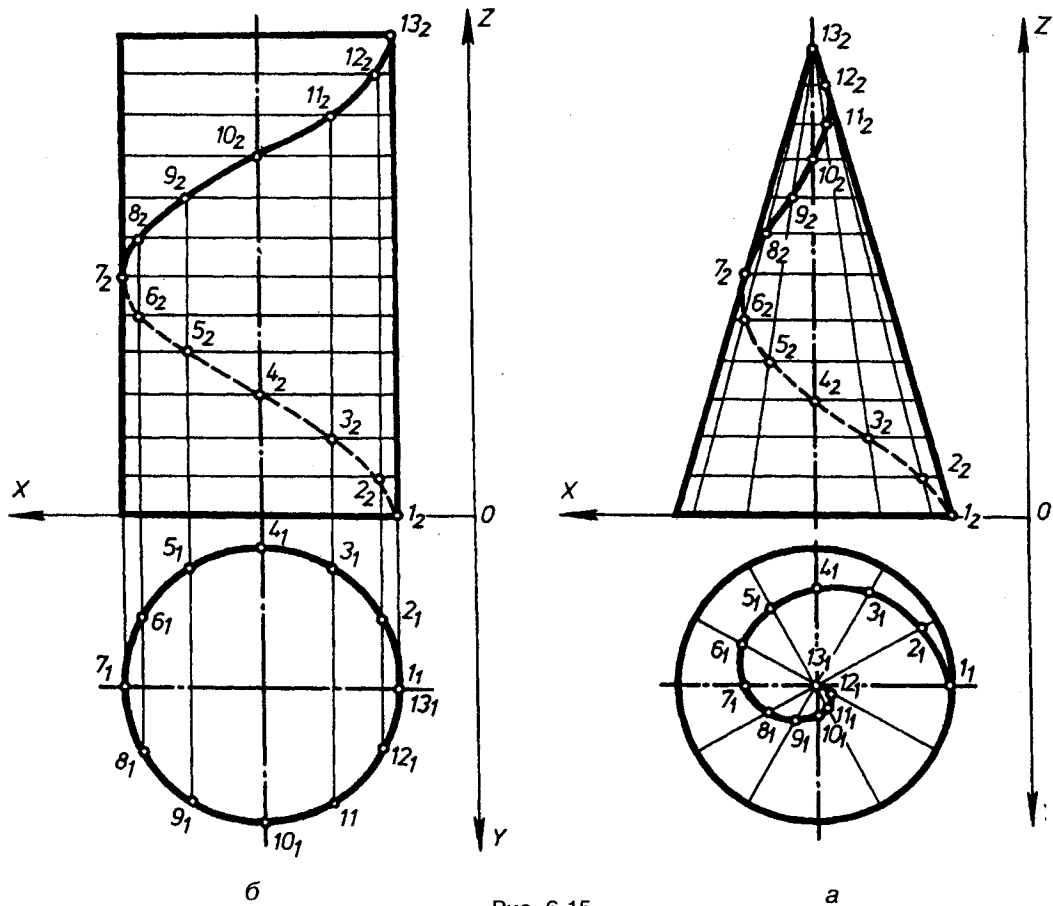


Рис. 6.15

```

DIMENSION XX (30), YY (30)
WRITE (*,*) ''
1  WRITE (*,*) '**** ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_06****'
   WRITE (*,*) ''
C
C  ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ЕКРАНА
C  ЧИ З ФАЙЛА?
C
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ЕКРАНА ---> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА ---> 2'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.1) GO TO 3
C
C  ВВЕДЕННЯ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
OPEN (UNIT=10,FILE=' ', STATUS='OLD')
READ (10,2) NV, N, K, KOL, XC, YC, ZC, ZS, RC
2  FORMAT ( //3X, 12//2X, 12//2X, 12//4X, 12/
* //3 ( /3X, F6. 0) //3X, F6. 0//3X, F6. 0)
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
GO TO 4
C
C  ВВЕДЕННЯ ПАРАМЕТРІВ У ДІАЛОГОВОМУ РЕЖИМІ
C
3  WRITE (*,(A\')) 'НОМЕР ВАРІАНТА NV='
   READ (*,(I2)) NV
   WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ N — ПАРАМЕТР КРОКУ
ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ'
   READ (*,*) N
   WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ KOL — КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК
(KOL < або = N)'
   READ (*,*) KOL

```

```

WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ K — ТИП ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ'
WRITE (*,*) 'K=1 — ЦИЛІНДРИЧНА,
K=2 — КОНІЧНА'
READ (*,*) K
WRITE (*,*) 'ВВЕДІТЬ ПАРАМЕТРИ ПОВЕРХНІ'
WRITE (*,*) 'RC, XC, YC, ZC, ZS'
READ (*,*) RC, XC, YC, ZC, ZS
C
C  ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ЧАСТИНА ПРОГРАМИ
C
4  AN=N
   PI=4.0* ATAN (1.0)
   DO 30 I=1, N+1
   XX (I) =XC-RC* COS (2.0* PI* (I -1)/AN)
   YY (I) =YC-RC* SIN (2. 0* PI* (I -1) /AN)
   Z (I) =ZC+ (ZS-ZC)* (I-1)/AN
   IF (K.EQ.1) GO TO 20
C  ОБЧИСЛЕННЯ КОНІЧНОЇ ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ. K = 2
A=XX (I)
B=YY (I)
C=Z (I)
CALL TH (X (I), C, XC, ZS, A, ZC)
IF (XC.EQ.X (I)) GO TO 10
CALL TV (Y (I), X (I), XC, YC, A, B)
GO TO 30
10 CALL TH (Y (I), C, B, ZC, YC, ZS)
GO TO 30
C
C  ОБЧИСЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ.
C  K = 1
C
20 X (I) =XX (I)
   Y (I) =YY (I)
30 CONTINUE

```

```

C KOL=KOL + 1
C
C ВИВЕДЕННЯ ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ НА ЕКРАН
C
WRITE (*, 5) NV
WRITE (*, 80)
IF (K.EQ.1) GO TO 40
WRITE (6, 90)
GO TO 50
40 WRITE (*, 100)
50 WRITE (*, 110) N, KOL, XC, YC, ZC, ZS, RC
CALL T3M (X, Y, Z, KOL)
WRITE (*, 120)
WRITE (*,*) 'ВАШІ ПОДАЛЬШІ ДІЇ?'
WRITE (*,*) 'ЗАВЕРШИТИ РОБОТУ ПРОГРАМИ
--> 0'
WRITE (*,*) 'ВИВЕСТИ РЕЗУЛЬТАТИ У ФАЙЛ
--> 1'
READ (*,*) ID
IF (ID.EQ.0) GO TO 130
C
C ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В ТЕКСТОВИЙ
C ФАЙЛ
C
OPEN (UNIT=6, FILE='', STATUS='NEW')
WRITE (6, 5) NV
WRITE (6, 80)
IF (K.EQ.1) GO TO 60
WRITE (6, 90)
GO TO 70
60 WRITE (6, 100)
70 WRITE (6, 110) N, KOL, XC, YC, ZC, ZS, RC
CALL T3 (X, Y, Z, KOL)
WRITE (6, 120)
CLOSE ( UNIT=6, STATUS='KEEP')
C
C ФОРМАТИ, В ЯКИХ ВИКОНУЄТЬСЯ ВИВЕДЕННЯ
C ІНФОРМАЦІЇ
C
5 FORMAT (2X, 6 (1H-)) 'НОМЕР ВАРІАНТА
ЗАВДАННЯ NV=', 12, ', ', 6(1H-)
80 FORMAT (/2X, 20 (1H*), 'STARTED - NG_06', 20
(1 H*)// 10X, 'ТЕМА: ГВИНТОВА ЛІНІЯ'//
* 10X, 'ЗАВДАННЯ: ВИЗНАЧИТИ КООРДИНАТИ
ПРОМІЖНИХ ТОЧОК')
90 FORMAT (18X, 'КОНІЧНОЇ ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ.')
```

```

100 FORMAT (18X, 'ЦИЛІНДРИЧНОЇ ГВИНТОВОЇ
ЛІНІЇ.')
```

```

110 FORMAT (10X, 'ВХІДНІ ДАНІ:/'
* 14X, 'ПАРАМЕТР КРОКУ N=', I2/
* 14X, 'КІЛЬКІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ МАСИВУ KOL=', I2/
* 14X, 'ПАРАМЕТРИ ПОВЕРХНІ:/'
* 14X, 'XC='F5.1, 'YC='F5.1, 'ZC='F5.1/
* 14X, 'ZS='F5.1, 'RC='F5.1/)
120 FORMAT(/2X, 21(1H*), 'ENDED- NG_06', 21 (1H*)//)
130 WRITE (*,*) '*** ПРОГРАМА NG_06 ЗАВЕРШИЛА
РОБОТУ***'
WRITE (*,*) 'ВАШІ ПОДАЛЬШІ ДІЇ ?'
WRITE (*,*) 'ЗАВЕРШИТИ РОБОТУ З
ПРОГРАМОЮ --> 0'
WRITE (*,*) 'ПОВТОРИТИ ОБЧИСЛЕННЯ --> 1'
READ (*,*) R
IF (R.EQ.1) GO TO 1
STOP
END
```

Приклад оформлення файла даних для програми NG_06 (випадок циліндричної гвинтової лінії, рис. 6.15, а):

```

*****
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_06
* ТИП ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ — ЦИЛІНДРИЧНА K=1
*****
```

Номер варіанта завдання
NV=1
Параметр кроку гвинтової лінії:
N=12
Тип гвинтової лінії
(K=1 — циліндрична, K=2 — конічна):
K=1
Кількість точок, які будуть виводитись у таблицю:
KOL=12
Параметри поверхні циліндра:
Координати центра кола основи:
XC=30
YC=25
ZC=0
Висота циліндра:
ZS=70
Радіус основи:
RO=20
Протокол роботи програми NG_06:
C: \VGO>ng_06. exe

```

***** Працює програма NG_06*****
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ЕКРАНА --> 1
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА --> 2
2
File name missing or blank — please enter file name
UNIT 10? ng_061.dat
----- Номер варіанта завдання NV= 1 -----
```

```

***** STARTED - NG 06*****
```

ТЕМА: ГВИНТОВА ЛІНІЯ
ЗАВДАННЯ: Визначити координати проміжних точок циліндричної гвинтової лінії.
Вхідні дані:
Параметр кроку N=12
Кількість елементів масиву KOL=13
Параметри поверхні:
XC= 30.0 YC= 25.0 ZC= .0
ZS= 70.0 RC= 20.0

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	10.00	25.00	.00
2	12.68	15.00	5.83
3	20.00	7.68	11.67
4	30.00	5.00	17.50
5	40.00	7.68	23.33
6	47.32	15.00	29.17
7	50.00	25.00	35.00
8	47.32	35.00	40.83
9	40.00	42.32	46.67
10	30.00	45.00	52.50
11	20.00	42.32	58.33
12	12.68	35.00	64.17
13	10.00	25.00	70.00

```

***** ENDED - NG 06 *****
Ваші подальші дії?
ЗАВЕРШИТИ РОБОТУ ПРОГРАМИ --> 0
ВИВЕСТИ РЕЗУЛЬТАТИ У ФАЙЛ --> 1
1
```

File name missing or blank — please enter file name
UNIT 6? n_61.txt

***** Програма NG_06 завершила роботу*****

Ваші подальші дії?

Завершити роботу з програмою ---> 0

Повторити обчислення --> 1

0

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_61. txt:

--- Номер варіанта завдання NV= 1 ---

***** STARTED - NG_06*****

ТЕМА: ГВИНТОВА ЛІНІЯ

ЗАВДАННЯ: Визначити координати проміжних точок циліндричної гвинтової лінії.

Вхідні дані:

Параметр кроку N=12

Кількість елементів масиву KOL=13

Параметри поверхні:

XC= 30.0 YC= 25.0 ZC= .0
 ZS= 70.0 RC= 20.0

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	10.00	25.00	.00
2	12.68	15.00	5.83
3	20.00	7.68	11.67
4	30.00	5.00	17.50
5	40.00	7.68	23.33
6	47.32	15.00	29.17
7	50.00	25.00	35.00
8	47.32	35.00	40.83
9	40.00	42.32	46.67
10	30.00	45.00	52.50
11	20.00	42.32	58.33
12	12.68	35.00	64.17
13	10.00	25.00	70.00

***** ENDED - NG_06*****

Приклад оформлення файла даних для програми NG_06 (випадок кінчної гвинтової лінії, рис. 6.15,б):

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_06

* ТИП ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ — КОНІЧНА K=2

Номер варіанта завдання

NV=1

Параметр кроку гвинтової лінії:

N=12

Тип гвинтової лінії (K=1 — циліндрична,

K=2 — кінчна):

K=2

Кількість точок, які будуть виводитись у таблицю:

KOL =12

Параметри поверхні конуса:

Координати центра кола основи:

XC=30

YC=25

ZC=0

Висота конуса:

ZS=70

Радіус основи:

R0=20

----- Номер варіанта завдання NV=2 -----

***** STARTED - NG_06*****

ТЕМА: ГВИНТОВА ЛІНІЯ

ЗАВДАННЯ: Визначити координати проміжних точок кінчної гвинтової лінії.

Вхідні дані:

Параметр кроку N=12

Кількість елементів масиву KOL=13

Параметри поверхні:

XC= 30.0 YC= 25.0 ZC= .0
 ZS= 70.0 RC= 20.0

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	10.00	25.00	.00
2	14.12	15.00	5.83
3	21.67	10.57	11.67
4	30.00	10.00	17.50
5	36.67	13.45	23.33
6	40.10	19.17	29.17
7	40.00	25.00	35.00
8	37.22	29.17	40.83
9	33.33	30.77	46.67
10	30.00	30.00	52.50
11	28.33	27.89	58.33
12	28.56	25.83	64.17
13	30.00	25.00	70.00

***** ENDED - NG_06*****

Задача 7. Побудувати проєкції лінії перетину конуса з циліндром. Дати розв'язання для трьох можливих випадків (рис. 6.16):

1) основа циліндра паралельна горизонтальній площині проєкцій;

2) основа циліндра паралельна фронтальній площині проєкцій;

3) основа циліндра паралельна профільній площині проєкцій.

Текст програми NG_07:

***** NG07***** NG07***** NG07***** NG07*****

* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ КОНІЧНОЇ ПОВЕРХНІ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* РК — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА

* РС — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ ЦИЛІНДРА

* ІР — ІНДЕКС ПЛОЩИНИ (ІР=1, 2, 3)

* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:

* U, V, B, D — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК ЛІНІЇ

* ПЕРЕТИНУ

***** NG07***** NG07***** NG07***** NG07*****

PROGRAM NG_07

DIMENSION B (100), D (100), U (100), V (100)

DIMENSION PK (7)

DIMENSION PC1 (5)

WRITE (*,*) ' '

WRITE (*,*) '***** ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_07*****'

WRITE (*,*) ' '

C

C ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ФАЙЛА

C ЧИ ЧЕРЕЗ DATA?

C

WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗ DATA ---> 0'

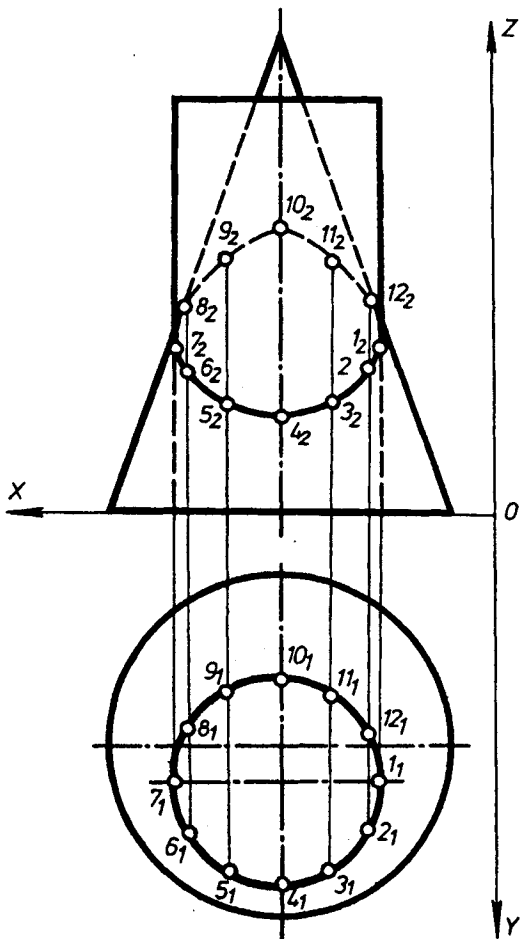


Рис. 6.16, а

```
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА ---> 1'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.1) GO TO 1
```

```
C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОГРАМИ
C
```

```
DATA PK/30., 35., 0., 30., 35., 70., 25. /
DATA PC1/30., 40., 0., 15., 60./
N=12
IP=1
GO TO 4
```

```
C
C ВВЕДЕННЯ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
```

```
1 OPEN (UNIT=10,FILE=' ', STATUS='OLD')
READ (10, 2) N, IP, PK, PC1
2 FORMAT ( // // // // // 2X, 12 // // 3X, 12 // // 2 ( 3 ( 2X,
F5. 0 // // ) ) 2X, F5. 0 /
* // 3 ( 2X, F5. 0 // // ) / 2X, F5. 0 // 2X, F5. 0 )
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
```

```
C
C ОСНОВА ЦИЛІНДРА ПАРАЛЕЛЬНА
C ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ ПРОЕКЦІЙ
C
```

```
4 CALL PKC (B, D, U, V, PK, PC1, N, IP)
```

```
C
C ЗАПИС ВИХІДНИХ ДАНИХ У ТЕКСТОВИЙ ФАЙЛ
C КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ КОНУСА З
C ЦИЛІНДРОМ ЗАПИСУЮТЬСЯ НА ДИСК У
C ВИГЛЯДІ ТАБЛИЦІ
C
```

```
OPEN (UNIT=6, FILE=' ', STATUS='NEW')
WRITE (6, 10)
WRITE (6, 20) IP, PK, PC1
IF (IP.EQ.1) CALL T3 (U, V, B, N)
IF (IP.EQ.2) CALL T6 (U, B, V, U, D, V, N)
IF (IP.EQ.3) CALL T6 (B, U, V, D, U, V, N)
WRITE (6, 30)
10 FORMAT ( // 2X, 24 (1H*), ' START- NG_07', 24
(1H*) // )
20 FORMAT (10X, 'ТЕМА: ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН
ПОВЕРХОНЬ:', 'КОНУС - ЦИЛІНДР'/
* /10X, 'ЗАВДАННЯ: ВИЗНАЧИТИ КООРДИНАТИ
* ТОЧОК ПЕРЕТИНУ КОНУСА'/
* 20X, '3 ЦИЛІНДРОМ: //10X, 'ВХІДНІ ДАНІ: '/2X,
* 'IP= '11/2X, 'PK - МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА',
* /2X, 7 (F7. 2)/2X, 'PC - МАСИВ ПАРАМЕТРІВ
* ЦИЛІНДРА'/2X, 5 (F7. 2) // )
30 FORMAT ( // 2X, 25 (1H*), ' ENDED - NG_07',
25 (1 H*) // )
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END
```

Основна прикладна програма NG_07 містить звертання до підпрограми PKC, яка розв'язує задачу на перетин конуса з циліндром для одного з зазначених у головній програмі випадків. Водночас підпрограма PKC містить звертання до підпрограми ТКР, яка розв'язує задачу на знаходження третьої проекції точки за двома заданими. Тексти обох цих підпрограм подані нижче:

Текст підпрограми PKC:

```
***** PKC ***** PKC ***** PKC ***** PKC *****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ
* КІНЦЬОЇ ПОВЕРХНІ З ЦИЛІНДРИЧНОЮ
* -----
```

```
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* PK — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА
* PC — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ ЦИЛІНДРА
* N — ПАРАМЕТР КРОКУ (КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК
* ПЕРЕТИНУ)
* IP — ІНДЕКС ПЛОЩИНИ (IP=1, 2, 3)
* -----
```

```
* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* U, V, B, D — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ
***** PKC ***** PKC ***** PKC ***** PKC *****
```

```
SUBROUTINE PKC (B, D, U, V, PK, PC, N, IP)
DIMENSION PK(7), PC(5)
DIMENSION Z(2)
DIMENSION B (N), D (N), U (N), V (N)
```

```
C
C ПОДІЛ КОЛА ЦИЛІНДРА НА N ЧАСТИН
CALL OD (U, V, PC (4), PC (1), PC (2), N, 1)
IF (IP.EQ.2) CALL OD (U, V, PC (4), PC (1), PC (3),
N, 1)
IF (IP.EQ.3) CALL OD (U, V, PC (4), PC (2), PC (3),
N, 1)
```

```
C
C ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ «ДАЛЬНИХ» І
C «БЛИЖНІХ» ТОЧОК ЛІНІЇ ПЕРЕТИНУ
DO 10 I=1, N
CALL ТКР (B (I), D (I), U (I), V (I), PK, IP, Z)
10 CONTINUE
RETURN
END
```


Текст підпрограми ТКР:

```

***** ТКР***** ТКР*****ТКР***** ТКР*****
* ОБЧИСЛЮЄ ТРЕТЮ КООРДИНАТУ ТОЧКИ, ЩО
* ЛЕЖИТЬ НА КОНУСІ, ЗА ДВОМА ЗАДАНИМИ
* КООРДИНАТАМИ
-----
* U, V — ВХІДНІ КООРДИНАТИ ТОЧКИ
* PK — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА
* IP — ІНДЕКС ПЛОЩИНИ (IP=1, 2, 3)
-----
* B, D — ШУКАНА КООРДИНАТА БЛИЖНЬОЇ І
* ДАЛЬНЬОЇ ТОЧОК
-----
* Z — РОБОЧИЙ МАСИВ
***** ТКР***** ТКР***** ТКР ***** ТКР*****

SUBROUTINE ТКР (B, D, U, V, PK, IP, Z)
DIMENSION PK (7)
DIMENSION Z (2)
DELT=ABS (PK (1)-PK (4))
DELTA=ABS (PK (2)-PK (5))
C АНАЛІЗ РОЗМІЩЕННЯ КОНУСА
IF (IP.EQ.2) GO TO 10
IF (IP.EQ.3) GO TO 20
IF (DELT.LT.1. E-5. AND. DELTA.LT.1.E-5) GO TO 5
IF (U.EQ.PK (4)) GO TO 2
CALL OP (X, Y, XX, YY, PK (7), PK (1), PK (2), PK (4),
PK (5), U, V)
DO 1 I=1, 2
CALL TV ( Z (I), U, PK (4), PK (6), X, PK (3))
X=XX
1 CONTINUE
GO TO 4
C
2 CALL OV (Y, YY, PK (7), PK (1), PK (2), PK (4))
DO 3 I=1,2
CALL TV (Z (I), V, PK (5), PK (6), Y, PK (3))
Y=YY
3 CONTINUE
4 B=AMINEL (Z (1), Z (2))
D=AMAXEL (Z (1), Z (2))
RETURN
C
5 CALL DL (RX, PK (1), PK (2), U, V)
CALL TV (B, (PK (1)+ RX), (PK (1)+ PK (7)),
PK (3), PK (4), PK (6))
D=B
RETURN
10 CALL TH (XR, V, (PK (1)+ PK (7)), PK (3), PK (4),
PK (6))
IF (DELT. LT.1. E-5.AND.DELTA. LT. 1. E-5)
GO TO 1
CALL TH (XA, V, PK (1), PK (3), PK (4), PK (6))
CALL TV (YA, XA, PK (1), PK (2), PK (4); PK (5))
CALL OV ( B, D, (XR-XA), XA, YA, U)
RETURN
C
11 CALL OV (B, D, (XR-PK (1)), PK (1), PK (2), U)
RETURN
20 CALL TH ( YR, V, (PK (2)+ PK (7)), PK (3), PK (5),
PK (6))
IF (DELT. LT. 1. E-5. AND. DELTA. LT. 1. E-5)
GO TO 21
CALL TH (YA, V, PK (2), PK (3), PK (5), PK (6))
CALL TH ( XA, YA, PK (1), PK (2), PK (4), PK (5))
CALL OH (B, D, (YR-YA), XA, YA, U)
RETURN
    
```

```

21 CALL OH(B,D,(YR-PK (2)), PK (1), PK (2), U)
RETURN
END
    
```

Протокол роботи програми NG_07
 Варіант введення вхідних даних через DATA
 Введені дані через DATA відповідають
 рис. 6.16, а.

C: \BGO>ng_07. exe

```

***** Працює програма NG_07*****
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗ DATA --> 0
ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА --> 1
0
File name missing or blank — please enter file name
UNIT 6? n_7.txt
Stop — Program terminated.
    
```

```

***** START - NG_07*****
    
```

ТЕМА: ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.

КОНУС — ЦИЛІНДР

ЗАВДАННЯ: Визначити координати точок перетину
 конуса з циліндром.

Вхідні дані:

IP=1

PK — масив параметрів конуса

30.00 35.00 .00 30.00 35.00 70.00 25.00

PC — масив параметрів циліндра

30.00 40.00 .00 15.00 60.00

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	15.00	40.00	25.73
2	17.01	47.50	19.52
3	22.50	52.99	15.42
4	30.00	55.00	14.00
5	37.50	52.99	15.42
6	42.99	47.50	19.52
7	45.00	40.00	25.73
8	42.99	32.50	32.96
9	37.50	27.01	39.32
10	30.00	25.00	42.00
11	22.50	27.01	39.32
12	17.01	32.50	32.96

```

***** ENDED - NG_07 *****
    
```

Варіант введення вхідних даних з файла
 Введені дані з файла відповідають рис. 6.16,б.

Приклад оформлення файла даних для
 програми NG_07:

```

*****
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG 07 (IP=1)
* ОСНОВА ЦИЛІНДРА ПАРАЛЕЛЬНА ПЛОЩИНІ Н
*****
    
```

Номер варіанта завдання

N=8

Індекс площини IP:

IP=1

Параметри конуса --> масив PK

Координати центра кола основи:

X=35

Y=35

Z=0

Координати вершини конуса:

X=35

Y=35

Z=65

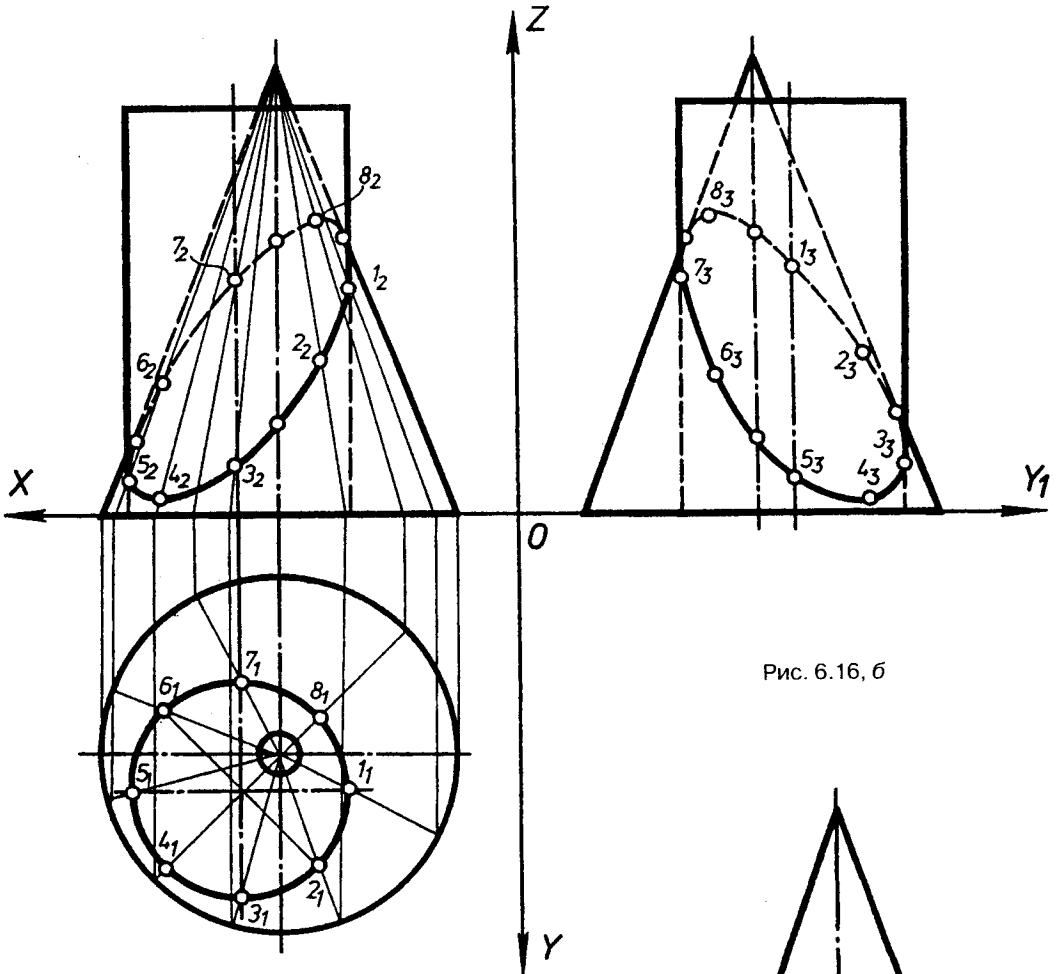


Рис. 6.16, б

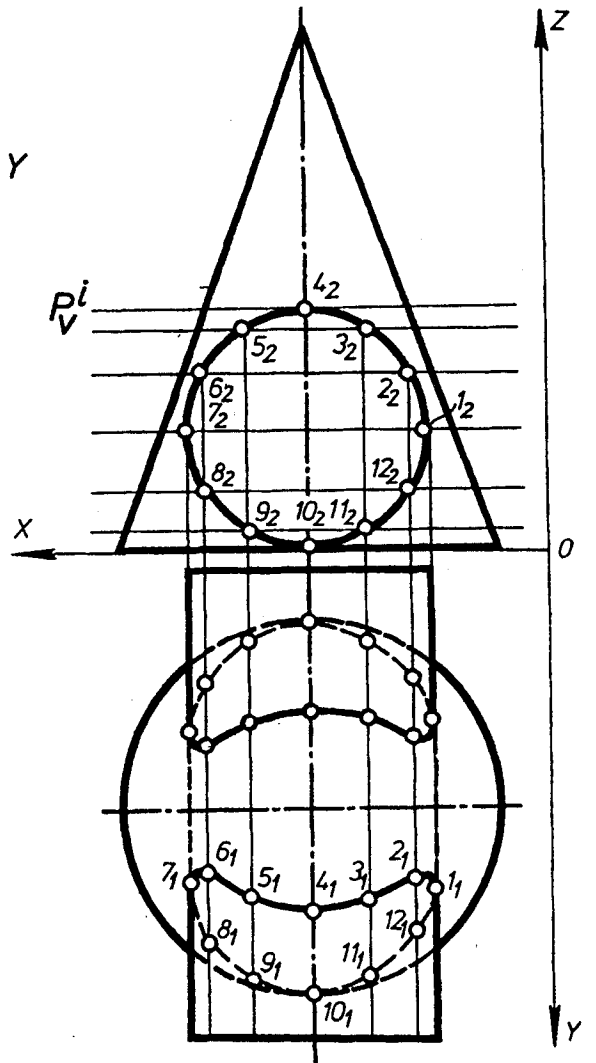


Рис. 6.16, в

Радіус кола основи:

$R=26$

Параметри циліндра -- --> масив PC1

Координати центра кола основи, паралельного H:

$X=41$

$Y=41$

$Z=0$

Радіус кола основи:

$R=16$

Висота циліндра:

$H=60$

C:\BGO>ng_07. exe

***** Працює програма NG_07 *****

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗ DATA -- --> 0

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- --> 1

1

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 10? ng_071.dat

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_71.txt

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_71. txt:

***** START - NG_07*****

ТЕМА: ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.

КОНУС — ЦИЛІНДР

ЗАВДАННЯ: Визначити координати точок перетину конуса з циліндром.

Вхідні дані:

IP=1

PK — масив параметрів конуса

35.00 35.00 .00 35.00 35.00 65.00 26.00

PC — масив параметрів циліндра

41.00 41.00 .00 16.00 60.00

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	25.00	41.00	35.85
2	29.69	52.31	19.72
3	41.00	57.00	7.99
4	52.31	52.31	3.79
5	57.00	41.00	7.99
6	52.31	29.69	19.72
7	41.00	25.00	35.85
8	29.69	29.69	46.21

***** ENDED - NG_07 *****

Введені дані з файла відповідають рис. 6.16,в.

Приклад оформлення файла даних для програми NG_07:

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_07 (IP=2)

* ОСНОВА ЦИЛІНДРА ПАРАЛЕЛЬНА ПЛОЩИНІ V

Кількість проміжних точок:

N=12

Індекс площини IP:

IP=2

Параметри конуса -- --> масив PK

Координати центра кола основи:

X=30

Y=35

Z=0

Координати вершини конуса:

X=30

Y=35

Z=70

Радіус кола основи:

R=25

Параметри циліндра -- --> масив PC2

Координати центра кола основи, паралельного V:

X=30

Y=2

Z=16

Радіус кола основи:

R=16

Висота циліндра:

H=50

Протокол роботи програми NG_07:

C: \BGO>ng_07.exe

***** Працює програма NG_07*****

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗ DATA -- --> 0

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- --> 1

1

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 10? ng_072.dat

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_72.txt

Stop — Program terminated.

***** START - NG_07*****

ТЕМА: ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.

КОНУС — ЦИЛІНДР

ЗАВДАННЯ: Визначити координати точок перетину конуса з циліндром.

Вхідні дані:

IP=2

PK — масив параметрів конуса

30.00 35.00 .00 30.00 35.00 70.00 25.00

PC — масив параметрів циліндра

30.00 2.00 16.00 16.00 50.00

Номер точки	Координати					
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	14.0	24.2	16.0	14.0	45.8	16.0
2	16.1	26.2	24.0	16.1	43.8	24.0
3	22.0	23.1	29.9	22.0	46.9	29.9
4	30.0	21.4	32.0	30.0	48.6	32.0
5	38.0	23.1	29.9	38.0	46.9	29.9
6	43.9	26.2	24.0	43.9	43.8	24.0
7	46.0	24.2	16.0	46.0	45.8	16.0
8	43.9	17.7	8.0	43.9	52.3	8.0
9	38.0	12.1	2.1	38.0	57.9	2.1
10	30.0	10.0	.0	30.0	60.0	.0
11	22.0	12.1	2.1	22.0	57.9	2.1
12	16.1	17.7	8.0	16.1	52.3	8.0

***** ENDED - NG_07 *****

Введені дані з файла відповідають рис. 6.16,г.

Приклад оформлення файла даних для програми NG_07:

* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_073 (IP=3)

* ОСНОВА ЦИЛІНДРА ПАРАЛЕЛЬНА ПЛОЩИНІ W

Кількість проміжних точок:

N=12

Індекс площини IP:

IP=3

Параметри конуса -- --> масив PK

Координати центра кола основи:

X=30

Y=35

Z=0

Координати вершини конуса:

X=30

Y=35

Z=70

Радіус кола основи:

R=25

Параметри циліндра -- --> масив PC3

Координати центра кола основи, паралельного W:

X=5

Y=35

Z=16

Радіус кола основи:

R=16

Висота циліндра:

H=55

Протокол роботи програми NG_07:

C: \BGO>ng_07.exe

***** Працює програма NG_07*****

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗ DATA -- --> 0

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА -- --> 1

1

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 10? ng_073.dat

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_73.txt

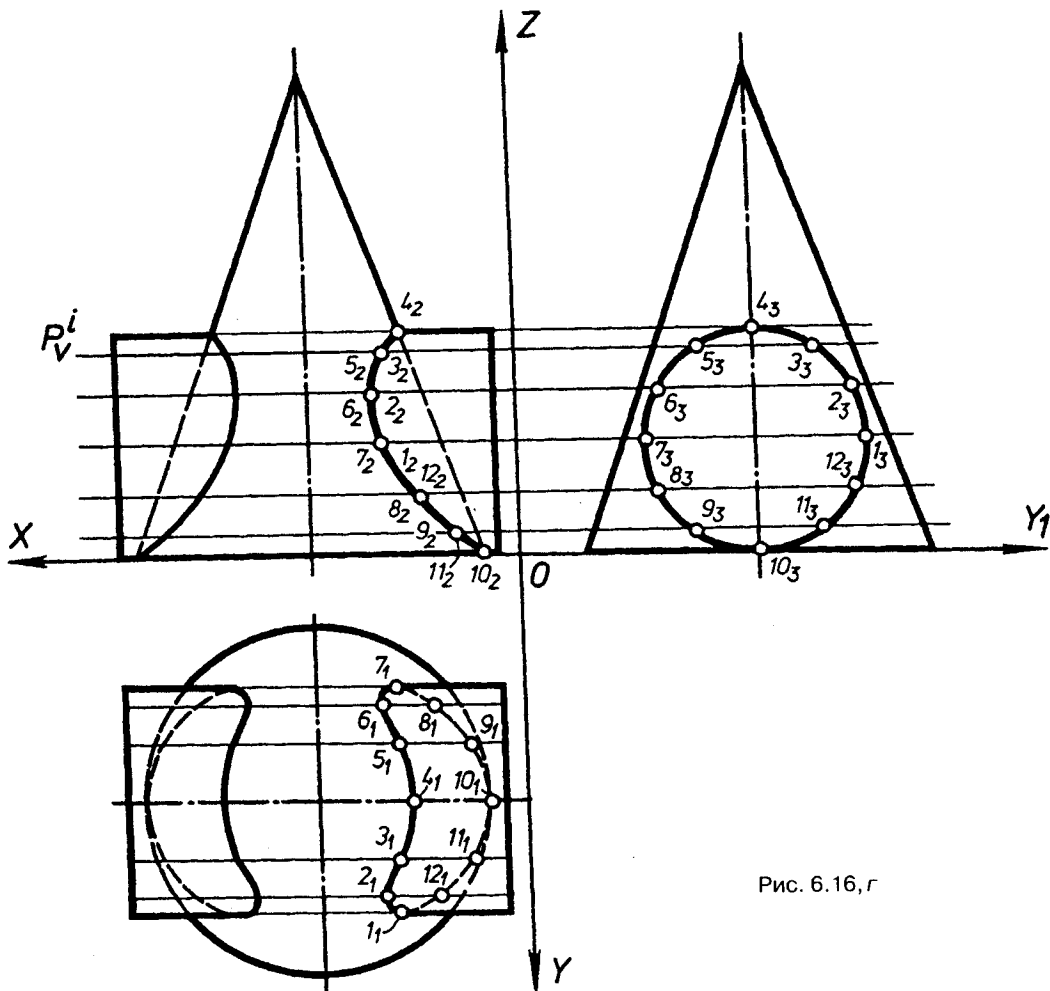


Рис. 6.16, г

Stop — Program terminated.

***** START - NG_07 *****

ТЕМА: ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ.
КОНУС — ЦИЛІНДР

ЗАВДАННЯ: Визначити координати точок перетину конуса з циліндром.

Вхідні дані:

IP=3

PK — масив параметрів конуса

30.00 35.00 .00 30.00 35.00 70.00 25.00

PC — масив параметрів циліндра

5.00 35.00 16.00 16.00 55.00

Номер точки

Координати

Номер точки	Координати					
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	19.2	19.0	16.0	40.8	19.0	16.0
2	21.2	21.1	24.0	38.8	21.1	24.0
3	18.1	27.0	29.9	41.9	27.0	29.9
4	16.4	35.0	32.0	43.6	35.0	32.0
5	18.1	43.0	29.9	41.9	43.0	29.9
6	21.2	48.9	24.0	38.8	48.9	24.0
7	19.2	51.0	16.0	40.8	51.0	16.0
8	12.7	48.9	8.0	47.3	48.9	8.0
9	7.1	43.0	2.1	52.9	43.0	2.1
10	5.0	35.0	.0	55.0	35.0	.0
11	7.1	27.0	2.1	52.9	27.0	2.1
12	12.7	21.1	8.0	47.3	21.1	8.0

***** ENDED - NG_07 *****

Задача 8. Побудувати проєкції перерізу піраміди площиною загального положення, заданою трьома точками. Побудувати розгортку бічної поверхні піраміди з нанесенням точок зрізу площиною загального положення (рис. 6.17).

Текст програми NG_08:

**** NG08**** NG08 **** NG08 ***** NG08 ****

- * ОБЧИСЛЮЄ:
- * 1. КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ЗАДАНОЮ ТРЬОМА ТОЧКАМИ.
- * 2. КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ ПІРАМІДИ З НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ.

-
- * ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
 - * X,Y,Z — ПАРАМЕТРИ ПЛОЩИНИ (МАСИВИ ТРЬОХ ТОЧОК)
 - * A(3) — МАСИВ КООРДИНАТ ВЕРШИНИ ПІРАМІДИ
 - * V(3,J) — МАСИВ КООРДИНАТ ТОЧОК ОСНОВИ ПІРАМІДИ
 - * J — КІЛЬКІСТЬ ВЕРШИН ОСНОВИ ПІРАМІДИ

-
- * ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
 - * XP,YP,ZP — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
 - * XR,YR — КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ

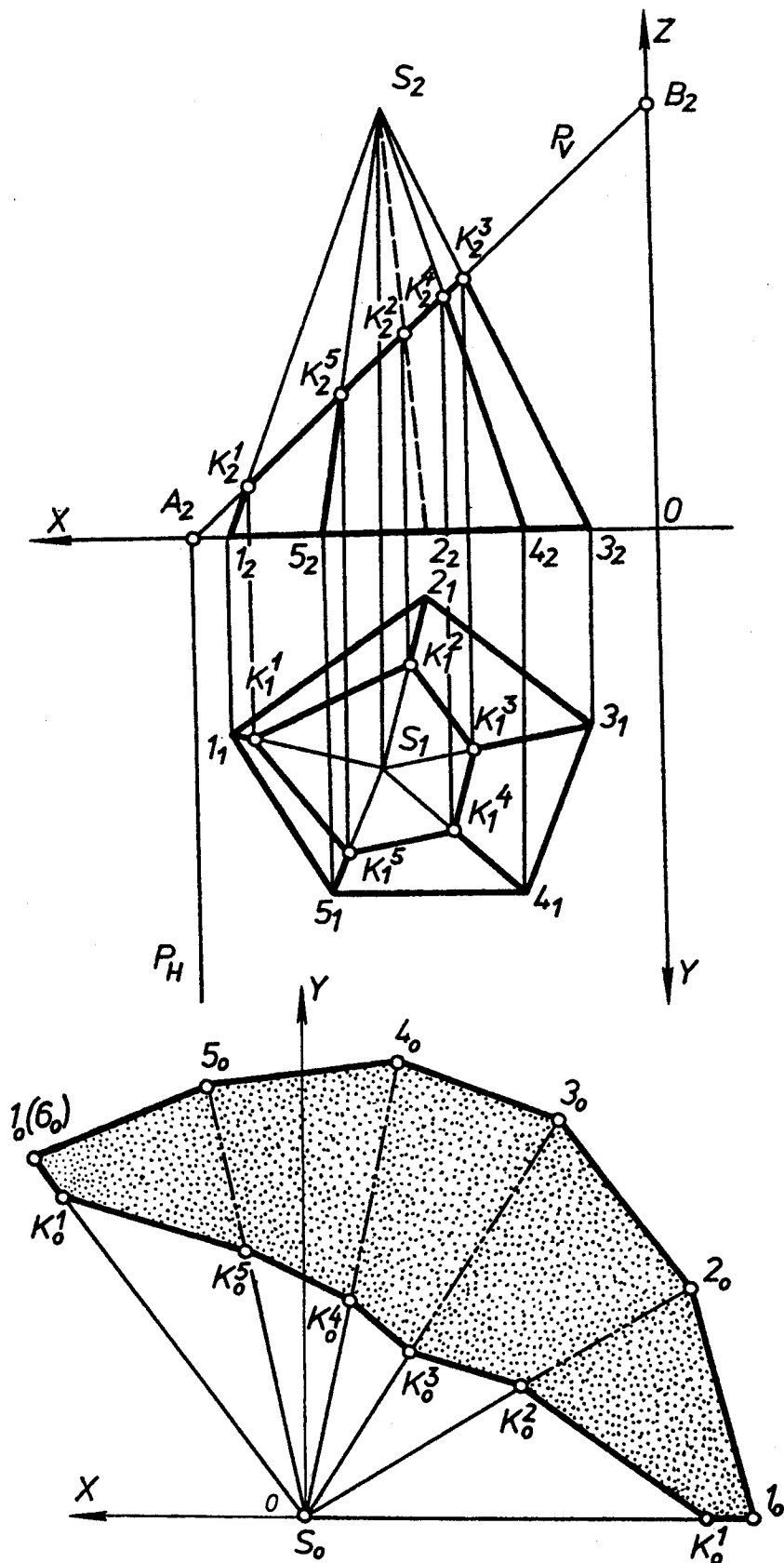


Рис. 6.17

```

* XS,YS — КООРДИНАТИ ТОЧОК ЛІНІЇ ЗРІЗУ НА
* РОЗГОРТЦІ
*****NG08 ***** NG08***** NG08***** NG08*****
PROGRAM NG_08
DIMENSION XR (100), YR (100), XS (100), YS (100)
DIMENSION XP (100), YP (100), ZP (100)
DIMENSION A (3), X (3), Y (3), Z (3)
DIMENSION B (3, 5)
WRITE (*,*) ' '
WRITE (*,*) 'ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_08'
WRITE (*,*) ' '
C ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ФАЙЛА
C ЧИ ЧЕРЕЗ DATA?
C
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З DATA
-- --> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА -- --> 2'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.2) GO TO 2
C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОГРАМИ
C
DATA A/42., 36., 65./
DATA X/70., 0., 0. /
DATA Y/0., 0., 60. /
DATA Z/0., 65., 65. /
DATA B/65., 30., 0., 35., 10., 0., 10., 30., 0., 20., 55., 0.,
* 50., 55., 0./
N=5
GO TO 4
C
C ВВЕДЕННЯ ДАНИХ З ФАЙЛА
C
2 OPEN (UNIT=10, FILE=' ', STATUS='OLD')
READ (10, 3)
*NV, X (1), Y (1), Z (1), X (2), Y (2), Z (2),
*X (3), Y (3), Z (3), *A (1), A (2), A (3), N, B (1, 1),
*B (2, 1), B (3, 1), B (1, 2), B (2, 2), B (3, 2), B (1, 3),
*B (2, 3), B (3, 3), B (1, 4), B (2, 4), B (3, 4), B (1, 5),
* B (2, 5), B (3, 5)
3 FORMAT ( //3X, 12//9 (/3X, F6. 0) //3 (/3X,
F6. 0)/
*/3X, 12//15 (/3X, F6.0))
CLOSE (UNIT=10, STATUS='KEEP')
C
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
C ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ
C
4 OPEN (UNIT=6, FILE=' ', STATUS='NEW')
WRITE (6, 10)
CALL SPIR (XP, YP, ZP, X, Y, Z, B, A, N)
C
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК РОЗГОРТКИ
C БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ЗРІЗУ НА
C РОЗГОРТЦІ
CALL RZPIR (XR, YR, XS, YS, B, A, XP, YP, ZP, N+1)
C
C ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ФАЙЛ
C
WRITE (6, 20)
CALL T3 (XP, YP, ZP, N)
WRITE (6, 30)
CALL T4 (XR, YR, XS, YS, N+1)
WRITE (6, 40)
C

```

```

C ФОРМАТИ, В ЯКИХ ВИВОДИТЬСЯ ІНФОРМАЦІЯ
C
10 FORMAT (/2X, 24 (1H*) 'STARTED- NG_08',
24 ( 1H*))
20 FORMAT (10X, ' ТЕМА: ПЕРЕРІЗ ПІРАМІДИ
ПЛОЩИНОЮ.'//
*16X, 'КООРДИНАТИ ТОЧОК ЗРІЗУ')
30 FORMAT(///10X, 'ТЕМА: РОЗГОРТКА БІЧНОЇ
ПОВЕРХНІ ПІРАМІДИ'/ 16X, 'З НАНЕСЕННЯМ
* ТОЧОК ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ'//
* 16X, 'КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ')
40 FORMAT (/2X, 25 (1H*) 'ENDED- NG_08', 25 (1H*))//
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END

```

Основна прикладна програма NG_08 містить звертання до підпрограми SPIR, яка розв'язує задачу на переріз піраміди площиною, і до підпрограми RZPIR, яка використовує результати роботи підпрограми SPIR і розв'язує основну задачу. Тексти обох підпрограм подані нижче:

Текст підпрограми SPIR:

```

***** SPIR***** SPIR***** SPIR***** SPIR*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
* ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ
*
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XYZO — МАСИВ КООРДИНАТИ ТОЧОК ОСНОВИ
* ПІРАМІДИ
* X,Y,Z — МАСИВИ ПАРАМЕТРІВ ПЛОЩИНИ
* (КООРДИНАТИ ТОЧОК)
* AV(3) — КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ ПІРАМІДИ
* (МАСИВ)
* N — КІЛЬКІСТЬ ВЕРШИН ОСНОВИ ПІРАМІДИ
*
* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XT, YT, ZT — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК
* ПЕРЕРІЗУ
*

```

```

***** SPIR***** SPIR***** SPIR***** SPIR*****
SUBROUTINE SPIR ( XT, YT, ZT, X, Y, Z, XYZO, AV, N)
DIMENSION XYZO (3, N), AV(3),X(3),Y(3),Z(3)
DIMENSION XT(N),YT(N),ZT(N)
DO 10 I=1,N
A=XYZO(1,I)
B=XYZO(2,I)
C=XYZO(3,I)
CALL ZP1(XT(I),YT(I),ZT(I), X, Y, Z, A, B, C, AV( 1),
AV( 2), AV( 3))
10 CONTINUE
RETURN
END

```

Текст підпрограми RZPIR:

```

***** RZPIR ***** RZPIR ***** RZPIR ***** RZPIR *****
* ОБЧИСЛЮЄ: КООРДИНАТИ ТОЧОК
* РОЗГОРТКИ БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ ПІРАМІДИ З
* НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ
* ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ.
*
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XYZO — МАСИВ КООРДИНАТИ ТОЧОК ОСНОВИ
* ПІРАМІДИ
* AV(3) — КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ ПІРАМІДИ
* (МАСИВ)
* N — КІЛЬКІСТЬ ВЕРШИН ОСНОВИ ПІРАМІДИ
*

```

```

*   ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
*   XP,YP — КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ
*   БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ
*   XS,YS — КООРДИНАТИ ТОЧОК ЛІНІЇ ЗРІЗУ НА
*   РОЗГОРТЦІ
***** RZPIR ***** RZPIR ***** RZPIR ***** RZPIR *****
SUBROUTINE RZPIR (XP, YP, XS, YS, XYZO, AV, X, Y,
Z, N)
DIMENSION XP (N), YP (N), XS (N), YS (N), X (N),
Y (N), Z (N)
DIMENSION AV (3), XYZO (3, N)
X (N) =X (1)
Y (N) =Y (1)
Z (N) =Z (1)
XYZO (1, N) =XYZO (1, 1)
XYZO (2, N) =XYZO (2, 1)
XYZO (3, N) =XYZO (3, 1)
CALL DV (ST1, AV (1), AV (2), AV (3), X (1), Y (1),
Z (1))
CALL DV (S1, AV (1), AV (2), AV (3), XYZO (1, 1),
XYZO (2, 1), XYZO (3, 1))
XP (1) =-S1
YP (1) =0.
XS (1) =-ST1
YS (1) =0.
ALFA1=0.
M=N-1
DO 10 I=1, M
X1=XYZO (1, I)
Y1=XYZO (2, I)
Z1=XYZO (3, I)
K=I+1
X2=XYZO (1, K)
Y2=XYZO (2, K)
Z2=XYZO (3, K)
CALL DV (S1, AV (1), AV (2), AV (3), X1, Y1, Z1)
CALL DV ( S2, AV(1), AV( 2), AV(3), X2, Y2, Z2)
CALL DV ( S3, X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2)
CALL DV (ST, AV(1), AV(2), AV(3), X(K), Y(K), Z(K))
CALL 00 (U, V, D, DD, S3, 0., 0., S1, S2, 0.)
CALL UG ( ALFA, A, S2, 0., U, V, 0., 0.)
ALFA=ALFA+ ALFA1
CALL TD ( XP( K), YP(K), ALFA, S2, 0., 0.)
CALL TD (XS (K), YS (K), ALFA, ST, 0., 0.)
ALFA1=ALFA
10 CONTINUE
RETURN
END
    
```

Приклад оформлення файла даних для програми NG_08:

```

*****
*   ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_08
*****
Номер варіанта завдання
NV=1
Параметри площини:
XA=70
YA=0
ZA=0
XB=0
YB=0
ZB=65
XC=0
YC=60
ZC=65
    
```

Параметри точки S:

```

XS=42
YS=36
ZS=65
Кількість точок основи:
N=5
Параметри основи піраміди:
X1 =65
Y1=30
Z1=0
X2=35
Y2=10
Z2=0
X3=10
Y3=30
Z3=0
X4=20
Y4=55
Z4=0
X5=50
Y5=55
Z5=0
    
```

Протокол роботи програми NG_08

C: \BGO>ng_08. exe

Працює програма NG08

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З DATA --> 1

ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З ФАЙЛА --> 2

1

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_8.txt

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_8. txt

***** STARTED - NG_08*****

ТЕМА: ПЕРЕРІЗ ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ

Координати точок перерізу

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	62.55	30.64	6.91
2	38.18	21.82	29.55
3	28.82	33.53	38.24
4	31.96	44.67	35.33
5	47.42	48.87	20.97

ТЕМА: РОЗГОРТКА БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ ПІРАМІДИ З НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ

Координати точок розгортки

Номер точки	Координати			
	X	Y	X	Y
1	-69.21	.00	-61.85	.00
2	-60.97	35.10	-33.26	19.15
3	-40.94	60.07	-16.86	24.74
4	-15.70	69.45	-7.17	31.71
5	14.17	66.70	9.60	45.18
6	41.15	55.65	36.77	49.73

***** ENDED - NG_08*****

Задача 9. Побудувати проекції перерізу конуса площиною. Побудувати розгортку бічної поверхні конуса з нанесенням точок зрізу площиною загального положення (рис. 6.18).

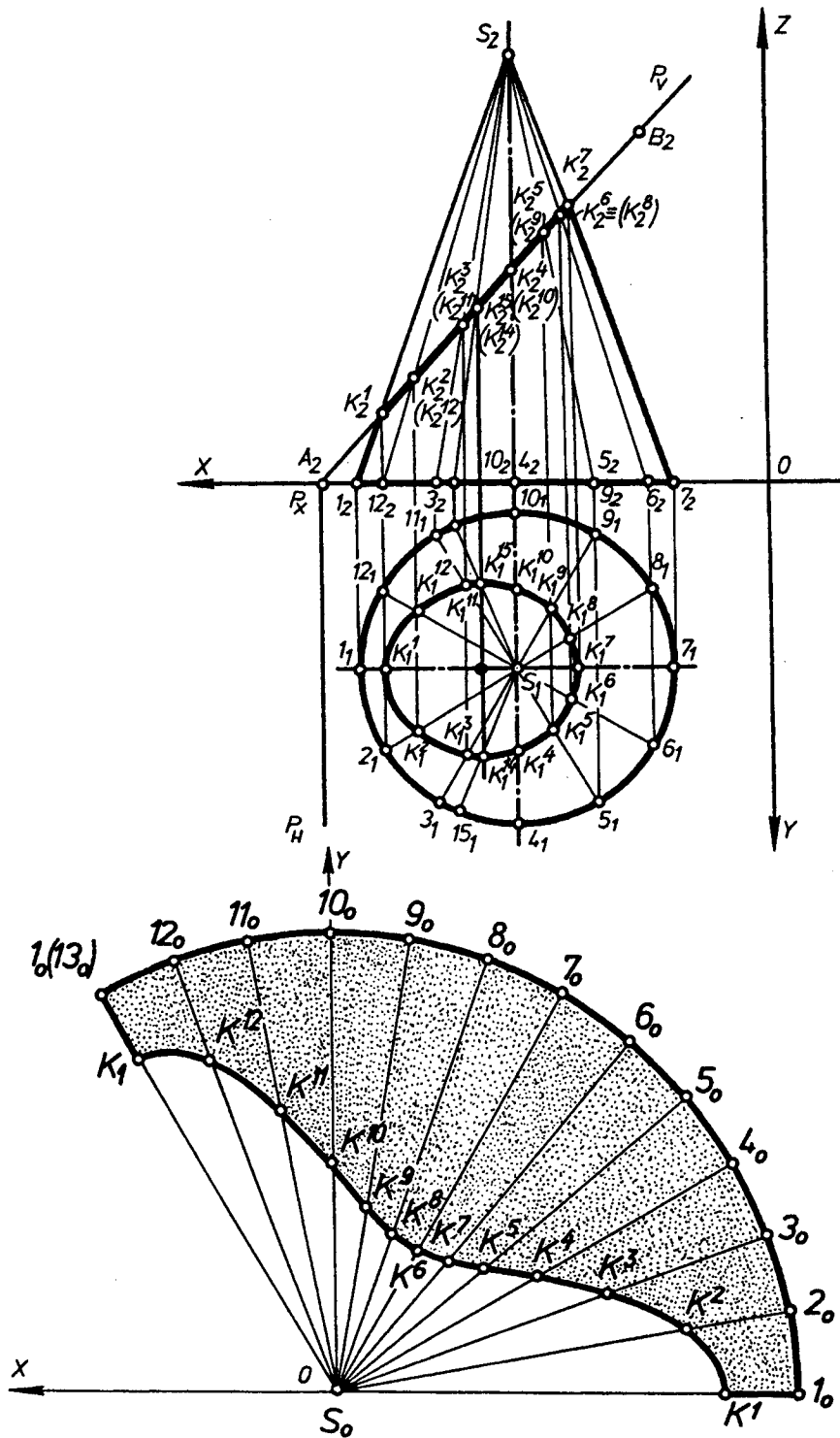


Рис. 6.18

Текст програми NG_09:

***** NG09 ***** NG09 ***** NG09 ***** NG09 *****

- * ОБЧИСЛЮЄ:
- * 1. КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ КОНУСА ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ЗАДАНОЮ ТРЬОМА ТОЧКАМИ.
- * 2. КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ КОНУСА З НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК РІЗІ ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ.

-
- * ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
 - * X,Y,Z — МАСИВИ ПАРАМЕТРІВ ПЛОЩИНИ
 - * AK — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА
 - * (КООРДИНАТИ ЦЕНТРА КОЛА ОСНОВИ,
 - * КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ КОНУСА, РАДІУС КОЛА
-
- * ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
 - * XR,YR,ZR — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ


```

* UB,VB — КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ
* БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ
* US,VS — КООРДИНАТИ ТОЧОК ЛІНІЇ ЗРІЗУ НА
* РОЗГОРТЦІ
***** NG09 ***** NG09 ***** NG09 ***** NG09 *****

PROGRAM NG_09
DIMENSION U (100), V (100), W (100), XP (100),
YP (100), ZP (100)
DIMENSION UB (100), VB (100), US (100), VS (100)
DIMENSION AK (7), X (3), Y (3), Z (3)
DIMENSION A (3), B (3, 100)
WRITE (*,*) '
WRITE (*,*) 'ПРАЦЮЄ ПРОГРАМА NG_09'
WRITE (*,*) '

C
C ВИБІР ВАРІАНТА ВВЕДЕННЯ ДАНИХ: З ФАЙЛА
C ЧИ ЧЕРЕЗ DATA?
C
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З DATA
--> 1'
WRITE (*,*) 'ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ДАНИХ З
ФАЙЛА --> 2'
READ (*,*) M
IF (M.EQ.2) GO TO 2

C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОГРАМИ
C
DATA AK/38., 28., 0., 38., 28., 63., 23./
DATA X/66., 18., 66./
DATA Y/0., 0., 55./
DATA Z/0., 52., 0./
N=8
GO TO 4

C
C ВВЕДЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ З ФАЙЛА
C
2 OPEN (UNIT=10,FILE=' ', STATUS='OLD')
READ (10, 3) N, AK, X(1),Y(1),Z(1),X(2),Y(2),Z(2),
* X(3),Y(3),Z(3)
3 FORMAT (////////2X, 12///2 (3 (2X, F5. 0//) 2X,
F5.0/
* ///3 (3 (3X, F5.0//)))
CLOSE(UNIT=10,STATUS='KEEP')
4 OPEN (UNIT=6,FILE=' ', STATUS='NEW')
WRITE (6,10)

C
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
C КОНУСА ПЛОЩИНОЮ
C
CALL KONS(XP, YP, ZP,U,V,W,X,Y, Z,AK, N)

C
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК РОЗГОРТКИ
C БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ
C ОБЧИСЛЕННЯ КООРДИНАТ ТОЧОК ЗРІЗУ НА
C РОЗГОРТЦІ
C
CALL RZKON(UB,VB,US,VS,U,V, W,XP, YP, ZP, AK,
N+1,A,B)

C
C ЗАПИС ВИХІДНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ФАЙЛ
C
WRITE (6,20)
CALL T3(XP,YP,ZP,N)
WRITE (6,30)
CALL T4(UB,VB,US,VS,N+1)
WRITE (6,40)
10 FORMAT(/2X,24(1H*), 'STARTED- NG_09', 24(1H*)/)
20 FORMAT(10X,'ТЕМА: ПЕРЕРІЗ КОНУСА

```

```

*ПЛОЩИНОЮ'//
* 16X,'Координати точок зрізу')
30 FORMAT(///10X,'ТЕМА: Розгортка бічної
поверхні конуса'/
* 16X,'з нанесенням точок зрізу площиною'//
* 16X,'Координати точок розгортки')
40 FORMAT (/2X, 25 (1H*),'ENDED - NG_09', 25 (1H*)//)
CLOSE (UNIT=6, STATUS='KEEP')
STOP
END

```

Основна прикладна програма NG_09 містить звертання до підпрограми KONS, яка розв'язує задачу на переріз конуса площиною, і до підпрограми RZKON, яка використовує результати роботи підпрограми KONS і розв'язує основну задачу. Тексти обох цих підпрограм подані нижче:

Текст підпрограми KONS:

```

***** KONS***** KONS***** KONS***** KONS*****
* ОБЧИСЛЮЄ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕРІЗУ
* КОНУСА ПЛОЩИНОЮ
* -----
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* AK — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА
* X,Y,Z — МАСИВИ ПАРАМЕТРІВ ПЛОЩИНИ
* (КООРДИНАТИ ТОЧОК)
* N — ПАРАМЕТР КРОКУ (КІЛЬКІСТЬ ТОЧОК
* ПЕРЕРІЗУ)
* -----
* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* XM,YM,ZM — МАСИВИ КООРДИНАТ ТОЧОК
* ПЕРЕРІЗУ
* -----
* U, V,W — РОБОЧІ МАСИВИ
***** KONS***** KONS***** KONS***** KONS*****
SUBROUTINE KONS (XM, YM, ZM, U, V, W, X, Y, Z, AK, N)
DIMENSION AK (7), X (3), Y (3), Z (3)
DIMENSION XM ( N), YM (N), ZM (N), U (N), V (N),
W (N)
C ПОДІЛ КОЛА ОСНОВИ НА N ЧАСТИН
CALL OD1 ( U, V, AK (7), AK (1), AK (2), N, 3,-1)
DO 10 I=1, N
W (I) =AK (3)
C ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ПРОМІЖНИХ
C ТВІРНИХ З ЗАДАНОЮ ПЛОЩИНОЮ
C ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ
CALL ZP1 (XM (I), YM (I), ZM (I), X, Y, Z, AK (4), AK (5),
* AK (6), U (I), V (I), W (I))
10 CONTINUE
RETURN
END

```

Текст підпрограми RZKON:

```

***** RZKON***** RZKON***** RZKON***** RZKON*****
* ОБЧИСЛЮЄ:
* КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ БІЧНОЇ
* ПОВЕРХНІ КОНУСА З НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК
* ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ
* -----
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
* X, Y, Z — МАСИВИ ПАРАМЕТРІВ ПЛОЩИНИ
* AK — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ КОНУСА
* (КООРДИНАТИ ЦЕНТРА КОЛА ОСНОВИ,
* КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ КОНУСА, РАДІУС
* КОЛА)
* U, V, W — МАСИВ ПАРАМЕТРІВ ТОЧОК ЗРІЗУ
* -----

```

* ВИХІДНІ ПАРАМЕТРИ:
 * XP, YP — КООРДИНАТИ ТОЧОК РОЗГОРТКИ
 * БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ
 * XS, YS — КООРДИНАТИ ТОЧОК ЛІНІЇ ЗРІЗУ НА
 * РОЗГОРТЦІ

```
***** RZKON***** RZKON***** RZKON***** RZKON*****
SUBROUTINE RZKON ( XP, YP, XS, YS, U, V, M, X, Y, Z,
AK, N, A, B)
DIMENSION XP (N), YP (N), XS (N), YS (N), U (N),
V (N), W (N)
DIMENSION X (N), Y (N), Z (N), AK (7), A (3), B (3, N)
A (1) =AK (4)
A (2) =AK (5)
A (3) =AK (6)
M=N-1
DO 10 I=1, M
  B(1, I) =U(I)
  B(2, I) =V(I)
  B(3, I) =W (I)
10 CONTINUE
CALL RZPI R ( XP, YP, XS, YS, B, A, X, Y, Z, N)
RETURN
END
```

Приклад оформлення файла даних для програми NG_09:

```
*****
* ВХІДНІ ПАРАМЕТРИ ДЛЯ ПРОГРАМИ NG_09
*****
```

Кількість вихідних точок
N=12

Параметри конуса --> масив AK

Координати центра кола основи:

X=38.

Y=28.

Z=0.

Координати вершини конуса:

X=38.

Y=28.

Z=64.

Радіус кола основи:

R=23.

Параметри площини — масиви трьох точок

Координати першої точки:

X1=66.

Y1=0.

Z1=0.

Координати другої точки:

X2=18.

Y2=0.

Z2=52.

Координати третьої точки:

X3=66.

Y3=55.

Z3=0.

Протокол роботи програми NG_09

C: \BGO>ng_09.exe

Працює програма NG09

Введення вхідних даних з DATA --> 1

Введення вхідних даних з файла --> 2

2

File name missing or blank - please enter file name
UNIT 10? ng_09.dat

File name missing or blank — please enter file name

UNIT 6? n_9.txt

Stop — Program terminated.

Зразок вихідної інформації, виведеної у файл n_9. txt:

```
***** STARTED - NG_09 *****
```

ТЕМА: ПЕРЕРІЗ КОНУСА ПЛОЩИНОЮ.

Координати точок перерізу

Номер точки	Координати		
	X	Y	Z
1	57.81	28.00	8.87
2	53.81	37.13	13.21
3	45.51	41.01	22.20
4	38.00	40.10	30.33
5	32.94	36.77	35.82
6	30.16	32.52	38.82
7	29.29	28.00	39.77
8	42.99	32.50	32.96
9	32.94	19.23	35.8
10	38.00	15.90	30.33
11	45.51	14.99	22.20
12	53.81	18.87	13.21

ТЕМА: РОЗГОРТКА БІЧНОЇ ПОВЕРХНІ КОНУСА
З НАНЕСЕННЯМ ТОЧОК ЗРІЗУ ПЛОЩИНОЮ

Координати точок розгортки

Номер точки	Координати			
	X	Y	X	Y
1	-68.01	.00	-58.58	.00
2	-66.97	11.86	-53.15	9.41
3	-63.87	23.36	-41.72	15.26
4	-58.82	34.14	-30.94	17.96
5	-51.96	43.87	-22.88	19.32
6	-43.52	52.26	-17.12	20.56
7	-33.74	59.05	-12.77	22.36
8	-22.92	64.03	-9.02	25.19
9	-11.40	67.04	-5.02	29.52
10	.46	68.01	.24	35.77
11	12.32	66.88	8.04	43.69
12	23.79	63.71	18.88	50.56
13	34.54	58.59	29.75	50.47

```
***** ENDED - NG_09 *****
```

Поданий у розділі 6 набір базових графічних операцій задовольняє потреби формалізованого опису методів побудови найскладніших проєкційних зображень.

Модульний принцип побудови пакета прикладних програм БГО дає змогу користувачам самостійно нарощувати можливості формалізованого опису нових графічних методів побудови зображень шляхом поповнення бібліотеки BGO.LIB підпрограмами з новими функціональними можливостями.

Умови задач та індивідуальних варіантів завдань для розв'язування їх за допомогою комп'ютера можна взяти відповідно з розділів 1–5 або додатка (завдання 1–26).

7. ПЕРСПЕКТИВА

7.1. Загальні відомості. Перспектива точок

Зображення предметів на проєкційних поверхнях, побудоване за методом центрального проєкціювання з урахуванням закономірностей і особливостей зорового сприйняття людиною навколишнього простору, називається перспективою.

Вивчаючи та досліджуючи закони зображення предметів залежно від уявної зміни їх величини, обрисів, чіткості та світлотіньових співвідношень, зумовлених ступенем віддаленості від глядача, перспектива, як наука, є однією з найбільш наочних проєкційно-зображальних систем.

Розрізняють геометричну, повітряну, аналітичну та інші види перспективи.

До геометричної перспективи належать лінійна, панорамна і сферична перспективи залежно від форми поверхні, на якій будується зображення.

Лінійна перспектива вивчає способи побудови перспективних зображень ліній контуру предметів на поверхні проєкцій — площині. При цьому площину проєкцій здебільшого вибирають вертикально.

Для побудови перспективного зображення користуються апаратом проєкціювання — системою площин, ліній і точок (рис. 7.1).

Основними елементами апарата проєкціювання є: предметна площина H , на якій розташований зображуваний предмет; картинна площина (картина) K — вертикальна площина основних проєкцій, що міститься між глядачем і об'єктом зображення перпендикулярно до предметної площини H , нейтра-

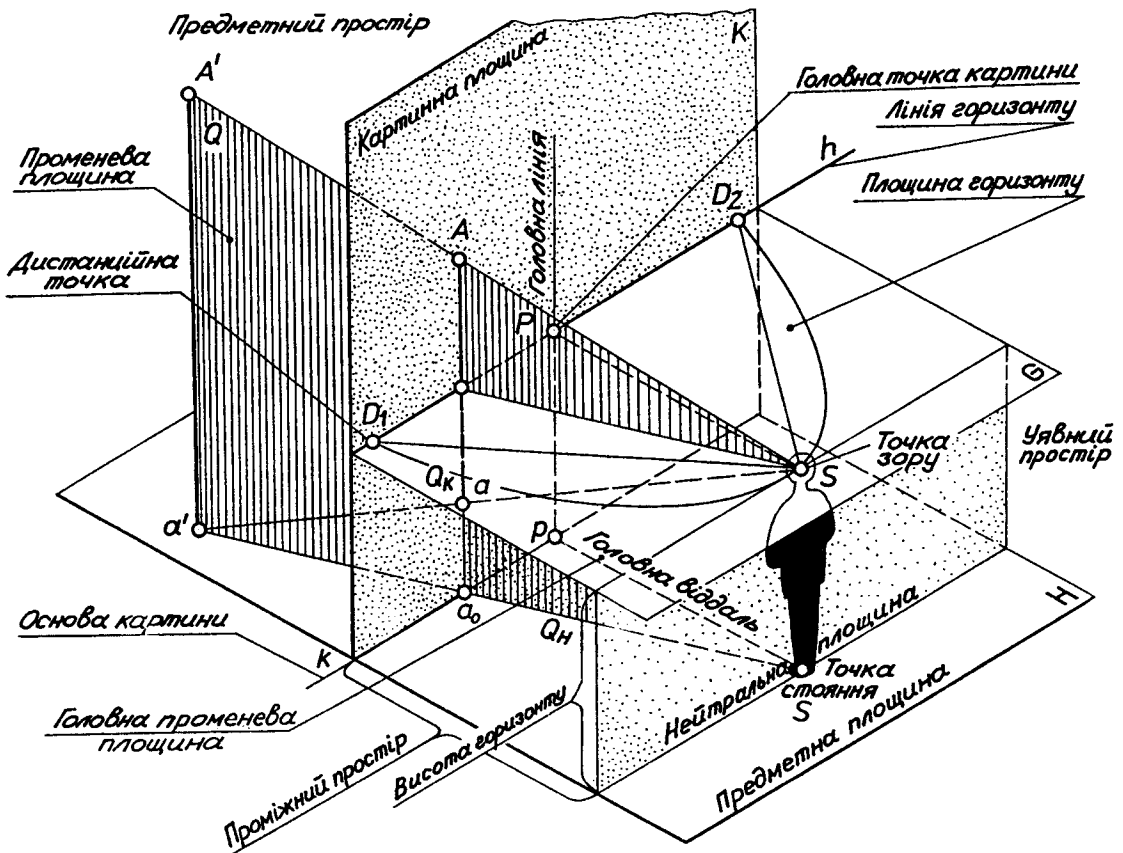


Рис. 7.1

льна площина N (площина глядача), яка проходить через точку S паралельно картинній площині; площина горизонту G — площина, проведена через точку S паралельно предметній площині.

Площини K і N поділяють весь простір на три частини: предметний — за картиною, нейтральний (або проміжний) — між картиною і нейтральною площиною та уявний — за глядачем (перед нейтральною площиною).

Назвемо також характерні точки та лінії апарата проєкціювання. Точка S , яка визначає положення ока глядача відносно картини і предметної площини, називається точкою зору. Точка стояння s (основа точки зору) — основа перпендикуляра, опущеного з точки S на площину H , а довжина перпендикуляра Ss — висота точки зору. Головною точкою картини P називається прямокутна проєкція точки зору S на картинну площину K , зоровою відстанню D (відстань від глядача до картини) — довжина перпендикуляра SP . Лінія kk перетину площин H і K називається основою картини. Лінія горизонту hh — лінія перетину площини горизонту з картиною проходить через точку P паралельно основі картини.

Висота горизонту — перевищення точки зору S над предметною площиною.

Перспектива точки

1. Перспективою точки (центральною проєкцією точки на картинну площину) називають точку перетину з картинною площиною проєкційного променя, спрямованого з центра проєкцій до точки. Однак ця проєкція не визначає положення точки у просторі, позаяк усі точки, які лежать на проєкційному промені, спроєкціюються в одну точку. Тому, крім перспективи заданої точки, треба побудувати на картині ще й перспективу її основи.

2. Під час центрального проєкціювання точка може займати такі положення:

а) довільне, якщо вона міститься у предметному просторі;

б) певне, якщо вона лежить на предметній або картинній площині (рис. 7.2).

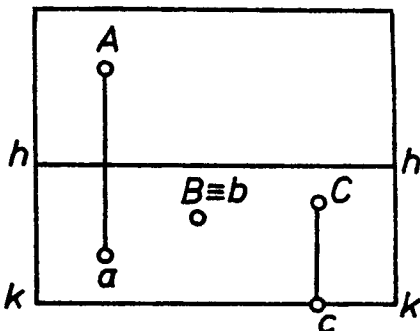


Рис. 7.2

3. Положення точки в просторі проєкційного апарата визначається на картині розташуванням перспективи точки і перспективи її основи (рис. 7.3):

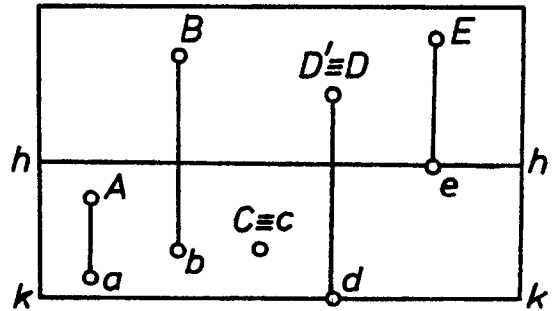


Рис. 7.3

а) якщо точка міститься у предметному просторі нижче від площини горизонту, то перспектива цієї точки та її основи лежать на лінії зв'язку між лінією горизонту й основою картини і не збігаються (точка A). Точка B розташована у предметному просторі вище площини горизонту;

б) якщо точка лежить на предметній площині, то перспективи точки та її основи збігаються (точка C);

в) якщо точка лежить на картинній площині, то перспектива точки збігається з точкою, а перспектива її основи лежить на основі картини (точка D);

г) якщо точка міститься у нескінченності, то перспектива основи точки лежить на лінії горизонту (точка E).

4. Перспективні зображення точки можуть бути показані в координатній системі проєкційного апарата, в якій вісь абсцис x збігається з основою kk картини, вісь ординат y — з відрізком sp і вісь аплікат z — з відрізком Pp , а за початок аксонометричних осей править точка p — основа головної точки картини.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Що таке перспектива? Які є види перспективи і в чому полягає їх суть?

2. Назвіть елементи проєкційного апарата і картини.

3. Що таке перспектива точки? Що таке основа точки?

4. Який зв'язок існує між перспективою точки та її основою?

5. Розкажіть про розташування у просторі проєкційного апарата кожної з точок за заданими (на картині) їх перспективами (рис. 7.4).

6. Яка точка (рис. 7.5) розташована найдалі від картинної площини, а яка — найближче до предметної площини?

7. Яка точка (на картині) править за початок осей координат?

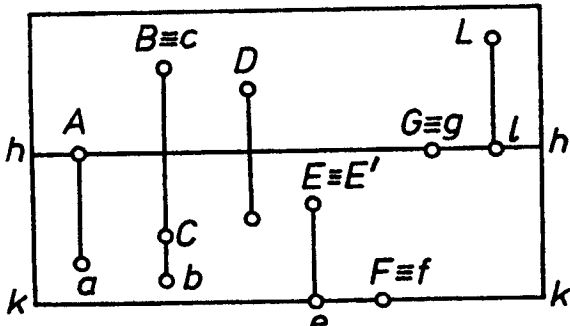


Рис. 7.4

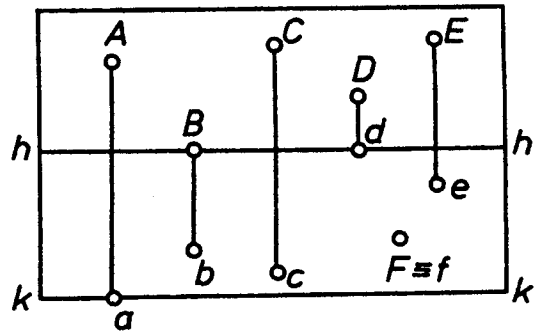


Рис. 7.5

ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Задано точку A' ($x = 15, y = -20, z = 0$). Побудувати перспективу точки на проєкційному апараті, а також перенести зображення A перспективи точки A' з картинної площини апарата на картину (рис. 7.6).

Розв'язання. Побудову виконуємо у такій послідовності.

1. За заданими координатами точки A' будемо її аксонометричну проєкцію, беручи коефіцієнти скорочення на осях x, y і z такими, що дорівнюють одиниці.

2. За аксонометрією точки A' відомим способом будемо її перспективу A , яка збігається з перспективою основи точки ($A \equiv a$).

3. Переносимо побудовану перспективу A точки A' на картину ліворуч від лінії головного вертикала нижче від лінії горизонту. Отже, точка A лежить у предметній площині на лівій половині картини.

Приклад 2. На картині (рис. 7.7, а) задано точку Aa . Побудувати точку A' у просторі проєкційного апарата (рис. 7.7, б).

Розв'язання. Беручи до уваги те, що точка A лежить над лінією горизонту, а точка

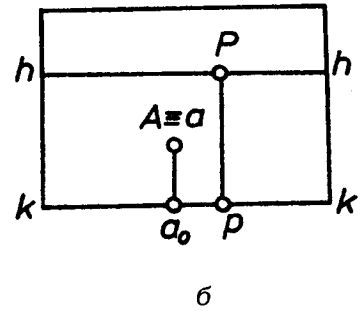
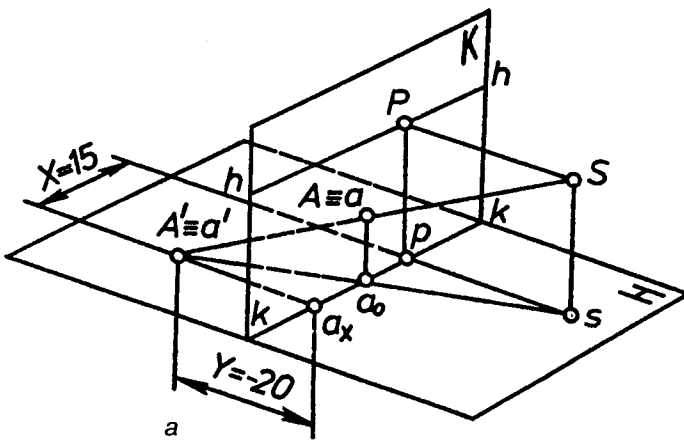


Рис. 7.6

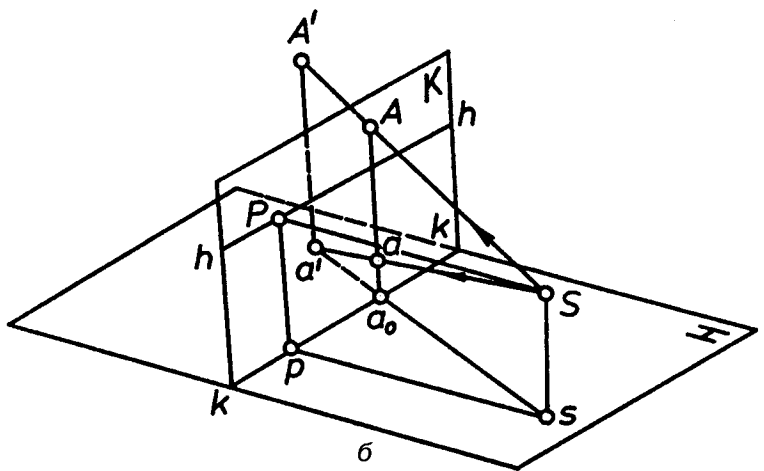
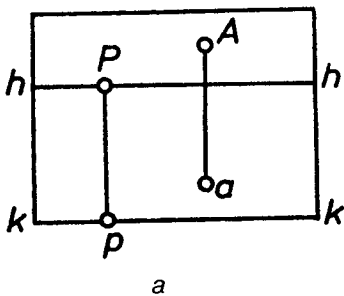


Рис. 7.7

a — під лінією горизонту праворуч від лінії головного вертикала, доходимо висновку, що точка A' розташована в предметному просторі над площиною горизонту на правій половині картини.

Побудову виконаємо у такій послідовності.

1. Переносимо на картинну площину проєкційного апарата точки A і a із заданої картини, зберігаючи відповідні відстані цих точок від лінії горизонту і головного вертикала.

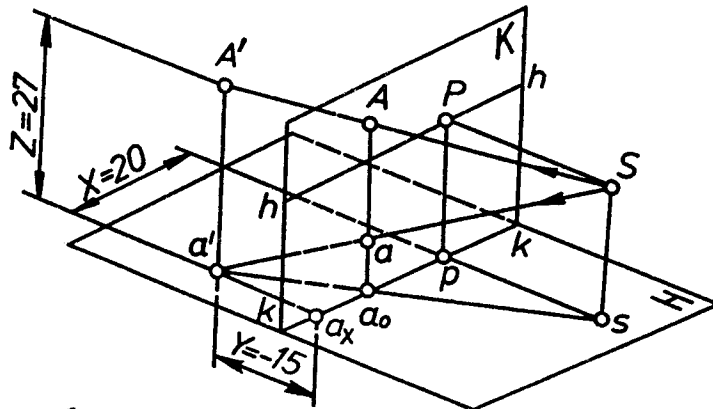
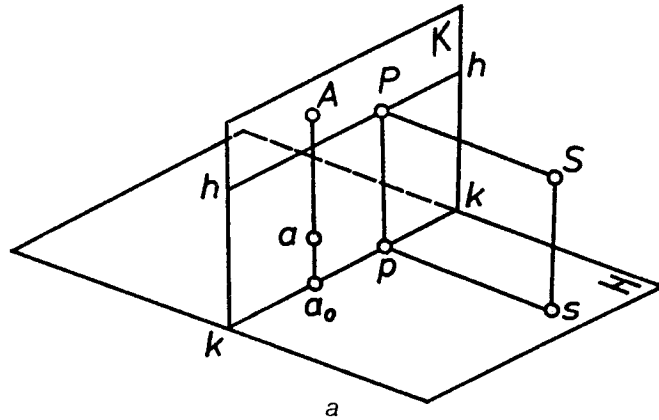
2. Спрямувавши з точки S проєкційні промені до точок A і a , відомим способом будую-

мо точки A' і a' , що визначають положення точки A' у просторі проєкційного апарата.

Приклад 3. На картинній площині проєкційного апарата лежить точка A , перспектива точки A' (рис. 7.8, а). Визначити координати точки.

Розв'язання. На картинній площині зображена точка лежить над лінією горизонту, а основа точки — під лінією горизонту. Отже, точка A' розташована у просторі проєкційного апарата (на лівій половині картини).

Визначення координат $x = 20$, $y = -15$, $z = 27$ точки показано на рис. 7.8, б.



б
Рис. 7.8

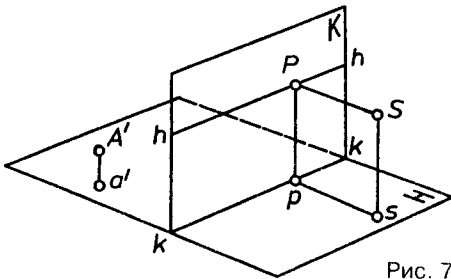


Рис. 7.9

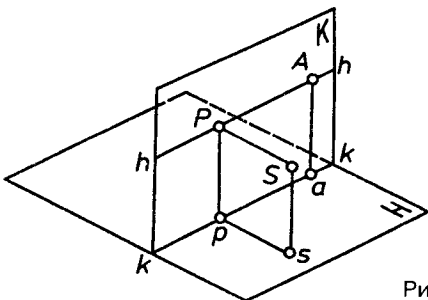


Рис. 7.10

ЗАДАЧІ

1. Побудувати на проєкційному апараті перспективу точки $A'a'$, яка віддалена від площини H на 30 мм і від картини — на 25 мм.

2. На проєкційному апараті у предметному просторі задано точку A' (рис. 7.9). Побудувати перспективу A заданої точки, вказати, в якій половині картини розташована точка, й визначити її координати.

3. На картинній площині проєкційного апарата дано перспективу A точки A' (рис. 7.10). Вказати розташування точки у предметному просторі й визначити її координати.

7.2. Перспектива відрізка прямої лінії

1. Побудова перспективи відрізка прямої лінії зводиться до побудови перспективи двох його точок, які сполучають прямою лінією.

2. У загальному випадку перспективою прямої є пряма лінія. Якщо пряма лінія збігається з проєкційним променем, то перспективою прямої буде точка.

3. Кінцем перспективи нескінченно продовженої прямої, яка лежить у предметній площині, як і будь-якої горизонтальної прямої предметного простору, є гранична точка (точка збігу), що лежить на лінії горизонту картини. На картині завжди можна побудувати нескінченну пряму, перспективою якої буде відрізок — кінцева пряма.

Отже, невластиві точки проєктивного простору є рівноправними (у розумінні центрального проєкціювання) з властивими, тобто звичайними, точками евклідового простору.

4. Лінія горизонту — гранична пряма предметної площини. Лінія горизонту проходить на картині на висоті центра проєкцій S (рівня очей) паралельно основі картини. Її можна розглядати також як границю перспективи продовженої до нескінченності предметної площини предметного простору.

5. Прямі у предметному просторі можуть бути розташовані відносно предметної та картинної площин по-різному. Довільним вважається положення, якщо пряма розташована під довільним кутом до цих площин.

Прямі, паралельні або перпендикулярні до предметної чи картинної площини, є прямими певного положення.

6. Розрізняють висхідні та низхідні прямі довільного положення. Висхідними називають прямі предметного простору, спрямовані знизу вгору з одночасним віддаленням їх точок від картинної та предметної площин. Низхідні прямі спрямовані зверху вниз, їх точки наближаються до предметної площини, віддаляючись від картини.

Перспектива низхідної прямої довільного положення на картині обмежена граничною точкою, яка розташована над горизонтом і лежить на лінії зв'язку, що проходить через граничну точку проєкції заданої прямої.

7. Прямі визначеного положення — це прямі, паралельні предметній площині (горизонтальні), та прямі, паралельні картинній площині.

Горизонтальні прямі паралельні предметній площині або лежать на ній. До них належать прямі, перпендикулярні до картини, паралельні їй, та прямі, розташовані під певним кутом до картини.

Для будь-якої нескінченно продовженої горизонтальної прямої, перпендикулярної до картини, гранична точка в перспективі збіга-

ється з головною точкою картини. Такі прямі називають головними, або глибинними. За їх допомогою можна визначити глибину виміру, який є одним з трьох головних напрямів простору.

Горизонтальна пряма, паралельна картині, визначає ширину виміру — один із головних напрямів простору. Перспектива і вторинна проєкція горизонтальної прямої, паралельної картині, зображаються на картині паралельними між собою та основі картини, а граничною точкою такої прямої буде невластива точка у нескінченності на нейтральній площині.

Горизонтальні прямі, нахилені під деяким кутом до картини, можуть лежати на предметній площині, над предметною площиною, мати різні кути нахилу до картини. У перспективі такі прямі мають граничні точки на лінії горизонту у відповідних точках, окрім головної точки картини.

Горизонтальні прямі, нахилені до картини під кутом 45° , мають граничну точку на лінії горизонту на відстані, яка дорівнює відстані глядача до картини (головній відстані). Гранична точка в такому разі є дистанційною (точкою віддалення).

Серед прямих, паралельних картинній площині, розрізняють вертикальні, горизонтальні та фронтальні прямі залежно від розташування цих прямих відносно предметної площини.

На картині вертикальні прямі зображаються вертикальними.

Перспективу фронтальних прямих будують подібно до перспективи вертикальних прямих: вони не мають точок збігу, їх перспективи паралельні між собою, а перспективи основ паралельні лініям горизонту й основі картини. Кути нахилу до основи картини і до лінії горизонту дорівнюють кутам нахилу прямих до предметної площини.

8. Слідами прямої лінії називають точки її перетину з предметною і картинною площинами. Відповідно ці точки називають предметним і картинним слідами. Прямі довільного положення мають у загальному випадку два сліди, а прямі визначеного положення здебільшого один слід.

9. Прямі лінії у предметному просторі можуть бути між собою паралельні й мимобіжні.

Перспективи паралельних прямих на картині перетинаються в точці збігу. Довільно спрямовані горизонтальні паралельні прямі на картині зображуються прямими, які збігаються в одній граничній точці, що лежить на лінії горизонту і називається точкою збігу.

Висхідні та низхідні паралельні прямі довільного положення мають точки збігу в довільному місці відповідно над і під лінією горизонту. Точки збігу висхідних і низхідних паралельних прямих особливого положення розташовані на лінії головного вертикала, а

проекції точок збігу — у головній точці картини.

Точкою збігу глибинних паралельних прямих є головна точка картини.

Якщо прямі перетинаються у предметному просторі, то на картині точки перетину перспектив прямих та їх вторинних проекцій лежать на одному перпендикулярі (лінії зв'язку) до основи картини. Для мимобіжних прямих на картині характерне те, що точки перетину перспектив прямих і їх вторинних проекцій не лежать на одній лінії зв'язку.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Чому перспективою прямої лінії є пряма?
2. Що таке гранична точка прямої?
3. Чому лінію горизонту можна вважати границею перспективи предметної площини, продовженої до нескінченності?
4. Як може бути розташований відрізок у предметному просторі?
5. За якими ознаками на картині можна визначити прямі, що займають різні положення у предметному просторі (довільне, визначене, висхідне, низхідне тощо)?
6. На картині (рис. 7.11) задано відрізки. Визначіть їх граничні точки.

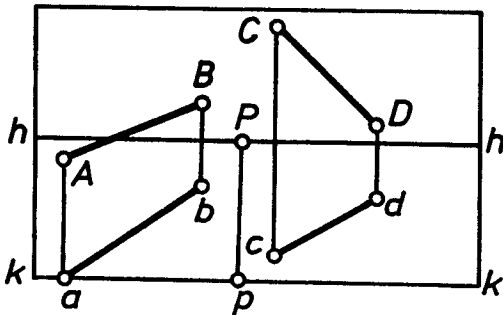


Рис. 7.11

7. Дайте визначення сліду прямої лінії. Як називаються ці сліди? Яким способом їх можна побудувати на картині?

8. Скільки і які сліди матимуть відрізки прямих, заданих на картині (рис. 7.12)?

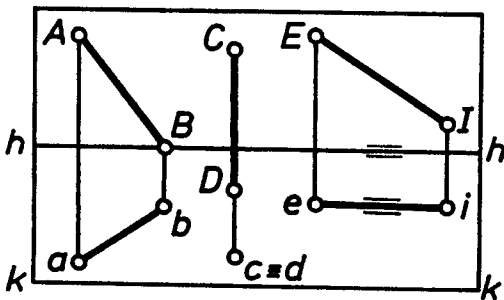


Рис. 7.12

9. Назвіть взаємні положення прямих у предметному просторі та вкажіть характерні ознаки зображення їх перспектив на картині.

10. Визначіть взаємне розташування у просторі проекційного апарата відрізків $A'B'$, $C'D'$ і $E'L'$, $L'T'$ за їх перспективним зображенням на картині (рис. 7.13).

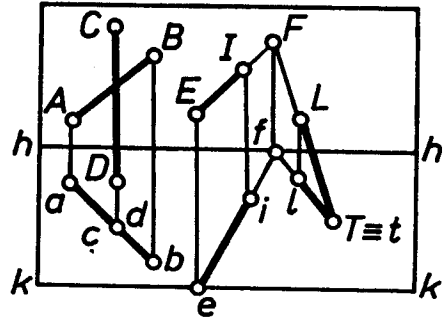


Рис. 7.13

11. Де розташована точка збігу прямих ліній: а) висхідних і низхідних довільного положення та визначеного положення; б) горизонтальних прямих, похилих до картинної площини під кутом 45° ; в) глибинних прямих?

ПРИКЛАДИ

Приклад 4. На картині (рис. 7.14) задано відрізок AB прямої. Побудувати граничну точку прямої і вказати, яке положення у предметному просторі займає пряма.

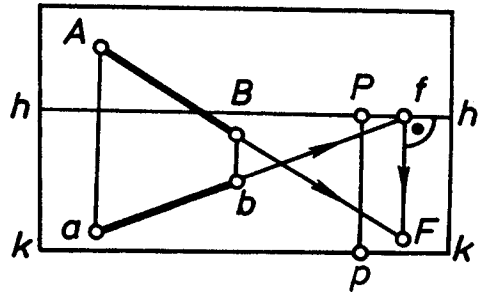


Рис. 7.14

Розв'язання. Для побудови граничної точки продовжуємо вторинну проекцію ab цього відрізка на предметну площину до перетину з лінією горизонту й позначаємо її граничну точку f . Потім через точку f опускаємо перпендикуляр до лінії горизонту i , продовжуючи відрізок AB до перетину з цим перпендикуляром, позначаємо точку F , яка є шуканою.

Оскільки побудована гранична точка F заданої прямої розташована під лінією горизонту, а точка f не збігається з головною точкою картини, то доходимо висновку, що задана пряма є низхідною довільного положення.

Приклад 5. На картині у предметному просторі задані відрізки AB і CD (рис. 7.15). По-

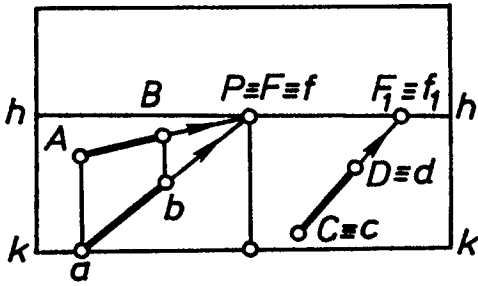


Рис. 7.15

будувати граничні точки цих відрізків. Визначити просторове положення відрізка AB .

Розв'язання. Насамперед побудуємо граничну точку F прямої AB . Для цього продовжимо відрізок ab до перетину з лінією горизонту і позначимо точку f , яка збіглася з точкою P . Продовжуючи відрізок AB , бачимо, що він також перетинається з лінією горизонту в точці P . Отже, граничною точкою відрізка AB є головна точка картини P , а сам відрізок розташований у предметному просторі перпендикулярно до картини.

За умовою відрізок CD лежить на предметній площині і не паралельний основі картини. Тому гранична точка F_1 відрізка CD лежить на лінії горизонту в перетині з продовженням відрізка і збігається зі своєю основою — точкою f_1 .

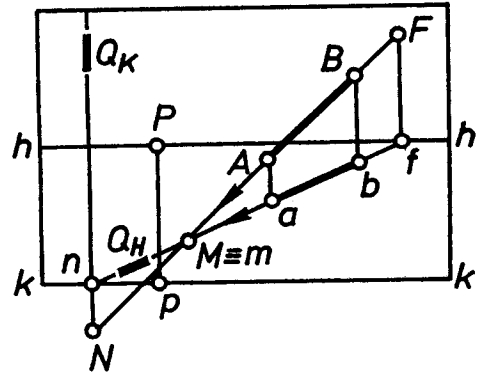


Рис. 7.16

тивне зображення відрізка й перенести їх на картину (рис. 7.17, б).

Розв'язання. Як бачимо з рис. 7.17, а, заданий відрізок розташований у головній променевій площині, на предметному Q_H і картинному Q_K слідах якої лежатимуть сліди відрізка. Для їх побудови продовжуємо відрізок до перетину зі слідами площини й позначаємо точки M і N , які є шуканими.

Перспективні зображення відрізка, його основи і слідів будуємо відомим способом за допомогою проекційних променів.

Нарешті переносимо у заданому масштабі побудовані перспективні зображення на картину.

Приклад 8. Через точку C провести пряму паралельно відрітку AB (рис. 7.18).

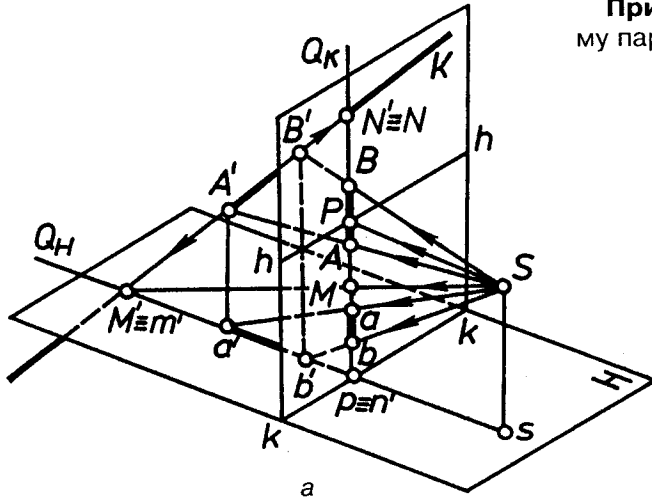


Рис. 7.17

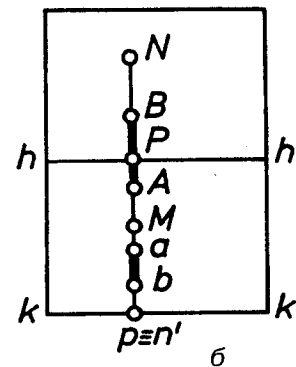
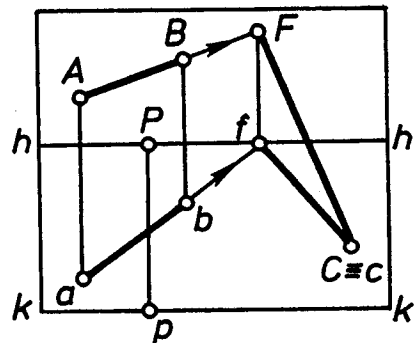


Рис. 7.18

Приклад 6. Побудувати предметний M і картинний N сліди заданого на картині відрізка AB (рис. 7.16).

Розв'язання. Поміщаємо у площину Q і будуємо лінії перетину допоміжної площини з предметною і картинною площинами, тобто сліди Q_H і Q_K площини Q . Продовживши відрізки AB і ab до перетину відповідно зі слідами Q_K і Q_H , визначимо шукані сліди N і M . На рисунку побудовано також граничну точку F заданого відрізка.

Приклад 7. На проекційному апараті у предметному просторі задано відрізок $A'B'$ (рис. 7.17, а). Побудувати перспек-



Розв'язання. Оскільки перспективи паралельних прямих перетинаються в граничній точці, визначимо насамперед граничну точку F відрізка AB (див. приклад 5). Ця точка буде також граничною шуканої прямої, а тому для її побудови треба провести пряму з точки $C \equiv c$ до точки F . Пряма CF — шукана, а її проекцією буде відрізок cf .

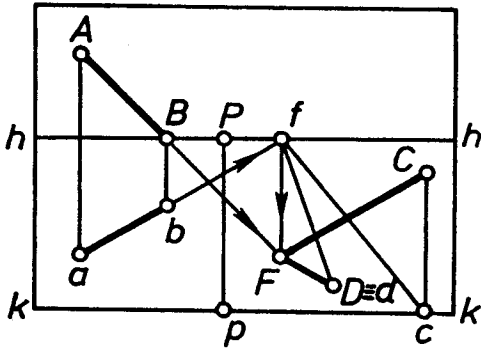
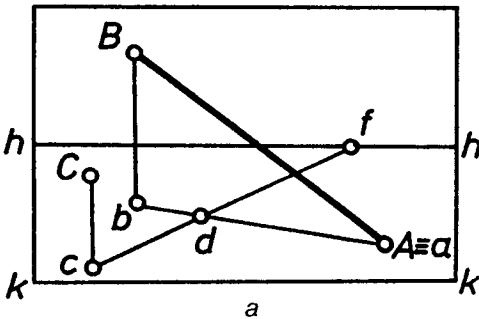


Рис. 7.19



а

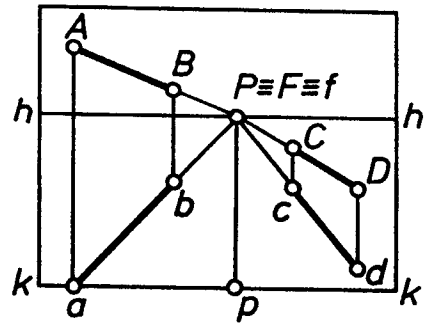
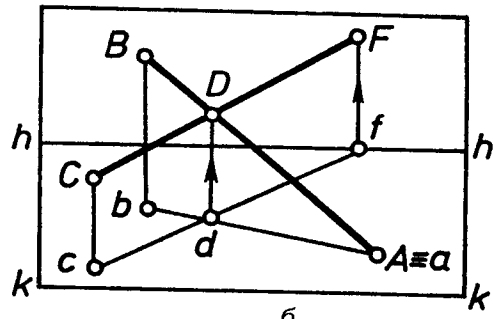


Рис. 7.20

С і D прямою лінією, продовжимо її до перетину з перпендикуляром, проведеним з точки f до лінії горизонту, і визначимо точку F . Пряма CF — шукана, оскільки точка D перетину перспектив двох прямих і точка d перетину перспектив їх основ лежать на одному перпендикулярі до основи картини.



б

Рис. 7.21

ЗАДАЧІ

Приклад 9. Побудувати перспективи паралельних низхідних прямих довільного положення, які виходять з точок C і D паралельно відрізку AB (рис. 7.19).

Розв'язання. Визначаємо відомим способом граничну точку F відрізка AB , знаючи, що вона буде розташована під лінією горизонту. Потім точки C і D сполучаємо з точкою F і отримуємо шукані прямі CF і DF , а їх проекціями є відрізки cf і df .

Приклад 10. У предметному просторі задано відрізки $A'B'$ і $C'D'$ глибинних паралельних прямих. Побудувати на картині зображення відрізків.

Графічне розв'язання показано на рис. 7.20 з урахуванням того, що точкою збігу глибинних паралельних прямих є головна точка картини.

Приклад 11. Побудувати перспективу CF прямої за умови, що вона перетинає відрізок AB у точці D (рис. 7.21. а).

Розв'язання. Враховуючи, що перспективи основ заданого відрізка і шуканої прямої перетинаються в точці d , побудову виконаємо так (рис. 7.21, б). Із точки d проведемо вгору лінію зв'язку до перетину з відрізком AB і відмітимо точку D . Сполучимо точки

4. На картині зображено прямі AB і CD (рис. 7.22). Побудувати їх граничні точки.

5. Побудувати сліди прямої AB (рис. 7.23).

6. За заданими слідами M і N (рис. 7.24) побудувати перспективу прямої.

7. Побудувати аксонометричне зображення прямої MN на проекційному апараті за заданими її слідами M і N (рис. 7.25).

8. Через точку C провести пряму паралельно відрізку AB (рис. 7.26 і 7.27).

9. Побудувати перспективу f_c основи прямої FC за умови перетину її відрізком AB у точці D (рис. 7.28).

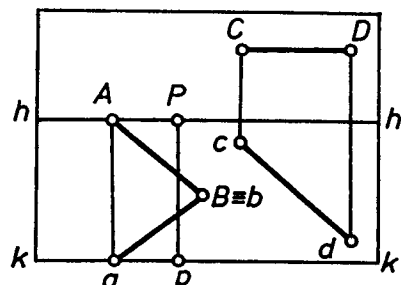


Рис. 7.22

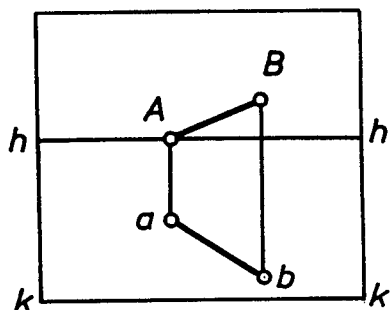


Рис. 7.23

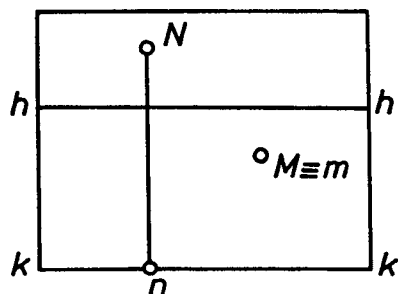


Рис. 7.24

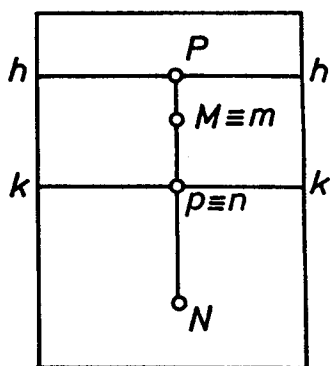


Рис. 7.25

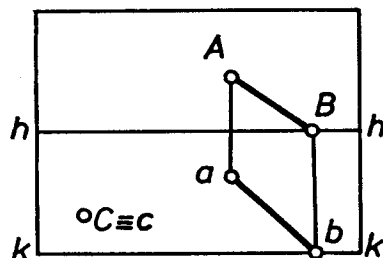


Рис. 7.26

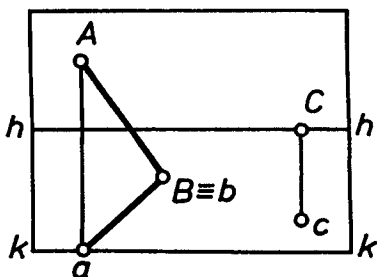


Рис. 7.27

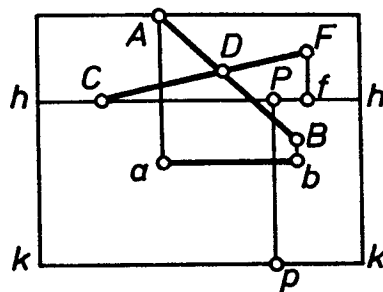


Рис. 7.28

7.3. Зображення площини в перспективі

1. Площина у предметному просторі проєкційного апарата визначається такими елементами: а) трьома точками, які не лежать на одній прямій; б) прямою і точкою поза прямою; в) двома паралельними прямими; г) двома перетинними прямими; д) плоскою фігурою.

На картині площина може бути задана кожним із перелічених способів, а також слідами площини — двома перетинними прямими, по яких задана площина перетинає предметну і картинну площини.

2. Побудова перспективи площини в загальному випадку зводиться до побудови перспективи геометричних елементів, які задають площину. Наприклад, щоб побудувати перспективу площини, задану трикутником,

треба побудувати перспективи його вершин (точок) або сторін (прямих) за відомими способами.

3. Слідом площини називають лінію перетину заданої площини з предметною або картинною площиною. Відповідно розрізняють предметний і картинний сліди площини.

4. Площину в предметному просторі можна розглядати як множину нескінченних прямих, які на картині будуть обмежені граничними точками прямих. Сукупність цих точок утворить граничну пряму площини — перспективу невласивої прямої цієї площини, яку називають прямою збігу, або лінією збігу площини. На картині гранична пряма площини проходить через граничну точку предметного сліду цієї площини паралельно картинній сліду цієї ж площини. Усі прямі заданої площини, а також прямі, паралельні площині (за винятком фронталей), мають граничні точки на прямій збігу цієї площини.

5. У предметному просторі площина може займати таке положення відносно предметної та картинної площин: загальне, визначене й особливе.

Загальним називають положення площини, не перпендикулярної до предметної та картинної площин проекційного апарата. На картині предметний слід такої площини нахилений під довільним кутом до основи картини, а його гранична точка лежить у будь-якому місці лінії горизонту, окрім головної точки картини.

Визначеним називають положення площини, паралельної або перпендикулярної до предметної та картинної площин. Площинами визначеного положення є проекційні, горизонтальні, фронтальні та глибинні.

До проекційних належать площини, перпендикулярні до предметної або картинної площини. Якщо площина перпендикулярна до предметної площини (похила до картини), то граничною точкою її предметного сліду може бути будь-яка точка на лінії горизонту, окрім головної точки картини, а картинний слід площини перпендикулярний до основи картини. Площина, перпендикулярна до картинної площини (похила до предметної площини), має граничну точку збігу предметного сліду у головній точці картини і картинний слід, нахилений до основи картини.

Горизонтальна площина паралельна предметній площині, її ознакою на картині є паралельність картинного сліду основи картини і відсутність предметного сліду.

Фронтальна площина паралельна картинній площині. На картині фронтальна площина має лише предметний слід, паралельний основи картини.

Глибинною, або профільною називають площину, перпендикулярну до предметної та картинної площин. Вона має граничну точку предметного сліду у головній точці картини і картинний слід, перпендикулярний до основи картини.

Площина особливого положення нахилена під довільним кутом до предметної та картинної площин і паралельна основи картини. Предметний і картинний сліди площини особливого положення паралельні основи картини між собою.

Розрізняють висхідні та низхідні площини особливого положення. Сліди і лінія збігу висхідної площини паралельні основи картини, лінія збігу розташована над лінією горизонту, предметний слід — під лінією горизонту і під ним — картинний слід. Сліди і лінія збігу низхідної площини паралельні основи картини, лінія збігу і предметний слід розташовані під лінією горизонту. Лініями особливого положення площини називають горизонталь, фронталь і лінію найбільшого схилу. Горизонталь належить площині й паралельна предметній площині. Фронталь належить площині й па-

ралельна картині. Лінія найбільшого схилу лежить у площині й перпендикулярна до предметного сліду цієї площини.

7.4. Розв'язування позиційних задач у перспективі

1. Позиційними називають геометричні задачі на побудову і визначення взаємного положення фігур або їх елементів (взаємний порядок, взаємну належність, взаємний перетин). Отже, у результаті розв'язування позиційних задач визначаються точки або лінії перетину геометричних елементів, тобто постає нова інцидентність (належність).

2. До позиційних задач належать такі: визначення положення точки на прямій, визначення взаємного положення двох прямих, побудова на площині точки або прямої, побудова лінії перетину двох площин (зокрема, сліду площини), побудова точки перетину прямої з площиною.

Запитання і завдання для самоперевірки до параграфів 7.3 і 7.4

1. Якими способами можна задати площину на картині?
2. До чого у загальному випадку зводиться побудова перспективи площини?
3. Що таке слід площини?
4. Скільки сліду і які має площина залежно від її розташування відносно предметної та картинної площин?
5. Що таке гранична пряма площини?
6. Чому лінія горизонту є граничною прямою предметної площини?
7. Які характерні положення площини у предметному просторі і їх ознаки на картині?
8. У чому полягає відмінність між площинами визначеного та особливого положення?
9. Доведіть, що гранична пряма площини загального положення, заданої слідами, паралельна картинному сліду.
10. На рис. 7.29 зображено площину R на картині. Побудуйте на проекційному апараті у предметному просторі площину R' .

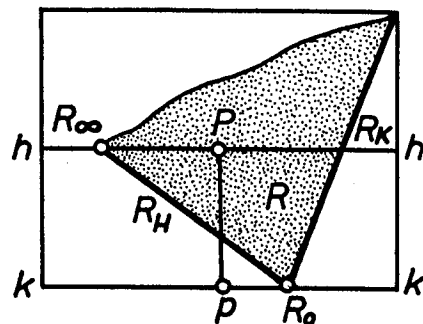


Рис. 7.29

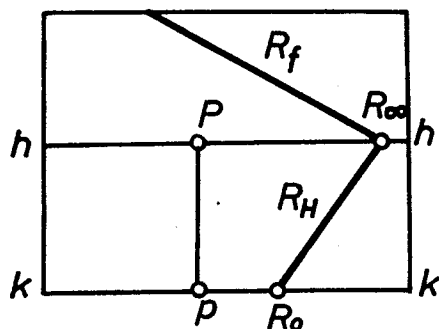


Рис. 7.30

11. На картині (рис. 7.30) зображено предметний слід R_H і пряму збігу R_f . Побудуйте картинний слід R_K площини R .

12. Чому зображення на картині глибинної площини, проведеної через головний промінь зору, не можна використати для розв'язування задач на побудову?

ПРИКЛАДИ до параграфів 7.3 і 7.4

Приклад 12. На проекційному апараті у предметному просторі задано площину довільного положення R' (рис. 7.31, а). Побудувати перспективу заданої площини.

Розв'язання. Перспективне зображення картинного сліду R_K цієї площини збігається зі слідом. Перспективне зображення предметного сліду R_H побудуємо за двома точками R_0 і R_x , з яких точка R_0 лежить на основі картини, а точку R_x визначимо на лінії горизонту в перетині з променем зору SR_x , проведеним паралельно предметному сліду R'_H . Графічне розв'язання подано на рис. 7.31, б.

Приклад 13. На картині (рис. 7.32) зображено початкову точку R_0 і граничну точку R_x предметного сліду R_H площини R , а також картинний слід N прямої, яка належить цій площині. Побудувати сліди і пряму збігу площини R .

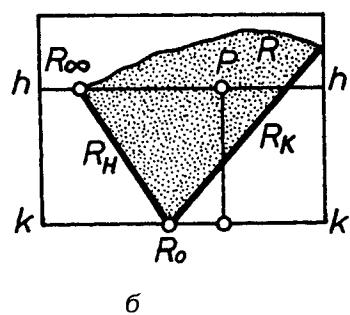
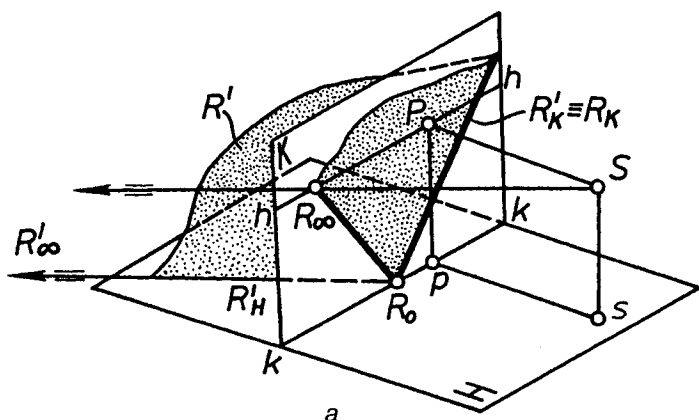


Рис. 7.31

13. Зобразіть картинний слід горизонтальної площини, яка проходить через головний промінь зору. Чи можна використовувати такий слід для розв'язування задач на побудову?

14. Які задачі називаються позиційними і чому?

15. Назвіть три види позиційних задач.

16. Як розташовуються на картині горизонталі та фронталі заданої площини?

17. У чому полягає суть побудови на картині прямої перетину перспектив двох площин?

18. Як побудувати на картині пряму через задану точку паралельно заданій площині; паралельно двом заданим площинам?

19. У чому полягає суть побудови на картині: а) точки перетину заданої прямої із заданою площиною; б) прямої, перпендикулярної до заданої площини?

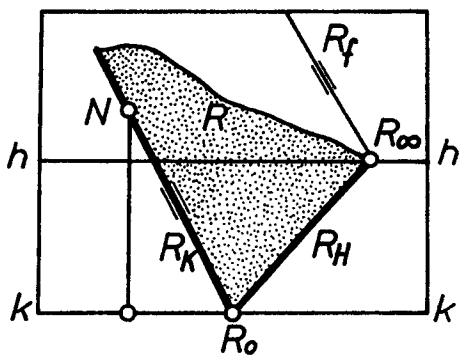


Рис. 7.32

Розв'язання. Побудова картинного R_K і предметного R_H слідів площини R зводиться до сполучення відповідно точки N з точкою R_0 і точки R_0 з точкою R_x . Провівши далі з точки R_x пряму паралельно побудованому картинному сліду R_K , отримуємо шукану граничну пряму R_f площини R .

Приклад 14. На картині подано картинний слід R_K площини R і граничну точку F прямої, що належить площині R (рис. 7.33). Побудувати предметний слід R_H і пряму збігу R_f площини R .

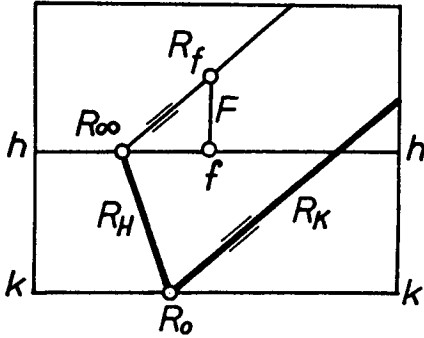


Рис. 7.33

Розв'язання. Насамперед визначимо положення шуканої прямої R_f , провівши через задану точку F пряму паралельно картинному сліду R_K . На перетині R_f з лінією горизонту відмічаємо точку R_x . Відтак сполучаємо точки R_x і R_0 , й отримуємо шуканий предметний слід R_H .

Приклад 15. На картині зображено площину R (рис. 7.34). Побудувати в цій площині довільний відрізок AB .

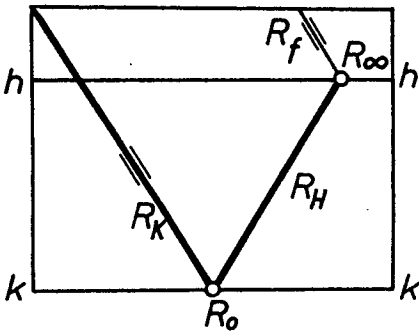


Рис. 7.34

Розв'язання. Побудова зводиться до визначення у заданій площині двох точок A і B та сполучення цих точок прямою лінією. Графічне розв'язання, яке ґрунтується на відомому положенні про належність точки площині, подано на рис. 7.35.

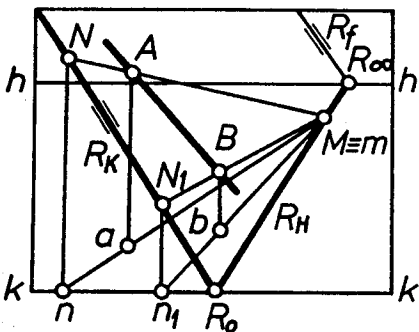


Рис. 7.35

Приклад 16. За заданою основою d точки D , що належить площині трикутника ABC (рис. 7.36), побудувати перспективу точки D .

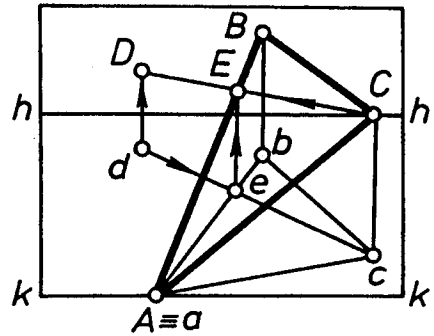


Рис. 7.36

Розв'язання. Позаяк шукана точка лежить у заданій площині, сполучаємо основу d точки D з основою c точки C — вершини трикутника і визначаємо точку e на перетині прямих cd і ab . Відомим способом будуємо точку E .

Оскільки пряма CE за побудовою належить площині трикутника, шукану точку D побудуємо за її заданою основою d на прямій CE . Хід побудови на рис. 7.36 показано стрілками. Для побудови точки D можна використати будь-яку іншу пряму, що належить площині трикутника, аналогічно щойно виконаній побудові.

Приклад 17. На картині (рис. 7.37) зображено площину R . Побудувати горизонталь і фронталь через довільну точку A заданої площини.

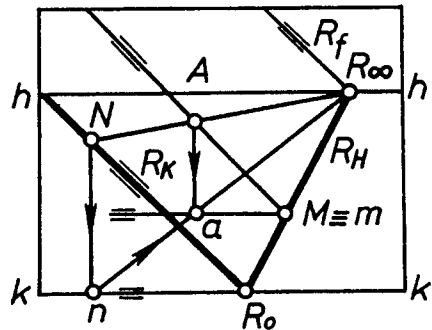


Рис. 7.37

Розв'язання. Побудову виконуємо, беручи до уваги, що на картині горизонталь та її основа збігаються на лінії горизонту в граничній точці R_x предметного сліду R_H площини R , а картинний слід N горизонталі лежить на картинному сліді R_K площини. Предметного сліду горизонталь не має.

Фронталь площини на картині розташована паралельно картинному сліду і лінії збігу площини, а основа фронталі паралельна основі картини. Предметний слід фронталі лежить на предметному сліді площини. Картинного сліду фронталь не має.

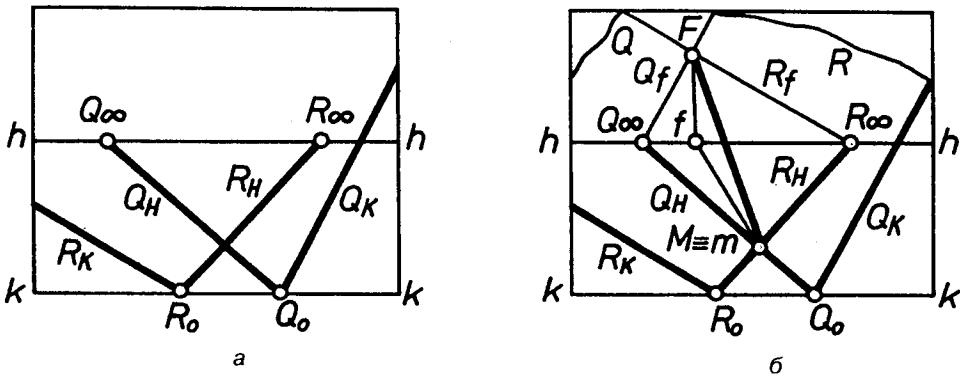


Рис. 7.38

Отже, взявши на прямій R_K довільну точку N , відмічаємо її основу n на лінії kk і сполучаємо точки N і n з точкою R_x . Пряма NR_x — шукана горизонталь, на якій беремо довільну точку A , а на основі nR_x горизонталі визначаємо основу a точки A . Відтак через точку a проводимо пряму паралельно основі картини до перетину з предметним слідом R_H у точці M . Шукана фронталь пройде через точки M і A паралельно лініям R_K і R_f .

Приклад 18. На картині (рис. 7.38, а) зображено площини R і Q . Побудувати пряму перетину цих площин.

Розв'язання. Знаходження прямої перетину площин R і Q у графічному вигляді подано на рис. 7.38, б.

Приклад 19. Провести через точки A і B паралельні прямі паралельно заданій площині R (рис. 7.39).

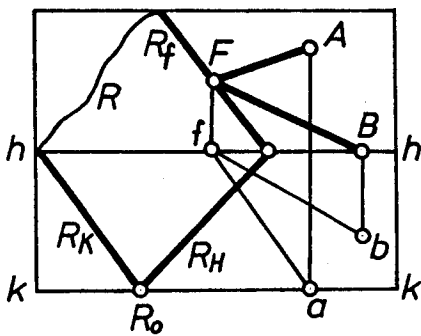


Рис. 7.39

Розв'язання. Побудову виконуємо, беручи до уваги, що шукані прямі можуть проходити через будь-яку точку лінії збігу заданої площини. Спираючись на це твердження, беремо на прямій R_f у довільному місці точку F і сполучаємо її з точками A і B . Прямі AF і BF — шукані.

Зазначимо, що побудову прямої паралельно площині, заданій трикутником, двома паралельними або двома перетинними прямими чи іншим способом, виконуємо аналогічно, попередньо визначивши пряму збігу заданої площини.

Приклад 20. На картині (рис. 7.40) задано площину R і точку A . Провести через точку A площину Q паралельно площині R .

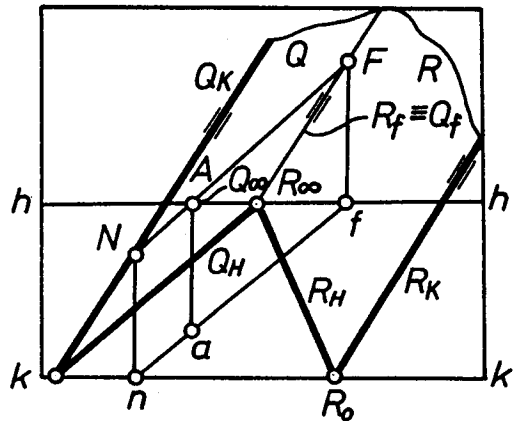


Рис. 7.40

Розв'язання. Зазначимо, що паралельні площини мають спільну невласиву пряму. Звідси випливає, що в перспективі паралельні площини мають спільну пряму збігу. На картині паралельні площини перетинаються по властивій прямій. З огляду на це, побудову виконаємо так. Через задану точку A проведемо довільну пряму й визначимо її точку збігу F на прямій R_f . Побудуємо картинний слід N прямої AF . Через точку N проведемо картинний слід Q_K площини Q паралельно прямій і на перетині цього сліду з основою картини відмітимо початкову точку Q_0 . Сполучимо точку Q_0 з точкою Q_x , що збігається з точкою R_x і отримаємо предметний слід Q_H площини Q , яка буде шуканою.

ЗАДАЧІ до параграфів 7.3 і 7.4

10. Задати на картині слідами R_H і R_K довільну площину R й побудувати її на проєкційному апараті у предметному просторі.

11. На картині задано картинний слід R_K і граничну точку R_x предметного сліду R_H площини R (рис. 7.41). Побудувати предметний слід і пряму збігу площини R .

12. Перевірити належність точки K площині, заданій точками A, B і C (рис. 7.42).

13. На картині зображено основу відрізка ab у площині R (рис. 7.43). Побудувати перспективу відрізка AB .

14. У площині, заданій на картині трикутником ABC (рис. 7.44), провести довільну фронталь.

15. На картині задано площину R прямою R_f і точкою R_o та площину Q прямою Q_k і точкою Q_∞ (рис. 7.45). Побудувати лінію перетину цих площин.

16. Площина R та площина Q перетинаються (рис. 7.45). Побудувати площину L , паралельну лінії перетину цих площин.

17. Через точку N провести площину R паралельно площині Q , заданій на картині паралельними прямими AF і BF (рис. 7.46).

18. Через точку A провести пряму паралельно площині R (рис. 7.47).

19. Через точку A провести площину Q паралельно площині R (рис. 7.47). Шукану площину Q зобразити слідами і прямою збігу.

20. Через точку A провести пряму паралельно площинам R і Q (рис. 7.48).

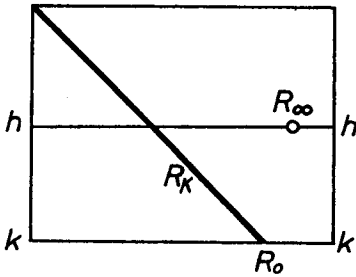


Рис. 7.41

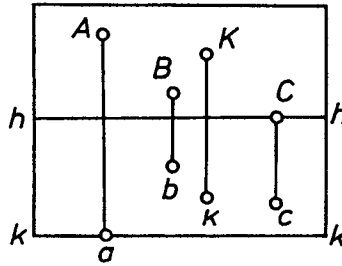


Рис. 7.42

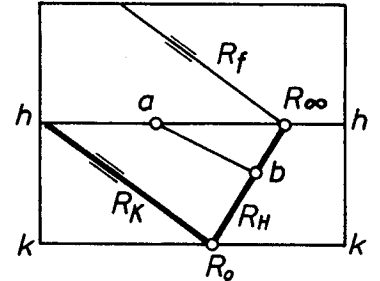


Рис. 7.43

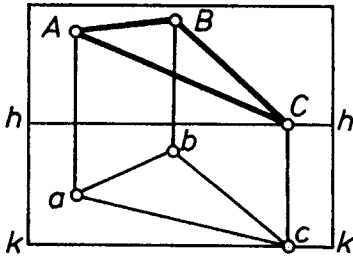


Рис. 7.44

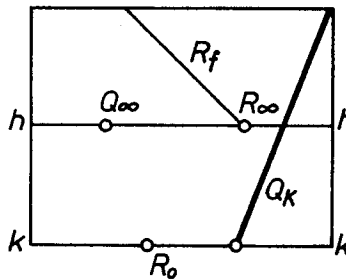


Рис. 7.45

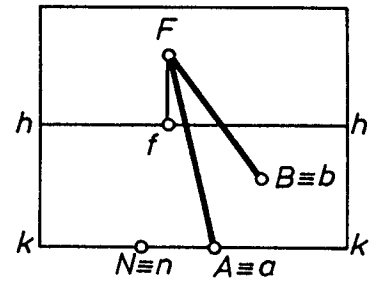


Рис. 7.46

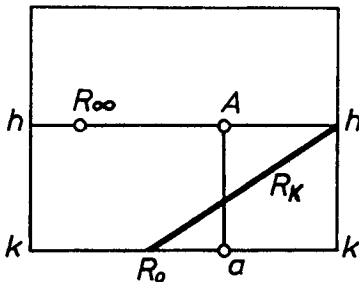


Рис. 7.47

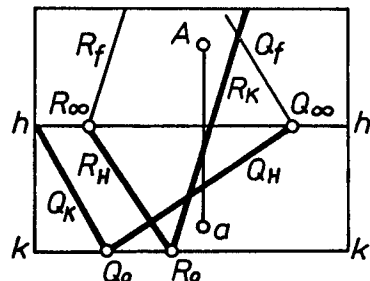


Рис. 7.48

7.5. Перспективні масштаби. Метричні задачі

1. У побудові перспективних зображень геометричних фігур треба знати їх взаємне розташування, розміри та відстані між ними, тобто вміти розв'язувати позиційні та метричні задачі.

2. Метричними називаються задачі на побудову фігур заданої величини, визначення справжньої величини відрізків, кутів і плоских фігур.

3. Розв'язання метричних задач пов'язане з виконанням вимірювань, унаслідок яких виникає потреба з'ясувати співвідношення між справжніми і перспективними лінійними розмірами зображуваних об'єктів. Тому треба знати масштаб картини — одиницю довжини лінійного масштабу картини, тобто масштаб відрізків, які розташовані в картинній площині (масштаб на рамці картини).

4. На картині об'єкти зображаються у трьох вимірах з урахуванням можливого розташування їх углиб предметного простору. Тому тут найзручніше користуватися перспективним масштабом, який складається з лінійних масштабів трьох взаємно перпендикулярних головних напрямів: ширини, висоти і глибини.

5. Масштаб, побудований на прямій, паралельній основі картини, називають масштабом ширини. Щоб побудувати справжню величину відрізка, розташованого на картині паралельно її основі, треба вибрати на лінії горизонту будь-яку точку збігу ліній переносу і з цієї точки провести прямі через кінці відрізка до перетину з основою картини у точках, відстань між якими й буде шуканою.

6. Масштаб, побудований на прямій, перпендикулярній до предметної площини, називають масштабом висоти. Щоб побудувати справжню величину перспективи вертикального відрізка, треба провести через перспективу відрізка допоміжну площину і з граничної точки предметного сліду цієї площини провести прямі через кінці перспективи відрізка до перетину з картинним слідом допоміжної площини у точках, відстань між якими й буде шуканою.

7. Масштаб, побудований на прямій, перпендикулярній до картинної площини, називають масштабом глибини.

Точки збігу горизонтальних прямих, спрямованих зліва направо і справа наліво до площини картини під кутом 45° , називають дистанційними точками (точками виміру, або точками відстаней). На картині за дистанційними точками можна побудувати суміщену точку зору і, навпаки, за суміщеною точкою зору можна побудувати дистанційні точки. Відстань від головної точки картини до суміщеної точки зору дорівнює відстані від центра проєкцій до картини. Щоб побудувати справжню ве-

личину перспективи глибинного відрізка, треба провести прямі з дистанційної точки (правої або лівої) через кінці глибинного відрізка до перетину з основою картини.

8. Масштаб, побудований на довільній прямій, називають перспективним масштабом для прямих загального положення. У цьому випадку використовується масштабна точка, з якої проводять прямі через кінці відрізка до перетину з картиною.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Що таке масштаб картини, для чого він потрібний і якими способами його можна задати?

2. Що таке масштаб ширини, масштаб висоти і масштаб глибини?

3. Які побудови на картині треба виконати для визначення справжньої величини відрізка: а) паралельного основі картини; б) перпендикулярного до основи картини?

4. Що таке дистанційна точка, дробова дистанційна точка і в яких випадках її використовують на картині?

5. Які побудови на картині треба виконати для визначення справжньої величини глибинного відрізка?

6. Що таке перспективний масштаб на прямій довільного напрямку?

7. У яких випадках застосовується масштабна точка?

8. Задайте картину з її елементами, взявши висоту горизонту 1,7 м. Задайте на картині горизонтальний, вертикальний і глибинний відрізки і визначіть їх справжню величину.

9. Які задачі називають метричними і чому?

10. Задайте на картині довільно розташований відрізок і поділіть його на кілька рівних частин.

11. Задайте на картині відрізок AB , довільно розташований у предметній площині, збільшивши його удвічі.

ПРИКЛАДИ

Приклад 21. На картині висота точки зору дорівнює 1,6 м і відстань лінії горизонту від основи картини 80 мм. Визначити масштаб картини.

Розв'язання. Відомо, що висота точки зору відповідає відстані від основи картини до лінії горизонту. З огляду на це, натуральна лінійна одиниця 1 м відповідатиме одиниці виміру 50 мм на картині ($80 : 1,6$).

Приклад 22. Побудувати справжню величину відрізка AB , заданого на картині паралельно її основі (рис. 7.49).

Розв'язання. Вибираємо на лінії горизонту довільну точку збігу F ліній переносу. З цієї точки через кінці заданого відрізка про-

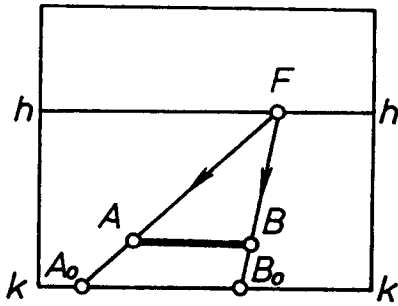


Рис. 7.49

водимо прямі до перетину з основою картини. Відрізок A_0B_0 — шуканий.

Приклад 23. На картині (рис. 7.50) задано вертикальний відрізок AB . Побудувати його справжню величину.

Розв'язання. Спочатку через заданий відрізок AB проводимо довільну допоміжну

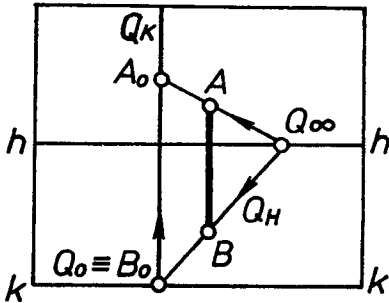


Рис. 7.50

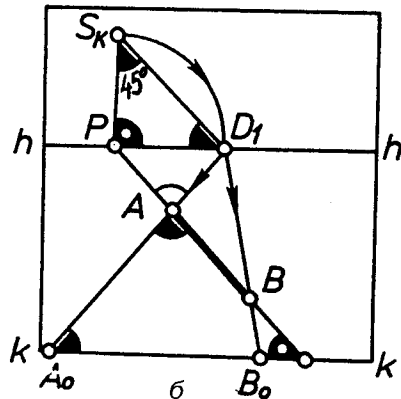
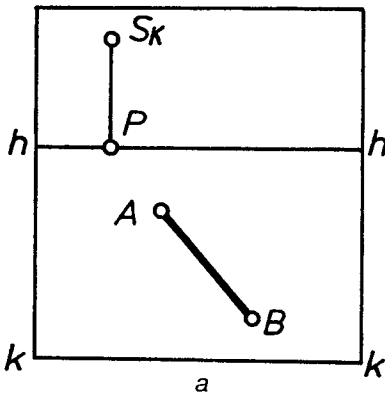


Рис. 7.51

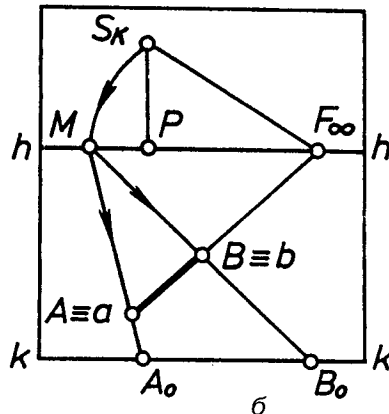
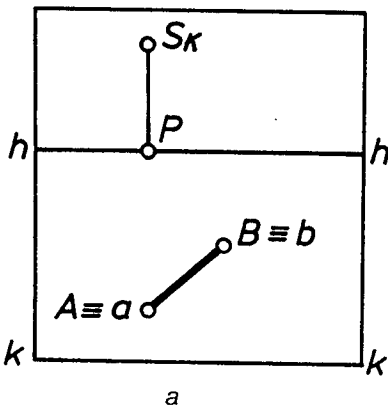


Рис. 7.52

площину Q . Визначаємо граничну точку Q_∞ предметного сліду Q_H площини Q . Із точки Q_∞ проводимо прямі через кінці відрізка AB до перетину з картинним слідом Q_K площини Q . Відрізок A_0B_0 — шуканий.

Приклад 24. Побудувати справжню величину перспективи глибинного відрізка AB , зображеного на картині (рис. 7.51, а).

Розв'язання. Насамперед визначаємо дистанційну точку D_1 (або D_2) за заданою сумщеною точкою зору S_K (рис. 7.51, б). Відтак з дистанційної точки $D_1(D_2)$ через кінці заданого відрізка AB проводимо прямі, які й відмітять на основі картини справжню величину шуканого відрізка A_0B_0 .

Приклад 25. Побудувати справжню величину відрізка AB довільного напрямку, який лежить у предметній площині H (рис. 7.52, а).

Розв'язання. Спочатку визначаємо граничну точку F_∞ прямої AB (рис. 7.52, б). Далі будемо масштабну точку M прямої AB . Із точки M проводимо лінії переносу через кінці відрізка AB до перетину з основою картини в точках A_0 і B_0 . Відрізок A_0B_0 — шуканий.

Приклад 26. Поділити відрізок AB на три рівні між собою частини (рис. 7.53).

Розв'язання. Через кінець A (або B) відрізка проводимо фронтальну пряму і на ній відкладаємо три довільні, але рівні між собою відрізки. Сполучаємо останню поділку (3) з кінцем B відрізка і будемо граничну точку F_∞ прямої $3B$. Нарешті через точки 1 і 2 про-

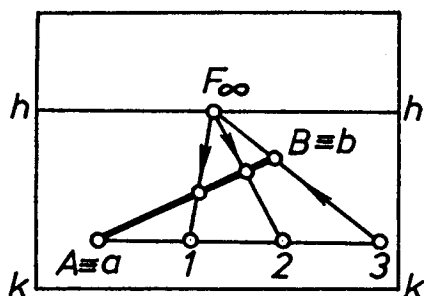


Рис. 7.53

водимо лінії переносу з точки збігу F_x , які її поділяють відрізок AB в його перетині на задану кількість рівних частин.

Приклад 27. Подвоїти відрізок AB довільного напрямку, який лежить у предметній площині H (рис. 7.54).

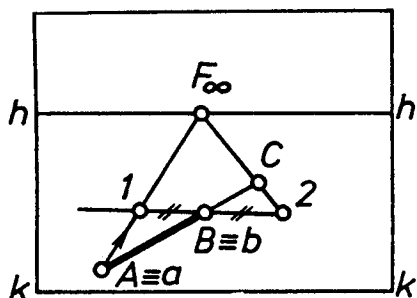


Рис. 7.54

Розв'язання. Через кінець B (або A) відрізка проводимо горизонтальну пряму і відкладаємо на ній два довільні, але рівні між собою відрізки ліворуч і праворуч від точки B . Через точки A і 1 проводимо пряму, яка у перетині з лінією горизонту відмітить точку збігу F_x прямої $A1$. Провівши пряму F_x2 , від-

мічаємо точку C на продовженні заданого відрізка AB . Відрізок AC — шуканий.

ЗАДАЧІ

21. Визначити одиницю виміру на картині, якщо треба побудувати кімнату з фронтальною стіною завширшки 3 м і вона відповідає ширині рамки 150 мм.

22. Відрізок AB довільно розташований у предметній площині H (рис. 7.55). Побудувати його справжню величину.

23. Побудувати справжню величину низхідного відрізка AB , його сліди і граничну точку (рис. 7.56).

24. Визначити справжню величину відстані між заданими точками A і B (рис. 7.57).

25. Відкласти відрізок BC завдовжки 10 мм від кінця B прямої AB (рис. 7.58).

26. Поділити відрізок AB на дві рівні частини (рис. 7.59).

27. На картині (рис. 7.60) задано відрізок AB . Збільшити його втричі.

28. Поділити відрізок AB (рис. 7.61) у заданому відношенні $m : n$.

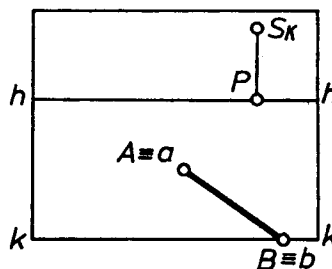


Рис. 7.55

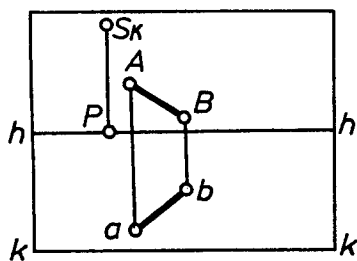


Рис. 7.56

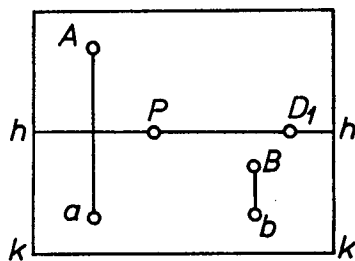


Рис. 7.57

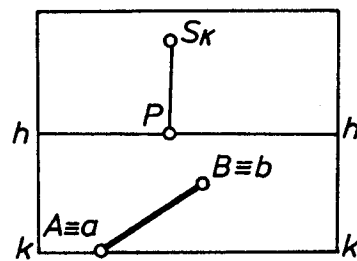


Рис. 7.58

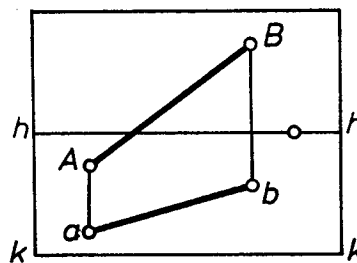


Рис. 7.59

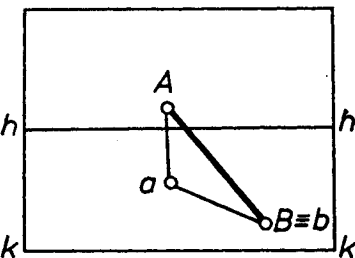


Рис. 7.60

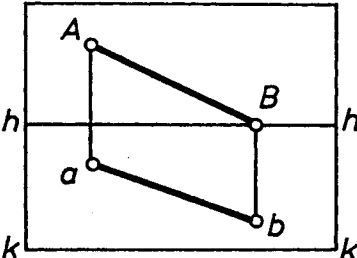


Рис. 7.61

7.6. Спосіб суміщення предметної площини з картинною

1. У побудові перспективних зображень фігур доцільно використати спосіб суміщення предметної площини з картинною площиною.

2. Суміщення здійснюється обертанням частини предметної площини вниз навколо прямої лінії — основи картини. Для цього треба мати елементи обертання: вісь обертання, площину обертання, центр обертання, радіус обертання.

Віссю обертання є основа картини — нерухома пряма, навколо якої здійснюється обертання.

Площиною обертання є деяка уявна площина, перпендикулярна до осі обертання, в якій переміщується задана точка (об'єкт обертання), обертаючись навколо осі обертання.

Центром обертання є точка перетину осі обертання з площиною обертання, оскільки траєкторія переміщення точки у площині обертання — коло.

Радіус обертання дорівнює відстані від точки до центра обертання.

3. Для кожної точки об'єкта обертання — фігури, що обертається навколо осі обертання, треба визначити власну площину обертання і власний радіус обертання.

4. Зображення будь-якої фігури на предметній площині у суміщеному положенні є справжнім, бо відповідає положенню фігури на цій площині. Це дає змогу особливо легко зображувати перспективу фігури за її суміщеним положенням, а також розв'язувати метричні задачі.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. У чому полягає суть суміщення предметної площини з картинною і для чого його здійснюють?

2. Назвіть елементи обертання та поясніть їх суть і значення в процесі обертання.

3. Як побудувати й визначити у перспективі кут, який лежить у предметній площині?

4. Як побудувати й визначити у перспективі кут нахилу прямої загального положення, який лежить у предметній площині, до основи картини?

5. Задайте на картині в предметній площині перспективу точки, відрізка та кута і побудуйте їх суміщене положення з картинною. Визначіть справжню величину відрізка і кута.

6. Задайте в суміщеному положенні з картинною відрізок прямої, кути (гострий, прямий і тупий) і побудуйте їх перспективне зображення.

ПРИКЛАДИ

Приклад 28. На картині (рис. 7.62) дано точку A у предметній площині H , головну точку P картини і суміщену точку зору S_k . Побудувати суміщене положення точки A_k з картинною площиною.

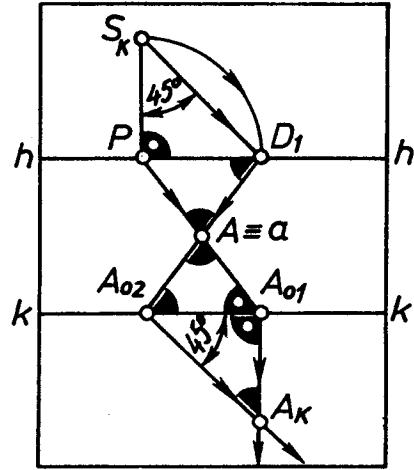


Рис. 7.62

Розв'язання. Насамперед на картині відомим способом відмічаємо точку D_1 і через точку A проводимо прямі PA і D_1A до перетину їх з основою kk картини відповідно в точках A_{01} і A_{02} . Беремо пряму kk за вісь обертання і обертаємо навколо цієї осі частину предметної площини H до суміщення з нижньою частиною картинної площини. Очевидно, що після суміщення площина H стане фронтальною і зображувані на ній фігури не будуть спотворені.

Отже, пряма PA_{01} у точці A_{01} буде перпендикулярна до основи картини, а пряма D_1A_{02} похила до основи картини під кутом 45° і відповідно спрямована.

Шукане суміщене положення точки A_k визначиться на перетині цих прямих, оскільки прямі PA_{01} і D_1A_{02} у суміщеному положенні відповідають їх справжньому розташуванню у предметній площині.

Приклад 29. Побудувати перспективу A точки A' за її суміщеним положенням A_k з картинною площиною K (рис. 7.63).

Розв'язання. Очевидно, у цьому випадку маємо задачу, обернену до попередньої. Побудова зрозуміла з рисунка.

Приклад 30. На картині (рис. 7.64) задано відрізок AB , довільно розташований у предметній площині. Побудувати способом суміщення справжню величину відрізка і визначити кут його нахилу до картинної площини.

Розв'язання. Міркуючи так само, як і в прикладі 28 (див. рис. 7.62), будемо суміщене положення точок A_k і B_k з картинною площиною. Як бачимо, відрізок A_kB_k і кут α_k — шукані.

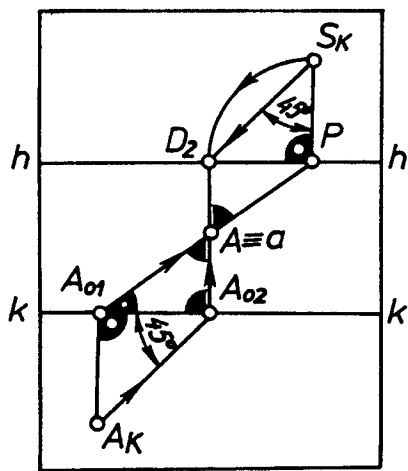


Рис. 7.63

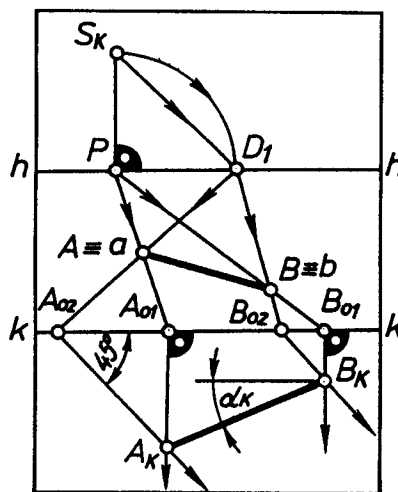


Рис. 7.64

ЗАДАЧІ

- 29. Задати суміщене положення A_K, B_K відрізка $A'B'$ і побудувати його перспективне зображення AB .
- 30. Визначити відстань від точки C до прямої AB , перспективи яких задано на рис. 7.65.
- 31. Визначити кут між прямими AB і BC (рис. 7.66).
- 32. Задати суміщене положення A_K точки A' і провести через точку A пряму під кутом 60° до основи картини.
- 33. Побудувати у перспективі кути, що дорівнюють 90° і 45° .
- 34. Задати у предметній площині гострий і тупий кути і визначити їх справжні величини.

7.7. Побудова квадрата і кола в перспективі

1. Форму багатьох предметів навколишнього середовища визначають плоскі фігури, зокрема, квадрати, прямокутники, кола. Для побудови перспективи як окремих предметів, так і їх поєднань (наприклад, меблів у інтер'єрі кімнати) треба знати способи побудови перспективи квадратів і кіл.

2. У просторі проєкційного апарата квадрат може займати різні положення відносно предметної і картинної площин: лежати у предметній площині, розташовуватися над предметною площиною і бути паралельним або похилим, зокрема перпендикулярним до неї; відносно картини площина квадрата може займати паралельне, перпендикулярне і похиле положення. Положення квадрата залежатиме ще й від розташування його сторін відносно предметної та картинної площин.

3. Якщо квадрат лежить у предметній площині і дві його сторони паралельні основі картини, то перспективи вершин квадрата лежать на перспективах сторін квадрата, перпендикулярних до основи картини, спрямованих із початкових точок у головну точку картини — точку збігу глибоких паралельних прямих.

4. Для побудови перспективи квадрата, який лежить у предметній площині й сторони якого довільно розташовані відносно картини, застосовують різні способи. Зручно скористатися способом суміщення предметної площини з картиною і двома точками збігу двох груп паралельних прямих — сторін квадрата.

5. Зображення кола на картині залежить від його розташування відносно предметної та картинної площин.

Перспективою кола є коло, якщо воно лежить у фронтальній площині, і геометричний

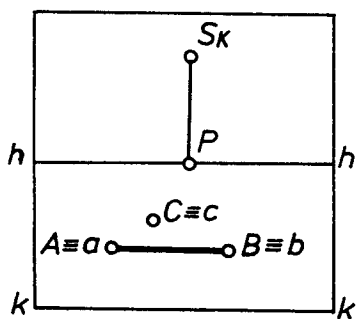


Рис. 7.65

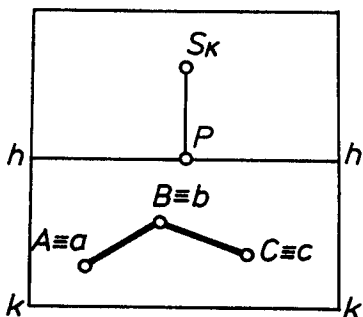


Рис. 7.66

центр кола збігається з головною точкою картини. Якщо коло розташоване в площині горизонту або в площині головного променя зору, перспективним зображенням кола є прямолінійний відрізок. В усіх інших положеннях кола його перспективою є лекальна крива, яка будується за перспективою окремих точок кола — точок перетину з картиною променів зору, спрямованих із точки зору до вібраних точок на заданому колі. Сукупність променів зору утворює поверхню променевого конуса, перетин якої з картиною дасть перспективу кола — еліпс, параболу чи гіперболу. У практиці побудови перспективних зображень кіл найчастіше виникає потреба побудувати еліпс.

6. Є різні способи побудови перспективи кола. Найзручнішим вважають спосіб описаного квадрата. Спочатку будуємо у перспективі квадрат, сторона якого дорівнює діаметрові заданого кола, а потім вписуємо у квадрат (перспективне зображення квадрата) коло, використавши для цього вісім характерних точок — точок дотику кола до сторін квадрата і точок перетину діагоналей квадрата з колом.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Чому, будуючи перспективні зображення плоских фігур, особливу увагу слід звернути на побудову перспективи квадрата і кола?

2. Побудуйте перспективу квадрата, розташованого у предметній площині, задавшись: а) стороною AB квадрата паралельно основі картини; б) стороною AB квадрата, похилою під довільним кутом до основи картини.

3. У якому випадку і чому перспективою кола є коло, еліпс, прямолінійний відрізок?

4. У чому суть побудови перспективи кола способом описаного квадрата?

5. Задайте в суміщеному положенні з картинною площиною коло радіусом R і побудуйте перспективу кола.

ПРИКЛАДИ

Приклад 31. На рис. 7.67 подано суміщене положення квадрата $A_K B_K C_K D_K$, сторони якого $A_K D_K$ і $B_K C_K$ паралельні основі картини. Побудувати перспективу $ABCD$ квадрата $A'B'C'D'$.

Розв'язання. Продовжуємо сторони квадрата — паралельні між собою відрізки $A_K B_K$ і $C_K D_K$ до перетину з основою картини і знаходимо відповідно початкові точки M_1 і M_2 . Для групи головних паралельних прямих $A_K B_K$ і $C_K D_K$ точкою збігу буде головна точка картини P , незалежно від того, чи проходить вертикальна вісь квадрата через цю точку.

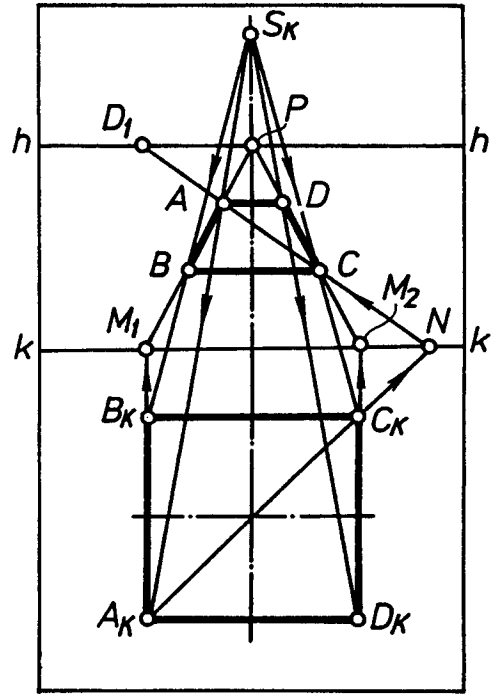


Рис. 7.67

Потім відомим способом визначаємо дистанційну точку D_1 . Щоб знайти перспективи вершин квадрата, скористаємося властивістю діагоналей квадрата, які розташовані під кутом 45° до картини. Тоді перспектива діагоналі $A_K C_K$ пройде на картині з початкової точки N у точку D_1 і шукані вершини — точки A і C — визначаться на перетині перспективи ND_1 напряму діагоналі квадрата з перспективами $M_1 P$ і $M_2 P$ напряму сторін квадрата, перпендикулярних до картини (глибинних паралельних прямих).

Перспективи вершин B і D квадрата знайдемо на перетині ліній $M_1 P$ і $M_2 P$ з прямими, проведеними з точок A і C паралельно основі картини, які будуть паралельні лінії горизонту hh , тому що точка сходу цих прямих лежить у нескінченності.

На рис. 7.67 показано також побудову точок A, B, C і D — перспектив вершин квадрата як точок перетину перспектив $M_1 P$ і $M_2 P$ напряму сторін квадрата, перпендикулярних до картини, з проекційними променями $S_K A_K, S_K B_K, S_K C_K, S_K D_K$. Побудова цих точок зрозуміла з рисунка. Зазначимо, що побудову виконано за перспективною відповідністю (колінеація) площини об'єкта, розташованого в предметній площині, з картинною площиною.

Приклад 32. На картині (рис. 7.68) подано суміщене положення квадрата, який розташований у предметній площині і сторони якого довільно розташовані відносно картини. Побудувати перспективу квадрата.

Розв'язання. Для побудови скористаємося точками збігу F_1 і F_2 двох груп паралельних прямих $A_K B_K$ і $C_K D_K; A_K D_K$ і $B_K C_K$. З цією метою сторони квадрата продовжимо до пе-

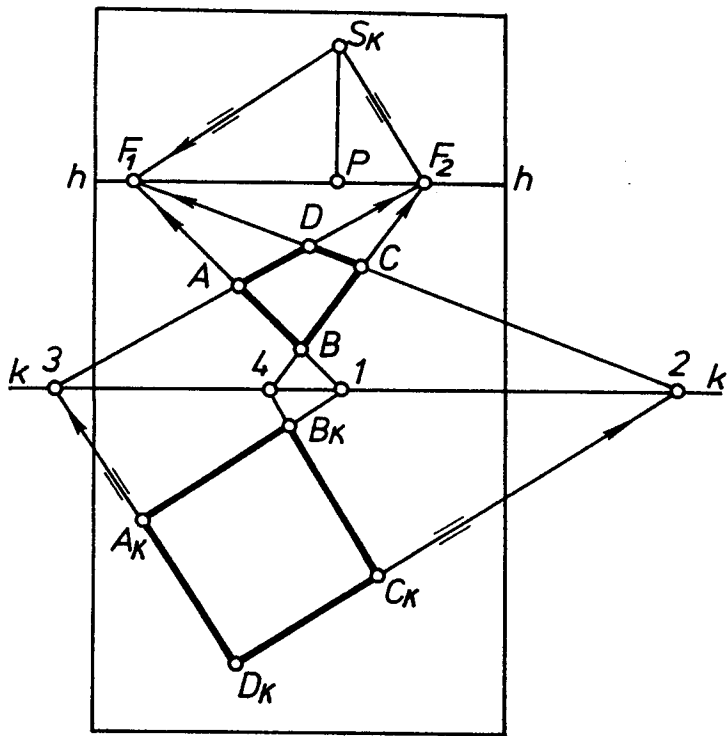


Рис. 7.68

ретину з основою картини в точках 1, 2, 3, 4, які є початками перспектив сторін квадрата. Потім із цих початків проводимо перспективи $1F_1, 2F_1, 3F_2$ і $4F_2$ напрямів у їх точки збігу F_1 і F_2 , які будуть на лінії горизонту в точках перетину ліній, проведених із точки S_k паралельно відповідним сторонам квадрата ($S_k F_1 \parallel D_k C_k$ і $S_k F_1 \parallel A_k D_k$).

Приклад 33. Побудувати перспективу кола, розташованого в предметній площині, суміщеній з картиною (рис. 7.69).

Розв'язання. Скориставшись способом описаного квадрата, навколо заданого кола опишемо квадрат $A_k B_k C_k D_k$, вибравши вертикальними його сторони $A_k B_k$ і $C_k D_k$. Відмічаємо на колі вісім характерних точок, чотири з яких є точками дотику кола до сторін квадрата і чотири — точками перетину кола з діагоналями описаного квадрата.

Будуємо перспективу $ABCD$ квадрата (міркуючи так само, як і в прикладі 31) і визначаємо на квадраті точки 1, 2, 3 і 4 — середини сторін квадрата, які є точками еліпса. Для побудови ще чотирьох точок еліпса (5, 6, 7 і 8) проводимо дві допоміжні прямі через точки $5_k, 6_k, 7_k$ і 8_k перпендикулярно до основи картини і будуємо їх перспективи як глибинних прямих. На перетині цих прямих із діагоналями квадрата визначаємо шукані точки еліпса: 5, 6, 7 і 8.

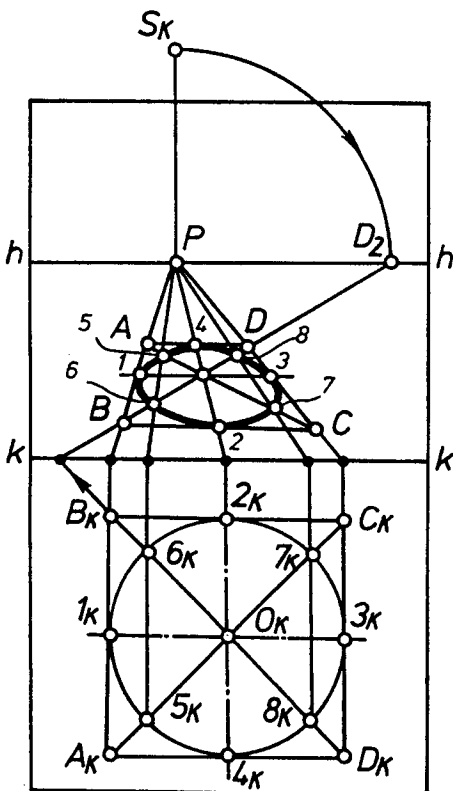


Рис. 7.69

ЗАДАЧІ

35. Задавшись суміщеним положенням квадрата, побудувати його перспективу за умови: а) дві сторони квадрата паралельні основі картини; б) сторони квадрата довільно розташовані відносно картини.

36. На картині (рис. 7.70) задано перспективу $ABCD$ прямокутника $A'B'C'D'$. Визначити справжню величину прямокутника.

37. За заданим суміщеним положенням $A_k B_k C_k$ трикутника побудувати його перспективу (рис. 7.71).

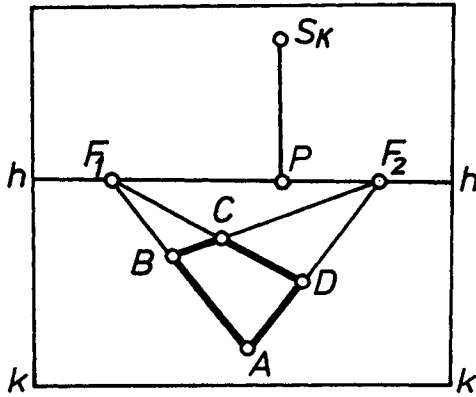


Рис. 7.70

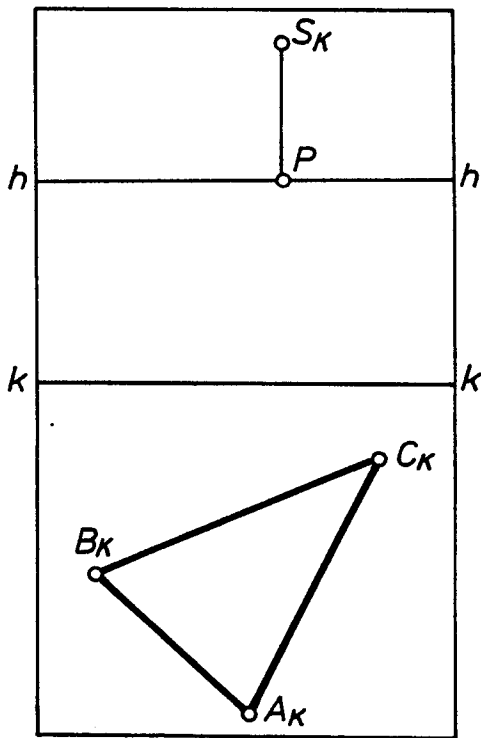


Рис. 7.71

38. Задавшись суміщеним положенням кола, радіус якого дорівнює 20 мм, побудувати перспективу кола.

39. Побудувати перспективу кола, задавшись його центром O і радіусом R , за умови розташування кола у площині, перпендикулярній до предметної та картинної площин.

7.8. Побудова перспективи похилих площин

1. У практиці побудови перспективи часто доводиться зображувати похилі площини у композиції багатьох предметів і конструкцій: дахів будівель, сходових маршів, пандусів, підйомів і спусків доріг та площ, напіввідчинених дверей чи кришок меблів, нахилених кар-

тин на стіні тощо. Для цього користуються кутом нахилу висхідної і низхідної площин до предметної площини. Оскільки цей кут визначається лінійним кутом, то його побудова ґрунтується на побудові та визначенні кута нахилу до предметної площини висхідної і низхідної прямих особливого та загального положення.

2. Кут найбільшого нахилу (кут підйому або спуску) висхідної і низхідної площин особливого положення визначається лінійним кутом між напрямом головного променя й основним променем похилої площини (променем, що лежить у вертикальній площині, перпендикулярній до картини). Вершина цього кута збігається з точкою зору. Від величини кута найбільшого нахилу залежить відстань граничної прямої висхідної і низхідної площин від лінії горизонту.

3. Граничні прямі висхідної і низхідної площин особливого положення слід розглядати як лінії перетину з картиною променевих площин, проведених з ока глядача паралельно заданій похилій площині. Гранична пряма висхідної площини лежить вище, а низхідної — нижче від лінії горизонту. Для побудови граничної прямої висхідної або низхідної площини особливого положення треба визначити основні точки збігу — точки перетину основного променя цих площин з картиною. Для цього суміщують точку зору з картиною на лінії горизонту, і з цієї точки під кутом, що дорівнює куту підйому або спуску, до лінії горизонту спрямовують основні промені до перетину з лінією головного вертикала. Побудовані точки перетину є точками збігу, через які паралельно лінії горизонту проходять граничні прямі, на яких лежатимуть точки збігу перспектив будь-якого пучка паралельних прямих, що паралельні похилій площині.

4. Дистанційні точки для висхідної і низхідної площин особливого положення, за допомогою яких вимірюють глибини на похилій площині, задають на граничних прямих цих площин на відповідних відстанях від основних точок збігу подібно до того, як дистанційні точки для вимірювання глибин на горизонтальній площині.

5. У разі перспективного зображення похилої площини, перпендикулярної до картини, граничною прямою площини є лінія перетину з картиною променевої площини, проведеної з точки зору паралельно зображуваній. На картині гранична пряма нахилена до лінії горизонту під кутом, що дорівнює куту нахилу зображуваної площини до предметної площини. Точка збігу прямих, розташованих у похилій площині або проведених паралельно їй, лежить на граничній прямій цієї площини. Глибини на похилій площині у напрямі її горизонталей вимірюють за допомогою дистанційних точок на граничній прямій площини аналогічно вимірюванню глибин на ви-

східних і низхідних площинах особливого положення.

6. Для побудови на картині площини довільного положення, нахиленої до предметної площини під будь-яким кутом, треба задати в масштабній точці її лінійний кут, проєкція його перпендикулярна до предметного сліду площини. Сполучивши граничні точки сторони лінійного кута і предметного сліду площини, визначають граничну пряму площини.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. У чому полягають суть і особливості побудови перспективи похилих площин різних положень?

2. Що називають кутом нахилу площини і чим визначається цей кут?

3. Що таке граничні прямі висхідних і низхідних площин особливого положення і як побудувати їх на картині?

4. Як побудувати на картині дистанційні точки для вимірювання глибини на похилій площині?

5. Що треба задати на картині для побудови перспективи похилої площини довільного положення?

6. Задайте дистанційну точку і кут підйому або спуску площини та побудуйте її граничні прямі.

7. Побудуйте перспективу прямокутника на низхідній площині, задавши для цього на картині необхідні елементи.

8. Побудуйте перспективу сходів з висхідним і низхідним маршами у площині, перпендикулярній до картинної площини.

9. Побудуйте перспективу сходів з висхідним маршем у випадковому повороті.

ПРИКЛАДИ

Приклад 34. На картині (рис. 7.72) задано дистанційну точку D . Побудувати граничну пряму висхідної площини особливого положення, кут нахилу якої до предметної площини $\alpha = 45^\circ$.

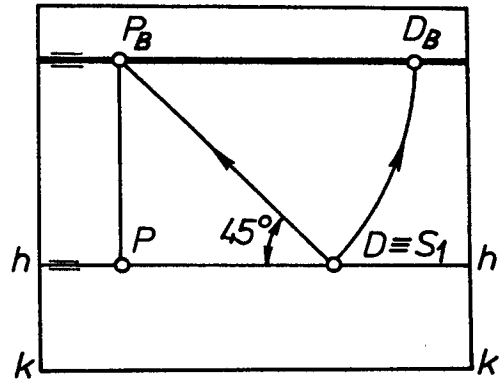


Рис. 7.72

Розв'язання. Із точки D , у якій лежить суміщена точка зору S_1 , спрямовуємо вгору під кутом 45° до лінії горизонту основний промінь до перетину з лінією головного вертикала у точці P_B . Провівши через цю точку пряму паралельно лінії горизонту, отримуємо шукану граничну пряму h_B . Дистанційна точка D_B визначиться на прямій h_B на відстані DP_B від точки P_B .

Приклад 35. Квадрат зі стороною 30 мм, сторони AB і CD якого паралельні картині, розташований у висхідній площині, заданий на картині (рис. 7.73) лінією збігу h_B і предметним слідом з дистанційною точкою D_B . Побудувати перспективу квадрата і визначити кут найбільшого підйому α висхідної площини.

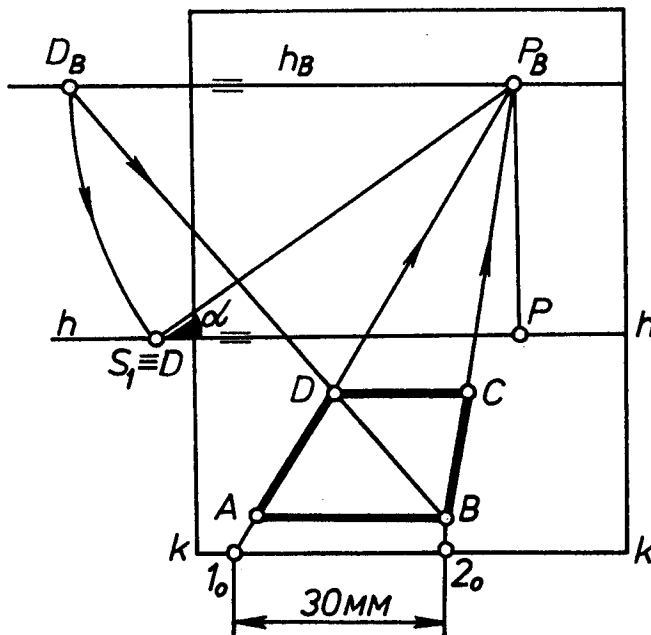


Рис. 7.73

Розв'язання. Відкладемо у масштабі глибини на основі картини (на будь-якій прямій, паралельній основі картини) відрізок $1_0 2_0$, що дорівнює стороні квадрата, і визначимо перспективи напрямку бічних сторін квадрата, які будуть спрямовані з точок 1_0 і 2_0 у точку P_B . Потім сполучимо точку D_B з точкою B прямою лінією, яка у перетині з прямою $P_B 1_0$ визначить перспективу вершини D квадрата. Побудова перспективи вершини C квадрата зрозуміла з рисунка. Квадрат $ABCD$ — шуканий.

Щоб визначити кут найбільшого підйому α висхідної площини, треба знайти суміщену точку зору $S_1 \equiv D_1$ з площиною картини на лінії горизонту. Для цього радіусом $P_B D_B$ проведемо дугу до перетину її з прямою hh . Потім сполучимо прямою точку D_1 з точкою P_B і відмітимо лінійний кут між прямою $S_1 P_B$ і лінією hh , який буде шуканим кутом α .

Приклад 36. Побудувати перспективу сходів з висхідним маршем у площині, перпендикулярній до картини. Знайти відношення висоти східця до його ширини 1:2 (рис. 7.74).

Розв'язання. Виберемо на лінії hh головну точку картини P , яка є точкою збігу ліній у горизонтальних площинах сходов — проступах, і дистанційну точку D_2 . Побудуємо в точці D_2 трикутник з відношенням його катетів 1:2, оскільки це відношення висоти східця до його ширини. Гіпотенуза цього трикутника визначить кут підйому α маршу сходів і точку P_B на вертикалі — точку збігу перспектив напрямів висхідних прямих площини сходів. Задамо на картині положення та розміри присхідця. Далі з його вершин проведемо горизонтальну пряму в точку P і висхідну пряму, яка визначить вершини прямих кутів, торців сходов, у точку P_B . Аналогічно побудуємо кути наступних сходов. Відтак сполучимо кути сходов горизонтальними прямими, паралельними основі картини.

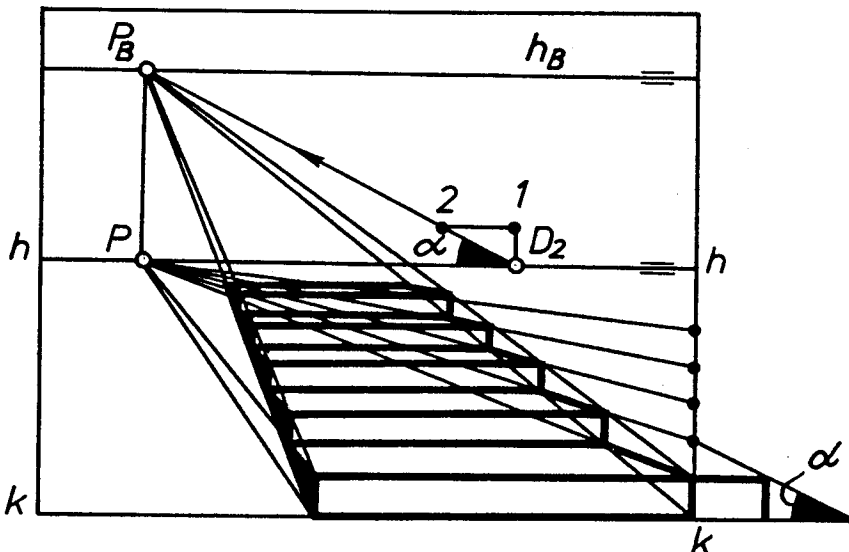


Рис. 7.74

ЗАДАЧІ

40. Побудувати граничні прямі h_B і h_H похилих площин, задавши дистанційну точку D_1 і кути підйому $\alpha = 45^\circ$ і спуску $\beta = 30^\circ$. Побудувати дистанційні точки D_B і D_H на граничних прямих площин (рис. 7.75).

41. Побудувати дистанційну точку D_H низхідної площини з кутом спуску $\beta = 45^\circ$ і відкласти від довільної точки A , що належить цій площині, відрізок завдовжки 3 м паралельно картинній площині (рис. 7.75).

42. На висхідній площині з кутом підйому 30° задати довільну точку A і відкласти від неї у напрямі AP_B перспективу двох однакових відрізків завдовжки по 5 м (рис. 7.75).

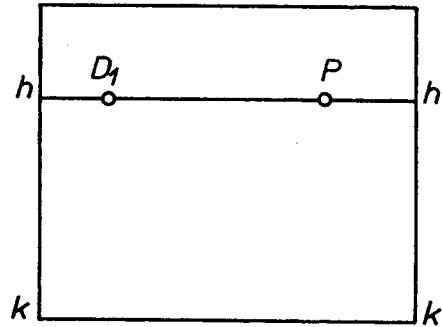


Рис. 7.75

7.9. Побудова перспективних зображень

1. Є різні способи побудови перспективи предметів за їх прямокутними проекціями: радіальний (спосіб Дюрера), архітекторів, перспективних координат, опущеного плану, перспективної сітки, малої картини тощо.

Перспективу промислових виробів (дизайну), інтер'єру, а також архітектурних споруд

можна побудувати без комплексних креслень, задавши лише розміри і взаємне розташування основних елементів конструкцій виробів або споруд.

2. Суть способу архітекторів (методу точок збігу) полягає у побудові перспектив ліній, площин, плоских і об'ємних фігур за допомогою точок збігу, що ґрунтується на властивості паралельних прямих збігатися в одну точку. Здебільшого цей метод застосовують у побудові перспективи архітектурних об'єктів, користуючись кресленнями їх планів, фасадів, тобто прямокутних проєкцій об'єктів.

3. Спосіб опущеного плану застосовують, якщо треба розташувати лінію горизонту на основі картини або дуже близько до неї. Тоді перспектива основи (плану) об'єкта — плоскої фігури, яка лежить у предметній площині цієї основи, зобразиться дуже спотворено й невиразно, тому що буде стиснута у вертикальному напрямі. Це зумовлено також труднощами точної побудови фігури через потребу проводити лінії побудови під дуже гострими кутами.

Щоб цього уникнути, треба опустити предметну площину на довільно взяту відстань, зберігаючи її горизонтальне положення. Через це висота горизонту значно збільшиться. Потім будують перспективу основи заданого об'єкта поза межами рамки картини на новій, опущеній предметній площині за умови вигідно встановленої висоти горизонту, що забезпечить точність і виразність зображення.

Перспективу об'єкта побудуємо, перенісши за допомогою ліній на задану картину перспективне зображення його основи, побудоване спочатку на опущеній предметній площині.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Які є способи побудови перспективних зображень і в чому їх суть?
2. У чому полягає суть способу архітекторів?
3. Задайте прямокутні проєкції чотиригранної прямої призми і побудуйте перспективу призми способом архітекторів.
4. У чому полягає суть способу опущеного плану і коли доцільно застосовувати його для побудови перспективних зображень?
5. Задайте горизонтальні проєкції кількох многокутників і побудуйте їх перспективні зображення способом опущеного плану за умови низького горизонту.

ПРИКЛАДИ

Приклад 37. Побудувати перспективне зображення предмета способом архітекторів за його прямокутними проєкціями (рис. 7.76, а).

Розв'язання. Вибираємо на плані по-

трібний напрям основи kk картини і місце точки стояння $S \equiv s$ глядача, які б забезпечили можливість отримати найвиразніше зображення предмета. Для цього пряму kk проводимо через передній кут B предмета під кутом $30\text{--}40^\circ$ до напрямку його головного вигляду, а точку стояння беремо на перпендикулярі до середньої третини ширини картини на такій відстані від неї, щоб забезпечити кут зору $30\text{--}40^\circ$ і якнайкраще показати головний та бічний вигляди предмета.

На плані з точки $S \equiv s$ проводимо прямі лінії через усі характерні вершини (кути) предмета, видимі з точки S . Ці лінії є горизонтальними слідами променевих площин, проведених через точку і відповідні ребра предмета (на рисунку не позначено). У перетині цих ліній з основою kk картини відмічаємо точки $1_0, 2_0, 3_0$. Потім проводимо проєкції променів зору з точки $S \equiv s$ паралельно проєкціям домінуючих напрямів предмета (горизонтальних ліній на виглядах предмета) до перетину їх з лінією kk і визначаємо горизонтальні проєкції f_1 і f_2 лівої F_1 та правої F_2 точок збігу.

Побудову перспективи предмета (рис. 7.76, б) у масштабі заданих проєкцій предмета починаємо з проведення основи kk картини і лінії горизонту hh . На прямій kk намічаємо положення проєкції p головної точки картини P і проводимо головну лінію картини Pp . Переносимо на основу картини з прямої $hh = kk$ на плані предмета точки $f_0, 1_0, 2_0, 3_0, f_2$ ліворуч і праворуч від точки p і проводимо з цих точок у площині картини вертикальні прямі — картинні сліди пучка променевих площин (на рисунку не позначено). На лінії горизонту hh відмічаємо точки F_1 і F_2 , за допомогою ліній зв'язку з точок f_1 і f_2 проводимо в перспективі прямі 2_0F_1 і 2_0F_2 .

Насамперед будуємо перспективу основи предмета. Для цього визначаємо кути основи як точки перетину двох прямих. Наприклад, у перетині вертикальної прямої, проведеної з точки 1_0 , з прямою 2_0F_1 знаходимо перспективу 1 кута основи. Аналогічно будуємо інші точки з використанням для цього обох точок збігу F_1 і F_2 , як показано на рисунку.

Величину зображення вертикальних ребер предмета знаходимо, починаючи з точки D_2 у площині картини, розмір якого D_2z_2 переносимо з креслення головного вигляду предмета.

Перспектива C кута предмета визначиться на перетині вертикальної прямої, проведеної з допоміжної точки C_0 на прямій kk (між точками 1_0 і 2_0), перенесеної з прямої $hh = kk$ (див. рис. 7.76, а), з прямою DF_1 .

Точку E знайдемо на перетині прямої DF_2 з вертикальною прямою, проведеною з точки 3_0 . Побудова точки K зрозуміла з рисунка.

Перспективу A верхнього кута предмета побудовано за допомогою картинного сліду продовженої лінії плану. Для цього на гори-

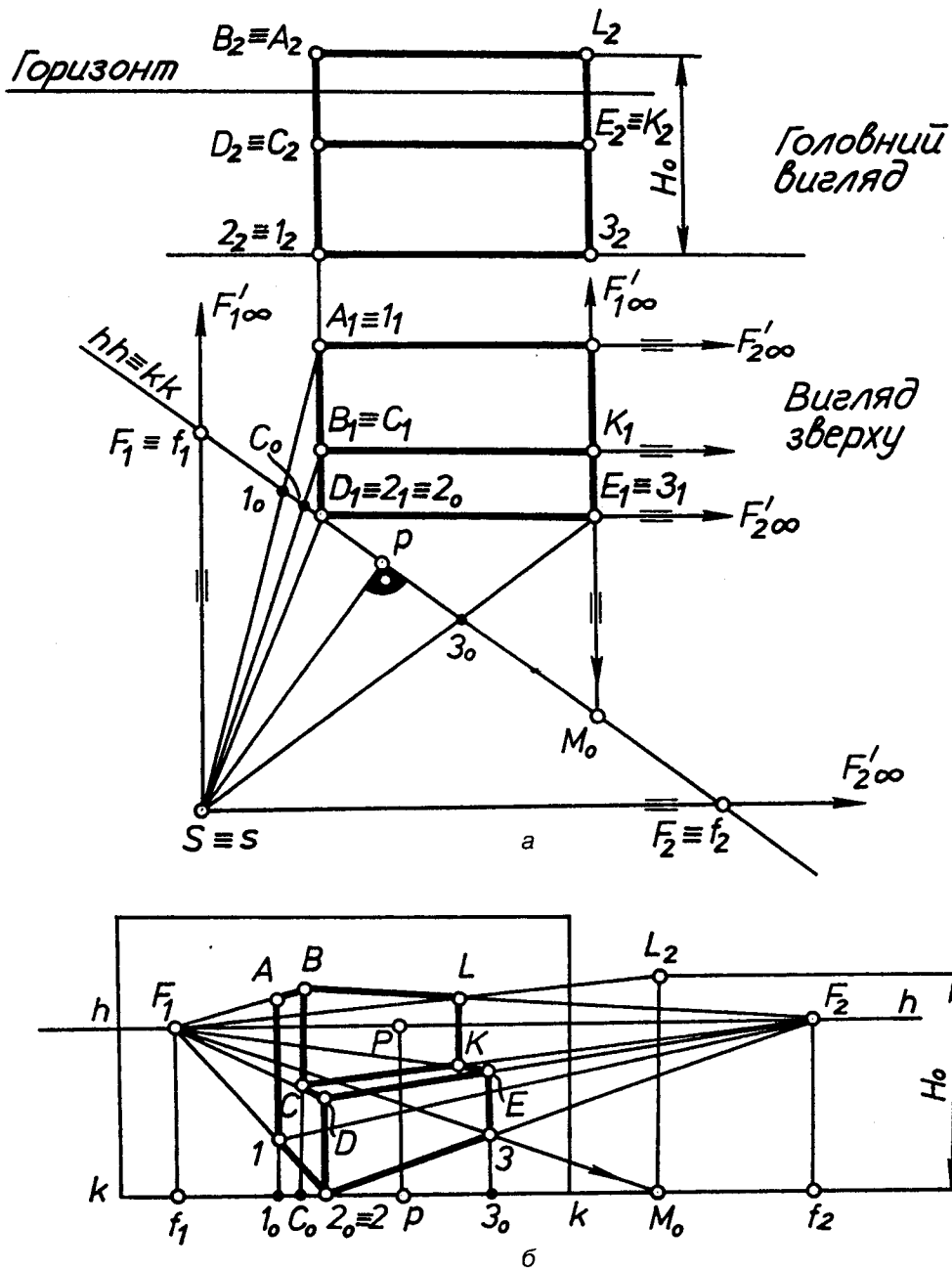


Рис. 7.76

зонтальній проекції предмета продовжено пряму лінію бічного вигляду паралельно одному домінуючому напрямку ліній основи до перетину з основою картини $hh=kk$ і визначено характерну точку M_0 — початкову точку прямої (подібно до точки 2_0). Переносимо точку M_0 на перспективне зображення і проводимо з неї вертикальну пряму, на якій відкладаємо справжню величину $M_0L_2, =H_0$ ребра предмета, яку беремо з креслення головного вигляду. Це означає, що вертикальне ребро з верхнім кінцем у точці L знесене у площину картини. Тоді перспективу L кута верху предмета знайдемо на перетині вертикальної прямої, проведеної з точки K , з прямою L_2F_1 . Побудова перспектив двох інших

кутів предмета — точок B і A — зрозуміла з рисунка.

Зазначимо, що в описаному щойно прикладі висота горизонту, напрям основи kk картини і точка стояння $S \equiv s$ глядача вибрані для побудови найвиразнішого перспективного зображення предмета.

Очевидно, що перспективні зображення об'єктів можна побудувати також за умови іншого задання висоти горизонту, місця розташування точки стояння глядача і зорової відстані.

Приклад 38. На рис. 7.77, а показано горизонтальну проекцію плоскої фігури $1,2,\dots,7,8,1$ — план основи предмета. Побудувати перспективне зображення фігури з низьким горизонтом.

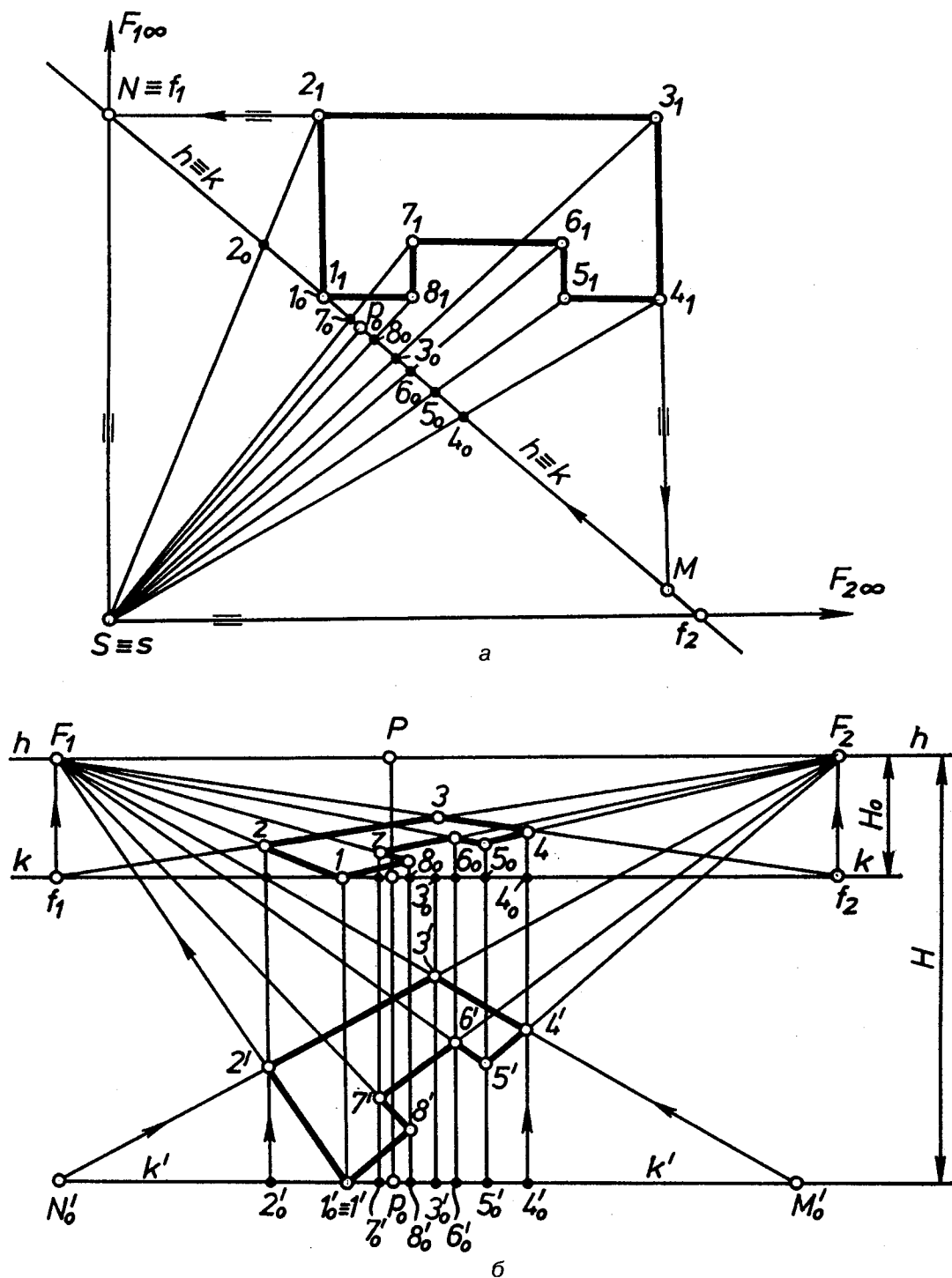


Рис. 7.77

Розв'язання. Побудову виконаємо способом опущеного плану в такій послідовності:

Визначаємо вторинну проєкцію $1'2'...7'8'$ фігури не на заданій предметній площині, а на деякій новій, допоміжній горизонтальній площині, опущеній вниз від предметної площини на довільно вибрану відстань H від площини горизонту. Для цього на кресленні паралельно основі kk картини на відстані H від лінії горизонту hh проводимо пряму $k'k'$, яка є лінією перетину допоміжної площини з картиною. Лінія $k'k'$ називається опущеною основою картини.

На прямій $k'k'$ відмічаємо точки $1'_0, 2'_0, \dots, 7'_0, 8'_0$, перенісши для цього точки $1_0, 2_0, \dots, 7_0, 8_0$ із прямої на плані фігури. Водночас на лінії горизонту позначаємо точки збігу F_1 і F_2 за їх проєкціями f_1 і f_2 . Усі наступні побудови фігури $1'2'...7'8'$ виконують так, як описано у попередньому прикладі.

За допомогою ліній зв'язку з точок $1'2'...7'8'$ відмічаємо точки $1, 2, \dots, 7, 8$ на відповідних прямих на картині й остаточно прорисовуємо шукану перспективу $1-2-3-4-5-6-7-8$ фігури — основи заданого предмета.

ЗАДАЧІ

43. Побудувати методом архітекторів перспективу предмета, заданого на рис. 7.78 прямокутними проєкціями.

44. Способом опущеного плану побудувати перспективу предмета з низьким горизонтом за заданими його прямокутними проєкціями (рис. 7.79).

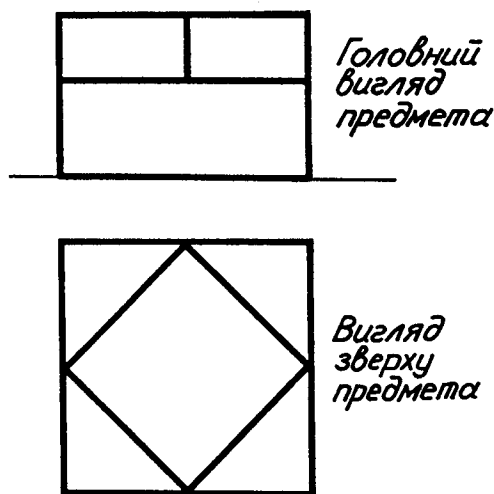


Рис. 7.78

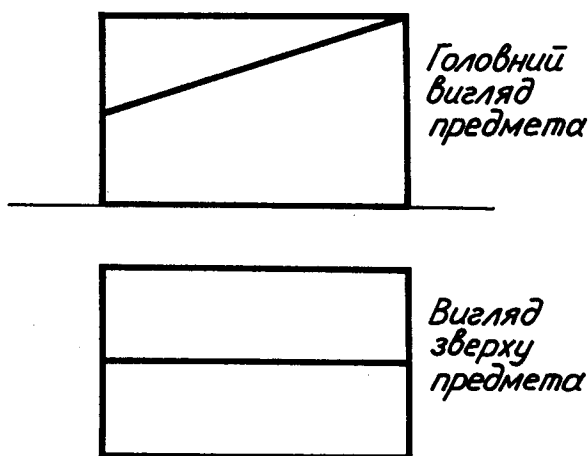


Рис. 7.79

7.10. Перспективний аналіз і реконструкція картини

1. Під час створення композиції картини потрібно перевірити правильність виконання перспективних зображень дійових осіб і предметів навколишнього середовища з урахуванням просторового взаємозв'язку і підпорядкованості об'єктів зображення, порівнюючи картину з ескізами, виконаними на стадії творчого пошуку. Тому часто доводиться коригувати виконані зображення, керуючись визна-

ченнями основних елементів картини, а також аналізуючи її перспективні побудови.

2. Далі треба здійснити перспективний аналіз картини, тобто визначити положення лінії горизонту, головної точки картини, дистанційних точок, а також масштаб картини, кут зору, під яким виконано картину, і справжні розміри зображених на картині основних об'єктів.

3. Виконуючи перспективний аналіз, треба дотримуватися певної послідовності. Спочатку слід визначити положення лінії горизонту, головної точки картини, точок збігу (дистанційних точок) і зорової відстані, а відтак перевірити форми предметів, визначити їх розміри і з'ясувати взаємозв'язок (глибину простору) між ними.

4. Реконструкція картини — це відновлення її основних елементів, визначення зв'язку між зображеними на картині об'єктами, а також перевірка форми і розмірів об'єктів побудовою комплексного рисунка за їх перспективним зображенням.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Що таке композиція і на чому вона ґрунтується?

2. Що є критерієм досконалості композиції?

3. Що таке аналіз? Як здійснити перспективний аналіз картини і для чого його виконують?

4. Яка послідовність виконання перспективного аналізу?

5. У чому полягають роль і значення композиції і перспективного аналізу в творчості митця.

6. Задайте на картині сторону квадрата паралельно основі картини. Визначіть дистанційну точку і зорову відстань.

7. Доберіть кілька репродукцій з картин українських художників і зробіть графічно перспективний аналіз цих картин.

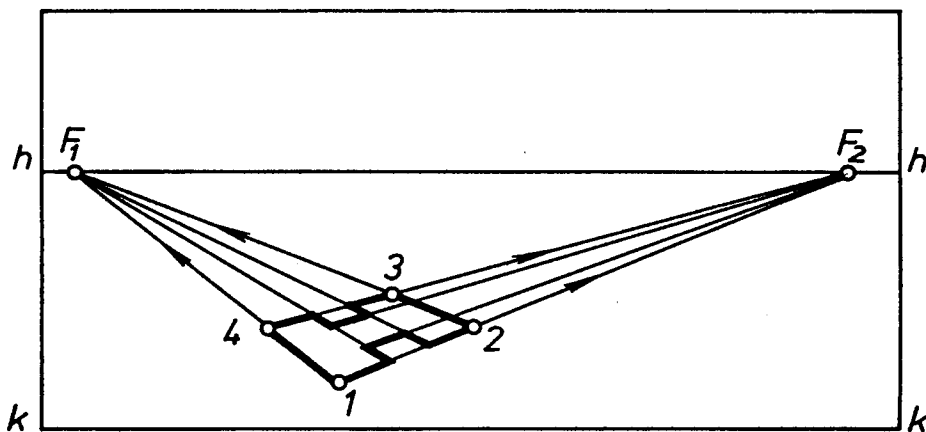
ПРИКЛАДИ

Приклад 39. Задана перспектива плоскої фігури — квадрата 1–2–3–4 з прямокутними вирізами вздовж сторін 1–2 і 3–4 квадрата (рис. 7.80). Побудувати основні елементи картини та визначити справжню величину фігури.

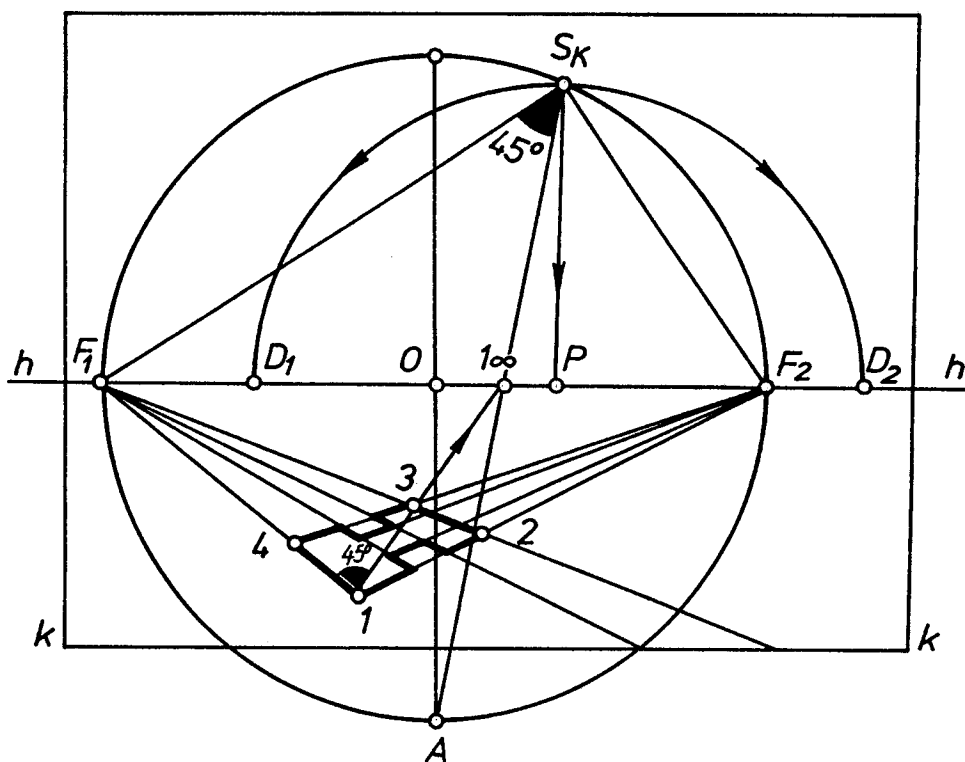
Розв'язання. Виконуємо у певній послідовності необхідні побудови:

Визначаємо положення лінії горизонту hh (рис. 7.80, а). Для цього відмічаємо точки збігу F_1 і F_2 паралельних сторін 1–4 і 2–3 та 1–2 й 4–3 квадрата 1–2–3–4, сполучаємо точки збігу прямою, яка й буде шуканою.

На лінії горизонту відмічаємо положення



a



б

Рис. 7.80

головної точки P картини (рис. 7.80, б). Для цього виконуємо побудови на підставі таких міркувань. Відомо, що точка P лежить на одному перпендикулярі до лінії hh із суміщеною точкою зору S_K . Отже, побудувавши точку S_K , знайдемо шукану точку P . Як визначити точку S_K ?

Пригадаймо, що для побудови точок збігу F_1 і F_2 прямих заданих напрямів через точку S треба провести прямі, паралельні напрямам. У цьому прикладі кути при вершинах 1, 2, 3, 4 об'єкта проєкціювання (квадрата) — прямі, тому й кут при суміщеній точці зору S_K має бути прямим за рівністю з кутом при вершині 1. Звідси випливає, що точка S_K лежить

на колі діаметра $F_1 F_2$ з центром у точці $F_1 F_2 / 2$, оскільки, як відомо з курсу шкільної геометрії, кут із вершиною на колі прямий тоді, коли він спирається на діаметр кола. Отже, кут $F_1 S_K F_2 = 90^\circ$.

Місце розташування точки S_K на колі визначаємо за допомогою точки збігу 1_∞ перспективи діагоналі квадрата і точки A на колі, яку вибираємо, виходячи з того, що суміщений кут $F_1 S_K 1_\infty$ має дорівнювати 45° як такий, що дорівнює кутові між стороною квадрата та його діагоналлю. Для цього, спираючись на властивість вписаних кутів, відкладаємо дугу 90° униз від точки F_1 і, позначивши точку A , сполучаємо її з точкою 1_∞ прямою лінією,

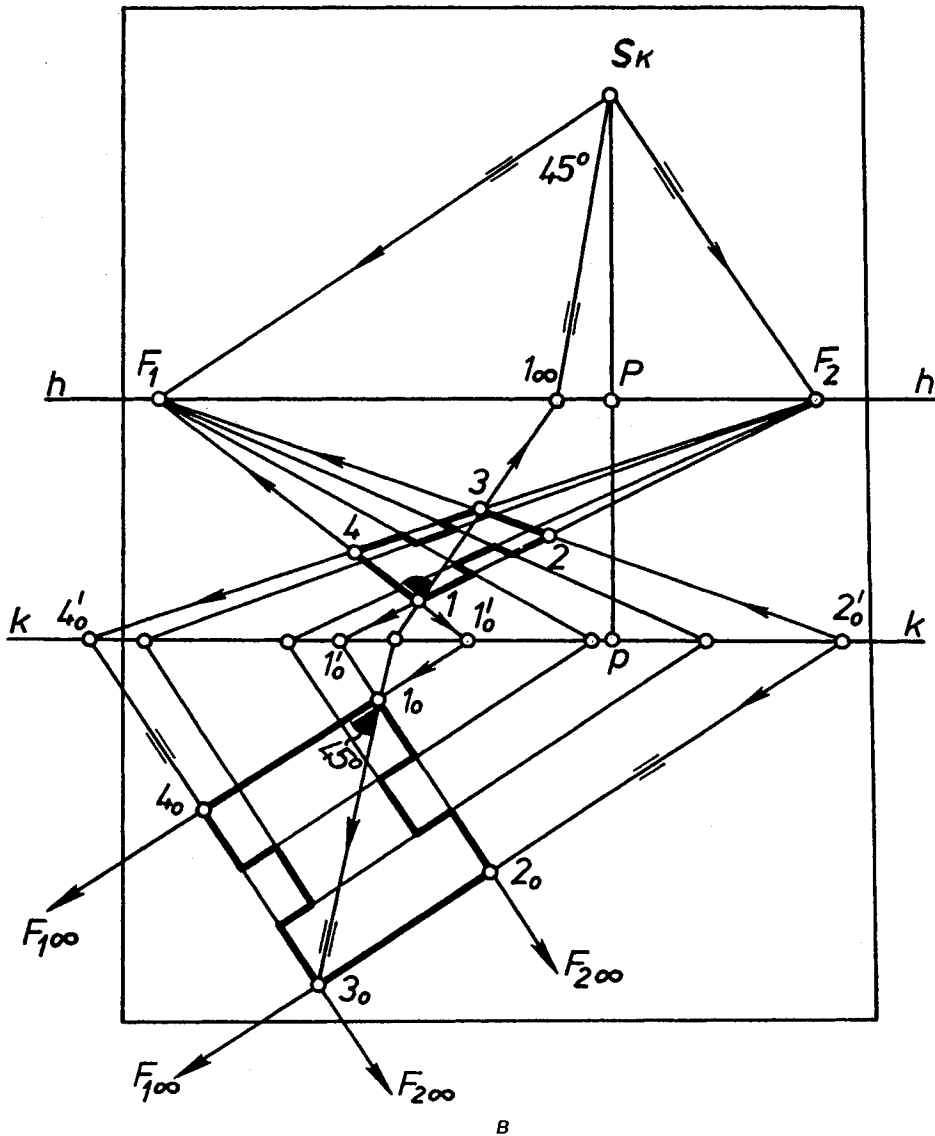


Рис. 7.80 (Закінчення)

яку продовжуємо до перетину з колом у точці S_K . Зрозуміло, що кут $F_1S_KF_2$ — прямий, а точка S_K — шукана. Головну точку P картини визначаємо на лінії горизонту hh , опустивши на неї перпендикуляр з точки S_K .

За суміщеною точкою зору відомим способом відмічаємо дистанційні точки D_1 і D_2 . Суміщену точку зору S_K можна визначити також іншим способом, провівши всередині квадрата дві допоміжні взаємно перпендикулярні прямі — діагоналі половин квадрата замість його діагоналей.

Зазначимо, що в цьому прикладі основу kk картини взято довільно. Її можна також побудувати, якщо задану висоту точки зору відкласти вертикально вниз від лінії горизонту.

3. Справжню величину фігури 1–2–3–4 з вирізами з урахуванням масштабу картини визначимо, виконавши реконструкцію картини, показану на рис. 7.80, в.

ЗАДАЧІ

45. Задати на картині перспективу квадрата $ABCD$, який займає довільне положення у предметній площині. Побудувати основні елементи картини і визначити справжню величину квадрата.

46. Зробити перспективний аналіз картини (рис. 7.81), на якій зображено прямокутний предмет (стіл) зі сторонами, паралельними сторонам кута кімнати.

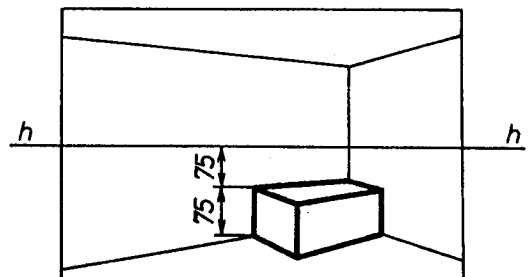


Рис. 7.81

7.11. Побудова тіней у перспективі й аксонометрії

Тіні у перспективі

1. Об'ємність предметів навколишнього середовища сприймається насамперед завдяки контрастові освітлених місць і тіней, які є на поверхні предметів. Для зображення предметів у такому вигляді, в якому ми їх сприймаємо, окрім закономірностей побудови лінійної перспективи, треба знати правила і прийоми побудови тіней за різних умов освітлення. Щоб надати рисунку більшої наочності, на ньому показують розподіл світлотіні, яка складається з власної тіні на неосвітленій частині предмета і тіні, що падає від нього на поверхні інших тіл.

2. Розрізняють два джерела світла, з яких світлові промені в атмосфері поширюються необмежено у різні боки: природне і штучне. Природним джерелом світла є Сонце або Місяць. Через велике віддалення цих джерел їх промені вважають паралельними, а освітлення від них називається паралельним, або сонячним. Штучне (центральне) джерело світла (лампа, ліхтар, свічка тощо) здебільшого розташовують на невеликій відстані від предмета. Його називають факелом, або світною точкою. Промені від штучного джерела світла виходять з однієї точки, а освітлення від нього називають факельним, або точковим.

3. Форма падаючої тіні залежить від форми освітлюваного предмета, джерела світла, відстані та положення цього джерела щодо предмета, а також форми й розташування інших тіл, що оточують предмет. Однак побудова падаючої та власної тіні предмета пов'язана насамперед з умовами освітлення (паралельне чи центральне). Для побудови падаючої тіні досить вибрати з множини точок — контуру власної тіні — характерні точки, побудувати тіні цих точок і сполучити їх між собою лініями (прямими чи кривими). Звідси випливає, що тінь від контуру власної тіні буде контуром падаючої тіні.

4. Побудову падаючих тіней від предметів за штучного або природного освітлення виконують різними способами: сліду променя, дотичних і січних площин, зворотного променя. Оскільки суть цих способів зводиться до знаходження точки перетину світлового променя з площиною чи поверхнею, на яку падає тінь, або лінії перетину дотичних січних площин з поверхнею предмета, то побудова тіні у перспективі — позиційна задача.

5. За штучного освітлення джерело світла може знаходитися позаду, спереду або збоку від спостерігача. Висоту світної точки вибирають залежно від композиційного задуму зображення. Світна точка та її проекція на пов'язуються з лінією горизонту. Падаючі тіні

від предметів мають бути спрямовані у точки збігу на лінії горизонту.

Для побудови падаючої тіні від предмета на картині треба задати проекції світної точки і всіх точок предмета, які визначають контур падаючої тіні на предметній площині. Штучне джерело світла задається на картині світною точкою та її основою на предметній площині. Необхідною умовою побудови тіні, що падає від заданої точки на предметну площину, є задання перспектив точки і світної точки, а також перспектив основ цих точок на предметній площині.

6. Природне джерело світла задається на картині гранично віддаленою точкою, напрямом світлових променів у просторі та їх проекцією на предметній площині. Принципи побудови тіней за паралельного та центрального освітлення аналогічні, але характер освітленої поверхні предметів і тіней від них за сонячного освітлення інший, ніж за штучного.

7. За сонячного освітлення світну точку та її проекцію пов'язують з лінією горизонту, тобто для визначення проекцій світної точки достатньо із заданої перспективи джерела світла опустити перпендикуляр на лінію горизонту. Освітленість зображуваних предметів, власні та падаючі тіні від них залежать від вибраного розташування Сонця відносно глядача, яке може бути у таких трьох основних положеннях: Сонце перед глядачем, тобто у предметному просторі; Сонце позаду глядача, тобто в уявному просторі; Сонце збоку від глядача, тобто в нейтральному просторі.

Отже, якщо Сонце перед глядачем, його промені є висхідними паралельними прямими, тому точка збігу сонячних променів розташована у заданому або довільно взятому місці над лінією горизонту, а проекція точки збігу лежить на лінії горизонту.

Тіні в аксонометрії

Побудова тіней в аксонометрії має багато спільного з побудовою тіней у перспективі, зокрема, в обох випадках для побудови тіней вказують напрям світлового променя і задають на кресленні його вторинну проекцію. У разі паралельності променів площині картини контури падаючих тіней в аксонометрії визначають аналогічно побудові тіней у перспективі. Однак різні способи проєкціонування (паралельне та центральне), на яких ґрунтуються аксонометричні та перспективні проєкції, зумовлюють певні особливості й відмінності побудови тіней в аксонометрії та перспективі.

Напрямок світлового променя в аксонометрії можна взяти довільно, виходячи з потреби найбільш виразного виявлення світлотіні форми предмета з урахуванням його реального освітлення. Здебільшого напрям світ-

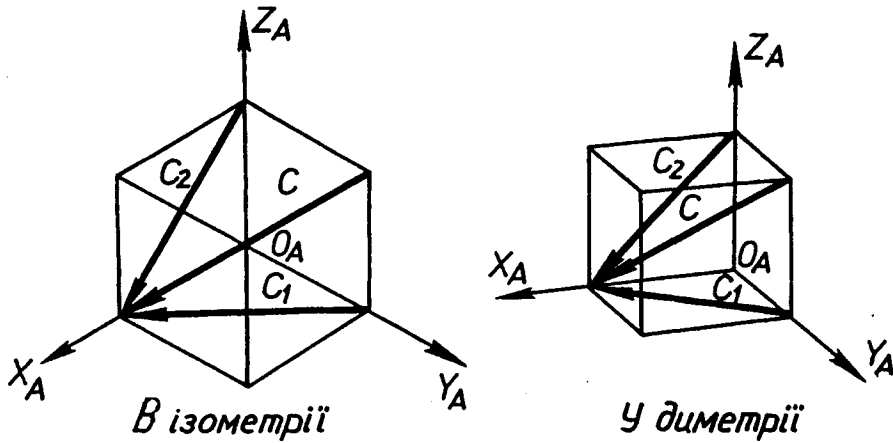


Рис. 7.82

лового променя визначають діагоналю куба, грані якого суміщаються з координатними площинами і ребра побудовані з урахуванням коефіцієнтів спотворення (рис. 7.82). Тоді вторинними проєкціями світлового променя (діагоналі куба) будуть діагоналі граней куба, і тінь від прямої, перпендикулярної до площини проєкцій, буде спрямована паралельно вторинній проєкції променя на цю площину.

У побудові тіней в аксонометрії, як і в перспективі та прямокутних проєкціях, можна скористатися різними способами, зокрема способом променевого перерізів і зворотного променя.

Тіні в аксонометрії надають зображуванню об'єктам виразності й реалістичності.

Однак варто зазначити, що побудова тіней в аксонометрії доцільна насамперед тоді, коли об'єктами зображень є будівлі та споруди, а не конструктивні вузли, деталі чи інші предмети.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Що таке світлотінь, як вона утворюється і в чому полягає її значення для передавання об'ємів у просторі?

2. Що є природним джерелом світла? Що таке факел, або світна точка? Які особливості природного і штучного джерел світла у побудові тіней?

3. Що таке контур падаючої тіні і від чого залежить форма тіні?

4. Що таке власна і падаюча тіні? Який зв'язок існує між ними?

5. Які побудови слід виконати для визначення падаючої тіні?

6. Чи існує залежність між контурами власної і падаючої тіней і чому?

7. Що таке блік і рефлекс?

8. Які є способи побудови тіней і в чому полягає їх суть?

9. До якої групи задач належить побудова тіней у перспективі?

10. Де відносно спостерігача можна розташувати штучне джерело світла і чим воно задається на картині?

11. Чим визначається тінь від точки?

12. Чим задається на картині природне джерело світла?

13. За яких умов можна побудувати падаючі тіні за сонячного освітлення?

14. Задайте довільні прямокутник і трикутник перпендикулярно до предметної площини і побудуйте у перспективі тіні від них, що падають на горизонтальну площину.

15. Побудуйте у перспективі тіні, які падають на предметну площину від куба, тригранної призми, циліндра і конуса, що стоять на предметній площині.

16. Побудуйте у перспективі тіні від вертикального відрізка AB на горизонтальну площину за різних положень сонця відносно спостерігача.

17. Побудуйте у перспективі сонячну тінь від кола, що падає на предметну площину.

18. Побудуйте у перспективі тінь від вертикальної прямої на висхідній площині.

19. Задайте перспективу будівлі спрощеної архітектурної форми і побудуйте тінь, що падає від будівлі.

20. Як вибрати напрям світлового променя для побудови тіні в аксонометрії?

21. Задайте ізометричну проєкцію спрощеної архітектурної форми, яка складається з двох-трьох призматичних тіл, і побудуйте тіні від цих тіл.

ПРИКЛАДИ

Приклад 40. На картині (рис. 7.83) дано відрізок AB , паралельний предметній площині, джерело світла C і проєкцію ab і c . Побудувати у перспективі тінь від відрізка AB , що падає на предметну площину.

Розв'язання. Побудова шуканої тіні зводиться до побудови тіней від точок A і B . Як відомо, тінь від точки будують як перетин

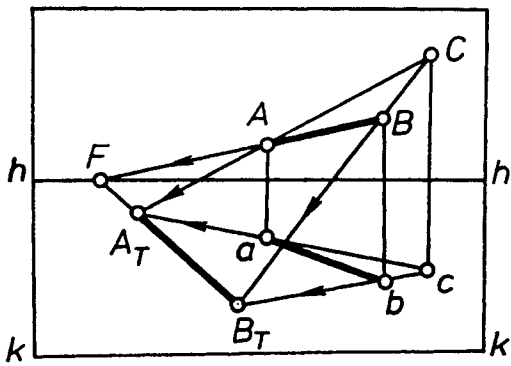


Рис. 7.83

променя, що проходить через задану точку, з прямокутною проекцією променя на заданій площині.

Із точки C проводимо промені через точки A і B — кінці відрізка, а з точки c — проекції променів через точки a і b . Точки перетину променів з відповідними проекціями будуть тінями A_T і B_T точок A і B . Сполучивши ці точки, отримаємо шукану тень $A_T B_T$, яка буде перспективно паралельна прямій AB : пряма AB та її тень $A_T B_T$ мають спільну точку збігу F на лінії горизонту.

Приклад 41. На рис. 7.84 показано джерело світла C , його проекцію c і вертикальний відрізок AB , паралельний заданій площині R . Побудувати в перспективі тень від відрізка, що падає на предметну площину і задану вертикальну площину R .

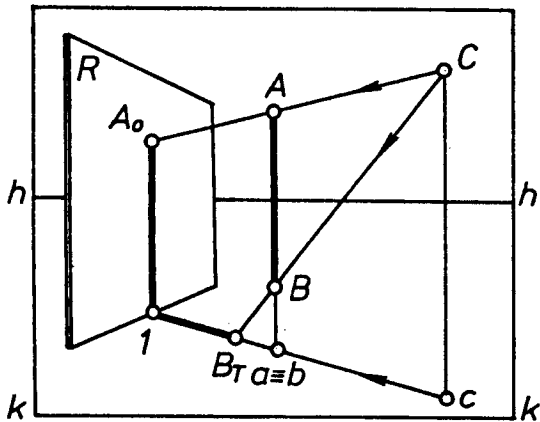


Рис. 7.84

Розв'язання. Тень B_T точки B будемо за методом, поданим у попередньому прикладі. Для побудови тіні A_0 від точки A на площині R продовжимо пряму sB_T до перетину із предметним слідом площини R у точці 1 . Потім із точки C проводимо промінь через точку A до перетину з перпендикуляром, про-

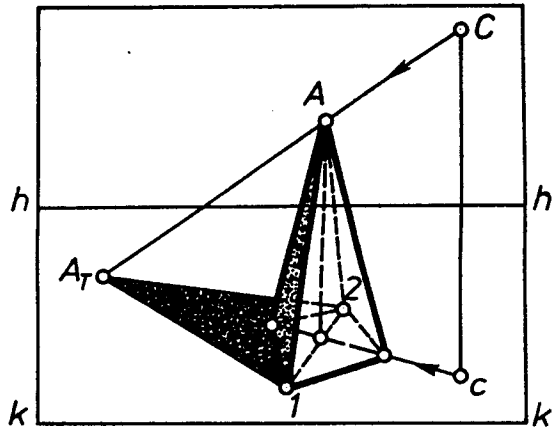


Рис. 7.85

веденим із точки 1 у площині R . Точка перетину A_0 буде шуканою тінню точки A на площині R . Сполучивши точки B_T і 1 , і A_0 , отримаємо відрізки $B_T 1$ і $1 A_0$ — тіні від вертикальної прямої на предметну площину і площину R . Як бачимо, відрізки $B_T 1$ і $1 A_0$ є лініями перетину променевої площини, проведеної через задану пряму AB , з предметною площиною і площиною R .

Приклад 42. Побудувати у перспективі тень від піраміди, що падає на предметну площину (рис. 7.85).

Розв'язання. Міркуючи так само, як і в попередніх прикладах, доходимо висновку, що для цього досить побудувати лише тень A_T вершини A , яку потім сполучити з вершинами $1, 2$ основи піраміди, беручи до уваги те, що лінії $1A$ і $2A$ є контурами власної тіні піраміди. Отже, лінії $1A_T$ і $2A_T$ будуть контурами тіні від піраміди, що падає на предметну площину.

Приклад 43. Побудувати у перспективі тіню від спрощеної архітектурної форми, яка складається з двох призматичних тіл (рис. 7.86).

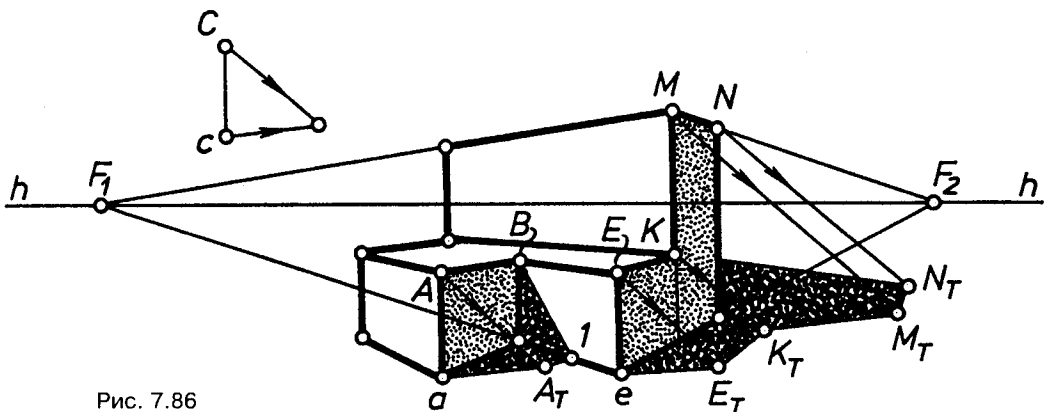


Рис. 7.86

Розв'язання. Побудова шуканої тіні зводиться до побудови тіней від кутів форми — вершин (точок) і ребер.

Тінь A_T від вершини A на горизонтальну площину знаходимо способом сліду променя. Для цього проводимо промінь через точку A і через її основу α — проекцію променя, які в перетині визначають шукану точку A_T . Потім будуємо тінь від ребра AB на горизонтальну площину і на грань (стіну) методом січної променевої площини, проведеної через це ребро, визначивши допоміжну точку 1 . Тіні E_T, K_T, M_T і N_T від відповідних характерних вершин заданої форми будуємо так само, як і тінь A_T від вершини A . Сполучивши прямими лініями побудовані тіні точок, отримуємо шукану тінь.

Приклад 44. Побудувати тіні від геометричних тіл (призм) у прямокутній диметрії (рис. 7.87).

Розв'язання. Задамо напрям світлового променя S та його вторинну проекцію s_1 (рис. 7.87, а).

Визначаємо грані призм, які перебувають у власній тіні, беручи до уваги напрям вторинної горизонтальної проекції променя відносно вторинної проекції вертикальних граней призм. Побудова контуру падаючої тіні зводиться до побудови контуру власної тіні. Спочатку будуємо тінь, що падає на горизонтальну площину (землю) від призми меншої висоти. Тінь, що падає від вертикального ребра AA_1 , спрямовуємо з точки A_1 паралельно вторинній проекції s_1 світлового променя на цій площині. Довжина тіні дорівнює відрізку A_1A_T . Точку A_T знаходимо у перетині напря-

му падаючої тіні ребра з прямою, проведеною з точки A паралельно світловому променю S .

Аналогічно визначиться точка B_T . Контур падаючої тіні йтиме по прямій A_TB_T , далі — по прямій A_TB_T паралельно ребру AB і від точки B_T паралельно ребру BE .

Дещо важче побудувати тінь, що падає від призми більшої висоти на землю та на іншу призму. Для цього промінь, який проходить крізь ребро LL_1 , вміщуємо у горизонтально-проекційну площину і будуємо переріз MN горизонтальної грані призми меншої висоти променевою площиною. Тінь від ребра LL_1 у точці T_1 змінить напрям і йтиме по бічній грані призми. Тінь T_1T йтиме з точки T_1 паралельно ребру LL_1 до перетину з променем, спрямованим із вершини L . Сполучаємо точку T з точкою N . Тінь TN від горизонтального ребра KL на вертикальну площину (грань) призми є проекцією променя на цю площину (паралельно s_2). Контур падаючої тіні є просторовою ламаною лінією L_1T_1NM .

Зазначимо, що для побудови тіней треба зберегти аксонометричний план об'єкта зображення, тобто його вторинну горизонтальну проекцію.

Приклад 45. На рис. 7.88 показано в прямокутній ізометрії будівлю у вигляді спрощених архітектурних форм. Напрямок світлового променя S та його вторинної проекції s_1 показані на схемі. З огляду на заданий напрям променя, у власній тіні перебуватимуть ліві стіни (грані призм) будівлі. Побудова падаючих тіней зрозуміла з рисунка.

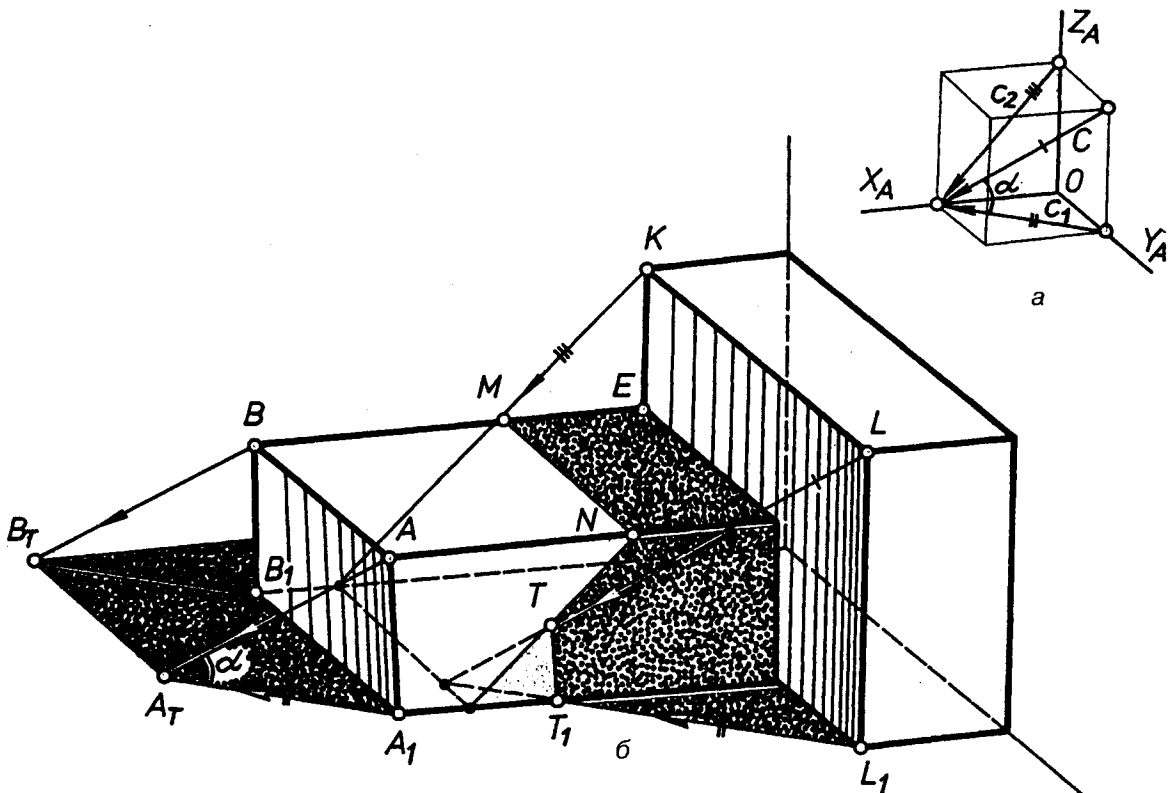


Рис. 7.87

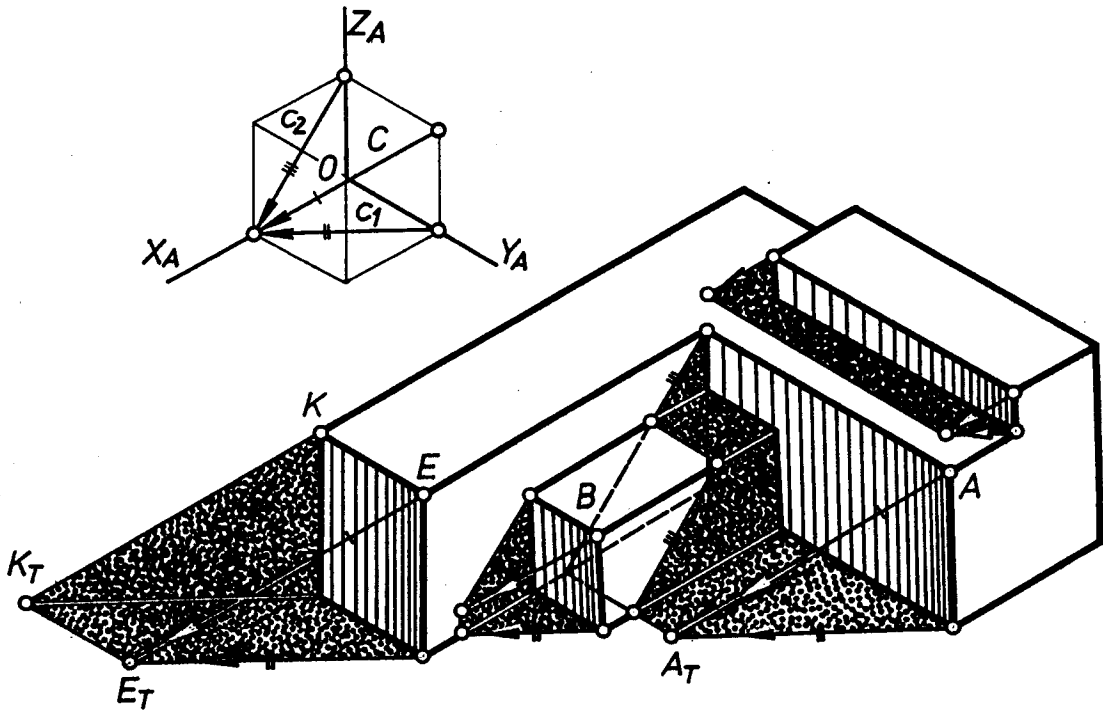


Рис. 7.88

ЗАДАЧІ

47. Побудувати тінь у перспективі від похилого відрізка AB (рис. 7.89).

48. Побудувати тінь у перспективі від заданої вертикальної прямої AB , що падає на предметну площину і похилу площину R (рис. 7.90).

49. На рис. 7.91 зображено прямокутні проєкції фігури — піраміди, поставленої на паралелепіпед. Побудувати перспективу фігури і тінь у перспективі, що падає від фігури на горизонтальну площину.

50. На рис. 7.92 зображено спрощену архітектурну форму в прямокутній диметрії. Побудувати в аксонометрії падаючі тіні від форми.

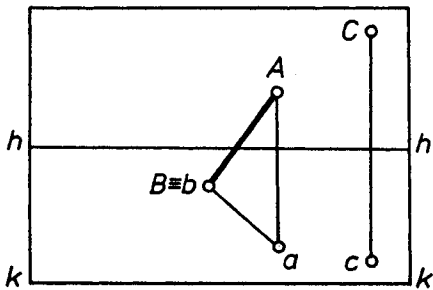


Рис. 7.89

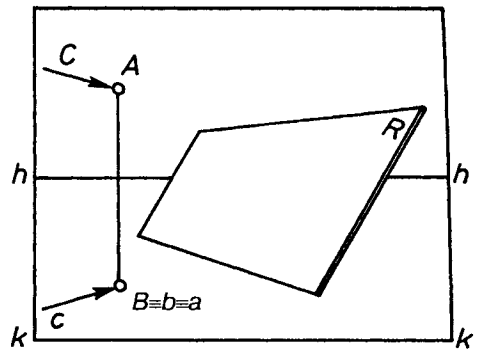


Рис. 7.90

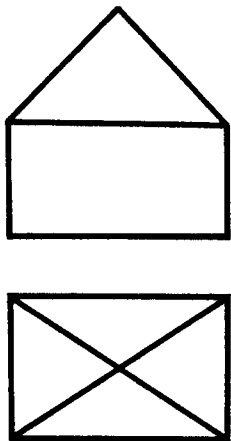


Рис. 7.91

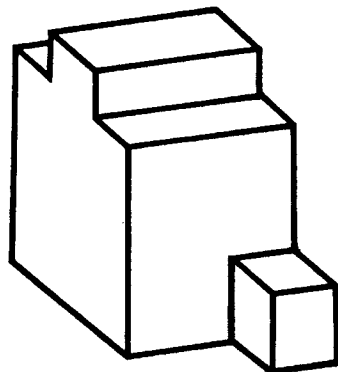


Рис. 7.92

7.12. Побудова перспективи відображення у плоских дзеркальних поверхнях

1. Перспектива відображення у плоских дзеркальних поверхнях є симетричним відображенням. Дзеркальними, окрім дзеркал, вважаються поліровані та глянсові поверхні меблів, підлог, панелей стін та інших частин споруд, а також поверхні водойм — річок, озер, морів тощо.

2. Тіла та поверхні, по-різному поглинаючи, пропускаючи і відбиваючи світлові промені, характеризуються відповідними коефіцієнтами поглинання, пропускання і відбивання. Залежно від цих коефіцієнтів предмети сприймаються як темні, прозорі чи яскраві.

3. Відображення предмета від плоскої дзеркальної поверхні дорівнює величині предмета.

У побудові відображень у плоских дзеркальних поверхнях користуються відомими законами оптики про те, що кут відбивання променя дорівнює куту його падіння і що обидва промені — падаючий і відбитий — лежать в одній площині з перпендикуляром, проведеним до відбитої поверхні в точці падіння променя. Спираючись на це твердження, розглянемо закономірності побудови відображень у плоскому дзеркалі на прикладі точки A (рис. 7.93). Як бачимо з рисунка, промінь, що падає з точки A на дзеркальну поверхню, відбивається від неї у точці K і потрапляє до ока S глядача. Відображення A_B точки A на дзеркалі глядач побачить у точці K , тобто в точці перетину відбитого променя з поверхнею дзеркала.

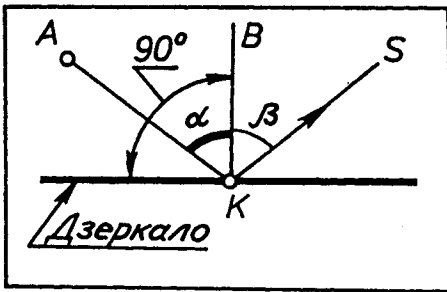


Рис. 7.93

Однак уявне зображення A_B буде на перетині продовження відбитого променя з перпендикуляром AA_B до дзеркальної площини. Звідси випливає, що для побудови дзеркального відображення якої-небудь точки тіла треба визначити проекцію точки на дзеркальній поверхні за допомогою перпендикуляра i , продовживши цей перпендикуляр від точки перетину його із дзеркальною поверхнею у протилежний від поверхні бік, відкласти на ньому відстань, що дорівнює відстані від заданої точки до відбивної поверхні.

4. Побудови відображень від дзеркальних

поверхонь ґрунтуються на теорії перспективи і вимагають виконання певних графічних побудов. Правила зображення відображень у вертикальних дзеркальних поверхнях (дзеркала, панелі стін) і в горизонтальних відбивних поверхнях (воді, підлозі) однакові, однак вони мають свої особливості.

5. Відображення від водної поверхні аналогічне відображенню у дзеркальній поверхні горизонтальної підлоги. Зображення предмета у воді є його перевернуте дзеркальне відображення, величина якого відповідає величині відображуваного предмета.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. Що таке дзеркальне відображення відносно площини (дзеркальна симетрія)?
2. Які поверхні називають дзеркальними?
3. Чому предмети сприймаються як темні, прозорі чи яскраві?
4. У чому полягає залежність між відображенням предмета від дзеркальної поверхні і предметом?
5. На чому ґрунтуються побудови відображень від дзеркальних поверхонь?
6. Які побудови треба виконати для одержання дзеркального відображення точки?
7. Чому зображення предмета у воді є його перевернуте дзеркальне відображення?
8. Побудуйте дзеркальні відображення вертикального і похилих відрізків, задавши дзеркало у різних положеннях відносно картини.
9. Задайте перспективу кута кімнати, в якому розташуйте дзеркало і предмет. Побудуйте відображення предмета у дзеркалі.
10. Придумайте композицію пейзажу з водоймою і відображеними в ній берегом, деревами, будівлями та іншими об'єктами.

ПРИКЛАДИ

Приклад 46. На рис. 7.94 зображене дзеркало, перпендикулярне до картини і предметної площини, та вертикальний відрізок AB . Побудувати відображення відрізка у цьому дзеркалі.

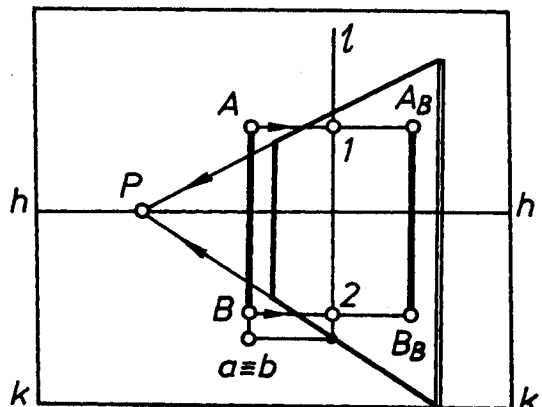


Рис. 7.94

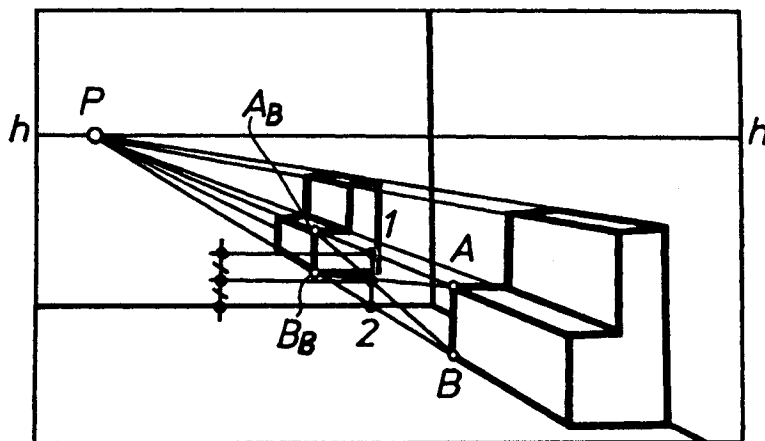


Рис. 7.95

Розв'язання. Площина дзеркала є глибинною площиною. Тому перпендикуляри з точок A і B до дзеркала, паралельні картині, зобразяться в одному перспективному масштабі. Для побудови дзеркального відображення $A_B B_B$ заданого відрізка визначаємо точки 1 і 2 перетину перпендикулярів із точок A і B з поверхнею дзеркала. Для цього через відрізок AB проводимо площину паралельно картині й визначаємо лінію перетину l цієї площини з поверхнею дзеркала.

Точки 1 і 2 знайдемо на перетині перпендикулярів з прямою l . На продовженні перпендикулярів від точок 1 і 2 відкладаємо відрізки $1A_B = 1A$ і $2B_B = 2B$ і сполучаємо прямою лінією точку A_B з точкою B_B . Пряма $A_B B_B$ — шукане дзеркальне відображення.

Приклад 47. Побудувати відображення предмета у дзеркальній фронтальній стіні кімнати (рис. 7.95).

Розв'язання. Насамперед проводимо перпендикуляри з усіх характерних точок — вершин кутів предмета — до площини дзеркала. Як глибинні прямі ці перпендикуляри сходяться у головній точці P картини. Визначаємо точки перетину цих перпендикулярів із площиною дзеркала за допомогою глибин-

них площин. На рисунку показано побудову лише двох точок — 1 і 2 . Відображення A_B і B_B точок A і B двох вершин кутів предмета знайдуться на продовженнях перпендикулярів A_A і B_B углиб картини. Для побудови точок A_B і B_B скористаємося з того, що діагоналі прямокутника перетинаються на його середній лінії. Для цього поділимо лінію $1-2$ навпіл і, провівши з точок A і B прямі (діагоналі) через середину ab до перетину з прямими BP і AP , отримаємо точки B_B і A_B . Побудова відображень решти вершин кутів зрозуміла з рисунка. Сполучаємо прямими лініями відображення вершин і отримуємо шукане дзеркальне відображення предмета.

Як бачимо, визначення точок A_B, B_B, \dots є метричною задачею на подвоєння відрізків (див. приклад 27).

ЗАДАЧІ

51. Побудувати відображення вертикального відрізка AB у похилому дзеркалі, перпендикулярному до картини (рис. 7.96).

52. У кутку кімнати (рис. 7.97) стоїть письмовий стіл. Побудувати його відображення у дзеркалі, яке висить на бічній стіні кімнати.

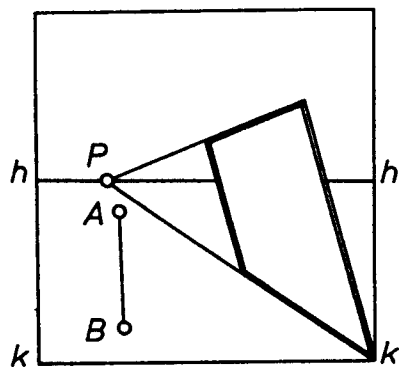


Рис. 7.96

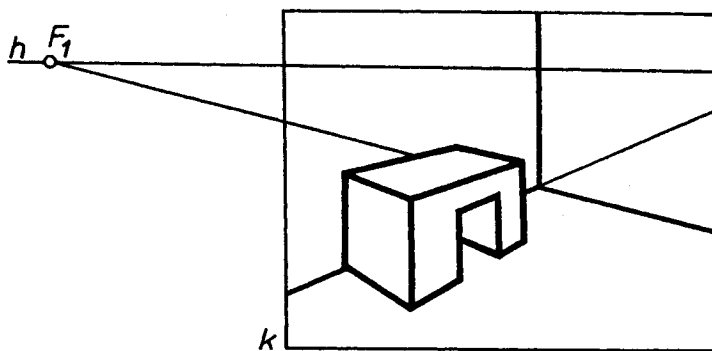


Рис. 7.97

7.13. Проекції з числовими позначками

1. Побудова проекцій фігури на дві або три площини проекцій можлива лише тоді, коли величини координат точок фігури істотно не відрізняються між собою, тобто якщо її горизонтальні та вертикальні розміри приблизно однакові.

У разі зображення фігури, горизонтальні розміри якої набагато більші за вертикальні, система трьох площин проекцій стає досить незручна у користуванні, позаяк із трьох заданих координат точок фігури практично випадають значно менші за величиною координати, і положення фігури у просторі буде невизначеним. Щоб визначити це положення, замінюють побудову проекцій вертикальних величин фігури на числові позначки (числа), які проставляють на горизонтальній площині проекцій біля точок і які вказують, на якій відстані від площини проекцій розташована задана точка фігури.

Проекції з числовими позначками виконують у заданому масштабі на основі прямокутного проєкціювання на одну площину проекцій, за яку здебільшого беруть горизонтальну площину проекцій H . Цю площину, рівень якої відповідає рівневі води в океані або в морі, називають площиною нульового рівня, або нульовою (основною) площиною. Числові позначки вважають додатними, якщо точка розташована над нульовою площиною, і від'ємними, — якщо під нею. Перед такими позначками ставлять знаки «плюс» і «мінус». Числова позначка точки, яка лежить у площині нульового рівня, відповідає нулеві.

2. Проекції з числовими позначками застосовують для зображення ділянок земної поверхні майбутнього будівництва різних інженерних споруд (аеродромів, гребель, дамб, полотна шосейних доріг і залізниць тощо), виготовлення топографічних карт та інших картографічних документів, тому що у цих випадках вертикальний розмір об'єкта (висота) невеликий порівняно з його горизонтальними розмірами (довжина, ширина).

3. У проєкціях із числовими позначками пряму, окрім задання її двома точками, можна задати горизонтальною проєкцією, відміткою однієї з точок прямої і нахилом $i = \operatorname{tg} \alpha$ (α — кут нахилу прямої до горизонтальної площини H). Напрямок нахилу прямої, тобто напрям зменшення її відміток, вказують стрілкою.

Інтервалом прямої називають горизонтальну відстань між такими двома точками прямої, в яких різниця рівнів (позначок) дорівнює одиниці фізичної величини (1, 10, 100 м...). Інтервал заданої прямої є величина, обернена до нахилу. Графічні дії для визначення інтервалу прямої або точок на прямій з цілими

числовими позначками, для яких різниця позначок дорівнює одиниці (1, 10 м...), називають градуванням прямої. Це зумовлено тим, що під час зображення прямої та розв'язування задач, пов'язаних із нею, у проєкціях з числовими позначками зручно мати на прямій позначки, які були б цілими, а не дробовими числами.

4. Побудова зображень паралельних, перетинних і мимобіжних прямих у проєкціях з числовими позначками має деякі особливості.

Паралельність двох прямих можлива за умови паралельності їх проєкцій, зростання в один і той самий бік їх числових позначок і рівності інтервалів прямих.

Зображуючи та визначаючи прямі, що перетинаються, треба брати до уваги такі ознаки: проєкції перетинних прямих мають перетинатися; точка перетину має однакову висотну позначку на обох проєкціях прямих.

Прямі — мимобіжні, якщо відсутні ознаки їх паралельності або перетину.

5. Площина у проєкціях з числовими позначками задається відомими способами задання площини у прямокутній системі площин проекцій, а також масштабом спаду (масштабом закладання).

Масштабом спаду називають проградуйовану проєкцію лінії найбільшого нахилу площини, тобто лінії — однієї з усіх можливих ліній у цій площині, що утворює найбільший кут із площиною горизонту. Лінія найбільшого нахилу (лінія найбільшого спаду, чи лінія падіння площини) проєкціюється у пряму, перпендикулярну до проєкцій горизонталей площини. Відстань між проєкціями горизонталей є інтервалом лінії (дорівнює одиниці фізичної величини — 1, 10 м...) найбільшого нахилу за умови різниці рівнів горизонталей.

Інтервал і кут спаду (нахилу) площини дорівнюють відповідно кутів нахилу лінії найбільшого нахилу, а нахил площини відповідає нахилу лінії найбільшого нахилу.

Крім ліній найбільшого спаду, характерними лініями площини є горизонталі — прямі, що лежать у цій площині й паралельні площині горизонту.

6. У проєкціях із числовими позначками позиційні та метричні задачі на взаємне положення точок, прямих і площин розв'язують за певних умов:

а) належність точок прямої відповідним горизонталям площини забезпечує належність прямої даній площині;

б) дві площини паралельні між собою за умови паралельності їх масштабів спадів, рівності нахилів і рівності інтервалів масштабів;

в) дві площини перетинні, якщо відсутня хоча б одна з ознак їх паралельності;

г) пряма перпендикулярна до площини, якщо проєкція прямої паралельна масштабові спаду площини, спад перпендикулярної

прямої — протилежний спадові площини, а інтервал прямої є величиною, оберненою до величини масштабу спаду площини.

7. Топографічною називають поверхню землі, що є комбінацією різних поверхонь випадкового типу. На кресленні топографічна поверхня задається сукупністю кривих ліній — горизонталей, які можна уявити лініями перерізу поверхні землі низкою горизонтальних площин, відстань між якими називається висотою перерізу горизонталей. Висоту перерізу беруть від 0,5 до кількох десятків метрів залежно від рельєфу землі та масштабу креслень.

Інтервал (закладання) горизонталей визначається відрізком між двома сусідніми горизонталями на плані. Між інтервалом горизонталей, висотою перерізу і кутом нахилу елементарної площини існує певна залежність, з якої випливає, що зі збільшенням кута нахилу поверхні відстань між горизонталями зменшується. Множина горизонталей утворює дискретний каркас цієї поверхні, за допомогою якого можна розв'язувати позиційні та метричні задачі. Горизонталі з позначками, що закінчуються на нуль (10, 20, 30...), називають основними, інші — проміжними і зображують на кресленнях відповідно товстими й тонкими хвилястими лініями. План топографічної поверхні утворюють проекції горизонталей на горизонтальну поверхню. Його будують у горизонталях за координатами x , y і висотними позначками точок поверхні.

Характерними лініями топографічної поверхні є горизонталі, лінії найбільшого нахилу, хребта (вододілу), жолоба (долини) і однакового нахилу. Лінії найбільшого нахилу спрямовані перпендикулярно до горизонталей. Лінія хребта проходить перпендикулярно до горизонталей і посередині кута, який утворюють лінії найбільшого нахилу, що розходяться у протилежні боки. Лінія жолоба проходить перпендикулярно до горизонталей і посередині кута між лініями найбільшого нахилу, які сходяться. Точка перетину ліній хребта і жолоба називається сідлом топографічної поверхні.

Лінія перерізу топографічної поверхні вертикальною площиною називається профілем місцевості. Профіль відображає характер зміни поверхні. На топографічній поверхні можна розв'язувати як позиційні, так і метричні задачі.

Запитання і завдання для самоперевірки

1. У чому полягає суть методу прямокутних проекцій з числовими позначками?
2. Що таке закладання, інтервал і нахил відрізка прямої?
3. Що таке градування прямої і для чого воно виконується?

4. Як задаються точка і пряма у проекціях з числовими позначками?

5. Задайте числові позначки точок A і B . Визначіть довжину відрізка AB і кут його нахилу до горизонтальної площини.

6. Укажіть умови, за якими в проекціях з числовими позначками здійснюється побудова двох паралельних прямих і двох перетинних прямих.

7. Як задається площина у проекціях з числовими позначками? Назвіть характерні лінії площини.

8. Що таке масштаб закладання (спаду) площини і як він позначається на кресленні?

9. Що таке кут нахилу площини і як він визначається?

10. Перелічіть послідовність графічних операцій у побудові точки перетину прямої з площиною, лінії перетину двох площин.

11. Які особливості зображень у проекціях з числовими позначками: а) прямої, паралельної площині; б) прямої, що перетинає площину; в) двох площин, що перетинаються.

12. Що таке топографічна поверхня і які її характерні властивості?

13. Як задається на кресленні топографічна поверхня?

14. Як побудувати горизонталі топографічної поверхні? Чим визначається інтервал горизонталей топографічної поверхні?

15. Наведіть приклади найпростіших позиційних та метричних задач на топографічній поверхні.

ПРИКЛАДИ

Приклад 48. Проградувати пряму k , задану точками $A (+6,7 \text{ м})$ і $B (+2,2 \text{ м})$. Масштаб 1:100 (рис. 7.98). Визначити положення точки C , яка лежить на цій прямій і яка має перевищення 3 м відносно точки B .

Розв'язання. Через точку з меншою числовою позначкою (B) під довільним кутом проводимо допоміжну пряму і визначаємо різницю позначок точок: $6,7 - 2,2 = 4,5 \text{ м}$. Вибираємо одиницю для градування. Такою одиницею може бути довільний відрізок, який легко поділити на десять частин. На допоміжній прямій від точки B_1 відкладаємо 4,5 таких одиниць і відмічаємо кінцеву точку, яку позначаємо відмічкою 6,7 вищої точки A_1 . Сполучаємо цю точку з точкою A_1 і отримуємо кінцеву пряму. Для точності побудови одиницю для градування беремо так, щоб кут між кінцевою прямою та проекцією A_1B_1 заданої прямої дорівнював приблизно 90° .

Потім на допоміжній прямій відмічаємо точки 3, 4, 5, 6 і через них проводимо засічки прямими, паралельними кінцевій прямій. На перетині засічок із прямою A_1B_1 визначаємо точки з цілими числовими позначками. Як ба-

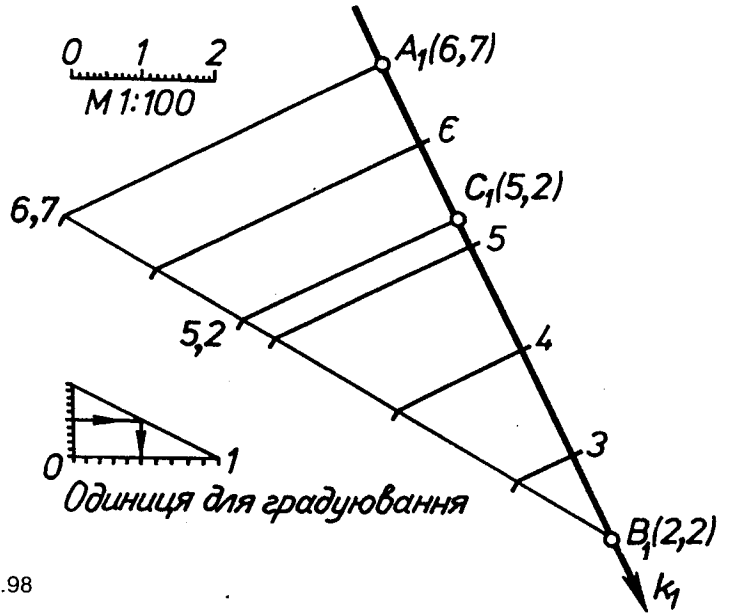


Рис. 7.98

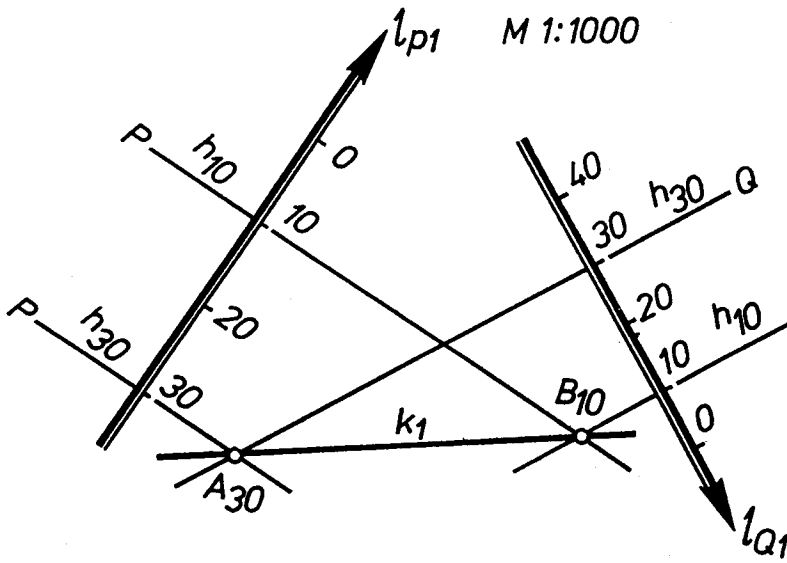


Рис. 7.99

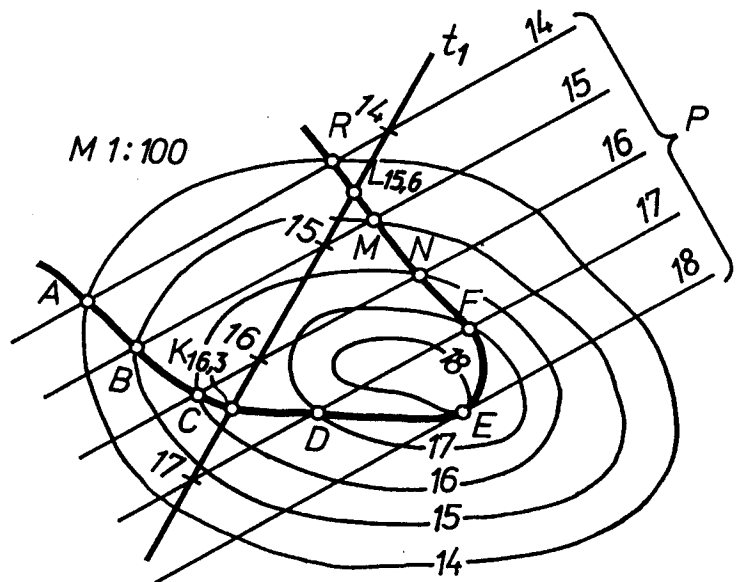


Рис. 7.100

чимо, положення точки C_1 , числова позначка якої буде $+5,2$, визначається аналогічно.

Приклад 49. Побудувати лінію перетину двох площин P і Q , заданих масштабом спадів l_{P1} і l_{Q1} (рис. 7.99).

Розв'язання. Вибираємо у заданих площинах дві пари горизонталей з однаковими висотними позначками $+30$ і $+10$ і визначаємо A_{30} і B_{10} перетину цих горизонталей. Сполучивши прямою побудовані точки, отримуємо шукану лінію k_1 перетину заданих площин.

Приклад 50. Побудувати точку перетину прямої t з топографічною поверхнею (рис. 7.100).

Розв'язання. Беремо пряму t у допоміжній площині загального положення P , яку задаємо горизонталями $18, 17, 16, 15, 14$, і будуємо лінію перетину топографічної поверхні з площиною P за точками перетину їх горизонталей з однаковими висотними позначками. Лінією перетину буде крива $ABCDEFNMR$. Знаходимо точку перетину цієї кривої з прямою t . Як бачимо з рисунка, задана пряма перетинає цю топографічну поверхню у двох точках K і L , між якими вона невидима. Відтак визначаємо відмітки точок K і L .

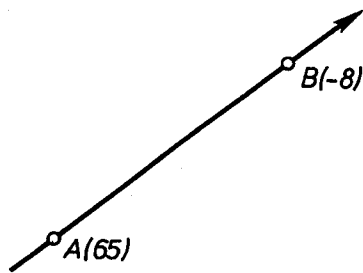


Рис. 7.102

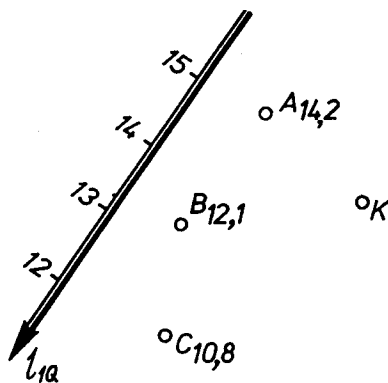


Рис. 7.103

ЗАДАЧІ

53. Проградуювати пряму AB (рис. 7.101); $M 1:100$.

54. На прямій AB знайти точку C з відміткою 30 (рис. 7.102); $M 1:1000$.

55. Перевірити належність точок A, B і C заданій площині (рис. 7.103). Визначити відмітку точки D , яка лежить у заданій площині; $M 1:50$.

56. Побудувати лінію перетину двох площин P і Q (рис. 7.104); $M 1:100$.

57. Перевірити взаємне розташування прямої l і площини (рис. 7.105).

58. Побудувати переріз (профіль) топографічної поверхні площиною P , заданою горизонталлю h_0 , перпендикулярною до площини горизонту (рис. 7.106).

59. Побудувати точку перетину прямої l з топографічною поверхнею (рис. 7.107).

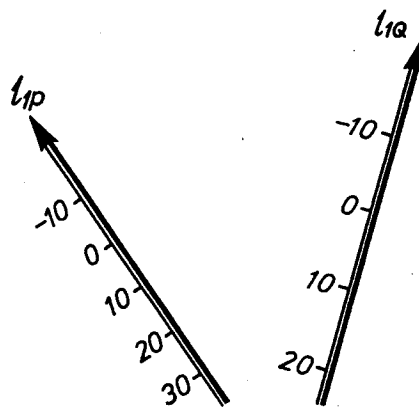


Рис. 7.104

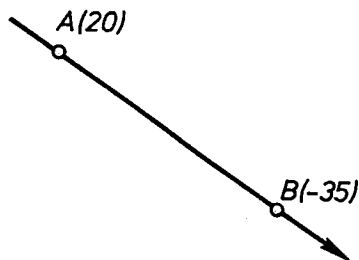


Рис. 7.101

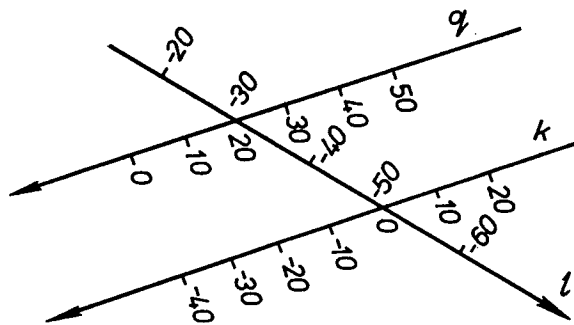


Рис. 7.105

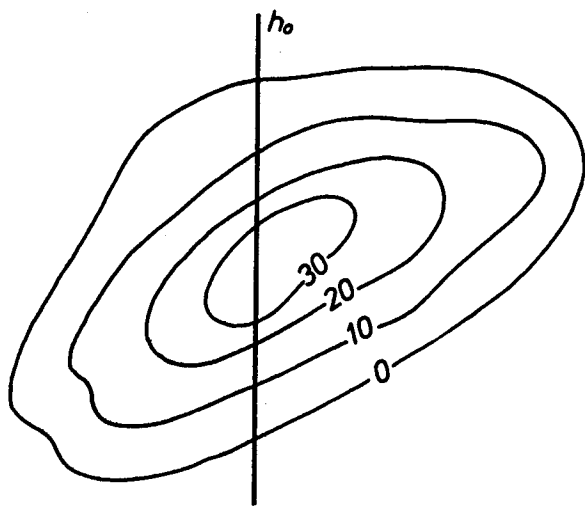


Рис. 7.106

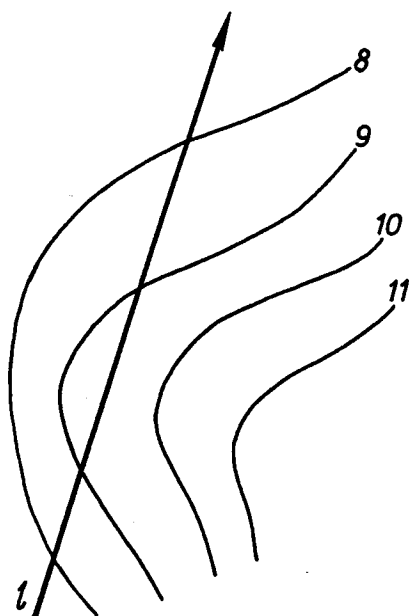


Рис. 7.107

ДОДАТКИ
БАГАТОВАРІАНТНІ ГРАФІЧНІ ЗАВДАННЯ

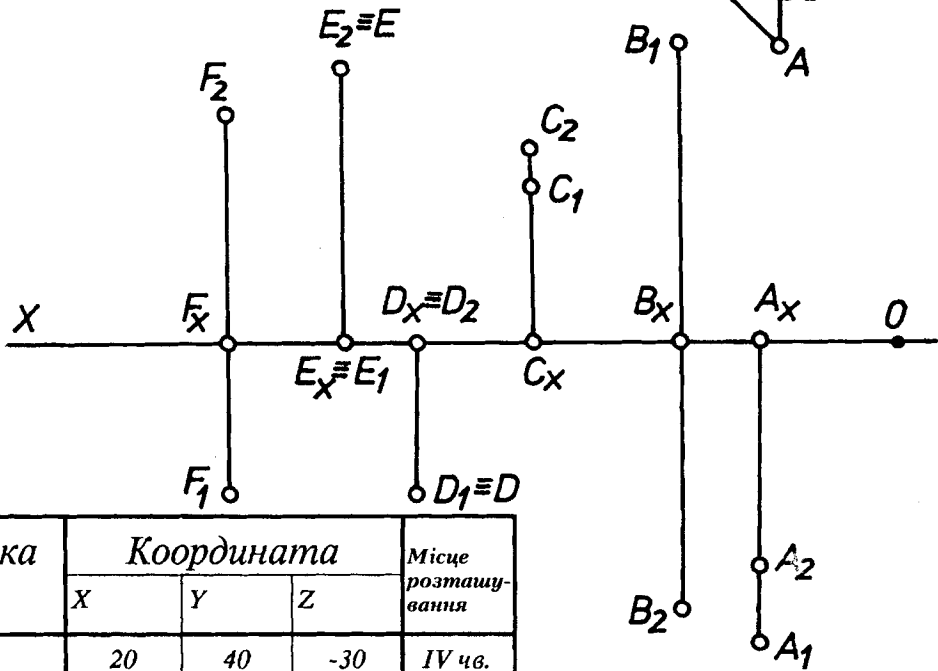
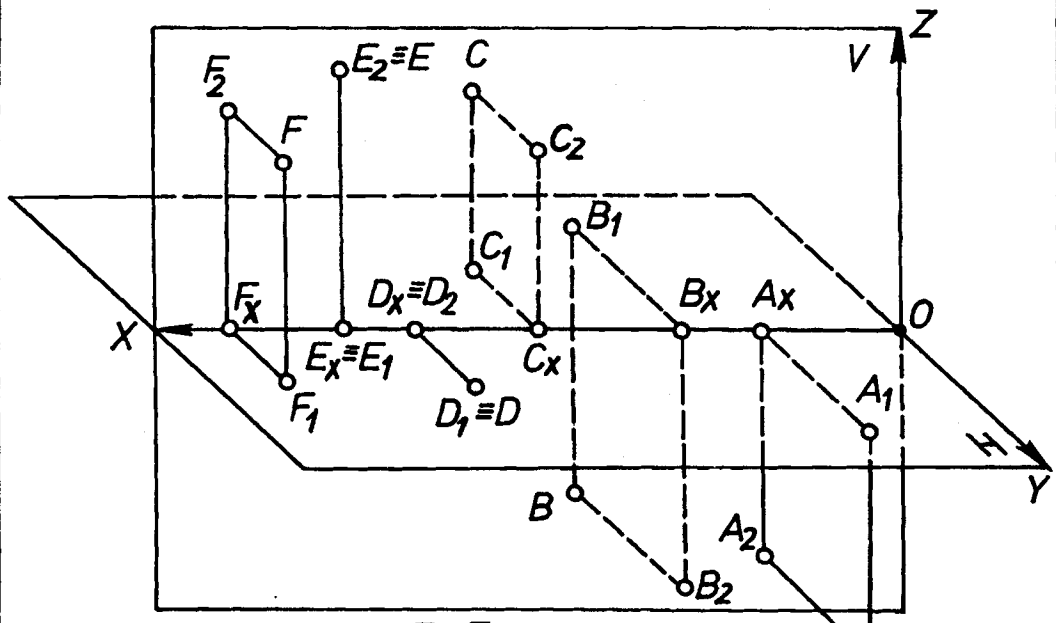
Завдання 1

Побудувати епюр та наочне зображення (косокутну фронтальну диметрію) заданих у табл. Д 1.1 точок. Указати місце їх розташування. Завдання виконати в системі двох площин проєкцій.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.1.

Таблиця Д 1.1

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм					
	A	B	C	D	E	F
1	10,40,-25	25,20,35	90,-40,-20	70,-20,30	55,0,25	35,20,0
2	15,-30,0	35,-20,35	65,40,30	75,0,40	85,40,-20	95,-20,-30
3	10,40,20	30,20,-30	45,0,-25	60,-20,0	75,-20,-35	90,-40,25
4	5,20,30	15,-40,20	25,0,-35	35,-40,-30	65,20,-35	85,30,0
5	15,-20,30	25,-40,-25	45,0,30	60,20,45	75,40,0	90,40,-20
6	10,-40,30	25,-40,0	40,-20,-45	55,0,-30	75,40,25	85,20,-30
7	20,40,-30	30,-40,-40	50,-20,25	65,20,0	75,0,35	90,20,30
8	10,20,0	25,20,-35	40,-20,-35	55,-40,30	80,20,30	90,0,30
9	10,-20,-30	25,0,-35	35,-20,0	50,20,-25	70,40,40	80,-40,30
10	10,0,-30	90,-20,0	20,-20,-30	45,40,-30	60,20,35	75,-20,35
11	95,-20,-30	85,40,-20	75,0,30	65,40,30	35,-20,35	15,-30,0
12	90,-40,25	75,-20,-35	60,-20,0	45,0,-25	30,20,-30	10,40,20
13	85,30,0	65,20,-35	35,-40,-30	25,0,-30	15,-40,20	5,20,30
14	35,20,0	55,0,25	70,-20,30	90,-40,-20	25,20,35	10,40,-25
15	90,40,-30	75,40,0	60,20,45	45,0,30	25,-40,-25	15,-20,30
16	85,20,-30	75,40,25	55,0,-30	40,-20,-45	25,-40,0	10,-40,30
17	90,20,30	75,0,35	65,20,0	50,-20,25	30,-40,-40	20,40,-30
18	90,0,30	80,20,30	55,-40,30	40,-20,-35	25,20,-35	10,20,0
19	80,-40,30	70,40,40	50,20,-25	35,-20,0	25,0,-35	10,-20,-30
20	75,-20,35	60,20,35	45,40,-30	20,-20,-30	90,-20,0	10,0,-30
21	10,0,-30	90,-20,0	20,-20,-30	45,40,-30	60,20,35	75,-20,35
22	10,-20,-30	25,0,-35	35,-20,0	50,20,-25	70,40,40	80,-40,30
23	10,20,0	25,20,-35	40,-20,-35	55,-40,30	80,20,30	90,0,30
24	20,40,-30	30,-40,-40	50,-20,25	65,20,0	75,0,35	90,20,30
25	10,-40,30	25,-40,0	40,-20,-45	55,0,-30	75,40,25	85,20,-30
26	10,40,-25	25,15,30	90,-40,-20	70,-20,30	50,0,25	35,20,0
27	15,-30,15	35,-20,35	65,40,30	75,0,40	85,40,-20	95,-20,-30
28	10,20,0	25,20,-35	40,-20,-35	55,-40,30	80,20,30	95,0,30
29	80,-40,30	70,40,40	50,20,-25	35,-20,0	25,0,-35	10,-20,-30
30	75,-15,35	60,20,35	45,40,-30	20,-20,-20	90,-20,0	10,0,-30



Точка	Координата			Місце розташування
	X	Y	Z	
A	20	40	-30	IV чв.
B	30	-40	-35	III чв.
C	50	-20	25	II чв.
D	65	20	0	пл. H
E	75	0	35	пл. V
F	90	20	30	I чв.

Точка в системі двох площин проєкцій			Варіант 31
Креслив	Іванчук		Завдання 1
Перевірів	Василишин		

Рис. Д.1.1

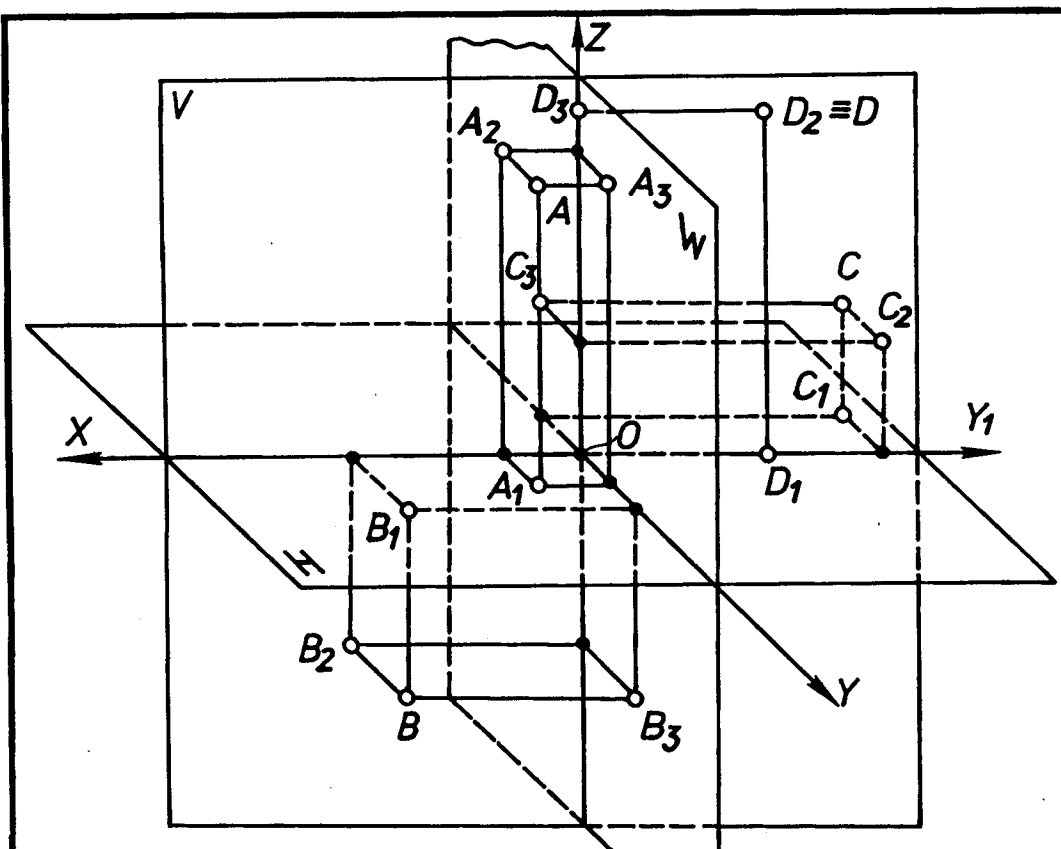
Завдання 2

Побудувати епюр та наочне зображення (косокутну фронтальну диметрію) заданих у табл. Д 1.2 точок. Указати місце їх розташування. Завдання виконати в системі трьох площин проєкцій.

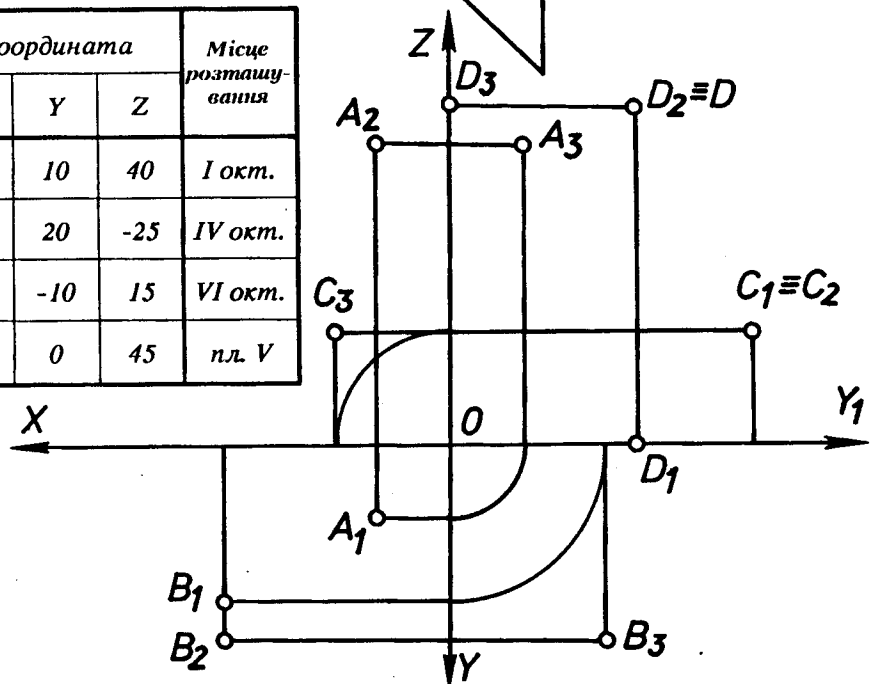
Приклад виконання подано на рис. Д 1.2.

Таблиця Д 1.2

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм			
	A	B	C	D
1	-30,-20, 25	40, 15,-15	25, 0,-45	-10,-10,-40
2	-25, 20, 35	25,-40, 25	-15,-20,-35	35,-10, 0
3	40, 40, 25	-35, 20,-40	-15,-10,-35	45, 0,-25
4	-40, 10, 35	25,-20, 30	-30,-40,-25	0, 40,-30
5	10, 10, 40	30, 20,-25	-40,-15, 15	-25, 0, 45
6	15, 20, 35	25,-20,-35	-25, 40,-25	-35, 10, 0
7	15, 10, 35	35,-20, 40	-40,-40,-25	-45, 0, 25
8	30, 40, 25	-25, 20,-30	40,-10,-35	0,-40, 30
9	30, 10, 30	-35, 20, 45	0, 30,-15	35,-20,-30
10	-35, 25, 30	35,-20,-45	-30,-10,-30	0,-30, 15
11	-35,-25, 30	45, 20,-20	30, 5,-50	-15,-15,-45
12	-30, 25, 40	30,-45, 30	-20,-25,-40	40,-15, 5
13	45, 45, 30	-40, 25,-45	-20, -15,-40	50, 5,-35
14	-45, 15, 40	30,-25, 35	-35,-45,-30	5, 45,-35
15	15, 15, 45	35, 25,-30	-45,-20, 20	-35, 5, 50
16	20, 25, 40	30,-25,-40	-35, 45,-35	-40, 15, 5
17	20, 15, 40	40,-25, 45	-45,-45,-30	-50, 5, 30
18	35, 45, 30	-30, 25,-35	45,-15,-40	5,-45, 35
19	35, 15, 35	-40, 25, 50	5, 35,-20	40,-25,-35
20	-35, 25, 30	35,-20,-45	-30,-10,-30	0, -30, 15
21	35,-20,-30	0, 30,-15	-35, 20, 45	30, 10, 30
22	0,-40, 30	40,-10,-35	-25, 20,-30	30, 40, 25
23	25, 0,-45	-10,-10,-40	40, 15,-15	-30,-20, 25
24	35,-10, 0	-15,-20,-35	25,-40, 25	-25, 20, 35
25	45, 0,-25	-15,-10, -35	-35, 20,-40	40, 40, 25
26	-10,-10,-40	25, 0,-45	40, 15,-15	-30,-20, 25
27	35,-10, 0	-15,-20,-35	25,-40, 25	-25, 20, 35
28	45, 0, -25	-15,-10,-35	-35, 20,-40	40, 40, 25
29	0, 40,-30	-30,-40,-25	25,-20, 30	-40, 10, 35
30	10, 10, 40	-25, 0, 45	30, 20,-25	-40,-15, 15



Точка	Координата			Місце розташування
	X	Y	Z	
A	10	10	40	I окт.
B	30	20	-25	IV окт.
C	-40	-10	15	VI окт.
D	-25	0	45	пл. V



Точка в системі трьох площин проєкцій			Варіант 31
Креслив	Петренко		Завдання 2
Перевірів	Юрковський		
			ПрУ, гр. ХГ-12

Рис. Д.1.2

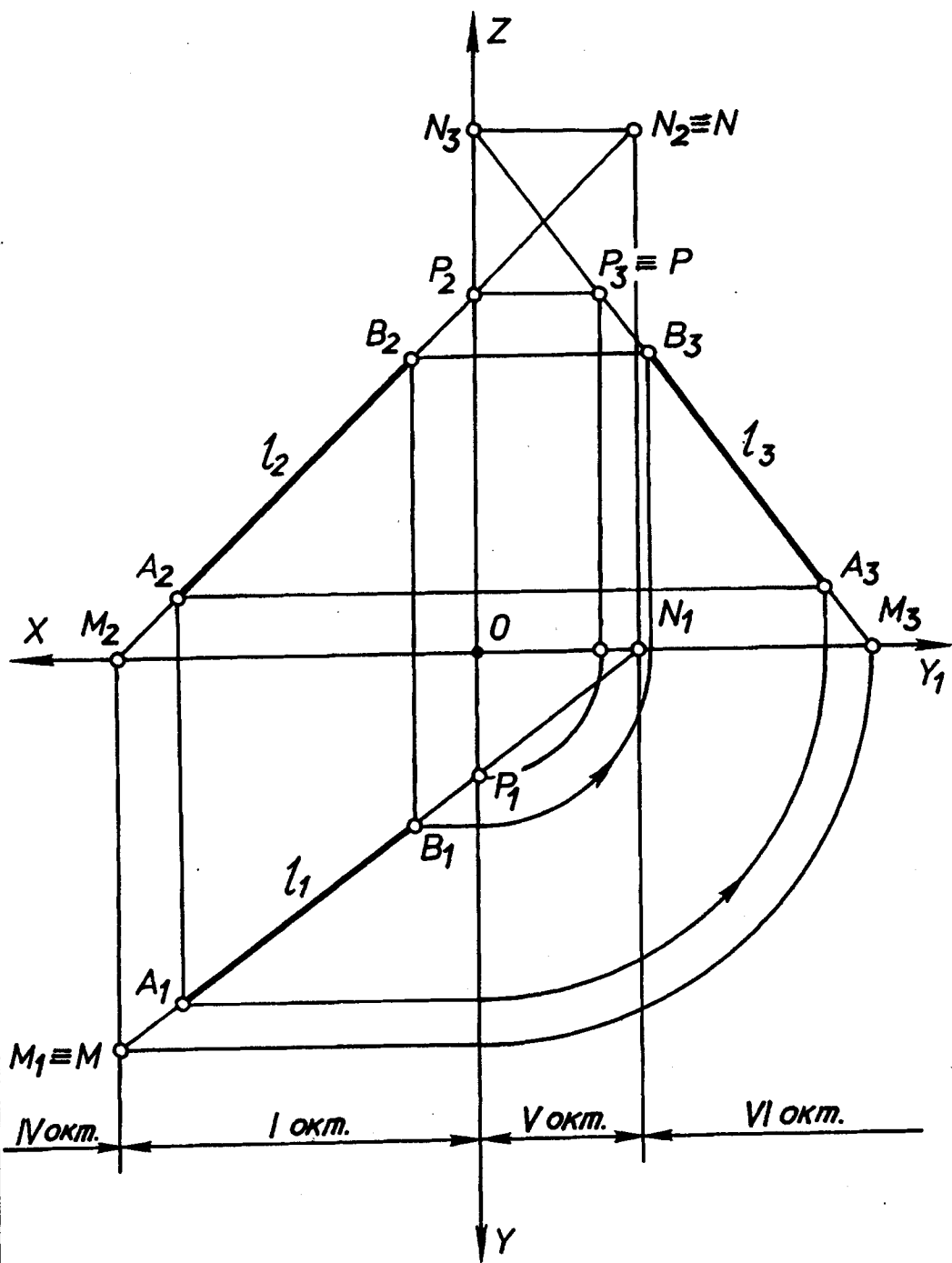
Завдання 3

Побудувати сліди прямої l , заданої точками A і B . Вказати, через які октанти проходить пряма.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.3. Приклад виконання подано на рис. Д 1.3.

Таблиця Д 1.3

Варіант	Координати точки (x, y, z)	
	A	B
1	65, 20, 5	-45, 5, 40
2	75, 40, 65	30, 5, 40
3	45, -5, -40	-65, -20, -5
4	-30, -5, -40	-75, 40, -65
5	75, 60, 40	30, 40, 5
6	-30, -40, -5	-75, -60, -40
7	75, 5, 50	-50, 40, -10
8	50, -40, 10	-75, -5, -50
9	35, 15, -55	-85, 65, 0
10	85, -65, 0	-35, -15, 55
11	-45, 5, 40	65, 20, 5
12	30, 5, 40	75, 40, 65
13	-65, -20, -5	45, -5, -40
14	-75, 40, -65	-30, -5, -40
15	30, 40, 5	75, 60, 40
16	-75, -60, -40	-30, -40, 5
17	-50, 40, -10	75, 5, 50
18	-75, -5, -50	50, -40, 10
19	-85, 65, 0	35, 15, -55
20	-35, -15, 55	85, -65, 0
21	65, 20, 5	-45, 5, 40
22	75, 40, 65	30, 5, 40
23	50, -40, 10	-75, -5, -50
24	35, 15, -55	-85, 65, 0
25	85, -65, 0	-35, -15, 55
26	60, 20, 5	-45, 5, 40
27	70, 40, 65	30, 5, 40
28	50, -5, -40	-75, 40, -65
29	-40, -15, 55	85, -65, 0
30	-30, -15, 55	85, -60, 5



Сліди прямої			Варіант 31
Креслив	Іваненко		Завдання 3
Перевірів	Василишин		
			ПРУ, гр. ХГ-12

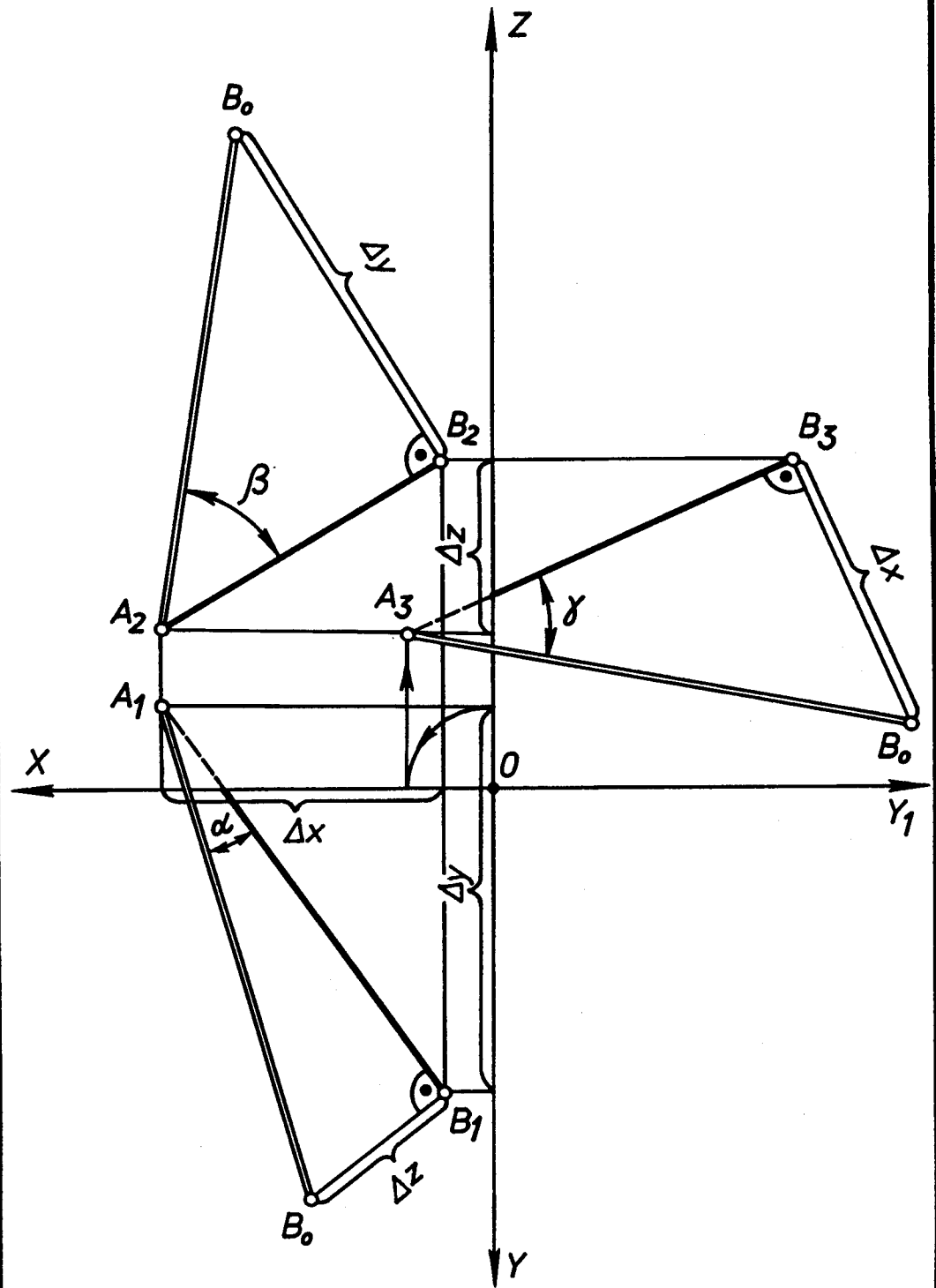
Рис. Д.1.3

Завдання 4

Визначити справжню величину відрізка AB та кути нахилу його до площин проєкцій H, V, W . Дані до завдання взяті з табл. Д 1.4. Приклад виконання подано на рис. Д 1.4.

Таблиця Д 1.4

Варіант	Координати точки (x, y, z)	
	A	B
1	45, 20, 5	-65, 5, 40
2	70, 40, 5	25, 55, 40
3	60, 5, 40	15, 40, 55
4	50, -10, 40	-75, 50, 5
5	65, 20, 5	-45, 5, 40
6	75, 40, 55	30, 5, 40
7	75, 55, 40	30, 40, 5
8	75, 5, 50	-50, 40, -10
9	85, -45, -10	-35, -15, 55
10	35, 55, -15	-85, 45, 10
11	-65, 5, 40	45, 20, 5
12	25, 55, 40	70, 40, 5
13	15, 40, 55	60, 5, 40
14	-75, 50, 5	50, -10, 40
15	-45, 5, 40	65, 20, 5
16	30, 5, 40	75, 40, 55
17	30, 40, 5	75, 55, 40
18	-50, 40, -10	75, 5, 50
19	-35, -15, 55	85, -45, -10
20	-85, 45, 10	35, 55, -15
21	45, 20, 5	-65, 5, 40
22	70, 40, 5	25, 55, 40
23	75, 5, 50	-50, 40, -10
24	85, -45, -10	-35, -15, 55
25	35, 55, -15	-85, 45, 10
26	50, 20, 5	-65, 5, 40
27	65, 40, 5	25, 55, 40
28	65, 5, 40	15, 40, 55
29	-80, 45, 10	35, 55, -15
30	40, 55, -15	-85, 45, 10



<i>Справжня величина відрізка</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Іваненко</i>		<i>Завдання 4</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Василишин</i>		
			<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.4

Завдання 5

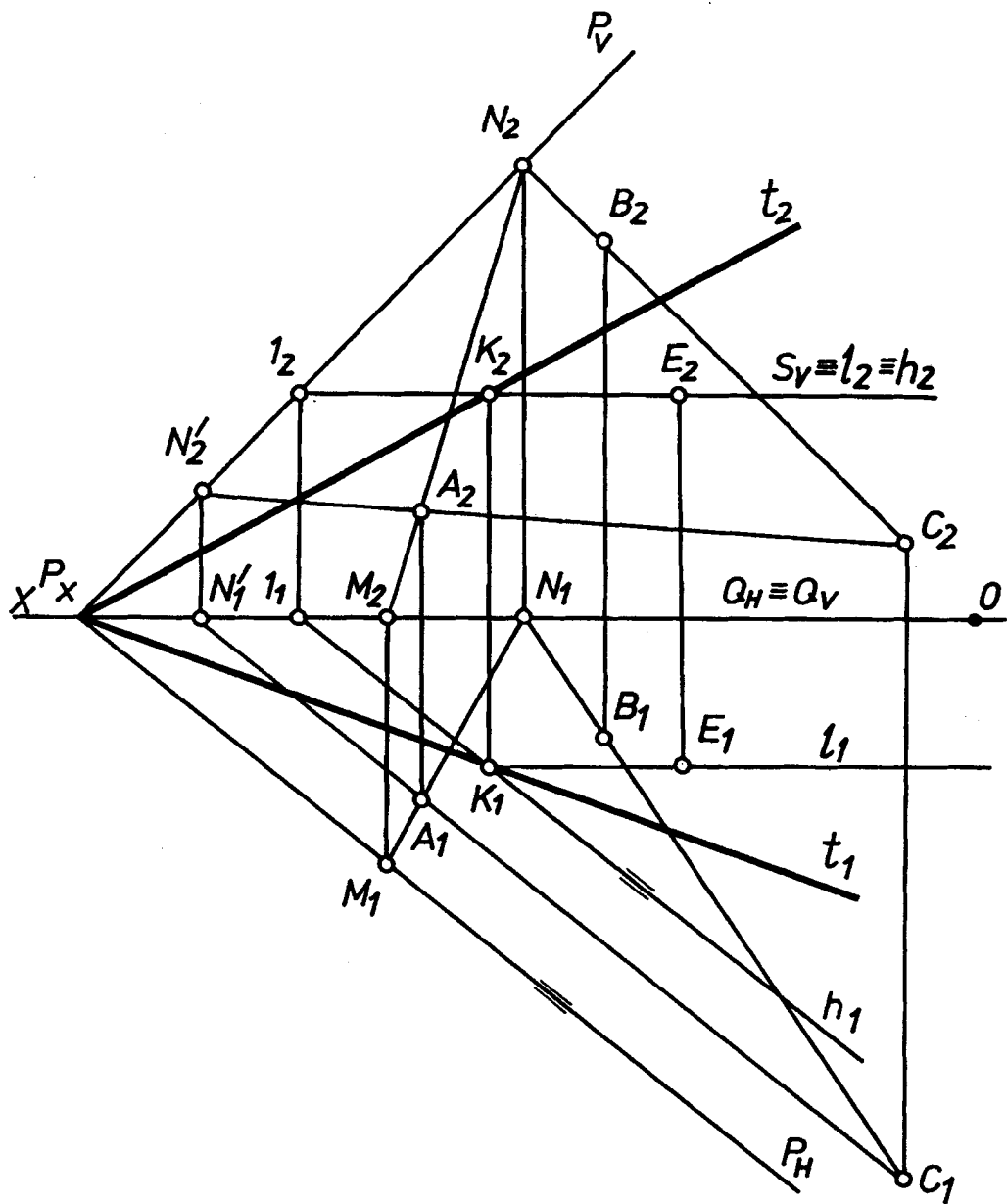
Побудувати сліди площини P , заданої трьома точками A, B, C . Знайти лінію перетину цієї площини з осьюовою площиною Q , заданою точкою E та $Q_H \equiv Q_V$.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.5.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.5.

Таблиця Д 1.5

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм			
	A	B	C	E
1	60,15,25	85,50,15	125,10,75	50,15,30
2	75,25,15	50,15,50	10,75,10	55,15,30
3	140,10,75	100,50,15	85,20,30	40,20,30
4	10,75,10	50,15,50	65,30,20	45,15,25
5	70,30,5	130,30,65	80,10,50	60,15,30
6	80,5,30	20,60,30	70,50,10	40,20,20
7	110,50,10	35,15,50	65,80,20	50,20,20
8	50,55,20	20,15,50	95,15,10	60,15,30
9	140,10,85	100,50,15	70,15,30	40,15,35
10	20,85,10	60,15,50	90,30,15	80,10,30
11	65,20,30	90,55,20	125,15,80	55,20,20
12	75,30,25	50,55,15	125,15,75	80,15,25
13	140,15,80	100,55,20	85,20,30	65,20,25
14	10,80,15	50,20,55	65,30,20	30,30,30
15	70,25,0	130,25,60	80,10,50	40,30,15
16	80,0,25	20,55,25	70,50,10	60,30,10
17	110,50,15	35,15,55	65,80,25	50,20,25
18	50,60,25	20,15,55	95,15,15	70,15,30
19	140,10,90	100,50,20	70,15,35	50,15,20
20	20,85,15	60,15,55	90,30,20	30,35,15
21	60,15,20	85,50,10	125,10,70	50,25,15
22	75,20,15	50,10,50	10,70,10	55,15,30
23	80,5,30	20,65,35	70,50,10	40,20,40
24	50,55,20	20,10,55	95,15,10	60,15,30
25	20,80,5	60,10,45	90,25,10	30,30,15
26	125,10,75	60,15,25	85,50,15	55,20,25
27	125,15,80	65,20,30	90,55,20	55,20,20
28	95,15,10	50,55,20	20,15,50	60,15,30
29	70,15,35	140,10,90	100,50,20	50,15,20
30	90,30,15	20,85,10	60,15,50	80,10,30



Задання площини. Перетин площин			Варіант 31
Креслив	Іваненко		Завдання 5
Перевірів	Юрковський		
			ПрУ, гр. ХГ-12

Рис. Д.1.5

Завдання 6

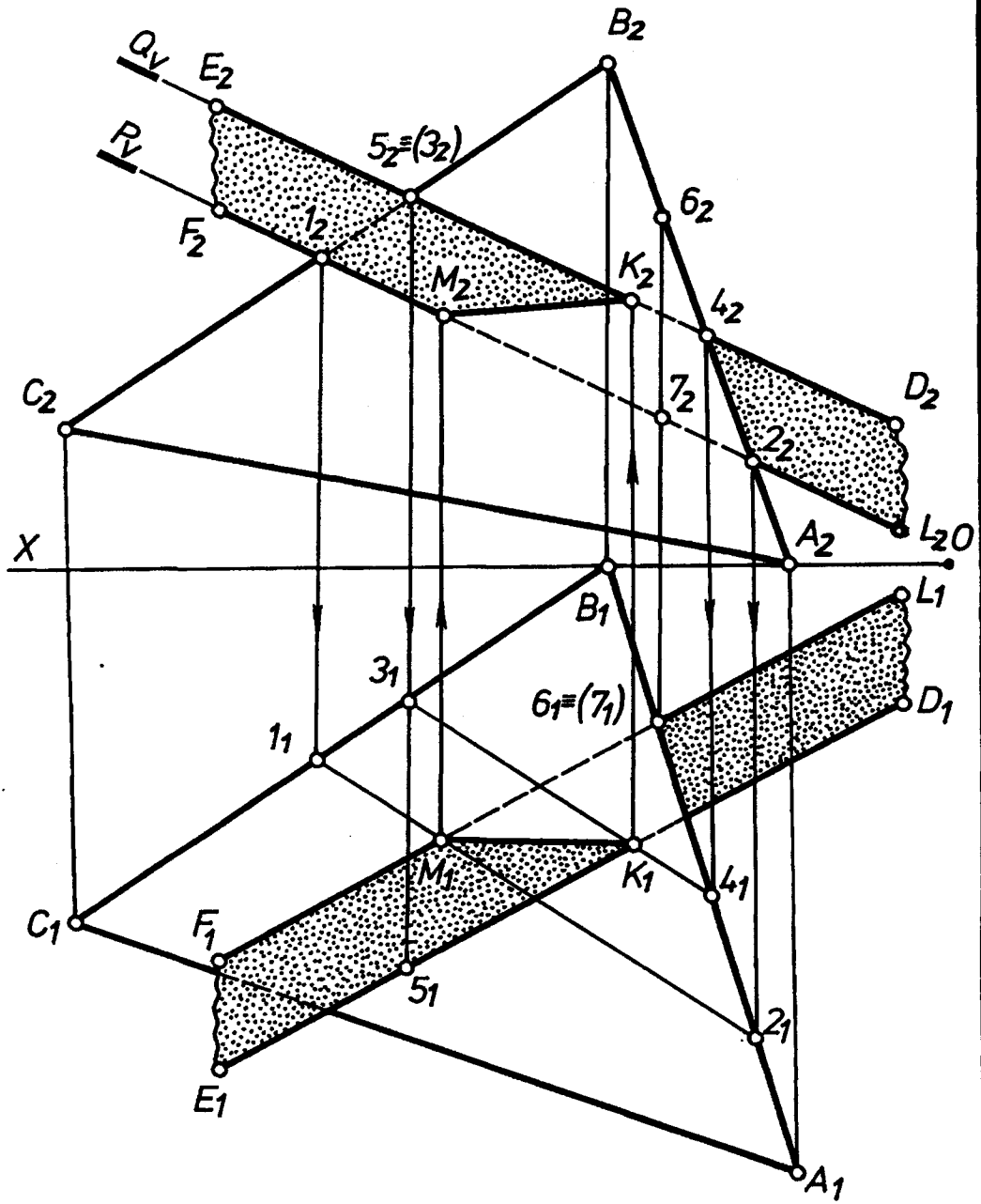
Побудувати лінію перетину площини, заданої трикутником ABC , з площиною, заданою паралельними прямими DE і FL . Визначити взаємну видимість площин.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.6. Точка L будується з умови паралельності прямих DE і FL .

Приклад виконання подано на рис. Д 1.6.

Таблиця Д 1.6

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм					
	A	B	C	D	E	F
1	120,85, 0	95, 0,70	20,50,20	135, 20, 20	40,70,65	40,55,50
2	0,15, 0	55,90,75	100, 0,15	0,30,75	120,90,25	0, 5,50
3	120,90, 0	90, 0,80	10,50,30	20,60,65	130,10,30	20,90,50
4	0,85, 0	25, 0,70	100,50,20	95,25,15	0,75,50	95, 10, 0
5	15,85, 0	40, 0,70	115,50,20	0,20,20	95,70,65	95,55,50
6	0,15, 5	60,90,80	110, 0,15	110,45,25	10,30,55	110, 15, 5
7	120,15, 5	60,90,80	10, 0,15	10,45,25	110,30,55	10,15, 5
8	115,15, 0	55,75,90	10, 0,15	10,75,30	130,25,90	10,50, 5
9	10,90, 0	40, 0,80	120,50,30	110,60,65	0,10,30	110,90,50
10	110,20,50	35,70, 0	10, 0,85	105,15,25	10,50,75	105,0, 10
11	0,15, 5	55,90,80	105, 0,20	0,30,75	120,90,25	0,5, 50
12	120,85, 5	95, 0,75	20,50,25	135,20,20	40,70,65	40,55,50
13	120, 90, 5	90, 0,85	10,50,35	20,60,65	130,10,30	20,90,50
14	0,85, 5	25, 0,75	110,50,25	95,25,15	0,75,50	95,10, 0
15	15,85, 5	40, 0,75	115,50,25	0,20,20	95,70,65	95,55,50
16	0,15, 10	60,90,85	110, 0,20	110,45,25	10,30,55	110, 15, 5
17	120, 15, 10	60,90,85	10, 0,20	10,45,25	110,30,55	10,15, 5
18	115,15, 5	55,75,90	10, 0,20	10,75,30	130,25,90	10,50, 5
19	10,90, 5	40, 0,85	120,50,30	110,60,65	0,10,30	110,90,50
20	110, 20,55	35,70, 5	10, 0,90	105,15,25	10,50,75	105, 0, 10
21	105, 0,15	0,15, 0	55,90,75	0,30,75	120,90,25	0, 5,50
22	20,50,20	95, 0,70	120,85, 0	135,20,20	40,70,65	40,55,50
23	10,50,30	90, 0,80	120,90,0	20,60,65	130,10,30	20,90,50
24	100,50,20	0,85, 0	25, 0,70	95,25,15	0,75,50	95,10, 0
25	115,50,20	15,85, 0	40, 0,70	0,20,20	95,70,65	95, 55, 50
26	0,15, 0	60,90,75	100, 0, 15	0,30,75	120,90,25	0, 5,50
27	115,90, 0	85, 0,80	10,50,30	20,60,65	130,10, 30	20,90,50
28	5,85, 0	25, 0,70	95,50,20	95,25,15	0,75,50	95,10, 0
29	10,90, 5	40, 5,85	120,50,30	110,60,65	0, 10, 30	110, 90, 50
30	110,20,60	35,70, 5	10, 0,90	105, 15, 25	10, 50, 75	105, 0, 10



<i>Перетин площин</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Скляренко</i>		<i>Завдання 6</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		
			<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.6

Завдання 7

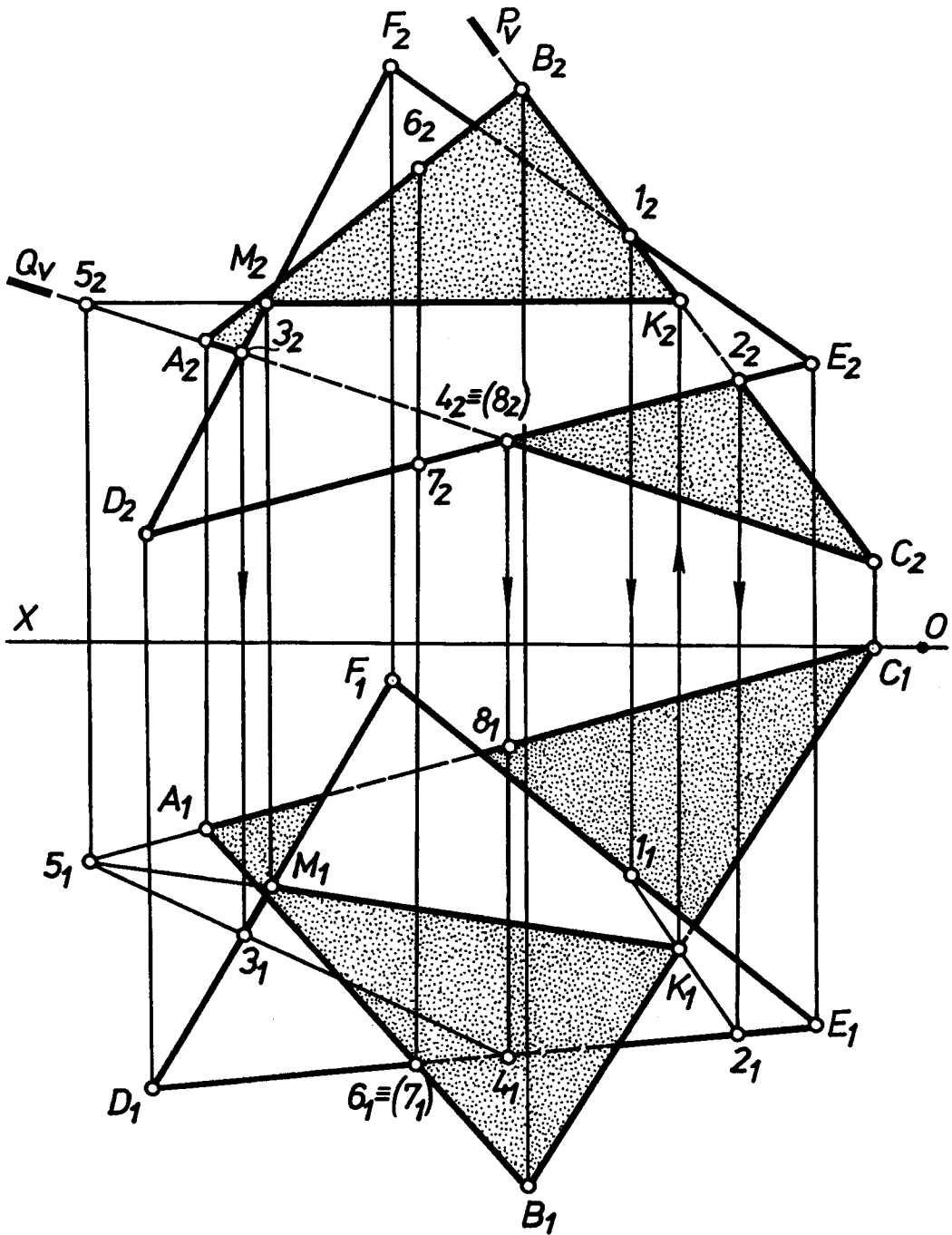
Побудувати лінію перетину площин, заданих трикутниками ABC і DEF . Визначити взаємну видимість площин.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.7.

Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.7.

Таблиця Д 1.7

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм					
	A	B	C	D	E	F
1	20;10;20	85;80;90	135;50;30	70;85;0	0;35;90	120;20;60
2	115;20;10	50;90;80	0;30;50	65;0;85	135;90;35	15;60;20
3	115;10;20	50;80;90	0;50;30	65;85;0	135;35;90	15;20;60
4	20;20;10	85;90;80	135;30;50	70;0;85	0;90;35	120;60;20
5	120;20;30	50;90;100	0;35;70	70;5;105	135;80;50	15;80;20
6	15;30;20	85;100;90	135;70;35	65;105;5	0;50;80	120;20;80
7	120;30;20	50;100;90	0;70;35	70;105;5	135;50;80	15;20;80
8	15;20;30	85;90;100	135;35;70	65;5;105	0;80;50	120;80;20
9	120;20;80	50;90;10	0;20;45	115;0;5	70;90;105	15;65;90
10	0;80;20	70;10;90	120;45;20	5;5;0	50;105;90	105;90;65
11	0;20;80	70;90;10	120;20;45	5;0;5	50;90;105	105;65;90
12	120;80;20	50;10;90	0;45;20	115;5;0	70;105;90	15;90;65
13	115;80;30	50;10;100	0;65;65	65;90;100	130;0;0	15;35;20
14	15;30;80	80;100;10	130;65;65	65;100;90	0;0;0	115;20;35
15	15;80;30	80;10;100	130;65;65	65;90;100	0;0;0	115;35;20
16	115;30;80	50;100;10	0;65;65	65;100;90	130;0;0	15;20;35
17	150;25;50	70;95;90	0;0;0	10;40;85	150;90;35	110;10;10
18	0;50;25	80;90;95	150;0;0	140;85;40	0;35;90	40;10;10
19	0;25;50	80;95;90	150;0;0	140;40;85	0;90;35	40;10;10
20	150;50;25	70;90;95	0;0;0	10;85;40	150;35;90	110;10;10
21	115;0;90	50;70;25	0;40;85	70;70;110	135;25;35	20;0;0
22	20;90;0	85;25;70	135;85;40	65;110;70	0;35;25	115;0;0
23	115;90;0	50;25;70	0;85;40	70;110;70	135;35;25	20;0;0
24	20;0;90	85;70;25	135;40;85	65;70;110	0;25;35	115;0;0
25	120;10;20	45;85;90	0;40;30	70;85;0	130;25;90	15;0;40
26	10;20;10	85;90;85	130;30;40	60;0;85	0;90;25	115;40;0
27	10;10;20	85;85;90	130;40;30	60;85;0	0;25;90	115;0;40
28	120;20;10	45;90;85	0;30;40	70;0;85	130;90;25	15;40;0
29	140;80;95	70;80;100	0;0;0	120;0;0	50;0;100	0;90;35
30	0;100;80	70;100;80	140;0;0	20;0;0	90;100;0	140;35;90



<i>Перетин площин</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Петренко</i>		<i>Завдання 7</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Василишин</i>		
			<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.7

Завдання 8

Визначити справжню величину відстані від точки D до площини, заданої трикутником ABC (завдання розв'язати без перетворення ортогональних проекцій).

Дані до завдання взяти з табл. Д 1.8.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.8.

Завдання 9

Побудувати площину на відстані 40 мм паралельно площині, заданій трикутником ABC (задачу розв'язати без перетворення ортогональних проекцій).

Дані до задачі взяти з табл. Д 1.8.

Приклад виконання подано на рис Д 1.9.

Завдання 10

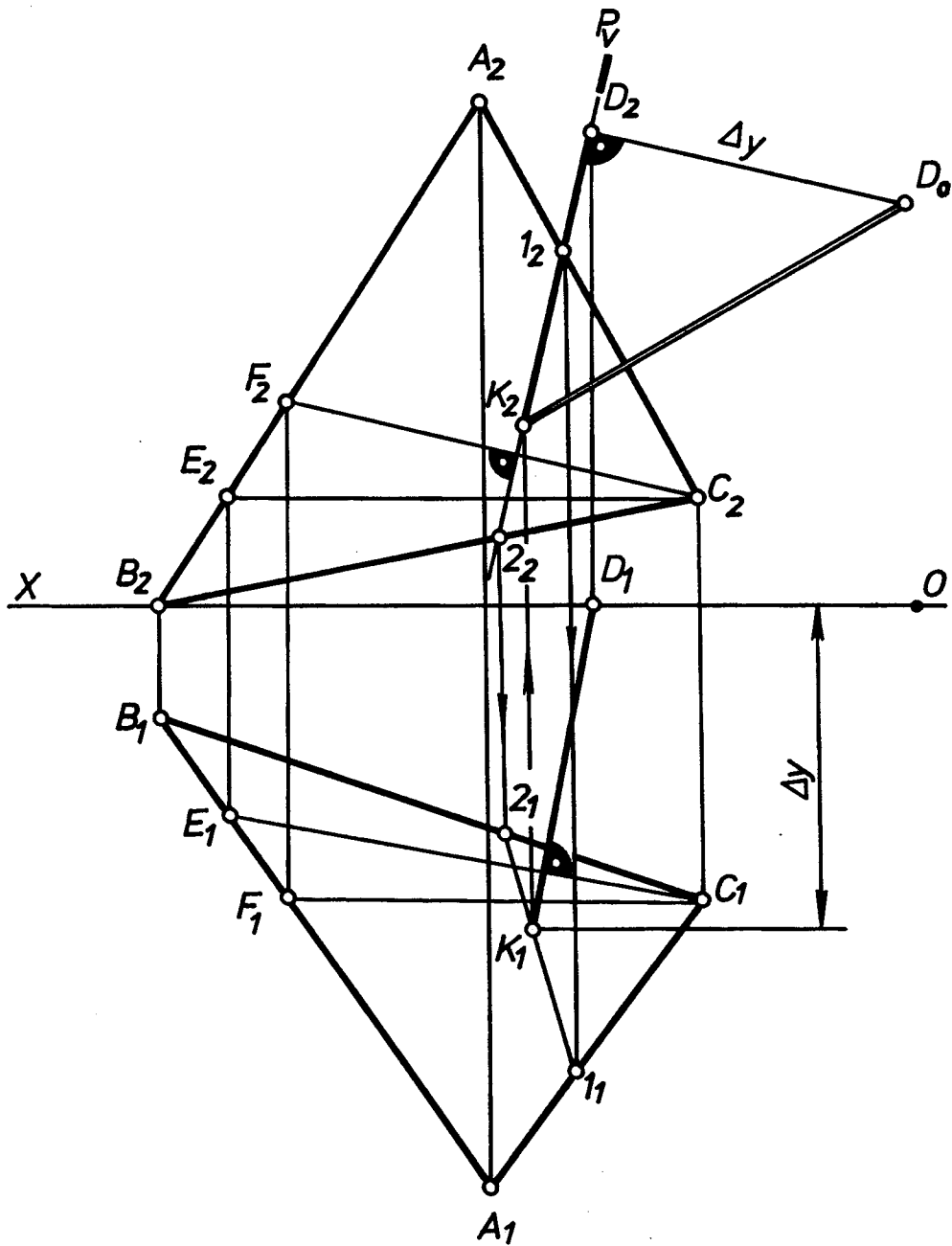
Визначити справжню величину відстані від точки C до відрізка AB і побудувати точку K , симетричну точці C відносно цього відрізка (задачу розв'язати без перетворення ортогональних проекцій).

Дані до задачі взяти з табл. Д 1.8.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.10.

Таблиця Д 1.8

Варіант	Координати точки (x, y, z) , мм			
	A	B	C	D
1	40,80,60	0,10,10	80,35,0	70,15,40
2	10,0,0	60,70,65	95,30,10	50,70,0
3	10,0,0	55,80,70	85,30,15	40,75,0
4	0,70,60	90,25,0	20,0,15	35,60,0
5	35,70,70	85,0,0	0,10,30	10,55,0
6	35,50,70	65,10,20	0,0,25	50,0,50
7	30,70,80	75,0,15	0,15,40	15,65,0
8	40,60,80	80,10,10	0,0,35	10,40,15
9	80,0,0	35,65,70	0,10,30	45,0,70
10	75,30,15	30,70,80	0,15,30	45,0,75
11	90,60,70	0,0,25	70,15,0	55,0,45
12	35,70,70	85,0,0	0,30,10	10,0,55
13	35,70,50	65,20,10	0,25,0	50,60,0
14	30,80,70	75,15,0	0,40,15	15,0,65
15	80,0,0	35,70,65	0,30,10	45,70,0
16	50,70,70	0,0,0	85,10,30	75,55,0
17	30,50,70	0,10,0	65,0,25	15,0,50
18	45,70,80	0,0,15	75,15,40	60,65,0
19	40,60,80	0,10,10	80,0,35	70,40,15
20	10,0,0	60,65,70	95,10,30	50,0,70
21	10,0,15	55,70,80	85,35,30	40,0,55
22	0,60,70	90,0,25	20,15,0	35,0,45
23	50,70,70	0,0,0	85,30,10	75,0,55
24	30,70,50	0,0,10	65,25,0	15,50,0
25	45,80,70	0,15,0	75,40,15	60,0,65
26	40,80,65	5,10,10	80,35,0	70,15,40
27	10,5,0	60,70,65	95,30,10	50,70,0
28	10,0,5	55,80,70	85,30,15	40,70,0
29	5,70,60	90,25,5	20,0,15	35,60,0
30	40,70,70	85,0,0	0,10,30	10,55,0



Взаємно перпендикулярні пряма і площина

Варіант 31

Креслив

Петренко

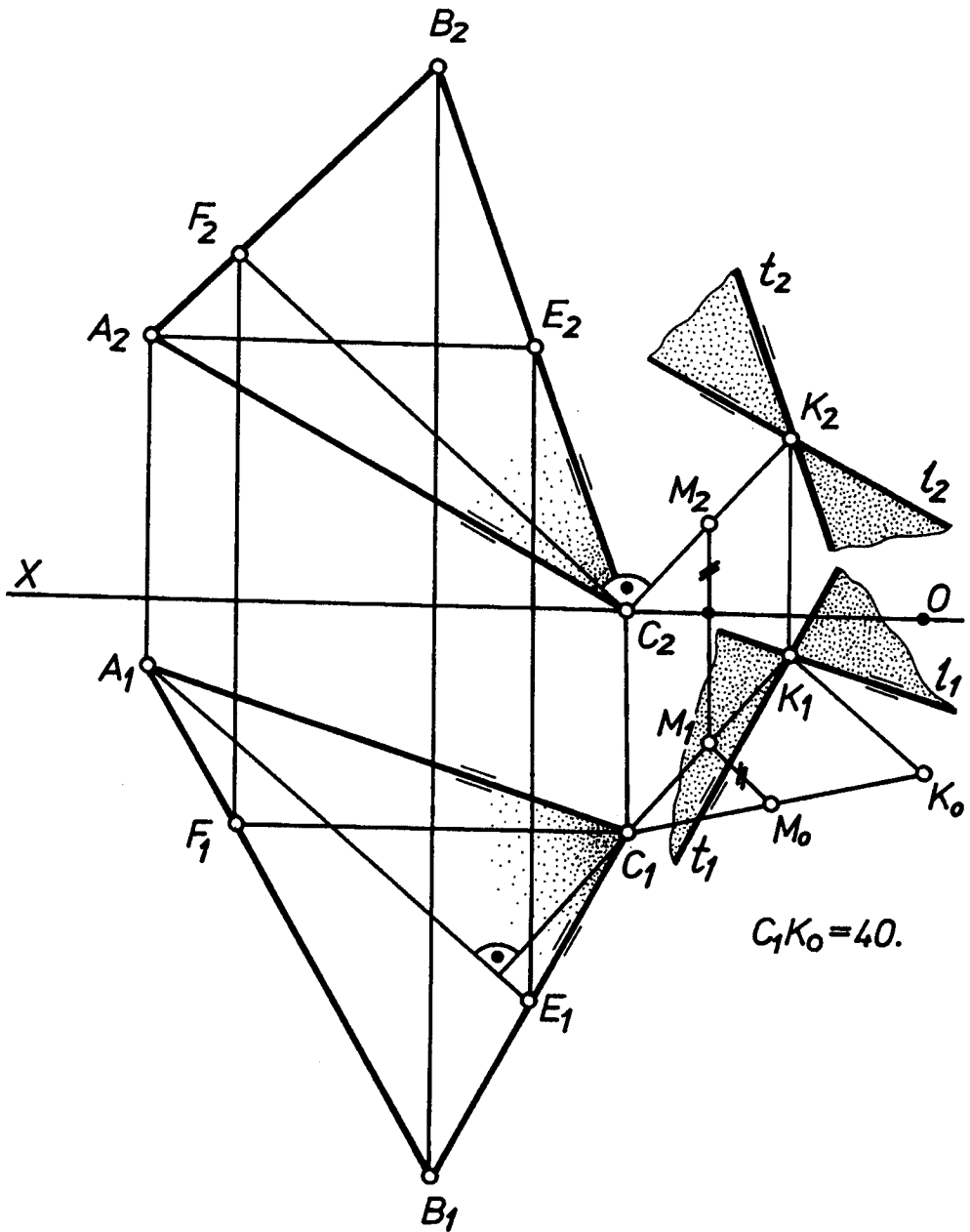
Завдання 8

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

Василишин

Рис. Д.1.8



Взаємно паралельні площини

Варіант 31

Креслив

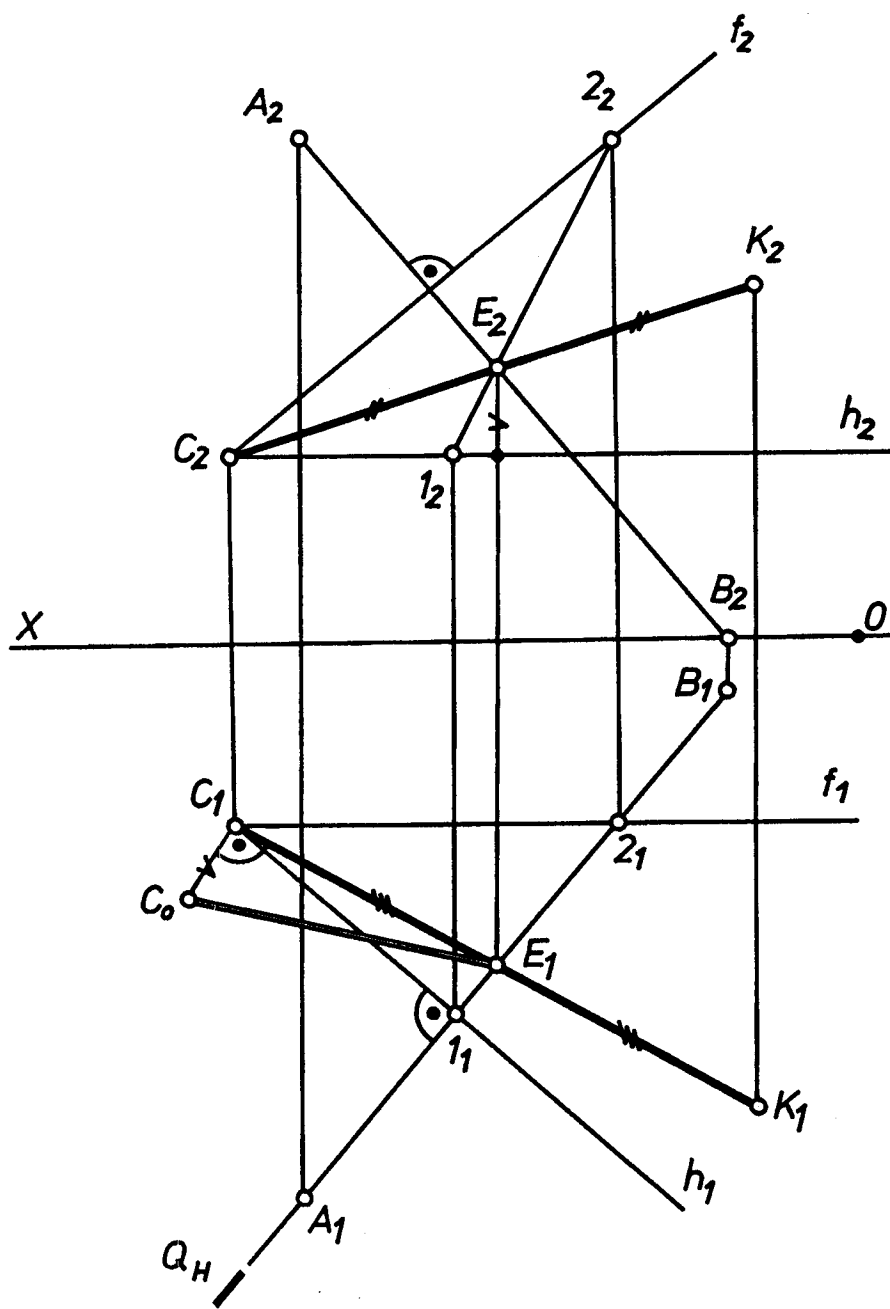
Петренко

Перевірів

Юрковський

Завдання 9

ПрУ, гр. ХГ-12



<i>Взаємно перпендикулярні прямі</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Іванчук</i>		<i>Завдання 10</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Василишин</i>		
			<i>ПpУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.10

Завдання 11

Способом заміни площин проекцій визначити справжню величину трикутника ABC та кут нахилу його до горизонтальної (варіанти 1–15) або фронтальної (варіанти 16–30) площини проекцій.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.9.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.11.

Завдання 12

Способом заміни площин проекцій визначити величину двогранного кута, утвореного трикутниками ABC і ABD .

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.9.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.12.

Завдання 13

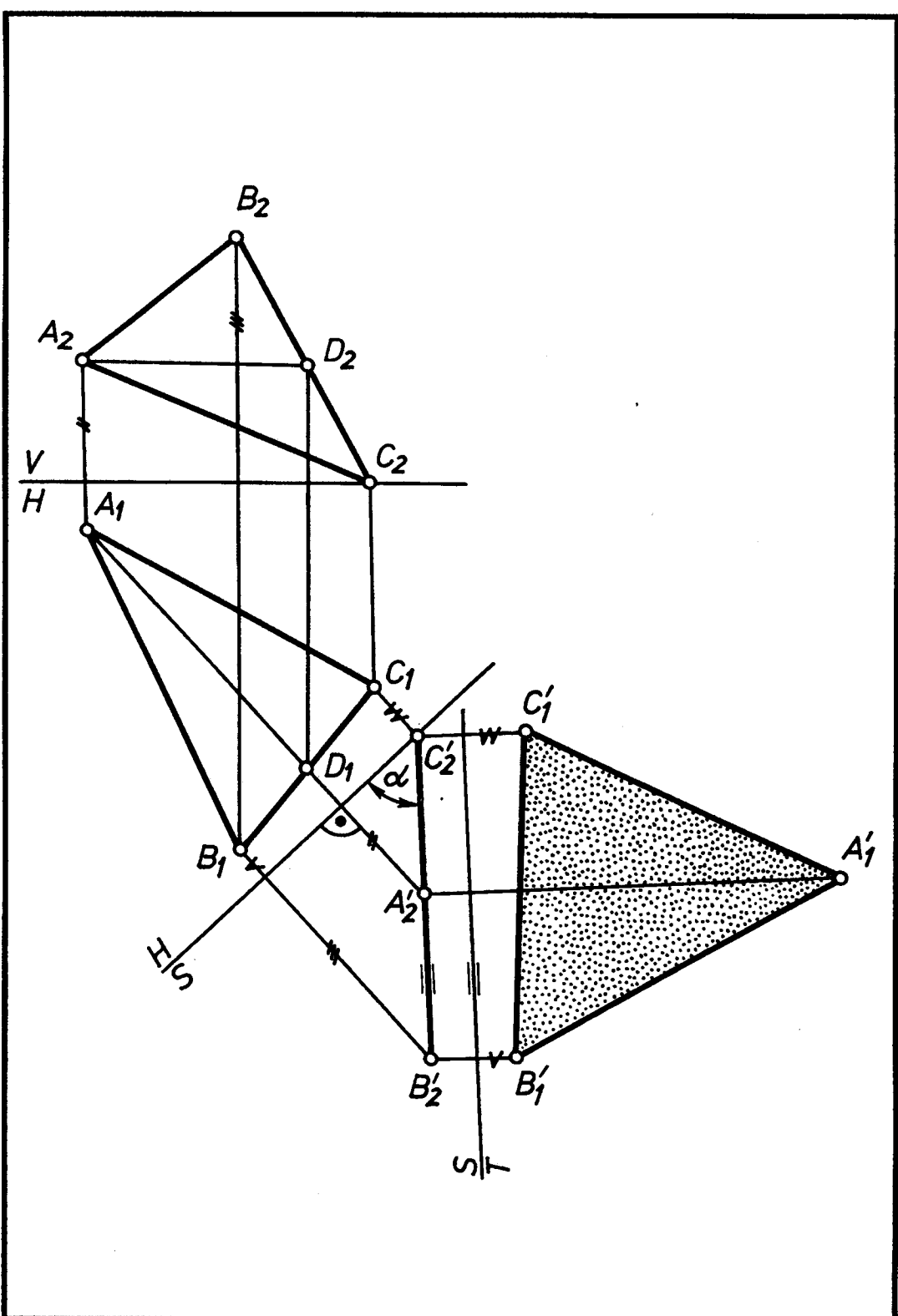
Способом плоскопаралельного переміщення визначити відстань від точки D до площини, заданої трикутником ABC , та кут нахилу цієї площини до горизонтальної (варіанти 1–15) або фронтальної (варіанти 16–30) площини проекцій.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.9.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.13.

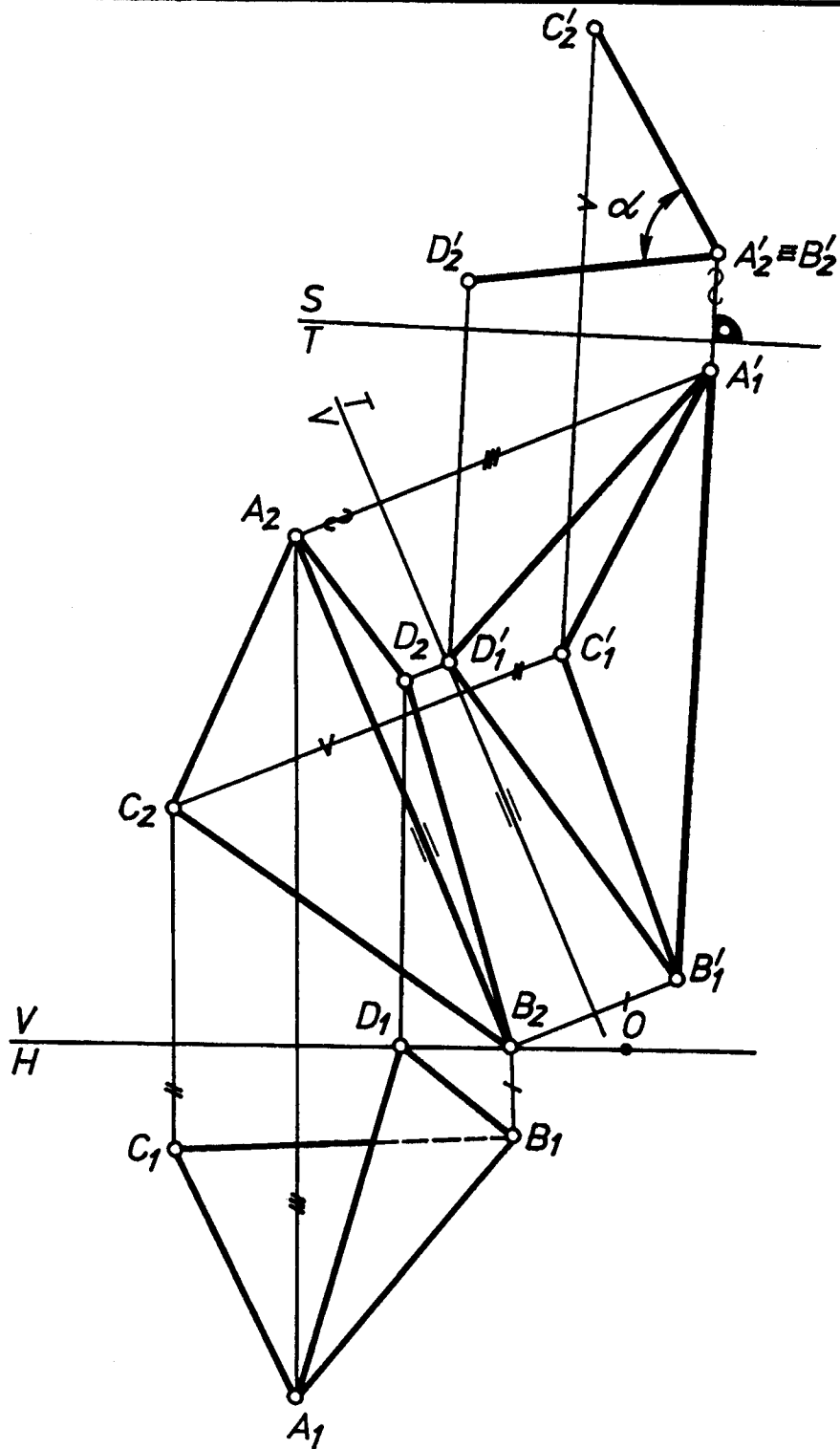
Таблиця Д 1.9

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм			
	A	B	C	D
1	50,70,70	0,0,0	85,10,30	75,55,0
2	30,50,70	0,10,0	65,0,25	15,0,50
3	45,70,80	0,0,15	75,15,40	60,65,0
4	40,60,80	0,10,10	80,0,35	70,40,15
5	10,0,0	60,65,70	95,10,30	50,0,70
6	10,0,15	55,70,80	85,35,30	40,0,55
7	0,60,70	90,0,25	20,15,0	35,0,45
8	50,70,70	0,0,0	85,30,10	75,0,55
9	30,70,50	0,0,10	65,25,0	15,50,0
10	45,80,70	0,15,0	75,40,15	60,0,65
11	40,80,60	0,10,10	80,35,0	70,15,40
12	10,0,0	60,70,65	95,30,10	50,70,0
13	10,0,0	55,80,70	85,30,15	40,75,0
14	0,70,60	90,25,0	20,0,15	35,60,0
15	35,70,70	85,0,0	0,10,30	10,55,0
16	35,50,70	65,10,20	0,0,25	50,0,50
17	30,70,80	75,0,15	0,15,40	15,65,0
18	40,60,80	80,10,10	0,0,35	10,40,15
19	90,0,0	35,65,70	0,10,30	45,0,70
20	75,30,15	30,70,80	0,15,30	45,0,75
21	90,60,70	0,0,25	70,15,0	55,0,45
22	35,70,70	85,0,0	0,30,15	10,0,55
23	35,70,50	65,20,10	0,25,0	50,50,0
24	30,80,70	75,15,0	0,40,15	15,0,65
25	75,15,0	30,80,70	0,30,15	45,75,0
26	50,70,70	5,0,0	80,10,30	75,55,0
27	35,50,70	5,10,0	70,0,25	15,0,50
28	45,70,80	0,0,15	75,15,40	65,65,5
29	45,60,80	5,10,10	85,0,35	70,40,15
30	15,0,0	65,65,70	95,10,30	50,0,70



<i>Заміна площин проєкцій</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Петренко</i>		<i>Завдання 11</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Василишин</i>		

Рис. Д.1.11



Спосіб заміни площин проєкцій

Варіант 31

Креслив

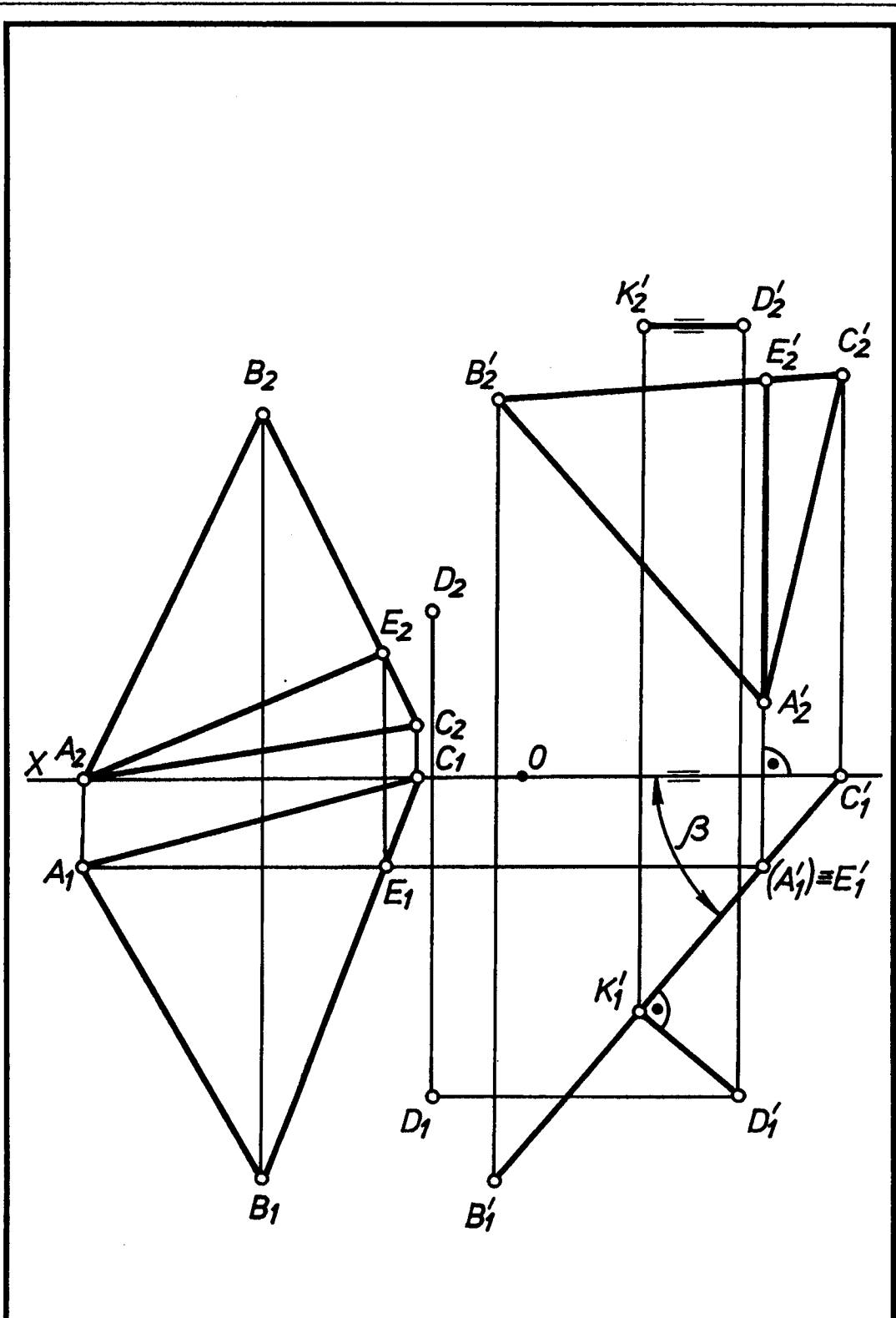
Петренко

Завдання 12

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

Василишин



<i>Плоскопаралельне переміщення</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Бойчук</i>		<i>Завдання 13</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		
			<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.13

Завдання 14

Побудувати в двох проекціях епюр прямого многогранника, основа якого розміщена в площині загального положення P .

Вигляд многогранника і параметри площини взяті з табл. Д 1.10. Многогранник потрібно розташувати так, щоб бічні грані його не виявились проекційними на жодну з площин проєкцій і проєкції ребер не проєкціювалися розташованими дуже близько одна від одної.

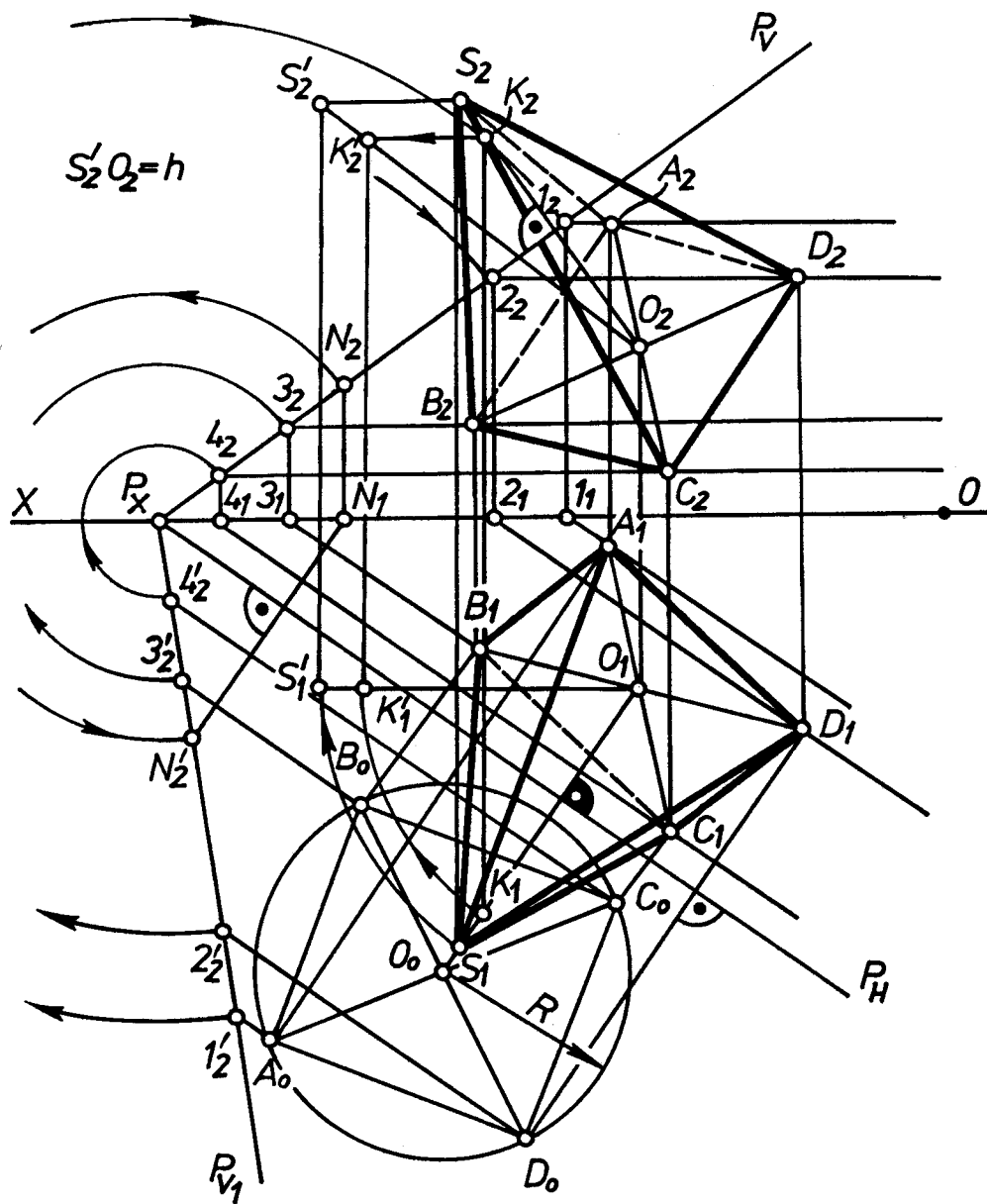
Приклад виконання подано на рис. Д 1.14.

Таблиця Д 1.10

Варіант	Многогранник	Площина	Висота многогранника h , мм	Варіант	Многогранник	Площина	Висота многогранника h , мм
1	I	P-1	80	16	IV	P-1	90
2	II	P-2	80	17	V	P-2	90
3	III	P-3	80	18	VI	P-3	90
4	IV	P-4	90	19	I	P-4	80
5	V	P-1	90	20	II	P-3	90
6	VI	P-2	90	21	III	P-2	90
7	I	P-3	80	22	IV	P-3	90
8	II	P-4	80	23	V	P-4	80
9	III	P-1	80	24	VI	P-1	90
10	IV	P-2	90	25	I	P-1	85
11	V	P-3	90	26	II	P-2	85
12	VI	P-4	90	27	III	P-3	85
13	I	P-2	80	28	IV	P-4	85
14	II	P-1	80	29	V	P-1	85
15	III	P-4	80	30	VI	P-2	85

Види многогранників: I — трикутна призма; II — чотирикутна призма; III — шестикутна призма; IV — трикутна піраміда; V — чотирикутна піраміда; VI — шестикутна піраміда. Правильний многокутник основи вписується в коло радіуса $R = 40$ мм.

Площина	Параметр площини, мм		
	OP_x	OP_y	OP_z
<i>P-1</i>	130	130	110
<i>P-2</i>	130	110	130
<i>P-3</i>	120	120	120
<i>P-4</i>	120	130	110



Побудова проєкцій многогранника

Варіант 31

Креслив

Бойчук

Завдання 14

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

Юрковський

Рис. Д.1.14

Завдання 15

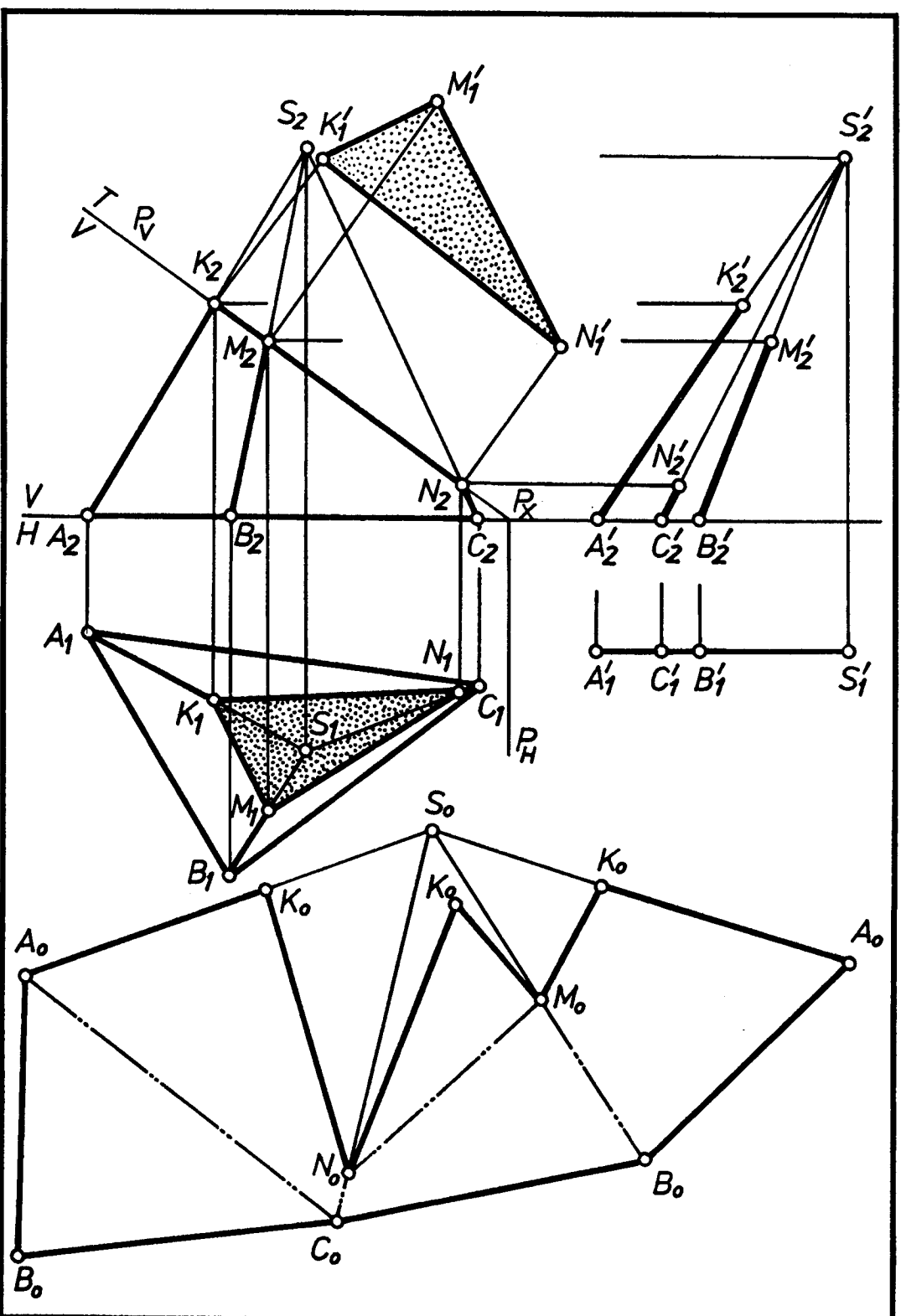
Побудувати переріз піраміди $SABC$ площиною P і розгортку зрізаної (нижньої) частини поверхні піраміди.

Дані до завдання взяти з табл. Д 1.11.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.15.

Таблиця Д 1.11

Варіант	Координати точки (x, y, z)				Параметр площини		
	A	B	C	S	OP_x	OP_y	OP_z
1	70,30,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	60	∞	50
2	70,20,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	60	∞	55
3	60,50,0	70,10,0	10,30,0	50,30,60	60	∞	50
4	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	60	∞	60
5	70,20,0	40,60,0	10,20,0	50,30,50	90	80	∞
6	60,50,0	70,10,0	10,20,0	50,30,60	70	∞	60
7	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	60	70	∞
8	60,50,0	70,10,0	10,30,0	50,30,60	70	70	∞
9	70,30,0	20,50,0	10,30,0	30,30,60	70	70	∞
10	70,30,0	10,10,0	20,50,0	30,30,60	80	60	∞
11	70,20,0	10,20,0	40,60,0	50,30,50	90	80	∞
12	70,30,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	70	∞	50
13	60,50,0	70,10,0	10,30,0	50,30,60	70	∞	60
14	40,60,0	10,20,0	70,20,0	50,30,50	60	80	∞
15	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	70	70	∞
16	40,60,0	10,20,0	70,20,0	50,30,50	90	80	∞
17	70,20,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	70	∞	50
18	70,30,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	80	∞	50
19	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	90	80	∞
20	70,20,0	10,20,0	40,60,0	50,30,50	80	80	∞
21	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	80	70	∞
22	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	70	∞	50
23	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	70	∞	70
24	70,10,0	60,50,0	10,30,0	50,30,60	80	60	∞
25	60,50,0	70,10,0	10,30,0	50,30,60	70	∞	50
26	70,20,0	20,50,0	10,10,0	30,30,60	80	∞	50
27	60,50,0	70,10,0	10,30,0	50,30,60	60	∞	60
28	10,20,0	40,60,0	70,20,0	50,30,50	70	∞	60
29	40,60,0	10,20,0	70,20,0	50,30,50	70	80	∞
30	60,50,0	70,10,0	10,20,0	50,30,60	70	∞	50



<i>Перетин многогранника площиною</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Бойчук</i>		<i>Завдання 15</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Василишин</i>		
			<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>

Рис. Д.1.15

Завдання 16

Побудувати справжню величину фігури перерізу прямої трикутної призми, що стоїть основою ABC на горизонтальній площині проєкцій, площиною довільного положення $(KM \cap KN)$.

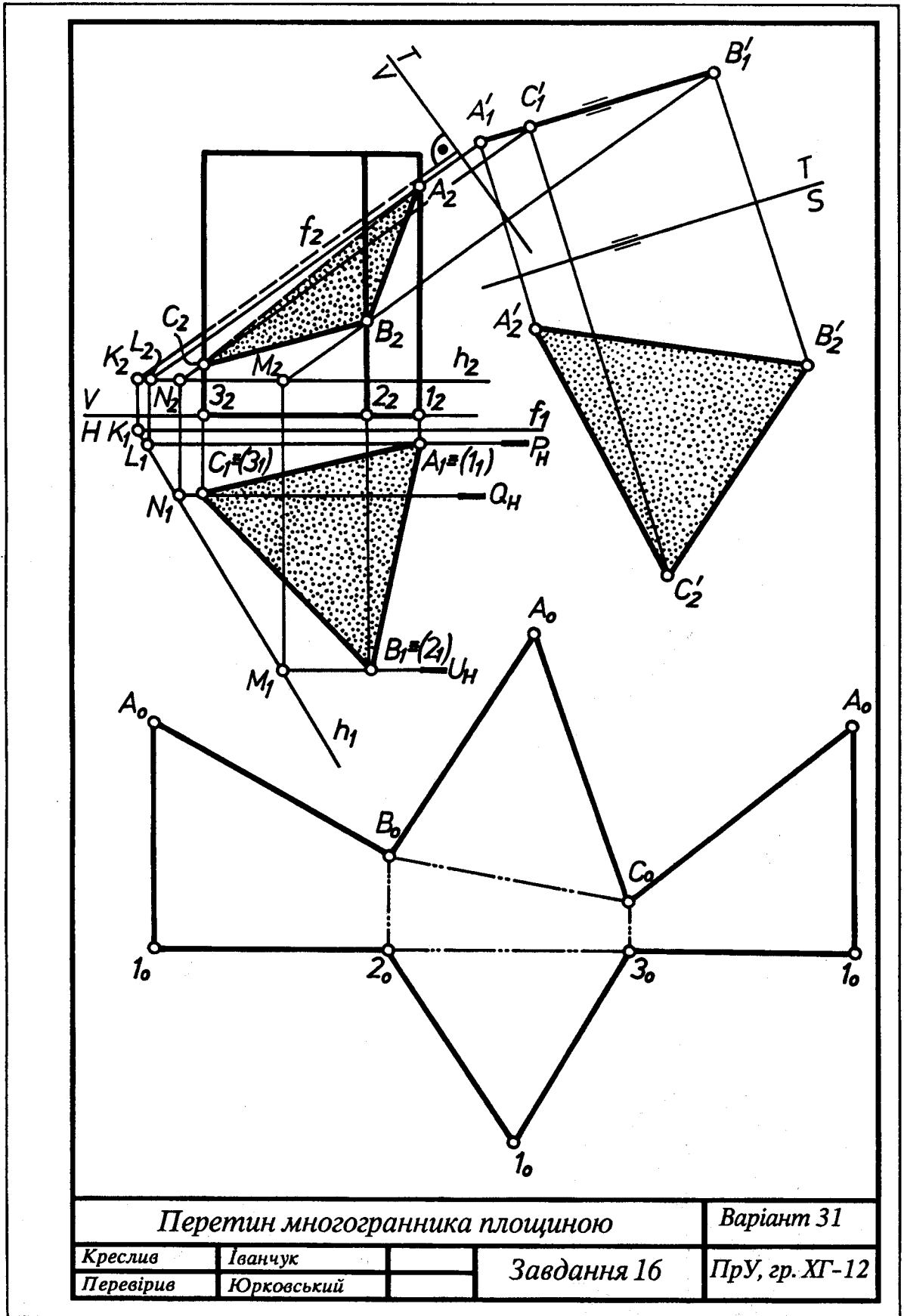
Накреслити розгортку зрізаної (нижньої) частини призми.

Дані до завдання взяти з табл. Д 1.12.

Висота призми 60 мм. Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.16.

Таблиця Д 1.12

Варіант	Координати точки (x, y, z), мм					
	A	B	C	K	M	N
1	50,20,0	30,50,0	10,20,0	70,10,10	20,70,10	20,10,50
2	50,20,0	30,45,0	10,15,0	70,10,10	20,70,10	20,10,50
3	55,20,0	40,40,0	5,15,0	70,10,10	20,70,10	20,10,50
4	60,10,0	50,50,0	20,20,0	0,5,10	60,70,10	60,5,60
5	50,50,0	60,10,0	20,20,0	0,5,10	60,70,10	60,5,60
6	30,50,0	50,20,0	10,20,0	70,10,10	20,70,10	20,10,50
7	20,20,0	60,10,0	50,50,0	0,5,10	60,70,10	60,5,60
8	10,10,0	50,50,0	60,10,0	0,5,65	60,70,0	60,5,65
9	60,10,0	50,50,0	10,10,0	0,5,65	60,70,0	60,5,65
10	10,20,0	30,50,0	50,20,0	70,10,10	20,70,10	20,10,50
11	50,10,0	30,45,0	10,15,0	70,5,10	20,70,10	20,5,50
12	60,10,0	50,45,0	20,15,0	0,5,10	60,70,10	60,5,60
13	60,10,0	50,45,0	20,15,0	5,5,10	60,70,5	60,5,60
14	50,20,0	30,50,0	10,20,0	70,10,65	20,70,0	20,10,65
15	50,10,0	30,50,0	10,20,0	70,10,65	20,70,0	20,10,65
16	50,10,0	30,45,0	10,15,0	70,15,10	20,65,10	20,10,55
17	10,15,0	50,10,0	30,45,0	70,5,10	20,70,10	20,5,55
18	35,45,0	60,15,0	20,20,0	0,5,65	60,70,0	60,5,65
19	60,15,0	20,20,0	35,45,0	0,5,65	60,70,0	60,5,65
20	5,20,0	50,20,0	30,50,0	70,10,65	20,70,0	20,10,65
21	60,10,0	20,60,0	10,15,0	70,5,15	20,70,15	20,5,55
22	60,10,0	50,50,0	20,20,0	0,5,65	60,70,10	60,5,65
23	30,50,0	10,20,0	50,20,0	70,5,65	20,70,5	20,5,65
24	10,20,0	30,50,0	50,20,0	70,5,65	20,70,5	20,5,65
25	65,10,0	50,50,0	20,20,0	0,5,65	60,70,10	60,5,65
26	50,20,0	30,50,0	20,60,0	70,10,65	20,70,0	20,10,65
27	60,10,0	20,50,0	10,15,0	70,5,15	20,70,15	20,5,55
28	20,50,0	60,10,0	10,30,0	70,5,15	20,70,15	20,5,55
29	50,50,0	20,20,0	60,10,0	0,5,65	60,70,10	60,5,65
30	60,10,0	50,50,0	25,20,0	0,5,65	60,70,0	60,5,65



<i>Перетин многогранника площиною</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Іванчук</i>		<i>Завдання 16</i>
<i>Перевіряє</i>	<i>Юрковський</i>		

Рис. Д.1.16

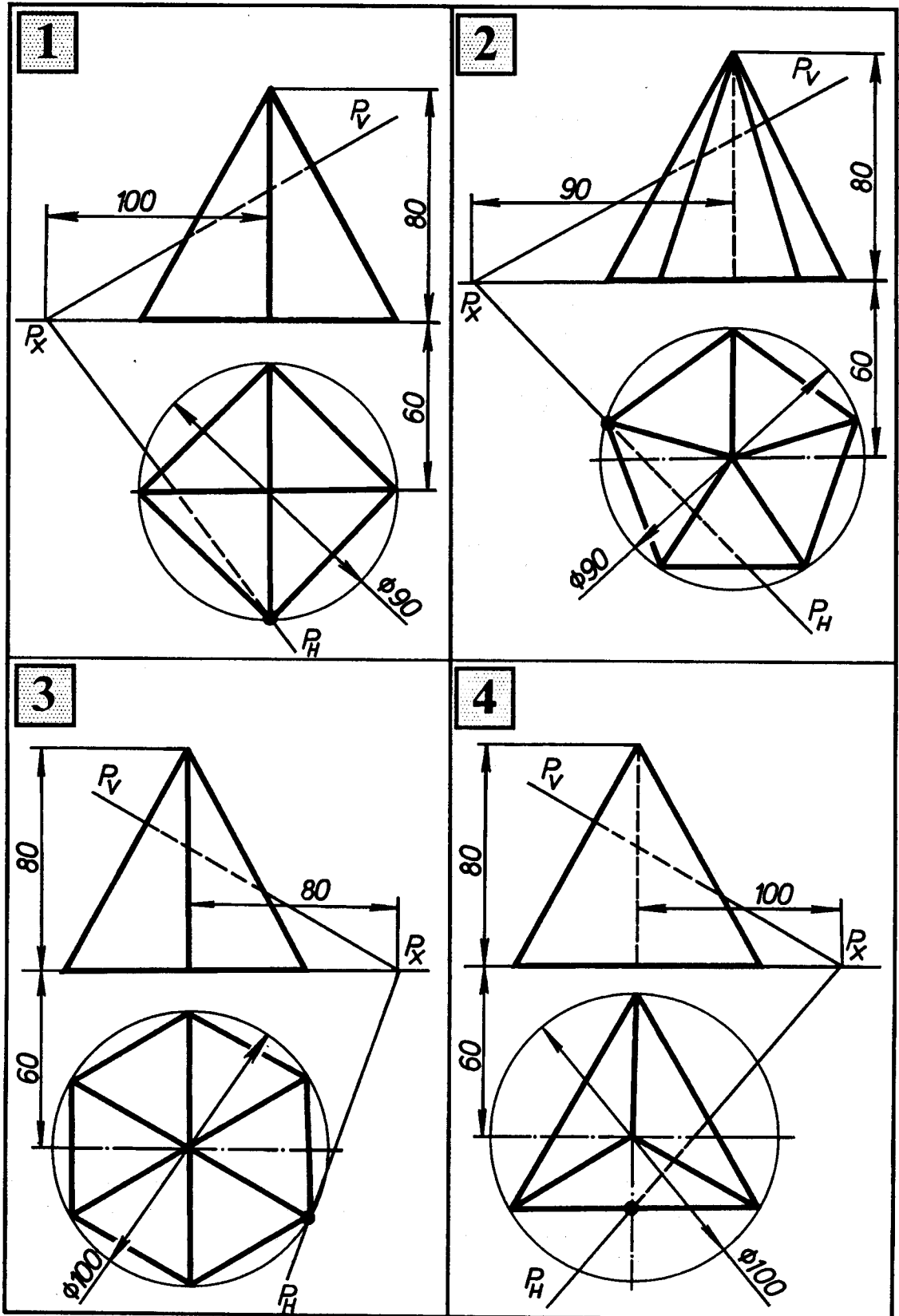
Завдання 17

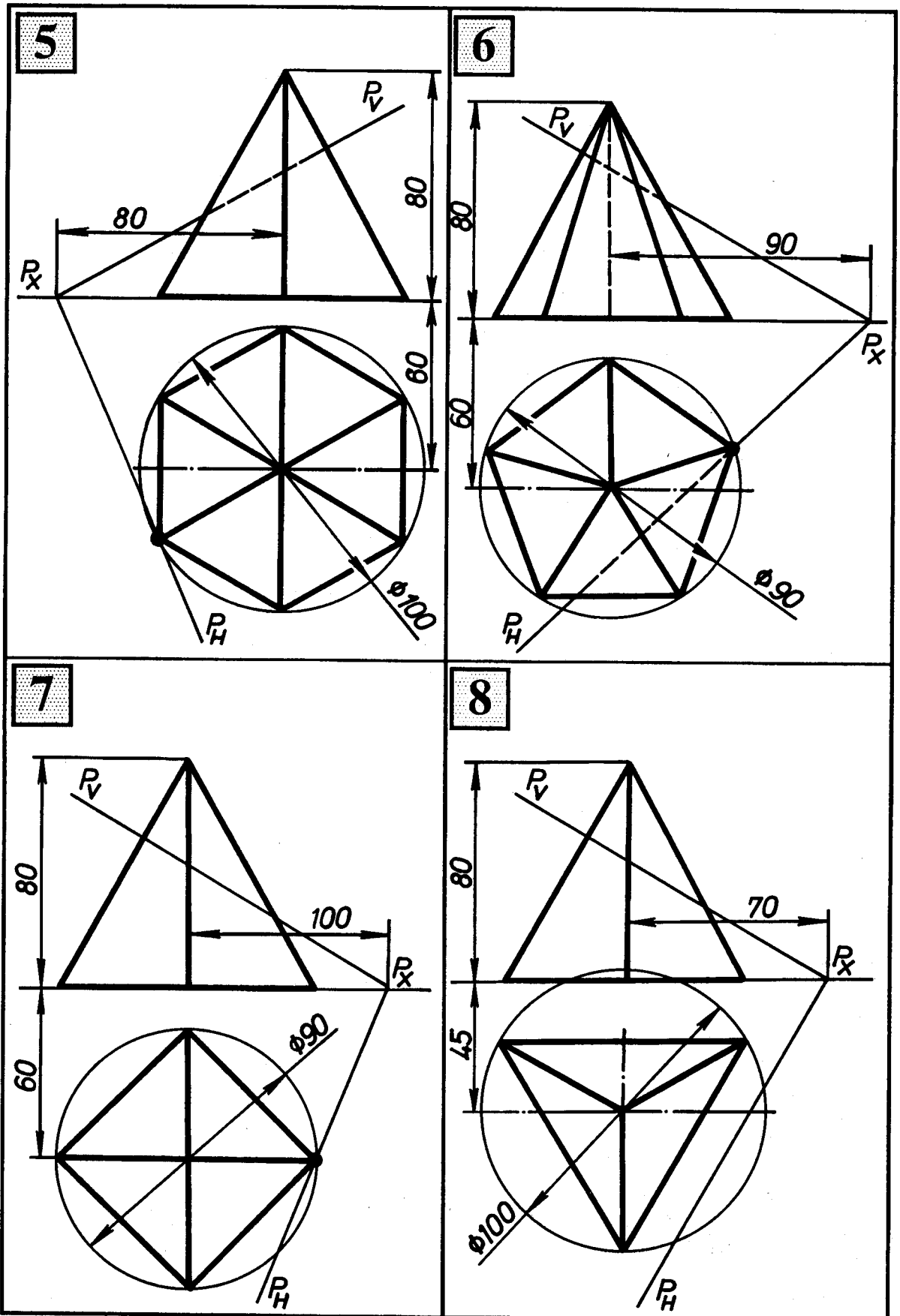
Побудувати справжню величину фігури перерізу правильної піраміди площиною довільного положення P .

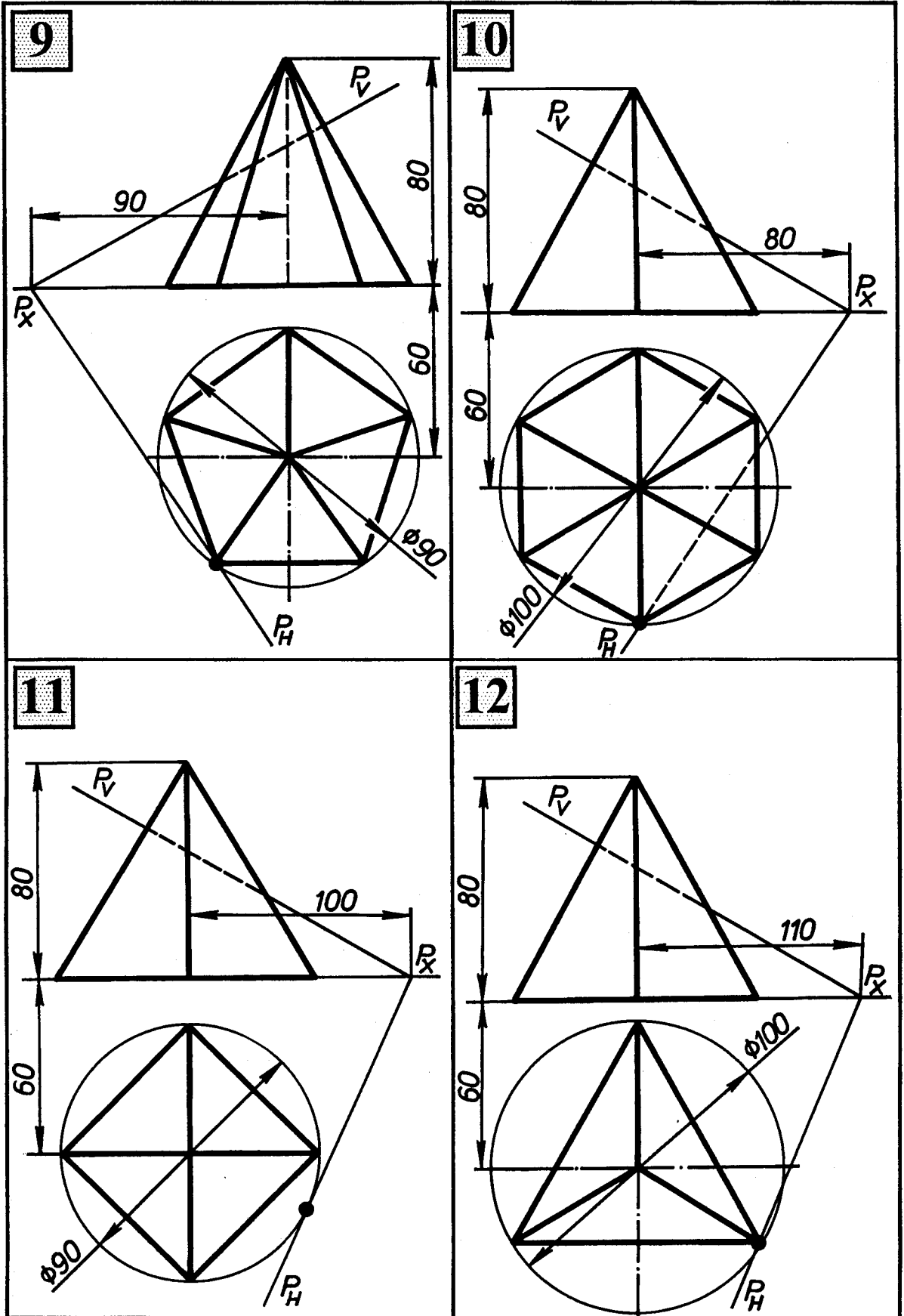
Дані до завдання взяті з табл. Д 1.13. Кут нахилу фронтального сліду P_V заданої площини до осі OX дорівнює 30° .

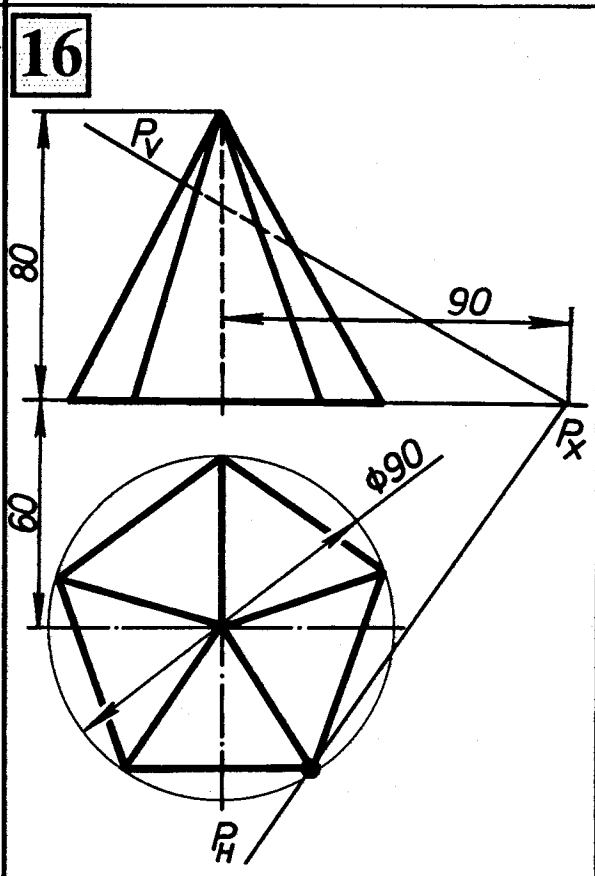
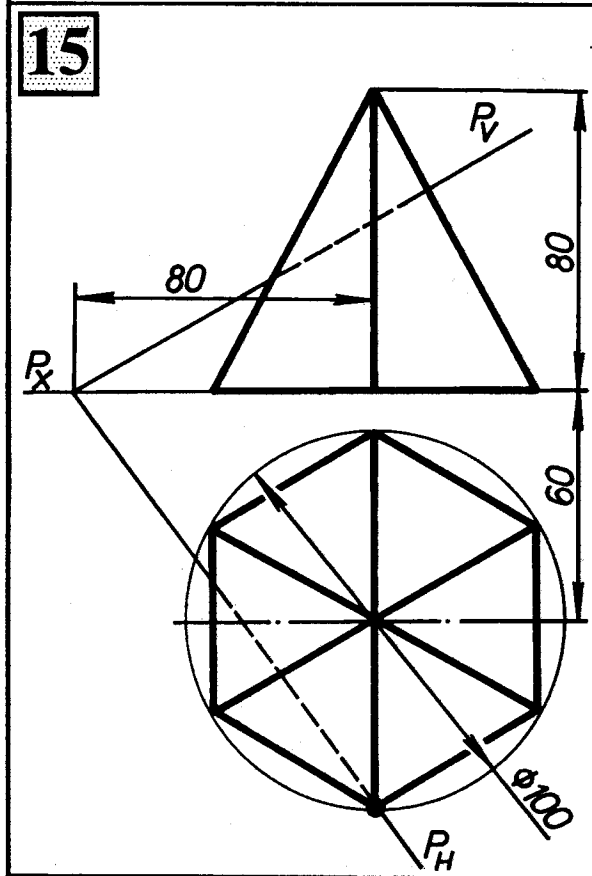
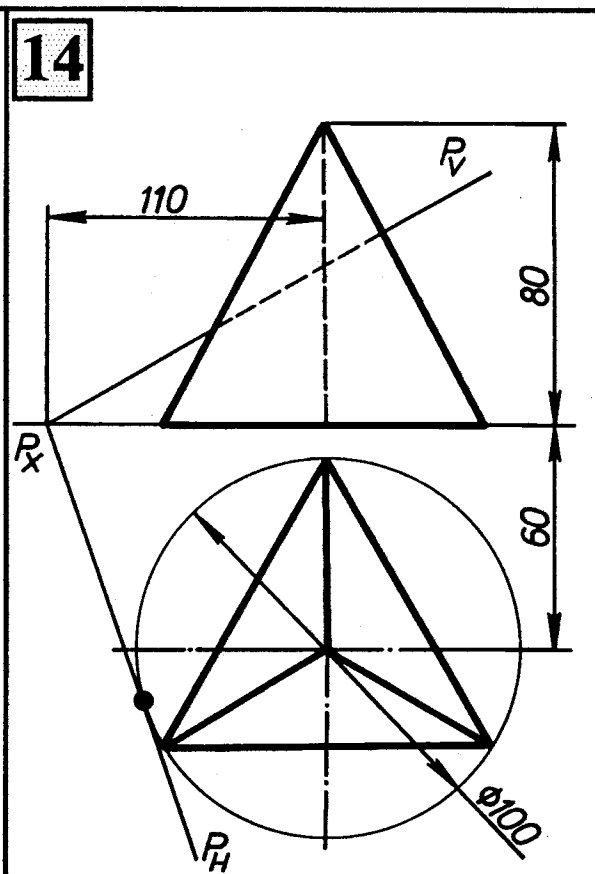
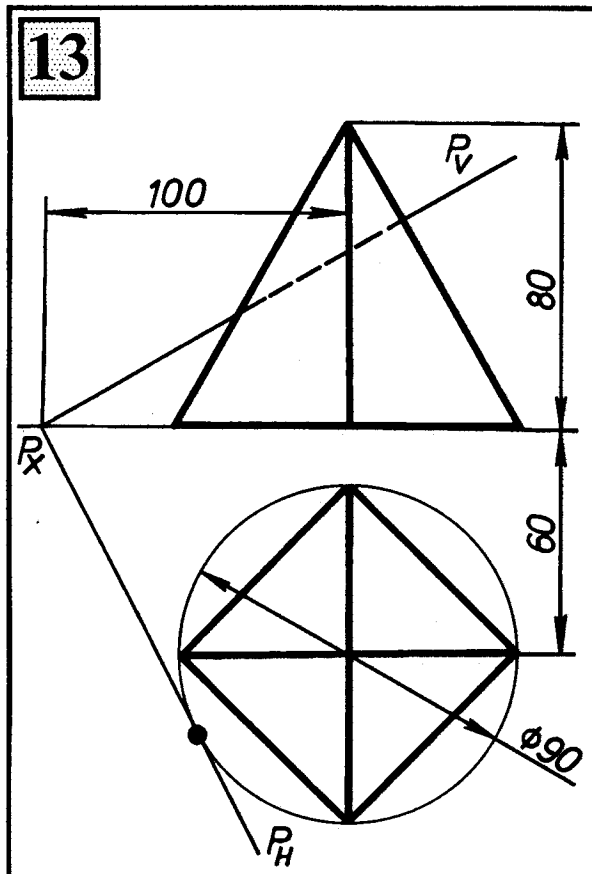
Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.17.

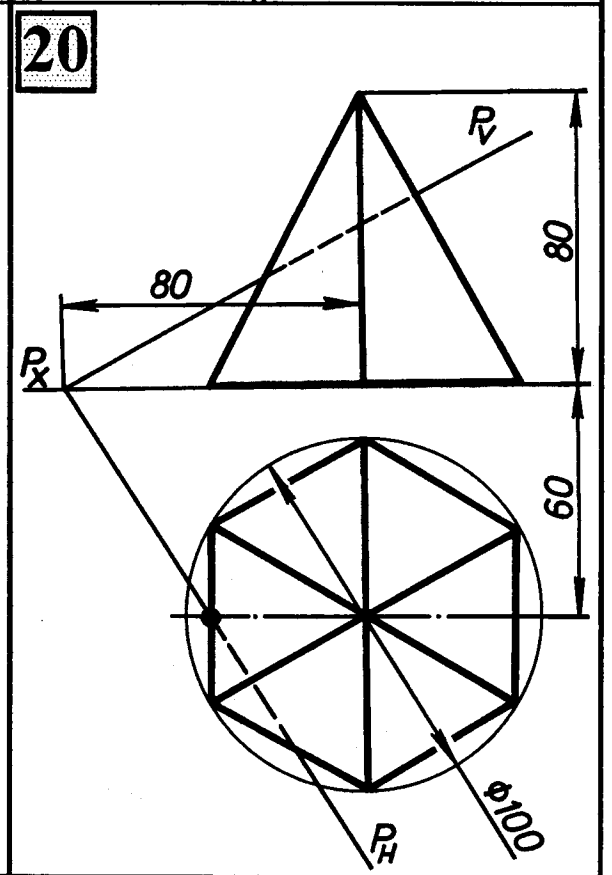
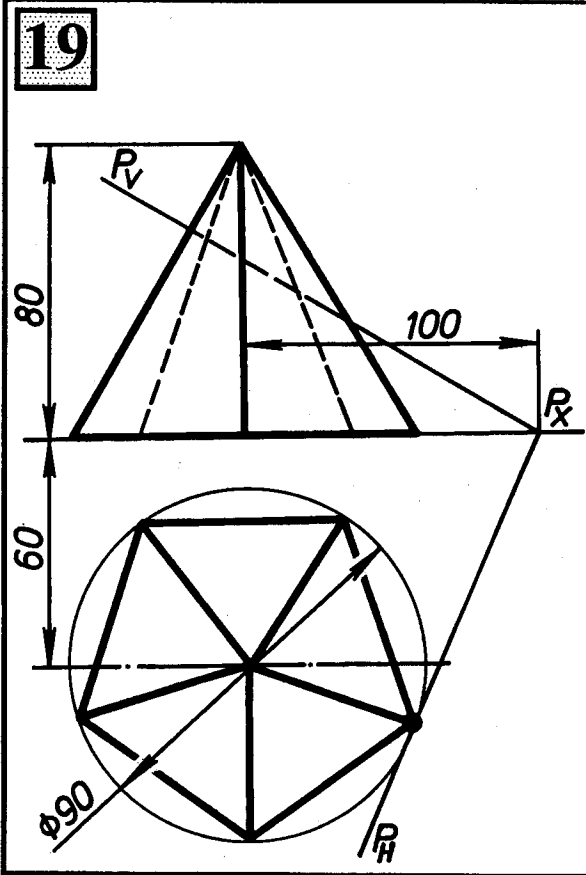
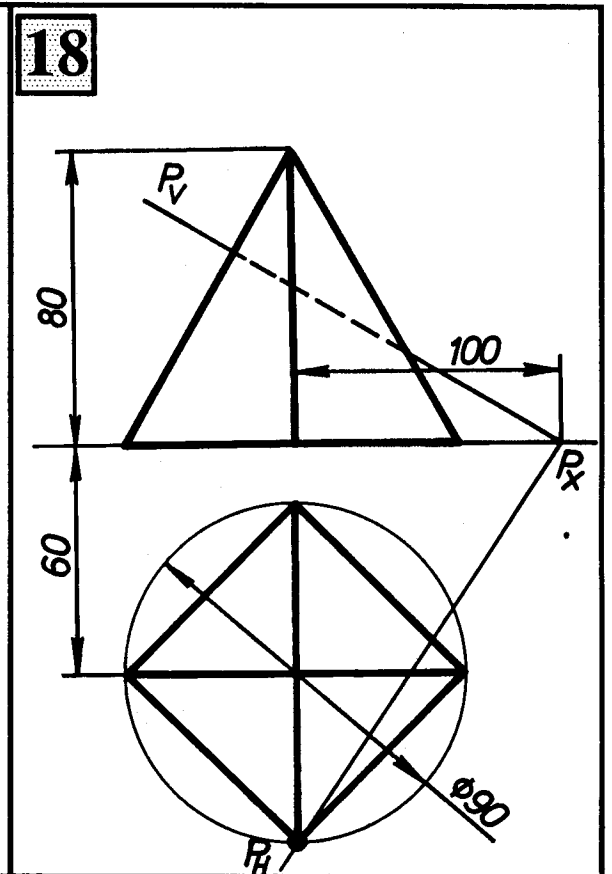
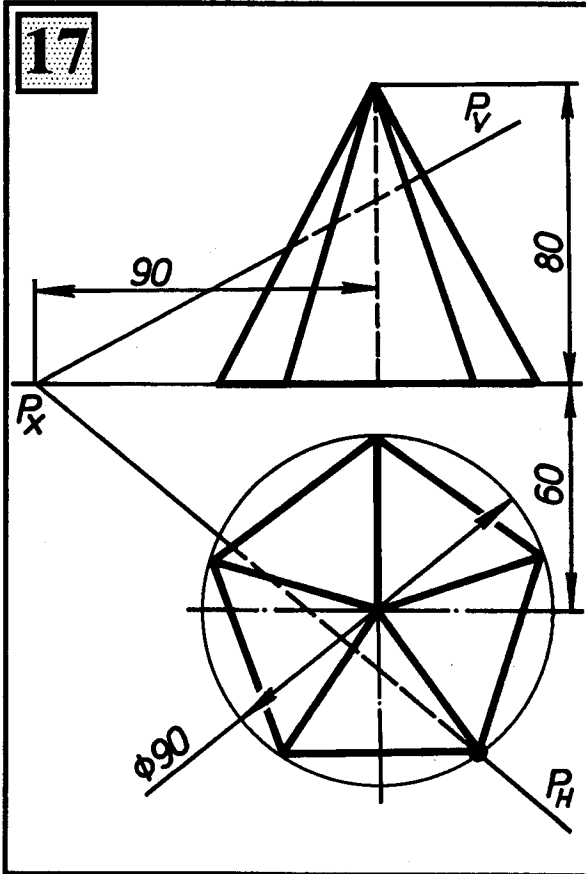
Таблиця Д 1.13

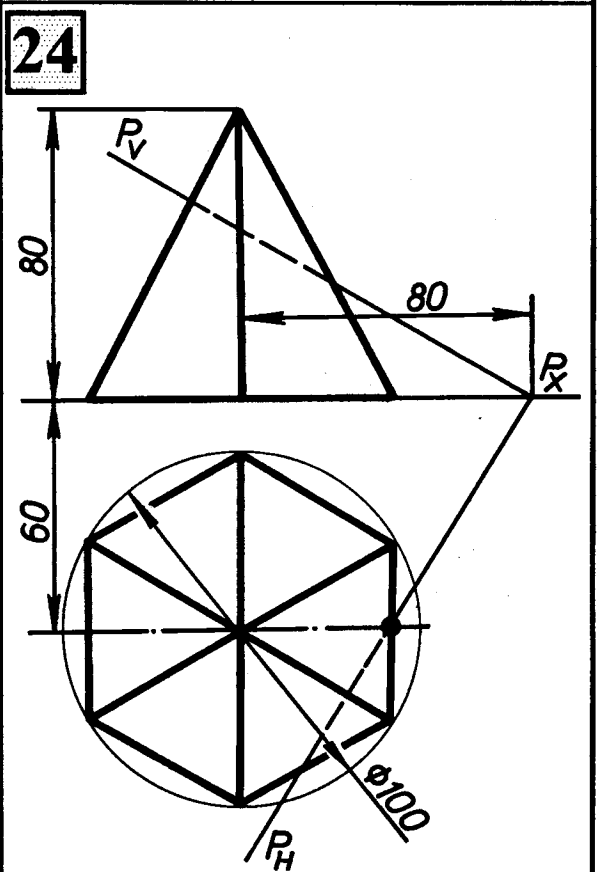
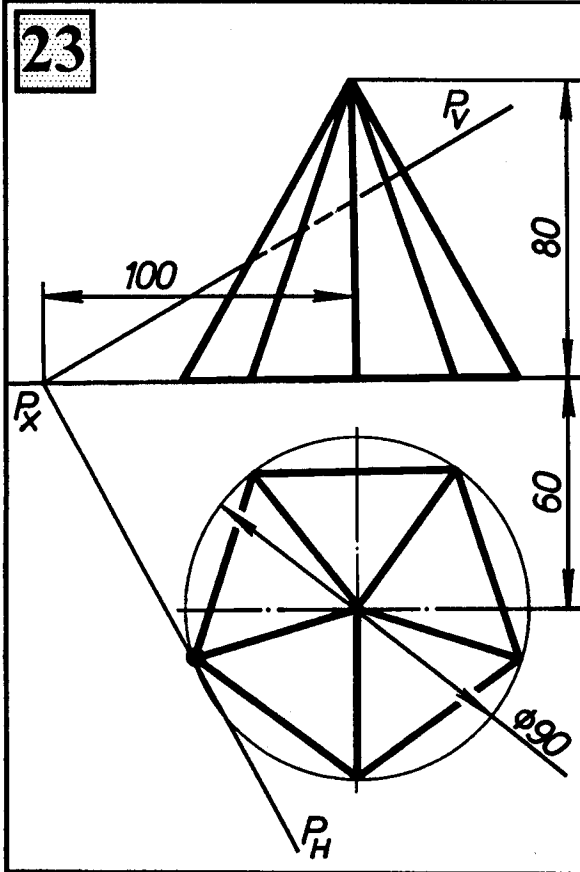
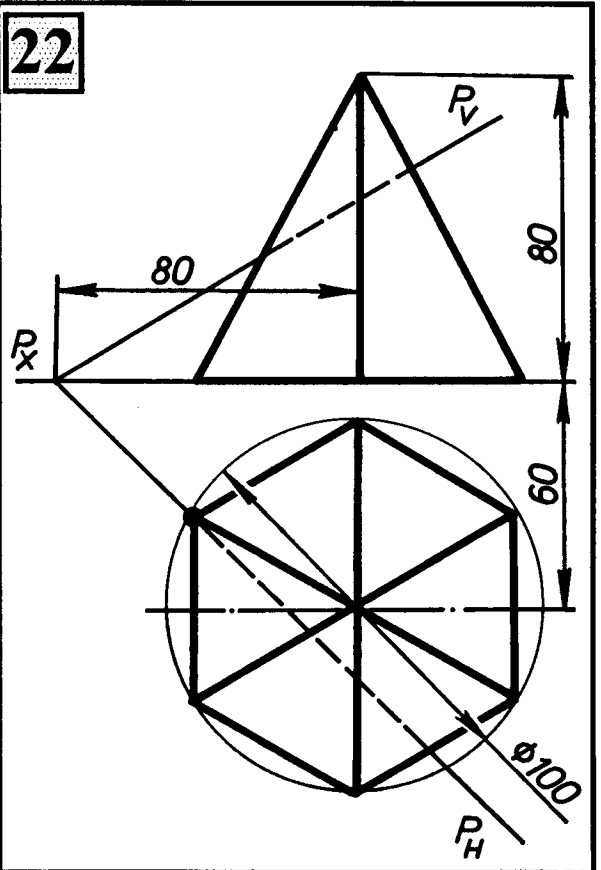
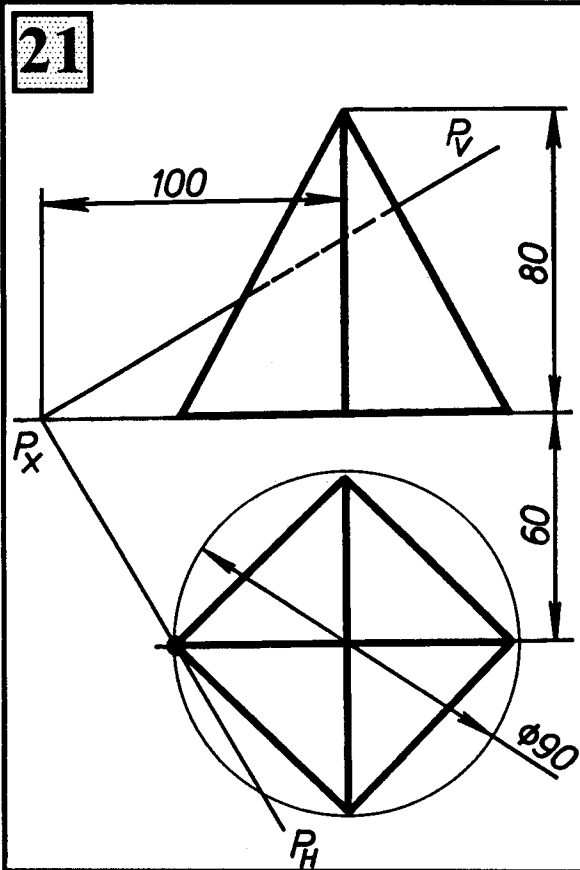




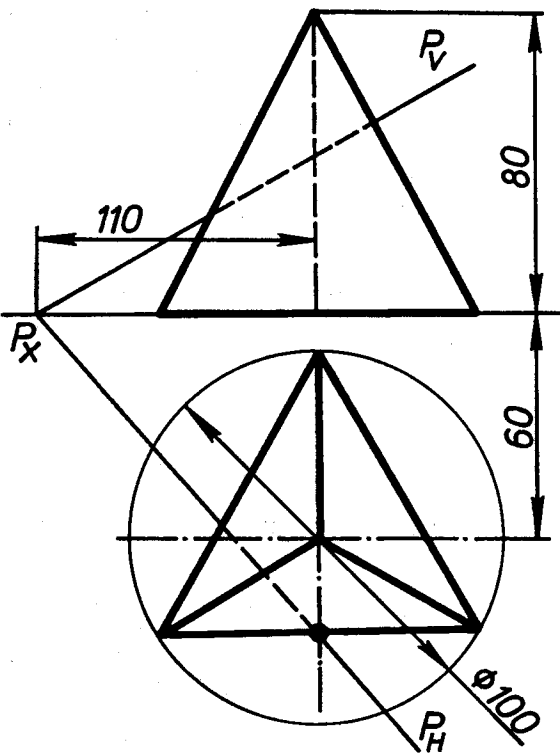




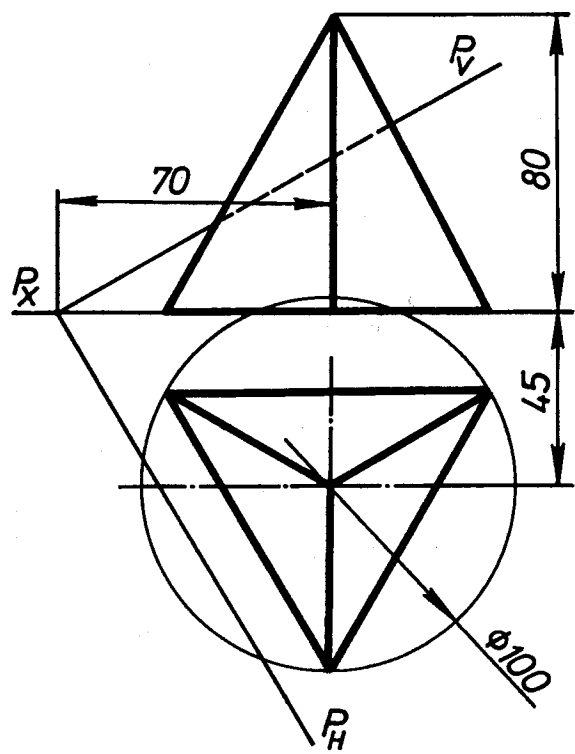




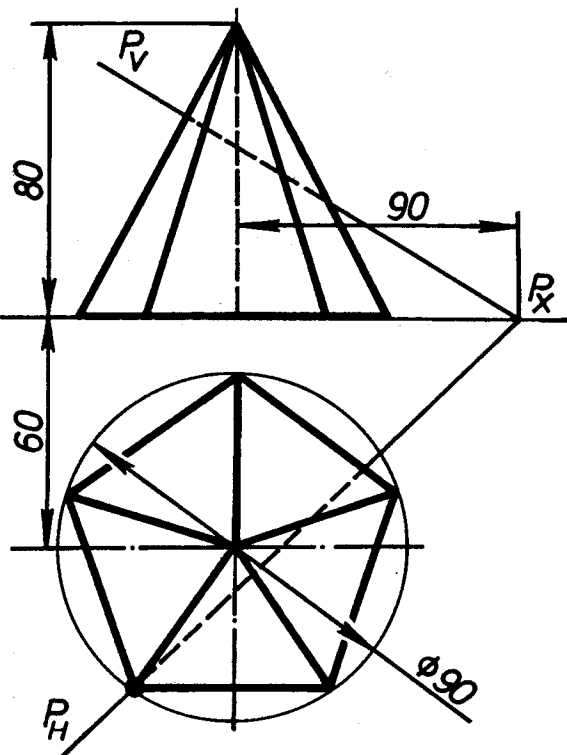
25



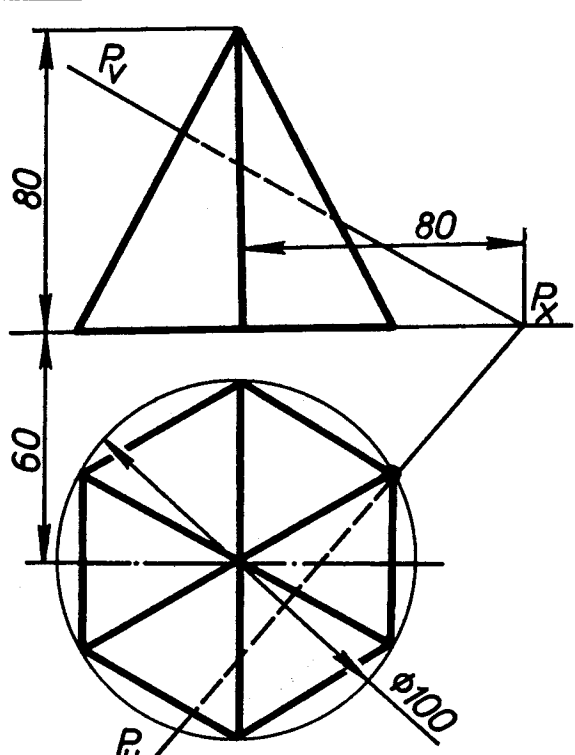
26

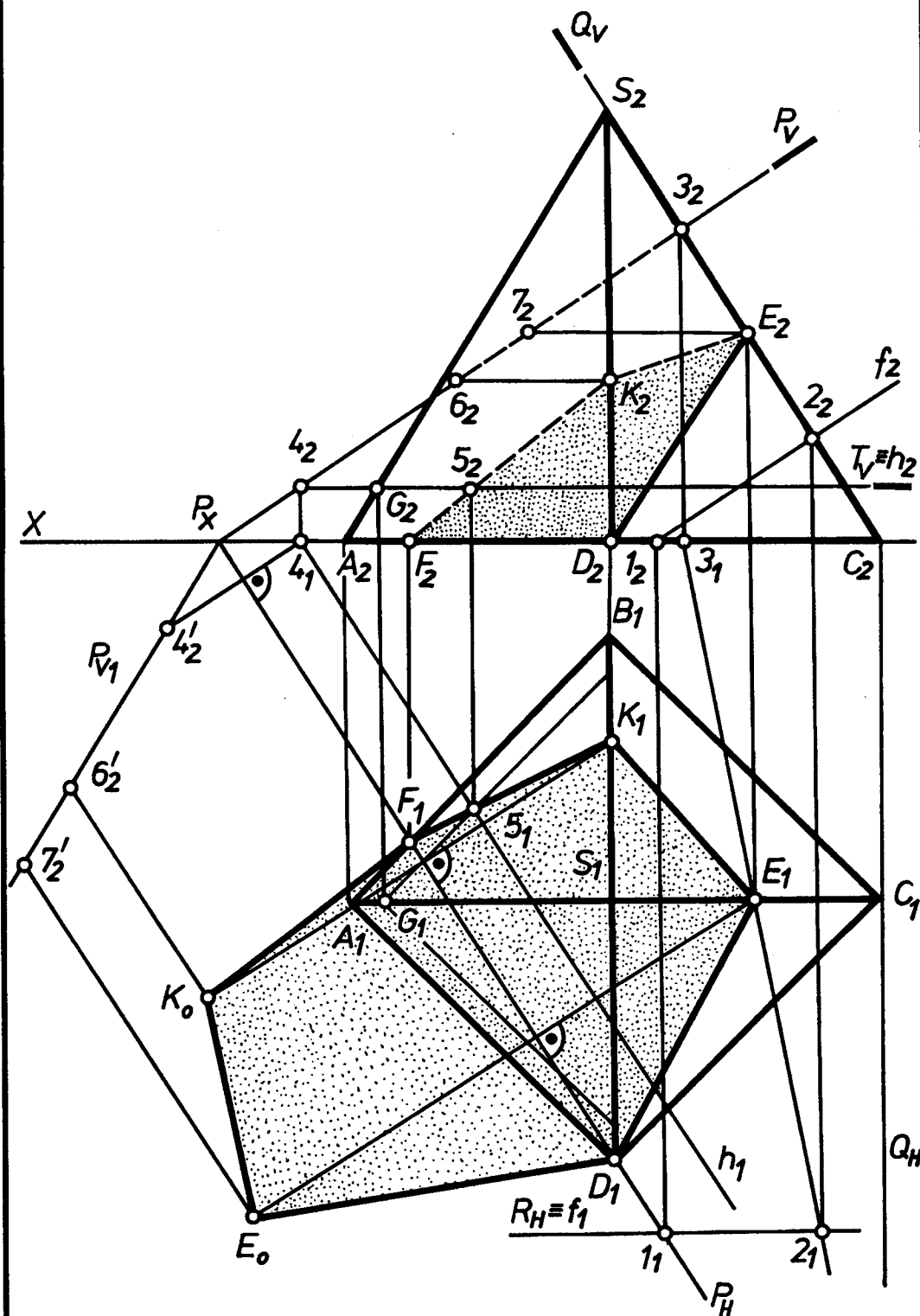


27



28





<i>Перетин многогранника площиною</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Іванчук</i>		<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		
<i>Завдання 17</i>			

Рис. Д.1.17

Завдання 18

Побудувати переріз конуса проекційною площиною P і розгортку бічної поверхні з нанесенням на неї лінії перерізу.

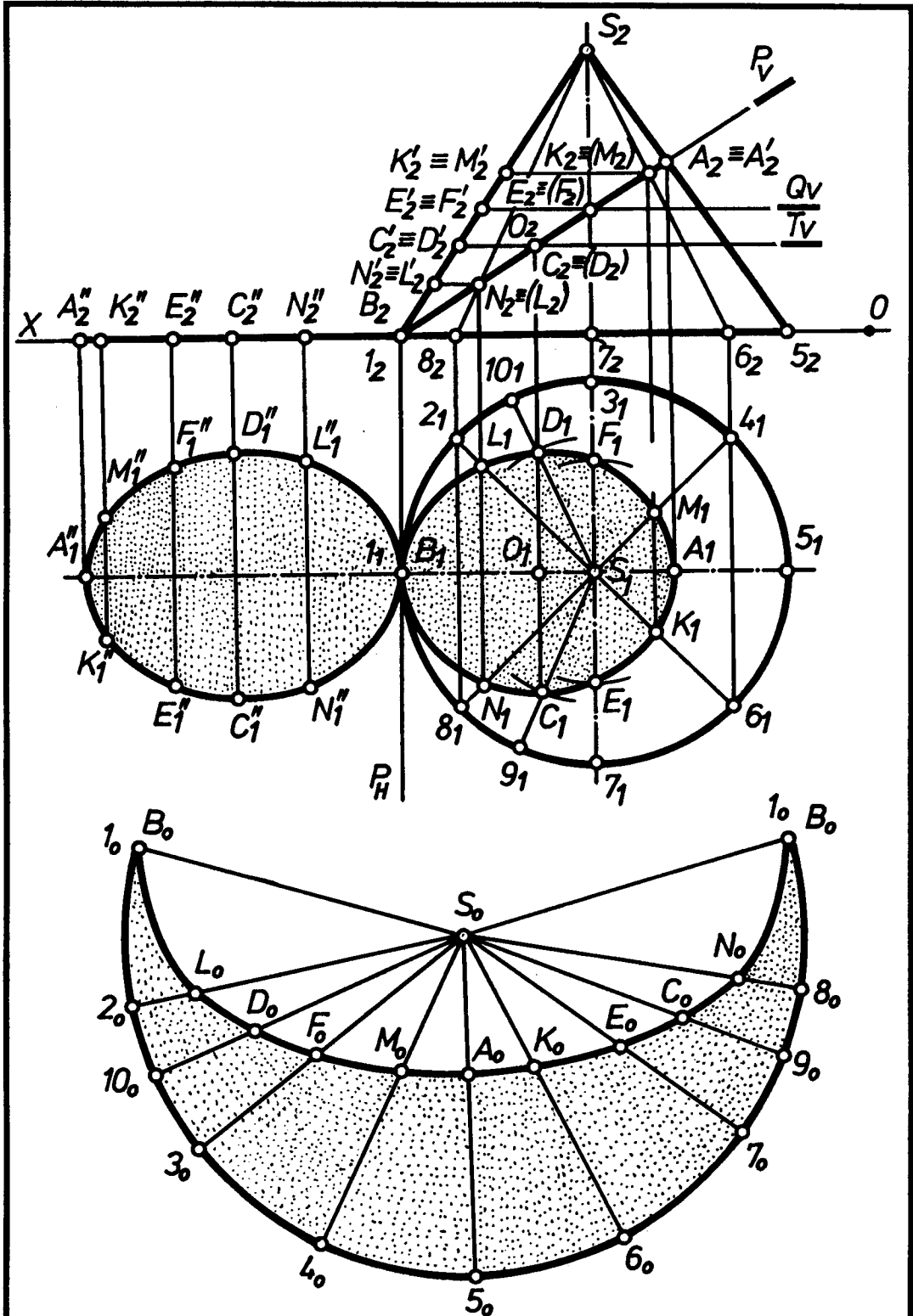
Конус прямий круговий висотою 60 мм і діаметром основи 90 мм. Координати центра кола основи $S(20, 50, 0)$.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.14.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.18.

Таблиця Д 1.14

Варіант	Параметр площини, мм		
	OP_x	OP_y	OP_z
1	45	∞	20
2	45	∞	30
3	45	∞	40
4	55	∞	20
5	55	∞	30
6	55	∞	40
7	45	60	∞
8	45	70	∞
9	45	80	∞
10	50	60	∞
11	50	70	∞
12	50	100	∞
13	70	30	∞
14	70	40	∞
15	70	50	∞
16	50	∞	30
17	50	∞	40
18	50	∞	50
19	55	60	∞
20	55	70	∞
21	45	∞	45
22	45	∞	50
23	45	∞	60
24	45	100	∞
25	55	∞	45
26	55	∞	50
27	55	∞	60
28	70	60	∞
29	70	45	∞
30	55	100	∞



<i>Перетин конуса площиною</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Іванчук</i>		<i>Завдання 18</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		

Рис. Д.1.18

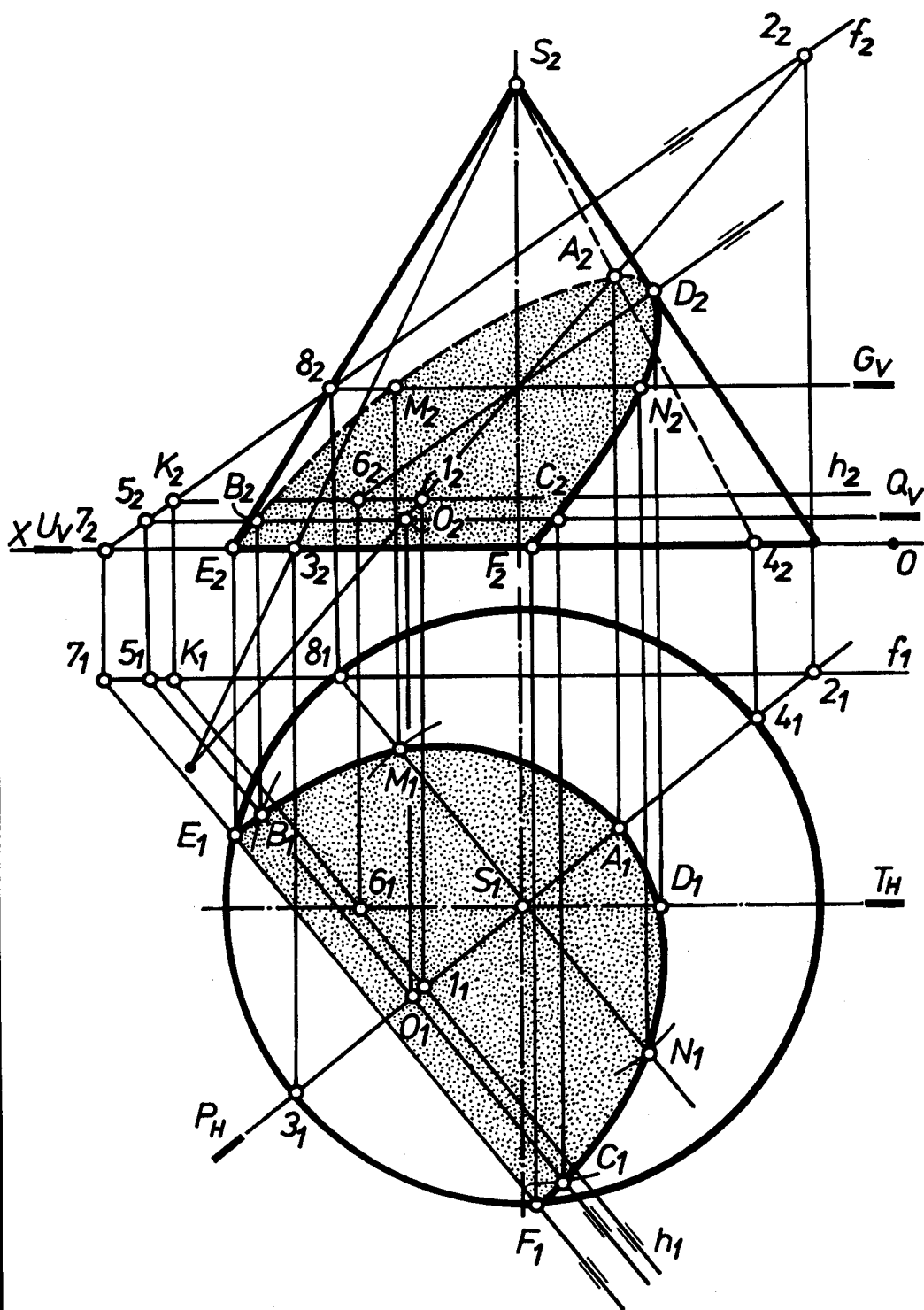
Завдання 19

Побудувати переріз конуса площиною $(AB \cap AC)$. Розміри площини взяті з табл. Д 1.15. Діаметр кола основи конуса $D = 90$ мм, висота конуса $H = 70$ мм. Координати центра кола основи $O (70,60,0)$.

Приклад виконання подано на рис. Д 1.19.

Таблиця Д 1.15

Варіант	Координати точки (x, y, z) , мм		
	A	B	C
1	130,20,10	20,20,80	20,110,10
2	130,30,70	30,100,70	60,30,0
3	10,30,10	100,110,10	120,30,60
4	10,30,50	90,110,0	120,30,50
5	130,20,10	20,20,80	20,120,10
6	130,30,60	30,100,60	60,30,0
7	10,30,70	120,30,70	110,110,0
8	10,30,50	120,30,50	90,110,0
9	130,20,10	30,20,80	30,110,10
10	120,20,50	50,110,50	40,20,0
11	10,30,70	110,110,0	120,30,70
12	10,20,60	110,110,0	110,20,70
13	130,20,10	30,20,80	30,120,10
14	120,20,60	40,20,0	50,110,60
15	10,30,60	120,30,70	110,110,0
16	130,20,10	60,20,10	60,110,70
17	120,20,40	50,110,40	40,20,0
18	10,30,60	120,30,70	100,110,0
19	130,20,10	60,110,10	60,20,60
20	10,30,10	120,30,80	100,120,10
21	10,30,60	100,110,0	120,30,70
22	130,20,10	50,20,10	50,110,70
23	10,30,10	100,120,10	120,30,80
24	120,20,10	50,20,10	50,110,70
25	10,30,10	120,30,70	100,120,10
26	130,30,70	30,100,70	50,30,0
27	10,30,10	120,30,60	100,120,10
28	10,20,60	110,20,70	110,110,0
29	130,30,60	30,100,60	50,30,0
30	10,30,10	120,30,60	100,110,10



Перетин конуса площиною

Варіант 31

Креслив

Андрійчук

Завдання 19

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

Василишин

Рис. Д.1.19

Завдання 20

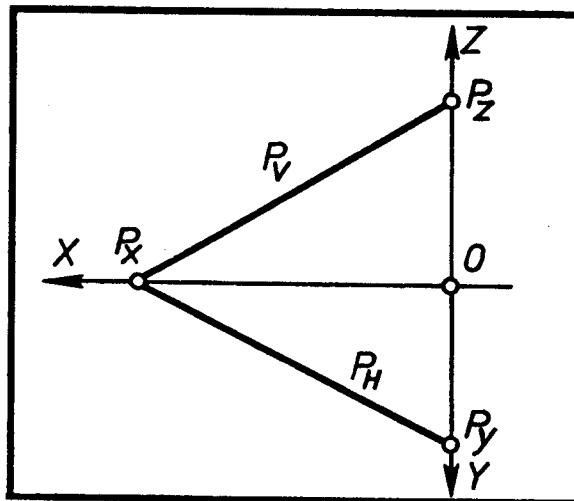
Побудувати переріз лінійчатої поверхні, яка стоїть своєю основою на горизонтальній площині проєкцій, площиною P та визначити справжню фігуру перерізу.

Вигляд кривої поверхні, положення її осі і параметри площини P наведено в табл. Д 1.16, Д 1.17, Д 1.18. Основою лінійчатих поверхонь є коло радіусом $R = 30$ мм.

Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.20.

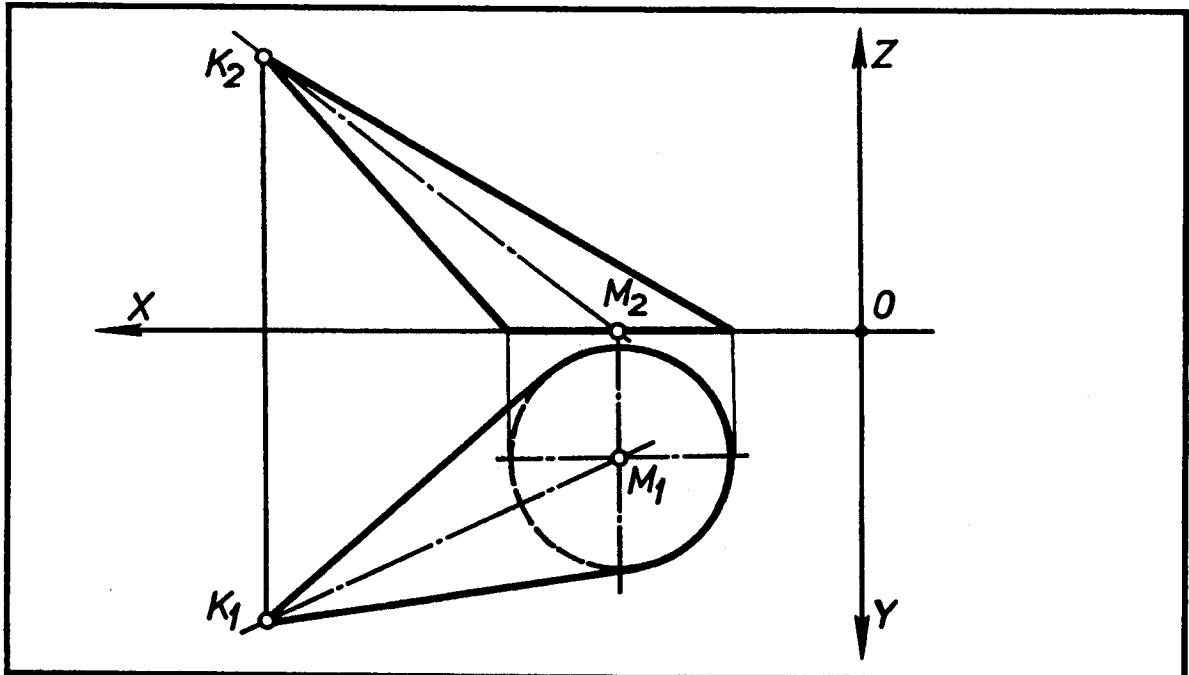
Таблиця Д 1.16

Площина	Параметри площини		
	OP_x	OP_y	OP_z
$P-1$	130	120	90
$P-2$	110	110	80
$P-3$	120	110	70
$P-4$	130	100	60
$P-5$	130	140	70
$P-6$	120	130	80

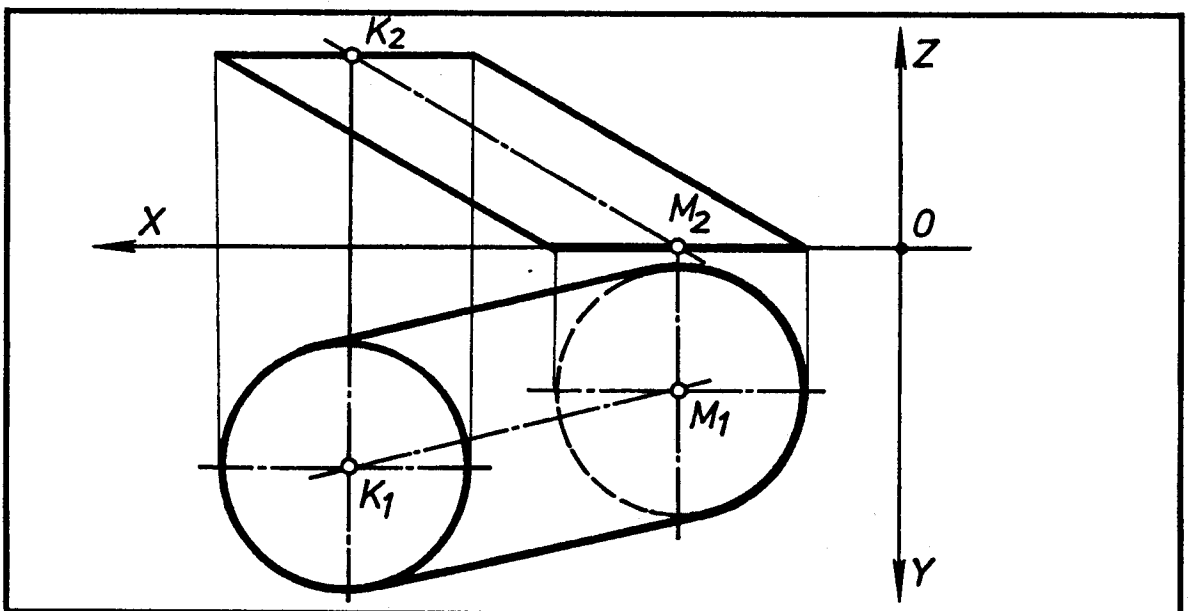


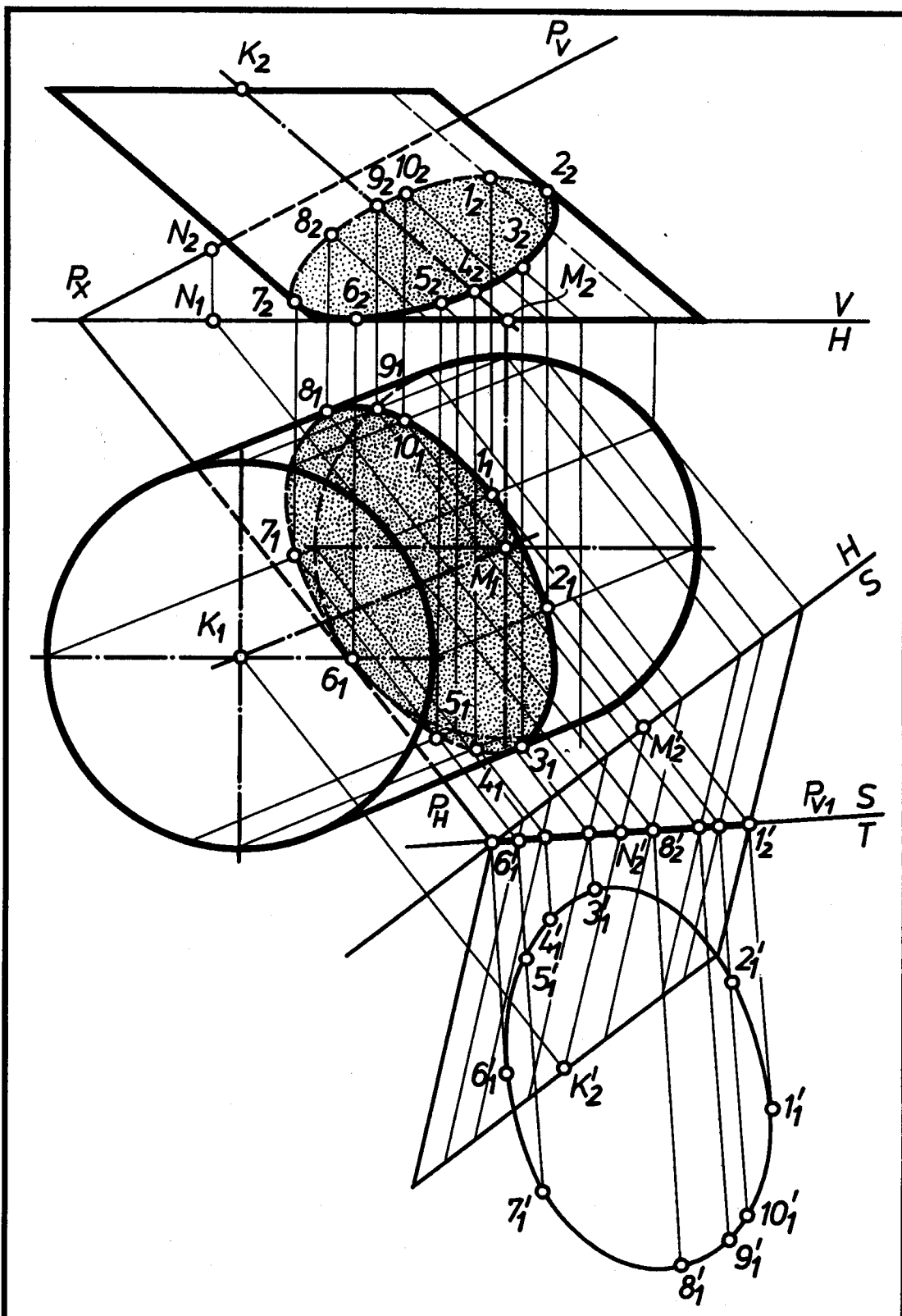
Таблиця Д 1.17

№ варіанта	Площина	Координати центра основи конічної поверхні, M (мм)			Координати вершини конічної поверхні, K (мм)		
		X	Y	Z	X	Y	Z
16	P-5	40	40	0	90	80	80
17	P-6	40	40	0	90	80	80
18	P-1	40	40	0	90	80	70
19	P-2	40	40	0	90	80	70
20	P-3	40	40	0	90	80	70
21	P-4	40	40	0	90	80	80
22	P-5	30	40	0	90	75	80
23	P-6	30	40	0	90	75	70
24	P-2	30	40	0	90	75	70
25	P-3	30	40	0	90	75	80
26	P-4	30	40	0	90	75	70
27	P-5	30	40	0	90	70	70
28	P-6	30	40	0	90	70	70
29	P-2	40	40	0	90	75	80
30	P-3	40	40	0	90	75	80



№ варіанта	Площина	Координати центра основи циліндричної поверхні					
		Нижньої (М)			Верхньої (К)		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	P-1	40	40	0	90	70	60
2	P-2	40	40	0	90	70	60
3	P-3	40	45	0	90	75	55
4	P-4	40	45	0	90	75	55
5	P-1	30	40	0	90	75	60
6	P-2	30	40	0	90	75	60
7	P-3	30	40	0	90	75	55
8	P-4	30	40	0	90	75	55
9	P-5	40	40	0	90	70	55
10	P-6	40	40	0	90	75	60
11	P-5	30	40	0	90	70	50
12	P-6	30	40	0	90	70	50
13	P-1	30	45	0	90	65	70
14	P-2	30	45	0	90	60	80
15	P-3	40	40	0	90	70	70





Перетин кривої поверхні площиною

Варіант 31

Креслив

Андрійчук

Завдання 20

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

Василишин

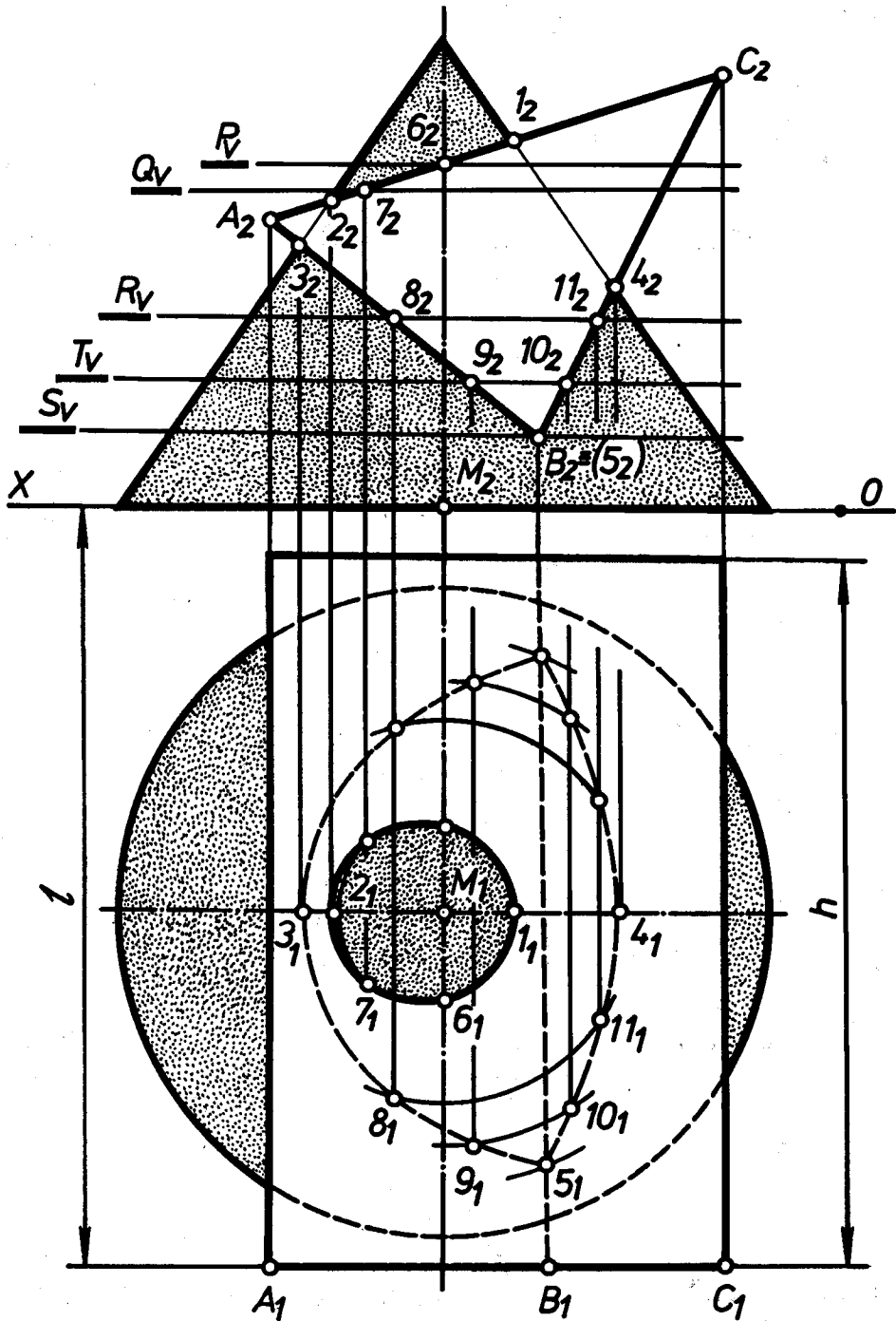
Завдання 21

Побудувати лінію перерізу прямого кругового конуса з прямою призмою. Діаметр кола основи конуса 120 мм, його висота — 90 мм. Координати центра кола основи $M(70,70,0)$. Координати вершин трикутника ABC основи призми взяти з табл. Д 1.19. Висота призми $h = 130$ мм. Відстань від основи ABC до фронтальної площини проєкцій $l = 140$ мм.

Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.21.

Таблиця Д 1.19

Варіант	Координати вершини трикутника основи, мм		
	A	B	C
1	70,0,0	110,0,60	20,0,70
2	80,0,0	120,0,60	10,0,70
3	60,0,10	110,0,60	20,0,80
4	50,0,80	30,0,10	110,0,10
5	70,0,0	50,0,50	90,0,50
6	40,0,20	130,0,20	50,0,80
7	110,0,70	30,0,70	70,0,10
8	30,0,10	100,0,10	40,0,70
9	110,0,10	10,0,10	60,0,60
10	70,0,10	120,0,60	20,0,70
11	80,0,10	120,0,60	10,0,70
12	60,0,20	120,0,70	30,0,80
13	40,0,80	120,0,40	20,0,0
14	100,0,10	50,0,80	10,0,10
15	110,0,10	30,0,10	70,0,60
16	40,0,10	130,0,20	50,0,80
17	110,0,60	70,0,20	30,0,60
18	60,0,60	100,0,30	40,0,0
19	110,0,10	60,0,60	10,0,10
20	70,0,20	120,0,70	20,0,80
21	80,0,20	110,0,80	30,0,70
22	50,0,20	110,0,50	20,0,70
23	30,0,80	110,0,60	70,0,0
24	100,0,10	50,0,80	10,0,20
25	70,0,60	110,0,20	30,0,10
26	40,0,10	120,0,40	50,0,80
27	40,0,70	30,0,10	100,0,10
28	40,0,0	60,0,60	100,0,30
29	30,0,10	100,0,30	40,0,70
30	70,0,30	110,0,80	10,0,90



Взаємний перетин поверхонь

Варіант 31

Креслив

Андрійчук

Завдання 21

ПрУ, гр. ХГ-12

Перевірів

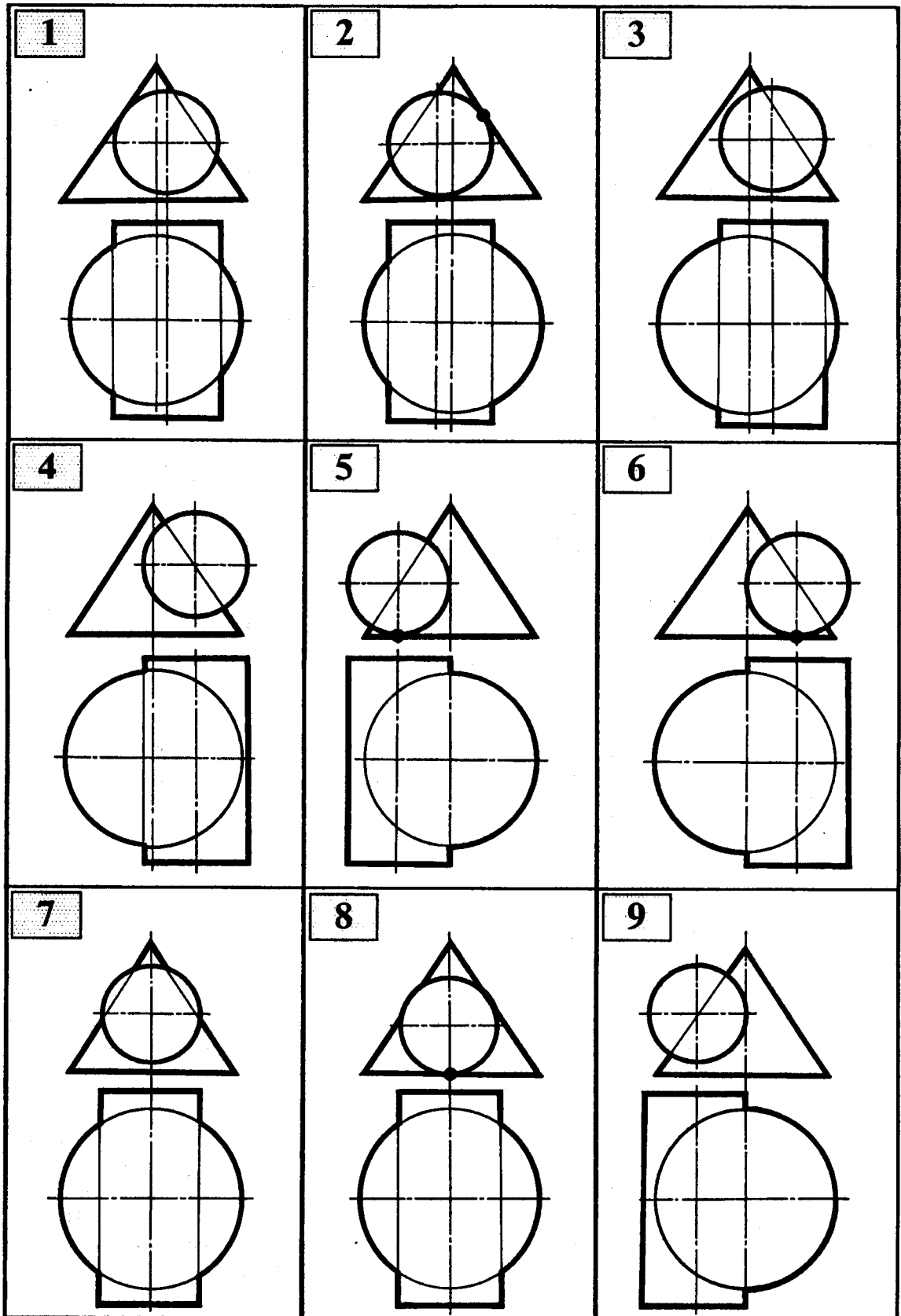
Василишин

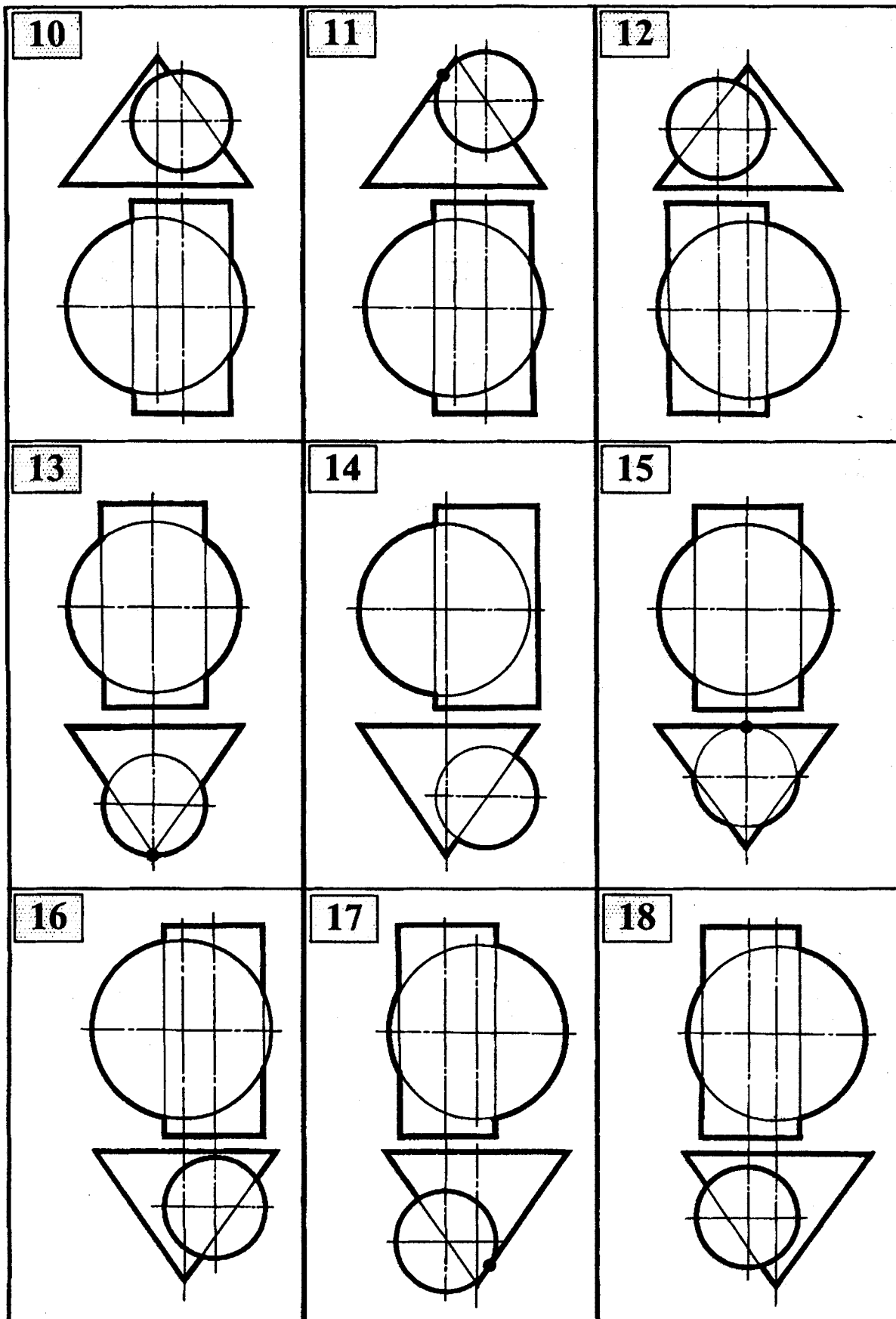
Рис. Д.1.21

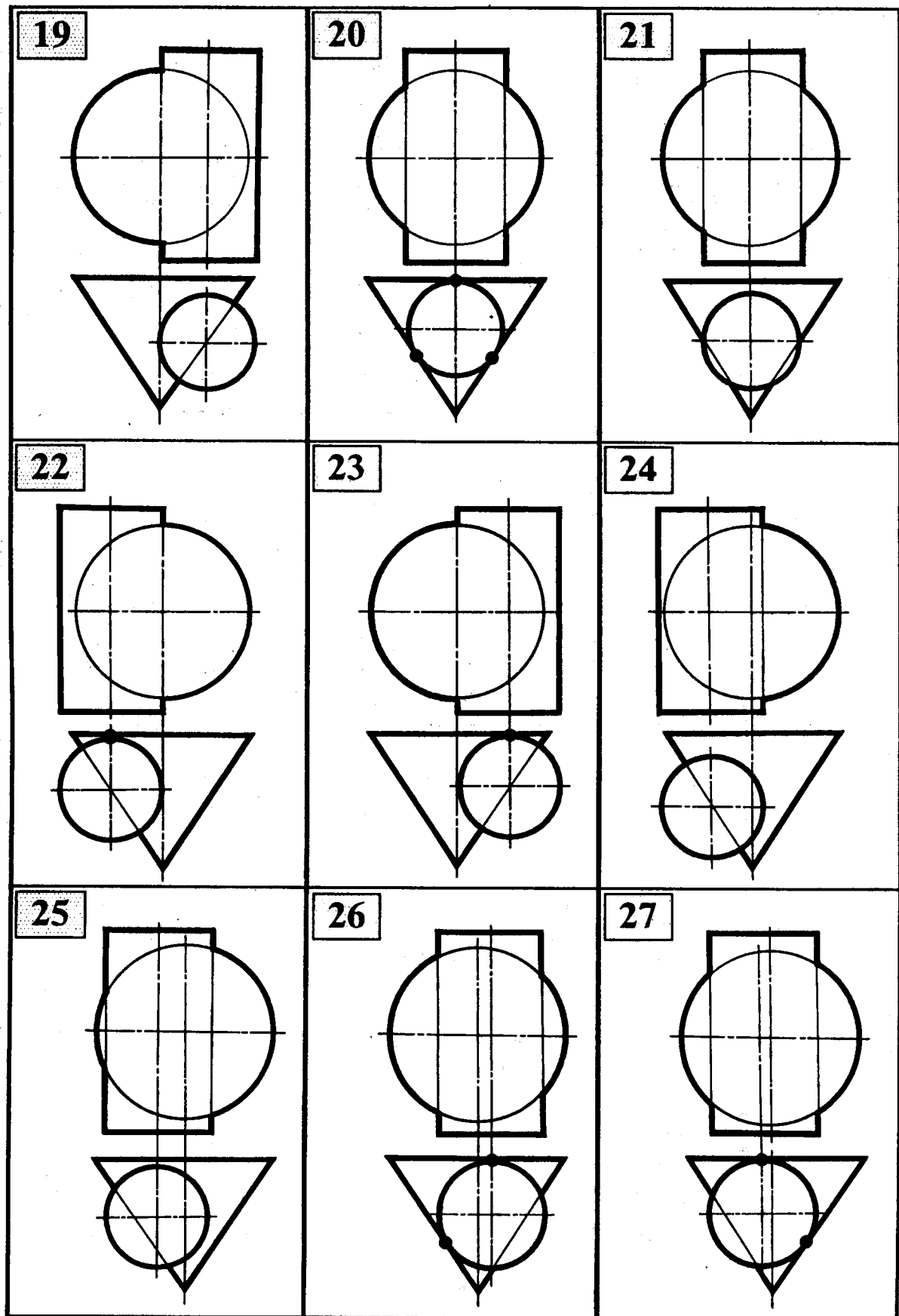
Завдання 22

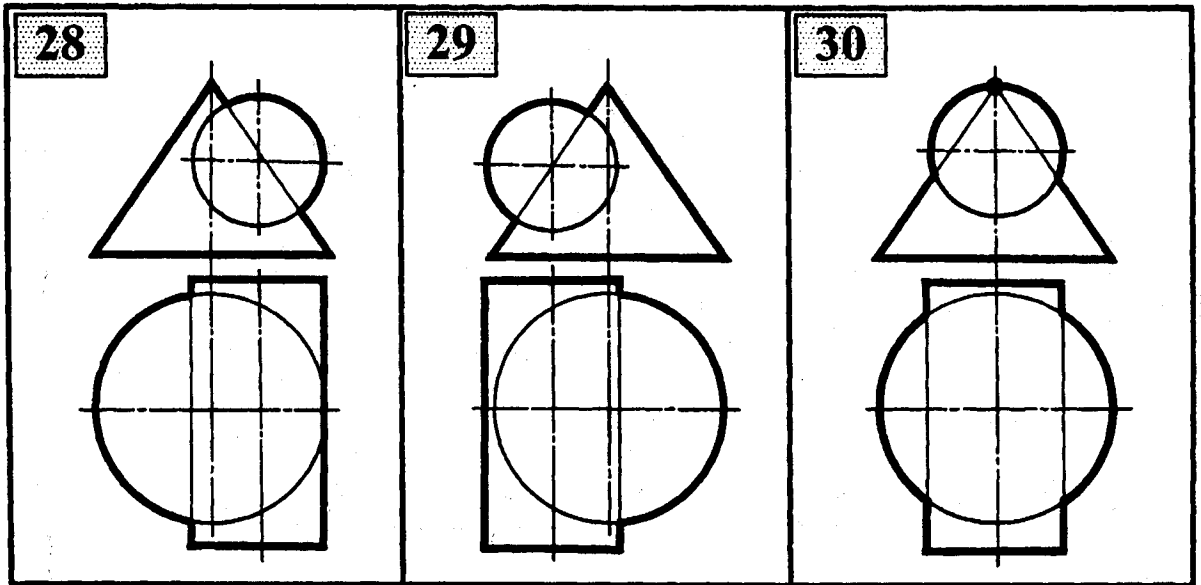
Побудувати лінію перетину конуса з циліндром. Варіанти розміщення вказаних поверхонь взяти з табл. Д 1.20. Діаметр кола основи конуса дорівнює 110 мм, його висота — 100 мм. Діаметр кола основи циліндра дорівнює 70 мм, його висота — 120 мм. Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.22.

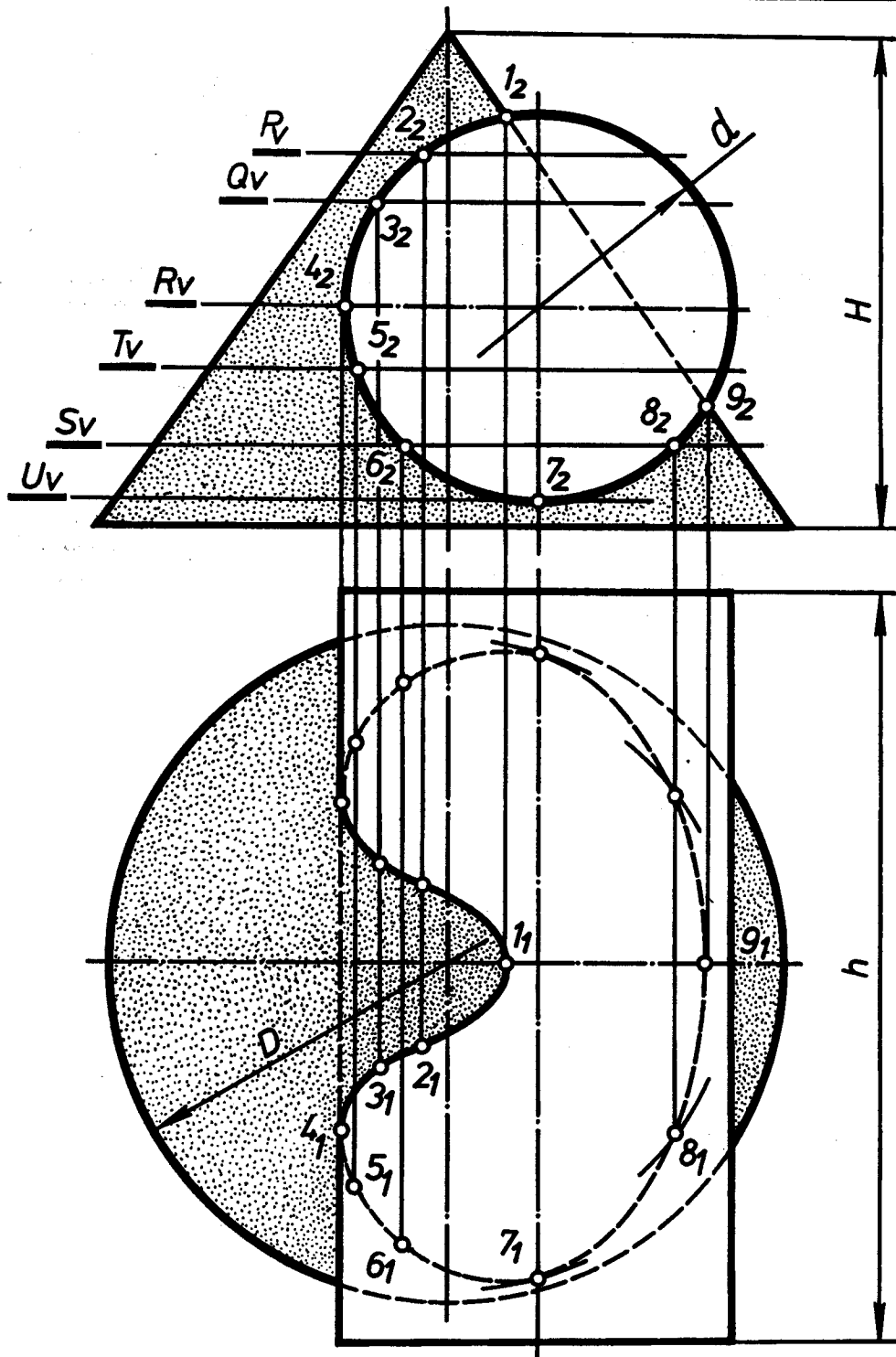
Таблиця Д 1.20











<i>Перетин конуса з циліндром</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Лукачук</i>	<i>Завдання 22</i>	<i>ПрУ, гр. ХГ-12</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		

Рис. Д.1.22

Завдання 23

Побудувати лінію перетину конуса з кулею.

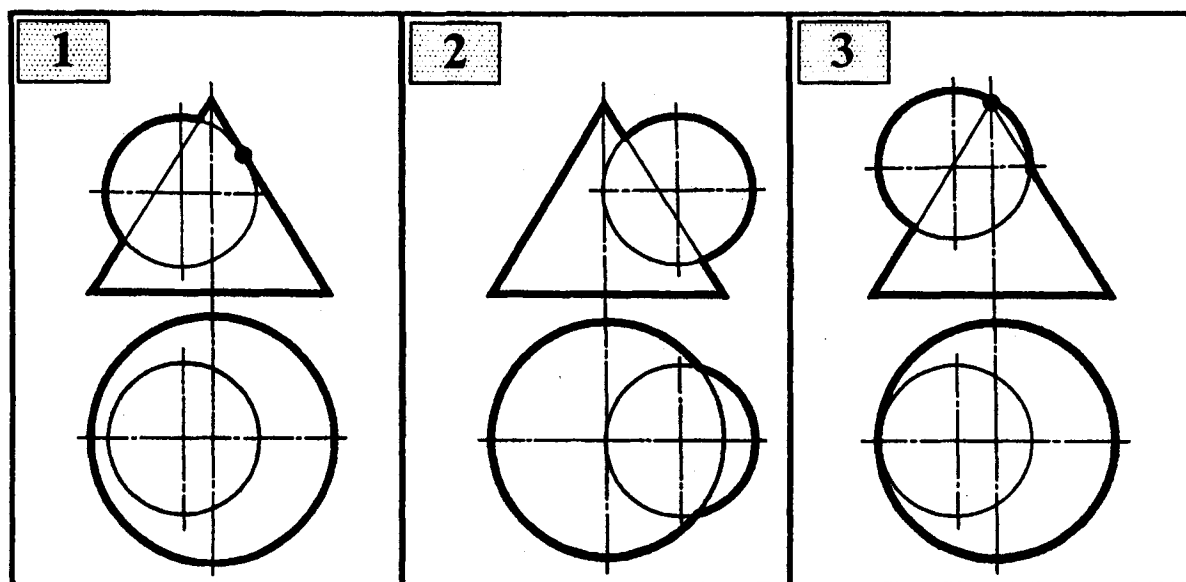
Варіанти розміщення вказаних поверхонь взяти з табл. Д 1.21.

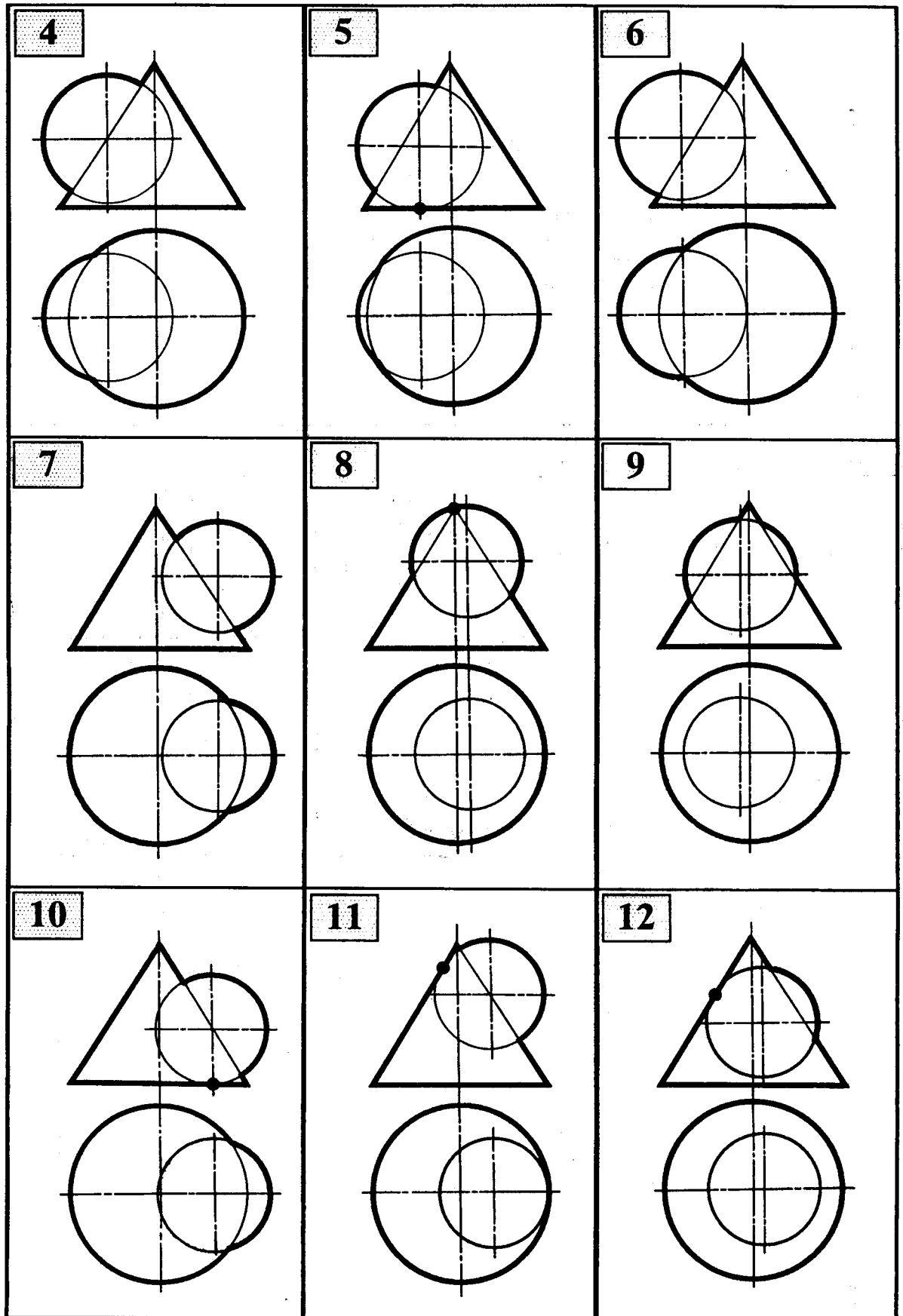
Діаметр кола основи конуса дорівнює 120 мм, його висота — 100 мм.

Діаметр кулі дорівнює 90 мм.

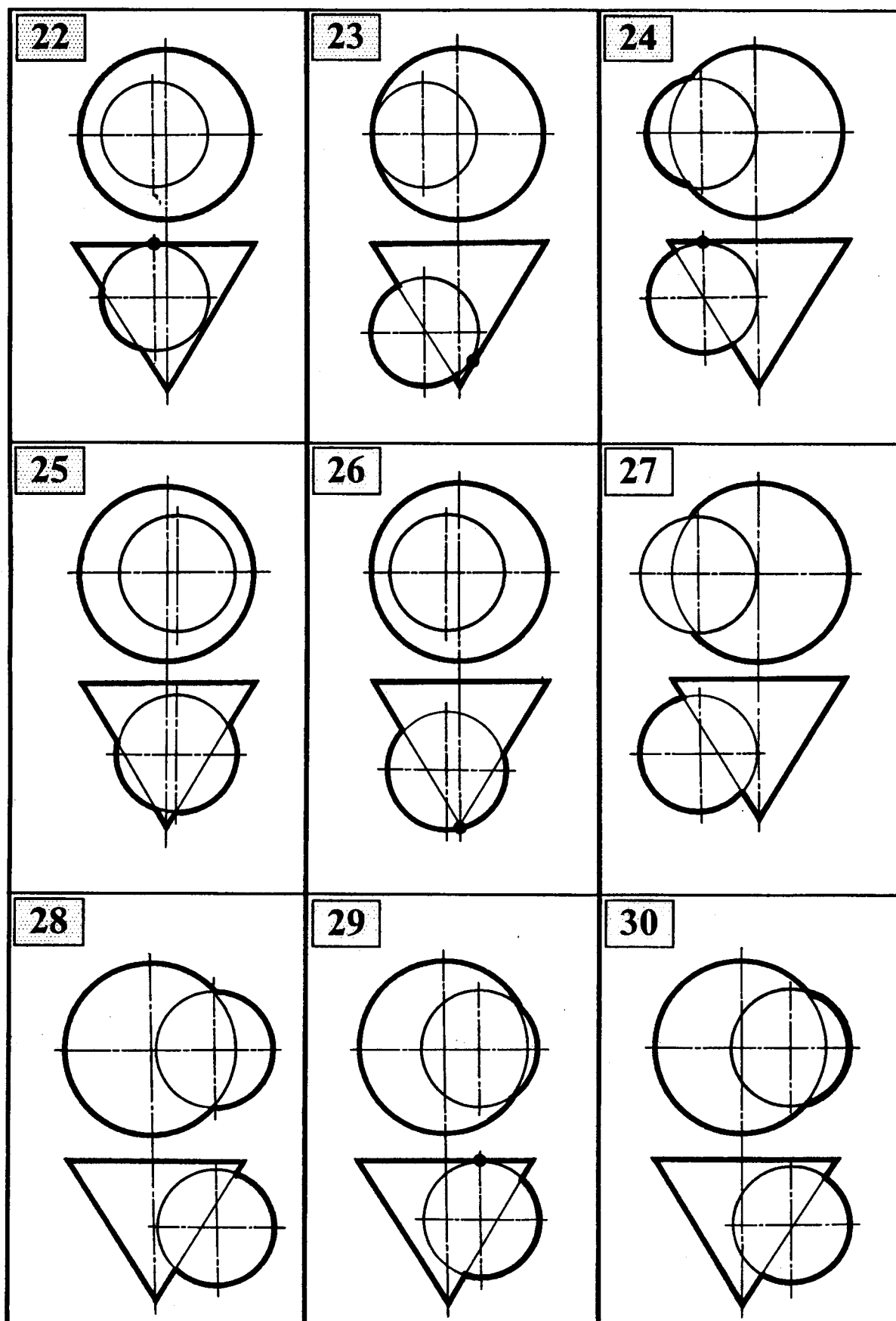
Приклад виконання завдання подано на рис. Д 1.23.

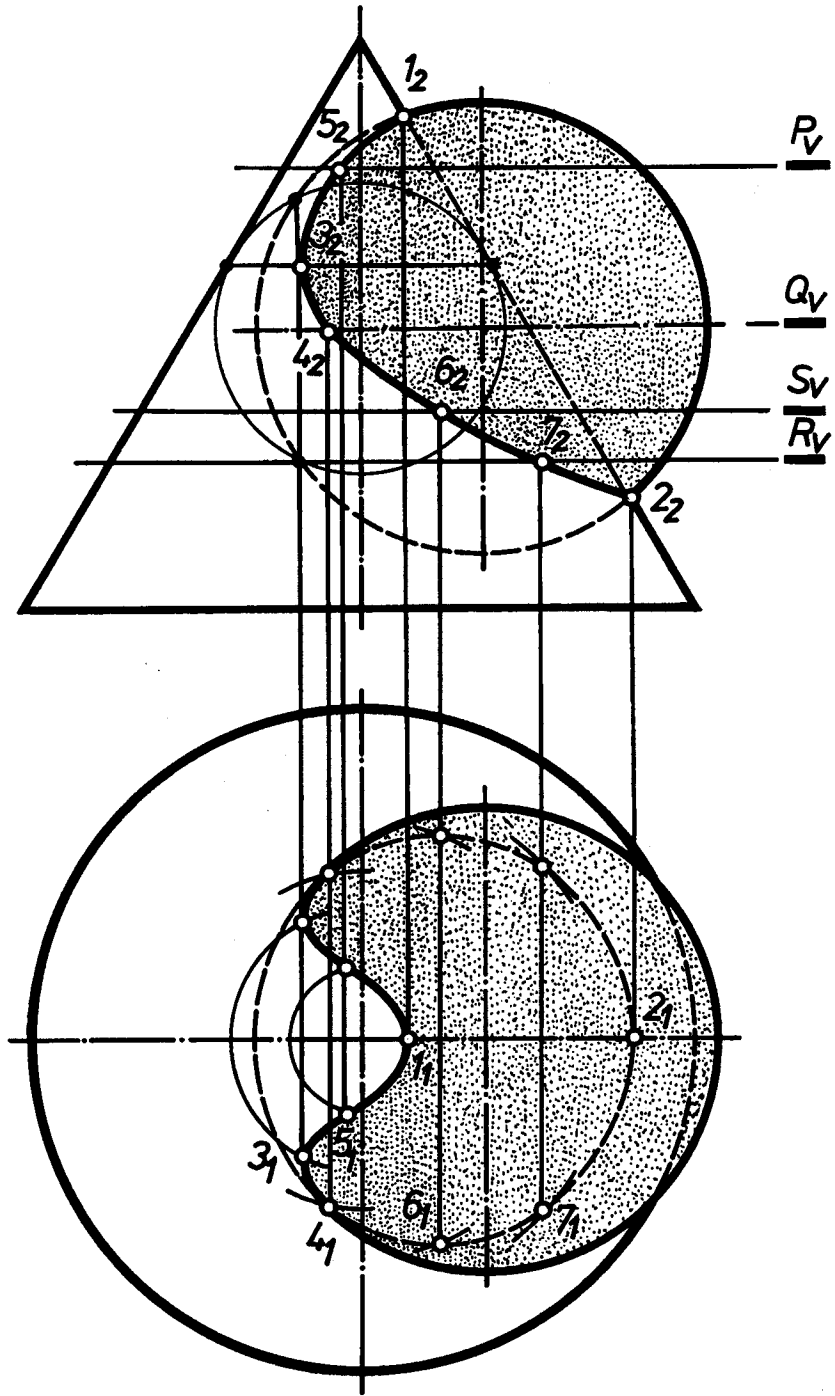
Таблиця Д 1.21





<p>13</p>	<p>14</p>	<p>15</p>
<p>16</p>	<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>	<p>21</p>





<i>Перетин кулі з конусом</i>			<i>Варіант 31</i>
<i>Креслив</i>	<i>Лукачук</i>		<i>Завдання 23</i>
<i>Перевірів</i>	<i>Юрковський</i>		

Рис. Д.1.23

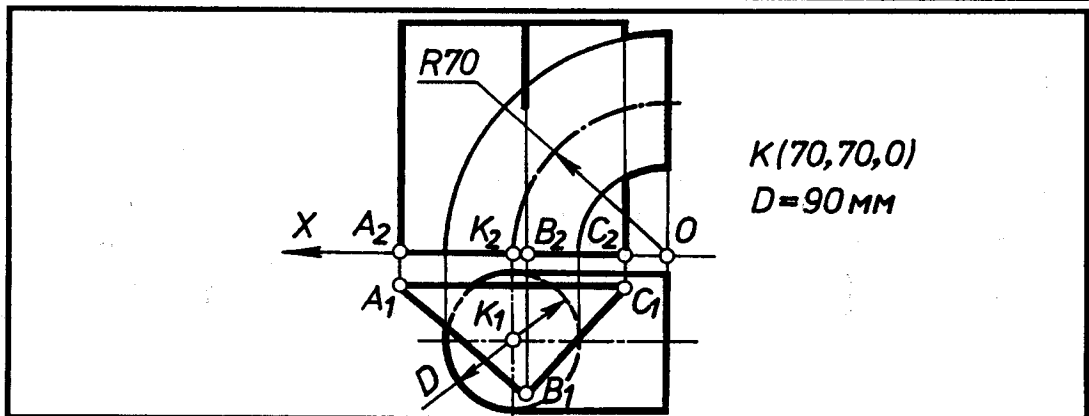
Завдання 24

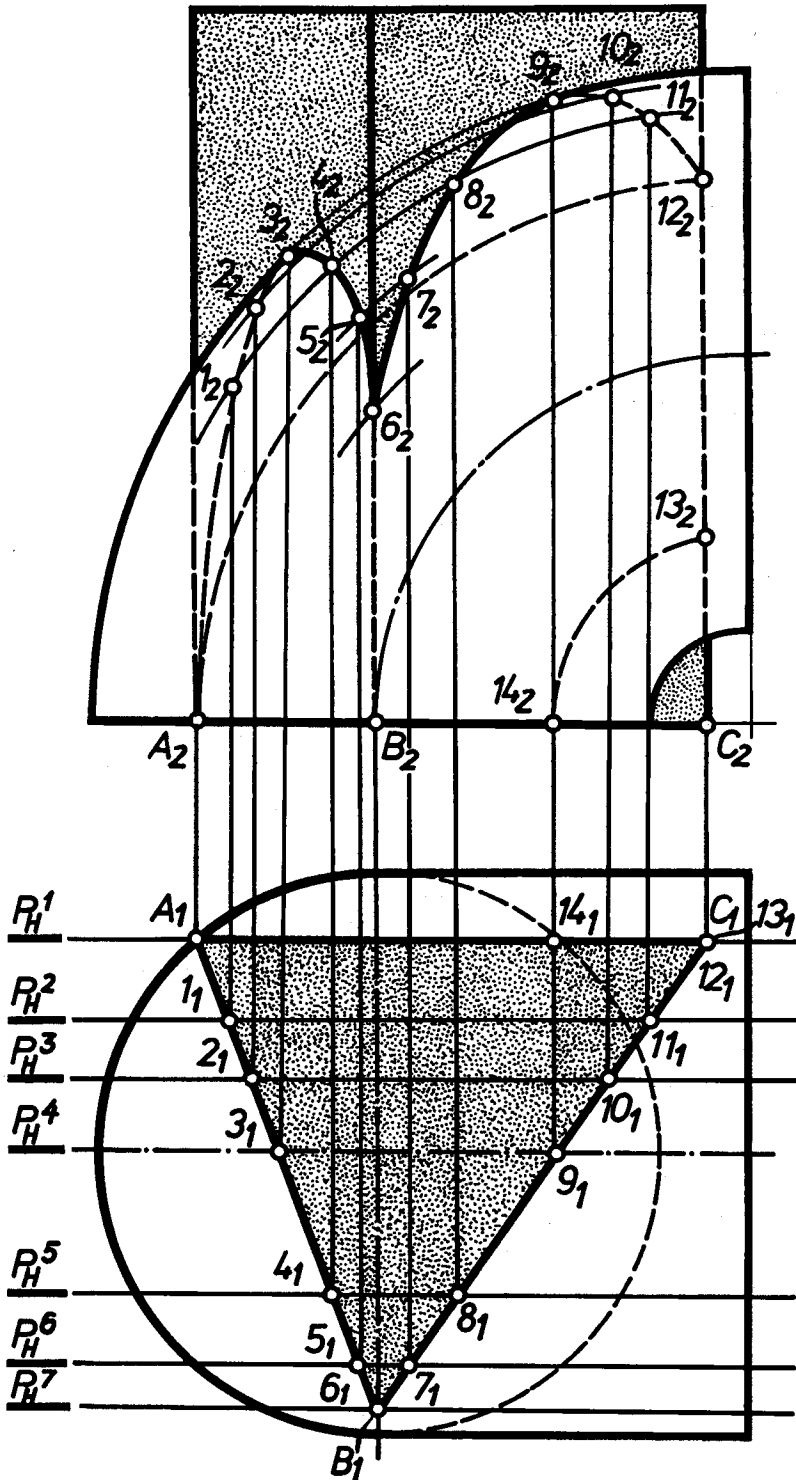
Побудувати лінію взаємного перетину поверхні відкритого тора (кругового кільця) з прямою тригранною призмою.

Дані до завдання взяті з табл. Д 1.22. Приклад виконання подано на рис. Д 1.24.

Таблиця Д 1.22

Варіант	Координати вершин трикутника ABC нижньої основи, мм								
	A			B			C		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	130	30	0	10	30	0	70	115	0
2	120	30	0	20	30	0	70	110	0
3	110	30	0	30	30	0	70	100	0
4	100	30	0	40	30	0	70	90	0
5	130	40	0	10	40	0	70	115	0
6	120	40	0	20	40	0	70	110	0
7	110	40	0	30	40	0	70	90	0
8	100	40	0	10	40	0	70	90	0
9	90	40	0	20	40	0	70	100	0
10	100	50	0	10	50	0	70	115	0
11	110	50	0	20	50	0	70	110	0
12	130	30	0	40	30	0	70	90	0
13	120	40	0	30	40	0	80	100	0
14	110	40	0	20	40	0	90	100	0
15	120	50	0	10	50	0	90	90	0
16	130	30	0	10	30	0	60	110	0
17	120	30	0	20	30	0	60	100	0
18	110	30	0	30	30	0	60	90	0
19	130	40	0	10	40	0	60	110	0
20	120	40	0	20	40	0	60	100	0
21	110	40	0	30	40	0	50	100	0
22	110	70	0	30	70	0	70	120	0
23	100	70	0	30	70	0	70	130	0
24	110	60	0	30	60	0	80	110	0
25	100	50	0	40	50	0	80	110	0
26	110	30	0	20	30	0	80	90	0
27	120	30	0	10	30	0	90	90	0
28	100	50	0	10	50	0	80	110	0
29	120	40	0	20	40	0	50	110	0
30	130	50	0	10	50	0	80	100	0





Перетин тора з призмою

Варіант 31

Креслив	Лукачук		Завдання 24	ПрУ, гр. ХГ-12
Перевірів	Юрковський			

Рис. Д.1.24

Завдання 25

Побудувати лінію перетину двох тіл обертання, використавши спосіб допоміжних кульових поверхонь.

Розміри тіл взяти з табл. Д 1.23.

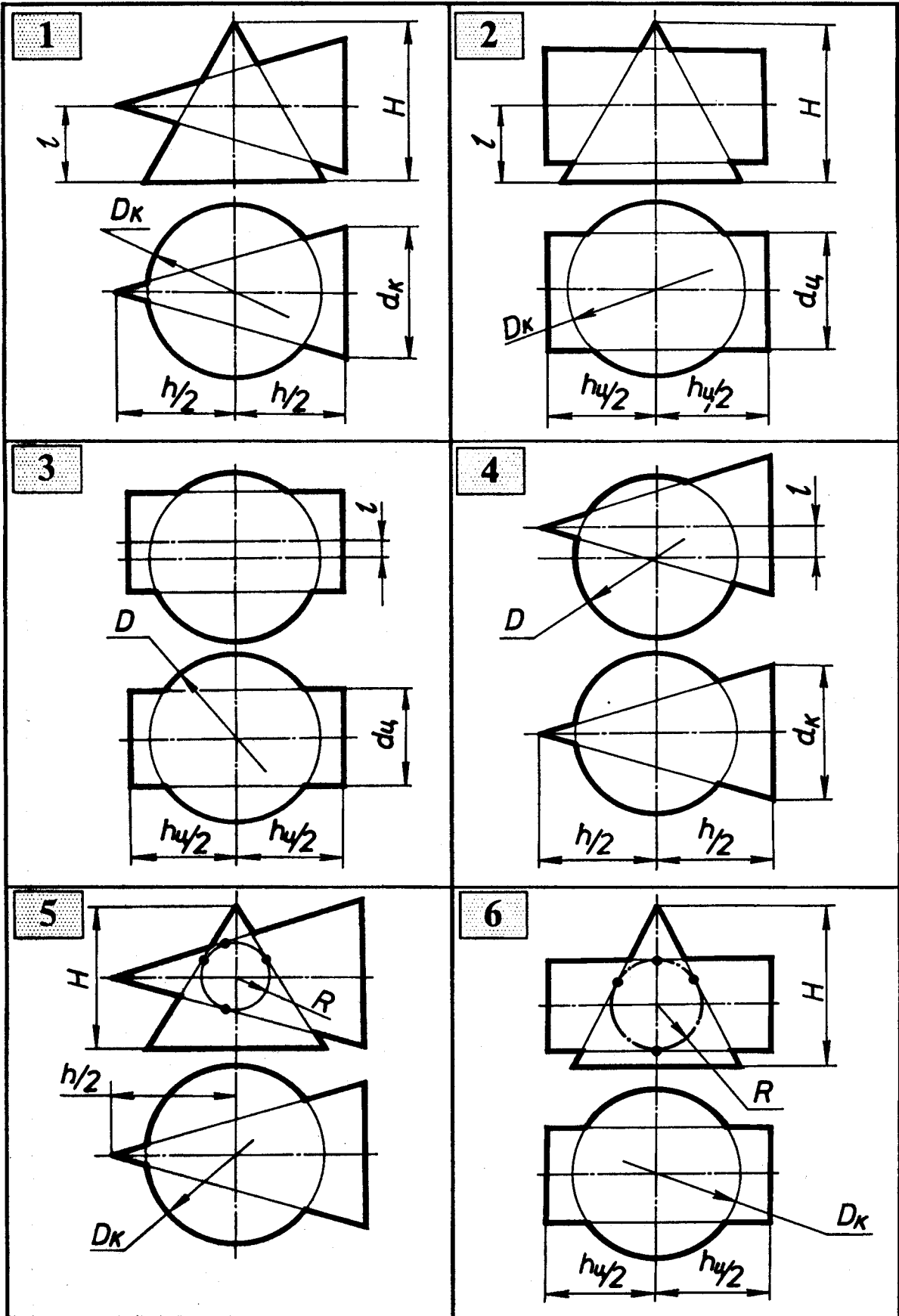
Схему розташування тіл подано в табл. Д 1.24.

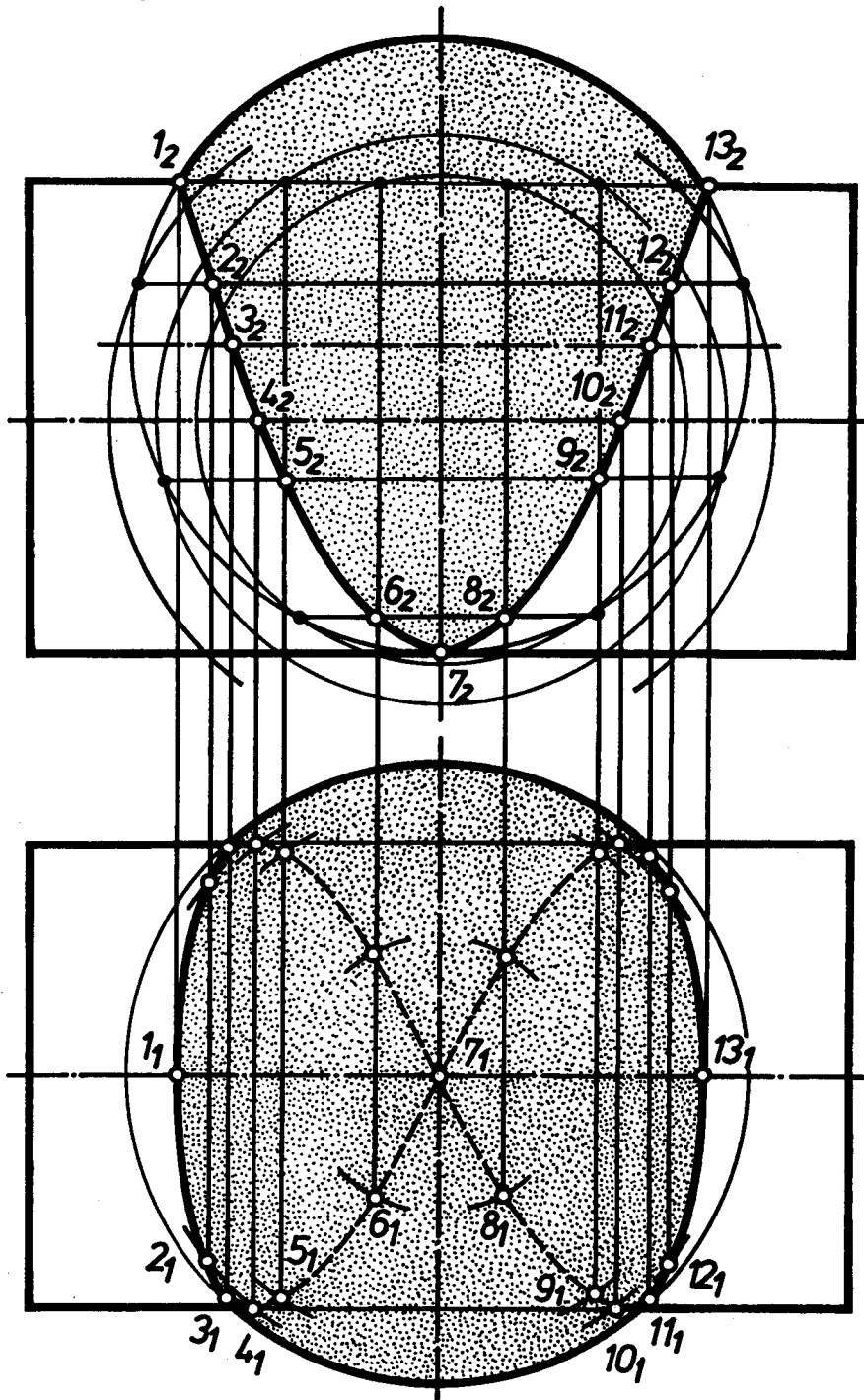
Приклад виконання подано на рис. Д 1.25.

Таблиця Д 1.23

Вариант	Схема	Конус		Конус		Циліндр		Куля	l, мм	R, мм
		D_k , мм	H_k , мм	d_k , мм	h_k , мм	d_c , мм	h_c , мм			
1	1	100	100	80	120				50	
2	2	100	100			80	110		50	
3	3					50	120	100	25	
4	4			100	120			100	15	
5	5	100	90		120					20
6	6	110	90				120			25
7	1	100	100	75	120				50	
8	2	100	100			70	110		50	
9	3					60	120	100	25	
10	4			90	120			100	15	
11	5	100	90		120					18
12	6	110	90				120		50	28
13	1	100	100	70	120					
14	2	100	100			60	110		50	
15	3					70	120	100	25	
16	4			80	120			100	15	
17	5	110	90		120					20
18	6	110	90				120			30
19	1	80	120	100	100				50	
20	2	100	100			60	110		40	
21	3					80	120	100	20	
22	3					65	120	100	15	
23	1	75	120	100	100				50	
24	3					80	120	100	10	
25	3					85	120	100	15	
26	2	100	100			50	110		40	
27	3					60	110	100	10	
28	3					80	120	100	15	
29	1	70	120	100	100				50	
30	2	100	100			50	110		35	

Таблиця Д 1.24





Побудова лінії перетину двох тіл

Варіант 31

Креслив

Лукачук

Завдання 25

ПрУ, гр. ХГ-12

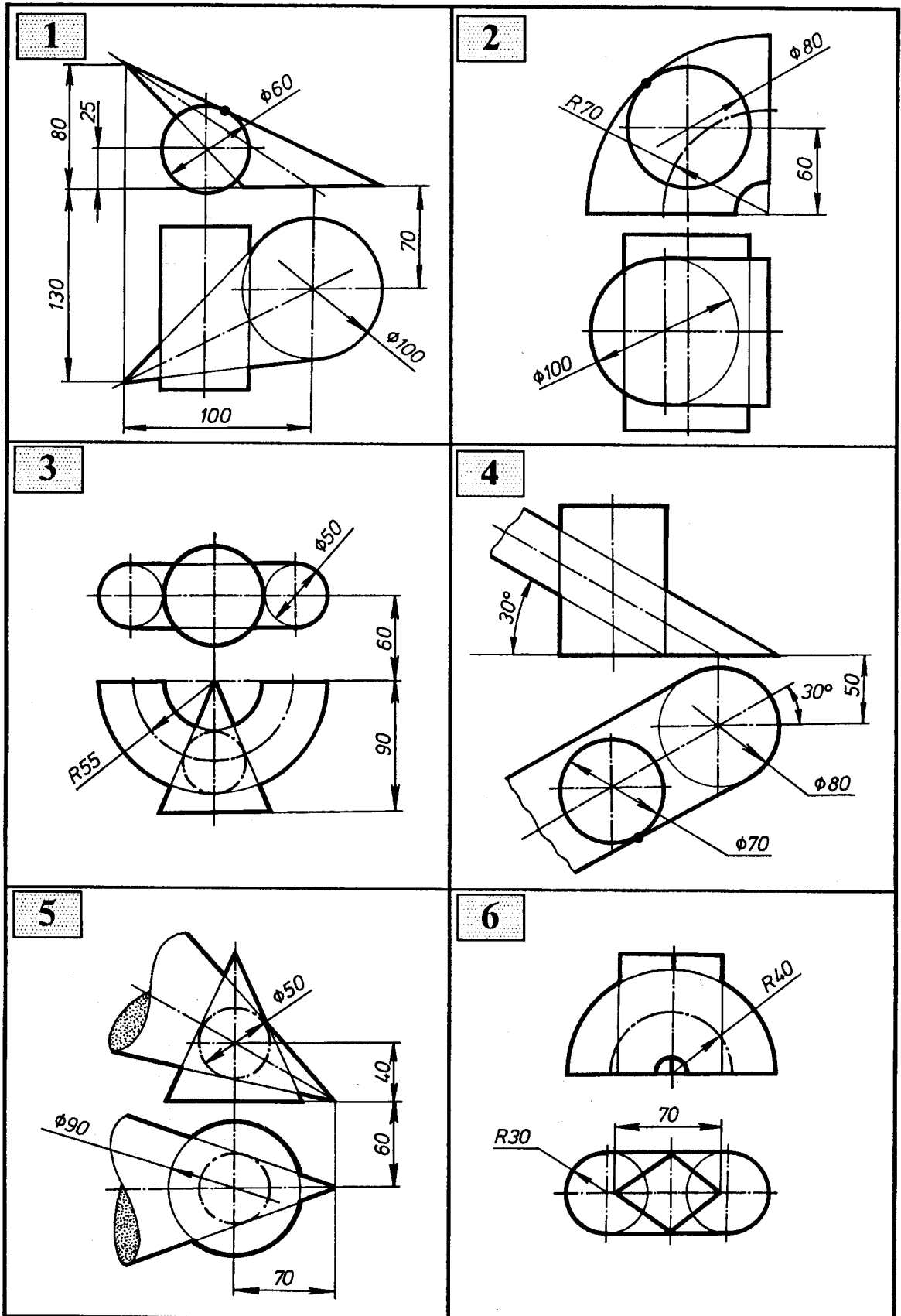
Перевірів

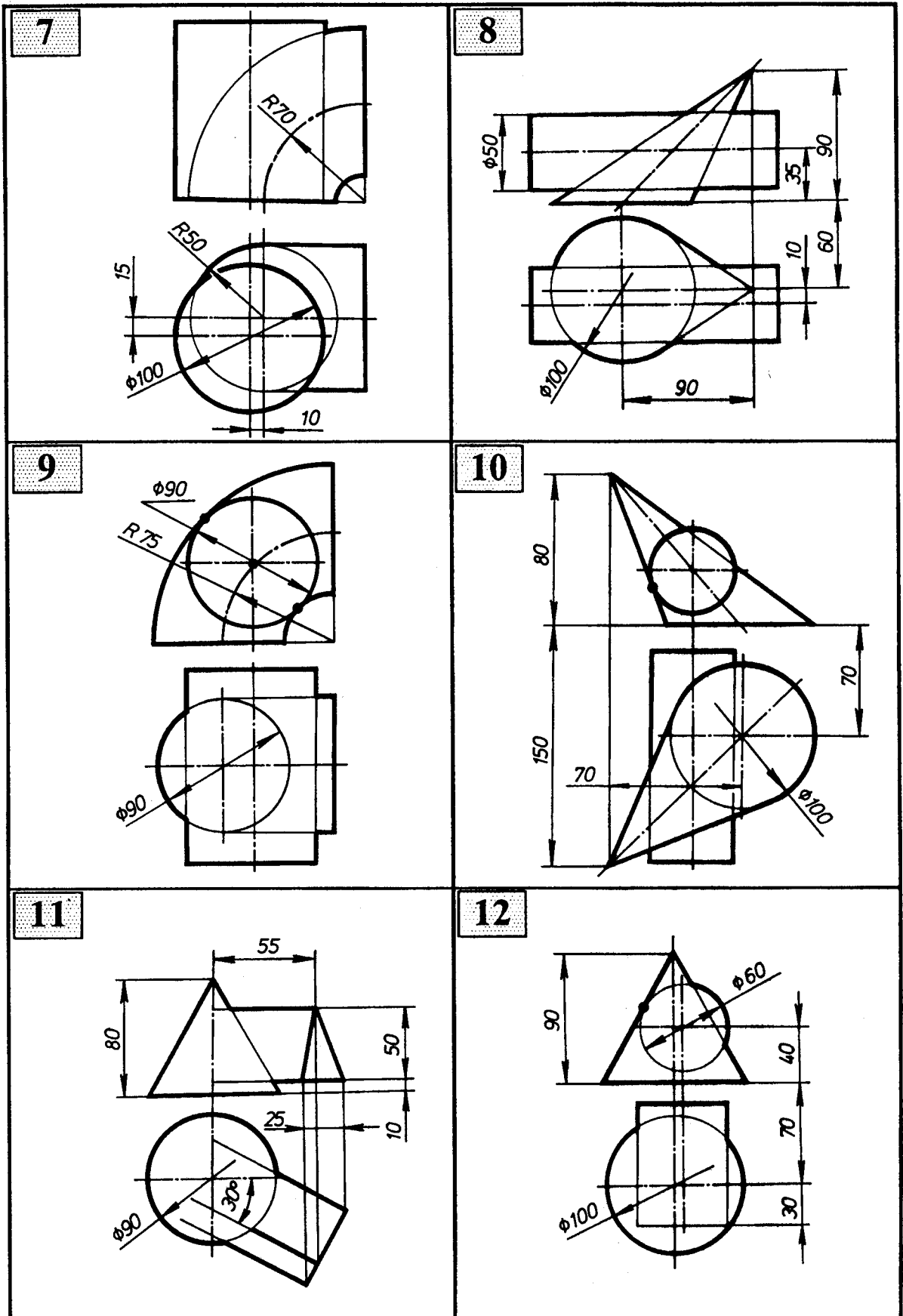
Юрковський

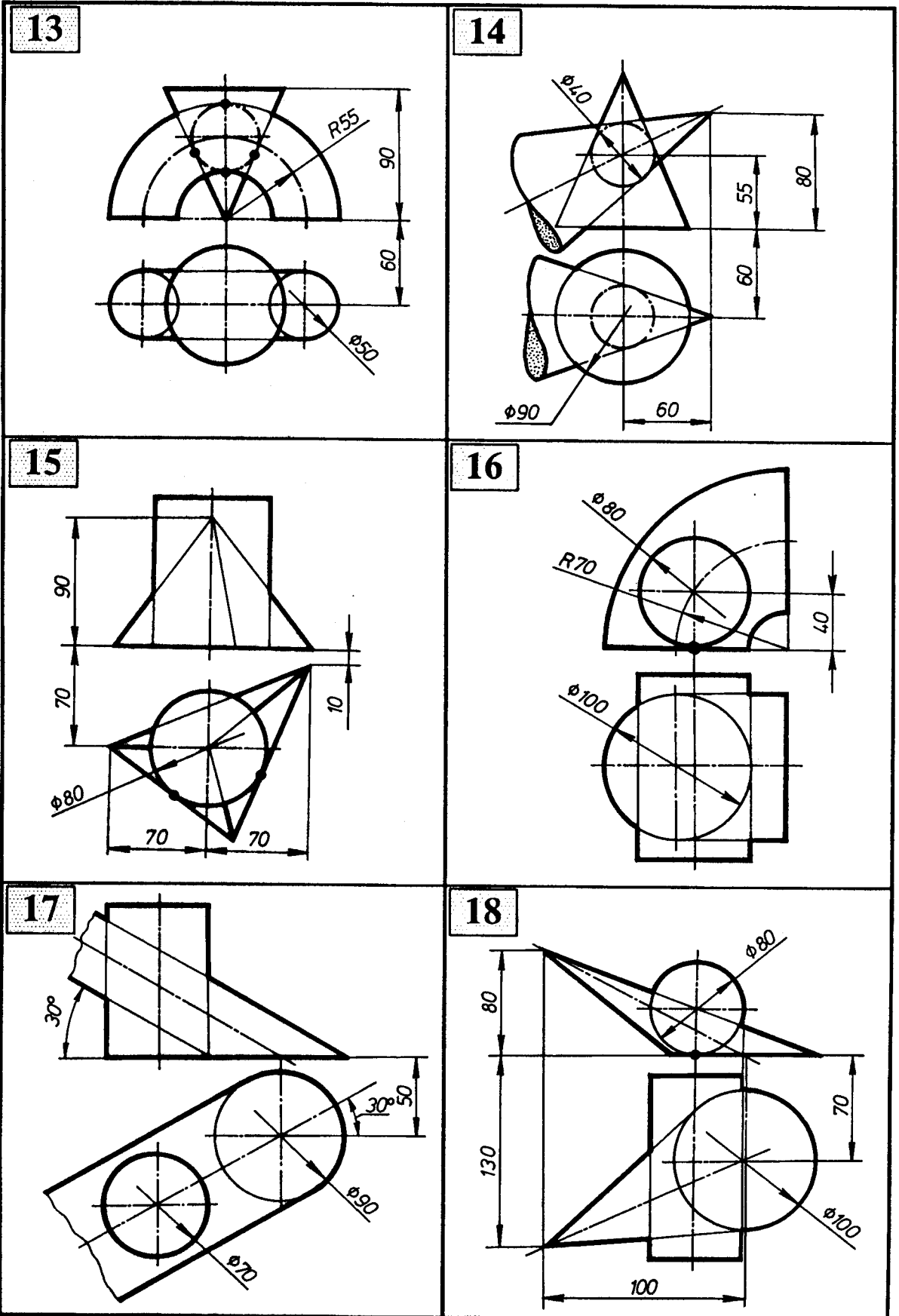
Завдання 26

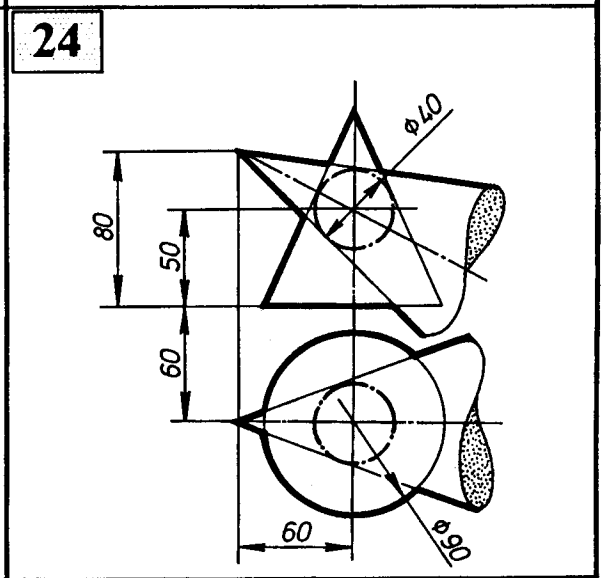
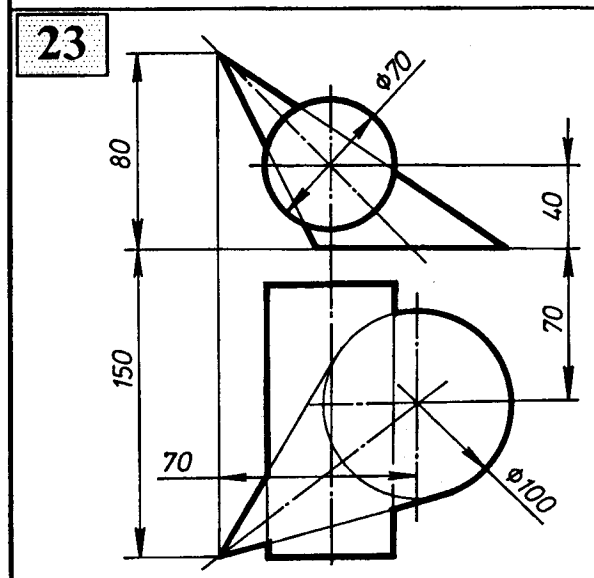
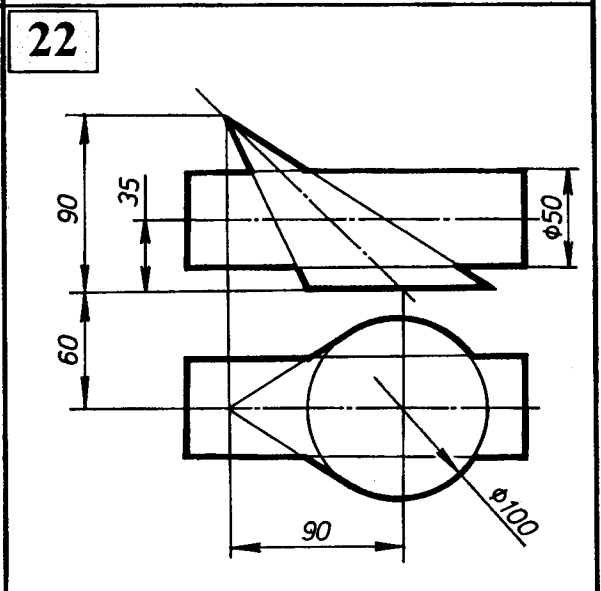
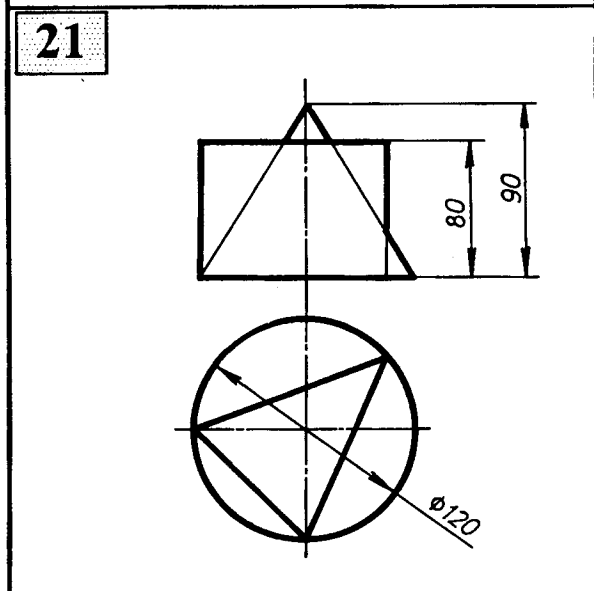
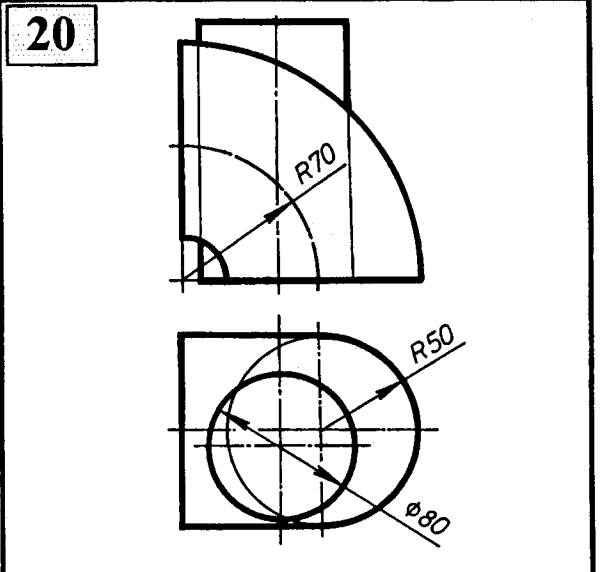
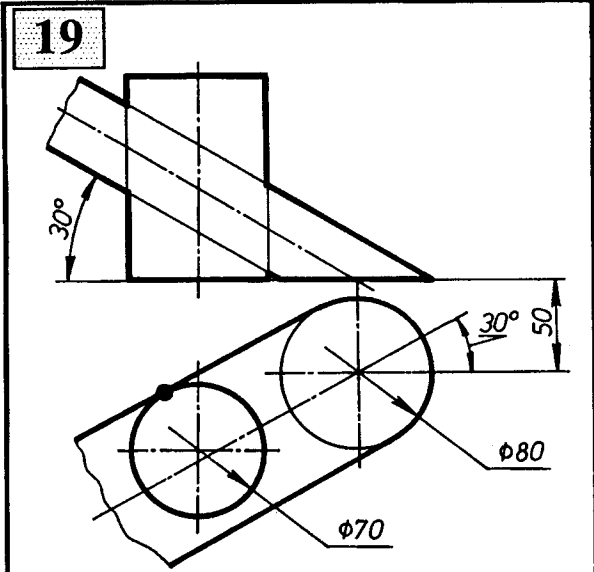
Побудувати лінію взаємного перетину двох поверхонь.
Дані до завдання взяти з табл. Д 1.25.

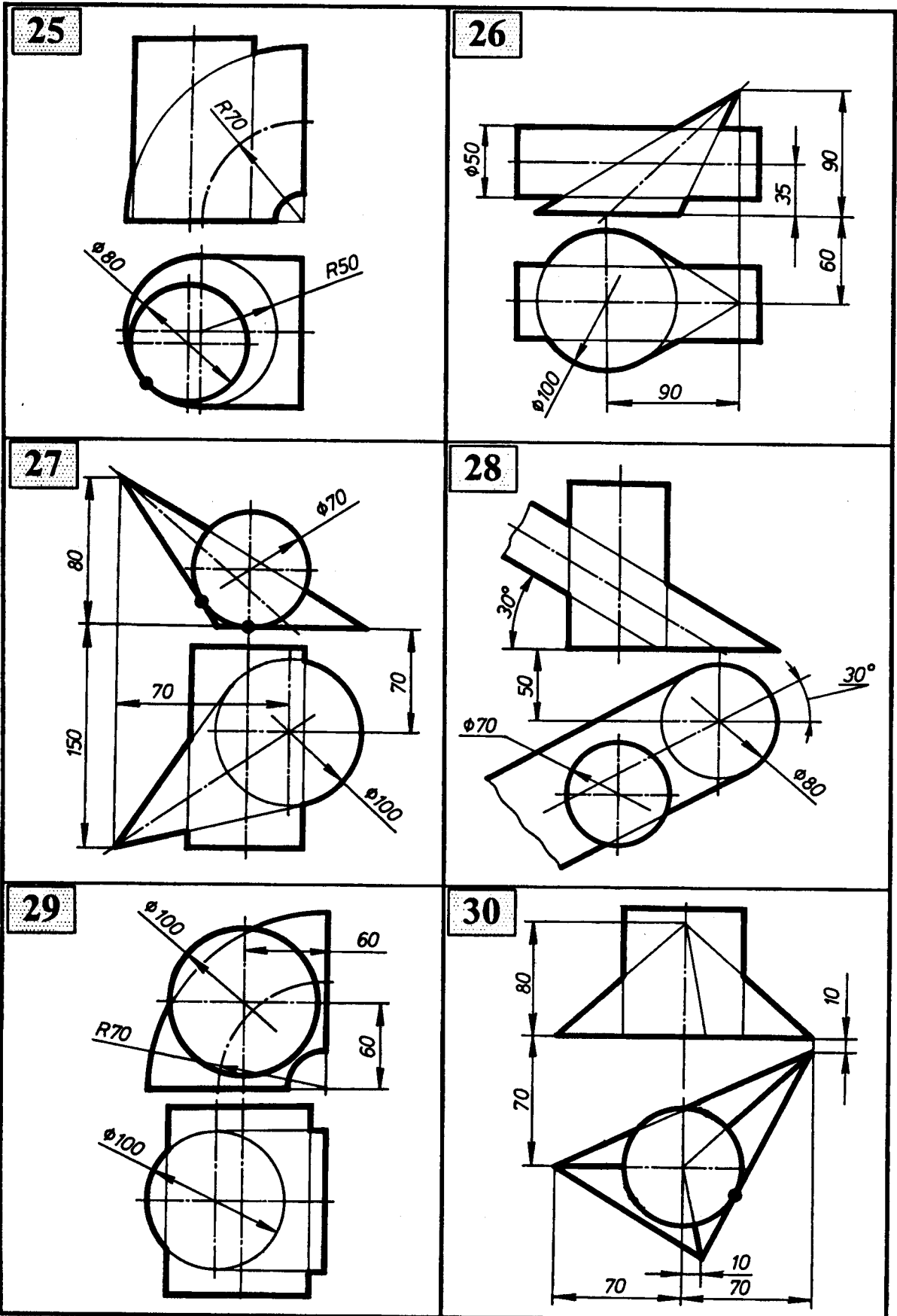
Таблиця Д 1.25











Завдання 1. Перспектива відрізка

Побудувати перспективу відрізка AB за заданим його положенням у предметному просторі проекційного апарата. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.1. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.1.

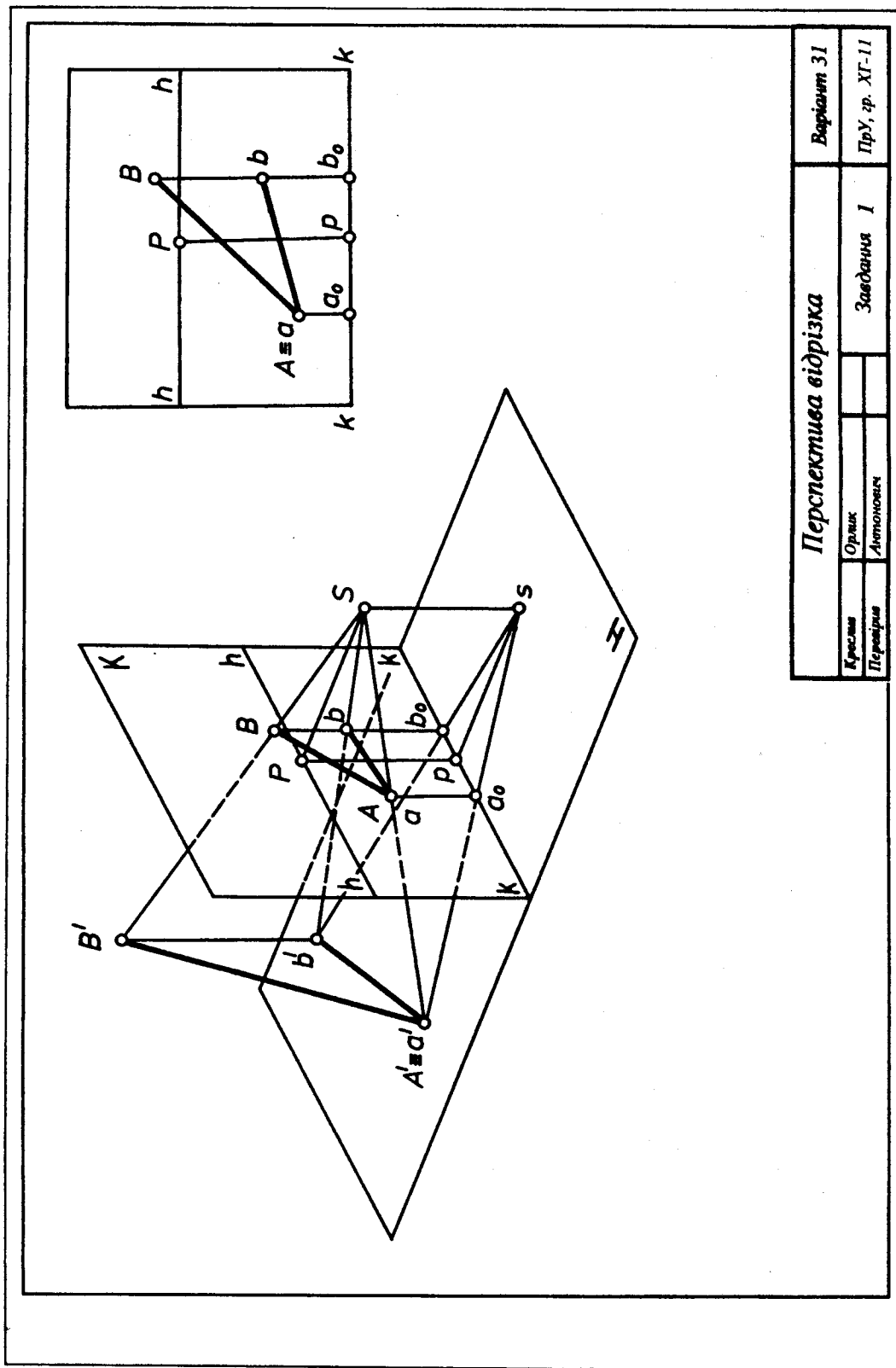
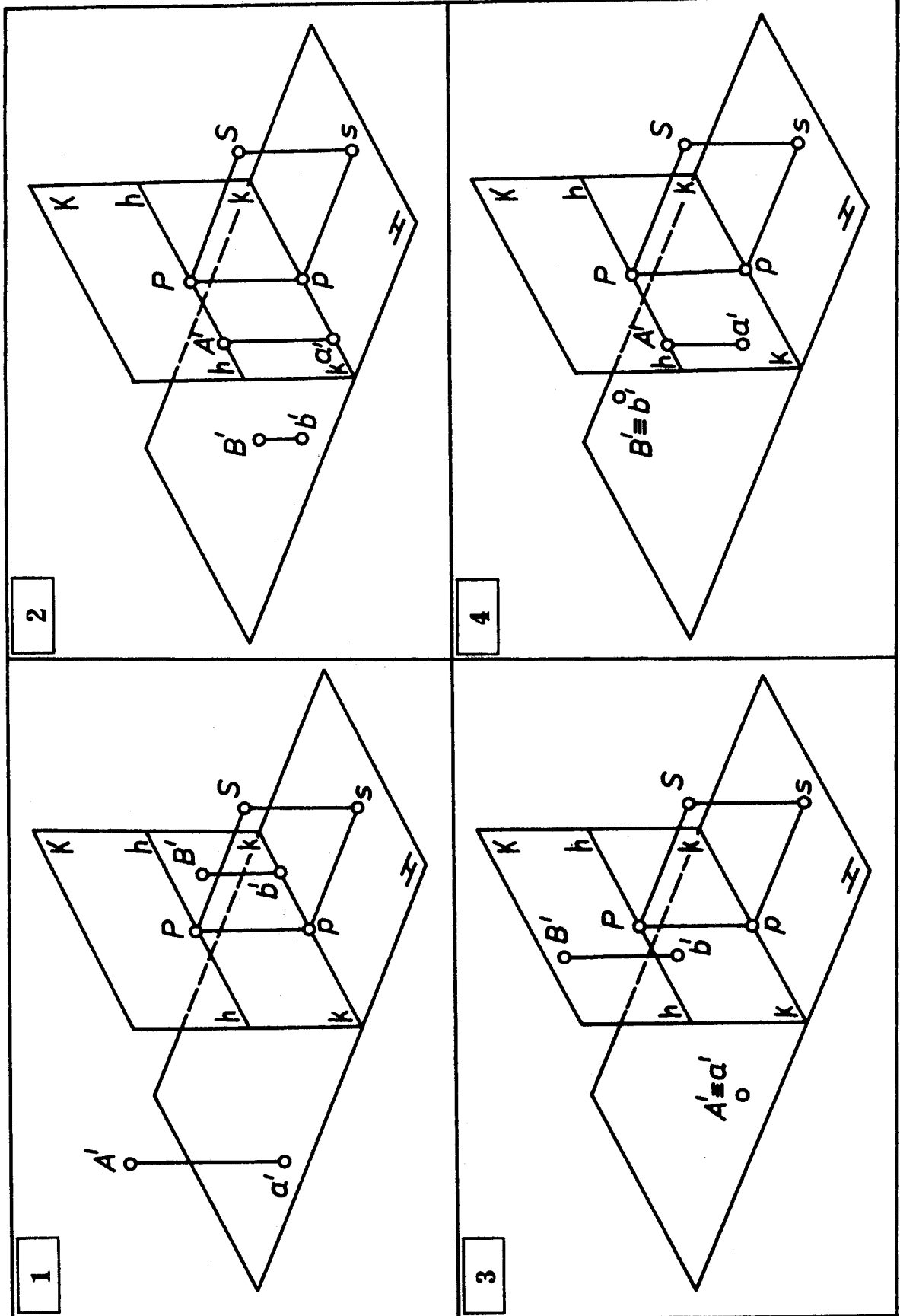
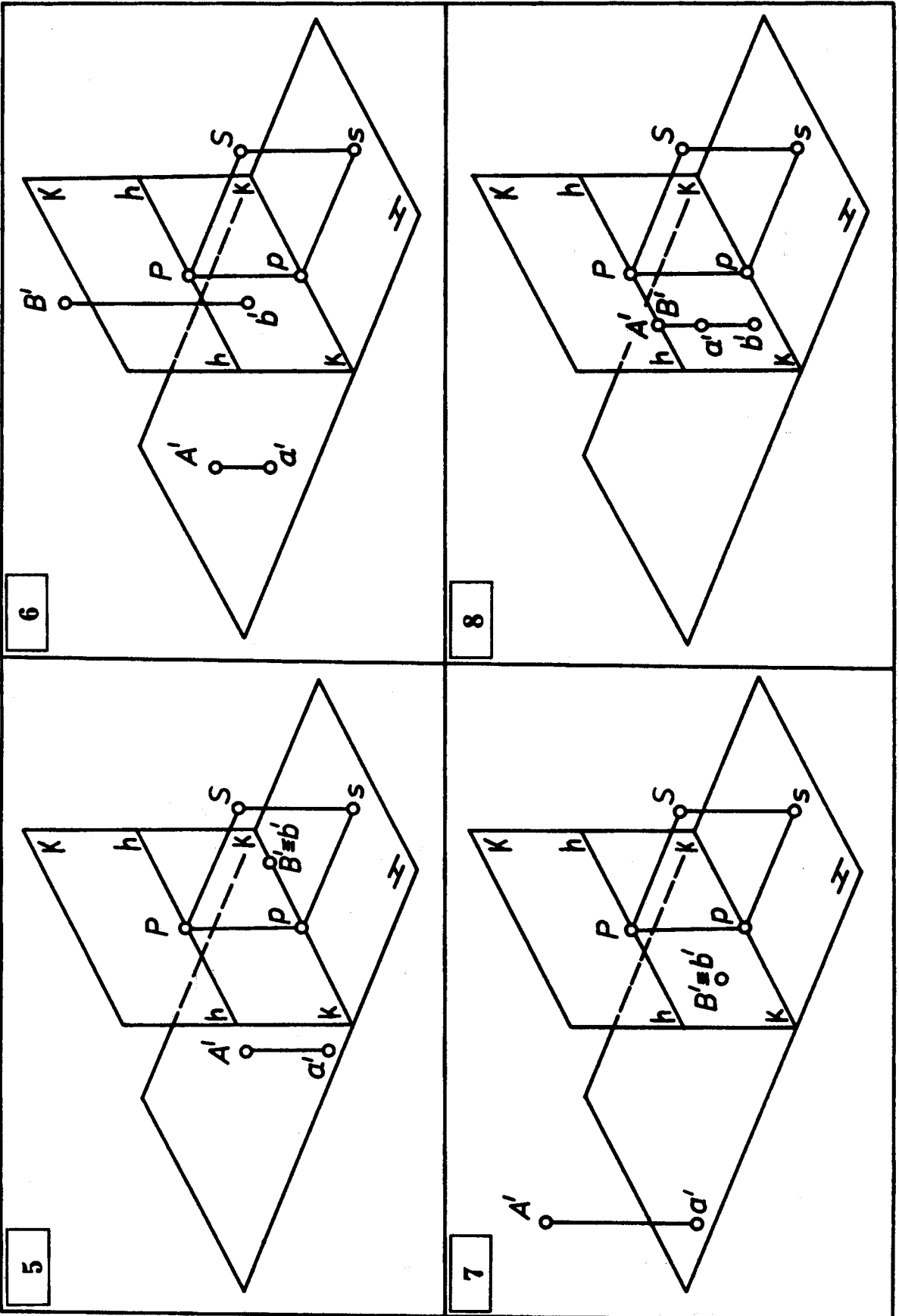
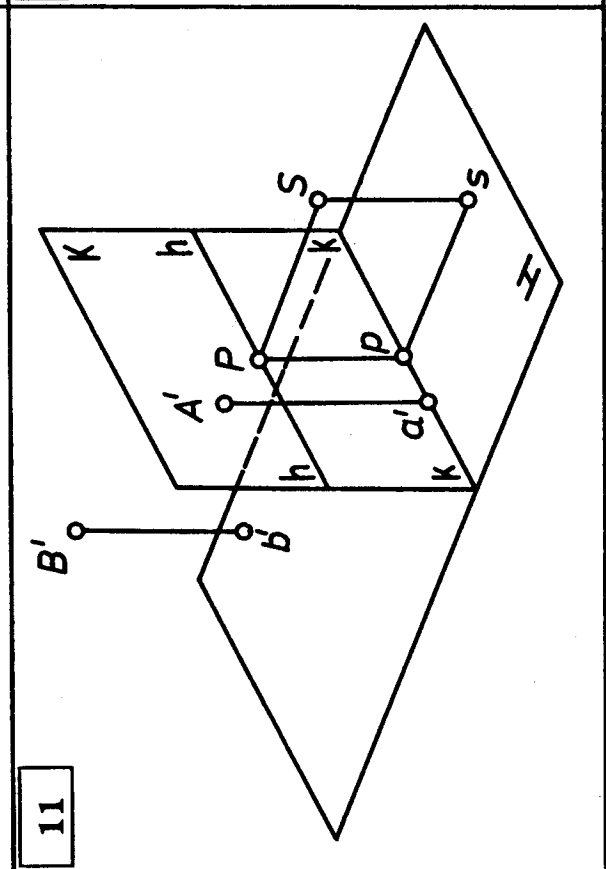
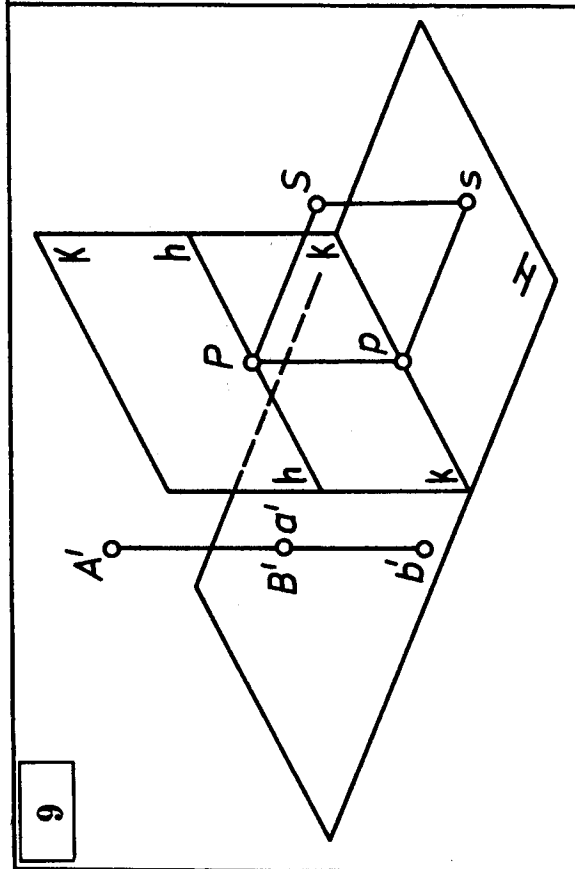
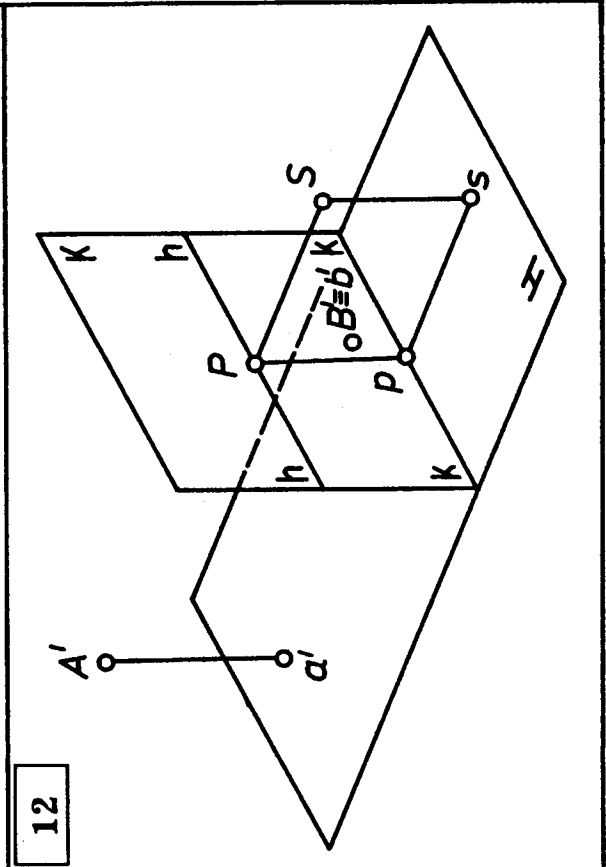
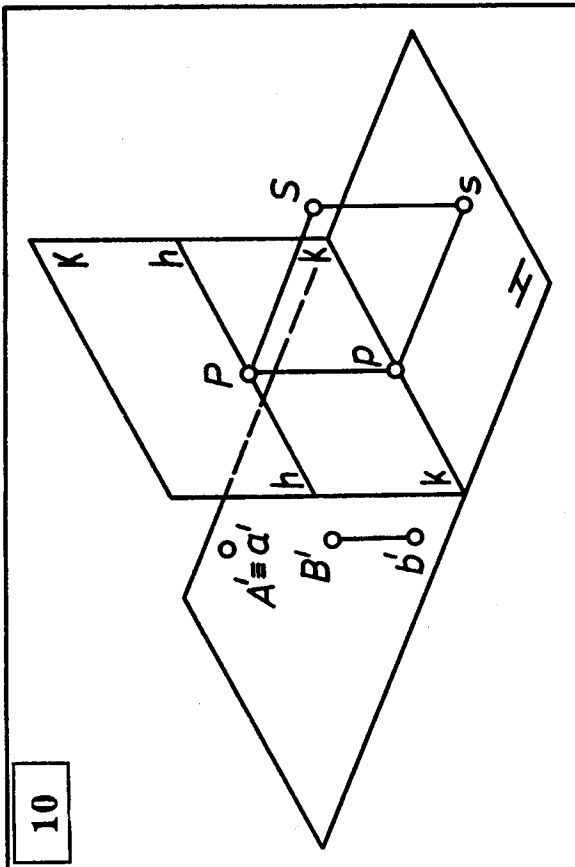


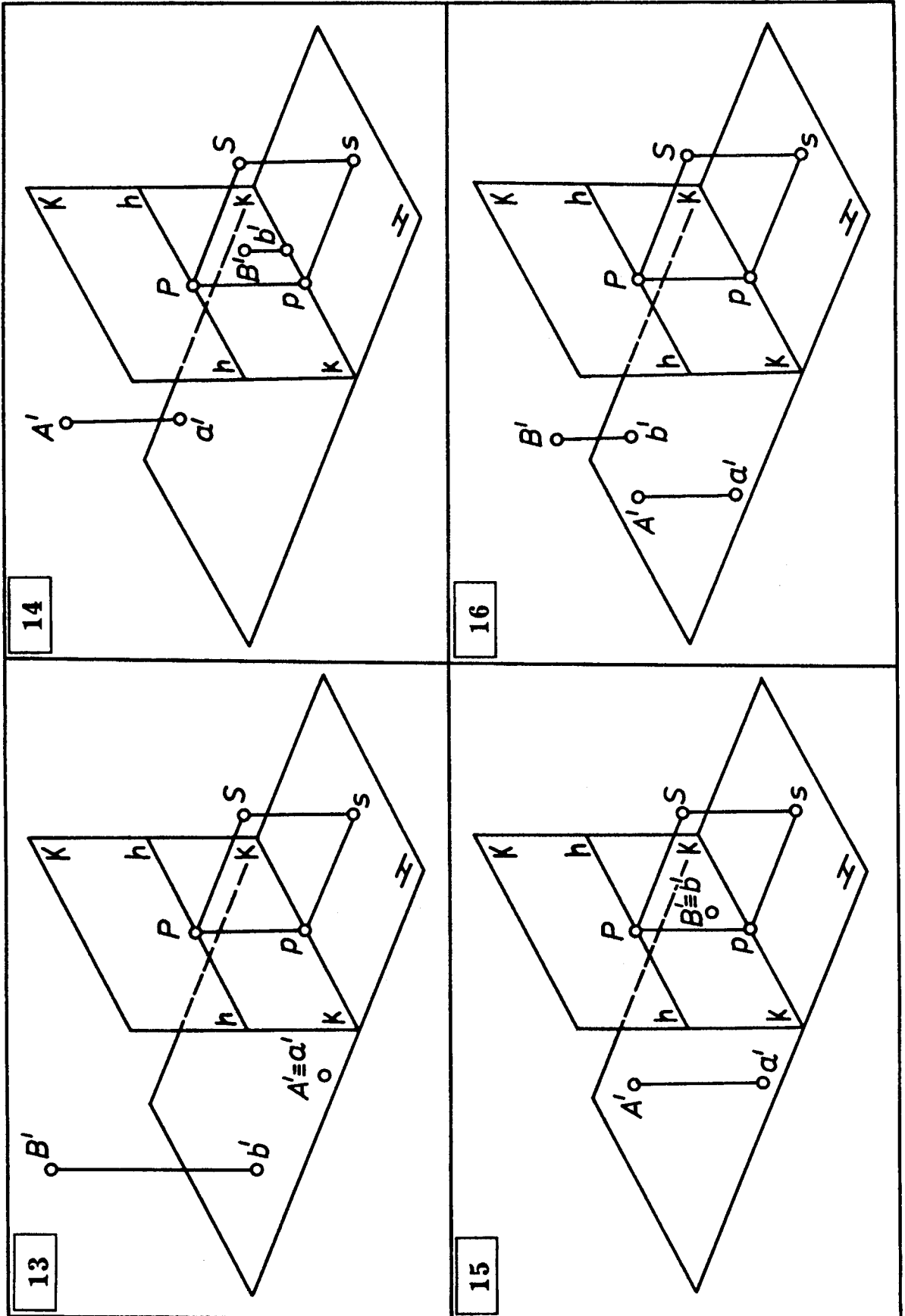
Рис. Д.2.1

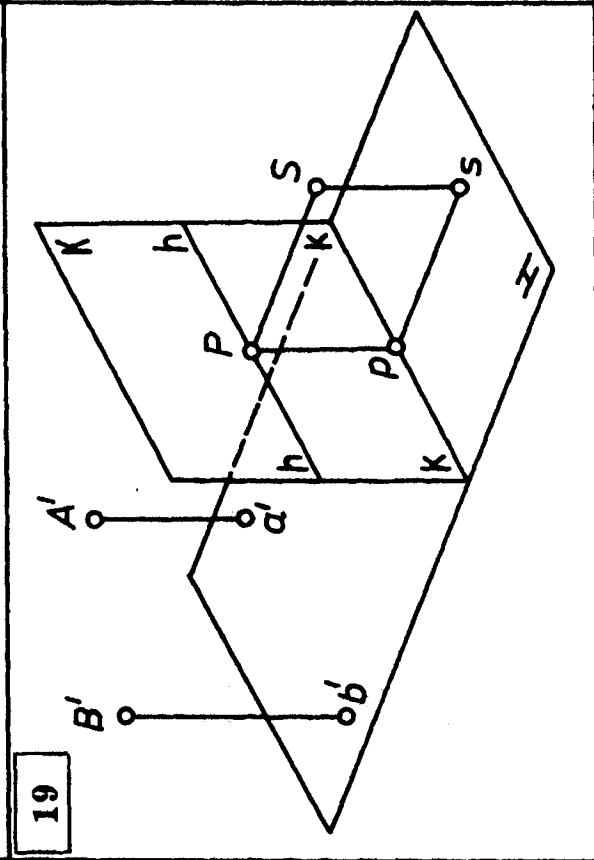
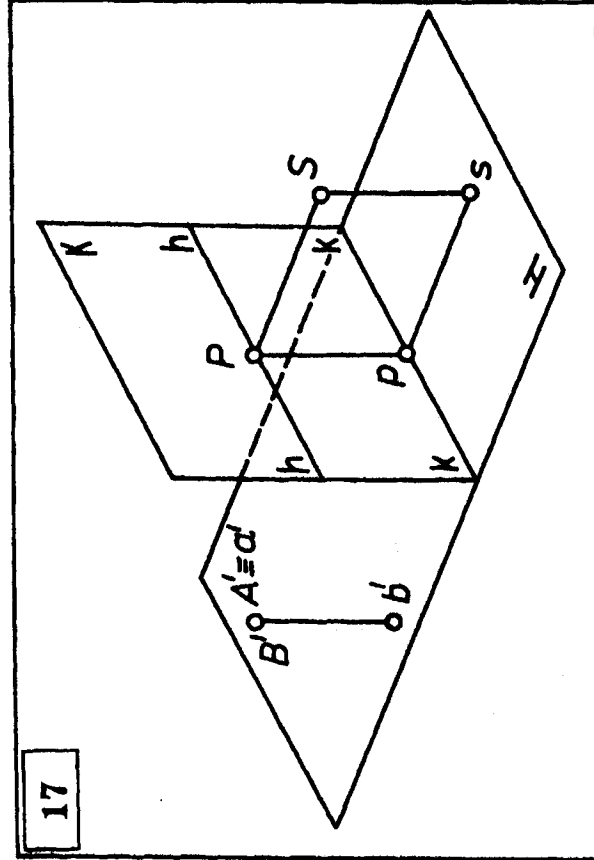
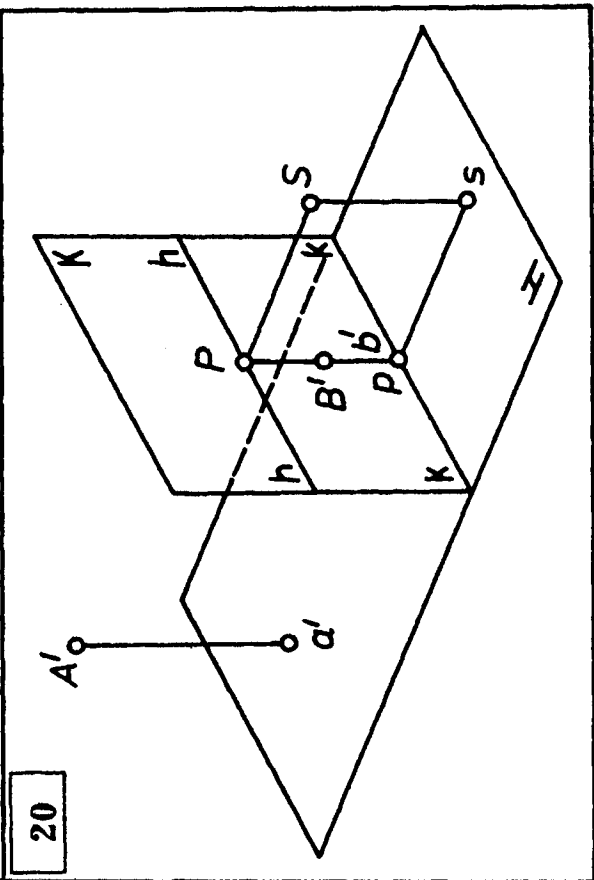
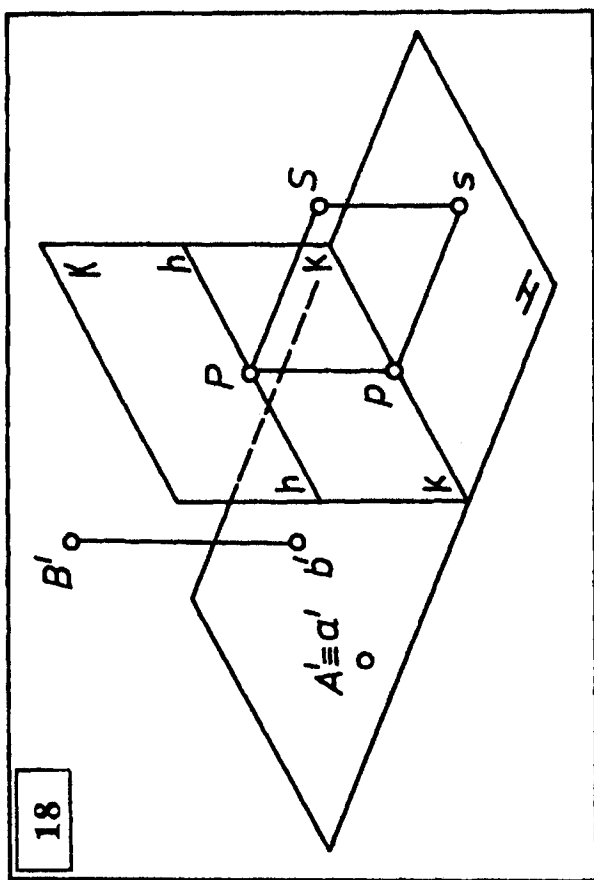
Таблиця Д.2.1

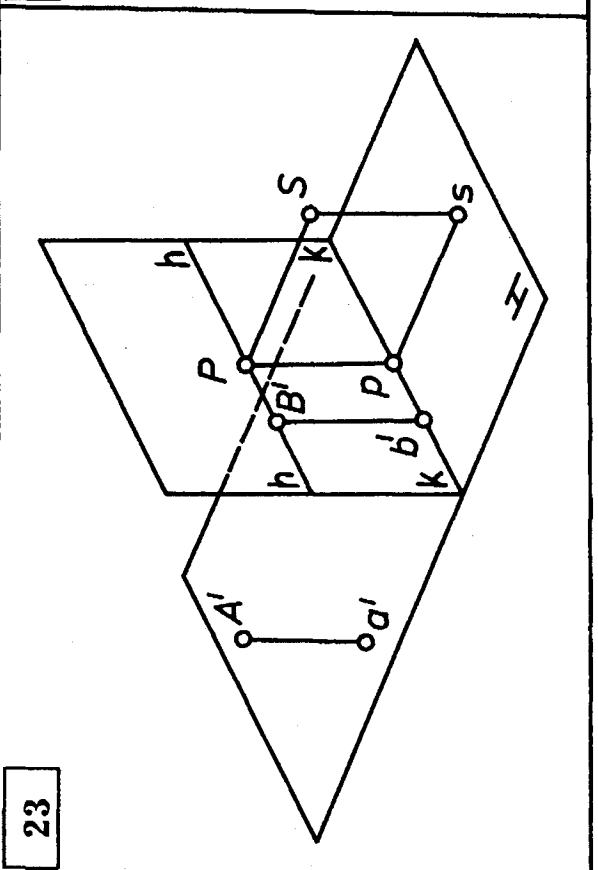
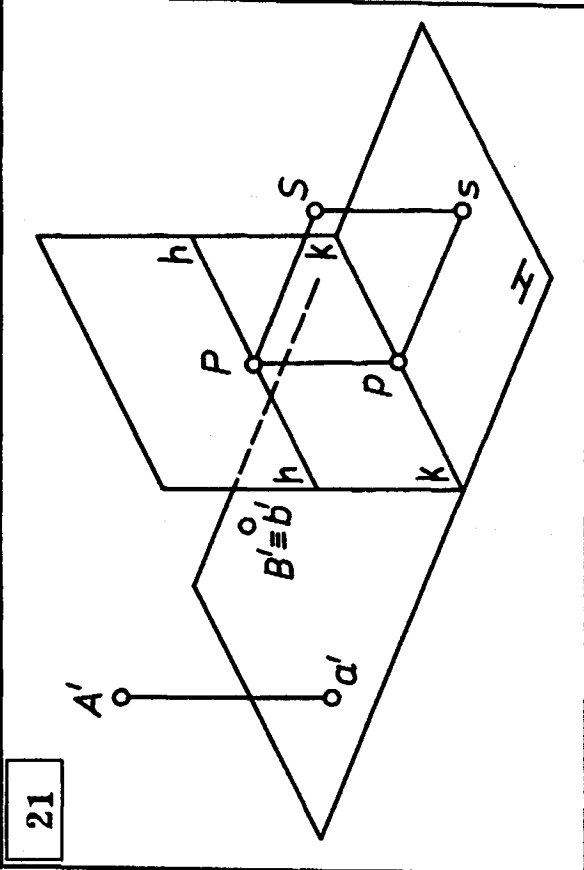
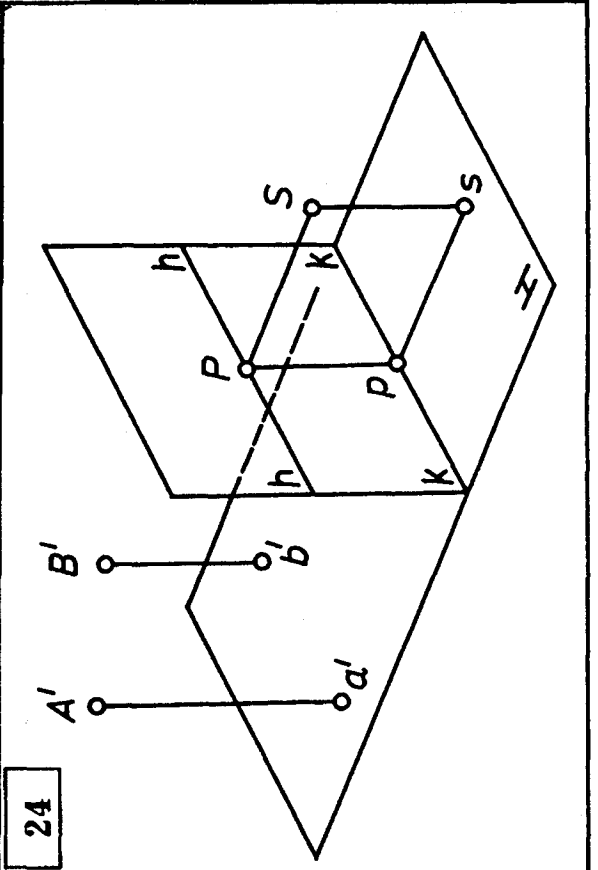
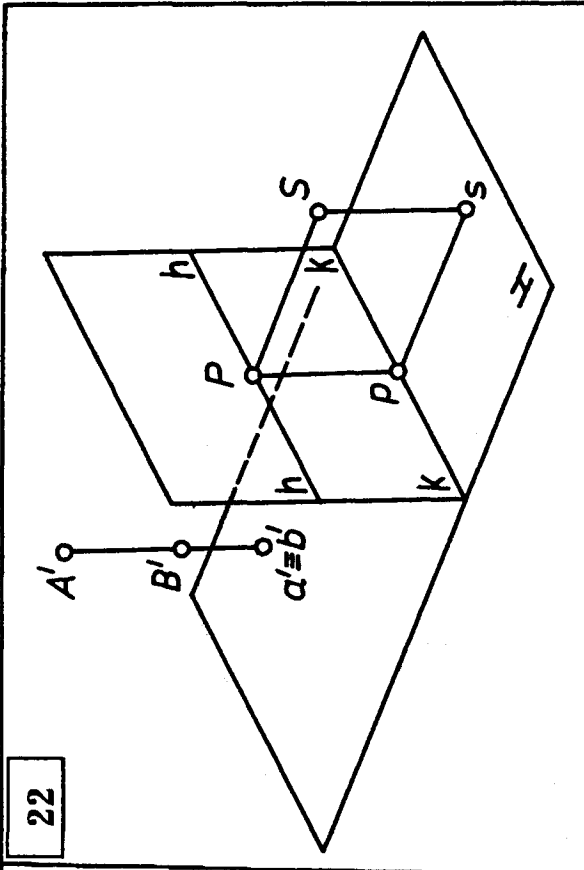


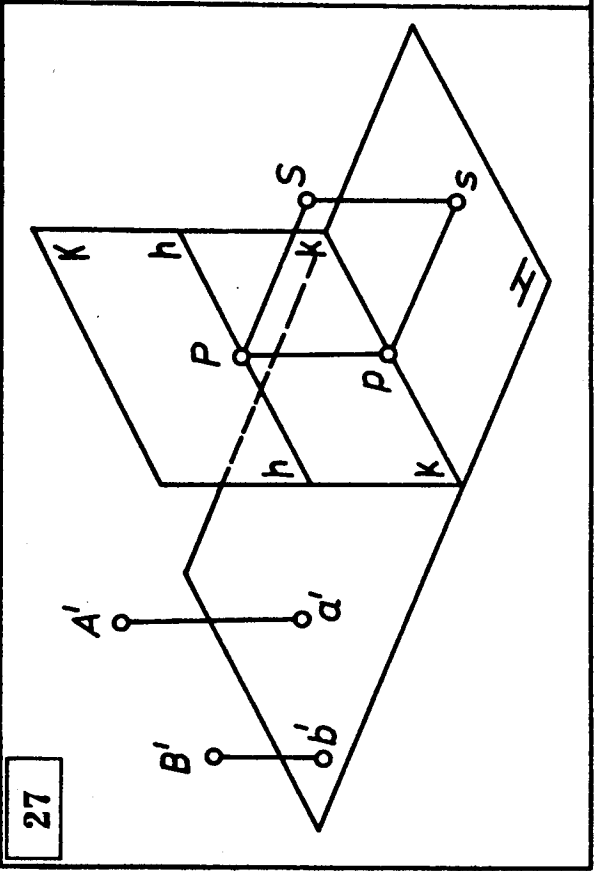
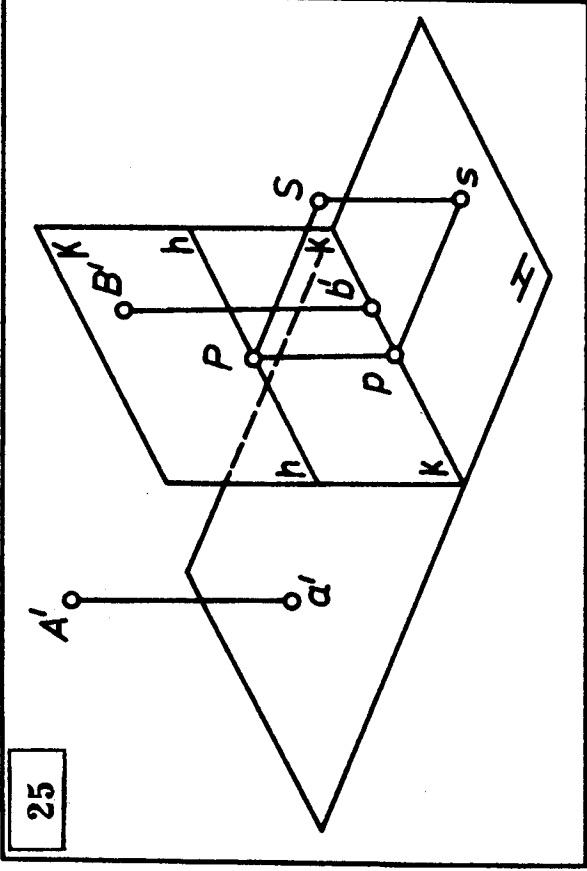
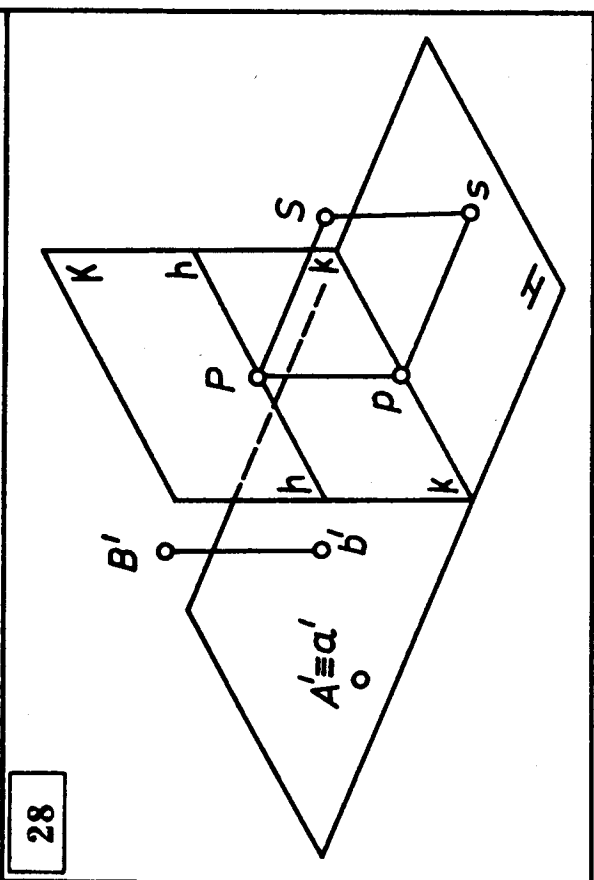
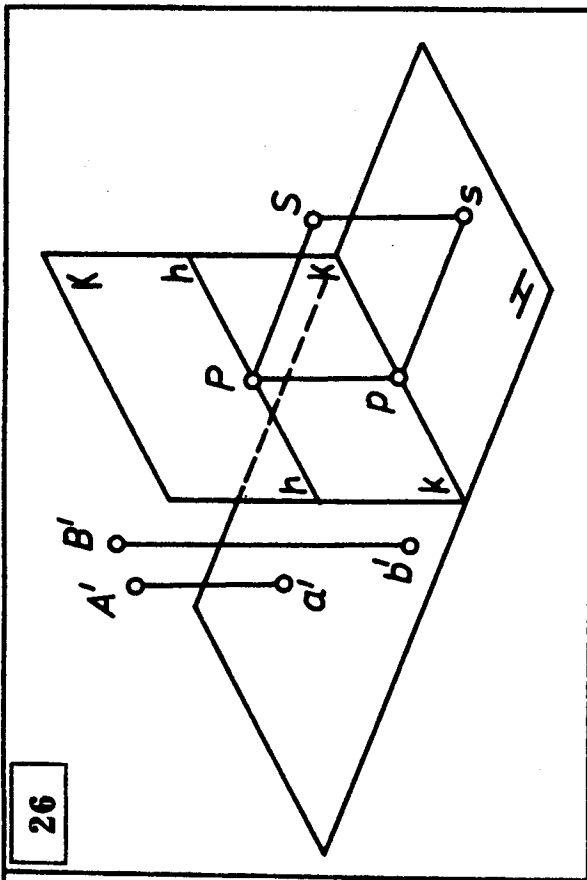


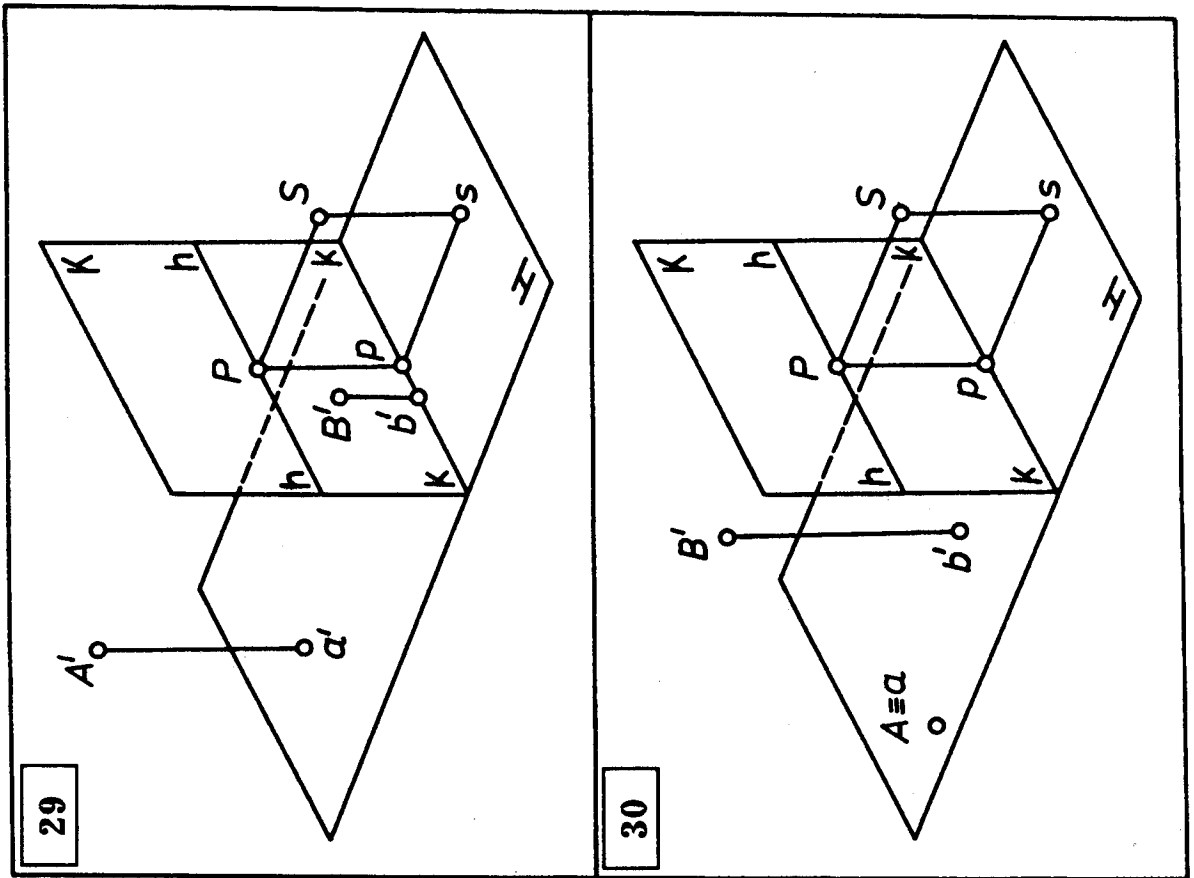










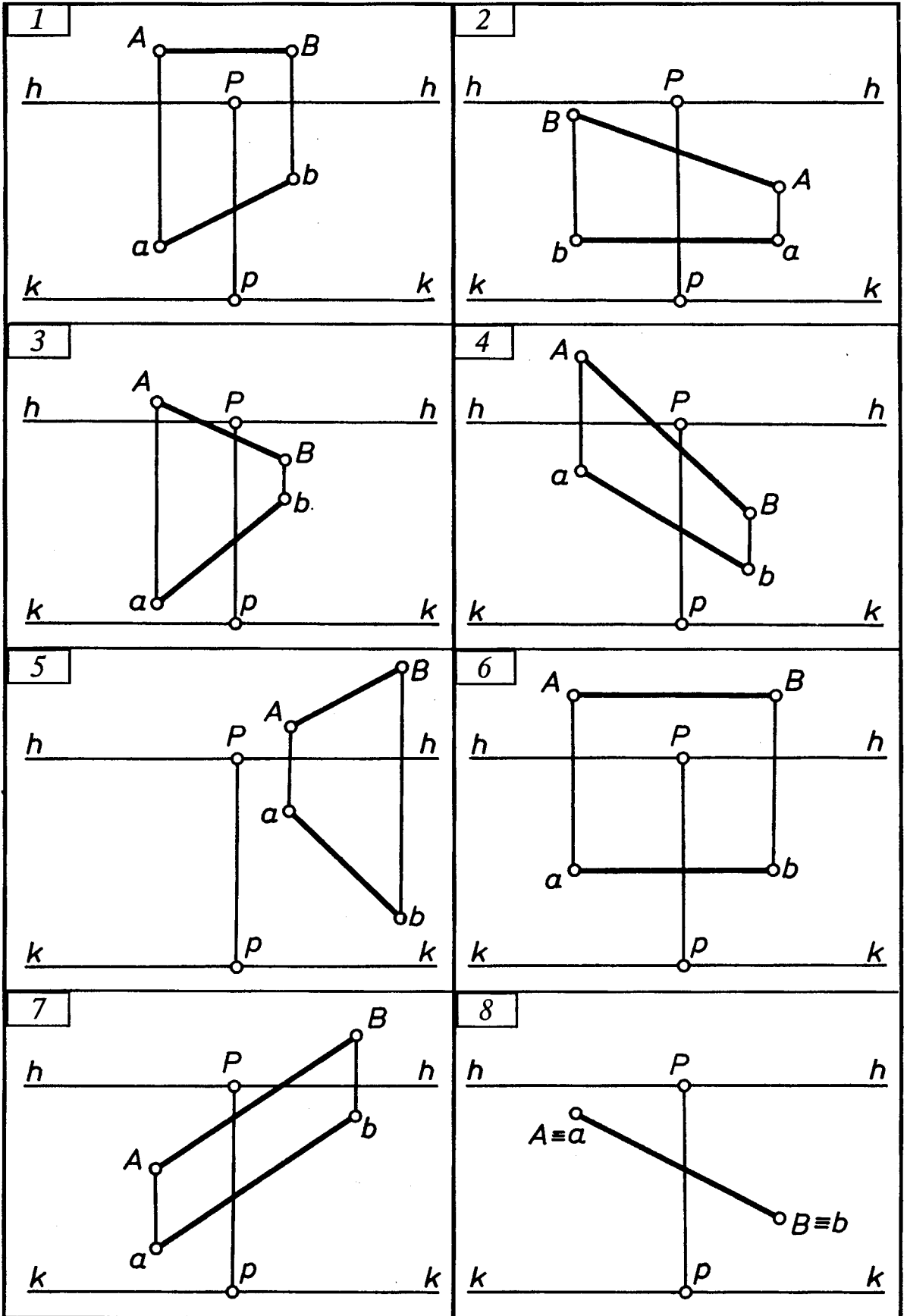


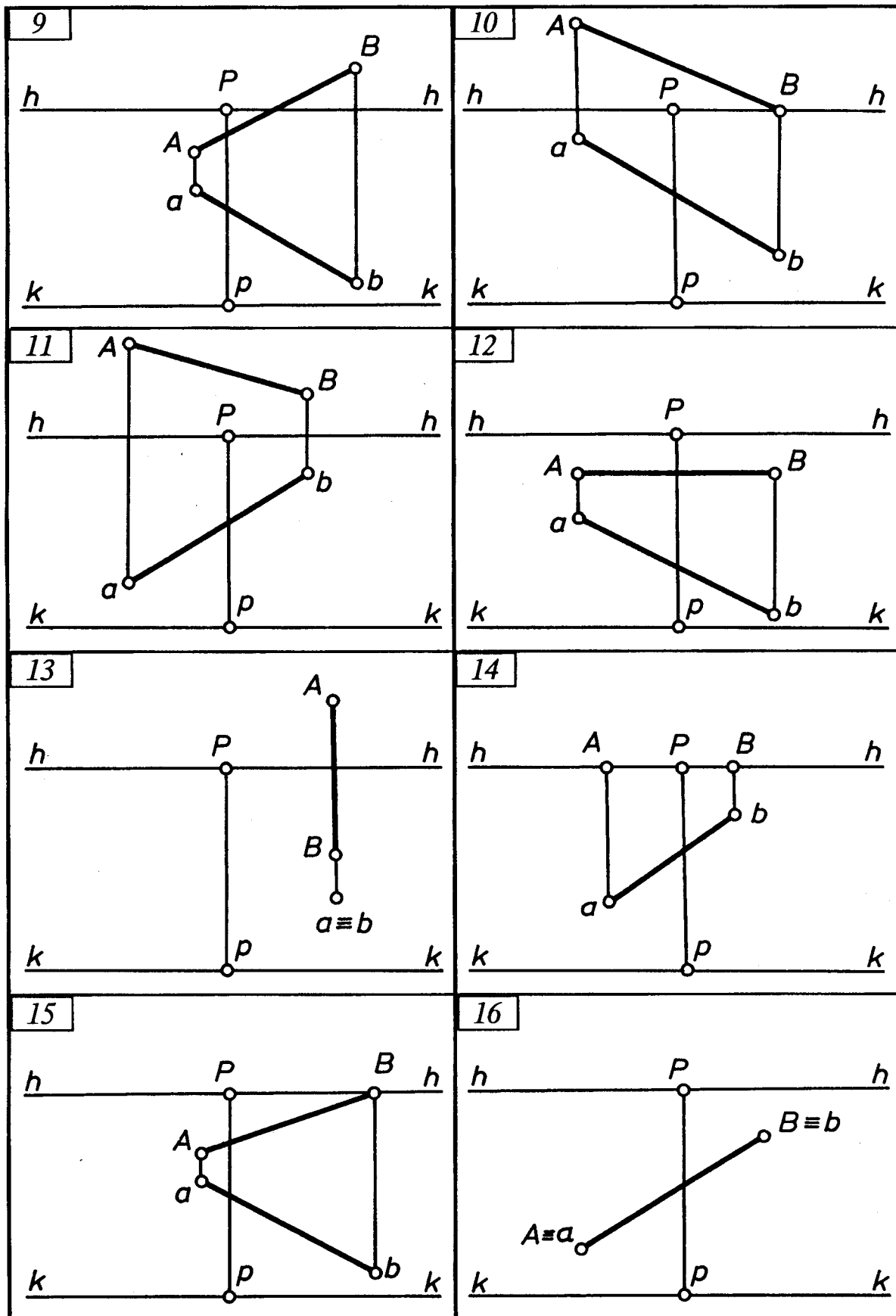
Завдання 2. Перспектива паралельних прямих

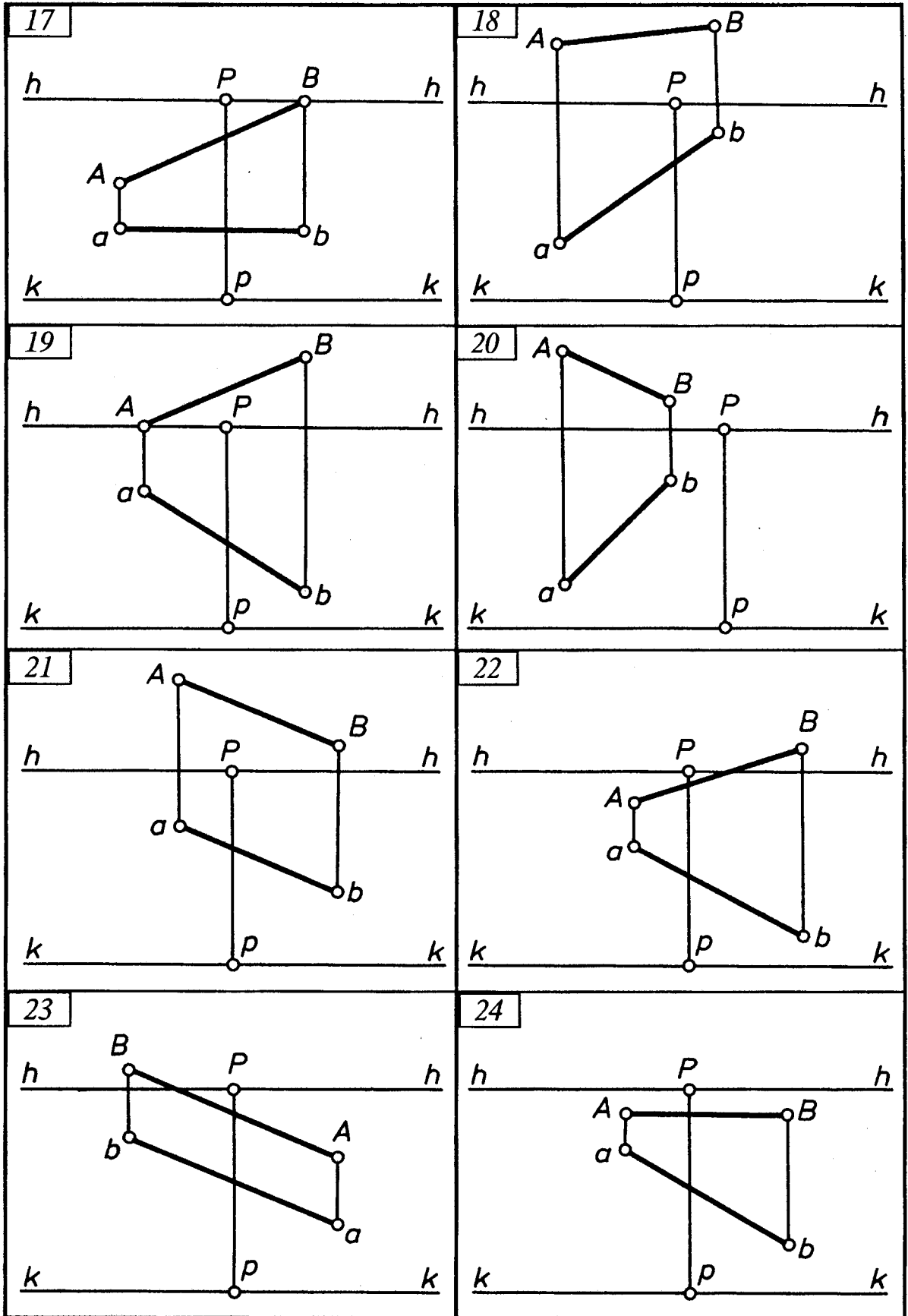
Визначити граничну точку F та сліди M і N заданої прямої AB . Побудувати перспективу двох прямих, паралельних прямій AB . Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.2. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.2.

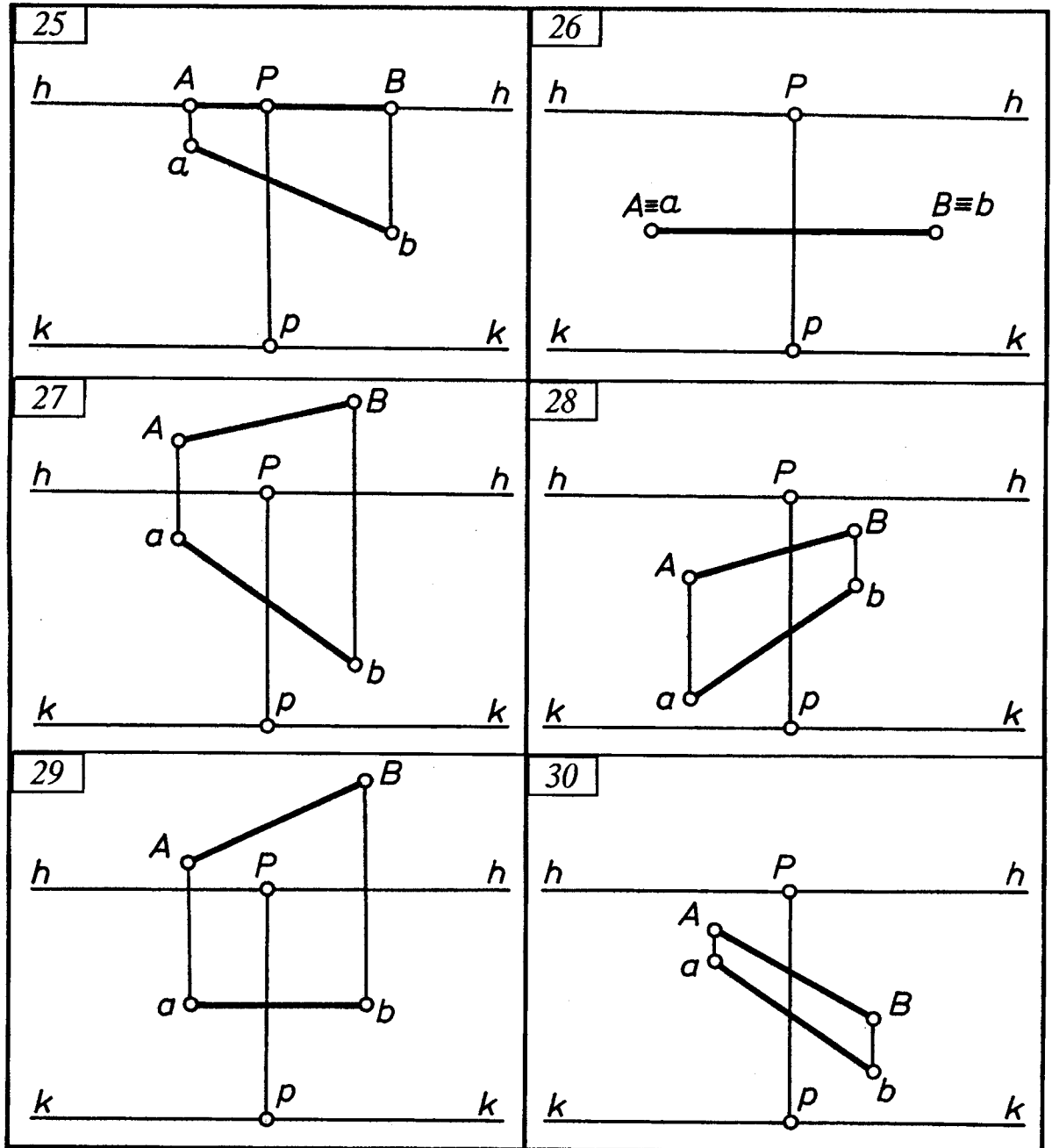
Перспектива паралельних прямих		Варіант 31
Креслив	Козак	Завдання 2
Перевірив	Антонювич	
		ПрУ, фр. ХГ-11

Рис. 2.2

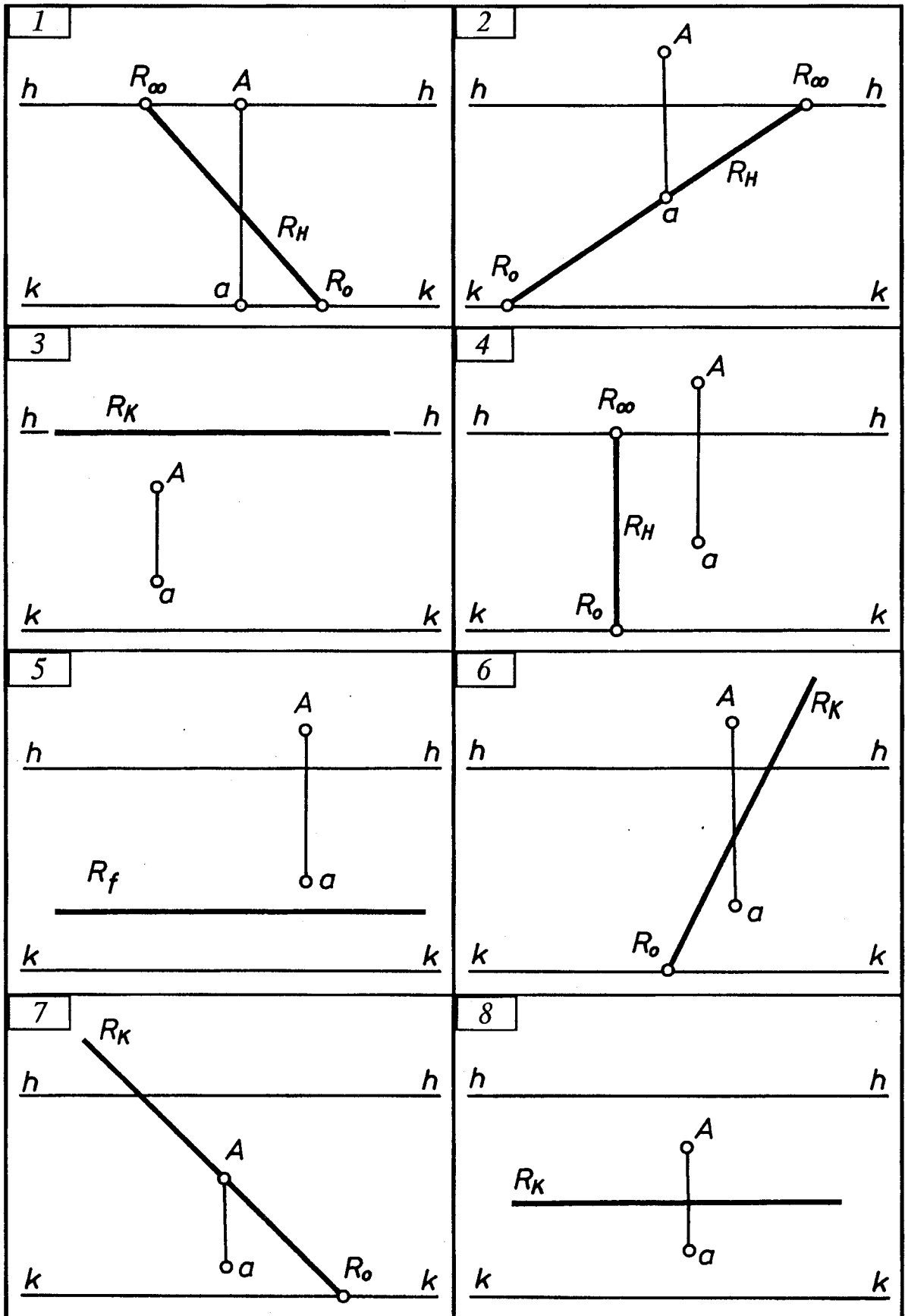


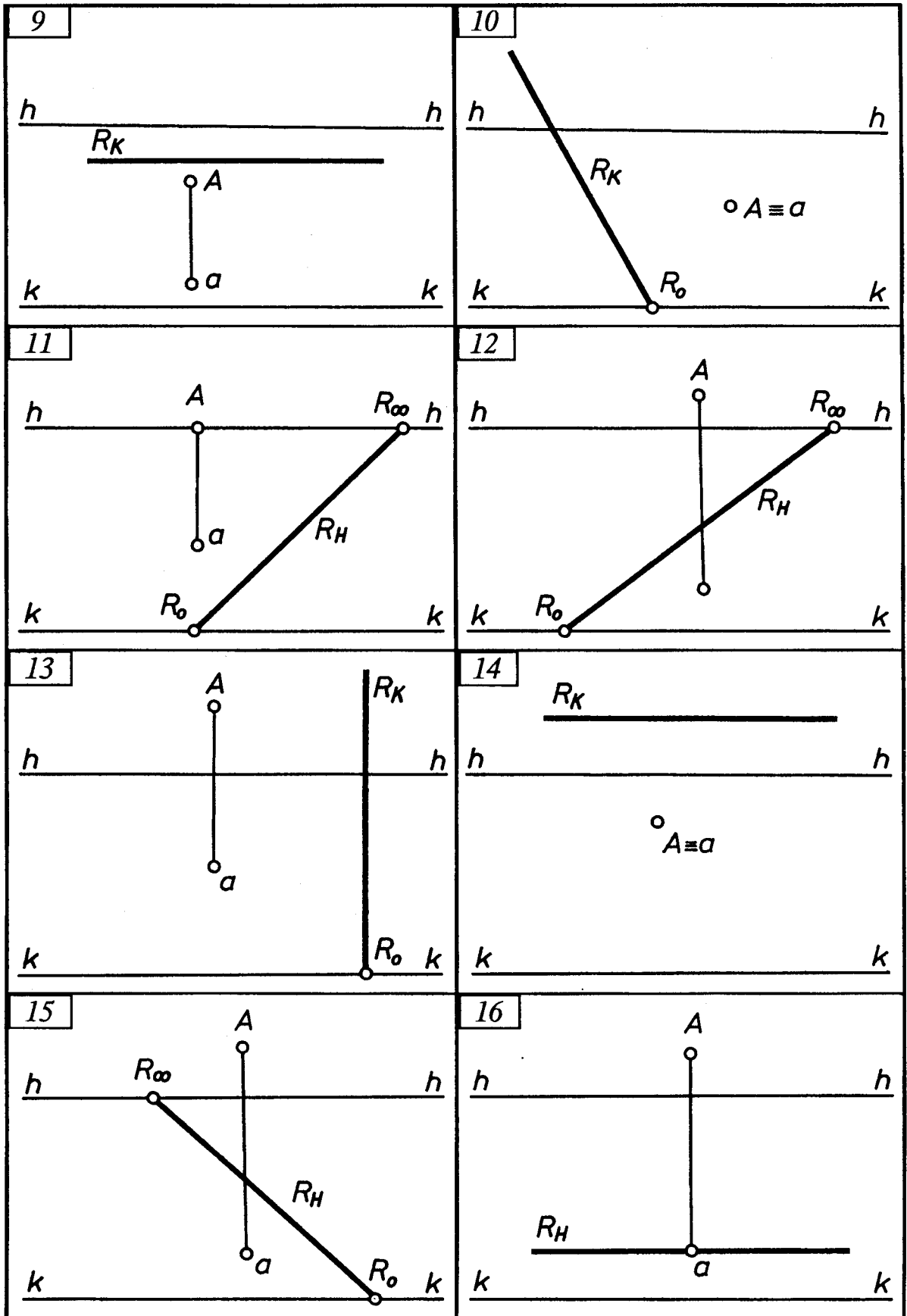


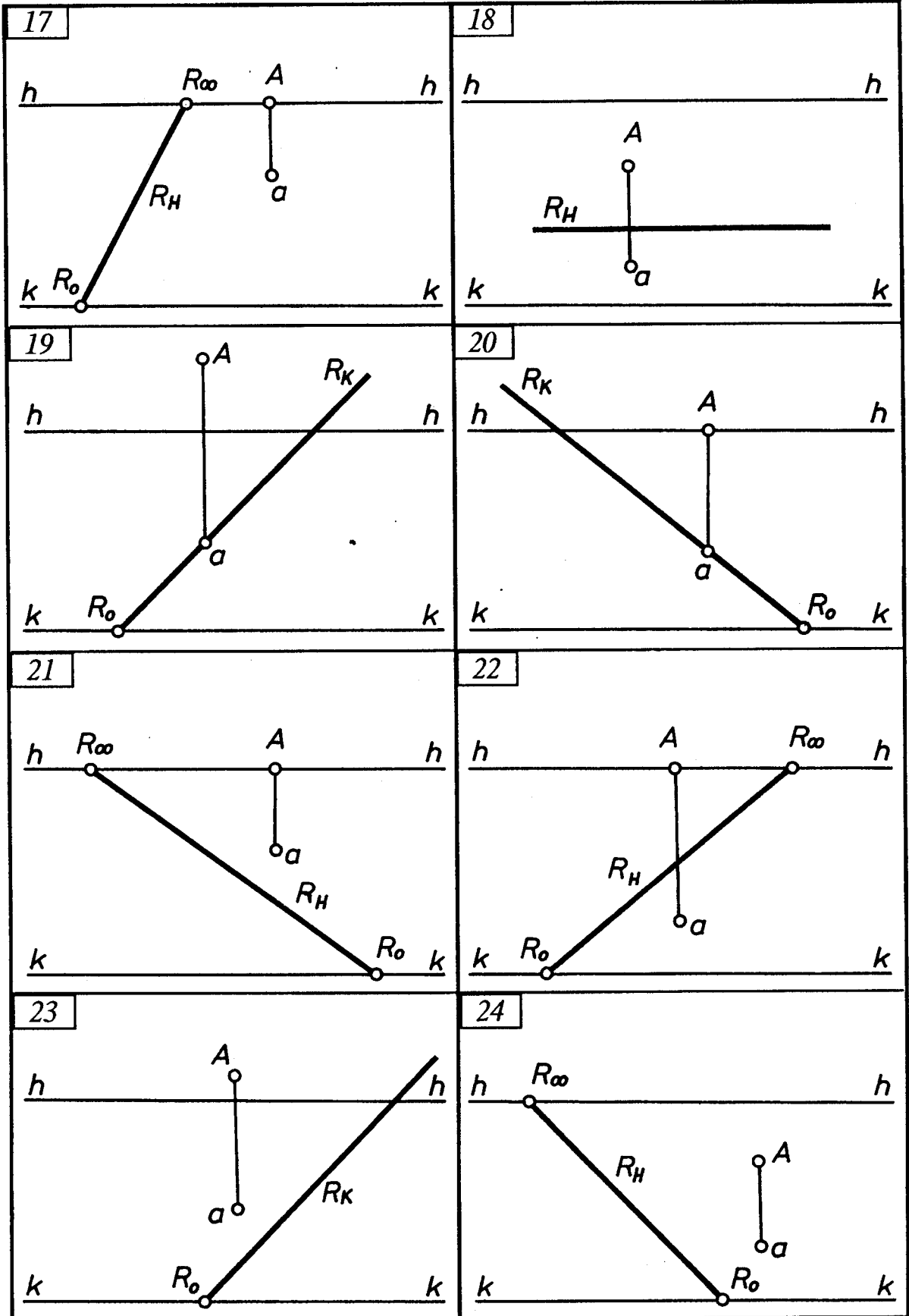


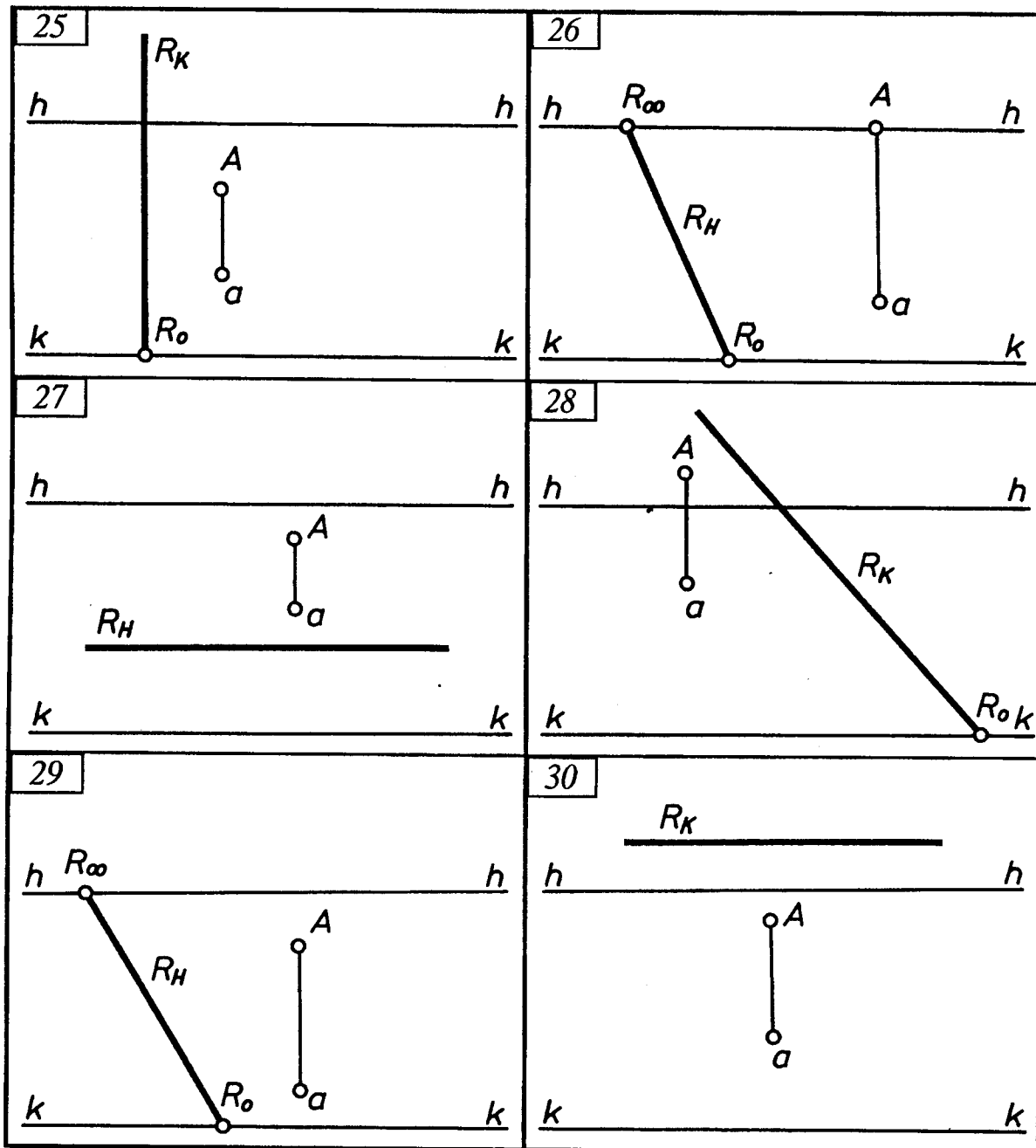


Таблиця Д.2.3



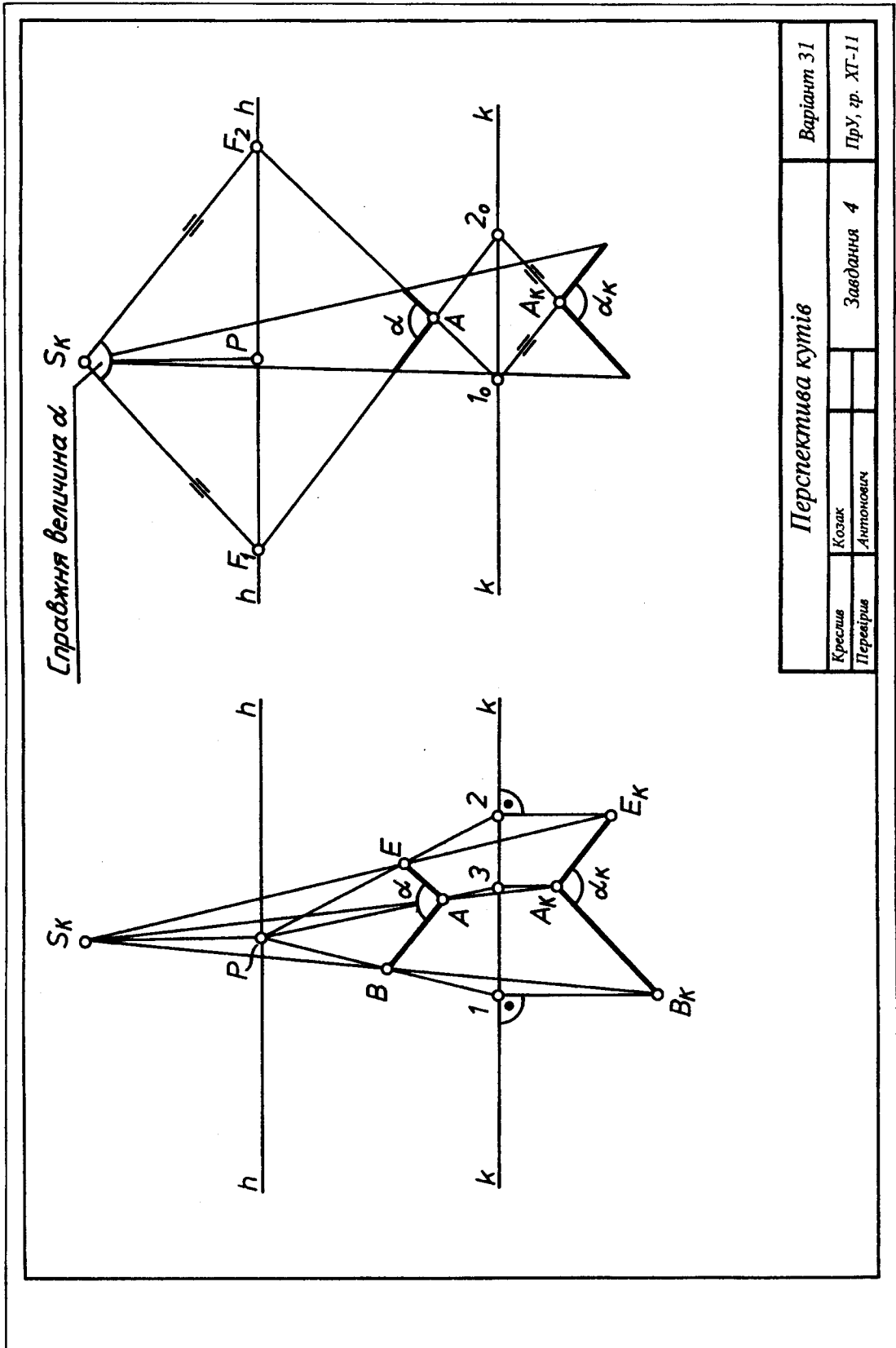














Завдання 4. Перспектива кутів









Визначити справжню величину кута, заданого в перспективі (варіанти 1–16). Побудувати перспективу кута, заданого в суміщеній предметній площині (варіанти 17–30). Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.4. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.4.



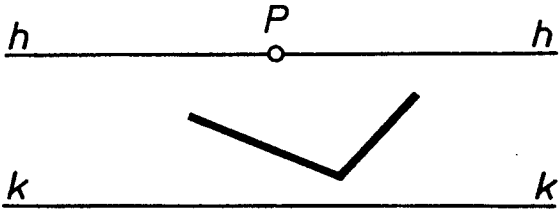
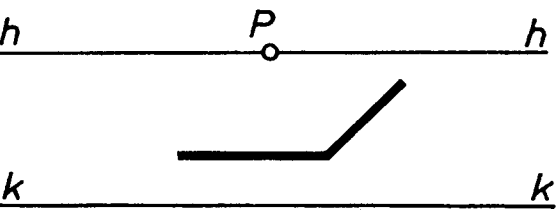
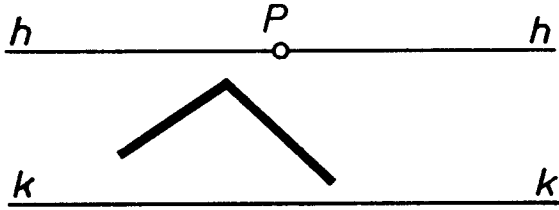
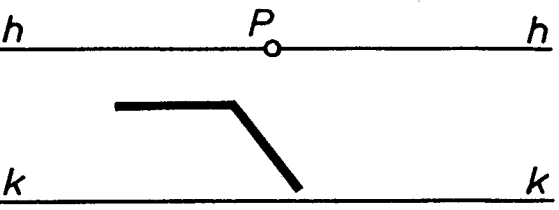
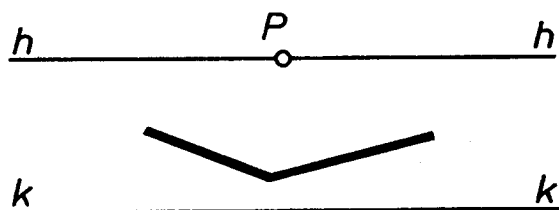
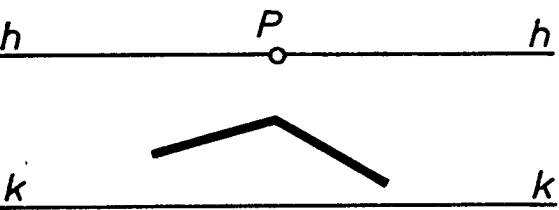
Перспектива кутів		Варіант 31	
		Кресля	Прав
Козак	Антонович	Завдання 4	Пру, гр. ХГ-11

Рис. Д 2.4

<p>1</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>	<p>2</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>
<p>3</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>	<p>4</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>
<p>5</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>	<p>6</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>
<p>7</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>	<p>8</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i></p> <p><i>k</i> <i>k</i></p> <p><i>H''</i> </p>

<p>9</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>10</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>11</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>12</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>13</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>14</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>15</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>16</p> <p>h P h</p> <p>k k</p> <p>H'' </p>

<p>17</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>	<p>18</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>
<p>19</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>	<p>20</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>
<p>21</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>	<p>22</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>
<p>23</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>	<p>24</p> <p><i>h</i> <i>P</i> <i>h</i> <i>k</i> <i>k</i> <i>H''</i></p>

<p>25</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>	<p>26</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>
<p>27</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>	<p>28</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>
<p>29</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>	<p>30</p>  <p>h P h k k</p> <p>H''</p>

Завдання 5. Перспектива відрізків

Визначити справжню величину відрізка, заданого в перспективі. Поділити перспективу відрізка AB на три рівні частини (варіанти 1–15). Збільшити перспективу відрізка AB удвоє (варіанти 16–30). Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.5. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.5.

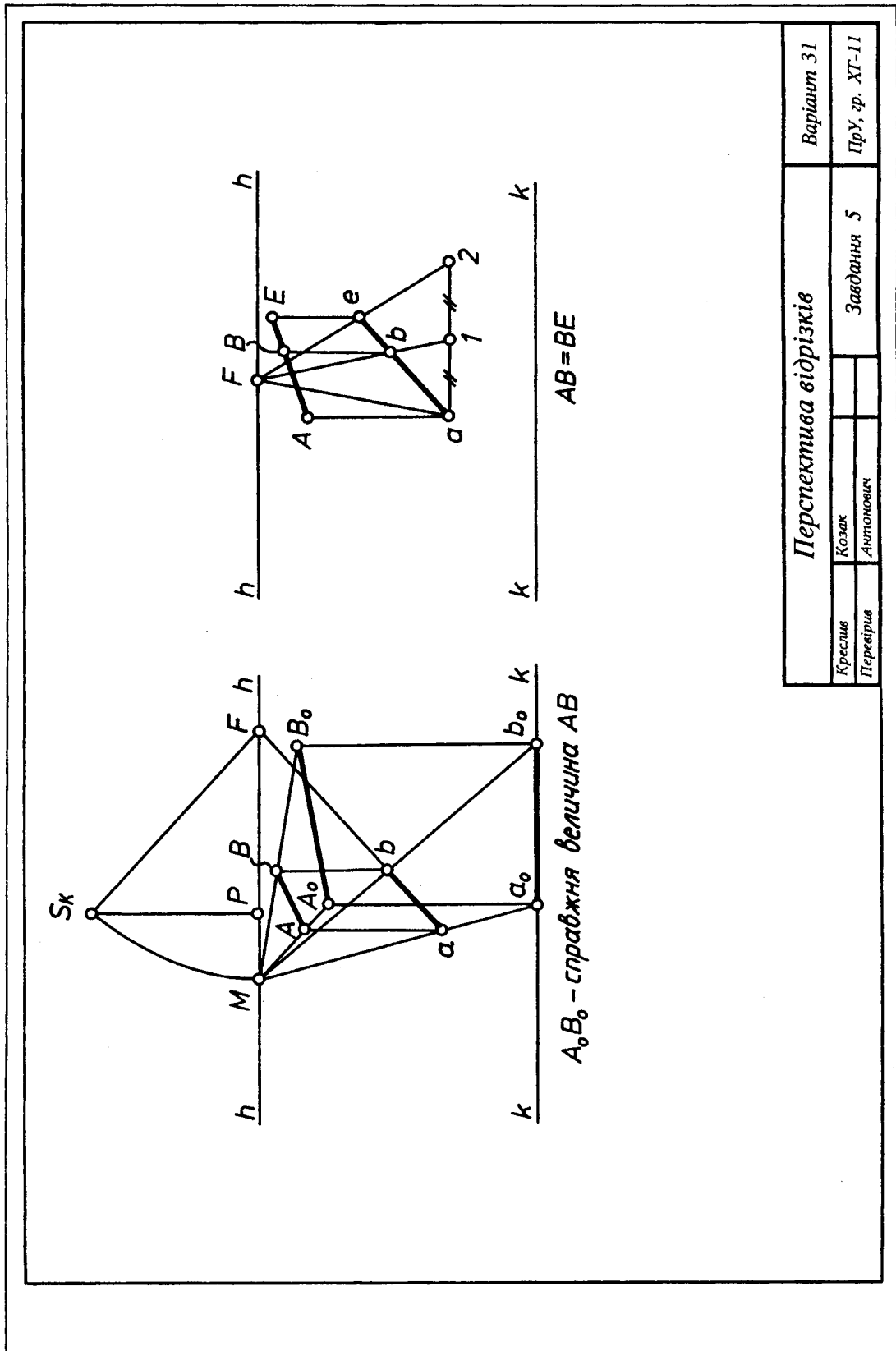
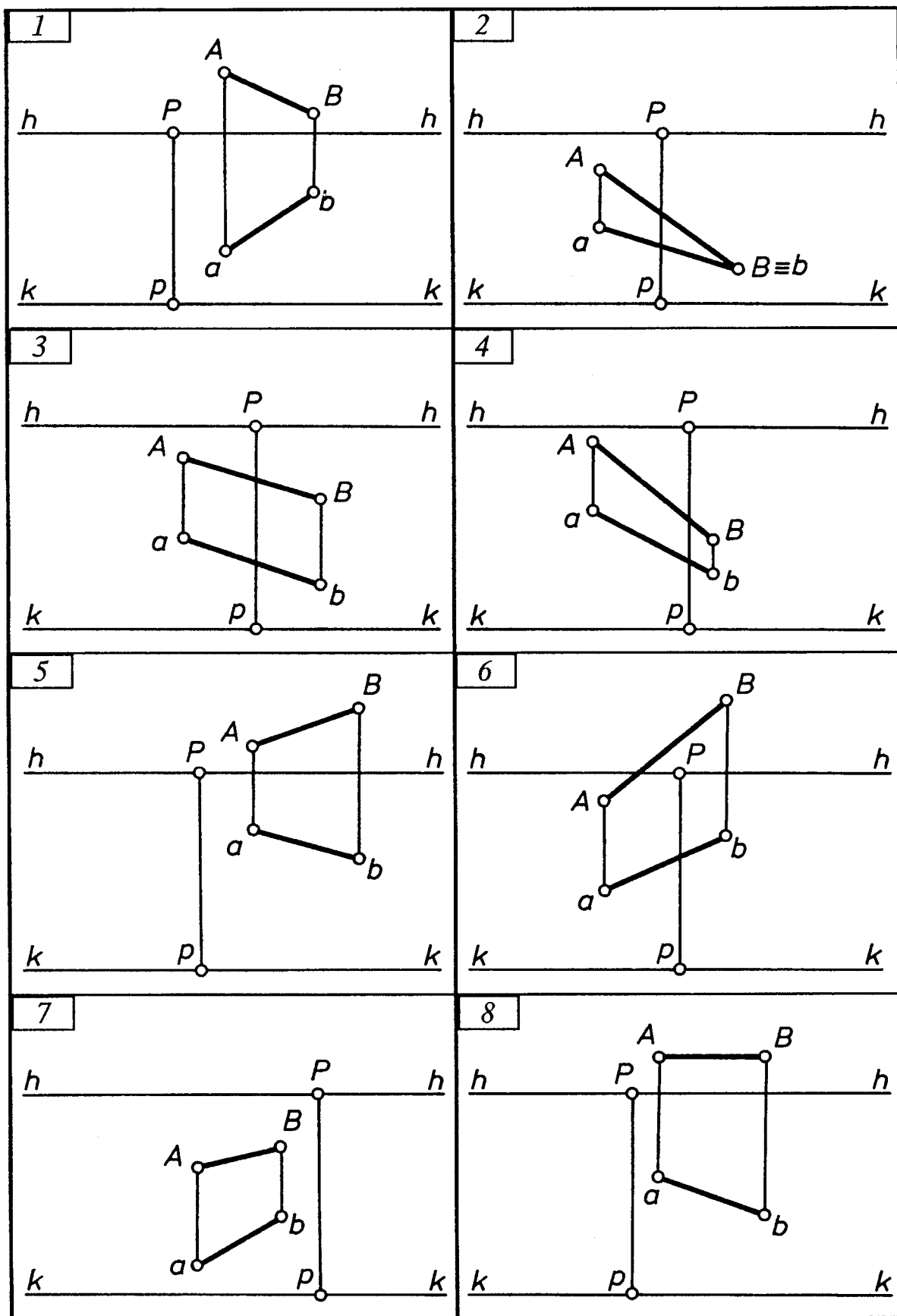


Рис. Д 2.5

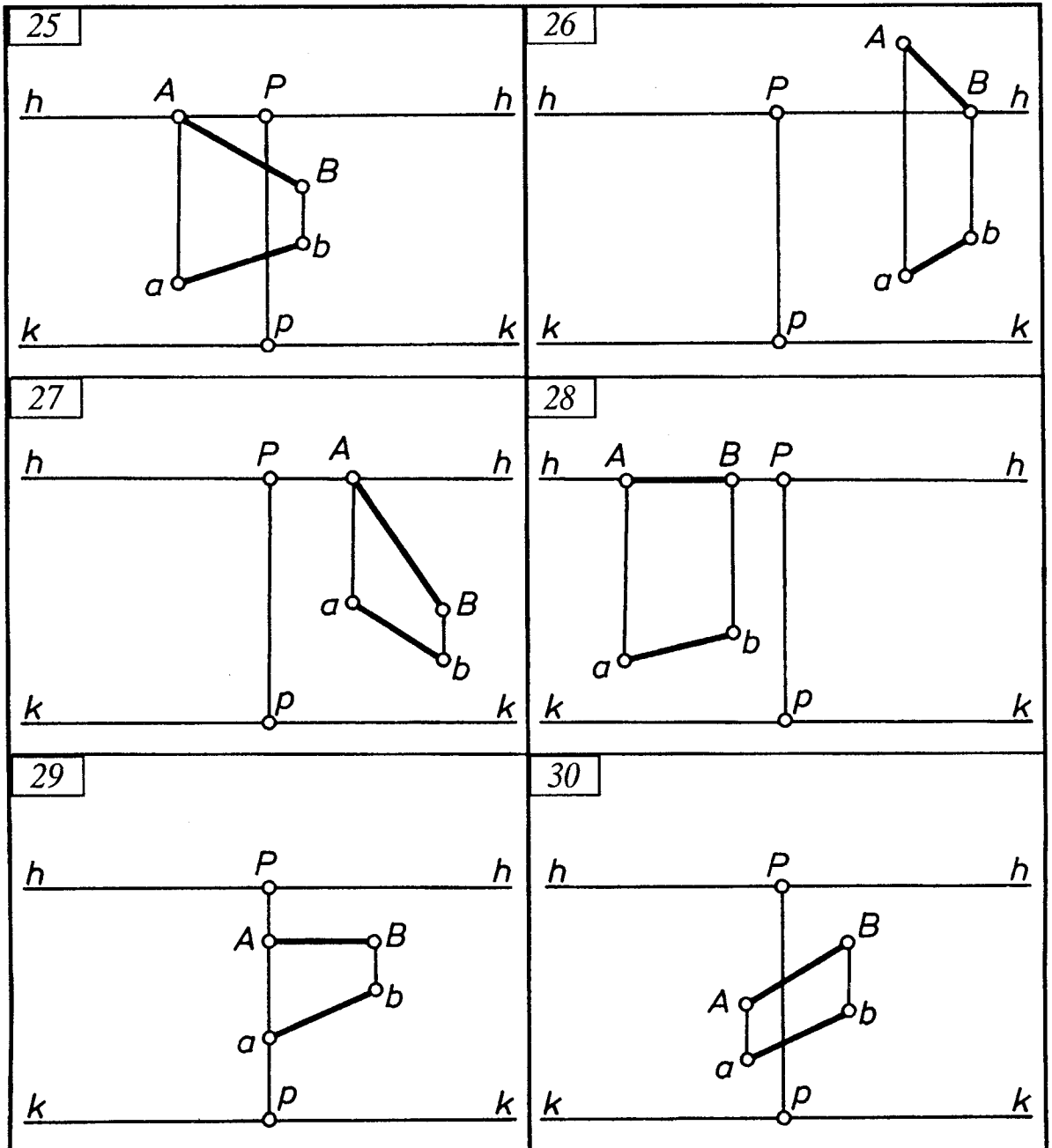
Перспектива відрізків		Варіант 31
Кресля	Козак	Завдання 5
Перевірив	Антонович	
		ПрУ, гр. ХТ-11

Таблиця Д 2.5



<p>9</p>	<p>10</p>
<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>
<p>15</p>	<p>16</p>

<p>17</p>	<p>18</p>
<p>19</p>	<p>20</p>
<p>21</p>	<p>22</p>
<p>23</p>	<p>24</p>



Завдання 6. Вимірювання розмірів плоских фігур

Визначити справжню величину сторін плоскої фігури, заданої в перспективі. Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.6. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.6.

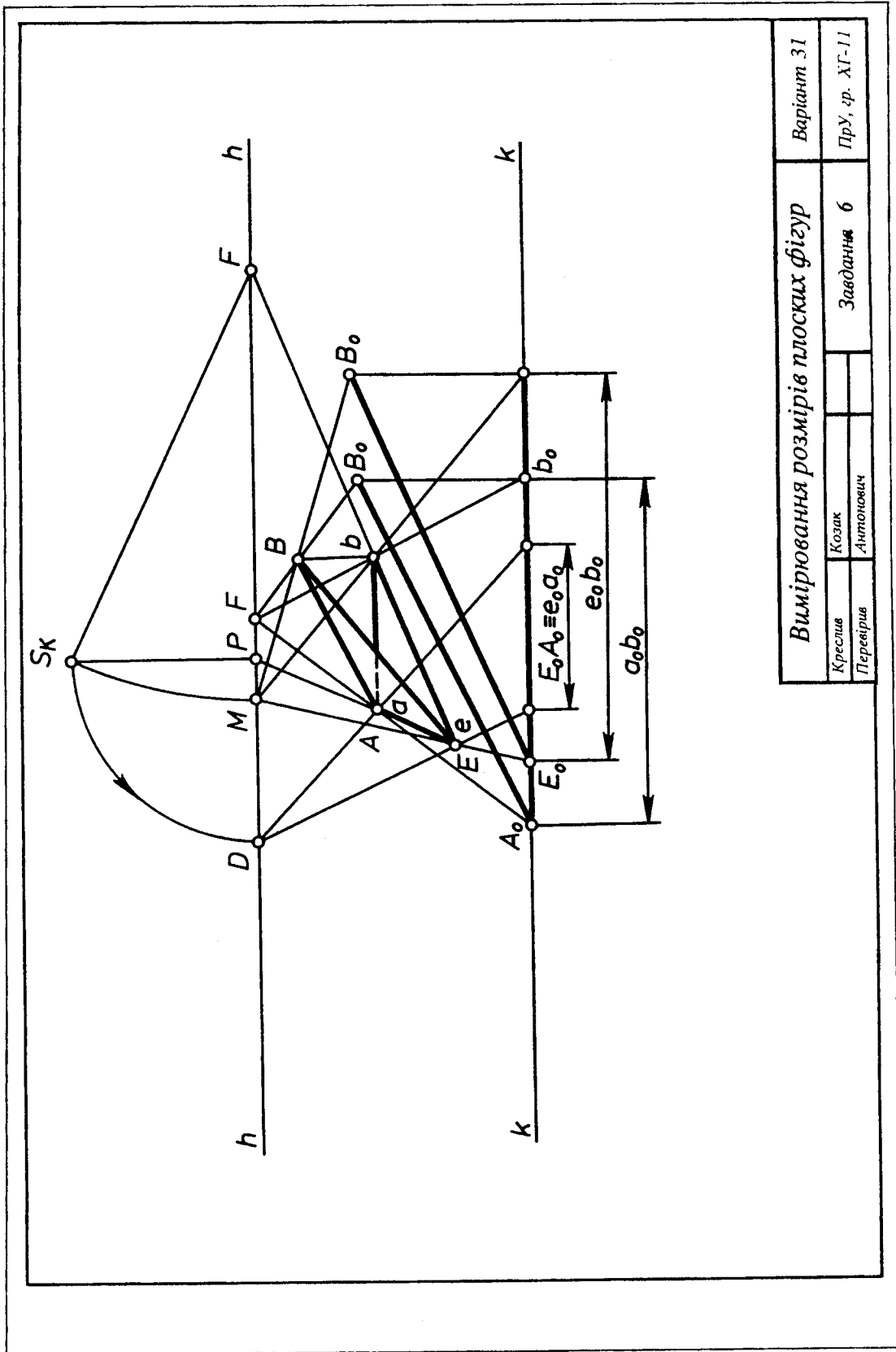
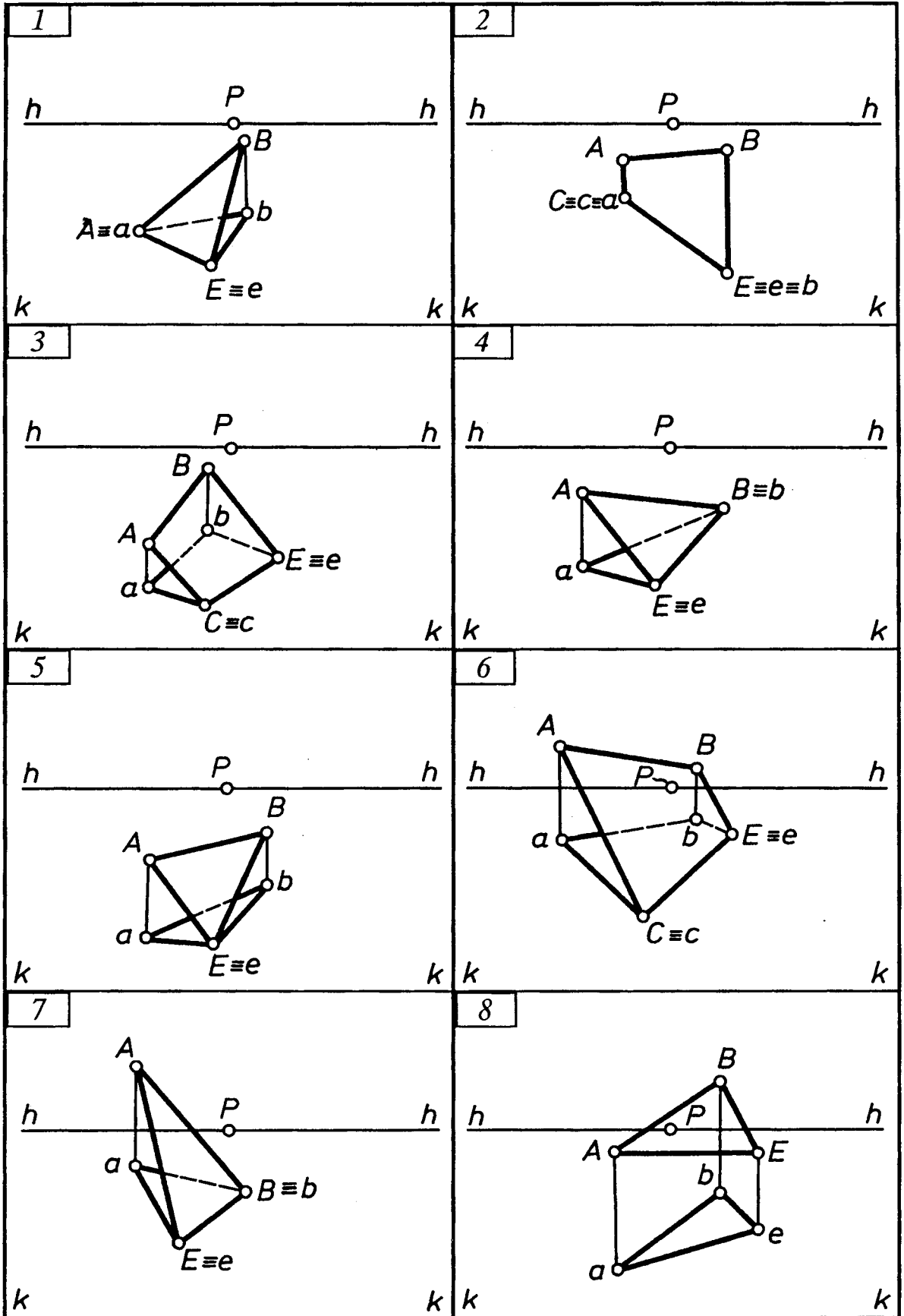
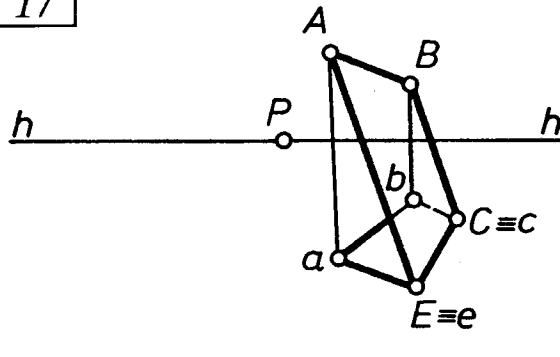
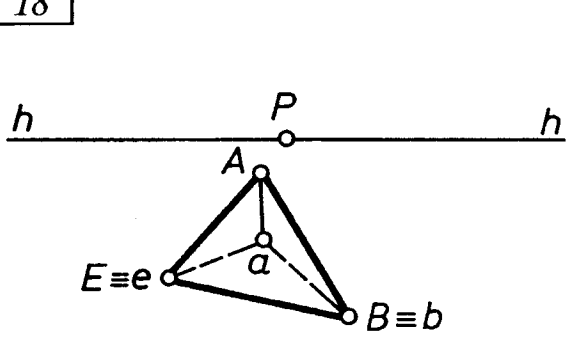
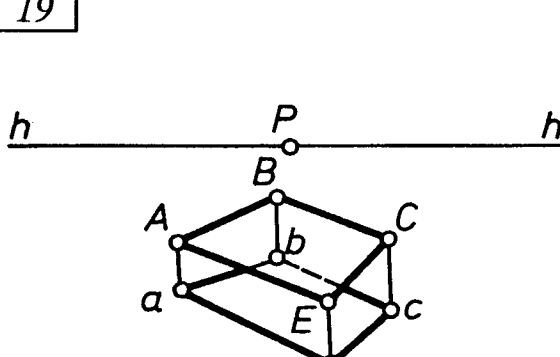
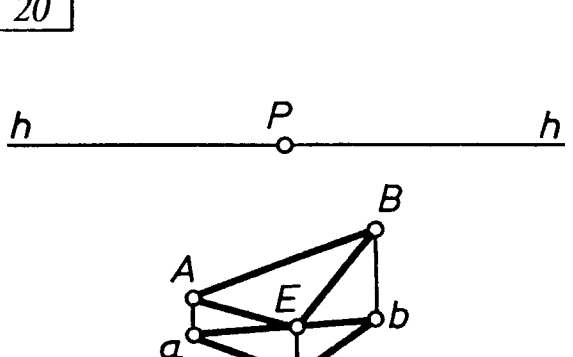
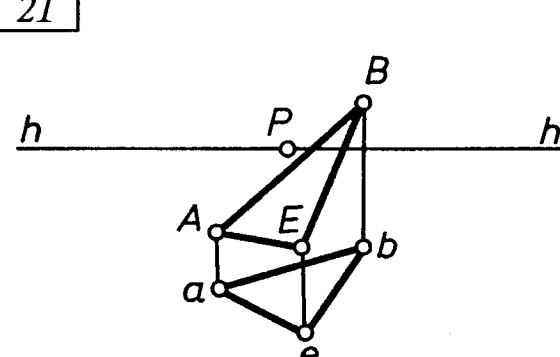
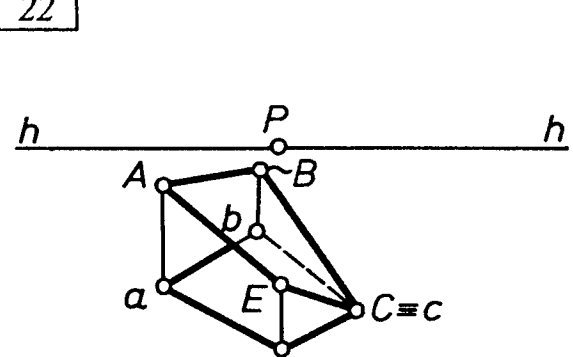
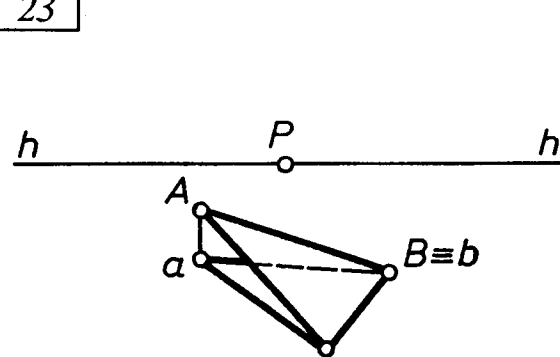
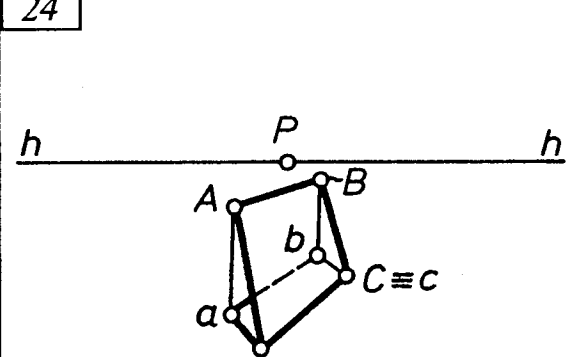
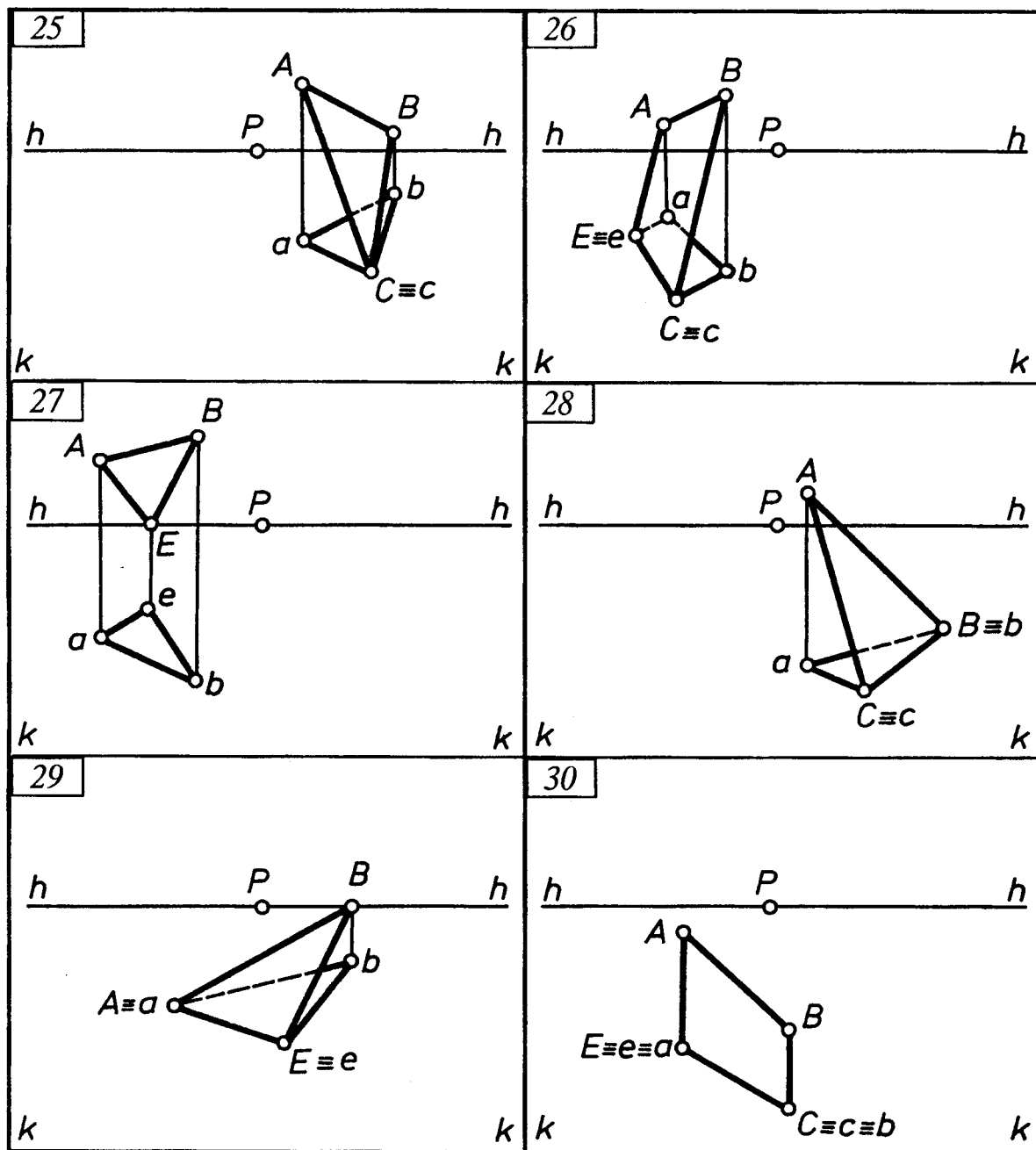


Рис. Д.2.6



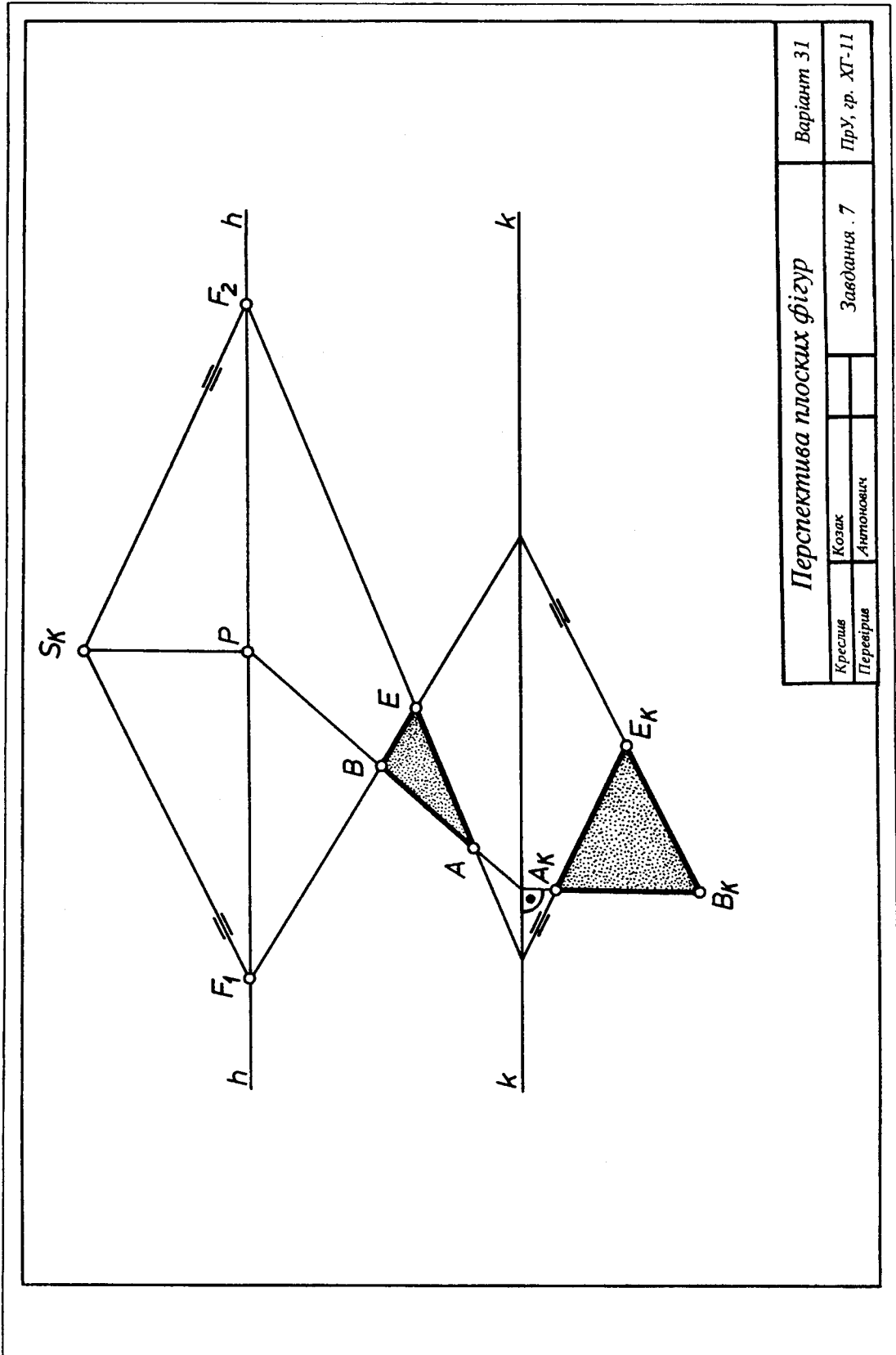
<p>9</p> <p>h P A h</p> <p>$E \equiv e$ $B \equiv b$ a</p> <p>k k</p>	<p>10</p> <p>h P E h</p> <p>E $e \equiv C \equiv c$ $B \equiv b \equiv a$</p> <p>k k</p>
<p>11</p> <p>h A P h</p> <p>$E \equiv e$ $B \equiv b$ a</p> <p>k k</p>	<p>12</p> <p>h P E h</p> <p>A B $C \equiv c$ b $E \equiv e$ a</p> <p>k k</p>
<p>13</p> <p>h P E h</p> <p>A B a $E \equiv e$</p> <p>k k</p>	<p>14</p> <p>h P E h</p> <p>A B E a b e</p> <p>k k</p>
<p>15</p> <p>h P E h</p> <p>A $E \equiv e$ $B \equiv b \equiv a$</p> <p>k k</p>	<p>16</p> <p>h A P h</p> <p>$B \equiv b$ $E \equiv e$ a</p> <p>k k</p>

<p>17</p>  <p>h P h</p> <p>A B</p> <p>a b $C \equiv c$ $E \equiv e$</p> <p>k k</p>	<p>18</p>  <p>h P h</p> <p>A $B \equiv b$</p> <p>$E \equiv e$</p> <p>k k</p>
<p>19</p>  <p>h P h</p> <p>A B C</p> <p>a b c E</p> <p>k k</p>	<p>20</p>  <p>h P h</p> <p>A B</p> <p>a b E</p> <p>k k</p>
<p>21</p>  <p>h P h</p> <p>A B</p> <p>a E b</p> <p>e</p> <p>k k</p>	<p>22</p>  <p>h P h</p> <p>A B</p> <p>a b E $C \equiv c$</p> <p>e</p> <p>k k</p>
<p>23</p>  <p>h P h</p> <p>A $B \equiv b$</p> <p>a $E \equiv e$</p> <p>k k</p>	<p>24</p>  <p>h P h</p> <p>A B</p> <p>a b $C \equiv c$</p> <p>$E \equiv e$</p> <p>k k</p>



Завдання 7. Перспектива плоских фігур







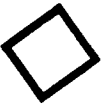

Побудувати перспективу плоскої фігури, заданої в суміщеній предметній площині. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.7. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.7.



















Перспектива плоских фігур		Варіант 31	
		ПрУ, гр. ХГ-11	
Креслив Перевіряв	Козак	Завдання 7	
	Антонювич		

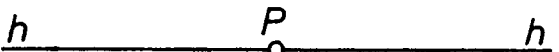



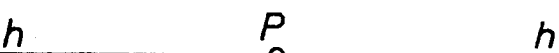

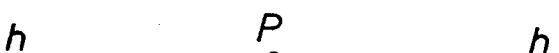





Рис. Д.2.7

Таблиця Д.2.7

<p>1</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>2</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>3</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>4</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>5</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>6</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>7</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>8</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>

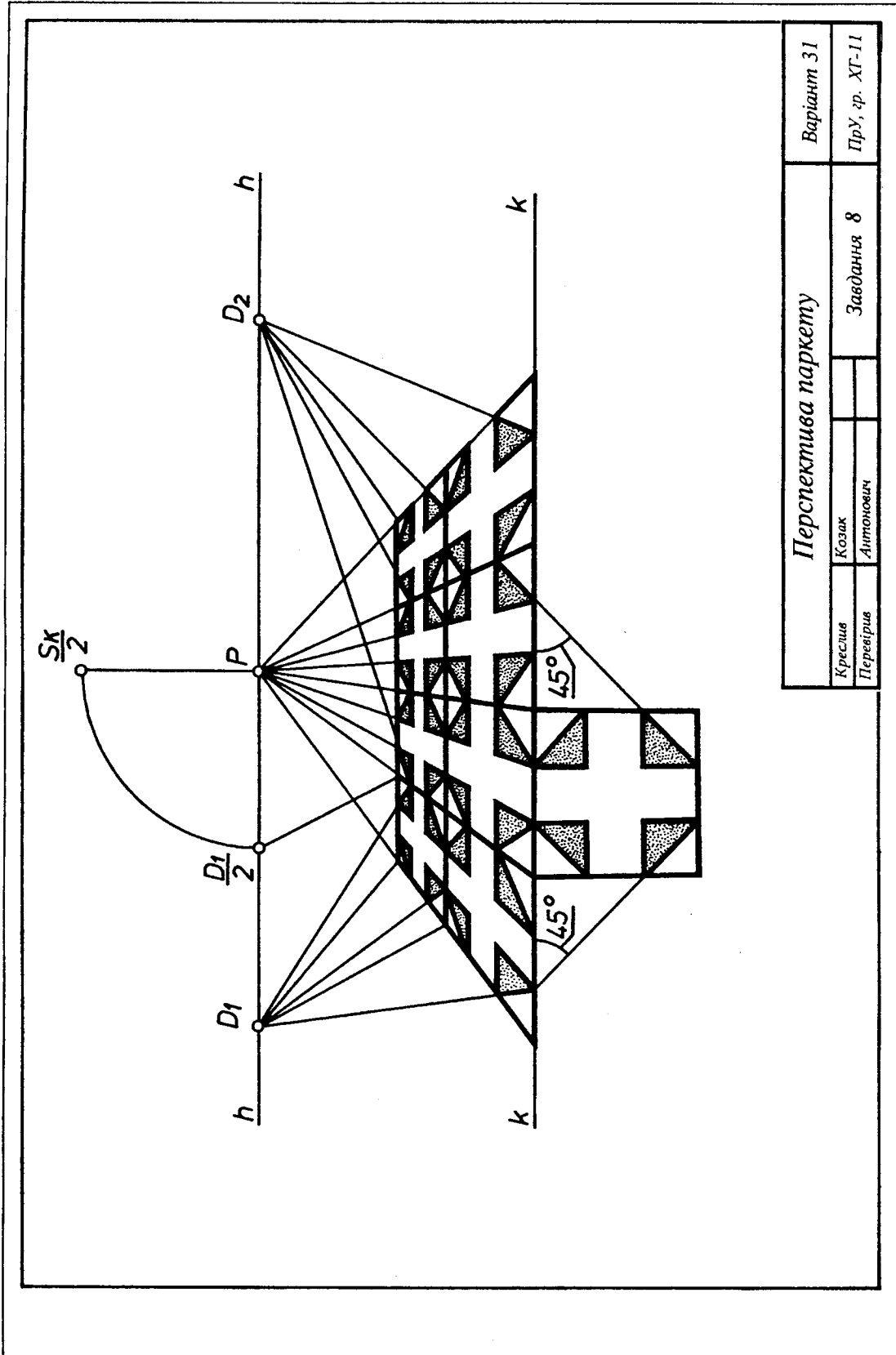
<div data-bbox="145 285 201 327">9</div> <div data-bbox="137 382 691 432"> h P h </div> <div data-bbox="137 537 691 579"> k k </div> <div data-bbox="137 621 501 684"> H''  </div>	<div data-bbox="725 285 781 327">10</div> <div data-bbox="716 382 1285 432"> h P h </div> <div data-bbox="716 537 1285 579"> k k </div> <div data-bbox="716 621 1164 697"> H''  </div>
<div data-bbox="145 714 201 756">11</div> <div data-bbox="137 810 691 861"> h P h </div> <div data-bbox="137 966 691 1008"> k k </div> <div data-bbox="137 1050 475 1125"> H''  </div>	<div data-bbox="725 714 781 756">12</div> <div data-bbox="716 810 1285 861"> h P h </div> <div data-bbox="716 966 1285 1008"> k k </div> <div data-bbox="716 1050 1120 1117"> H''  </div>
<div data-bbox="145 1142 201 1184">13</div> <div data-bbox="137 1239 691 1289"> h P h </div> <div data-bbox="137 1394 691 1436"> k k </div> <div data-bbox="137 1478 503 1566"> H''  </div>	<div data-bbox="725 1142 781 1184">14</div> <div data-bbox="716 1239 1285 1289"> h P h </div> <div data-bbox="716 1394 1285 1436"> k k </div> <div data-bbox="716 1478 1036 1575"> H''  </div>
<div data-bbox="145 1583 201 1625">15</div> <div data-bbox="137 1680 691 1730"> h P h </div> <div data-bbox="137 1835 691 1877"> k k </div> <div data-bbox="137 1919 448 1986"> H''  </div>	<div data-bbox="725 1583 781 1625">16</div> <div data-bbox="716 1680 1285 1730"> h P h </div> <div data-bbox="716 1835 1285 1877"> k k </div> <div data-bbox="716 1919 1007 2003"> H''  </div>

<p>17</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>18</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>19</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>20</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>21</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>22</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>
<p>23</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>	<p>24</p> <p>h P h</p> <hr/> <p>k k</p> <p>H'' </p>

<div data-bbox="140 241 203 283" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">25</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>	<div data-bbox="728 241 791 283" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">26</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>
<div data-bbox="140 661 203 703" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">27</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>	<div data-bbox="728 661 791 703" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">28</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>
<div data-bbox="140 1081 203 1123" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">29</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>	<div data-bbox="728 1081 791 1123" style="border: 1px solid black; padding: 2px;">30</div> <div style="text-align: center;"> h P h  </div> <div style="text-align: center;"> k k </div> <div style="text-align: center;"> H''  </div>

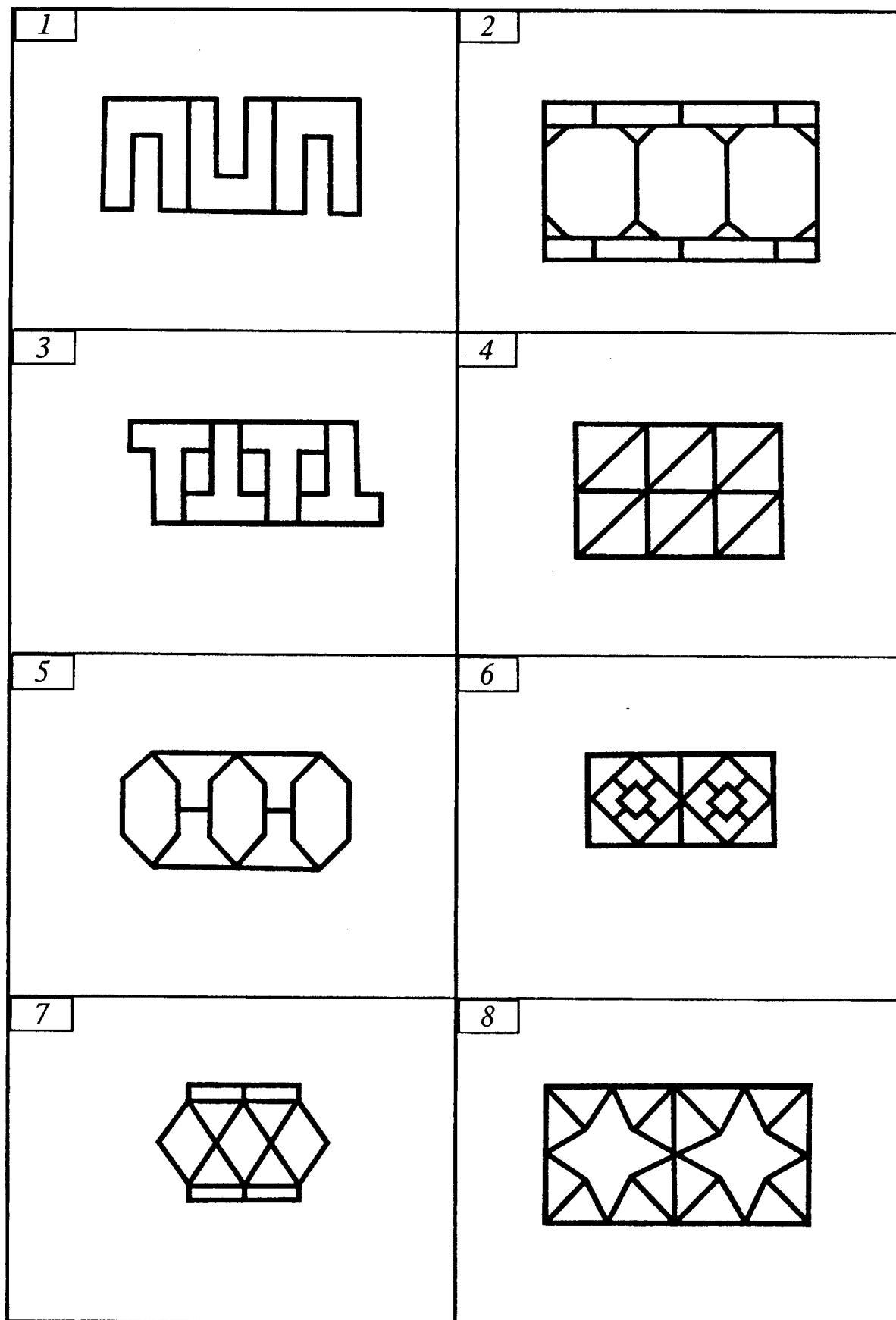
Завдання 8. Перспектива паркету

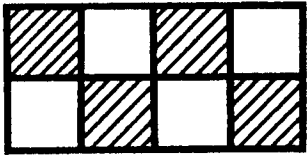
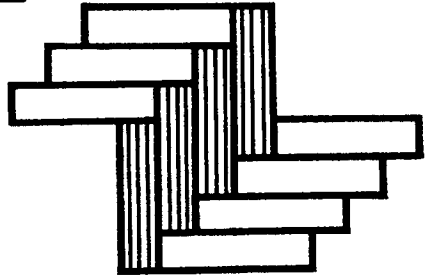
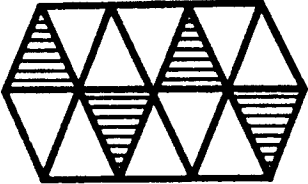
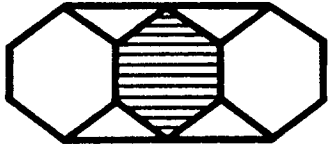
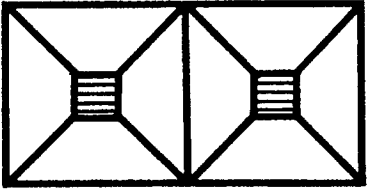
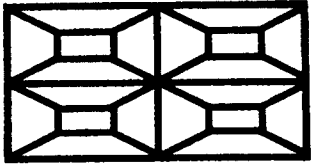
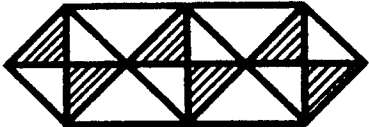
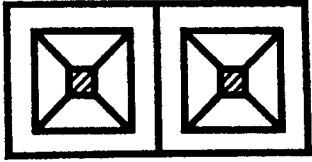
За заданою формою плиток, розташованих у суміщеній предметній площині, побудувати перспективу паркету. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.8. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.8.


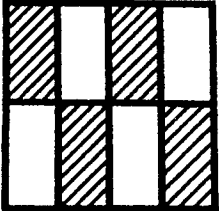
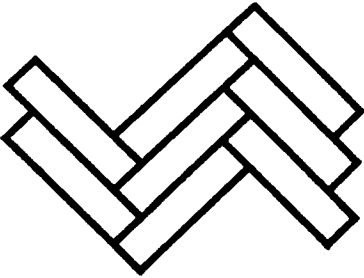
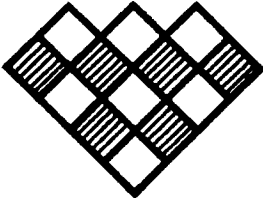
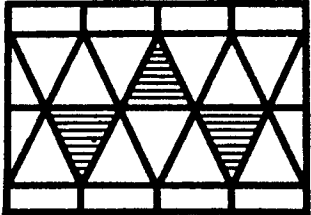
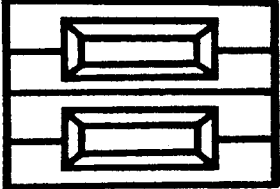
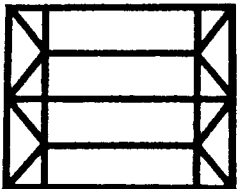
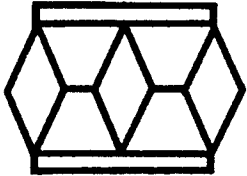


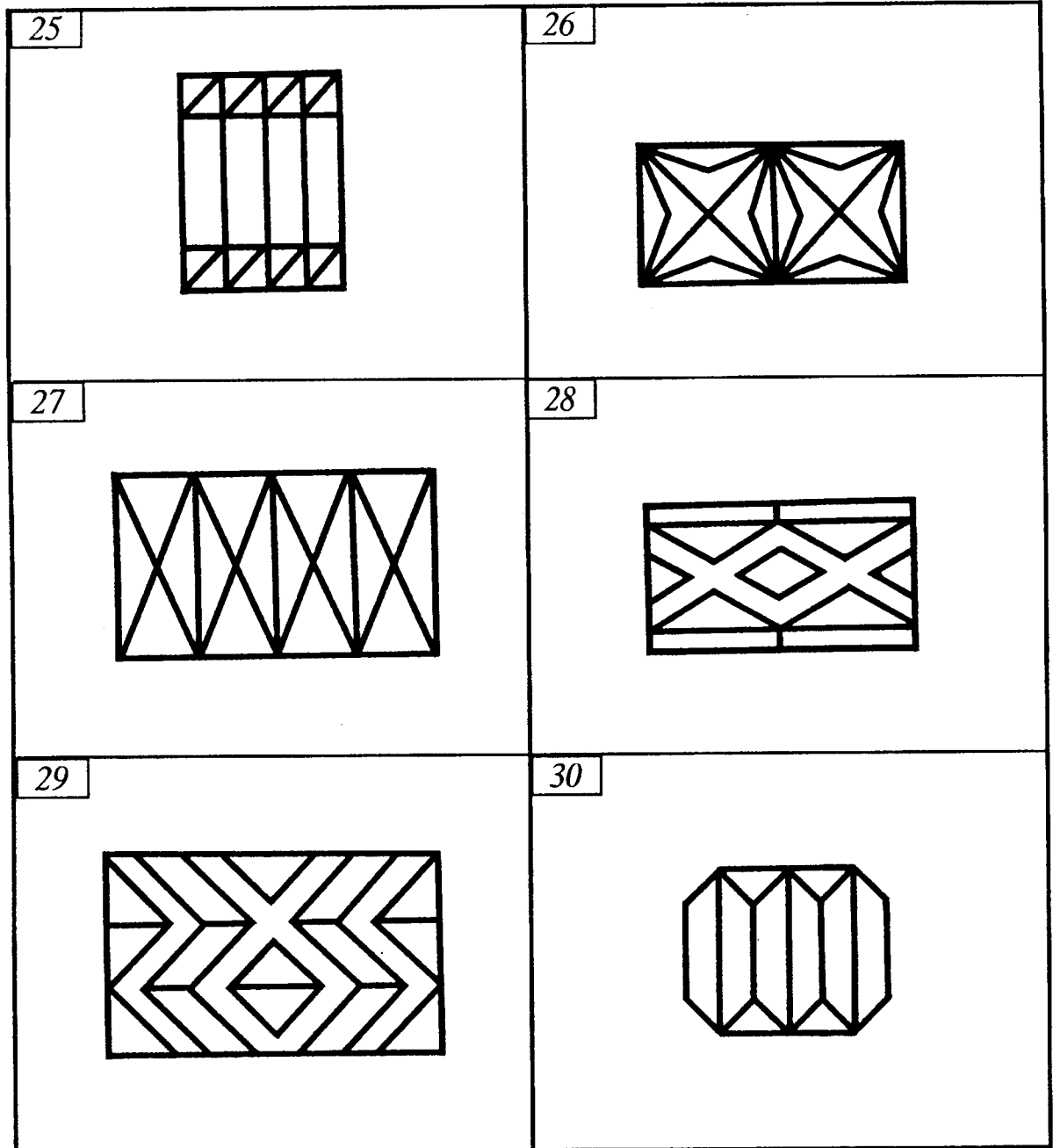
Перспектива паркету		Варіант 31	
		Креслив	Козак
Перевіряє	Антонович	Завдання 8	
		ПрУ, гр. ХТ-11	

Рис. Д.2.8



<p>9</p> 	<p>10</p> 
<p>11</p> 	<p>12</p> 
<p>13</p> 	<p>14</p> 
<p>15</p> 	<p>16</p> 

<p>17</p> 	<p>18</p> 
<p>19</p> 	<p>20</p> 
<p>21</p> 	<p>22</p> 
<p>23</p> 	<p>24</p> 



Завдання 9. Перспектива геометричного тіла

Побудувати перспективу трикутної призми, в основі якої — рівносторонній трикутник (основа лежить у площині H). Задано перспективу ребра основи AB . Висота призми вдвічі більша від AB (варіанти 1–10). Побудувати перспективу чотирикутної призми, в основі якої — квадрат (основа лежить у площині H). Задано перспективу ребра основи AB . Висота призми вдвічі більша від AB (варіанти 11–20).

Побудувати перспективу трикутної піраміди, в основі якої — рівносторонній трикутник (основа лежить у площині H). Задано перспективу ребра основи AB . Висота піраміди вдвічі більша від AB (варіанти 21–30).

Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.9. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.9.

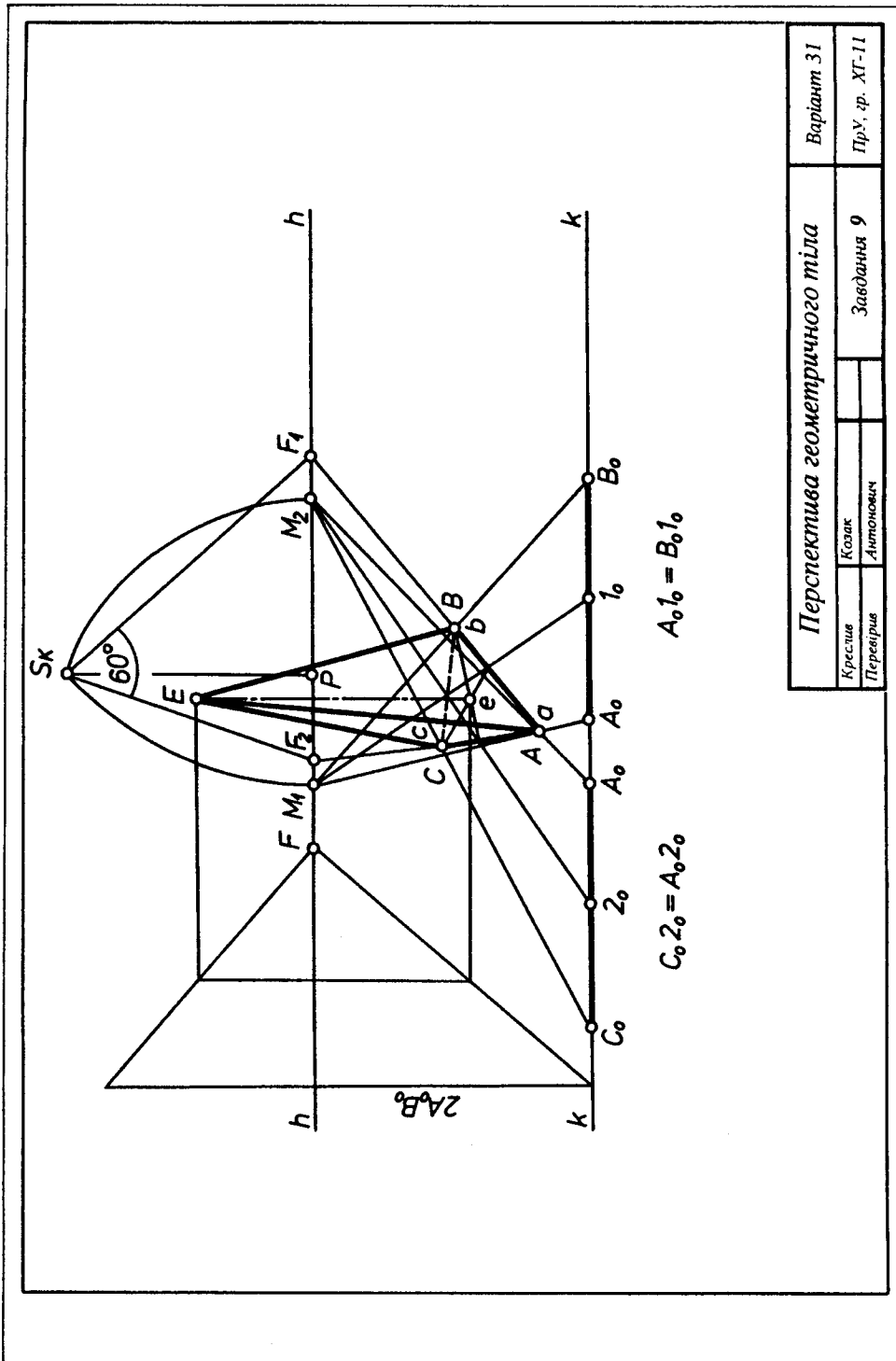


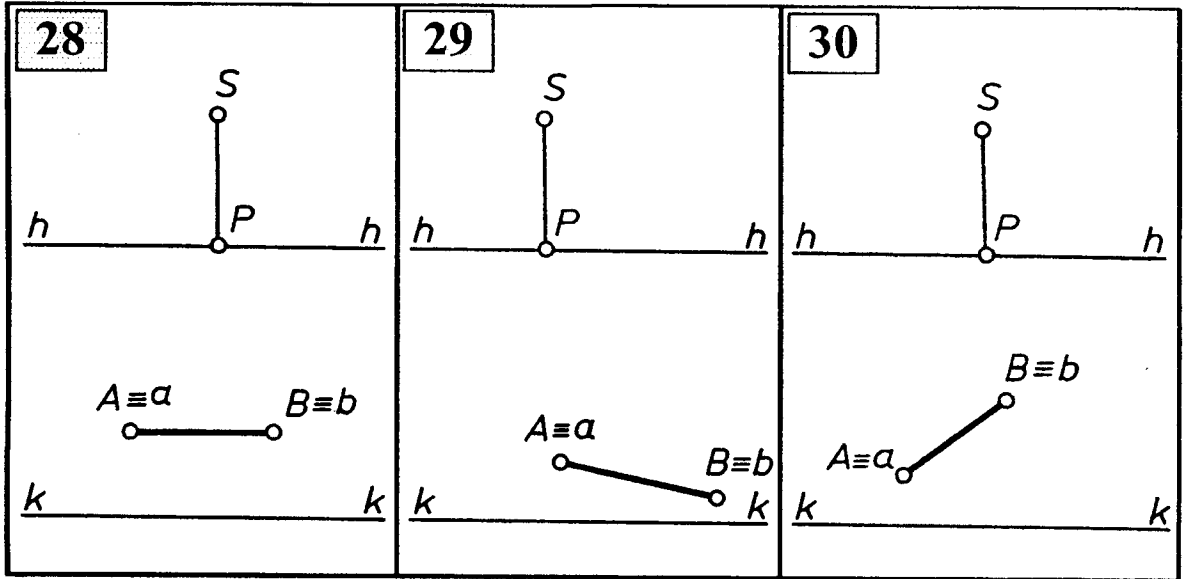
Рис. Д.2.9

Таблиця Д.2.9

<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>	<p>9</p>

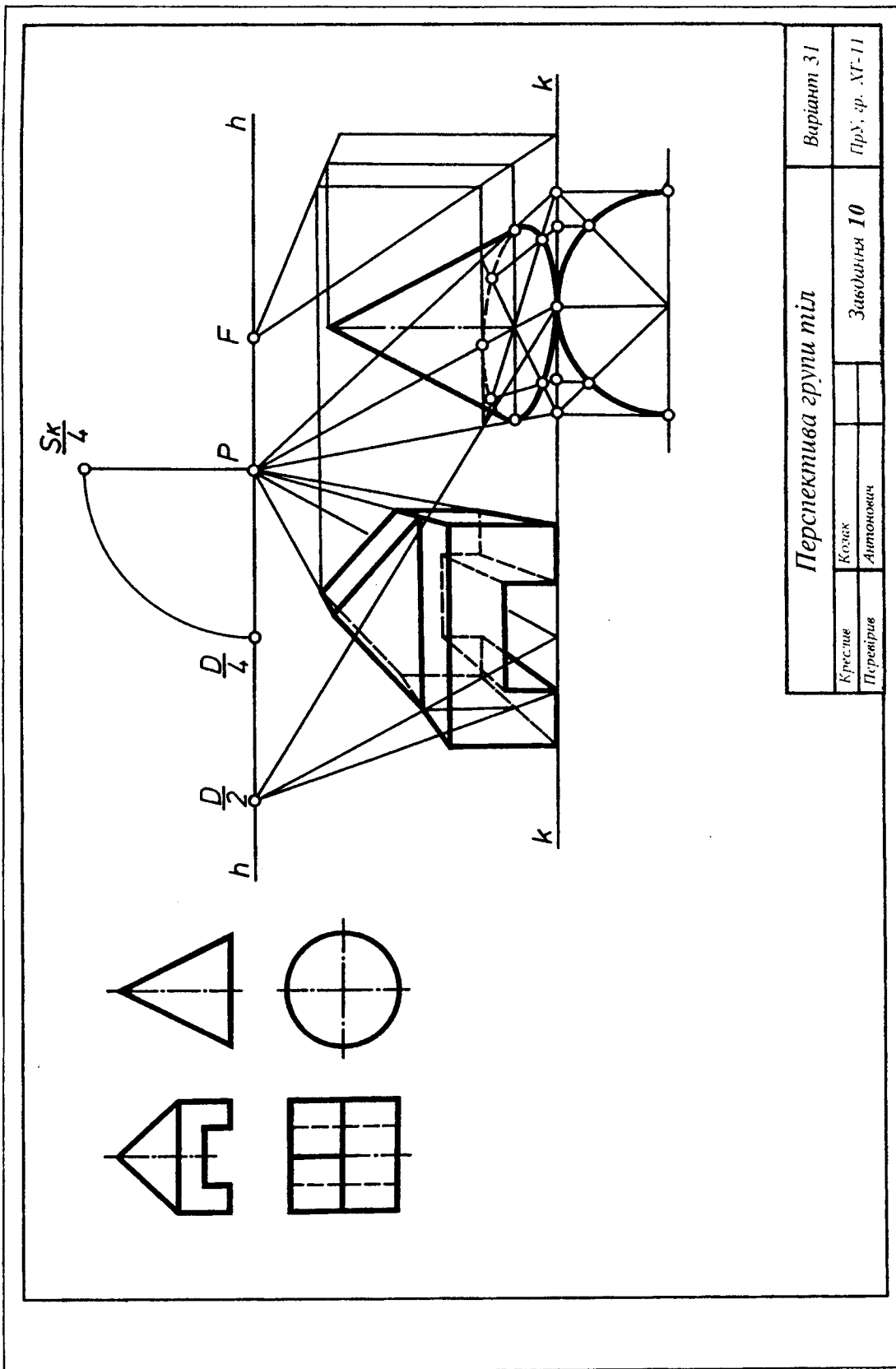
<p>10</p>	<p>11</p>	<p>12</p>
<p>13</p>	<p>14</p>	<p>15</p>
<p>16</p>	<p>17</p>	<p>18</p>

<p>19</p>	<p>20</p>	<p>21</p>
<p>22</p>	<p>23</p>	<p>24</p>
<p>25</p>	<p>26</p>	<p>27</p>



Завдання 10. Перспектива групи тіл

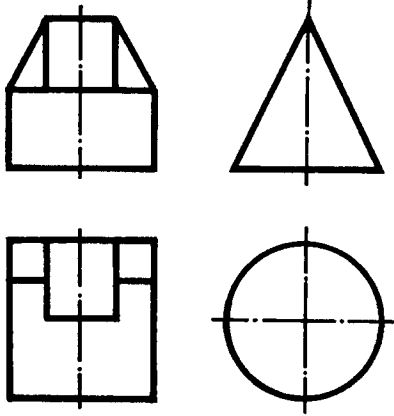
Побудувати перспективу групи тіл за заданими їх ортогональними проекціями. Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д. 2.10. Дані до завдання взяті з табл. Д. 2.10.



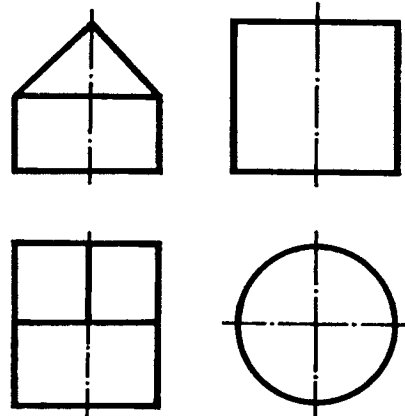
Перспектива групи тіл		Варіант 31	
		Козак	Прз., ср. УГ-11
Кресле	Перекрив	Завдання 10	
		Антонович	

Рис. Д.2.10

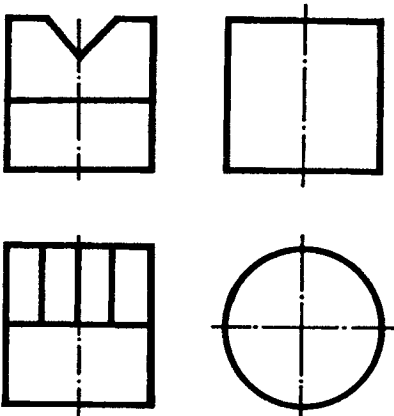
1



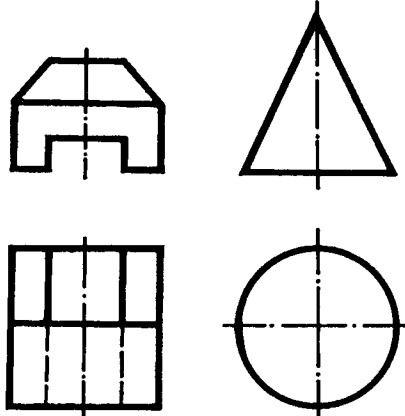
2



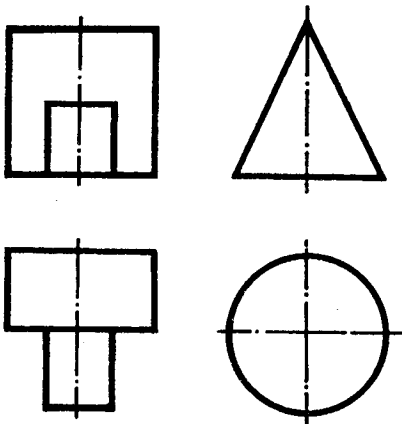
3



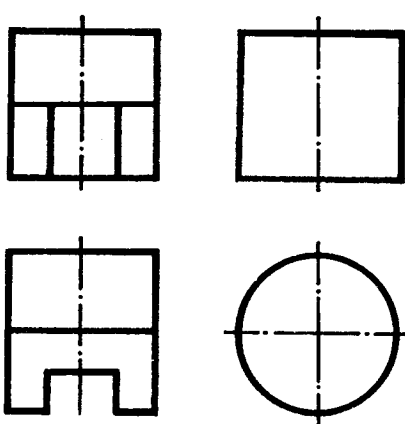
4



5

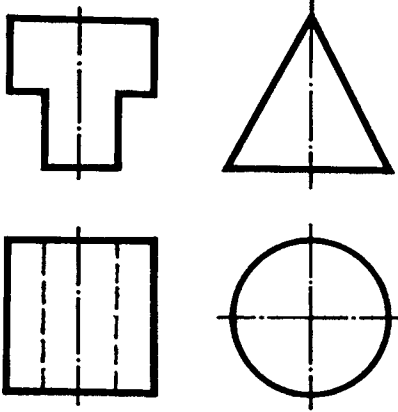


6

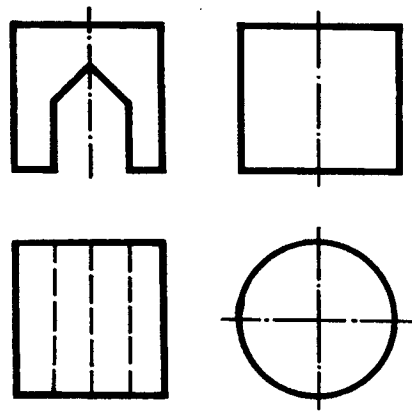


<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p>
<p>11</p>	<p>12</p>

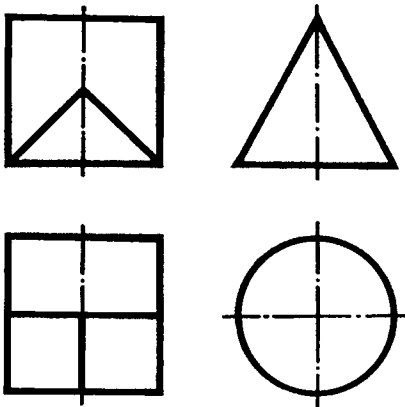
13



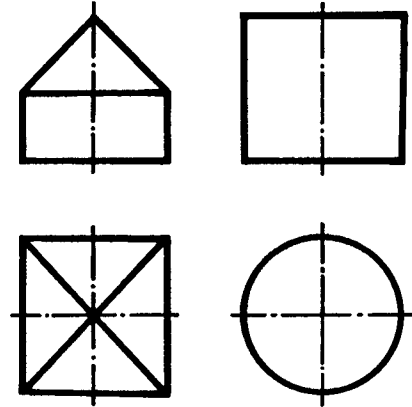
14



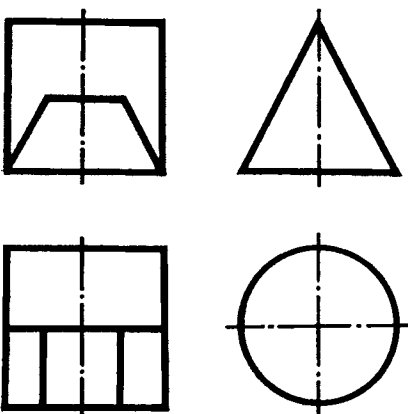
15



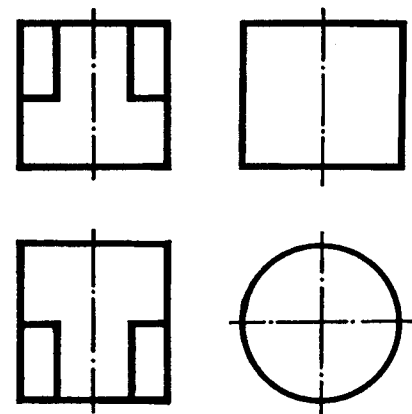
16



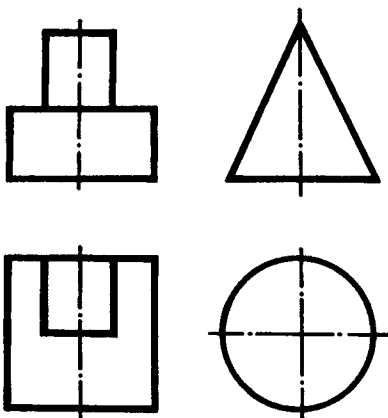
17



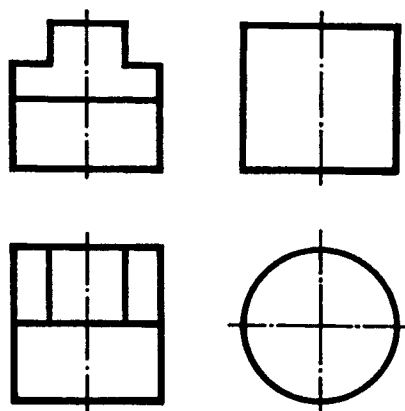
18



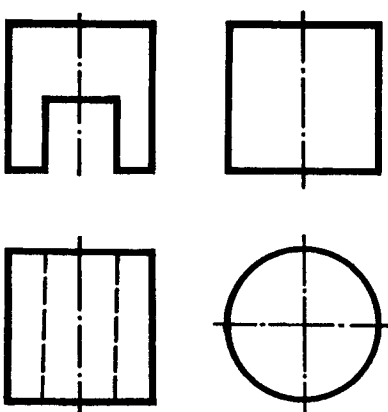
19



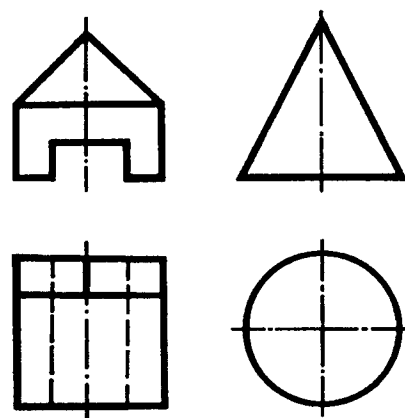
20



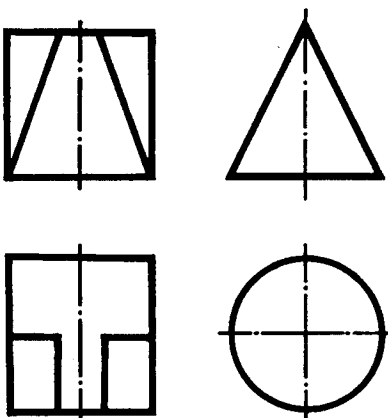
21



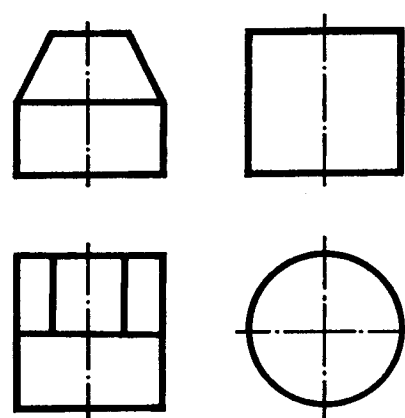
22

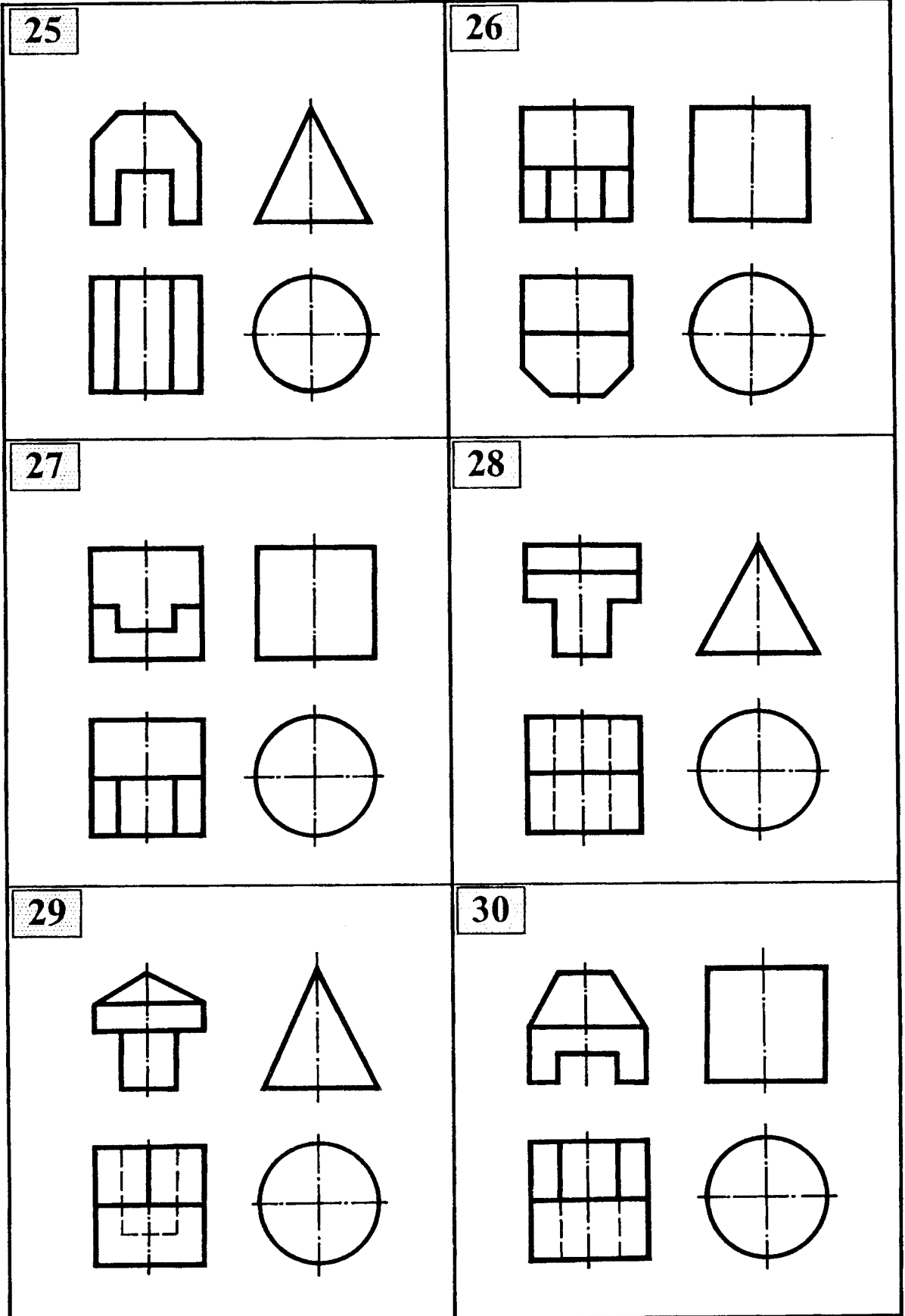


23



24



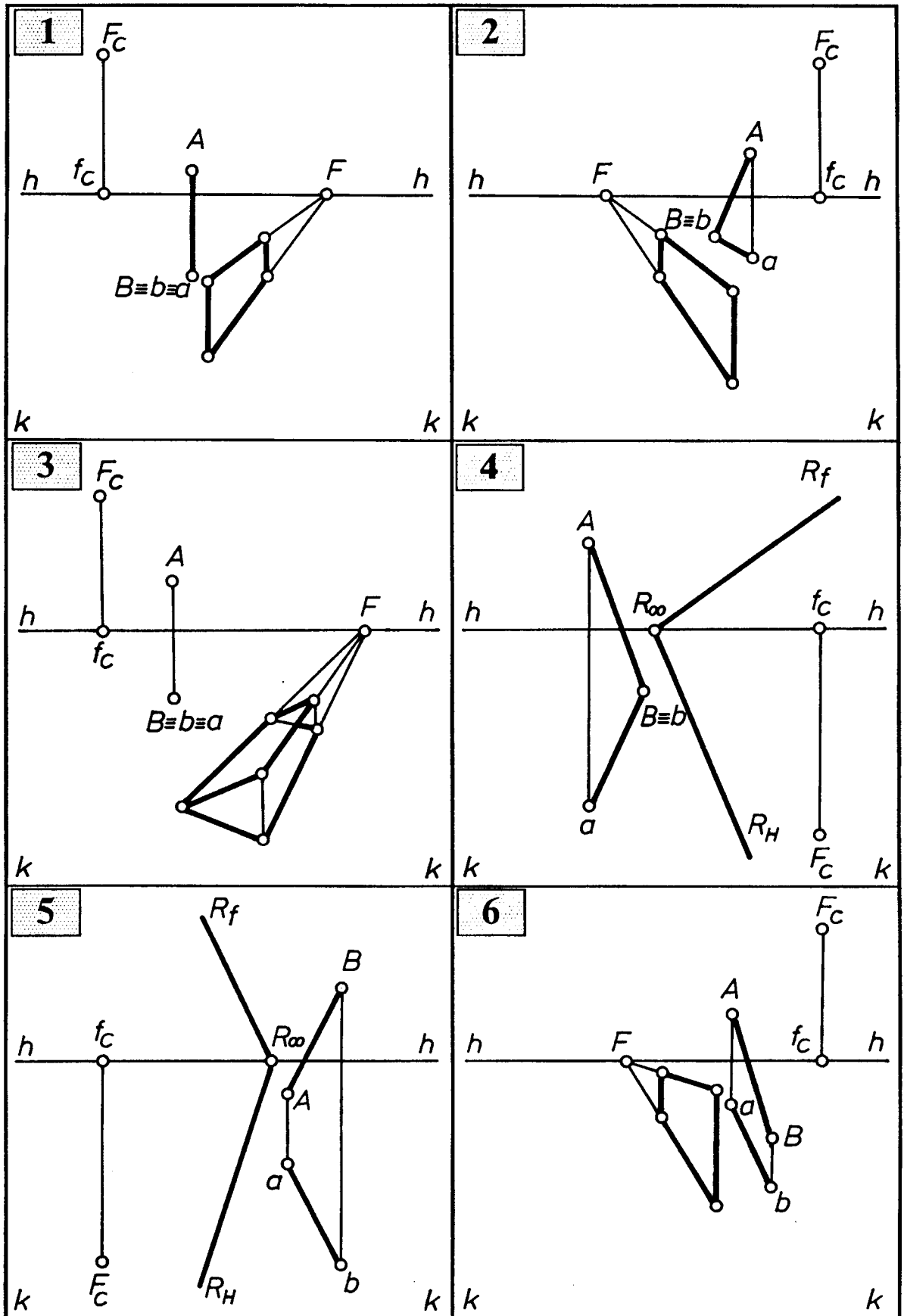


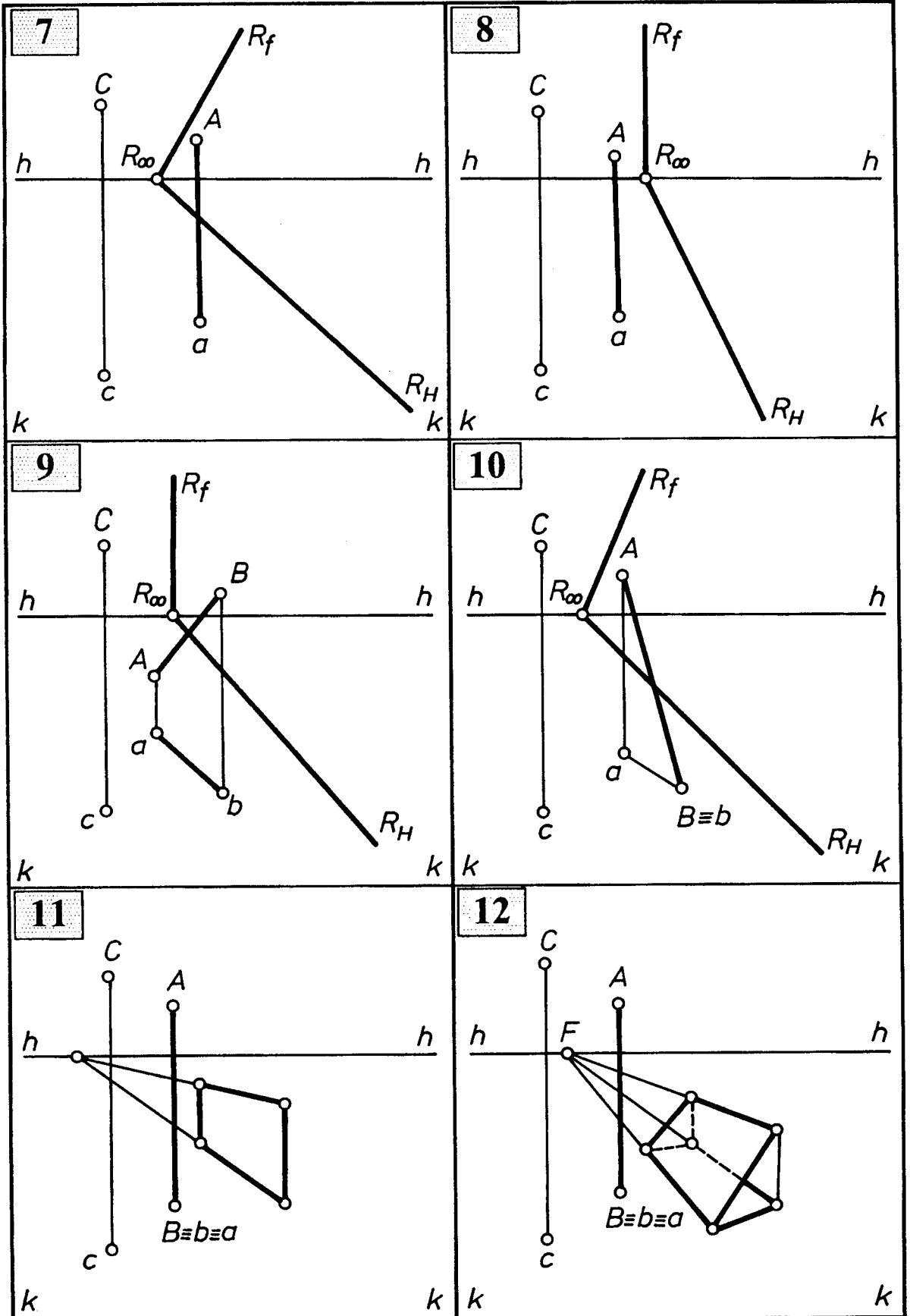
Завдання 11. Побудова тіні від відрізка

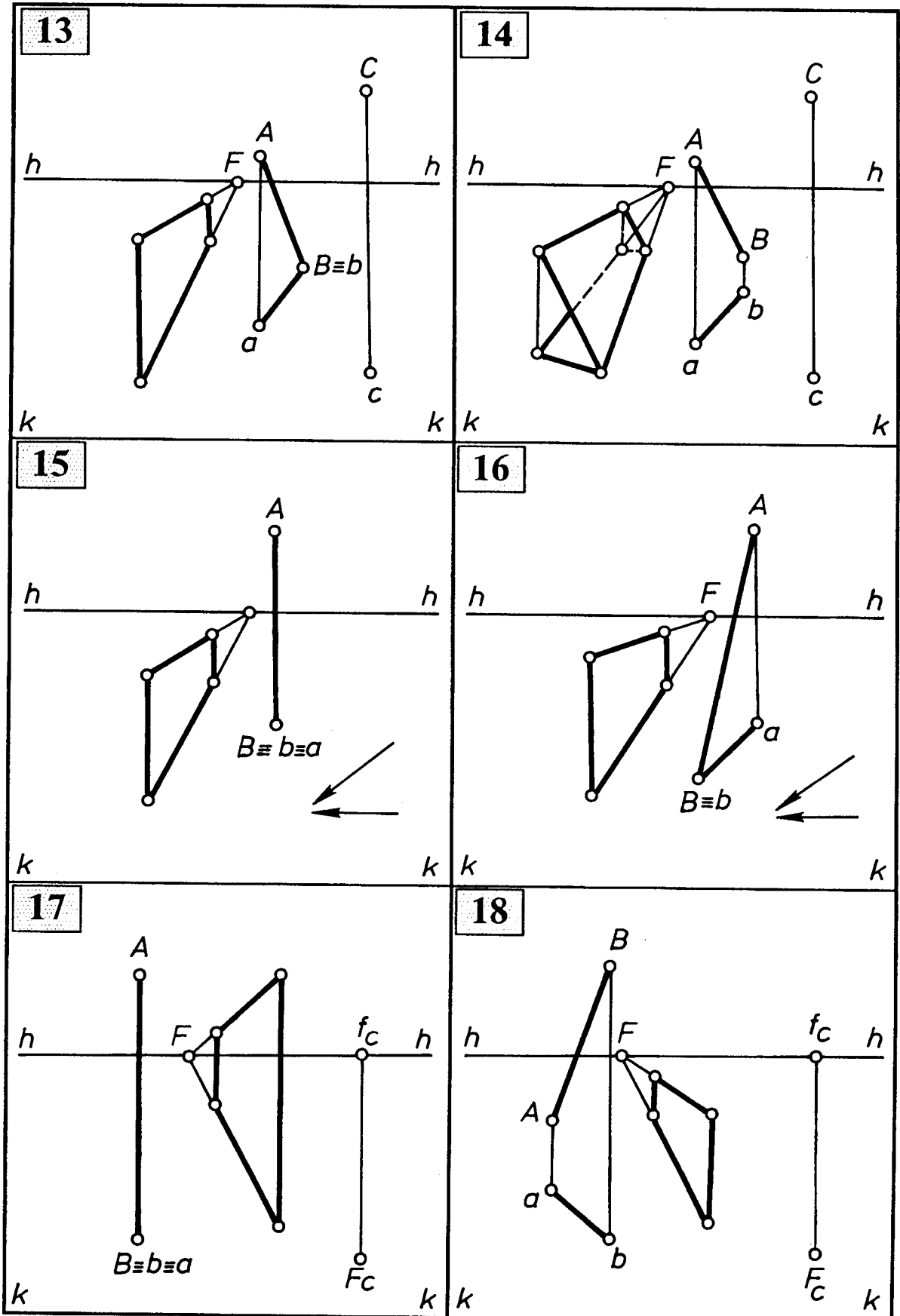
Побудувати тінь від відрізка AB на задану площину при штучному або сонячному (природному) освітленні. Завдання виконують олівцем на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.11. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.11.

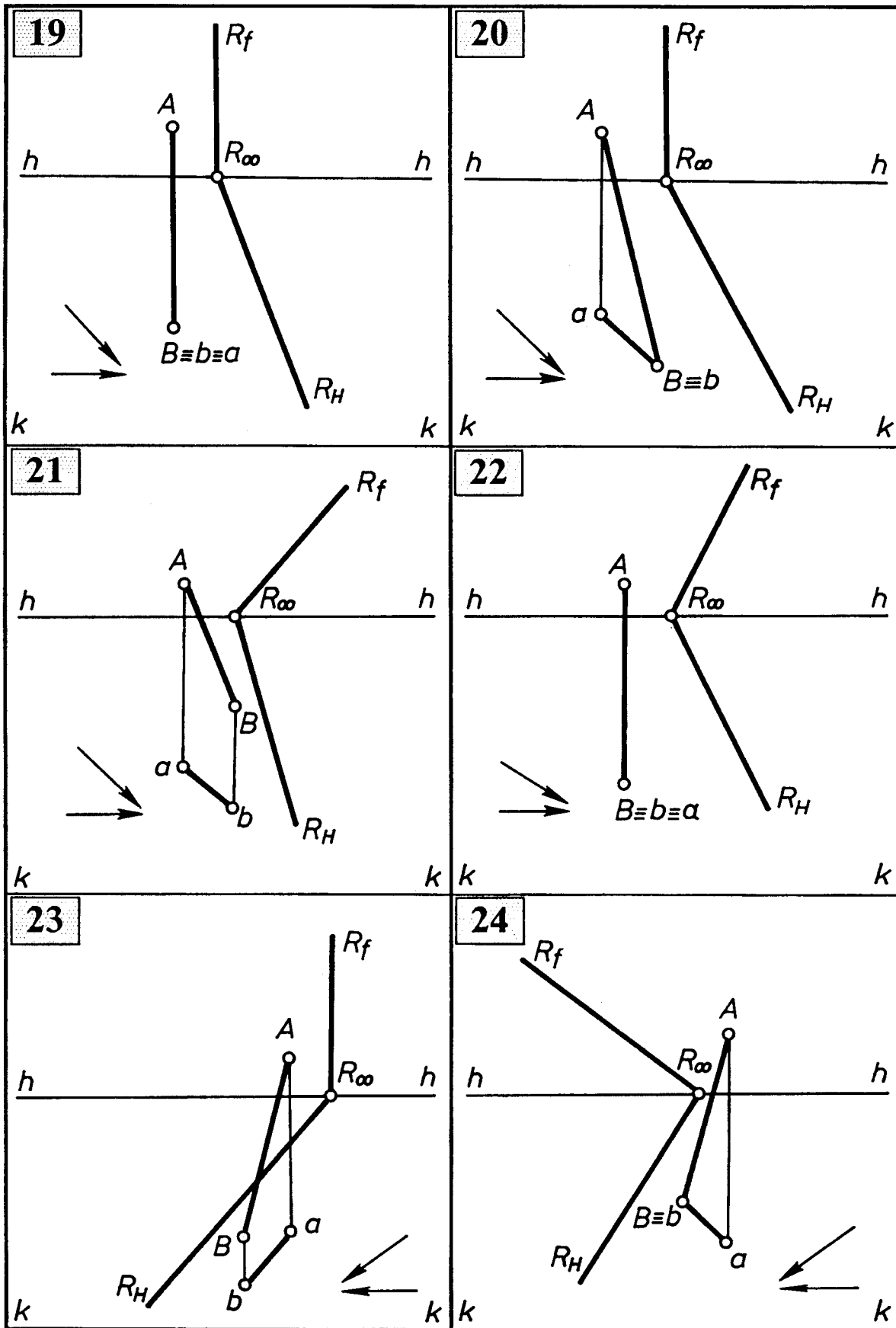
<i>Побудова тіні від відрізка</i>		Варіант 31
Креслив	Козак	Завдання 11
Перевіряв	Антонюк	
		Пр.У. зр. ХГ-11

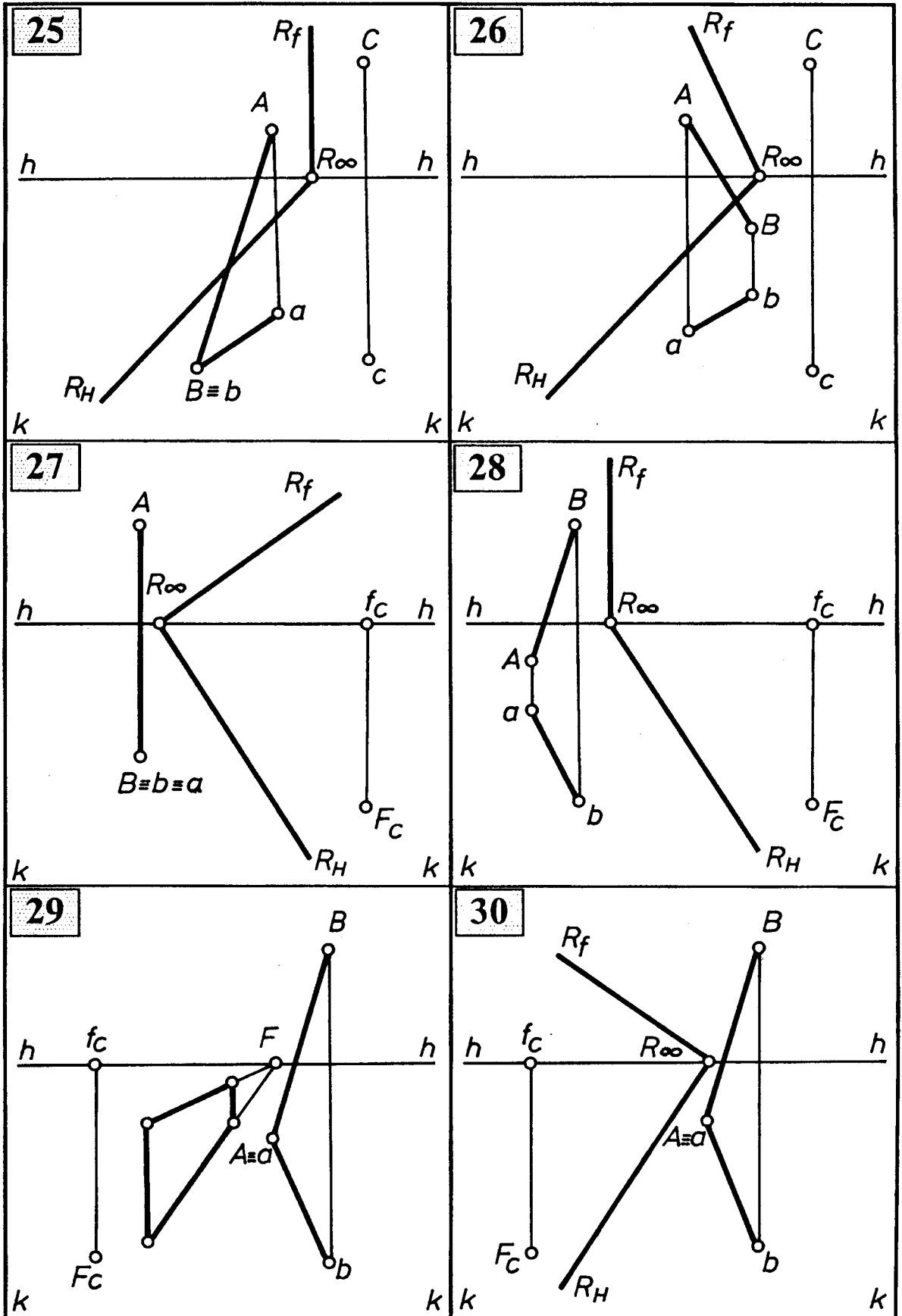
Рис. Д.2.11





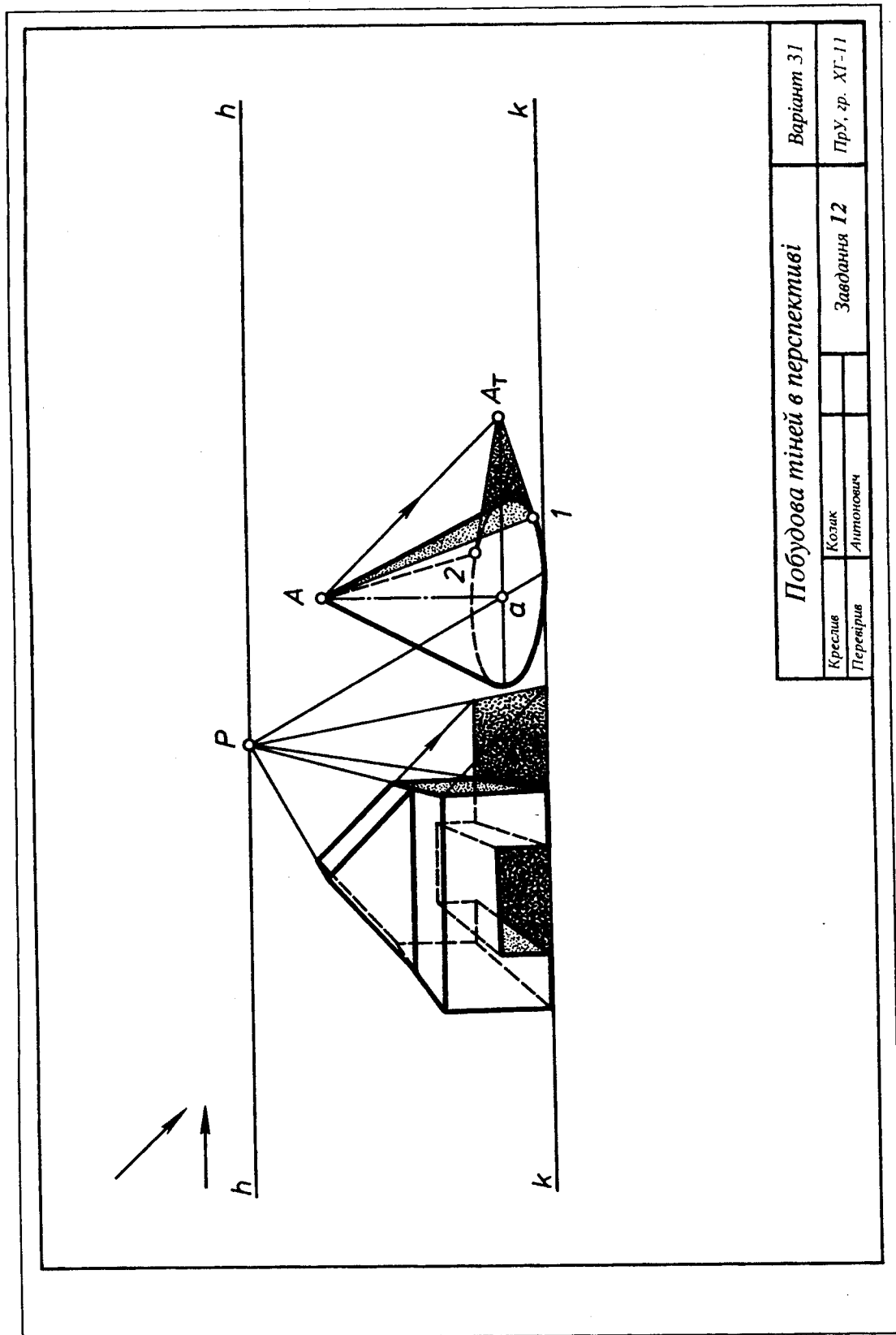






Завдання 12. Побудова тіней у перспективі

Побудувати перспективу власних і падаючих тіней від групи тіл при сонячному (природному) освітленні, яке розташоване збоку. Використати перспективу групи тіл, побудовану в завданні 10. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.12.



Побудова тіней в перспективі		Варіант 31	
Креслив	Козак	Перевірив	Пру, гр. ХГ-11
Перевірив	Антонович	Завдання 12	

Рис. Д.2.12

Завдання 13. Спосіб архітекторів

Побудувати перспективу предмета, заданого його прямокутними проекціями, способом архітекторів. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.13. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.12.

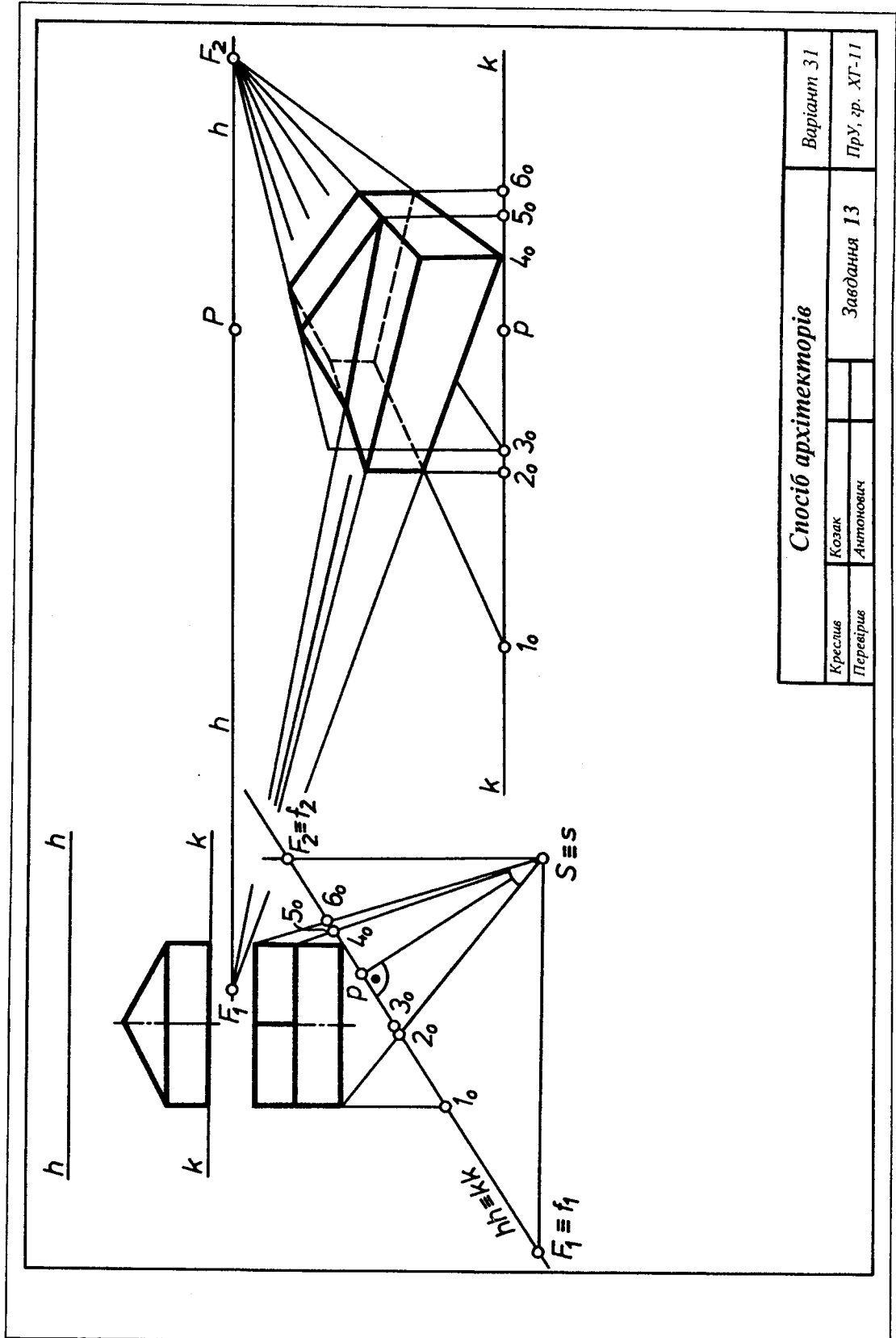
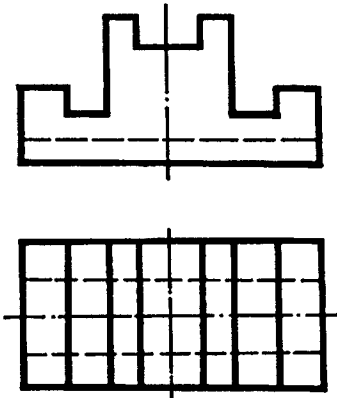
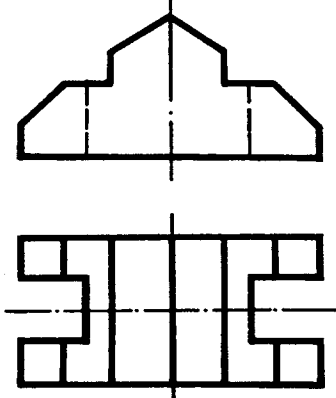
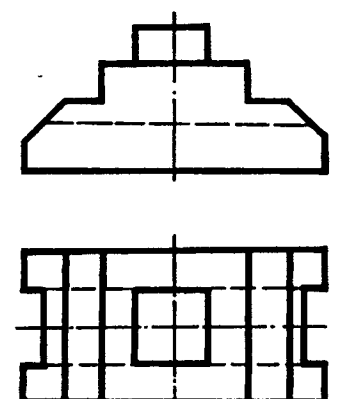
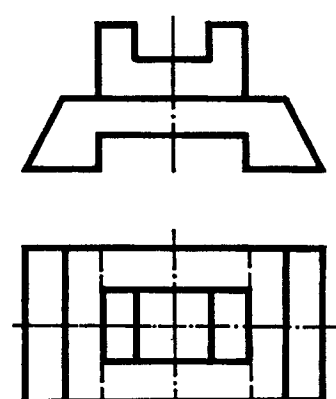
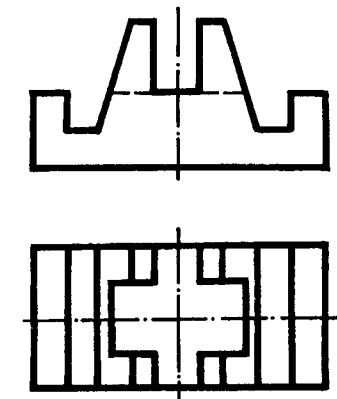
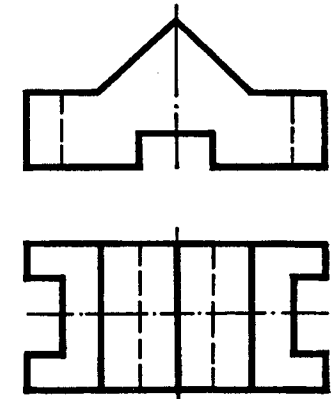
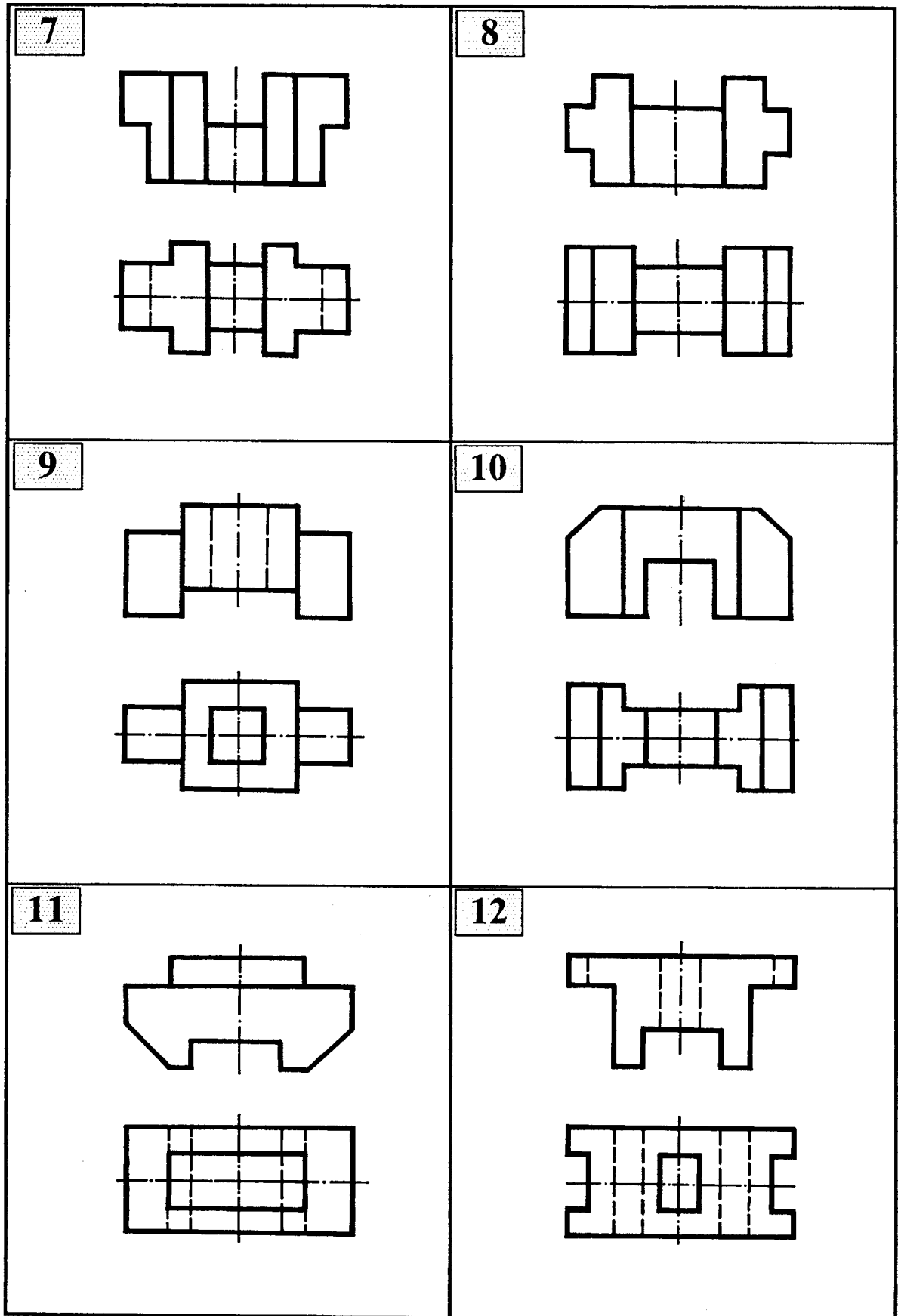


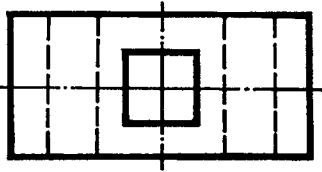
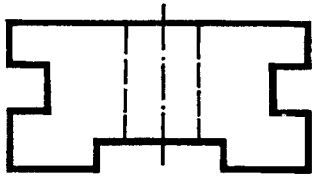
Рис. Д.2.13

Таблиця Д 2.12

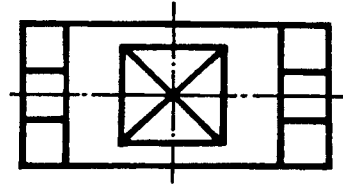
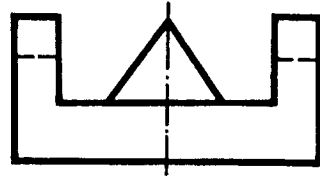
<p>1</p> 	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 



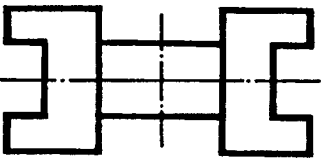
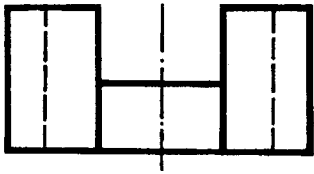
13



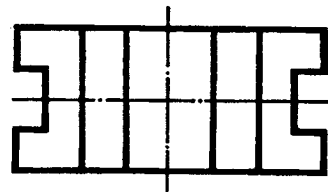
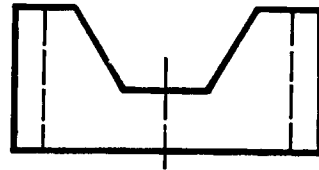
14



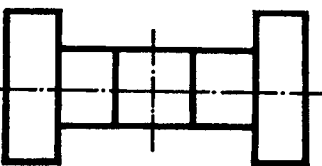
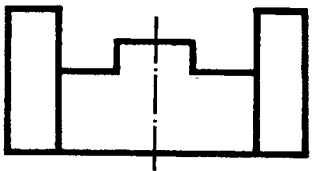
15



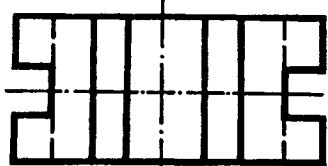
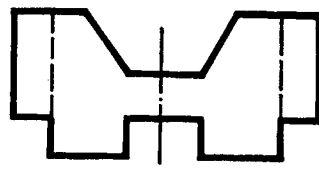
16



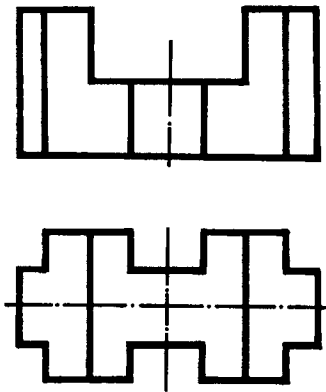
17



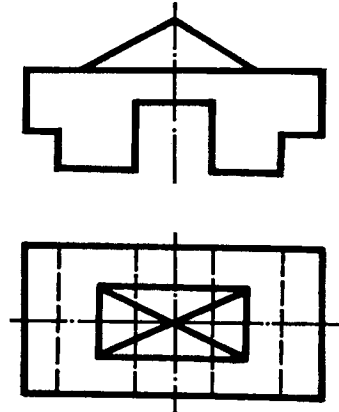
18



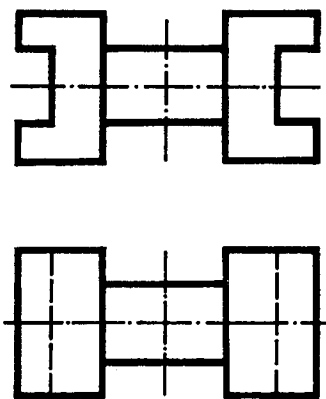
19



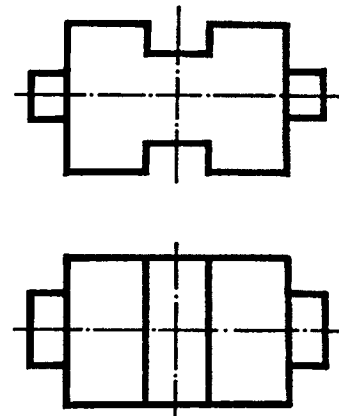
20



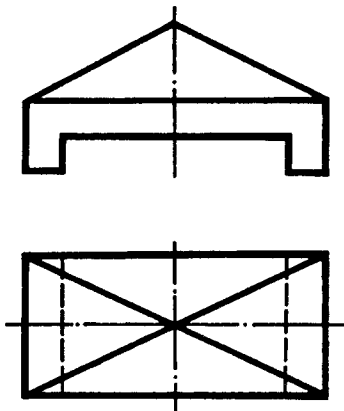
21



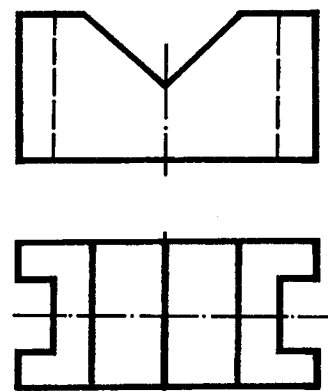
22

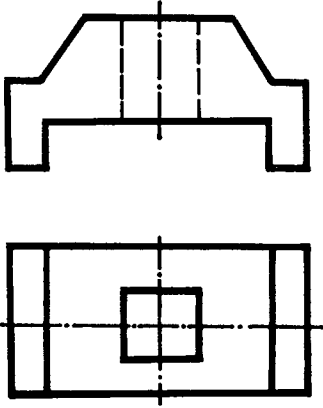
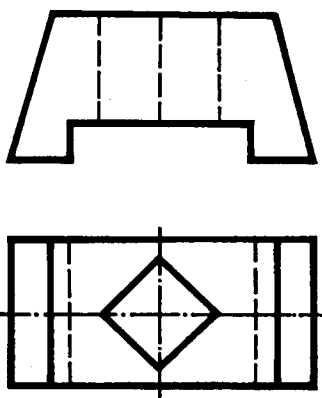
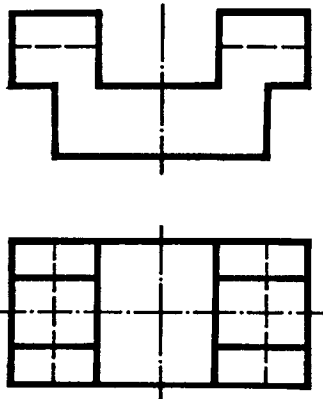
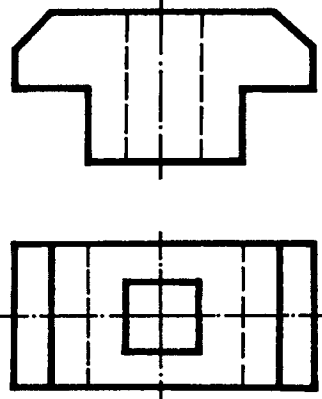
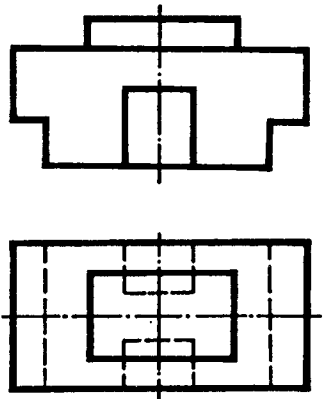
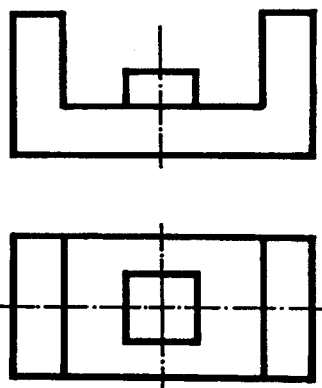


23



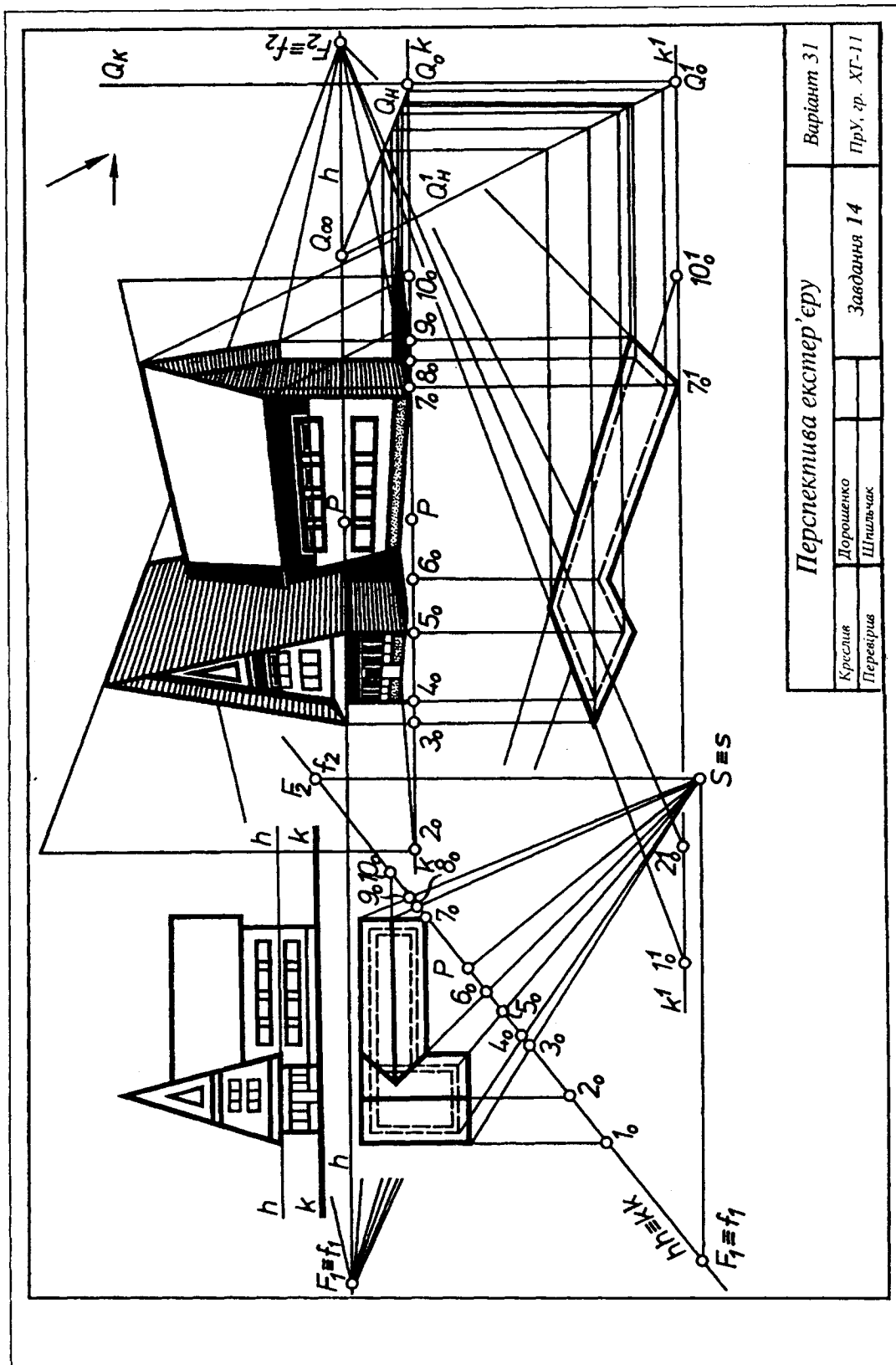
24



<p>25</p> 	<p>26</p> 
<p>27</p> 	<p>28</p> 
<p>29</p> 	<p>30</p> 

Завдання 14. Перспектива екстер'єру

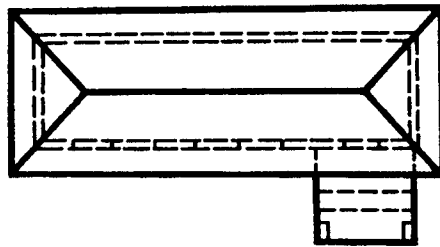
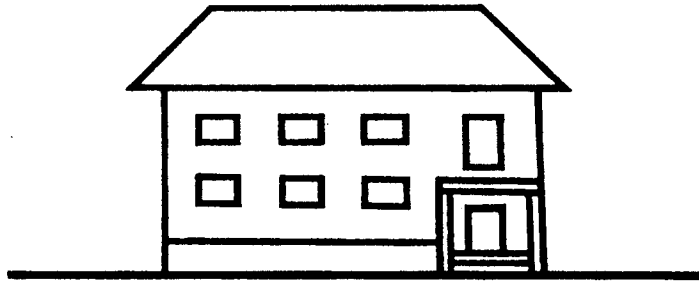
Побудувати перспективу екстер'єру архітектурного об'єкта за заданими прямокутними проекціями. Побудувати власні та падаючі тіні при сонячному (природному) освітленні. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.14. Дані до завдання взяти з табл. Д 2.13.



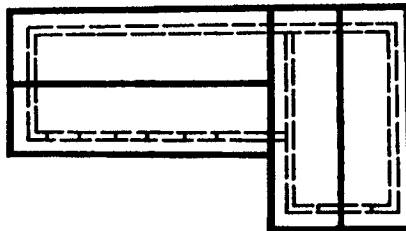
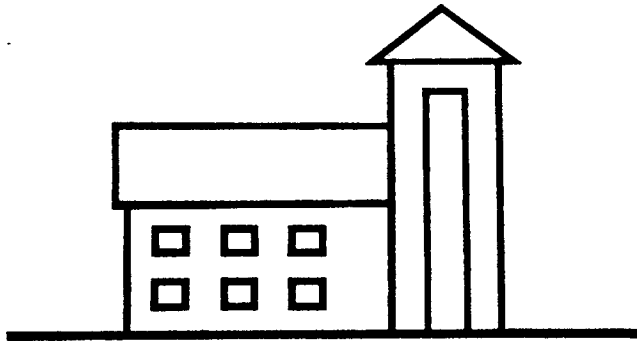
Перспектива екстер'єру		Варіант 31	
Креслик	Дорошенко	Завдання 14	ПрУ, гр. ХГ-11
Перевірив	Шпильчак		

Рис. Д.2.14

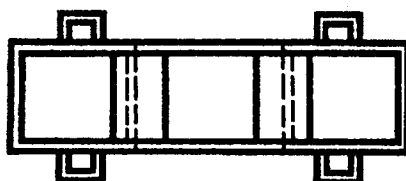
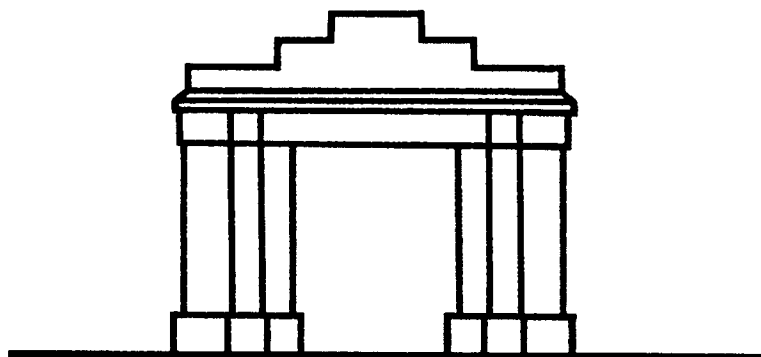
1



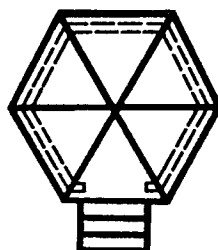
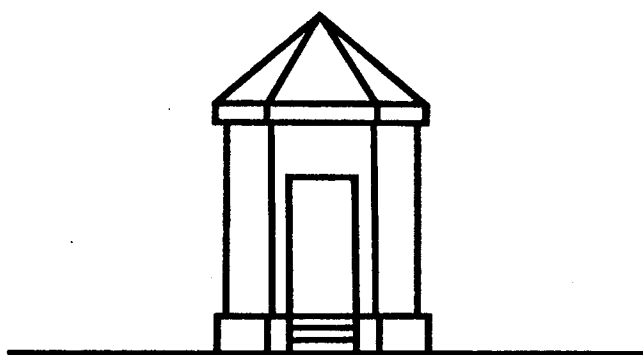
2



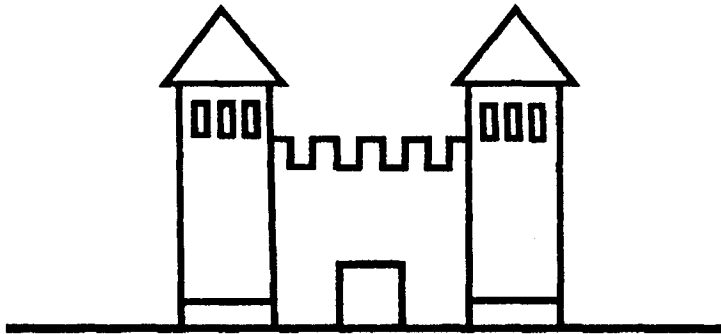
3



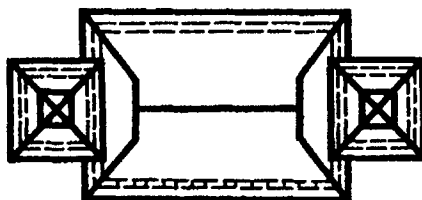
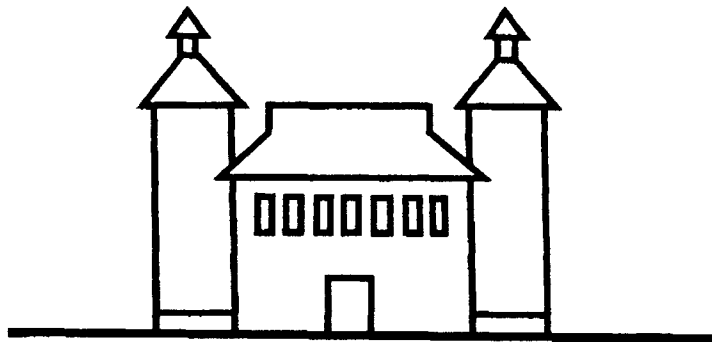
4



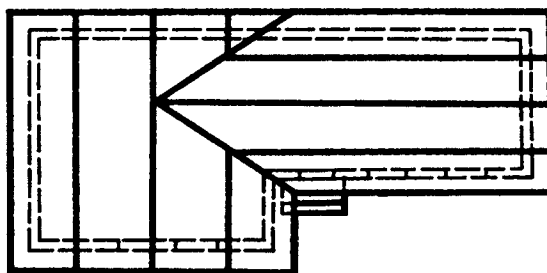
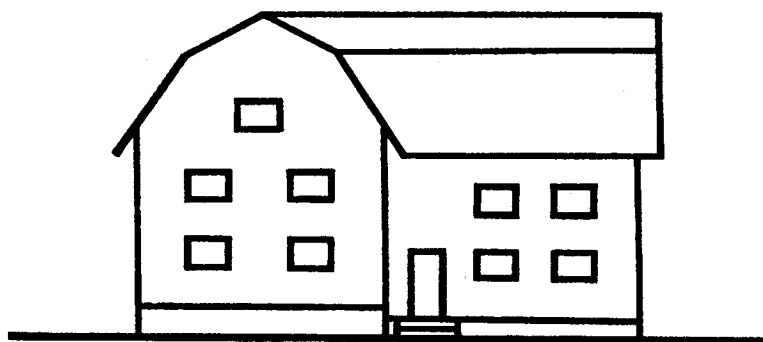
5



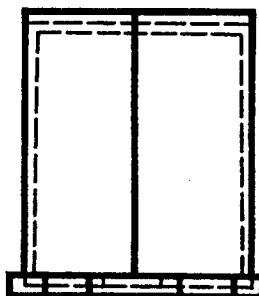
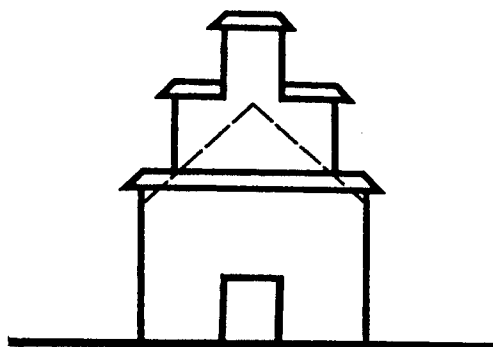
6



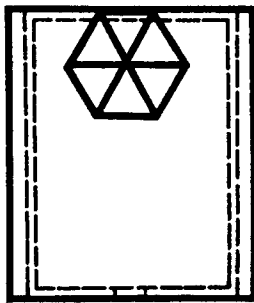
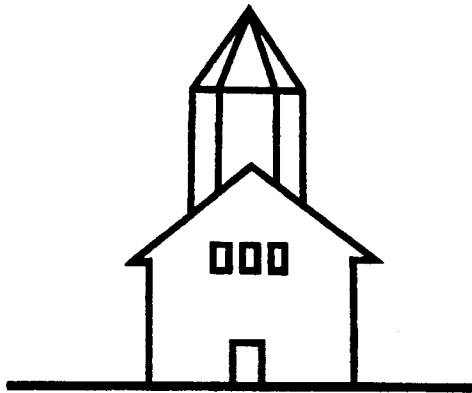
7



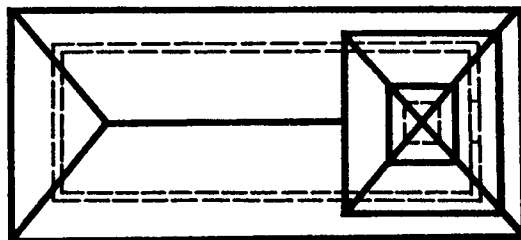
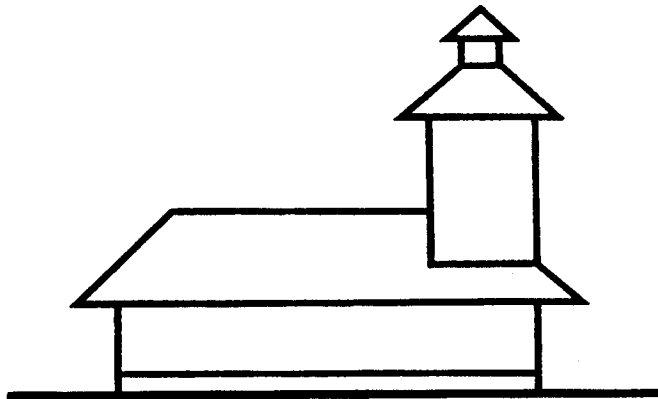
8



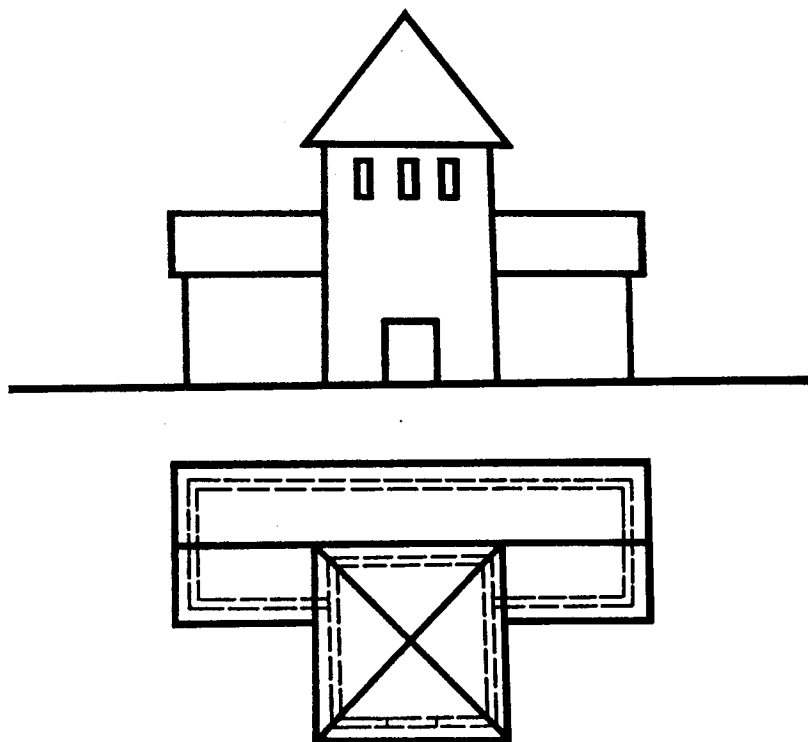
9



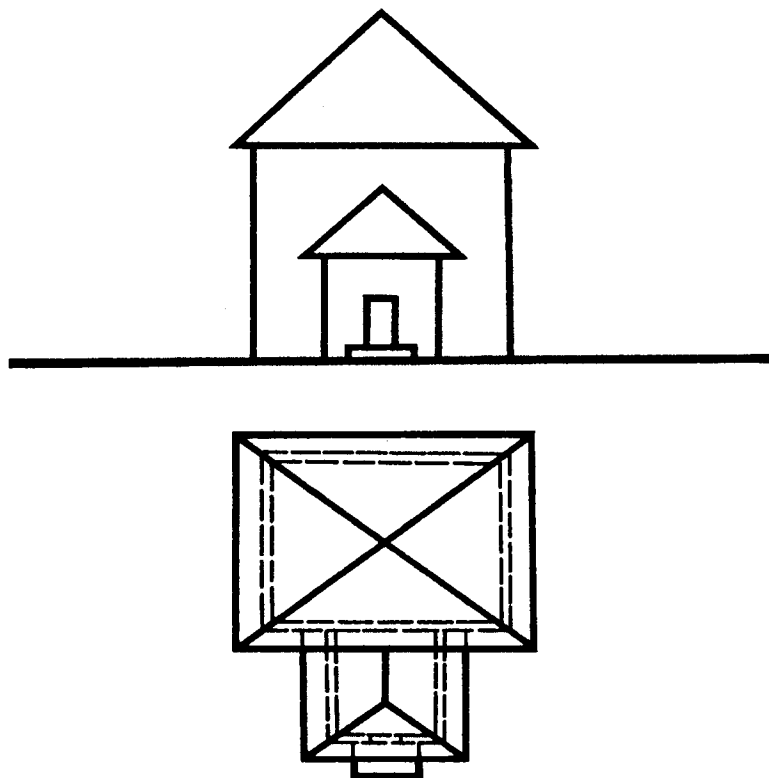
10



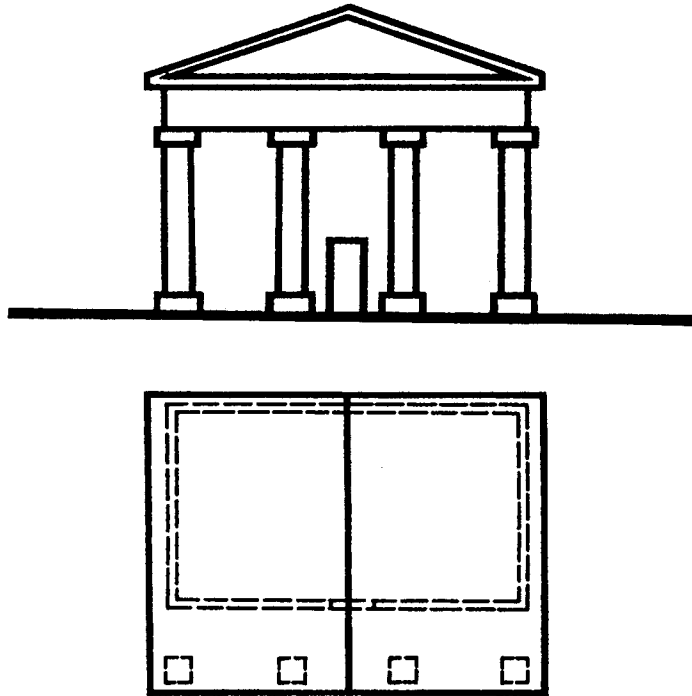
11



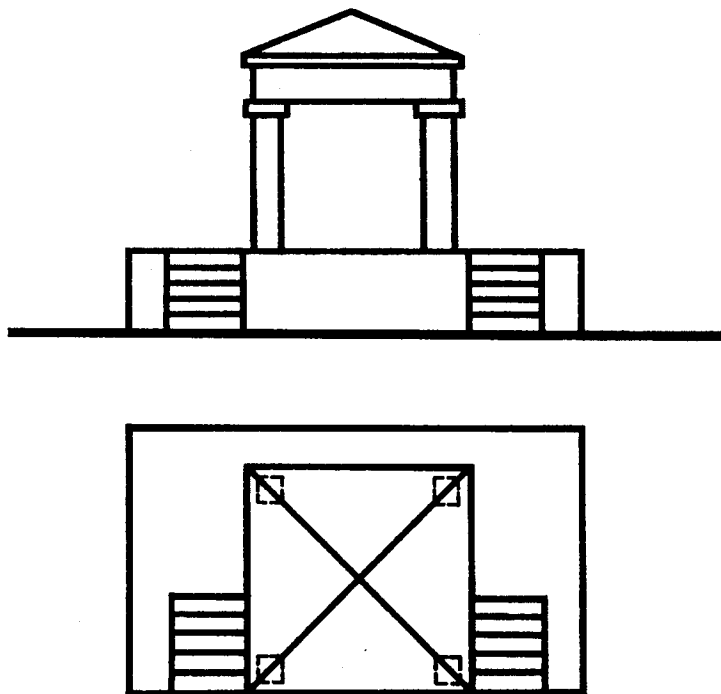
12



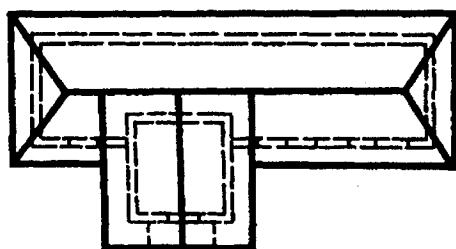
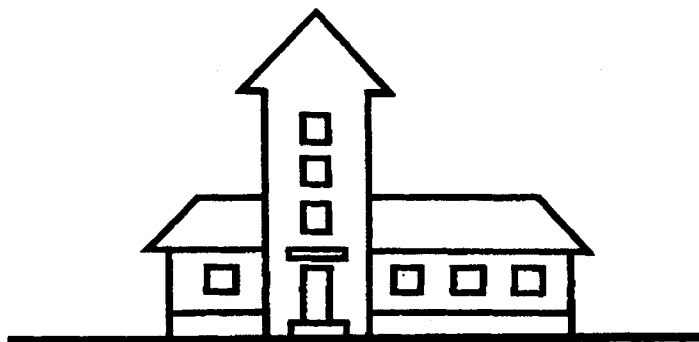
13



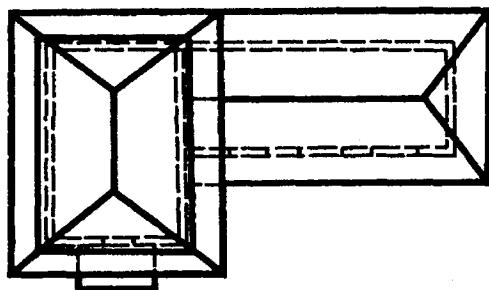
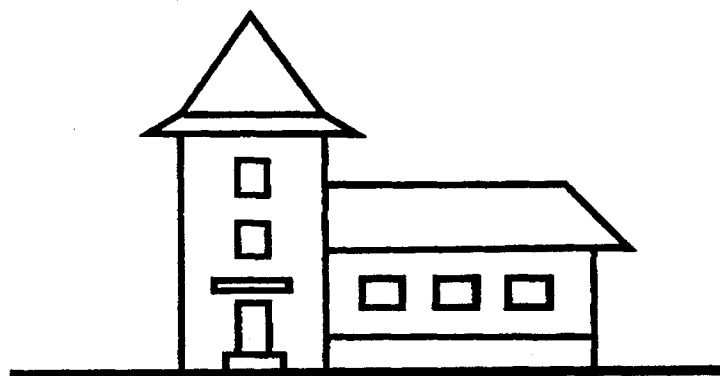
14



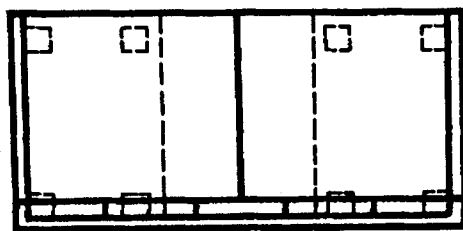
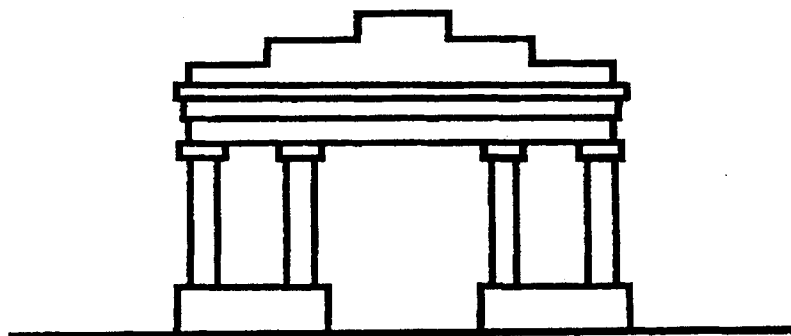
15



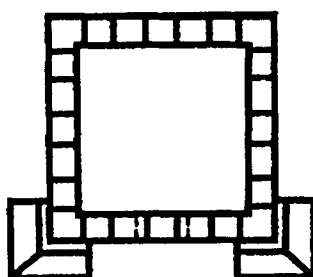
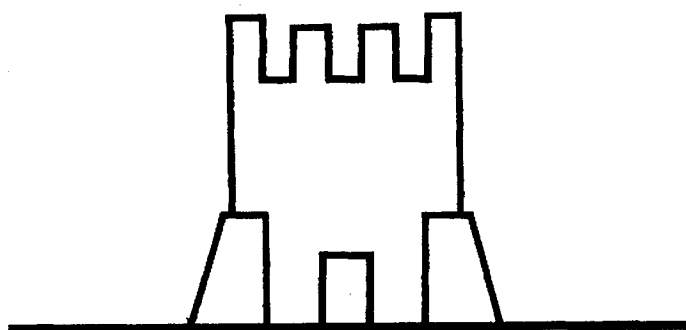
16



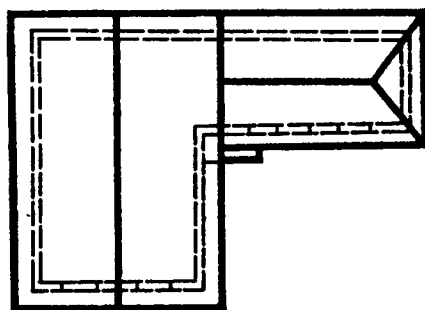
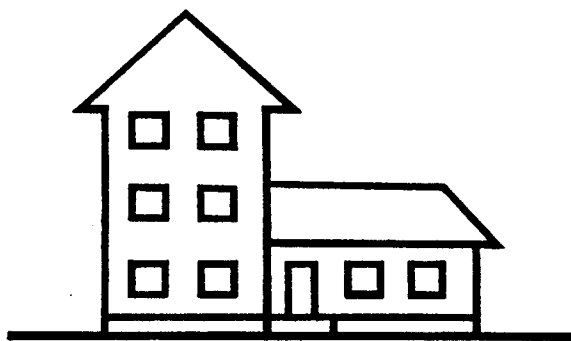
17



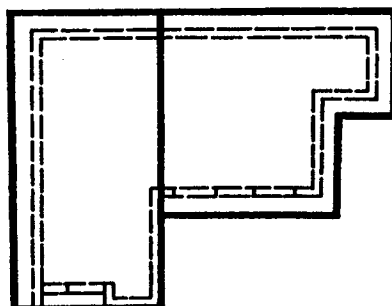
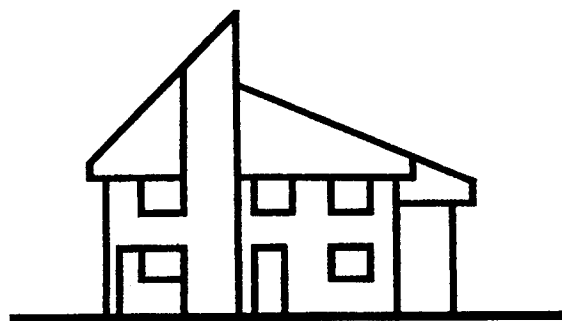
18



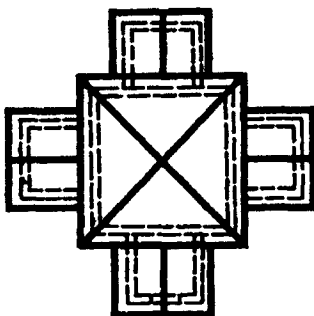
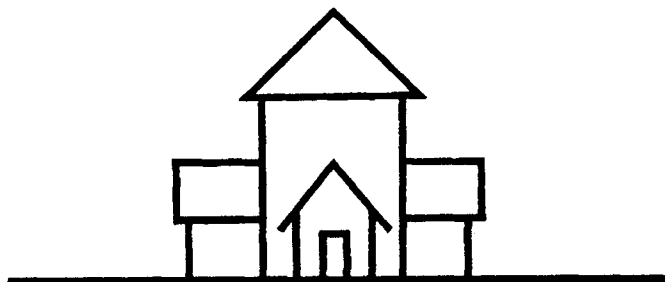
19



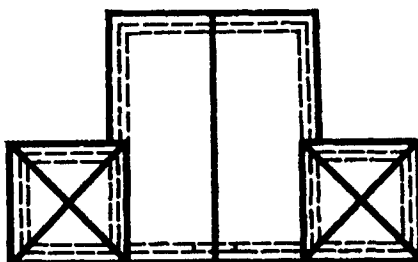
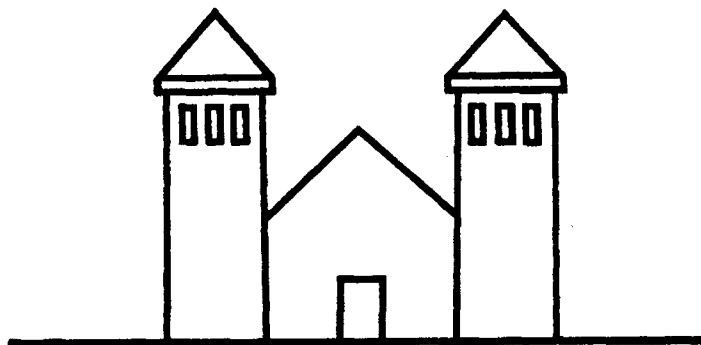
20



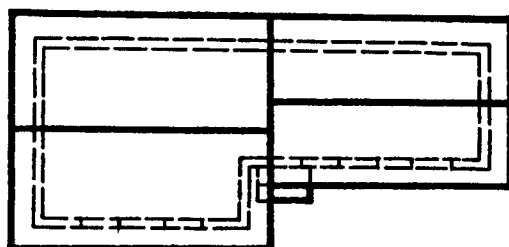
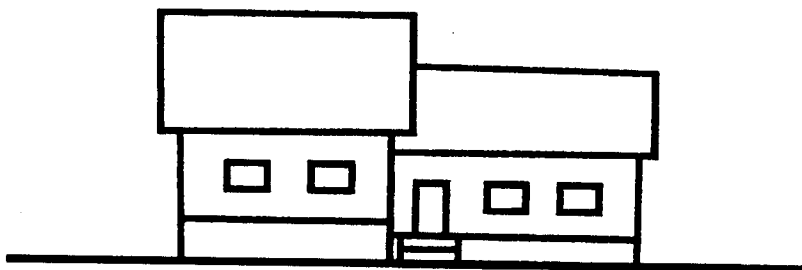
21



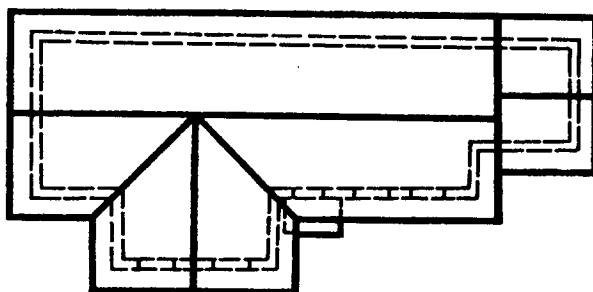
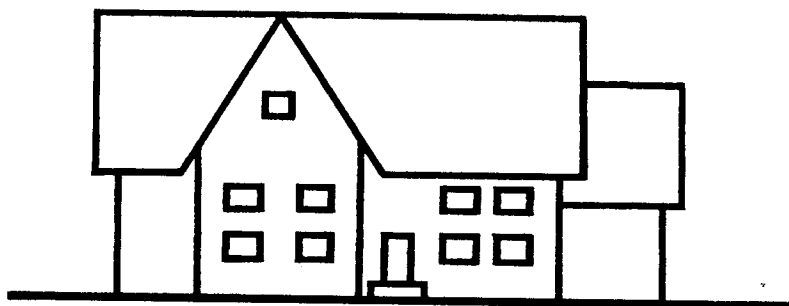
22



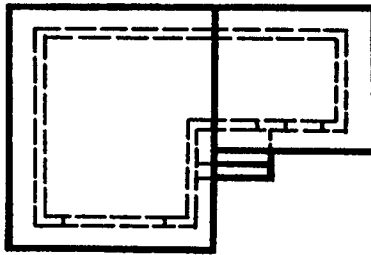
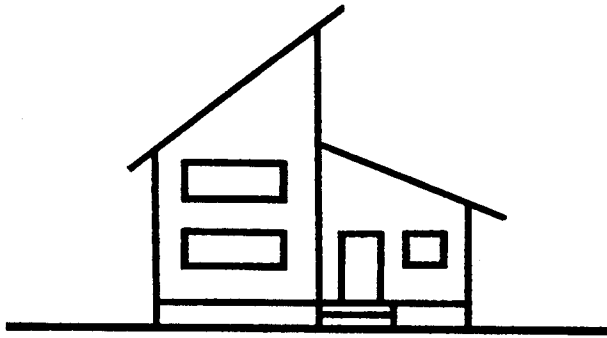
23



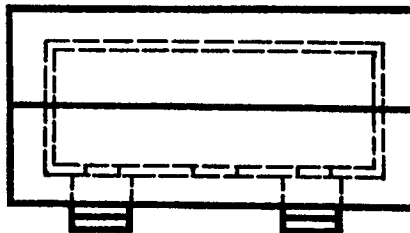
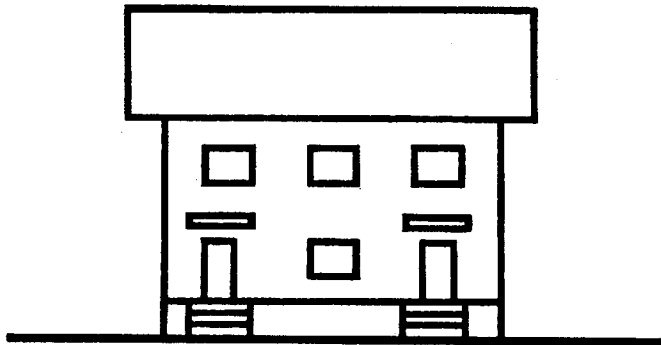
24



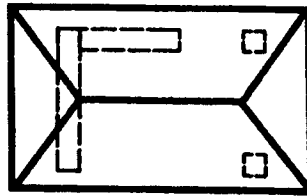
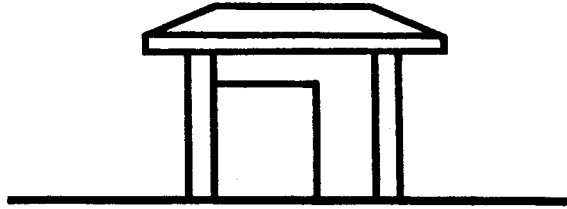
25



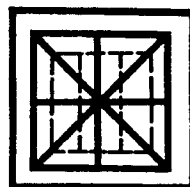
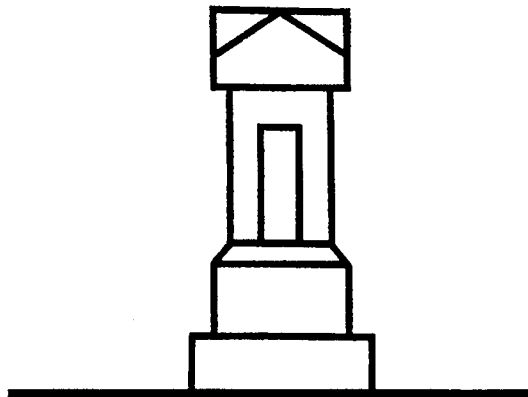
26



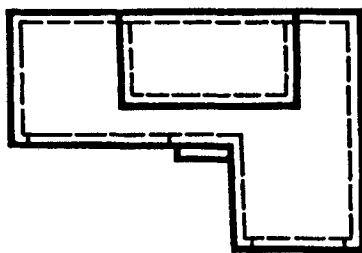
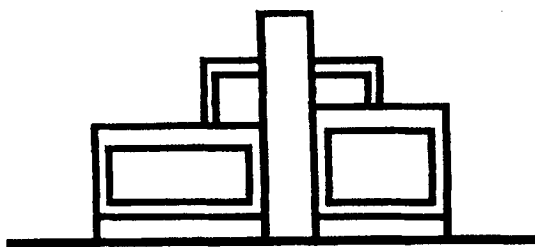
27



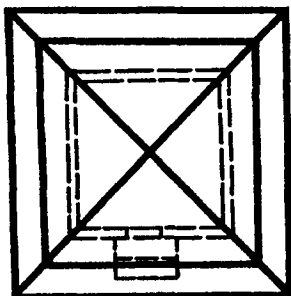
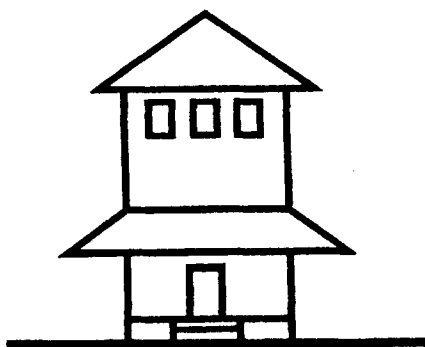
28



29

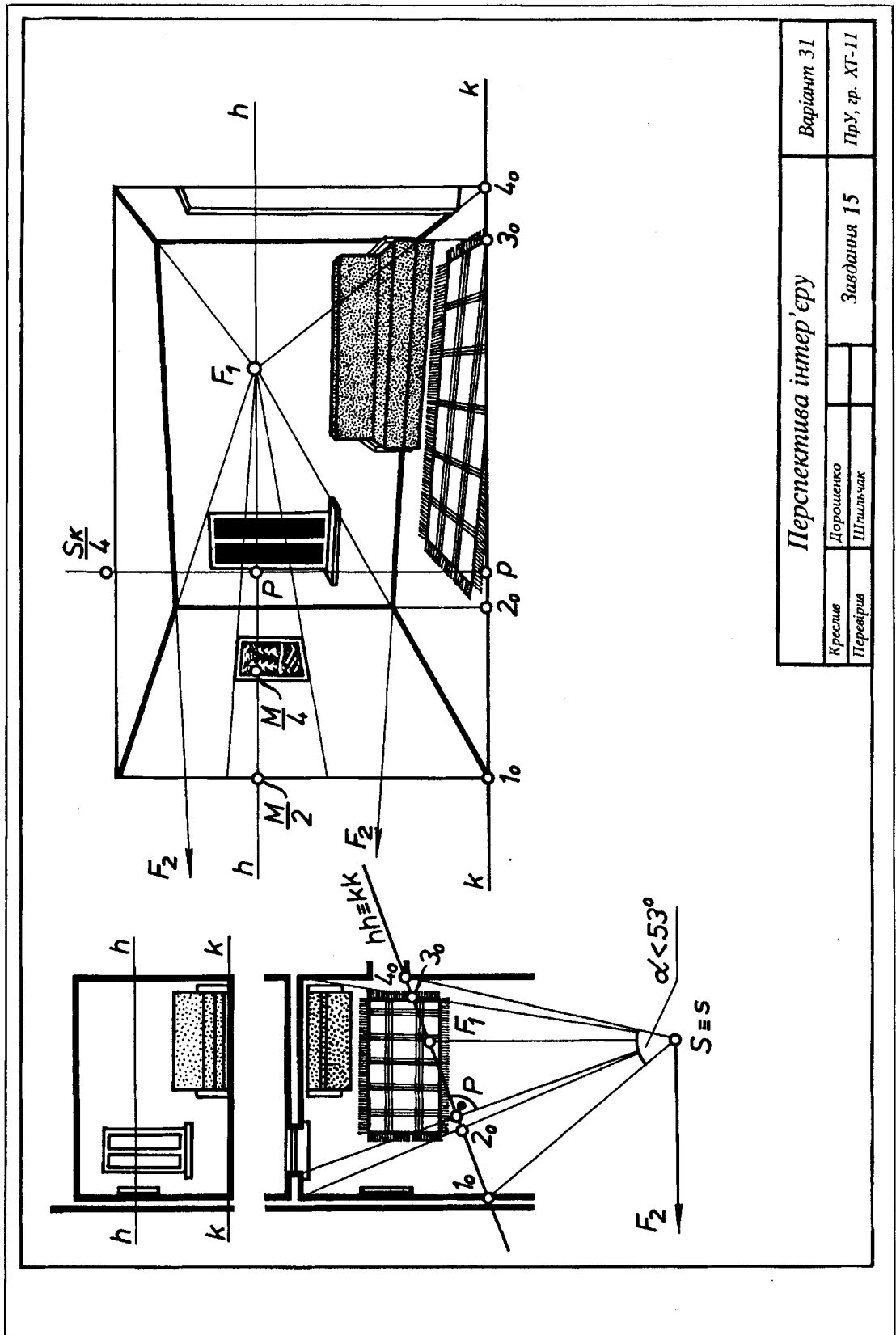


30



Завдання 15. Перспектива інтер'єру

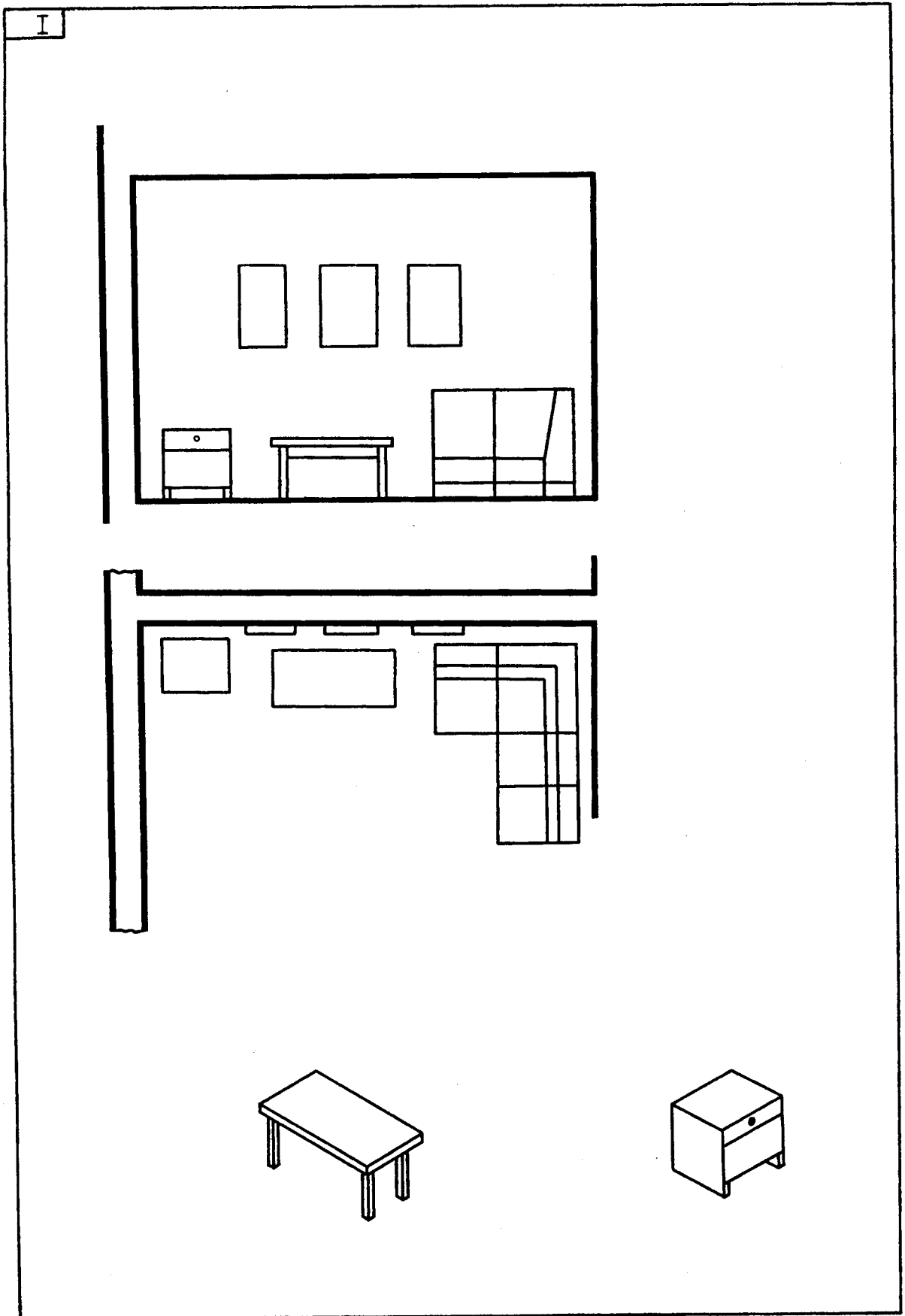
Побудувати перспективу інтер'єру з розташованими в ньому меблями за заданими ортогональними проекціями. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.15. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.14.

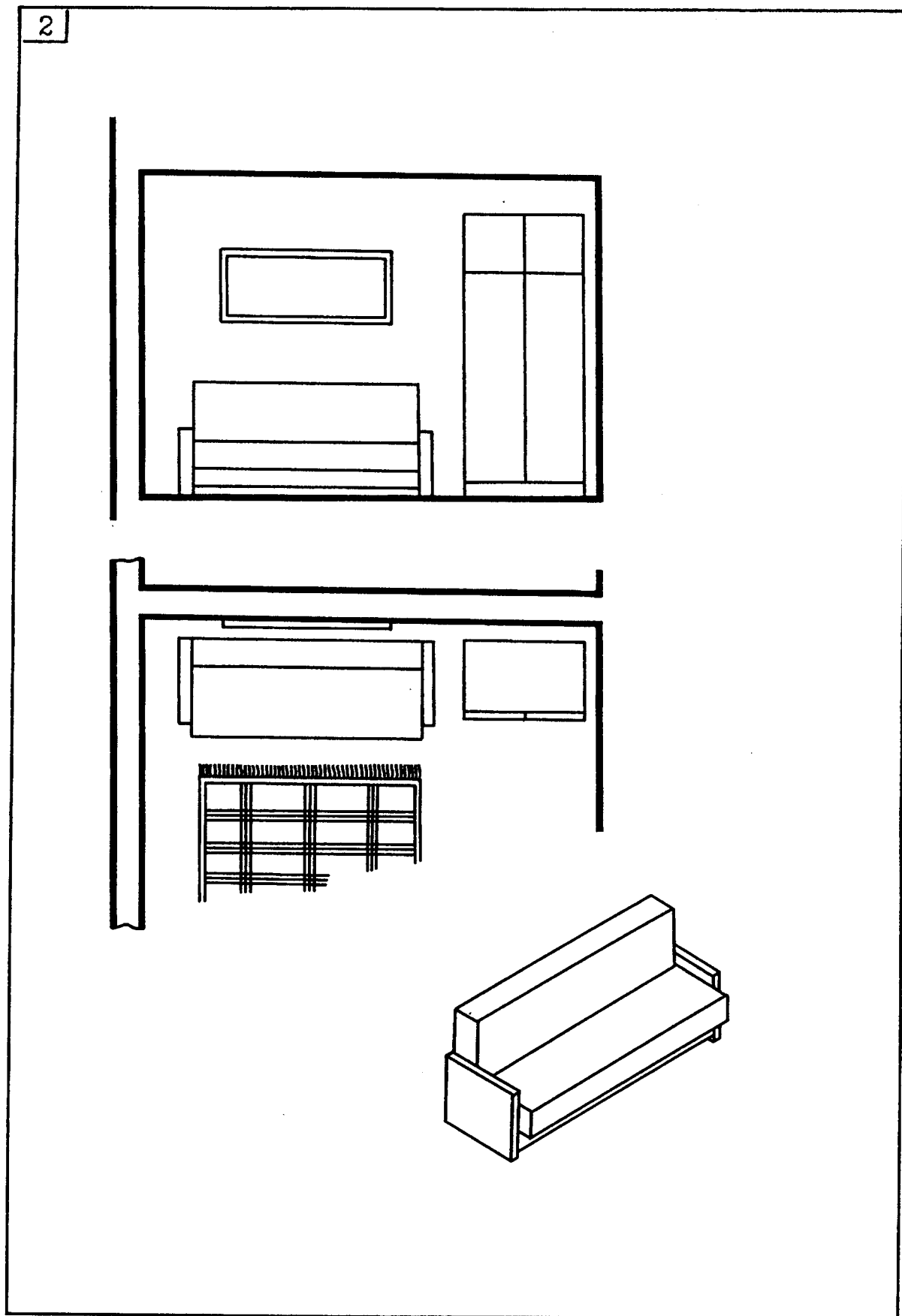


Перспектива інтер'єру		Варіант 31
		ПрУ, гр. ХТ-11
Кресля	Дорошенко	Завдання 15
Перевіря	Шпильчак	

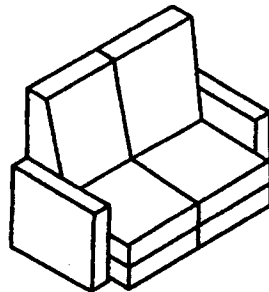
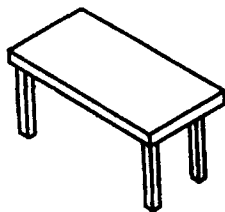
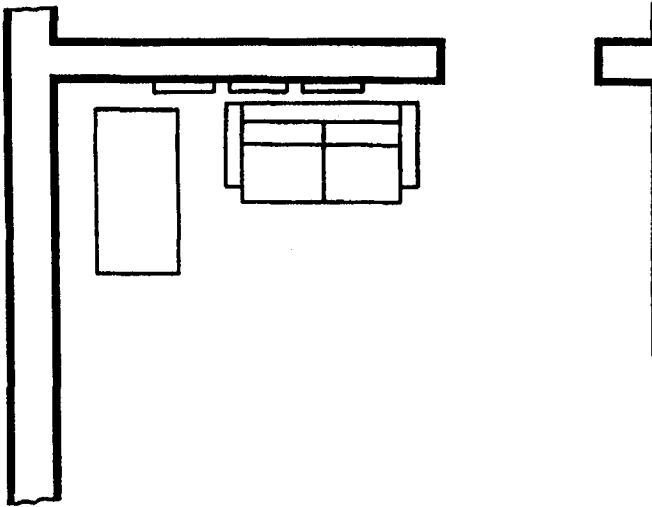
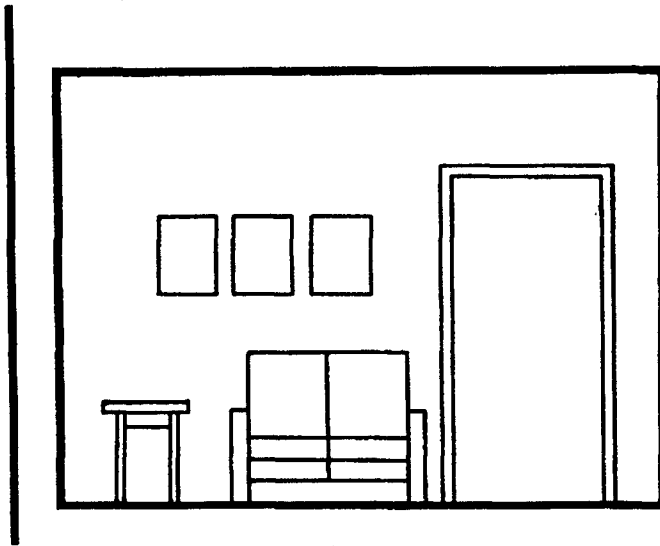
Рис. Д 2.15

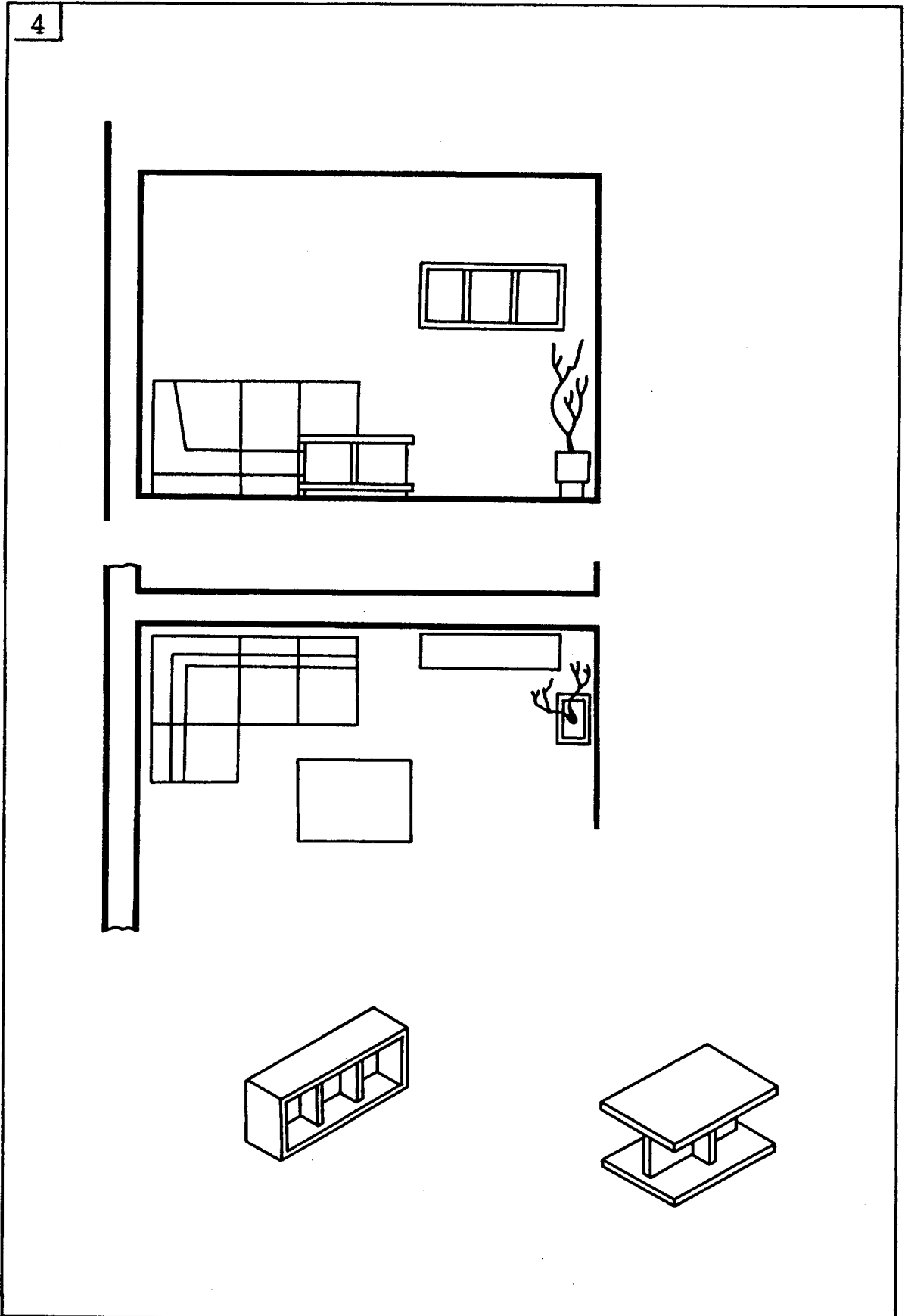
Таблиця Д 2.14

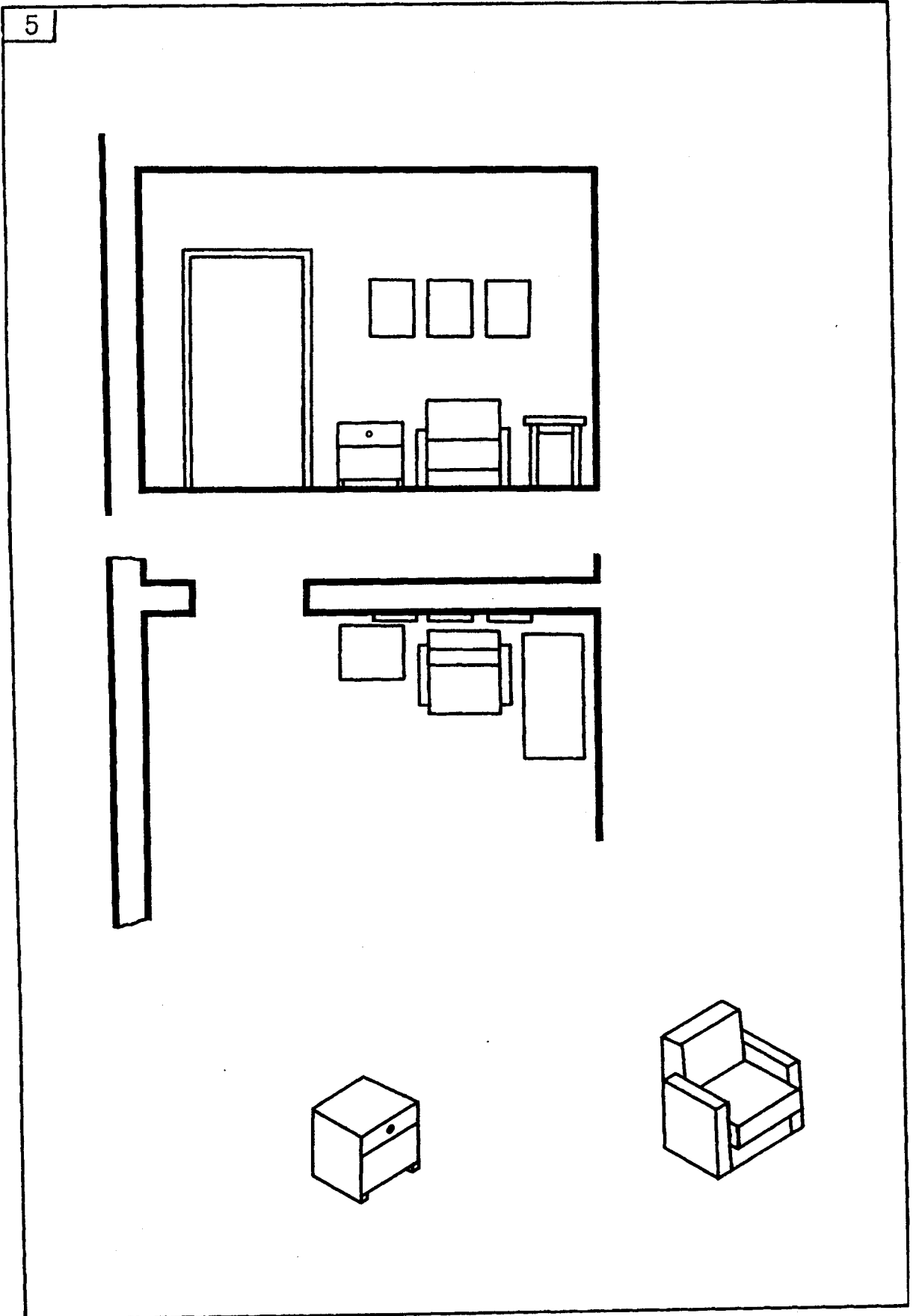


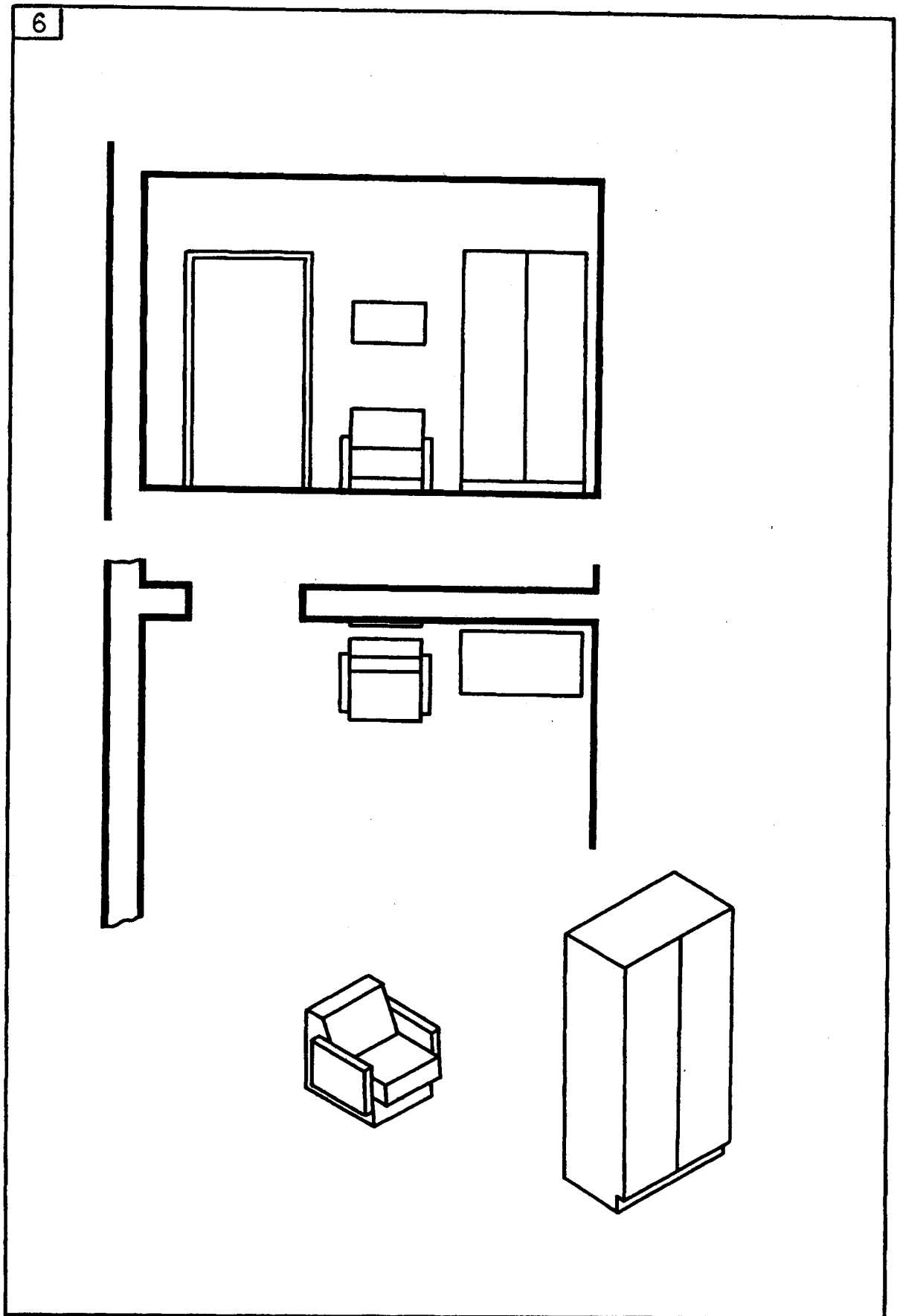


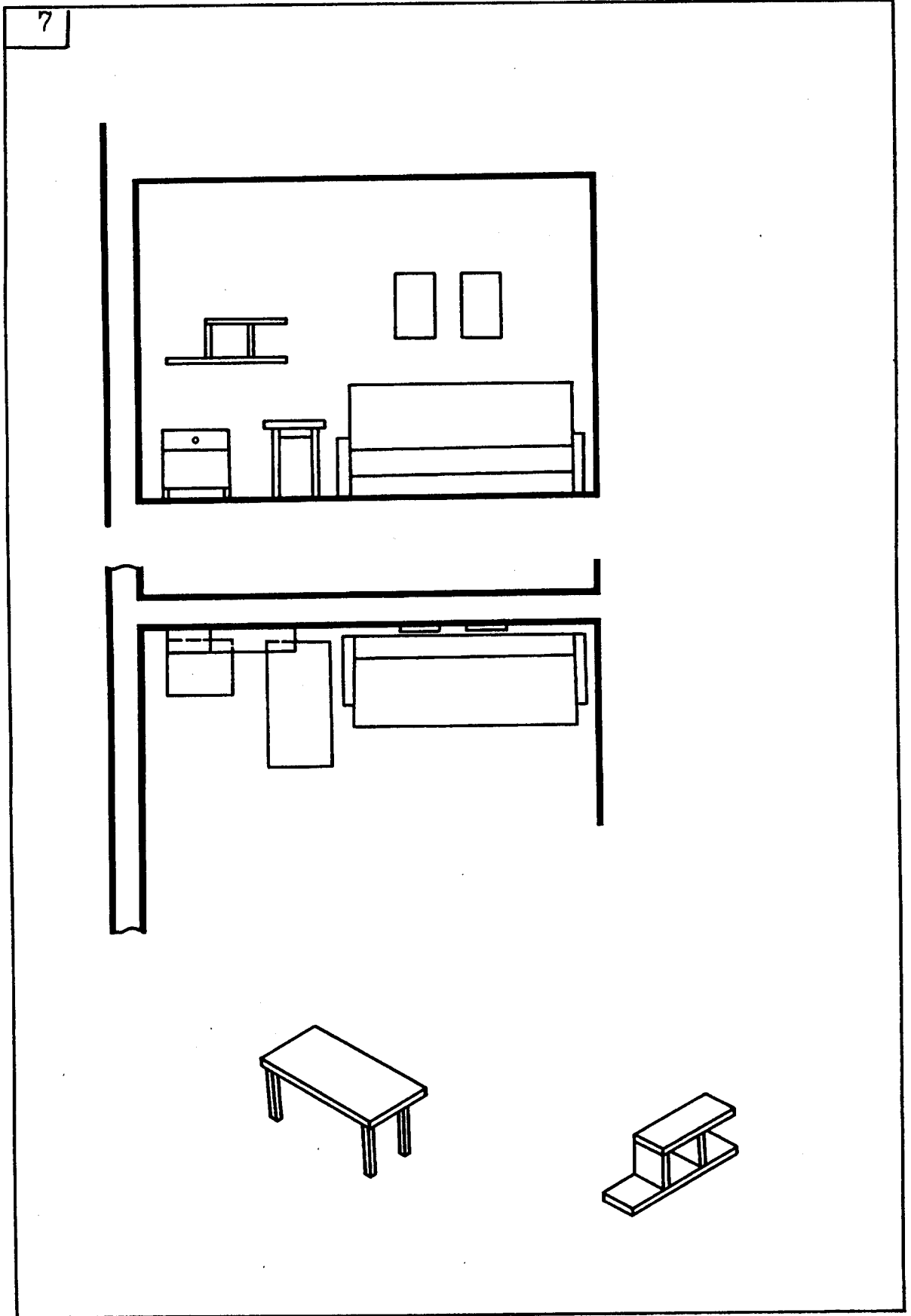
3

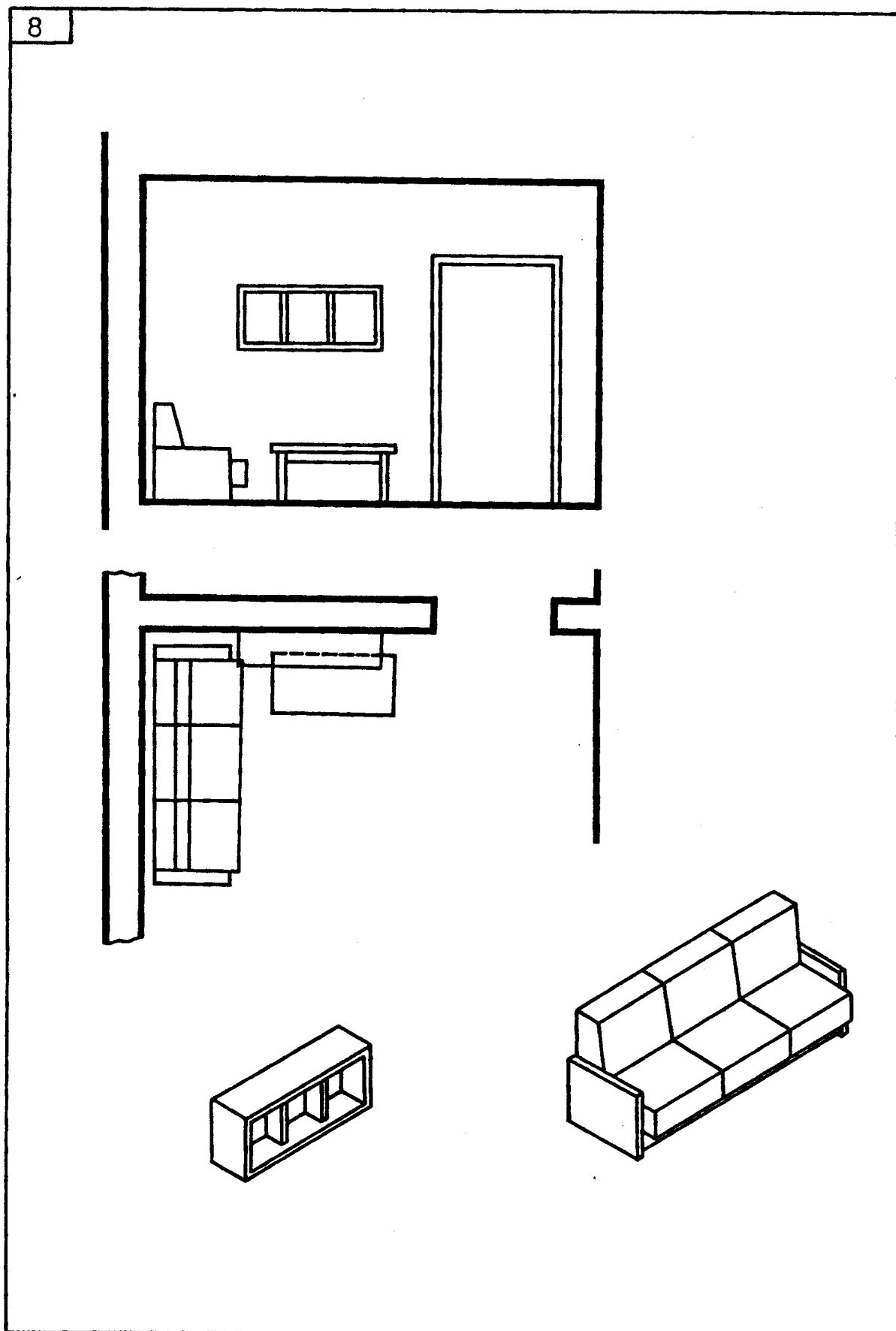


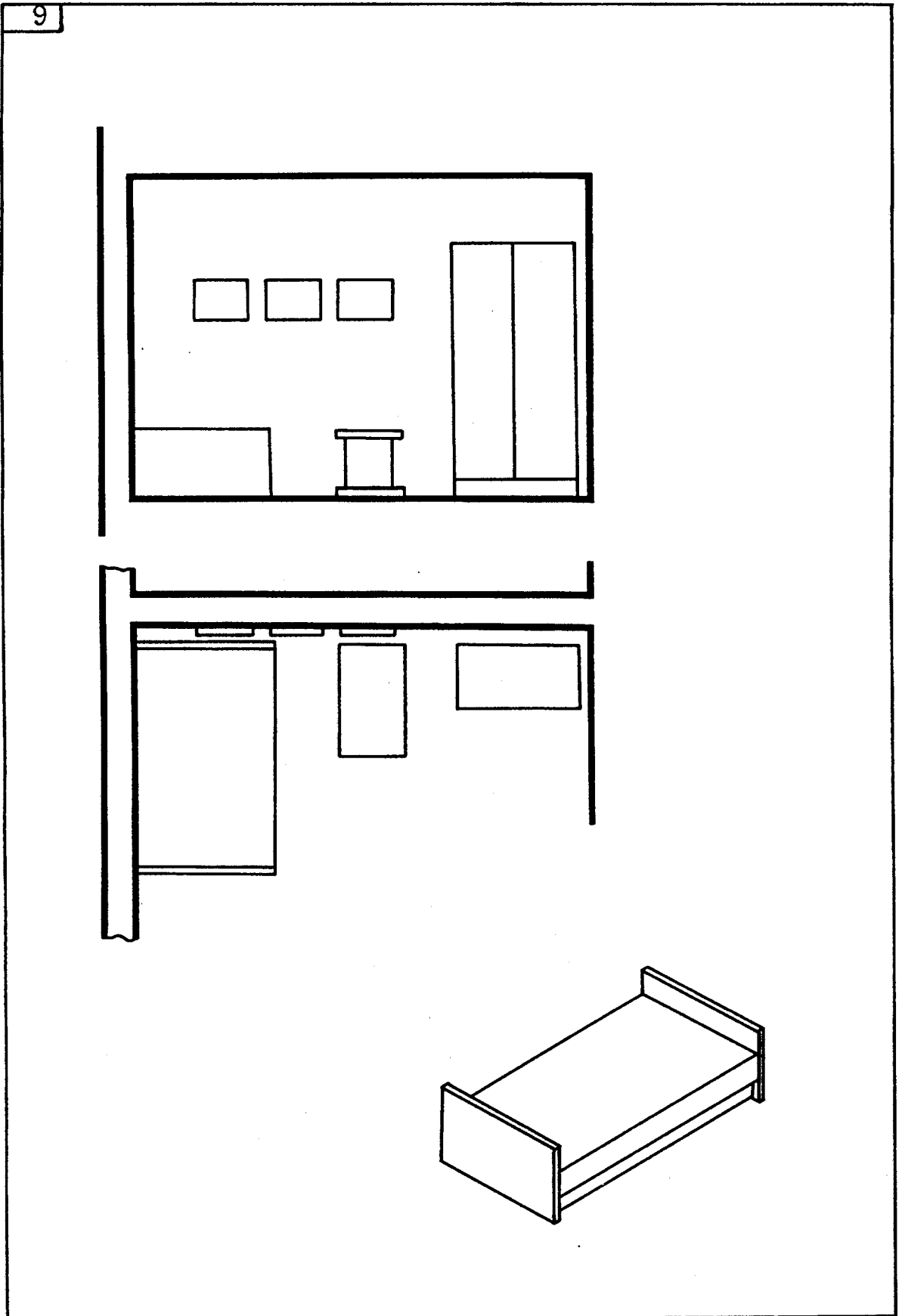




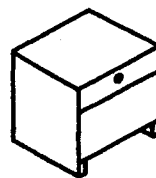
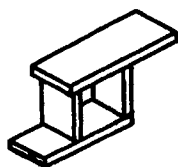
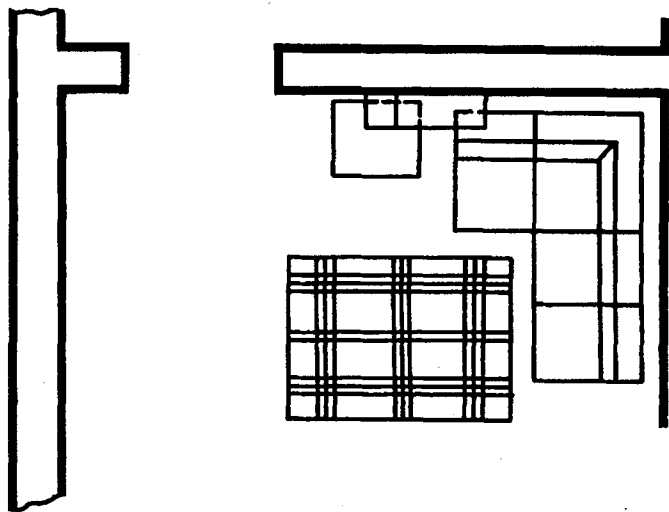
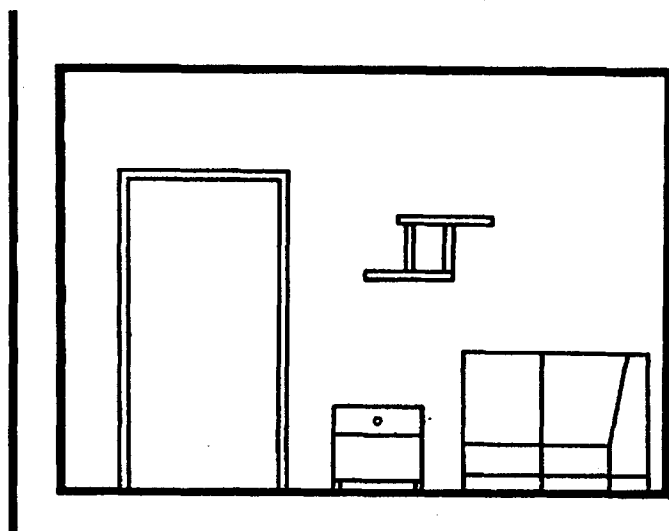


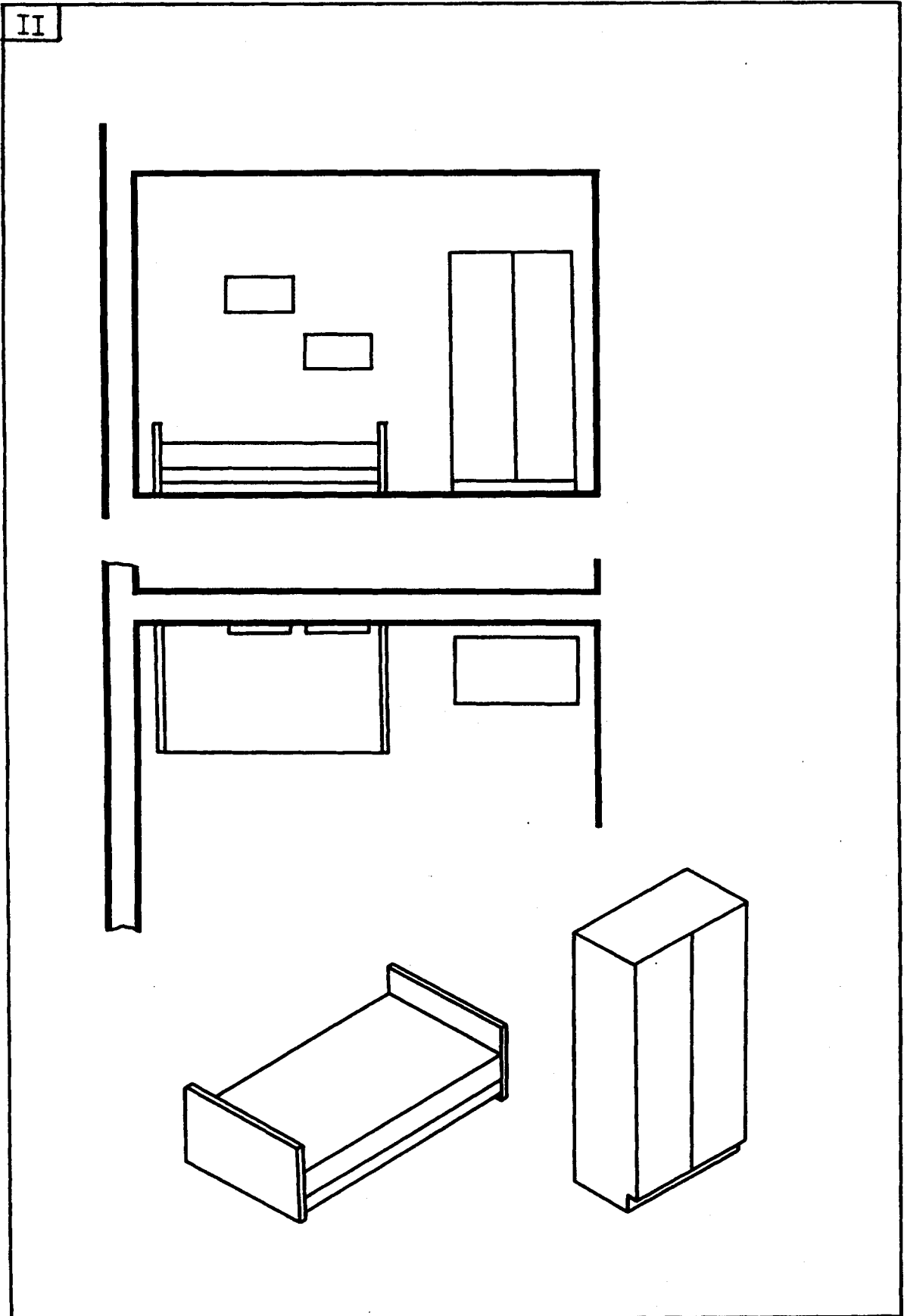




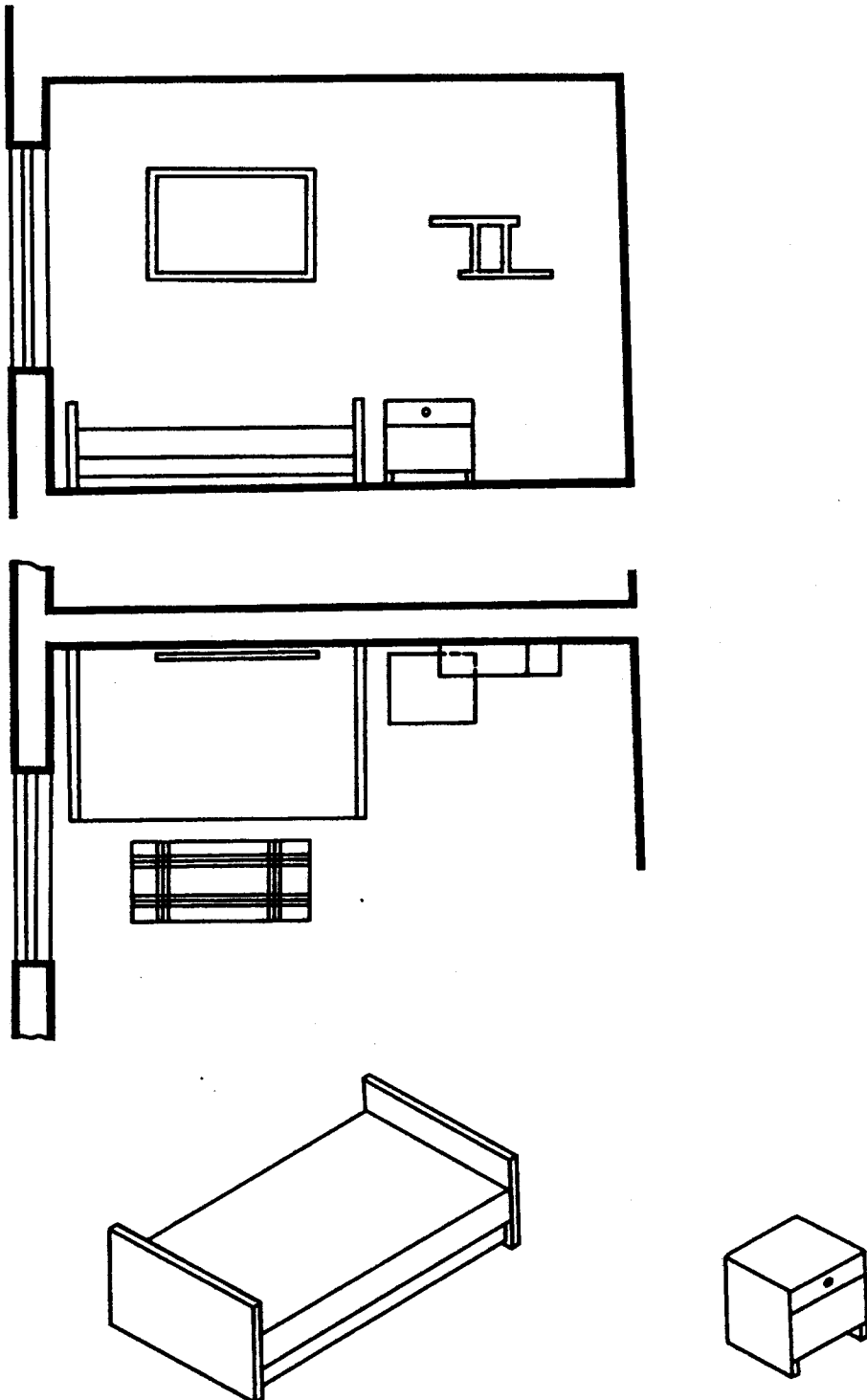


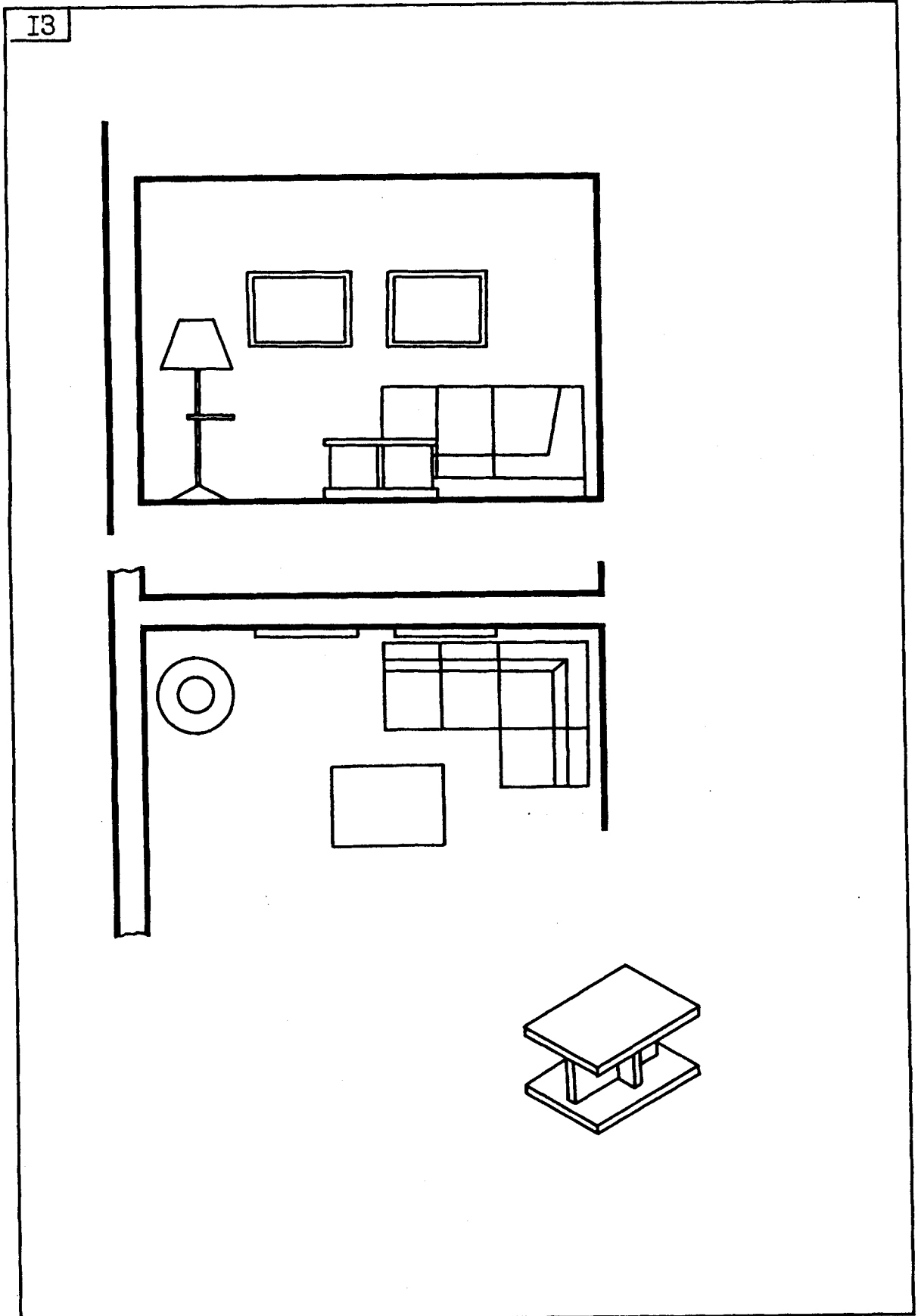
10



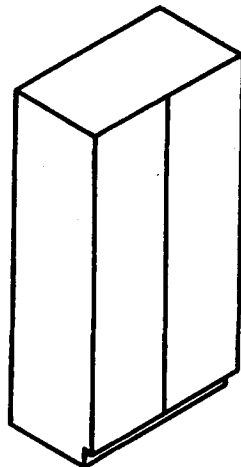
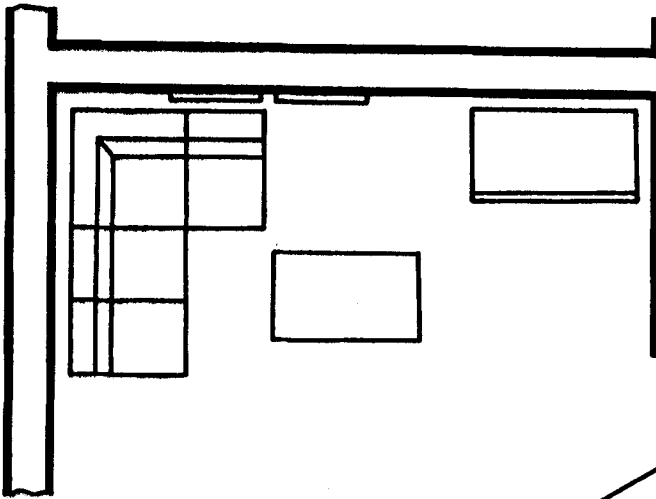
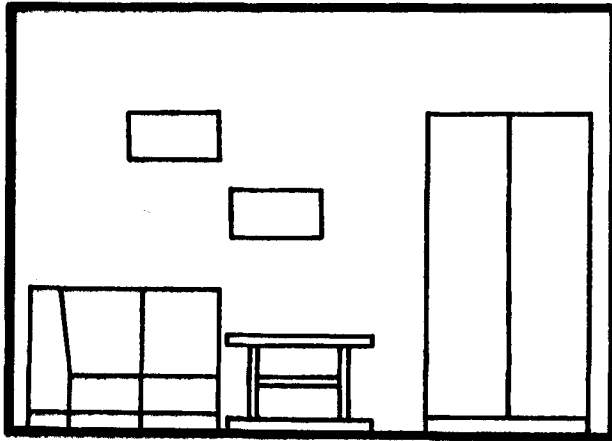


12





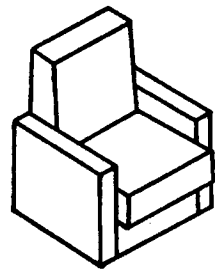
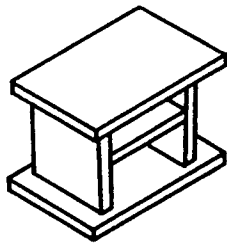
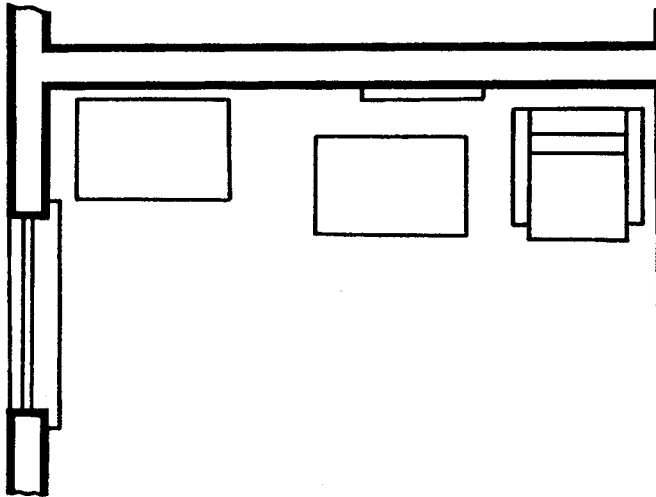
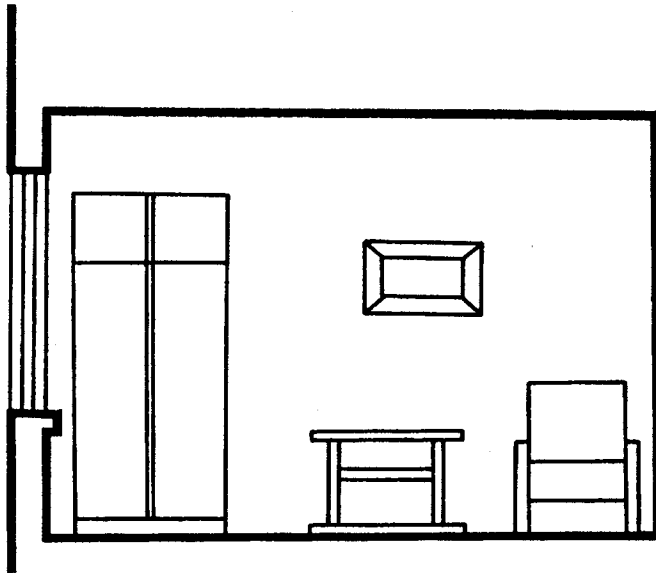
I4

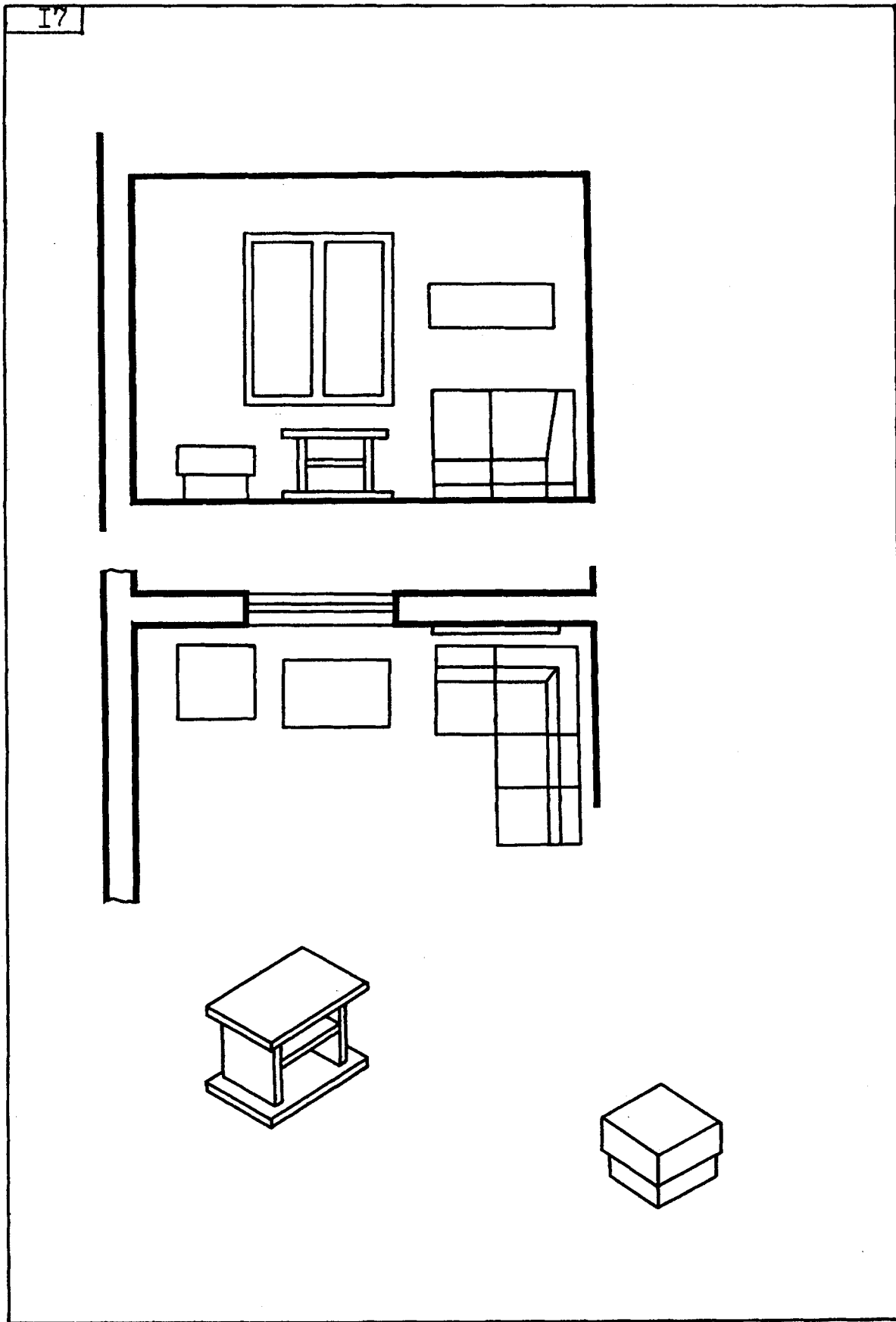


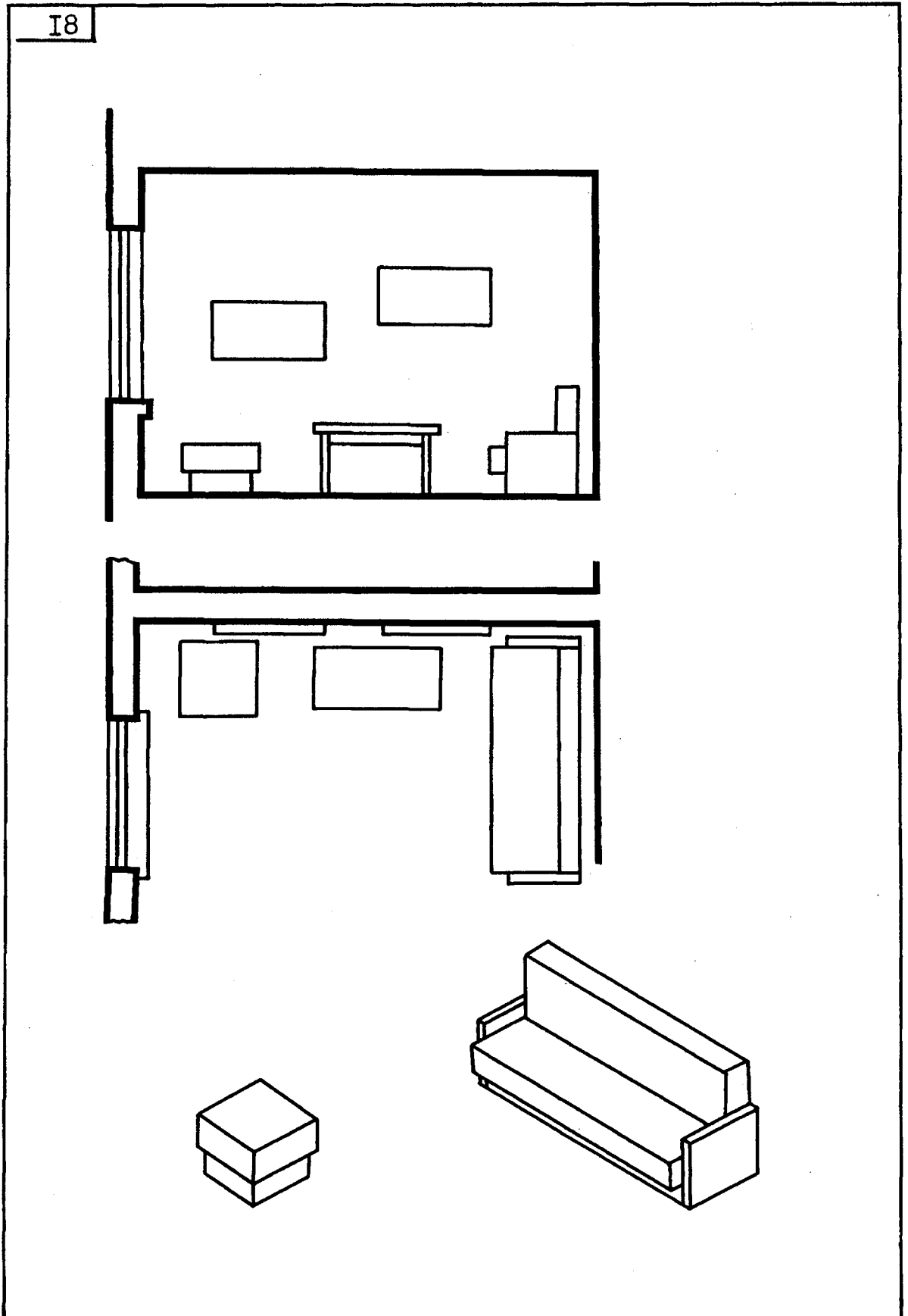
I5



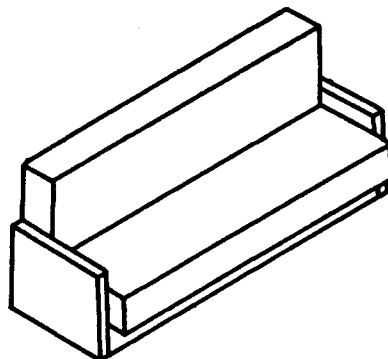
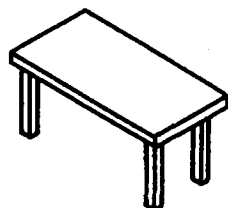
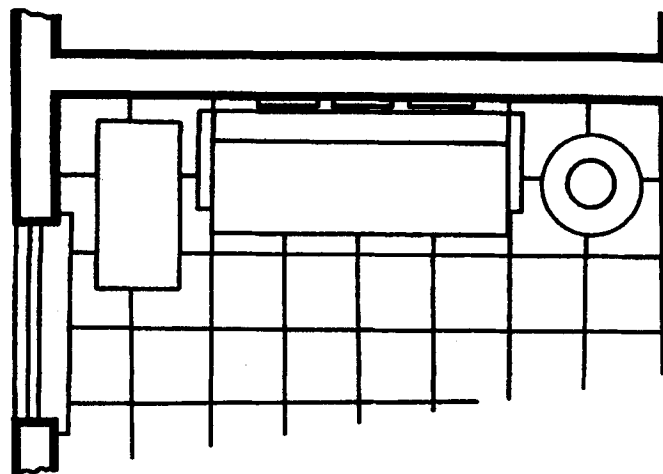
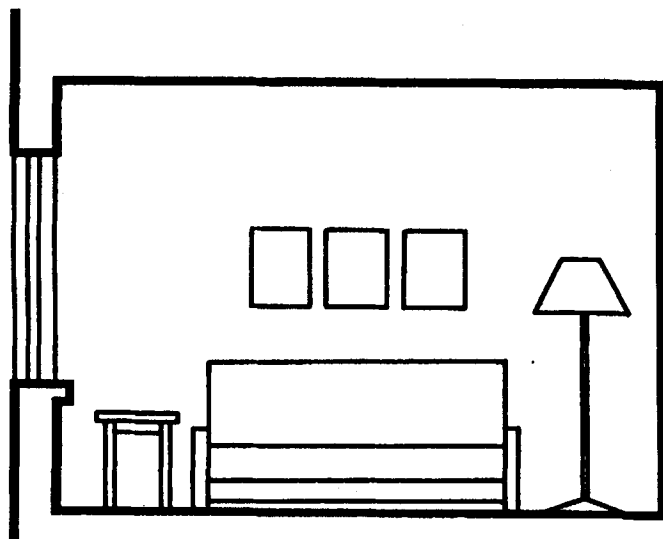
I6



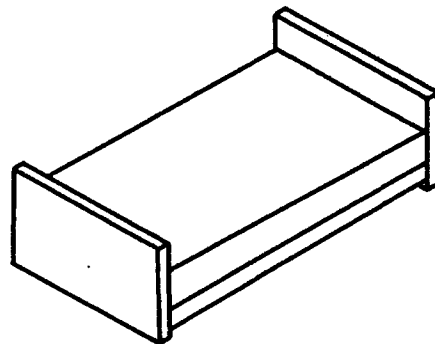
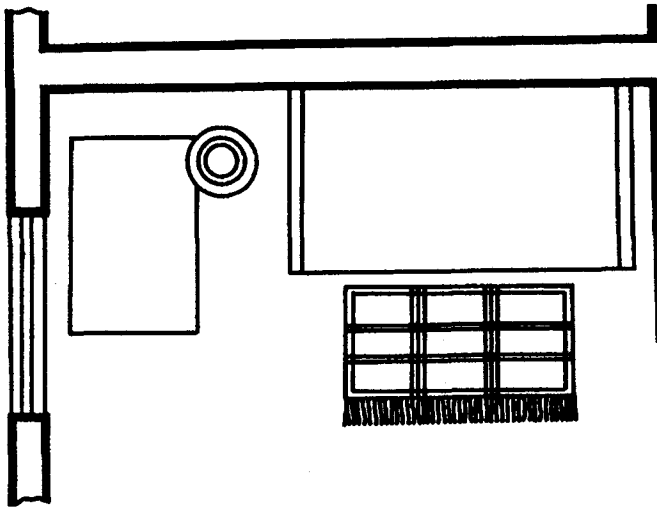
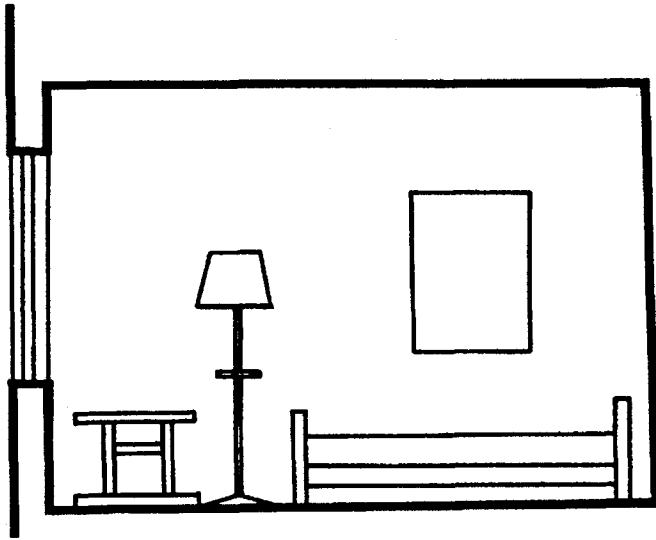




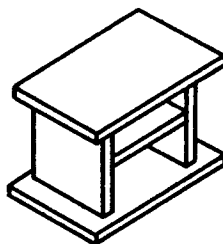
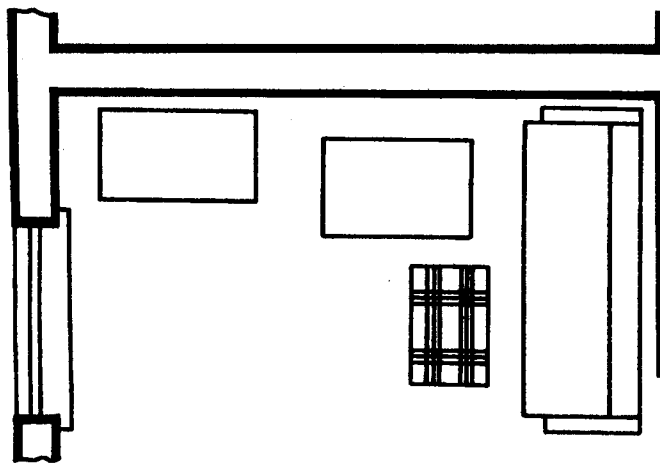
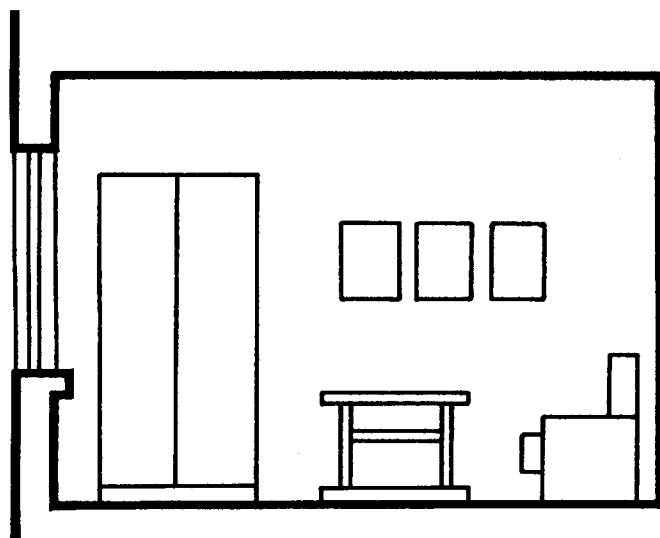
I9



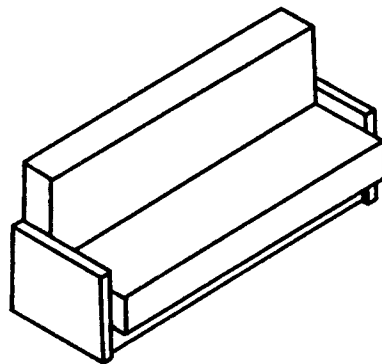
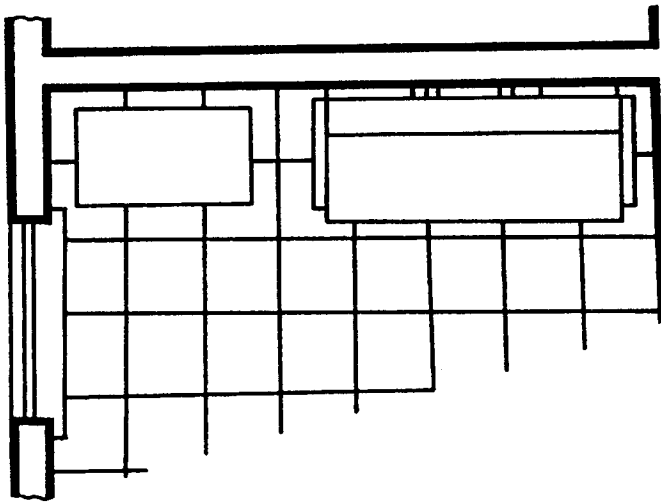
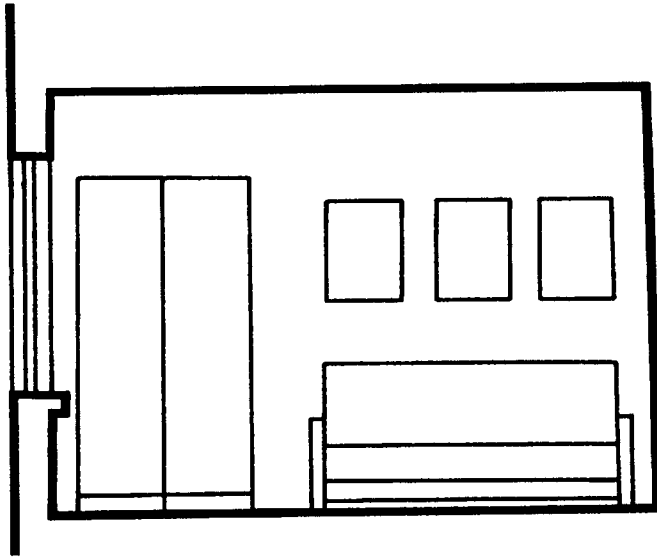
20

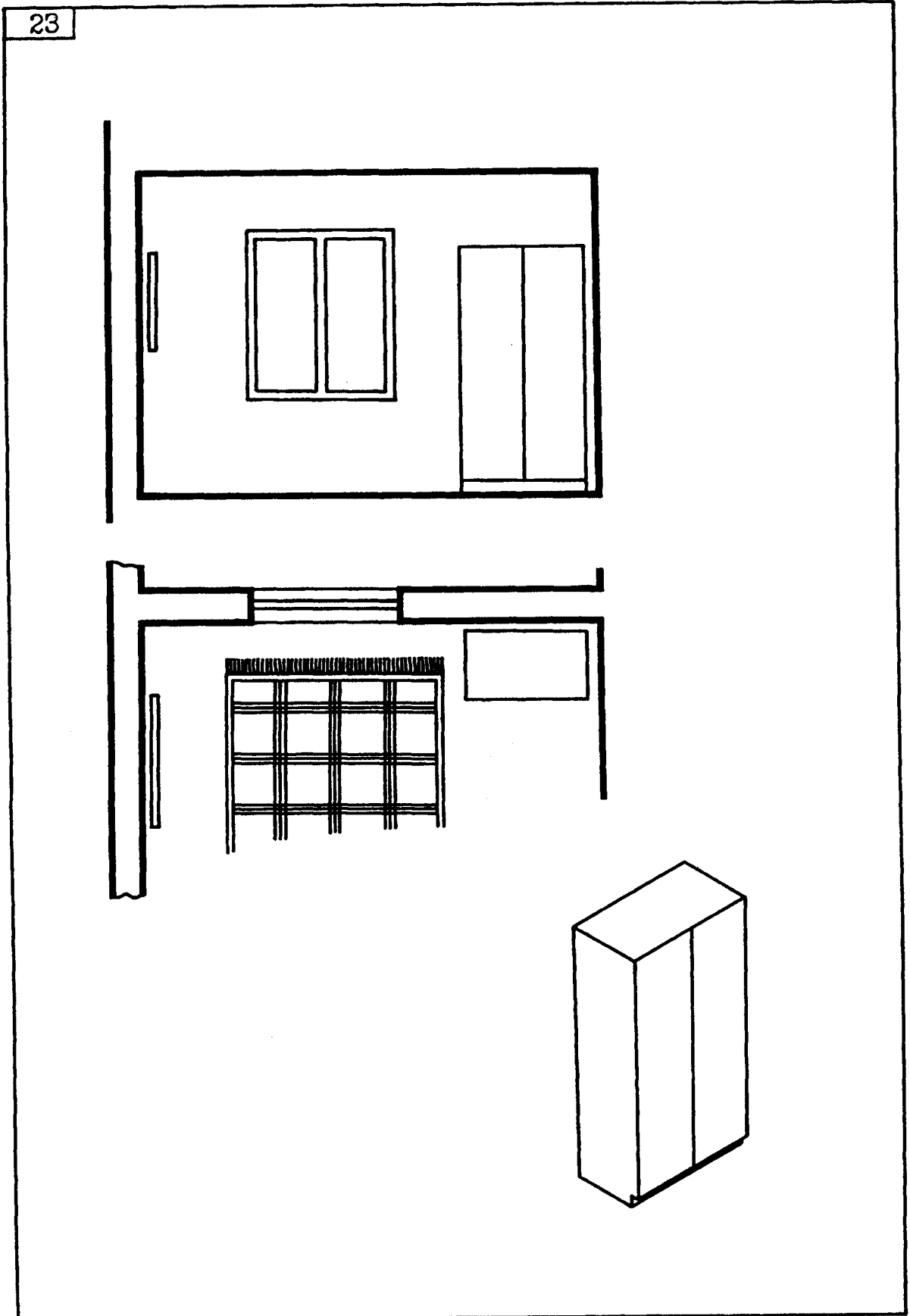


2I

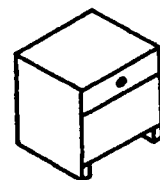
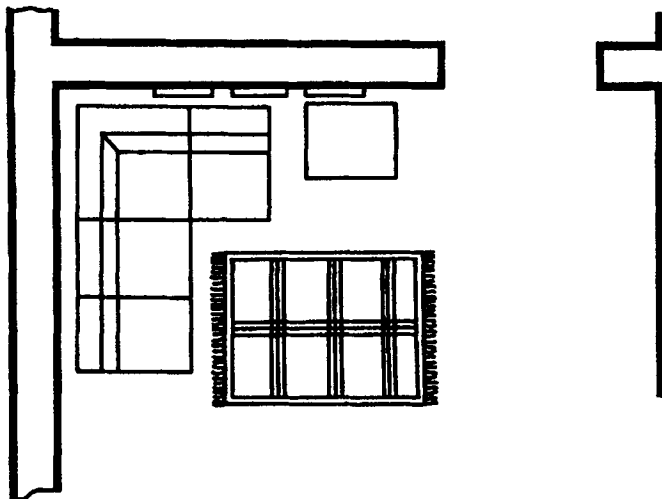


22

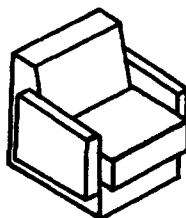
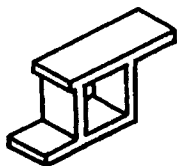
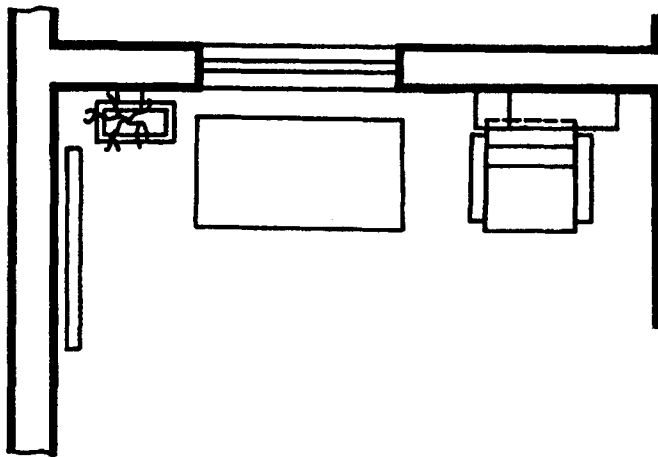
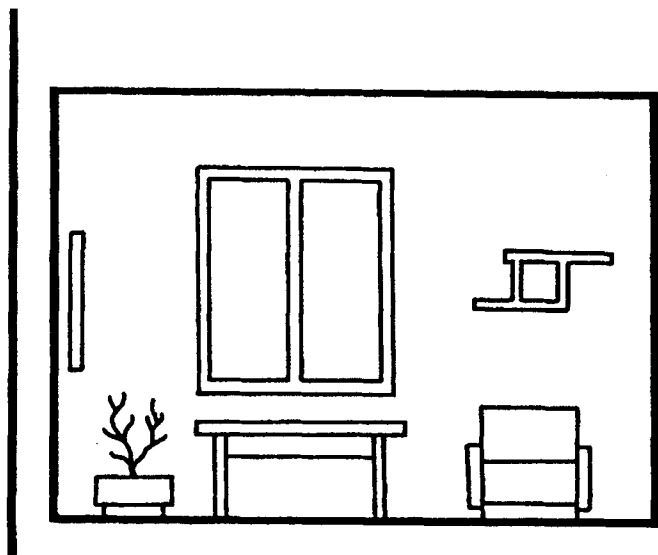




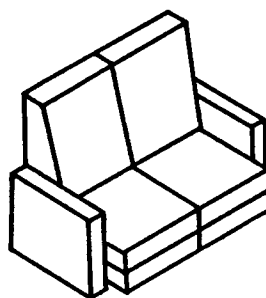
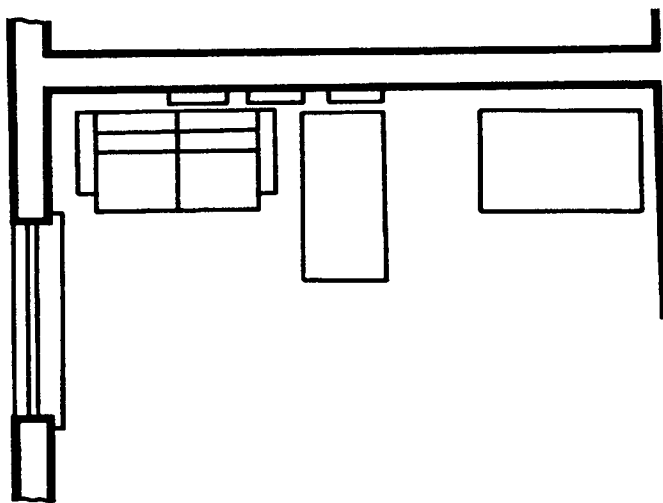
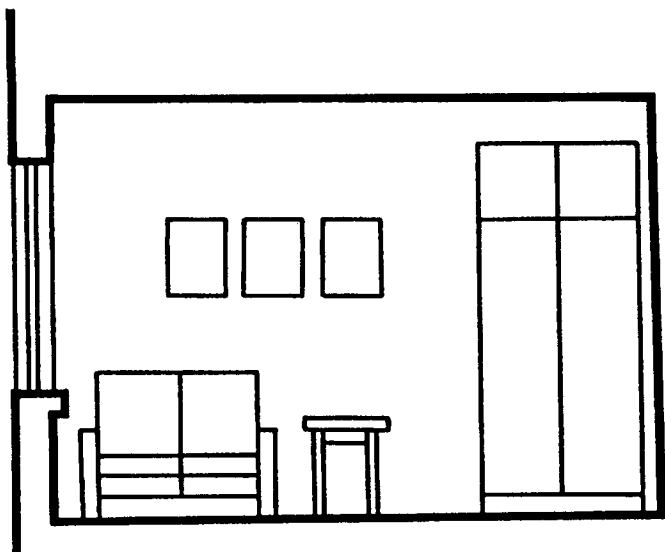
24

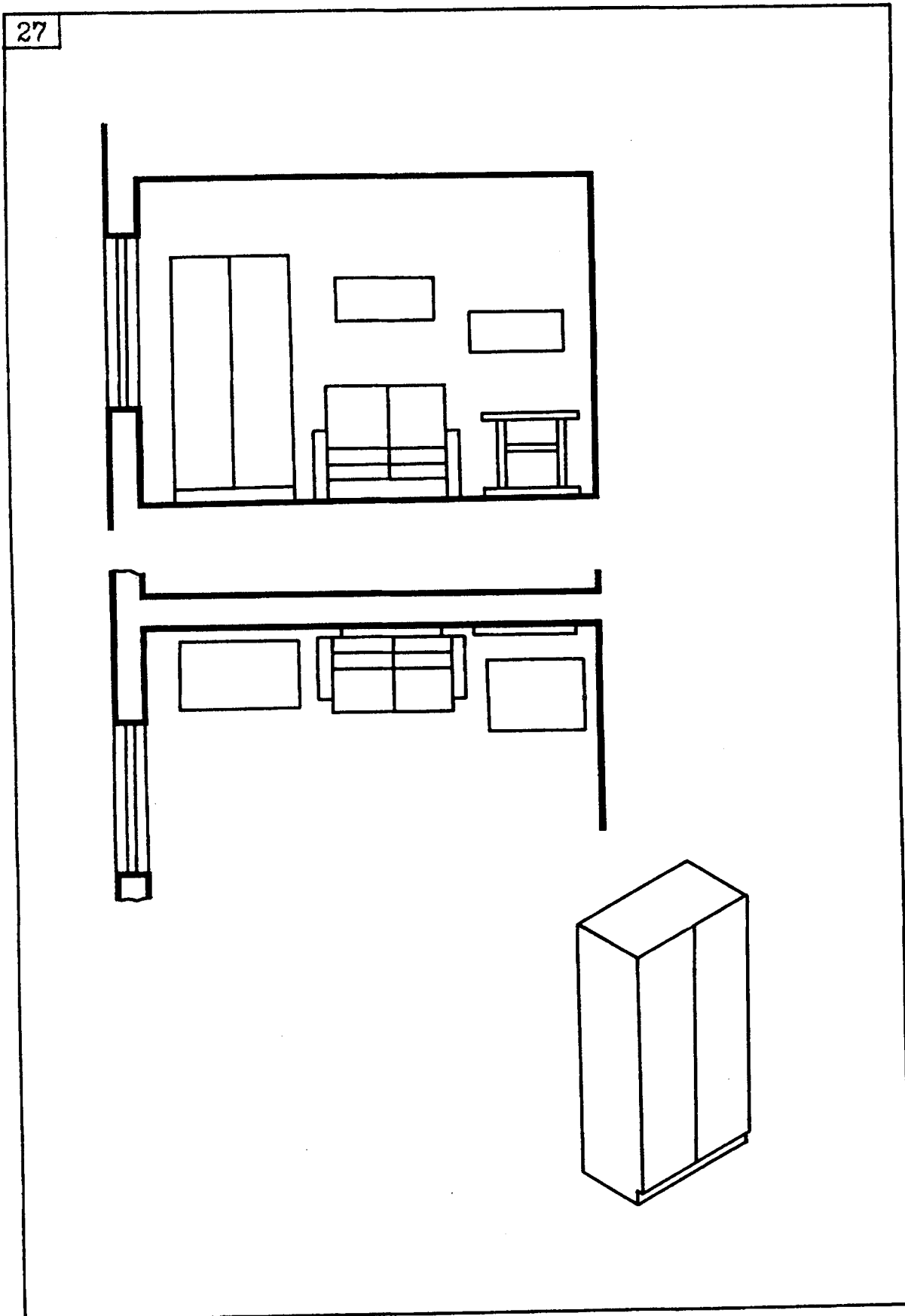


25

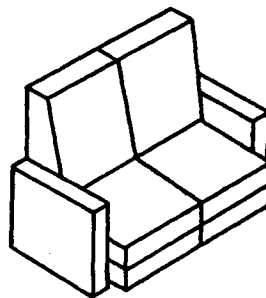
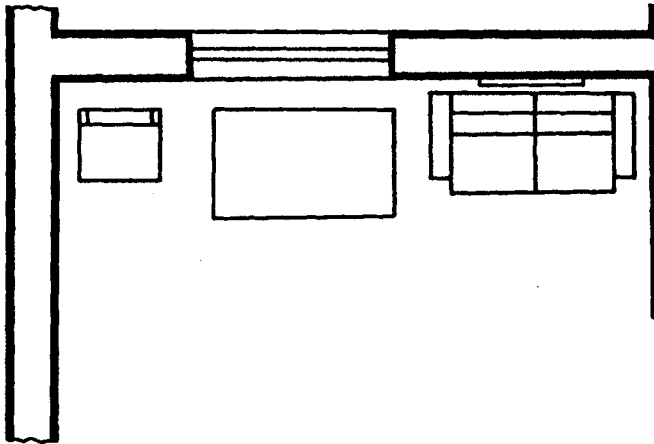
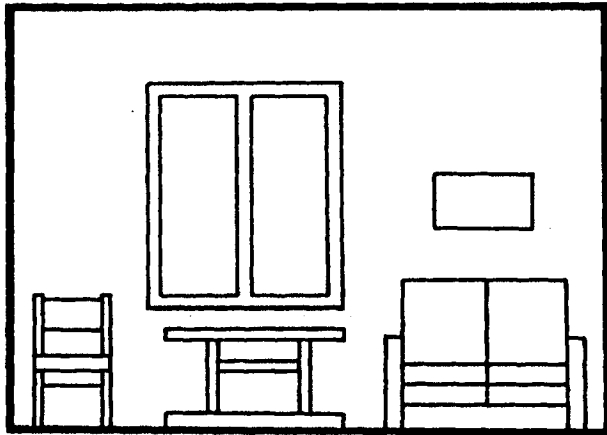


26

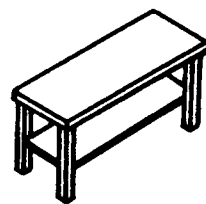
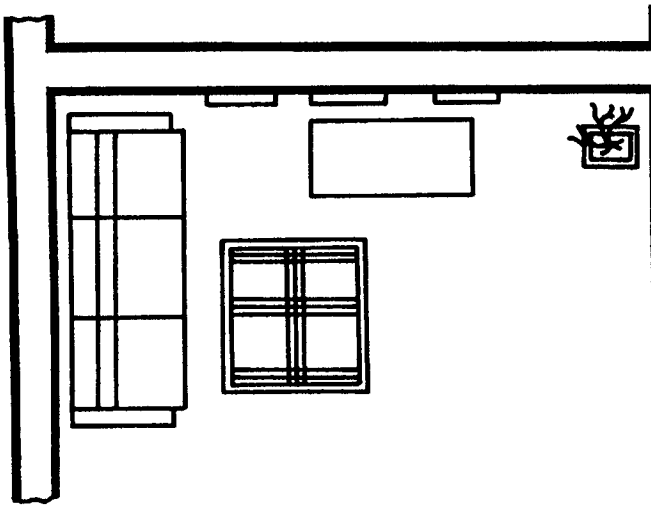
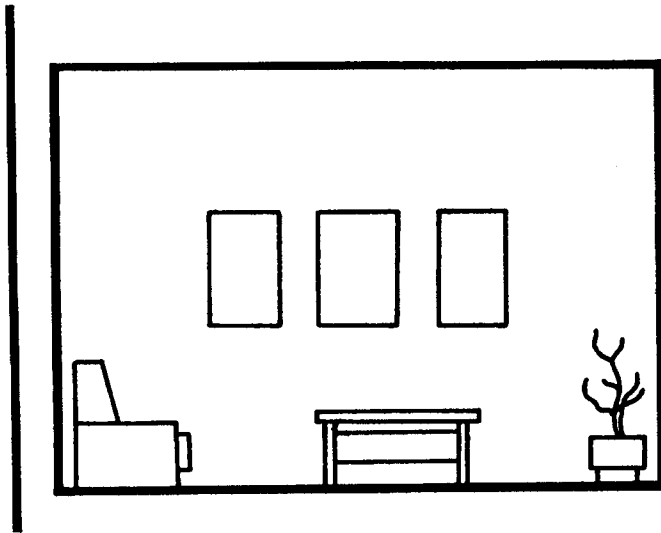


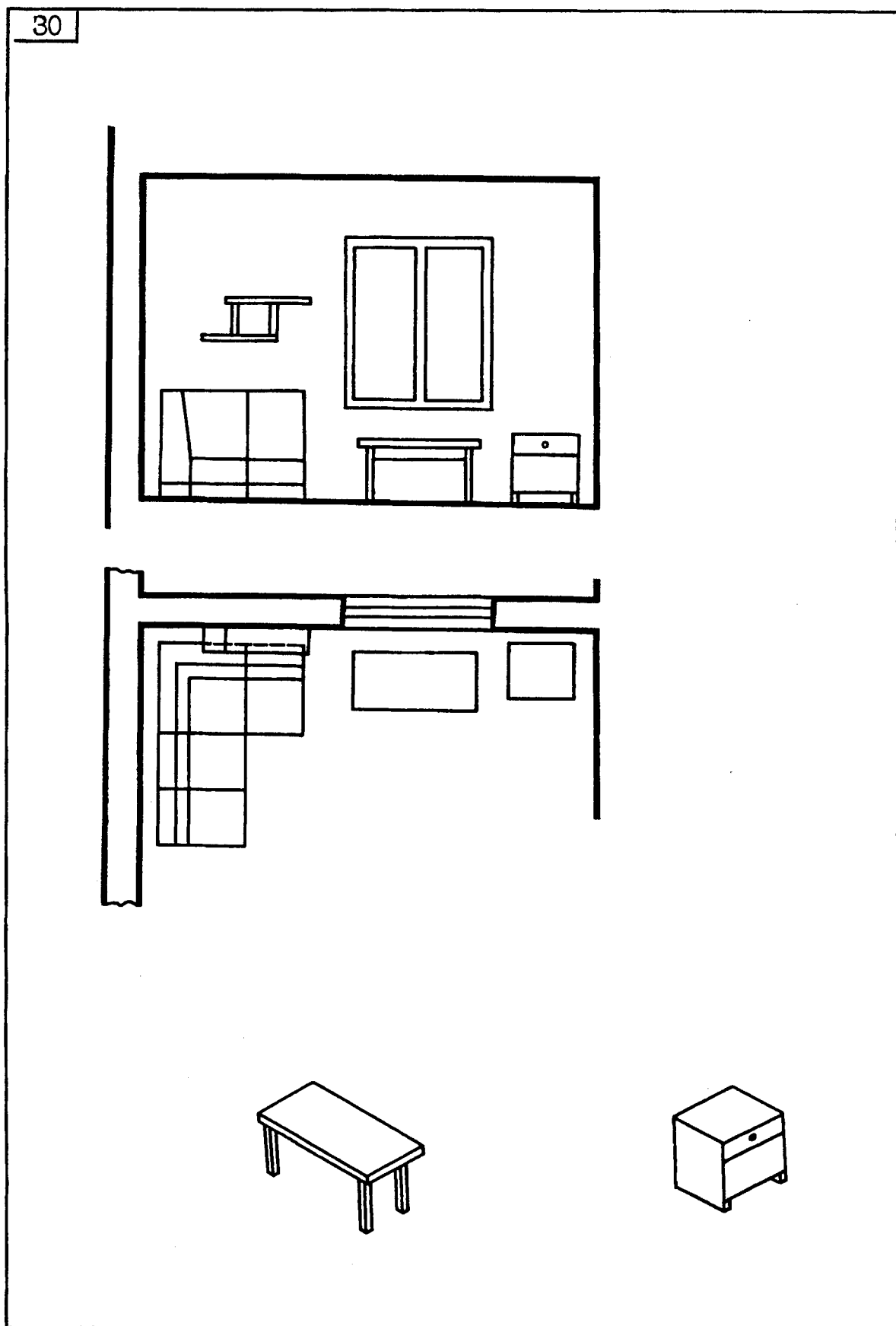


28



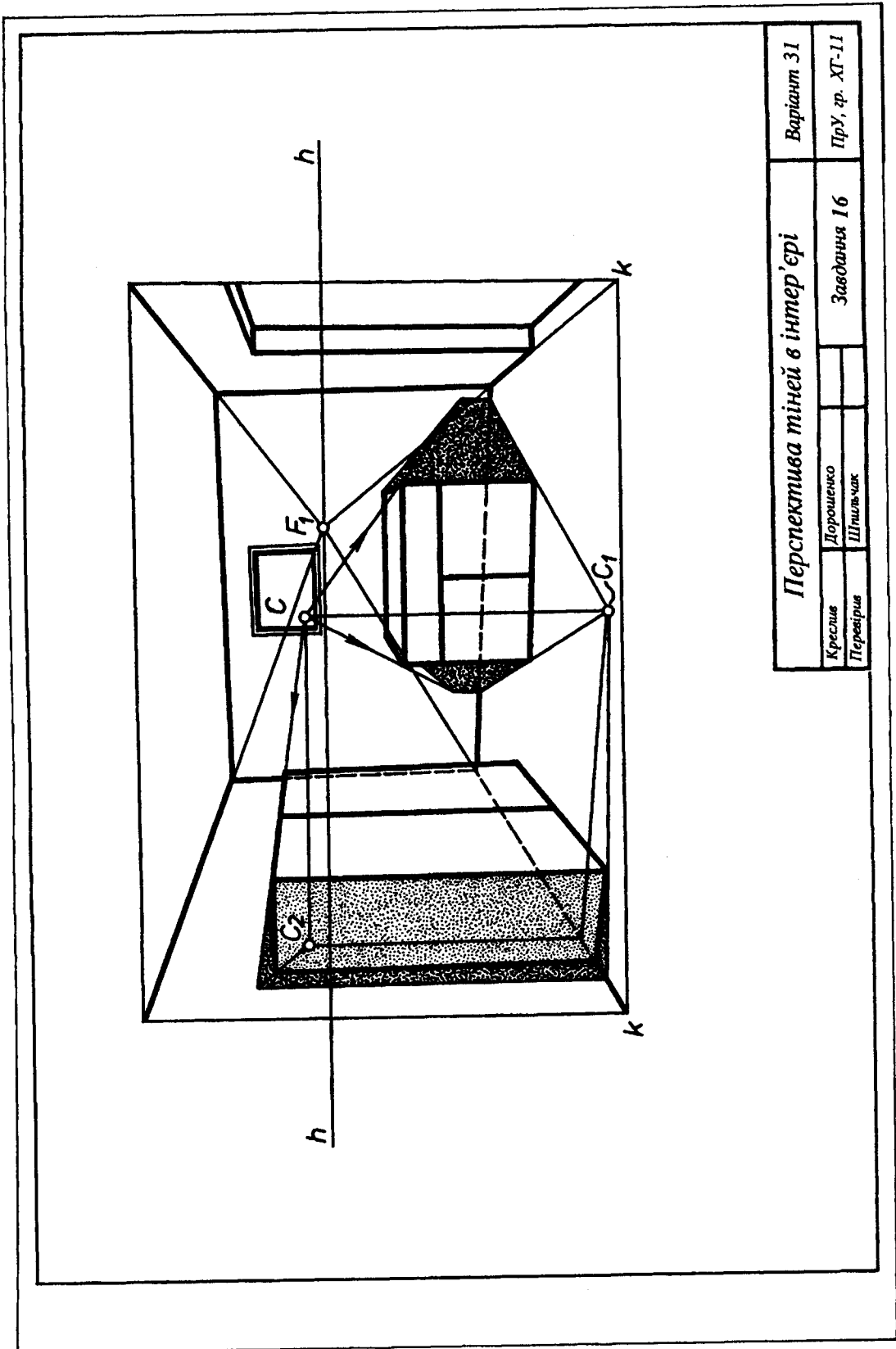
29





Завдання 16. Побудова тіней в інтер'єрі

Побудувати власні та падаючі тіні в інтер'єрі, викресленому в завданні 15, при точковому джерелі освітлення (лампочка). Її розміщення вибрати самостійно. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання завдання подано на рис. Д 2.16.



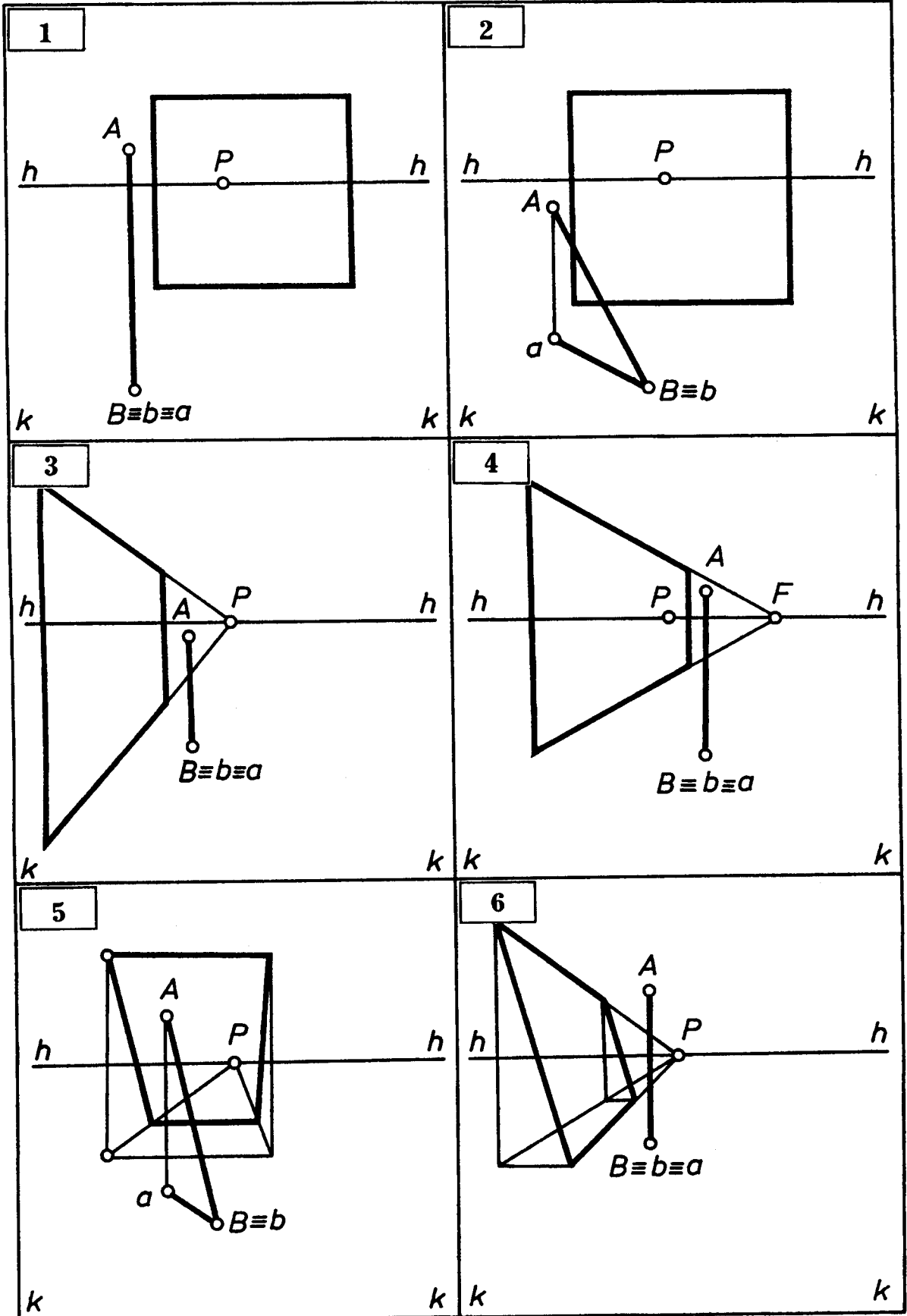
Перспектива тіней в інтер'єрі		Варіант 31	
		Креслює	Дорошенко
Перевіряє	Шпильчак	Завдання 16	ПрУ, зр. ХГ-11

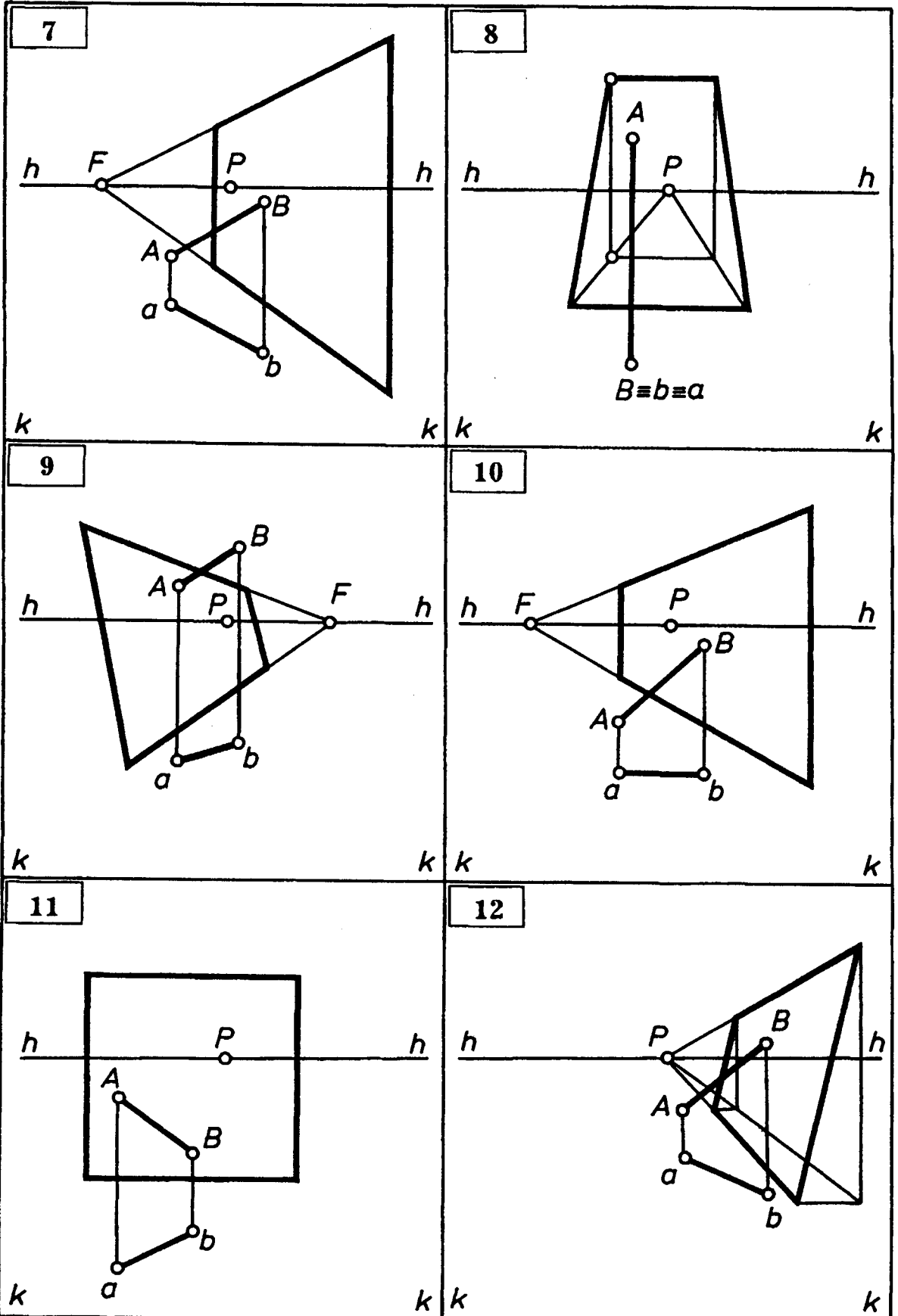
Рис. Д 2.16

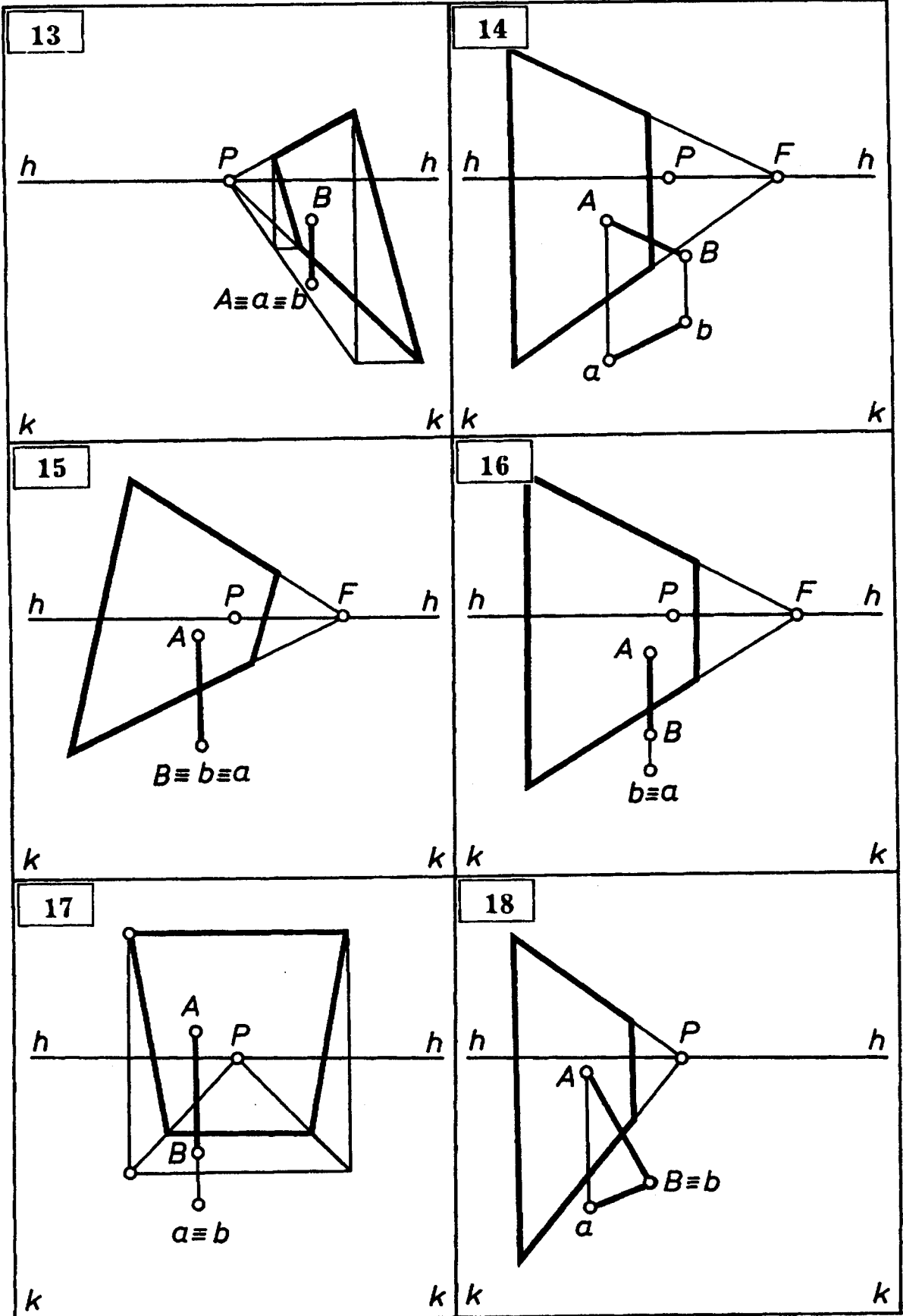
Завдання 17. Дзеркальне відображення

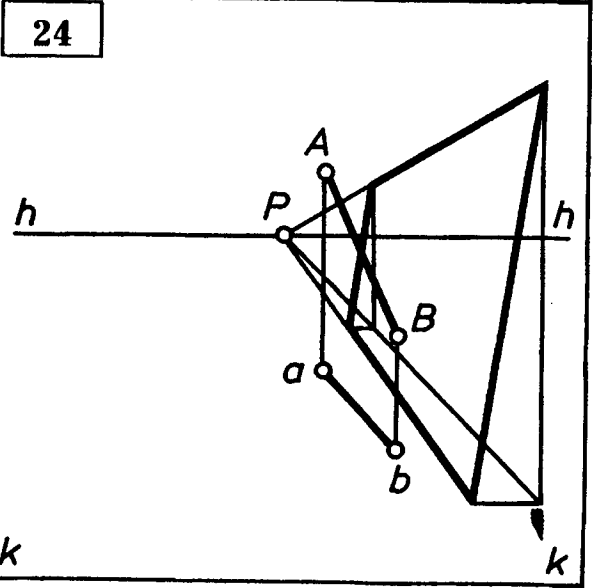
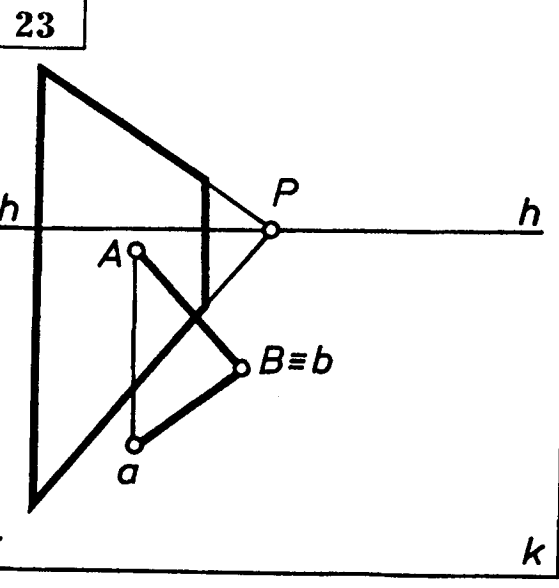
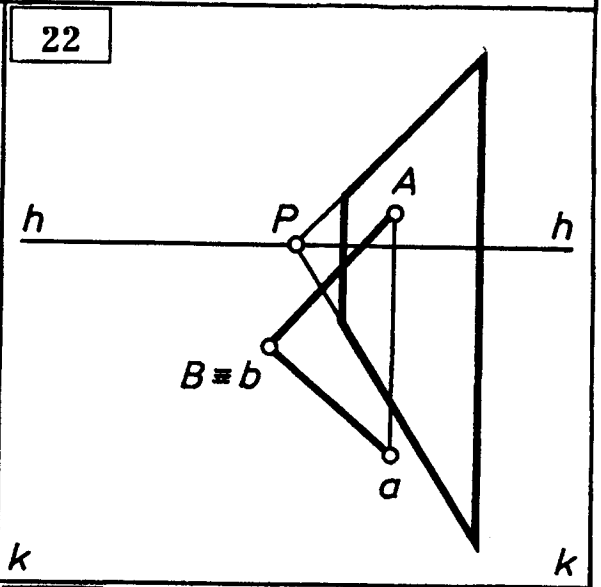
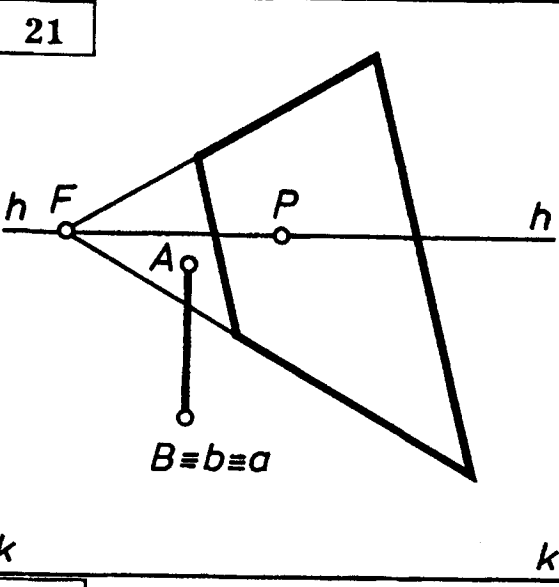
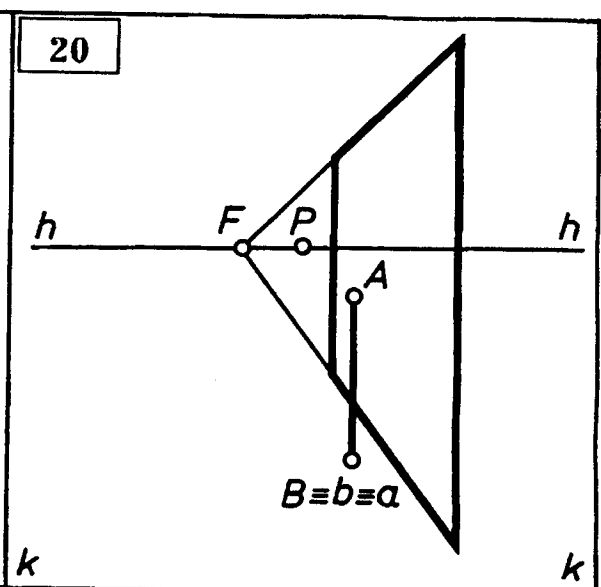
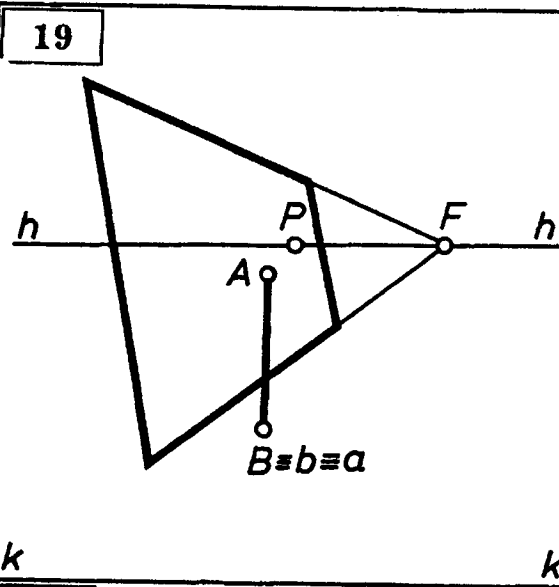
Побудувати відображення відрізка у плоскому дзеркалі. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.17. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.15.

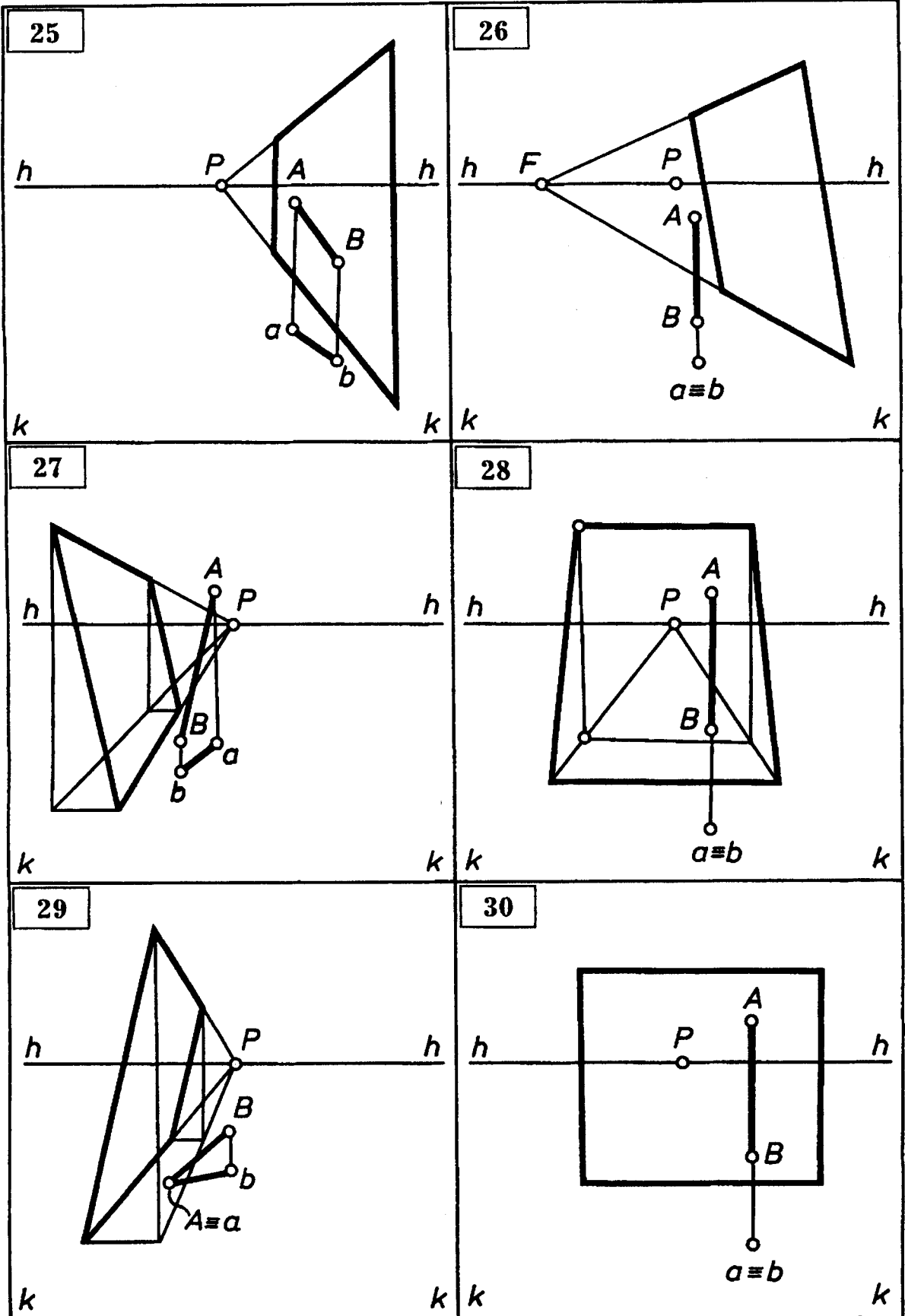
Дзеркальне відображення		Варіант 31
Кресли	Дорошенко	Завдання 17
Перевірив	Шильчик	
		Пр.У. гр. ХГ-11











Завдання 18. Відображення у воді

Побудувати відображення архітектурного об'єкта у дзеркальній поверхні води. Завдання виконують олівцем з відмиванням на аркуші формату А3. Приклад виконання подано на рис. Д 2.18. Дані до завдання взяті з табл. Д 2.16.

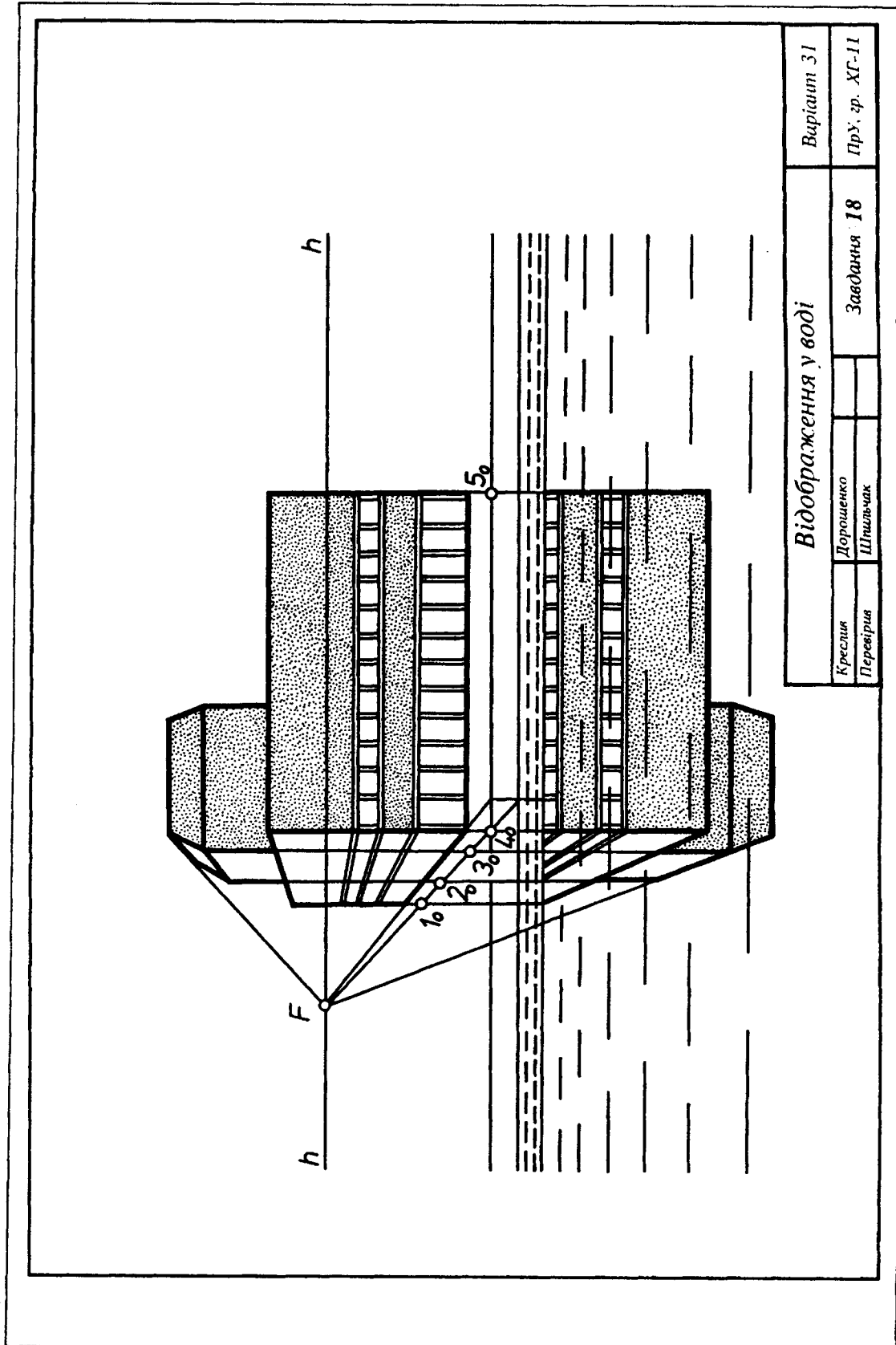
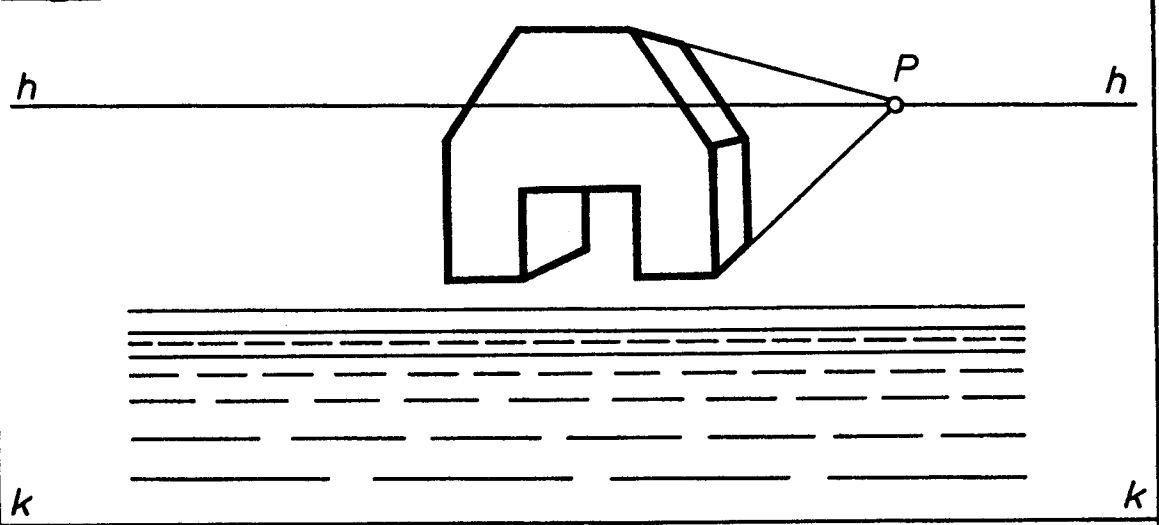
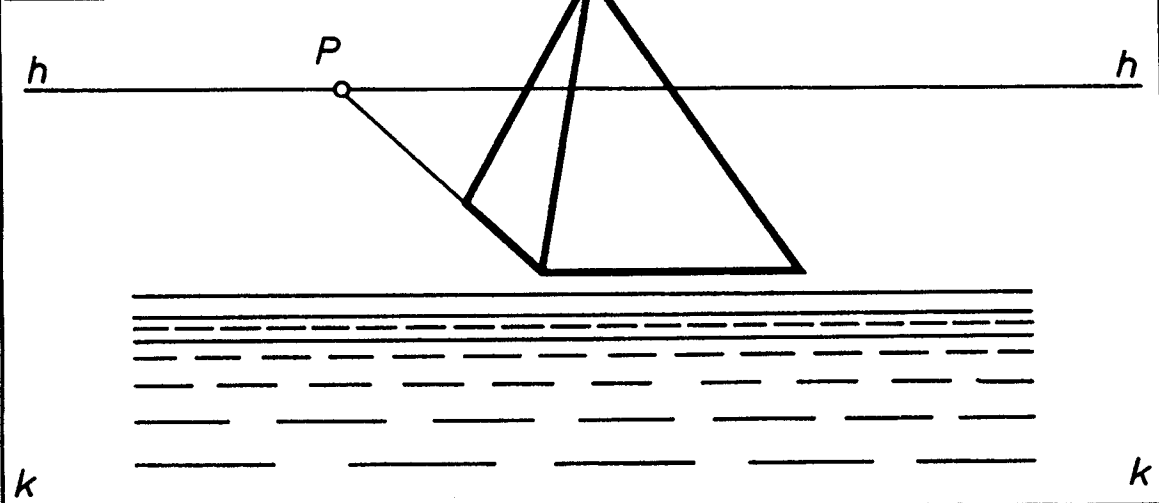
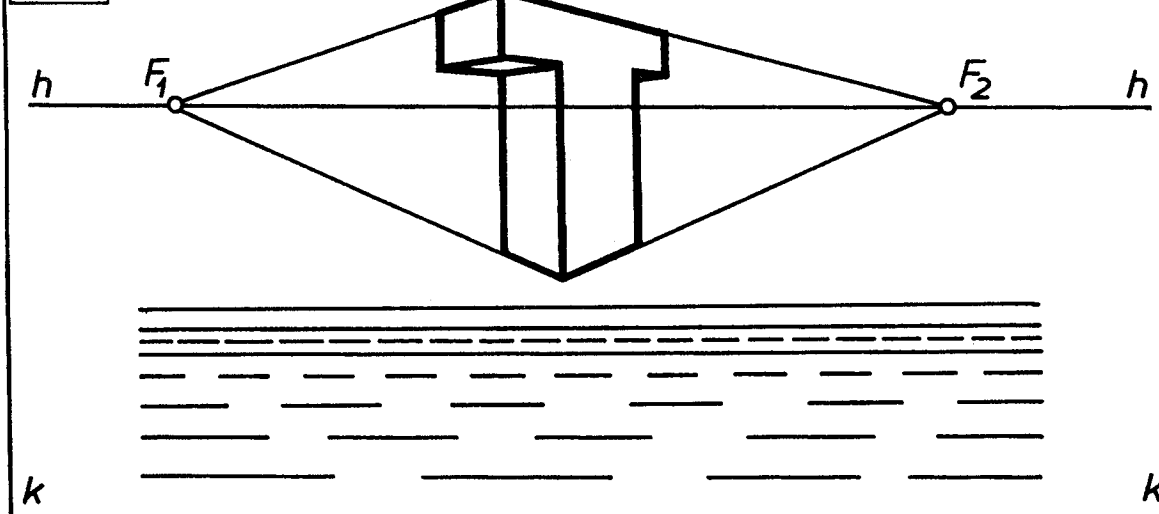
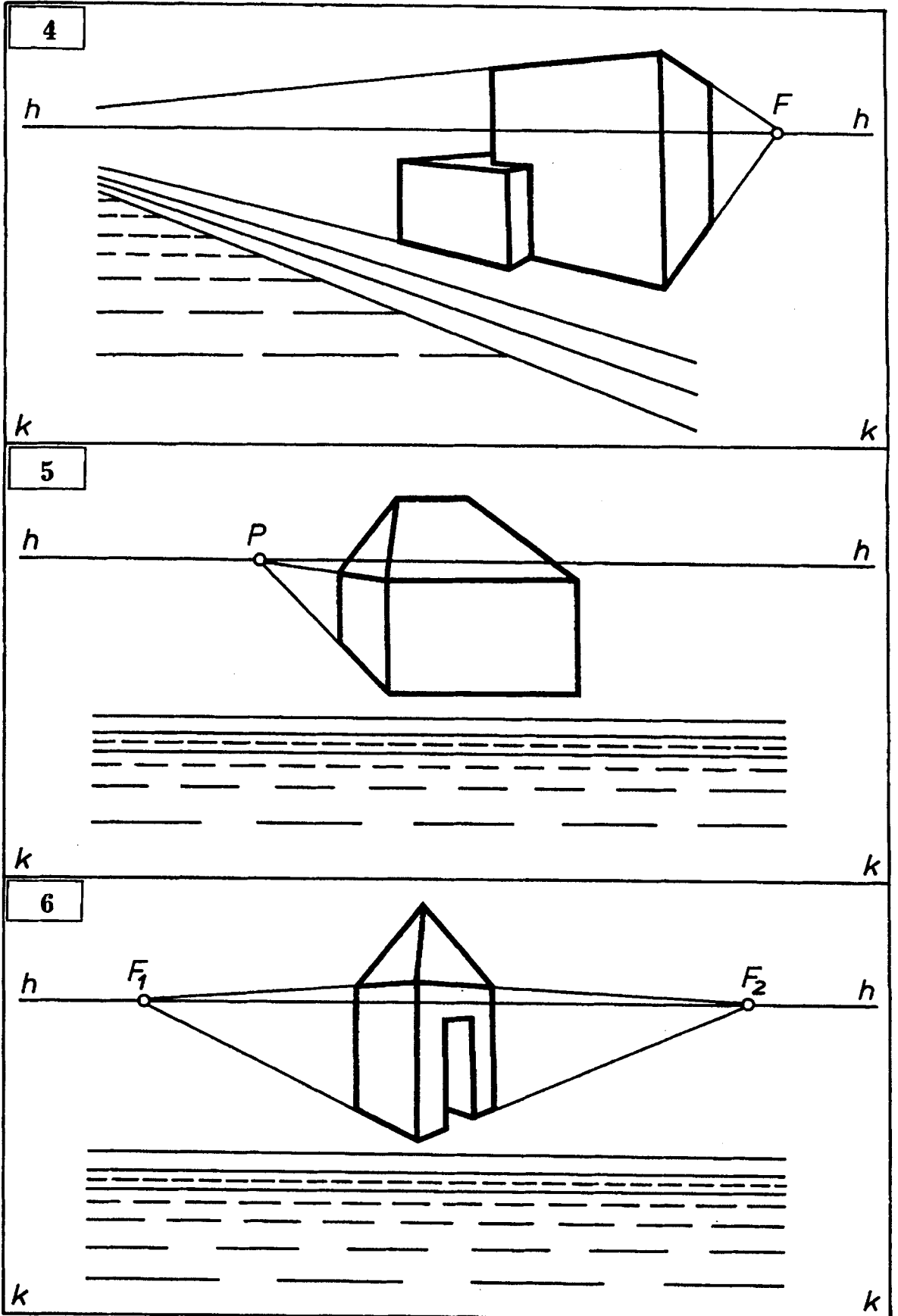
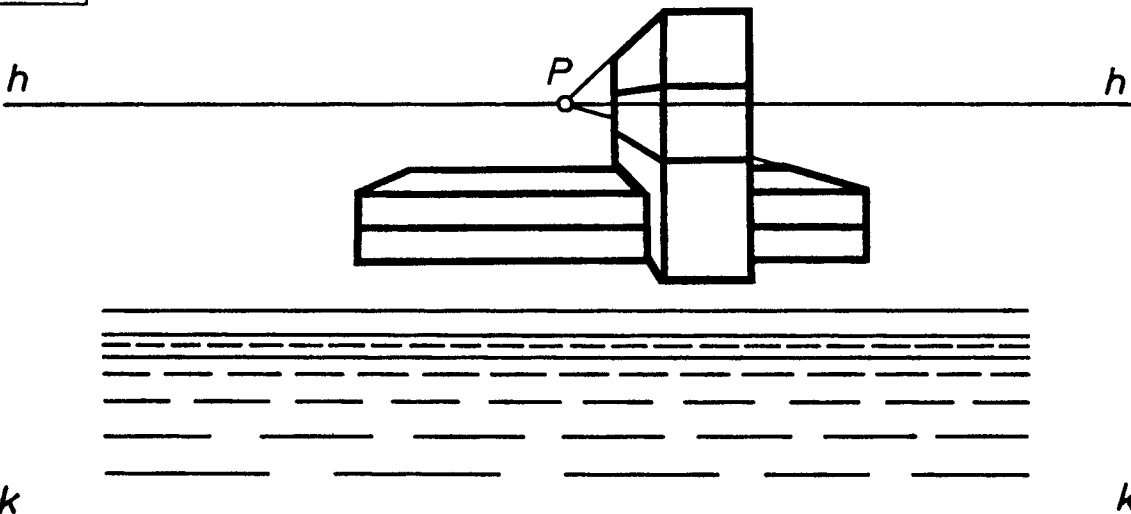
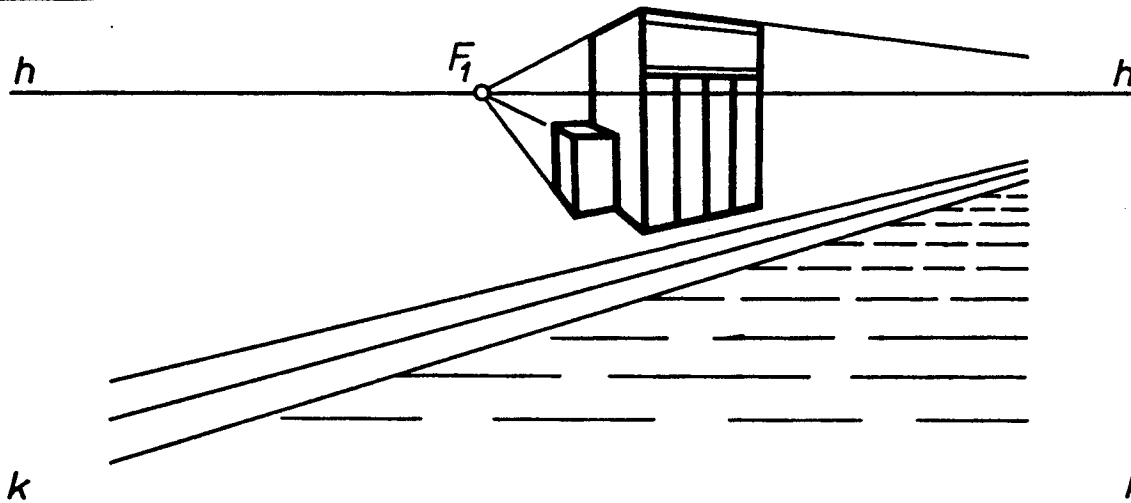
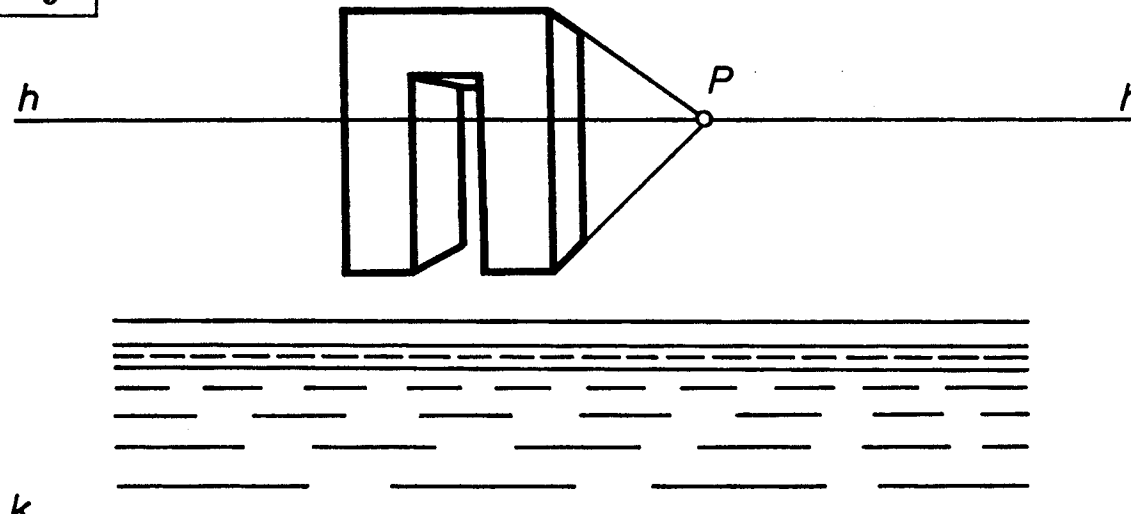
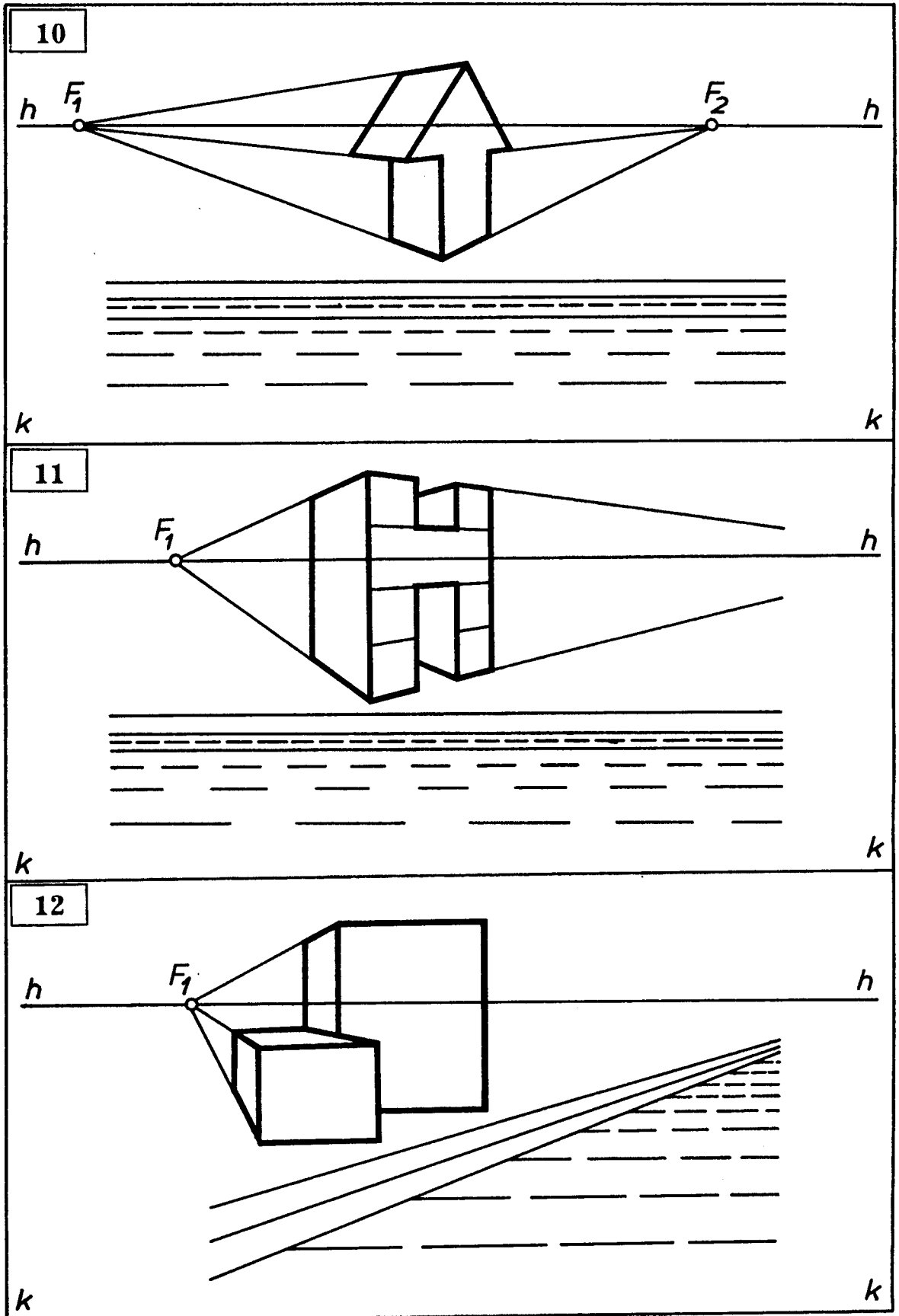


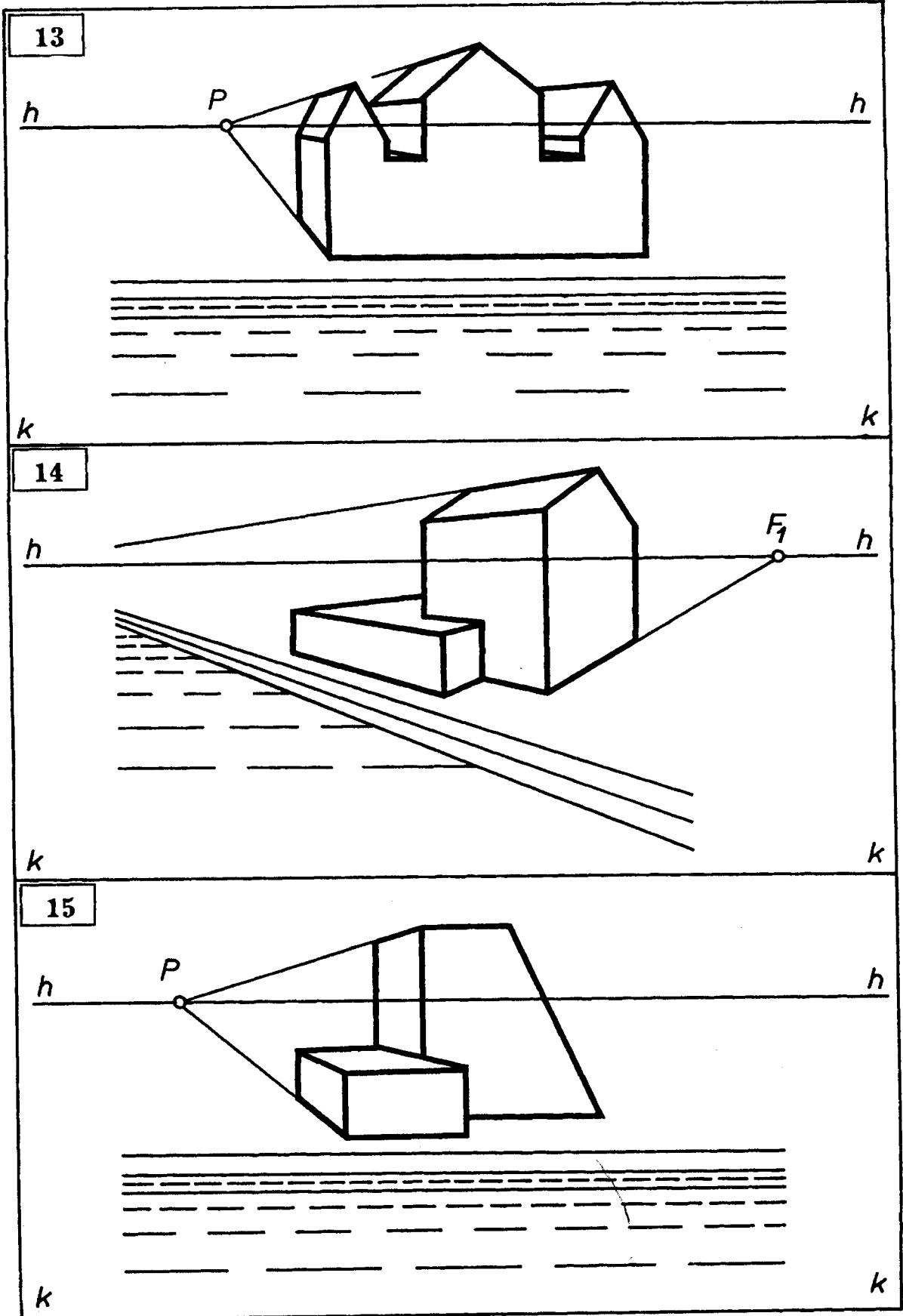
Рис. Д 2.18

1	
2	
3	

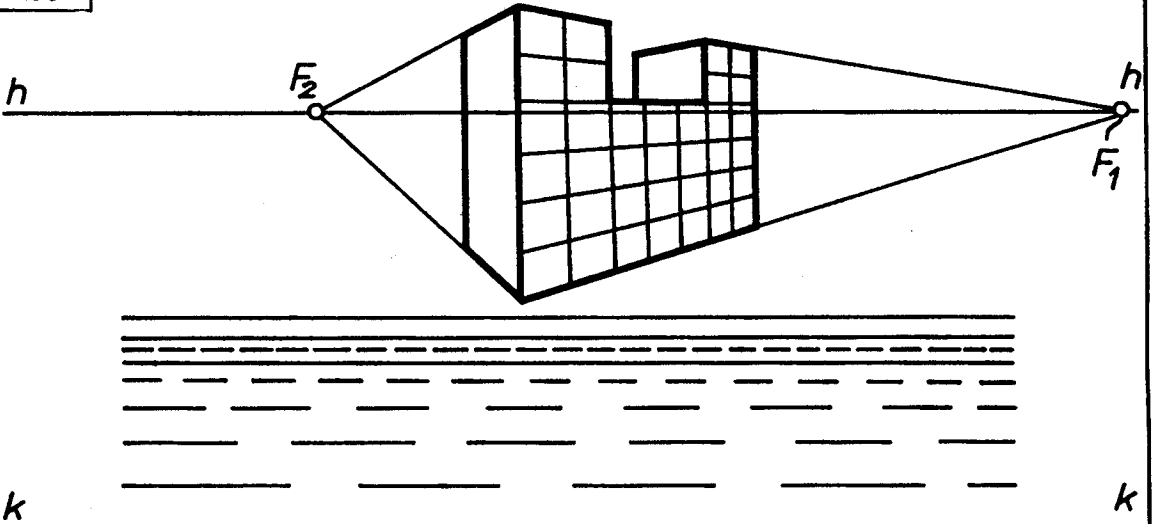


7	
8	
9	

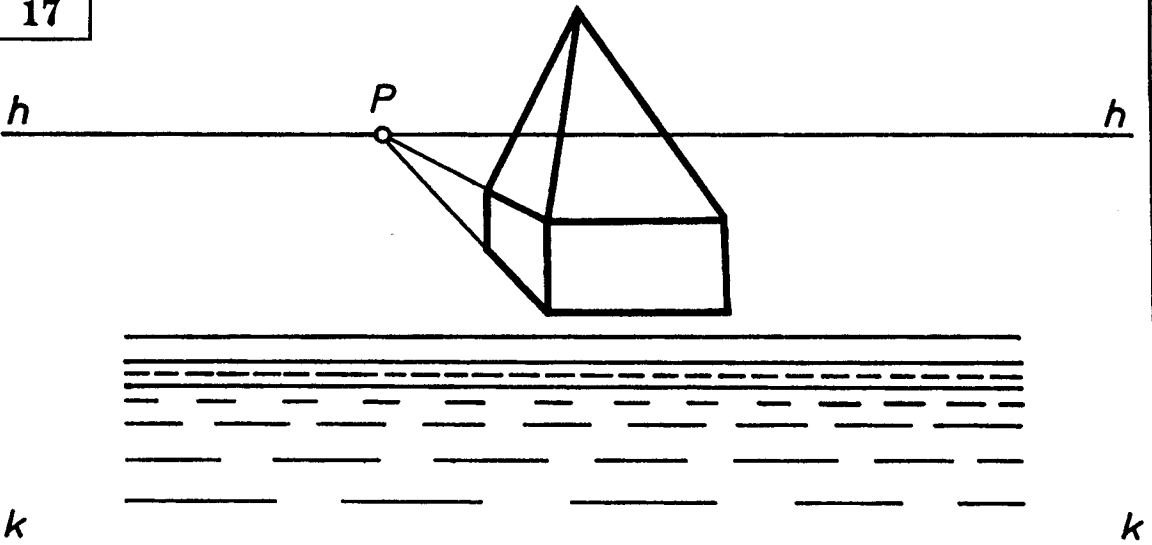




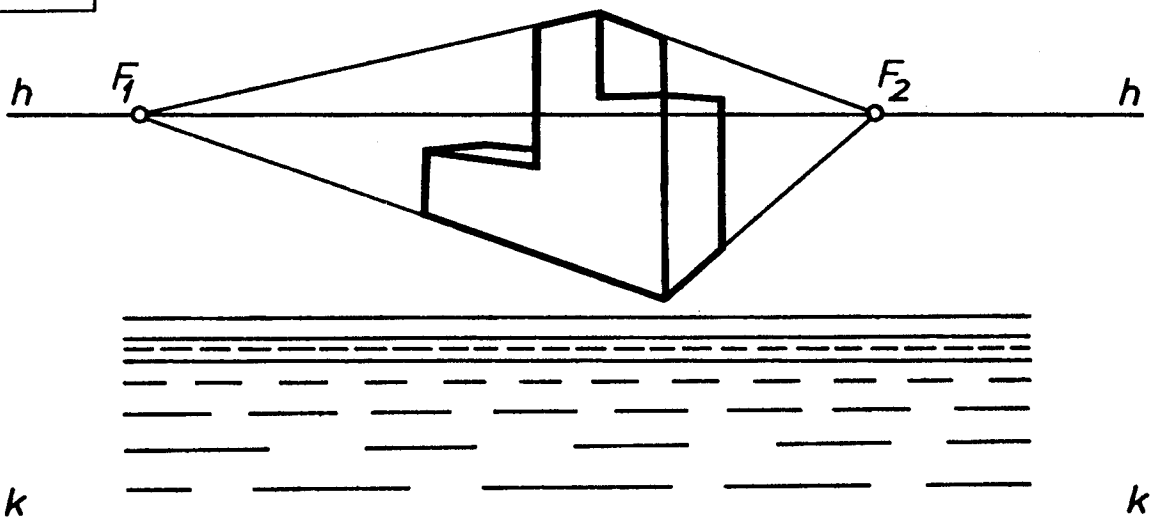
16

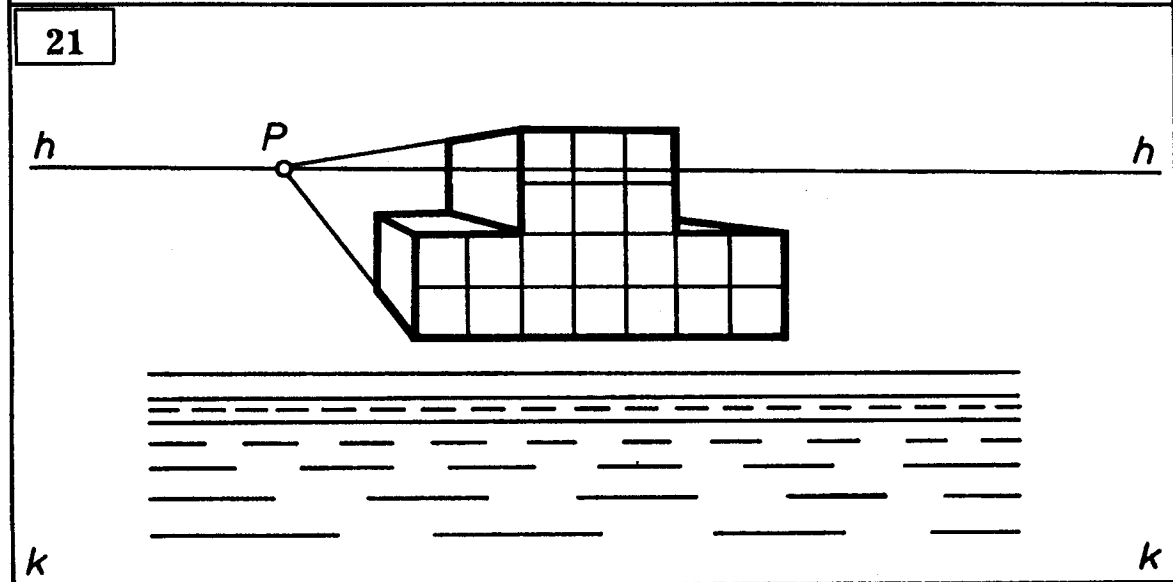
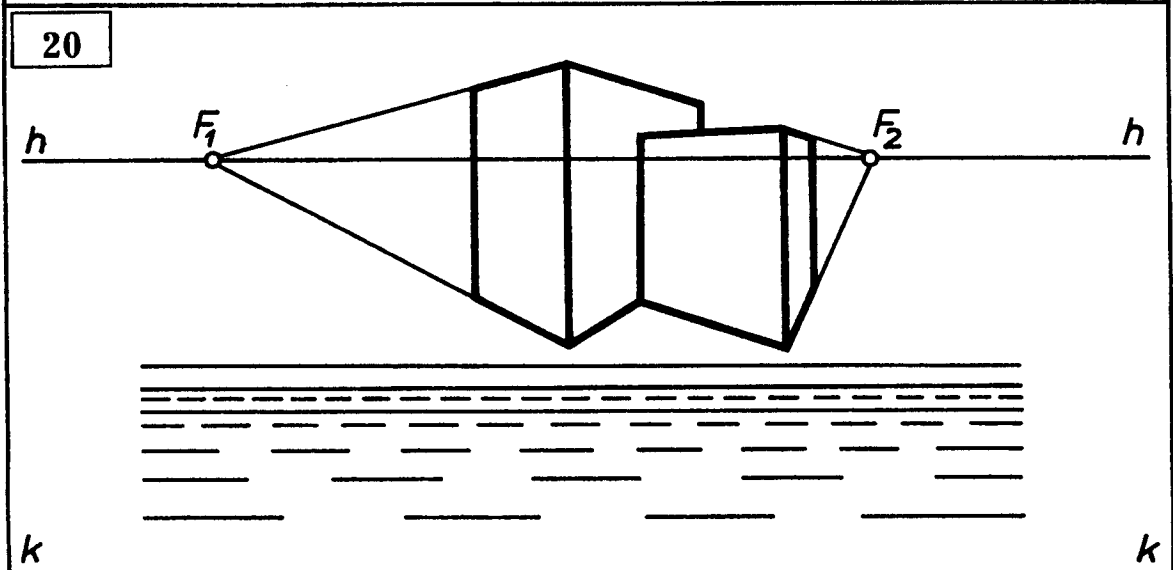
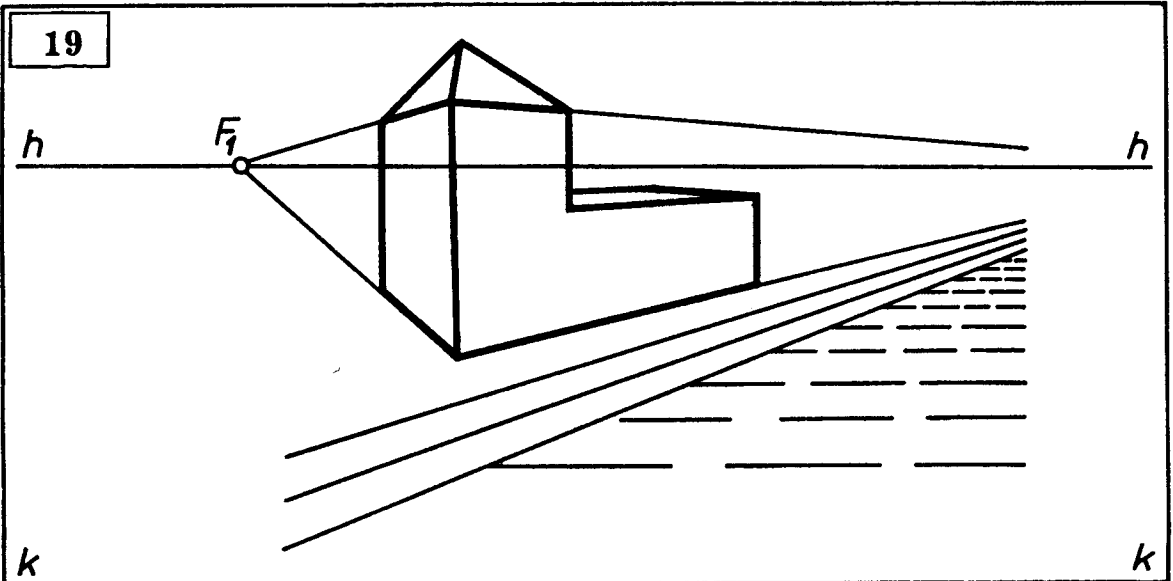


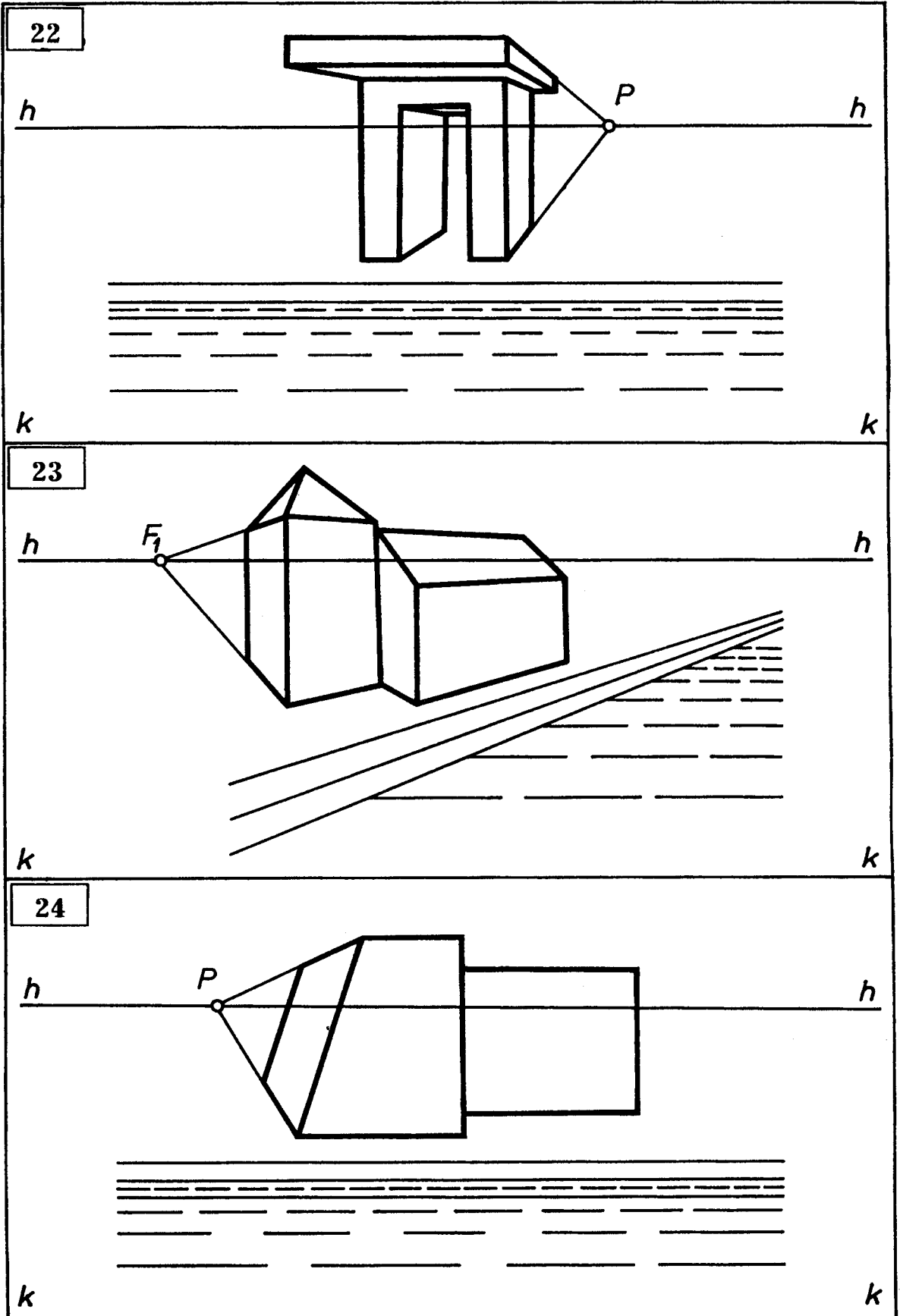
17

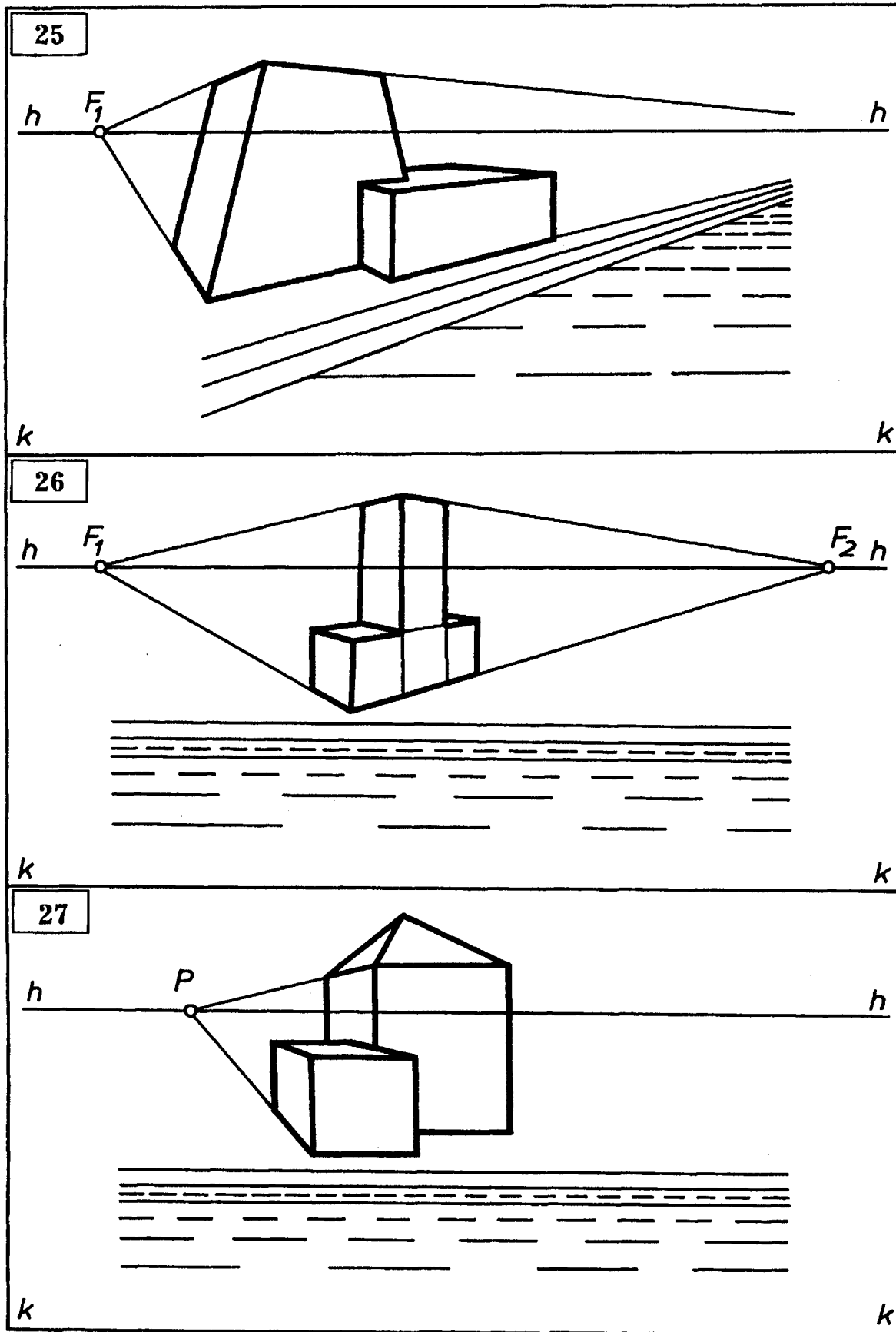


18









28	
29	
30	

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Антонович Є.А., Василишин Я.В., Шпільчак В.А. Російсько-український словник-довідник з інженерної графіки, дизайну та архітектури. — Львів, 2001.

Антонович Є.А., Фольта О.В., Шпільчак В.А. Нарисна геометрія: Метод. рекомендації. Ч. 1–2. — К., 1988–1989.

Антонович Є.А., Фольта О.В., Шпільчак В.А. Нарисна геометрія (перспектива): Метод. рекомендації. Ч. 1–2. — К., 1987–1988.

Антонович Є.А., Фольта О.В., Василишин Я.В., Шпільчак В.А., Юрковський П.В. Нарисна геометрія та перспектива: Навч. посібник. Ч. 1–7. — К., 1990–1993.

Барышников А.П. Перспектива. — М., 1955.

Бубенников А.В. Начертательная геометрия. — М., 1985.

Виноградов В.Н. Начертательная геометрия. — М., 1989.

Владимирский Г.А. Перспектива. — М., 1969.

Гордон В.О., Семенов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. — М., 1988.

Евстифеев М.Ф. Построение архитектурных форм в перспективе. — К., 1973.
Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник /За ред. В.Є.Михайленка. — К., 2001.

Макарова М.Н. Перспектива. — М., 1989.

Михайленко В.Е., Анпилогова В.А., Седлецкая Н.И. Формализованная запись алгоритмов построения плоских сечений поверхностей: Метод. указания. — К., 1982.

Михайленко В.Е., Пономарев А.М. Инженерная графика. — К., 1990.

Начертательная геометрия (проекции с числовыми отметками): Метод. рекомендации /Под ред. А.В.Фольты. — К., 1988.

Непомнящий В.М., Смирнов Г.Б. Практическое применение перспективы в станковой картине. — М., 1978.

Петерсон В.Е. Перспектива. — М., 1970.

Подгорный А.Л. Плафонная перспектива. — К., 1959.

Ратничин С.А. Перспектива. — К., 1982.

Соловьев С.А. Перспектива. — М., 1981.

Соловьев С.А., Буланже Г.В., Шульга А.К. Черчение и перспектива. — М., 1982.

Фольта О.В., Антонович Є.А., Юрковський П.В. Нарисна геометрія: Підручник. — Львів, 1994.

Хренникова В.Е. Перспектива: Метод. рекомендації. — Одесса, 1973.

Щербина В.В. Перспектива. — К., 1969.

Щербина В.В. Побудова технічного рисунка. — К., 1976.

Юрковский П.В., Фольта А.В., Павлик И.В. Решение графических задач с помощью ЭВМ: Метод. рекомендации. — К., 1986.

Яблонский А.Г. Линейная перспектива на плоскости. — М., 1966.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
1. ПРОЕКЦІЇ ТОЧКИ І ПРЯМОЇ	6
1.1. Точка в системі двох площин проєкцій	6
1.2. Точка в системі трьох площин проєкцій	11
1.3. Задання прямої на кресленні	19
1.4. Класифікація прямих та побудова їх проєкцій	19
1.5. Взаємне положення прямої і точки. Поділ у заданому відношенні вдрізка прямої	20
1.6. Сліди прямої	25
1.7. Справжня величина відрізка прямої лінії та кути нахилу її до площин проєкцій	26
1.8. Взаємне положення двох прямих	30
1.9. Проєкції плоских кутів	31
2. ЗОБРАЖЕННЯ ПЛОЩИНИ	42
2.1. Способи задання площини на кресленні	42
2.2. Класифікація площин	43
2.3. Належність прямої і точки площині	45
2.4. Прямі особливого положення в площині	45
2.5. Перетин площин, заданих слідами	61
2.6. Перетин прямої з площиною	61
2.7. Перетин двох площин довільного положення	62
2.8. Паралельність прямої та площини. Паралельні площини	79
2.9. Перпендикулярність прямої і площини	91
2.10. Взаємно перпендикулярні прямі	91
2.11. Взаємно перпендикулярні площини	91
2.12. Кут між прямою і площиною та між двома площинами	92
3. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОЄКЦІЙ	114
3.1. Спосіб заміни площин проєкцій	114
3.2. Спосіб обертання	127
3.2.1. Обертання точки, прямої та площини навколо осі, перпендикулярної до площини проєкцій	127
3.2.2. Спосіб плоскопаралельного переміщення	128
3.2.3. Обертання точки, прямої і площини навколо осі, паралельної площині проєкцій	129
3.2.4. Обертання площини навколо її сліду (суміщення)	129
4. ПОВЕРХНІ	145
4.1. Гранні поверхні та многогранники	145
4.1.1. Гранні поверхні	145
4.1.2. Многогранники	145
4.1.3. Точки і прямі на поверхні многогранника	146
4.2. Криві поверхні	153
4.2.1. Загальні відомості	153
4.2.2. Розгортні лінійчаті поверхні	153
4.2.3. Косі (нерозгортні) лінійчаті поверхні	154
4.2.4. Нелінійчаті поверхні	155
4.2.5. Поверхні обертання	156
4.2.6. Циклічні, гвинтові та деякі інші поверхні	157
4.2.7. Точки та лінії на кривих поверхнях	158
4.3. Перетин поверхонь площиною і лінією	167
4.3.1. Загальні відомості	167
4.3.2. Плоскі перерізи многогранників і кривих поверхонь	168
4.3.3. Конічні перерізи	169
4.3.4. Перетин многогранників і кривих поверхонь прямими лініями	169

4.4. Взаємний перетин поверхонь	190
4.4.1. Загальні відомості	190
4.4.2. Побудова лінії перетину поверхонь способом допоміжних січних площин	190
4.4.3. Побудова лінії перетину поверхонь способом допоміжних кульових поверхонь	191
4.4.4. Побудова лінії перетину поверхонь другого порядку (окремі випадки)	191
4.4.5. Взаємний перетин многогранників	192
4.5. Побудова розгортки поверхонь	208
4.5.1. Розгортки поверхонь многогранників	208
4.5.2. Побудова наближених розгортки розгортних кривих поверхонь	208
4.6. Площини, дотичні до кривих поверхонь	217
5. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ	223
5.1. Загальні положення	223
5.2. Прямокутні аксонометричні проекції	223
5.2.1. Прямокутна ізометрична проекція	223
5.2.2. Прямокутна диметрична проекція	223
5.3. Косокутні аксонометричні проекції	224
5.3.1. Косокутна фронтальна ізометрична проекція	224
5.3.2. Косокутна горизонтальна ізометрична проекція	225
5.3.3. Косокутна фронтальна диметрична проекція	226
5.4. Побудова аксонометричних проекцій геометричних фігур. Розв'язання задач в аксонометричних проекціях	226
6. ВИКОРИСТАННЯ ЕОМ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ	237
6.1. Можливість використання ЕОМ у нарисній геометрії	237
6.2. Задання геометричних фігур на координованому комплексному кресленні	238
6.3. Базові графічні операції формування проекційного рисунка	240
6.4. Тексти програм розв'язування задач з нарисної геометрії	248
6.5. Тексти підпрограм "Базові графічні операції"	250
6.6. Особливості розробки прикладних програм з нарисної геометрії, які реалізовуватимуться на персональних комп'ютерах типу IBM	257
6.7. Умови задач, тексти прикладних програм розв'язування задач з нарисної геометрії, тексти файлів із даними, протоколи роботи програм	261
7. ПЕРСПЕКТИВА	283
7.1. Загальні відомості. Перспектива точок	283
7.2. Перспектива відрізка прямої лінії	287
7.3. Зображення площини в перспективі	291
7.4. Розв'язування позиційних задач у перспективі	292
7.5. Перспективні масштаби. Метричні задачі	297
7.6. Спосіб суміщення предметної площини з картинною	300
7.7. Побудова квадрата і кола в перспективі	301
7.8. Побудова перспективи похилих площин	304
7.9. Побудова перспективних зображень	306
7.10. Перспективний аналіз і реконструкція картини	310
7.11. Побудова тіней у перспективі й аксонометрії	313
7.12. Побудова перспективи відображення у плоских дзеркальних поверхнях	318
7.13. Проекції з числовими позначками	320
ДОДАТКИ	325
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	525

Навчальне видання

АНТОНОВИЧ Євген Антонович
ВАСИЛИШИН Ярослав Васильович
ФОЛЬТА Олександр Володимирович
ШПІЛЬЧАК Володимир Антонович
ЮРКОВСЬКИЙ Петро Васильович

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ

ПРАКТИКУМ

За редакцією проф. Є.А. Антоновича

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
педагогічних спеціальностей вищих навчальних закладів*

Художнє оформлення О.В.ШИНГУР
Художній редактор М.П.ГРЕСИК
Художники Є.А.АНТОНОВИЧ, В.А.ШПІЛЬЧАК, П.В.ЮРКОВСЬКИЙ
Технічний редактор С.Д.ДОВБА
Коректори Р.Р.ГАМАДА, М.Т.ЛОМЕХА,
Б.В.ПАВЛІВ, О.А.ТРОСТЯНЧИН
Комп'ютерне верстання Л.В.ГРИНЧИШИН

Підп. до друку 18.03.2002. Формат 60x84¹/₈. Папір офс. Гарн.
Прагмат. Офс. друк. Умовн. друк. арк. 61,38. Умовн. фарбовідб. 62,3.
Обл.-вид. арк. 57,93. Тираж 6000 прим. Свідоцтво держ.реєстру:
серія ДК № 22. Вид. № 68. Зам. 375-4.

Державне спеціалізоване видавництво "Світ"
79008 Львів, вул. Галицька, 21
www.dsv-svit.lviv.ua
e-mail:office@dsv-svit.lviv.ua

Надруковано з готових діапозитивів
на ВАТ "Львівська книжкова фабрика «Атлас»"
79005 Львів, вул. Зелена, 20